



**ORTAOKUL YEDİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN
ORANTISAL VE CEBİRSEL MUHAKEMELERİNİN
VE ARALARINDAKİ İLİŞKİNİN İNCELENMESİ**

Yüksek Lisans Tezi

Özlem Yılmaz

Eskişehir 2023

**ORTAOKUL YEDİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ORANTISAL VE
CEBİRSEL MUHAKEMELERİNİN VE ARALARINDAKİ İLİŞKİNİN
İNCELENMESİ**

Özlem YILMAZ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Matematik Eğitimi Programı

Danışman: Prof. Dr. Tangül KABAEL

Eskişehir

Anadolu Üniversitesi

Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Nisan 2023

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI



ÖZET

ORTAOKUL YEDİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ORANTISAL VE CEBİRSEL MUHAKEMELERİNİN VE ARALARINDAKİ İLİŞKİNİN İNCELENMESİ

Özlem YILMAZ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Nisan 2023

Danışman: Prof. Dr. Tangül KABAEİ

Öğretim kademelerinden ortaokul düzeyinde, ilkokul kademesi ile lise kademesi arasında somut düşünme becerisinden soyut düşünme becerisine geçiş amaçlanmaktadır. Bu süreçte öğrencilere birçok matematiksel düşünme becerisinin kazandırılması ortaokul matematik öğretiminin temel hedeflerinden biridir. Öğrencilere kazandırılması hedeflenen önemli düşünme becerilerinden iki tanesi orantısal muhakeme ve cebirsel düşünmedir. Orantısal muhakeme ve cebirsel düşünme birbiri ile bağlantılı ve gelişimsel olarak birbirini desteklemektedir. Bununla birlikte cebirin tarihsel gelişimine ve matematik eğitimi alan yazına bakıldığında cebirsel düşünmenin gelişiminde orantısal muhakemenin önemli yeri olduğu görülmektedir. Bu çalışmada yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal ve cebirsel muhakemelerinin ve aralarındaki ilişkinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda araştırmanın deseni nitel araştırma türünde durum çalışması olarak belirlenmiştir. Araştırmanın verileri ölçüt örnekleme yöntemiyle seçilmiş yedinci sınıf düzeyinde dokuz tane katılımcıdan orantısal muhakeme problemleri testi ve klinik görüşmeler aracılığıyla toplanmıştır. Elde edilen veriler, Miles ve Huberman'ın geliştirmiş olduğu üç aşamalı nitel veri analiz yöntemi ile analiz edilmiştir. Analiz sonucunda genel olarak üçüncü düzey orantısal muhakemenin zihinsel eylemlerini yansıtan katılımcıların, denk oran elde etme ve oranın değişmezliğini fark etme zihinsel eylemlerinde farklılaştığı, cebirsel düşünme becerisinin yedinci sınıf düzeyinde beklenen altında olduğu görülmüştür. Ayrıca orantısal muhakeme ile cebirsel düşünme arasında karşılıklı ve birbirini destekler nitelikte bir ilişkinin olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Anahtar Sözcükler: Orantısal muhakeme, Cebirsel düşünme becerisi, Ortaokul öğrenciler

ABSTRACT

AN INVESTIGATION OF PROPORTIONAL AND ALGEBRAIC REASONING OF SEVENTH GRADE MIDDLE SCHOOL STUDENTS AND THE RELATIONSHIP BETWEEN THEM

Özlem YILMAZ

Department of Mathematics and Science Education

Anadolu University, Institute of Educational Sciences, April 2023

Supervisor: Prof. Dr. Tangül KABAEL

At the secondary school level, between the primary school level and the high school level, it is aimed to transition from concrete thinking skills to abstract thinking skills. In this process, providing students with many mathematical thinking skills is one of the main goals of middle school mathematics teaching. Proportional reasoning and algebraic thinking are two of the important thinking skills that are aimed to be acquired by students. Proportional reasoning and algebraic thinking are interrelated and developmentally support each other. However, when we look at the historical development of algebra and the literature on mathematics education, it is seen that proportional reasoning has an important role in the development of algebraic thinking. This study aims to examine seventh grade students' proportional and algebraic reasoning and the relationship between them. For this purpose, the research design was determined as a qualitative case study. The data of the study were collected from nine seventh-grade participants selected by criterion sampling method through proportional reasoning problems test and clinical interviews. The data obtained were analyzed with the three-stage qualitative data analysis method developed by Miles and Hübner. As a result of the analysis, it was observed that the participants, who generally reflected the mental acts of third-level proportional reasoning, differed in the mental acts of obtaining an equivalent ratio and realizing the invariance of the ratio, and their algebraic thinking skills were below the expected level at the seventh grade level. In addition, it was concluded that there is a mutual and mutually supportive relationship between proportional reasoning and algebraic thinking.

Keywords: Proportional reasoning, Algebraic thinking, Middle school students

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim boyunca her ihtiyacım olduğunda yanımda olan, yıldığım ve pes ettiğim her durumda elimden tutan, bana cesaret ve güç veren, bilgilerini ve tecrübelerini benden esirgemeyen ve gelişimim için elinden gelen her türlü desteği bana sunan ve biz öğrencilerini kendi evlatlarından ayırmayan değerli tez danışmanın Prof. Dr. Tangül Kabael'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Tezimi ayrıntılı bir şekilde okuyup çalışmamı daha iyi bir çalışmaya dönüştürmem için değerli önerilerini ve fikirlerini benimle paylaşan değerli Hocalarım Prof. Dr. Hüseyin Bahadır Yanık ve Dr. Öğr. Üyesi Ayla Ata Baran'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Yüksek lisans eğitimim boyunca maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen her daim yanımda olan ve her koşulda beni destekleyen, bana cesaret veren Canım Aileme, tezimin verilerini toplamam için okullarında araştırma yapmama izin veren okul müdürlerine, matematik öğretmenlerine, öğrenciler ile çalışmama izin veren velilere ve öğrencilere, bu süreçte yanımda olan desteklerini esirgemeyen sevgili arkadaşlarım Zeynep Erarslan'a, Esra Kur Doğlu'ya ve Büşra Yüksel'e, sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Özlem YILMAZ

Nisan 2023

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik, ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan “bilimsel intihal tespit programı” ile tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

Özlem Yılmaz

İÇİNDEKİLER

Sayfa

BAŞLIK SAYFASI.....	i
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI.....	ii
ÖZET.....	iii
ABSTRACT.....	iv
TEŞEKKÜR.....	v
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ.....	vi
TABLolar DİZİNİ.....	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	x
GÖRSELLER DİZİNİ.....	xi
KISALTMALAR DİZİNİ.....	xii
1. GİRİŞ	1
1.1. Amaç	4
1.2. Önem.....	4
1.3. Sınırlılıklar.....	5
1.4. Sayıtlar.....	5
1.5. İlgili araştırmalar.....	6
1.6. Kuramsal Çerçeve.....	14
2. YÖNTEM.....	19
2.1. Araştırmanın Deseni.....	19
2.2. Çalışma Ortamı ve Katılımcılar.....	19
2.3. Verilerin Toplanması.....	21
2.4. Veri Toplama Araçları.....	22
2.5. Verilerin Analizi.....	26
2.6. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği.....	28

	<u>Sayfa</u>
3. BULGULAR VE YORUMLAR.....	30
3.1. Katılımcıların Orantısal Muhakemelerine İlişkin Bulgu ve Yorumlar.....	30
3.2. Katılımcıların Orantısal Muhakeme Problemlerinin Çözüm Sürecindeki Cebirsel Düşünmelerine İlişkin Bulgular.....	48
4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER.....	78
4.1. Sonuç.....	78
4.1.1. Katılımcıların orantısal muhakemelerine ilişkin sonuçlar	78
4.1.2. Katılımcıların orantısal muhakeme problemlerinin çözüm sürecindeki cebirsel düşünmelerine ilişkin sonuçlar.....	80
4.1.3. Katılımcıların orantısal muhakeme problemlerinin çözüm sürecindeki orantısal ve cebirsel muhakemeleri arasındaki ilişkiler.....	81
4.2. Tartışma.....	83
4.3. Öneriler	88
KAYNAKÇA.....	91
EKLER	
ÖZGEÇMİŞ	

TABLÖLAR DİZİNİ

Sayfa

Tablo 1.1. Cebirsel düşünmenin aşamaları.....	15
Tablo 1.1. (Devam) Cebirsel düşünmenin aşamaları.....	16
Tablo 1.2. Orantısal muhakemenin düzeyleri.....	17
Tablo 1.3. Orantısal muhakemenin bileşenleri.....	18
Tablo 2.1. Okullara göre orantısal muhakeme tanı testinin uygulandığı öğrenci sayıları.....	20
Tablo 2.2. Okulların orantısal muhakeme düzeylerine göre öğrenci sayıları.....	21
Tablo 2.3. Katılımcıların orantısal muhakeme düzeylerine göre dağılımları.....	21
Tablo 2.4. Orantısal muhakemenin bileşenleri doğrultusunda oluşturulan problemler.....	23
Tablo 2.5. Verilerin analizi için oluşturulan kod-tema tablosu.....	27
Tablo 4.1. Katılımcıların orantısal muhakeme ile cebirsel düşünmelerinin karşılaştırılması.....	82

ŞEKİLLER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 3.1. Orantısal Muhakeme Testinin birinci problemi.....	30
Şekil 3.2. Orantısal Muhakeme Testinin ikinci problem	35
Şekil 3.3. Orantısal Muhakeme Testinin üçüncü problemi	38
Şekil 3.4. Orantısal Muhakeme Testi dördüncü problem	44
Şekil 3.5. Orantısal Muhakeme Testinin birinci problemi.....	48
Şekil 3.6. Orantısal Muhakeme Testinin ikinci problemi.....	54
Şekil 3.7. Orantısal Muhakeme Testinin üçüncü problemi	63
Şekil 3.8. Orantısal Muhakeme Testinin dördüncü problemi.....	69
Şekil 4.1. Orantısal muhakeme ile cebirsel düşünme arasındaki ilişki.....	88

GÖRSELLER DİZİNİ

Sayfa

Görsel 3.1. K7'nin birinci problemde temsil üzerinde yaptığı karşılaştırma.....	32
Görsel 3.2. K3'ün birinci problemde kurduğu orantı.....	33
Görsel 3.3. K8'in ikinci probleme ilişkin çözümü.....	36
Görsel 3.4. K3'ün üçüncü probleme ilişkin çözümü.....	39
Görsel 3.5. K5'in üçüncü probleme denk oran yardımıyla geliştirdiği çözüm.....	43
Görsel 3.6. Orantısal Muhakeme Testinin dördüncü problemine ilişkin K3'ün çözümü.....	45
Görsel 3.7. Orantısal Muhakeme Testinin dördüncü problemine ilişkin K7'nin hatalı ve doğru çözümü.....	45
Görsel 3.8. K5'in birinci probleme geliştirdiği cebirsel çözüm.....	49
Görsel 3.9. K2'nin birinci problemde kurduğu denklem.....	53
Görsel 3.10. K1'in ikinci probleme ilişkin çözümü.....	55
Görsel 3.11. K7'nin ikinci probleme ilişkin çözümü.....	56
Görsel 3.12. K2'nin üçüncü probleme geliştirdiği cebirsel çözüm.....	63
Görsel 3.13. K5'in üçüncü probleme geliştirdiği cebirsel çözüm.....	64
Görsel 3.14. K8'in üçüncü probleme geliştirdiği cebirsel çözüm.....	65
Görsel 3.15. K4'ün üçüncü probleme geliştirdiği çözüm.....	66
Görsel 3.16. K5'in klinik görüşme sırasında dördüncü probleme ilişkin oluşturduğu denklem.....	74
Görsel 3.17. K1'in dördüncü problemin çözüm sürecinde oluşturduğu denklem....	76

KISALTMALAR DİZİNİ

MEB: Millî Eğitim Bakanlığı



1. GİRİŞ

Öğretim kademelerinden ortaokul düzeyinde, ilkokul kademesi ile lise kademesi arasında somut düşünme becerisinden soyut düşünme becerisine geçiş amaçlanmaktadır (Sezer, 2019). Bu süreçte öğrencilere birçok matematiksel düşünme becerisinin kazandırılması ortaokul matematik öğretiminin temel hedeflerinden biridir (MEB, 2018). Öğrencilerde geliştirilmesi hedeflenen önemli düşünme becerilerinden bir tanesi de orantısal muhakeme becerisidir. Orantısal muhakeme, en genel anlamıyla verilen bir durum içindeki çarpımsal ilişkileri fark etme, çarpımsal karşılaştırmalar sonucunda ortaya çıkan oranı ifade etme, oranın değişmezliğini fark ederek orantı kurma ve çözme becerisidir. Yani orantısal muhakeme orantıyı anlama ve kurabilme yeteneğidir (Flowers, 1998'den Aktaran Çetin, 2009). Ayrıca orantısal muhakeme bağımlı ve bağımsız değişken arasındaki doğrusal ilişkinin temsil edildiği sistemler üzerinde akıl yürütmedir (Karplus, Pulos ve Stage, 1983).

Orantısal muhakeme öğrencilerin matematiksel gelişiminde bir dönün noktası kavramıdır. Yani orantısal muhakeme temel matematiksel kavramlar için birleştirici rol oynarken yüksek matematiksel kavramlar için temel teşkil etmektedir (Lesh, Post, & Behr, 1988'den aktaran Koellner-Clark ve Lesh, 2010). Bununla birlikte öğrencilerde orantısal muhakeme becerilerinin gelişimi uzun bir süreci kapsamaktadır (Baxter ve Junker, 2001). Koellner-Clark ve Lesh (2010) bu süreçte öğrencilerin orantısal muhakeme becerilerinin doğal büyüme ve gelişim süreci ile gelişmediğini; bunun yerine desteklenecek birçok gelişim aşamasının olduğunu vurgulamaktadır. Bu süreçte öğrenciler, orantılı durumlar üzerinde gerçekleştirdikleri zihinsel eylemlerini toplamsal karşılaştırmadan çarpımsal karşılaştırmaya dönüştürmeli ve orantılı durumlarda var olan çarpımsal değişimi fark etmelidir (Baxter ve Junker, 2001).

Öğrencilerin orantısal muhakeme becerilerinin geliştirilmesi önem arz etmektedir. Çünkü yüksek derecede matematiksel muhakeme becerisine sahip olma ve problem çözme için orantısal muhakemenin geliştirilmesi gerekmektedir (Fleener, 1993). Aynı zamanda orantısal muhakeme becerisi matematikteki kesir, yüzde, cebir, olasılık, geometri gibi birçok alanın gelişiminde etkin rol oynamaktadır (Van De Walle, Karp, Bay-Williams, 2016). Orantısal muhakeme sadece matematik alanında değil fen bilgisi, fizik, kimya, coğrafya, müzik gibi birçok alanda kullanılan bir düşünme becerisidir (Öz, 2020). Ayrıca günlük yaşamın içinde alışveriş yaparken, meslek yaşamında veya ev

yaşantısında karşılaşılan ve hesap yapmayı gerektiren pek çok durumda orantısal muhakeme kullanılmaktadır (Duarte, Akkuş-Çıkla ve Kayhan, 2005).

Orantısal muhakeme ayrıca birçok matematiksel düşünme becerisinin gelişiminde ön koşul oluşturmaktadır. Orantısal muhakemenin ilişkili olduğu önemli matematiksel düşünme becerilerinden bir tanesi de cebirsel düşünmedir. Orantısal muhakeme ve cebirsel düşünme birbiri ile bağlantılıdır ve gelişimsel olarak birbirini desteklemektedir (Lanús ve Williams, 2003). Özellikle aritmetikten cebire geçiş sürecinde orantısal muhakeme bir köprü görevi görmektedir (Demir, 2019). Yani aritmetikten cebire geçiş sürecinde cebirsel düşünmenin gelişmesi için orantısal muhakeme bir ön koşuldur (Welder, 2007; Bush ve Karp, 2013; Blanton vd., 2015). Örneğin öğrencilerin orantılı durumlarda iki çokluk arasındaki oranın değişmezliğini genellenme süreci cebirsel akıl yürütme olarak değerlendirilebilir (Blanton vd., 2015). Diğer yandan orantısal durumlar ve bu durumların grafikleri cebirle güçlü bir bağ kurmaktadır. Örneğin aralarında çarpımsal ilişkinin bulunduğu iki niceliğin grafiği orijinden geçen bir doğru belirtmektedir. Bu grafikler, orantısal muhakemenin başka bir yoludur ve orantısal muhakemeyi cebirsel yorumlama ile ilişkilendirmektedir (Van De Walle, Karp ve Bay-Williams, 2016). Ayrıca bu grafiklerin cebirsel denklemi $y=mx$ şeklindedir ve bu denklem iki değişken arasındaki orantısallığı ifade etmektedir. Öğrencilerin bu tür denklemleri anlamlandırması için öncelikle oran, orantı ve orantısal muhakeme arasındaki ilişkiyi anlamlandırması gerekmektedir (Lobato, Ellis ve Zbiek, 2010). Diğer bir taraftan orantısal muhakeme içeren problemlere cebirsel yoldan çözüm üretebilme durumu bireylerde orantısal muhakemenin gelişmişliğini göstermektedir (Burgos ve Godino, 2019).

Cebirsel düşünme ise matematiksel düşünceleri genelleme, bu genellemeleri sembolik olarak ifade edebilme ve bu süreçlerin altında yatan fonksiyonel ilişkileri temsil edebilme yeteneğidir (Blanton ve Kaput, 2005). Tunks ve Weller'e (2009) göre ise cebirsel düşünme; örüntü, fonksiyon, matematiksel yapı veya modellerin altında yatan genel kavramları anlamlandırmayı sağlayan bir düşünme biçimidir. Tanımlardan da görüldüğü üzere cebirsel düşünmenin gelişimi birçok matematiksel süreci içermektedir. Bunun yanı sıra cebirsel düşünmenin gelişimini daha iyi anlayabilmek için cebirin tarihsel gelişiminin göz önünde bulundurulması gerekmektedir. İlgili alan yazın incelendiğinde birçok araştırmacı tarafından matematiksel kavramların tarihsel gelişiminde yaşanan dönüm noktalarının sınıf ortamında öğrencilerin öğrenme

süreçlerinde yaşadıkları dönüm noktaları ile benzerlik gösterdiği ortaya koyulmuştur (Sfard, 1995; Tall ve Vinner, 1981'den akt. Bagni, 2005).

Cebirin tarihsel gelişimi değişken kullanımının gelişimine göre üç aşamaya ayrılmıştır (Boyer, 1991'den aktaran Kabaal, 2022). Bu aşamalar, tüm değişkenlerin ve işlemlerin sözel olarak ifade edildiği birinci dönem, değişkenlerin ifade ediliş biçiminde kısaltmaların kullanıldığı ikinci dönem ve son olarak tüm sayı kümelerinin, değişkenlerin ve işlemlerin sembollerle ifade edildiği sembolik dönemden oluşmaktadır (Katz ve Barton, 2007). İlk aşamanın başlangıçları Antik Mısır ve Babillere kadar gittiği görülmektedir. Antik Mısırlılar iki değişkenli birinci ve ikinci dereceden denklem üzerinde çalışmışlar ve bu denklemlerin çözüm sürecinde genel olarak deneme yanılma ve orantısal muhakemeyi kullanmışlardır. Babilliler'de ise doğrusal ve ikinci dereceden denklemlerin üzerinde çalışmışlar, denklemlerin çözüm sürecinde geometrik düşünme biçimini kullanmakla bir birlikte Antik Mısır'da olduğu gibi orantısal muhakemeyi kullanmışlardır (Baki ve Bütüner, 2011). Cebirin ikinci dönemine geçiş ise Diophantus ile başladığı söylenebilir. Diophantus ise cebiri sembolleştirmeye çalışmıştır. Diophantus toplama yerine boşluk, çıkarma için Λ , eşitlik için ise I harfini kullanmış ve dördüncü dereceden dört değişkenli denklemler üzerinde çalışarak denklemleri sağlayan dört tamsayıyı bulmuştur (Derbyshire, J., 2006'dan Akt. Kabaal, 2022). Ayrıca Diophantus bazı problemleri Antik Mısır'da olduğu gibi orantısal muhakeme ve deneme yanılma yoluyla çözmüştür (Eves, 1983; Katz, 1998; Cajori, 2007'den aktaran Baki ve Bütüner, 2011). Cebirin üçüncü yani sembolik aşamasına geçiş on altıncı yüzyılın sonlarında harflerin sayı kümelerini temsil etmek için kullanılmasıyla olmuştur. Değişken kavramındaki en önemli gelişim ise 1960'lı yılların başlarındaki tüm harfli sembollerin değişken olarak kabul edilmesiyle olmuştur (Philips, 1992).

Matematiğe cebir kelimesi ise Harezmi'nin yazmış olduğu Cebir ve Mukayese Hesabı (*Al KitabFi Hisab Al Cabr wal Muqabalah*) adlı kitabıyla girmiştir. Kitapta geçen "Al Cabr" terimi İngilizce ve Fransızcaya "algebra" Türkçeye ise "cebir" olarak geçmiştir. Harezmi bir bilinmeyenli birinci ve ikinci dereceden denklemleri altı sınıfa ayırmış ve her birinin çözümü için bir algoritma geliştirmiştir (Baki ve Bütüner, 2011). Diğer taraftan Harezmi'nin özellikle ikinci dereceden denklemlerin çözümü için geliştirdiği algoritmalar cebirsel olmaktan ziyade orantı kurma fikriyle geliştirilmiştir (Katz, 2007).

Cebirin tarihsel gelişimi incelendiğinde orantısal muhakemenin cebirsel düşünmenin gelişimi için ön koşul olduğu görülmektedir. Diğer yandan orantısal muhakeme ve cebirsel düşünme birbiri ile bağlantılıdır ve gelişimsel olarak birbirini desteklemektedir (Lanús ve Williams, 2003). Bununla birlikte alan yazında birçok araştırmacı (Welder, 2007; Bush ve Karp, 2013; Blanton vd., 2015) orantısal muhakemeyi cebirsel düşünmenin bir ön koşulu olarak değerlendirmektedir. Literatür incelendiğinde hem cebirsel düşünme hem de orantısal muhakeme üzerine birçok araştırmanın yapıldığı görülmüştür. Diğer taraftan yapılan çalışmalarda cebirsel düşünme ile orantısal muhakeme arasındaki ilişki vurgulanmasına rağmen cebirsel düşünme ile orantısal muhakeme arasındaki ilişkinin araştırıldığı ilkökul düzeyinde çok az çalışmaya rastlanılırken ortaokul düzeyinde herhangi bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Bu çalışmada yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal muhakeme ve cebirsel düşünme becerilerine ve bu beceriler arasındaki ilişkiye odaklanılmaktadır.

1.1. Amaç

Bu araştırmanın genel amacı ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal ve cebirsel muhakemelerinin ve aralarındaki ilişkinin incelenmesidir. Bu genel amaç doğrultusunda aşağıda verilen sorulara yanıt aranmıştır:

- Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal muhakemeleri nasıldır?
- Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal muhakeme problemlerinin çözüm sürecinde cebirsel düşünceleri nasıldır?
- Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal muhakeme problemleri çözüm sürecinde orantısal ve cebirsel muhakemeleri arasındaki ilişki nasıldır?

1.2. Önem

Matematiksel düşünmenin gelişim sürecinin önemli bir parçası olan orantısal muhakeme, birçok matematiksel düşünme becerisinin gelişimini desteklemekle birlikte problem çözme becerisi için bir kilit noktası görevi görmektedir. Bununla birlikte orantısal muhakeme matematik dışında fizik, kimya, coğrafya ve müzik gibi birçok akademik alanda kullanılan bir düşünme becerisidir. Diğer taraftan orantısal muhakeme bireylerin günlük yaşamlarının içinde hesaplama yapmayı gerektiren birçok durumda kullandığı bir matematiksel düşünme becerisidir.

Orantısal muhakemenin gelişimini desteklediği önemli matematiksel düşünme becerilerinden bir tanesi de cebirsel düşünmedir. Alan yazın ve cebirin tarihsel gelişimi incelendiğinde orantısal muhakemenin, cebirsel düşünmenin gelişiminde ön koşul olduğu görülmektedir (Langrall ve Swafford, 2000; Welder, 2007; Bush ve Karp, 2013). Bununla birlikte orantısal muhakeme ile cebirsel düşünme, birbiri ile ilişkili olan ve gelişimsel olarak birbirini destekleyen iki matematiksel düşünme becerisidir (Lanus ve Williams, 2003). Özellikle aritmetikten cebire geçiş sürecinde orantısal muhakeme bir köprü görevi görmektedir (Demir, 2019). Diğer yandan orantısal muhakeme içeren problemlere cebirsel yoldan çözüm geliştirebilmek bireylerde orantısal muhakemenin gelişmişliğini göstermektedir (Burgos ve Godino, 2019). Alan yazın incelendiğinde orantısal muhakeme ile cebirsel düşünme arasındaki bu ilişkiye değinilmesine rağmen orantısal muhakeme ile cebirsel düşünme arasındaki ilişkiyi araştıran ilkökul düzeyinde sınırlı sayıda çalışma ile karşılaşmış, ortaokul düzeyinde ise orantısal muhakeme ile cebirsel düşünme arasındaki ilişkiyi araştıran herhangi bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Dolayısıyla yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal ve cebirsel muhakemelerinin ve aralarındaki ilişkinin araştırılmasını amaçlayan bu çalışmanın alan yazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.3. Sınırlılıklar

Bu araştırmanın katılımcıları 2021-2022 eğitim öğretim yılının ikinci döneminde Eskişehir Merkez İlçesinden Tepebaşı ilçesinde bulunan üç kamu okulunun yedinci sınıf öğrencilerinden amaçlı örnekleme yöntemi ve amaçlı örnekleme türünde ölçüt örnekleme ile seçilen dokuz kişi ile sınırlı kalmıştır. Araştırmanın veri toplama araçları orantısal muhakeme testi ve klinik görüşme ile sınırlı kalmıştır.

1.4. Sayıtlar

Araştırmanın veri toplama süreci olan problemleri çözme ve klinik görüşme sürecinde katılımcıların halsizlik, dikkatsizlik gibi durumları ile dış etkenlerin araştırma sürecini olumsuz etkilemediği varsayılmıştır. Ayrıca araştırmanın veri toplama sürecinde katılımcıların, doğal hallerini yansıttıkları ve klinik görüşme sırasında zihinlerinden geçen düşünceleri katılımcıya aktarabildikleri varsayılmıştır.

1.5. İlgili Araştırmalar

Bu çalışmanın bir odağı olan orantısal muhakeme ile ilgili araştırmalar incelendiğinde genel olarak çalışmaların öğrencilerin orantısal muhakeme becerisini incelemeye, orantısal muhakeme içeren problemlerdeki çözüm stratejilerine, orantısal muhakeme ile problem çözme becerisi arasındaki ilişkiye, orantısal muhakeme becerisinin düzeylerini belirlemeye yönelik konulara odaklanıldığı görülmüştür.

Orantısal muhakeme, üst düzey matematiksel muhakeme ve problem çözme becerisinin geliştirilmesi için temel bir matematiksel düşünme becerisidir. Bu öneminden dolayı birçok araştırmacı öğrencilerin orantısal muhakeme becerisini incelemiştir. Örneğin Ben-Chaim vd. (1998) çalışmalarında Amerika Birleşik Devletleri'nin farklı eyaletlerinde öğrenim gören ve farklı müfredat yapısında bulunan öğrencilerin orantısal muhakeme becerilerini karşılaştırmalı olarak incelemiştir. Bu çalışma kapsamında CMP (Connected Mathematics Project) müfredatında eğitim gören 187 yedinci sınıf öğrencisi ve geleneksel müfredatta eğitim gören 124 yedinci sınıf öğrencisi ile çalışmışlardır. Araştırmacılar öğrencilerin gelişim süreçlerini eksik değer, niceliksel karşılaştırma ve niteliksel karşılaştırma problemlerini içeren ders materyallerini uygulayarak bir yıllık bir süreç boyunca incelemişlerdir. Araştırma sonucunda CMP (Connected Mathematics Project) sınıflarındaki öğrencilerin geleneksel ders işlenen sınıflardaki öğrencilere göre problemlerin çözüm sürecinde daha başarılı olduğu sonucu ortaya koyulmuştur. Diğer bir taraftan araştırmacılar öğrencilerin orantısal muhakeme becerilerinin geliştirilebilmesi için daha uzun süreçte desteklenmesi gerekliliğini ifade etmişlerdir. Ayrıca araştırmada her iki müfredatta eğitim gören yedinci sınıf öğrencilerinin problemlerin çözüm sürecinde sıklıkla birim oran stratejisini kullandığını ifade etmişlerdir.

Öğrencilerin orantısal muhakemelerini inceleyen bir diğer çalışma Lamon (1993) tarafından yapılmıştır. Lamon (1993) altıncı sınıf öğrencilerinin orantısal muhakeme süreçlerindeki kritik bileşenleri incelemiştir. Araştırmacı öğrencilerin parça-parça-bütün, ilişkili kümeler, farklı niteliklerin ölçümlerinin karşılaştırılması ve büyütme-küçültme problemleri olmak üzere dört problem türünde kullandıkları çözüm stratejilerini incelemiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin farklı problem türlerinde farklı stratejiler kullanabildiği ortaya koyulmuştur. Ayrıca araştırmacı öğrencilerin parça-parça-bütün problemlerin genel olarak orantısal muhakeme içermeyen stratejilere yöneldiğini, ilişkili küme problemlerinde bölme işlemini ve birim oranı kullandığını ve öğrencilerin en çok büyültme- küçültme problemlerinde zorlandıklarını ortaya koymuştur. Ayrıca araştırma

sonucunda ilişkisel düşünmenin toplamsal düşünme ile çarpımsal düşünme arasında bağlantı oluşturabileceği, orantısal muhakemenin gelişiminde niteliksel karşılaştırmaların niceliksel karşılaştırmalara zemin hazırlayabileceği vurgulanmıştır. Bununla birlikte Lamon (1993), sınıf ortamında orantısal muhakeme içeren farklı durumlara ilişkin problem çözümünün oran kavramının anlamlandırılmasını kolaylaştıracağını ifade etmiştir. Altıncı sınıf öğrencilerinin orantısal muhakemelerini inceleyen bir diğer araştırmacı Singh (2000) öğrencilerin orantısal muhakeme anlayışlarını ve zihinsel süreçlerini derinlemesine incelemeyi ve ortaya koymayı amaçlamıştır. Çalışma sonucunda orantısal muhakemenin gelişimi için toplamsal karşılaştırmadan çarpımsal karşılaştırma yapmaya geçişin olması gerektiği sonucuna ulaşmıştır. Araştırmacı bu geçiş için öğrencilerin öncelikle oran problemlerini anlamlandırması ve oranı oluşturan çokluklar arasındaki yinelemeli değişimi fark etmeleri gerektiğini, çarpma ve bölme işlemlerinin çokluklar arasındaki yineleme ile ilişkisini ve son olarak da çokluklar arasındaki yinelemeli değişimin kavramsallaştırılıp çokluklar arasındaki oranı inşa etmeleri gerektiğini vurgulamıştır. Araştırmada elde edilen diğer önemli bir sonuç ise öğrencinin problemin çözüm sürecinde birim oran stratejisini kullanmasının öğrencinin orantısal olarak düşündüğünün göstergesi olmadığıdır. Yani araştırmacı öğrencilerin bu stratejiyi ezbere kullanabileceğini ortaya koymuştur.

Norton (2005) ise altıncı sınıf öğrencilerinin orantısal muhakemelerinin desteklenme sürecini rasyonel sayı, kesir ve oran kavramları arasındaki ilişkinin öğretilmesi süreci ile incelemiştir. Bu çalışma sonucunda denk kesirlere odaklanmanın hem kesir kavramının gelişimini hem de oran kavramının gelişimini destekleyeceğini ve çarpımsal ilişkileri anlamayı kolaylaştırabileceği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca çalışmanın sonucunda kavramsal olarak niteliksel karşılaştırmadan niceliksel karşılaştırmadan önce geliştiği fark edilmiş ve öğrencilerin bu süreçte desteklenmesi gerektiği vurgulanmıştır.

Yukarıda bahsi geçen çalışmalardan orantısal muhakemenin bir süreç içinde geliştiği ve bu süreç boyunca öğrencilerin niteliksel karşılaştırmadan niceliksel karşılaştırmaya, toplamsal karşılaştırmadan çarpımsal karşılaştırmaya geçmeleri gerektiği (Lamon, 1993; Singh, 2000; Norton, 2005) anlaşılmaktadır. Ayrıca öğrencilerde oran kavramının ilişkili olduğu kavramlarla birlikte geliştiği ve öğretim sürecinde oran kavramının ilişkili olduğu kavramlarla ilişkisinin vurgulanması gerektiği (Norton, 2005) fark edilmektedir.

Orantısal muhakemenin incelendiği diğer bir alan ise problem çözme sürecidir. Birçok araştırmacı öğrencilerin orantısal muhakeme becerisi gerektiren problemlerde kullandıkları çözüm stratejilerini incelemiştir. Cramer ve Post (1993), yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme gerektiren problem türlerinde öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejilerini incelemiş, öğrencilerin ölçeklendirme ve niceliksel karşılaştırma yapılması gereken problem türlerinde zorlandıkları, çözüm stratejisi olarak da birim oran, denk kesir, değişim çarpanı ve içler dışlar çarpımı algoritmasını kullandıkları sonucuna ulaşmışlardır. Diğer yandan araştırmacılar yedinci sınıf öğrencilerinin genel olarak birim oran stratejisini kullanırken sekizinci sınıf öğrencilerinin içler dışlar algoritmasını kullandığını ortaya koymuşlardır. Kahraman, Kul ve Aydoğdu- İskenderoğlu (2019) yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin niceliksel orantısal muhakeme gerektiren problemlerde kullandıkları stratejileri inceledikleri çalışmada Cramer ve Post'un (1993) çalışmasında elde ettiği sonuçlara benzer sonuçlar elde etmişlerdir. Yani araştırmacılar yedinci sınıf öğrencilerinin çoğunlukla birim oran stratejisini, sekizinci sınıf öğrencilerinin ise çoğunlukla içler-dışlar çarpımı algoritmasını kullandığını ortaya koymuşlardır. Ayrıca araştırmacılar öğrencilerin en az kullanmayı tercih ettikleri stratejilerin denk kesir ve denklik sınıfı olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Ortaokul düzeyinde öğrencilerin orantısal muhakeme içeren problemlerdeki çözüm stratejisini inceleyen bir diğer çalışma Duatepe, Akkus-Çıkla ve Kayhan (2005) tarafından yapılmıştır. Duatepe, Akkus-Çıkla ve Kayhan (2005) araştırma sonucunda soru türlerine göre öğrencilerin kullandıkları stratejilerin farklılık gösterdiği sonucuna ulaşmışlardır. Ayrıca Duatepe, Akkus-Çıkla ve Kayhan'da (2005) diğer araştırmacıların ortaya koyduğu gibi niceliksel karşılaştırma problemlerinde öğrencilerin birim oran stratejisini kullandığı sonucunu ortaya koymuştur. Bunun yanı sıra araştırmacılar öğrencilerin bilenmeyen değer problemlerinin çözüm sürecinde çoğunlukla içler-dışlar çarpımı algoritmasını, niteliksel karşılaştırma problemlerinde belirli bir strateji kullanmaksızın orantısal muhakeme ile çözüme ulaştıklarını, orantısal olmayan karşılaştırma problemlerinde ise toplamsal stratejisini kullandıklarını vurgulamışlardır.

Orantısal muhakeme içeren problemlerde öğrencilerin çözüm stratejilerini inceleyen çalışmalar değerlendirildiğinde öğrencilerin problem türlerine göre farklı çözüm stratejilerini kullandıkları, niceliksel karşılaştırma problemlerinde genel olarak birim oran stratejilerini tercih ettikleri görülmektedir (Lamon, 1993; Cramer ve Post, 1993; Duatepe, Akkus-Çıkla ve Kayhan, 2005). Bununla birlikte birçok araştırmacı

orantısal muhakemenin gelişiminin desteklenmesi için sınıf ortamında farklı türde ve farklı gerçek yaşam bağlamlarında problemlerin öğrencilerin esnek bir şekilde çözüm stratejisi geliştirmesine izin vererek çözülmesini önermektedir (Lamon, 1993; Cramer ve Post, 1993; Singh, 2000; Duatepe, Akkus-Çıkla ve Kayhan, 2005).

