

PERSONEL SERVİSİ ROTALAMA PROBLEMİNİN OPTİMİZASYONU

Pelin DURAK

Yüksek Lisans Tezi

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Zehra KAMIŞLI ÖZTÜRK

Eskişehir

Eskişehir Teknik Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Haziran 2021

ÖZET

PERSONEL SERVİSİ ROTALAMA PROBLEMİNİN OPTİMİZASYONU

Pelin DURAK

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

Eskişehir Teknik Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Haziran 2021

Danışman: Doç. Dr. Zehra KAMIŞLI ÖZTÜRK

Lojistik ve taşımacılık sektöründe karşılaşılan araç rotalama problemi yıllardır üzerinde çalışılan bir optimizasyon problemidir. Bu çalışma kapsamında incelenen Eskişehir Organize Sanayi Bölgesinde faaliyet yürüten bir işletmenin personel servislerinin rotalanması problemi, araç rotalama probleminin alt dallarından olan açık uçlu araç rotalama problemi, kapasite kısıtlı araç rotalama problemi ve heterojen filolu araç rotalama problemi türlerinin üçünü de kapsamaktadır.

Bu çalışmada ele alınan problem, hem işletme açısından maliyeti enküçüklemek, hem de personel açısından kullanıcı tercihlerini de göz önüne alarak tur dengelemesi yapacak bir şekilde personelin servislerde geçirdiği enbüyük süreyi enküçüklemek olarak çok amaçlı incelenmiştir. Problemin çözümü için önerilen çok amaçlı karma tamsayılı matematiksel model, problemin küçük bir veri grubu için GAMS yazılımı kullanılarak çözülmüş, daha sonra problemin tamamını çözebilmek için önce kümele - sonra rotala yöntemi uygulanmıştır. Yeni rotalar, mevcut rotalar ile karşılaştırılıp sonuçlar yorumlanmıştır.

Anahtar Sözcükler: Açık uçlu araç rotalama problemi, Kapasite kısıtlı araç rotalama problemi, Heterojen filolu araç rotalama problemi, Çok amaçlı optimizasyon, K-ortalamlar kümeleme algoritması.

ABSTRACT

OPTIMIZATION OF PERSONNEL TRANSPORTATION SERVICE ROUTING PROBLEM

Pelin DURAK

Department of Industrial Engineering

Eskişehir Technical University, Institute of Graduate Programs, June 2021

Supervisor: Assoc. Prof. Zehra KAMIŞLI ÖZTÜRK

The vehicle routing problem, that is encountered in the logistics and transportation sector, is an optimization problem that has been studied for many years. The personnel services routing problem of a company operating in Eskişehir Organized Industrial Zone that is examined within the scope of this study covers the three of open vehicle routing problem, capacitated vehicle routing problem, and heterogeneous fleet vehicle routing problem, which are sub-branches of vehicle routing problem.

The problem addressed in this study has been examined as multi-objective that are both minimizing the cost in terms of the company and the maximum time spent by the employees in the services in a way to balance the tour by considering the user preferences in terms of the personnel. The multi-objective mixed integer mathematical model that is proposed for the solution of the problem was solved for a small data group of the problem by using GAMS software, and then cluster first – route second method was applied to solve whole problem. New routes are compared with the existing routes and results are interpreted.

Keywords: Open vehicle routing problem, Capacitated vehicle routing problem, Heterogenous fleet vehicle routing problem, Multi-objective optimization, K-means clustering algorithm.

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca bilgi ve tecrübesi ile beni yönlendiren ve destek olan çok değerli hocam Doç. Dr. Zehra KAMIŞLI ÖZTÜRK' e ve hiçbir koşulda sevgilerini esirgemeyerek her daim desteğim olan ve iyi bir eğitim almamı sağlayan biricik aileme; özellikle merhum annem Hülya ÇALIŞKAN' a herşey için çok teşekkür ederim.

Pelin DURAK



ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Eskişehir Teknik Üniversitesi tarafından kullanılan “bilimsel intihal tespit programı”yla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

Pelin DURAK

İÇİNDEKİLER

Sayfa

BAŞLIK SAYFASI	i
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI.....	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT.....	iv
TEŞEKKÜR	v
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ.....	vi
İÇİNDEKİLER	vii
TABLolar DİZİNİ.....	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	x
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	xi
1. GİRİŞ.....	1
2. LİTERATÜR TARAMASI	3
3. ARAÇ ROTALAMA PROBLEMİ (ARP).....	10
3.1. Araç Rotalama Problemi Türleri	11
3.1.1. Klasik araç rotalama problemi	11
3.1.2. Mesafe kısıtlı araç rotalama problemi.....	11
3.1.3. Zaman pencereli araç rotalama problemi.....	12
3.1.4. Önce dağıt sonra topla araç rotalama problemi.....	12
3.1.5. Eş zamanlı topla-dağıt araç rotalama problemi.....	12
3.1.6. Bölünebilir talepli araç rotalama problemi	12
3.1.7. Çok depolu araç rotalama problemi.....	12
3.1.8. Heterojen filolu araç rotalama problemi	13
3.1.9. Stokastik araç rotalama problemi	13
3.1.10. Dinamik araç rotalama problemi	13
3.1.11. Açık uçlu araç rotalama problemi.....	13
3.2. Araç Rotalama Problemleri İçin Çözüm Yöntemleri.....	13
4. KÜMELEME YÖNTEMLERİ	15

4.1. K-ortalamalar Kümeleme Yöntemi.....	16
4.2. Küme Sayısının Hesaplanması (k).....	16
4.2.1. Dirsek yöntemi.....	16
4.2.2. Silüet yöntemi	17
4.2.3. Çapraz geçerlilik.....	17
5. ÇOK AMAÇLI OPTİMİZASYON SKALERLEŞTİRME YÖNTEMLERİ.....	18
5.1. Ağırlıklandırılmış Toplam Skalerleştirme (WSS) Yöntemi.....	19
5.2. Konik Skalerleştirme (KS) Yöntemi	20
6. PROBLEMİN TANIMLANMASI.....	22
6.1. Problemde Ele Alınacak Varsayımlar.....	22
7. KULLANILAN METOT VE ÇÖZÜM	24
7.1. Önerilen Matematiksel Model	24
<i>Ağırlıklandırılmış toplam yöntemi ile skalerleştirme</i>	27
<i>Konik skalerleştirme yöntemi ile skalerleştirme.....</i>	28
7.2. Dirsek (Elbow) Yöntemi ile Küme Sayısının Belirlenmesi.....	29
7.3. K-ortalamalar Algoritması İle Durakların Kümelendirilmesi	30
7.4. Rotaların Oluşturulması.....	30
7.4.1. Amaçların eşit önemde olduğu tek amaca dönüştürülmüş model için çözüm.....	31
<i>Her küme için ayrı ayrı problemin önerilen matematiksel model ile çözülmesi ve oluşan yeni rotalar</i>	31
7.4.2. WSS ve KS ile çözüm	34
8. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	37
KAYNAKÇA.....	39
EKLER	44
ÖZGEÇMİŞ	

TABLÖLAR DİZİNİ

Sayfa

Tablo 4.1. Coğrafiik veri için kümeleme yöntemleri (Bruwer, 2018)	15
Tablo 6.1. Araç Tipleri, Kapasiteleri ve Sefer Maliyetleri	22
Tablo 7.1. İlk üç rota için mevcut durum.....	28
Tablo 7.2. İlk üç rota için yeni çözüm	28
Tablo 7.3. İşletmenin mevcut kullandığı rotalar	31
Tablo 7.4. Küme 1’ deki duraklar için yeni oluşan rotalar	31
Tablo 7.5. Küme 2’ deki duraklar için yeni oluşan rotalar	32
Tablo 7.6. Küme 3’ deki duraklar için yeni oluşan rotalar	32
Tablo 7.7. Küme 4’ deki duraklar için yeni oluşan rotalar	32
Tablo 7.8. Küme 5’ deki duraklar için yeni oluşan rotalar	33
Tablo 7.9. Küme 6’ daki duraklar için yeni oluşan rotalar	33
Tablo 7.10. Mevcut rotalar ve yeni rotalar maliyet – süre karşılaştırma	33

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 5.1. WSS yönteminin gösterimi. (a) dışbükey amaç uzayı ve (b) dış bükey olmayan amaç uzayı (Kasimbeyli vd., 2019).....	19
Şekil 5.2. KS yönteminin grafiksel gösterimi (Kasimbeyli vd., 2019)	21
Şekil 7.1. Dirsek yöntemi phyton kodu	29
Şekil 7.2. Dirsek yöntemi ile küme sayısını belirlemek için kullanılacak eğri	29
Şekil 7.3. K-ortalamalar algoritması ile kümelendirilen duraklar	30
Şekil 7.4. Küme 1 - WSS ile elde edilen Pareto çözümler	34
Şekil 7.5. Küme 2 - WSS ile elde edilen Pareto çözümler	34
Şekil 7.6. Küme 3 - WSS ile elde edilen Pareto çözümler	35
Şekil 7.7. Küme 4 - WSS ile elde edilen Pareto çözümler	35
Şekil 7.8. Küme 5 - WSS ile elde edilen Pareto çözümler	35
Şekil 7.9. Küme 6 - WSS ve KS ile elde edilen Pareto çözümler	36

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

α	: Alfa genişleme parametresi
"0"	: İşletme düğümü
A	: Ayrıtlar kümesi
A'	: Genişletilmiş serimdeki ayrıtlar kümesi
a_i	: i . müşterinin teslimat boyutu
b_k	: k aracının kapasitesi
C	: Koni
C^{ao}	: Genişletilmiş ikil koni
C^{a*}	: Genişletilmiş ikil koni
$C^{a\#}$	: Genişletilmiş ikil koni
c_{ij}	: Müşteri i den müşteri j ye olan seyahat maliyeti
c_k	: k . aracın tek sefer kullanım maliyeti
c_{max}	: Maksimum araç maliyeti
D	: Simetrik uzaklık matrisi
"d"	: Sanal nokta
d_{ij}	: i düğümünden j düğümüne olan uzaklık
$f_i(x)$	: $i=1'$ den n' e kadar değer alabilen amaç fonksiyonları
G	: Tam serim
G'	: Genişletilmiş serim
I	: Duraklar (ara düğümler) kümesi
I_{1-}	: Norm
K	: Araç sayısı
M	: Çok büyük bir sayı
mks	: bir tur için istenen enbüyük süre
n	: Durak sayısı
p_i	: i . durakta inecek/binecek personel sayısı
q_k	: k . aracın kapasitesi
$\mathbb{R}$	: Reel sayılar kümesi
$\mathbb{R}^n$	: Amaç uzayı
$\mathbb{R}^p$	: Kısıt uzayı

r	: Pozitif karar değişkeni
r_i	: $i=1$ 'den n' e kadar değer alabilen referans noktalar
t	: Rota/araç sayısı
u_i	: Reel değişken
V	: Dügümler kümesi
V'	: Genişletilmiş serimdeki düğümler kümesi
w_i	: $i=1$ 'den n' e kadar değer alabilen ağırlık değerleri
X	: Uygun çözüm kümesi
x_{ijk}	: 0-1 karar değişkeni
y_k	: 0-1 karar değişkeni
y_{ik}	: 0-1 karar değişkeni
z	: Amaç fonksiyonu
ANOVA	: Analysis of Variance
ARP	: Araç Rotalama Problemi
AUARP	: Açıık Uçlu Araç Rotalama Problemi
GA	: Genetik Algoritma
GAMS	: General Algebraic Modelling System
GIS	: Geographical Information Systems
GPS	: Global Positioning System
GSP	: Gezin Satıcı Problemi
HFARP	: Heterojen Filolu Araç Rotalama Problemi
KKARP	: Kapasite Kısıtlı Araç Rotalama Problemi
KS	: Konik Skalerleştirme
MKARP	: Mesafe Kısıtlı Araç Rotalama Problemi
NP-zor	: NP-hard (Non-deterministic Polynomial-time hardness)
OSRP	: Okul Servisi Rotalama Problemi
WSS	: Ağırlıklandırılmış Toplam Skalerleştirme
ZPARP	: Zaman Pencerele Araç Rotalama Problemi

1. GİRİŞ

Kamu sektörü veya özel sektör farketmeksizin lojistik uygulamalarında taşımacılığa ait maliyetler çok yüksek oranlı bir paya sahiptir. Taşımacılıkta ortaya çıkan maliyetlerin belirli kısıtlar altında enküçüklenmesi problemleri uzun yıllardır üzerinde çalışılan Araç Rotalama Problemi (ARP) türündendir.

“ARP, bir depoda bulunan k adet aracın en uygun k adet rotayı kullanarak farklı miktarlardaki malları n adet noktaya dağıtması ve depoya geri dönmesi olarak açıklanabilir (Pala ve Aksaraylı, 2018).”

Bu çalışmada Eskişehir Organize Sanayi Bölgesinde faaliyet yürüten bir işletmenin dışardan kiralama ile temin ettiği ve işletmenin kendi idari işler personeli tarafından manuel olarak rotalarının oluşturulduğu servislerde, geçirdikleri uzun sürelerden memnun olmayan personelin kullandıkları servislerin rotalarının kullanıcı memnuniyetini de göz önüne alarak, hem maliyet hem süre açısından incelenerek eniyilenmesi amaçlanmıştır.

Literatürde ARP ile ilgili çok sayıda çalışma varken servis rotalama ile ilgili çalışma sayısı ARP’ye kıyasla göreceli olarak çok az sayıdadır. ARP kapsamında mevcut literatür incelendiğinde servis taşımacılığı ile ilgili daha çok okul servisleri rotalama problemlerine çalışıldığı gözlemlenmiştir ve büyük çoğunluğu homojen filolu araçlar için çözümlenmeye çalışılmıştır. Personel servisi ile ilgili yapılan çalışmalarda problemler ya klasik ARP kapsamında incelenmiş ya da çoğunluğu yine homojen filolu araçlar için çözümlenmeye çalışılmıştır. Bu problemler genellikle tek amaçlıdır ve matematiksel modelleri işletmelerin kendi envanterinde bulunan servis araçlarının bir turda katettikleri toplam mesafeyi enküçüklemeyi amaçlayarak minimum maliyeti bulacak şekilde geliştirilmiştir. Bu çalışmada ele alınan problem, hem işletme açısından maliyeti enküçüklemek, hem de personel açısından kullanıcı tercihlerini de göz önüne alarak tur dengelemesi yapacak biçimde personelin servislerde geçirdiği enbüyük süreyi enküçüklemek olarak çok amaçlı incelenmiştir. Ayrıca, literatürden farklı olarak maliyet analiz edilirken personel için servis hizmeti dışardan bir servis şirketine taşere edildiğinden, kiralanacak en az servis sayısının bulunması ile maliyetin enküçüklenmesi araştırılmıştır. Servisler homojen olmayan filoya sahip bir alt yükleniciden kiralandığından ve araçların toplamayı/dağıtımı yaptıktan sonra kalkış noktalarına geri dönmeleri gerekmediğinden problem Açık Uçlu Araç Rotalama Problemi (AUARP),

Heterojen Filolu Araç Rotalama Problemi (HFARP), Kapasite Kısıtlı Araç Rotalama Probleminin (KKARP) her üç türüne göre birlikte incelenmiştir.

Bu tez çalışmasında ilk olarak Eskişehir ilinde faaliyet yürüten işletmenin personelinin evlerine en yakın mesafedeki durak verileri toplanmış, mesafeler arası uzaklıklar matrisi oluşturulmuştur. Önerilen çok amaçlı karma tamsayılı matematiksel model problemin mevcuttaki ilk 3 rotası için çözülmüş, daha sonra tüm problemi çözebilmek için önce kümele – sonra rotala yöntemi uygulanarak K-ortalamlar (K-means) algoritması ile duraklar kümelendirilmiştir. Oluşan kümeler önerilen matematiksel model yardımıyla rotalanmıştır. Elde edilen sonuçlar mevcut durumdaki rotalar ile karşılaştırılmıştır.

Çalışmanın ikinci bölümünde literatür taramasına yer verilmiştir. Üçüncü, dördüncü ve beşinci bölümlerinde araç rotalama problemi, kümeleme yöntemleri ve çok amaçlı optimizasyon skalerleştirme yöntemleri ile ilgili kısa bilgiler verilmiştir. Altıncı bölümde problemin tanımı detaylı olarak açıklanmıştır. Yedinci bölümde çözüm detaylarına yer verilmiştir. Sekizinci ve son bölümde sonuç ve öneriler tartışılmıştır.

2. LİTERATÜR TARAMASI

Bu bölümde servis taşımacılığı problemi kapsamında okul servisi rotalama problemleri, personel servisi rotalama problemleri, otel – havalimanı arası taşımacılık yapan servislerin rotalanması problemleri incelenmiştir. Ayrıca önce kümele - sonra rotala, tam sayılı programlama, çok amaçlı optimizasyon, ağırlıklandırılmış toplam skalerleştirme, konik skalerleştirme çözüm yöntemleri kullanılarak yapılan çalışmalar ele alınmıştır.

De Souza Lima vd. (2017) heterojen filolu ve karma yüklü çok amaçlı kapasite kısıtlı kırsal otobüs servisi rotalama problemini çözebilmek için dört adet çok amaçlı metasezgisel algoritma sunmuştur. Öğrencilerin toplam ağırlıklı seyahat süreleri, sürücüler arasında tur dengeleme ve tur maliyeti olarak üç adet amacı dikkate almışlardır. Önerdikleri algoritmaların sonuçlarını literatürdeki mevcut yöntemle karşılaştırmış ve tasarladıkları yöntemlerin literatürdekinden daha iyi performans gösterdiğini gözlemlemişlerdir.

Pala ve Aksaraylı (2018) oteller ve havalimanı arası yolcu taşımacılığı yapan bir firmanın toplam tur sürelerini ve bir yolcunun ortalama ulaşımında geçirdiği süreyi minimize etmek amacıyla Çok Amaçlı Kapasite Kısıtlı Araç Rotalama Problemini Karınca Kolonisi Optimizasyonu Algoritması kullanarak çözmüşlerdir. Çözüm sonuçlarına göre turların süresi ve müşterilerin ortalama ulaşımında geçirdikleri süre açısından önerdikleri modelin önemli iyileştirmeler sağladığını gözlemlemişlerdir.

Karagül (2013) Alanya bölgesinde faaliyet gösteren bir acentenin gerçekleştirdiği turist dağıtımları için havaalanından otellere dağıtımını problemini modelleyerek uygulama çözümlerini hesaplamıştır. Genetik Algoritma ve Rassal Arama olmak üzere iki farklı çözüm yöntemi önerilmiştir. İki yöntemden Rassal Arama yöntemi zaman olarak daha avantajlı bir çözüm üretmiştir. Acenteler, bu çözümlerle önerilen dağıtım planları sayesinde %35'e kadar varan tasarruflar elde ederek maliyetlerini düşürebilmişlerdir.

Garzon-Garnica, Caballero-Morales ve Martinez-Flores (2017) yaptıkları çalışmada 532 noktaya hizmet vermek için birçok rota ve aracın kullanıldığı Meksika'da ki büyük ölçekli bir personel taşımacılığı sisteminin modellenmesi ve çözümüne odaklanmıştır. Uygun çözüm bulabilmek için metasezgisel algoritma kullanmışlardır.

Önerilen modelleme ve çözüm yöntemi, güzergahların günlük işleyişinde önemli tasarruflar sağlayacak bir çözüm oluşturmuştur.

Lipowezky, Korenfeld ve Ideses (2018) paketleri yerel postanelerden alıp müşterilere teslim eden küçük motosiklet kuryelerinin rotalama problemini incelemişlerdir. Küçük motosikletler sınırlı bir kapasiteye sahip olduğundan ve kuryenin toplam katettiği seyahat mesafesi için ücret ödendiğinden problem yazarlar tarafından kapasite kısıtlı açık uçlu araç rotalama problemi olarak incelenmiştir. Problemin çözümü için Clarke-Wright algoritması tabanlı yeni bir sezgisel yaklaşım önerilmiştir. Hesaplamalı sonuçlar, önerilen algoritmanın rekabetçi olduğunu, bazı örnekler üstünde kıyaslamalı sonuçlarda iyileştirmeler yapabildiğini ve teslimat maliyetlerinde %40-80 arası tasarruf sağladığını göstermiştir.

Lysgaard vd. (2020) çalışmalarında en uzun rota süresinin enküçüklendiği kapasite kısıtlı açık uçlu araç rotalama probleminin çözümü için metasezgiseller ve karma tamsayılı doğrusal programlama yöntemlerinin birleşiminden oluşan bir çözüm yöntemi önermişlerdir. Hesaplamalar çok başlangıçlı algoritma tarafından sağlanan başlangıç çözümünün iyileştirilmesiyle kalmayıp, aynı zamanda küçük ve orta ölçekli örnekler için eniyi çözümlerin ortaya çıkabildiğini göstermiştir.

Yousefikhoshbakht, Didehvar ve Rahmati (2015) yaptıkları çalışmada heterojen filolu açık uçlu araç rotalama problemini incelemişlerdir. Çözüm için karma tamsayılı model önermişlerdir. Ayrıca, problem türünün NP-zor sınıfında olmasından dolayı bir karınca kolonisi sistemi algoritması önermişlerdir. Yapılan çalışma kapsamında mevcut bir kıyaslama olmadığından çalışmada bazı test problemleri üretilmiştir. Kesin algoritmanın kıyaslama sonuçlarıyla, önerilen algoritmanın nispeten kısa bir süre içinde daha iyi sonuçlar sağlayabildiği gösterilmiştir.

Ruiz, Garcia-Calvillo ve Nucamendi-Guillen (2020) çalışmalarında müşteriler için açık rotalara ve bölümlere ayrılmış teslimatlara izin veren klasik ARP' nin bir çeşidi olan bölünebilir talepli açık uçlu araç rotalama problemini ele almaktadır. Çalışmaları zamanında teslimat ve müşteri memnuniyeti ile ilgili kalite göstergelerini iyileştirmek için teslimatlarını bölme olasılığını keşfetmeye çalışan ilaç sektöründe faaliyet yürüten bir işletme tarafından motive edilmiştir. Çözüm için iki karma tamsayılı model önerilmiştir. Ek olarak, yazarlar tarafından optimizasyon performansını iyileştirmek için

bir kesme-düzlemi yöntemi tasarlanmıştır. İkinci modelin etkinliği kabul edilebilir bir süre içinde 30 düğüme kadar olan durumlar için eniyi çözümler sağlaması ile doğrulanmıştır. Kesme düzlemi yönteminin dahil edilmesi performansı iyileştirmiştir. Vaka çalışması ile mevcut dağıtım maliyetlerinde %20' ye yakın bir oranda tasarruf sağlandığı gösterilmiştir.

Kazel (2008) özel eğitim okullarının servis araçlarının katettiği yolu ve toplam araç içinde geçen süreyi minimize eden bir rotalama ve aynı zamanda bir ders çizelgelemesi içeren problem için bir matematiksel model geliştirmiştir. Tavlama benzetimi ile örnek problemler üzerinde denemelerini yapmıştır. Ayrıca tavlama benzetimi ile elde edilen sonuçları, problemin daha basit bir versiyonu için önerilen dinamik pasta sezgisel metoduyla karşılaştırmıştır.

Schittekat vd. (2009) çalışmalarında okul otobüsü rotalama problemini ARP'nin bir çeşidi olarak ziyaret edilecek durakların belirlenmesi, her bir öğrencinin yürüme mesafesindeki duraklarının belirlenmesi ve seçilen duraklar ile toplam seyahat süresinin enküçüklenerek rotanın oluşturulması açısından inceleyip bir karma tamsayılı model geliştirmişlerdir. Büyük ölçekli örneklerin çözümü için metasezgisel yöntem kullanmışlardır. Kullanılan metasezgisel yöntemin büyük örnekler için en iyiye yakın sonuçlar verdiğini belirtmişlerdir.

Dursun ve Özger (2014) yaptıkları çalışmada genellikle karayolu araçlarında kullanılan matematiksel modellerin havacılık alanına uygulanarak heterojen filolu hava araçlarının yük taşımacılığında enküçük maliyetle rotalanmasını sağlamayı amaçlamışlardır. Bir kargo ağında birden fazla hava aracı türü kullanılarak taşınacak yükün hızlı ve güvenilir bir şekilde alıcılara ulaştırılmasını esas alan araç rotalama problemine yönelik bir matematiksel modelin geliştirilmesini hedeflemişlerdir. Oluşturdukları matematiksel modelin çözümünde yük miktarına ve maliyetlere göre uçak tipinin belirlendiği görülmüştür.

Li ve Fu (2002) çalışmalarında toplam otobüs süresini enküçükleyen, öğrencileri toplama noktalarından almak için harcanan toplam süreyi enküçükleyen, ve toplam seyahat süresini enküçükleyen çok amaçlı okul servisi rotalama problemini incelemişlerdir. Çözüm için sezgisel algoritma önermişlerdir. Mevcut durumla

karşılaştırdıklarında elde ettikleri çözümlerin toplam seyahat süresinde %29 tasarruf sağladığı görülmüştür.

Çolak (2020) doktora tezinde hasta tercihleri, ekip tercihleri, en kısa mesafe, ekip iş yükü dengesi gibi çok amaçlı bir optimizasyon problemi olarak ele alınan evde bakım hizmetleri rotalama problemini, meta sezgisel bir yöntem olan Genetik Algoritma (GA) ile çözmüştür. GA'nın çözüme etkisini ölçmek için yazar tarafından probleme özgü Açgözlü (Greedy) bir algoritma geliştirilmiş ve üretilen rotalar karşılaştırılmıştır.

Erdoğan (2019) yüksek lisans tezinde Ankara' da bulunan bir firmanın personeline sağladığı servis hizmetini, araçların firmadan hareket edip tekrar firmaya dönmesinden dolayı ARP olarak ele almış, Tamsayılı Doğrusal Programlama yöntemiyle LINGO 18.0 programını kullanarak problemi çözümlenmiştir. Araç kapasitesinin değişmesine göre oluşan rotaların toplam mesafeleri ile rota uzunluğunun değiştirilmesiyle elde edilen toplam mesafe hesaplatılmış ve personelin serviste geçirdiği sürelerin ortalaması hesaplanarak çözüm yazar tarafından analiz edilmiştir.

Ünsal ve Yiğit (2018) tarafından Okul Servisi Rotalama Probleminin (OSRP) optimizasyonu için kümeleme ve yapay zeka yöntemleri kullanılarak GPS, GIS araçları ve mobil uygulama desteği ile bir yazılım geliştirilmiştir. Geliştirilen yazılım bir uygulama ile denenmiştir. Elde edilen sonuçlar yazarların geliştirdikleri yöntemin başarılı bir şekilde rotalarda mesafe, zaman ve rakım değişimi parametreleri açısından iyileştirme yapılabildiğini göstermiştir.

Kara ve Derya (2011) Mesafe ve Kapasite Kısıtlı Araç Rotalama Problemi için düğüm ve ayırıt tabanlı iki indisli tam sayılı model önermişlerdir. Literatürdeki çeşitli problemler CPLEX 8.0 kullanılarak düğüm ve ayırıt tabanlı formüller ile çözülmüş, ayırıt tabanlı modelin düğüm tabanlıya göre daha iyi performans gösterdiği belirtilmiştir.

Bektaş ve Elmastaş (2004) Ankara merkezinde bulunan bir okulun servis araçlarının rotalarının belirlenmesi için tamsayılı doğrusal karar modeli geliştirmişlerdir, CPLEX ile elde edilen çözümünün mevcut çözümden daha iyi sonuç verdiğini gözlemişlerdir.

Bektaş ve Elmastaş (2007) daha sonra yaptıkları bir çalışmada, Mesafe ve Kapasite Kısıtlı Açık Uçlu Araç Rotalama Problemi için tamsayılı doğrusal programlama modeli

önermişlerdir. Ankaradaki bir okul servisi için test etmişler ve mevcut duruma göre maliyette %28,6 iyileştirme gerçekleştiğini ortaya çıkarmışlardır.

Ünsal (2010) yüksek lisans tezinde, Bektaş ve Elmastaş (2007) tarafından geliştirilen modeli kullanarak, Maden Tetkik Arama Genel Müdürlüğü'nün kiraladığı personel servis araçlarının sayısı ve toplam güzergah mesafesini enküçükleyecek AUARP için GAMS programı kullanarak elde edilen rotaları mevcut ile karşılaştırmıştır.

