



**PİRİE – KİEREN MODELİNE GÖRE 7.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN  
DÖRTGENLER VE ARALARINDAKİ İLİŞKİYİ ANLAMLANDIRMA  
SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ**

**Havva Nur ÇETİN**

**Yüksek Lisans Tezi**

**Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı**

**Prof. Dr. Mehmet Fatih ÖÇAL**

**AĞRI – 2025**

**(Her hakkı saklıdır.)**

**T.C.**  
**AĞRI İBRAHİM ÇEÇEN ÜNİVERSİTESİ**  
**LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**  
**MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI**

**Havva Nur ÇETİN**

**PİRİE – KİEREN MODELİNE GÖRE 7.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN**  
**DÖRTGENLER VE ARALARINDAKİ İLİŞKİYİ ANLAMLANDIRMA**  
**SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ**  
**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Danışman: Prof. Dr. Mehmet Fatih ÖÇAL**

**Jüri Üyesi: Doç. Dr. Merve ÖZKAYA**

**Jüri Üyesi: Dr. Öğr. Üyesi Ömer Sinan CAN**

**AĞRI - 2025**

## TEZ BİLDİRİMİ

.../.../2025

### LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Ağrı İbrahim Çeçen Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğine göre hazırlamış olduğum “Pirie – Kieren Modeline Göre 7.Sınıf Öğrencilerinin Dörtgenler Ve Aralarındaki İlişkiyi Anlamlandırma Süreçlerinin İncelenmesi” adlı tezin tamamen kendi çalışmam olduğunu ve her alıntıya kaynak gösterdiğimi taahhüt eder, tezimin kâğıt ve elektronik kopyalarının Ağrı İbrahim Çeçen Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü arşivlerinde aşağıda belirttiğim koşullarda saklanmasına izin verdiğimi onaylarım.

Lisansüstü Eğitim-Öğretim Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca gereğinin yapılmasını arz ederim.

☒

Tezimin tamamı her yerden erişime açılabilir.

☐

Tezim sadece Ağrı İbrahim Çeçen Üniversitesi yerleşkelerinden erişime açılabilir.

☐

Tezimin 3 yıl süreyle erişime açılmasını istemiyorum. Bu sürenin sonunda uzatma için başvuruda bulunmadığım takdirde, tezimin tamamı her yerden erişime açılabilir.

.../.../2025

Havva Nur ÇETİN

## TEZ KABUL VE ONAY TUTANAĞI

### LİSANSÜSTÜ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

#### PİRİE – KİEREN MODELİNE GÖRE 7.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN DÖRTGENLER VE ARALARINDAKİ İLİŞKİYİ ANLAMLANDIRMA SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

Prof. Dr. Mehmet Fatih ÖÇAL danışmanlığında, Havva Nur ÇETİN tarafından hazırlanan bu çalışma, 18/11/2025 tarihinde aşağıda isimleri belirtilen jüri tarafından değerlendirilmiş olup Matematik ve Fen Bilimleri Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalında yüksek lisan tezi olarak **oybirliği** ile kabul edilmiştir.

Başkan : Doç. Dr. Merve ÖZKAYA

İmza :

Üye : Prof. Dr. Mehmet Fatih ÖÇAL

İmza :

Üye : Dr. Öğr. Üyesi Ömer Sinan CAN

İmza :

Yukarıdaki sonuç;

Enstitü Yönetim Kurulu .../.../... tarih ve .... / ..... numaralı  
kararı ile onaylanmıştır.

**Prof. Dr. Mehmet TEYFUR**

**Enstitü Müdürü**

**LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**  
**TEZ BENZERLİK RAPORU**

| Benzerlik Oranlarına Dair Beyannamedir |                 |                 |
|----------------------------------------|-----------------|-----------------|
| Öğrenci Adı Soyadı                     |                 |                 |
| Numarası                               |                 |                 |
| Ana Bilim Dalı                         |                 |                 |
| Bilim Dalı                             |                 |                 |
| Programı                               |                 |                 |
| Danışman Unvanı Adı<br>Soyadı          |                 |                 |
| Tez Başlığı                            |                 |                 |
| Bölümler                               | Turnitin Sonucu | En Yüksek Değer |
| Giriş                                  | % 6             | % 25            |
| Kuramsal Temeller/Kavramsal<br>Çerçeve | % 11            | % 30            |
| Materyal ve Yöntem                     | % 6             | % 30            |
| Araştırma Bulguları                    | % 2             | % 20            |
| Sonuç/Tartışma/Öneri                   | % 1             | % 20            |
| <b>TEZ (GENEL)</b>                     | % 6             | % 25            |

Yukarıda bilgileri yazılı tez çalışmasının benzerlik oranları Turnitin raporundan alındığı haliyle yazılmış olup tüm bilgilerin doğru olduğunu, aksi halde doğacak hukuki sorumlulukları kabul ve beyan ederiz.

İmza

Öğrenci Adı-Soyadı

İmza

Danışman Adı-Soyadı

## ÖNSÖZ

Bu araştırmada akademik başarı düzeyi düşük ve yüksek olan iki grup 7. sınıf öğrenci ile dörtgenlerde açı, kenar ve alan kavramlarını öğrenme, aralarındaki hiyerarşik düzeni belirlemede hangi yolları kullandıklarını tespit etmek ve anlamlandırma süreçlerini Pirie-Kieren teorisine göre incelemek amaçlanmıştır. Bununla birlikte akademik başarı düzeyleri birbirinden farklı olan bu öğrencilerin süreç içerisinde hangi katmanlarda gerçekleştirdiklerini de yorumlamak ve karşılaştırmak amaçlanmıştır. Bu bağlamda yapılan çalışmada öğrencilerin etkinlikler içerisinde yer alan ifadeleri ve yorumlarının hangi katmanlara göre nasıl gerçekleştiğine yönelik analizlere yer verilmiştir.

Yüksek lisans eğitimimde ve araştırma süreci boyunca benden bilgisini, deneyimlerini, zamanını esirgemeyen, yol göstericiliğiyle araştırma sürecine büyük katkı sağlayan, her türlü duruma sabırla rehberlik eden ve akademik kariyerimde önemli yere sahip olan değerli danışmanım Prof. Dr. Mehmet Fatih Öçal'a teşekkür ederim. Eğitim-öğretim kariyerimin ve hayatımın her alanında olduğu gibi bu süreçte de yanımda olan, desteğini, sevgisini, inancını daima hissettiren başta biricik eşim Resul Çetin'e, annem Asiye Bozdemir'e, babam Ali Bozdemir'e ve kardeşim Eda Bozdemir'e sonsuz teşekkür ederim. Onların bana olan inançları ve yanımda duruşları, akademik kariyerimde düştüğümde, yorulduğumda kaldığım yerden devam edebilmemde en büyük destek olmuştur. Bu çalışmada gönüllü olarak yer alan tüm öğrencilerime, ayırdıkları zaman ve özene teşekkür ederim. Buraya yazamadığım yüksek lisans sürecime katkı sağlayan tüm katılımcılara ve destek olan sevdiklerime minnettar olduğumu belirtirim.

....../....../2025

**Havva Nur ÇETİN**

## ÖZET

### YÜKSEK LİSANS TEZİ

#### PIRIE – KIEREN MODELİNE GÖRE 7.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN DÖRTGENLER VE ARALARINDAKİ İLİŞKİYİ ANLAMLANDIRMA SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

**Tez Danışmanı:** Prof. Dr. Mehmet Fatih ÖÇAL

**Jüri:** Doç. Dr. Merve ÖZKAYA

**Jüri:** Dr. Öğrt. Üyesi Ömer Sinan CAN

Bu çalışmanın amacı, akademik başarı düzeyi yüksek ve düşük olan öğrencilerin dörtgenler ve aralarındaki ilişkileri Pirie–Kieren modeline göre nasıl anlamlandırdıklarını incelemektir. Araştırma, nitel araştırma desenlerinden durum çalışması yöntemiyle yürütülmüş ve yedinci sınıfta öğrenim gören altı öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler için araştırmanın amacına uygun olarak dörtgenlerde aç, kenar ve alan kavramlarını ve bu kavramlar arasındaki ilişkileri ortaya çıkarabilecek etkinlikler hazırlanmıştır. Bu etkinliklere ilişkin daha derinlemesine bilgi elde etmek amacıyla öğrencilerle klinik mülakatlar yapılmıştır. Mülakatlardan elde edilen veriler, Pirie–Kieren modelinde yer alan katmanlar temel alınarak betimsel analiz yöntemiyle çözümlenmiştir. Analiz sonuçları, akademik başarı düzeyi yüksek ve düşük öğrencilerin anlamlandırma süreçlerinde belirgin farklılıklar bulunduğunu göstermektedir. Akademik başarı düzeyi düşük öğrencilerin soyutlama katmanına ulaşamadıkları; buna karşılık başarı düzeyi yüksek öğrencilerin bu katmana ulaşabildikleri ve hatta bu katmanı birden fazla kez deneyimleyebildikleri belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin dörtgenler ve aralarındaki hiyerarşik ilişkileri anlamlandırma süreçlerinde akademik başarı düzeyine bağlı farklılıklar gözlenmiştir. Benzer başarı düzeyine sahip öğrencilerin ise süreç boyunca benzer katmanlarda yer alma eğiliminde oldukları saptanmıştır.

**2025, ..... sayfa**

**Anahtar Kelimeler:** Geometri, Dörtgenler, Pirie-Kieren Modeli, Dörtgenler Arasındaki Hiyerarşik Yapı, İlişkilendirme

## **ABSTRACT**

### **MASTER’S THESIS**

#### **AN INVESTIGATION OF 7TH GRADE STUDENTS’ MEANING-MAKING PROCESSES OF QUADRILATERALS AND THEIR RELATIONSHIPS ACCORDING TO THE PIRIE–KIEREN MODEL**

**Thesis Advisor:** Prof. Dr. Mehmet Fatih ÖÇAL

**Jury Members:** Assoc. Prof. Dr. Merve ÖZKAYA

**Jury Members:** Dr. Lecturer Ömer Sinan CAN

The aim of this study is to examine how students with high and low academic achievement levels make sense of quadrilaterals and the relationships among them based on the Pirie–Kieren model. The research was conducted using a case study design, one of the qualitative research approaches, with six seventh-grade students. Activities were designed in line with the purpose of the study to help students explore angle, side, and area concepts in quadrilaterals, as well as the relationships among these concepts. To obtain more in-depth information regarding these activities, clinical interviews were conducted with the students. The data obtained from the interviews were analyzed through descriptive analysis according to the layers of the Pirie–Kieren model. The analysis results reveal notable differences between high- and low-achieving students in their meaning-making processes. It was found that students with low academic achievement could not reach the abstraction layer, whereas high-achieving students were able to reach this layer and even experience it multiple times. Additionally, differences were observed in students’ processes of making sense of quadrilaterals and their hierarchical relationships depending on their academic achievement levels. Students with similar academic achievement levels tended to remain within similar layers throughout the process.

**2025, ..... pages**

**Keywords:** Geometry, Quadrilaterals, Pirie–Kieren Model, Hierarchical Structure of Quadrilaterals, Making Connections

## İÇİNDEKİLER

|                                                                       |      |
|-----------------------------------------------------------------------|------|
| TEZ BİLDİRİMİ .....                                                   | iii  |
| TEZ KABUL VE ONAY TUTANAĞI.....                                       | i    |
| TEZ BENZERLİK RAPORU.....                                             | ii   |
| ÖNSÖZ.....                                                            | i    |
| ÖZET.....                                                             | ii   |
| ABSTRACT .....                                                        | iii  |
| İÇİNDEKİLER.....                                                      | vi   |
| TABLolar LİSTESİ.....                                                 | x    |
| ŞEKİLLER LİSTESİ.....                                                 | x    |
| KISALTMALAR DİZİNİ.....                                               | xiii |
| 1. GİRİŞ .....                                                        | 1    |
| 1.1.Problem Durumu.....                                               | 1    |
| 1.2.Araştırmanın Amacı.....                                           | 7    |
| 1.3.Araştırmanın Önemi.....                                           | 7    |
| 1.4.Araştırmanın Sayıltıları .....                                    | 11   |
| 1.5.Araştırmanın Sınırlılıkları .....                                 | 12   |
| 1.6.Tanımlar .....                                                    | 12   |
| 2.KURAMSAL ÇERÇEVE .....                                              | 15   |
| 2.1. Geometri ve Geometri Öğretimi .....                              | 15   |
| 2.2. Geometrinin Ortaokul Matematik Programındaki Yeri ve Önemi ..... | 20   |
| 2.3.Geometri Öğrenme Modelleri.....                                   | 25   |
| 2.3.1.Fischbein'in Şekilsel Kavram Teorisi .....                      | 26   |
| 2.3.2.APOS Teorisi.....                                               | 27   |
| 2.3.3.Duval'in Bilişsel Modeli .....                                  | 29   |

|                                                                                                                                     |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 2.3.4. Van Hiele Geometrik Düşünme Modeli.....                                                                                      | 30  |
| 2.3.5. Pirie-Kieren Teorisi.....                                                                                                    | 32  |
| 2.4. Yapılan Çalışmalar.....                                                                                                        | 35  |
| 2.4.1. Dörtgen Öğrenimi ile İlgili Yapılan Çalışmalar .....                                                                         | 35  |
| 2.4.2. Pirie Kieren Geometri Öğrenme Modeli ile İlgili Yapılan Çalışmalar .....                                                     | 38  |
| 3. YÖNTEM.....                                                                                                                      | 41  |
| 3.1. Araştırmanın Uygulama, Analiz ve Değerlendirme Süreci.....                                                                     | 41  |
| 3.2. Araştırma Deseni .....                                                                                                         | 42  |
| 3.3. Katılımcılar .....                                                                                                             | 44  |
| 3.4. Veri Toplama Araçları .....                                                                                                    | 47  |
| 3.4.1. Başarı Testi .....                                                                                                           | 47  |
| 3.4.2. Etkinlikler .....                                                                                                            | 51  |
| 3.4.3. Mülakat.....                                                                                                                 | 56  |
| 3.5. Veri Toplama Süreci .....                                                                                                      | 58  |
| 3.5.1. Klinik Mülakat.....                                                                                                          | 58  |
| 3.6. Veri Analizi .....                                                                                                             | 61  |
| 3.7. Geçerlik ve Güvenirlik .....                                                                                                   | 67  |
| 4. BULGULAR VE YORUMLAR .....                                                                                                       | 72  |
| 4.1. Akademik Başarı Seviyesi Yüksek Olan Öğrencilerin Dörtgenlerdeki Kavramları<br>Yapılandırma Süreçlerine İlişkin Bulgular ..... | 72  |
| 4.1.1. Akademik Başarı Seviyesi Yüksek Olan Öğrencilerin Açık Kavramını<br>Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular .....             | 72  |
| 4.1.1.1. Ahmet'in Dörtgenlerde Açık Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin<br>Bulgular .....                                       | 73  |
| 4.1.1.2. Büşra'nın Dörtgenlerde Açık Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin<br>Bulgular .....                                      | 84  |
| 4.1.1.3. Cansu'nun Dörtgenlerde Açık Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin<br>Bulgular .....                                      | 95  |
| 4.1.2. Akademik Başarı Seviyesi Yüksek Olan Öğrencilerin Kenar Kavramını<br>Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular .....            | 104 |
| 4.1.2.1. Ahmet'in Dörtgenlerde Kenar Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin<br>Bulgular .....                                      | 104 |

|                                                                                                                                   |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.1.2.2. Büşra'nın Dörtgenlerde Kenar Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular .....                                      | 111 |
| 4.1.2.3. Cansu'nun Dörtgenlerde Kenar Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular .....                                      | 116 |
| 4.1.3. Akademik Başarı Seviyesi Yüksek Olan Öğrencilerin Dörtgenlerde Alan Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular ..... | 122 |
| 4.1.3.1. Ahmet'in Dörtgenlerde Alan Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular .....                                        | 122 |
| 4.1.3.2. Büşra'nın Dörtgenlerde Alan Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular .....                                       | 125 |
| 4.1.3.3. Cansu'nun Dörtgenlerde Alan Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular .....                                       | 127 |
| 4.2. Akademik Başarısı Düşük Olan Öğrencilerin Dörtgenlerdeki Kavramları Yapılandırma Süreçlerine İlişkin Bulgular .....          | 130 |
| 4.2.1. Akademik Başarı Seviyesi Düşük Olan Öğrencilerin Açık Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular .....               | 130 |
| 4.2.1.1. Doruk'un Dörtgenlerde Açık Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular .....                                        | 130 |
| 4.2.1.3. Fatma'nın Dörtgenlerde Açık Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular .....                                       | 148 |
| 4.2.2. Akademik Başarı Seviyesi Düşük Olan Öğrencilerin Kenar Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular .....              | 157 |
| 4.2.2.1. Doruk'un Dörtgenlerde Kenar Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular .....                                       | 157 |
| 4.2.2.2. Elif'in Dörtgenlerde Kenar Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular .....                                        | 162 |
| 4.2.2.3. Fatma'nın Dörtgenlerde Kenar Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular .....                                      | 168 |
| 4.2.3. Akademik Başarı Seviyesi Düşük Olan öğrencilerin Alan Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular .....               | 175 |
| 4.2.3.1. Doruk'un Dörtgenlerde Alan Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular .....                                        | 175 |

|                                                                                                                                      |            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.2.3.2. Elif'in Dörtgenlerde Alan Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular .....                                            | 177        |
| 4.2.3.3. Fatma'nın Dörtgenlerde Alan Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular .....                                          | 180        |
| 4.3. Yüksek ve Düşük Akademik Başarı Gösteren Öğrencilerin Pirie-Kieren Modeline Göre Bulundukları Katmanlara İlişkin Bulgular ..... | 182        |
| <b>5.SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER .....</b>                                                                                           | <b>185</b> |
| <b>5.1.Sonuçlar ve Tartışma .....</b>                                                                                                | <b>185</b> |
| <b>5.2.Öneriler .....</b>                                                                                                            | <b>189</b> |
| <b>KAYNAKÇA.....</b>                                                                                                                 | <b>193</b> |
| <b>EKLER.....</b>                                                                                                                    | <b>211</b> |
| Ek1. BAŞARI TESTİ SORULARI.....                                                                                                      | 211        |
| Ek2. ETKİNLİKLER.....                                                                                                                | 222        |
| Ek3. ETİK KURUL KARARI.....                                                                                                          | 227        |
| Ek4. ARAŞTIRMA UYGULAMA İZNİ .....                                                                                                   | 228        |
| <b>ÖZGEÇMİŞ .....</b>                                                                                                                | <b>229</b> |