Orantısal muhakeme becerisi ile ilgili çalışılan bir diğer konu alanı ise orantısal muhakeme düzeylerini belirleme çalışmalarıdır. Alan yazın incelendiğinde birçok araştırmanın orantısal muhakemenin düzeylerini belirlemeye yönelik çalışmalar yaptığı görülmüştür (Carpenter vd., 1999; Langrall ve Swafford, 2000; Baxter ve Junker, 2001; Koellner-Clark ve Lesh, 2003; Parish, 2010). Carpenter vd. (1999'dan aktaran Steinhorsdottir ve Sriraman, 2009) yaptıkları çalışmada Lamon'un (1993) orantısal muhakemenin gelişiminde üzerinde durduğu nitel muhakeme, inşa etme ve çarpımsal ilişki özelliklerini kullanarak orantısal muhakeme becerisinin gelişimini dört düzeye ayırmışlardır. Araştırmacının yaptığı çalışma incelendiğinde düzeylerin belirlenmesinde çarpımsal ilişkinin anlamlandırılması ve oranın kullanımı kritik rol oynamaktadır. İlk düzeyi oran hakkında sınırlı bilginin olduğu ve nicelikler arasında ilişkinin rastgele veya toplamsal ilişkinin kurulması olarak belirlemişlerdir. İkinci düzeyde oran tek bir birim olarak algılanır ve oranı oluşturan çokluklar arasındaki ilişki tekrarlı toplama veya çarpma yoluyla kurulabilir. Üçüncü düzeyde oranlar arası ilişki tam sayı kullanılmadan kurulur. Dördüncü düzeyde ise artık oran tek bir birim olarak algılanmaz, oranlar arasındaki çarpımsal ilişki tamamıyla anlamlandırılmıştır ve problemler esnek ve farklı stratejiler kullanılarak çözülebilir. Bununla birlikte beşinci sınıf düzeyinde kız öğrencilerin orantısal muhakeme gelişim süreçlerini inceleyen Steinhorsdottir ve Sriraman (2009) öğrencilerden elde ettikleri verilerin analiz sürecinde Carpenter vd., (1999) orantısal muhakeme düzeylerini referans almışlardır. Steinhorsdottir ve Sriraman (2009) araştırma sonucunda Carrpenter vd. (1999) belirlemiş olduğu üçüncü düzeyin daha fazla alt düzeye ayrılması gerektiğini ortaya koymuşlardır. Langrall ve Swafford (2000) ise Carpenter vd. (1999) olduğu gibi orantısal muhakeme becerisini dört düzeye ayırmışlardır. Araştırmacıların yaptıkları ilk aşamalar birbiri ile paralellik göstermekle birlikte Langrall ve Swafford (2000) ikinci aşamada çokluklar arasında niteliksel karşılaştırmaya vurgu yapmıştır. Ayrıca Langrall ve Swafford üçüncü aşamada ise birim oranı kullanılması, oranı oluşturan çoklukların artırılması, denk kesirlerin kullanılabilir olduğunu ifade etmiştir. Langrall ve Swafford (2000) tarafından oluşturulan dördüncü aşama Carpenter vd. (1999) oluşturduğu dördüncü düzeyin özelliklerini içermekle birlikte

değişkenler arasındaki kovaryasyonel ilişkinin ve oranın değişmezliğini de içermektedir. Buster ve Junker (2001) ise orantısal muhakemenin gelişim evreleri için beş düzey belirlemişlerdir. Düzeyler incelendiğinde ilk iki düzey Langrall ve Swafford (2000) belirlemiş olduğu ikinci düzey ile, üçüncü ve dördüncü düzey üçüncü düzeye ile, beşinci düzey ise dördüncü düzey ile paralellik göstermektedir. Orantısal muhakemenin düzeylerinin belirlendiği bir diğer çalışma ise Koellner-Clark ve Lesh (2003) tarafından yapılmıştır. Çalışmada araştırmacılar, yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal muhakeme becerisi içeren bir gerçek yaşam problemine geliştirdikleri çözüm stratejilerine göre orantısal muhakemenin gelişimini beş düzeye ayırmışlardır. Ayrıca Koellner-Clark ve Lesh (2003) tarafında oluşturulan ilk düzey problemi anlamlandırma olarak belirlenmiştir. Araştırmacıların diğer düzeylerde belirlenen zihinsel eylemlerin Langrall ve Swafford'un (2000)'un oluşturduğu düzeylerdeki zihinsel eylemlerle paralellik göstermektedir. Koellner-Clark ve Lesh (2003) orantısal muhakeme becerisinin gelişiminin doğrusal bir şekilde sürekli ileriye doğru gerçekleşmediğini düzeyler arasında ileri geri hareketliğin olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Orantısal muhakemenin gelişim süreçlerini inceleyen diğer bir araştırmacı ise Parish'dir (2010). Parish (2010) alan yazında bulunan orantısal muhakeme soru türlerine göre hazırlamış olduğu altı soruluk ölçme aracını beş, altı ve dokuzuncu sınıf öğrencilerine uygulamış ve elde ettiği sonuçlar doğrultusunda orantısal muhakemenin gelişimini altı düzeye ayırmıştır. Parish (2010) elde ettiği düzeylerde diğer araştırmacıların (Langrall ve Swafford, 2000; Koellner-Clark ve Lesh, 2003) yaptığı düzeyler ile paralellik göstermekle birlikte belirlenen son düzey cebirsel çözüm yapma zihinsel eylemini içermektedir.

Orantısal muhakemenin gelişim düzeylerini belirlemeye yönelik yapılan çalışmalar incelendiğinde genel olarak orantısal muhakemenin en alt düzeyi olarak, aralarında çarpımsal ilişkinin bulunduğu değişkenleri içeren bir durumda değişkenler arasındaki ilişkinin kurulamaması veya değişkenlerin toplamsal olarak karşılaştırılması yer almaktadır. Daha sonra bu süreç genel olarak, değişkenler çarpımsal olarak karşılaştırılması, birim oranın fark edilmesi, denk oranların oluşturulması, değişkenler arasındaki ilişkinin, oranın değişmezliğinin fark edilmesi ve denk oranların kullanılması zihinsel eylemleri ile devam ettiği görülmektedir.

Orantısal muhakeme ile ilgili çalışılan bir diğer konu ise orantısal muhakemenin geliştirilebilir bir beceri olup olmadığını araştıran çalışmalardır. Örneğin Knox (2017) çalışmasında cebir dersi bağlamında orantısal muhakeme becerisinin geliştirilip

geliştirilmeyeceğini incelemiştir. Yaptığı araştırmanın sonucunda öğrencilerin orantısal muhakeme becerileri ile cebir derslerindeki başarılarının orantılı olduğunu ve orantısal muhakeme becerisinin geliştirilebilir olduğunu ortaya koymuştur. Öz (2020) ise onuncu sınıf öğrencilerinin bir öğretim deneyi ile orantısal muhakemelerinin nasıl değiştiğini incelemiştir ve araştırma sonucunda öğrencilerin orantısal muhakeme düzeylerinin geliştirilebileceği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca araştırmacı öğretim deneyinde öğrencilerin orantısal muhakeme düzeylerinin geliştirilebilmesi için öğrencilerin iki çokluk arasında bağlantı kurmasının, toplamsal karşılaştırmalardan çarpımsal karşılaştırmaya geçiş yapmasının, farklı çarpımsal karşılaştırma stratejilerini kullanmasının ve birkaç denk oran oluşturmada sonsuz sayıda denk oran oluşturmaya geçiş yapmasının sağlanması gerektiği sonucuna ulaşmıştır.

Bu çalışmanın bir diğer odağı olan cebirsel düşünme ile ilgili araştırmalar incelendiğinde ilkökul ve ortaokul yıllarında cebirsel düşünmenin gelişiminin, öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin, öğretmenlerin cebirsel düşünme becerilerinin, cebirsel düşünmenin bileşenlerinin gibi birçok konunun araştırıldığı görülmüştür.

Cebirsel düşünme becerisi matematiksel düşünme sürecinin önemli bir parçasıdır. Bu öneminden dolayı birçok araştırmaya konu olmuştur. Örneğin Johanning (2004) altıncı, yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerin cebirsel düşünme içeren problemlerdeki çözüm stratejilerini incelemiştir. Araştırma sonunda problemlerin çözüm sürecinde kullanılan stratejilerin sınıf düzeyine göre farklılaşmadığı ve genel olarak öğrencilerin sistematik tahmin ve kontrol stratejilerini kullandığı sonucuna ulaşmıştır. Ayrıca araştırmacı öğrencilerin problem içerisindeki değişkenler arasındaki ilişkiyi fark edebildiğini ve bu ilişkiyi ana dilde ifade edebildiği sonucuna ulaşmıştır. Ortaokul düzeyinde öğrencilerin cebirsel düşüncelerini inceleyen bir diğer araştırmacı olan Rahmawati vd. (2019) ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini incelemiştir. Araştırmacılar çalışmada öğrencilerin cebirsel düşünme özelliklerini problem çözme, temsil kullanma, niceliksel muhakeme, aritmetiksel genelleme, matematiksel genelleme ve modelleme şeklinde ayırmış ve öğrencilerin cebirsel düşünme özelliklerinde farklılıklar olduğunu ortaya koymuştur. Araştırmanın diğer sonucu ise öğrencilerin daha çok aritmetiksel genellemeler yaptığıdır. Ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerini inceleyen diğer bir araştırmacı Zaelani vd. (2020) öğrencilerin problem durumunda verilen değişkenler arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak

genelleyebildikleri ancak modelleme yani denklem kuramadıkları sonucuna ulaşmıştır. Kaya vd. (2016) ise ortaokul düzeyinde yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel muhakemelerine ilişkin başarı düzeylerini incelemiştir. Araştırma sonucunda yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel yapıları ve ilişkileri tanıma, kullanma boyutunda puan ortalamalarının orta düzeyin üstünde olmasına rağmen problemin çözüm sürecinde uygun cebirsel muhakemeyi belirleme ve çıkarım doğrultusunda cebirsel işlemler yapma boyutlarında puan ortalamalarının düşük olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Alan yazında birçok araştırmacı öğrencilerin ortaokul yıllarında cebirle karşılaştıklarında yaşadıkları zorluğu göz önünde bulundurarak cebirsel düşünmenin gelişimine ilkökullerinde başlanması gerektiği vurgulamışlar ve ilkökullerindeki öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini incelemişlerdir (Warren, 2005; Kieran, 2007; Brizuela, vd., 2015; Blanton, vd., 2019). Brizuela, vd. (2015) sembol kullanımının daha erken sınıflarda başlamasının öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişkiyi temsil etmede ve cebiri bir dil olarak kullanımlarını destekleyeceğini savunmuşlar ve birinci sınıf öğrencilerinin sembol kullanım durumlarını incelemişlerdir. Yapılan bu çalışmada birinci sınıf öğrencilerinin değişkeni etiket olarak kullanabildiği, değişkenler arasındaki niceliksel ilişkileri alfabedeki büyük harfleri kullanarak ifade edebildiklerini ortaya koymuşlardır. Ayrıca öğrencilerin cebir dilini kullanmayı ve problem çözme sürecinde esnek bir şekilde kullanmaları için cebir dilinin birinci sınıftan itibaren öğrencilere tanıtılması gerektiğini önermişlerdir. Blanton, vd. (2019) ilköğretim yıllarında cebirsel düşünmenin gelişimini üçüncü sınıftan beşinci sınıfa kadar boylamsal ve deneysel bir çalışmayla incelemişlerdir. Bu çalışmada öğrencilerin güçlü bir şekilde cebirsel düşünme becerisi geliştirebileceğini ortaya koymuşlardır. Diğer yandan araştırmada öğrencilerin aritmetik özellikleri, ilişkileri, denklemleri ve fonksiyonel ilişkileri temsil etmek için değişkenleri kullanabilecekleri orta konulmuştur. Yapılan çalışmalarda ortak olarak cebirsel kavram ve uygulamaların ilköğretim yıllarında matematik öğretimi programına entegre edilmesi önerilmiştir. Kieran (2007) cebirsel düşünmenin yaşa bağlı olarak geliştiğini vurgulamış ve ilköğretim düzeyindeki öğrencilerde eşittir işaretinin anlamlandırılması, sayılar ve işlemler üzerindeki ilişkilerin fark edilmesini ve farklı problem çözme yöntemleri kullanmasını cebirsel eylemler olarak değerlendirmiştir. Diğer yandan genelleme sürecinin öğrencilerin cebirsel düşünme becerisini geliştireceği için bu sınıf düzeylerinde örüntüler üzerinde çalışması gerektiğini vurgulamıştır. Warren (2005) ise ilköğretim öğrencileri ile örüntüler üzerinde çalışmanın öğrencilerin iki

değişken arasındaki fonksiyonel ilişkiyi ve oranı fark etmelerini kolaylaştırdığını vurgulamıştır. Ayrıca öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişkiyi fark ettikten sonra bu ilişkiyi soyut bir şekilde genelleyebildiklerini ortaya koymuştur.

Alan yazın incelendiğinde ilköğretim kademesinde öğrencilerin cebirsel düşünme becerisinin geliştirilmesi için öğretmen çalışmalarına odaklanıldığı (Blanton ve Kaput, 2005a; Blanton ve Kaput, 2005b; Tunks ve Weller, 2009) görülmektedir. Blanton ve Kaput, (2005a, 2005b) öğrencilerin cebirsel düşünme becerisinin geliştirilmesinde sınıf ortamında öğretmen etkinliklerinin etkili olabileceğini ortaya koymuşlardır. Bunun yanı sıra ilköğretim öğretmenlerin cebirsel düşünmenin norm haline getirilebilmesi için gerekli olan cebirsel düşünmenin zengin ve bağlantılı yönleri hakkında eksikliklerinin olduğu vurgulamış ve bu eksikliğin giderilmesi için öğretmenlere profesyonel destek verilmesini önermişlerdir. Ayrıca çalışmaların öğrencilerin cebirsel düşüncelerinin gelişimi için tekrarlayan örüntülerden ziyade iki değişken arasındaki ilişkinin günlük yaşam durumlarının sınıf ortamında incelenmesinin ve bu ilişkiler incelenirken T-tablosu gibi temsil biçimlerinin kullanımının önemine vurgu yapmışlardır. Tunks ve Weller (2009) ise sürekli yapılacak destekler ile ilköğretim öğretmenlerinin cebirsel düşünmeyi kazandırma durumlarının gelişebileceğini ortaya koymuştur.

Alan yazında cebirsel düşünme ile ilgili çalışılan bir diğer konu ise cebirsel düşünmenin ön koşul becerileridir. Welder (2006) alan yazında öğrencilerin cebirsel düşüncelerine katkı sağladığı vurgulanan içerik alanların benzerliklerini ve farklılıklarını incelemiştir. Araştırma sonucunda cebirsel düşünmenin ön koşul bileşenlerini, sayılar ve işlemler, oran ve orantı, işlem sırası, örüntü oluşturma, eşitlik, cebirsel temsil ve harf kullanma, cebirsel denklemler ve grafik oluşturma olarak belirlemiştir. Bush ve Karp (2013) ise CCSSM'nin ortaokul öğrencileri için belirlemiş olduğu cebirsel düşünmenin ön koşullarını (Oranlar ve orantılı ilişkiler, sayı sistemleri, ifadeler ve denklemler, fonksiyonlar) ve öğrencilerin kavram yanlışlarını incelemiştir. Oran ve orantısız ilişkilerle ilişkin öğrenci yanlışlarının parça-parça, parça-bütün ve bütün-parça oranları verildiğinde çokluklar arasındaki ilişkiyi yanlış kurma, oranın iki çokluk arasındaki bir ilişki olduğunu fark edememe, oranları tanıyamama, denk oranların farkında olamama olarak ifade etmiştir. Sayı sistemlerinde öğrencilerin kavram yanlışlarını, negatif sayıları göz ardı etmek, işlem özelliklerini yanlış kullanma olarak sıralamıştır. İfadeler ve denklemler konusunda öğrencilerin kavram yanlışlarını, eşittir işaretinin denklik anlamını anlayamama, değişkenleri yanlış anlamlandırma, dağılma özelliğini yanlış

kullanma, denklem, grafik ve tablo temsilleri arasındaki ilişkiyi kuramama olarak sıralamıştır. Fonksiyonlara ilişkin öğrencilerin kavram yanılgılarını, fonksiyonların birden çok gösterimi arasında bağlantı kuramamak, doğrusal bir fonksiyonun bir değişim oranı içerdiğini anlayamamak, bir doğrusal fonksiyonun orantılı ya da orantısız olduğunu anlayamamak, bağımlı ve bağımsız değişken arasındaki ilişkiyi kuramama ve eğimin ne olduğunu açıklayamamak olarak sıralamıştır.

Alan yazın incelendiğinde cebirsel düşünme ile ilgili çalışılan bir diğer konu alanı ise cebirsel düşünme ile diğer matematiksel düşünme becerileri arasındaki ilişkidir. Örneğin Burgos ve Godino (20019) ilkökul beşinci sınıf öğrencilerinin orantısal muhakeme içeren problemlerde kullandıkları erken cebirsel muhakeme becerilerini incelemişlerdir. Araştırma sonucunda oran tabloları kullanmanın öğrencilerin cebirsel düşüncelerini destekleyebileceği sonucuna ulaşmışlardır. Diğer bir taraftan araştırmacılar öğrencilerin problemlerin çözüm sürecindeki başarıları ile problemlerin çözüm sürecinde sergiledikleri erken cebirsel düşüncelerinin niteliğinin ilişkili olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Yapılan araştırmalar incelendiğinde ortaokul düzeyinde hem orantısal muhakeme hem cebirsel düşünme yönelik birçok araştırmanın yapıldığı görülmektedir. Yapılan araştırmalarda öğrencilerin düşünme becerileri genel olarak problemlerin çözüm sürecinde incelenmiş ve yansıttıkları düzeyler belirlenmeye çalışılmıştır. Diğer taraftan oran ve orantılı ilişkilerin cebirsel düşünme için bir ön koşul olarak belirlenmiştir. Yapılan bu çalışmalarda orantısal muhakeme ve cebirsel düşünme arasındaki ilişkiye değinilmesiyle birlikte ilkökul düzeyinde orantısal ve cebirsel muhakeme arasındaki ilişkiyi araştıran sınırlı sayıda çalışma, ortaokul düzeyinde ise doğrudan bu iki matematiksel düşünme becerisi arasındaki ilişkiyi araştıran bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Dolayısıyla ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal ve cebirsel muhakemelerini ve aralarındaki ilişkiyi incelemeyi amaçlayan bu çalışmanın alan yazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.6. Kuramsal Çerçeve

Araştırmada genel olarak yedinci sınıf öğrencilerinin cebir problemlerinin çözüm sürecinde orantısal muhakemelerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu genel amaç doğrultusunda öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri, orantısal muhakeme becerileri ve (varsa) bunlar arasındaki ilişkinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu amaçlar

doğrultusunda katılımcılardan toplanan verilerin analizi kısmında yol gösterici olması için alan yazında cebirsel düşünme ve orantısal muhakeme için oluşturulmuş çerçeveler düzeylerine göre ayrıntılı bir şekilde aşağıda verilmiştir.

Kaput (2008) cebirsel düşünmenin gelişimini, cebirin hem tarihsel hem de bireydeki gelişimine ve cebirsel düşünmenin gelişimine yönelik bakış açılarına göre analiz ederek üç aşamaya ayırmıştır. Kaput'un (2008) oluşturduğu cebirsel düşünmenin aşamaları ve bu aşamaların özellikleri Tablo 1.1.'de verilmiştir.

Tablo 1.1. *Cebirsel düşünmenin aşamaları*

Cebirsel Düşünmenin Aşamaları	Özellikleri
Aşama 1 (Genelleştirilmiş aritmetik ve Niceliksel Muhakeme)	Bu aşama aritmetik ve niceliksel muhakemeden yola çıkarak genellemeler oluşturmayı içermektedir. Bu aşama aritmetik işlemlerin ve özelliklerin genellenmesini, genel ilişki ve biçimlerin üzerinde muhakeme yapabilmeyi içermektedir (Kaput, 2008). Bir bakıma aritmetiğin yapısında cebirin sözdizimsel yönünün oluşturulmasıdır. Kaput (2008) öğrencilerin genelleştirilmiş aritmetik ile cebirsel düşüncelerini birkaç yolla geliştirebileceğini ifade etmiştir. ➤ Sayılar üzerindeki işlemlerin özelliklerini ve ilişkileri keşfetme: Örneğin; a, b bir reel sayı olmak üzere $a.b = b.a$ ilişkisini keşfederek. ➤ Eşitliği, nicelikler arasında bir ilişki olarak keşfetme: Eşittir işaretinin bir sonuç göstermesinin yanında iki işlemi ayıran bir işaret olduğunu fark edilmesidir. Örneğin; $12 + 5 = \blacksquare + 14$ cümlesinde eşittir işareti işlemleri ayırmaktadır. Eşittir işaretinin anlamlandırılması aritmetikten cebire geçişte kritik önem taşımaktadır. ➤ Niceliklerin sayılar yerine sembollerle ifade edilmesi.

Tablo 1.1. (Devam) Cebirsel düşünmenin aşamaları

Cebirsel Düşünmenin Aşamaları	Özellikleri
Aşama 2 (Fonksiyonlar, İlişkiler ve Ortak Değişim)	Bu aşama fonksiyon kavramına doğru gidilirken özel bir genelleme türünü içermektedir. Bu aşamada yapılan genellemeler, bir durum içindeki sistematik ikili değişimlerin tanımlanması olarak da düşünülebilir. Bu aşamada cebirin sözdizimsel yönü, sürekli durumlardaki değişim ifade edilirken, örüntüleri genellenirken, bir fonksiyonun kökleri bulunurken veya denklem kurma ve çözme sürecinde kullanılır. Fonksiyon kavramı doğrusal ilişki, oran gibi birçok değişim türü ile ilişkili olduğundan bu aşamanın sınırlarını belirlemek zordur. Diğer bir taraftan bu aşamada iki değişken arasındaki ilişkinin temsil edildiği grafik, tablo ve fonksiyon makinası gibi birçok değişken sistemleri kullanılmaktadır.
Aşama 3 (Modelleme)	Bu aşama hem matematik dünyasında hem de gerçek yaşam durumlarında modelleme dilleri kümesinin kullanılmasıdır. Kaput (2008) cebirsel bir etkinlik olarak modellemeyi, üç temel düzeye ayırmıştır. ➤ Birinci tür modelleme denklem oluşturmayı ve denklemleri çözmek için cebirin sözdizimsel yönün kullanılmasını içermektedir. Bu tür modellemede değişken “bilinmeyen” olarak kullanılmaktadır. ➤ İkinci tür modelleme, matematiğin dünyasındaki ve gerçek yaşam durumlarındaki genellemeleri, örüntülerin ifadelerini, bir durum içindeki sürekliliği veya fenomenleri ifade sembollerin kullanılmasıdır. Burada yapılan genelleme modellenen durumdur. Ayrıca elde edilen genelleme cümlesi bir fonksiyon ya da fonksiyon sınıfını temsil eden bir veya daha fazla değişkenin ilişkisini içermektedir. ➤ Üçüncü tür modellemede, verilen bir problemin genel biçimini, kapsamını, diğer model ve durumlarla karşılaştırılarak daha derin ilişkilerini araştırırken cebir kullanılmaktadır. Bu modellemede, genel durumu ifade etmek için kullanılan değişkenler bir parametredir.

İlköğretim matematik öğretim programına göre cebir öğrenme alanında yedinci sınıf öğrencilerinin ulaşabilecekleri en son aşama birinci dereceden bir bilinmeyenli

denklem kurma ve çözüme (MEB, 2018) olduğundan Tablo 1.6.1’de verilen çerçevenin üçüncü aşamasının birinci modelleme türüne kadar olan kısmı toplanan verilerin analizi kapsamına alınmıştır.

Langrall ve Swafford (2000) matematik eğitimi literatüründe bulunan orantısal muhakemenin dört farklı problem türüne (parça-parça-bütün, ilişkili kümeler, farklı niteliklerin ölçümlerinin karşılaştırılması ve büyütme-küçültme problemleri) ilişkin öğrencilerin geliştirdikleri çözüm stratejilerine göre orantısal muhakemeyi dört düzeye ayırmışlardır. Oluşturulan bu düzeyler ve açıklamaları Tablo 1.2.’de verilmiştir.

Tablo 1.2. *Orantısal muhakemenin düzeyleri*

Düzeyler	Açıklama
Düzyey 0: Orantısal Olmayan Düşünme	Görsel ipuçlarını tahmin eder ve kullanır. Çarpımsal ilişkileri fark etmez. Sayıları, işlemleri ve stratejileri rastgele kullanır. İki çokluğu ilişkilendirmez.
Düzyey 1: Orantılı Durumlar Hakkında İnfomal Düşünme	Problemi anlamlandırmak için, resimler, modeller kullanılır. Niteliksel karşılaştırma yapar. Çarpımsal karşılaştırmayı kullanabilir.
Düzyey 2: Niceliksel Muhakeme	İlişkili birimleri birleştirir ve kullanırlar Birim oranı keşfeder ve kullanırlar Sayısal değerleri veya tabloyu tanımlar ve kullanır. Denk kesirleri kullanır. Bir oranı oluşturan her iki ölçümü de artırır.
Düzyey 3: Formal Orantısal Düşünme	Değişkenler arasında orantı kurar ve işler-dışlar çapımı veya denk kesirler yardımı ile problemleri çözer. Kovaryasyonel ilişkiyi ve değişmezliğini anlamlandırır. Oranı oluşturan değişkenlerin belli koşullarda değerinin değişmesinin oranı değiştirmeyeceğini yani oranın değişmezliğini anlamlandırır.

Düzey 0’da öğrencilerin kullandıkları stratejiler orantısal akıl yürütme içermemektedir. Bu düzeyde daha çok rastgele işlemler ya da toplamsal karşılaştırmalar kullanılmaktadır. Örneğin araştırmacıların çalışmada kullandığı balon sorusuna (*Ellen, Jim ve Steve, üç balon satın aldılar ve üç balon için iki dolar ödeme yaptılar. Daha sonra sınıftaki herkese balon almak için mağazaya geri döndüler. 24 balon için ne kadar ödeme yaparlar?*) Bir öğrenci yirmi dördü üçe bölerek cevap vermiştir. Yani problem durumunda verilen sayıları rastgele kullanmaktadır.

Düzey 1’de öğrenciler niteliksel karşılaştırma yapmakta ve problemi anlamak için şekil, resim ya da model kullanmaktadırlar. Araştırmada orantısal muhakeme becerisi düzeyi bir olarak belirlenen bir öğrenci balon sorusunu çözerken üç daireden oluşan sekiz tane grup oluşturmuştur. Daha sonra ise her gruba iki dolar yazmış ve ikileri toplayarak doğru sonuca ulaşmıştır.

Düzey 2 ise öğrenciler niceliksel karşılaştırmalar yaparlar. Birim oranı kullanabilirler. İlişkili birimleri birleştirir ve denk kesirleri kullanabilirler. Örneğin araştırmada orantısal muhakeme beceri düzeyi iki olarak belirlenen bir öğrenci bir pakette üç balon olduğunu varsaymış ve yirmi dördü üçe bölerek alınması gereken paket sayısını sekiz olarak belirlemiştir. Daha sonra ise sekiz ile ikiyi çarparak doğru sonuca ulaşmıştır.

Düzey 3’de ise öğrenciler çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkiyi anlamlandırarak orantı kurabilir, içler dışlar çarpımı algoritmasını kullanabilir veya denk oranları kullanabilirler. Bu seviyedeki öğrenciler oranın değişmezliğini ve iki çokluk arasındaki kovaryasyonel ilişkiyi anlamlandırır.

Ayrıca Langrall ve Swafford (2000), öğrencilerin orantısal muhakemelerinin geliştirilmesi için dört temel ön koşul bileşenin olduğunu vurgulamışlardır. Bu bileşenler ve açıklamaları Tablo 1.3.’de verilmiştir.

Tablo 1.3. *Orantısal muhakemenin bileşenleri*

Bileşen	Açıklama
Bileşen 1	Toplamsal ve çarpımsal ilişkiyi fark etme, aralarındaki farkı tanıma
Bileşen 2	Oranın kullanımının uygun olduğu durumları tanıma
Bileşen 3	Oran içeren bir durumda oranın değişmezliğini fark etme
Bileşen 4	Verilen bir durumda kovaryasyonel ilişkileri fark etme ve orantıyı kurma

2. YÖNTEM

Araştırmanın bu bölümünde araştırmanın deseni, araştırmanın ortamı katılımcıları, verilerin toplanması, verilerin analiz süreci ve araştırmanın geçerlik ve güvenirliği başlıklarına yer verilmiş ve araştırma süreci detaylı bir şekilde açıklanmıştır.

2.1. Araştırmanın Deseni

Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal ve cebirsel muhakemelerinin ve aralarındaki ilişkinin incelenmesini amaçlayan bu araştırmanın deseni nitel araştırma türünde bir durum çalışmasıdır. Vaka çalışmaları ya da örnek olay incelemesi olarak da adlandırılan (Aytaçlı, 2012) durum çalışmalarında var olan bir ya da birçok durumun incelenmesi amaçlanmaktadır (Creswell, 2013). Söz konusu durum çalışmalarında; olaylar, olgular, programlar ya da bireyler ele alınabilmektedir (Merriam, 2009). Araştırmada durum çalışmasının tercih edilmesinde araştırmanın amacına uygunluğu dikkate alınmıştır.

Bu araştırma deseni çerçevesinde çalışmada ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal muhakeme ve cebirsel düşünme becerisini kullanım durumlarına ve öğrencilerin orantısal muhakeme ve cebirsel düşünme becerileri arasındaki ilişkiye odaklanılmıştır.

2.2. Çalışma Ortamı ve Katılımcılar

Araştırma, Eskişehir İli merkez iki ilçesinden biri olan Tepebaşı ilçesinin sosyo-kültürel (ekonomik) açıdan farklı üç semtinde bulunan üç tane kamu ortaokulunda yürütülmüştür. Okulların bulunduğu sosyo-ekonomik çevrenin farklılığına bağlı olarak okullarda öğrenim gören öğrencilerin de akademik başarısının farklılaştığı düşünülmektedir. Bu doğrultuda çalışmanın yapılacağı okullar resmî web siteleri üzerinden araştırılmış ve okulların akademik başarısı hakkında okul müdürleri ile görüşülmüştür. Alınan görüşler doğrultusunda okulların akademik başarısının farklılaştığı teyit edilmiştir. Araştırmanın katılımcıları ise, bu üç ortaokulun yedinci sınıf öğrencileri arasından amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi ile seçilmiştir. Amaçlı örnekleme yönteminde araştırmanın amacına en uygun birimlerin seçilmesi esastır (Baloğlu, 2020). Amaçlı örnekleme yönteminden biri olan ölçüt örnekleme ise örneklemin problemle ilgili olarak belirlenen niteliklere sahip kişiler, nesneler, olaylar veya durumlardan oluşturulmasıdır (Büyüköztürk, 2012). Katılımcı seçiminde Allain (2001) tarafından geliştirilmiş olan Orantısal Muhakeme Tanı Testi üç

ortaokulun araştırmaya katılmaya gönüllü 41 yedinci sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Orantısal Muhakeme Tanı Testinde 10 soru yer almaktadır (EK1). Testin uygulandığı yedinci sınıf öğrencileri arasından katılımcılar ölçüt örnekleme yolu ile seçilirken öğrencilerin testteki performansları ölçüt olarak kullanılmıştır. Testin uygulandığı yedinci sınıf öğrencileri testteki orantısal muhakeme performanslarına göre gruplanarak, her gruptan üç öğrenci araştırmanın katılımcıları olarak belirlenmiştir.

Her bir okulda katılımcıların seçilmesi için yedinci sınıflarından bir şube belirlenmiştir. Şubeler belirlenirken ortaokul matematik öğretmeni ile görüşülmüş ve öğretmenin ders sürecini aksatmayacak şekilde şube belirlenmiştir. Sonrasında belirlenen şubedeki öğrenciler araştırma hakkında bilgilendirilmiş ve araştırmaya katılmaya gönüllü olan toplam 41 öğrenciye orantısal muhakeme tanı testi uygulanmıştır. Okullara göre orantısal muhakeme tanı testinin uygulandığı öğrenci sayıları Tablo 2.1. belirtilmiştir.

Tablo 2.1. Okullara göre orantısal muhakeme tanı testinin uygulandığı öğrenci sayıları

Ortaokul -1	Ortaokul-2	Ortaokul-3
10	18	13

Orantısal muhakeme tanı testine katılan öğrencilerin cevap kağıtlarından elde edilen veriler Langrall ve Swafford (2000) tarafından belirlenen orantısal muhakemenin düzeyleri dikkate alınarak araştırmacı ve uzman bir matematik öğretmeni tarafından ayrı ayrı kodlanmıştır. Araştırmacı ve uzman matematik öğretmeni tarafından yapılan kodlamalar için görüş birliği ve görüş ayrılığı durumları sayısı belirlenmiş ve Miles ve Huberman'ın (1994) “Güvenirlilik = (Görüş Birliği)/[(Görüş Birliği) + (Görüş Ayrılığı)]” formülü kullanılarak orantısal muhakeme tanı testinden elde edilen verilerin analiz güvenirliği ortaya %87 olarak konulmuştur. Langrall ve Swafford (2000) tarafından belirlenen orantısal muhakemenin düzeyleri kuramsal çerçeve kapsamında ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Analizler sonucunda düzey: 0’da hiçbir öğrencinin olmadığı görülmüş ve öğrenciler, düzey: 1, düzey: 2 ve düzey: 3 olmak üzere üç gruba ayrılmıştır. Her bir okulun gruplara göre öğrenci sayıları Tablo 2.2.’de verilmiştir.

Tablo 2.2. Okulların orantısal muhakeme düzeylerine göre öğrenci sayıları

	Düzy: 1	Düzy: 2	Düzy:3
Ortaokul-1	4	4	2
Ortaokul-2	7	7	4
Ortaokul-3	4	7	2
Toplam	15	18	8

Sonrasında ise sınıf ortamında düzeyler açıklanmadan her bir gruba ait liste, sınıf ortamında okunmuştur ve çalışmanın ikinci aşaması için her gruptan bir gönüllü öğrenci belirlenmiştir. Çalışmaya katılan her bir katılımcı “K” etiketi ile isimlendirilmiştir. Dolayısıyla çalışmanın katılımcıları belirlenirken öğrencilerin orantısal muhakeme düzeyi ölçüt olarak kullanılmıştır. İfade edilen ölçüte göre farklı sosyo-ekonomik çevre koşullarına sahip ortaokullardan seçilen katılımcıların orantısal muhakeme düzeylerine göre dağılımları Tablo 2.3.’te belirtilmiştir.

Ortaokul-1: Sosyo-ekonomik Düzeyi Düşük Okul

Ortaokul-2: Sosyo-ekonomik Düzeyi Orta Okul

Ortaokul-3: Sosyo- ekonomik Düzeyi Yüksek Okul

Tablo 2.3. Katılımcıların orantısal muhakeme düzeylerine göre dağılımları

	Orantısal muhakeme düzeyi: 1 olan öğrenciler	Orantısal muhakeme düzeyi: 2 olan öğrenciler	Orantısal muhakeme düzeyi: 3 olan öğrenciler
Ortaokul-1	K1	K2	K3
Ortaokul-2	K4	K5	K6
Ortaokul-3	K7	K8	K9

2.3. Verilerin Toplanması

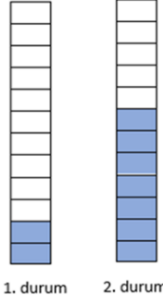
Araştırmanın verileri nitel veri toplama araçlarından açık uçlu test ve klinik görüşme yöntemi ile toplanmıştır. Klinik görüşme, öğrencilerin düşünce zenginliğini ortaya çıkarmak, düşünme süreçlerinde gerçekleştirdikleri aktiviteleri ortaya çıkarmak ve düşünme becerilerini değerlendirmek için esnek soru sorma yöntemidir (Karataş ve Güven, 2003). Klinik görüşmeler öğrencilere yöneltilen Orantısal Muhakeme Testi problemlerinin çözüm süreci üzerine yapılmıştır. Klinik görüşmelerde kullanılmış olan ve araştırmacı tarafından oluşturulan Orantısal Muhakeme Testi problemleri EK 2’de

verilmektedir. Orantısal Muhakeme Testi katılımcılara bahar döneminin sonunda uygulanmıştır. Her bir katılımcıya Orantısal Muhakeme Testindeki problemlerin çözümü için bir ders saati (40 dakika) süre tanınmıştır. Orantısal Muhakeme Testi katılımcılar tarafından 25 dakika ile 40 dakika içinde çözülmüştür. Daha sonra araştırmanın her bir katılımcısı ile Orantısal Muhakeme Testindeki problemler bağlamında klinik görüşme gerçekleştirilmiştir. Klinik görüşme öncesi katılımcıya Orantısal Muhakeme Testi verilmiş ve katılımcılardan problemleri çözmeleri ve çözümlerini verilen kağıtlara yazmaları istenilmiştir. Katılımcı ile Orantısal Muhakeme Testindeki problemlerin çözümünü tamamladıktan sonra problemlerin çözüm sürecine ilişkin klinik görüşme gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin odaklarının dağılmaması için Orantısal Muhakeme Testindeki problemleri çözdükleri gün içerisinde klinik görüşmeler yapılmıştır. Klinik görüşmeler en az 21 dakika en fazla 27 dakika sürmüştür.

2.4. Veri Toplama Araçları

Araştırmanın veri toplama araçları açık uçlu problemden oluşan Orantısal Muhakeme Testi ve klinik görüşmelerdir. Orantısal Muhakeme Testi, dört tane problemden oluşmaktadır. Bu problemler, Langrall ve Swafford (2000) tarafından oluşturulan orantısal muhakemenin bileşenleri dikkate alınarak hazırlanmıştır. Langrall ve Swafford (2000) tarafından oluşturulan orantısal muhakemenin bileşenleri kuramsal çerçeve kısmında ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Tablo 2.4.'te her bir bileşene yönelik hazırlanan problemler verilmektedir.

Tablo 2.4. Orantısal muhakemenin bileşenleri doğrultusunda oluşturulan problemler

Bileşenler	Oluşturulan Problem										
Bileşen 1 (Toplamsal ve çarpımsal ilişkiyi fark etme, aralarındaki farkı tanıma)	1) Ali Bey tarlasını sulamak için bir su deposu inşa etmiştir. Kalan su miktarını takip etmek için depoya bir gösterge bağlatmıştır. Ali bey deposuna 50 ton su yüklemesi yaptığıında göstergesi birinci durumdan ikinci duruma gelmiştir.  1. durum 2. durum Buna göre Ali Bey, depo boş iken deponun dolması için kaç ton su yüklemesi yapmalıdır?										
Bileşen 2 (Oranın kullanımının uygun olduğu durumları tanıma)	2. Aşağıda verilen tabloda açılış ücreti olmayan bir taksinin şoförünün kilometreye göre aldığı ücreti göstermektedir. <table border="1"> <thead> <tr> <th>Alınan Yol Miktarı (km)</th><th>Alınan Ücret (TL)</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td><td>4</td></tr> <tr> <td>2</td><td>8</td></tr> <tr> <td>3</td><td>12</td></tr> <tr> <td>4</td><td>16</td></tr> </tbody> </table> Buna göre bu taksile 100 km yol giden bir müşterinin ödeyeceği tutar kaç TL'dir.	Alınan Yol Miktarı (km)	Alınan Ücret (TL)	1	4	2	8	3	12	4	16
Alınan Yol Miktarı (km)	Alınan Ücret (TL)										
1	4										
2	8										
3	12										
4	16										
Bileşen 3 (Oran içeren bir durumda oranın değişmezliğini fark etme)	3. Bir sinema salonunda gösterime giren film için tam ve indirimli olmak üzere iki tür bilet satılmaktadır. Salonun tam dolu olduğu seansta indirimli bilet alanların sayısının tam bilet alanların sayısına oranı $\frac{7}{5}$'dir. Bu sinema salonunun kapasitesi 120 olduğuna göre tam bilet satın alan kişi sayısı kaçtır?										
Bileşen 4 (Verilen bir durumda kovaryasyonel ilişkileri fark etme ve orantıyı kurma)	4. Ekmek fırını işleten Ali Bey ek gelir elde etmek için simit yapıp satmaya karar vermiştir. Biraz hesap yaptıktan sonra ortalama büyüklükte bir simidi 2 TL satacağını ve bir simitten ortalama 120 kuruş kar elde edeceğini hesaplamıştır. Ayrıca ekmeklerini odun fırınında pişiren Hüseyin amca simitleri de ekmeklerle birlikte pişirebilmek için 12000 TL'ye fırın satın almıştır. Ali Bey günlük ortalama 500 tane simit sattığına göre kaç gün sonra simit için aldığı fırına ödediği parayı geri kazanmış olacaktır?										