Ünsal (2017) doktora tezinde yaptığı çalışmada dinamik OSRP metasezgisel yöntemler ve kümeleme teknikleri kullanıp gün içerisinde değişebilecek koşullara karşı gerçek zamanlı olarak optimize etmeye çalışmış ve bir uygulama geliştirmiştir. Uygulama ile servis araçları için en uygun rotaların gerçek zamanlı bir şekilde dinamik olarak üretilmesi sağlanmıştır. Ankara ilinde okul servisi hizmeti veren bir firmanın verileri kullanarak uygulamadan elde edilen veriler ile mevcut durumdaki rotaların karşılaştırılması yapılarak yazar tarafından geliştirilen yöntemin ne kadar başarılı olduğu gösterilmiştir.

Albayrak (2019) yüksek lisans tez çalışmasında farklı giriş-çıkış saatleri olan birçok okula servis yapılan ve birçok servis aracının kullanıldığı bir problem için kısıtlara bağlı olarak farklı kümeleme tekniklerinden yararlanıp öğrencileri gruplandırmıştır. Oluşan gruplar içinde en düşük servis sayısını belirlemek, katedilen toplam mesafeyi enküçüklemek ve toplam karı enbüyüklemek hedefiyle doğrusal programlama ve sezgisel yöntemler ile rotalama problemine çözümler üretmiştir. Elde edilen sonuçlara bağlı olarak tasarruf algoritması ile problem yeniden çözülüp sonuçların kıyaslanması ile yazarın çalışması tamamlanmıştır.

Bruwer (2018) çalışmasında kapasite kısıtlı araç rotalama problemini k-medoid kümelenendirme yöntemiyle kümelendirmiştir. Rotaları oluşturmak için metasezgisel yöntemlerden olan yık ve yeniden oluştur (ruin and recreate) yöntemi kullanılmıştır. Seyahat maliyeti ve katedilen mesafe sonuçları k-ortalamlar kümeleme yöntemi kullanılarak oluşturulan değerlerle karşılaştırılmıştır. K-medoid yöntemi ile test verileri üzerinde daha iyi sonuçlar elde edildiği gözlenmiştir.

Bozyer, Alkan ve Fırlı (2014) çalışmalarında kapasite kısıtlı araç rotalama problemlerinin çözümüne yönelik önce kümele sonra rotala presibine dayanan sezgisel bir yöntem önermişlerdir. Kümeleme işleminde talep noktalarının bulanık c-ortalama

kümeleme yöntemi ile olası tüm rotalara 0-1 arası üyelik dereceleri hesaplanmıştır. Rotalama adımıda ise sezgisel algoritma olan tabu arama prensibine dayanan bir arama algoritması ile rotalar iyileştirilmeye çalışılmıştır. Yazarların önerdikleri yöntem literatürde yer alan veri kümelerine uygulanmış ve elde edilen sonuçlar yorumlanmıştır.

Cömert vd. (2020) esnek zaman pencereci araç rotalama problemi için önce kümele – sonra rotala yöntemine dayalı bir yöntem önermişlerdir. İlk olarak müşteriler k-ortalamlar ve k-medoids kümeleme algoritmalarına göre kümelendirilmiş, daha sonra karma tamsayılı matematiksel model yardımıyla rotalanmıştır. Son olarak, algoritmaların etkinliğini göstermek için ANOVA testi kullanılmış ve deneysel sonuçlar mevcut veriler ile karşılaştırıldığında algoritmalar ile elde edilen sonuçların daha iyi olduğu belirtilmiştir.

Cömert vd. (2018) bir süpermarket zinciri vakasında kapasite kısıtlı araç rotalama problemi için müşterileri k-ortalamlar, k-medoids ve sıradan kümelendirme yöntemleri ile kümelendirilmiş daha sonra her bir küme dal - sınır algoritması ile rotalanmıştır. Sonuçlar t-testi ile analiz edilmiş ve eniyi sonucun k-medoids algoritması ile oluştuğu açıklanmıştır.

Şen, Cömert ve Yazgan (2015) yaptıkları çalışmada bir süpermarket zincirindeki taleplerin karşılanmasında ortaya çıkan araç rotalama probleminin çözüm yöntemlerini araştırmışlardır. İlk aşamada kümeleme algoritması ile müşteriler kümelenecek ve ARP çözülmüştür. Daha sonra genetik algoritma destekli bir yaklaşım geliştirmişlerdir. Geliştirilen her iki yöntem örnek bir uygulamada test edilerek sonuçlar ANOVA testi ile karşılaştırılmıştır.

Alpaslan (2015) yüksek lisans tezinde klasik araç rotalama problemi, açık uçlu araç rotalama problemi ve bölünmüş talepli araç rotalama problemlerini heterojen filolu araç filoları için incelemiş ve bu problemlere yönelik yeni karma tamsayılı tek amaçlı ve çok amaçlı modeller geliştirmiştir. Çok amaçlı matematiksel modellerin çözümünde ağırlıklandırılmış toplam yöntemi kullanılmıştır. Önerilen modeller, küçük boyutlu örnek veriler için GAMS programı kullanılarak, büyük boyutlu veriler için yasaklı arama algoritması kullanılarak çözülmüştür. Elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Kasimbeyli vd. (2019) çalışmalarında, çok amaçlı optimizasyonda yaygın olarak kullanılan 6 farklı skalerleştirme yöntemlerinin analizi, karakterize edilmesi ve

karşılaştırılması işlemlerine yer vermiştir. Bu yöntemlerin özellikleri sıralama konisi, dış büyüklük, sınırlılık, uygun çözüm üretebilme yeteneği, karar vericinin tercihi olan referans noktalarını ve karar vericinin ağırlıklandırma tercihlerini dikkate alabilme yeteneği, ilave kısıtlar ve karar değişkenleri sayısı gibi temel özellikler açısından incelenmiştir. Çalışma aynı zamanda bu yöntemler ve aralarındaki ilişkiler için yeni karakteristikler sunmaktadır.

Araştırmacıların yaptığı çalışmalardan görüldüğü üzere servis araçlarının rotalanması problemi konusunda çok çalışma vardır; fakat bu problemlerde kullanıcı tercihlerini dikkate alan çalışma diğerlerine göre çok az sayıdadır. Bu tez çalışması ile literatürde açık kalan bu konuya katkıda bulunulması hedeflenmiştir.

3. ARAÇ ROTALAMA PROBLEMİ (ARP)

ARP çoğunlukla çeşitli kısıtlar altında bir veya birkaç depodan coğrafi olarak dağınık bir dizi müşteriye en uygun teslimat veya toplama rotalarının tasarlanması problemi olarak tanımlanır (Laporte, Nobert ve Taillefer, 1988).

ARP ilk olarak Dantzig ve Ramser (1959) tarafından genelleştirilmiş Gezgin Satıcı Problemi (GSP) olarak ifade edilmiştir (Pala ve Aksaraylı, 2018). GSP tek araçla birden fazla müşteriyi bir kez ziyaret ederek aracın başladığı noktaya geri dönmesini ve en kısa mesafeyi katetmesinin bulunması problemidir.

ARP, NP-zor problemler kümesinde yer almaktadır ve NP-zor olmasının anlamı, problemi çözmek için gerekli çabanın problemin boyutu ile üstel olarak artıyor olmasıdır (Karagül, 2013).

ARP’ de rotalar oluşturulurken şunlara dikkat edilmelidir (Cordeau, 2002):

- Her rota depoda başlar ve depoda biter,
- Her müşteri sadece bir kez sadece bir araç tarafından ziyaret edilir,
- Hiçbir rotadaki talep kapasiteyi aşmamalıdır,
- Hiçbir rotanın süresi önceden belirlenen süreyi aşmamalıdır,
- Toplam rota maliyeti enküçüklenmelidir.

ARP’nin kapasite kısıtlı matematiksel modeli (Fisher ve Jaikumar, 1981):

Parametreler:

K : araç sayısı

n : durak sayısı. Müşteriler 1 ’ den n ’ e kadardır, 0 indisi merkez depoyu gösterir

b_k : k aracının kapasitesi

a_i : i . müşterinin teslimat boyutu

c_{ij} : müşteri i den müşteri j ye olan seyahat maliyeti

Karar Değişkenleri:

x_{ijk} : $\begin{cases} 1 & k \text{ aracı } i \text{ müşterisinden } j \text{ müşterisine giderse} \\ 0 & d. d. \end{cases}$

$y_{ik} : \begin{cases} 1 & i. \text{ müşteriye sipariş } k \text{ aracıyla teslim ediliyorsa} \\ 0 & d. d. \end{cases}$

$$\sum_i a_i y_{ik} \leq b_k \quad k = 1, \dots, K \quad (3.1)$$

$$\sum_k y_{ik} = \begin{cases} K, & i = 0 \\ 1, & i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (3.2)$$

$$y_{ik} \in \{0,1\} \quad i = 0, \dots, n, k = 1, \dots, K \quad (3.3)$$

$$\sum_i x_{ijk} = y_{jk} \quad j = 0, \dots, n, k = 1, \dots, K \quad (3.4)$$

$$\sum_j x_{ijk} = y_{ik} \quad i = 0, \dots, n, k = 1, \dots, K \quad (3.5)$$

$$\sum_{i \in S} x_{ijk} = y_{ik} \quad S \subseteq \{1, \dots, n\}, 2 \leq |S| \leq n-1 \quad (3.6)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad i = 0, \dots, n, j = 0, \dots, n \quad (3.7)$$

k.a.

$$enk \ z = \sum_{ijk} c_{ij} x_{ijk} \quad (3.8)$$

şeklindedir. Kısıt grupları (3.1) ve (3.2) her müşteriye bir araçla hizmetin sağlandığı ve araca atanan yükün kapasitesinin aşılmamasının sağlandığı, aynı zamanda her rotanın depoda başlayıp depoda bitmesinin sağlandığı kısıtlardır. Eğer y_{ik} sabitlenmiş ve kısıt grupları (3.1) - (3.3) için sağlanıyorsa, kısıt grupları (3.4) - (3.6) k aracına atanan müşterilerin gezgin satıcı problemini tanımlamaktadır. Kısıt grupları (3.3) ve (3.7) işaret kısıtlarıdır.

3.1. Araç Rotalama Problemi Türleri

3.1.1. Klasik araç rotalama problemi

Araç rotalama probleminin en çok karşılaşılan türlerinden biridir. Rotalar depoda başlar depoda biter. Depoda aynı kapasiteye sahip araçlar bulunmaktadır. Her şehre mutlaka ve sadece bir araç uğramalıdır ve şehrin talebini tamamiyle karşılamalıdır (Alpaslan, 2015).

3.1.2. Mesafe kısıtlı araç rotalama problemi

Bu problem türü rotalara atanan her aracın sınırlı kat edeceği toplam mesafesinin olması durumudur. Taşınacak ürünün tipi, kullanılacak aracın türü, sürücü unsuru bu tip problemleri oluşturabilir. Sürücünün belirli bir süreden fazla sürekli olarak aracı

kullanmaması gerekliliği, taşınan ürünün uzun süre taşıma sonucu bozulabilme durumu vb. gibi durumlar varsa mesafe kısıtı modele dahil edilmelidir (Dursun, 2009).

3.1.3. Zaman pencereleli araç rotalama problemi

Zaman pencereleli ARP (ZPARP), banka teslimatları, posta teslimatları veya okul otobüsü rotaları gibi gerçek dünyadaki birçok sorunun faydalı bir özetidir. Bu problemlerde, hizmet süresini sınırlandırmak için genellikle her müşteri lokasyonu ile bir zaman penceresi ilişkilendirilir (Badeau vd., 2017).

3.1.4. Önce dağıt sonra topla araç rotalama problemi

Bu problemde müşteri kümeleri iki ayrı altkümeye ayrılır. İlk altküme dağıtım yapılacak müşteriler, diğer altküme ise geri toplama yapılacak müşteri grubudur. Eğer rotada, her iki tür müşteri de bulunuyorsa, öncelik dağıtım yapılacak müşterilere verilmektedir (Alpaslan, 2015).

3.1.5. Eş zamanlı topla-dağıt araç rotalama problemi

Eş zamanlı topla – dağıt araç rotalama problemi müşterilerin bazı malları geri gönderebileceği olasılığının düşünüldüğü ARP' dir. Bu yüzden dağıtılan ürünlerin geri döndürülebileceği şekilde araç kapasitesinin yükleme uygunluğu kısıtı dikkate alınmalıdır. Bu kısıt planlama problemini çok daha zorlaştırır ve araç kapasitelerinin kötü kullanımına, seyahat uzunluğunun artmasına veya daha fazla araç kullanılmasına yol açabilir (Karagül, 2013).

3.1.6. Bölünebilir talepli araç rotalama problemi

Bölünebilir talepli araç rotalama problemi, KKARP' den farklı olarak, bir talep noktasına teslimatın iki veya daha fazla araç arasında bölünmesine izin verir. Çoğu durumda, ayrı teslimatlara izin vermek, hem kat edilen toplam mesafe hem de gerekli araç sayısında önemli tasarruf sağlar (Jin, Liu ve Eksioğlu, 2008).

3.1.7. Çok depolu araç rotalama problemi

Birden fazla deposu olan şirketler için dağıtım problemleri türüdür. Depoların sayısı ve yerleri önceden bellidir. Ürünleri depolardan müşterilere taşımak için sınırlı kapasiteye sahip bir araç filosu kullanılmaktadır. Her araç aynı depoda başlar ve biter. Her müşterinin yeri ve talebi de önceden bilinmektedir. Her müşteri bir araç tarafından sadece bir kez ziyaret edilir. Bu problem türünde karar vericilerin ilk olarak aynı depo tarafından hizmet verilecek bir dizi müşteriyi kümelemeleri gerekir. Daha sonra araç kapasitesi kısıtının

ihlal edilmemesi için aynı depodaki müşterileri birkaç rotaya atamaları gerekir. Son olarak her rotanın teslimat sırasına ilişkin karar verilir (Ho vd., 2008).

3.1.8. Heterojen filolu araç rotalama problemi

Heterojen filolu araç rotalama probleminde filoda farklı türde (farklı kapasitede) araçlar bulunmaktadır. Her türe ait araç sayısı sınırsız ya da sınırlı sayıda olabilir (Alpaslan, 2015).

3.1.9. Stokastik araç rotalama problemi

ARP'nin bir veya daha fazla bileşeninin (müşteri, zaman, vb.) rassal olması durumunda ortaya çıkan problem türüdür.

3.1.10. Dinamik araç rotalama problemi

Dinamik araç rotalama problemi, rotaların gerçek zamanlı olarak gelişip değiştiği problem türüdür.

Dinamik senaryolar son zamanlarda dağıtım lojistiğinde daha yaygın hale geldi ve gelecekte daha da yaygınlaşması muhtemeldir. Dinamik araç rotalama, petrol ürünleri veya endüstriyel gazların teslimi, kurye hizmetleri, çok türlü hizmetler, tarifesiz gemi operasyonları, toplama ve teslimat hizmetleri, konteyner terminalinin yönetimi dahil olmak üzere çok çeşitli uygulamaları kapsar. (Psaraftis, 1995).

3.1.11. Açık uçlu araç rotalama problemi

Açık Uçlu ARP (AUARP), Klasik ARP' ye kıyasla rotaların bir başlangıç noktasından başlayarak başlangıç noktasına dönmeden son hizmet verilen düğümde sonlandığı problem türüdür.

3.2. Araç Rotalama Problemleri İçin Çözüm Yöntemleri

ARP NP-zor problem sınıfına girdiğinden problemlerinin çözümü için araştırmacılar tarafından farklı yöntemler uygulanmıştır.

Bu yöntemlerin ilk grubu küçük boyutlu problemler için eniyi çözümü veren kesin çözüm yöntemleridir. Kesin çözüm yöntemlerine tam sayılı programlama, dal-sınır algoritması, dinamik programlama örnek olarak verilebilir.

Diğer yöntemler eniyi çözümün bulunmasını garanti etmeyen fakat kısa sürede uygun çözüm bulunmasını sağlayan sezgisel ve metasezgisel yöntemlerdir. Sezgisel yöntemlere örnek olarak tasarruf algoritması, önce kümele - sonra rotala algoritmaları,

süpürme algoritması, önce rotala – sonra kümele algoritmaları verilebilir. Metasezgisel yöntemler için yaygın kullanılan algoritmalara örnek olarak, tavlama benzetimi, tabu arama, karınca kolonisi algoritması ve genetik algoritma verilebilir.



4. KÜMELEME YÖNTEMLERİ

Kümeleme verilerin benzer özelliklerine göre ayrılıp gruplandırılması işlemi olarak tanımlanabilmektedir.

Coğrafi veri için kümeleme yöntemleri beş ana tipten oluşur (Bruwer, 2018):

- Hiyerarşik yöntemler
- Yinelemeli bölümlleme
- Grafik-tabanlı yöntemler
- En yakın komşu yöntemleri
- Yoğunluk-tabanlı yöntemler

Bu kümeleme yöntemleri Tablo 4.1.' de özetlenmiştir.

Tablo 4.1. Coğrafi veri için kümeleme yöntemleri (Bruwer, 2018)

Kümeleme Yöntemi	Tanım	Kümeleme Teknikleri
Hiyerarşik Kümeleme	Müşteriler, tanımlanmış küme sayısı gibi durdurma kriterlerine ulaşılan kadar ya birleştirilir ya da yinelemeli olarak bölünür.	– Tek/tam bağlantı yöntemi – Ortalama bağlantı yöntemi – Ağırlıklandırılmış ortalama bağlantı yöntemi – Merkezi bağlantı yöntemi – Ağırlıklandırılmış merkezi bağlantı yöntemi – Ward's yöntemi
Yinelemeli Bölümlleme	Yöntem, bir dizi mevcut merkez noktası (müşteriler) ile başlar. Merkez noktalarına en yakın müşteriler birlikte tahsis edilecektir. Küme ağırlık merkezleri / medoidler / medyanlar tekrar tekrar hesaplanır ve amaç, tüm müşteriler ve küme merkezleri arasındaki mesafelerin toplamını en aza indirmektir.	– K-means (k-ortalamlar) yöntemi – K-medoid yöntemi – K-medyan (k-ortanca) yöntemi
Grafik-tabanlı Yöntemler	Müşteri noktaları, noktaların düğümleri temsil ettiği ve bağlantıların düğümler arasındaki bağlantılar olduğu bir grafikte temsil edilir. "Tutarsız" olan bağlantılar kaldırılır. Kalan bağlı müşteriler kümeleri temsil eder.	– MST grafik-tabanlı yöntem – RNG grafik-tabanlı yöntem – GG grafik-tabanlı yöntem

En Yakın Komşu Yöntemleri	Tüm müşteri puanlarının en yakın komşu noktaları hesaplanır ve aynı kümelere eklenir.	– K- yakın komşu yöntemi – Ortak komşuluk değeri
Yoğunluk-tabanlı Yöntemler	Bu yöntem, kümelerin yoğun ve düşük yoğunluklu alanlarla çevrili alanlar olarak görülebileceği temelinde çalışır. Küme merkezleri, noktaların en çok olduğu bölgelere yerleştirilir.	– K. yakın komşu – Hibrid kümeleme-tabanlı yöntem

4.1. K-ortalamlar Kümeleme Yöntemi

K-ortalamlar, kümelerin sürekli olarak yeniden oluşturulduğu ve en uygun çözüme ulaşana kadar devam edilen döngüsel bir algoritmadır. K-ortalamlar algoritmasının ismindeki ‘k’ oluşturulacak küme sayısını, ‘ortalamlar’, kümeyi oluşturan elemanların ağırlıklı ortalamasını ifade etmektedir (Ünsal ve Yiğit, 2018).

Kümeleme süreci ‘k’ değerine eşit merkez nokta miktarının rastgele olarak belirlenmesiyle başlar. Her müşteri, en yakın ortalama ile ilişkilendirilerek bir kümeye tahsis edilir. Alternatif kümelerle ilişkili her müşteri için potansiyel mesafe tasarrufu hesaplanır. Potansiyel mesafe tasarrufu yapılabiliyorsa kümelere yeniden atama yapılır. Küme merkezleri yeniden hesaplanır. Müşteri atamaları ve küme merkezlerinin yeniden hesaplanması daha fazla mesafe tasarrufu yapılmayana veya yakınsamaya ulaşılana kadar tekrar edilir (Bruwer, 2018).

4.2. Küme Sayısının Hesaplanması (k)

Küme sayısını belirlemek için en çok kullanılan yöntemler aşağıda verilmiştir (Bruwer, 2018):

- Dirsek (elbow) yöntemi
- Silüet (silhouette) yöntemi
- Çapraz geçerlilik (cross-validation)

4.2.1. Dirsek yöntemi

Bu yöntem küme sayısının fonksiyonu olarak değişkenlik yüzdesine odaklanır. ‘k’ değeri tek tek eklenip hata kareleri toplamı (SSE) değeri kaydedilir. SSE, ağırlık merkezine karşı her noktanın ortalama Öklid Mesafesinin toplamıdır. Değer büyük

ölçüde düştüğünde ve daha küçük bir aç ı oluşturduğunda ‘k’ değeri bulunur (Marutho vd., 2018).

4.2.2. Silüet yöntemi

Her veri noktasının uyum seviyesi, mevcut kümesinde ölçülür ve komşu kümeye uyum seviyesi ile karşılaştırılır (Bruwer, 2018).

4.2.3. Çapraz geçerlilik

Bu teknikte, veri kümesi ‘k’ alt kümeye bölünür. Bu alt kümelerden biri, bir eğitim seti olarak analiz edilir ve diğer tüm alt kümelerin ortalaması ile doğrulanır. Tüm alt kümeler daha sonra eğitim setleri olarak analiz edilir ve kalan alt kümelerin ortalamasıyla karşılaştırılır. (Bruwer, 2018).

5. ÇOK AMAÇLI OPTİMİZASYON SKALERLEŞTİRME YÖNTEMLERİ

Çok amaçlı optimizasyon problemleri çelişen iki veya daha fazla amacın (enküçükleme veya enbüyüklenme) çözümü ile ilgilenmektedir.

Çok amaçlı optimizasyon problemlerinde, tek bir benzersiz çözümün bulunmaması, ancak matematiksel olarak eşit derecede iyi bir çözümler kümesi tanımlanabilmesi belirgindir. Bu çözümler baskın olmayan, etkin, aşağı olmayan veya Pareto optimal çözümler olarak bilinmektedir (Miettinen, 2008).

Uygun çözüm kümesi $X \subset \mathbb{R}^n$ ve $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ vektör değerli amaç fonksiyonu için çok amaçlı optimizasyon problemi her $x \in X$ için $(f_1(x), \dots, f_p(x))$ şeklinde tanımlanır. $Y = f(X) \subset \mathbb{R}^p$ kısıt uzayındaki uygun çözüm kümesinin görüntüsünü temsil etmektedir. Çok amaçlı optimizasyon probleminin optimum çözümleri Pareto optimumluk anlamında ele alınır (Cicek ve Kamisli Ozturk, 2020).

Eğer $f(x) \leq f(x^*)$ koşulunu sağlayan $x \in X$ yoksa, $x^* \in X$ Pareto etkin çözüm olarak adlandırılır (Ehrgott and Gandibleux, 2004).

$x^* \in X$ Pareto etkin çözümse ve $M > 0$ reel sayısı $f_i(x) < f_i(x^*)$ şartını sağlayan her i ve $x \in X$ için $f_j(x^*) < f_j(x)$ ve $\frac{f_i(x^*) - f_i(x)}{f_j(x) - f_j(x^*)} \leq M$ şartını sağlayan en az bir f_j varsa $x^* \in X$ has (proper) Pareto etkin çözümdür. Bu tanımdan, eğer bir amaç fonksiyonunda sınırlı bir azalma olmasının yalnızca diğer amaç fonksiyonunda makul bir artış pahasına mümkün olduğu durumda olan en az bir çift amaç fonksiyonu varsa çözümün tam anlamıyla has (proper) Pareto etkin çözüm olduğu söylenebilir (Miettinen, 2008).

Çok amaçlı optimizasyon problemleri genellikle skalerleştirme ile çözülür. Skalerleştirme, birden çok amacı olan problemin tek amaçlı bir optimizasyon problemine dönüştürülmesi anlamına gelir (Miettinen, 2008).

Literatürde kullanılan bazı çok amaçlı skalerleştirme yöntemleri aşağıdaki gibidir (Deliktaş, 2017):

- Ağırlıklandırılmış toplam yöntemi
- ε -kısıt yöntemi
- Konik skalerleştirme yöntemi
- Hedef programlama

- Benson skalerleştirme yöntemi
- Yakınsama (proximal) noktası skalerleştirme yöntemi
- Normal sınır kesişim yöntemi
- Ardışık Pareto optimizasyonu
- Enk-enb yöntemi
- Pascoletti-Serafini skalerleştirme yöntemi
- Guddat skalerleştirme yöntemi
- Tchebycheff-norm skalerleştirme yöntemi

İzleyen alt bölümlerde bu çalışma kapsamında kullanılan iki skalerleştirme yöntemi verilmiştir.

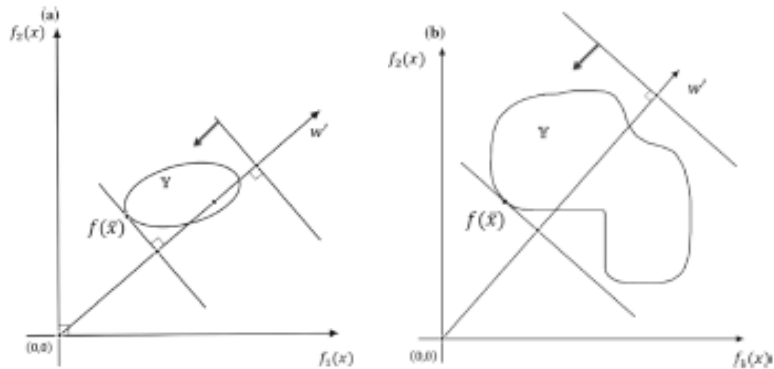
5.1. Ağırlıklandırılmış Toplam Skalerleştirme (WSS) Yöntemi

Bu yöntem en eski ve en yaygın olarak kullanılan skalerleştirme yöntemidir. Bu yöntemde amaç, her bir amaç fonksiyonunu pozitif ağırlık katsayısı ile ilişkilendirerek amaçların ağırlıklandırılmış toplamı enküçüklenir. Bu şekilde çok amaçlı amaç fonksiyonu tek amaçlı fonksiyona dönüştürülmüş olur (Miettinen, 1998).

Amaç fonksiyonları $f_1(x)$ ve $f_2(x)$ olan iki amaçlı bir enküçükleme optimizasyon problemi için, karar vericinin belirleyeceği ağırlık değerleri kümesi $w^* = (w_1, w_2)$, $w_1, w_2 \geq 0$ ve $w_1 + w_2 = 1$ için skalerleştirilmiş amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi olacaktır:

$$\text{enk} \sum_i w_i f_i(x) \quad i = 1, 2 \quad (5.1)$$

WSS yönteminin grafiksel gösterimi Şekil 5.1' de verilmiştir.



Şekil 5.1. WSS yönteminin gösterimi. (a) dışbükey amaç uzayı ve (b) dış bükey olmayan amaç uzayı (Kasimbeyli vd., 2019)

WSS yönteminin temel özellikleri şöyledir (Kasimbeyli vd., 2019):

- WSS yöntemi sıralama konisi görevi gören herhangi bir kapalı uçlu dışbükey koni C için uygulanabilir.
- Amaç uzayının altındaki sınırlılık WSS yönteminin uygulanmasında önemli bir koşul değildir; fakat bazı ağırlıklar w için problem sonlu optimum çözüme sahip olmayabilir.
- Dışbükeylik (konvekslik) koşulu önemlidir. WSS yöntemi problem konveks olduğunda zayıf etkin ve has etkin çözümlerin tam bir karakterizasyonunu sağlar.
- Bu yöntemde referans noktası bilgisi dikkate alınmazken, amaçların ağırlıkları dikkate alınır (Şekil 5.1).
- WSS yöntemi ek kısıtlar kullanmaz.

5.2. Konik Skalerleştirme (KS) Yöntemi

KS yöntemi çok amaçlı optimizasyon problemlerinde, amaç fonksiyonlarının ağırlıkları ve bu amaç değerlerinin yakınsanmasının istendiği referans noktası değerlerinin kullanıcı tercihi ile belirlenmesi sonrası skalerleştirilmiş optimizasyon probleminin çözüldüğü bir yöntemdir.