## TABLÖLAR LİSTESİ

|                                                                                                                                                                    |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Tablo 1.</b> İlköğretim matematik programında yer alan matematik dersi kazanımları süresi ve geometri öğrenme alanına ait kazanımların süresi (MEB, 2018) ..... | 22  |
| Tablo 2. Öğrencilere ait demografik bilgiler .....                                                                                                                 | 45  |
| Tablo 3. Başarı testi sorularının ait olduğu kazanımlar .....                                                                                                      | 50  |
| Tablo 4. Akademik Başarı Düzeylerinin Puan Aralıkları .....                                                                                                        | 51  |
| Tablo 5. Etkinlik isimleri ve kullanım amaçları .....                                                                                                              | 52  |
| Tablo 6. Etkinliklerin uygulanmasına ait bilgiler .....                                                                                                            | 60  |
| Tablo 7. Pirie-Kieren modeli katman isimleri ve kodlamaları .....                                                                                                  | 62  |
| Tablo 8. Pirie-Kieren modeli katman içerikleri ve öğrenci davranışları.....                                                                                        | 63  |
| Tablo 9. Etkinliklerin uygulanma süreleri .....                                                                                                                    | 66  |
| Tablo 10. Öğrencilerin en çok yer aldığı katmanlar .....                                                                                                           | 183 |

## ŞEKİLLER LİSTESİ

|                                                                                                                  |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Şekil 1. APOS Teorisi Şeması.....                                                                                | 28  |
| Şekil 2. Pirie-Kieren Modeli Katmanları .....                                                                    | 33  |
| Şekil 3. Araştırmanın uygulama, analiz ve değerlendirme süreci .....                                             | 41  |
| Şekil 4. Öğrenci seçim süreci .....                                                                              | 45  |
| Şekil 5. Etkinliklere ait çalışma kâğıtları .....                                                                | 55  |
| Şekil 6. Dörtgenlerde açılar etkinliğinin materyali.....                                                         | 73  |
| Şekil 7. Ahmet'in dörtgenlerde açı kavramını çalışma kâğıdı üzerindeki yapılandırma sürecindeki gelişimi .....   | 78  |
| Şekil 8. Geometri tahtası etkinliğinin uygulanması.....                                                          | 79  |
| Şekil 9. Ahmet'in dörtgenlerde açı kavramını geometri tahtası üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi .....   | 81  |
| Şekil 10. Geogebra'da açı etkinliğinin uygulanması .....                                                         | 82  |
| Şekil 11. Ahmet'in dörtgenlerde açı kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi .....          | 84  |
| Şekil 12. Dörtgenlerde açılar etkinliğinin materyali.....                                                        | 85  |
| Şekil 13. Büşra'nın dörtgenlerde açı kavramını çalışma kâğıdı üzerindeki yapılandırma sürecindeki gelişimi ..... | 89  |
| Şekil 14. Geometri tahtası etkinliğinin uygulanması.....                                                         | 90  |
| Şekil 15. Büşra'nın dörtgenlerde açı kavramını geometri tahtası üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi ..... | 92  |
| Şekil 16. Geogebra'da açı etkinliğinin uygulanması .....                                                         | 93  |
| Şekil 17. Büşra'nın dörtgenlerde açı kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi .....         | 94  |
| Şekil 18. Dörtgenlerde açılar etkinliğinin uygulanması.....                                                      | 95  |
| Şekil 19. Cansu'nun dörtgenlerde açı kavramını çalışma kâğıdı üzerindeki yapılandırma sürecindeki gelişimi.....  | 98  |
| Şekil 20. Geometri tahtası etkinliğinin materyali .....                                                          | 99  |
| Şekil 21. Cansu'nun dörtgenlerde açı kavramını geometri tahtası üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi.....  | 101 |
| Şekil 22. Geogebra'da açı etkinliğinin uygulanması .....                                                         | 102 |
| Şekil 23. Cansu'nun dörtgenlerde açı kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi .....         | 103 |
| Şekil 24. Ahmet'in dörtgenlerde kenar kavramını çalışma kâğıdı üzerindeki yapılandırma sürecindeki gelişimi..... | 107 |
| Şekil 25. Geogebra'da kenar etkinliğinin uygulanması .....                                                       | 108 |
| Şekil 26. Ahmet'in dörtgenlerde kenar kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi .....        | 110 |
| Şekil 27. Dörtgenler kenar etkinliğinin materyali .....                                                          | 111 |
| Şekil 28. Büşra'nın dörtgenlerde kenar kavramını çalışma kâğıdı üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi.....  | 114 |
| Şekil 29. Geogebra kenar etkinliğinin uygulaması.....                                                            | 115 |
| Şekil 30. Büşra'nın dörtgenlerde kenar kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi .....       | 116 |
| Şekil 31. Dörtgenler kenar etkinliği materyali .....                                                             | 117 |

|                                                                                                                   |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Şekil 32. Cansu'nun dörtgenlerde kenar kavramını çalışma kâğıdı üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi.....   | 119 |
| Şekil 33. Geogebra kenar etkinliği uygulanması.....                                                               | 120 |
| Şekil 34. Cansu'nun dörtgenlerde kenar kavramını geogebra üzerindeki yapılandırma sürecindeki gelişimi .....      | 121 |
| Şekil 35. Geogebra alan etkinliğinin uygulanması .....                                                            | 122 |
| Şekil 36. Ahmet'in dörtgenlerde alan kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi .....          | 124 |
| Şekil 37. Geogebra alan etkinliğinin uygulanması .....                                                            | 125 |
| Şekil 38. Büşra'nın dörtgenlerde alan kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişim .....          | 127 |
| Şekil 39. Geogebra Alan Etkinliği Uygulaması .....                                                                | 128 |
| Şekil 40. Cansu'nun dörtgenlerde alan kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi .....         | 129 |
| Şekil 41. Dörtgenler açısı etkinliği materyali .....                                                              | 131 |
| Şekil 42. Doruk'un dörtgenlerde açısı kavramını çalışma kâğıdı üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi .....   | 134 |
| Şekil 43. Geometri tahtası etkinliği materyali.....                                                               | 135 |
| Şekil 44. Doruk'un dörtgenlerde açısı kavramını geometri tahtası üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi.....  | 136 |
| Şekil 45. Geogebra açısı etkinliği .....                                                                          | 137 |
| Şekil 46. Doruk'un dörtgenlerde açısı kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi .....         | 138 |
| Şekil 47. Dörtgenler açısı etkinliği materyali .....                                                              | 139 |
| Şekil 48. Elif'in dörtgenlerde açısı kavramını çalışma kâğıdı üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi .....    | 143 |
| Şekil 49. Geometri tahtası etkinliği materyali.....                                                               | 144 |
| Şekil 50. Elif'in dörtgenlerde açısı kavramını geometri tahtası üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi .....  | 145 |
| Şekil 51. Geogebra açısı etkinliği .....                                                                          | 146 |
| Şekil 52. Elif'in dörtgenlerde açısı kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi .....          | 147 |
| Şekil 53. Dörtgenler açısı etkinliği materyali .....                                                              | 148 |
| Şekil 54. Fatma'nın dörtgenlerde açısı kavramını çalışma kâğıdı üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi .....  | 152 |
| Şekil 55. Geometri tahtası etkinliği materyali.....                                                               | 153 |
| Şekil 56. Fatma'nın dörtgenlerde açısı kavramını geometri tahtası üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi..... | 154 |
| Şekil 57. Geogebra açısı etkinliği uygulanması.....                                                               | 155 |
| Şekil 58. Fatma'nın dörtgenlerde açısı kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi .....        | 156 |
| Şekil 59. Dörtgenlerde kenar etkinliği materyali.....                                                             | 157 |
| Şekil 60. Doruk'un dörtgenlerde kenar kavramını çalışma kâğıdı üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi.....    | 159 |
| Şekil 61. Geogebra kenar etkinliği uygulanması.....                                                               | 160 |
| Şekil 62. Doruk'un dörtgenlerde kenar kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi .....         | 161 |
| Şekil 63. Dörtgenler kenar etkinliği materyali .....                                                              | 162 |

|                                                                                                                 |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Şekil 64. Elif'in dörtgenlerde kenar kavramını çalışma kâğıdı üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi .....  | 165 |
| Şekil 65. Geogebra kenar etkinliği uygulanması.....                                                             | 166 |
| Şekil 66. Elif'in dörtgenlerde kenar kavramının geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi .....       | 167 |
| Şekil 67. Dörtgenlerde kenar etkinliği materyali.....                                                           | 168 |
| Şekil 68. Fatma'nın dörtgenlerde kenar kavramını çalışma kâğıdı üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi..... | 171 |
| Şekil 69. Geogebra kenar etkinliği uygulanması.....                                                             | 172 |
| Şekil 70. Fatma'nın dörtgenlerde kenar kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi .....      | 174 |
| Şekil 71. Geogebra alan etkinliği.....                                                                          | 175 |
| Şekil 72. Doruk'un dörtgenlerde alan kavramının geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi .....       | 177 |
| Şekil 73. Geogebra alan etkinliğinin uygulanması .....                                                          | 177 |
| Şekil 74. Elif'in dörtgenlerde alan kavramının geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi .....        | 179 |
| Şekil 75. Geogebra alan etkinliği uygulamas.....                                                                | 180 |
| Şekil 76. Fatma'nın dörtgenlerde alan kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi .....       | 182 |

## KISALTMALAR DİZİNİ

MEB: Millî Eğitim Bakanlığı

İBK : Pirie-Kieren teorisi ilkel bilgi katmanının kısaltması

GOK : Pirie-Kieren teorisi görüntü oluşturma katmanının kısaltması

GSOK : Pirie-Kieren teorisi görüntüye sahip olma katmanının kısaltması

ÖFEK : Pirie-Kieren teorisi özelliği fark etme katmanının kısaltması

SK : Pirie-Kieeren teorisi soyutlama katmanının kısaltması

GK : Pirie-Kieren teorisi gözlemlleme katmanının kısaltması

YK : Pirie-Kieren teorisi yapılandırma katmanının kısaltması

KK : Pirie-Kieren teorisi keşfetme katmanının kısaltması

## 1. GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın amacı doğrultusunda problem durumu, araştırmanın amacı, araştırmanın önemi, araştırmanın sayıltıları, araştırmanın sınırlılıkları ve tanımlar açıklanmıştır. Ayrıca araştırmanın içinde geçen bazı kavramların tanımları verilmiştir.

### 1.1.Problem Durumu

Öğrenciler, çok küçük yaşlardan itibaren çevrelerinde karşılaştıkları imgeler aracılığıyla kavramları öğrenmeye başlarlar. Kavramlar, nesnelerin özelliklerini, niteliklerini ve diğer nesnelerle olan benzerlik ve farklılıklarını tanımlayan zihinsel yapılardır (Argün & Dede, 2004). Kavram öğrenimi aşamalı bir süreç olup, özellikle matematiksel kavramların soyut yapısı nedeniyle bu sürecin daha uzun zaman alması muhtemeldir (Khatin-Zadeh vd., 2023). Rodríguez-Nieto ve arkadaşları (2023), matematikte kavramlar arasındaki ilişkileri anlamlandırma, bu ilişkileri ifade edebilme ve ispatlayabilmenin matematiksel düşünmenin merkezinde yer aldığını belirtmektedir. Bu süreç, bireylerin iki ya da daha fazla fikir, kavram, temsil ya da işlem arasında anlamlı bağlantılar kurabilme becerileriyle ilişkilidir. Bu doğrultuda matematik, çoğunlukla ardışık ve yığılmalı bir disiplin olarak nitelendirilmektedir (Bingölbali & Coşkun, 2016). Her bir matematiksel kavram, kendisinden önce öğrenilmiş kavramlara dayanan bir yapıya sahip olduğu gibi, sonraki kavramlar için de temel oluşturmaktadır. Bingölbali ve Coşkun (2016), matematiğin ardışık ve yığılmalı yapısını bu kavramsal bağlantılarla ilişkilendirmiştir.

Bu bağlamda Mumcu (2018), öğrencilerin matematiksel kavramları ve kavramlar arasındaki ilişkileri anlamlandırma, yorumlama ve ispatlama gibi temel matematiksel becerilere sahip olmaları gerektiğini vurgulamaktadır. Dolayısıyla matematiksel kavramlar, özellikleri ve birbirleriyle olan ilişkileri ortaya çıkaracak şekilde öğretilmelidir (Argün & Dede, 2004). Bu öğretim sürecinde matematiksel kavramların bir zincirin halkaları gibi birbirine bağlı olduğu unutulmamalı ve kavramlar ardışık bir bütünlük içinde ele alınmalıdır (Soylu & Aydın, 2006; Yenilmez & Demirhan, 2013). Aksi takdirde, bu zincirde meydana gelebilecek bir kopukluk öğrencinin ilerleyen öğrenme süreçlerinde güçlük yaşamasına veya matematiğe yönelik olumsuz tutum geliştirmesine neden olabilir (Kahraman, 2002).

Bu noktada Argün ve Dede (2004), matematiksel kavram öğretiminde öğrenme sürecinin niteliğini belirleyen bir dizi temel ilke önermektedir. Araştırmacılar, kavram öğretiminin öğrencilerin mevcut bilişsel yapılarıyla uyumlu bir biçimde ilerlemesi gerektiğini ve öğrenmenin somut temsillerden başlayarak aşamalı biçimde soyut yapılara yönelmesinin kavramsal anlamayı desteklediğini belirtmektedir. Benzer şekilde Altun (2020), matematik öğretiminde kavramların etkili biçimde öğrenilebilmesi için öncelikle öğrencinin düzeyine uygun biçimde somutlaştırılmasının önemini vurgulamaktadır. Somutlaştırma, soyut matematiksel fikirlerin öğrencilerin zihninde anlamlı temsillerle ilişkilendirilmesine katkı sağlar. Ayrıca öğretilecek kavramların yalnızca işlemsel düzeyde değil, kavramsal bilgi boyutunda ele alınması, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin gelişimi açısından gereklidir (Skemp, 1976). Bu yaklaşım doğrultusunda öğrenciler, kavramların birbiriyle olan ilişkilerini daha derinlemesine anlayabilir ve öğrendikleri bilgileri yeni durumlara transfer edebilirler.

Bunun yanında, matematiksel bilginin çok boyutlu yapısı gereği kavramların tek bir gösterim biçimiyle sınırlı tutulmasının yetersiz olduğunu; sözel, görsel, cebirsel ve grafiksel temsiller arasında geçiş yapılmasının öğrencinin kavramsal derinliğini artırdığını ifade etmektedirler (Argün & Dede, 2004). Araştırmacılar ayrıca kavramlar arası ilişkilerin kurulmasının anlamlandırma sürecine önemli katkılar sunduğunu ve öğrencinin öğrenme sürecine etkin katılımının hem pedagojik hem de bilişsel açıdan gereklilik taşıdığını belirtmektedir. Kavramsal öğrenme sürecinde ortaya çıkabilecek yanlışların belirlenerek giderilmesinin ise öğrenmenin doğruluğu ve kalıcılığı açısından kritik olduğu vurgulanmaktadır (Argün & Dede, 2004). Son olarak, değerlendirme süreçlerinin yalnızca ürün odaklı değil, öğrenme sürecinin bütününe kapsayacak biçimde ele alınmasının gerekliliği dile getirilmektedir (Argün & Dede, 2004).

Bunun yanında, matematiksel bilginin çok boyutlu yapısı gereği kavramların tek bir temsil türüyle sınırlandırılmasının yetersiz olduğu; sözel, görsel, cebirsel ve grafiksel temsiller arasında geçiş yapılmasının öğrencilerin kavramsal anlayışını derinleştirdiği belirtilmektedir (Argün & Dede, 2004). Araştırmacılar ayrıca kavramlar arasındaki ilişkilerin kurulmasının anlamlandırma sürecine önemli katkılar sunduğunu ve öğrencinin öğrenme sürecine etkin katılımının hem pedagojik hem de

bilişsel açıdan gereklilik taşıdığını ifade etmektedir. Kavramsal öğrenme sürecinde ortaya çıkabilecek yanlışların belirlenerek giderilmesi ise öğrenmenin doğruluğu ve kalıcılığı açısından kritik bir unsur olarak değerlendirilmektedir (Argün & Dede, 2004). Son olarak, değerlendirme süreçlerinin yalnızca sonuca değil, öğrenmenin bütününe odaklanacak biçimde yapılandırılması gerektiği vurgulanmaktadır (Argün & Dede, 2004).

Matematiksel ilişkilendirme becerisi, matematik öğrenme sürecinin temel bileşenlerinden biri olarak kabul edilmektedir (Baykul, 2019; NCTM, 2000). İlişkilendirmeye yönelik farklı tanımlar yapılmakla birlikte bu tanımların ortak yönü, matematiksel ilişkilendirmenin matematiksel fikirler arasında bir köprü ya da bağlantı kurma süreci olarak ele alınmasıdır (Eli, 2009). Bu bağlamda Mumcu (2018), matematiksel ilişkilendirme becerisini bireyin matematiksel kavramlar, işlemler, temsiller ve gerçek yaşam durumları arasında anlamlı bağlantılar kurabilme yeteneği olarak tanımlamaktadır. Bu beceri, öğrencinin matematiksel bilgileri farklı bağlamlarda ilişkilendirerek daha derin bir kavramsal anlayış geliştirmesine katkı sağlamaktadır. Utomo (2020) ise ilişkilendirmenin, öğrencilerin problem çözme sürecinde uygun stratejileri seçebilme ve mantıksal gerekçelendirme yapabilme farkındalığıyla ilişkili olduğunu belirtmektedir. Bu anlayış, yalnızca işlemsel bilgiye değil, kavramsal bağlantıların farkında olmaya da dayanmaktadır.

Türkiye’de uygulanmakta olan matematik öğretim programında da öğrencilerden, matematiksel kavramlar arasında ya da matematik ile diğer disiplinler arasında ilişkilendirmeler yapmaları beklenmektedir. Programda, yapılacak bu ilişkilendirmeler sayesinde kavramların öğrencilerin zihninde daha anlamlı bir şekilde yer edeceği ve anlamlı öğrenmenin gerçekleşeceği ifade edilmektedir (MEB, 2013, s. 8). Matematiksel kavramlar arasındaki ilişkileri kurabilen öğrencilerin, kavramlara yönelik genellemelere kendi çalışmalarıyla ulaşabilecekleri; bu sürecin ise öğrenmenin kalıcılığını artıracakı belirtilmektedir.

Matematiksel ilişkilendirmenin öğrenme sürecindeki önemine ilişkin alanyazında birçok çalışma bulunmaktadır. Ball, Hill ve Bass (2005), ilişkilendirmenin öğrencilerin önceki bilgileri ile yeni öğrenilecek kavramlar arasında anlamlı bağlar kurmalarına olanak tanıdığını ve bu yolla öğrenmenin

kalıcılığını artırdığını belirtmektedir. Benzer şekilde Skemp (1976), ilişkilendirerek anlamanın kavramsal yapıyı zenginleştirdiğini ve daha derin bir matematiksel anlayış geliştirdiğini vurgulamaktadır. Bu doğrultuda, dörtgenler öğrenme alanında yer alan kare, dikdörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuk gibi şekiller arasındaki hiyerarşik ilişkilerin kavranmasında da öğrencilerin ilişkilendirme becerilerinin önemli bir rol oynadığı görülmektedir.