Orantısal muhakemenin her bir bileşenine ilişkin bir problem oluşturulmuştur. Birinci problemde depodaki su miktarının gösterge temsili verilmiştir. Problem bağlamında verilen gösterge birimindeki değişim ile su miktarındaki değişim arasında çarpımsal ilişki mevcuttur (Göstergenin her bir birimi 10 ton suyu temsil etmektedir). Birinci problem ile Langrall ve Swafford (2000) tarafından belirlenen orantısal

muhakemenin birinci düzey becerilerini ölçmeye yönelik hazırlanmıştır. Birinci problem bağlamında katılımcılardan gösterge birimindeki değişim ile depoda bulunan su miktarının değişimi arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark etmesi, fark ettiği bu ilişkiyi sözel olarak ifade etmesi, bu ilişkiden yola çıkarak bir orantı kurması veya bu ilişkiyi cebirsel olarak ifade etmesi, bir denkleme ulaşması ve ulaştığı denklem üzerinden çözüme ulaşmaları beklenmektedir.

İkinci problemde alınan yol miktarı ile ödenecek tutar arasındaki çarpımsal ilişki tablo temsili aracılığıyla verilmiştir. Problem bağlamında verilen değişkenler arasında bir oran mevcuttur (Ödenen ücret miktarının alınan yol miktarına oranı dördttür.). Çözüm yolunda değişkenler arasındaki oranın fark edilmesi, birim oranın kullanılması gibi çözüm yöntemleri kullanılabileceği için ikinci problem ile Langrall ve Swafford (2000) tarafından belirlenen orantısal muhakemenin ikinci düzey becerilerini ölçmeye yönelik hazırlanmıştır. Burada katılımcılardan tabloyu yorumlamaları, tablodaki verilenlerden yola çıkarak yol miktarı ve alınacak ücret arasındaki çarpımsal ilişkiyi ve oranı fark etmeleri, orantı kurmaları veya fark ettikleri ilişkiyi cebirsel olarak ifade etmeleri ve ulaştıkları cebirsel ifade üzerinden çözüme ulaşmaları beklenmektedir.

Üçüncü problemde indirimli ve tam bilet satışı yapılan bir sinema salonunun tam dolu olduğu seansta indirimli bilet alan kişi sayısının tam bilet alan kişi sayısına oranı verilmiştir. Problem bağlamında bütünün parçaları arasındaki oran verildiği için bütünün sayısal değerinin değişimi oranı değiştirmeyecektir. Bu problem bağlamında sinema salonunun kapasitesi verilmiş ve katılımcılardan tam bilet alan kişi sayısını bulmaları istenmiştir. Bu problemin çözüm sürecinde katılımcılardan verilen oranın değişmezliğini fark etmeleri ve denk oranları kullanarak çözüme ulaşmaları veya oranı oluşturan çoklukları kat etiketi atayarak cebirsel olarak ifade etmeleri, denklem kurmaları ve denklem üzerinden çözüme ulaşmaları beklenmektedir.

Dördüncü problemde ekmek fırını işleten bir kişinin simit yapıp satmak için fırın aldığı, bir simidi kaç liradan satacağı ve bir simitten elde edeceği karın bilgileri verilmiştir. Katılımcılara alınan fırına ödenen ücretin kaç gün sonra geri kazanacağı sorulmaktadır. Bu problem bağlamında geçen gün sayısı (süre) ile elde edilen toplam kar miktarı arasında bir kovaryasyonel ilişki mevcuttur (Toplam kar miktarı geçen gün sayısının 600 katına eşittir.). Burada katılımcılardan verilen değişkenlerden problemin çözümü için gerekli olanları seçmeleri, değişkenler arasındaki kovaryasyonel ilişkiyi fark etmeleri, kovaryasyonel ilişkiden yola çıkarak orantı kurmaları veya kovaryasyonel

ilişkiyi cebirsel olarak ifade etmeleri, denklem kurmaları ve ulaştıkları denklem üzerinden çözüme ulaşmaları beklenmektedir.

Üçüncü problemde oranın değişmezliğinin fark edilmesi ve denk oranların çözüm yolunda kullanılması gerekmektedir. Dördüncü problemde ise bir durum içinde verilen değişkenler arasındaki kovaryasyonel ilişkinin fark edilmesi gerekmektedir. Bundan dolayı bu iki problem Langrall ve Swafford (2000) tarafından belirlenen orantısal muhakemenin üçüncü düzey becerilerini ölçmeye yönelik hazırlanmıştır.

Yazılı ölçme aracı öncelikle katılımcıların orantısal muhakemelerini ölçmeyi hedeflemektedir. Bununla birlikte klinik görüşmeler kapsamında aynı problemlerin cebirsel olarak ifade edilmesi istenmiştir ve böylelikle katılımcıların bu problemleri ne ölçüde cebirsel bir gösterime dönüştürebildiği incelenmiştir. Ayrıca probleme öncelikle cebirsel çözüm geliştiren katılımcılardan klinik görüşme kapsamında cebirsel çözüm yaptığı problemin orantısal muhakemeden çözümünü yapması istenmiştir. Buradaki amaç ise katılımcının orantısal muhakeme düzeyini tam olarak belirleyebilmektir.

Oluşturulan problemler kapsam geçerliliği için iki matematik eğitimi uzmanı tarafından incelenmiş ve uygun görülmüştür. Kapsam geçerliliği ölçme aracının kapsamı ile ölçülmesi hedeflenen yapının kapsamı arasındaki ilişkiyi ifade etmektedir. Diğer bir değişle kapsam geçerliliği ölçme aracının içeriğinin ölçülen özellikleri ya da ölçülen davranış kümesini örnekleyebilme becerisidir (Tezbaşaran, 2008'den aktaran Akar, 2009). Ayrıca ölçme aracındaki problemlerin anlaşılabilirliğinin teyit edilebilmesi amacıyla sosyo-ekonomik düzeyi orta olan ortaokulun orantısal muhakeme tanı testi uygulanan ve düzeyi iki olarak belirlenen ancak çalışmaya katılmayacak bir öğrencisi ile pilot uygulaması yapılmıştır.

Araştırmanın her bir katılımcısı ile Orantısal Muhakeme Testi problemleri bağlamında klinik görüşme gerçekleştirilmiştir. Klinik görüşme soruları, Orantısal Muhakeme Testi problemlerinin çözüm sürecine ve araştırmanın amacına uygun olarak hazırlanmıştır. Kullanılan klinik görüşme soruları EK3'te verilmektedir. Klinik görüşmelerdeki veriler kayıt altına alınmıştır. Ayrıca klinik görüşme sorularının anlaşılabilirliğinin ve amaca uygunluğunun teyit edilebilmesi amacıyla sosyo-ekonomik düzeyi orta olan ortaokulun orantısal muhakeme tanı testi uygulanan ve düzeyi iki olarak belirlenen ancak çalışmaya katılmayacak bir öğrencisi ile pilot uygulaması yapılmıştır. Pilot uygulamadan sonra ses kaydı deşifre edilmiştir. Klinik görüşme sorularının kapsam

geçerliliği için elde edilen döküm iki matematik eğitimi uzmanı tarafından incelenmiş ve uygun görülmüştür.

2.5. Verilerin Analizi

Cebir problemleri testinden elde edilen yazılı veriler ve klinik görüşme kayıtlarının dökümünden elde edilen veriler, Miles ve Hüberrman'ın (1984) geliştirmiş olduğu üç aşamalı nitel veri analiz yöntemi ile analiz edilmiştir. Miles ve Hüberrman'ın (1984) analiz yöntemi; verilerin azaltılması, verilerin gösterimi, sonuçları ortaya koyma ve doğrulama olmak üzere üç aşamada gerçekleştirilen bir nitel veri analiz yöntemidir. Verilerin azaltılması aşamasında ham veri araştırmanın amacı doğrultusunda ayıklanır ve veriler kodlanarak kategoriler ve temalar oluşturulur. Verilerin gösteriminde ise veriler tablo ya da şekiller yardımıyla görsel hale getirilir. Sonuçları ortaya koyma ve doğrulama aşamasında ise ortaya çıkan ilişkiler karşılaştırılır, yorumlanır ve rapor haline getirilir.

Klinik görüşmelerde öncelikle öğrencilerin yazılı ölçme aracı üzerindeki çözümlerini açıklamaları istenmiş sonrasında ise her bir probleme ilişkin ve araştırmanın amacına uygun klinik görüşme soruları katılımcılara yöneltilmiştir. Sonrasında ise klinik görüşmeler deşifre edilmiştir. Klinik görüşmeler yazılı forma getirildikten sonra ham veriler ayıklanmıştır ve düzenlenen veriler kodlaması yapılmıştır. Katılımcılardan orantısal ve cebirsel muhakemelerinin ve aralarındaki ilişkinin incelenmesi amacıyla toplanan verilerin analiz edilebilmesi için kuramsal çerçeve kısmında ayrıntılı olarak anlatılan çerçevelerin doğrultusunda kod-tema tablosu (Tablo 2.5.) oluşturulmuştur. Araştırmanın veri analizinin güvenilirliğinin sağlanması amacıyla Orantısal Muhakeme Testi ve klinik görüşmelerden elde edilen verilerin tamamı araştırmacı ve uzman bir matematik öğretmeni tarafından ayrı ayrı kodlanmıştır. Araştırmacı ve uzman matematik öğretmeni tarafından yapılan kodlamalar için görüş birliği ve görüş ayrılığı durumları sayısı belirlenmiş ve Miles ve Huberman'ın (1994) “Güvenirlilik = (Görüş Birliği)/[(Görüş Birliği) + (Görüş Ayrılığı)]” formülü kullanılarak araştırmanın veri analizi güvenilirliği ortaya %90 olarak konulmuştur. Ayrıca araştırmacının yaptığı kodlamanın güvenilirliği teyit etmek adına bir katılımcıdan elde edilen veriler verilerin analizi yapıldıktan 15 gün sonra tekrar analiz edilmiştir. İki analizin birbiri ile tutarlı olduğu görülmüştür.

Tablo 2.5. Verilerin analizi için oluşturulan kod-tema tablosu

Cebirsel Düşünme	Orantısal Muhakeme
Değişkenlerin fark edilmesi	Çarpımsal ilişkinin fark edilmesi
Değişkenler arasındaki ilişkinin ana dilde ifade edilmesi	Oranın fark edilmesi
Sembol atama	Oranın değişmezliğinin fark edilmesi
Değişkenler arasındaki ilişkisinin cebirsel olarak ifade edilmesi	Denk oranları kullanma
Denklem oluşturma	Kovaryasyonel ilişkiyi fark etme
	Orantı kurma

Tablo 2.5.'te belirtilen kodların açıklaması aşağıda verilmektedir.

Değişkenlerin fark edilmesi: Problem durumunda verilen ilişkili birimlerin veya değişkenlerin fark edilmesi.

Değişkenler arasındaki ilişkinin ana dilde ifade edilmesi: problem durumunda verilen değişkenler arasındaki ilişkinin fark edilerek sözel olarak ifade edilmesi.

Sembol atama: Problem durumunda verilen ilişkili değişkenlere sembol ataması yaparak temsil edilmesi.

Değişkenler arasındaki ilişkinin cebirsel olarak ifade edilmesi: Problem durumunda verilen değişkenler arasındaki ilişkinin sembol ataması yaparak cebirsel olarak genellenmesi.

Denklem oluşturma: Problem durumunda verilen değişkenler arasındaki cebirsel ilişkiyi kurarak doğru eşitliklere ulaşabilmesi.

Çarpımsal ilişkinin fark edilmesi: Problem durumunda verilen birimler ya da değişkenler arasındaki kat ilişkisini fark edebilmesi.

Oranın fark edilmesi: Problem durumunda verilen birimler ya da değişkenler arasındaki çarpımsal ilişkinin ve bunun sonucunda oranın fark edilmesi.

Oranın değişmezliğinin fark edilmesi: Bir durumdaki değişkenler arasında var olan oranın o durum içinde aynı kalacağını fark edilmesi.

Denk oranların kullanma: Problem durumunda verilen oranın değişmezliğini fark edip, genişletme veya sadeleştirme işlemi yaparak çözüm sürecinde esnek bir şekilde kullanılması.

Orantı kurma: Problem durumunda verilen değişkenler arasındaki oranın değişmezliğini fark edip iki oranın eşitliğinin oluşturulması ve çözüm sürecinde kullanılması.

2.6. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği

Geçerlik ve güvenirlilik, bilimsel araştırmanın niteliğini göstermesi bağlamında önemli iki kavramdır. Nicel araştırmalarda geçerlik ve güvenirlilik olarak karşımıza çıkan bu kavramlar nitel araştırmalarda farklı biçimlerde ele alınmış (Arastaman, Fidan ve Fidan, 2018) geçerlik ve güvenirlilik kavramları yerine inandırıcılık, sonuçların doğruluğu, araştırmacının yetkinliği gibi kavramlara yer verilmiştir (Krefting, 1991'den Aktaran Başkale, 2016). Guba ve Lincoln (1982'den Aktaran Başkale, 2016) ise nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirlilik kavramlarını, inandırıcılık, aktarılabilirlik, tutarlılık ve onaylanabilirlik olmak üzere dört başlıkta ifade etmiştir. Bu çalışmada, alan yazında da genel kabul gören Guba ve Lincoln'ün sınıflandırması benimsenmiş ve bu bağlamda geçerlik ve güvenirlilik çalışmalarına yer verilmiştir.

Nicel araştırmalarda iç geçerlik kavramı, nitel araştırmalarda inandırıcılık kavramı olarak karşımıza çıkmaktadır (Merriam ve Tisdell, 2015'den Aktaran Arastaman, Fidan ve Fidan, 2018). İnandırıcılık kavramı, araştırmada elde edilen bulguların gerçek durumu yansıtmasıyla ilgilidir (Arastaman, Fidan ve Fidan, 2018) ve bu bağlamda elde edilen araştırma bulgularının, ulaşılan sonuçların açık ve anlaşılır şekilde ifade edilmesi, tutarlı olması ve teyit edilmesi gerekmektedir (Yıldırım, 2010). Nitel araştırmanın inandırıcılığını sağlamak için birçok yöntem kullanılmaktadır ve bunlar araştırma alanı, konusu ve verileri ile uzun süreli etkileşim, uzman incelemeleri ve çeşitlemedir (Baskale, 2016).

Bu çalışmada inandırıcılık bağlamında, araştırmanın konusu ve amacına uygun yöntem benimsenmiş, katılımcıların seçiminde kullanılacak ölçütler açık ve anlaşılır şekilde ifade edilmiş, ölçme aracındaki problemler oluşturulduktan sonra iki matematik eğitimi uzmanı tarafından incelenmiş ve uygun görülmüştür. Diğer taraftan elde edilen verilerin analizi kısmında veriler araştırmanın amacına uygun olarak düzenlenmiş ve kod-tema çalışması yapılmıştır. İnandırıcılığın sağlanması amacıyla elde edilen kod-temalar Miles ve Hüberrman'ın araştırma analizi güvenirliliği formülü kullanılarak %90 olarak hesaplanmıştır.

Nitel araştırmalarda aktarılabilirlik kavramı, dış geçerlik kavramı yerine kullanılmaktadır (Arastaman, Fidan ve Fidan, 2018) ve bir araştırmanın sonuçlarının benzer ortam ve katılımcılardaki durumlara uyarlanabilme yeterliği olarak tanımlanmaktadır (Houser, 2015; Streubert ve Carpenter, 2011'den Aktaran Başkale, 2016). Nitel araştırmalarda aktarılabilirliğin sağlanması amacıyla amaçlı örneklem

seçilmesi ve araştırmanın ayrıntılı betimlenmesi (Başkale, 2016) gibi yöntemler kullanılmaktadır. Bu çalışmada aktarılabilirliğin sağlanması amacıyla amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi ile katılımcılar belirlenmiştir. Katılımcıların seçiminde kullanılan ölçütler araştırmanın yöntem kısmında ayrıntılı olarak yer verilmiştir. Ayrıca araştırmanın her aşaması ayrıntılı ve tarafsız bir şekilde araştırma raporunda ifade edilmeye çalışılmıştır.

Nitel araştırmalarda tutarlılık kavramı, güvenilirlik olarak da ifade edilmekte ve nicel araştırmalardaki iç geçerlik kavramı yerine kullanılmaktadır (Baltacı, 2019). Tutarlılık kavramı, bir araştırmanın, ileri dönemde farklı bir araştırmacı tarafından aynı konu, durum ve koşullarda aynı yöntem ile gerçekleştirildiğinde benzer sonuçlara ulaşılması durumudur (Baltacı, 2019). Diğer bir taraftan tutarlılık, araştırma verileri ile araştırma sonuçlarının tutarlı olması anlamına gelmektedir (Merriam, 2015'den Aktaran Toprak, 2021). Bir araştırmada tutarlılığın artırılması için kullanılan stratejiler çeşitleme (Araştırmacı, veri kaynakları, yöntem) yöntemi (Başkale, 2016) ve uzman görüşüne başvurmadır (Baltacı, 2019). Bu araştırmada tutarlılığın artırılması amacıyla veriler katılımcıların yaptıkları yazılı çözümlerden ve katılımcılar ile gerçekleştirilen klinik görüşmelerden elde edilmiştir. Yani bu araştırmada veri çeşitleme kullanılmış, uzman görüşlerine başvurulmuş ve elde edilen veriler kodlandıktan sonra Miles Hüberman'ın güvenilirlik ölçeği kullanılmıştır.

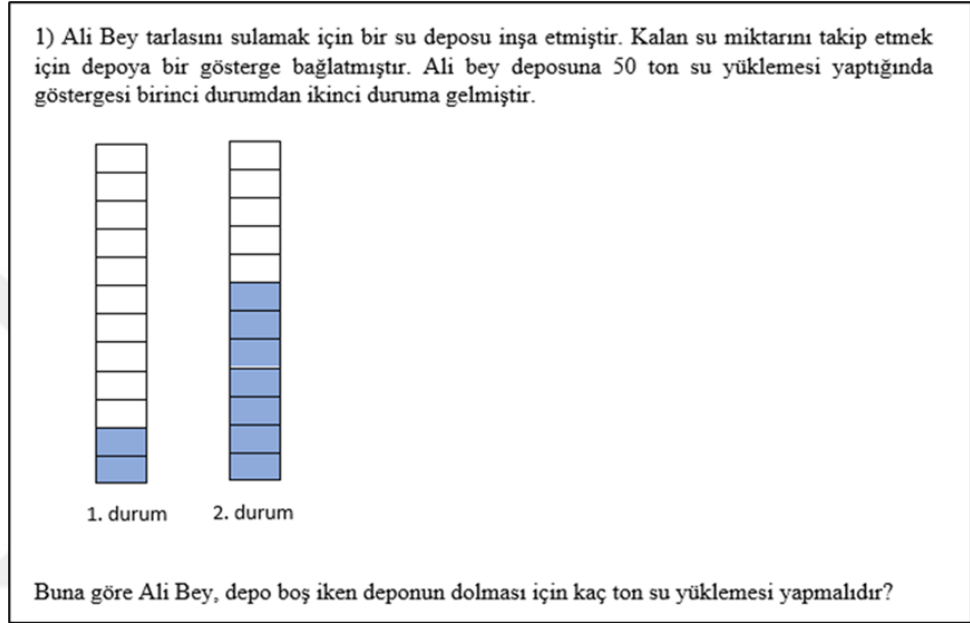
Nitel araştırmalarda onaylanabilirlik kavramı, bir araştırmada elde edilen bulguların, araştırmacının beklentileri, inançları ve ön yargılarından ziyade araştırılan durum, olay ya da olguları yansıtması şeklinde ifade edilmektedir ve onaylanabilirliğin sağlanması amacıyla kullanılabilecek teknikler, çeşitleme, denetim izi, yansıtıcı düşünme şeklinde sıralanmaktadır (Arastaman, Fidan ve Fidan, 2018). Bu çalışmada elde edilen veriler olabildiğince tarafsız bir şekilde analiz edilmiş ve elde edilen bulgular açık ve anlaşılır bir şekilde araştırma raporuna yazılmıştır.

Çalışmada geçerlik ve güvenilirliğin sağlanması amacıyla yukarıda yer verilen tekniklerden yararlanılmıştır. Ayrıca çalışmanın her aşamasında tarafsızlık ve yansıtıcı düşünme ölçütleri benimsenmeye çalışılmıştır. Araştırma yürütülürken araştırmacı rolü ve etik ilkeler benimsenmiştir.

3. BULGULAR VE YORUMLAR

3.1. Katılımcıların Orantısal Muhakemelerine İlişkin Bulgu ve Yorumlar

Orantısal Muhakeme Testinde yer alan problem durumlarında katılımcıların çözüm süreçlerine ilişkin bulgulara yer verilmiştir. Orantısal Muhakeme Testindeki problemler ve bulgular ayrı ayrı belirtilmiştir.



Şekil 3.1. Orantısal Muhakeme Testinin birinci problemi

Katılımcıların büyük bir çoğunluğu (dokuz katılımcıdan altı katılımcı) birinci problemi orantısal muhakemeden yararlanarak çözmüştür. Uygulanan orantısal muhakeme tanı testinde öncelikle birinci problemi orantısal muhakemeden yararlanarak çözen katılımcılardan iki katılımcının (K4, K7) orantısal muhakeme düzeyi bir, iki katılımcının orantısal muhakeme düzeyi iki (K2, K8) ve iki katılımcının (K3, K6) orantısal muhakeme düzeyi üç olarak belirlenmiştir. Dokuz katılımcıdan üç katılımcı ise birinci problemi cebirsel düşünmeden yararlanarak çözmüştür. Birinci problemi cebirsel düşünmeden yararlanarak çözen katılımcılardan bir katılımcının (K1) orantısal muhakeme düzeyi bir, bir katılımcının (K5) orantısal muhakeme düzeyi iki ve bir katılımcının (K9) orantısal muhakeme düzeyi üç olarak belirlenmiştir.

Birinci problemi orantısal muhakemeden yararlanarak çözen altı katılımcı (K2, K3, K4, K6, K7, K8) problem durumunda verilen su miktarı ile gösterge birimi arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark etmiştir.

Birinci problemi orantısal muhakemeden yararlanarak çözüme ulaşan K2, K4, K6, K7 ve K8 su miktarı ile gösterge birimi arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark ettikten sonra birim oranı elde etmiş ve sonuca birim oran üzerinden ulaşmışlardır. Yani göstergenin iki durumu arasındaki beş birimlik değişimin 50 ton suya denk geldiğini fark etmiş ve buradan bir birimin 10 ton suyu temsil ettiğini hesaplamışlardır.

Katılımcılardan K2, K4, K6 ve K8 birim orana ulaşırken 50 tonu beşe bölerek ulaşmışlardır. Yapılan klinik görüşmelerde bu işlemin zihinde kurulan “beş birim 50 ton su ise bir birim kaç ton sudur?” orantısının bir sonucu olduğu görülmektedir. Birim orana ulaştıktan sonra benzer düşünme sürecini yansıtan K2, K6 ve K8 göstergedeki birim sayısı ile yani 12 ile 10 tonu çarparak doğru sonuca ulaşmışlardır.

G: Peki sen nasıl çözdün problemi?

K2: Burada birinci durumda 2 tane kutucuk dolu eee ikinci durumda 7 tane kutucuk dolu. Ben de yediden ikiyi çıkarttım 5 kutucuk kaldı. 50 ton su 5 tane kutucuğa eşit olduğuna göre ben de elliye beşe böldüm ve her kutucuğun 10 ton olduğunu buldum. Sonrasında teker teker bütün kutucukları saydığımızda 12 kutucuk olduğunu buldum. 12 ile 10’u çarparak 120 ton su yüklemesi yapılması yüklemesi yapılması gerektiğini buldum.

G: Peki buradaki göstergeler bize ne ifade ediyor?

K2: Nasıl yani?

G: Yani ne anlıyoruz göstergelerden?

K2: göstergelerden içerisinde kaç ton su olduğunu anlayabiliyoruz. Ona göre de işlemleri yapabiliyoruz.

K4 ise problem kökünde verilen ifadeyi yanlış anlamlandırarak yanlış sonuca ulaşmıştır. İlk olarak gösterge ikinci durumda iken depoya kaç ton su yüklenmesi gerektiğini hesaplamıştır. Daha sonra klinik görüşmeler sırasında yapılan sorgulamalar ile hatasını fark edip doğru sonuca ulaşmıştır.

G: Bu sorudan ne anlıyorsun? Ne anlatıyor problem bize

K4: Burada ikinci durumdan nasıl ne kadar su doldursak depoyu fulleriz onu anlıyorum.

G: Peki burada ne kadar suyun dolup dolmayacağını nereden anlıyoruz?

K4: Şuradan anlıyoruz 50 ton yüklediye 5 kademe artmış burada bir kademe demek ki 50’yi beşe bölersek 1 kademe 10 ton çıkıyor ve burada da 5 kademe kalmış on ile de beşi çarparsak 50 ton olduğunu anlıyoruz.

G: Deponun tamamının dolması için

K4: 50 ton gerekiyor

G: ... peki tekrar bir problemi okur musunuz? Yani soru kısmını okur musun?

K4: Aaa depo boşken deponun dolması için kaçtan su yüklemesi yapmalıdır diyor

G: Ne fark ettin burada

K4: deponun boş iken su doldurulması gerektiğini fark ettim.

G: Peki sen nasıl çözmüştün?

K4: bende de depo yani yarıma kadar doluyken çözmüştüm

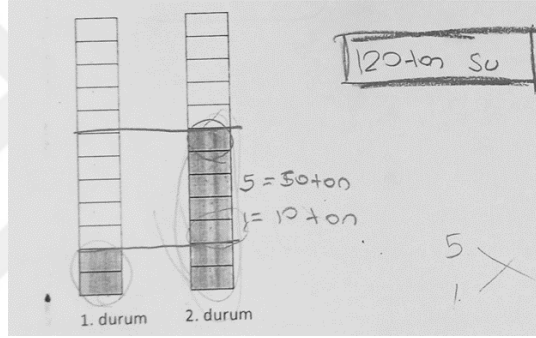
G: Anladım peki şimdi nasıl bir çözüm yaparsın?

K4: Şimdi nasıl bir çözüm yaparım, depo boş iken yaparım depoda kaç kademe var onu hesaplarım ilk önce. Sonra her kademe bir ise kaç kademe kademe çarparım ve bulurum.

G: Yap bakalım

K4: 12 kademe var. 12 ile 10'u çarparım 120 çıkar, 120 ton

K7 birim orana ulaşırken göstergeler arasındaki değişimi problem durumunda verilen model üzerinden incelemiş ve birim oranı orantı kurarak bulmuştur. Birim orana ulaştıktan sonra göstergedeki birim sayısı ile yani 12 ile 10 tonu çarparak doğru sonuca ulaşmıştır.

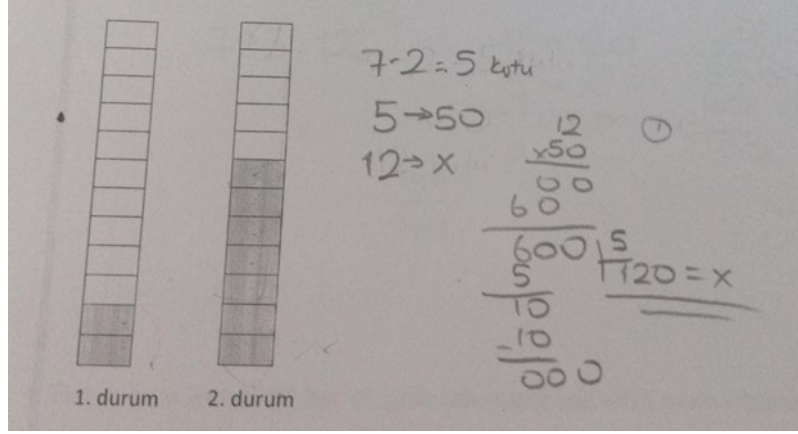


Görsel 3.1. K7'nin birinci problemde temsil üzerinde yaptığı karşılaştırma

G: Bu problem bize neler anlatıyor? Ne anlıyoruz bu problemenden?

K7: Ali Bey'in bir su tankı varmış ve bu su tankına göstergeler koyuyormuş ne kadar ton su gerektiğini anlamak için. Bize de burada ilk durumundaki vermiş ve bize burada bir de ikinci durumundaki göstergeleri vermiş. Bize burada ilk önce bu kısımdaki buranın 5 ton olduğunu vermiş o zaman bize burada bir ton bulmak kalıyor. O zaman 5 ton da 50 ton ise 1 ton da 10 ton oluyor. O zaman burada da toplamda 12 tane göstergemiz varsa 12'yi ilk önce 10 ile çarpalım 120 ton su gerekir.

Birinci problemi orantısal muhakemeden yararlanarak çözen bir diğer katılımcı olan K3 gösterge birimi ile su miktarı arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark ettikten sonra doğrudan orantı kurarak doğru sonuca ulaşmıştır. K3 burada “beş birim 50 ton su ise 12 birim kaç ton sudur” orantısını kurmuş ve içler dışlar çarpımı algoritmasını kullanarak doğru sonuca ulaşmıştır.



Görsel 3.2. K3'ün birinci problemde kurduğu orantı

K3: Hocam ilk baş ben şuradan gittim. Ali Bey deposuna 50 ton su yüklemesi yaptığında göstergesi birinci durumdan ikinci duruma bu şekilde bir artış gösteriyormuş. Birinci durumda 2 kutu boyalı iken ikinci durumda 7 kutu boyalı mesela. Yani yediden iki çıkarıyoruz hocam kalan 5 kutuyu buluyoruz. Yani bu 5 kutu 50 ton su demek oluyormuş ve bize 12 tonu yani boş iken hocam tam kutu sayısı burada 12 tam yani boş olanı soruyor. 12 kutu o zaman x'tir diyorum. İşler dışlar yaparak 50 ile 12'yi çarpıyorum 600, 600'ü beşe bölüyorum, 120'yi buluyorum hocam.

Birinci probleme cebirsel düşünmeden yararlanarak çözüm geliştiren üç katılımcıya (K1, K5 ve K9) klinik görüşme sırasında problemin değişken kullanılmadan çözülüp çözülemeyeceği sorulduğunda K9 probleme orantısal muhakemeden yararlanarak çözüm getirebilmiştir. Ayrıca K9 ilkokul yıllarında bu tarz problemleri değişkene gerek duymadan mantık kurarak çözdüklerini ifade etmiş ve kuracağı mantık sürecini açıklamıştır. K9 kurduğu mantık süreci orantısal muhakeme sürecidir.

G: Anladım peki biz bu problemi değişken kullanmadan çözebilir miyiz?

K9: değişken kullanmadan çözebilir miyiz? Değişken kullanmadan çözeriz.

G: Peki nasıl çözebiliriz?

K9: nasıl çözeriz aslında mesela ben ilkokulda değişkenleri bilmeden böyle problemleri çözebiliyorum çünkü mantık yürütüyorsun yani değişken kullanmana gerek yok bilmene gerek yok.

G: Peki nasıl bir mantık yürütüyoruz?

K9: nasıl bir mantık yürütüyoruz şimdi mesela burada iki birim var, 5 birim eklendiğinde 50 birim olmuş yani 50 ton aslında 5 şey oluyor 5 bölüm oluyor. 50 ton beş bölüme ise bir bölme kaç tondur kaç ton sudur? Ya bunu düşünmen gerekiyor ama bunun düşündüğünde de değişken mantığını kurmuş oluyorsun.

G: Anladım oradan çözebiliriz diyorsun

Birinci problemi cebirsel düşünmeden yararlanarak çözüme ulaşan K5 ise probleme orantısal muhakemeden bir çözüm geliştirememiştir. Diğer taraftan K1 ise problemi rasyonellerden de yararlanarak çözebileceğini ifade etmiş, göstergelerin birinci ve ikinci durumunu kesirlerle temsil etmiş ancak düşünme sürecini anlamlı bir şekilde sürdürememiş deneme yanılma yoluna gitmiş ve sonuca ulaşamamıştır.

G: Peki bu problemi biz farklı bir yoldan çözebilir miydik sence?

K1: ...Ya da rasyonellerden de

G: Nasıl rasyonellerden çözebiliriz?

K1: Hocam ilkinde 2 bölü 12 yazarız eksi 7 bölü 12 eşittir 5 bölü 12 buluyoruz. Onu da bine eşitlediğimizde cevabı bulabiliriz.

G: Bir yap bakalım

K1: (işlemi yapıyor).

G: Ne yapıyorsun?

K1: Hocam şu anda rasyonellerden nasıl çözeceğimi yapmaya çalışıyorum da yapamadım.

G: Ne yaptın şu ana kadar?

K1: Şu ana kadar çok bir şey yapamadım.

G: Sanırım 7 bölü 12'den 2 bölü 12'yi çıkardın 5 bölü 12 buldun.

K1: evet

G: Peki bu 5 bölü 12 sana ne ifade ediyor?

K1: hocam ikinci aşamada kaç yük bindiğini

G: Peki kaç yük bindi?

K1: Beş hocam. On ikinin eee 5 bölü 12 oluyor hocam. Birden ikiye geçerken

G: Daha sonra nasıl ilerleyebiliriz?

K1: hocam deponun tamamından çıkartabilir miyiz?

G: Dene bakalım

K1: (işlemi yapıyor)

G: Peki şimdi bu ne bize ifade ediyor Ebubekir?

K1: Eee şu anda depoda kaç yük biriktiğini

G: Tamam farklı yoldan çözebilir miyiz?

K1: Bilmiyorum hocam

2. Aşağıda verilen tabloda açılış ücreti olmayan bir taksinin şoförünün kilometreye göre aldığı ücreti göstermektedir.

Alınan Yol Miktarı (km)	Alınan Ücret (TL)
1	4
2	8
3	12
4	16

Buna göre bu taksiyle 100 km yol giden bir müşterinin ödeyeceği tutar kaç TL'dir.

Şekil 3.2. Orantısal Muhakeme Testinin ikinci problem

İkinci problemde bütün katılımcılar doğru sonuca ulaşmışlardır. İkinci problemi katılımcıların büyük çoğunluğu (dokuz katılımcıdan altı katılımcı) orantısal muhakemeden yararlanarak çözüme ulaşmıştır. Uygulanan orantısal muhakeme tanı testinde ikinci problemi orantısal muhakemeden yararlanarak çözen katılımcılardan bir katılımcının (K4) orantısal muhakeme düzeyi bir, üç katılımcının orantısal muhakeme düzeyi iki (K2, K5, K8) ve iki katılımcının (K3, K9) orantısal muhakeme düzeyi üç olarak belirlenmiştir. İkinci problemi dokuz katılımcıdan üç katılımcı cebirsel düşünmeden yararlanarak çözüme ulaşmıştır. İkinci problemi cebirsel düşünmeden yararlanarak çözen katılımcılardan iki katılımcının (K1, K7) orantısal muhakeme düzeyi bir ve bir katılımcının (K6) orantısal muhakeme düzeyi üç olarak belirlenmiştir.

İkinci problemi öncelikle orantısal muhakemeden yararlanarak çözen altı katılımcıdan beş tanesi problem durumunda verilen değişkenler arasındaki çarpımsal ilişkiyi ve oranı fark etmiştir. Daha sonrasında ise elde ettikleri bu orandan yola çıkarak doğru sonuca ulaşmışlardır.

İkinci problemi orantısal muhakemeden yararlanarak çözen K2, K4, K5, K8 ve K9 problem durumunda verilen alınan yol miktarı ile alınan ücret arasındaki çarpımsal ilişkinin ve bir kilometre yol alındığında dört lira ücret ödeneceğinin farkına varmışlardır. Yani alınan ücretin alınan yol miktarına oranının her zaman dört olduğunu fark etmişlerdir. Daha sonra ise bu katılımcılar problem kökünde sorulan 100 kilometreye ödenecek tutarı 100 ile 4 oranını çarparak 400 lira olarak doğru bir şekilde hesaplamışlardır. Ayrıca katılımcıların burada yaptıkları işlem zihinde oluşturdukları “bir kilometrede 4 lira ödenir ise 100 kilometre de kaç lira ödenir” orantısının bir sonucudur.

2. Aşağıda verilen tabloda açılış ücreti olmayan bir taksinin şoförünün kilometreye göre aldığı ücreti göstermektedir.

Alınan Yol Miktarı (km)	Alınan Ücret (TL)
1	4
2	8
3	12
4	16

Buna göre bu taksiyle 100 km yol giden bir müşterinin ödeyeceği tutar kaç TL'dir.

$100 \cdot 4 = 400 \text{ TL}$

Görsel 3.3. K8'in ikinci probleme ilişkin çözümü

G: Peki sen bu probleminden ne anladın?

K8: ben bu probleminden bir taksi şoförünün başlangıçta ücreti olmayan, kilometreye ne kadar giderse fiyatlarını gösteren bir şey olduğunu, tablo olduğunu gösteriyor. Burada 1 kilometre gittiğinde ücret 4 lira oluyormuş, 2 kilometre gittiğinde 8 lira, 3 kilometre gittiğini 12, 4 kilometre gittiğini 16 lira oluyormuş. Ben bunlara baktığımda aralarında artış 4 ile çarpılmış olduğunu görüyorum. 1 ile 4 çarpmış 4, 2 ile 4 çarpmış 8, 3 ile 4'ü çarpmış 12, 4 ile 4'ü çarpmış 16 elde ediliyor. Yani 4 çarpı ile artışı göstermiş. 100 kilometre yol giden bir müşterinin ne kadar tutar ödeyeceğini sorduğuna göre yüz ile dördü çarparsak 400 lira olduğunu şey yapabiliriz, bulabiliriz.