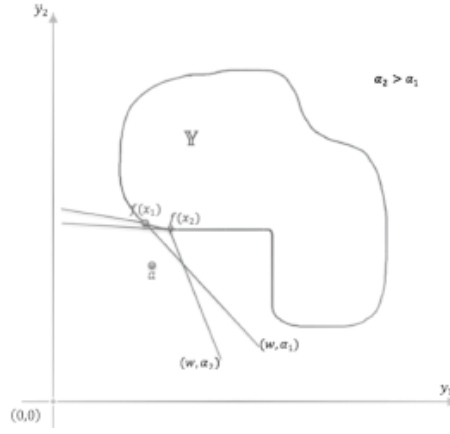
Kasimbeyli (2013) tarafından çok amaçlı bir optimizasyon problemi için konik skalerleştirme yöntemi aşağıdaki gibi formüllendirilmiştir:

X boş olmayan uygun çözüm kümesi ve $f_i: X \rightarrow \mathbb{R}$, $i = 1, \dots, n$ için $f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x))$ her $x \in X$ olsun,

Ağırlık vektörü $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$, $w_i > 0$ i . amaç fonksiyonunun karar verici tarafından belirlenen değerleri ve yine karar vericinin seçeceği referans noktaları $r = (r_1, r_2, \dots, r_n)$ ile I_1 - normunun kullanıldığı $(w, \alpha) \in C^{a*}$ (yada $(w, \alpha) \in C^{ao}$ yada $(w, \alpha) \in C^{a\#}$) şeklinde bir α genişleme parametresi seçilir ve seçilen parametreler (w, α) , r için skaler problem aşağıdaki gibi olur:

$$\min \sum_{i=1}^n w_i (f_i(x) - r_i) + \alpha \sum_{i=1}^n |f_i(x) - r_i| \quad (5.2)$$

KS yönteminin grafiksel olarak gösterimi Şekil 5.2' de verilmiştir.



Şekil 5.2. KS yönteminin grafiksel gösterimi (Kasimbeyli vd., 2019)

KS yönteminin temel özellikleri şöyledir (Kasimbeyli vd., 2019):

- KS herhangi bir sıralama konisi C için uygulanabilir.
- Amaç uzayının altındaki sınırlılık KS yönteminin uygulanmasında önemli bir koşul değildir; fakat bazı parametreler için ilgili skaler problem sınırsız olabilir.
- Eğer karşılık gelen skaler problem sonlu bir çözüme sahipse KS yöntemi her zaman etkin, zayıf etkin yada has etkin çözümler verir. Karar verici bir ağırlıklandırma vektörü, bir genişletme parametresi ve referans noktasından oluşan uygun bir skalerleştirme parametresi kümesi seçerek, en çok tercih edilen etkin ve has etkin çözümleri garanti edebilir. Yöntem has etkin çözümlerin elde edilmesi için koşullar sağlar ve tüm has etkin çözümler bu yöntem ile tespit edilebilir.
- Karar vericinin öncelik ve referans nokta tercihi bu yöntem ile dikkate alınır.
- KS yöntemi ne ek kısıtlar ne de ek karar değişkenleri kullanmaz.

6. PROBLEMİN TANIMLANMASI

Bu çalışmada Eskişehir Organize Sanayi Bölgesinde faaliyet yürütmekte olan bir işletmenin kullanılan mevcut servis rotaları yüzünden personelin evlerine uzun sürelerde ulaşmaları problemi ele alınmıştır.

Problem kapsamında, işletmede çalışan personelin evlerine en yakın duraklarda bekleyerek İdari İşler personeli tarafından manuel rotalanan servislerle ulaşmaları sağlanmaktadır. Mevcut durumda, 209 adet personel servis kullanmaktadır ve toplanma/dağıtım noktası olarak belirlenen durak sayısı 106' dır (EK-1).

Mevcut koşullarda işletme, personel taşımacılığını taşere etmektedir. Servis hizmetini araç kapasitesine göre değişen ve taşıron servis firması tarafından belirtilen sabit maliyetlerle almaktadır. Kiralanan araçların tipleri, kapasiteleri, kullanılan sayıları ve sefer maliyetleri Tablo 6.1'de belirtilmiştir.

Tablo 6.1. Araç Tipleri, Kapasiteleri ve Sefer Maliyetleri

Araç Tipi	Kapasite	Araç Sayısı	Tek Sefer Maliyeti
Tip 1 (29+1)	Pandemi koşulları nedeniyle en fazla 15 kişilik	3	170 TL
Tip 2 (19+1)	Pandemi koşulları nedeniyle en fazla 12 kişilik	15	130 TL

Mevcut durumda bir günlük tek seferlik toplam maliyet: $(3 \times 170) + (15 \times 130) = 2640$ TL olmaktadır. Servislerin bir günde gidiş-dönüş olmak üzere iki sefer yaptığı ve aylık olarak 20 iş günü çalışma yapıldığı varsayılırsa işletmenin aylık personel taşıma maliyeti yaklaşık $2640 \times 2 \times 20 = 105.600$ TL olarak hesaplanmaktadır.

6.1. Problemde Ele Alınacak Varsayımlar

Problemin çözümünde ele alınacak varsayımlar aşağıdaki gibidir:

- Servise binilecek/inilecek duraklar ve personel bellidir. Personel evlerine en yakın olan duraklarda beklemektedir.
- Bir personel geliş ve gidiş için aynı servisi kullanmaktadır.
- Her rotada yalnızca bir tip servis bulunmalıdır.
- Her durak sadece bir tip servis tarafından bir kez ziyaret edilmelidir.

- Her rota ilk olarak işletmede başlamalı, indirilecek son personelin ineceği durakta bitmelidir.
- Servislerin geliş rotası ve dönüş rotası simetriktr. Servis geldiği rotanın simetriği yönde dönüş yapacak; yani, geliş (toplama) rotasında ilk binen personel dönüş rotasında en son inecek ve toplama rotasında son binen personel ilk inecektir.
- Problem çözümünde personelin eve dönüş rotası çözülecek (servislerin ilk olarak işletmeden kalkış yapacağı ve personeli duraklara dağıtacağı varsayımı ile) ve bu rotanın simetriği duraklardan işletmeye geliş yönünde aynen uygulanacaktır.
- Yeterli sayıda servis aracı bulunduğu varsayılmaktadır. (Problem kapsamında 20 adet 19+1 tip araçtan, 20 adet 29+1 tip araçtan olması yeterli kabul edilip bu adetlerde oldukları varsayılacaktır.)
- Her turda toplanan personel sayısı araç kapasitesini aşmamalıdır.
- Servise binme, inme vb. saat kısıtları bulunmamaktadır.
- Sürüş esnasında kesintiye sebep olabilecek herhangi bir olumsuz koşulun olmadığı varsayılmaktadır.
- Servislerin hareket halindayken ortalama hızının 50 km/s olduğu varsayılmaktadır.

7. KULLANILAN METOT VE ÇÖZÜM

Çalışmada ilk olarak işletmeden personelin kullandıkları durakların adresleri, hangi tip araçları kullandıkları, mevcut rotalar, araç maliyetleri verileri toplanmıştır. İşletmeden alınan veriler doğrultusunda 106 adet durağın ve işletmenin koordinatları Google Maps kullanılarak işaretlenmiş ve koordinatları alınmıştır. Daha sonra Google API Console yardımı ile çıkarılan koordinatlar arası en kısa mesafeler hesaplatılmış ve tüm düğümler arası simetrik uzaklık matrisi elde edilmiştir (EK-2).

Bu çalışmada ele alınan problem için servis hizmeti belli bir kapasiteye ve homojen olmayan filoya sahip bir servis firmasından temin edildiğinden ve servislerin kalkış yaptıkları ilk noktaya geri dönmeleri gerekmediğinden problem KKARP, AUARP ve HFARP türlerinin üçüne göre de incelenmiştir.

Mevcut problemin çözümü için ilk olarak karma tamsayılı matematiksel model önerilmiş, problem NP-zor sınıfı problem türleri arasında yer aldığından öncelikle mevcut rotaların ilk üçü için model GAMS programıyla çözülmüş, daha sonra tüm problemi çözebilmek için önce kümele – sonra rotala yöntemi kullanılarak oluşturulan işletme ve duraklar arası koordinatlar K-ortalamar algoritması ile kümelenecek ve yeni oluşan kümeler önerilen matematiksel model yardımıyla yine GAMS programında çözülmüş, yeni rotalar elde edilmiştir.

7.1. Önerilen Matematiksel Model

Bu çalışma kapsamında, Bektaş ve Elmastaş (2007) tarafından mesafe ve kapasite kısıtlı açık uçlu araç rotalama problemi için önerilen matematiksel model temel alınarak Durak ve Kamışlı Öztürk (2021) tarafından geliştirilen model kullanılmış, iterasyon sayısının bir miktarda olsa azaltılabilmesi amacıyla modelin kapasite kısıtları değiştirilerek yeni bir model önerilmiştir.

Bektaş ve Elmastaş (2007) tarafından önerilen model $|V|$ düğümleri ve $|A|$ ayrıtlarından oluşan $G = (V, A)$ tam serimi üzerinden formüllendirilmiştir. Her bir düğüm çifti arasındaki uzaklık, simetrik uzaklık matrisi $D = [d_{ij}]$ ile gösterilmiştir. Düğüm kümesi $V = \{0\} \cup I$ olarak bölümlendirilmiştir. Burada 0 düğümü depo noktasını ve I kümesi başlangıç ve bitiş arasında kalan tüm ara düğümleri ifade etmektedir. Modele her rotanın son düğümünün bağlanacağı bir sanal d düğümü ilave edilmiştir. Böylelikle problem verilen bir başlangıç düğümü ve bitiş düğümü arasındaki her ara düğümün

sadece bir kez ziyaret edileceği ve her rotada en son düğümün sanal d noktasına geçiş yapacağı $G' = (V', A')$ genişletilmiş serim üzerinden çalışılmaya başlanmıştır. Genişletilmiş serimdeki $V' = V \cup \{d\}$ şeklinde ve A' ayrıtlar kümesindeki yeni uzaklık parametresi aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$d'_{ij} : \begin{cases} 0, & \text{eğer } i \in I \text{ ve } j = d \\ M, & \text{eğer } i \in 0 \text{ ve } j = d \\ d_{ij} & \text{dd} \end{cases}$$

Ele alınan problem için geliştirilen düğüm tabanlı matematiksel modelde kullanılan kümeler, parametreler ve karar değişkenleri aşağıdaki gibidir:

Kümeler:

I : Duraklar $\{1, \dots, n\}$

“0” : İşletme (servislerin ayrılma noktası)

“ d ” : Her rotanın son düğümünün bağlanacağı sanal bitiş noktası

$V = \{0\} \cup I$

$S = \{d\} \cup V$

K : Taşeron servis firmasında ki farklı türdeki araçlar kümesi $\{1, \dots, k\}$

Parametreler:

p_i : i . durakta inecek/binecek personel sayısı ($i \in I$)

q_k : k . aracın kapasitesi ($k \in K$)

c_k : k . aracın tek sefer (işletmeye geliş veya gidiş) kullanım maliyeti

$$d'_{ij} : \begin{cases} 0, & \text{eğer } i \in I \text{ ve } j = d \\ M, & \text{eğer } i \in 0 \text{ ve } j = d \\ d_{ij} & \text{dd} \end{cases}$$

d_{ij} : i durağından j durağına olan uzaklık mesafesi (km)

mks : bir tur için istenen enbüyük süre

c_{max} : maksimum araç maliyeti

Karar Değişkenleri:

$x_{ijk} : \begin{cases} 1 & k. \text{ araç } i \text{ durağından } j \text{ durağına giderse} \\ 0 & d. d. \end{cases}$

$y_k : \begin{cases} 1 & k. \text{ araç kullanılıyorsa} \\ 0 & d. d. \end{cases}$

$u_i : i. \text{ düğüme ait herhangi bir değer alabilen reel değişken}$

$r : \text{pozitif karar değişkeni}$

$t : \text{Rota/sefer sayısı/kalkış yapan servis (araç) sayısı}$

Yukarıdaki tanımlamalara göre oluşturulan çok amaçlı karma tam sayılı model aşağıdaki gibidir:

$$\sum_{i \in I} \sum_{k \in K} x_{0ik} \leq t \quad (7.1)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{k \in K} x_{idk} \leq t \quad (7.2)$$

$$\sum_{j \in I \cup \{d\}} \sum_{k \in K} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in I, i \neq j \quad (7.3)$$

$$\sum_{i \in I \cup \{0\}} \sum_{k \in K} x_{ijk} = 1 \quad \forall j \in I, i \neq j \quad (7.4)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{k \in K} x_{ijk} = 1 \quad \forall j \in I, i \neq j \quad (7.5)$$

$$\sum_{\substack{j \in S \\ i \neq j}} x_{ijk} = \sum_{\substack{j \in S \\ i \neq j}} x_{jik} \quad i \in I \cup \{d\}, \quad \forall k \in K \quad (7.6)$$

$$u_i - u_j + n \sum_{k \in K} x_{ijk} \leq n - 1 \quad \forall i, j \in I, i \neq j \quad (7.7)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in I} p_j x_{ijk} \leq q_k \quad \forall k \in K \quad (7.8)$$

$$\sum_{j \in I \cup \{d\}} x_{0jk} = y_k \quad \forall k \in K \quad (7.9)$$

$$\sum_{i \in I \cup \{0\}} \sum_{\substack{j \in I \\ j \neq i}} (60 \times d_{ij} / 50) x_{ijk} \leq r \quad \forall k \in K \quad (7.10)$$

$$x_{ijk}, y_k \in \{0,1\} \quad i, j \in S, k \in K \quad (7.11)$$

$$u_i \geq 0 \quad \forall i \quad (7.12)$$

$$r \geq 0 \quad (7.13)$$

kısıtları altında:

$$Enk \ z = (\sum_{k \in K} c_k y_k) / (k \times c_{max}) + r / mks \quad (7.14)$$

Kısıt (7.1) ve Kısıt (7.2) işletmeden en fazla t adet aracın ayrılmasını ve aynı sayıda aracın bitiş (d) düğümüne girmesini sağlamaktadır. Kısıt Grubu (7.3), Kısıt Grubu (7.4) ve Kısıt Grubu (7.5) servislerin ilk olarak işletmeden kalkış yapmasını, her ara düğümün sadece bir defa ziyaret edilmesini ve herhangi bir ara düğüme yalnızca bir düğümden gelinmesini sağlamaktadır. Kısıt Grubu (7.6) ile birlikte herhangi bir düğüme uğrayan ve ayrılan araçların aynı tip araçlar olması sağlanmaktadır. Kısıt Grubu (7.7) Miller, Tucker ve Zemlin (1960) tarafından geliştirilen alt tur engelleme kısıtlarıdır. Kısıt Grubu (7.8) kapasite kısıtlarıdır. Araçların en fazla kapasiteleri kadar yolcu almasını sağlamaktadır. Kısıt Grubu (7.9) ile eğer k . araç kullanılıyorsa, işletmeden kalkış yapıp j düğümüne giden aracın o araç olması sağlanmaktadır.

Kısıt Grubu (7.10) servis araçlarının her rotada ortalama 50 km/saat hızla seyir halinde olduğu varsayımı ile personelin serviste geçirmekte oldukları maksimum süreyi enküçükleyecek olan amaç fonksiyonu (7.15) için doğrusallığı sağlayan kısıtlardır. Kısıt Grubu (7.11), Kısıt Grubu (7.12), Kısıt (7.13) ziyaret kısıtlarıdır.

$$r = \min \left\{ \max_k \left(\sum_{i \in I \cup \{0\}} \sum_{j \in I, j \neq i} (60 \times d_{ij} / 50) x_{ijk} \right) \right\} \quad (7.15)$$

Eşit öneme sahip amaçlar için amaç fonksiyonunda normalleştirme yapabilmek adına, toplam maliyeti en fazla c_{max} maliyetli araçtan en yüksek k adet kullanıldığı varsayılarak toplam maliyet fonksiyonu ($k \times c_{max}$) değerine bölünmüştür. İşletmeye en uzak noktada oturan personel için ara durak olmayıp her personelin en uzak durakta ineceği ve bir servisin en fazla mks dakikada ilgili durağa varması gerektiği varsayılarak $r / (mks)$ ile r pozitif karar değişkeninin minimizasyonu Denklem (7.14)'de gösterildiği gibi amaç fonksiyonuna eklenmiştir.

Ağırlıklandırılmış toplam yöntemi ile skalerleştirme

$$f_1 = (\sum_{k \in K} c_k y_k) / (k \times c_{max}) \quad (7.16)$$

$$f_2 = r / mks \quad (7.17)$$

$$w_2 = 1 - w_1 \quad (7.18)$$

Problemdeki çelişen farklı iki amaçtan olan toplam maliyet fonksiyonu Denklem (7.16)'nın enküçüklenmesi ve personelin serviste geçirdikleri toplam süre fonksiyonu Denklem (7.17)'nin enküçüklenmesi amaçlarını skalerleştirmek için kullanılan

ağırlıklandırılmış toplam yöntemiyle farklı ağırlıklar vererek, personelin serviste geçirdiği süreyi hizmet kalitesi açısından dikkate alıp Denklem (7.17)' nin ağırlığını arttırmak veya işletmenin maliyetlerini düşürme açısından dikkate alarak Denklem (7.16)' nin ağırlığını attırmak ile karar vericinin personel ve işletme açısından farklı Pareto çözümleri araştırabilmesi için gerekli yeni amaç fonksiyonu Denklem (7.19)'da verildiği gibi olacaktır,

$$Enk z = w_1 \times f_1 + w_2 \times f_2 \quad (7.19)$$

Konik skalerleştirme yöntemi ile skalerleştirme

KS ile kullanıcı tercihlerinin farklı ağırlıklar verilerek çözümün analizi için önerilen yeni amaç fonksiyonu Denklem (7.20)' de verildiği gibi olacaktır.

$$\sum_{i=1}^2 w_i (f_i(x) - r_i) + \alpha \sum_{i=1}^2 |f_i(x) - r_i| \quad (7.20)$$

Denklem (7.1)' den Denklem (7.14)' e kadar verilen eşit öneme sahip amaçlar için oluşturulan matematiksel model mevcut ilk üç rotanın verileri kullanılarak 36 personel ve 19 duraklı küçük veri örneği için GAMS programı yardımıyla Intel(R) Core(TM) i7-2670QM CPU 2.20 GHz 4 GB RAM özellikli dizüstü bilgisayar ve CPLEX 12.2 ile 2829 saniyede çözülmüştür. Çözüm detayları Tablo 7.1 ve 7.2' de verilmiştir.

Tablo 7.1. İlk üç rota için mevcut durum

Rota	Kapasite	Kullanılan Kapasite	Tek Sefer Maliyeti	Serviste Geçirilen Maks Süre (dk)
0-8-7-6-5-4-3-2-1	15	14	170 TL	26,45
0-13-12-11-10-9	12	10	130 TL	23,83
0-19-18-17-16-15-14	12	12	130 TL	29,98
Toplam Maliyet			430 TL	

Tablo 7.2. İlk üç rota için yeni çözüm

Rota	Kapasite	Kullanılan Kapasite	Tek Sefer Maliyeti	Serviste Geçirilen Maks Süre (dk)
0-19-15-16-17-18-14	12	12	130 TL	29,98
0-13-12-9-1-11-10	12	12	130 TL	26,64
0-7-8-2-3-4-5-6	12	12	130 TL	28,08
Toplam Maliyet			390 TL	

Çıkan sonuçlar karşılaştırıldığında, personelin servislerde geçirdiği maksimum süre aynı kalırken ilk üç rotalı örnek için maliyetde yaklaşık %9,30 oranında bir iyileştirme sağlandığı görülmüştür. Verilen modelin küçük ölçekli işletmelerde başarılı ve hızlı bir şekilde çözüm üretebileceği gözlemlenmiştir.

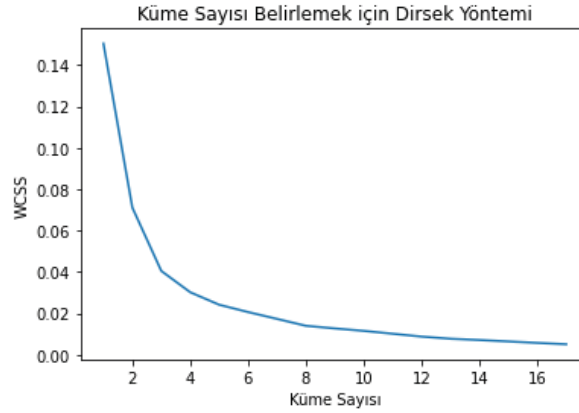
7.2. Dirsek (Elbow) Yöntemi ile Küme Sayısının Belirlenmesi

İşletme haricinde tüm koordinatlar Python programına aktarılmış, Şekil 7.1' de verilen kod çalıştırıldıktan sonra elde edilen eğrinin grafiği Şekil 7.2' de verilmiştir.

```
In [8]: from sklearn.cluster import KMeans

In [9]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd
import seaborn as sns
from sklearn.preprocessing import StandardScaler
wcss = []
for i in range(1,18):
    kmeans = KMeans(n_clusters = i, init = 'k-means++', max_iter = 100000, n_init = 17, random_state = 0)
    kmeans.fit(X)
    wcss.append(kmeans.inertia_)
plt.plot(range(1,18), wcss)
plt.title('Küme Sayısı Belirlemek için Dirsek Yöntemi')
plt.xlabel('Küme Sayısı')
plt.ylabel('WCSS')
plt.show()
```

Şekil 7.1. Dirsek yöntemi python kodu



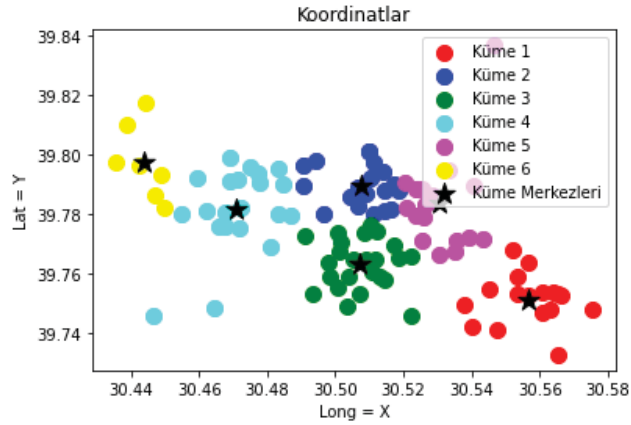
Şekil 7.2. Dirsek yöntemi ile küme sayısını belirlemek için kullanılacak eğri

Şekil 7.2' den görüleceği üzere dirseğin 5 ile 6 küme sayıları arasında olduğu sonrasında keskin bir kırılım gerçekleşmeyip eğrinin düz olarak ilerlediği gözlemlenmektedir. Bu sebeple ideal küme sayısı 6 olarak seçilmiştir.

7.3. K-ortalamlar Algoritması İle Durakların Kümelenmesi

Dirsek yöntemiyle bulunan küme sayısı kullanılarak K-ortalamlar algoritması işletme hariç tüm duraklar için Phyton programında çalıştırılarak 6 adet kümeye gruplandırılmıştır.

Personelin kullandığı durakların 6 adet kümeye bölünmüş halleriyle koordinat düzleminde renklendirilmiş olarak gösterimi Şekil 7.3' te verilmiştir.



Şekil 7.3. K-ortalamlar algoritması ile kümelenen duraklar

7.4. Rotaların Oluşturulması

K-ortalamlar tekniğiyle farklı kümelere atanan duraklar için, önerilen karma tamsayılı matematiksel model GAMS programında CPLEX 12.2 versiyonu ve Intel(R) Core(TM) i7-2670QM CPU 2.20 GHz 4 GB RAM özellikli dizüstü bilgisayar kullanılarak en uzun 1000,034 saniyede her küme de oluşan alt problemlerin ayrı ayrı çözülmesi sonrasında yeni rotalar oluşturulmuştur.

Bu aşamada ilk olarak model tüm kümeler için ayrı ayrı her iki amacında eşit öneme sahip olduğu amaç fonksiyonu kullanılarak çözdürülmüş ve yeni rotalar ortaya çıkmıştır. Daha sonra farklı kullanıcı tercihlerini analiz edebilmek için model yine her küme için ayrı ayrı ağırlıklandırılmış toplam yöntemi ile skalerleştirilmiş amaç fonksiyonuyla çözdürülmüştür. Son olarak da ağırlıklandırılmış toplam yöntemiyle görülemeyen farklı Pareto çözüm olup olmadığını karşılaştırabilmek için model konik skalerleştirme yöntemiyle skalerleştirilmiş amaç fonksiyonu kullanılarak her küme için çözdürülmüştür.

Her küme için oluşan yeni rotalar aşağıdaki kısımlarda detaylı olarak açıklanmıştır.

7.4.1. Amaçların eşit önemde olduğu tek amaca dönüştürülmüş model için çözüm

Önerilen matematiksel model ile problemin çözülmesi sonrası oluşacak yeni rotaların mevcut durumla karşılaştırılması ve analizin yapılması için mevcutta kullanılan rota bilgileri Tablo 7.3' te verilmiştir.

Tablo 7.3. İşletmenin mevcut kullandığı rotalar

Araç No	Rota	Kapasite	Kullanılan Kapasite	Tek Sefer Maliyeti	Serviste Geçirilen Maks Süre (dk)
1	0-8-7-6-5-4-3-2-1	15	14	170 TL	26,40
2	0-13-12-11-10-9	12	10	130 TL	23,88
3	0-19-18-17-16-15-14	12	12	130 TL	29,98
4	0-27-26-25-24-23-22-21-20	12	11	130 TL	34,56
5	0-32-31-30-29-28	12	11	130 TL	25,20
6	0-42-41-40-39-38-37-36-35-34-33	15	15	170 TL	22,80
7	0-47-46-45-44-43	12	11	130 TL	31,80
8	0-55-54-53-52-51-50-49-48	12	11	130 TL	17,28
9	0-59-58-57-56	12	10	130 TL	27,72
10	0-65-64-63-62-61-60	12	10	130 TL	36,36
11	0-66	15	15	170 TL	22,68
12	0-72-71-70-69-68-67	12	12	130 TL	27,48
13	0-76-75-74-73	12	12	130 TL	21,84
14	0-83-82-81-80-79-78-77	12	12	130 TL	36,72
15	0-89-88-87-86-85-84	12	12	130 TL	32,52
16	0-96-95-94-93-92-91-90	12	11	130 TL	26,33
17	0-102-101-100-99-98-97	12	10	130 TL	20,28
18	0-106-105-104-103	12	10	130 TL	25,56
Toplam Maliyet				2460 TL	

Her küme için ayrı ayrı problemin önerilen matematiksel model ile çözülmesi ve oluşan yeni rotalar

Birinci küme için oluşan yeni rota bilgileri Tablo 7.4' te verilmiştir.

Tablo 7.4. Küme 1' deki duraklar için yeni oluşan rotalar

Araç No	Rota	Kapasite	Kullanılan Kapasite	Tek Sefer Maliyeti	Serviste Geçirilen Maks Süre (dk)
1	0-55-6-7-8-53-54-51-49-50-52	15	15	170 TL	22,08
2	0-42-101-102-48-3-4-5	12	12	130 TL	22,32
Toplam Maliyet				300 TL	

2. kümedeki 66 nolu durağı toplam 15 personel kullandığından bu durağa “bir durak sadece bir araç tarafından ziyaret edilmelidir” koşulundan dolayı otomatik olarak 15 kişilik araç atanmıştır ve çözüm aşamasında modelin veri kümesinden çıkarılmıştır.

İkinci küme için oluşan yeni rota bilgileri Tablo 7.5’ de verilmiştir.

Tablo 7.5. Küme 2’ deki duraklar için yeni oluşan rotalar

Araç No	Rota	Kapasite	Kullanılan Kapasite	Tek Sefer Maliyeti	Serviste Geçirilen Maks Süre (dk)
3	0-66	15	15	170 TL	22,68
4	0-83-16-96-95-94-93-92-27	15	13	170 TL	27,65
5	0-106-88-105-71-59	15	15	170 TL	27,48
6	0-73-31-89-72-70	15	15	170 TL	27,36
Toplam Maliyet				680 TL	

Üçüncü küme için oluşan yeni rota bilgileri Tablo 7.6’ da verilmiştir.