Geometri, şekillerin ve geometrik cisimlerin özelliklerini ve aralarındaki ilişkileri konu alan matematiğin temel bir alt alanıdır (Deringöl 2020; Öztürk & Demirel, 2023). Geometri öğretiminde, öğrencilerin gerçek yaşam durumları ile soyut geometrik kavramlar arasındaki bağlantıları kurabilmeleri için ilkökul düzeyinden itibaren geometrik şekillere ilişkin çalışmaların yapılması önerilmektedir (NCTM, 2000). Bu bağlamda, görselliği artıran etkinlik ve uygulamalara yer verilmesi hem öğretim sürecinin kolaylaşmasına hem de öğrenme ortamının zenginleşmesine katkı sağlamaktadır (Önal & Göloğlu Demir, 2012). Öğretim sürecinde görsel materyallerin kullanımının artırılması, birden fazla duyunun eşzamanlı olarak harekete geçirilmesini sağlayarak öğrenmenin niteliğini ve etkililiğini güçlendirmektedir.

Türkiye’de geometri öğretimi okul öncesinden lise düzeyine kadar tüm öğretim kademelerinde matematik programının önemli bir bileşeni olarak yer almaktadır. Bu doğrultuda, geometri öğretiminde matematik öğretmenlerine önemli sorumluluklar düşmektedir. Öğretmenlerin geometri öğretimini etkili bir biçimde gerçekleştirebilmeleri için kapsamlı bir alan bilgisine sahip olmalarının yanı sıra üst düzey geometrik düşünme becerilerine de sahip olmaları gerekmektedir (Öztürk & Demirel, 2023).

Geometri öğretimi kapsamında geometrik kavramların öğretimi önemli bir yer tutmaktadır. Ancak, geleneksel öğretim yöntemlerinin ağırlıkta olduğu sınıf ortamlarının kavramsal öğrenme süreci üzerinde olumsuz etkiler oluşturduğu belirtilmektedir (Bingölbali & Özmantar, 2015). Bu tür öğretim ortamlarında geometrik kavramların öğretimi çoğunlukla yüzeysel düzeyde kalmakta; öğrenciler bilgiyi ezberlemeye yöneldikleri için kavramlar arasındaki ilişkileri fark etme ve anlamlı bağlantılar kurma becerileri yeterince gelişmemektedir (Hiebert & Carpenter,

1992; Baykul, 2019). Bunun sonucunda öğrencilerin problem çözme sürecinde farklı stratejiler geliştirememeleri ve yeni durumlara uyum sağlamakta zorlanmaları gibi bilişsel yetersizlikler görülebilmektedir (Van de Walle Karp & Bay-Williams, 2019). Ayrıca, öğrencilerin derse yönelik motivasyonlarının azalması ve matematiği zor, soyut bir alan olarak algılama eğilimlerinin artması da geleneksel öğretimin olumsuz etkileri arasında yer almaktadır (Boaler, 2016). Tüm bu etkenler öğrenmenin kalıcılığını azaltmakta ve öğrencilerin matematiksel bilgilerini yeni durumlara transfer etmelerini güçleştirmektedir (Özdemir & Deringöl, 2019). Bu nedenle, geometri kavram öğretiminde öğrencinin aktif rol aldığı, öğretmenin ise rehberlik sunduğu öğrenme ortamlarının oluşturulması önem taşımaktadır.

Geometri öğretiminde öğrencilerin kavramsal anlamalarını derinleştirmek ve geometrik düşünme becerilerini geliştirmek amacıyla farklı bilişsel yaklaşımlar kullanılmaktadır. Bunlar arasında Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri (1986), Fischbein'in Şekilsel Kavram Teorisi (1993), Duval'ın Bilişsel Modeli (1999), APOS Teorisi (Dubinsky & McDonald, 2001) ve Pirie-Kieren Teorisi (1994) yer almaktadır. Bu beş yaklaşım, matematiksel düşünme süreçlerini ve özellikle geometrik kavramların öğrenilme biçimlerini açıklamaya yönelik olarak geliştirilmiş temel bilişsel modeller arasında bulunmaktadır. Her ne kadar farklı kuramsal perspektifler sunsalar da tümünün ortak noktası, öğrencinin zihinsel süreçlerine, kavramsal anlamının oluşumuna ve soyutlamanın ilerleyişine odaklanmalarıdır (Van Hiele, 1986; Fischbein, 1993; Duval, 1999; Dubinsky & McDonald, 2001; Pirie & Kieren, 1994).

Farklı öğrenme modelleri, öğrencilerin kavramsal gelişimlerini çeşitli açılardan desteklemektedir. Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri ile Pirie-Kieren Teorisi, kavramların aşamalı olarak öğrenilmesine vurgu yapmakla birlikte, Van Hiele modeli daha çok hiyerarşik ve sabit düzeylere dayalı bir yapı sunmaktadır (Clements & Battista, 1992). Buna karşın Pirie-Kieren yaklaşımı, öğrenmeyi dinamik, esnek ve süreç odaklı bir yapı çerçevesinde ele almakta; öğrencilerin kavramsal gelişimlerini iç içe geçmiş halkalar üzerinden açıklamaktadır (Pirie & Kieren, 1994). Öte yandan Fischbein'in Şekilsel Kavram Teorisi (1993), Duval'ın Bilişsel Modeli (1999) ve APOS Teorisi (2001), kavramların zihinsel temsiller ve bilişsel dönüşümler yoluyla nasıl anlaşıldığını açıklamakla birlikte, öğrencinin

öğrenme sürecindeki aktif rolünü Pirie-Kieren modeli kadar belirgin bir şekilde yapılandırmamaktadır (Duval, 1999; González & Tall, 2001; Fischbein, 1993). Bu yönüyle Pirie-Kieren yaklaşımı, öğrencilerin ön bilgilerini yeni öğrenmelerle ilişkilendirmesi, kavramsal yapılarını kendi deneyimleri üzerinden inşa etmesi ve bireysel öğrenme farklılıklarının gözetilmesine imkân tanınması açısından diğer modellere göre daha esnek ve uygulanabilir bir çerçeve sunmaktadır (Pirie & Kieren, 1994). Dolayısıyla, geometri kavram öğretiminde öğrencinin aktif olduğu, sürecin izlenebilir olduğu ve anlamlı öğrenmenin desteklendiği ortamları incelemeye olanak sağlaması nedeniyle bu model özellikle tercih edilmektedir.

Pirie-Kieren teorisinin geometri öğretiminde kullanılabilir olmasının temel gerekçelerinden biri, kavram öğrenme sürecinde öğrencilerin önceki bilgileriyle yeni bilgileri ilişkilendirerek kavramsal yapıları sarmal bir biçimde inşa etmelerine olanak tanınmasıdır. Geometri öğretiminde bir kavram tam olarak anlaşılmadan bir sonraki kavrama geçmenin güç olduğu bilinmektedir (Hızarcı vd., 2006). Bununla birlikte öğrenciler öğrenme sürecinde önceki ve yeni bilgileri arasında geçişler yaparak doğrusal olmayan, sarmal bir öğrenme yapısı oluşturabilmektedirler (Irvine, 2023, s. 3). Yapılandırmacı bir temelde geliştirilen bu teorisinin öğrenme ortamlarında kullanılması, öğrencilerin geometri kavramlarını daha anlamlı ve kalıcı biçimde öğrenmelerine katkı sağlamaktadır. Özellikle kare, dikdörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuk gibi dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkilerin öğrenciler tarafından anlaşılmasında yaşanan güçlükler (Çoban & Koyunkaya, 2022), bu çalışmada Pirie-Kieren teorisinin tercih edilmesinin diğer bir gerekçesini oluşturmaktadır. Bu doğrultuda öğrencilerin hem kavramsal ilişkileri hem de bu ilişkiler arasındaki geçişleri daha derinlemesine anlamlandırmaları hedeflenmektedir.

Pirie-Kieren dinamik modeli, birbirinin içine geçmiş sekiz halkadan (katmandan) oluşan yapıyla öğrenme sürecini açıklamaktadır (Yao & Manouchehri, 2020). Bu sekiz katman birbiriyle ilişkili ve birbirini kapsayan halkalar biçiminde düzenlenmiştir. Matematik ve geometri öğretiminde kullanılan bu model, geleneksel öğretim anlayışlarının aksine, öğrencinin öğrenme sürecinde aktif olması gerektiğini ve öğrenmenin bir sonuçtan ziyade süreç olarak değerlendirilmesi gerektiğini savunmaktadır (Pirie & Kieren, 1994). Model, en içte yer alan “ilkel bilgi” katmanından başlayarak en dışta yer alan “keşfetme” katmanına kadar ilerleyen bir

öğrenme sürecini kapsamaktadır. Öğrencilerin katmanlar arasındaki ilerlemelerini ve öğrenme düzeylerini izlemek için iç içe geçmiş sekiz halkadan oluşan görsel harita kullanılmaktadır. Bu sayede öğrencinin öğrenmeyi hangi katmanda tamamladığı, en çok hangi katmanda yer aldığı ve en fazla hangi katmana çıkabildiği gibi süreç verileri ayrıntılı biçimde ortaya konabilmektedir (Negara Turmudi & Wahyudin, 2024, s. 242).

## **1.2.Araştırmanın Amacı**

Problem durumunda vurgulandığı üzere, matematiksel kavramlar arasında anlamlı ilişkiler kurabilme becerisi, matematik öğreniminin temel bileşenlerinden biridir. Bu bağlamda, çalışmada öğrencilerin matematiksel kavramları daha derinlemesine anlamaları ve kavramlar arasındaki ilişkileri yapılandırma süreçleri Pirie–Kieren teorisi çerçevesinde ele alınmıştır. Pirie ve Kieren tarafından geliştirilen bu model, matematiksel anlamayı hiyerarşik ancak esnek bir yapıda tanımlamakta; katmanları birbirinden bağımsız çıktılar olarak değil, birbirini takip eden, birbirini besleyen ve öğrenme sürecinin dinamik doğasını yansıtan aşamalar olarak sunmaktadır.

Araştırmanın amacı doğrultusunda, ortaokul 7. sınıf öğrencileriyle yürütülen bu çalışmada aşağıdaki alt problemlere yanıt aranmıştır:

- Akademik başarı düzeyi yüksek öğrenciler, Pirie–Kieren dinamik modelindeki katmanlara göre dörtgenlerde açı, kenar ve alan kavramlarını nasıl yapılandırmışlardır?
- Akademik başarı düzeyi düşük öğrenciler, Pirie–Kieren dinamik modelindeki katmanlara göre dörtgenlerde açı, kenar ve alan kavramlarını nasıl yapılandırmışlardır?
- Pirie–Kieren dinamik modeline göre dörtgenlere ilişkin kavram öğrenme ve anlama süreçlerinde akademik başarıları düşük ve yüksek öğrencilerin ulaştıkları katmanlar arasında farklılıklar var mıdır?

## **1.3.Araştırmanın Önemi**

Matematik öğrenimi ve öğretiminin daha etkili hâle getirilmesine yönelik çok sayıda araştırma ve uygulama çalışması bulunmaktadır. Bu çalışmaların önemli bir

bölümü, yapılandırmacı yaklaşımın öğrencilerin öğrenme süreçlerine katkı sağladığını ve matematik öğretiminin niteliğini artırdığını göstermektedir. Nitekim Özgen ve Alkan (2014), yapılandırmacı yaklaşıma dayalı öğrenme süreçlerinin öğrencilerin bilgi oluşturma, anlamlandırma ve bilgiyi yeniden yapılandırma becerilerini desteklediğini ve bu nedenle sürecin kendisinin en az sonuç kadar önemli olduğunu belirtmektedir. Bu doğrultuda, yürütülen çalışmada öğrencilerin kavramlar arasındaki ilişkilendirmeleri bir süreç olarak ele alınmış ve bu süreç detaylı biçimde incelenmiştir.

Literatürdeki araştırmalar incelendiğinde, yapılandırmacı yaklaşımın öğrenci başarısı üzerindeki etkisinin büyük ölçüde olumlu olduğu görülmektedir. Örneğin Kaya (2023), yapılandırmacı öğrenme ortamlarının öğrencilerin akademik başarılarını artırdığını, öğrenmeye yönelik ilgilerini ve motivasyonlarını güçlendirdiğini; ayrıca işbirlikli öğrenme düzenlemeleri sayesinde öğrencilerin derse aktif katılım gösterdiğini ve olumlu tutum geliştirdiğini ortaya koymuştur. Benzer şekilde Kalender (2023), işbirlikli öğrenme uygulamalarının akademik başarıyı artırmada etkili olduğunu ve öğrencilerin derse yönelik tutumlarını olumlu yönde geliştirdiğini belirtmiştir. Aktaş ve Demir (2022) ise yapılandırmacı sınıf uygulamalarının öğrencilerin problem çözme becerilerini ve kavramsal öğrenmelerini anlamlı biçimde geliştirdiğini rapor etmiştir. Çetin (2021) tarafından yürütülen deneysel çalışmada da yapılandırmacı etkinliklere dayalı matematik öğretiminin, geleneksel öğretime kıyasla öğrenci başarısında daha yüksek düzeyde artış sağladığı belirlenmiştir. Ayrıca Yıldırım ve Arslan (2020), yapılandırmacı öğrenme sürecinin öğrencilerin eleştirel düşünme becerilerini ve akademik başarılarını anlamlı seviyede geliştirdiğini vurgulamaktadır. Bu bulgular, yapılandırmacı yaklaşımın öğrencilerin öğrenme süreçlerinde aktif rol üstlenmelerini teşvik ederek öğrenmenin kalıcılığını artırdığını ve öğrenmeye yönelik ilgilerini desteklediğini göstermektedir.

Öğrencilerin aktif katılım gösterdiği, kendi öğrenme süreçlerini gözlemleyerek güçlü ve zayıf yönlerini fark ettikleri öğrenme ortamları, bilginin kalıcı hâle gelmesine önemli katkı sağlamaktadır. Geometri öğretimine yönelik çeşitli teorik yaklaşımlar bulunmakla birlikte, bu çalışmada Pirie–Kieren dinamik modeli temel alınmıştır. Pirie–Kieren modeli, diğer yaklaşımlardan farklı olarak

öğrencilerin önceki öğrenmelerine geri dönerek bu bilgileri yeniden yapılandırmaları ve yeni kavramsal anlayışlar geliştirmeleri gerektiğini savunmaktadır (Gülkılık vd., 2015). Model, öğrenme sürecini doğrusal bir süreç olarak değil, iç içe geçmiş halkalarla temsil edilen dinamik ve döngüsel bir yapı olarak ele almaktadır (Pirie & Kieren, 1994). Bu yönüyle model, öğrencilerin matematiksel anlamalarını katmanlı, gelişen ve sürekli yeniden inşa edilen bir süreç olarak yorumlamaktadır.

Geometri öğretimine yönelik yapılan akademik çalışmaların oldukça geniş bir literatüre sahip olduğu görülmektedir (İmamoğlu vd., 2023; Mut & Lezgi, 2025; Yazıcı, 2019; Altıntaş vd. 2022; Saraçoğlu & Aşılıoğlu, 2022). Bu durumun temel nedenlerinden biri, öğrencilerin geometriyi anlamlandırmada güçlük yaşadıklarının ve bu güçlüklerin başarıya ve sınav performanslarına doğrudan yansıdığına ortaya konulmuş olmasıdır (Soylu & Soylu, 2019; Yıldırım & Türnüklü, 2018; Duatepe vd., 2015; Kurt & Doğan Temur, 2017; Uysal & Yenilmez, 2020). Literatürde özellikle çizim ve temsil becerilerinin ön planda olduğu çalışmalarda, öğrencilerin dinamik yazılımlar ve etkileşimli öğrenme ortamlarında daha yüksek başarı gösterdikleri rapor edilmiştir (Chia & Huang, 2020). Bununla birlikte, geometri içerisinde yer alan kavramların, özellikle dörtgenler ve aralarındaki hiyerarşik ilişkilerin anlamlandırılmasına odaklanan çalışmaların sınırlı olduğu görülmektedir (Cybulski vd., 2024). Bu araştırma, söz konusu boşluğu doldurmayı amaçlayarak kare, dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgen kavramları arasındaki ilişkilerin öğrenciler tarafından nasıl anlamlandırıldığını Pirie–Kieren teorisi çerçevesinde incelemeyi hedeflemektedir.

Son yıllarda Türkiye’de uygulamaya konulan öğretim programlarında da (örn., Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli) öğrencinin aktif rol aldığı, etkileşim temelli ve yapılandırmacı öğrenme anlayışını merkeze alan uygulamaların ön plana çıktığı görülmektedir (MEB, 2024). Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli, öğrencilerin yalnızca akademik başarılarını değil; bilişsel, duyuşsal, sosyal ve ahlâkî gelişimlerini de desteklemeyi amaçlayan bütüncül bir yaklaşım sunmaktadır. Model, bireyi merkeze alan öğrenme ortamlarının oluşturulmasını, öğrencilerin ilgi, ihtiyaç ve yeteneklerine uygun öğrenme fırsatlarına erişmesini ve 21. yüzyıl becerilerini edinerek eleştirel düşünebilen, problem çözebilen ve sorumluluk sahibi bireyler olarak yetişmelerini hedeflemektedir (MEB, 2024; Eğitim Reformu Girişimi, 2024). Ayrıca model,

disiplinler arası bağlantıların kurulmasını ve öğrencilerin farklı bilgi alanları arasında anlamlı ilişkiler oluşturmalarını destekleyen bir yaklaşım benimsemektedir.

Benzer şekilde, NCTM (2000) standartlarında da öğrencinin aktif katılımına dayalı, öğretmenin rehberlik rolünü üstlendiği ve matematiksel düşünmenin görünür kılındığı öğrenme ortamlarının önemi vurgulanmaktadır. 2014 yılında güncellenen NCTM ilkeleri, öğretmenin anlamlı ve odaklı matematiksel içerik sunması, öğrencilerin muhakeme ve anlam oluşturma süreçlerini desteklemesi, matematiksel temsilleri bilinçli şekilde kullanarak bağlamlar arasında ilişkiler kurulmasını sağlaması gerektiğini belirtmektedir. Ayrıca sınıf içinde matematiksel söylemin teşvik edilmesi, öğrencilerin düşünme süreçlerini açığa çıkaran amaçlı soruların sorulması, kavramsal temelli işlem akıcılığının geliştirilmesi, öğrencilerin üretken zorlanma yaşamalarının desteklenmesi ve öğretmenlerin öğrencilerin düşünme süreçlerine ilişkin kanıtları düzenli biçimde izlemesi etkili matematik öğretiminin temel koşulları olarak sunulmaktadır (NCTM, 2014).