Ayrıca K9 ikinci problemi orantısal muhakemeden çözen diğer katılımcılardan farklı olarak problem durumunda aralarındaki ilişki tablo temsiliyle verilen alınan yol miktarı ile alınan ücret arasındaki ilişkiyi daha sistematik olarak incelemiştir. K9 burada değişkenler arasındaki oranı bulurken, değişkenlerin karşılıklı olarak verilen iki değerini incelemenin yeterli olmayacağını vurgulamış ve tablodaki tüm değerleri sistematik olarak karşılaştırdığını ifade etmiştir.

G: Peki nasıl çözdün?

K9: Şimdi 1 kilometre için 4 gidiyormuş ama bu bizim için yeterli değil mesela giderek artabilir giderek düşebilir. O yüzden bize belli miktarlar vermesi gerekiyor mesela olarak artığında artıyor mu? Bizim bunu görmemiz gerekiyor.

G: Kat olarak artarken atıyor mu? derken biraz daha bu kısmı açabilir misin?

K9: Yani şöyle mesela alınan yol miktarı iki katına çıkarsa alınan ücret iki katına çıkıyor mu? Bizim onu görmemiz gerekiyor. Böylece sabitleyebiliriz hani orantı sabitini bulabiliriz.

G: Anladım

K9: Ben de buldum 4 oluyor yani alınan yol miktarı bir iken alınan ücret dört, alınan yol miktarı iki alınan ücret sekiz o yüzden dört olmuş oluyor.

G: Buradaki dört bize ne ifade ediyor?

K9: buradaki dört kilometre başına kaç şey aldığını çünkü ücret aldığını

G: Tamam

K9: kilometre başına 4 alıyorsa 4 lira alıyorsa 100 kilometre giden birisi 400 lira ödemiş olur.

İkinci problemi orantısal muhakemeden yararlanarak çözen diğer bir katılımcı olan K3 değişkenler arasında ilişkiyi, doğrusal ilişki olarak değerlendirmiş ve orantı kurarak doğru sonuca ulaşmıştır. K3 burada değişkenler arasındaki oranı sezgisel olarak algılamış olsa da klinik görüşme sırasında yapılan sorgulamada alınan yol miktarı ile alınan ücret arasındaki ilişkiyi toplamsal olarak yorumladığı görülmüştür. K3 burada alınan yol miktarı bir birim artarken alınan ücretin miktarı dört birim dört birim artmaktadır şeklinde değişkenler arasındaki ilişkiyi toplamsal olarak değerlendirmiştir.

G: Ne anlıyoruz bu problemden?

K3: Eee hocam bu tabloda açılış ücreti olmayan bir taksinin şoförünün kaç kilometreye ne kadar ücret aldığı gösteriliyormuş. Bu taksile 100 kilometre gidersek ödeyeceğimiz tutarın kaç TL olduğunu soruyor bize. Hocam ben bir kilometreden gittim. 1 kilometre bize 4 TL alırsa 100 kilometre x TL alırla bu yöntemle gittim. Yine içler dışlar yaparak onu dört ile çarptım, dört yüz bölü birden 400 çıktı. x eşittir 400 TL çıktı.

G: ... herhangi bir yani belirli bir miktar yol alsa ne kadar ücret ödeyebilir?

K3: belirli bir miktar?

G: Yani biz sayıyı bilmiyoruz

K3: O zaman yine şey şöyle hocam mesela şuraya x deriz alınan ücreti mi yazarız.

G: Hıhı ne kadar olur alınan ücret?

K3: Alınan ücret hocam dört dört arttığı için yine 20 yazardım ben. Bu şekline 5 yazardım. x'i 5 bulurdum çünkü yine bir oran söz konusu.

G: Ama x'i vermemiş ki sana yani 5 kilometre yol aldığını biliyor muyuz? Herhangi bir kilometre yol aldığında desek

K3: Herhangi bir kilometre yol aldığını ne kadar ücret öder hocam işler dışlar yaparak bulabiliriz ama kilometreyi veya ücreti vermemiş. Nasıl bulabiliriz? Imm hocam nasıl bir şey aldığını ücret ya da miktarı her seferinde mesela buradan birer birer artıyor buradan dörder dörder artıyor. Ne kadar aldığını böyle giderek her seferinde orantılı bir şekilde bulabiliriz bu şeye göre.

İkinci problemi cebirsel düşünmeden yararlanarak çözen K7'ye problemi değişken kullanmadan da çözüp çözemeyeceği sorulduğunda ikinci bir çözüm yolu olarak orantısal muhakemeden yararlanmıştır. Klinik görüşme sırasında değişkenler arasındaki var olan oranın dört olduğunu sözel olarak ifade etmiş ve dört ile yüzü çarparak doğru sonuca ulaşmıştır.

G: Değişken kullanmadan da çözebilir miyiz?

K7: ...çözebiliriz aslında. Yani yine aynı sonucu bulabiliriz.

G: Nasıl bulabiliriz? Açıklayabilir misin?

K7: yani direk burada kilometreyi yazıp çarpı 4 deyip 400'üne bulabiliriz. O yüzden değışkensiz de çözebiliriz.

G: Niye direkt çarpı 4 diyoruz?

K7: Çünkü burada bize zaten tabloda verilmiş birin 4 katı 4'tü, ikinin 4 katı 8 idi, üçün 4 katı 12'dir, dördün 4 katı 16'dır. Burada zaten bir ilişki var. Kilometre çarpı 4 de bize verilen ücreti bulabiliyoruz. O yüzden burada kilometre çarpı 4 bize ücreti gösteriyor.

Diğer taraftan ikinci problemi cebirsel düşünmeden yararlanarak çözen K1 ve K6'nın klinik görüşme sırasında problem durumunda verilen değışkenler arasındaki ilişki sorgulandığında değışkenler arasında var olan çarpımsal ilişkiyi fark ettiğı görölmektedir.

G: Bir düşünelim. Gidilen yol ile alınacak ücret arasında nasıl bir ilişki var?

K1: Hocam her zaman dört katına, kilometreye düşen miktarın dört katını ödüyor.

G: Peki burada alınan yol ile ödenen ücret arasında nasıl bir ilişki var?

K6: Dört dört katlanmış yani dörder dörder

G: Peki mesela 5 km gitseydi ne kadar ücret öderdi?

K6: 20

G: Peki 80 km gitseydi

K6: Eeee 320

3. Bir sinema salonunda gösterime giren film için tam ve indirimli olmak üzere iki tür bilet satılmaktadır. Salonun tam dolu olduğı seansta indirimli bilet alanların sayısının tam bilet alanların sayısına oranı $\frac{7}{5}$ 'dir. Bu sinema salonunun kapasitesi 120 olduğuna göre tam bilet satın alan kişi sayısı kaçtır?

Şekil 3.3. Orantısal Muhakeme Testinin üçüncü problemi

Üçüncü problemde katılımcıların büyük bir çoğunluğu (Dokuz katılımcının yedisi) cebirsel düşünmeden yararlanarak çözüme ulaşmıştır. Uygulanan orantısal muhakeme tanı testinde üçüncü problemi cebirsel düşünmeden yararlanarak çözen katılımcılardan üç katılımcının (K1, K4, K7) orantısal muhakeme düzeyi bir, üç katılımcının orantısal muhakeme düzeyi iki (K2, K5, K8) ve bir katılımcının (K6) orantısal muhakeme düzeyi üç olarak belirlenmiştir. Üçüncü problemi dokuz katılımcıdan ikisi öncelikle orantısal muhakemeden yararlanarak çözüme ulaşmıştır. Üçüncü problemi orantısal muhakemeden yararlanarak çözen katılımcıların (K3, K9) orantısal muhakeme düzeyi üç olarak belirlenmiştir.

Üçüncü problemi orantısal muhakemeden yararlanarak çözen K3 oranı oluşturan sayıları yani beş ve yedi toplamıştır. Sonrasında ise “on iki yüz yirmiye temsil ediyorsa 5 kaç temsil eder” orantısını kurarak doğru sonuca ulaşmıştır. K3 problem durumunda verilen oranın bir bütünün parçaları arasında olduğunu fark ettiği görülmüştür.

Handwritten mathematical work showing the solution to a ratio problem. The work includes the equation $7+5=12$, a ratio $12:120$, and a calculation $600/12=50$. The calculation is shown as $600 \div 12 = 50$ with a horizontal line under 50.

Görsel 3.4. K3'ün üçüncü probleme ilişkin çözümü

K3: O zaman biz yedi ile beşi toplayarak toplam 12 kişi olduğunu bulabiliriz ama bu sinema salonunda kapasitesi 120 demiş hocam. Yani bize 12 kişi aslında 120 demek istemiş. Buna göre tam bilet satın alan kişinin sayısı kaçtır? Tam bilet sayısını hocam bize beş olarak vermişti. 12, 120 ise 5, x'dir dedim ben ve işler dışlar yüz yirmi ile beşi çarptık 600. 600'ü 12'ye böldük 50.

G: Anladım peki niye yedi ile beşi topladık?

K3: neden topladık hocam salonun tam dolu olduğu seansta demiş çünkü bize ve indirimli ve tam bilet alanların sayısı oranı ve tam dolu olduğunu belirtmiş burada. O yüzden yedi ile beşi toplayarak tam bilet ve indirimli bilet alanların sayısını bulabiliyoruz.

G: O zaman sayı 12 midir?

K3: Eee ama bu sineması olan kapasitesi 120 demiş hocam buradaki sadece bize 12 vermiş. Yani indirimliyle tam bilet alanların sayısı 7 bölü 5'tir demiş. Toplam, topladık 12 yani kapasitesi 120 demiş aslında bize 12, 120 demek istemiş yani.

G: 12, 120'ye eşit olabilir mi?

K3: olamaz ama işte yani nasıl anlatayım hocam. Eee yedi hocam salonun tam dolu olduğu seansta indirimli bilet alanların sayısı tam bilet alanların sayısına oranı yedi bölü beştir. Salonun kapasitesi 120. Eee hocam şöyle bu 7 bölü 5 hem tam hem de indirimli bilet alanların sayısı yani toplamı 12 oluyor. Bir şehre bir toplulukta diyelim ve kapasite 120'yimış. O zaman nasıl anlatabilirim.

Ayrıca klinik görüşme sırasında yapılan sorgulamalar sonucunda denk oranları fark etmiştir. Ayrıca ikinci bir çözüm yolu olarak K3 problemin çözüm sürecinde denk oranı kullanarak sonucu ulaşmıştır.

G: Eee düşünelim ki biz bu sinema salonunun kapasitesini bilmiyoruz, yine tam dolu olduğunu biliyoruz ve 7 bölü 5 oranını vermiş bize tamam mı? Mesela sinema salonundaki indirimli bilet alan kişi sayısı hakkında ne söyleyebilirsin?

K3: eee indirimli bilet alanların sayısı neler olabilirdi hocam. 7 olabilirdi.

G: Sadece 7 mi olabilir?

K3: 5 olabilir miydi hocam? Yani beşte vermiş ama.

G: 5 neyi ifade ediyor?

K3: beş bize tam bilet alanları ifade ettiği için olamaz. Yani yedi olabilir.

G: Başka bir şey olabilir mi?

K3: Eee hocam genişletsek mesela 14 bölü 10 gibi mi?

G: Olabilir mi?

K3: yani genişletmek fark etmez diye biliyorum olabilir bence.

G: O zaman indirimli bilet alan kişi sayısı on dörtte mi olabilir?

K3: indirimli bilet alanların kişinin sayısı 14 olabilir ama beşinde iki katı yani oda on olması lazım. Öyle olması gerekiyor.

G: Peki o durumda sinema salonunda toplam kaç kişi vardır?

K3: 14, 10. 24 kişi olur.

....

G: Peki buradan ilerleyerek çözüme ulaşabilir miyiz sence?

K3: çözüme ulaşabilir miyiz? Hocam her seferinde genişleterek ulaşabiliriz bence.

G: Yapar mısın?

K3: yapayım hocam mesela nasıl yapayım. Eee kaçla çarpayım mesela 20 ile çarpayım hocam ilk başta 140 oldu. 20 çarpı beşten 100 mesela bölünmez, 120 çıkmaz. Hocam mesela böyle desek aslında.

G: Kaç kişi oldu toplamda?

K3: 240 oldu yani olmadı

G: Peki kapasite ne kadar?

K3: 120. Eee onla çarpsak hocam 70 bölü 50. Bu olur mesela 120 kapasiteye 70 bölü 50 olabilir.

G: Buradan tam bilet alanların sayısını bulabilir miyiz?

K3: Eee evet hocam çıkıyor. Genişleterek de bunu bulabilirmişiz yani

Diğer bir taraftan K3 problem durumunda verilen oranın değişmezliğini fark edemediği görülmüştür.

G: Tamam peki bu sinema salonunun kapasitesi artarsa mesela 240 olsaydı o verilen oran değişir miydi?

K3: mesela bu da ifademiz aynı sadece bu 120 farklı sadece 240 oluyor.

G: Hı hı

K3: o zaman cevabımız değişirdi hocam yani bir artış söz konusu.

G: Oran değişir miydi peki? Verilen oran?

K3: x'imiz mi?

G: Burada problem durumunda verilen oran nedir sana?

K3: oran, oranımız hocam şöyle 7 bölü 5 oranı vermiş bize. 240 olduğunda değişir miydi hocam bir deneyebilir miyim?

G: Dene bakalım.

K3: 240 olsa beş kişi x yani değişirdi hocam. Tam cevabım çünkü beşle yüz yirmiyi çarpmak ve beşle iki yüz kırkı çarpmak bunlar bir farklı. Yani daha büyük bir sayı ortaya çıkıyor değişir yani.

Üçüncü problemi orantısal muhakemeden yararlanarak çözen K9 problem durumunda verilen oranı anlamlandırmış ve denk oran mantığını kullanarak çözüme ulaşmıştır.

G: Nasıl çözdük problemi?

K9: anlatıyorum dedim ki ben yazabilir miyim?

G: Tabi tabi yazabilirsin

K9: yedi bölü beşi ise bunlar topladığımızda toplam şeyi bulmuş olacağız. Yani ne kadar düşük olursa olsun yine de orantılı bir şekilde bulmuş olacağız toplam kişi sayısını. Belli bir oranda düşük bulmuş olacağız ama bulmuş olacağız. Dedim ki eğer 7 ve 5 ise toplam bilet alan kişi sayısı 12'dir orantılı bir şekilde düşük bir şekilde

G: 12 derken?

K9: yani 12 yine alan kişi sayısı ama orantılı olarak düşük bir şekilde yani mesela atıyorum nasıl açıklayayım 120 ya normalde 12 bunun ona bölünmüş halde burada da mesela ona bölünmüş bir oran vermiş. O yüzden benim bunu kaç bölündüğünü bilmem için ikisini toplayıp toplam kapasiteyi bölmem gerekiyor. Çünkü salon full demiş zaten. Ben de böylece kaçla orantılandığını buldum hani mesela 120, biri kaçla orantılayıp bunu yaptığını buldum. Ona bölünce, onla sadeleştirince bunu yapmış. Dedim ki eğer onla sadeleştirilmiş ise tam bilet ödeyenler de bu orantıda beşse, onla beşi sadeleştirdiği için 5 ile 10'u çarpalım gerçek şeyi bulurum dedim. 5 ile 10'u çarptım 50 buldum tam bilet alanı

Üçüncü problemi cebirsel düşünmeden yararlanarak çözen K1, K2, K4 ve K8 klinik görüşmeler sırasında problem durumunda verilen oran ve oranı oluşturan çokluklar sorgulandığında problem durumunda verilen oranın değişmezliğini fark edememiştir.

G: Mesela buradan indirimli bilet sayısı yani indirimli bilet alan kişi sayısı hakkında nasıl bir yorum yapabiliriz?

K1: hocam eeee (düşünüyor) bulamıyorum hocam.

G: Mesela 120'yi vermeseydi salonda tam bilet alan kişi sayısı kaç olabilir diye sorsaydı soruda. Nasıl bir yol izlerdin?

K1: ııııı hocam 12 derdim galiba çünkü tam sonuç çıkamazdı hocam

G: Tam sonuç çıkamazdı.

K1: yedi ile beşi toplardım 12 bulurdum. Katın değerini 12 yazardım. Sonra 12 ile 5'i çarpardım 60 bulurdum.

G: Neden yedi ile beşi topladığımda katın değerini verir?

K1: çünkü hocam payda ile payı topladığımızda kat çıkıyor.

G: Peki burada kat dediğimiz şey ne?

K1: sayının değeri hocam

G: Tamam peki burada kişi sayısını arttırsan yani salon 120 kişilik değil de 240 kişilik olsaydı indirimli bilet ile tam bilet alan kişi sayılarının oranı değişir miydi?

K1: değişiyor hocam

G: Peki neden değişirdi?

K1: hocam çünkü daha fazla kişi olduğu için daha fazla, katı daha fazla çıkması gerekiyor.

G: Oranı nasıl değiştirdi peki?

K1: hocam eğer 120 düşerse oranda düşer ama 120'yi arttırırsa oranda artar.

G: Anladım peki buradan kişi sayısı yani kapasite 120 değil de 240 olsaydı bu oran değişir miydi?

K2: bu oran, indirimli ve tam bilet alan kişiler değişirdi çünkü kapasite arttığında eğer sinema salonunun kapasitesi tamamen doluyrsa o bu sefer değişirdi evet farklı işlemler yapmamız gerekirdi yine kat sayılarını toplardık yani oran yine yedi bölü beş ise ama topladığımız sayı 240 tarzında bir şey ise yine böyle katları toplardık bu sefer 240 eşitlemeye çalışırdık.

G: Peki mesela burada bilet alan kişi sayısı değişirse artarsa bu oran değişir mi sence?

K4: Bilet alan kişi sayısı değişir ise oran değişir.

G: Yani mesela 120 kişi vermeseydi de 60 kişi verseydi

K4: Değişir ya

G: Değişir mi?

K4: Değişir

G: Peki mesela salondaki indirimli bilet kişi sayısı hakkında ne söyleyebilirsin?

K8: indirimli bilet alan kişi sayısı 7k dedik zaten 7 ile 10'u çarptığımızda 70 kişi olur.

G: Mesela k'yı bulmadan önce buna bir yorum getirebilir miydik?

K8: İııı belki şöyle de olabilirdi oranımız yedi bölü beşti. 120 kişiyi kapsadığını söylemişti bize, belki paydayı 120'ye tamamlayacak bir sayı ile çarpsaydık belki bulabilir miydik onu da pek bilmiyorum.

G: Bir dene bakalım

K8: (işlemi yapıyor) çarptığımızda 16 bir dakika pardon, çarptığımızda 168 bölü 120 bulduk. Burada işte (düşünüyor)

G: Burada mesela bu oranda toplam kişi sayısı ne kadar oldu?

K8: bu oranda toplam kişi sayısı (işlemi yapıyor) 288 oldu.

G: Farklı neler yapabiliriz sence?

K8: aslında pek bir şey gelmiyor aklıma

Üçüncü problemi cebirsel düşünmeden yararlanarak çözen K6 ve K7 klinik görüşme sırasında problem durumunda verilen oran ve oranı oluşturan çokluklar sorgulandığında problem durumunda verilen oranın değişmezliğini fark etmiş ancak denk oranları esnek bir şekilde kullanıp sonuca ulaşamamışlardır.

G: Salonun kapasitesi 120 değil de 240 olsaydı sence bu oran değişir miydi?

K6: değişirdi

G: Nasıl değişirdi?

K6: Eeee 240 olurdu 240'ı 12'e bölmek zorunda kalırdık.

G: Bir bak bakalım oran değişiyor mu?

K6: 20 oluyor. 20 ile de beşi çarparsak 100 oluyor. Değişiyor

G: İndirimli bilet alan sayısının tam bilet alan sayısına oranı değişiyor mu?

K6: oran değişmiyor ama sonucumuz değişiyor.

G: Hı hı sence bu oranın değişmezliğini nasıl kullanabiliriz?

K6: buradaki orantıyı genişleterek

G: Peki genişletmeden nasıl yararlanabiliriz?

K6: katlarla

G: Yap istersen bir anlatmak istediğini

K6: mesela iki ile genişletirsek 10/14 olur. Bu da gene bu orantımıza eşit oluyor.

G: Peki çözüme giderken bu yoldan nasıl yararlanabiliriz?

K6: bilmiyorum.

Üçüncü problemi cebirsel düşünmeden yararlanarak çözen bir diğer katılımcı olan K5 klinik görüşmeler sırasında problem durumunda verilen oran ve oranı oluşturan çokluklar sorgulandığında oranın değişmezliğini, denk oranları fark etmiş ve denk oranı kullanarak sonuca ulaşmıştır.

$$\frac{4}{5} = \frac{\text{indirimli}}{\text{tam}}$$
$$\frac{35}{25} = \frac{70}{50}$$

(21)

Görsel 3.5. K5'in üçüncü probleme denk oran yardımıyla geliştirdiği çözüm

G: Mesela bana burada indirimli bilet alan kişi sayısı hakkında ne söyleyebilirsin?

K5: Eeee indirimli bilet alan kişi sayısı yedinin bir katı

G: Peki tam bilet alan kişi sayısı hakkında ne söyleyebilirsin?

K5: beşin bir katı

G: Peki bu salondaki, mesela salonun kapasitesi değişseydi sence bu oran değişir miydi?

K5: Eee değişmezdi sanırım.

G: Peki buradan yola çıkarak yapabilir miyiz?

K5: Eee ikisinin toplamı 120 olacak, genişleterek 120'yi elde edebiliriz. İki sayının toplamından

G: Gösterir misin işlemini neden bahsediyorsun?

K5: mesela verilen oranı bir sayı ile çarptığımızda ikisinin toplamını 120 bulabiliriz ama biraz uğraşmak gerekiyor. Beş ile çarpmayı deneyeceğim. (İşlemi yapıyor) 60 oldu toplam. Eee iki katı toplam kişi sayısı, o yüzden iki ile çarpabiliriz bunları da

G: Buradan sonra ne yapabiliriz?

K5: bize tam bilet alan kişi sayısını sorduğu için oranın alt tarafındaki kişi sayısı da tam bilet alan kişi sayısını gösterdiği için direkt 50'yi seçebiliriz.

4. Ekmek fırını işleten Ali Bey ek gelir elde etmek için simit yapıp satmaya karar vermiştir. Biraz hesap yaptıktan sonra ortalama büyüklükte bir simidi 2 TL satacağını ve bir simitten ortalama 120 kuruş kar elde edeceğini hesaplamıştır. Ayrıca ekmeklerini odun fırınında pişiren Hüseyin amca simitleri de ekmeklerle birlikte pişirebilmek için 12000 TL'ye fırın satın almıştır. Ali Bey günlük ortalama 500 tane simit sattığına göre kaç gün sonra simit için aldığı fırına ödediği parayı geri kazanmış olacaktır?

Şekil 3.4. Orantısal Muhakeme Testi dördüncü problem

Katılımcıların hepsi dördüncü problemi orantısal muhakemeden yararlanarak çözmüştür.

Dördüncü problemi orantısal muhakemeden yararlanarak çözen yedi katılımcı (K1, K2, K3, K4, K5, K6, K8) problem durumunda verilen değişkenlerden problemin çözümü için gerekli olan değişkenleri seçmişlerdir. Daha sonra bir günlük ortalama kar miktarını hesaplamışlardır. Burada tüm katılımcılar kuruş ile TL arasında birim dönüşümünü yapmıştır. Ortalama günlük karı hesapladıktan sonra geçen gün sayısı ile elde edilen toplam kar miktarı arasındaki çarpımsal ilişkiyi anlamlandırıp bu karın fırına ödenmiş para miktarına eşit olması gerekliliğini fark etmişlerdir. Sonrasında ise fırına ödenen para miktarını günlük ortalama kar miktarına bölerek sonuca ulaşmışlardır. Burada yaptıkları işlem yani 12000'i 600'e bölmeleri zihinde oluşturdukları "bir günde 600 TL kar elde ediliyor ise kaç günde 12000 TL kar elde edilir" orantısının bir sonucudur. Dördüncü problemi öncelikle orantısal muhakemeden yararlanarak çözen bu yedi katılımcının benzer düşünme süreci ve benzer işlemler ile doğru sonuca ulaştıkları görülmüştür. K3'ün çözüm süreci örnek olarak verilmektedir.

$$\begin{array}{r}
 500 \\
 \times 120 \\
 \hline
 10000 \\
 60000 \\
 \hline
 60000 \text{ kr} = 600 \text{ TL}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 12000 \\
 \div 120 \\
 \hline
 100
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 120 \\
 \div 20 \\
 \hline
 6
 \end{array}$$

Görsel 3.6. Orantısal Muhakeme Testinin dördüncü problemine ilişkin K3'ün çözümü

K3: Şimdi şöyle hocam günlük ortalama 500 tane simit satıyormuş. Tanesinde 120 kuruştan şey hayır hocam pardon bir simitten ortalama 120 kuruş kâr edecekmış. Yani 500 tane simitten 120 kuruş ne kadar toplam kâr edebileceğini bulacağım. Beş yüzü yüz yirmiye çarparsak 60.000 TL yani 600 TL. 60000 kuruş hocam pardon yani 600 TL olur. Sonra bu simit için aldığı fırına ödediği parayı geri kazanmış olacaktır 600 TL'miz var hocam ve 12.000 TL'de fırın satın almıştı. On iki bini altı yüze bölersek 20 çıkar yani 20 günde bu parayı geri kazanmış olabileceğini buluruz.

Dördüncü problemi orantısal muhakemeden çözen K7 problem metnini yanlış anlamlandırıp yanlış sonuca ulaşmıştır. Klinik görüşme sırasında yanlış anlamlandırıdığını fark etmiş ve doğru sonuca ulaşmıştır. İlk olarak günlük ortalama kar miktarını gerekli birim dönüşümünü yaparak hesaplamış ve fırını ödenen ücreti günlük ortalama kar miktarına bölerek doğru sonuca ulaşmıştır. Yaptığı işlem yani 12000'i 600'e bölmesi zihninde oluşturduğu "bir günde 600 TL kar elde ediliyor ise kaç günde 12000 TL kar elde edilir" orantısının bir sonucudur.

$$\begin{array}{r}
 500 \\
 \times 120 \\
 \hline
 10000 \\
 60000 \\
 \hline
 60000 \text{ kr} = 600 \text{ TL}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 12000 \\
 \div 120 \\
 \hline
 100
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 120 \\
 \div 20 \\
 \hline
 6
 \end{array}$$

Görsel 3.7. Orantısal Muhakeme Testinin dördüncü problemine ilişkin K7'nin hatalı ve doğru çözümü

K7: ...Ben yanlış çözmüşüm.

G: Nasıl yanlış çözmüşün?

K7: Eee ben sadece günlük bir tane satarak kaç günde yapabileceğini buldum. Benim bir de bu sayıyı beş yüze bölmem gerekiyordu ama yine tam çıkmıyordu. 2 yani 2.5 günde çıkarırmış.

G: Nasıl çözdün? Başta nasıl düşündün?

K7: İlk başta eğer 120 kuruşsa 1 TL 20 kuruştan satıyor dedim. Bunu 12000 TL'ye aldıysa benim bunu 1,20 ile çarpmam gerekiyordu. Çarptığımda 1200 etti. O yüzden 1200 gün dedim fakat benim burada yaptığım yanlış şeydi 500 tane simit satıyormuş günde ortalama. O zaman zaten 2 ile 3 gün arasında satabilirmiş, o parayı geri çıkarabilirmiş.

G: Peki sence bir günde kaç TL kar elde eder?

K7: 600 lira elde ediyor bir günde

G: Peki bunu nasıl buldun?

K7: Şimdi günde ortalama 500 tane simit satıyorsa ve bir simitten 120 kuruş kâr elde ediyorsa o zaman bizim 500 ile 120 çarpmamız gerekiyor. Bu çarpma sonucunda da günde 600 tane ay 600 lira kar elde ediyor. Yani burada zaten 2 günde parayı çıkartacağını gösteriyor.

G: Peki günde 600 lira kar elde ediyorsa 2 günde kaç liralık kâr elde eder?

K7: İki günde 1200 TL

G: Peki kapanması gereken ücret nedir?

K7: (Soruyu tekrar okuyor) evet burada 1200 TL'yi ödemesi için diyor. Simit için aldığı fırını ödeyecekmiş.

G: Tamam tekrar bak

K7: (Tekrar problemi okuyor) 12000 aaa pardon 12000 TL

G: Peki şu an neyi bulmuş oldun?

K7: Bir günde ortalama karını.

G: Peki bundan sonra ne yapabiliriz?

K7: bundan sonra 12000'i 600'e böleceğiz. Çünkü 12000'i 600'e böldüğümüzde 2 gün kaç günde bu fırının parasını çıkarabileceğini bulacağız.

G: Peki neden bölüyorsun 600'e?

K7: Çünkü bu parayı kaç günde geri kazandığını soruyor bize. Bu yüzden 1200 TL ise 600 böleceğiz 2 bulacağız o zaman 2 günde zaten bu parayı bulmuş olacak. Ay on iki bin karıştırdım.

G: Yap bakalım işlemini

K7: (İşlemi yapıyor) Hımm anladım yani 20 günde parayı çıkarabilir.

Dördüncü problemi orantısal muhakemeden çözen bir diğer katılımcı olan K9 problem durumunda verilen değişkenlerden problemin çözümü için gerekli olanları seçemeyerek yanlış sonuca ulaşmıştır. Klinik görüşme sırasında yaptığı hatayı fark ederek problemi tekrar çözmüştür. İlk olarak günlük ortalama kar miktarını gerekli birim dönüşümünü yaparak hesaplamış ve fırını ödenen ücreti günlük ortalama kar miktarına

bölerek doğru sonuca ulaşmıştır. Yaptığı işlem yani 12000'i 600'e bölmesi zihninde oluşturduğu "bir günde 600 TL kar elde ediliyor ise kaç günde 12000 TL kar elde edilir" orantısının bir sonucudur.

G: Problem bize ne anlatıyor? Ne anlıyoruz bu problemden?

K9: Problemden şunu anlıyoruz sana diyor ki mesela 12000 TL'ye bu kar oranıyla kaç günde şey yapabilir kapatabilir diyor bu kadar simit sattığına göre.

G: Peki sen nasıl bir çözüm yolu izledin?

K9: Ben şimdi böyle bir çözüm yolu izledim. Eğer bir simidi 2 TL'ye satıyorsa ve 120 kuruş kâr ediyorsa 2 TL 200 kuruş olmuş oluyor. İni yani iki yüzde aslında 80 kâr etmiş oluyor. 200 kuruşun sadece 80 lirası kâra dönüştürmüş oluyor.

G: Cümleyi bir daha okur musun?

K9: Bir dakika hayır evet 200'e 120 mi oluyor? 200'e 120 oluyor aynen. Şimdi muhtemelen yanlış çözmüşüm

G: Olsun sen çözüm yolunu anlatarak yine devam et.

K9: Çok hızlı okuduğum için yanlış okudum muhtemelen. 200'de 120 kar etmiş 80 lira zarar etmiş. 200'de 120 kâr ediyorsa şimdi 1200 TL'ye fırın almışsa biz bunu kaç günde kapatabiliriz bulacağız. Sonra ya beşi çarpacağız ya da önceden beşi çarpacağız. Ben önceden beşle çarptım. İni bir dakika 120'yi 5 ile çarptım 600 oluyor yani aslında 600 TL kar ediyor günde.

G: Peki 120 neden 5 ile çarptın?

K9: çünkü 120 kuruş kâr ediyor bir simitten ama bir dakika nasıl oluyor ha 600 bölüm kaç oldu şimdi 200 oldu çünkü 200 de zararı var. Ama böyle mi oluyor?

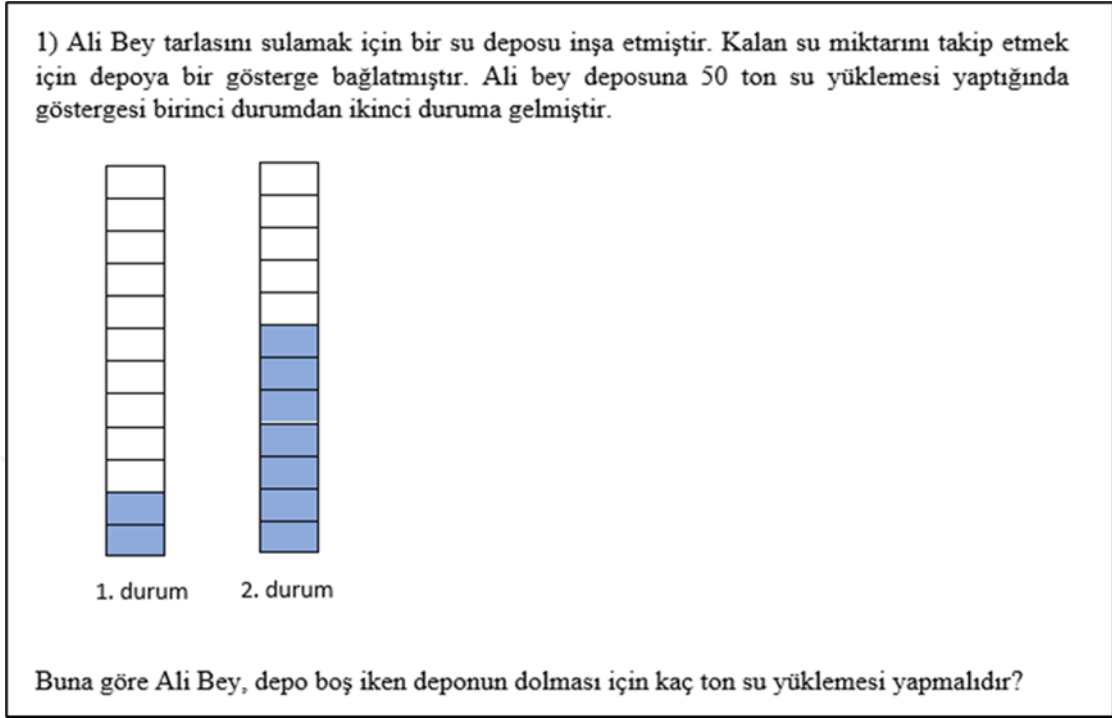
G: İstersen sakince bir daha oku problemi.

K9: Ben şimdi şu yüzden yanlış yaptım bence 2 TL'yi verdi ya ben 2 TL'yi bir yerde kullanacağım diye düşündüm ama aslında kullanmaya gerek yok.

G: Evet

K9: 120 kuruş kâr ediyor 120 kuruş kâr ediyorsa bir simitten günlük 500 tanesi satıyorsa 120 ile 500 çarpacağım. Direkt 500 sıfırlarını atıyorum zaten 100 kuruş olduğu için 100 kuruş 1 lira olduğu için 600 TL günde kâr etmiş oluyor. Aynı sonuca ulaştım. Eee 600 TL günde kar elde ediyorsa 12000 TL'yi kaç günde kapatır soru bu. 12000'de 600'e bölersek kaç günde kapatabileceğini buluyoruz çünkü günlük kar bu zaten. 20 günde yani kapatıyor.

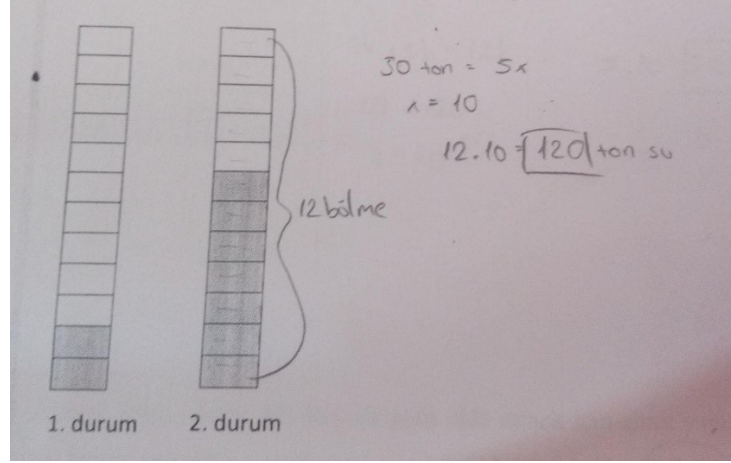
3.2. Katılımcıların Orantısal Muhakeme Problemlerinin Çözüm Sürecindeki Cebirsel Düşüncelerine İlişkin Bulgular



Şekil 3.5. Orantısal Muhakeme Testinin birinci problemi

Birinci problemi cebirsel yoldan çözen üç katılımcı (K1, K5, K9) problem durumunda verilen gösterge modelindeki her birime x değişkenini atayarak göstergenin birinci ve ikinci durumu arasındaki değişimi cebirsel olarak ifade etmiş ve bunu su miktarındaki değişime eşitleyerek bir denkleme ulaşabilmişlerdir. Ayrıca birinci problemi cebirsel yoldan çözen tüm katılımcılar değişkeni anlamlı bir şekilde kullanmışlardır.

Birinci problemin çözüm sürecinde değişken ataması yapıp denkleme ulaşan K1 ve K5'in denklem çözüm sürecini yalnızca göstergedeki bir birimin kaç ton suyu temsil ettiğini bulmak için kullandıkları, daha sonrasında ise sonuca ulaşmak için orantısal muhakemeden yararlandıkları görülmektedir. Yani bir birimin 10 ton suyu temsil ettiğini bulduktan sonra 12 birim ile 10 tonu çarparak sonuca ulaşmışlardır. Yaptıkları bu işlem ise zihinde oluşturdukları “bir birim 10 ton su ise 12 birim kaç ton suyu temsil eder” orantısının bir sonucudur. Dolayısıyla bu durum bize katılımcıların çözüm sürecine cebirsel olarak başladıkları ancak süreci cebirsel olarak devam ettiremediklerini göstermektedir.



Görsel 3.8. K5'in birinci probleme geliştirdiği cebirsel çözüm

G: Bu problem bize ne anlatıyor?

K5: Eee Ali beyin deposundaki su miktarını bulmanızı, su miktarını

G: Peki nasıl çözdük?

K5: Eee ben burada 5 pay kaldığı için 5 pay arttığı için onu $5x$ olarak aldım yani cebirsel ifade ile çözdüm.

G: Peki orda x dediğin şey nedir?

K5: bölme

G: Hangi bölme?