Tablo 7.6. Küme 3’ deki duraklar için yeni oluşan rotalar

Araç No	Rota	Kapasite	Kullanılan Kapasite	Tek Sefer Maliyeti	Serviste Geçirilen Maks Süre (dk)
7	0-2-10-11-12-38-37-36-35	15	15	170 TL	28,80
8	0-56-57-39-13-1-9-46-45-47	15	15	170 TL	28,20
9	0-44-103-104-58-43-34-33	15	15	170 TL	29,40
Toplam Maliyet				510 TL	

Dördüncü küme için oluşan yeni rota bilgileri Tablo 7.7’ de verilmiştir.

Tablo 7.7. Küme 4’ deki duraklar için yeni oluşan rotalar

Araç No	Rota	Kapasite	Kullanılan Kapasite	Tek Sefer Maliyeti	Serviste Geçirilen Maks Süre (dk)
10	0-79-60-87-86-23-24-91	12	11	130 TL	38,64
11	0-69-68-62-80-77-78	12	12	130 TL	39,96
12	0-26-25-82-90-22-61-81-67	12	12	130 TL	39,00
Toplam Maliyet				390 TL	

Beşinci küme için oluşan yeni rota bilgileri Tablo 7.8’ de verilmiştir.

Tablo 7.8. *Küme 5’ deki duraklar için yeni oluşan rotalar*

Araç No	Rota	Kapasite	Kullanılan Kapasite	Tek Sefer Maliyeti	Serviste Geçirilen Maks Süre (dk)
13	0-74-17-19-76-29-28	12	12	130 TL	29,28
14	0-75-30-15-32-40	12	12	130 TL	28,68
15	0-100-99-41-98-97-18-14	12	10	130 TL	29,28
Toplam Maliyet				390 TL	

Altıncı küme için oluşan yeni rota bilgileri Tablo 7.9’ da verilmiştir.

Tablo 7.9. *Küme 6’ daki duraklar için yeni oluşan rotalar*

Araç No	Rota	Kapasite	Kullanılan Kapasite	Tek Sefer Maliyeti	Serviste Geçirilen Maks Süre (dk)
16	0-63-64-85-84-65-20-21	12	10	130 TL	42,24
Toplam Maliyet				130 TL	

Yukarıdaki 6 küme için oluşan yeni rotalar ve mevcut rotalar karşılaştırıldığında (Tablo 7.10) toplam maliyette bir günde tek seferlik maliyetler toplamında 60 TL (yaklaşık %2,43) oranında bir iyileştirme yaşandığı görülmüştür. Bu oran işletme için günlük 120 TL ve aylık 2400 TL’lik bir iyileştirmeye karşılık gelmektedir. Mevcut ve yeni rotaların toplam süreleri karşılaştırıldığında ise mevcut durumda 489,40 dk olan toplam sürenin yeni rotalarla 483 dakikaya düştüğü, toplamda yaklaşık 6 dakikalık (% 1,24) bir iyileştirme sağlandığı gözlemlenmektedir. Ayrıca, küme içi süreler incelendiğinde kullanılan model ile dengeli bir rotalamanın yapıldığı görülmektedir.

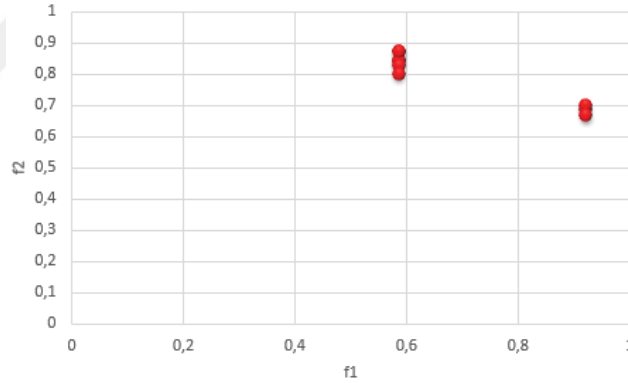
Tablo 7.10. *Mevcut rotalar ve yeni rotalar maliyet – süre karşılaştırma*

Rota	Kullanılan Araç Sayısı		Toplam Maliyet	Toplam Süre (dk)
	12 Kişilik	15 Kişilik		
Mevcut Rota	15	3	2460 TL	489,40
Yeni Rota	8	8	2400 TL	483,05

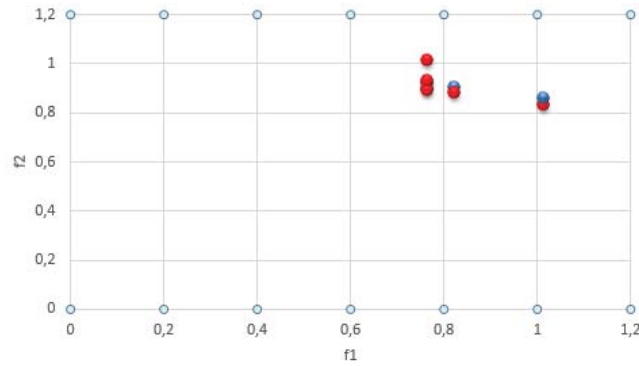
7.4.2. WSS ve KS ile çözüm

Çalışmanın bu kısmında rotalama probleminin çözüm sonuçlarının kullanıcı tercihlerine bağlı olarak yorumlanması için $w_1 = \{0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9\}$ ağırlık değerleri kullanılarak amaç fonksiyonlarının önem dereceleri değiştirilip model her küme için ayrı olarak WSS ile GAMS programında çözülmüş ve Pareto çözümler araştırılmıştır. Çözümlerden elde edilen grafikler Şekil 7.4, Şekil 7.5, Şekil 7.6, Şekil 7.7, Şekil 7.8 ve Şekil 7.9’ da gösterilmektedir.

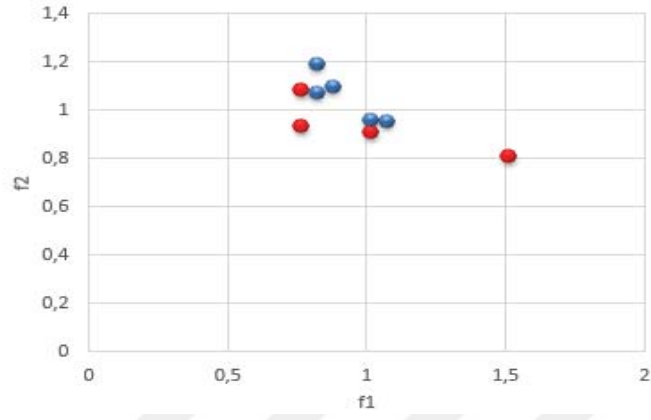
Daha sonra kümeler, WSS’ de kullanılan ağırlık değerleri aynı kalacak şekilde, KS yöntemiyle başlangıçta $\alpha = 0,05$, ve kümelere özgü değişen referans değerleri r_1 ve r_2 değerleri girilerek model GAMS programı ile farklı Pareto çözümler bulabilmek için çözülmeye çalışılmış; fakat 1., 2., 3., 4. ve 5. kümelerin boyutu büyük olduğundan tam sayı çözüm elde edilememiştir. 6. küme için WSS ve KS yöntemleriyle elde edilen çözümler aynı grafik üzerinde verilmiştir (Şekil 7.9).



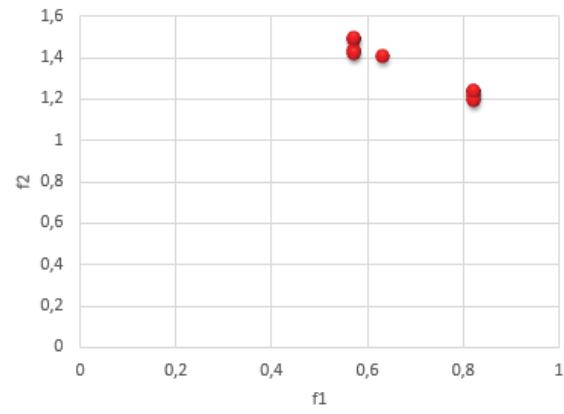
Şekil 7.4. Küme 1 - WSS ile elde edilen Pareto çözümler



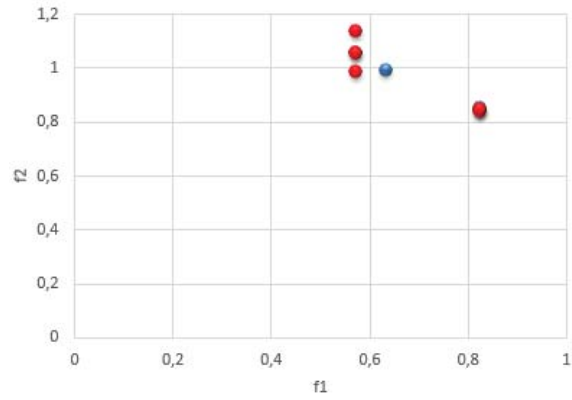
Şekil 7.5. Küme 2 - WSS ile elde edilen Pareto çözümler



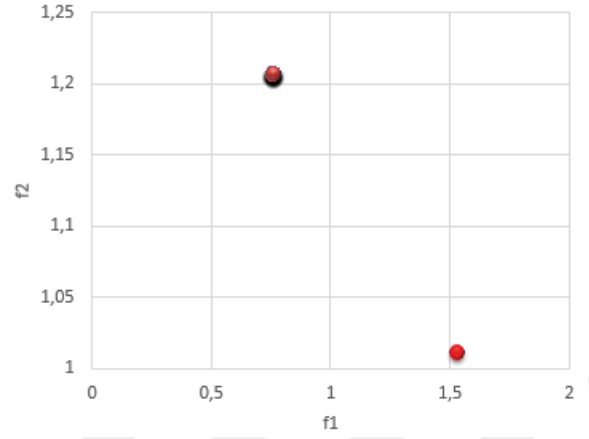
Şekil 7.6. Küme 3 - WSS ile elde edilen Pareto çözümler



Şekil 7.7. Küme 4 - WSS ile elde edilen Pareto çözümler



Şekil 7.8. Küme 5 - WSS ile elde edilen Pareto çözümler



Şekil 7.9. Küme 6 - WSS ve KS ile elde edilen Pareto çözümler

Yukarıdaki şekiller incelendiğinde Pareto yüzeylerin ve Pareto çözümlerin oluştuğu görülmektedir. Elde edilen Pareto çözümler grafiklerde kırmızı renk ile işaretlenmiştir. Örnek olarak 6. küme için çözümler incelendiğinde enbüyük rota süresinin enküçüklenmesi amaç fonksiyonunun ağırlığı artırıldığında ($w_2 = 0,9$ için) enbüyük sürenin 42,24 dakikadan 35,40 dakikaya düştüğü; fakat maliyetin arttığı dolayısıyla maliyetten ödün verildiği gözlemlenmiştir. Diğer kümeler içinde aynı ödünleşmeler gerçekleşmektedir. Elde edilen sonuçlarla işletmenin kullanıcı memnuniyetini de göz önüne alarak farklı Pareto çözümler kullanabilmesi sağlanmıştır.

8. SONUÇ VE ÖNERİLER

Lojistik sektöründe ortaya çıkan maliyetlerin belirli kısıtlar altında enküçüklenmesi problemleri çok uzun zamandır üzerinde çalışılan ARP türündendir. Bu çalışmada, bir işletmenin personel servisi rotalarının optimizasyonu hem işletme maliyetinin enküçüklenmesi hem de personel memnuniyetini de dikkate alarak, personelin serviste geçirdikleri enbüyük sürenin enküçüklenmesi amaçları ile çok amaçlı heterojen filolu, kapasite kısıtlı, açık uçlu araç rotalama problemi kapsamında incelenmiştir.

Mevcut literatür incelendiğinde servis taşımacılığı ile ilgili daha çok okul servisleri rotalama problemlerine çalışıldığı gözlemlenmiştir ve büyük çoğunluğu homojen filolu araçlar ve açık uçlu olmayan rotalar için çözümlenmeye çalışılmıştır. Ayrıca, problemler çoğunlukla kurumların kendi envanterlerindeki araçların rotalanması üzerine kurgulandığından, çoğunlukla seyahat mesafelerini enküçükleme amaçları ile karşılaşılmıştır. Bu çalışmada ele alınan problem, servisler kiralama usulü ile temin edildiğinden araç sayısını enküçükleyerek hem işletme açısından maliyeti enküçükmek, hem de personel açısından kullanıcı memnuniyetini de göz önüne alarak tur dengelemesi yapacak biçimde personelin servislerde geçirdiği enbüyük süreyi enküçükmek olarak çok amaçlı kapasite kısıtlı, açık uçlu, heterojen filolu ARP kapsamında incelenmiştir.

Problemin çözümü için önerilen karma tamsayılı matematiksel model ilk olarak problemin ilk üç rotası için GAMS programı kullanılarak çözülmüş, iyileştirmelerin sağlandığı ortaya çıkmıştır. Daha sonra tüm problemi çözebilmek için önce küme – sonra rotala yöntemiyle K- ortalamalar tekniği kullanılarak duraklar kümelenmiştir ve önerilen matematiksel model ile GAMS programında duraklar her küme için rotalandırılmıştır. Eşit öneme sahip iki amaç için oluşturulan yeni rotaların mevcut duruma göre iyileştirme sağladığı sonuçlarda gösterilmiştir. Önerilen çok amaçlı model WSS ve KS yöntemleriyle farklı önem dereceleri açısından incelenerek farklı Pareto çözümler elde edilmiştir. Pandemi koşulları nedeniyle servislerde daha kısa süre geçirilmesinin hem personel hemde işletme açısından önem arz ettiği düşünülerek işletmeye enbüyük sürelerin daha kısa olduğu sürelerin elde edildiği çözümlerden oluşan rotalar önerilmiştir.

Enbüyük rota sürelerinin enküçüklenmesi ve dengelenmesi ile hizmet kalitesi arttırılmış olacak ve böylelikle çalışanların verimliliği de artacaktır. Önerilen modelin küçük ve orta ölçekli işletmelerde hızlı ve optimum bir çözüm sunabileceği görülmüştür.

Problem büyük boyutlu olduğundan gelecekte sezgisel veya metasezgisel algoritmalar ile elde edilecek çözümlerin karşılaştırılması planlanmaktadır.



KAYNAKÇA

- Albayrak, S. (2019). *Okul servisi araçlarını rotalama problemi için yenilikçi bir yaklaşım*. Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Hacettepe Üniversitesi.
- Alpaslan, M. (2015). *Araç rotalama problemleri için matematiksel modeller ve çözüm yöntemleri*. Yüksek Lisans Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi.
- Badeau, P., Guertin, F., Gendreau, M., Potvin, J-Y., Taillard, E. (1997). A parallel tabu search heuristic for the vehicle routing problem with time windows. *Transportation Research Part-C*, 5(2), 109-122.
- Bektaş, T. and Elmastaş, S. (2007). Solving school bus routing problems through integer programming. *The Journal of the Operational Research Society*, 58, 1599-1604.
- Bektaş, T. ve Elmastaş, S. (2004). Okul araç rotalama probleminin tamsayılı programlama ile çözümü. *YA/EM'2004 - Yöneylem Araştırması/Endüstri Mühendisliği - XXIV Ulusal Kongresi*. Gaziantep-Adana.
- Bozyer, Z., Alkan, A. ve Fırlı, A. (2014). Kapasite kısıtlı araç rotalama probleminin çözümü için önce grupla sonra rotala merkezli sezgisel algoritma önerisi. *Bilişim Teknolojileri Dergisi*, 7, 29-37.
- Bruwer, F. (2018). *Petal-shaped clustering for the capacitated vehicle routing problem*. Johannesburg: University of Witwatersrand.
- Comert S.E., Yazgan, H.R., Kır, S., Yener, F. (2018). A cluster first-route second approach for a capacitated vehicle routing problem: a case study. *International Journal of Procurement Management*, 11(4), 399-419.
- Cordeau, J-F., Gendreau, M., Laporte, G., Potvin, J-Y., Semet, F. (2002). A guide to vehicle routing heuristics. *Journal of the Operational Research Society*, 53, 512-522.
- Çolak, R. (2020). *Evde bakım hizmetleri servis rotalama probleminin sezgisel yöntemler kullanılarak optimizasyonu*. Doktora Tezi. Isparta: Süleyman Demirel Üniversitesi.

- Dantzig, G. and Ranser, J. (1959). The truck dispatching problem. *Institute For Operation Research and the Management Sciences*, 6(1), 80-91.
- De Souza Lima, F.M., D. Pereira, D.S., Da Conceição, S. V., De Camargo, R. S. (2017). A multi-objective capacitated rural school bus routing problem with heterogeneous fleet and mixed loads. *A Quarterly Journal of Operations Research*, 15, 359-386.
- Deliktaş, D. (2017). *Esnek atölye tipi hücre çizelgeleme problemleri için çok amaçlı matematiksel model ve genetik algoritma ile çözüm önerisi*. Doktora Tezi. Sakarya: Sakarya Üniversitesi.
- Durak, P. ve Kamışlı Öztürk, Z. (2021). Personel servisi rotalarının optimizasyonu. *Uluslararası Bilimsel Araştırmalar ve Yenilikçi Çalışmalar Sempozyumu (ISSRIS'21)*. Balıkesir: Bandırma Onyedli Eylül Üniversitesi, s.709-721. ISBN:978-625-44365-7-4.
- Dursun, Ö.O. ve Özger, A. (2014). Yük taşımacılığında heterojen filolu hava araçlarının rotalanması. *V. Ulusal Havacılık ve Uzay Konferansı*. Kayseri: Erciyes Üniversitesi.
- Dursun, P. (2009). *Zaman pencereli araç rotalama problemi'nin genetik algoritma ile modellenmesi*. Yüksek Lisans Tezi. İstanbul: İstanbul Teknik Üniversitesi.
- Ehrgott, M. and Gandibleux, X. (2004). Approximative solution methods for multiobjective combinatorial optimization. *Sociedad de Estadística e Investigación Operativa Top*, 12(1), 1-89.
- Erdoğan, S. (2019). *Tam sayılı doğrusal programlama ile araç rotalama problemi çözümü ve bir servis ağında uygulaması*. Yüksek Lisans Tezi. Sakarya: Sakarya Üniversitesi.
- Erzurum Cicek, Z. İ. and Kamışlı Öztürk, Z. (2020). A comparative study of scalarization techniques on the multi-objective single machine-scheduling problem under sequence-dependent setup time, release date and due date constraints. *Gazi University Journal of Science*, 33(2), 429-444.
- Fisher, M.L. and Jaikumar, R. (1981). A generalized assignment heuristic for vehicle routing. *Networks*, 11, 109-124.

- Garzón-Garnica, E.A., Caballero-Morales, S.O., Martínez-Flores, J.L. (2017). Solution approach for a large-scale personnel transport system for a large company in latin america. *Journal of Industrial Engineering and Management*, 10, 623-645.
- Ho, W., Ho, G.T.S., Ji, P., Lau, H.C.W. (2008). A hybrid genetic algorithm for the multi-depot vehicle routing problem. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 21, 548-557.
- Jin, F., Liu, K. and Eskioglu, B. (2008). A column generation approach for the split delivery vehicle routing problem. *Operations Research Letters*, 36, 265-270.
- Kara, İ. and Derya, T. (2011). Polynomial size formulations for the distance and capacity constrained vehicle routing problem. *ResearchGate*, <https://www.researchgate.net/publication/253076293> (Erişim Tarihi: 12.09.2020).
- Karagül, K. (2013). *Turistlerin otellere dağıtım problemine bir çözüm önerisi ve Alanya'da bir uygulama*. Doktora Tezi, Süleyman Demirel Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü., Isparta.
- Kasimbeyli, R. (2013). A conic scalarization method in multi-objective optimization. *Journal of Global Optimization*, 56, 279-297.
- Kasimbeyli, R., Kamisli Ozturk, Z., Kasimbeyli, N., Dinc Yalcin, G., Icmen Erdem, B. (2019). Comparison of some scalarization methods in multiobjective optimization. *Bulletin of the Malasian Mathematical Sciences Society*, 42, 1875-1905.
- Kazel, C. (2008). *School bus routing and timetabling for special education schools*. Yüksek Lisans Tezi. İstanbul: Marmara Üniversitesi.
- Laporte, G., Nobert, Y. and Taillefer, S. (1988). Solving a family of multi-depot vehicle routing and location-routing problems. *Transportation Science*, 22(3), 161-172.
- Li, L. and Fu, Z. (2002). The school bus routing problem: a case study. *The Journal of the Operational Research Society*, 53, 552-558.
- Lipowezky, U., Korenfeld, B. and Ideses, I. (2018). Solving the capacitated open vehicle routing problem algorithm, based on probability distribution modeling of saving

- matrix. *International Conference on the Science of Electrical Engineering (ICSEE)*). <https://www.researchgate.net/publication/331269952> (Erişim tarihi: 17.01.2021).
- Lysgaard, J., Lopez-Sanchez, A. D. and Hernandez-Diaz, A.G. (2020). A matheuristic for the minmax capacitated open vehicle routing problem. *International Transactions In Operational Research*, 394-417.
- Marutho, D., Handaka, S.H., Wijaya, E., Muljono. (2018). The determination of cluster number at k-mean using elbow method and purity evaluation on headline news. *2018 International Seminar on Application for Technology of Information and Communication*. Indonesia.
- Miettinen, K. (2008). Introduction to multiobjective optimization: noninteractive approaches. *ResearchGate*, <https://www.researchgate.net/publication/242505658> (Erişim Tarihi: 02.10.2020).
- Miller, C. E., Tucker, A. W. and Zemlin, R.A. (1960). Integer programming formulations and traveling salesman problems. *Journal of Association for Computing Machinery*, 7, 326-329.
- Pala, O. ve Aksaraylı, M. (2018). Çok amaçlı kapasite kısıtlı araç rotalama problemi çözümünde bir karınca kolonisi optimizasyon algoritması yaklaşımı. *The Journal of Operations Research, Statistics, Econometrics and Management Information Systems*, 6, 37-48.
- Psaraftis, H.N. (1995). Dynamic vehicle routing: status and prospects. *Annals of Operations Research*, 61, 143-164.
- Ruiz, E. R. Y., Garcia-Calvillo, I. and Nucamendi-Guillen, S. (2020). Open vehicle routing problem with split deliveries: mathematical formulations and a cutting-plane method. *Springer*, <https://doi.org/10.1007/s12351-020-00580-8> (Erişim tarihi: 17.01.2021). Springer. adresinden alındı
- Schittekat, P., Sevaux, M. and Springael, J. (2009). A matheuristic for the school bus routing problem. <https://www.researchgate.net/publication/46449776> (Erişim tarihi: 20.11.2020).

- Şen, T., Comert S.E. ve Yazgan, H.R. (2015). Kapasite kısıtlı araç rotalama probleminin çözümü için yeni bir algoritma geliştirilmesi: bir süpermarket zincirinde uygulanması. *SAÜ Fen Bilimleri Dergisi*, 19(1), 83-88.
- Ünsal, M. (2010). *Açık uçlu araç rotalama problemi : M.T.A. servis güzergahlarının belirlenmesi*. Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Gazi Üniversitesi.
- Ünsal, Ö. (2017). *Dinamik okul servisi rotalama probleminin sezgisel yöntemler ve kümeleme teknikleri kullanılarak gerçek zamanlı optimizasyonu*. Doktora Tezi. Isparta: Süleyman Demirel Üniversitesi.
- Ünsal, Ö. ve Yiğit, T. (2018). Yapay zeka ve kümeleme teknikleri kullanılarak geliştirilen yöntem ile okul servisi rotalama probleminin optimizasyonu. *Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi*, 6(1), 7-20.
- Yousefikhoshbakht, M., Didehvar, F. and Rahmati, F. (2015). A mixed integer programming formulation for the heterogeneous fixed fleet open vehicle routing problem. *Journal of Optimization in Industrial Engineering*, 18, 37-46.

EKLER

EK-1. Mevcut Kullanılan Araçlar, Rotalar, Duraklar

Araç No	Araç Tipi (Koltuk Sayısı)	Duraktan Binen Personel Sayısı	Durak Koordinatları	Araçtaki Toplam Kişi Sayısı
1	29+1 (Pandemi kapsamında alınan önlemler gereğince max. 15 kişilik)	2	39.758119,30.514530	14
		1	39.745742,30.522195	
		2	39.749315,30.537949	
		1	39.741970,30.540025	
		3	39.740824,30.547638	
		1	39.732683,30.565326	
		2	39.746700,30.560957	
		2	39.747931,30.563274	
2	19+1 (Pandemi kapsamında alınan önlemler gereğince max. 12 kişilik)	2	39.752926,30.507360	10
		2	39.748792,30.503567	
		2	39.755161,30.500928	
		2	39.760523,30.510728	
		2	39.759046,30.513099	
3	19+1 (Pandemi kapsamında alınan önlemler gereğince max. 12 kişilik)	1	39.836619,30.546844	12
		4	39.790354,30.520423	
		4	39.790089,30.517030	
		1	39.786192,30.528118	
		1	39.794680,30.533356	
		1	39.789676,30.540693	
4	19+1 (Pandemi kapsamında alınan önlemler gereğince max. 12 kişilik)	1	39.809982,30.438583	11
		3	39.817235,30.444328	
		1	39.798642,30.468974	
		1	39.795716,30.474857	
		2	39.791464,30.471602	
		1	39.790531,30.477981	
		1	39.790056,30.484651	
		1	39.789616,30.490498	
5	19+1 (Pandemi kapsamında alınan önlemler gereğince max. 12 kişilik)	1	39.779052,30.526118	11
		1	39.779552,30.523521	
		2	39.783173,30.526260	
		5	39.781539,30.516248	
		2	39.781985,30.520878	

Araç No	Araç Tipi (Koltuk Sayısı)	Duraktan Binen Personel Sayısı	Durak Koordinatları	Araçtaki Toplam Kişi Sayısı
6	29+1 (Pandemi kapsamında alınan önlemler gereğince max. 15 kişilik)	1	39.753401,30.493509	15
		1	39.758835,30.498439	
		1	39.763553,30.498129	
		1	39.764814,30.505123	
		3	39.764872,30.509007	
		3	39.764922,30.511858	
		1	39.765153,30.518609	
		1	39.766527,30.530380	
		2	39.767567,30.535296	
		1	39.763855,30.556787	
7	19+1 (Pandemi kapsamında alınan önlemler gereğince max. 12 kişilik)	3	39.758766,30.503799	11
		4	39.767178,30.501207	
		2	39.770393,30.501637	
		1	39.773417,30.500847	
		1	39.772385,30.490932	
8	19+1 (Pandemi kapsamında alınan önlemler gereğince max. 12 kişilik)	1	39.754518,30.545439	11
		1	39.752933,30.553437	
		1	39.752826,30.556907	
		2	39.753512,30.560640	
		2	39.752436,30.566312	
		1	39.753664,30.564117	
		1	39.752987,30.565376	
		2	39.747695,30.575309	
9	19+1 (Pandemi kapsamında alınan önlemler gereğince max. 12 kişilik)	1	39.765508,30.522125	10
		3	39.769410,30.517122	
		1	39.776161,30.510388	
		5	39.779934,30.511315	
10	19+1 (Pandemi kapsamında alınan önlemler gereğince max. 12 kişilik)	1	39.781274,30.462313	10
		2	39.775822,30.466050	
		3	39.779859,30.454911	
		1	39.782151,30.449974	
		1	39.786313,30.447039	
		2	39.793127,30.448986	
11	29+1 (Pandemi kapsamında alınan önlemler gereğince max. 15 kişilik)	15	39.787649,30.514711	15

Araç No	Araç Tipi (Koltuk Sayısı)	Duraktan Binen Personel Sayısı	Durak Koordinatları	Araçtaki Toplam Kişi Sayısı
12	19+1 (Pandemi kapsamında alınan önlemler gereğince max. 12 kişilik)	3	39.781959,30.472263	12
		2	39.780009,30.483099	
		1	39.779446,30.487100	
		2	39.780178,30.496831	
		2	39.785719,30.504364	
		2	39.789148,30.506692	
13	19+1 (Pandemi kapsamında alınan önlemler gereğince max. 12 kişilik)	1	39.788079,30.518711	12
		7	39.788150,30.523763	
		3	39.788173,30.525720	
		1	39.786195,30.528210	
14	19+1 (Pandemi kapsamında alınan önlemler gereğince max. 12 kişilik)	1	39.745806,30.446686	12
		2	39.748440,30.464612	
		1	39.768788,30.481197	
		3	39.775477,30.472022	
		2	39.775575,30.467553	
		1	39.780308,30.467789	
		2	39.794197,30.513946	
15	19+1 (Pandemi kapsamında alınan önlemler gereğince max. 12 kişilik)	1	39.796389,30.442252	12
		1	39.797218,30.435672	
		1	39.791902,30.459581	
		1	39.790896,30.469166	
		3	39.782666,30.506483	
		5	39.780796,30.514290	
16	19+1 (Pandemi kapsamında alınan önlemler gereğince max. 12 kişilik)	1	39.793539,30.477558	11
		4	39.795070,30.483502	
		1	39.796247,30.490801	
		1	39.797678,30.494230	
		1	39.801217,30.509825	
		1	39.800843,30.510025	
		2	39.797102,30.511227	
17	19+1 (Pandemi kapsamında alınan önlemler gereğince max. 12 kişilik)	2	39.770975,30.525688	10
		1	39.770936,30.535472	
		1	39.772086,30.539110	
		2	39.771578,30.543405	
		1	39.767865,30.552024	
		3	39.759181,30.553297	