Öğrencilere kendi öğrenmelerini geliştirme fırsatı sunan bu tür yapılandırmacı öğrenme ortamlarında kullanılacak öğretim yaklaşımlarının da programların felsefesiyle uyumlu olması gerekmektedir (Çibukçu, 2025). Bu bağlamda Pirie–Kieren dinamik modeli, öğrenci merkezli yapısıyla bu yaklaşımın gereklilikleriyle uyum göstermektedir. Model, öğrencinin sahip olduğu bilgi düzeyini görünür kılmayı, öğrencinin neyi öğrenip öğrenemediğini belirlemeyi ve öğrenemediği noktalarda uygun bilişsel destek sunulmasını savunmaktadır (Güner & Uygun, 2019). Pirie ve Kieren’in ortaya koyduğu bu teorik çerçeve, öğrenme sürecini doğrusal olmayan, katmanlı ve döngüsel bir yapı olarak ele almakta; öğrencinin önceki bilgi düzeylerine geri dönerek yeni anlamlar oluşturmalarına olanak tanımaktadır. Bu yönüyle teori, geometri öğretiminde özellikle dörtgenler gibi kavramsal ilişkilerin yoğun olduğu alanlarda önemli bir analitik araç sunmaktadır.

Değişen öğretim programları ve dönüşen öğrenci profilleri doğrultusunda, matematik öğretmen adayları ile matematik öğretmenlerinin öğretim yöntemlerini öğrencilerin anlama düzeylerine uygun biçimde revize etmeleri gerekmektedir (Güven 2020). Aynı şekilde, öğretim programlarını hazırlayan ve güncelleyen uzmanların da öğrenci ihtiyaçlarını dikkate alarak gerekli düzenlemeleri yapmaları

önem taşımaktadır. Son yıllarda öğretim programlarında daha belirgin şekilde yer bulan yapılandırmacı ve öğrenci merkezli yaklaşımlar doğrultusunda, öğretim yöntemleri, ders kitabı içerikleri ve etkinlik tasarımları da önemli ölçüde değişime uğramıştır. Bu değişimin yansımaları özellikle geometri öğretiminde belirgin olup, ders kitaplarında görsel ve etkileşim temelli etkinliklere daha fazla yer verildiği görülmektedir.

Soyut düşünme gerektiren geometri öğretiminde görsel etkinlikler, öğrencilerin kavramsal anlamalarını destekleyen kritik araçlar niteliğindedir. Ancak bu etkinliklerin öğrenmeye katkı sağlayabilmesi, uygulama sürecinde öğretmenlerin üstlendiği role büyük ölçüde bağlıdır. Bu bağlamda, geometri öğretiminde kullanılabilecek çeşitli öğretim yaklaşımları arasında Pirie–Kieren teorisinin ayırt edici yönü, “geri katlama” (fold-back) özelliğidir. Teori, öğrencilerin yeni bir kavramı öğrenme sürecinde önceki bilgi düzeylerine geri dönerek kavramı yeniden yapılandırabileceklerini ve önceki anlamlandırmalarını yeni öğrenme bağamlarına entegre edebileceklerini savunmaktadır (Irvine, 2023). Bu yönüyle Pirie–Kieren modeli, öğrenmeyi doğrusal değil; dinamik, döngüsel ve yapılandırıcı bir süreç olarak ele almakta; öğrencinin kendi bilişsel yapısını etkin şekilde kullanmasını desteklemektedir.

Dolayısıyla geometri öğretiminde önemli bir yere sahip olan bu teorisinin, matematik öğretmen adayları, öğretmenler ve öğretim programı geliştiricileri tarafından daha yakından tanınması ve uygulamaya aktarılabilmesi önem arz etmektedir. Bu çalışma, Pirie–Kieren teorisinin eğitimcilerle sağlayabileceği katkıları görünür kılması ve teorisinin geometri öğretiminde nasıl etkin şekilde kullanılabileceğine ışık tutması bakımından alanyazına anlamlı bir katkı sunmaktadır.

#### **1.4.Araştırmanın Sayıtları**

- Araştırmada yer alan öğrencilerin, etkinlik problemlerini ve görüşme sorularını istekle ve samimiyetle cevapladıkları varsayılmaktadır.
- Yapılan geri bildirimlerin ve uygulama sürecini yürütenin teorisini gerçek anlamda yansıttığı varsayılmaktadır.

- Araştırmada kullanılan ölçme araçlarının (görüşme soruları, etkinlik problemleri vb.) öğrencilerin gerçek düşüncelerini ve anlayış düzeylerini doğru şekilde yansıttığı kabul edilmektedir.
- Araştırma sırasında dışsal faktörlerin (ders ortamı, zaman kısıtlamaları, motivasyon düzeyi vb.) öğrencilerin yanıtlarını veya katılımını önemli ölçüde etkilemediği varsayılmaktadır.

### 1.5.Araştırmanın Sınırlılıkları

- Araştırma 2024-2025 öğretim yılı Ağrı ili Doğubayazıt ilçesinde yer alan ortaokul 7. Sınıf öğrencileriyle sınırlıdır.
- Araştırma; ortaokul 7.sınıfta yer alan dörtgenler konusu kavramlarının öğretimi ile sınırlıdır.
- Araştırmada bulunan veri kaynakları, akademik yayınlar gibi kaynaklar gibi erişilebilen kaynaklarla sınırlıdır.
- Araştırma 7.sınıf müfredatı içerisinde yer alan dörtgenler kazanımlarıyla hazırlanan etkinliklerle sınırlıdır.
- Araştırmanın veri toplama süreci, belirlenen zaman dilimi ve okul program ve ders saatleri ile sınırlıdır; bu nedenle öğrencilerin farklı zamanlarda gösterebilecekleri performanslar gözlemlenememiştir.

### 1.6.Tanımlar

Araştırmada kullanılan ifadelerden bazılarının tanımları aşağıda belirtilmektedir.

**Ön bilişsel bilgi-İlkel bilgi (Primitive Knowing):** Pirie-Kieren dinamik modelinde yer alan iç içe geçmiş sekiz katmanın ilk katmanı İlkel Bilgi katmanıdır. Bu katman matematik seviyesinin yeterli olmadığını belirtmektedir. İlkel bilgi katmanında öğrenilecek kavram için gerekli olan ön öğrenmeleri temsil etmektedir (Irvine, 2023).

**Görüntü oluşturma (Image Making):** Pirie-Kieren dinamik modelinde yer alan iç içe geçmiş sekiz katmanın ikinci katmanı Görüntü Oluşturma katmanıdır. Bu katmanda öğrenilecek kavram hakkında düşünce sahibi olmak için etkinliklerle ilgilenilmektedir (Argat, 2012).

**Görüntüye sahip olma (Image Having):** Pirie-Kieren dinamik modelinde yer alan iç içe geçmiş sekiz katmanın üçüncü katmanı Görüntüye Sahip Olma katmanıdır. Bu katman öğrenilen kavram için farklı bir etkinliğe ihtiyaç duyulmadan, kavramı yapılandırma sürecinde zihinde bir görsel oluşturmayı içermektedir (George & Voutsina, 2024).

**Özelliği fark etme (Property Noticing):** Pirie-Kieren dinamik modelinde yer alan iç içe geçmiş sekiz katmanın dördüncü katmanı Özelliği Fark Etme katmanıdır. Bu katmanda önceki katmanda zihinde oluşturulan görüntülerin öğrenmiş olduğu kavram ile farklılıkları ayırt edilebilmektedir (Şengül, 2024). Aynı zamanda farklılıklar fark edilip nasıl gerçekleştirebildiklerini söyleyebilmektedirler.

**Soyutlama (Formalising):** Pirie-Kieren dinamik modelinde yer alan iç içe geçmiş sekiz katmanın beşinci katmanı Soyutlama katmanıdır. Bu katmanda öğrenen kişi sahip olunan zihinsel görseller ile yeni öğrenilen bilgiler genelleyebilmekte ve önceden oluşturduğu zihinsel görüntülere dayanarak genellediği bilgilerin nedenlerini söyleyebilmektedir (Şengül, 2016).

**Gözlemleme (Observing):** Pirie-Kieren dinamik modelinde yer alan iç içe geçmiş sekiz katmanın altıncı katmanı Gözlemle katmanıdır. Bu katmanda öğrenen kişi, bireysel düşünce aşamasındaki durumları fark ederek düzenleyebilir (Borgen, 2006).

**Yapılandırma (Structuring):** Pirie-Kieren dinamik modelinde yer alan iç içe geçmiş sekiz katmanın yedinci katmanı Yapılandırma katmanıdır. Bu katmanda önceden elde edilmiş tecrübelerin yeni hipotez olarak ifade edilmesi matematiksel durumlarla gerçekleştirilebilir (Gonzales, 2022).

**Keşfetme-İcat etme (Inventising):** Pirie-Kieren dinamik modelinde yer alan iç içe geçmiş sekiz katmanının sekizinci ve son katmanı Keşfetme (İcat Etme) katmanıdır. Bu katmandaki bireyler eskiden yer alan zihinsel durumlarını geliştirerek ve farklı sorular sorabilmektedir (Irvine, 2023).

**Sınırlara ihtiyaç duymama (Don't need boundaries):** Pirie Kieren dinamik modelindeki üç kilit özelliğinden biri olan Sınırlara İhtiyaç Duymamada birey önceki öğrenmelerinden bağımsız bir şekilde yeni öğrenmeler gerçekleştirebileceğini bilir ve diğer katmanlara geçiş yapabilmektedir (George, 2025).

**Geri katlama (Fold Back):** Pirie Kieren dinamik modelindeki üç kilit özellikten biri olan Geri Katlama, anlama sürecinin gerçekleşmesinden katmanlar arasındaki geçişlere verilen isimdir. Geri katlama ile bilginin tekrar tekrar yapılandırılmasına fırsat verilmektedir (Martin, 2008).

**Bilgiyi işleyip gerçekleştirme ve ifade etme (Acting and expressing):** Pirie-Kieren dinamik modelindeki üç kilit özellikten biri olan Bilgiyi İşleyip Gerçekleştirme ve İfade Etmede, bedensel ve zihinsel eylemleri ‘gerçekleştirme’ olarak adlandırırken bu eylemlerin doğasını açıklamak da ifade etmek olarak adlandırılmıştır (Şengül & Argat, 2015).



## 2.KURAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde, Pirie–Kieren’in matematiksel anlamının gelişimine ilişkin teorisi ile bu teoriye dayanan modelin temel özellikleri ele alınmıştır. Ayrıca, anlamının gelişimini açıklamak amacıyla kullanılan haritalandırma sürecine ilişkin bilgilere yer verilmiştir. Bunun yanı sıra, yapılandırmacı bakış açısını temel alan kuramsal çerçevelerin Pirie–Kieren’in (1999) matematiksel anlama modeliyle olan ilişkileri de tartışılmıştır.

### 2.1. Geometri ve Geometri Öğretimi

Geometri, bireylere içinde bulundukları fiziksel çevreyi şekil ve konum açısından inceleme, yorumlama ve anlamlandırma olanağı sunan matematiğin temel alt alanlarından biridir (Kökcü, 2019). Köse’ye (2008) göre geometri, bireylerin görsel, estetik ve sezgisel düşünme becerilerini ortaya çıkaran; tanımlanabilen ya da modellenerek sezdirilebilen kavramlar, aksiyomlar ve kanıtlanmış genellemelerden oluşan bir yapıya sahiptir. Soyut düşünmeyi gerektiren bu alan, doğal dünyadaki varlıkların geometrik özellikler taşıması; mühendislik, mimarlık ve tasarım gibi disiplinlerde yaygın biçimde kullanılması; matematiksel modelleme ve problem çözme süreçlerinde önemli roller üstlenmesi nedeniyle hem teorik hem de uygulamalı açıdan kritik bir öneme sahiptir (Tıgılı, 2005).

Geometrinin tarihsel gelişimi incelendiğinde, bu alanın insanların çevreyi ölçme, düzenleme ve yapılandırma ihtiyacından doğduğu görülmektedir. İlk dönemlerde Mısırlılar tarlaların sınırlarını belirlemek, Babilliler ise inşaat süreçlerinde doğru ölçümlere ulaşmak amacıyla geometrik bilgilerden yararlanmışlardır. Zaman içinde bu pratik uygulamalar soyutlaşarak sistematik bir kuramsal yapıya dönüşmüştür. Özellikle Öklid’in Elementler adlı eseri, geometrinin bilimsel bir disiplin olarak şekillenmesinde önemli bir dönüm noktası oluşturmuştur (Heath, 1956). Bu gelişmelerin ardından geometri yalnızca ölçme ve keşfetme aracı olmanın ötesine geçmiş; akıl yürütme, mantıksal çıkarım ve kanıtlama becerilerini geliştiren bir düşünme biçimi olarak değerlendirilmeye başlanmıştır (Jones, 2002). Sinclair ve Pimm (2015) de geometrinin tarih boyunca hem günlük yaşamın

düzenlenmesine katkı sağlayan hem de bireyin düşünsel gelişimini destekleyen önemli bir matematiksel alan olduğunu vurgulamaktadır. Bu bağlamda geometri, geçmişten günümüze hem uygulamalı hem de zihinsel yönü güçlü bir disiplin olarak önemini sürdürmektedir.

Günümüzde geometri, yalnızca matematiğin bir alt alanı olmanın ötesinde, günlük yaşam, sanat, mühendislik, mimarlık ve teknoloji ile doğrudan ilişkili, disiplinler arası bir yapıya sahiptir. Nitekim Olkun ve Toluk (2003), geometrinin yaşamla ilişkilendirilmesinin öğrencilerin öğrenme motivasyonlarını artırdığını ve kavramsal anlamayı kolaylaştırdığını belirtmektedir. Benzer şekilde Battista (2007), geometrinin diğer disiplinlerle bağlantılı olarak öğretilmesinin, öğrencilerin uzamsal düşünme becerilerini geliştirdiğini vurgulamaktadır. Bu bağlamda, çağdaş yaklaşımlar geometri öğretimini yalnızca şekil ve formül öğretimi olarak değil; gözlem yapma, modelleme, akıl yürütme ve problem çözme süreçlerini kapsayan çok yönlü bir öğrenme alanı olarak ele almaktadır (Baki, 2018). Böylece geometri, hem günlük yaşamla hem de sanat, mühendislik ve bilişim gibi disiplinlerle bütünleşerek bireylerin çevrelerini anlamlandırmalarında güçlü bir araç hâline gelmiştir.

Geometri, hayatımızın her noktasında yer almasına rağmen, soyut yapısı nedeniyle öğrencilerin zihninde inşa edilmesi zor bir alan olarak görülmekte ve bu durum öğrencilerin kendi yeteneklerine olan inançlarını olumsuz etkileyebilmektedir (Ramdjid vd., 2022). Bu sorunun ortaya çıkmasında geleneksel sınıf ortamlarında uygulanan öğretim yöntemlerinin önemli bir rol oynadığı ifade edilmektedir (Güven & Karataş 2004). Geleneksel öğretim yöntemlerinin hâkim olduğu bu ortamlarda, öğrencilerin matematiksel düşünme ve yorumlama becerileri genellikle sınırlı kalmakta; öğrencilerin aktif katılım göstermeleri ve kendi kendilerine öğrenme süreçlerini geliştirmeleri mümkün olmamaktadır (Demirkan & Saraçoğlu, 2016).

Öte yandan, geleneksel öğretim ortamları öğretmen rehberliğinde gerçekleştiği için öğrencilerin öğrenme süreçlerinde doğrudan yönlendirilme ve anlık geri bildirim alma açısından avantajlar sunmaktadır. Yüz yüze iletişim, öğretmen ile öğrenciler arasında güçlü bir etkileşimin kurulmasına olanak tanımakta; öğrencilerin disiplinli çalışma alışkanlıkları kazanmalarını ve sınıf içi sosyal etkileşim yoluyla iş birliği becerilerini geliştirmelerini desteklemektedir. Buna karşın çağdaş eğitim

ortamları, öğrencilerin etkin bir şekilde sürece katıldığı ve iş birliğine dayalı, sorgulamaya dayalı öğrenme fırsatlarının sunulduğu ortamlar olarak öne çıkmaktadır. Bu tür ortamlar, öğrencilere eleştirel düşünme, yansıtıcı düşünme, problem çözme ve öz yeterlilik gibi üst düzey düşünme becerileri kazandırmaktadır (Mustakim vd., 2024). Öğrencilerin bilgiyi doğrudan almak yerine kendi deneyimleri yoluyla yapılandırmaları, eleştirel ve yansıtıcı düşünmelerini teşvik etmektedir (Darwis vd., 2024). Ayrıca problem temelli öğrenme, proje tabanlı çalışmalar ve iş birliğine dayalı etkinlikler, öğrencilerin karşılaştıkları durumları analiz etme, alternatif çözümler geliştirme ve kendi öğrenmelerini değerlendirme fırsatları sunarak üst düzey düşünme becerilerini geliştirmektedir (The Critical Thinking-Oriented Adaptations of Problem-Based Learning, 2023). Bu tür öğrenme ortamlarında öğretmen rehber konumunda bulunmakta ve öğrenciler düşünme süreçlerini fark ederek öğrenmeyi öğrenme becerisi kazanmaktadırlar (Mustakim vd., 2024).

Bu fırsatlara sahip olamayan öğrenciler ise genellikle kuralları, kavramları ve ispatları ezberlemeye çalışmakta ve anlamlı bir kavramsal gelişim sağlayamamaktadır (Kavak & Köseoğlu, 2007). Oysa geometri öğretimi, öğrencilerde soyutlama, ifade etme, sembolleştirme, genelleme, ispatlama, ölçme, görselleştirme ve yeni sorular ortaya koyma gibi genel matematiksel stratejilerin oluşmasına imkân verecek şekilde planlanmalıdır (Erdoğan & Sağan, 2002).

Geometri, yapısı gereği soyut matematiksel kavramların ve kavramsal ilişkilerin temsilinde önemli bir role sahiptir (Yıldırım Barut & Delal Akın Barut, 2024). Bu nedenle geometri öğretiminde kavram öğretimine özel önem verilmelidir. Özellikle ilköğretim düzeyindeki öğrencilere yönelik öğretim, olabildiğince somut ifadeler ve gerçek hayattan örneklerle desteklenerek gerçekleştirilmeli; soyut kavramları zihninde canlandırmakta güçlük çeken öğrenciler bu sayede geometrik kavramları daha sağlam temellere oturtturarak anlamayı kolaylaştırabilmelidir (Yazlık, 2018; Demir, 2019; Okuyucu, 2019; MEB, 2021; Demir & Gün, 2023).

İlkokul ve ortaokul öğrencilerinin geometrik şekilleri üç boyutlu olarak zihninde canlandırma sürecinde güçlük yaşadığı bilinmektedir. Bu bağlamda somut materyallerin kullanımı, öğrencilerin şekilleri daha kısa sürede ve doğru bir biçimde zihninde canlandırmalarına olanak tanımakta ve öğrenmeyi desteklemektedir (İbili,

2013). Etkili bir geometri öğretimi, öğrencilerin var olan bilgilerini pasif biçimde almalarından ziyade, yaparak ve yaşayarak gerçekleştirdikleri öğrenme süreçleriyle mümkün olmaktadır (Kesici vd., 2011).