K5: Eee depodaki bölmeler

G: Peki bu bölmeler bize ne ifade eder?

K5: Eee suyun yani kalma veya su miktarını gösteriyor, su miktarını depodaki

G: Peki daha sonra ne yaptın?

K5: Daha sonra 50 ton aldığımda bu miktara geldiği için bunu $5x$ olarak aldım. x 'i 10 buldum. Yani bir bölmedeki toplam su 10 ton. Eee 12 bölme olduğuna göre de on ile çarpınca toplam 120 ton buldum.

Birinci problemi cebirsel yoldan çözen K9 ise klinik görüşme sırasında çözüm sürecini öncelikle orantısal muhakemeden açıklamıştır. Daha sonra yapılan sorgulamalar sonucu oluşturduğu denklemden x değerini bulduğu ve deponun tamamını da cebirsel olarak ifade ettiği ve bu cebirsel ifadeden yararlanarak doğru sonuca ulaştığı görülmüştür. Yani problemin çözümünde cebirsel düşünme sürecini devam ettirebilmiştir.

G: Peki bu problemde neler anladık?

K9: şimdi bize diyor ki yani ben sana ne kadar su yüklendiğini, ne kadar birim su yüklendiğini söyledim senin de ne kadar su yüklendiğinde dolduğunu bilmen gerek. Öyle yani kaç ton su yüklemesi yapmalıdır demiş doldurması için

G: Peki sen bu problemi nasıl çözdün?

K9: ben şimdi dedim ki denklem kurmam gerekiyor. İşte zaten bize vermiş 2 birim dolu başta ikinci durumda 50 ton su yüklediğinde 7 birim oluyorsa 5 birim artmış oluyor. 5 birim 50 ton su demek yani bize bunu söylüyor. 5 birim 50 ton su ise bir birim 10 ton su oluyor. Bu yüzden de yüklemesi için toplam doldurması için 12 birim olduğuna göre 1 birimde 10 birim suysa o yüzden on iki ile onu çarptım ve 120 ton buldum yani 120 ton yüklerse dolmuş oldu.

G: Anladım. Şu an yaptığın işlemde bir x kullandığını görüyorum. Burada neye x dedin?

K9: Eee burada neye x dedim, doldurulan su şeyine yani nasıl diyeyim bir bölmenin kaç su aldığına x dedim.

G: Tamam ondan sonra ne yaptın?

K9: ondan sonra 5 bölüme 50 su oluyorsa, $5x$ eşittir 50 ise x kaçtır buldum. O da 10 çıktı. x 'i de beş ile sadeleştirdim. Eeee ondan sonra tamamı yani tamamını doldurmak için 12 birim $12x$ 'i doldurmamız gerektiği için x ' de 10 ise $12x = 120$ oluyor. O yüzden de 120 dedim.

Birinci problemi öncelikle orantısal muhakemeden yararlanarak çözen katılımcılara problemi farklı bir yoldan çözüp çözemeyecekleri, problemin çözüm sürecinde değişken kullanıp kullanamayacakları ve bir denklem oluşturup oluşturmayacakları sorulduğunda altı katılımcıdan üç katılımcının çözüm sürecinde denklem kurabildikleri, iki katılımcının orantı kurma yoluyla denkleme ulaştığı ve bir katılımcının anlamlı bir denkleme ulaşamadığı görülmüştür.

Problemin çözüm sürecinde denklem kurabilen K4, K6 ve K8 göstergenin bir birimine x değişkenini atayarak göstergedeki değişimi cebirsel olarak ifade etmiş ve bunu su miktarındaki değişime eşitleyerek bir denklem elde etmişlerdir. Ayrıca bu katılımcılar değişkeni anlamlı bir şekilde kullanmıştır.

K6 birinci probleme cebirsel düşünmeden yararlanarak geliştirdiği çözümde denklemi çözüp x değerini bulmuş, x ile bölme sayısını ilişkilendirerek doğru sonuca ulaşmıştır. Yani K6 çözümünün her aşamasında cebirsel olarak düşünmüştür.

G: ... burada farklı bir yoldan da çözebilir miydik problemi?

K6: Şu an aklıma gelmiyor öyle bir yol

G: Tamam peki değişken kullanabilir miyiz?

K6: Evet

G: Nasıl değişken kullanabiliriz?

K6: Hımm su deposunun bir şeyine x desek bir kutucuğuna x diyebiliriz.

G: Tamam

K6: Sonra $5x$ eşittir 50 ton diyebiliriz. Dolu kısmı olarak..

G: Yazabilir misin peki

K6: Yazayım (yazıyor). Buradan da x 'i 10 olarak bulabiliriz.

G: Sonra ne yaparız.

K6: Ondan sonra yine 12 bölmeyi her biri x olduğu için x ile 12 çarpıp yani x de 10 olduğu için yine 120'yi bulabiliriz.

G: Peki burada kullandığımız değişken neyi ifade ediyor bize?

K6: Eee depodaki bir kutucuktaki su miktarını

K4 birinci problemi farklı bir yol olarak katlardan yararlanarak çözebileceğini ifade etmiş daha sonra değişken kullanıp kullanamayacağı sorulduğunda göstergenin bir birimine x değişkenini atayarak denkleme ulaşmıştır. K4 çözüm sürecine denklem oluşturarak başlamış daha sonra ise sonuca orantısal muhakemeden yararlanarak ulaşmıştır. Oluşturduğu denklem ile göstergenin bir biriminin 10 ton suyu temsil ettiğini bulmuş ve bulduğu sonucu 12 ile çarparak sonuca ulaşmıştır. Yaptığı bu işlem ise zihninde oluşturduğu “bir birim 10 ton su ise 12 birim kaç ton suyu temsil eder” orantısının bir sonucudur.

G: ... peki biz bu problemi farklı bir yoldan çözebilir miyiz?

K4: nasıl çözebiliriz mesela katını buluruz ilk önce sonra onu da 12 ile çarparız.

G: Peki daha önce nasıl bir çözüm yolu izledin?

K4: Daha önce çıkarttım. İlk önce kademeleri çıkardım, birinci durumdan ikinci durumu çıkarttım sonra elliye böldüm bir kademeyi buldum.

G: Anladım peki sence biz bu soruda değişken kullanabilir miyiz?

K4: değişken kullanırız

G: Nasıl kullanabiliriz değişkeni?

K4: Kademeler bilinmiyor o yüzden onlara x diyebiliriz

G: Bir de oradan çözelim istersen

K4: Tamamdır. Bir kademe x ise 50 ton eşittir 5x ise ...

G: Yaz bakalım

K4: $50 = 5x$ ise x kaçtır?

G: Ne gelir x orada?

K4: 10 ton gelir.

G: Peki bundan sonra ne yaparsın?

K4: bundan sonra da kademelerde yani kaç kademe varsa varsa onu çarparım, bulurum.

Klinik görüşmede K3 ve K7'in orantı kurma yolu ile denkleme ulaştıkları görülmüştür.

G: Tamam şunu sorayım değişken kullanabilir miyiz biz burada?

K3: değişken

G: x, y, z

K3: x, y, z birden farklı yani

G: Hayır hayır değişkene örnek vermek istedim.

K3: x yerine başka bir sayı

G: Hayır hayır x'de kullanabilirsin.

K3: tabii hocam yani kullanabiliriz.

G: Nasıl kullanabiliriz çözümde değişkeni?

K3: Değişkeni nasıl kullanabiliriz? Immm hocam ya biliyorum mutlaka bir çözümü vardır değişkenin farklı bir yerde kullanılması ama aklıma şu an bir şey gelmiyor bu çözüm dışında.

G: Yani mesela bir değişken kullanıp denklem elde edebilir miyiz bu soruda?

K3: Denklem. Immm farklı bir denklem bundan başka.

G: Orada bir denklem söz konusu mu?

K3: Hocam beş eksiye 12 ise x bir denklem olmuyor mu? Oran orantı oluyor sanırım bu denklem olmuyor.

G: Hı hı

K3: Imm (düşünüyor) bilmiyorum hocam aklıma bir şey gelmiyor. Ya hocam illaki bir şey vardır da hani cebir şeyiyle ama bilmiyorum benim aklıma gelen tek çözüm bu çünkü.

G: Peki biz bu problemde değişken kullanabilir miyiz?

K7: Bence kullanamayız

G: Neden?

K7: Mesela değişken kullansak büyük ihtimalle 120 çıkmıyor. Bunu ben de denemek istemişim ilk başta ama değişkenle çözemeyeceğini fark ettim o yüzden direk zaten burada yazarak çözdüm.

G: Peki denklem elde edebilir miyiz?

K7: Evet elde edebiliriz. Çünkü 5 çentikte 50 ton ise 1 çentikte x tondur. İçler dışlar yaparız burada.

G: Ne gelir buradan?

K7: Buradan da zaten yine benim bulduğum gibi 10 ton gelir.

G: Şurada yaptığın içler dışlar çarpımı normal olarak bir yapabilir misin?

K7: Normal olarak yani 50 çarpı 1 eşittir 5x.

G: Peki burada x dediğin şey ne?

K7: Değişken

G: Değişken evet ama ne ifade ediyor bize?

K7: Ha bilinmeyen sayıyı ifade ediyor yani onu, 10 tonu.

G: Peki 10 ton neyi ifade ediyor?

K7: Bir kısımdaki dolu olan su miktarını

G: O zaman x neyi ifade eder?

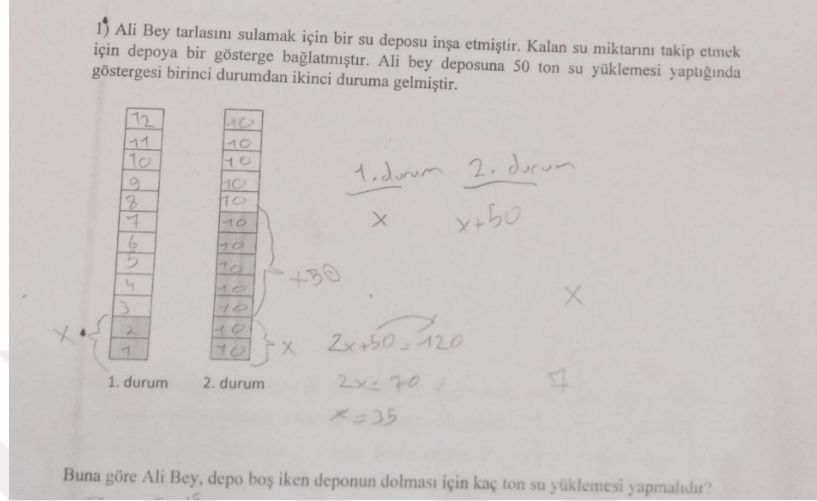
K7: Bir kısmı

G: Peki bu soruda değişken kullanabildik mi?

K7: Kullandık. Aaaa hiç o açıdan bakmamıştım ben.

K2'ye problemin çözüm sürecinde değişken kullanıp kullanamayacağı sorulduğunda problem durumunda verilen farklı birimlere x sembolünü atayabileceğini ifade etmiştir. Göstergenin modelinde değişken atadığı birim ile göstergenin durumları

arasındaki ilişkiyi anlamlandıramamış ve deneme yanılma yolu ile bir denklem oluşturmuştur. Yani problemin çözüm sürecinde cebirsel yoldan doğru çözüm geliştirememiştir.



Görsel 3.9. K2'nin birinci problemde kurduğu denklem

G: Peki biz burada değişken kullanabilir miyiz sence?

K2: kutucuk sayısına ya da deponun ful olduğu zamanki su miktarına x değişkenlerini verebiliriz.

G: Sen neyi tercih edersin?

K2: İyiii ben daha çok su miktarına x demeyi tercih ederdim. Yani toplam su miktarına

G: Peki buradan bir denklem elde edebilir miyiz?

K2: Dediğim gibi şu anda çok aklıma gelmiyor sadece işlem yaparken bu taraftan baktığım için aklıma şu anda gelmiyor.

G: Denemek ister misin peki?

K2: olabilir

G: Hadi bakalım bir denklem elde edebilecek miyiz?

K2: (işlemi yapıyor) benim yaptığım sonuç buna göre daha farklı çıktı.

G: Hımm

K2: normalde kutucuk 10 ton iken denklem yapmaya çalıştığımda x değerinin yani kutucuğu 35 ton civarında buldum.

G: Peki neye x dedin burada?

K2: burada kutucuk sayılarına x demeyi düşündüm ilk başta ama sonrasında yanıltıldığımı fark ettiğimde zaten işleminde yanlış olduğunu gördüm.

G: Peki burada x dediğimiz şey, şu an senin mesela oluşturduğun denklemde x dediğin şey ne ifade ediyor?

K2: dolu olan kutucukları ifade ediyor.

G: Toplamını mı?

K2: hayır her bir kutucuğu yani ilk durumda x tane varmış, ikinci durumda da x tane var ama ekstra artı 50 ton daha fazla olduğunu söyledim.

G: Tamam peki buradaki 120'yi nasıl buldun?

K2: İşte orada ilk yanlışım yapmış oldum. Çünkü zaten cevabını bildiğim şeyi buradaki denklemin karşısına yazdığım için otomatikman yanlış bir cevap elde etmiş oldum.

G: Peki mesela ilk baştaki gibi çözmeseydik yani bu çözümümüz olmasa, sonucu bilmiyor olsaydık sence böyle bir denklem kurabilir miydik?

K2: o zaman bu sefer kutucukların tamamına x derdik. Toplam kutucuk sayılarını nasıl sayıp kaç kutucuğunun boşlukta olabileceğini tarzında bir şeyler bularak yine yapabilirdik.

G: Onu denemek ister misin?

K2: olabilir (işlemini yapmaya çalışıyor). Yok tıkanıp kalıyorum bir yerde. Yani sonuca doğru ulaşamıyorum.

2. Aşağıda verilen tabloda açılış ücreti olmayan bir taksinin şoförünün kilometreye göre aldığı ücreti göstermektedir.

Alınan Yol Miktarı (km)	Alınan Ücret (TL)
1	4
2	8
3	12
4	16

Buna göre bu taksiyle 100 km yol giden bir müşterinin ödeyeceği tutar kaç TL'dir.

Şekil 3.6. Orantısal Muhakeme Testinin ikinci problemi

İkinci problemi cebirsel yoldan çözüme ulaşan K1, K6 ve K7'den K1 ve K6 değişkenler arasında bir örüntü aramış ve değişkenler arasında var olan çarpımsal ilişkiyi n sembolünü kullanarak genellemişlerdir. K6'nın n sembolünü anlamlı bir şekilde kullandığı ve K1'in ise sembol ataması yaptığının farkında olmadığı görülmüştür. İkinci problemi cebirsel yoldan çözen diğer katılımcı K7 ise alınan yol miktarına kilometre etiketini atayarak alınan yol miktarı ile alınan ücret arasındaki çarpımsal ilişkiyi genellemiştir.

İkinci problemi cebirsel yoldan çözen K1 alınan yol miktarına n sembolünü atayarak alınan ücreti $4n$ olarak ifade etmiştir. Yani değişkenler arasında var olan çarpımsal ilişkiyi cebirsel olarak ifade etmiştir. Ancak çözümüne cebirsel olarak başlasa bile çözüm süresinde orantısal olarak düşündüğü görülmektedir. K1 burada değişkenler arasındaki çarpımsal ilişkiyi ifade etmiş ve çözümüne buradan devam etmiştir.

Handwritten work showing a calculation: $100 \div 4 = 25$ and $25 \times 4 = 100$. The final answer is written as 'cevap = 400'.

Görsel 3.10. K1'in ikinci probleme ilişkin çözümü

G: Ne anlıyoruz bu problemde?

K1: bir kilometreye dört lira alınmaktadır, iki kilometreye sekiz. O zaman ben düşündüm ki bir kilometreye dört alınmaktansa yüz kilometreye de dört yüz lira alınmakta.

G: Peki neden böyle düşündün?

K1: Çünkü hocam n'lerle gittim. Dört katı

G: Neye n dedin? Neyin dört katı?

K1: sayının hocam

G: Peki o sayı dediğin şey ne ifade ediyor?

K1: Alınan yol miktarını hocam

G: Alınan yol miktarının dört katı olan hangisi?

K1: alınan ücret hocam

G: Peki bundan sonra ne yaptın?

K1: alınan yol ile alınan ücreti çarptım cevabı buldum.

Ayrıca K1'e problemin çözüm sürecinde değişken kullanıp kullanmayacağı sorulduğunda kullanmayacağını ifade etmesi ilk çözümünde sembol ataması yaptığının farkında olmadığını göstermektedir. Ayrıca klinik görüşmelerde yapılan sorgulamalarda K1 değişkenler arasındaki ilişkiyi sözel olarak ifade etmiş ancak bu ifadenin cebirsel temsiline geçiş yapamamıştır.

G: Tamam peki sence bu soruda değişken kullanabilir miyiz?

K1: Yok hocam kullanamayız galiba

G: Değişken kullanamaz mıyız?

K1: Evet hocam

G: Bir düşünelim. Gidilen yol ile alınacak ücret arasında nasıl bir ilişki var?

K1: hocam her zaman dört katına, kilometreye düşen miktarın dört katını ödüyor.

G: Peki burada acaba genel bir ifade yazabilir miyiz?

K1: evet hocam

G: Ne yapabiliriz?

K1: Eee kilometreye düşeniyle alınan ücretin 4 katı olduğu için hocam sürekli 4 katı olacak.

İkinin 4 katı 8, üçün 4 katı 12 diye artmakta.

G: Mesela şöyle sorayım bu kişi 5 kilometre yol gitse ne kadar ücret öder?

K1: 20 hocam

G: Peki 10 kilometre

K1: 40 hocam

G: Peki herhangi bir kilometrede yani belli bir miktar yol aldığında ödeyeceği ücreti nasıl söyleyebiliriz?

K1: hocam o sayının 4 katı olarak

İkinci problemi cebirsel yoldan çözen K6 değişkenler arasında bir örüntü aramış, alınan yol miktarını adım sayısı olarak değerlendirmiş ve alınan yol miktarına n sembolünü atayarak alınan ücretin miktarını $4n$ olarak ifade etmiştir. Yani K6 burada değişkenler arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak temsil etmiştir. Daha sonra ise çözümüne elde ettiği bu cebirsel ifade üzerinden devam etmiştir. Ayrıca K6'nın klinik görüşme sırasında yapılan sorgulamada değişkeni anlamlı bir şekilde kullandığı görülmüştür.

K6: Eee ben burada şey buldum, örüntüsünü buldum. Dörder dörder gitmiş $4n$ oluyor. Eeee yüzüncü şeyi sorduğu içinde n yüzüncü adım olduğu için 4 ile 100 çarptım 400 buldum.

G: Burada n dediğimiz şey ne

K6: Eee n dediğimiz bir adımda yani n bir kilometreyi sorsaydı n 'e bir diyecektik.

G: Hımm o zaman n ne ifade ediyor burada bize?

K6: Adımı

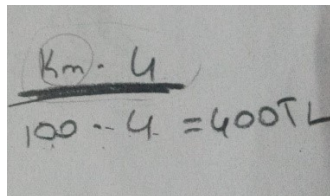
G: Peki burada yani adım olarak ifade ettiğin şey nedir?

K6: kilometre

G: O zaman burada n bize neyi ifade ediyor?

K6: Kilometreyi

İkinci problemi cebirsel yoldan çözen bir diğer katılımcı olan K7 ilk olarak alınan yol miktarına kilometre etiketini atamış ve alınan ücret miktarını “kilometre çarpı dört” olarak ifade etmiştir. Ayrıca burada kilometreyi değişken olarak kullandığını vurgulamıştır. Daha sonra ise çözüme ulaştığı bu genel ifade üzerinden devam etmiştir. Klinik görüşme sırasında gerekli sorgulamalar yapıldığında K7 alınan yol miktarına x sembolünü atayarak alınan ücret miktarını $4x$ olarak ifade edebilmiştir. Ayrıca K7'nin değişkeni anlamlı bir şekilde kullandığı görülmektedir.


$$\text{km} \cdot 4$$
$$100 \cdot 4 = 400 \text{ TL}$$

Görsel 3.11. K7'nin ikinci probleme ilişkin çözümü

K7: ...Şimdi ben burada şunu fark ettim kilometre çarpı dört ücreti bize temsil ediyor. Şimdi alınan yol 2 kilometre 8, 3 iken 12, burada bir ilişki var, 4 kat 4 kat 4 kat 4 kat 4 kat olarak

gidiyor. O zaman ben burada bu formülü elde edebilirim. Kilometre çarpı 4 bize parayı gösteriyor, verilen ücreti. O zaman 100 kilometre gittiyse 100 burada kilometremiz oluyor 4 yine bizim çarpanımız. O zaman 100 çarpı 4, 400'ü buradan elde edebiliriz.

G: Yani sen burada değişken kullandın mı?

K7: Evet kilometreyi değişken olarak kullandım.

G: Peki buradaki ilk başta kilometre olarak kullandın ya değişkeni, kilometreden farklı bir değişken kullanarak bu problemi çözebilir miyiz?

K7: çözebiliriz yani illa buraya kilometre yazmamıza gerek yok. x çarpı 4 veya $4x$ eşittir ücrette diyebiliriz veya TL de diyebiliriz.

G: Peki burada x dediğin şey ne ifade ediyor Emir?

K7: Yolu ifade ediyor.

İkinci problemi öncelikle orantısal muhakemeden yararlanarak çözüme ulaşan altı katılımcıya problemin çözüm sürecinde değişken kullanıp kullanmayacakları sorulduğunda ve değişkenler arasında var olan ilişki ayrıntılı olarak sorgulandığında katılımcılardan üçü değişkenler arasında var olan çarpımsal ilişkiyi sözel olarak genellemiş ancak ulaştıkları bu genel ifadeyi, bağımsız değişkene yani alınan yol miktarına sembol ataması yaparak cebirsel olarak ifade edememişlerdir. Üç katılımcı ise problem durumunda verilen değişkenler arasındaki ilişkiyi sözel olarak genelledikten sonra bağımsız değişkene sembol ataması yaparak bağımlı değişkeni bağımsız değişken cinsinden cebirsel olarak ifade edebilmişlerdir.

Değişkenler arasındaki ilişki sorgulandığında K3 ve K8'in değişkenler arasındaki ilişkiyi sözel olarak ifade edebildiği ancak cebirsel olarak ifade edemediği görülmüştür.

G: Peki burada alınan ücretle alınan yol miktarı arasında nasıl bir ilişki var?

K3: Eee orantılı hocam. Bir orantı söz konusu

G: Nasıl bir orantı söz konusu?

K3: 1 kilometreye 4 TL ise 4 kilometre 16 TL. Her seferinde 1 kilometre arttığında 4 TL artıyor hocam. O şekilde de orantı söz konusu.

G: Mesela 5 kilometre yol gitmiş olsaydı bu kişi taksiyle kaç TL öderdi?

K3: 20 TL öderdi hocam.

G: Peki 10 kilometre gitseydi?

K3: 10 kilometre gitseydi 40 TL öderdi.

....

G: Anladım peki herhangi bir yani belirli bir miktar yol alsa ne kadar ücret ödeyebilir?

K3: belirli bir miktar?

G: Yani biz sayıyı bilmiyoruz

K3: o zaman yine şey şöyle hocam mesela şuraya x deriz alınan ücreti mi yazarız.

G: Hıhı ne kadar olur alınan ücret?

K3: Alınan ücret hocam dört dört arttığı için yine 20 yazardım ben. Bu şekline 5 yazardım. x'i 5 bulurdum çünkü yine bir oran söz konusu.

G: Ama x'i vermemiş ki sana yani 5 kilometre yol aldığını biliyor muyuz? Herhangi bir kilometre yol aldığında desek

K3: Herhangi bir kilometre yol aldığını ne kadar ücret öder hocam içler dışlar yaparak bulabiliriz ama kilometreyi veya ücreti vermemiş. Nasıl bulabiliriz? Imm hocam nasıl bir şey aldığını ücret ya da miktarı her seferinde mesela buradan birer birer artıyor buradan dörder dörder artıyor. Ne kadar aldığını böyle giderek her seferinde orantılı bir şekilde bulabiliriz bu şeye göre.

G: ... genel bir cebirsel ifadeye ulaşabilir miyiz?

K3: (Düşünüyor) yani aklıma öyle cebirsel ifadeyle çözebileceğimiz bir yol gelmedi hocam benim.

G: Peki herhangi bir kilometre yol aldığında, belli bir miktar yol aldığında ödeyeceği tutar hakkında bir yorum yapabilir miyiz?

K8: (Düşünüyor)

G: Mesela 10 kilometre gitmiş olsaydı ne kadar ücret öderdi?

K8: 40 lira öderdi.

G: Peki 15 kilometre gitmiş olsaydı?

K8: 15 kilometre gitmiş olsaydı 60 lira öderdi

G: Peki herhangi bir kilometrede yani belli bir miktar yol aldığında ödeyici tutar ne olur?

K8: Her zaman 4 çarpı olur.

G: Peki burada bir denklem elde edebilir miyiz? Ya da farklı bir yoldan ifade edebilir miyiz?

K8: (Düşünüyor)

G: Mesela herhangi bir zamanda, belli bir miktar yol gittiğinde ödeyeceği tutarı nasıl ifade edebiliriz sence?

K8: Hımm pek bulamadım, bilmiyorum.

Değişkenler arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak ifade edemeyen diğer bir katılımcı olan K4 yapılan sorgulamalar sonucunda değişkenler arasındaki ilişkiyi sözel olarak ifade edebilmiştir. Klinik görüşme sırasında problemin çözüm sürecinde değişken kullanmayacağını ifade edip daha sonra denklem elde edebileceğini söylemiştir. Ayrıca problem kökünde sorulana değişken atayacağı yanılgısı mevcut olduğu görülmüştür. Denklem oluştururken anlamlı bir denkleme ulaşamamış ve sonrasında denklem kuramayacağını ifade etmiştir.

G: Peki biz burada bir değişken kullanabilir miyiz?

K4: burada 1 değişken kullanır mıyız? Kullanamayız ya

G: Peki mesela sana şeyi sormuş olsaydı herhangi bir kilometredeki ücreti sormuş olsaydı nasıl ifade ederdin bunu?

K4: Nasıl yani

G: Yani mesela 100 demeseydi de

K4: Farklı bir şey

G: Farklı bir şey deseydi işte 20 kilometre deseydi

K4: 20 ile 4 çapardım.

G: Mesela şeyi sorabilir değil mi? İşte alınan yol miktarı ile alınan ücret arasındaki ilişkiyi sorabilirdi buna ne söyleyebilirdin? Nasıl bir ilişki vardır diye sorsaydı sana?

K4: Her bir kilometrede 4 lira artmıştır, böyle bir ilişki

G: Bu şekilde cevap verirdin

K4: Doğru orantı evet

G: Tamam o zaman denklem kurabilir miyiz?

K4: Denklem burada kullanırız. 100 kilometre ile gidiyorsa burada her kilometre imm alınan ücret $100x$ mi diyeceğiz.

G: Neden $100x$ olduğunu düşünüyorsun?

K4: Çünkü kilometre yani bilemedim yani $100x$ olmaması gerekiyor.

G: $100x$ dersene neye x demiş olursun?

K4: Alınan yol miktarına demiş oluyorum. Denklem kuramayız herhalde

İkinci problemde değişkenler arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak ifade eden K2 probleme ikinci bir yol olarak yine orantısal muhakemeden yararlanarak çözüm üretmiştir.

G: Peki bu problemin farklı bir yoldan çözebilir miydik?

K2: Oran orantı ile çözebilirdik

G: Nasıl çözebilirdik?

K2: İlk önce bir kilometre 4 TL diyor ama 100 kilometreye x diyor. Yani buradan doğru orantı ile çarparak yüz çarpı dörtten 400. Sonrasında 400 bölü birden x 'in 400 olduğunu bulabilirdik.

G: Peki burada değişken kullanabilir miyiz?

K2: yani zaten doğru orantı kısmında x değişkenini kullanmıştık bunu.

G: Peki orada neye x dedin?

K2: Çünkü orantı problemindeyken belirli veriler verilirken bir kısmı eksik olduğu için buraya x yazdım. Sonrasında bütün verileri toplayıp belirli işlemler sonrasında çıkan sonucu elde edebilmek için x yazdım.

Ayrıca değişkenler arasındaki ilişki sorgulandığında K2, değişkenler arasında bir örüntü aramış ve değişkenler arasındaki ilişkiyi n sembolünü kullanarak cebirsel olarak genellemiştir. Ayrıca değişkeni anlamlı bir şekilde kullanmadığı görülmüştür.

G: Tamam peki bu kişi 5 kilometre yol alsaydı ne kadar ücret öderdi

K2: 5 kilometreye 20

G: 10 kilometre alsaydı

K2: 40

G: Peki belirli bir miktar yol aldığında ödeyeceği ücret hakkında ne söyleyebiliriz.

K2: Hımm her bir kilometre aldığında 4 TL arttığı için alınan kilometre verildiğinde 4 TL ile çarpıldığında alınan ücret verilir ya da alınan ücret verildiği zaman yine dörde bölünerek aldığı kilometre verilir.

G: Peki buradan bir düşünelim burada bir değişken kullanabilir miyiz?

K2: (Düşünüyor)

G: Genel bir ifadeye ulaşabilir miyiz?

K2: Yani şöyle söyleyeyim alınan fiyatın değişken olabileceği bunun bilinmediği ama alınan yol miktarını çeşitli yollarla bulunabileceği.

G: Peki ne derdin bu yorumundan sonra mesela değişkene

K2: Değişkenin her zaman aynı şekilde kalmadığını çünkü belli bir miktardaki veri arttığı zaman değişken artabilir, azalabilir her zaman aynı kalmaz.

G: Peki sen burada neye değişken atardın?

K2: Değişken ben alınan ücret ve yol miktarı her ikisine de değişken derdim. Çünkü ters orantı olduğunda yol miktar arttığında ücret azalabilirdi ya da yol miktarı arttığında yine bu sorudaki gibi ücrette artabilirdi. Yani buradaki değişken hem yol miktarı oluyor hem de alınan ücreti oluyor.

G: Hani denklem ya da genel bir ifade kullanabilir misin? Cebirsel ifade.

K2: Hımm şey örüntülerde mesela n ifadesi kullanılıyor. İlk adımında mesela şöyle söyleyeyim yeni adım $4n+1$ ise $4.1+1$ 'den 5 oluyor. İlk adımda bunu bulunduğu gibi her bir adımda kaç ile çarpılıyorsa ya da kaç artıyorsa buna göre örüntünün yani alınan ücretin ya da alınan yol miktarını hesabı bulunabilir.

G: Gösterebilir misin nasıl bulunabileceğini?

K2: Eee şimdi şöyle söyleyeyim buradan dörtten pardon sekizden dördü çıkarttığımızda dört kalıyor, on ikiden sekizi çıkarttığımızda yine dört, on altıdan on ikiyi çıkarttığımızda yine dört veriliyor. Burada da her birinde birer birer yani alınan yol miktarı her seferinde birer kere arttığından bundan şunu çıkartabiliriz her bir arttığında dört lira daha artıyor her 4 lira arttığında ise 1 kilometre yol daha fazla artmış oluyor. Bu sayede buradan n 'nin yani n ifadesinin 4 olduğunu ve her n 'de, n yani $1n$ 'de n çarpı birden 4 olduğunu yani n 'nin dört olduğunu bulabiliriz.

G: Peki neye n dedik burada?

K2: Örüntü tarzında bir kural uygulayabilmek için.

G: Peki bu örüntünün genel kuralı ne olur?

K2: $4n$

İkinci problemin çözüm sürecinde değişken kullanıp kullanamayacağı sorulduğunda K5'in orantı kurarken bilenmeyen değere x değişkenini atamıştır. Ayrıca problem durumunda verilen değişkenler arasındaki ilişki sorgulandığında K5, problem durumundaki bağımsız değişkene sembol ataması yaparak bağımlı değişkeni bağımsız

değişken cinsinden ifade edip ve değişkenler arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak ifade etmiştir. Aynı zamanda K5'in elde ettiği cebirsel ifade üzerinden çözüm sürecine devam ettiği görülmüştür.

G: Peki bu soruyu farklı bir yoldan çözebilir miyiz?

K5: Bilmiyorum. Oran-orantı olabilir ama ben de orantıdan gittim.

G: Peki değişken kullanabilir miyiz sence bu soruda?

K5: Bilmiyorum olabilir ama pek emin değilim. Orantıda da zaten değişken kullanmıyor muyuz?

G: Şu an çözümünde değişken kullandın mı?

K8: Mesela ikide sekizse yüzde kaç?

G: Hımm anladım peki burada alınan ücretle alınan yol miktarı arasında nasıl bir ilişki var?

K5: kat ilişkisi var

G: Nasıl bir kat ilişkisi var?

K5: her zaman 4 kat artarak yükselen

G: Peki 20 kilometre yol almış olsaydı ne kadar ücret öderdi?

K5: 80

G: Peki 90 kilometre yol almış olsaydı

K5: 360

G: Peki herhangi bir kilometre yol alsaydı, ödeyeceği ücret hakkında bir yorum yapabilir miydik?

K5: Eee $4x$

G: Burada neye x dedin?

K5: Alınan yol miktarına

G: O zaman ödenecek ücret ne oldu?

K5: Eeee $4x$

G: Peki bu sorunun çözümünde, bizden istediği şeyin çözümünde nasıl kullanabiliriz bunu?

K5: Eee denklem olarak mı

G: Ya da şöyle söyleyeyim, soruda verilen 100 kilometre gidilen yol için ödeyeceği ücreti nasıl bulabiliriz? Buradan

K5: Eee ben direkt dört ile çarptım için, $4x$, x 'e 100 dediğimiz için 4 ile çarpmak gerekir

İkinci problemin çözüm sürecinde değişken kullanıp kullanmayacağı sorulduğunda K9'un problemde kökünde sorulana değişken atayacağı yanlgısı mevcut olduğu görülmüştür.

G: ... peki burada değişken kullanabilir miyiz sence?

K9: Değişken kullanabilir miyiz? Evet mesela $1x$ eşittir 4 ise $2x$ kaçtır? Ooo hayır

G: $2x$ derken neye x dedik orada?

K9: Neye x dedik (düşünüyor) bunda kullanamayız muhtemelen şey denklem kurmayız çünkü bilinmeyen yok. Vermiş hepsi aslında bence

G: Tamam şöyle bir düşünelim mesela burada bana alınan ücret ile alınan yol miktarı arasındaki ilişkiyi nasıl açıklarsın?

K9: Alınan ücret alınan yol miktarının 4 katı oluyor.

G: Peki herhangi bir kilometre yol alsaydı onu nasıl ifade edebilirdin? Yani herhangi bir kilometrede ödeyeceği tutarı nasıl ifade edebilirdin sence?

K9: Denklemden mi? Nasıl yani.. Mesela nasıl ifade ederdik $1x$ eşittir 4 ise $2x$ kaçtır falan diye ifade edebilirdik mesela orada herhangi bir şey var ya oraya koyar x 'in yerine koyardık öyle eşitlerdik.

G: Peki x dediğin şey ne burada?

K9: x dediğim şey ne oluyor? Alınan yol miktarı oluyor. Mesela aslında ikisi de x olabilir. Mesela bize alınan yol miktarını verir alınan ücreti sorar, alınan ücreti sorduğu için alınan ücret x olur. Alınan ücret verip alınan yol miktarını da sorabilir, dörde böleriz bu sefer o zamanda alınan yol miktarı x olur. Sonunun ne olduğuna bağlı bilinmeyen yani

Daha sonra değişkenler arasındaki ilişki sorgulandığında K9, problem durumunda verilen bağımsız değişkene sembol ataması yapıp bağımlı değişkeni bağımsız değişkenin cinsinden cebirsel olarak ifade edebilmiştir. Ayrıca değişkeni anlamlı bir şekilde kullanmaktadır. K9 değişkenler arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak ifade etmiştir ancak çözüm sürecine orantısal muhakemeden yararlanarak devam ettiği görülmüştür.

G: Peki o mesela bu araç ya da bu taksi 10 kilometre yol almış olsaydı kaç lira ödeme yapılması gerekirdi?

K9: Kırk

G: Peki 15 kilometre yol almış olsaydı

K9: 60

G: O zaman herhangi bir kilometrede yol aldığında ödeyeceği ücreti nasıl ifade edebiliriz?

K9: Eeee mesela alınan yol miktarına y edersek alınan ücret $4y$ oluyor, 4 kat olduğu için

G: Peki bu $4y$ 'den yararlanarak sorunun cevabını bulabilir miyiz?

K9: Nasıl bulabilirim? Alınan yol miktarını verir mesela şuraya baksam sadece birinin olduğu yer açık olsa burada dördü gördüğüm anda $4y$ olduğunu anlarım ki y eşittir alınan ücret kaçtır mesela onu sorabilir. O zaman da bulurum.

G: İstersen yaz neye y dedin $4y$ ne ifade ediyor diye

K9: yazıyor

G: Tamam peki buna göre 100 kilometre yol giden bir müşterinin ödeyeceği tutar kaç TL'dir? sorusunu nasıl cevaplarız?

K9: Eeee alınan ücret 4 katı ise alınan yol miktarının, yol miktarı da 100 kilometre ise 400 TL oluyor çünkü 4 kat olmak zorunda her şeyde 4 kat

3. Bir sinema salonunda gösterime giren film için tam ve indirimli olmak üzere iki tür bilet satılmaktadır. Salonun tam dolu olduğu seansta indirimli bilet alanların sayısının tam bilet alanların sayısına oranı $\frac{7}{5}$ 'dir. Bu sinema salonunun kapasitesi 120 olduğuna göre tam bilet satın alan kişi sayısı kaçtır?

Şekil 3.7. Orantısal Muhakeme Testinin üçüncü problemi

Üçüncü problemi dokuz katılımcıdan ikisi orantısal muhakemeden yedi katılımcı ise cebirsel yoldan çözmüştür. Üçüncü problemi cebirsel düşünmeden yararlanarak çözen yedi katılımcıdan dört katılımcı problem durumunda verilen oranı oluşturan indirimli ve tam bilet alan kişi sayısını kat etiketini kullanarak cebirsel olarak ifade etmiştir. Daha sonra bu çoklukları toplayarak sinema salonunun kapasitesini cebirsel olarak ifade edip problem durumunda verilen sinema salonun kapasitesine eşitleyerek denkleme ulaşmışlardır. Diğer üç katılımcının ise çözümde sembol olarak kat etiketini kullanmadıkları ancak kat etiketi kullanan katılımcılara benzer düşünme süreci ile üçüncü problemi çözdükleri görülmüştür.