Araç No	Araç Tipi (Koltuk Sayısı)	Duraktan Binen Personel Sayısı	Durak Koordinatları	Araçtaki Toplam Kişi Sayısı
18	19+1 (Pandemi kapsamında alınan önlemler gereğince max. 12 kişilik)	3	39.773517,30.508673	10
		2	39.774292,30.512063	
		3	39.786610,30.508996	
		2	39.792267,30.510153	



EK-2. Duraklar (Düğüm) Arası Simetrik Uzaklık Matrisi

Duraklar	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	16,7	16,6	14,9	14,2	13,5	14,9	13,3	12,3	17,7
1	16,7	0	2,2	3,8	4,4	5,1	7	6,3	6,5	0,9
2	16,6	2,2	0	1,7	2,6	3,2	5	4,3	4,6	3
3	14,9	3,8	1,7	0	0,9	1,6	3,4	2,7	2,9	4,8
4	14,2	4,4	2,6	0,9	0	0,7	3,1	2,5	2,8	4,7
5	13,5	5,1	3,2	1,6	0,7	0	2	1,8	2	5,4
6	14,9	7	5	3,4	3,1	2	0	2	2,3	7,3
7	13,3	6,3	4,3	2,7	2,5	1,8	2	0	0,2	6,6
8	12,3	6,5	4,6	2,9	2,8	2	2,3	0,2	0	6,8
9	17,7	0,9	3	4,8	4,7	5,4	7,3	6,6	6,8	0
10	18,2	1,5	2,9	4,7	4,6	5,3	7,2	6,5	6,7	0,6
11	18	1,8	3,4	5,1	5,1	5,7	7,7	7	7,2	1
12	16,8	0,5	3,3	4,9	4,8	5,5	7,4	6,7	6,9	1,4
13	16,8	0,2	3	4,6	4,5	5,2	7,1	6,4	6,7	1,1
14	20,9	9,9	14,5	12,8	13,8	13	13,3	11,8	12,4	10,8
15	17,6	5	6,2	6,9	7,7	9,8	10,1	8,6	9,2	5,9
16	18,4	4,9	6,1	6,8	7,6	10,6	10,9	9,4	10	5,8
17	17,1	4	5,2	5,4	6,2	8,4	8,6	7,1	7,3	4,9
18	16	5	6,2	8,2	9,1	8,3	8,6	7,1	7,7	5,9
19	14,8	5,9	7,1	9	9,9	9,2	9,4	7,9	8,5	11,8
20	26,3	13,3	15	16,8	16,7	17,3	19,3	17,8	18,4	12,7
21	27,5	13,6	15,3	17,1	17	17,7	19,6	18,1	18,7	13
22	25,9	9,9	11,7	13,4	13,3	14	15,9	14,4	15,1	9,3
23	23,3	10,2	11,9	13,6	13,6	14,2	16,2	14,7	15,3	9,6
24	25,1	8,9	10,7	12,4	12,3	13	14,9	13,4	14,1	8,3
25	22,6	8,8	10,5	12,3	12,2	12,9	14,8	13,3	13,9	8,2
26	20,8	8,8	10,6	12,3	12,2	12,9	14,8	13,3	14	8,2
27	20,3	5,7	10,5	12,4	12,2	12,6	12,8	11,3	12	8,2
28	16,2	3,6	4,9	4,4	5,1	5,8	7,9	6,4	6,5	4,5
29	16,4	3,7	4,9	4,9	5,7	8,1	8,3	6,8	7	4,6
30	17	3,6	4,8	5,1	5,8	8	8,2	6,7	6,9	4,5
31	18,3	4,5	5,7	6	6,7	8,9	9,1	7,6	7,8	5,4
32	17,5	3,8	5	5,2	6	8,9	9,2	7,7	7,9	4,7
33	25,5	2,3	3,8	5,5	5,4	6,1	8,1	7,3	7,6	1,4
34	17,9	2,3	4,7	6,5	6,4	7,1	9,1	8,3	8,6	2
35	17,6	2	5,3	7	6,9	7,6	9,6	8,9	9,1	1,7
36	16,9	2,1	5,9	7,7	7,6	8,3	10,3	9,5	9,8	1,8
37	16,6	2,4	6,3	5,4	7,9	8,6	10,6	7,3	7,5	2,1
38	16,3	1,6	4,5	4,9	6	6,6	7,5	6,8	7	2,1
39	15,7	1,3	4,1	4,3	5,7	6,3	8,3	6,2	6,4	2,2
40	14,7	2,1	3,2	2,6	3,4	4	5,2	4,5	4,7	3
41	14,2	2,5	3,5	2,9	3,7	4,3	5,5	4,8	4,3	3,4
42	12,3	4,4	5,3	3,6	4,5	3,8	4	2,5	2,7	5,3
43	17,6	1,6	3,8	5,5	5,4	6,1	8,1	7,3	7,6	0,7
44	17,6	2	5,9	5,6	7,5	8,2	10,2	9,4	9,7	1,7
45	20,1	2,4	6,2	5,9	7,9	8,5	10,5	9,8	10	2,1
46	19,8	2,7	6,6	6,3	8,2	8,9	10,9	10,1	10,4	2,4
47	23,9	3,6	7,2	7,2	8,9	9,5	11,5	10,8	11	3,3
48	13,8	4,3	3	1,3	2,1	2,7	3,6	2,1	2,3	4,7
49	12,8	6	3,8	2,2	3,1	2,3	2,6	1,1	1,3	5,5

Duraklar	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0	18,2	18	16,8	16,8	20,9	17,6	18,4	17,1	16	14,8
1	1,5	1,8	0,5	0,2	9,9	5	4,9	4	5	5,9
2	2,9	3,4	3,3	3	14,5	6,2	6,1	5,2	6,2	7,1
3	4,7	5,1	4,9	4,6	12,8	6,9	6,8	5,4	8,2	9
4	4,6	5,1	4,8	4,5	13,8	7,7	7,6	6,2	9,1	9,9
5	5,3	5,7	5,5	5,2	13	9,8	10,6	8,4	8,3	9,2
6	7,2	7,7	7,4	7,1	13,3	10,1	10,9	8,6	8,6	9,4
7	6,5	7	6,7	6,4	11,8	8,6	9,4	7,1	7,1	7,9
8	6,7	7,2	6,9	6,7	12,4	9,2	10	7,3	7,7	8,5
9	0,6	1	1,4	1,1	10,8	5,9	5,8	4,9	5,9	11,8
10	0	1	1,9	1,6	16,1	10,2	10	5,4	11,2	12,1
11	1	0	1,2	1,5	15,8	5,5	9,7	5,2	11	11,8
12	1,9	1,2	0	0,3	10	5,1	5	4,1	5,1	6
13	1,6	1,5	0,3	0	9,8	4,9	4,7	3,8	4,9	5,8
14	16,1	15,8	10	9,8	0	6,5	7,2	6	4,9	5,8
15	10,2	5,5	5,1	4,9	6,5	0	0,29	1,2	1,6	2,5
16	10	9,7	5	4,7	7,2	0,29	0	1,5	2,4	3,3
17	5,4	5,2	4,1	3,8	6	1,2	1,5	0	1	1,9
18	11,2	11	5,1	4,9	4,9	1,6	2,4	1	0	0,9
19	12,1	11,8	6	5,8	5,8	2,5	3,3	1,9	0,9	0
20	12,9	12,7	12,8	13,1	15,6	9,9	9,6	12	10,9	13,6
21	13,3	13	13,2	13,4	15,9	10,3	10	12,3	11,3	14
22	9,6	9,3	9,5	9,7	12,3	6,6	6,3	8,6	7,6	10,3
23	9,8	9,5	9,7	10	12,5	6,8	6,5	8,9	7,8	10,5
24	8,6	8,3	8,5	8,7	11,3	5,6	5,3	7,6	6,6	9,3
25	8,4	8,2	8,3	8,6	11,1	5,4	5,2	7,5	6,5	9,2
26	8,5	8,2	8,4	8,6	11,2	5,5	5,2	7,6	6,5	9,2
27	8,4	8,2	8,3	5,6	9,2	3,5	3,2	5,5	4,5	7,2
28	5,1	4,9	3,7	3,5	7,2	2,7	2,5	1,2	2,3	2,8
29	5,1	5	3,8	3,5	6,8	2	1,9	0,8	1,9	2,4
30	5	4,9	3,7	3,5	6,9	1,9	1,8	0,9	1,9	2,5
31	5,9	4,5	4,6	4,3	7,2	1,4	1,2	1,2	2,3	2,8
32	5,3	4,4	3,9	3,7	7,3	1,4	1,3	1,3	2,3	2,9
33	1,7	1,7	1,9	2,1	15,2	9,5	9,2	6,2	10,5	13,2
34	2,7	1,7	1,9	2,1	15,5	9,8	9,5	6,5	10,8	13,5
35	2,1	1,4	1,5	1,8	16	5,2	5	5	11,4	6,6
36	2,4	1,5	1,6	1,9	10,7	4,8	4,7	4,7	5,7	6,3
37	2,8	1,8	2	2,2	11	5,2	5	5	6,1	6,6
38	2,7	1,8	1,1	1,4	10	4,2	4,1	4	5	7,6
39	2,8	2,4	1,4	1,2	9,4	4	3,9	3,4	4,5	7
40	3,5	3,4	2,2	1,9	8,7	3,7	3,5	2,7	3,8	5,7
41	4	3,8	2,6	2,4	11	4,1	4	3,2	6,1	5,2
42	5,9	5,7	4,5	4,3	9,6	6,3	7,1	4,6	4,7	3,8
43	1,4	0,6	1	1,3	16,7	5,7	5,6	5,6	6,6	9,2
44	2,6	1,4	1,6	1,8	16,6	4,6	4,4	4,4	5,5	6
45	3	1,8	1,9	2,2	10,4	3,9	3,7	4,4	5,4	6
46	3,3	2,1	2,3	2,5	9,9	4	3,9	3,9	4,9	5,5
47	4	3	3,2	3,4	12,8	4,3	4,1	4,1	8,1	5,7
48	5,6	5,6	4,4	4,2	11,2	7,9	8,7	6,2	6,3	5,4
49	6,4	6,5	5,2	6,2	10,9	7,6	8,4	5,8	6	5,1

Duraklar	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
0	26,3	27,5	25,9	23,3	25,1	22,6	20,8	20,3	16,2	16,4
1	13,3	13,6	9,9	10,2	8,9	8,8	8,8	5,7	3,6	3,7
2	15	15,3	11,7	11,9	10,7	10,5	10,6	10,5	4,9	4,9
3	16,8	17,1	13,4	13,6	12,4	12,3	12,3	12,4	4,4	4,9
4	16,7	17	13,3	13,6	12,3	12,2	12,2	12,2	5,1	5,7
5	17,3	17,7	14	14,2	13	12,9	12,9	12,6	5,8	8,1
6	19,3	19,6	15,9	16,2	14,9	14,8	14,8	12,8	7,9	8,3
7	17,8	18,1	14,4	14,7	13,4	13,3	13,3	11,3	6,4	6,8
8	18,4	18,7	15,1	15,3	14,1	13,9	14	12	6,5	7
9	12,7	13	9,3	9,6	8,3	8,2	8,2	8,2	4,5	4,6
10	12,9	13,3	9,6	9,8	8,6	8,4	8,5	8,4	5,1	5,1
11	12,7	13	9,3	9,5	8,3	8,2	8,2	8,2	4,9	5
12	12,8	13,2	9,5	9,7	8,5	8,3	8,4	8,3	3,7	3,8
13	13,1	13,4	9,7	10	8,7	8,6	8,6	5,6	3,5	3,5
14	15,6	15,9	12,3	12,5	11,3	11,1	11,2	9,2	7,2	6,8
15	9,9	10,3	6,6	6,8	5,6	5,4	5,5	3,5	2,7	2
16	9,6	10	6,3	6,5	5,3	5,2	5,2	3,2	2,5	1,9
17	12	12,3	8,6	8,9	7,6	7,5	7,6	5,5	1,2	0,8
18	10,9	11,3	7,6	7,8	6,6	6,5	6,5	4,5	2,3	1,9
19	13,6	14	10,3	10,5	9,3	9,2	9,2	7,2	2,8	2,4
20	0	1,2	3,1	3,7	4,4	4,6	5,1	5,6	14	10,8
21	1,2	0	3,6	4,2	4,9	5,7	6,3	6,8	15,2	12
22	3,1	3,6	0	0,7	1,4	1,8	2	2,5	13,6	10,4
23	3,7	4,2	0,7	0	0,8	1,1	1,3	1,8	11	7,9
24	4,4	4,9	1,4	0,8	0	1,1	1,7	2,2	12,8	9,7
25	4,6	5,7	1,8	1,1	1,1	0	0,6	1,1	10,3	7,1
26	5,1	6,3	2	1,3	1,7	0,6	0	0,5	4,9	4,3
27	5,6	6,8	2,5	1,8	2,2	1,1	0,5	0	4,4	3,8
28	14	15,2	13,6	11	12,8	10,3	4,9	4,4	0	0,7
29	10,8	12	10,4	7,9	9,7	7,1	4,3	3,8	0,7	0
30	10,7	11,9	10,3	7,8	9,5	7	4,1	3,6	0,6	1,1
31	10,2	11,4	9,8	7,2	9	6,5	4,7	4,2	1	0,8
32	10,2	11,4	9,8	7,3	9,1	6,5	3,7	3,2	0,8	0,6
33	11,1	12,3	10,7	8,1	9,9	7,4	7,5	7,4	5,2	5,2
34	11,4	12,6	11	8,4	10,2	7,7	7,9	7,8	5,2	5,2
35	11,9	13,1	11,5	9	10,8	8,2	8,4	8,3	4,2	4,3
36	12,6	13,8	12,2	9,6	11,4	8,9	5,5	5	3,8	3,6
37	12,9	14,1	12,5	10	11,8	9,2	5,8	5,3	3,7	3,8
38	13	14,1	12,6	10	11,8	9,2	5,5	5	3,2	3,3
39	13,5	14,7	13,1	10,6	12,4	5,9	5,4	4,9	2,6	2,7
40	11,4	12,6	11	8,4	10,2	6,3	5,7	5,2	2	2
41	16,4	17,6	16	13,4	15,2	12,7	6,2	5,7	2,4	2,5
42	15	16,2	14,6	12	13,8	11,3	9,5	9	4,3	4,5
43	12,6	13,8	12,2	9,6	11,4	8,9	9,1	9	4,8	4,9
44	12,5	13,7	12,1	9,5	11,3	8,8	5,2	4,7	3,9	4
45	10,7	11,8	10,3	7,7	9,5	6,9	5,2	4,7	3	2,8
46	10,2	11,4	9,8	7,3	9,1	6,5	4,7	4,2	2,8	2,6
47	8,7	9,9	8,3	5,7	7,5	5	5,2	5,1	3,9	3,7
48	16,6	17,8	16,2	13,6	15,4	12,9	11,1	10,6	4,2	4,3
49	16,3	17,5	15,9	13,3	15,1	12,6	10,8	10,3	5,5	5,8

Duraklar	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
0	17	18,3	17,5	25,5	17,9	17,6	16,9	16,6	16,3	15,7
1	3,6	4,5	3,8	2,3	2,3	2	2,1	2,4	1,6	1,3
2	4,8	5,7	5	3,8	4,7	5,3	5,9	6,3	4,5	4,1
3	5,1	6	5,2	5,5	6,5	7	7,7	5,4	4,9	4,3
4	5,8	6,7	6	5,4	6,4	6,9	7,6	7,9	6	5,7
5	8	8,9	8,9	6,1	7,1	7,6	8,3	8,6	6,6	6,3
6	8,2	9,1	9,2	8,1	9,1	9,6	10,3	10,6	7,5	8,3
7	6,7	7,6	7,7	7,3	8,3	8,9	9,5	7,3	6,8	6,2
8	6,9	7,8	7,9	7,6	8,6	9,1	9,8	7,5	7	6,4
9	4,5	5,4	4,7	1,4	2	1,7	1,8	2,1	2,1	2,2
10	5	5,9	5,3	1,7	2,7	2,1	2,4	2,8	2,7	2,8
11	4,9	4,5	4,4	1,7	1,7	1,4	1,5	1,8	1,8	2,4
12	3,7	4,6	3,9	1,9	1,9	1,5	1,6	2	1,1	1,4
13	3,5	4,3	3,7	2,1	2,1	1,8	1,9	2,2	1,4	1,2
14	6,9	7,2	7,3	15,2	15,5	16	10,7	11	10	9,4
15	1,9	1,4	1,4	9,5	9,8	5,2	4,8	5,2	4,2	4
16	1,8	1,2	1,3	9,2	9,5	5	4,7	5	4,1	3,9
17	0,9	1,2	1,3	6,2	6,5	5	4,7	5	4	3,4
18	1,9	2,3	2,3	10,5	10,8	11,4	5,7	6,1	5	4,5
19	2,5	2,8	2,9	13,2	13,5	6,6	6,3	6,6	7,6	7
20	10,7	10,2	10,2	11,1	11,4	11,9	12,6	12,9	13	13,5
21	11,9	11,4	11,4	12,3	12,6	13,1	13,8	14,1	14,1	14,7
22	10,3	9,8	9,8	10,7	11	11,5	12,2	12,5	12,6	13,1
23	7,8	7,2	7,3	8,1	8,4	9	9,6	10	10	10,6
24	9,5	9	9,1	9,9	10,2	10,8	11,4	11,8	11,8	12,4
25	7	6,5	6,5	7,4	7,7	8,2	8,9	9,2	9,2	5,9
26	4,1	4,7	3,7	7,5	7,9	8,4	5,5	5,8	5,5	5,4
27	3,6	4,2	3,2	7,4	7,8	8,3	5	5,3	5	4,9
28	0,6	1	0,8	5,2	5,2	4,2	3,8	3,7	3,2	2,6
29	1,1	0,8	0,6	5,2	5,2	4,3	3,6	3,8	3,3	2,7
30	0	0,9	0,9	5,9	6,1	4,7	4,3	4,7	4,3	4,2
31	0,9	0	0,8	5	5,3	3,8	3,4	3,8	3,5	3,3
32	0,9	0,8	0	6,4	6,6	5,2	4,8	5,1	3,8	3,2
33	5,9	5	6,4	0	1	1,5	2,2	2,5	2,5	3,1
34	6,1	5,3	6,6	1	0	0,5	1,2	1,5	1,6	2,1
35	4,7	3,8	5,2	1,5	0,5	0	0,7	1	1,2	1,8
36	4,3	3,4	4,8	2,2	1,2	0,7	0	0,3	0,6	1,2
37	4,7	3,8	5,1	2,5	1,5	1	0,3	0	0,2	0,8
38	4,3	3,5	3,8	2,5	1,6	1,2	0,6	0,2	0	0,6
39	4,2	3,3	3,2	3,1	2,1	1,8	1,2	0,8	0,6	0
40	3,2	2,8	2,5	4,2	3,2	2,9	2,2	1,9	1,6	1,1
41	3,2	3,2	3,2	4,6	3,6	3,3	2,6	2,3	2,1	1,5
42	5,7	5,4	4,6	6,5	5,5	5,2	4,6	4,2	4	3,4
43	5,2	4,3	5,3	2,2	1,2	1,6	1,7	1,4	3,2	2,8
44	4,1	3,2	4,6	2,1	1,1	0,6	1,4	1	1,5	2
45	4	3,1	2,9	2,4	1,5	0,9	1,7	1,4	1,9	2,3
46	3,5	2,6	2,6	2,8	1,8	1,3	2,1	1,7	2,2	2,7
47	3,8	2,9	4,2	3,4	2,5	1,9	3	2,6	3,1	3,6
48	7,3	7	6,2	6,8	5,4	5,1	4,4	4,1	3,9	3,3
49	7	6,7	5,8	7,7	6,9	5,9	5,2	4,9	4,6	4,1

Duraklar	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
0	14,7	14,2	12,3	17,6	17,6	20,1	19,8	23,9	13,8	12,8
1	2,1	2,5	4,4	1,6	2	2,4	2,7	3,6	4,3	6
2	3,2	3,5	5,3	3,8	5,9	6,2	6,6	7,2	3	3,8
3	2,6	2,9	3,6	5,5	5,6	5,9	6,3	7,2	1,3	2,2
4	3,4	3,7	4,5	5,4	7,5	7,9	8,2	8,9	2,1	3,1
5	4	4,3	3,8	6,1	8,2	8,5	8,9	9,5	2,7	2,3
6	5,2	5,5	4	8,1	10,2	10,5	10,9	11,5	3,6	2,6
7	4,5	4,8	2,5	7,3	9,4	9,8	10,1	10,8	2,1	1,1
8	4,7	4,3	2,7	7,6	9,7	10	10,4	11	2,3	1,3
9	3	3,4	5,3	0,7	1,7	2,1	2,4	3,3	4,7	5,5
10	3,5	4	5,9	1,4	2,6	3	3,3	4	5,6	6,4
11	3,4	3,8	5,7	0,6	1,4	1,8	2,1	3	5,6	6,5
12	2,2	2,6	4,5	1	1,6	1,9	2,3	3,2	4,4	5,2
13	1,9	2,4	4,3	1,3	1,8	2,2	2,5	3,4	4,2	6,2
14	8,7	11	9,6	16,7	16,6	10,4	9,9	12,8	11,2	10,9
15	3,7	4,1	6,3	5,7	4,6	3,9	4	4,3	7,9	7,6
16	3,5	4	7,1	5,6	4,4	3,7	3,9	4,1	8,7	8,4
17	2,7	3,2	4,6	5,6	4,4	4,4	3,9	4,1	6,2	5,8
18	3,8	6,1	4,7	6,6	5,5	5,4	4,9	8,1	6,3	6
19	5,7	5,2	3,8	9,2	6	6	5,5	5,7	5,4	5,1
20	11,4	16,4	15	12,6	12,5	10,7	10,2	8,7	16,6	16,3
21	12,6	17,6	16,2	13,8	13,7	11,8	11,4	9,9	17,8	17,5
22	11	16	14,6	12,2	12,1	10,3	9,8	8,3	16,2	15,9
23	8,4	13,4	12	9,6	9,5	7,7	7,3	5,7	13,6	13,3
24	10,2	15,2	13,8	11,4	11,3	9,5	9,1	7,5	15,4	15,1
25	6,3	12,7	11,3	8,9	8,8	6,9	6,5	5	12,9	12,6
26	5,7	6,2	9,5	9,1	5,2	5,2	4,7	5,2	11,1	10,8
27	5,2	5,7	9	9	4,7	4,7	4,2	5,1	10,6	10,3
28	2	2,4	4,3	4,8	3,9	3	2,8	3,9	4,2	5,5
29	2	2,5	4,5	4,9	4	2,8	2,6	3,7	4,3	5,8
30	3,2	3,2	5,7	5,2	4,1	4	3,5	3,8	7,3	7
31	2,8	3,2	5,4	4,3	3,2	3,1	2,6	2,9	7	6,7
32	2,5	3,2	4,6	5,3	4,6	2,9	2,6	4,2	6,2	5,8
33	4,2	4,6	6,5	2,2	2,1	2,4	2,8	3,4	6,8	7,7
34	3,2	3,6	5,5	1,2	1,1	1,5	1,8	2,5	5,4	6,9
35	2,9	3,3	5,2	1,6	0,6	0,9	1,3	1,9	5,1	5,9
36	2,2	2,6	4,6	1,7	1,4	1,7	2,1	3	4,4	5,2
37	1,9	2,3	4,2	1,4	1	1,4	1,7	2,6	4,1	4,9
38	1,6	2,1	4	3,2	1,5	1,9	2,2	3,1	3,9	4,6
39	1,1	1,5	3,4	2,8	2	2,3	2,7	3,6	3,3	4,1
40	0	0,4	2,3	3,8	2,9	3,3	3,6	4,5	2,3	3,1
41	0,4	0	1,9	4,2	3,3	3,7	4	4,9	2,9	2,9
42	2,3	1,9	0	6,5	5,7	6	6,4	7,3	1,9	1,5
43	3,8	4,2	6,5	0	1	1,4	1,7	2,6	5,2	6,4
44	2,9	3,3	5,7	1	0	0,4	0,7	1,6	5,2	5,9
45	3,3	3,7	6	1,4	0,4	0	0,3	1,3	5,4	6,2
46	3,6	4	6,4	1,7	0,7	0,3	0	0,9	5,4	6,2
47	4,5	4,9	7,3	2,6	1,6	1,3	0,9	0	6,2	7
48	2,3	2,9	1,9	5,2	5,2	5,4	5,4	6,2	0	1
49	3,1	2,9	1,5	6,4	5,9	6,2	6,2	7	1	0

Duraklar	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
0	12,5	12,2	11,2	12,4	12,6	10,3	15,7	16,1	19	20,8
1	6,3	6,6	5,7	5,5	5,6	7,7	1,8	1,8	2,7	3,4
2	4,1	4,4	5,1	4,8	5	5,8	3,3	3,9	4,9	5,6
3	2,4	2,8	3,4	3,2	3,3	4,1	3,5	4,2	5,1	5,8
4	3,3	3,7	3,5	4,1	4,2	4	4,3	4,9	5,9	6,6
5	2,6	2,9	2,7	3,3	3,5	3,2	5	5,6	6,6	7,2
6	2,9	3,2	3	3,6	3,7	2,3	6,2	6,8	7,8	8,4
7	1,4	1,1	0,9	1,3	1,1	1,6	5,4	6,1	7	7,7
8	0,8	0,9	0,7	1,1	0,9	1,4	5,6	6,3	7,2	7,9
9	5,8	6,1	6,8	6,5	6,7	7,4	2,7	2,7	3,6	4,3
10	6,7	7	7,7	7,4	7,6	8,3	3,2	3,2	4,2	4,9
11	6,8	7,1	7,7	7,5	7,6	8,4	3,1	3,1	3,2	3,6
12	6,7	7	5,8	5,6	5,7	8,2	1,9	1,9	2,8	3,5
13	6,4	6,8	5,6	5,3	5,5	7,9	1,7	1,6	2,6	3,3
14	11,2	11,7	11,7	11,5	11,6	14,1	8,6	9,5	8,5	8,6
15	7,9	8,4	8,4	8,2	8,3	10,8	3,6	3	2,7	2,7
16	8,7	9,2	9,2	9	9,1	11,6	3,4	2,8	2,5	2,6
17	6,1	7,9	7,9	7,7	7,8	10,3	2,6	3,5	2,5	2,6
18	6,4	6,8	6,8	6,6	6,7	9,3	3,7	4,5	3,6	3,6
19	5,5	5,9	6	5,7	5,9	8,4	6,3	5,1	4,1	4,2
20	16,6	17,1	17,1	16,9	17	19,5	11	10	9	9,1
21	17,8	18,3	18,3	18,1	18,2	20,7	12,2	11,1	10,2	10,2
22	16,2	16,7	16,7	16,5	16,6	19,1	10,6	9,6	8,6	8,7
23	13,7	14,1	14,2	13,9	14,1	16,6	8	7	6,1	6,1
24	15,4	15,9	15,9	15,7	15,8	18,4	9,8	8,8	7,8	7,9
25	12,9	13,4	13,4	13,2	13,3	15,8	5,9	4,9	3,9	4
26	11,1	11,6	11,6	11,4	11,5	14	5,4	4,3	3,4	3,4
27	10,6	11,1	11,1	10,9	11	13,5	4,8	3,8	2,9	2,9
28	5,9	7	7	6,7	6,9	9,4	1,9	1,8	2	2,4
29	6,1	7,2	7,2	7	7,1	9,6	1,9	1,9	1,8	2,2
30	7,3	7,8	7,8	7,6	7,7	10,2	3,1	3,1	2,2	2,2
31	7	9,1	9,1	8,9	9	11,6	2,7	2,3	1,3	1,4
32	6,2	8,3	8,3	8,1	8,2	10,7	2,4	2	2,7	2,7
33	8	8,3	8,9	8,7	8,8	9,6	3,9	3,3	3,9	4,3
34	7,2	7,5	6,8	6,6	6,7	9,9	2,9	2,4	2,9	3,3
35	9	9,3	6,5	6,3	6,4	10,6	2,6	2,1	2,3	2,7
36	5,6	5,9	5,8	5,6	5,7	8,1	1,9	1,4	2,1	2,8
37	5,2	5,6	5,5	5,3	5,4	7,7	1,6	1,1	1,8	2,5
38	5	5,3	5,3	5	5,2	7,5	1,3	1,3	2,3	3
39	4,4	4,7	4,7	4,4	4,6	6,9	0,8	0,8	1,7	2,4
40	3,4	3,8	3,7	3,5	3,6	5,9	0,8	1,5	2,4	3,1
41	3,3	3,6	3,5	3,3	3,4	4,5	1,3	1,9	2,9	3,6
42	1,8	1,6	1,9	1,6	1,8	2,8	3,6	4,3	5,2	6,9
43	6,7	7	6,6	6,3	6,5	8,3	2,6	2,6	2,8	3,2
44	6,3	6,6	6,6	6,3	6,5	11	2,6	1,6	1,8	2,2
45	6,5	6,8	6,8	6,5	6,7	11,4	2,8	1,7	1,4	1,8
46	6,5	6,9	6,8	6,6	6,7	9	2,8	1,8	1,1	1,5
47	7,3	7,7	14,8	14,5	14,7	17,2	3,6	2,6	1,9	2,3
48	1,4	1,7	2,3	2,1	2,2	4,4	3,3	3,9	4,9	5,6
49	0,3	0,7	1,3	1,1	1,2	3,4	3,8	4,5	5,4	6,1