Arı, Çavuş ve Sağlık (2010) tarafından yapılan bir çalışmada, Van ilinde dört pilot okulda 2005–2006 eğitim-öğretim yılında uygulanan yeni matematik programının 6. sınıf geometri konularında (doğru, doğru parçası, ışın, açılar, çokgenler ve benzerlik) etkinlik temelli öğretimin öğrenci başarısına etkisi incelenmiştir. Araştırma sonucunda, etkinlik temelli öğrenme yaklaşımının öğrencilerin geometrik kavramları daha iyi anlamalarını sağladığı, başarılarının kalıcılığını artırdığı ve öğrencilerin öğrenmeye yönelik tutumlarını olumlu yönde etkilediği görülmüştür. Öğrencilerin bu yaklaşım sayesinde öğrenme sürecine daha aktif katılım gösterdikleri de gözlemlenmiştir.

Benzer biçimde, Toptaş (2008) öğrencilerin geometri alt öğrenme alanlarındaki öğretme-öğrenme süreçlerini ve kullanılan öğretim materyallerini incelemiştir. Çalışma sonucunda, geleneksel sınıf ortamlarında gerçekleştirilen geometrinin öğrenci başarısında yeterli seviyeye ulaşmadığı, öğrencilerin etkin olarak katıldığı öğrenme ortamlarında ise başarı düzeylerinin önemli ölçüde arttığı ve daha olumlu sonuçlar elde edildiği ortaya konmuştur.

Bu bulgular, geometri öğretiminde öğrencilerin kavramları genelleyecekleri, keşfedebilecekleri ve deneyimleyebilecekleri etkinliklere yer verilmesi gerektiğini göstermektedir. Bu sayede öğrenciler, öğrenme süreçlerinde daha aktif rol üstlenmekte ve geometrinin yalnızca ezbere dayalı bir ders olduğu algısından kurtulabilmektedirler.

Geometri öğretiminde materyal kullanımı, soyut kavramların somutlaştırılmasında en etkili yöntemlerden biri olarak değerlendirilmektedir (Yazlık, 2018; Gün, 2023). Somut materyallerin varlığı, öğrencilerin tek bir duyusuna değil birden fazla duyuya hitap ettiği için öğrenme sürecini daha ilgi çekici hâle getirmektedir (Çelik, 2007). Örneğin, geometrik bloklar ve cisimler, öğrencilerin dokunma ve görme duyularını aynı anda kullanmalarına olanak sağlayarak köşe, kenar ve yüzey gibi kavramların somut olarak algılanmasını mümkün kılmaktadır; böylece soyut “hacim” ve “yüzey” kavramları

anlamlandırılmaktadır (Demir, 2019). Bunun yanı sıra cetvel, pergel ve açı ölçer gibi ölçü aletleri, öğrencilerin geometrik çizimler ve ölçümler yapmasına imkân vererek kavramların somut olarak algılanmasını desteklemektedir (Gün, 2023). Bu tür materyaller kullanılarak oluşturulan öğrenme ortamları, öğrencilerin eğlenerek ve yaparak-yaşayarak öğrenmelerini sağlamakta; motivasyonlarını artırmakta ve geometriye karşı olumlu tutum geliştirmelerine katkıda bulunmaktadır. Ayrıca somut materyaller, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmelerine de imkân tanımaktadır. Bu nedenle geometri öğretiminde materyal kullanımı kritik öneme sahiptir.

Van Hiele-Geldof ve Pierre Van Hiele, geometrik düşünme süreçlerini inceleyerek öğrencilerin geometri başarısının neden düşük olduğunu araştırmış ve Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerini ortaya koymuşlardır. Bu düzeyler, görsel düzey, analiz düzeyi, mantıksal çıkarım öncesi düzey, mantıksal çıkarım düzeyi ve en üst düzey olmak üzere beş basamaktan oluşmakta ve hiyerarşik bir yapıya sahiptir; yani bir düzey tamamlanmadan bir üst düzeye geçiş yapılamamaktadır (Çakmak, 2014, s. 1). Araştırmalar, öğrencilerin üst düzeylere ulaşabilmeleri için uygun eğitim ortamlarının sağlanmasının gerekli olduğunu göstermektedir. Bu bağlamda, öğrencilerin keşfederek, deneyerek ve eleştirel düşünerek öğrenmelerini destekleyen etkinlikler ile eğitim ortamlarının zenginleştirilmesi önerilmektedir (Önal, 2017).

Geometri öğretiminde karşılaşılan temel güçlüklerden biri, dersin genellikle ezbere dayalı olarak algılanmasıdır. Öğrenciler çoğu zaman geometrik şekillerin anlamını kavramak yerine formülleri ezberlemeye yönelmekte ve bu durum yüzeysel öğrenmeye yol açmaktadır (Jones, 2002; Battista, 2007). Geometrinin soyut yapısı, öğrencilerin kavramsal öğrenmeden uzaklaşmasına ve geometriyi “ezber dersi” olarak algılamasına neden olmaktadır (Baki, 2018). Bu nedenle geometri öğretimi, öğrencilerin bilgiyi aktif biçimde inşa edebilecekleri yapılandırmacı öğrenme ortamları aracılığıyla desteklenmelidir. Yapılandırmacı yaklaşım, öğrencilerin bilgiyi pasif biçimde almadıklarını; kendi deneyimleri ile yeniden yapılandırdıklarını vurgular (Fosnot & Perry, 2005). Bu bağlamda, etkinlik temelli, somut materyal ve görsel desteklerle zenginleştirilmiş öğretim süreçlerinin kullanılması önerilmektedir (Olkun & Toluk, 2003; Hollebrands, 2020). Araştırmalar, bu tür öğrenme

ortamlarında öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin geliştiğini ve kavramsal anlamının daha kalıcı olduğunu göstermektedir (Bozkurt & Koç, 2012).

7.sınıf geometri konularından dörtgenler, öğrencilerin sıkça kavram yanılgısına düştüğü bir öğrenme alanıdır. Bu konu başlıca beş dörtgeni kapsamaktadır: kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, yamuk ve paralelkenar. Bu kavramlar arasında hiyerarşik ilişkiler bulunmakta; ancak öğrenciler bu ilişkileri fark edemediklerinde dörtgenlerin özelliklerini birbirinden bağımsız kavramlar olarak algılamakta ve ortak özellikleri görememektedirler (De Villiers, 1994; Okazaki & Fujita, 2007). Bu durum, dörtgen kavramı içerisinde kavram yanılgılarının oluşmasına yol açmaktadır. Bu yanılgıların önlenmesi için, öğrencilerin dörtgenler arasındaki ilişkileri keşfedebilecekleri, dinamik geometri yazılımları, görsel materyaller ve akıl yürütme etkinliklerini içeren öğretim yöntemlerinin kullanılması gerekmektedir (Leung, 2021; Bozkurt, 2012). Bu tür uygulamalar, öğrencilerin şekiller arasındaki benzerlik ve farklılıkları fark etmelerini sağlayarak kavramsal öğrenmeyi desteklemektedir.

## **2.2. Geometrinin Ortaokul Matematik Programındaki Yeri ve Önemi**

Matematiğin temel alanlarından biri olan geometri, çevremizde karşılaştığımız nesne ve varlıklarda sıkça gözlemlenmektedir. Geometrik bilgi ve kavramlar, mühendislik uygulamalarında, problem çözme süreçlerinde ve pek çok bilim dalında aktif bir şekilde kullanılmakta olup, bu durum geometrinin önemini daha da artırmaktadır.

Matematik Dersi Öğretim Programı'nda yer alan amaçlar doğrultusunda öğrencilerden beklenen kazanımlar şu şekilde özetlenebilir (MEB, 2018): Öğrenciler, matematiksel okuryazarlık ve dil becerilerini geliştirebilmeli; kavramları anlamlandırarak gerçek yaşamla ilişkilendirebilmeli problem çözme süreçlerindeki becerilerini artırabilmeli matematiksel dili kullanarak nesneler arasındaki ilişkileri yorumlayabilmeli; kendi öğrenmelerini yönetebilme ve üstbilişsel becerilerini geliştirebilmelidir. Ayrıca, tahminlerde bulunabilme, zihinden yapılan işlemlerde etkin rol oynayabilme, matematiğin diğer alanlarla ilişkisini görebilme, araştırma ve bilgiyi şekillendirme becerilerini kazanma; kavramları farklı biçimlerde ifade edebilme matematiksel durumlar için özgüven geliştirme ve kişisel becerilerini

ilerletme; matematiğin toplumun ortak bir değeri olduğunu fark edebilme gibi yeterliklere sahip olmaları hedeflenmektedir. Belirtilen bu kazanımlar doğrultusunda öğrenciler, günlük yaşam ile matematik ve geometri arasındaki ilişkileri kurabilecek, karşılaştıkları problemlere çözüm üretme konusunda güçlü bir donanıma sahip olacak ve fikirlerini rahatlıkla ifade edebileceklerdir (Alacası, 2013). Bilgiyi üretme ve kullanabilme becerileri sayesinde öğrenciler kendi öğrenmelerini yapılandırabileceklerdir (Yılmaz & Kavak, 2024, s. 366). Bu süreç, öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmelerini desteklemekte ve matematiksel öz-yeterlik algılarının, ders tutumları üzerinde anlamlı bir etkiye sahip olduğunu göstermektedir (Çavdar & Şahan, 2019). Dolayısıyla, matematik eğitimi açısından sağlanacak bu kazanımların geometri öğretimi üzerinde de önemli etkiler oluşturacağı söylenebilir.

Geometrik konuların öğrenci zihninde soyut ve anlaşılması güç olarak algılanmasının önüne geçebilmek için, belirtilen amaçların sınıf içi öğretme-öğrenme ortamlarında etkin bir şekilde uygulanması gerekmektedir (Demir, 2019). Öğrencilerin üstbilişsel becerilerinin gelişimi; problem çözme, karar verme, akıl yürütme ve mantık geliştirme gibi süreçlerin desteklenmesi için uygun etkinliklerin planlanması ve öğrencinin aktif rol alabileceği öğrenme ortamlarının oluşturulması önem arz etmektedir (Walker, 2003).

Geometri öğreniminde öğrencinin kendi deneyimleriyle öğrenme süreci büyük bir öneme sahiptir. Yaparak ve yaşayarak öğrenen öğrenciler, bilgiyi daha kalıcı hâle getirebilmekte ve öğrenilenleri dönüştürebilmektedir. Ayrıca, matematiksel kavramların öğreniminde, öğrencilerin önceki deneyim ve bilgilerinden yararlanarak yeni bilgileri yapılandırabilmeleri, somut materyallerle desteklenen etkinlikler aracılığıyla mümkün olmaktadır. Bu yaklaşım, öğrencilerin yalnızca geometriye karşı değil, diğer öğrenme alanlarına yönelik de olumlu tutum geliştirmelerine katkı sağlamaktadır. Kendi öğrenmelerini kontrol edebilen öğrenciler, derse karşı motivasyonlarını artırmakta ve öğrenilen bilgilerin kalıcılığı da bu süreçte artış göstermektedir.

Matematik Dersi Öğretim Programı içerisinde önemli bir yer tutan geometri, tüm sınıf seviyelerinde yer almakta olup, ders saatlerinin sınıflara göre dağılımı Millî Eğitim Bakanlığı (MEB, 2018) tarafından Tablo 2.1’de sunulmuştur.

**Tablo 1.** İlköğretim matematik programında yer alan matematik dersi kazanımları süresi ve geometri öğrenme alanına ait kazanımların süresi (MEB, 2018)

| Sınıflar | Toplam<br>Matematik Dersi<br>Kazanımları Süresi<br>(Saat) | Geometri<br>Öğrenme Alanı<br>Kazanımları Süresi<br>(Saat) |
|----------|-----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| 5.Sınıf  | 180                                                       | 72                                                        |
| 6.Sınıf  | 180                                                       | 58                                                        |
| 7.Sınıf  | 180                                                       | 52                                                        |
| 8.Sınıf  | 180                                                       | 51                                                        |
| Toplam   | 720                                                       | 233                                                       |

Tablo 1’e göre, toplam 720 saatlik matematik dersi süresinin 233 saati geometri öğrenme alanına ayrılmıştır. Bu durum, matematik kazanımlarının yaklaşık %32’sinin geometri öğrenme alanına ait olduğunu göstermektedir. Ayrıca tablodan, geometri öğrenme alanına ait kazanımların işlenme süresinin sınıf seviyesi ilerledikçe azaldığı; küçük kademelerde daha fazla süreye yer verildiği anlaşılmaktadır. Bununla birlikte, geometrinin matematik dersi içerisindeki önemi ve ağırlığı da açıkça görülmektedir.

Sınıflarda yer alan “Geometri ve Ölçme” alt öğrenme alanına ait kazanımlar MEB (2018) verilerine göre şu şekilde dağıtılmaktadır:

- 5. sınıflarda: “Temel Geometrik Kavramlar ve Çizimler”, “Üçgen ve Dörtgenler”, “Uzunluk ve Zaman Ölçme” ve “Geometrik Cisimler”.

- 6. sınıflarda: “Alan Ölçme”, “Geometrik Cisimler”, “Açılar”, “Çember” ve “Sıvı Ölçme”.
- 7. sınıflarda: “Doğrular ve Açılar”, “Çember ve Daire”, “Çokgenler” ve “Cisimlerin Farklı Yönlerden Görünümleri”.
- 8. sınıflarda: “Üçgenler”, “Geometrik Cisimler”, “Dönüşüm Geometrisi” ve “Eşlik ve Benzerlik”.

Görüldüğü üzere, geometri kazanımları doğrusal bir sırayla değil, birbiri içine geçmiş zincir halkaları gibi yapılandırılmıştır. Bir önceki sınıfta öğrenilen konular, üst sınıflardaki kazanımlar için temel oluşturmakta ve öğrenme sürecinde bütünlük sağlamaktadır. Araştırmamız kapsamında yer alan 7. sınıflara ait çokgenler alt öğrenme alanında, dörtgenlere ilişkin kazanımlar MEB (2018) verilerine göre aşağıda sıralanmıştır:

1. “M.7.3.2.3. Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanır; açı özelliklerini belirler.
2. M.7.3.2.4. Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarını oluşturur, ilgili problemleri çözer.” (MEB, 2018, s. 69).

Program incelendiğinde, çokgenler alt öğrenme alanının yalnızca 7. sınıflarda yer aldığı görülmektedir. 7. sınıf müfredatında, çokgenler alt öğrenme alanına dahil edilen dörtgenlerle ilgili kazanımların sarmal bir şekilde ilerlediği ve öğrencilerin geçmişte edindikleri bilgilere de başvurmasının gerektiği anlaşılmaktadır. Bu bağlamda, dörtgenlerin temel özelliklerinin yanı sıra alan hesaplamalarının da yapılması beklenmektedir (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018).

Geometrik cisimler konusunda ise, MEB öğretim programı çerçevesinde öğrencilerin seviyelerine uygun olarak somut modellerden ve teknolojiyen yararlanılmalı, yansıtıcı düşünme becerilerini ön plana çıkaracak dersler planlanmalıdır. Bu süreçte öğretmenler, öğrencilerde kalıcı öğrenmelerin oluşmasını desteklemek amacıyla rehberlik rolünü üstlenmelidir (Buyruk Akıl, 2020).

Diğer yandan, National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) tarafından geliştirilen ulusal matematik öğretim standartları; eğitim programı, eşitlik, öğretme, öğrenme, teknoloji ve değerlendirme alanlarını kapsamaktadır (Umay vd.,

2006). Bu standartlar, öğrencilerin öğrenmesi gereken kavramlar ve sahip olması beklenen beceriler hakkında tanımlayıcı ifadeler sunmakta olup, okul öncesinden lise sonuna kadar olan tüm eğitim kademelerini kapsamaktadır (NCTM, 2000).

Prensipler arasında yer alan öğretme prensibi, öğretimin öğrenci merkezli bir yaklaşımla yürütülmesi gerektiğini vurgulamaktadır. Bu bağlamda, etkili matematik öğretimi, öğrencilerin mevcut bilgi düzeylerini ve eksikliklerini belirlemelerine olanak tanımalı ve ihtiyaç duydukları öğrenmeleri gerçekleştirmeleri için uygun rehberlik sağlamalıdır (Umay vd., 2006). Öğretme prensibi doğrultusunda benimsenen öğrenci merkezli yaklaşım, Pirie–Kieren Dinamik Modeli’nin temel yaklaşımıyla örtüşmektedir. Söz konusu modele göre öğrenciler, bilgiyi doğrudan almaz; kendi önceki düşünce ve deneyimlerinden yola çıkarak anlamı yeniden yapılandırırlar (Pirie & Kieren 1994). Bu süreçte öğretmen, öğrencinin bulunduğu anlama düzeyini gözlemleyerek, ihtiyaç duyduğu öğrenmeleri gerçekleştirmesi için rehberlik eder. Dolayısıyla, öğretme prensibinde belirtilen “öğrencinin mevcut bilgi düzeyinin fark edilmesi ve öğrenmeye yönlendirilmesi” ilkesi, Pirie–Kieren modelinin dinamik, bireysel ve öğrenci merkezli yapısıyla uyum göstermektedir (Martin 2008). Bu doğrultuda, öğrencinin aktif katılım gösterdiği eğitim ortamlarının desteklenmesi ve etkinlik temelli öğretimin uygulanması önem kazanmaktadır. Dörtgenler konusunun öğretiminde kullanılan etkinlikler de bu ilkeyi karşılamaktadır.

Diğer bir prensip olan öğrenme prensibi ise, bireylerin öğrenme sürecinde anlamlı öğrenmeler gerçekleştirmesi gerektiğini vurgular. Anlamlı öğrenme, öğrenenin yeni bilgileri yalnızca ezberlemesiyle değil, bunları mevcut bilgi birikimiyle ilişkilendirebilmesiyle mümkündür. Başka bir ifadeyle, birey yeni öğrenmelerini önceki bilgi yapıları üzerine inşa ederek kalıcı anlam oluşturur (Çakıcı, 2004). Bu doğrultuda, öğrenme sürecinde öğrencinin ön bilgileri ile yeni kavramlar arasında bağlantılar kurması, bilginin derinlemesine anlaşılmasını ve transferini kolaylaştırmaktadır.

Bu ilke çerçevesinde, Pirie–Kieren Dinamik Modeli de öğrenmenin önceki bilgiler üzerine yapılandırıldığı ve anlamın katmanlı bir biçimde geliştiği bir süreci temsil etmektedir. Modelde yer alan her bir katman, öğrencinin mevcut düşünme

düzeyinden bir üst düzeye geçişini ve bu süreçte önceki bilgi ile yeni bilginin bütünleşmesini yansıtmaktadır (Pirie & Kieren, 1994). Dolayısıyla, dörtgenler konusunun öğretiminde bu modelin kullanılması, öğrencilerin sahip oldukları geometrik ön bilgilerle yeni kavramlar arasında anlamlı ilişkiler kurmalarına imkân tanımakta ve böylece kavramsal öğrenmenin gerçekleşmesini desteklemektedir.