Üçüncü problemi öncelikle kat etiketini kullanarak çözüme ulaşan K2 ve K5'in oran kavramını anlamlandırdığı ve kat etiketini anlamlı bir şekilde kullandığı görülmüştür.

$$\begin{array}{l} \frac{\text{İndirimli} = 7k}{\text{Tam bilet} = 5k} = 120 \\ 7k + 5k = 12k \\ 120 = 12k \\ k = 10 \end{array}$$
$$\begin{array}{l} \frac{\text{İndirimli} = 70 \text{ kişi}}{\text{Tam bilet} = 50 \text{ kişi}} \end{array}$$

Görsel 3.12. K2'nin üçüncü probleme geliştirdiği cebirsel çözüm

K2: Ben burada oran verdiği için oranları kullandım. İndirimli alan kişilerin oranı yediymiş tam biletin ki beşmiş. Yedi bölü beş ifadesi yüz yirmiye eşitmiş. Ben de burada matematik öğretmenimizin bize öğrettiği şekilde k yani yedi ve beşin katları kuralını uyguladım. $7k + 5k$ yaptım $12k$ yapıyor demek ki $12k$ eşittir 120. Ben de yüz yirmiyi on ikiye böldüm ve k'nın on olduğunu buldum. Sonrasında k on olduğu için yediyi on ile çarparak indirimli kişilerin 70 kişi olduğunu buldum. Tam bilet alanları bulmak için de beş ile onu çarparak elli kişi olduğunu buldum.

G: Tamam çok güzel burada k bize ne ifade ediyor?

K2: k burada kat olarak mesela eğer k beş olsaydı yedi ile beşin çarpılarak yedinin bir katının olduğunu söyler. Yani yedinin katından bahsettiğim şey 7, 14, 21 yani yediye tam anlamıyla buçuklu sayılar olmadan bölünebilen sayılar olduğunu söylüyor k bize.

G: Anladım peki neden k kullanma ihtiyacı duyuyoruz burada?

K2: çünkü belli bir oran verilmiş ama bu oranların hangi sayılara eşit olduğunu vermediğinden dolayı ben kartları kullanmayı tercih ettim.

$$\frac{7}{5} = \frac{\text{indirimli}}{\text{tam}}$$
$$7k + 5k = 12k$$
$$12k = 120$$
$$k = 10$$
$$5 \cdot 10 = 50 \text{ kişi}$$

Görsel 3.13. K5'in üçüncü probleme geliştirdiği cebirsel çözüm

G: Ne anlıyoruz bu problemden?

K5: Hımm tam ve indirimli ve olmak üzere 2 tane bilet var, bize oranını vermiş, bize tam bilet alan sayısını soruyor

G: Peki nasıl çözdün problemi

K5: yedi bölü beş, indirimli bölü tam demek gibi bir şey. O yüzden onlara kat verdim. 7k artı 5k'dan 12k yaptım. Eee salonda zaten 120 kişi olduğuna göre 12k, 120 kişiye eşit oluyor. k, 10 oluyor. Burada tam bilet sayısını sorduğu için de 5 ile çarptım 50 buldum.

G: Peki burada k dediğin şey ne ifade ediyor?

K5: Eee k dediği şey

G: Daha doğrusu senin k dediğin şey ne ifade ediyor canım?

K5: kat

G: Peki neden katını alıyoruz?

K5: çünkü oranda sayı ikisinin de ortak olduğu bir katla küçültürsek elde edildiği için kat aldım.

Üçüncü problemi öncelikle kat etiketini kullanarak çözüme ulaşan K1 ilk olarak çözüm sürecinde bir sonuca ulaşamamıştır. Yapılan sorgulamalar sırasında oranın hangi çokluklar arasında olduğunu anlamlandıramadığı görülmüştür. Daha sonra katın değerini 10 olarak hesaplayıp doğru sonuca ulaşmıştır. Ayrıca K1'in kat etiketini anlamlı bir şekilde kullanmadığı görülmüştür.

G: Ne anladım problemiden?

K1: Hocam bir sinema salonunda indirimli ve tam olan iki tane bilet çeşidi varmış. İndirimli biletlerin fiyatı yedi lira, tamların oranında beştir, salon kapasitesi de 120 oluyor. Bir de tam alan kişileri soruyor.

G: Peki nasıl çözebiliriz?

K1: hocam bunu katlarla çözebiliriz.

G: Katlarla çözebileceğimizi nasıl bulduk?

K1: eee hocam bize kapasiteyi verdiği için oradan yapabileceğimizi düşündüm.

K1: (işlemi yapıyor) hocam yapamadım ya

G: Tamam peki mesela neden kat deme ihtiyacı duymuşuzdur? Onu biraz düşünelim.

K1: 120'den bulabiliriz diye düşündüm de bulamadım.

G: Peki bana buradaki mesela indirimli bilet alan kişi sayısı hakkında ne söyleyebilirsin?

K1: hocam yedi kişi, 120'nin yedisi kadar indirimli bilet alınmış.

G: 120'nin yedisi derken biraz daha açabilir misin?

K1: hocam kapasite 120 olduğu için 120 bölü 7 galiba.

G: Peki 120 yediye tam bölünebilir mi?

K1: hayır hocam

G: Kişi sayısı peki rasyonel bir sayı olur mu?

K1: tamam hocam ben katı 10 buldum. Yedi ile beşi toplayıp yüz yirmiye böldüğümde 10 buldum hocam katı. Bize tam sayılı tam bilet alanları sorduğu için tamı da o on ile çarptığımızda cevap elli çıkıyor.

G: Peki burada kat ne demek?

K1: kat eeee nasıl açıklayabilirim.

G: Neden mesela katını alıyoruz?

K1: Hocam açıklayamadım.

Üçüncü problemi kat etiketini kullanarak çözen bir diğer katılımcı olan K8'e oranı oluşturan çoklukları neden k etiketini kullanarak temsil ettiği sorulduğunda sebebini açıklayamamış ve genelde k'nin kullanıldığını ifade etmiştir. Yani K8'in kat etiketini anlamlı bir şekilde kullanmadığı görülmüştür.

$$\frac{i}{T} = \frac{7k}{5k}$$
$$7k + 5k = 12k$$
$$12k = 120$$
$$k = 10$$
$$7 \cdot 10 = 70$$
$$5 \cdot 10 = 50$$
$$70 + 50 = 120$$

Handwritten notes: "tam bilet satılan kişi sayısı", "120/5 = 24", "7/5 = 168/100 + 120"

Görsel 3.14. K8'in üçüncü probleme geliştirdiği cebirsel çözüm

K8: ...İndirimli bilet şeyiyle, indirimli ve tamı şey yaptığında oranı yedi bölü beş oluyormuş, burada yani bizim öğrendiğimize göre böyle şeylerde biz yediye 7k, beşe de 5k diyoruz.

G: Peki neden böyle diyoruz?

K8: Onları toplayıp ne kadar yani ne kadar kişinin aldığını bulmak için

G: Yani oraya neden k deme ihtiyacı duyuyoruz?

K8: aslında k da değil de farklı şeyler deniliyor pek bilmiyorum ama genelde hep k kullanırlar.

G: Peki neden yedinin katında ve beşin katını alıyoruz?

K8: Eeee zaten bunlar şey, oranlı bir şey onu pek bilmiyorum yedi veya beşin neden katının alındığını.

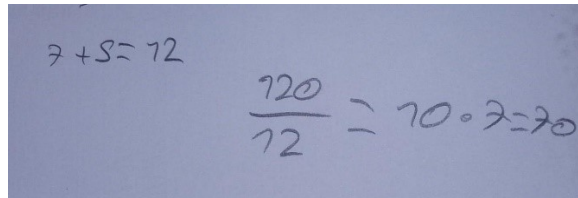
G: Tamam daha sonra ne yaptın?

K8: daha sonra 7k ile 5k'yı topladım 12k elde ettim. 12k ile de denklem yaptım. 12k eşittir 120 dedim. Çünkü sinema salonunun kapasitesi 120 kişi kapsıyormuş. Oradan da bölme işlemi yaptığımızda da k'yı 10 buluyoruz yani on katının alındığını buluyoruz.

G: k'yı on bulduktan sonra ne yaptın?

K8: bize tam bilet satın alan kişi sayısını sormuş, tam bilet satın alan kişi sayısı 5k idi. 5 ile de 10 çarptığımızda 50 tam bilet satın alan kişi sayısı bulunuyor.

Üçüncü problemi K4, K6 ve K7 herhangi bir sembol ataması yapmadan çözmüşlerdir. İlk olarak problem durumunda verilen oranı oluşturan sayıları toplayı 12 elde etmişler, 120'yi 12'ye bölerek 10 değerine ulaşmışlar ve sonrasında ise on ile beşi çarparak doğru sonuca ulaşmışlardır. Klinik görüşme sırasında K4 ve K6'nın problemin çözüm sürecinde kat etiketini kullanmasa da kat alma mantığını kullanarak çözümlerini yaptıkları görülmüştür. Ayrıca K4 oranı oluşturan çoklukların yani indirimli bilet ve tam bilet sayının hangisinin hangisine oranı verildiğini anlamlandıramadığı için yanlış sonuca ulaşmıştır.


$$7 + 5 = 12$$
$$\frac{120}{12} = 10 \cdot 7 = 70$$

Görsel 3.15. K4'ün üçüncü probleme geliştirdiği çözüm

G: Ne anladık buradan problemden?

K4: Buradan tam dolu ise tam bilet satın alanları alan kişiyi buluyor yani tam bilet satın alan kişi sayısını soruyor burada. Burada da oranın 7/5 'iymiş. Bunları kat olarak değerlendirsek 7 kat ile 5 katı toplarsak 12 kat oluyor. 120'yi ile de bölersek kaç kat olur ha kat demeyeyim. 120 ile 12'yi bölersek bir katı buluyoruz. Bir katta 10 çıkar.

G: Tamam

K4: bir katta 10 çıkar. Eeee yedi bölüm beşmiş oranı 7 katla da 10 çarparsak 70 çıkar.

G: Bulduğun 70 nedir?

K4: Sinema salonunda tam bilet satın alan kişi sayısı

G: Bu problemi nasıl anlamlandırırız? Ne anlatıyor bize?

K6: Eeee indirimli olanların yedi olduğunu anladım ben buradan çünkü indirimli bilet sayısının tam bilet alanların sayısına oranını söylemiş. İndirimli bilet yedi tam bilete beş olarak anladım. Ondan sonra bunların ikisini toplayıp katını buldum. Bunla bunu topladım 12 oldu. Ondan sonra 120'yi de 12'ye böldüm, bir katını buldum. 10 buldum onu da. Sonra 10 ile de 5'i çarptım çünkü tam bileti sormuş, tam bileti kaç kişinin aldığını. Beş kişi tam olduğunu görmüştük burada. Ondan sonra 10 ile de 5'i çarptım 50 kişinin tam bilet aldığını buldum.

G: Peki yedi ile beş neden topladık?

K6: Çünkü bir katını bulmak için toplam sayının şeyini bulmaya çalıştım.

G: Nesini bulmaya çalıştın?

K6: Eeee

G: Mesela burada indirimli bilet alan kişi sayısı ile tam bilet alan kişi sayısı hakkında ne söyleyebilirsiniz?

K6: indirimli bilet alanların tam kişiden daha fazla olduğunu söyleyebilirim.

Ayrıca problemin çözüm sürecinde değişken kullanıp kullanmayacağı sorulduğunda K4 kat ifadesi yerine x sembolünü atayarak sinema salonun kapasitesinin cebirsel olarak ifade etmiş ve denkleme ulaşmıştır.

G: Peki değişken kullanabilir miydik?

K4: Kullanırdık

G: Nasıl kullanabiliriz?

K4: Kişi sayısına kullanabilir miyiz? Kişi sayısına kullanırız galiba

G: Nasıl kişi sayısına kullanabiliriz?

K4: Mesela şu kaç kat. Haaa oranlarını kullanırız. $12x$ ise $12x$ eşittir 120 ise bir katına böyle bulabiliriz

G: O zaman x dediğin şey ne burada?

K4: x dediğim şey imm kat

G: Tamam buradan x 'i ne bulursun?

K4: Buradan x 'i 10 bulurum.

K7 ise çözüm sürecini açıklarken oranı oluşturan çoklukları ve buna bağlı olarak salonun kapasitesini x değişkeni kullanarak cebirsel olarak ifade etmiştir. Sinema salonun kapasitesinin cebirsel ifadesi ile problem durumunda verilen değerini eşitleyerek denklem elde etmiş ve çözüm sürecini bu denklem üzerinden sürdürmüştür. Ayrıca K7'nin değişkeni anlamlı bir şekilde kullandığı görülmüştür.

K7: Şimdi ben burada yine biraz denklem kurdum fakat burada denklemi yazmadım. Şimdi indirimli biletimiz alan kişi sayısı yediymiş, tam bilet alan da beşmiş. Şimdi biz bunları topladığımızda on ikiyi bulduk, 120 kişi girmiş şöyle diyebilir miyim $12x = 120$. Burada $12x$ eşittir 120 diyor. O zaman şimdi burada x bulmak için 120'yi 12'ye böleriz 10. O zaman x 10 çıkıyor. o zaman 7 çarpı 10 yapacağız, 5 çarpı 10 yapacağız ki gerçek sayılarını bulabilirim. O yüzden burada tam bilet satın alan kişi sayısı 50 kişidir.

G: Şimdi burada x dediğimiz şey ne? Neye x diyoruz?

K7: Burada x dediğimiz kişi kaç kat azaltıldığını yani kaç katına bölündüğünü gösteren sayı.

G: Peki neden beş çarpı on yaptın?

K7: Çünkü burada x bulunmak için yüz yirmiyi on ikiye bölmemiz gerekiyor ve yüz yirmiyi on ikiye böldüğümüzde 10 buluyoruz. O zaman on burada bölündükleri sayıdır. Yani 50 kişiye ona bölünmüş 5 kişi olarak bulunmuş. O yüzden burada onla çarpmamız gerekiyor gerçek sayısını bulabilmek için.

G: Peki ilk başta neden yedi ile beşi topladın?

K7: Eee bütün kişi sayısını bulabilmek için.

G: Yani bu sinema salonunda 12 kişi mi vardır?

K7: Hayır 12x kişi vardır. Çünkü sinema salonunda 120 kişi var diyor zaten. O zaman biz burada yüz yirmiyi on ikiye böleceğiz ki buradaki gerçek kişi sayılarını bulabilelim.

G: Peki yedi ile beşi toplayıp 12x nasıl bulabiliyoruz?

K7: Eee yedi ile beşi topladığımızda salondaki kişi, azaltılmış kişi sayısını buluyoruz. Aslında salonda 120 kişi varmış. O zaman 120 kişi eşitmiş 12x kişiye. Buradaki x dediğim gibi bizim azaltılan sayımız oluyor. Mesela o yüzden on.

Üçüncü problemi orantısal muhakemeden yararlanarak çözen K9'a klinik görüşme sırasında problemin çözüm sürecinde değişken kullanıp kullanamayacağı sorulduğunda oranı oluşturan çoklukları ve buna bağlı olarak salonun kapasitesini x değişkeni kullanarak cebirsel olarak ifade etmiştir. Sinema salonun kapasitesinin cebirsel ifadesi ile problem durumunda verilen değerini eşitleyerek denklem elde etmiş ve çözüm sürecini bu denklem üzerinden sürdürmüştür. Ayrıca K9'nın değişkeni anlamlı bir şekilde kullandığı görülmüştür.

G: Çok güzel peki biz bu soruda değişken kullanabilir miyiz?

K9: şimdi nasıl kullanabiliriz değişken? $5x$ ve $7x$ deriz, $5x + 7x = 120$ ise x kaçtırı buluruz. x demek oluyor ki yani bunun orantısı kaç yani kaçla sadeleştirilmiş ki bu sayılara düşmüş bu, x'de de bunu bulmuş oluruz.

G: Ondan sonra ne yaparız?

K9: ondan sonra da bize tam olan kişileri verdiği için tam olan kişilerde 5 olduğu için ve x'de 10 çıktığı için $5x$ 'de 50 olmuş oluyor. x on ise $5x$ elli

4. Ekmek fırını işleten Ali Bey ek gelir elde etmek için simit yapıp satmaya karar vermiştir. Biraz hesap yaptıktan sonra ortalama büyüklükte bir simidi 2 TL satacağını ve bir simitten ortalama 120 kuruş kar elde edeceğini hesaplamıştır. Ayrıca ekmeklerini odun fırınında pişiren Hüseyin amca simitleri de ekmeklerle birlikte pişirebilmek için 12000 TL'ye fırın satın almıştır. Ali Bey günlük ortalama 500 tane simit sattığına göre kaç gün sonra simit için aldığı fırına ödediği parayı geri kazanmış olacaktır?

Şekil 3.8. Orantısal Muhakeme Testinin dördüncü problemi

Katılımcıların hepsi dördüncü problemi orantısal muhakemeden yararlanarak çözüme ulaşmıştır. Problemi orantısal muhakemeden çözen katılımcılara klinik görüşme sırasında problemin çözüm sürecinde değişken kullanıp kullanmayacağı, bir denklem elde edip edemeyecekleri sorulduğunda dokuz katılımcıdan altı katılımcı anlamlı bir denklem kuramamıştır. Dokuz katılımcıdan üç katılımcı bir denkleme ulaşmıştır. Bu üç katılımcıdan ise sadece iki katılımcı anlamlı bir denkleme ulaşmış ve çözümlerini denklem üzerinden ilerleterek doğru sonuca ulaşmışlardır.

Dördüncü probleme denklem kurarak çözüme ulaşmayan katılımcılardan K3 ve K4 klinik görüşme sırasında geçen gün sayısı ile elde edilen toplam kar arasındaki ilişki sorgulandığında bu iki değişken arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark edebilmişlerdir ancak bağımsız değişkene yani süreye sembol ataması yaparak cebirsel olarak temsil edememişlerdir.

G: Peki aradan 5 gün geçerse fırını aldıktan sonra kaç TL kar elde etmiş olur?

K3: 5 gün sonra kaç ne kadar 5 gün sonra ne kadar kar etmiş olur? Hocam 500 tane simidi 120 kuruş yine çarpırım 600'ü bulurdum hocam. Kaç gün sonra simit için yani 5 gün sonra ne kadar kâr ederdi. 600 ile de beşi mi çarpıp bulabilirdik hocam 5 gün içinde.

G: Yapabilir miyiz?

K3: altı yüz ile beşi çarpmak mı hocam. (İşlemi yapıyor) 3000 TL.

G: O zaman 5 günde ne kadar kar elde ediyormuş simitlerden?

K3: Eee 5 günde ne kadar kâr eder simitlerden (düşünüyor). Hocam kafam çok karıştı. Hocam imkânınız varsa siz anlatabiliyor musunuz soruyu

G: Eee şeyden sonra görüşmeden sonra bakarız olur mu?

K3: tamam hocam

G: Burada bir denklem elde edebilir miyiz sence?

K3: (Düşünüyor)

G: Ne düşünüyorsun?

K3: Şu an aklıma bir şey gelmiyor ya. Bir denklem kurmaya çalışıyorum. Çok kolay bir yöntemi olduğunu biliyorum kesin vardır ama. Hocam şöyle mesela (işlem yapıyor) aklıma bir şey gelmiyor hocam.

G: Tamam mesela bu kişi 5 gün simit satmış olsaydı kaç TL kar elde ederdi?

K4: Altı yüzü beş ile çarparak, günlük 600 lira kazanıyorsa beşle çarparsak kâr ederiz. Altı kere beş otuz ise iki tanede sıfır hımm kaç lira çıkar? 3000 lira çıkar.

G: Peki on günde elde ettiği kârı bulabilir miyiz?

K4: Buluruz zaten 5 günde 3000 liraysa 5 günün 2 katı 6000 liraya çıkıyor.

G: Peki o zaman herhangi bir zamandı yani herhangi bir günde elde etti kar hakkında ne söyleyebiliriz?

K4: Yani günde 600 lira kazanıyorsa birkaç günde yani farklı bir gün mesela söylese 600 ile çarpıp bulabiliriz.

G: Tamam burada denklem elde edebilir miyiz?

K4: Bilmiyorum

K3'e problemi farklı bir yoldan çözüp çözemeyeceği sorulduğunda sembol ataması yaparak da çözüme ulaşabileceğini ifade etmiş ancak bir denklem oluşturamamıştır. Ayrıca soruda değeri sorulan değişkene sembol ataması yapılacağını düşündüğü görülmüştür.

G: Peki bu problemi farklı bir yoldan çözebilir miyiz?

K3: Farklı bir yoldan ımmm (düşünüyor). Hocam bunun x ile de bir çözümü vardır ama şu an bulmaya çalışıyorum bir dakika. Eee hocam mesela kaç gün sonra dediği için kaç güne x demek olabilir mi?

G: Yani x dediğimiz şey ne oluyor orada?

K3: Bilinmeyen

G: Bilinmeyen peki neye x demiş oluyoruz?

K3: Çünkü bize kaç gün sonra simit aldığını yani kaç gün bize x bilinmeyen veriyor. O yüzden sorulana bilinmeyeni x demek mantıklı olabilir.

G: Dene bakalım.

K3: Ama bunu biliyorum ama nasıl çözmem gerektiğini. Hocam mutlaka x'li bir yol var ama aklıma gelmiyor şu an Hocam.

Klinik görüşme sırasında K4'ün problemin çözüm sürecinde değişken kullanmayacağını ancak denklem oluşturabileceğini ifade etmiştir. Ayrıca daha sonra bir denkleme ulaşmayacağını ifade etmiştir.

G: Peki burada değişken kullanabilir miyiz?

K4: Burada değişken kullanamayız galiba hı kullanamayız.

G: Peki denklem yazabilir miyiz?

K4: Denklem yazarız

G: Peki nasıl denklem yazarız?

K4: Hımm

G: Nasıl bir denklem yazabiliriz?

K4: Nasıl yazarız, 500 tane simit sattığına göre yok denklem de yazamayız herhalde.

Dördüncü problemin çözüm sürecinde anlamlı bir denkleme ulaşamayan K2, K7, K8 ve K9'un klinik görüşme sırasında orantı kurma yolu ile denklem kurabildikleri görülmüştür. Ayrıca klinik görüşme sırasında geçen gün sayısı ile elde edilen toplam kar arasındaki ilişki sorgulandığında bu iki değişken arasındaki çarpımsal ilişkiyi sözel olarak ifade edebilmişler ancak bağımsız değişkene yani süreye sembol ataması yaparak değişkenler arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak ifade edememişlerdir.

G: Peki biz burada değişken kullanabilir miyiz sence?

K8: (düşünüyor) şöyle yapabiliriz, bir günde 600 TL kazandığını söylemişti bize, bu kaç gün sonra bize 12000 lira kazanacağımızı sormuştu buradan doğru orantı ile beraber denklem oluşturabiliriz. (Orantıyı kuruyor ve işlemi yapıyor). Buradan da 20 gün sonra tekrar bu parayı elde ettiğimizi buluyoruz.

G: Peki burada x dediğin şey ne?

K8: x dediğim kaçınıcı günde o parayı elde ettiğimiz, gün belirsiz olduğu için onu bulmamız gerektiği için oraya x dedim. O x ile zaten bize kaç gün sonra parayı kazanacağımızı sormuş, o da bilinmediği için x dedim. O da o gün içerisinde 12000 TL'yi kazanıyor.

G: Peki burada geçen gün sayısı ile toplam elde ettiği kazanç arasında nasıl bir ilişki var?

K8: Aslında burada tam olarak bir artış var, eee burada tam olarak 20 ile çarptığımızda artış oluyor.

G: Sormak istediğim şu, bu problemde sorunun çözümünden bağımsız olarak simit yapıp satmaya başladığından sonraki geçen gün sayısı ile elde edilen toplam kazanç arasında nasıl bir ilişki var?

K8: doğru orantı var yani öyle bir ilişki var.

G: Mesela 5 gün simit satmış olsaydı kaç TL kar elde ederdi

K8: Beş gün simit satmış olsaydı, ıııı 30 bin lira elde eder.

G: Ne kadar?

K8: Bir dakika 3000 lira kar elde ederdi

G: Peki 10 gün olsaydı?

K8: On gün olsaydı oda tam olarak 6000 lira kâr ederdi.

G: Peki bu konuştuklarımızdan yola çıkarak bir denklem elde edebilir misin?

K8: Tabi ki de elde edebiliriz.

G: Nasıl bir denklem elde edebilirsin?

K8: İlk olarak beşinci gün demiştiniz. Bu beşinci günde, bir günde 600 kar, beşinci günde ne kadar kar olduğunu bilmediğimiz için oraya x dedik. Buradan da orantı ile içler dışlar çarpımı

yapıp x'in 3000 lira olduğunu bulduk. Bu onuncu gün içinde geçerli birinci gün 600, onuncu gün kaç olduğunu bilmiyoruz yine içler dışlar çarpımı yapıp 6000 lira olduğunu bulabiliriz.

G: Tamam peki şöyle sorayım. Aradan 5 gün geçmiş olsaydı kaç TL kar elde ederdi?

K2: Yani bu fırının fiyatını ödedikten sonra 5 lira mı?

G: Yok yok şöyle düşünelim fırını aldı aradan 5 gün geçti kaç TL kar elde etmiş olur simitlerden ortalama?

K2: (Düşünüyor) 600 TL yani şey çünkü günde 500 tane satıyor 120 kuruş kâr elde ediyor. Eeee bir dakika (işlemi yapıyor). 3000 TL

G: Peki 10 gün satmış olsaydı?

K2: 6000

G: Peki bu konuştuklarımız üzerinden düşünmeni istiyorum buradan sonra bir denklem elde edebilir miyiz?

K2: gün sayısı arttıkça aldığı yani kazandığı para miktarı doğru orantılı bir şekilde artar çünkü her gün mesela ilk gün öylesine örnek veriyorum 5 TL kazandı ve ikinci günde 10 TL kazandı ortalama bir şekilde doğru orantı ile arttığını öğrenebiliriz buradan

G: Peki denklem elde edebilir miyiz?

K2: (düşünüyor) ilk günde 600 ise kaç gün sonra 12000 TL olacağını denklem kurarak bulabiliriz. Ben denklem değil daha çok orantı tarzında yapabiliyorum. Orantıda ise yine 12000 çarpı 1'den 12000, bölü 600'den 20 yani x'in 20 olduğunu bulabiliriz.

Ayrıca K2'ye dördüncü problemi orantısız muhakemeden çözdükten sonra problemi farklı bir yoldan çözüp çözemeyeceği sorulduğunda problem durumunda verilen ilişkili değişkenlere sembol ataması yapamadığı ve düşünme sürecinde aritmetiksel olarak düşündüğü görülmüştür.

G: Peki bu problemi farklı bir yoldan çözebilir miyiz

K2: (Düşünüyor). Pişirdiği gün sayısı x olurdu ya da sattığı simitlerin sayısına x denilebilirdi ama bunun için soruda farklı verilerin verilmesi gerekebilirdi.

G: Ne gibi?

K2: mesela parasını geri kazandığı gün ve ne kadara aldığı söylenebilirdi. 120 kuruş kazanç elde ediyorsa bir simitten günde kaç tane simit satarak bu kadar günde parasını geri kazanmış olabilir diye sorsaydı. O zaman da 20 gün verildiği için 20 çarpı 600, 12000 lira olurdu. Burada da 600 değeri verildiği için 20 güne bölündüğünde günde 600 TL kazanıyormuş buradan da 60 bini 120'ye böldüğümüzde 500 cevabını bulurdum yani günde ortalama 500 tane simit satmış tarzında bulabilirdik.

Klinik görüşme sırasında orantı kurarak çözüm yolu geliştiren K7'ye içler dışlar çarpımı yaparak ulaşabileceğini ifade ettiği denkleme içler dışlar çarpımını kullanmadan elde edip edemeyeceği sorulduğunda, problemi yanlış anlamlandığı için kafasının çok

karıştığını ifade etmiş ve problemin orantı sorusu olduğunu vurgulayarak denklem kuramayacağını dile getirmiştir.

G: Peki burada değişken kullanabilir miyiz?

K7: Kullanabiliriz.

G: Nerde kullanırız ve nasıl kullanabiliriz?

K7: Eee nasıl desem burada şimdi yazamayacağım da. Bu mesela günlük 500 tane satıyorsa ve bunlardan 120 kuruş elde ediyorsa kar ediyorsa. O zaman 12000 TL kar etmesi için kaç gün yapması gerekir. Öyle bir denklem kaç tane satması gerektirir öyle bir denklem kurarız. Belki değişken

G: Peki tekrar bir söyleyebilir misin o cümleyi

K7: Şöyle günlük 500 tane satıyorsa ve bunlardan 120 kuruş elde ediyorsa 120 kuruş kar. O zaman 1200 TL ay 12000 TL'lik bir kar elde etmesi için kaç gün çalışması gerekiyor? Kaç tane satması gerekiyor. Sonra bu güne göre de bölmemiz gerekecek.

G: Peki bu yaptığın şey oran orantı mıdır yoksa bir denklem midir?

K7: Bu biraz daha hem denklem hem oran orantı oluyor. Çünkü içler dışlarla da bulabiliriz.

G: Peki işler dışlar yapmadan bulabilir miyiz?

K7: yani benim çözdüğüm şekilde

G: Bunun üzerinde içler dışlar çarpımı yapmadan bulabilir misin?

K7: Bulabiliriz herhalde

G: Nasıl yapabiliriz?

K7: Şu virgülden kurtuluruz ilk önce 12 TL. (Düşünüyor) bulamayız evet fikrimden döndüm.

G: Peki denklemi nasıl kurabiliriz burada? Ya da değişken kullanabilir miyiz?

K7: Değişken kullanamayız. Bence kullanamayız. Soru biraz kafamı karıştırdı şimdi. Çok fazla şeyi kaçırmışım soruda çünkü

.....

G: Peki değişken kullanabilir miyiz?

K7: Değişken mi? Yani belki böyle kullanabilirsek kullanabiliriz onun dışında pek bir fikrim yok.

G: Peki denklem elde edebilir miyiz?

K7: elde edebiliriz.

G: Nasıl?

K7: Onu ben oran orantı ile karıştırdım. Hayır denklem elde edemeyiz. Şöyle bir daha baktığımda soruya denklemlik bir şey göremiyorum. Bu daha çok böyle problem gibi, sayı problemi gibi oran orantı sorusu gibi

Dördüncü problemi orantısal muhakemeden yararlanarak çözen K9'a problemin çözüm sürecinde değişken kullanıp kullanmayacağı sorulduğunda sembol ataması yaptığı değişken ile problem durumunda verilen değerler arasındaki ilişkiyi kuramadığı görülmüştür.

G: Peki biz burada sence değişken kullanabilir miyiz?

K9: Değişken kullanabilir miyiz bakayım kullanabiliriz.

G: Nasıl kullanabiliriz.

K9: Şöyle kullanabiliriz mesela bir simide, simit sayısına x dersek bir simitte 120 pardon kaç kuruş kar ediyordu 120 kuruş kar ediyor. Bir simitte 120 kuruş kâr ediyorsa yani 500 kaç kuruş kâr eder. Yani şöyle yaparız 120 x oluyor. Bir dakika nasıl oluyor 120 eşittir x ise 5x kaç olur? Olur. Denklem böyle kurabiliriz.

G: Şimdi burada x dediğin şey nedir?

K9: Kaç simit sattığı. Evet 500 tane simit satıyor bir simit 120 ise 5x pardon 500 x kaç lira oluyor. Simit sayısına x diyorum.

G: Tamam peki x'i neden 500 ile çarpıyorsun?

K9: Çünkü günde 500 simit satıyor. Ben günlük karın bulmaya geçiyorum.

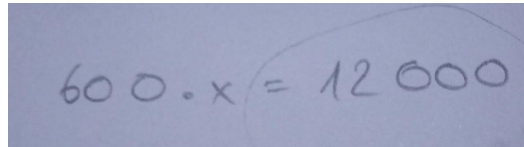
G: Şimdi x dediğin şey ne?

K9: Günlük sattığı simit

G: Şimdi peki günlük sattığı simide x dersen x'i bir daha niye 500 ile çarpıyorsun?

K9: Çünkü günde 500 simit. Şimdi şöyle 120 çarpı x bir tane sattığı simit ya şöyle oluyor şimdi x simit sayısı, 120 de sattığı simidin fiyatı eğer 500'ü x ile yaparsak 500 çarpı 120'den kaç tane kaç lira kâr ettiğini buluruz. Ya aslında başka bir denklem kurulabileceğini düşünmüyorum. Bu da saçma bir denklem oldu ama başka bir denklem kullanılmıyor.

Dördüncü problemi orantısal muhakemeden yararlanarak çözen K5 ve K6 klinik görüşme sırasında geçen gün sayısı ile elde edilen toplam kar arasındaki ilişki sorgulandığında bu iki değişken arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark etmiş ve süreye sembol ataması yapmış ve buna bağlı olarak elde edilen toplam kar miktarını cebirsel olarak ifade etmişlerdir. Daha sonra fırına ödenen para miktarının bu kara eşit olması gerekliliğini fark edip denkleme ulaşmışlardır. Ayrıca bu iki katılımcı denklem üzerinden çözümlerine devam ederek doğru sonuca ulaşmışlardır.


$$600 \cdot x = 12000$$

Görsel 3.16. K5'in klinik görüşme sırasında dördüncü probleme ilişkin oluşturduğu denklem

G: Peki biz bu problemi farklı bir yoldan çözebilir miydik?

K5: Evet

G: Nasıl çözebiliriz?

K5: evet denklem ile çözebiliriz

G: Nasıl bir denklem elde ederiz peki?

K5: Eeee (işlemi yapıyor) parantez içinde 500 çarpı 120 çarpı x eşittir 12000 TL

G: Peki burada neye x dedin?

K5: gün miktarına

G: Peki 500 çarpı 120 neye ifade ediyor?

K5: Bir günde kazandığı parayı

G: Peki buradan bir hesaplayalım bakalım x ne geliyor?

K5: Burası toplam 600 TL geliyordu, x 'i bu tarafa attık yok 600'ü bu tarafa attık bir dakika, sanırım yanlış bir denklem kurdum.

G: Neden yanlış olduğunu düşünüyorsun?

K5: Aaa sanırım değil, 600 çarpı x eşittir 12000 TL olduğuna göre 600 TL ile kaç çarparsak 12000 TL yapar diye düşünersek 12000'i 600'e böldüğümüzde 20 günü yine elde ederiz.

G: Peki beş günde elde ettiği karı söyleyebilir misin bana?

K6: 600 ile 5'i çarpım 3000

G: Peki on gün olsaydı?

K6: 600 ile 10'u çarpıp eee 6000 bulurdum.

G: Peki herhangi bir günde elde ettiği toplam karı nasıl ifade edebiliriz?

K6: eee altı yüzer altı yüzer attığını söyleyebiliriz. $600x$

G: Neye x dedin?

K6: Karın katına

G: O kat dediğin şey nedir?

K6: Eee 600'ün kaç günde şey olacağına

G: O zaman x dediğin şey neyi ifade ediyor?

K6: Günü

G: Peki bundan sonra bir denklem elde edebilir miyiz?

K6: x 'e gün deriz. x 'e gün dersek söyleyeceği şeyde, mesela bu on olsa, x 'simiz on olsa onu $600x$ ile bağdaştırabiliriz.

G: Nasıl bağdaştırabiliriz?

K6: x yerine 10 deriz. 600 ile de 10'u çarparsak, karı buluruz.

G: Peki soruyu çözmek için bir denklem elde edebilir miyiz?

K6: Yine güne x dersek, x 'imiz gün olsa 600 çarpı x gün olur. Bunu da 12000'e eşitleriz.

G: Neden 12000'e eşitledin?

K6: Çünkü bizim sorumuzda sorulan kaç günde kazanılacağı olduğu ve fırının fiyatı 12000 liraymış. O yüzden 12000'e eşitledim.

G: Bundan sonra ne yaparsınız?

K6: bundan sonra da 12000'i buraya atarız. $600x$ 'i 12000'e böleriz. Böldüğümüzde de x , 20 çıkar.

Klinik görüşme sırasında bir denklem oluşturabilen K1 ne kadar doğru bir denkleme ulaşsa da denklem oluştururken gerekli olan birim dönüşümünü yapamayarak yanlış bir denklem kurmuştur ve denklemi hatalı bir şekilde çözdüğü görülmüştür. Ayrıca

denkleminde kullanılan sembol K1'in klinik görüşme sırasında ifade ettiği gibi günlük kar miktarını yansıtmamaktadır. K1'in oluşturduğu denkleminde kullanılan sembol süreyi temsil etmektedir. Yani K1'in sembolü anlamlı bir şekilde kullanmadığı görülmüştür.

$$\begin{aligned}x \cdot 120 \cdot 500 &= 12000 \\x \cdot (60000) &= 12000 \\x &= 48000\end{aligned}$$

Görsel 3.17. K1'in dördüncü problemin çözüm sürecinde oluşturduğu denklem

G: Tamam peki biz burada değişken kullanabilir miyiz?

K1: Kullanabiliriz galiba

G: Nasıl kullanırız?

K7: Hocam ben değişken konusunu tam hatırlayamıyorum.

G: Eee hani farklı durumlara sembol atıyorduk ya x, y, z gibi

K1: Hocam o zaman eee simitten gelen paraya x diyebiliriz hocam.

G: Tamam sonra ne yapabiliriz?

K1: Hocam x'i bulabilmek için yine aynı işlemi yaparız. x'i altı bin buluruz hocam.

G: Peki bir denklem yazabilir miyim burada?

K1: Yazabilirsiniz galiba hocam

G: Nasıl bir denklem yazabiliriz?

K1: Eşitliğin karşısına 1200 yazarız. Çünkü ulaşmak istediğimiz değer o olduğu için.

G: Şimdi sağ tarafına 1200 yazdın eşitliğin pardon sol tarafına peki sağa ne yazabilirsin?

K1: Sağa da diğer yapmak istediğimiz paraları yazabiliriz hocam.

G: Şu an bir denklem oluşturduk mu?

K1: Evet hocam

G: Tamam x burada bize ne ifade ediyor?