Duraklar	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
0	22,9	23,2	23,6	24,8	26,4	24,6	18,9	22,2	21,3	20,9
1	7,4	6,5	8	8,2	8,7	9,4	5	7,5	6,8	6,9
2	9,1	8,2	9,7	9,9	10,4	11,1	6,1	9,2	8,6	8,6
3	10,9	10	11,4	11,7	12,2	12,9	6,8	11	10,3	10,3
4	10,8	9,9	11,4	11,6	12,1	12,8	7,6	10,9	10,2	10,3
5	11,5	10,5	12	12,3	12,8	13,4	11,1	11,6	10,9	10,9
6	13,4	12,5	14	14,2	14,8	17,5	11,3	14,7	12,9	12,9
7	12,7	11,8	13,3	13,5	14	16	9,8	13,2	12,1	12,2
8	12,9	12	13,5	13,7	14,3	16,6	10,5	13,8	12,4	12,4
9	6,8	5,9	7,3	7,6	8,1	8,8	5,9	6,9	6,2	6,2
10	7	6,1	7,6	7,8	8,4	9	9,9	7,2	6,5	6,5
11	6,8	5,8	7,3	7,6	8,1	8,8	9,6	6,9	6,2	6,2
12	6,9	6	7,5	7,7	8,3	8,9	5,1	7	6,4	6,4
13	7,2	6,3	7,8	8	8,5	9,2	4,8	7,3	6,6	6,7
14	12	12,2	12,9	13,2	14,9	13,8	7,1	11	11	10,6
15	6,3	6,5	7,2	7,6	9,2	8,1	0,7	5,3	3,9	3,4
16	6	6,3	7	7,3	8,9	7,9	0,6	5,1	3,7	3,3
17	8,4	8,6	9,3	9,6	11,3	10,2	2,1	7,4	4,6	4,1
18	7,3	7,6	8,3	8,6	10,2	9,2	2,1	6,4	6,4	5,9
19	10	10,3	11	11,3	12,9	11,9	3,7	9,1	6,2	5,7
20	4,6	5	5,6	5,8	5	3,9	9	5,4	6,7	6,2
21	5,7	6,2	6,8	7	6,1	5,1	10,2	6,6	7,8	7,4
22	4,1	4,6	5,2	5,4	4,6	3,5	8,6	2,9	3,9	5,8
23	3,8	4,3	4,9	5,1	4,2	3,2	6	2,2	3,2	3,2
24	3,4	3,8	4,4	4,6	3,8	2,7	7,8	2,2	5,5	5
25	2,4	2,6	5	3,7	4,3	3,3	5,3	1,4	2,5	2,5
26	2,6	2,8	3,5	3,9	4,6	3,9	3,5	1,6	2,6	2,7
27	4,3	4,5	5,2	5,5	7,1	6,1	3	3,3	2,7	2,2
28	9,3	9,6	10,3	10,6	12,2	11,2	1,9	8,4	4,4	3,9
29	7,6	7,9	8,6	8,9	10,5	9,5	1,7	6,7	4,2	3,7
30	8,7	9	9,7	10	11,6	10,6	1,8	7,8	4,2	3,8
31	6	5,2	7	7,3	8,9	7,9	1	5,1	3,4	2,9
32	9,2	9,5	10,2	10,5	12,1	11,1	2,3	8,3	4,7	4,3
33	5,4	4,4	5,9	6,1	6,7	7,3	8,2	5,5	4,8	4,8
34	6,2	5,3	6,8	7	7,5	8,2	4,8	4,9	5,6	5,7
35	6,4	5,5	7	7,2	7,7	8,4	4,3	4,4	5,8	5,9
36	7,6	6,7	8,2	8,4	8,9	9,6	4,3	6,1	7,1	7,1
37	7,3	6,4	7,8	8,1	8,6	9,3	4	5,8	6,7	6,7
38	7,8	6,8	8,3	8,6	9,1	9,7	4,5	6,3	7,2	7,2
39	8,2	7,3	8,8	9	9,6	10,2	3,9	6,8	5,4	5
40	9,1	8,2	9,7	9,9	10,5	15,6	4,3	12,8	6,2	5,7
41	13,3	8,6	10,1	10,4	16,2	15,2	4,5	12,4	7	6,5
42	12	12,3	13	13,3	14,9	13,9	7,7	11,1	11,1	10,6
43	6,3	5,4	6,9	7,1	7,7	8,3	9,2	6,4	5,8	5,8
44	5	5,9	7,3	7,6	6,9	7	3,7	4,8	4,8	4,8
45	4,6	3,9	5,4	5,7	6,6	6,6	3,4	4,4	4,5	4,5
46	4,3	3,6	5,1	5,3	6,2	6,3	3	4,1	4,1	4,1
47	3,4	2,7	4,2	4,4	5,3	5,4	3,8	3,2	3,2	3,2
48	11,8	10,9	12,4	12,6	13,1	15,2	7	12,4	11,2	11,3
49	13,1	11,3	12,8	13,1	15,9	14,9	8,7	12,1	11,7	11,7

Duraklar	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
0	21,2	19,4	18,7	17,8	17,3	17,2	17,1	26,5	24,9	22,1
1	5,2	4,7	4,7	4,6	5	4,4	4	7,6	6,1	5,4
2	9,4	6,9	10,9	5,8	6,2	5,6	5,2	9,3	7,8	7,2
3	11,2	7,1	7,3	6,5	6,9	5,9	5,4	11,1	9,6	8,9
4	11,1	12	8	7,3	7,7	6,7	6,2	11	9,5	8,8
5	11,8	11,7	11,7	9,4	9,9	8,8	8,4	11,7	10,2	9,5
6	13,7	11,9	11,9	9,7	10,1	9,1	8,6	13,6	12,1	11,5
7	12,4	10,4	10,4	8,2	8,6	7,6	7,1	12,9	11,4	10,7
8	13	11,1	11,1	10,3	10,7	7,8	7,3	13,2	11,6	11
9	7,1	5,6	5,6	5,5	5,9	5,3	4,9	7	5,5	4,8
10	7,3	8,3	8,8	10,3	10,7	10,9	5,4	7,3	5,7	5,1
11	7,1	4,9	4,9	5	5,5	5,6	5,3	7	5,5	4,8
12	7,2	4,8	4,8	4,7	5,1	4,5	4,1	7,1	5,6	5
13	5	4,6	4,6	4,4	4,9	4,3	3,8	7,4	5,9	5,2
14	10,2	8,3	8,3	6,9	7,3	7,5	6	15,4	13,9	12,5
15	2,6	1,6	1,5	0,6	1	1,2	1,2	9,7	8,2	6,8
16	2,4	1,5	1,4	0,4	0,8	1	1,5	9,4	7,9	6,5
17	3,3	2,6	2,5	1,8	0,7	0,5	0,004	11,8	10,2	5,9
18	5,5	3,6	3,6	2	2,4	2,6	1	10,7	9,2	7,8
19	4,9	6,3	4,1	3,4	3,8	2,8	2,3	13,4	11,9	10,5
20	6,8	7,5	7,9	9,4	9,8	10	11,4	11,3	9,8	6,5
21	8	8,7	9,1	10,5	11	11,1	12,6	12,5	10,9	7,7
22	6,4	7,1	7,5	9	9,4	9,6	11	10,9	9,4	5,1
23	3,8	4,6	5	6,4	6,8	7	8,4	8,3	6,8	4,4
24	5,6	6,3	6,8	8,2	8,6	8,8	10,2	10,1	8,6	5,4
25	3,1	2,4	2,9	5,6	6,1	6,2	7,7	7,6	6	3,6
26	2,3	1,9	2,3	3,8	4,3	4,4	5,9	7,7	6,2	3,8
27	1,8	1,4	1,8	3,3	3,8	3,9	5,4	7,6	6,1	4,7
28	3,1	2,4	2,3	1,6	2	1,4	1	12,7	11,2	5,7
29	2,9	2,2	2,1	1,4	1,8	2	1,5	11	9,5	5,5
30	2,9	2,3	2,2	1,4	1,9	0,9	0,4	12,1	10,6	5,6
31	2,1	1,4	1,3	1,4	1,9	2	1,7	8,7	7,2	4,7
32	3,4	2,8	2,7	1,9	2,3	1,3	0,9	12,6	11,1	6,1
33	5,7	6,6	7,2	8,6	9	9,2	6	5,6	4	3,4
34	6,5	4,6	4,6	4,7	5,1	5,3	5	6,4	4,9	4,2
35	6,7	4,1	4,1	4,2	4,6	4,8	4,5	6,6	5,1	4,4
36	4,5	4,1	4,1	4,2	4,6	4,8	4,1	7,8	6,3	5,6
37	4,2	3,8	3,8	3,9	4,3	4,5	3,8	7,5	6	5,3
38	4,7	4,3	4,3	4,1	4,6	4	3,5	8	6,5	5,8
39	4,1	3,7	3,7	3,6	4	3,4	2,9	8,5	6,9	6,3
40	4,9	4,8	4,7	3,9	4,3	3,3	2,9	9,4	7,8	7,2
41	5,7	5,1	4,9	4,2	4,6	3,6	3,1	9,8	8,3	7,6
42	10,2	8,3	8,3	6	6,5	5,5	5	15,4	13,9	12,5
43	6,6	4,5	4,5	4,6	5	5,2	4,8	6,5	5	4,4
44	3,9	3,5	3,5	3,6	4	4,2	3,9	7	5,5	3,4
45	3,6	3,1	3,1	3,2	3,7	3,8	3,5	6,9	5,4	3,1
46	3,2	2,8	2,8	2,9	3,3	3,5	3,2	6,6	5,1	2,7
47	4,1	3,6	3,6	3,7	4,1	4,3	4	5,7	4,2	1,8
48	11,6	9,6	9,6	6,6	7,1	6,1	5,6	12	10,5	9,8
49	11,3	9,3	9,3	7,1	7,5	6,5	6	12,5	11	10,3

Duraklar	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
0	22,4	23,2	22,6	17,8	25,2	25,8	23,4	22,5	20	18
1	6,8	6,5	7,1	6,4	10,8	10,5	8,5	8,7	5	3,7
2	8,5	8,3	8,8	11,5	12,6	12,2	10,3	10,4	10,7	6
3	10,3	10	10,6	9,9	14,3	14	12	12,2	7,4	6,2
4	10,2	9,9	10,5	10,8	14,2	13,9	11,9	12,1	12,4	7
5	10,9	10,6	11,1	10,1	14,9	14,5	12,6	12,7	13,4	9,1
6	12,9	12,6	13,1	10,3	18,6	18,8	16,6	15,6	13,6	9,4
7	12,1	11,9	12,4	8,8	17,1	17,3	15,1	14,1	12,1	7,9
8	12,4	12,1	14,2	9,5	17,8	17,9	15,7	14,7	12,8	8,1
9	6,2	5,9	6,5	9,2	10,2	9,9	7,9	8,1	5,9	4,6
10	6,5	6,2	6,7	9,4	10,5	10,1	8,2	8,3	8,6	5,1
11	6,2	5,9	6,5	9,1	10,2	9,8	7,9	8	8,4	3,9
12	6,4	6,1	6,6	9,3	10,4	10	8,1	8,2	5,1	3,8
13	6,6	6,3	6,9	9,6	10,6	10,3	8,3	8,5	4,8	3,6
14	11,9	12,1	11,4	6,7	15	15,1	12,9	11,9	10	7,5
15	6,2	6,4	5,8	0,9	9,3	9,5	7,2	6,2	2,4	1,7
16	6	6,1	5,5	0,6	9	9,2	6,9	5,9	2,2	1,5
17	8,3	8,5	7,8	3	11,4	11,5	9,3	8,3	3,1	1,5
18	7,3	7,4	6,8	2	10,3	10,5	8,2	7,2	5,3	2,6
19	10	10,1	9,5	4,7	13	13,2	10,9	9,9	8	3,1
20	5,2	5,1	4,6	8,5	5,1	5,2	3	3,8	7,7	8,7
21	6,4	6,3	5,7	9,7	6,2	6,4	4,2	5	8,9	9,9
22	3,8	4,7	3,3	8,1	4,7	4,8	2,6	3,4	7,3	8,3
23	3,1	3,3	2,6	5,5	4,3	4,5	2,2	3,1	4,8	5,8
24	4	3,9	3,4	7,3	3,9	4	1,8	2,7	6,6	7,6
25	2,3	2,5	1,9	4,8	4,4	4,6	2,4	3,2	2,6	3,6
26	2,5	2,7	2,1	3	5,1	5,3	3	2,5	2,1	3,1
27	4,2	4,3	3,7	2,5	7,2	7,4	5,2	4,2	1,6	2,6
28	5,6	9,4	8,8	2,4	12,3	12,5	10,2	9,2	2,9	1,3
29	5,4	7,7	7,1	2,2	10,6	10,8	8,5	7,5	2,7	1,1
30	8,7	8,8	8,2	2,3	11,7	11,9	9,6	8,6	2,8	1,2
31	4,6	5	5,5	2,3	9	9,2	6,9	5,9	1,9	0,3
32	9,2	9,3	8,7	2,7	12,2	12,4	10,1	9,1	3,2	1,6
33	4,8	4,5	5	7,7	8,8	8,4	6,5	6,6	6,9	4,5
34	3,8	5,4	4,5	8,6	9,7	9,3	7,3	7,5	4,8	3,5
35	3,3	5,6	4	8,8	9,9	9,5	7,5	7,7	4,3	3
36	5,1	6,8	5,7	5,8	11,1	10,7	8,8	8,9	4,3	3,1
37	4,7	6,4	5,4	5,5	10,7	10,4	8,4	8,6	4	2,7
38	5,2	6,9	5,9	6	11,2	10,8	8,9	9	4,5	3,2
39	5,7	7,4	6,3	5,4	11,7	11,3	9,4	9,5	4	2,7
40	6,6	8,3	7,3	4,7	16,7	16,9	14,7	13,7	4,7	3,6
41	7	8,7	12,8	8	16,3	16,5	14,2	13,2	5,5	3,9
42	12	12,1	11,5	6,7	15	15,2	12,9	11,9	10	5,8
43	5,7	5,5	6	8,7	9,8	9,4	7,5	7,6	7,9	3,4
44	3,7	4,1	4,4	5,2	9,1	8,7	6,1	6,3	3,7	2,4
45	3,3	3,8	4	4,8	8,7	8,3	5,8	6	3,4	2,1
46	3	3,4	3,7	4,5	8,4	8	5,4	5,6	3	1,7
47	2,1	2,5	2,7	6,1	7,5	7,1	4,5	4,7	3,8	2,5
48	11,2	11	11,5	8	16,4	16,5	14,3	13,3	11,3	6,4
49	11,7	11,4	12,5	7,7	16	16,2	14	13	11	6,8

Duraklar	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
0	23	23,2	21,4	20,7	18,7	18,7	18,2	15,6	14,7	14,3
1	9,1	6,7	6,2	6,6	7,3	7,3	6,8	2,2	2,9	3,4
2	10,9	11,8	11,4	11,7	12,4	12,3	11,9	3,4	3,9	4,3
3	12,6	13,2	12,7	11,8	10,7	10,6	10,2	3,7	3,3	3,8
4	12,5	13,5	13	12,7	11,6	11,5	11,1	4,5	4,1	4,5
5	13,2	13,4	12,9	11,9	10,9	10,8	10,4	5,1	4,7	5,2
6	13,7	13,6	13,2	12,2	11,1	11,1	10,6	6,3	5,9	5,7
7	12,2	12,1	11,7	10,7	9,6	9,6	9,1	5,6	4,4	4,2
8	12,9	12,8	12,3	11,3	10,2	10,2	9,8	5,8	4,5	4,4
9	8,5	9,5	9	9,4	10	10	9,5	3,1	3,8	4,3
10	8,8	9,8	9,3	9,6	10,3	10,2	9,8	3,7	4,4	4,8
11	8,5	9,5	9	9,4	10	10	9,5	3,5	4,2	4,7
12	8,7	9,6	9,2	9,5	10,2	10,1	9,7	2,3	3	3,5
13	8,9	6,6	6,1	6,5	10,4	10,4	10	2,1	2,8	3,3
14	10,1	10	9,5	8	7,4	7,4	7	8	10,7	9
15	4,4	4,3	3,8	2,8	1,8	1,7	1,3	3	4,1	4,8
16	4,1	4	3,5	2,5	1,5	1,4	1	2,8	4	4,6
17	6,5	6,3	5,9	4,9	3,8	3,8	3,3	2	2,7	3,3
18	5,4	5,3	4,8	3,8	2,8	2,7	2,3	3,1	5,9	4,1
19	8,1	8	7,5	6,6	5,5	5,4	5	3,6	5	3,2
20	4	4,6	5,3	5,8	9,4	9,3	8,9	10,8	16,2	14,4
21	4,5	5,1	5,7	6,2	10,6	10,5	10,1	12	17,3	15,6
22	1	1,6	2,2	2,7	4,4	4,3	4,6	10,4	15,8	14
23	0,3	0,9	1,6	2,4	4,1	4,1	4,3	7,8	13,2	11,5
24	1,1	1,7	2,3	3,3	4,9	4,9	7,7	9,6	15	13,2
25	0,6	1,2	1,8	2,2	5,7	5,6	5,2	5,7	12,4	10,7
26	0,8	0,7	1,4	1,7	3,9	3,8	3,4	5,1	10,6	8,9
27	1,7	1,6	1,1	1,4	3,4	3,3	2,9	4,6	10,1	8,4
28	4,7	4,6	4,2	4,3	3,3	3,2	2,8	1,2	2	2,1
29	4,6	4,4	4	4,2	3,1	3	2,6	1,3	2	2,1
30	4,6	4,5	4	4,2	3,1	3,1	2,6	2,5	2,7	3,4
31	3,7	3,6	3,2	3,5	3,1	3,1	2,6	2,1	3,5	4,2
32	5,1	5	4,5	4,7	3,6	3,6	3,1	1,8	2,7	3,4
33	7,1	8,1	7,6	8	8,6	8,5	8,1	4,3	5	5,5
34	8	8,9	8,5	8,8	9,4	9,4	9	3,4	4	4,5
35	8,2	9,1	8,7	9	9,6	9,6	9,2	3	3,7	4,2
36	9,4	6,1	5,6	6	6,7	6,6	6,2	2,4	3	3,5
37	9	5,8	5,3	5,6	6,4	6,3	5,9	2	2,7	3,2
38	6,4	6,3	5,8	6,1	6,9	6,8	6,4	1,8	2,5	2,9
39	5,8	5,7	5,2	5,6	6,3	6,2	5,8	1,2	1,9	2,4
40	11,8	11,7	11,3	10,3	9,2	9,2	8,7	1	0,8	1,3
41	11,4	11,3	10,8	9,9	8,8	8,7	8,3	1,4	0,4	0,9
42	10,1	10	9,5	8,6	7,5	7,4	7	3,8	2,7	2,6
43	8,1	9	8,6	8,9	9,6	9,5	9,1	3,1	3,8	4,2
44	5,6	5,5	5	5,4	6,1	6	5,6	2,4	3,8	4,2
45	5,2	5,1	4,7	5	5,7	5,7	5,2	2,6	3,4	3,9
46	4,9	4,8	4,3	4,6	5,4	5,3	4,9	2,6	3,4	3,9
47	5,5	6,5	6	6,4	7	7	6,5	3,4	4,2	4,7
48	11,5	11,3	10,9	9,9	8,8	8,8	8,3	3,5	3,1	3,1
49	11,1	11	10,6	9,6	8,5	8,5	8	4	3,3	3,1

Duraklar	100	101	102	103	104	105	106
0	13,9	13,4	13	17,1	16,8	19,1	18,2
1	3,7	4	4,4	2,8	2,5	4,4	6
2	4,7	5,6	4,5	4,9	4,6	6,6	11,1
3	4,1	4	2,9	5,2	4,9	6,9	11,1
4	4,9	4,9	3,8	6	5,6	7,7	12,8
5	5,1	4,1	3	6,6	6,3	9,8	11,2
6	5,3	4,4	3,3	7,8	7,5	10,1	11,5
7	3,8	2,9	1,8	7,1	6,8	8,6	10
8	4	3,1	2	7,3	7	8,8	10,6
9	4,7	4,9	6,2	3,7	3,4	5,3	8,8
10	5,2	5,4	7,1	4,3	3,9	5,8	9
11	5	5,3	5,7	2,7	3	4,6	8,7
12	3,8	4,1	4,5	2,3	2,6	4,5	8,9
13	3,6	3,9	4,3	2,7	2,4	4,3	9,2
14	8,6	9,4	10,1	9,1	8,8	8,2	7,8
15	4,4	6,1	6,8	3,3	3	1,4	2,1
16	4,3	6,9	7,6	3,1	2,8	1,3	1,9
17	3	4	5,1	3,1	2,8	2,2	4,2
18	3,8	4,5	5,3	4,2	3,8	2,8	3,2
19	2,9	3,6	4,4	4,7	4,4	3,8	5,9
20	14,1	14,8	15,5	9,6	9,3	8,4	8,1
21	15,2	16	16,7	10,8	10,5	9,6	9,3
22	13,6	14,4	15,1	9,2	8,9	8	7,7
23	11,1	11,8	12,6	6,6	6,3	5,5	5,2
24	12,9	13,6	14,4	8,4	8,1	7,2	6,9
25	10,3	11,1	11,8	4,5	4,2	4,7	4,4
26	8,5	9,3	10	3,9	3,6	2,6	2,6
27	8	8,8	9,5	3,4	3,1	2,1	2,1
28	2,7	3,7	4,8	2	1,7	2	2,9
29	2,9	4	5,1	1,8	1,5	1,8	2,7
30	3,1	5,5	6,2	2,8	2,4	1,8	2,7
31	3,8	4,9	6	1,9	1,6	1	1,9
32	3	4	5,1	3,2	1,6	2,3	3,2
33	5,8	6,1	8,4	3,3	3,9	5,2	7,3
34	4,9	5,1	5,5	2,4	2,9	4,3	8,2
35	4,5	4,8	5,2	1,8	2,4	3,7	8,4
36	3,9	4,1	4,5	1,7	1,8	3,8	5,4
37	3,6	3,8	4,2	1,4	1,5	3,4	5,1
38	3,3	3,5	3,9	1,9	2	3,9	5,6
39	2,7	3	3,4	1,8	1,5	3,4	5
40	1,7	1,9	2,4	2,5	2,2	4,3	9,6
41	1,2	1,5	2,2	2,9	2,6	4,6	9,2
42	3,1	1,3	1,4	5,3	5	6,5	7,9
43	4,6	4,8	5,2	2,5	2,6	4,1	8,3
44	4,6	4,8	5,2	1,3	1,8	3,1	4,8
45	5,6	5	5,5	0,9	1,4	2,8	4,4
46	5,3	5,1	5,5	0,9	1,1	2,4	4,1
47	6,1	12,4	6,3	1,6	1,9	3,2	5,7
48	2,7	1,8	1	5	4,7	7,1	9,2
49	2,7	1,8	0,7	5,5	5,2	7,5	8,9

Duraklar	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	12,5	6,3	4,1	2,4	3,3	2,6	2,9	1,4	0,8	5,8
51	12,2	6,6	4,4	2,8	3,7	2,9	3,2	1,1	0,9	6,1
52	11,2	5,7	5,1	3,4	3,5	2,7	3	0,9	0,7	6,8
53	12,4	5,5	4,8	3,2	4,1	3,3	3,6	1,3	1,1	6,5
54	12,6	5,6	5	3,3	4,2	3,5	3,7	1,1	0,9	6,7
55	10,3	7,7	5,8	4,1	4	3,2	2,3	1,6	1,4	7,4
56	15,7	1,8	3,3	3,5	4,3	5	6,2	5,4	5,6	2,7
57	16,1	1,8	3,9	4,2	4,9	5,6	6,8	6,1	6,3	2,7
58	19	2,7	4,9	5,1	5,9	6,6	7,8	7	7,2	3,6
59	20,8	3,4	5,6	5,8	6,6	7,2	8,4	7,7	7,9	4,3
60	22,9	7,4	9,1	10,9	10,8	11,5	13,4	12,7	12,9	6,8
61	23,2	6,5	8,2	10	9,9	10,5	12,5	11,8	12	5,9
62	23,6	8	9,7	11,4	11,4	12	14	13,3	13,5	7,3
63	24,8	8,2	9,9	11,7	11,6	12,3	14,2	13,5	13,7	7,6
64	26,4	8,7	10,4	12,2	12,1	12,8	14,8	14	14,3	8,1
65	24,6	9,4	11,1	12,9	12,8	13,4	17,5	16	16,6	8,8
66	18,9	5	6,1	6,8	7,6	11,1	11,3	9,8	10,5	5,9
67	22,2	7,5	9,2	11	10,9	11,6	14,7	13,2	13,8	6,9
68	21,3	6,8	8,6	10,3	10,2	10,9	12,9	12,1	12,4	6,2
69	20,9	6,9	8,6	10,3	10,3	10,9	12,9	12,2	12,4	6,2
70	21,2	5,2	9,4	11,2	11,1	11,8	13,7	12,4	13	7,1
71	19,4	4,7	6,9	7,1	12	11,7	11,9	10,4	11,1	5,6
72	18,7	4,7	10,9	7,3	8	11,7	11,9	10,4	11,1	5,6
73	17,8	4,6	5,8	6,5	7,3	9,4	9,7	8,2	10,3	5,5
74	17,3	5	6,2	6,9	7,7	9,9	10,1	8,6	10,7	5,9
75	17,2	4,4	5,6	5,9	6,7	8,8	9,1	7,6	7,8	5,3
76	17,1	4	5,2	5,4	6,2	8,4	8,6	7,1	7,3	4,9
77	26,5	7,6	9,3	11,1	11	11,7	13,6	12,9	13,2	7
78	24,9	6,1	7,8	9,6	9,5	10,2	12,1	11,4	11,6	5,5
79	22,1	5,4	7,2	8,9	8,8	9,5	11,5	10,7	11	4,8
80	22,4	6,8	8,5	10,3	10,2	10,9	12,9	12,1	12,4	6,2
81	23,2	6,5	8,3	10	9,9	10,6	12,6	11,9	12,1	5,9
82	22,6	7,1	8,8	10,6	10,5	11,1	13,1	12,4	14,2	6,5
83	17,8	6,4	11,5	9,9	10,8	10,1	10,3	8,8	9,5	9,2
84	25,2	10,8	12,6	14,3	14,2	14,9	18,6	17,1	17,8	10,2
85	25,8	10,5	12,2	14	13,9	14,5	18,8	17,3	17,9	9,9
86	23,4	8,5	10,3	12	11,9	12,6	16,6	15,1	15,7	7,9
87	22,5	8,7	10,4	12,2	12,1	12,7	15,6	14,1	14,7	8,1
88	20	5	10,7	7,4	12,4	13,4	13,6	12,1	12,8	5,9
89	18	3,7	6	6,2	7	9,1	9,4	7,9	8,1	4,6
90	23	9,1	10,9	12,6	12,5	13,2	13,7	12,2	12,9	8,5
91	23,2	6,7	11,8	13,2	13,5	13,4	13,6	12,1	12,8	9,5
92	21,4	6,2	11,4	12,7	13	12,9	13,2	11,7	12,3	9
93	20,7	6,6	11,7	11,8	12,7	11,9	12,2	10,7	11,3	9,4
94	18,7	7,3	12,4	10,7	11,6	10,9	11,1	9,6	10,2	10
95	18,7	7,3	12,3	10,6	11,5	10,8	11,1	9,6	10,2	10
96	18,2	6,8	11,9	10,2	11,1	10,4	10,6	9,1	9,8	9,5
97	15,6	2,2	3,4	3,7	4,5	5,1	6,3	5,6	5,8	3,1
98	14,7	2,9	3,9	3,3	4,1	4,7	5,9	4,4	4,5	3,8
99	14,3	3,4	4,3	3,8	4,5	5,2	5,7	4,2	4,4	4,3