### **2.3.Geometri Öğrenme Modelleri**

Geometri öğretimi, öğrencilerin belirli kalıplara göre düşünme ve soyut kavramları zihinde canlandırma süreçlerinde yaşadıkları güçlükleri gidermek (Rohendi vd., 2025) ve eğitim ortamlarını zenginleştirerek öğrenmeyi desteklemek amacıyla (Weigand, 2025) çeşitli modeller kullanılarak gerçekleştirilmektedir. Geometri öğrenme modelleri, öğrencilerin geometrik kavramları anlamada karşılaştıkları güçlükleri açıklamak ve bu süreçleri destekleyecek etkili öğretim yaklaşımları geliştirmek amacıyla geliştirilmiştir. Araştırmalar, öğrencilerin geometrik şekillerin özelliklerini ezberlediklerini ancak bu şekiller arasındaki ilişkileri kavramakta zorlandıklarını; dolayısıyla kavramsal öğrenme yerine yüzeysel öğrenmeye yöneldiklerini göstermektedir (Battista, 2007; Clements & Battista, 1992). Bu durum, öğrencilerin geometrik düşünme süreçlerinin daha iyi anlaşılması ve öğretimin buna uygun biçimde planlanması gerekliliğini ortaya koymaktadır.

Ayrıca, geometri öğretiminin uzun yıllar boyunca soyut, formül temelli ve öğretmen merkezli olarak yürütülmesi, öğrencilerin geometriyi ezber temelli bir ders olarak algılamalarına yol açmıştır (Jones, 2002). Bu bağlamda araştırmacılar, öğrencilerin nasıl düşündüğünü ve anlam oluşturma sürecinde hangi zihinsel aşamalardan geçtiğini inceleyen modeller geliştirmişlerdir. Örneğin, Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri modeli, öğrencilerin şekiller hakkında düşünme biçimlerinin hiyerarşik bir düzende ilerlediğini açıklarken; Pirie–Kieren Dinamik Modeli, öğrenmenin katmanlı, geri dönmeli ve bireye özgü bir süreç olduğunu ortaya koymaktadır (Pirie & Kieren, 1994). Bu modellerin temel amacı, öğrencilerin geometrik anlamlandırma süreçlerini açıklayarak öğretmenlere öğrenme sürecine uygun öğretim stratejileri geliştirme konusunda rehberlik etmektir.

Yapılan incelemeler sonucunda, geometri öğretiminde çok sayıda yaklaşımın bulunduğu görülmüştür. Bu bölümde, geometri öğretiminde en sık kullanılan

modellerden bazıları ele alınacak ve açıklanacaktır. Söz konusu modeller şunlardır: Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri, Fischbein'in Şekilsel Kavram Teorisi, Duval'in bilişsel model yaklaşımı, APOS teorisi ve Pirie–Kieren Geometri Öğrenme Modeli.

### **2.3.1.Fischbein'in Şekilsel Kavram Teorisi**

Fischbein'in (1993) ortaya koyduğu Şekilsel Kavram Teorisi, geometrik düşünmede şekil ile kavram arasındaki ilişkinin çift yönlü doğasına dikkat çekmektedir. Fischbein'e göre geometrik figürler yalnızca görsel-şekilsel nesneler değil, aynı zamanda soyut ve kavramsal anlamlar taşıyan zihinsel yapılardır; dolayısıyla her geometrik nesne hem “figür” hem de “kavram” boyutuyla ele alınmalıdır. Bu yaklaşım, geometri öğretiminde yalnızca çizim veya tanım ezberine dayalı öğrenmeler yerine, figürün algısal ve kavramsal yönlerinin birlikte geliştirilmesi gerekliliğini vurgular. Sonraki araştırmalar, Fischbein'in kuramını temel alarak öğrencilerin geometrik figürleri kavrama biçimlerini incelemiştir (Youkap, 2024; Hilf, 2021; Sharma, 2019). Örneğin Hilf (2021), öğretmenlerin geometri öğretiminde şekilsel kavramları nasıl kullandıklarını analiz ederken; Sharma (2019) ise kuramın güncel geometri eğitimi araştırmalarındaki konumunu eleştirel bir biçimde değerlendirmiştir.

Vinner (1983), doğrudan ve dolaylı şekillerle açıklanan sözel durumların kavram olarak değerlendirilebileceğini belirtmiş; Tall (1981) ise bir durumu kelimelerle açıklayan yapının kavram olduğunu ifade etmiştir. Fischbein ve Nachlieli (1998) kavramı, varlıkların ve durumların ait olduğu sınıfa göre zihinde temsili bir fikir olarak tanımlarken, imgeyi ise durumun duyuşsal gösterimi olarak tanımlamışlardır. Buradan hareketle, imgenin temsil ettiği soyut yapının somut hali olduğu söylenebilir (Güven vd., 2014). Fischbein (1993) ise geometrik şekiller söz konusu olduğunda kavram ve imge ayrımının yetersiz olduğunu vurgulamış ve bu bağlamda “Şekilsel Kavram” adını verdiği yeni bir kategori önermiştir.

Şekilsel Kavram Teorisi çerçevesinde örneğin ‘beşgen’ incelendiğinde, geometrideki ‘beşgen’ kavramı içinde yer alan dörtgenleri ifade ederek kavramsal anlamı oluştururken, beşgenin çizilmesiyle sahip olduğu geometrik özellikler zihinsel

imgeyi temsil etmektedir. Bu durum, herhangi bir geometrik şeklin yalnızca kavram veya yalnızca imge olarak tanımlanmasının uygun olmadığını göstermektedir.

Teori ayrıca, geometrik akıl yürütme süreçlerinin şekil ile kavram arasındaki ilişkinin niteliğiyle yakından bağlantılı olduğunu vurgular (Shanna 2019). Kavramın şekilden üstün olduğu durumlar, üst düzey akıl yürütme becerisi olarak değerlendirilirken; şeklin kavramdan üstün olduğu ve süreçleri yönettiği durumlarda mantıksal hatalar ve genelleme eksikliklerinin gözlemlendiği belirtilmektedir. Fischbein ve Nachlieli (1998), bu ilişkinin kavramın üstünlüğünde gerçekleşmesinin, öğrenme ortamlarında öğrencilerin kavram-şekil ilişkisini görebileceği etkinliklerle desteklenmesiyle mümkün olduğunu ifade etmektedir. Örneğin, eşkenar dörtgen ve kare arasındaki ilişkiyi anlamakta zorlanan öğrencilerin kavramsal yönleri güçlendirilmelidir; böylece karenin aynı zamanda bir eşkenar dörtgen olduğu kavramsal bilgisi edinilebilir.

Sonuç olarak, Şekilsel Kavram Teorisi geometrik şekillerin yalnızca imgeden veya yalnızca kavramdan ibaret olmadığını; bunların zihinsel imgeler ve matematiksel kavramları birlikte içerdiğini ortaya koymaktadır. Fischbein'in yaklaşımına göre, üst düzey akıl yürütme süreçlerinde kavramın şekle hâkim olması temel bir gerekliliktir.

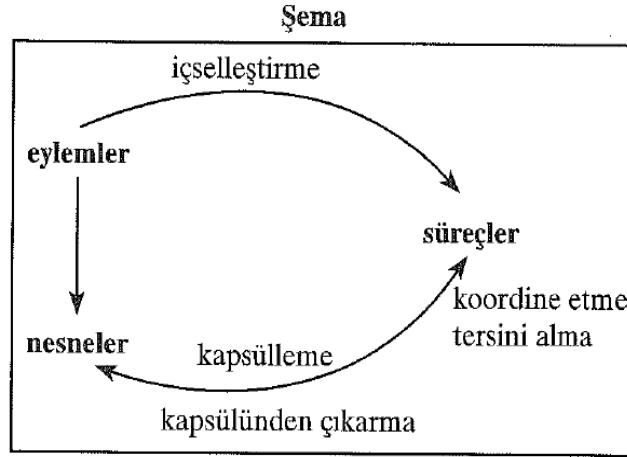
### **2.3.2.APOS Teorisi**

Arnon ve arkadaşları (2014) APOS Teorisi'ni, “matematiksel bilginin bilişsel açıdan nasıl inşa edildiğini ayrıntılı, ‘mikroskobik’ bir yaklaşımla açıklamayı amaçlayan bir teori” olarak tanımlamaktadır. Güncel çalışmalarda ise teori, özellikle ileri düzey matematik öğrencilerinin kavramlar arası ilişkileri nasıl kurduklarını incelemede etkin bir araç olarak kullanılmaktadır. Nitekim Nunez ve arkadaşları (2024), ileri düzey matematik öğrencilerinin, APOS teorisinde yer alan şema yapıları ile özümseme ve uyum mekanizmaları arasında ilişkiler kurarak kavram gelişimini gerçekleştirdiklerini ifade etmektedir.

Piaget'in yapılandırmacı yaklaşımına dayanan APOS teorisine göre, bir kavramın öğrenciler tarafından anlaşılabilmesi için, söz konusu kavramın zihinsel yapılardan geçirilerek şemalar hâlinde düzenlenmesi gerekmektedir (Çetin & Dubinsky, 2017). Teori, öğrencilerin kavramları anlamlandırma aşamalarında yer

alan bilişsel durumları incelemek amacıyla kullanılmaktadır (Asila vd., 1996; Dubinsky, 1991). Teorinin kurucusu olan Dubinsky ve arkadaşları, Piaget'in yansıtıcı soyutlama mekanizmasını temel alarak yüksek seviyeli matematik çerçevesinde APOS teorisini geliştirmiştir. Teori, adını içinde yer alan zihinsel yapılar olan Action (Eylem), Process (Süreç), Object (Nesne) ve Schema (Şema) kavramlarının baş harflerinden almaktadır.

Yüksek seviyeli matematiksel düşünmenin desteklenmesi açısından teoriye göre, beş farklı yansıtıcı soyutlama süreci bulunmaktadır: interiorization (içselleştirme), generalization (genelleme), coordination (koordinasyon), reversal (tersine çevirme) ve encapsulation (kapsülleme) (Dubinsky, 1991). Şemanın içeriği Şekil 1'de sunulmuştur.



**Şekil 1.** APOS Teorisi Şeması

Şemayı bir çalışma üzerinden örneklendirecek olursak, Altıkardeş ve Koyunkaya (2025) yaptıkları çalışmada matematik öğretmen adaylarının alan konusundaki zihinsel yapılarını APOS teorisi çerçevesinde incelemişlerdir. Araştırmada adayların alan konusuna ilişkin sorulara verdikleri cevaplar, APOS teorisindeki bilişsel aşamalarla ilişkilendirilmiştir. Adaylar, cevaplarının nedenlerini açıklayamadıklarında eylem aşamasında, cevabı verip nedenlerini gerekçelendirebiliyorsa süreç aşamasında, cevabını gerekçelendirdikten sonra yeni fikirler üretebiliyor ve dinamik değişimleri tartışabiliyorsa nesne aşamasında kabul edilmektedir.

Örneğin, kesirlerde toplama konusuna ilişkin  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = ?$  sorusu verildiğinde, pay ve paydaları doğrudan toplayarak işlem yapan öğrenci eylem aşamasında sayılır. Daha sonra paydaları farklı olan kesirleri toplamak için paydaları eşitlemesi gerektiğini fark ettiğinde süreç aşamasına geçer. Nesne aşamasında ise öğrenci bu kesirleri yalnızca toplama işlemi olarak değil, aynı zamanda matematiksel bir nesne olarak görür ve çarpma, bölme veya karşılaştırma gibi diğer işlemlerle ilişkilendirebilir. Şema aşamasında ise öğrenci, kesirlerde toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini birbirleriyle ilişkilendirerek “kesirler şemasını” oluşturur ve yeni problemleri bu şema üzerinden çözebilir.

Teoriye göre, herhangi bir kavramın öğrenilmesi sürecinde iyileştirilecek zihinsel yapıları tespit etmeye yönelik araştırma çerçevesi olan APOS teorisi, üç adımdan oluşmaktadır (Deniz, 2014). İlk adım, planlanan kazanımlara yönelik genetik çözümleme içeren teorik analiz evresidir. İkinci adım, bu çözümlemeye dayalı olarak öğretim stratejisinin tasarlanması ve uygulanmasıdır. Üçüncü adımda ise oluşturulan öğretim stratejisinin değerlendirilmesi ve geliştirilmesine yönelik iyileştirmelerin belirlenmesi yer almaktadır (Voskoglou, 2019).

### **2.3.3.Duval’in Bilişsel Modeli**

Duval, geometrik akıl yürütme süreçlerini algısal açıklamalar üzerinden incelemiş ve geliştirmeye çalışmıştır (Jones, 1998). Duval’e göre, matematiksel nesneler doğrudan algıya veya sezgisel deneyime erişilebilir olmadığından, öğrencinin bir matematiksel nesneyi (örneğin, fonksiyon veya üçgen) anlaması, yalnızca bu nesnenin dışsal ve bilinçli temsillerine (cebirsel formül, grafik, geometrik çizim) sahip olmasıyla mümkün olmaktadır (Duval, 2006, 2017).

Duval, geometrik akıl yürütme süreçlerini bilişsel süreçler ve kavrama süreçleri olmak üzere iki ana başlıkta incelemiştir. Bilişsel süreçler; görselleştirme, oluşturma (inşa etme) ve muhakeme (akıl yürütme) olarak üç alt başlıkta ele alınmıştır. Kavrama süreçleri ise algısal, sıralı, söylemsel ve işlevsel kavrama olmak üzere dört başlıkta incelenmiştir.

Bilişsel süreçler şunları kapsamaktadır:

- Görselleştirme: Kavramların görsel olarak ifade edilmesi sürecidir. Presmeg (1997) görselleştirmeyi, görsel imajların inşa edilmesi ve geliştirilmesi olarak tanımlamaktadır.
- Oluşturma (inşa etme): Herhangi bir geometrik şeklin oluşturulabilmesi için dinamik geometri yazılımları, pergel, cetvel gibi araçların kullanılması sürecini kapsar.
- Muhakeme (akıl yürütme): Bilgide meydana gelen artış veya değişim olarak tanımlanmaktadır.

Kavrama süreçleri ise şu biçimde açıklanabilir:

- Algısal kavrama: Geometrik bir şekle bakıldığında gözlenen ve doğrudan algılanan bilgileri içerir.
- Söylemsel kavrama: Elde edilen bulgulardan istenen duruma ulaşmak için yapılan çıkarım sürecinde, geometrik şekil ile matematiksel ilkeler arasında bağlantı kurma sürecidir (Torregrosa & Quesada, 2008).
- Sıralı kavrama: Oluşturulacak geometrik şeklin araç-gereç kullanılarak çizilmesi ve bu çizim sürecinin açıklanmasıdır.
- İşlevsel kavrama: Problemi çözebilmek için, çoğunlukla algısal kavramlar üzerinde değişiklik yapılmasını gerektirir. Bu değişiklik, geometrik şekil hakkında bilgi sahibi olmayı gerektirir ve şekil üzerinde yapılan değişiklikler işlevsel kavrama olarak adlandırılır (Duval, 1999).

Bu çerçevede Duval'ın yaklaşımı, geometrik düşünme süreçlerini hem bilişsel hem de kavramsal düzeyde anlamayı sağlayan kapsamlı bir model sunmaktadır.

#### **2.3.4. Van Hiele Geometrik Düşünme Modeli**

Van Hiele, Hollandalı matematik eğitimcileri Pierre M. van Hiele ve Dina van Hiele-Geldof tarafından geliştirilen geometrik düşünme düzeyleri teorisinin kurucusudur. Bu teori, bireylerin geometriyi anlama sürecinin beş aşamada geliştiğini ve her aşamanın niteliksel olarak farklı düşünme biçimlerini temsil ettiğini ileri sürmektedir (Van Hiele, 1986). Van Hiele modeline göre geometri öğretimi;

görsel, betimsel, basit çıkarım, çıkarım ve sistematik düşünme olmak üzere beş başlıkta ele alınır (Duatepe Paksu, 2016). Araştırmalarda bu düzeyler bazı çalışmalarda 0–4, bazı çalışmalarda ise 1–5 aralığında verilmiştir. Güncel çalışmalarda 1–5 aralığı daha yaygın olarak kullanılmakta olup (Hoffer, 1981), bu başlıklar sırasıyla şu şekilde tanımlanmaktadır: düzey 1 görsel dönem, düzey 2 analiz, düzey 3 yaşantıya bağlı çıkarım, düzey 4 sonuç çıkarma ve düzey 5 üst düzey dönemdir.

Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri kısa olarak aşağıdaki gibi açıklanabilir:

- Düzey 1 – Görsel Dönem: Öğrenciler geometrik şekilleri yalnızca görünüşlerine göre değerlendirir. Örneğin, bir şekli daha önce gördüğü dikdörtgen şekillerle benzerlik gösterdiği için tanıyabilir, ancak açı veya kenar özelliklerini dikkate almaz (Çetinkaya vd. 2023).
- Düzey 2 – Analiz (Betimsel) Düzeyi: Öğrenci, şekilleri özelliklerine göre analiz edebilir ve gruplandırabilir. Bu düzeyde, öğrenciler şeklin görünümünden ziyade geometrik özelliklerine (kenar uzunlukları, açı ölçüleri vb.) odaklanır (Akın & Sezgin, 2022).
- Düzey 3 – Basit Çıkarım Düzeyi (İlişki Kurma/İnformel Tümdengelim): Öğrenci dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri fark edebilir ve şekillerin özelliklerini açıklamak için gerekli özellikleri sıralayabilir. Örneğin, “Her kare bir dikdörtgendir çünkü hem dört dik açıya hem de paralel karşı kenarlara sahiptir.” ifadesini kullanabilir (Aydoğan & Yılmaz, 2023).
- Düzey 4 – Sonuç Çıkarma (Çıkarım) Düzeyi (Formal Tümdengelim): Öğrenci akıl yürütme süreçleri gerçekleştirir ve geometrik teoremleri ispatlayabilir. Örneğin, “Bir dörtgenin karşılıklı kenarları eşit ve paralel ise bu şekil paralelkenardır.” ifadesini mantıksal olarak gerekçelendirebilir (Günhan vd., 2022).
- Düzey 5 – Üst Düzey (Sistematik Düşünme) Düzeyi (Kesinlik/Rigor): Öğrenci geometrik kavramları bilimsel bir perspektifle ele alır, Öklid dışı geometrilerle karşılaştırmalar yapabilir ve aksiyom değişikliklerinin kavramlar üzerindeki etkilerini sorgulayabilir (Çelik & Yılmaz, 2022).