K1: x günlük kazanacağımız paraya denk geliyor hocam.

G: Peki buradan nasıl çözüme ulaşabiliriz?

K1: Hocam buradan da eee denklemden yola çıkarak çözebiliriz hocam

G: Bak bakalım

K1: x karşıya geçerken eksi olarak geçirilecek.

...

K1: Hocam denklemim yanlış galiba.

G: Neden öyle düşünüyorsun?

K1: Çünkü hocam sonuç yanlış çıkıyor.

G: Ne buldun sonucu?

K1: hocam kırk sekiz bin buldum.

G: Peki farklı nasıl bulabilirdik acaba?

K1: Bilmiyorum hocam

G: Sen neye x dedin?

K1: Hocam günlük kazanılan meblağa, simitten gelen paraya.



4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

4.1. Sonuç

4.1.1. Katılımcıların orantısal muhakemelerine ilişkin sonuçlar

Orantısal muhakeme tanı testinde orantısal muhakeme düzeyi üç olarak belirlenen üç katılımcının (K3, K6, K9) genel olarak problemlerin çözüm sürecinde öncelikle orantısal muhakeme üzerinden düşündükleri görülmüştür. Bu katılımcıların orantısal muhakeme tanı testinde belirlenen düzeyleri ile problemlerin çözüm sürecinde kullandıkları orantısal muhakeme becerileri birbiri ile örtüşmektedir. Yani orantısal muhakeme düzeyi üç olan her bir katılımcı problemlerin çözüm sürecinde orantısal muhakemenin üçüne düzeyine ait özellikleri kullandığı görülmüştür. Bu katılımcıların her biri problemlerin çözüm sürecinde problem durumunda verilen değişkenler arasındaki çarpımsal ilişkiyi ve oranı fark ettiği, oran kavramını anlamlandırıdığı, denk oran kavramının farkında olduğu ve problem durumunda verilen değişkenler arasındaki kovaryasyonel ilişkiyi fark edip orantı kurabildiği görülmüştür. Bunun yanı sıra verilen orana denk oranlar elde etme veya oranın değişmezliğini fark etme zihinsel eylemleri konusunda ise katılımcıların farklılaştığı görülmüştür. Üçüncü düzey orantısal muhakemeye sahip olduğu görülen K3 ve K9, problem durumunda verilen orana denk oranlar elde ederek çözüm üretebilirlerken, K3'ün denk oran kavramının farkında olarak çözüm sürecinde esnek bir şekilde kullanmasına karşın bir durum içinde verilen oranın değişmezliğinin neyi ifade ettiğini anlamlandıramadığı görülmüştür. Yani K3, bütünü oluşturan parçalar arasındaki oranın verildiği bir durumda, bütünün sayısal değeri arttığında değişkenlerin değerlerini bulmak için oranın daha büyük bir sayı ile genişletilmesi durumunun verilen oranı değiştirmedeğini fark edememiştir. Diğer yandan üçüncü düzey orantısal muhakemeye sahip olduğu görülen bir diğer katılımcı K6'nın ise bir durum içindeki oranın değişmezliğini ve denk oranları fark edebildiği ancak çözüm sürecinde kullanamadığı görülmüştür. Sonuç olarak üçüncü düzey orantısal muhakemenin önemli bir belirleyici zihinsel eylemi olan problem durumunda verilen değişkenler arasındaki kovaryasyonel ilişkiyi fark eden katılımcılar, orana denk oranlar elde etme veya oranın değişmezliğini fark etme zihinsel eylemleri konusunda farklılaştığı sonucuna ulaşılmıştır.

Orantısal muhakeme düzeyi iki olarak belirlenen üç katılımcının (K2, K5 ve K8) problemlerin çözüm sürecinde genel olarak öncelikle orantısal muhakeme becerisini

kullanmayı tercih ettikleri görülmüştür. Orantısal muhakeme tanı testinde orantısal muhakeme düzeyi iki olarak belirlenen K5'in problemlerin çözüm sürecinde kullandığı orantısal muhakeme becerisinin belirlenen düzeyden daha yüksek olduğu, orantısal muhakeme düzeyi iki olarak belirlenen K2 ve K8'in ise problemlerin çözüm sürecinde orantısal muhakemenin ikinci düzeyini tamamlayamadıkları görülmüştür. Orantısal muhakeme düzeyi iki olarak belirlenen her bir katılımcı problem bağlamında verilen birimler veya değişkenler arasındaki çarpımsal ilişkiyi ve oranı fark edebilmiş ve çözüm süresinde kullanmıştır. Bu katılımcılardan K5'in oranın değişmezliği ve denk oran kavramını anlamlandırdığı ve denk oranları çözüm sürecinde esnek bir şekilde kullandığı, problem durumunda verilen değişkenler arasındaki kovaryasyonel ilişkinin farkında olduğu görülmüştür. Yani, orantısal muhakeme tanı testinde ikinci düzey orantısal muhakemeye sahip olduğu görülen K5, klinik görüşmelerde üçüncü düzey orantısal muhakeme zihinsel eylemlerini yansıtmıştır.

Orantısal muhakeme tanı testinde ikinci düzey olduğu görülen K2 ve K8 klinik görüşme problemlerinde ise bir durumda verilen oranın değişmezliğini anlamlandıramama ve çözüm sürecinde denk kesirleri kullanamama güçlükleri ile ikinci düzey gelişimini tamamlayamadıklarını göstermişlerdir. K2 her ne kadar denk oranları çözüm sürecinde kullanmasa da denk oran kavramının farkında olduğunu üçüncü probleme yaptığı cebirsel çözüm sürecindeki açıklamasında göstermiş, K8 in ise denk oran kavramının farkında olmadığı görülmüştür.

Orantısal muhakeme tanı testinde orantısal muhakeme düzeyi bir olarak belirlenen katılımcılardan K1'in problem durumunda verilen birimler veya değişkenler arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark edebildiği ve problemlerin çözüm sürecinde kullanabildiği ancak bir durumda verilen oranın değişmezliğini ve denk oran kavramını fark edemediği K1'e ilişkin elde edilen bulgulara aşikâr bir şekilde görülmektedir. K4 ve K7'nin ise problem durumlarında verilen birimler veya değişkenler arasındaki çarpımsal ilişki ve oranı fark edip, birim orana ulaşabildikleri ve çözüm sürecinde kullanabildikleri görülmüştür. K4'ün bir durum içinde verilen oranın değişmezliğini fark edemediği, K7'nin ise bir durum içinde verilen oranın değişmezliğini anlamlandırabildiği ancak denk kesirleri çözüm sürecinde esnek bir şekilde kullanmadığı görülmüştür. Tüm bunlardan problemlerin çözüm sürecinde K1'in orantısal muhakemenin birinci düzeyinde, K4 ve K7'nin ise orantısal muhakemenin birinci düzeyini tamamlayıp ikinci düzey orantısal

muhakemenin de zihinsel eylemlerini problemlerin çözüm sürecinde sergileyebildikleri sonucuna ulaşılmıştır.

4.1.2. Katılımcıların orantısal muhakeme problemlerinin çözüm sürecindeki cebirsel düşünmelerine ilişkin sonuçlar

Orantısal muhakeme problemlerinin çözüm süreci ve klinik görüşmelerde katılımcılardan elde edilen veriler matematik öğretim programı yedinci sınıf cebir öğrenme alanı kazanımları göz önünde bulundurularak Kaput'un (2008) oluşturduğu cebirsel düşünme aşamalarına göre analiz edilmiştir. Analiz sonucunda genel olarak orantısal muhakeme problemlerinin çözüm sürecinde dokuz katılımcıdan üç katılımcının (K1, K3, K8) cebirsel düşünmenin birinci aşamasının bir zihinsel eylemi olan değişkenler arasındaki ilişkiyi anadilde genelleme zihinsel eylemini, dokuz katılımcıdan iki katılımcının (K2, K7) cebirsel düşünmenin ikinci aşamasının zihinsel eylemi olan değişkenler arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak genellenme zihinsel eylemini ve dokuz katılımcıdan dört katılımcının (K4, K5, K6, K9) ise cebirsel düşünmenin üçüncü aşamasının zihinsel eylemi olan denklem kurma ve çözme zihinsel eylemini sergileyebildiği görülmüştür. Bunun yanı sıra matematik öğretim programının cebir öğrenme alanı incelendiğinde yedinci sınıf öğrencilerinden gerçek yaşam durumunda verilen değişkenler arasındaki ilişkileri cebirsel olarak genellemeleri, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözmeleri beklenmektedir (MEB, 2018). Dolayısıyla katılımcıların büyük çoğunluğunun (dokuz katılımcıdan altı katılımcının) beklenen bilişsel düzeyde cebirsel düşünme becerisine, bir kısmının (dokuz katılımcıdan üç katılımcının) ise beklenen bilişsel düzeyin altında cebirsel düşünme becerisine sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Araştırmada görülen diğer önemli bir sonuç ise değişkenler arasındaki çarpımsal veya kovaryasyonel ilişkinin problem durumunda veriliş biçiminin, katılımcıların genelleme zihinsel eylemini etkilediğidir. Yani değişkenler arasındaki çarpımsal veya kovaryasyonel ilişkinin tablo temsili ile verildiği bir durumda beş katılımcının değişkenler arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak genelleme zihinsel eylemini sergilediği, değişkenler arasındaki çarpımsal veya kovaryasyonel ilişkinin problem bağlamı içinde verildiği durumda ise bu beş katılımcıdan sadece iki katılımcı değişkenler arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak genelleme zihinsel eylemini sergileyebilmiş, üç katılımcının ise ana dilde genelleme aşamasında kaldığı görülmüştür. Bu duruma benzer şekilde değişkenler arasındaki

kovaryasyonel ilişkinin tablo temsili ile verildiği durumda değişkenler arasındaki ilişkiyi ana dilde genelleyebilen dört katılımcıdan iki katılımcı değişkenler arasındaki çarpımsal veya kovaryasyonel ilişkinin problem bağlamı içinde verildiği durumda değişkenler arasındaki ilişkiyi ana dilde genelleyebilmiş, diğer iki katılımcının ise değişkenleri fark etme aşamasında kaldığı görülmüştür. Yani değişkenler arasındaki ilişkinin temsil ediliş biçiminin katılımcıların değişkenler arasındaki ilişkiyi genelleme zihinsel eylemlerini etkilediği sonucuna ulaşılmıştır.

Araştırmada elde edilen bir diğer önemli sonuç ise katılımcıların denklem kurma süreçlerinin farklılaştığıdır. Özellikle değişkenler arasında kovaryasyonel veya çarpımsal ilişkinin bulunduğu bir problem durumunda bazı katılımcıların (K4, K5, K6, K9) bu ilişkiyi ana dilde genelledikten sonra ilişkinin cebirsel temsiline geçiş yaptığı ve bu cebirsel temsili de problem durumunda verilen değere eşitleyerek denkleme ulaştığı görülmüştür. Bununla birlikte klinik görüşmelerde, değişkenler arasında kovaryasyonel veya çarpımsal ilişkinin bulunduğu bir problem durumunda bazı katılımcıların (K2, K7, K8) değişkenler arasındaki çarpımsal ilişkiyi ana dilde genelleyebildiği ancak düşünme sürecine devam edemezken çarpımsal ilişkiden yola çıkarak orantı kurma yoluyla bir denkleme ulaşabildiği görülmüştür. Dolayısıyla katılımcıların farklı düşünme yollarından denklem kurabildikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Araştırma da görülen önemli durumlardan bir tanesi katılımcıların bazılarının problemlerin çözüm sürecine cebirsel yoldan başlayabildiği ancak çözüm sürecini orantısal muhakemeden devam ettirdiğinin görülmesidir. Örneğin K2 ve K9 ikinci problemde değişkenler arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak genelledikten sonra çözüm sürecine orantısal muhakemeden devam ettikleri görülmüştür. Aynı zamanda genel olarak problemlerin çözüm sürecinde denklem kurabilen K4'ün denklem oluşturarak başladığı çözümü genel olarak orantısal muhakemeden devam ettirdiği görülmüştür. Dolayısıyla bazı katılımcıların problemin çözüm sürecine cebirsel yoldan başlayabildiği ancak düşünme sürecini devam ettiremediği sonucuna ulaşılmıştır.

4.1.3. Katılımcıların orantısal muhakeme problemlerinin çözüm sürecindeki orantısal ve cebirsel muhakemeleri arasındaki ilişkiler

Bu kısımda katılımcıların orantısal muhakemeleri ile cebirsel düşünceleri arasındaki ilişki elde edilen bulgular ve sonuçlardan hareketle ortaya konulmaya

çalışılacaktır. Tablo 4.1.'de katılımcıların problemlerin çözüm sürecinde sergiledikleri orantısal muhakeme ile cebirsel düşünmelerinin karşılaştırılması verilmiştir.

Tablo 4.1. Katılımcıların orantısal muhakeme ile cebirsel düşünmelerinin karşılaştırılması

	Çarpımsal ilişkinin fark edilmesi	Oranı fark edilmesi	Denk oranları fark etme	Denk oranı kullanma	Oranın değişmezliğini fark etme	Değişkenler arasındaki kovaryasyonel ilişkiyi fark etme
Değişkenler arasındaki ilişkiyi ana dilde genelleme	K1, K3, K8	K3, K8	K3	K3		K3
Değişkenler arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak genelleme	K2, K7	K2, K7	K2		K7	
Denklemleri Oluşturma	K4, K5, K6, K9	K4, K5, K6, K9	K5, K6, K9	K5, K9	K5, K6, K9	K5, K6, K9

Araştırmada ulaşılan önemli bir sonuç değişkenler arasındaki çarpımsal ilişkinin cebirsel temsiline geçişte oranın değişmezliğinin fark edilmesinin kritik öneme sahip olduğudur. Problemlerin çözüm sürecinde denk oran kavramını veya oranın değişmezliğini fark eden katılımcılar bağımlı ve bağımsız değişken arasındaki çarpımsal ilişkiyi cebirsel olarak ifade edebilirken bu zihinsel eylemleri gerçekleştiremeyen katılımcıların bağımlı ve bağımsız değişken arasındaki çarpımsal ilişkiyi ana dilde genelleme aşamasında kaldıkları görülmüştür. Örneğin genel olarak problemlerin çözüm sürecinde bir denkleme ulaşabilen K4'ün iki değişken arasında kovaryasyonel ilişkinin bulunduğu bir durumda değişkenler arasındaki ilişkiyi ana dilde genelleyebildiği ancak değişkenler arasındaki ilişkinin cebirsel temsiline geçiş yapamadığı görülmüştür. Diğer yandan K4'ün değişkenler arasındaki çarpımsal ilişkiyi ve oranı fark etme zihinsel eylemlerini gerçekleştirebilirken denk oranın ve oranın değişmezliğinin fark edilmesi zihinsel eylemlerini gerçekleştiremediği görülmektedir. Bunun yanı sıra değişkenler arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark etme zihinsel eylemini gerçekleştiren K1 ile değişkenler arasındaki çarpımsal ilişkiyi ve oranı fark etme zihinsel eylemlerini gerçekleştiren K8'inde genel olarak problemlerin çözüm sürecinde değişkenler arasındaki ilişkiyi ana dilde genelleme zihinsel eylemini sergilediği görülmüştür. Dolayısıyla özellikle

aralarında çarpımsal ilişkinin bulunduğu değişkenler arasındaki ilişkinin cebirsel temsiline geçiş yapılabilmesi için oranın değişmezliğinin ve denk oran kavramının fark edilmesi gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

Araştırmada görülen önemli durumlardan bir tanesi birimler veya değişkenler arasındaki oranı anlamlandıran katılımcıların orantı kurma yoluyla denklem oluşturabileceğinin görülmesidir. Problemlerin çözüm sürecinde genel olarak bir denkleme ulaşamayan K2, K3, K7 ve K8'in klinik görüşme sırasında orantı kurma yolu ile denklem oluşturabilecekleri görülmüştür. Diğer yandan değişkenler arasındaki oranı fark edemeyen K1'in genel olarak problemlerin çözüm sürecinde orantı kurma yolu ile bir denklem oluşturamadığı görülmektedir. Dolayısıyla orantı kurma yoluyla denkleme ulaşılması için değişkenler arasındaki oranın fark edilmesi gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

Araştırmada görülen önemli bir diğer durum ise problemlere anlamlı bir şekilde sembol ataması yaparak cebirsel yoldan çözüm geliştirebilen katılımcıların problem durumunda verilen değişkenler veya birimler arasındaki oranı fark edebildiği ve denk oran kavramının farkında olabildiğinin görülmesidir.

Tüm bunlardan orantısal muhakeme ile cebirsel düşünme arasında karşılıklı bir ilişkinin olduğu görülmektedir. Özellikle değişkenler arasında çarpımsal veya kovaryasyonel ilişkinin bulunduğu bir durumda bu ilişkinin cebirsel temsiline geçişte iki değişken arasındaki oranın değişmezliğinin fark edilmesinin kritik öneme sahip olduğu görülmüştür. Diğer yandan probleme anlamlı bir şekilde cebirsel yoldan çözüm geliştirebilen katılımcıların orantısal muhakeme düzeylerine ait oranın ve denk oran kavramının fark edilmesi, denk oranın kullanılması gibi farklı zihinsel eylemlerin farkında olabildiği veya bu zihinsel eylemleri kullanarak çözüm üretebildiği görülmüştür. Dolayısıyla orantısal muhakeme ve cebirsel düşünme arasında karşılıklı ve birbirini destekler nitelikte bir ilişkinin olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

4.2. Tartışma

Bu başlık altında çalışmanın bulgu ve sonuçlarından yola çıkarak katılımcıların orantısal muhakemeleri, orantısal muhakeme problemlerinin çözüm sürecindeki cebirsel düşünceleri ve orantısal muhakemeleri ile cebirsel düşünceleri arasındaki ilişki alan yazında yapılan diğer çalışmalar ile karşılaştırmalı olarak tartışılacaktır.

Araştırmada problemlerin çözüm sürecinde Langrall ve Swafford'un (2000) belirlemiş olduğu orantısal muhakeme düzeylerinden ikinci ve üçüncü düzeyin becerileri sergileyen katılımcıların niceliksel karşılaştırma gerektiren problemlerin çözümünde genel olarak birim oranı kullandıkları görülmüştür. Çalışmada fark edilen bu durum Cramer ve Post (1993) çalışmalarında ulaştıkları yedinci sınıf öğrencilerinin genellikle orantısal muhakeme içeren problemlerin çözümünde birim oran stratejisini kullandıkları sonucu desteklemektedir. Bunun yanı sıra Cramer ve Post (1993) birim oran stratejisini kullanan öğrencilerin çoklukları daha sezgisel olarak karşılaştırdığını ifade etmektedir ancak bu çalışmada birim oranı kullanan katılımcıların problem durumunda verilen çoklukları çarpımsal olarak karşılaştırdığı ve bu karşılaştırmaların sonucunda birim orana ulaştıkları görülmüştür.

Alan yazında Öz'ün (2020) ulaştığı, öğrencilerin denk oranı öncelikle kavramsal olarak anlamlandırdığı sonrasında işlemsel olarak kullandığına ilişkin sonuç bu çalışmada elde edilen sonuçlar ile desteklenmiştir. Çalışmada orantısal muhakeme tanı testi ve klinik görüşmelerde problem çözümlerinde orantısal muhakeme düzey için zihinsel eylemlerini sergileyen katılımlardan K6'nın bir durum içindeki oranın değişmezliğini ve denk oranları fark edebildiği ancak çözüm sürecinde kullanamadığı görülmüştür. Diğer bir yandan problemlerin çözüm sürecinde orantısal muhakeme düzey için zihinsel eylemlerini sergileyen K3'ün ise denk oran kavramını anlamlandırdığı ve çözüm sürecinde kullandığı ancak oranın değişmezliğini anlamlandıramadığı görülmüştür. Bunun yanı sıra bir durum içinde verilen oranı anlamlandıran katılımcıların oranının değişmezliğini anlamlandırmada güçlükler yaşadığı görülmektedir. Dolayısıyla oranın değişmezliğinin anlamlandırılması zihinsel eyleminin oran ve denk oran kavramının anlamlandırılmasından sonra geliştiği düşünülmektedir.

Çalışmada problemlerin çözüm sürecinde orantısal muhakeme düzeyi üç olarak belirlenen katılımcıların büyük çoğunluğunun problemlere ikinci bir yol olarak cebirsel çözüm üretebildikleri görülmüştür. Bu durum katılımcıların ulaştıkları orantısal muhakeme düzeyinin Parish'in (2010) çalışmasında belirlediği son düzey ile örtüştüğünü göstermektedir. Parish (2010) orantısal muhakeme becerisini altı düzeye ayırmış ve son düzeyde öğrencilerin problemleri cebirsel olarak çözebileceğini vurgulamıştır. Diğer bir yandan çalışmada orantısal muhakeme düzeyi üç olarak belirlenen katılımcıların problem durumunda verilen değişkenler arasındaki kovaryasyonel ilişkiyi fark ettiği, çoğunlukla problem durumunda verilen oranın değişmezliğini anlamlandırdığı ve çözüm sürecinde

denk oranları kullandıkları, orantı kurabildikleri görülmüştür. Bu düzeydeki katılımcıların göstermiş oldukları zihinsel eylemler alan yazında orantısal muhakeme düzeylerinin belirlendiği çalışmalarda (Carpenter vd., 1999: Buster ve Junker, 2001: Koellner-Clark ve Lesh, 2003: Parish, 2010) en üst düzey olarak belirlenen çarpımsal ilişkinin ve oranın değişmezliğinin anlamlandırılması, problem çözümünde kullanılması zihinsel eylemlerini içeren düzey ile uyumlu olduğu görülmüştür.

Çalışmada orantısal muhakeme düzeyi iki olarak belirlenen katılımcıların ikinci düzey orantısal muhakemenin zihinsel eylemleri olan genişletme yoluyla denk kesir elde etme, denk kesirleri çözüm yolunda kullanma zihinsel eylemlerinde güçlükler yaşadığı görülmüştür. Dolayısıyla Langrall ve Swafford'un (2000) belirlemiş olduğu ikinci düzey daha fazla alt düzeye ayrılabilceği düşünülmektedir. Bu düzeyde olduğu görülen katılımcıların hepsi bir durum içindeki oranı fark etmekte, birim oranı kullanarak probleme çözüm getirebilmektedir. Dolayısıyla bu düzey ilk kısmı oranı fark etme ve birim oranı kullanma ikinci kısmı denk kesir oluşturma ve denk kesirleri kullanma şeklinde iki düzeye ayrılabilceği düşünülmektedir. Çalışmada görülen bu duruma benzer bir durumu Steinhorsdottir ve Sriraman (2009) beşinci sınıf kız öğrencilerinin orantısal muhakemelerini inceledikleri çalışmada ortaya koymuşlardır. Steinhorsdottir ve Sriraman (2009) öğrencilerden elde ettikleri verilerin analiz sürecinde Carpenter vd., (1999) orantısal muhakeme düzeylerini referans almışlardır ve araştırma sonucunda Carrpenter vd. (1999) belirlemiş olduğu üçüncü düzeyin daha fazla alt düzeye ayrılması gerektiğini ortaya koymuşlardır. Diğer bir yandan Carpenter vd. (1999) belirlemiş olduğu üçüncü düzeyin zihinsel eylemleri ile Langrall ve Swafford'un (2000) belirlemiş olduğu ikinci düzeyin zihinsel eylemleri paralellik göstermektedir. Tüm bunlardan orantısal muhakemenin gelişimsel olarak öğrencilerin sergilemiş oldukları zihinsel eylemlere göre daha fazla düzeye ayrılması gerektiği düşünülmektedir.

Çalışmada katılımcıların seçiminde kullanılan orantısal muhakeme tanı testinde düzeyi iki olarak belirlenen katılımcılardan K5'in problemlerin çözüm sürecinde orantısal muhakemenin üçüncü düzeyinin zihinsel eylemlerini, orantısal muhakeme tanı testinde düzeyi bir olarak belirlen K4 ve K7'nin ise problemlerin çözüm sürecinde ve klinik görüşmelerde orantısal muhakemenin ikinci düzeyine ait zihinsel eylemleri de sergileyebildiği görülmüştür. Bu sonuç Allain (2001) tarafından geliştirilen orantısal muhakeme tanı testinin katılımcıların orantısal muhakeme düzeylerini belirlemede yetersiz kalabildiğini düşündürmektedir.

Araştırmada katılımcıların orantısal muhakeme problemlerinin çözüm sürecinde cebirsel düşünmelerine ilişkin dokuz katılımcıdan üç katılımcının (K1, K3, K8) cebirsel düşünmenin birinci aşamasının bir zihinsel eylemi olan değişkenler arasındaki ilişkiyi anadilde genelleme zihinsel eylemini, dokuz katılımcıdan iki katılımcının (K2, K7) cebirsel düşünmenin ikinci aşamasının zihinsel eylemi olan değişkenler arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak genellenme zihinsel eylemini ve dokuz katılımcıdan dört katılımcının (K4, K5, K6, K9) ise cebirsel düşünmenin üçüncü aşamasının zihinsel eylemi olan denklem kurma ve çözme zihinsel eylemini sergileyebildiği sonucuna ulaşılmıştır. Yani katılımcıların büyük çoğunluğunun yedinci sınıf seviyesinde beklenen cebirsel düşünme seviyesinin altında kaldığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuç alan yazında birçok araştırmacının (Kaya, 2017; Usta ve Gökkurt Özdemir, 2018; Gökburun, 2021) ortaya koyduğu ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme becerileri beklenen düzeyin altında olduğu sonucunu desteklemektedir. Buradan öğrenciler için kritik öneme sahip olan cebirsel düşünmenin gelişimi için daha fazla desteklenmesi gerekliliğinin olduğunu düşündürmektedir.

Araştırmada katılımcıların orantısal muhakeme içeren problemlerin çözüm sürecindeki cebirsel düşünmelerine ilişkin ulaşılan önemli sonuçlardan bir tanesi katılımcıların büyük bir çoğunluğunun verilen değişkenler arasında çarpımsal ilişkinin bulunduğu bir durumda değişkenler arasındaki ilişkiyi genelleleyebilirken problemin çözümüne götürecek bir denklem kuramadıkları görülmüştür. Bu sonuç Zaelani vd. (2020) çalışmasında ortaya koyulan öğrencilerin problem durumunda verilen değişkenler arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak genelleyeabildikleri ancak modelleme yani denklem kuramadıkları sonucunu desteklenmektedir. Diğer yandan araştırmada birçok katılımcının problem durumunda verilen ve aralarında çarpımsal ilişki bulunan değişkenler arasındaki ilişkinin cebirsel temsiline geçiş yapmakta ve denklem kurmakta güçlükler yaşadığı görülmüştür. Bu durum Kaya vd. (2016) ortaokul düzeyinde yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel muhakemelerine ilişkin başarı düzeylerini inceledikleri çalışmada ortaya koyduğu yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel yapıları ve ilişkileri tanıma, kullanma boyutunda puan ortalamalarının orta düzeyin üstünde olmasına rağmen problemin çözüm sürecinde uygun cebirsel muhakemeyi belirleme ve çıkarım doğrultusunda cebirsel işlemler yapma boyutlarında puan ortalamalarının düşük olduğu sonucu destekler niteliktedir. Ayrıca bu durumu destekleyen ve çalışmada görülen önemli

durumlardan bir tanesi de bazı katılımcıların problemin çözüm sürecine cebirsel yoldan başladığı ancak daha sonra çözüm sürecine orantısal muhakemeden devam etmeleridir.

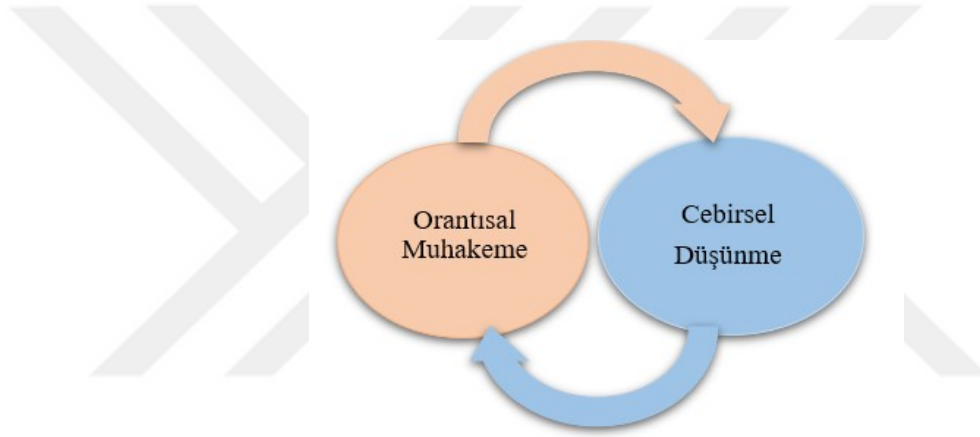
Araştırma sonucunda orantısal muhakeme ile cebirsel düşünme arasında karşılıklı bir ilişkinin olduğu görülmektedir. Özellikle değişkenler arasında çarpımsal veya kovaryasyonel ilişkinin bulunduğu bir durumda bu ilişkinin cebirsel temsiline geçişte iki değişken arasındaki oranın değişmezliğinin fark edilmesinin kritik öneme sahip olduğu görülmüştür. Diğer yandan probleme anlamlı bir şekilde cebirsel yoldan çözüm geliştirebilen katılımcıların orantısal muhakeme düzeylerine ait oranın ve denk oran kavramının fark edilmesi, denk oranın kullanılması gibi farklı zihinsel eylemlerin farkında olabildiği veya bu zihinsel eylemleri kullanarak çözüm üretebildiği görülmektedir. Dolayısıyla orantısal muhakeme ve cebirsel düşünme arasında karşılıklı ve birbirini destekler nitelikte bir ilişkinin olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Araştırma da elde edilen bu sonuç Burgos ve Godino'nun (2019) beşinci sınıf öğrencilerinin orantı problemlerinde sergiledikleri erken cebirsel becerileri inceledikleri çalışmanın sonuçlarını destekler niteliktedir. Burgos ve Godino (2019) araştırma sonucunda doğrusal fonksiyonun anlamlandırılmasında oran tabloları ile çalışmanın destekleyici nitelikte olduğunu vurgulamaktadırlar. Bu çalışmada elde edilen sonuç Burgos ve Godino'nun (2019) ulaştığı sonucu desteklemekle birlikte oran tablolarındaki değişkenler arasında var olan oranın değişmezliğinin anlamlandırılmasının değişkenler arasındaki ilişkinin cebirsel temsiline geçişte kritik öneme sahip olduğunu ortaya koymuştur.

Langrall ve Swafford'un (2000) belirlemiş olduğu orantısal muhakeme düzeylerine göre üçüncü düzeyin zihinsel eylemlerini sergileyebilen katılımcıların büyük çoğunluğunun problemlerin çözüm sürecinde denklem kurabildikleri ve çözümlerine denklem üzerinden devam edebildikleri görülmüştür. Araştırmada elde edilen bu sonuç Çetin'in (2009) sekizinci sınıf öğrencilerinin orantısal muhakemeleri ile denklem kurma becerileri arasındaki ilişkiyi incelediği çalışmasında ortaya koyduğu orantısal muhakeme becerisinin denklem kurma becerisine büyük oranda etki ettiğini sonucu ile örtüşmektedir. Ayrıca yapılan çalışmada elde edilen sonuç ile alan yazındaki ifade edilen sonuç göz önünde bulundurulduğunda farklı sınıf düzeylerinde de orantısal muhakeme denklem kurma becerisini etkilediği düşünülmektedir.

Araştırmada görülen önemli durumlardan bir tanesi de problemlere cebirsel yoldan çözüm geliştirebilen katılımcıların problemlere ikinci bir yol olarak orantısal muhakemeden çözüm yapabildikleri ve çözüm süreçlerinde orantısal muhakemenin

üçüncü düzeyine ait zihinsel eylemleri gerçekleştirebilmelerinin görülmesidir. Bu durum alan yazında Burgos ve Godino'nun (2019) ortaya koyduğu orantısal muhakemenin gelişiminin orantısal muhakeme içeren problemlerde cebirsel nesne ve süreçlerin uygulanması ile bağlantılı olduğu sonucunu desteklemektedir. Tüm bunlardan orantısal muhakeme içeren problemlerde katılımcıların anlamlı bir şekilde cebirsel çözüm geliştirebilmelerinin, katılımcıların orantısal muhakemelerinin gelişmişliğini gösterdiği düşünülmektedir.

Sonuç olarak çalışmada orantısal muhakeme ile cebirsel düşünme arasında karşılıklı ve birbirini destekler nitelikte bir ilişkinin olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu iki matematiksel düşünme becerisi arasındaki ilişki Şekil 4.1.'deki gibi modellenenabilir.



Şekil 4.1. *Orantısal muhakeme ile cebirsel düşünme arasındaki ilişki*

Çalışma da orantısal muhakeme ile cebirsel düşünme arasında karşılıklı ve birbirini destekler nitelikte bir ilişkinin olduğu görülmesine karşın matematik öğretim programı (MEB, 2018) incelendiğinde bu iki matematiksel düşünme becerisine ilişkin kavramların ayrı öğrenme alanlarında ele alındığı görülmektedir. Öğretim programında orantısal muhakeme ve cebirsel düşünme arasındaki ilişki daha bütüncül bir şekilde ele alındığında öğrencilerin hem orantısal muhakemelerinin hem de cebirsel düşünmelerinin destekleneceği düşünülmektedir.

4.3. Öneriler

Bu başlık altında araştırmanın sonuçlarından ve yapılan tartışmalardan yola çıkarak matematik öğretimine ve ileride yapılacak çalışmalara yönelik önerilerde bulunulacaktır.

Matematik öğretimine yönelik öneriler;

Araştırma sonucunda katılımcıların büyük çoğunluğunun (dokuz katılımcıdan beş katılımcının) problemlerin çözüm sürecinde orantısal muhakeme düzeylerinin Langrall ve Swafford'un (2000) belirlemiş olduğu ve değişkenler arasındaki kovaryasyonel ilişkinin fark edilmesi, oranın değişmezliğinin anlamlandırılması, denk oranların kullanılması zihinsel eylemlerini içeren üçüncü düzeyin altında kaldığı görülmüştür. Dolayısıyla öğrencilerin orantılı durumları anlamlandırmaları ve oranın değişmezliğini fark etmeleri için sınıf ortamlarında farklı bağlamlardaki orantısal muhakeme içeren problemlerin çözümlerinin yapılması önerilmektedir.

Yapılan çalışmada orantısal muhakeme tanı testi ve klinik görüşmelerde problem çözümlerinde orantısal muhakeme üçüncü düzeyin zihinsel eylemlerini sergileyen K6'nın bir durum içindeki oranın değişmezliğini ve denk oranları fark edebildiği ancak çözüm sürecinde kullanamadığı görülmüştür. Fark edilen bu durum alan yazında Öz'ün (2020) ulaştığı, öğrencilerin denk oranı öncelikle kavramsal olarak anlamlandığı sonrasında işlemsel olarak kullandığına ilişkin sonucu da desteklemektedir. Buradan öğrencilerin denk oran kavramını anlamlandırdıktan sonra esnek bir şekilde kullanabilmeleri için sınıf ortamında çokluklar arasındaki oranın verildiği problemlerin çözümünün denk oranlar yardımı ile yapılması önerilmektedir.

Araştırmada katılımcıların orantısal muhakeme içeren problemlerin çözüm sürecindeki cebirsel düşünmelerine ilişkin katılımcıların büyük bir çoğunluğunun verilen değişkenler arasında çarpımsal ilişkinin bulunduğu bir durumda değişkenler arasındaki ilişkiyi genelleleyebilirken problemin çözümüne götürecek bir denklem kuramadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Bundan dolayı öğrencilerin çarpımsal ve kovaryasyonel ilişkinin bulunduğu değişkenler arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak genelleyeabilmesi ve probleme uygun denklem oluşturabilmesi için çarpımsal ve kovaryasyonel ilişkiyi içeren farklı bağlamlardaki problemlerin sınıf ortamında çözümlerinin yapılmasının önerilmektedir.

Araştırma sonucunda aralarında çarpımsal ilişkinin bulunduğu değişkenler arasındaki ilişkinin cebirsel temsiline geçiş yapılabilmesi için oranın değişmezliğinin fark edilmesi gerektiği sonucuna ulaşılmıştır. Bundan dolayı aralarında çarpımsal ilişkinin bulunduğu değişkenlerin verildiği problem durumlarında denklem kurma sürecine geçmeden önce değişkenler arasındaki oran sorgulanması ve elde edilen oran ile kurulan denklem arasındaki ilişkinin tartışılması önerilmektedir.

Çalışmada orantısal muhakeme ile cebirsel düşünme arasında karşılıklı ve birbirini destekler nitelikte bir ilişkinin olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Dolayısıyla orantısal

muhakeme içeren problemlerin çözüm süreçlerinde öğrencilerin cebirsel yoldan çözüm üretmesi için desteklenmesi önerilmektedir. Bununla birlikte değişkenler arasında doğrusal ilişkinin bulunduğu sistemlerde cebirsel temsile geçilmeden önce değişkenlerin değerlerinin değişim oranının sabit kaldığının vurgulanması önerilmektedir. Bu durumun özellikle doğrusal fonksiyon kavramının anlaşılması destekleyeceği düşünülmektedir.

İleride yapılacak araştırmalara yönelik öneriler;

Araştırma sonucunda katılımcıların orantısal muhakeme ile cebirsel düşünceleri arasında ilişki olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu çalışma bir durum çalışması olarak desenlenmiştir. Bundan dolayı çalışma sonunda ortaya koyulan sonucun daha derinlemesine incelenmesi için orantısal muhakeme ile cebirsel düşünme arasındaki ilişkiyi araştırmaya yönelik öğretim deneyi çalışması yapılabilir. Ayrıca bu çalışma yedinci sınıf düzeyi ile sınırlı kalmıştır. Farklı sınıf düzeylerindeki öğrencilerin orantısal muhakeme ile cebirsel düşünceleri arasındaki ilişki araştırılabilir ve karşılaştırılabilir.