Duraklar	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
50	6,7	6,8	6,7	6,4	11,2	7,9	8,7	6,1	6,4	5,5
51	7	7,1	7	6,8	11,7	8,4	9,2	7,9	6,8	5,9
52	7,7	7,7	5,8	5,6	11,7	8,4	9,2	7,9	6,8	6
53	7,4	7,5	5,6	5,3	11,5	8,2	9	7,7	6,6	5,7
54	7,6	7,6	5,7	5,5	11,6	8,3	9,1	7,8	6,7	5,9
55	8,3	8,4	8,2	7,9	14,1	10,8	11,6	10,3	9,3	8,4
56	3,2	3,1	1,9	1,7	8,6	3,6	3,4	2,6	3,7	6,3
57	3,2	3,1	1,9	1,6	9,5	3	2,8	3,5	4,5	5,1
58	4,2	3,2	2,8	2,6	8,5	2,7	2,5	2,5	3,6	4,1
59	4,9	3,6	3,5	3,3	8,6	2,7	2,6	2,6	3,6	4,2
60	7	6,8	6,9	7,2	12	6,3	6	8,4	7,3	10
61	6,1	5,8	6	6,3	12,2	6,5	6,3	8,6	7,6	10,3
62	7,6	7,3	7,5	7,8	12,9	7,2	7	9,3	8,3	11
63	7,8	7,6	7,7	8	13,2	7,6	7,3	9,6	8,6	11,3
64	8,4	8,1	8,3	8,5	14,9	9,2	8,9	11,3	10,2	12,9
65	9	8,8	8,9	9,2	13,8	8,1	7,9	10,2	9,2	11,9
66	9,9	9,6	5,1	4,8	7,1	0,7	0,6	2,1	2,1	3,7
67	7,2	6,9	7	7,3	11	5,3	5,1	7,4	6,4	9,1
68	6,5	6,2	6,4	6,6	11	3,9	3,7	4,6	6,4	6,2
69	6,5	6,2	6,4	6,7	10,6	3,4	3,3	4,1	5,9	5,7
70	7,3	7,1	7,2	5	10,2	2,6	2,4	3,3	5,5	4,9
71	8,3	4,9	4,8	4,6	8,3	1,6	1,5	2,6	3,6	6,3
72	8,8	4,9	4,8	4,6	8,3	1,5	1,4	2,5	3,6	4,1
73	10,3	5	4,7	4,4	6,9	0,6	0,4	1,8	2	3,4
74	10,7	5,5	5,1	4,9	7,3	1	0,8	0,7	2,4	3,8
75	10,9	5,6	4,5	4,3	7,5	1,2	1	0,5	2,6	2,8
76	5,4	5,3	4,1	3,8	6	1,2	1,5	0,004	1	2,3
77	7,3	7	7,1	7,4	15,4	9,7	9,4	11,8	10,7	13,4
78	5,7	5,5	5,6	5,9	13,9	8,2	7,9	10,2	9,2	11,9
79	5,1	4,8	5	5,2	12,5	6,8	6,5	5,9	7,8	10,5
80	6,5	6,2	6,4	6,6	11,9	6,2	6	8,3	7,3	10
81	6,2	5,9	6,1	6,3	12,1	6,4	6,1	8,5	7,4	10,1
82	6,7	6,5	6,6	6,9	11,4	5,8	5,5	7,8	6,8	9,5
83	9,4	9,1	9,3	9,6	6,7	0,9	0,6	3	2	4,7
84	10,5	10,2	10,4	10,6	15	9,3	9	11,4	10,3	13
85	10,1	9,8	10	10,3	15,1	9,5	9,2	11,5	10,5	13,2
86	8,2	7,9	8,1	8,3	12,9	7,2	6,9	9,3	8,2	10,9
87	8,3	8	8,2	8,5	11,9	6,2	5,9	8,3	7,2	9,9
88	8,6	8,4	5,1	4,8	10	2,4	2,2	3,1	5,3	8
89	5,1	3,9	3,8	3,6	7,5	1,7	1,5	1,5	2,6	3,1
90	8,8	8,5	8,7	8,9	10,1	4,4	4,1	6,5	5,4	8,1
91	9,8	9,5	9,6	6,6	10	4,3	4	6,3	5,3	8
92	9,3	9	9,2	6,1	9,5	3,8	3,5	5,9	4,8	7,5
93	9,6	9,4	9,5	6,5	8	2,8	2,5	4,9	3,8	6,6
94	10,3	10	10,2	10,4	7,4	1,8	1,5	3,8	2,8	5,5
95	10,2	10	10,1	10,4	7,4	1,7	1,4	3,8	2,7	5,4
96	9,8	9,5	9,7	10	7	1,3	1	3,3	2,3	5
97	3,7	3,5	2,3	2,1	8	3	2,8	2	3,1	3,6
98	4,4	4,2	3	2,8	10,7	4,1	4	2,7	5,9	5
99	4,8	4,7	3,5	3,3	9	4,8	4,6	3,3	4,1	3,2

Duraklar	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
50	16,6	17,8	16,2	13,7	15,4	12,9	11,1	10,6	5,9	6,1
51	17,1	18,3	16,7	14,1	15,9	13,4	11,6	11,1	7	7,2
52	17,1	18,3	16,7	14,2	15,9	13,4	11,6	11,1	7	7,2
53	16,9	18,1	16,5	13,9	15,7	13,2	11,4	10,9	6,7	7
54	17	18,2	16,6	14,1	15,8	13,3	11,5	11	6,9	7,1
55	19,5	20,7	19,1	16,6	18,4	15,8	14	13,5	9,4	9,6
56	11	12,2	10,6	8	9,8	5,9	5,4	4,8	1,9	1,9
57	10	11,1	9,6	7	8,8	4,9	4,3	3,8	1,8	1,9
58	9	10,2	8,6	6,1	7,8	3,9	3,4	2,9	2	1,8
59	9,1	10,2	8,7	6,1	7,9	4	3,4	2,9	2,4	2,2
60	4,6	5,7	4,1	3,8	3,4	2,4	2,6	4,3	9,3	7,6
61	5	6,2	4,6	4,3	3,8	2,6	2,8	4,5	9,6	7,9
62	5,6	6,8	5,2	4,9	4,4	5	3,5	5,2	10,3	8,6
63	5,8	7	5,4	5,1	4,6	3,7	3,9	5,5	10,6	8,9
64	5	6,1	4,6	4,2	3,8	4,3	4,6	7,1	12,2	10,5
65	3,9	5,1	3,5	3,2	2,7	3,3	3,9	6,1	11,2	9,5
66	9	10,2	8,6	6	7,8	5,3	3,5	3	1,9	1,7
67	5,4	6,6	2,9	2,2	2,2	1,4	1,6	3,3	8,4	6,7
68	6,7	7,8	3,9	3,2	5,5	2,5	2,6	2,7	4,4	4,2
69	6,2	7,4	5,8	3,2	5	2,5	2,7	2,2	3,9	3,7
70	6,8	8	6,4	3,8	5,6	3,1	2,3	1,8	3,1	2,9
71	7,5	8,7	7,1	4,6	6,3	2,4	1,9	1,4	2,4	2,2
72	7,9	9,1	7,5	5	6,8	2,9	2,3	1,8	2,3	2,1
73	9,4	10,5	9	6,4	8,2	5,6	3,8	3,3	1,6	1,4
74	9,8	11	9,4	6,8	8,6	6,1	4,3	3,8	2	1,8
75	10	11,1	9,6	7	8,8	6,2	4,4	3,9	1,4	2
76	11,4	12,6	11	8,4	10,2	7,7	5,9	5,4	1	1,5
77	11,3	12,5	10,9	8,3	10,1	7,6	7,7	7,6	12,7	11
78	9,8	10,9	9,4	6,8	8,6	6	6,2	6,1	11,2	9,5
79	6,5	7,7	5,1	4,4	5,4	3,6	3,8	4,7	5,7	5,5
80	5,2	6,4	3,8	3,1	4	2,3	2,5	4,2	5,6	5,4
81	5,1	6,3	4,7	3,3	3,9	2,5	2,7	4,3	9,4	7,7
82	4,6	5,7	3,3	2,6	3,4	1,9	2,1	3,7	8,8	7,1
83	8,5	9,7	8,1	5,5	7,3	4,8	3	2,5	2,4	2,2
84	5,1	6,2	4,7	4,3	3,9	4,4	5,1	7,2	12,3	10,6
85	5,2	6,4	4,8	4,5	4	4,6	5,3	7,4	12,5	10,8
86	3	4,2	2,6	2,2	1,8	2,4	3	5,2	10,2	8,5
87	3,8	5	3,4	3,1	2,7	3,2	2,5	4,2	9,2	7,5
88	7,7	8,9	7,3	4,8	6,6	2,6	2,1	1,6	2,9	2,7
89	8,7	9,9	8,3	5,8	7,6	3,6	3,1	2,6	1,3	1,1
90	4	4,5	1	0,3	1,1	0,6	0,8	1,7	4,7	4,6
91	4,6	5,1	1,6	0,9	1,7	1,2	0,7	1,6	4,6	4,4
92	5,3	5,7	2,2	1,6	2,3	1,8	1,4	1,1	4,2	4
93	5,8	6,2	2,7	2,4	3,3	2,2	1,7	1,4	4,3	4,2
94	9,4	10,6	4,4	4,1	4,9	5,7	3,9	3,4	3,3	3,1
95	9,3	10,5	4,3	4,1	4,9	5,6	3,8	3,3	3,2	3
96	8,9	10,1	4,6	4,3	7,7	5,2	3,4	2,9	2,8	2,6
97	10,8	12	10,4	7,8	9,6	5,7	5,1	4,6	1,2	1,3
98	16,2	17,3	15,8	13,2	15	12,4	10,6	10,1	2	2
99	14,4	15,6	14	11,5	13,2	10,7	8,9	8,4	2,1	2,1

Duraklar	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
50	7,3	7	6,2	8	7,2	9	5,6	5,2	5	4,4
51	7,8	9,1	8,3	8,3	7,5	9,3	5,9	5,6	5,3	4,7
52	7,8	9,1	8,3	8,9	6,8	6,5	5,8	5,5	5,3	4,7
53	7,6	8,9	8,1	8,7	6,6	6,3	5,6	5,3	5	4,4
54	7,7	9	8,2	8,8	6,7	6,4	5,7	5,4	5,2	4,6
55	10,2	11,6	10,7	9,6	9,9	10,6	8,1	7,7	7,5	6,9
56	3,1	2,7	2,4	3,9	2,9	2,6	1,9	1,6	1,3	0,8
57	3,1	2,3	2	3,3	2,4	2,1	1,4	1,1	1,3	0,8
58	2,2	1,3	2,7	3,9	2,9	2,3	2,1	1,8	2,3	1,7
59	2,2	1,4	2,7	4,3	3,3	2,7	2,8	2,5	3	2,4
60	8,7	6	9,2	5,4	6,2	6,4	7,6	7,3	7,8	8,2
61	9	5,2	9,5	4,4	5,3	5,5	6,7	6,4	6,8	7,3
62	9,7	7	10,2	5,9	6,8	7	8,2	7,8	8,3	8,8
63	10	7,3	10,5	6,1	7	7,2	8,4	8,1	8,6	9
64	11,6	8,9	12,1	6,7	7,5	7,7	8,9	8,6	9,1	9,6
65	10,6	7,9	11,1	7,3	8,2	8,4	9,6	9,3	9,7	10,2
66	1,8	1	2,3	8,2	4,8	4,3	4,3	4	4,5	3,9
67	7,8	5,1	8,3	5,5	4,9	4,4	6,1	5,8	6,3	6,8
68	4,2	3,4	4,7	4,8	5,6	5,8	7,1	6,7	7,2	5,4
69	3,8	2,9	4,3	4,8	5,7	5,9	7,1	6,7	7,2	5
70	2,9	2,1	3,4	5,7	6,5	6,7	4,5	4,2	4,7	4,1
71	2,3	1,4	2,8	6,6	4,6	4,1	4,1	3,8	4,3	3,7
72	2,2	1,3	2,7	7,2	4,6	4,1	4,1	3,8	4,3	3,7
73	1,4	1,4	1,9	8,6	4,7	4,2	4,2	3,9	4,1	3,6
74	1,9	1,9	2,3	9	5,1	4,6	4,6	4,3	4,6	4
75	0,9	2	1,3	9,2	5,3	4,8	4,8	4,5	4	3,4
76	0,4	1,7	0,9	6	5	4,5	4,1	3,8	3,5	2,9
77	12,1	8,7	12,6	5,6	6,4	6,6	7,8	7,5	8	8,5
78	10,6	7,2	11,1	4	4,9	5,1	6,3	6	6,5	6,9
79	5,6	4,7	6,1	3,4	4,2	4,4	5,6	5,3	5,8	6,3
80	8,7	4,6	9,2	4,8	3,8	3,3	5,1	4,7	5,2	5,7
81	8,8	5	9,3	4,5	5,4	5,6	6,8	6,4	6,9	7,4
82	8,2	5,5	8,7	5	4,5	4	5,7	5,4	5,9	6,3
83	2,3	2,3	2,7	7,7	8,6	8,8	5,8	5,5	6	5,4
84	11,7	9	12,2	8,8	9,7	9,9	11,1	10,7	11,2	11,7
85	11,9	9,2	12,4	8,4	9,3	9,5	10,7	10,4	10,8	11,3
86	9,6	6,9	10,1	6,5	7,3	7,5	8,8	8,4	8,9	9,4
87	8,6	5,9	9,1	6,6	7,5	7,7	8,9	8,6	9	9,5
88	2,8	1,9	3,2	6,9	4,8	4,3	4,3	4	4,5	4
89	1,2	0,3	1,6	4,5	3,5	3	3,1	2,7	3,2	2,7
90	4,6	3,7	5,1	7,1	8	8,2	9,4	9	6,4	5,8
91	4,5	3,6	5	8,1	8,9	9,1	6,1	5,8	6,3	5,7
92	4	3,2	4,5	7,6	8,5	8,7	5,6	5,3	5,8	5,2
93	4,2	3,5	4,7	8	8,8	9	6	5,6	6,1	5,6
94	3,1	3,1	3,6	8,6	9,4	9,6	6,7	6,4	6,9	6,3
95	3,1	3,1	3,6	8,5	9,4	9,6	6,6	6,3	6,8	6,2
96	2,6	2,6	3,1	8,1	9	9,2	6,2	5,9	6,4	5,8
97	2,5	2,1	1,8	4,3	3,4	3	2,4	2	1,8	1,2
98	2,7	3,5	2,7	5	4	3,7	3	2,7	2,5	1,9
99	3,4	4,2	3,4	5,5	4,5	4,2	3,5	3,2	2,9	2,4

Duraklar	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	3,4	3,3	1,8	6,7	6,3	6,5	6,5	7,3	1,4	0,3
51	3,8	3,6	1,6	7	6,6	6,8	6,9	7,7	1,7	0,7
52	3,7	3,5	1,9	6,6	6,6	6,8	6,8	14,8	2,3	1,3
53	3,5	3,3	1,6	6,3	6,3	6,5	6,6	14,5	2,1	1,1
54	3,6	3,4	1,8	6,5	6,5	6,7	6,7	14,7	2,2	1,2
55	5,9	4,5	2,8	8,3	11	11,4	9	17,2	4,4	3,4
56	0,8	1,3	3,6	2,6	2,6	2,8	2,8	3,6	3,3	3,8
57	1,5	1,9	4,3	2,6	1,6	1,7	1,8	2,6	3,9	4,5
58	2,4	2,9	5,2	2,8	1,8	1,4	1,1	1,9	4,9	5,4
59	3,1	3,6	6,9	3,2	2,2	1,8	1,5	2,3	5,6	6,1
60	9,1	13,3	12	6,3	5	4,6	4,3	3,4	11,8	13,1
61	8,2	8,6	12,3	5,4	5,9	3,9	3,6	2,7	10,9	11,3
62	9,7	10,1	13	6,9	7,3	5,4	5,1	4,2	12,4	12,8
63	9,9	10,4	13,3	7,1	7,6	5,7	5,3	4,4	12,6	13,1
64	10,5	16,2	14,9	7,7	6,9	6,6	6,2	5,3	13,1	15,9
65	15,6	15,2	13,9	8,3	7	6,6	6,3	5,4	15,2	14,9
66	4,3	4,5	7,7	9,2	3,7	3,4	3	3,8	7	8,7
67	12,8	12,4	11,1	6,4	4,8	4,4	4,1	3,2	12,4	12,1
68	6,2	7	11,1	5,8	4,8	4,5	4,1	3,2	11,2	11,7
69	5,7	6,5	10,6	5,8	4,8	4,5	4,1	3,2	11,3	11,7
70	4,9	5,7	10,2	6,6	3,9	3,6	3,2	4,1	11,6	11,3
71	4,8	5,1	8,3	4,5	3,5	3,1	2,8	3,6	9,6	9,3
72	4,7	4,9	8,3	4,5	3,5	3,1	2,8	3,6	9,6	9,3
73	3,9	4,2	6	4,6	3,6	3,2	2,9	3,7	6,6	7,1
74	4,3	4,6	6,5	5	4	3,7	3,3	4,1	7,1	7,5
75	3,3	3,6	5,5	5,2	4,2	3,8	3,5	4,3	6,1	6,5
76	2,9	3,1	5	4,8	3,9	3,5	3,2	4	5,6	6
77	9,4	9,8	15,4	6,5	7	6,9	6,6	5,7	12	12,5
78	7,8	8,3	13,9	5	5,5	5,4	5,1	4,2	10,5	11
79	7,2	7,6	12,5	4,4	3,4	3,1	2,7	1,8	9,8	10,3
80	6,6	7	12	5,7	3,7	3,3	3	2,1	11,2	11,7
81	8,3	8,7	12,1	5,5	4,1	3,8	3,4	2,5	11	11,4
82	7,3	12,8	11,5	6	4,4	4	3,7	2,7	11,5	12,5
83	4,7	8	6,7	8,7	5,2	4,8	4,5	6,1	8	7,7
84	16,7	16,3	15	9,8	9,1	8,7	8,4	7,5	16,4	16
85	16,9	16,5	15,2	9,4	8,7	8,3	8	7,1	16,5	16,2
86	14,7	14,2	12,9	7,5	6,1	5,8	5,4	4,5	14,3	14
87	13,7	13,2	11,9	7,6	6,3	6	5,6	4,7	13,3	13
88	4,7	5,5	10	7,9	3,7	3,4	3	3,8	11,3	11
89	3,6	3,9	5,8	3,4	2,4	2,1	1,7	2,5	6,4	6,8
90	11,8	11,4	10,1	8,1	5,6	5,2	4,9	5,5	11,5	11,1
91	11,7	11,3	10	9	5,5	5,1	4,8	6,5	11,3	11
92	11,3	10,8	9,5	8,6	5	4,7	4,3	6	10,9	10,6
93	10,3	9,9	8,6	8,9	5,4	5	4,6	6,4	9,9	9,6
94	9,2	8,8	7,5	9,6	6,1	5,7	5,4	7	8,8	8,5
95	9,2	8,7	7,4	9,5	6	5,7	5,3	7	8,8	8,5
96	8,7	8,3	7	9,1	5,6	5,2	4,9	6,5	8,3	8
97	1	1,4	3,8	3,1	2,4	2,6	2,6	3,4	3,5	4
98	0,8	0,4	2,7	3,8	3,8	3,4	3,4	4,2	3,1	3,3
99	1,3	0,9	2,6	4,2	4,2	3,9	3,9	4,7	3,1	3,1

Duraklar	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
50	0	0,3	0,9	0,7	0,8	1,9	4,2	4,8	5,8	6,5
51	0,3	0	0,6	0,4	0,5	1,6	4,5	5,2	6,1	10,1
52	0,9	0,6	0	0,7	0,5	1	6,4	7	8	10,6
53	0,7	0,4	0,7	0	0,1	1,2	5	5,7	6,6	10,3
54	0,8	0,5	0,5	0,1	0	1,1	5	5,7	6,6	10,5
55	1,9	1,6	1	1,2	1,1	0	6,5	7,1	12,5	12,5
56	4,2	4,5	6,4	5	5	6,5	0	0,7	1,6	2,3
57	4,8	5,2	7	5,7	5,7	7,1	0,7	0	0,9	1,6
58	5,8	6,1	8	6,6	6,6	12,5	1,6	0,9	0	0,7
59	6,5	10,1	10,6	10,3	10,5	12,5	2,3	1,6	0,7	0
60	14,3	13,9	14,5	14,2	14,3	16,4	8,3	6,2	5,3	5,4
61	11,6	11,9	12,7	14,4	14,6	16,6	7,4	5,5	4,5	4,9
62	13,1	14,9	15,4	15,1	15,3	17,3	8,9	7	6	6,4
63	15,5	15,2	15,7	15,4	15,6	17,6	9,1	7,2	6,3	6,6
64	17,2	16,8	17,4	17	17,2	19,3	9,6	8,1	7,2	7,4
65	16,1	15,8	16,3	16	16,2	18,2	10,3	10,2	9,2	8,5
66	9,9	9,6	10,1	9,8	10	12	3,8	3,2	2,2	1,6
67	13,3	13	13,5	13,2	13,4	15,4	6,8	6	5	4,4
68	13,3	13	13,5	13,2	13,4	15,4	5,3	4,7	3,7	3
69	12,9	12,5	13,1	12,8	12,9	15	4,9	4,2	3,3	2,6
70	12,5	12,1	12,7	12,4	12,5	14,6	4	3,4	2,4	1,8
71	10,5	10,2	10,8	10,4	10,6	12,6	3,6	3	2	1,3
72	10,5	10,2	10,8	10,4	10,6	12,7	3,6	3	2	1,3
73	9,8	9,5	10	9,7	9,9	11,9	3,7	3,1	2,1	1,9
74	10,2	9,9	10,4	10,1	10,3	12,3	4,1	3,5	2,5	2,4
75	6,8	10,1	10,6	10,3	10,5	12,5	4,3	3,7	2,7	2,5
76	6,4	8,2	8,8	8,4	8,6	10,7	2,9	3,3	2,4	2,5
77	12,7	13,1	13,9	17,5	17,7	19,8	8,5	9	7,6	8,4
78	11,2	11,6	12,4	16	16,2	18,2	7	7,4	6	6,9
79	10,6	10,9	11,7	11,4	11,8	16,9	6,3	4,6	3,7	4,4
80	14,2	13,9	14,4	14,1	14,3	16,3	5,8	4,9	3,9	4,3
81	11,7	14	14,6	14,3	14,4	16,5	7,5	5,3	4,4	4,7
82	13,7	13,4	13,9	13,6	13,8	15,8	6,4	5,6	4,6	4,8
83	8,9	8,6	9,2	8,8	9	11,1	5,3	4,7	3,7	3
84	17,3	16,9	17,5	17,1	17,3	19,4	11,8	10,3	9,3	9,7
85	17,4	17,1	17,6	17,3	17,5	19,5	11,4	9,9	9	9,9
86	15,2	14,8	15,4	15,1	15,2	17,3	9,5	9,3	8,3	7,6
87	14,2	13,8	14,4	14,1	14,2	16,3	9,6	7,5	6,6	6,6
88	12,2	11,9	12,5	12,1	12,3	14,3	3,9	3,2	2,3	1,6
89	7,1	9	9,6	9,2	9,4	11,4	2,6	1,9	1	1,1
90	12,4	12	12,6	12,2	12,4	14,5	5,7	5	4,1	3,4
91	12,2	11,9	12,5	12,1	12,3	14,4	5,6	4,9	4	3,3
92	11,8	11,4	12	11,7	11,8	13,9	5,1	4,5	3,5	2,8
93	10,8	10,5	11	10,7	10,9	12,9	5,5	4,8	3,9	3,2
94	9,7	9,4	9,9	9,6	9,8	11,8	6,2	5,5	4,6	3,9
95	9,7	9,3	9,9	9,6	9,7	11,8	6,1	5,5	4,5	3,9
96	9,2	8,9	9,5	9,1	9,3	11,4	5,7	5,1	4,1	3,4
97	4,3	4,7	6,6	5,2	5,2	6,6	1,2	0,8	1,8	2,8
98	3,6	3,9	5,2	4,5	4,4	5,6	1,8	1,7	2,6	3,6
99	3,4	3,8	5,1	4,3	4,3	8,1	2,3	2,1	3,1	5

Duraklar	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
50	14,3	11,6	13,1	15,5	17,2	16,1	9,9	13,3	13,3	12,9
51	13,9	11,9	14,9	15,2	16,8	15,8	9,6	13	13	12,5
52	14,5	12,7	15,4	15,7	17,4	16,3	10,1	13,5	13,5	13,1
53	14,2	14,4	15,1	15,4	17	16	9,8	13,2	13,2	12,8
54	14,3	14,6	15,3	15,6	17,2	16,2	10	13,4	13,4	12,9
55	16,4	16,6	17,3	17,6	19,3	18,2	12	15,4	15,4	15
56	8,3	7,4	8,9	9,1	9,6	10,3	3,8	6,8	5,3	4,9
57	6,2	5,5	7	7,2	8,1	10,2	3,2	6	4,7	4,2
58	5,3	4,5	6	6,3	7,2	9,2	2,2	5	3,7	3,3
59	5,4	4,9	6,4	6,6	7,4	8,5	1,6	4,4	3	2,6
60	0	1	0,9	1,2	1,8	2,6	5,6	1	2,4	2,8
61	1	0	1,8	2,2	2,9	2,9	5,9	1	1,9	3,2
62	0,9	1,8	0	0,9	1,5	2,9	6,3	1,7	3	3,5
63	1,2	2,2	0,9	0	0,5	2	7,5	2,9	4,3	4,7
64	1,8	2,9	1,5	0,5	0	1,5	9	5,5	6,7	6,3
65	2,6	2,9	2,9	2	1,5	0	7,3	3,1	5	4,5
66	5,6	5,9	6,3	7,5	9	7,3	0	5,5	3,2	2,7
67	1	1	1,7	2,9	5,5	3,1	5,5	0	1,4	2,1
68	2,4	1,9	3	4,3	6,7	5	3,2	1,4	0	0,4
69	2,8	3,2	3,5	4,7	6,3	4,5	2,7	2,1	0,4	0
70	3,4	3,8	4,1	5,3	6,9	5,1	1,9	2,7	1,3	0,8
71	4,2	4,5	4,8	6	7,6	5,9	0,9	3,4	2,2	1,8
72	4,6	4,9	5,2	6,4	8	6,3	0,8	3,8	2,9	2,4
73	6	6,3	6,6	7,8	9,4	7,7	0,4	5,3	3,5	3,1
74	6,4	6,7	7,1	8,3	9,9	8,1	0,8	5,7	3,9	3,5
75	6,6	6,9	7,2	8,4	10	8,3	1	5,9	4,1	3,7
76	8	8,3	8,7	9,9	11,4	9,7	1,5	7,3	6,4	6
77	7,9	6,3	8,6	9,8	11,3	9,6	9,9	7,2	5,7	5,8
78	6,4	4,8	7	8,2	9,8	8,1	8,3	5,6	4,2	4,3
79	2,6	1,9	3,2	4,5	5,4	4,7	6,9	2,4	2,6	2,9
80	1,2	0,6	1,9	3,1	4,1	3,3	6,4	1,1	1,3	1,7
81	1	0,2	1,7	3	3,9	3,2	6,6	1,1	1,7	2,1
82	0,6	0,6	1,3	2,5	3,4	2,7	5,9	0,4	1,8	2,2
83	5,1	5,5	5,8	7	8,6	6,8	1,1	4,4	3,5	3,1
84	3,9	5	3,6	2,7	2,1	2	9,5	5,1	6,5	6,9
85	3,5	4,6	3,2	2,3	1,8	1,7	9,6	4,7	6,2	6,6
86	1,8	2,1	2,4	2,2	2,8	1,1	7,4	2,2	3,4	3,8
87	1,9	2,2	2,5	4,4	3,9	2	6,4	1,5	2,5	2,9
88	4,4	4,7	5	6,2	7,8	6,1	1,7	3,6	2,4	2
89	5,4	5,7	6	7,2	8,8	7,1	1,5	4,6	3,4	3
90	2,8	2,9	3,5	5,2	4,7	3	4,5	1,9	2,9	3,5
91	3,4	3,5	4,1	5,8	5,3	3,6	4,4	2,5	3,4	3,4
92	5	5,3	5,7	6,9	8,5	6,7	4	4,3	3,4	3
93	5,4	5,7	6	7,2	7,2	5,4	3	4,6	3,8	3,3
94	6	6,3	6,7	7,9	9,4	7,7	2	5,3	4,4	4
95	6	6,3	6,6	7,8	9,4	7,7	2	5,2	4,4	3,9
96	5,5	5,8	6,2	7,4	9	7,2	1,5	4,8	3,9	3,5
97	7,4	6,1	8,1	9,3	10,9	9,1	2,8	6,7	5,5	5
98	12,8	13,1	13,4	14,6	16,2	14,5	3,9	12	11,2	10,7
99	11	11,4	11,7	12,9	14,5	12,7	4,6	10,3	9,4	9