Dörtgenler üzerinden örnek verildiğinde; Görsel Düzeyde (Düzey 1) öğrenci, “Bu şekil kareye benziyor çünkü bütün kenarları eşit görünüyor.” diyebilir, ancak kare ile dikdörtgen arasındaki mantıksal farkı açıklayamaz (Cantürk Günhan vd., 2022). Analiz Düzeyinde (Düzey 2) ise, “Karede dört eşit kenar ve dört dik açı vardır; dikdörtgende dört dik açı vardır ama sadece karşılıklı kenarlar eşittir.” diyebilir; ancak bu özellikler arasındaki hiyerarşik ilişkiyi henüz kavrayamaz (Çelik & Yılmaz 2022). Basit Çıkarım Düzeyinde (Düzey 3), “Her kare bir dikdörtgendir çünkü hem dört dik açıya hem de paralel karşı kenarlara sahiptir.” diyerek kare ile dikdörtgen arasındaki hiyerarşik ilişkiyi fark eder (Akın & Sezgin, 2022). Sonuç Çıkarma Düzeyinde (Düzey 4 - Formal Tümdengelim) öğrenci teoremleri ispatlayabilir ve ilişkileri yalnızca gözlemle değil, mantıksal gerekçelendirme ile kurar (Cantürk Günhan vd., 2022). Üst Düzey Düşünme Düzeyinde (Düzey 5 - Kesinlik/Rigor) ise, öğrenciler dörtgen özelliklerini Öklid dışı geometrilerle karşılaştırabilir ve paralellik aksiyomunun değişmesi durumunda dörtgen kavramının nasıl etkileneceğini tartışabilir (Çelik & Yılmaz, 2022).

Van Hiele Geometrik Düşünme Modeli'nde düzeyler basamak şeklinde ardışık olarak ilerler; öğrencinin bir üst düzeye geçebilmesi için bir önceki düzeyi tamamlamış olması gerekmektedir (Çelik & Yılmaz, 2022). Bu durum, öğrencilerin öğrenme süreçlerinin sarmal değil, ardışık ve sıralı bir biçimde geliştiğini göstermektedir (Akın & Sezgin, 2022).

### **2.3.5. Pirie-Kieren Teorisi**

Pirie ve Kieren (1994), bireylerin matematiksel anlama süreçlerini tanımlamak ve incelemek amacıyla bir model geliştirmişlerdir. Bu model, ortaokul ve lise seviyesindeki matematik öğrenim süreçlerinin incelenmesi sonucunda oluşturulmuştur (Meel, 2003, s.160). Pirie ve Kieren, matematiksel anlamayı daha iyi gözlemleyebilmek için etkinlik temelli öğrenme ortamlarında öğrencilerle görüşmeler gerçekleştirmiş, bu görüşmeleri kayıt altına almış ve videoları yazılı hâle getirerek teorilerinin geliştirilmesine katkı sağlamıştır (Pirie & Kieren ,1992).

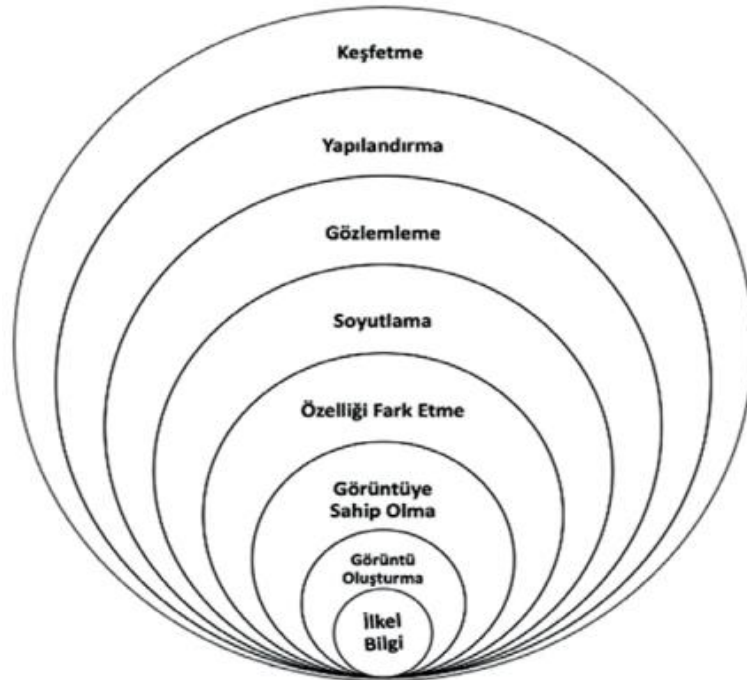
Pirie ve Kieren'e göre matematiksel anlama, sıralı bir süreçten ziyade kendini geliştiren, farklı yolları olan dinamik bir süreçtir. Bu süreçte öğrenciler aktif bir rol

üstlenir ve matematiksel anlamayı yaparak-yaşayarak deneyimleme ve tekrarlayan öğrenme süreçleri çerçevesinde gerçekleştirirler.

Pirie–Kieren Dinamik Modeli, birbirini iç içe geçen sekiz katmandan oluşmaktadır. Bu katmanlar şunlardır:

1. Ön Bilişsel Bilgi – İlkel Bilgi (Primitive Knowing)
2. Görüntü Oluşturma (Image Making)
3. Görüntüye Sahip Olma (Image Having)
4. Özelliği Fark Etme (Property Noticing)
5. Soyutlama (Formalising)
6. Gözlemleme (Observing)
7. Yapılandırma (Structuring)
8. Keşfetme – İcat Etme (Inventising)

Katmanların yapısal ilişkisi ve işleyişi Şekil 2’de gösterilmiştir. Aşağıda bu katmanlar kısaca açıklanmaktadır:



**Şekil 2.** Pirie-Kieren Modeli Katmanları

Pirie-Kieren modelinin ilk katmanı olan Ön Bilişsel Bilgi – İlkel Bilgi katmanı, öğrencinin matematiksel ifadeleri ve kavramları anlamlandırmasının temelini oluşturur. Bu katman, her öğrenilecek kavram için gerekli olan ön bilgileri temsil eder ve belirli anlamaların geliştirilmesi için zorunlu bir seviyedir (Pirie & Kieren, 1994, s. 68).

İkinci katman olan Görüntü Oluşturma katmanında, öğrenciler öğrenilecek kavram hakkında etkinlikler aracılığıyla düşünce geliştirmektedir. Bu katmanda öğrencilerden, önceki öğrenmelerinin üzerine ekleme yaparak sonraki katmanlarda kullanabilecekleri zihinsel temsiller oluşturmaları beklenmektedir (Pirie & Kieren, 1994, s. 170; Mannela & Wörgötter, 2022; Irvine, 2023).

Görüntüye Sahip Olma katmanı, öğrenilen kavram için öğrencinin herhangi bir ek etkinliğe gerek duymadan zihinsel bir görsel oluşturmalarını içerir. Öğrenci, kavramı yapılandırma sürecinde zihninde imgelemeler yaparak bilgiyi pekiştirir (Pirie & Kieren, 1994, s. 170).

Dördüncü katman olan Özelliği Fark Etme katmanında, öğrenciler önceki katmanda oluşturdıkları görüntüler üzerinden kavramın farklılıklarını ayırt edebilir ve bu farklılıkları açıklayabilir. Bu süreç, öğrencinin kavramsal ilişkileri anlamlandırmasını sağlar (Meagher, 2005; Martin & Pirie, 2003).

Beşinci katman olan Soyutlama (Formalising), öğrencinin zihinsel görseller ve yeni öğrenilen bilgiler arasında genelleme yapmasına olanak tanır. Bu katmanda birey, geçmiş görüntülerini baz alarak yöntemleri soyutlayabilir ve genelleme sonucunda çıkarımlarını gerekçelendirebilir (Pirie & Kieren, 1994, s. 171; Walter & Gibbons, 2010).

Altıncı katman olan Gözlemleme, öğrencinin bireysel düşünce süreçlerini fark ederek düzenlemesine ve geçmişten gelen genellenmiş bilgileri gözden geçirmesine olanak tanır. Bu katmanda öğrenciler, öğrendikleri bilgilerin birbirleriyle olan ilişkilerini ifade edebilir (Pirie & Kieren, 1994 s. 171).

Yapılandırma (Constructing / Structuring) katmanı, öğrencinin önceden elde ettiği bilgileri yeni hipotezler ile ilişkilendirmesini ve matematiksel durumlarla ifade etmesini içerir. Bu aşamada öğrenci, kavramları önceki bilgi birikimiyle

ilişkilendirir, örnekler üretir ve anlamını bilinçli bir şekilde yapılandırır (Martin, 2013; Pirie & Kieren, 1994).

Son katman olan Keşfetme – İcat Etme (Inventising) aşamasında ise öğrenciler, kavramı anlamak için somut materyallere veya fiziksel işlemlere bağımlı olmaksızın, zihinsel imgeleri kullanarak yeni durumları analiz edebilir ve problem çözme süreçlerinde yaratıcı çıkarımlar gerçekleştirebilir (George & Voutsina, 2024, s. 579).

Bu katmanları dörtgenler üzerinden örneklendirecek olursak; ilkel bilgi katmanında öğrenci, masanın dikdörtgen şeklinde olduğunu veya duvardaki çerçevenin kare olduğunu ifade ederek günlük yaşamla ilişki kurar. Görüntü oluşturma katmanında kare, dikdörtgen veya paralelkenar çizerek temel özellikleri fark edebilir. Görüntüye sahip olma katmanında ise, şeklin dikdörtgen olduğunu fakat kare olmadığını ayırt edebilir. Özelliği fark etme katmanında, karenin tüm kenarları eşitken dikdörtgende yalnızca karşılıklı kenarların eşit olduğunu ifade edebilir. Soyutlama katmanında, dörtgenin tanımını ve dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri kavrayabilir. Gözlemleme katmanında, tüm karelerin dikdörtgen olduğunu ancak her dikdörtgenin kare olmadığını söyleyebilir. Yapılandırma katmanında, karenin hem dikdörtgen hem de eşkenar dörtgen olduğunu belirleyerek dörtgenleri sınıflandırabilir. Keşfetme katmanında ise öğrenci, dörtgenleri üç boyutlu şekillerle ilişkilendirebilir ve farklı dörtgen özelliklerini test edebilir.

## **2.4.Yapılan Çalışmalar**

Bu bölümde dörtgen öğrenimi ve Pirie Kieren öğrenme modeli üzerine yapılan çalışmalara yer verilmiştir.

### **2.4.1.Dörtgen Öğrenimi ile İlgili Yapılan Çalışmalar**

Bu bölümde, dörtgenler konusuna ilişkin yapılan araştırmalar ele alınmıştır. Literatürde, farklı öğretim yöntemlerinin dörtgenler konusunun öğretimine etkisi ve öğrencilerin başarı, tutum gibi çeşitli çıktıları üzerine yapılan çalışmalar mevcuttur.

Güleş ve Yıldız (2021) tarafından gerçekleştirilen çalışmada, 8. sınıf öğrencilerinin dörtgenler arası hiyerarşik ilişkileri GeoGebra yazılımı ile öğrenmelerinin erişim düzeyine etkisi incelenmiştir. Araştırma, 15'er kişilik deney ve

kontrol gruplarından oluşan toplam 30 öğrenciyle yürütülmüştür. Deney grubuna GeoGebra yazılımı ile, kontrol grubuna ise fiziksel manipülatifler kullanılarak öğretim gerçekleştirilmiştir. Ön test-son test uygulanan çalışmanın sonucunda, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin puanları arasında anlamlı bir fark gözlenmemiştir; her iki grubun erişti düzeylerinde benzer artışlar elde edilmiştir.

Akkaş ve Türnüklü (2014) yaptıkları araştırmada, matematik öğretmenlerinin dörtgenleri öğretirken kullandıkları yöntemleri pedagojik alan bilgisi ve öğretim stratejileri bileşeni açısından incelemişlerdir. Araştırma 12 farklı okuldan katılan 30 öğretmen ile gerçekleştirilmiş, veri toplama aracı olarak görüşmeler kullanılmıştır. İçerik analizi sonucunda, öğretmenlerin tanımlama stratejisini görselleştirme stratejisi ile birlikte kullandıkları, formel tanımların yanı sıra informal tanımların da derslerde yer aldığı belirlenmiştir. Ayrıca öğretmenlerin dörtgenlerin kısmi ve dönüşüm sınıflandırmalarını sıklıkla kullandıkları tespit edilmiştir.

Genç ve Öksüz (2016) araştırmasında, 5. sınıf öğrencilerinin çokgenler ve dörtgenler konusunu dinamik matematik yazılımı ile öğrenmelerinin başarı ve kalıcılığa etkisi incelenmiştir. Ön test-son test kontrol gruplu yarı deneysel model kullanılan çalışmada, deney grubuna konu dinamik matematik yazılımı ile öğretilirken, kontrol grubuna mevcut müfredat uygulanmıştır. Veri toplama aracı olarak, araştırmacılar tarafından geliştirilen 26 maddelik “5. Sınıf Çokgenler ve Dörtgenler Başarı Testi” (Cronbach Alpha = .75) kullanılmıştır. Analizler, ilişkisiz ve ilişkili t-testleri ile yapılmıştır. Sonuçlar, deney grubunun kontrol grubuna göre anlamlı derecede daha yüksek başarı ve kalıcılık düzeyine sahip olduğunu göstermiştir.

Özçakır ve Çakıroğlu (2017) ise 7. sınıf öğrencilerine yönelik GeoGebra yazılımı ile hazırlanmış etkinliklerin, dörtgenlerin alan hesabı kazanımlarına etkisini incelemiştir. Araştırma grubu 40 öğrenci ile sınırlı olup, etkinlik kâğıtları veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Öğrenci cevapları üç kategori altında kodlanmış ve yapılan analizler, etkinliklerin dörtgenlerde alan bağıntısını kavramada olumlu etki sağladığını göstermiştir. Ayrıca teknoloji destekli matematik eğitiminin ve öğrencilerin seviyesinin dikkate alınmasının etkinliklerin başarısı için önemli olduğu belirtilmiştir.

Horzum (2018) araştırmasında, ortaokul matematik öğretmeni adaylarının dörtgenlerle ilgili anlamalarını kavram haritaları aracılığıyla incelemiştir. Çalışma 26 öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiş ve veri toplama aracı olarak, yönlendirmesi düşük “sıfırdan harita yap” türü kavram haritası tekniği kullanılmıştır. Betimsel analiz yöntemi ile elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının kavram haritalarını oluştururken geometrik çizimleri tercih ettiklerini ve parçalı sınıflama yaptıklarını göstermiştir. En çok kare, paralelkenar ve dikdörtgen çizimleri yapılırken, eşkenar dörtgen ve yamuk en az ele alınmıştır. Ayrıca bazı adayların yamuğu yalnızca “çift bir kenarı paralel olan dörtgen” şeklinde ifade ettikleri görülmüştür.

Abdioğlu ve Güveli (2022), çalışmalarında 5. sınıf öğrencilerine diyalojik yaklaşım ile dörtgenler konusunun öğretiminin uygulanabilirliğini incelemiştir. Araştırma, 5. sınıfta öğrenim gören üç öğrenci ile yürütülmüştür. Dersler sırasında “köşegen senaryosu oluşturma”, “dörtgenlerin duruşunu değiştirme”, “boyama”, “gizli grupta” ve “Türkiye haritasına benzeterek özel dörtgenler kümesi oluşturma” gibi etkinlikler uygulanmıştır. Veri toplama aracı olarak video kayıtları, öğretmen günlükleri ve öğrenci günlükleri kullanılmış, elde edilen veriler betimsel analiz yöntemiyle incelenmiştir. Analizler, Alexander (2010)’in diyalojik öğretim prensipleri olan “ortaklaşılık”, “karşılıklık”, “destekleyicilik”, “birikimlilik” ve “amaçlılık” doğrultusunda yorumlanmıştır. Bulgular, diyalojik yaklaşım ile gerçekleştirilen derslerin öğrenci yanıtlarına göre şekillendiği ve geleneksel yöntemlere göre daha uzun sürdüğünü göstermiştir. Ayrıca, öğrencilerin öğretmenle yakın iletişim kurdukları, öğretmenin öğrencilerini dinleyerek dersleri onların yanıtlarına göre şekillendirdiği ve bu nedenle öğrencilerin kendilerini değerli hissettikleri, aktif oldukları ve uygulamadan memnun kaldıkları belirlenmiştir. Araştırma sonucunda, öğrencilerin soru sorma becerilerinin artırılması amacıyla tartışma ortamlarının oluşturulması önerilmiş; diyalojik yaklaşımın öğretmenlere yönelik kitaplar ve eğitimlerle desteklenebileceği, teknolojik araçlarla zenginleştirilerek uygulanabileceği ve böylece uygulama süresinden tasarruf sağlanabileceği vurgulanmıştır.

Balgalmış ve Ceyhan (2019) çalışmalarında, dörtgenlerin içeren ve hariç tutan tanımlarına odaklanan öğretimin, 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenleri ilişkilendirme becerilerine etkisini incelemiştir. Araştırma, deney grubunda 16,

kontrol grubunda 15 olmak üzere toplam 31 öğrenci ile yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak, uzmanlarla birlikte geliştirilmiş “Dörtgenler Erişi Testi” kullanılmıştır. Deney grubuna dörtgenler içeren tanımlar üzerinden, kontrol grubuna ise hariç tutan tanımlar üzerinden öğretim yapılmıştır. Araştırma sonucunda, ön test puanları açısından iki grup arasında anlamlı bir fark bulunmazken, son test puanları bakımından deney grubunun kontrol grubuna göre anlamlı derecede üstün olduğu görülmüştür. Bulgular, dörtgenlerin tanımlarına dikkat edilerek yapılan öğretimin öğrenci başarısı üzerinde olumlu etkisi olduğunu göstermiştir.

Özdemir, Alaybeyoğlu ve Balbal (2017) ise lisede matematik dersinde zihin haritalama tekniğini kullanarak öğrencilerin uygulamaya ilişkin görüşlerini incelemişlerdir. Çalışma, 24 kişiden oluşan 10. sınıf öğrencileri ile yürütülmüştür. Araştırmada, öğrencilere zihin haritalama tekniği hakkında bilgi verildikten sonra, dörtgenler konusu ile ilgili kendi zihin haritalarını oluşturmaları istenmiştir. Öğrencilerin hazırladıkları zihin haritaları incelenmiş ve uygulama sürecine ilişkin görüşleri alınmıştır. Araştırma sonuçları, zihin haritalama tekniğinin öğrencilere tekrar yapma imkânı sağladığını ve öğrenmeyi kolaylaştırdığını ortaya koymuştur.

#### **2.4.2. Pirie Kieren Geometri Öğrenme Modeli ile İlgili Yapılan Çalışmalar**

Bu bölümde Pirie–Kieren teorisini temel alan araştırmalara yer verilmiştir. Karimah, Setiyani, Ferdianto, Sumarwati ve Heryanti (2024) tarafından yürütülen çalışmada, yedinci sınıf öğrencilerinin hikâye problemi çözme sürecinde Pirie–Kieren teorisinin katmanlarını nasıl kullandıkları ve bilişsel stillerinin (field-dependent vs. field-independent) bu sürece etkisi incelenmiştir. Araştırma bulguları, field-independent öğrencilerin problem çözme sürecinde daha aktif olduklarını ve matematiksel anlayışlarını daha etkin biçimde organize edebildiklerini göstermiştir. Çalışma, öğrencilerin matematiksel kavramları katmanlı olarak anlamalarının önemini vurgulamaktadır.