Araştırma sonunda Langrall ve Swafford'un (2000) belirlemiş olduğu orantısal muhakeme becerisinin düzeylerine göre üçüncü düzeye ulaşabilen katılımcıların büyük çoğunluğunun problemlerin çözüm sürecinde denklem kurabildikleri ve çözümlerine denklem üzerinden devam edebildikleri görüldüğünden yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal muhakemeleri ile denklem kurma becerileri arasındaki ilişki ileride yapılacak çalışmalarda araştırılabilir.

KAYNAKÇA

- Allain, A. (2001). *Development of an instrument to measure proportional reasoning among fast-track middle school students*. Degree of Master. Raleigh: Graduate Faculty of North Carolina State University.
- Arastaman, G., Fidan, İ. Ö., ve Fidan, T. (2018). Nitel araştırmada geçerlik ve güvenirlik: Kuramsal bir inceleme. *Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15(1), 37-75.
- Aytaçlı, B. (2012). Durum çalışmasına ayrıntılı bir bakış. *Adnan Menderes Üniversitesi Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 3(1), 1-9.
- Bagni, G. T. (2005). Inequalities and equations: History and didactics. In *CERME 4: Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. 652-662
- Bağdat, O. (2013). *İlköğretim 8. Sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin solo taksonomisi ile incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi. Eskişehir: Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü
- Baki, A. ve Bütünler, S. (2011). Cebirin tarihsel gelişimi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 2(3), 198-231.
- Baloğlu, B. (2020). Sosyal bilimlerde araştırma yöntemleri. İstanbul: Der Yayınları
- Başkale, H. (2016). Nitel araştırmalarda geçerlik, güvenirlik ve örneklem büyüklüğünün belirlenmesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Hemşirelik Fakültesi Elektronik Dergisi*, 9(1), 23-28.
- Baltacı, A. (2019). Nitel araştırma süreci: Nitel bir araştırma nasıl yapılır? *Ahi Evran Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 5(2), 368-388.
- Baxter, G.P. and Junker, B. (2001). Designing cognitive-developmental assessments: a case study in proportional reasoning. Seattle: National Council of Measurement in Education.
- Blanton, M. L. and Kaput, J. J. (2005a). Helping elementary teachers build mathematical generality into curriculum and instruction. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37(1), 34-42.
- Blanton, M. L. ve Kaput, J. J. (2005b). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for research in mathematics education*, 36(5), 412-446.

- Blanton, M., Stephens, A., Knuth, E., Gardiner, A. M., Isler, I. ve Kim, J. S. (2015). The development of children's algebraic thinking: The impact of a comprehensive early algebra intervention in third grade. *Journal for research in Mathematics Education*, 46(1), 39-87.
- Blanton, M., Stroud, R., Stephens, A., Gardiner, A. M., Stylianou, D. A., Knuth, E. ve Strachota, S. (2019). Does early algebra matter? The effectiveness of an early algebra intervention in grades 3 to 5. *American Educational Research Journal*, 56(5), 1930-1972.
- Ben-Chaim, D., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Benedetto, C. and Miller, J. (1998). Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences. *Educational Studies in Mathematics*, 36(3), 247-273.
- Brizuela, B. M., Blanton, M., Sawrey, K., Newman-Owens, A. ve Murphy Gardiner, A. (2015). Children's use of variables and variable notation to represent their algebraic ideas. *Mathematical Thinking and Learning*, 17(1), 34-63.
- Burgos, M. ve Godino, J. D. (2019). Emergencia de razonamiento proto-algebraico en tareas de proporcionalidad en estudiantes de primaria. *Educación matemática*, 31(3), 117-150.
- Bush, S. B. and Karp, K. S. (2013). Prerequisite algebra skills and associated misconceptions of middle grade students: A review. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32(3), 613-632.
- Büyüköztürk, Ş. (2012). Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı. Ankara: Pegem Akademi.
- Cramer, K., and Post T. (1993). Connecting research to teaching proportional reasoning. *Mathematics Teacher*, 86(5), 404-407.
- Creswell, J. W. (2016). Nitel araştırma yöntemleri: Beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni. (Çev. M. Bütün ve S. Beşir Demir). Ankara: Siyasal Kitabevi.
- Çelik, A. (2010). *İlköğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile problem kurma becerileri arasındaki ilişki*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Çelik, A. ve Özdemir, E. Y. (2011). İlköğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile problem kurma becerileri arasındaki ilişki. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(30), 1-11.

- Çetin, H. (2009). *İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile denklem çözme başarıları arasındaki ilişki üzerine bir çalışma*. Yüksek Lisans Tezi. Konya: Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
- Dede, Y. (2004). Öğrencilerin Cebirsel Sözel Problemleri Denklem Olarak Yazarken Kullandıkları Çözüm Stratejilerinin Belirlenmesi. *Eğitim Bilimleri ve Uygulama*, 3 (6), 175-192
- Demir, Ü. (2019). *Ortaokul 7.sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme süreçlerinin bilişsel açıdan incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi. Bayburt: Bayburt Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü
- Duatepe, A., Çıkla, O. A. ve Kayhan, M. (2005). Orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejilerinin soru türlerine göre değişiminin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(28), 73-81.
- Ersoy, Y. ve Erbaş, A. (2005). Kassel Projesi Cebir Testinde Bir Grup Türk Öğrencinin Genel Başarısı ve Öğrenme Güçlükleri. *Elementary Education Online*. 4(1):18-39.
- Fleener, M. J. (1993). Proportional Reasoning of Preservice Elementary Education Majors: An Epistemic Model of the Proportional Reasoning Construct. American Educational Research Association'da sunulan bildiri. Atlanta: Oklahoma Üniversitesi
- Gökburun, Ö. (2021). Cebirsel Düşünme Kavramının Ortaokul Seviyesinde Öğrenilme Durumunun Araştırılması. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Bayburt: Bayburt Üniversitesi Lisans Üstü Eğitim Enstitüsü
- Johanning, D. I. (2004). Supporting the development of algebraic thinking in middle school: A closer look at students' informal strategies. *The Journal of Mathematical Behavior*, 23(4), 371-388.
- Kabael, T. (2022). Cebir. Ahmet, K. (Ed.), *Matematiğin Temelleri içinde* (s. 141-157). Ankara: Pegem Akademi
- Kahraman, H., Kul, E. ve Aydoğdu-İskenderoğlu, T. (2019). 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin niceliksel orantısal akıl yürütme problemlerinde kullandıkları stratejiler. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*. 10(1), 195-216.
- Kaput, J. J. (2017). What Is Algebra? What Is Algebraic Reasoning?. In *Algebra in the early grades* (s. 5-18). Routledge.

- Karataş, İ. ve Güven, B. (2003). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: klinik mülakatın potansiyeli. *İlköğretim Online Dergisi*, 2 (2), 2-9.
- Karplus, R., Pulos, S. ve Stage, E. K. (1983). Early adolescents' proportional reasoning on 'rate' problems. *Educational studies in Mathematics*, 14(3), 219-233.
- Katz, V. J. and Barton, B. (2007). Stages in the history of algebra with implications for teaching. *Educational studies in mathematics*, 66(2), 185-201.
- Kaya, D. (2017). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ile becerilerinin incelenmesi. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 657-657.
- Kaya, D., Keşan, C., İzgiol, D. ve Erkuş, Y. (2016). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel muhakeme becerilerine yönelik başarı düzeyi. *Turkish Journal of Computer & Mathematics Education*, 7(1), 142-163.
- Kieran, C. (2007). Developing algebraic reasoning: The role of sequenced tasks and teacher question from the primary to the early secondary school levels. *Quadrante*, 16(1), 5-26.
- Koellner-Clark, K. and Lesh, R. (2003). Whodunit? Exploring proportional reasoning through the footprint problem. *School Science and Mathematics*, 103(2), 92-98.
- Knox, L. B. (2017). Improving students' proportional reasoning ability in the context of algebra I. Unpublished Doctoral Dissertation. Pittsburgh: University of Pittsburgh.
- Lobato, J., and Ellis, A. B. (2010). Developing essential understanding of ratios, proportions, and proportional reasoning for teaching mathematics in grades 6-8. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Lamon, S. J. (1993). Ratio and proportion: Connecting content and children's thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(1), 41-61.
- Langrall, C. W. and Swafford, 1. (2000) Three Balloons for two dollars: Developing Proportional Reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle*, 6 (4), 254.
- Lanius, C. S., & Williams, S. E. (2003). Proportionality: A unifying theme for the middle grades. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 8(8), 392-396.
- MEB, (2018). Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar). Ankara
- Memiş, Y. (2022). Türkiye, Singapur ve Kanada'dan seçilen ortaokul ders kitaplarının orantısal düşünme bağlamında incelenmesi. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü

- Merriam, S.B. (2009). Qualitative research: A guide to design and implementation. San Francisco: Jossey-Bass.
- Miles, M., and Huberman, M. (1994). An expanded sourcebook qualitative data analysis (2nd ed.). California, CA: Sage Publications.
- Norton, S. J. (2005). The construction of proportional reasoning. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 17-24.
- Öz, Kerem. (2020). *Ortaöğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü
- Özarslan, P. (2010). *İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Sözel Problemleri Denklem Kurma Yoluyla Çözme Becerilerinin İncelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Adana: Çukurova Üniversitesi
- Parish, L. (2010). Facilitating the Development of Proportional Reasoning through Teaching Ratio. *Mathematics education research group of Australasia*'de sunulan bildiri. Fremantle: Australian Catholic Üniversitesi
- Philipp, R. A. (1992). The many uses of algebraic variables. *The Mathematics Teacher*, 85(7), 557-561
- Rahmawati, D. I., Priatna, N., & Juandi, D. (2019). Algebraic thinking characteristics of eighth grade junior high school students based on Superitem Test of SOLO model. *Journal of Physics: Conference Series*, 1157, 042087
- Sfard, A. (1995). The development of algebra: Confronting historical and psychological perspectives. *The Journal of Mathematical Behavior*, 14(1), 15-39.
- Sezer, N. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünme süreç ve becerilerinin boylamsal incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Bursa: Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Singh, P. (2000). Understanding the Concepts of Proportion and Ratio Constructed by Two Grade Six Students. *Educational Studies in Mathematics*, 43(3), 271-292.
- Steinhorsdottir, O.B. and Sriraman, B. (2009). Icelandic 5th-grade girls' developmental trajectories in proportional reasoning. *Mathematics Education Research Journal*, 21(1), 6-30
- Toluk Uçar, Z. ve Bozkuş, F. (2016). İlkokul ve Ortaokul Öğrencilerinin Orantısal Durumları Orantısal Olmayan Durumlardan Ayırt Edebilme Becerileri. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17 (3), 281-299.

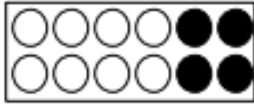
- Tunks, J. and Weller, K. (2009). Changing practice, changing minds, from arithmetical to algebraic thinking: an application of the concerns-based adoption model (CBAM). *Educational Studies in Mathematics*, 72(2), 161.
- Umurbek, M. (2020). *Ortaokul 7. Sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri çözme sürecinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Aydın: Adnan Menderes Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Usta, N. and Gökkurt Özdemir, B. (2018). Ortaokul Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Düzeylerinin İncelenmesi. *Journal of Qualitative Research in Education*, 6(3), 1–27.
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2016). *İlkokul ve ortaokul matematiği: gelişimsel yaklaşımla öğretim*. (Çev: S. Durmuş). Ankara:Nobel Akademik Yayıncılık.
- Warren, E. (2005). Patterns supporting the development of early algebraic thinking. *Building Connections: Research, Theory And Practice*, 759-766.
- Welder, R. M. (2006). Prerequisite knowledge for the learning of algebra. In *Conference on Statistics, Mathematics and Related Fields, Honolulu, Hawaii*, 1-26.
- Welder, R. M. (2007). *Preservice elementary teachers mathematical content knowledge of prerequisite algebra concepts*. Montana State University.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2016). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, K. (2010). Nitel araştırmalarda niteliği artırma. *İlköğretim Online*, 9(1), 79-92.
- Zaelani, K. M., Marlina, R. and Effendi, K. N. S. (2020). The Algebraic Thinking Profile of Junior High School Students at Extended Abstract Level of SOLO Taxonomy. *Edumatika : Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 3(2), 120-128.

EKLER

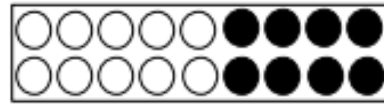
EK1: Orantısal muhakeme tanı testi

ORANTISAL MUHAKEME TANI TESTİ

- 1) Zeynep 12 liraya 3 tane sakız Melisa ise 20 liraya 5 tane sakız almıştır. Daha ucuz sakızı kim almıştır ya da sakızların ücreti eşit midir? Çözümünüzü açıklayınız.
- 2) Ufuk'un 14 küçük boy fincan kahve yapmak için 8 bardak suya ihtiyacı vardır. 12 bardak su ile kaç tane küçük boy fincan kahve yapabilir? Çözümünüzü açıklayınız.
- 3) Yedi kız için üç pizza ve üç erkek için bir pizza vardır. Kızlar mı yoksa erkekler mi daha çok pizza yer? Yanıtınızı açıklayınız.
- 4) Mavi ve Kırmızı olmak üzere iki yumurta kartonu verilmiştir. Siyah daireler sarı yumurtaları, beyaz daireler beyaz yumurtaları göstermektedir. Mavi kartonda 8 tane beyaz yumurta ve 4 tane sarı yumurta vardır. Kırmızı kartonda ise 10 tane beyaz yumurta, 8 tane sarı yumurta vardır. Hangi karton beyaz yumurtalara göre daha fazla kahve rengi yumurta içerir? Düşüncelerinizi açıklayınız.



Mavi Karton



Kırmızı Karton

Sen ve arkadaşın bir parti için portakal suyu hazırlayacaksınız. Size üç farklı durum verilecektir. Her durum için size iki farklı karışım içeriği verilecektir. Her karışım çeşitli miktarlarda portakal suyu ve su içerir. Siyah kutu portakal suyunu, beyaz kutu ise suyu temsil eder. Her birinin amacı, hangi içeceğin daha güçlü portakal suyu tadına sahip olacağına veya içeceğin tadının aynı olup olmadığına karar vermektir. Yaptığınız işlemleri gösteriniz ve düşüncelerinizi açıklayınız.

5)

Karışım A



Karışım B



6)

Karışım A



Karışım B



7)

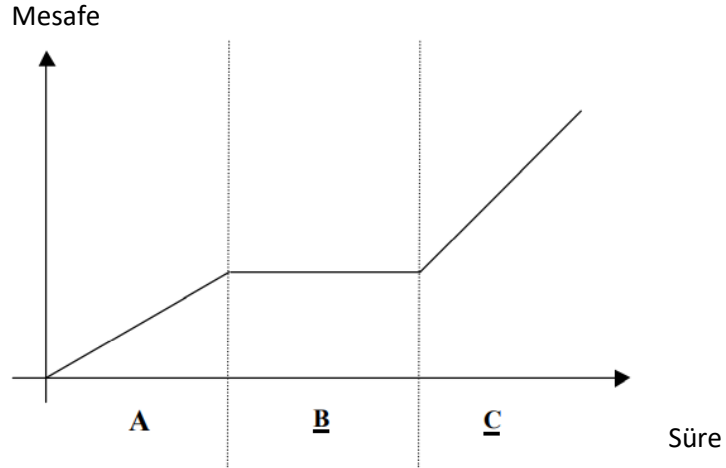
Karışım A



Karışım B



8) Selin hafta sonu bisiklet turuna çıkmıştır. Aşağıda yolculuğa ait bir grafik verilmiştir. Mesafe, Selin'in bisiklet turuna başladığı noktaya olan uzaklığını göstermektedir. Süre ise yolculuğa başladığı andan itibaren geçen süreyi temsil etmektedir. Grafik üç aralığa bölünmüştür. Grafik üzerindeki A, B ve C aralıklarında ne kadar hızlı bisiklet sürdüğüne ilişkin hangi bilgileri çıkarabilirsiniz?



9) Beş yıl önce iki tane ağacın uzunlukları, A ağacı 8 metre, B ağacı ise 10 metre olarak ölçülmüştür. Bugün A ağacı 14 metre uzunluğunda, B ağacı ise 16 metre uzunluğundadır. Son beş yılda, hangi ağacın uzunluğu, başlangıçtaki uzunluğuna göre en fazla artmıştır? Yanıtınızı işlemlerinizi göstererek açıklayınız.

10) Size 3 metre eninde ve 2 metre boyunda bir bayrak gösteriliyor. Bu bayrak için 6 metrekare kumaş kullanılmıştır. Aynı en/boy oranını koruyarak bayrağın enini 3 metre daha uzun yapmak isteseydin ne kadar kumaşa ihtiyacın olurdu? İşlemlerinizi gösteriniz.

	En	Boy	Alan
Bayrak 1	3 m	2 m	$6 m^2$
Bayrak 2	6 m		

EK2: Orantısal muhakeme testi

ORANTISAL MUHAKEME TESTİ

1) Ali Bey tarlasını sulamak için bir su deposu inşa etmiştir. Kalan su miktarını takip etmek için depoya bir gösterge bağlatmıştır. Ali bey deposuna 50 ton su yüklemesi yaptığıında göstergesi birinci durumdan ikinci duruma gelmiştir.



Buna göre Ali Bey, depo boş iken deponun dolması için kaç ton su yüklemesi yapmalıdır?

2. Aşağıda verilen tabloda açılış ücreti olmayan bir taksinin şoförünün kilometreye göre aldığı ücreti göstermektedir.

Alınan Yol Miktarı (km)	Alınan Ücret (TL)
1	4
2	8
3	12
4	16

Buna göre bu taksiyle 100 km yol giden bir müşterinin ödeyeceği tutar kaç TL'dir.

(BİLEŞEN 2: Verilen bir durumda oranı fark edebilme)

3. Bir sinema salonunda gösterime giren film için tam ve indirimli olmak üzere iki tür bilet satılmaktadır. Salonun tam dolu olduğu seansta indirimli bilet alanların sayısının tam bilet alanların sayısına oranı $\frac{7}{5}$ 'dir. Bu sinema salonunun kapasitesi 120 olduğuna göre tam bilet satın alan kişi sayısı kaçtır?

4. Ekmek fırını işleten Ali Bey ek gelir elde etmek için simit yapıp satmaya karar vermiştir. Biraz hesap yaptıktan sonra ortalama büyüklükte bir simidi 2 TL satacağını ve bir simitten ortalama 120 kuruş kar elde edeceğini hesaplamıştır. Ayrıca ekmeklerini odun fırınında pişiren Hüseyin amca simitleri de ekmeklerle birlikte pişirebilmek için 12000 TL'ye fırın satın almıştır. Ali Bey günlük ortalama 500 tane simit sattığına göre kaç gün sonra simit için aldığı fırına ödediği parayı geri kazanmış olacaktır?

EK3: Klinik görüşme soruları

GÖRÜŞME SORULARI

1. probleme yönelik olası görüşme soruları;

Probleminden neler anladın?

Problemi nasıl çözdün?

Öğrenci problemi orantısal muhakemeden çözer ise problemi farklı bir yoldan çözebilir miyiz?

- Gösterge suyu nasıl temsil ediyor?
- Burada değişken kullanabilir miyiz?

Öğrenci problemi cebirsel düşünme yoluyla çözdü ise değişken kullanmadan da problemi çözebilir miyiz?

2. probleme yönelik olası görüşme soruları;

Probleminden neler anladın?

Problemi nasıl çözdün?

Öğrenci problemi orantısal muhakemeden çözer ise problemi farklı bir yoldan çözebilir miyiz?

- Ödenecek para miktarını nasıl belirliyoruz?
- Burada değişken kullanabilir miyiz?
- Herhangi bir kilometre de ödenecek para miktarını nasıl ifade ederiz?

Öğrenci problemi cebirsel düşünme yoluyla çözdü ise değişken kullanmadan da problemi çözebilir miyiz?

3. probleme ilişkin görüşme soruları;

Probleminden neler anladın?

Problemi nasıl çözdün?

Öğrenci problemi orantısal muhakemeden çözer ise problemi farklı bir yoldan çözebilir miyiz?

- Tam bilet ve indirimli bilet alan kişi sayısı hakkında yorum yapabilir miyiz?
- Burada değişken kullanabilir miyiz?
- Burada bir denklem elde edebilir miyiz?

Öğrenci problemi cebirsel düşünme yoluyla çözdü ise değişken kullanmadan da problemi çözebilir miyiz?

- Burada kişi sayısı artar ise indirimli bilet alan kişi sayısının tam bilet alan kişi sayısına oranı değişir mi?

4. probleme ilişkin olası görüşme soruları;

Problemden neler anladın?

Problemi nasıl çözdün?

Öğrenci problemi orantısal muhakemeden çözer ise problemi farklı bir yoldan çözebilir miyiz?

- Simit sayısından elde ettiği karı nasıl buluruz?
- Simit satışından günlük elde ettiği kar nasıl hesapladın?
- Burada değişken kullanabilir miyiz?
- Burada bir denklem elde edebilir miyiz?

Öğrenci problemi cebirsel düşünme yoluyla çözdü ise değişken kullanmadan da problemi çözebilir miyiz?

- Gün sayısı arttıkça elde edilen kar nasıl değişir?
- Gün sayısı ile elde edilen kar arasında nasıl bir ilişki var?

EK4a: Klinik Görüşme İçin Hazırlanmış Veli Bilgilendirme Formu

Veli Bilgilendirme Formu

Sayın Öğrenci Velisi

Bu araştırma Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Program'ında yürütmekte olduğum yüksek lisans tez çalışmamı kapsayan bilimsel araştırmadır. Araştırmada ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal ve cebirsel muhakemelerinin ve aralarındaki ilişkinin incelenmesi amaçlanmaktadır.

Araştırmanın 2021-2022 öğretim yılı bahar döneminde yedinci sınıf öğrencileri ile yürütülmesi planlanmaktadır. Araştırma kapsamında yapılacak uygulamaların yaklaşık 21 gün süreceği tahmin edilmektedir. Araştırma kapsamında ilk olarak öğrencilere orantısal muhakeme testi uygulanacak ve ardından öğrencilerin problemi çözme sürecinde düşünme süreçlerinin ortaya konulması ve derinlemesine incelenmesi için klinik görüşme yapılacaktır. Klinik görüşmelerde öğrencinin çözdüğü orantısal muhakeme testinde sorularım çözümlerine ilişkin alt sorular öğrenciye yöneltilecektir. Klinik görüşmede veri kaybını en aza indirmek için ses kayıt cihazı ile görüşmeler kayıt altına alınacaktır. Bu kayıtlar yüksek lisans tezinin bir parçası olarak kullanılacaktır. Bu çalışma kapsamında elde edilen tüm bilgiler gizli tutulacak ve sadece araştırma amaçları çerçevesinde kullanılacaktır. Çalışmaya katılım gönüllü olduğu için velisi bulunduğunuz öğrenci istediğiniz zaman hiçbir yaptırıma maruz kalmadan çalışmadan ayrılma hakkına sahiptir. Bu bağlamda aşağıdaki izin metinlerini okumanızı rica eder ve kararınız doğrultusunda belgeleri imzalama ya da imzalamama özgürlüğünüz olduğunu belirtmek isterim. Araştırma ile ilgili daha fazla bilgi almak için aşağıdaki iletişim adreslerinden araştırmacıya ulaşabilirsiniz.

Araştırmacı: Özlem YILMAZ

Tarih:

Adres:

Tel:

E-posta:

EK4b: Orantısal Muhakeme Testi Veli İzin Belgesi

Orantısal Muhakeme Testi Veli İzin Belgesi

Bilgilendirilmesi yapılan araştırma kapsamında uygulanacak olan Orantısal Muhakeme testine velisi olduğum öğrencinin katılımcı olarak bulunmasını onayladığımı beyan ederim.

Öğrenci Velisi İmzası:

Tarih:

(Faint, stylized signature watermark)

EK4c: Klinik Görüşme Veli İzin Belgesi

Klinik Görüşme Veli İzin Belgesi

Bilgilendirilmesi yapılan araştırma kapsamında gerçekleştirilecek olan klinik görüşmelere velisi olduğum öğrencinin katılımcı olarak bulunmasını onayladığımı beyan ederim. Ayrıca öğrencinin katılacağı klinik görüşmede ses kayıt cihazı ile kayıt alınmasında sakınca yoktur.

Öğrenci Velisi İmzası:

Tarih:

(Faint, large, stylized watermark text, possibly reading "X" or "K")

EK5a: Orantısal Muhakeme Tanı Testi İçin Veli Bilgilendirme Formu

Veli Bilgilendirme Formu

Sayın Öğrenci Velisi

Bu araştırma Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Program'ında yürütmekte olduğum yüksek lisans tez çalışmamı kapsayan bilimsel araştırmadır. Araştırmada ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebir problemlerinin çözüm sürecinde orantısal muhakemelerinin ve çözüm stratejilerinin incelenmesi amaçlanmaktadır.

Araştırmanın 2021-2022 öğretim yılı bahar döneminde yedinci sınıf öğrencileri ile yürütülmesi planlanmaktadır. Öğrencilerin seçilmesi aşamasında gönüllük ve öğrencilere uygulayacak olduğumuz orantısal muhakeme tanı testinden yararlanılacaktır. Araştırma kapsamında uygulayacağımız tanı testide yer alan 10 tane soru yedinci sınıf oran-orantı konusu kazanımlarını kapsamaktadır. Bu testten elde edilen veriler yalnızca araştırma kapsamında kullanılacak ve öğrenciye ait bilgiler gizli tutulacak, öğrenci kesinlikle deşifre edilmeyecektir. Bu teste katılım gönüllük esasına dayanmaktadır. Bu bağlamda aşağıdaki izin metnini okumanızı rica eder ve kararınız doğrultusunda belgeyi imzalama ya da imzalamama özgürlüğünüz olduğunu belirtmek isterim. Araştırma ile ilgili daha fazla bilgi almak için aşağıdaki iletişim adreslerinden araştırmacıya ulaşabilirsiniz.

Araştırmacı: Özlem YILMAZ

Tarih:

Adres:

Tel:

E-posta:

EK5b: Orantısal Muhakeme Tanı Testi Veli İzin Belgesi

Orantısal Muhakeme Tanı Testi Veli İzin Belgesi

Bilgilendirilmesi yapılan araştırma kapsamında uygulanacak olan orantısal muhakeme tanı testine velisi olduğum öğrencinin katılımcı olarak bulunmasını onayladığımı beyan ederim.

Öğrenci Velisi İmzası:

Tarih:

(Faint watermark text: "Orantısal Muhakeme Tanı Testi Veli İzin Belgesi")

EK6a: Klinik Görüşme İçin Öğrenci Bilgilendirme Formu

Öğrenci Bilgilendirme Formu

Sevgili Öğrenci

Bu araştırma Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Program'ında yürütmekte olduğum yüksek lisans tez çalışmamı kapsayan bilimsel araştırmadır. Araştırmada ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebir problemlerinin çözüm sürecinde orantısal muhakemelerinin ve çözüm stratejilerinin incelenmesi amaçlanmaktadır.

Araştırmanın 2021-2022 öğretim yılı bahar döneminde yedinci sınıf öğrencileri ile yürütülmesi planlanmaktadır. Araştırma kapsamında yapılacak uygulamaların yaklaşık 21 gün süreceği tahmin edilmektedir. Araştırma kapsamında ilk olarak öğrencilere orantısal muhakeme testi uygulanacak ve ardından öğrencilerin problemi çözme sürecinde düşünme süreçlerinin ortaya konulması ve derinlemesine incelenmesi için klinik görüşme yapılacaktır. Klinik görüşmelerde öğrencinin çözdüğü orantısal muhakeme testindeki soruların çözümlerine ilişkin alt sorular öğrenciye yöneltilecektir. Klinik görüşmede veri kaybını en aza indirmek için ses kayıt cihazı ile görüşmeler kayıt altına alınacaktır. Bu kayıtlar yüksek lisans tezinin bir parçası olarak kullanılacaktır. Bu çalışma kapsamında elde edilen tüm bilgiler gizli tutulacak ve sadece araştırma amaçları çerçevesinde kullanılacaktır. Çalışmaya katılım gönüllü olduğu için istediğiniz zaman hiçbir yaptırıma maruz kalmadan çalışmadan ayrılma hakkına sahipsiniz. Bu bağlamda aşağıdaki izin metinlerini okumanızı rica eder ve kararınız doğrultusunda belgeleri imzalama ya da imzalamama özgürlüğünüz olduğunu belirtmek isterim. Araştırma ile ilgili daha fazla bilgi almak için aşağıdaki iletişim adreslerinden araştırmacıya ulaşabilirsiniz.

Araştırmacı: Özlem YILMAZ

Tarih:

Adres:

Tel:

E-posta:

EK6b: Orantısal Muhakeme Testi Öğrenci İzin Belgesi

Orantısal Muhakeme Testi Öğrenci İzin Belgesi

Bilgilendirilmesi yapılan araştırma kapsamında uygulanacak olan orantısal muhakeme testine tamamen gönüllü olarak katılmaktayım ve istediğim zaman çalışmadan ayrılma hakkımın olduğunu biliyorum. Verdiğim bilgilerin bilimsel çalışma amaçlı kullanılmasına izin veriyorum.

Adı-Soyadı:

İmzası:

Tarih:

EK6c: Klinik Görüşme Öğrenci İzin Belgesi

Klinik Görüşme Öğrenci İzin Belgesi

Bilgilendirilmesi yapılan araştırma kapsamında gerçekleştirilecek olan klinik görüşmelere tamamen gönüllü olarak katılmaktayım ve istediğim zaman çalışmadan ayrılma hakkımın olduğunu biliyorum. Verdiğim bilgilerin bilimsel çalışma amaçlı kullanılmasına izin veriyorum. Ayrıca katılacağım klinik görüşmede ses kayıt cihazı ile kayıt alınmasında sakınca yoktur.

Adı-Soyadı:

İmzası:

Tarih:

EK7a: Orantısal Muhakeme Tanı Testi İçin Öğrenci Bilgilendirme Formu

Öğrenci Bilgilendirme Formu

Sevgili Öğrenci

Bu araştırma Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Program'ında yürütmekte olduğum yüksek lisans tez çalışmamı kapsayan bilimsel araştırmadır. Araştırmada ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebir problemlerinin çözüm sürecinde orantısal muhakemelerinin ve çözüm stratejilerinin incelenmesi amaçlanmaktadır.

Araştırmanın 2021-2022 öğretim yılı bahar döneminde yedinci sınıf öğrencileri ile yürütülmesi planlanmaktadır. Öğrencilerin seçilmesi aşamasında gönüllük ve öğrencilere uygulayacak olduğumuz orantısal muhakeme tanı testinden yararlanılacaktır. Araştırma kapsamında uygulayacağımız tanı testide yer alan 10 tane soru yedinci sınıf oran-orantı konusu kazanımlarını kapsamaktadır. Bu testten elde edilen veriler yalnızca araştırma kapsamında kullanılacak ve size ait bilgiler gizli tutulacak, kesinlikle deşifre edilmeyecektir. Bu teste katılım gönüllük esasına dayanmaktadır. Bu bağlamda aşağıdaki izin metnini okumanızı rica eder ve kararınız doğrultusunda belgeyi imzalama ya da imzalamama özgürlüğünüz olduğunu belirtmek isterim. Araştırma ile ilgili daha fazla bilgi almak için aşağıdaki iletişim adreslerinden araştırmacıya ulaşabilirsiniz.

Araştırmacı: Özlem YILMAZ

Tarih:

Adres:

Tel:

E-posta:

EK7b: Orantısal Muhakeme Tanı Testi Öğrenci İzin Belgesi

Orantısal Muhakeme Tanı Testi Öğrenci İzin Belgesi

Bilgilendirilmesi yapılan araştırma kapsamında uygulanacak olan orantısal muhakeme tanı testine tamamen gönüllü olarak katılmaktayım ve istediğim zaman çalışmadan ayrılma hakkımın olduğunu biliyorum. Verdiğim bilgilerin bilimsel çalışma amaçlı kullanılmasına izin veriyorum.

Adı-Soyadı:

İmzası:

Tarih:



EK8: Orantısal Muhakeme Tanı Testi Kullanımı İçin Gerçekleştirilen İzin Yazışması



About permission to use the proportional reasoning test

3 ileti

4 Mart 2022 16:14

Hello Miss Allain

I would like to use the proportional reasoning test you developed in 2001 by referring to it in my thesis. I ask your permission for this. Thank you so much.

4 Mart 2022 19:53

Thank you for reaching out, and yes, you have my permission.

[Alınılan metin gizlendi]

...

5 Mart 2022 21:00

Thank you very much.

EK9: Etik Kurul İzni



ANADOLU ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERÎ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU
KARAR BELGESİ

ÇALIŞMANIN TÜRÜ:	Yüksek Lisans Tez Çalışması		
KONU:	Eğitim Bilimleri		
BAŞLIK:	Ortaokul Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Cebir Problemlerinin Çözüm Sürecinde Orantısız Muhakemelerinin ve Çözüm Stratejilerinin İncelenmesi		
PROJE/TEZ YÜRÜTÜCÜSÜ:	Prof. Dr. Tangül UYGUR KABAEİ		
TEZ YAZARI:	Özlem YILMAZ		
ALT KOMİSYON GÖRÜŞÜ:	-		
KARAR:	Olumlu		

EK10a: MEB Araştırma ve Uygulama İzni



T.C.
ESKİşEHİR VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-88074293-605.01-49631817
Konu : Özlem YILMAZ'ın Araştırma İzni

14.05.2022

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Genel Sekreterlik Yazı İşleri Müdürlüğü)

- İlgi : a) Milli Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21.01.2020 tarihli ve 1563890 (2020/2) sayılı "Araştırma Uygulama İzinleri" Genelgesi.
b) 28.04.2022 tarihli ve 309583 sayılı yazınız.
c) Valilik Makamının 13.05.2022 tarihli ve 49574713 sayılı oluru.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Programı öğrencisi Özlem YILMAZ'ın, Prof. Dr. Tangül KABAELE danışmanlığında hazırladığı "Ortaokul Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Cebir Problemlerinin Çözüm Sürecinde Orantısal Muhakemelerinin ve Çözüm Stratejilerinin İncelenmesi" başlıklı yüksek lisans tez çalışmasına ilişkin ilgi (b) yazınız ve ekleri ile istenilen araştırma izni talebi incelenmiş, uygun görülmüş ve valilik makamından alınan ilgi (c) olur ekte gönderilmiş olup, Bakanlığımızın ilgi (a) Genelgesinin 25 inci maddesi gereği çalışmada ekteki imzalı ve mühürlü ölçme araçlarının kullanılması hususunda; Bilgilerinizi ve gereğini arz ederim.

Pervin TÖRE
İl Millî Eğitim Müdürü

Ek:

- 1-İlgi (c) Valilik Oluru (1 Sayfa)
- 2-Araştırma ve Değerlendirme Formu (2 Sayfa)
- 3-Ölçme Araçları (8 Sayfa)

EK10b: MEB Araştırma ve Uygulama İzni

 T.C.
ESKİşEHİR VALİLİğİ
İl Millî Eğitim M¼d¼rl¼ę¼

Sayı : E-88074293-605.01-49574713
Konu : Özlem YILMAZ'ın Araştırma İzni Talebi

13/05/2022

VALİLİK MAKAMINA

İlgi : Anadolu Üniversitesi Rektrl¼ę¼ Genel Sekreterlik Yazı İşleri M¼d¼rl¼ę¼'n¼n 28.04.2022 tarihli ve 309583 sayılı yazısı.

Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstit¼s¼ Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Y¼ksek Lisans Programı ğrencisi zlem YILMAZ'ın, Prof. Dr. Tang¼l KABAEL danışmanlığında hazırladığı "Ortaokul Yedinci Sınıf ğrencilerinin Cebir Problemlerinin z¼m S¼recinde Orantısal Muhakemelerinin ve z¼m Stratejilerinin İncelenmesi" başlıklı y¼ksek lisans tez çalışmasına veri sağlamak amacıyla araştırma yapma izin talebi M¼d¼rl¼ę¼m¼z Araştırma ve Sosyal Etkinlik İzinleri İnceleme Komisyonu tarafından değerlendirilmiş ve uygulanmasında sakınca gr¼lmedięi bildirilmiştir.

M¼d¼rl¼ę¼m¼zce de uygun gr¼lm¼ř olan söz konusu araştırma çalışmasının, 2021-2022 eğitim ğretim yılı içerisinde ve eğitim ğretimi aksatmamak kaydıyla, ilimizde bulunan t¼m ortaokullarda uygulanmasını olurlarınıza arz ederim.

Pervin TRE
İl Millî Eğitim M¼d¼r¼

OLUR
Akın AğCA
Vali a.
Vali Yardımcısı

Ek:
1-Araştırma ve Değerlendirme Formu (2 Sayfa)
2-lme Araçları (8 Sayfa)

EK10c: MEB Araştırma ve Uygulama İzni



ESKİŞEHİR
İL MİLLÎ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜ

ARAŞTIRMA DEĞERLENDİRME FORMU

ARAŞTIRMA SAHİBİNİN

Adı Soyadı	Özlem YILMAZ
Kurumu / Üniversitesi	Anadolu Üniversitesi
Araştırma Yapılacak Eğitim Kurumu ve Kademesi	Eskişehir'deki Tüm Ortaokulların 7. Sınıfları
Araştırmanın Konusu	Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin Cebir Problemlerinin Çözüm Sürecinde Orantısal Muhakemelerinin ve Çözüm Stratejilerinin İncelenmesi
Üniversite / Kurum Onayı	Var
Araştırma / Proje / Ödev / Tez Önerisi	Yüksek Lisans Tezi
Veri Toplama Araçları	1. Tanı Testi 2. Cebir Testi 3. Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu
Görüş İstenecek Birimler	-

KOMİSYON GÖRÜŞÜ

İlgil: Millî Eğitim Bakanlığının 21.01.2020 tarih ve 81576613 sayılı 2020/2 Nolu Genelge Kapsamında Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlik İzinleri Genelgesi.
Genelgenin ilgili maddeleri gereğince yapılan incelemede 2021-2022 öğretim yılını aksatmayacak şekilde uygulanmasında sakınca yoktur.

Komisyon Kararı	KABUL (oy birliği ile)
(Varsa) Muhalif Üyenin Adı ve Soyadı	Gerekçesi :

KOMİSYON

11/5/2022

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Özlem Yılmaz

Yabancı Dil :

Doğum Yeri ve Yılı:

E-Posta :

Eğitim ve Mesleki Gelişim:

-