Duraklar	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
50	12,5	10,5	10,5	9,8	10,2	6,8	6,4	12,7	11,2	10,6
51	12,1	10,2	10,2	9,5	9,9	10,1	8,2	13,1	11,6	10,9
52	12,7	10,8	10,8	10	10,4	10,6	8,8	13,9	12,4	11,7
53	12,4	10,4	10,4	9,7	10,1	10,3	8,4	17,5	16	11,4
54	12,5	10,6	10,6	9,9	10,3	10,5	8,6	17,7	16,2	11,8
55	14,6	12,6	12,7	11,9	12,3	12,5	10,7	19,8	18,2	16,9
56	4	3,6	3,6	3,7	4,1	4,3	2,9	8,5	7	6,3
57	3,4	3	3	3,1	3,5	3,7	3,3	9	7,4	4,6
58	2,4	2	2	2,1	2,5	2,7	2,4	7,6	6	3,7
59	1,8	1,3	1,3	1,9	2,4	2,5	2,5	8,4	6,9	4,4
60	3,4	4,2	4,6	6	6,4	6,6	8	7,9	6,4	2,6
61	3,8	4,5	4,9	6,3	6,7	6,9	8,3	6,3	4,8	1,9
62	4,1	4,8	5,2	6,6	7,1	7,2	8,7	8,6	7	3,2
63	5,3	6	6,4	7,8	8,3	8,4	9,9	9,8	8,2	4,5
64	6,9	7,6	8	9,4	9,9	10	11,4	11,3	9,8	5,4
65	5,1	5,9	6,3	7,7	8,1	8,3	9,7	9,6	8,1	4,7
66	1,9	0,9	0,8	0,4	0,8	1	1,5	9,9	8,3	6,9
67	2,7	3,4	3,8	5,3	5,7	5,9	7,3	7,2	5,6	2,4
68	1,3	2,2	2,9	3,5	3,9	4,1	6,4	5,7	4,2	2,6
69	0,8	1,8	2,4	3,1	3,5	3,7	6	5,8	4,3	2,9
70	0	0,9	1,6	2,2	2,7	2,8	3,4	6,7	5,1	3,8
71	0,9	0	0,7	1,3	1,7	1,9	2,4	7,6	6,1	4,7
72	1,6	0,7	0	1,8	2,2	2,4	3,8	8,1	6,6	5,2
73	2,2	1,3	1,8	0	0,4	0,6	1,1	10	8,5	7,1
74	2,7	1,7	2,2	0,4	0	0,2	0,7	12	10,5	9,1
75	2,8	1,9	2,4	0,6	0,2	0	0,5	11,9	10,3	8,9
76	3,4	2,4	3,8	1,1	0,7	0,5	0	11,8	10,2	5,9
77	6,7	7,6	8,1	10	12	11,9	11,8	0	1,6	4,4
78	5,1	6,1	6,6	8,5	10,5	10,3	10,2	1,6	0	2,8
79	3,8	4,7	5,2	7,1	9,1	8,9	5,9	4,4	2,8	0
80	2,5	3,5	4,7	6,5	8,6	8,4	8,3	5,5	3,9	2,6
81	2,9	3,9	4,8	6,7	8,7	8,6	8,5	6	4,4	3,1
82	3	4	4,2	6	8,1	7,9	7,8	6,2	4,6	3,7
83	3,4	1,6	0,9	1,2	1,9	3,1	3	8,7	7,1	4,3
84	7,8	8,4	7,7	9,6	11,6	11,5	11,4	11,6	10	7,2
85	10,2	8,6	7,9	9,7	11,8	11,6	11,5	11,7	10,2	7,4
86	4,6	6,3	5,6	7,5	9,5	9,4	9,3	9,5	7,9	5,1
87	3,7	5,3	4,6	6,5	8,5	8,4	8,3	8,5	6,9	4,1
88	1,2	0,8	1,8	2,4	3,1	3,6	3,1	7,9	6,3	3,6
89	2,2	1,2	1,7	1,2	1,5	2	1,5	8,9	7,3	4,6
90	3	2,6	2,8	4,7	6,7	6,5	6,4	8,1	6,5	3,7
91	2,9	2,5	2,7	4,6	6,6	6,4	6,3	9	7,5	4,7
92	2,5	2	2,2	4,1	6,2	6	5,9	8,6	7	4,2
93	2,8	2,4	2,6	3,1	3,9	5	4,9	8,9	7,3	4,6
94	4,3	2,5	1,8	2	2,8	3,9	3,8	9,6	8	5,2
95	4,2	2,4	1,8	2	2,7	3,9	3,8	9,5	7,9	5,2
96	3,8	2	1,3	1,5	2,3	3,4	3,3	9,1	7,5	4,7
97	4,2	3,8	4,2	2,5	2,7	2,5	2	10,1	8,6	6,6
98	11,1	4,5	8,6	3,8	3,3	3,2	2,7	16,3	14,8	12
99	9,3	5,2	6,9	4,5	4	3,9	3,3	14,6	13	10,2

Duraklar	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
50	14,2	11,7	13,7	8,9	17,3	17,4	15,2	14,2	12,2	7,1
51	13,9	14	13,4	8,6	16,9	17,1	14,8	13,8	11,9	9
52	14,4	14,6	13,9	9,2	17,5	17,6	15,4	14,4	12,5	9,6
53	14,1	14,3	13,6	8,8	17,1	17,3	15,1	14,1	12,1	9,2
54	14,3	14,4	13,8	9	17,3	17,5	15,2	14,2	12,3	9,4
55	16,3	16,5	15,8	11,1	19,4	19,5	17,3	16,3	14,3	11,4
56	5,8	7,5	6,4	5,3	11,8	11,4	9,5	9,6	3,9	2,6
57	4,9	5,3	5,6	4,7	10,3	9,9	9,3	7,5	3,2	1,9
58	3,9	4,4	4,6	3,7	9,3	9	8,3	6,6	2,3	1
59	4,3	4,7	4,8	3	9,7	9,9	7,6	6,6	1,6	1,1
60	1,2	1	0,6	5,1	3,9	3,5	1,8	1,9	4,4	5,4
61	0,6	0,2	0,6	5,5	5	4,6	2,1	2,2	4,7	5,7
62	1,9	1,7	1,3	5,8	3,6	3,2	2,4	2,5	5	6
63	3,1	3	2,5	7	2,7	2,3	2,2	4,4	6,2	7,2
64	4,1	3,9	3,4	8,6	2,1	1,8	2,8	3,9	7,8	8,8
65	3,3	3,2	2,7	6,8	2	1,7	1,1	2	6,1	7,1
66	6,4	6,6	5,9	1,1	9,5	9,6	7,4	6,4	1,7	1,5
67	1,1	1,1	0,4	4,4	5,1	4,7	2,2	1,5	3,6	4,6
68	1,3	1,7	1,8	3,5	6,5	6,2	3,4	2,5	2,4	3,4
69	1,7	2,1	2,2	3,1	6,9	6,6	3,8	2,9	2	3
70	2,5	2,9	3	3,4	7,8	10,2	4,6	3,7	1,2	2,2
71	3,5	3,9	4	1,6	8,4	8,6	6,3	5,3	0,8	1,2
72	4,7	4,8	4,2	0,9	7,7	7,9	5,6	4,6	1,8	1,7
73	6,5	6,7	6	1,2	9,6	9,7	7,5	6,5	2,4	1,2
74	8,6	8,7	8,1	1,9	11,6	11,8	9,5	8,5	3,1	1,5
75	8,4	8,6	7,9	3,1	11,5	11,6	9,4	8,4	3,6	2
76	8,3	8,5	7,8	3	11,4	11,5	9,3	8,3	3,1	1,5
77	5,5	6	6,2	8,7	11,6	11,7	9,5	8,5	7,9	8,9
78	3,9	4,4	4,6	7,1	10	10,2	7,9	6,9	6,3	7,3
79	2,6	3,1	3,7	4,3	7,2	7,4	5,1	4,1	3,6	4,6
80	0	0,4	0,7	4,6	5,4	5	2,5	2,6	3,8	4,8
81	0,4	0	0,6	5,5	4,6	4,2	2,2	2,3	4,7	5,7
82	0,7	0,6	0	4,8	4,7	4,4	1,8	2	4	5,1
83	4,6	5,5	4,8	0	8,6	8,8	6,5	5,5	3,6	2,1
84	5,4	4,6	4,7	8,6	0	1	1,6	2,7	6,6	7,6
85	5	4,2	4,4	8,8	1	0	2,2	3,4	7,3	8,3
86	2,5	2,2	1,8	6,5	1,6	2,2	0	0,9	4,8	5,8
87	2,6	2,3	2	5,5	2,7	3,4	0,9	0	4	5
88	3,8	4,7	4	3,6	6,6	7,3	4,8	4	0	1
89	4,8	5,7	5,1	2,1	7,6	8,3	5,8	5	1	0
90	3	2,9	2,3	3,7	3,5	4,2	1,8	0,9	3,9	4,3
91	3,6	3,5	2,9	3,6	4,1	4,8	2,4	1,5	3,7	4,2
92	4,5	5,4	4,7	3,1	7,3	7,9	5,5	4,7	3,3	3,8
93	4,8	5,7	5,1	2,1	6	6,6	4,2	3,4	3,6	3,9
94	5,5	6,3	5,7	1,1	8,3	8,9	6,5	5,6	3	2,8
95	5,4	6,3	5,7	1	8,2	8,9	6,4	5,6	3	2,8
96	5	5,8	5,2	0,6	7,8	8,4	6	5,2	2,6	2,4
97	5,5	5,9	6,1	3,4	9,7	10,3	7,9	7	3,1	2,1
98	12,3	13,1	12,5	7,6	15	15,7	13,3	12,4	3,9	3,2
99	10,5	11,4	10,7	5,9	13,3	14	11,5	10,7	4,9	3,9

Duraklar	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
50	12,4	12,2	11,8	10,8	9,7	9,7	9,2	4,3	3,6	3,4
51	12	11,9	11,4	10,5	9,4	9,3	8,9	4,7	3,9	3,8
52	12,6	12,5	12	11	9,9	9,9	9,5	6,6	5,2	5,1
53	12,2	12,1	11,7	10,7	9,6	9,6	9,1	5,2	4,5	4,3
54	12,4	12,3	11,8	10,9	9,8	9,7	9,3	5,2	4,4	4,3
55	14,5	14,4	13,9	12,9	11,8	11,8	11,4	6,6	5,6	8,1
56	5,7	5,6	5,1	5,5	6,2	6,1	5,7	1,2	1,8	2,3
57	5	4,9	4,5	4,8	5,5	5,5	5,1	0,8	1,7	2,1
58	4,1	4	3,5	3,9	4,6	4,5	4,1	1,8	2,6	3,1
59	3,4	3,3	2,8	3,2	3,9	3,9	3,4	2,8	3,6	5
60	2,8	3,4	5	5,4	6	6	5,5	7,4	12,8	11
61	2,9	3,5	5,3	5,7	6,3	6,3	5,8	6,1	13,1	11,4
62	3,5	4,1	5,7	6	6,7	6,6	6,2	8,1	13,4	11,7
63	5,2	5,8	6,9	7,2	7,9	7,8	7,4	9,3	14,6	12,9
64	4,7	5,3	8,5	7,2	9,4	9,4	9	10,9	16,2	14,5
65	3	3,6	6,7	5,4	7,7	7,7	7,2	9,1	14,5	12,7
66	4,5	4,4	4	3	2	2	1,5	2,8	3,9	4,6
67	1,9	2,5	4,3	4,6	5,3	5,2	4,8	6,7	12	10,3
68	2,9	3,4	3,4	3,8	4,4	4,4	3,9	5,5	11,2	9,4
69	3,5	3,4	3	3,3	4	3,9	3,5	5	10,7	9
70	3	2,9	2,5	2,8	4,3	4,2	3,8	4,2	11,1	9,3
71	2,6	2,5	2	2,4	2,5	2,4	2	3,8	4,5	5,2
72	2,8	2,7	2,2	2,6	1,8	1,8	1,3	4,2	8,6	6,9
73	4,7	4,6	4,1	3,1	2	2	1,5	2,5	3,8	4,5
74	6,7	6,6	6,2	3,9	2,8	2,7	2,3	2,7	3,3	4
75	6,5	6,4	6	5	3,9	3,9	3,4	2,5	3,2	3,9
76	6,4	6,3	5,9	4,9	3,8	3,8	3,3	2	2,7	3,3
77	8,1	9	8,6	8,9	9,6	9,5	9,1	10,1	16,3	14,6
78	6,5	7,5	7	7,3	8	7,9	7,5	8,6	14,8	13
79	3,7	4,7	4,2	4,6	5,2	5,2	4,7	6,6	12	10,2
80	3	3,6	4,5	4,8	5,5	5,4	5	5,5	12,3	10,5
81	2,9	3,5	5,4	5,7	6,3	6,3	5,8	5,9	13,1	11,4
82	2,3	2,9	4,7	5,1	5,7	5,7	5,2	6,1	12,5	10,7
83	3,7	3,6	3,1	2,1	1,1	1	0,6	3,4	7,6	5,9
84	3,5	4,1	7,3	6	8,3	8,2	7,8	9,7	15	13,3
85	4,2	4,8	7,9	6,6	8,9	8,9	8,4	10,3	15,7	14
86	1,8	2,4	5,5	4,2	6,5	6,4	6	7,9	13,3	11,5
87	0,9	1,5	4,7	3,4	5,6	5,6	5,2	7	12,4	10,7
88	3,9	3,7	3,3	3,6	3	3	2,6	3,1	3,9	4,9
89	4,3	4,2	3,8	3,9	2,8	2,8	2,4	2,1	3,2	3,9
90	0	0,6	1,2	1,6	3,3	3,3	5,6	7,5	12,9	11,1
91	0,6	0	0,6	1	2,7	2,7	2,9	5,8	13	11,3
92	1,2	0,6	0	0,4	2,1	2	2,3	5,7	11,3	9,5
93	1,6	1	0,4	0	1,7	1,7	1,9	5,4	10,5	8,8
94	3,3	2,7	2,1	1,7	0	0,045	0,5	4,1	8,6	6,8
95	3,3	2,7	2	1,7	0,045	0	0,4	4,1	8,5	6,8
96	5,6	2,9	2,3	1,9	0,5	0,4	0	3,7	8,1	6,3
97	7,5	5,8	5,7	5,4	4,1	4,1	3,7	0	0,8	1,3
98	12,9	13	11,3	10,5	8,6	8,5	8,1	0,8	0	0,5
99	11,1	11,3	9,5	8,8	6,8	6,8	6,3	1,3	0,5	0

Duraklar	100	101	102	103	104	105	106
50	3	2,1	1	5,8	5,5	7,8	10,1
51	3,4	2,5	1,4	6,2	5,9	9,7	9,8
52	4,7	3,8	2,7	8	7,7	10,2	10,3
53	3,9	3	1,9	6,7	6,4	9,9	10
54	3,9	3	1,9	6,7	6,4	10,1	10,2
55	7,7	4,1	3,3	13	12,7	12,1	12,2
56	2,7	2,9	3,3	1,7	1,4	3,3	4,9
57	2,5	3,3	3,7	1	0,7	2,6	4,3
58	4,5	4,3	4,7	0,6	0,3	1,7	3,3
59	4,7	5,7	5,7	1,6	1,3	1	2,6
60	10,7	11,4	12,2	6,2	5,9	5	4,7
61	11	11,8	12,5	4,4	4,6	5,4	5,1
62	11,3	12,1	12,8	6,9	6,6	5,7	5,4
63	12,5	13,3	14	8,1	7,8	6,9	6,6
64	14,1	14,9	15,6	9,7	9,3	8,5	8,2
65	12,4	13,1	13,9	7,9	7,6	6,7	6,4
66	4,2	7,4	8,2	3,1	2,7	0,7	1,4
67	9,9	10,7	11,4	5,5	5,2	4,3	4
68	9,1	9,8	10,6	4,3	4	3	3,1
69	8,6	9,4	10,1	3,8	3,5	2,5	2,7
70	8,9	9,7	10,4	3	2,7	1,7	3
71	4,8	7,9	8,7	2,6	2,3	0,7	1,2
72	6,5	7,2	8	3,1	2,8	1	0,6
73	4,1	6,3	7	2,8	2,5	1,2	2,1
74	3,6	5,8	6,6	3,1	2,8	1,9	4,5
75	3,5	5,7	6,4	3,6	3,3	2,7	4,3
76	3	4	5,1	3,1	2,8	2,2	4,2
77	14,2	15	15,7	7,6	7,9	8,6	8,3
78	12,7	13,4	14,1	6,1	6,3	7	6,7
79	9,9	10,6	11,4	5,4	5,1	4,2	3,9
80	10,2	10,9	11,6	3,7	3,9	4,5	4,2
81	11	11,8	12,5	4,2	4,4	5,4	5,1
82	10,4	11,1	11,9	4,4	4,6	4,7	4,4
83	5,5	6,3	7	3,7	3,4	1,8	1,5
84	12,9	13,7	14,4	8,5	8,2	7,3	7
85	13,6	14,4	15,1	9,1	8,8	8	7,7
86	11,2	11,9	12,7	6,7	6,4	5,5	5,2
87	10,3	11,1	11,8	5,8	5,5	4,7	4,4
88	4,6	5,6	6,7	1,9	1,5	0,9	1,8
89	3,6	4,6	5,7	2,5	2,2	1,6	2,5
90	10,8	11,5	12,3	6,3	6	5,1	4,8
91	10,9	11,7	12,4	4,6	4,3	3,3	5
92	9,2	9,9	10,6	4,5	4,2	3,2	3,2
93	8,4	9,2	9,9	4,9	4,6	2,9	2,5
94	6,4	7,2	7,9	4,4	4,1	2,6	2,1
95	6,4	7,2	7,9	4,4	4,1	2,6	2
96	6	6,7	7,5	4	3,7	2,1	1,6
97	1,7	2,7	3,4	2,6	2,2	4,2	5,1
98	0,8	1,9	2,9	3	2,7	4,2	8,3
99	0,4	1,4	2,5	3,2	2,8	4,3	7,8

Duraklar	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
100	13,9	3,7	4,7	4,1	4,9	5,1	5,3	3,8	4	4,7
101	13,4	4	5,6	4	4,9	4,1	4,4	2,9	3,1	4,9
102	13	4,4	4,5	2,9	3,8	3	3,3	1,8	2	6,2
103	17,1	2,8	4,9	5,2	6	6,6	7,8	7,1	7,3	3,7
104	16,8	2,5	4,6	4,9	5,6	6,3	7,5	6,8	7	3,4
105	19,1	4,4	6,6	6,9	7,7	9,8	10,1	8,6	8,8	5,3
106	18,2	6	11,1	11,1	12,8	11,2	11,5	10	10,6	8,8

Duraklar	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
100	5,2	5	3,8	3,6	8,6	4,4	4,3	3	3,8	2,9
101	5,4	5,3	4,1	3,9	9,4	6,1	6,9	4	4,5	3,6
102	7,1	5,7	4,5	4,3	10,1	6,8	7,6	5,1	5,3	4,4
103	4,3	2,7	2,3	2,7	9,1	3,3	3,1	3,1	4,2	4,7
104	3,9	3	2,6	2,4	8,8	3	2,8	2,8	3,8	4,4
105	5,8	4,6	4,5	4,3	8,2	1,4	1,3	2,2	2,8	3,8
106	9	8,7	8,9	9,2	7,8	2,1	1,9	4,2	3,2	5,9

Duraklar	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
100	14,1	15,2	13,6	11,1	12,9	10,3	8,5	8	2,7	2,9
101	14,8	16	14,4	11,8	13,6	11,1	9,3	8,8	3,7	4
102	15,5	16,7	15,1	12,6	14,4	11,8	10	9,5	4,8	5,1
103	9,6	10,8	9,2	6,6	8,4	4,5	3,9	3,4	2	1,8
104	9,3	10,5	8,9	6,3	8,1	4,2	3,6	3,1	1,7	1,5
105	8,4	9,6	8	5,5	7,2	4,7	2,6	2,1	2	1,8
106	8,1	9,3	7,7	5,2	6,9	4,4	2,6	2,1	2,9	2,7

Duraklar	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
100	3,1	3,8	3	5,8	4,9	4,5	3,9	3,6	3,3	2,7
101	5,5	4,9	4	6,1	5,1	4,8	4,1	3,8	3,5	3
102	6,2	6	5,1	8,4	5,5	5,2	4,5	4,2	3,9	3,4
103	2,8	1,9	3,2	3,3	2,4	1,8	1,7	1,4	1,9	1,8
104	2,4	1,6	1,6	3,9	2,9	2,4	1,8	1,5	2	1,5
105	1,8	1	2,3	5,2	4,3	3,7	3,8	3,4	3,9	3,4
106	2,7	1,9	3,2	7,3	8,2	8,4	5,4	5,1	5,6	5

Duraklar	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
100	1,7	1,2	3,1	4,6	4,6	5,6	5,3	6,1	2,7	2,7
101	1,9	1,5	1,3	4,8	4,8	5	5,1	12,4	1,8	1,8
102	2,4	2,2	1,4	5,2	5,2	5,5	5,5	6,3	1	0,7
103	2,5	2,9	5,3	2,5	1,3	0,9	0,9	1,6	5	5,5
104	2,2	2,6	5	2,6	1,8	1,4	1,1	1,9	4,7	5,2
105	4,3	4,6	6,5	4,1	3,1	2,8	2,4	3,2	7,1	7,5
106	9,6	9,2	7,9	8,3	4,8	4,4	4,1	5,7	9,2	8,9

Duraklar	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
100	3	3,4	4,7	3,9	3,9	7,7	2,7	2,5	4,5	4,7
101	2,1	2,5	3,8	3	3	4,1	2,9	3,3	4,3	5,7
102	1	1,4	2,7	1,9	1,9	3,3	3,3	3,7	4,7	5,7
103	5,8	6,2	8	6,7	6,7	13	1,7	1	0,6	1,6
104	5,5	5,9	7,7	6,4	6,4	12,7	1,4	0,7	0,3	1,3
105	7,8	9,7	10,2	9,9	10,1	12,1	3,3	2,6	1,7	1
106	10,1	9,8	10,3	10	10,2	12,2	4,9	4,3	3,3	2,6

Duraklar	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
100	10,7	11	11,3	12,5	14,1	12,4	4,2	9,9	9,1	8,6
101	11,4	11,8	12,1	13,3	14,9	13,1	7,4	10,7	9,8	9,4
102	12,2	12,5	12,8	14	15,6	13,9	8,2	11,4	10,6	10,1
103	6,2	4,4	6,9	8,1	9,7	7,9	3,1	5,5	4,3	3,8
104	5,9	4,6	6,6	7,8	9,3	7,6	2,7	5,2	4	3,5
105	5	5,4	5,7	6,9	8,5	6,7	0,7	4,3	3	2,5
106	4,7	5,1	5,4	6,6	8,2	6,4	1,4	4	3,1	2,7

Duraklar	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
100	8,9	4,8	6,5	4,1	3,6	3,5	3	14,2	12,7	9,9
101	9,7	7,9	7,2	6,3	5,8	5,7	4	15	13,4	10,6
102	10,4	8,7	8	7	6,6	6,4	5,1	15,7	14,1	11,4
103	3	2,6	3,1	2,8	3,1	3,6	3,1	7,6	6,1	5,4
104	2,7	2,3	2,8	2,5	2,8	3,3	2,8	7,9	6,3	5,1
105	1,7	0,7	1	1,2	1,9	2,7	2,2	8,6	7	4,2
106	3	1,2	0,6	2,1	4,5	4,3	4,2	8,3	6,7	3,9

Duraklar	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
100	10,2	11	10,4	5,5	12,9	13,6	11,2	10,3	4,6	3,6
101	10,9	11,8	11,1	6,3	13,7	14,4	11,9	11,1	5,6	4,6
102	11,6	12,5	11,9	7	14,4	15,1	12,7	11,8	6,7	5,7
103	3,7	4,2	4,4	3,7	8,5	9,1	6,7	5,8	1,9	2,5
104	3,9	4,4	4,6	3,4	8,2	8,8	6,4	5,5	1,5	2,2
105	4,5	5,4	4,7	1,8	7,3	8	5,5	4,7	0,9	1,6
106	4,2	5,1	4,4	1,5	7	7,7	5,2	4,4	1,8	2,5

Duraklar	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
100	10,8	10,9	9,2	8,4	6,4	6,4	6	1,7	0,8	0,4
101	11,5	11,7	9,9	9,2	7,2	7,2	6,7	2,7	1,9	1,4
102	12,3	12,4	10,6	9,9	7,9	7,9	7,5	3,4	2,9	2,5
103	6,3	4,6	4,5	4,9	4,4	4,4	4	2,6	3	3,2
104	6	4,3	4,2	4,6	4,1	4,1	3,7	2,2	2,7	2,8
105	5,1	3,3	3,2	2,9	2,6	2,6	2,1	4,2	4,2	4,3
106	4,8	5	3,2	2,5	2,1	2	1,6	5,1	8,3	7,8

Duraklar	100	101	102	103	104	105	106
100	0	1,1	2,2	3,5	3,2	4,4	7,4
101	1,1	0	1,1	4,4	4,1	5,8	7,2
102	2,2	1,1	0	4,8	4,5	6,4	8,5
103	3,5	4,4	4,8	0	0,3	2,2	3,9
104	3,2	4,1	4,5	0,3	0	1,9	3,6
105	4,4	5,8	6,4	2,2	1,9	0	0,9
106	7,4	7,2	8,5	3,9	3,6	0,9	0



ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Pelin DURAK

Yabancı Dil : İngilizce

Eğitim:

- 2009, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Endüstri Mühendisliği

Mesleki Geçmişi:

- 2011, Uzman Program Mühendisi, Savronik Elektronik Sanayi ve Ticaret A.Ş., Program Yönetimi

Yayınlar / Bildiriler:

- Durak, P. ve Kamışlı Öztürk, Z. (2021). Personel servisi rotalarının optimizasyonu. *Uluslararası Bilimsel Araştırmalar ve Yenilikçi Çalışmalar Sempozyumu (ISSRIS'21)*. Balıkesir: Bandırma Onyedi Eylül Üniversitesi, s.709-721. ISBN:978-625-44365-7-4.

Ödülleri:

- 2009, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, ESOGÜ Endüstri Mühendisliği Bölüm 3.lüğü, Eskişehir

Mesleki Birlik/Dernek/Kuruluş Üyelikleri:

- 2011, TMMOB Makine Mühendisliği Odası, Ankara