Ayu, Kurniati, Fauziah ve Kurnia (2021), yaptıkları araştırmada ilkökul öğrencilerinin matematiksel iletişim becerileri ve problem çözme süreçlerini Pirie–Kieren teorisi çerçevesinde analiz etmişlerdir. Bulgular, yüksek matematiksel beceriye sahip öğrencilerin, “folding back” süreçlerini mantıklı ve açık bir şekilde

aktarabildiklerini göstermiştir. Araştırma, öğretim sırasında kavramsal anlamının ve matematiksel iletişimin nasıl desteklenebileceğine dair önemli ipuçları sunmaktadır.

Şengül ve Kıral Demir (2024), ortaokul öğretmen adaylarının rasyonel sayılar kavramına ilişkin zihin haritalarını incelemişlerdir. Araştırma sonuçları, öğretmen adaylarının çoğunun “görüntü oluşturma” katmanında yer aldığını ve kavramlar arasında ileri-geri bağlantılar (folding back) kurmakta belirli güçlükler yaşadıklarını ortaya koymuştur. Çalışma, matematik öğretiminde öğrencilerin kavramsal anlama düzeylerini değerlendirmek için Pirie–Kieren modelinin kullanılabileceğini göstermektedir.

Gülkılık, Uğurlu ve Yürük (2015) tarafından gerçekleştirilen araştırmada, onuncu sınıf öğrencilerinin geometrik dönüşümler konusundaki anlayışları Pirie–Kieren modeline göre incelenmiştir. Bulgular, öğrencilerin informal (günlük) anlayıştan formal (matematiksel) anlayışa geçişlerinin doğrusal bir süreç izlemediğini, zaman zaman geri adımların görüldüğünü ortaya koymuştur. Bu durum, matematiksel anlama süreçlerinin sarmal ve katmanlı bir yapıda geliştiğini desteklemektedir.

Martin ve Towers (2016), uzun dönemli bir çalışmada “folding back” kavramının öğrencilerin bireysel ve kolektif matematiksel anlayışlarının gelişimindeki rolünü incelemişlerdir. Araştırma, öğretmenlerin bu süreçte rehberlik rolünün önemini vurgulamış ve öğrencilerin önceki bilgilerinden yeni kavramlar türetirken ileri-geri bağlantılar kurmalarının öğrenme sürecini derinleştirdiğini göstermiştir.

Altınok, Akdemir ve Işık (2023) tarafından yürütülen çalışma, matematik öğretmeni adaylarının limit kavramına dair matematiksel anlamalarını Pirie–Kieren Modeli bağlamında incelemiştir. Çalışma, adayların büyük çoğunluğunun limit kavramını Görüntü Oluşturma (Image Making) ve Görüntü Sahip Olma (Image Having) katmanlarında sergilediğini ortaya koymuştur. Özellikle, limitin sonsuza yaklaşma gibi soyut yönlerini anlamlandırmada ve Soyutlama (Abstracting) katmanına geçişte zorlandıkları belirlenmiştir. Bu bulgular, adayların limit kavramını tam olarak kavrayamamış olmaları nedeniyle, gelecekteki öğrencilerinin anlamalarını desteklemede yetersiz kalabileceklerini düşündürmektedir.

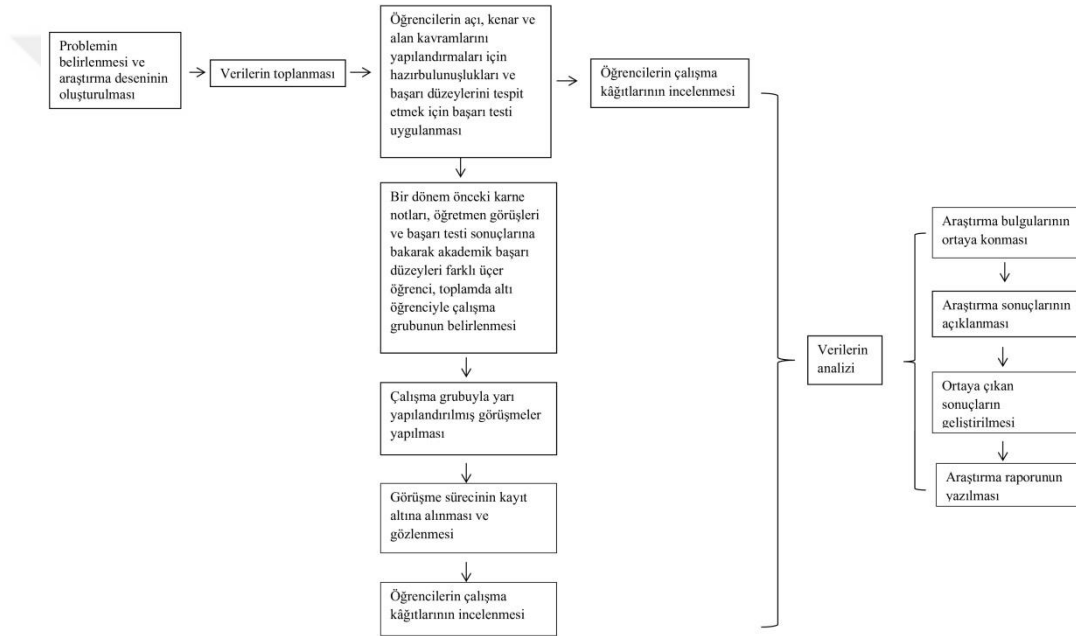
Tursiani, Nurkholida, Farida ve Novita (2022) yaptıkları araştırmada, sekizinci sınıf öğrencilerinin doğrusal denklem sistemi (DDS) problem çözme süreçlerindeki matematiksel anlamalarını Pirie–Kieren Modelinin katmanlarına göre analiz etmişlerdir. Araştırma, yüksek başarı gösteren öğrencilerin, problemi anlama, çözme planı yapma ve sonucu kontrol etme aşamalarında modelin Biçimselleştirme (Formalizing) katmanına ulaşabildiklerini göstermiştir. Ancak, ortalama başarıya sahip öğrencilerin, daha çok Görüntüleme (Imaging) katmanında kaldıkları ve özellikle Geri Katlanma (Folding Back) stratejisini, kavramsal bilgileri organize etmek yerine, sadece işlem hatalarını kontrol etmek için kullandıkları gözlemlenmiştir.

Suhadi, Nurwahyu ve Sâri (2022) tarafından gerçekleştirilen çalışma, ortaokul öğrencilerinin çemberin çevresi ve alanı konularındaki anlamalarını incelemiştir. Çalışmada, öğrencilerin çemberin alan formülünü ezberlemiş olmalarına rağmen, bu formülün nereden geldiğini açıklamakta veya farklı durumlara uyarlamakta zorlandıkları tespit edilmiştir. Bu durum, öğrencilerin sadece İlk Anlama (Primitive Knowing) veya Görüntüleme (Imaging) katmanında kaldıklarını; yani, formüle sahip olduklarını ancak bu formülün dayandığı matematiksel prensipleri Soyutlama (Abstracting) katmanında içselleştiremediklerini göstermiştir. Bu bulgu, öğrencilerin mekanik öğrenmeden derin kavramsal anlamaya geçişte zorlandıklarını vurgulamaktadır.

### 3.YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın yönteminden bahsedimiştir. Öncelikle araştırmanın uygulama, analiz ve değerlendirme süreci tanıtılmıştır. Daha sonra araştırma deseni, araştırmaya ait katılımcılar, veri toplama araçları, veri toplama süreci, verilerin analizi ve araştırmanın geçerlik ve güvenirliğinin nasıl sağlandığı hakkında bilgi verilmiştir. (Bkz. Şekil 3)

#### 3.1. Araştırmanın Uygulama, Analiz ve Değerlendirme Süreci



Şekil 3. Araştırmanın uygulama, analiz ve değerlendirme süreci

Şekil 3'te gösterildiği üzere, araştırmanın uygulama, analiz ve değerlendirme sürecinde ilk aşamada problem durumu belirlenmiş ve uygun araştırma deseni oluşturulmuştur. Daha sonra verilerin toplanabilmesi amacıyla çalışma grubunun belirlenmesine yönelik olarak ön test niteliğinde bir başarı testi uygulanmıştır. Çalışma grubuyla gerçekleştirilen tüm uygulamalar, araştırma sürecinin bütüncül biçimde izlenebilmesi amacıyla video teknolojisi kullanılarak sesli ve görüntülü biçimde kayıt altına alınmış; elde edilen kayıtlar içerik analizi kapsamında titizlikle incelenmiştir. Analiz aşamasında veriler çözümlenerek araştırmanın bulguları elde edilmiş ve bu bulgular, tartışma bölümünde ilgili literatür ışığında yorumlanmış;

araştırmanın sonuçları ortaya konmuştur. Son aşamada, elde edilen bulgular alan yazınla ilişkilendirilerek araştırma raporu oluşturulmuştur.

Verilerin analizi sürecinde öncelikle öğrencilerle gerçekleştirilen diyaloglar belirlenmiş ve metin hâline getirilmiştir. Daha sonra, öğrencilerin verdikleri yanıtlar doğrultusunda her bir öğrencinin hangi öğrenme katmanında yer aldığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin en fazla ulaştıkları katmanlar ile en çok ve en az bulundukları katmanlar analiz edilerek tablo hâline getirilmiştir. Ayrıca, öğrencilerin etkinliklerde geçirdikleri süreler hesaplanarak ayrı bir tablo oluşturulmuştur. Akademik başarı düzeyine göre yüksek ve düşük gruplara ayrılan öğrencilerin verileri bağımsız olarak değerlendirilmiş ve elde edilen bulgular ışığında, akademik başarı düzeyi yüksek ve düşük öğrencilerin Pirie–Kieren modeline göre dörtgenler kavramını anlamlandırma ve yapılandırma süreçlerine ilişkin çıkarımlar sunulmuştur.

### **3.2. Araştırma Deseni**

Bu araştırma nitel araştırma paradigması çerçevesinde yürütülmüştür. Nitel araştırmalar, tarihsel süreç içerisinde doğal araştırma, yorumlayıcı araştırma ve alan araştırması gibi adlarla anılmıştır (Baltacı, 2017). Bu tür araştırmalarda gözlem, görüşme ve doküman inceleme gibi nitel veri toplama yöntemleri kullanılmakta; araştırmacılar, bilinen veya bilinmeyen problemleri doğal bağlamları içerisinde ele almakta ve öznel yorumlarla değerlendirmektedirler (Seale, 1999). Ayrıca nitel araştırmalar, farklı disiplinleri bir araya getiren bütüncül bir yapıya sahiptir (Hatch, 2002; Merriam & Grenier, 2019) ve bu bağlamda, araştırmacılar algılanan problemleri yorumlayıcı bir bakış açısıyla ele alarak, bu problemlerin bireyler üzerindeki etkilerini incelemeyi amaçlamaktadır. Nitel araştırmalarda temel amaç, çalışmaya katılan bireylerin algıladıkları durumları ve yaşadıkları deneyimleri derinlemesine ortaya çıkarmaktır (Yıldırım & Şimşek, 2008, s. 45).

Nitel araştırma sürecinde, ilgi çekici ve merak uyandıran bir araştırma konusu belirlenmesi önem taşır; çünkü araştırmacılar, süreç boyunca ilgisiz veya farklı yönlere kayma riskine sahiptir (Creswell, 2002; Guba & Lincoln, 1994). Analiz sürecinde, elde edilen veriler içerisinden problemle doğrudan ilgili olan ve olmayan veriler ayrıştırılarak yorumlama yapılmalıdır. Bu yaklaşım, araştırmanın geçerliliğini ve yorumların doğruluğunu artırmaktadır.

Bu çalışma, öğrencilerin dörtgenlerle ilgili açı, kenar ve alan kavramlarını yapılandırma süreçlerini incelemeyi amaçlamaktadır. Öğrencilerin bu kavramları öğrenirken hangi kavramlar arasında bağlantılar kurduklarının ve bilgiyi nasıl yapılandırıdıklarının ortaya konması, nitel araştırma yöntemleriyle mümkün olduğundan, araştırmanın nitel araştırma yaklaşımına uygun olduğu düşünülmektedir. Nitel araştırmalarda, olgu ve süreçlerin doğal bağlamında derinlemesine incelenmesi gerektiği vurgulanmakta ve bu nedenle nitel desen, eğitim araştırmalarında sıklıkla tercih edilmektedir (Yıldırım & Şimşek, 2011; Çepni, 2012).

Bu bağlamda, nitel araştırma yöntemlerinden özellikle durum çalışması deseni benimsenmiştir. Durum çalışmaları, araştırılmak istenen durum veya olayın kendi bağlamı içinde, sınırları belirli olmayan güncel olayların doğal ortamında incelenmesine olanak tanır; bu yaklaşım, olay ile bağlam arasındaki etkileşimin anlaşılmasında önem taşır (Yin, 2018). Ayrıca, durum çalışmaları çoklu veri toplama araçlarının (görüşme, doküman analizi, gözlem vb.) kullanılmasıyla derinlemesine bilgi edinilmesini sağlar; bu özellik, öğrencilerin dörtgen kavramlarını yapılandırma süreçlerinin detaylı olarak incelenmesi açısından uygun bir yöntem sunmaktadır (Çepni, 2012).

Araştırmanın teorik altyapısı olarak Pirie ve Kieren’in dinamik öğrenme modeli tercih edilmiştir. Bu model, öğrencilerin matematiksel kavramları anlamlandırırken kavramları yapılandırma sürecinde ortaya koydukları zihinsel katmanları —örneğin “görüntü oluşturma”, “özellik fark etme” ve “soyutlama” gibi aşamaları— analiz etmeye imkân tanır (Argat, 2012). Model sayesinde, öğrencilerin katmanlar arasındaki geçişleri, hangi katmanda bulundukları ve kavramlar arasındaki ilişkileri nasıl kurdukları sistematik bir biçimde incelenebilmiştir. Bu yaklaşım, hem kuramsal olarak güçlü bir çerçeve sağlamış hem de öğrencilerin kavramsal gelişim süreçlerinin doğal bağlamında derinlemesine analiz edilmesine olanak tanımıştır.

Araştırmada, akademik başarı düzeyi yüksek üç ve akademik başarı düzeyi düşük üç öğrenci olmak üzere toplam altı öğrenci yer almış; bu durum, çalışmanın çoklu durum çalışması biçiminde yürütülmesine imkân tanımıştır. Elde edilen

bulgular, istatistiksel verilere dayalı çıkarımlar yerine kuramsal çerçeve ve örneklem üzerinden yapılan analizlerle yorumlanmış ve genellemelere ulaşılmaya çalışılmıştır.

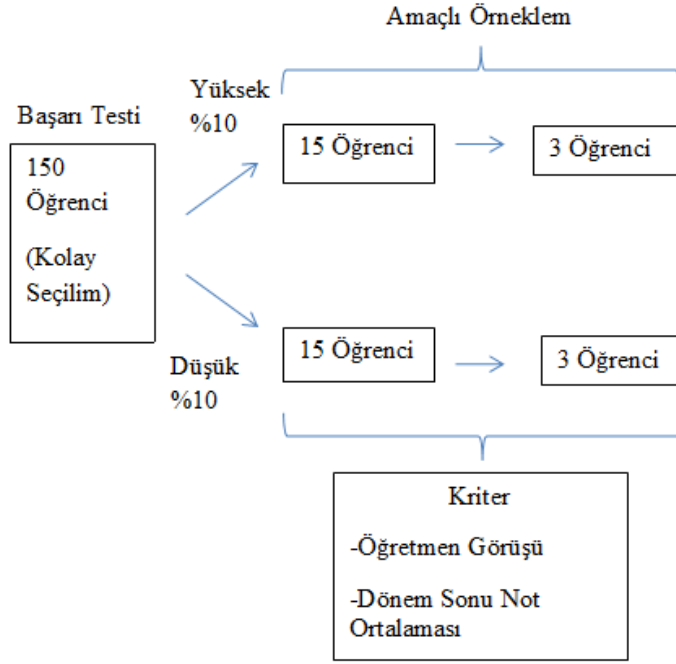
### **3.3.Katılımcılar**

Bu çalışmanın amacı, akademik başarı düzeyi yüksek ve düşük öğrencilerin Pirie–Kieren modeline göre dörtgenler ve aralarındaki ilişkileri anlamlandırma süreçlerini incelemektir. Akademik başarı düzeyi yüksek ve düşük öğrencilerin belirlenmesi için katılımcı seçimi iki aşamada gerçekleştirilmiştir.

Çoklu durum deseninin kullanıldığı bu araştırmada örneklem seçiminin ilk aşamasında kolay ulaşılabilir örneklem yöntemi benimsenmiş ve 7. sınıf düzeyinde öğrenim gören 152 öğrenciye ulaşılmıştır. Kolay ulaşılabilir örneklem yöntemi, mevcut, hızlı ve kolay erişilebilen verilere dayanmaktadır (Baltacı, 2018) ve nitel araştırmalarda sıklıkla kullanılmaktadır. Her ne kadar geçerlilik ve güvenilirlik açısından sınırlılıkları bulunsa da (Creswell, 2013; Shenton, 2004), örneklem seçiminin ikinci aşaması olan amaçlı örneklem seçiminde uygun bir yöntem olarak değerlendirilmiştir.

Araştırmanın ikinci aşamasında, Ağrı ili Doğubayazıt ilçesinde öğrenim gören öğrenciler arasından akademik başarı düzeyi yüksek ve düşük üçer öğrenci seçilmiştir. Bu seçim, başarı testi sonuçlarına dayalı olarak en yüksek ve en düşük %10'luk grupta yer alan öğrenciler arasından yapılmıştır. Öncelikle bir önceki yılın matematik dönem sonu notları dikkate alınmış, bu öğrenciler arasından en yüksek ve en düşük başarıya sahip olanlar belirlenmiştir. Ayrıca, öğrencilerin ders içi performansları ve sınav başarılarına ilişkin öğretmen görüşleri alınmış ve not ortalamaları ile kıyaslanmıştır.

Nitel araştırmalarda veri doygunluğuna ulaşmak amacıyla, kendilerini ifade edebilen katılımcıların seçilmesine özen gösterilmiştir. Bu üç ölçüt —başarı testinde en yüksek ve en düşük %10'luk dilimde yer almak, dönem sonu notları ve öğretmen görüşleri— birlikte değerlendirildiğinde, araştırmaya katılacak akademik başarı düzeyi yüksek ve düşük üçer öğrenci belirlenmiştir. Yapılan karşılaştırmalar, başarı testi sonuçları ile öğretmen görüşleri ve öğrenci not ortalamalarının paralellik gösterdiğini ortaya koymuştur. Bu süreç Şekil 4'te sunulmuştur.



Şekil 4. Öğrenci seçim süreci

Katılımcı olarak seçilen öğrencilerden akademik başarısı yüksek olan üç öğrenciye Ahmet, Büşra, Cansu takma isimleri atanmıştır. Benzer şekilde akademik başarısı düşük olan üç öğrenciye de Doruk, Elif, Fatma takma isimleri atanmıştır. Bu öğrenciler hakkında demografik bilgiler Tablo 2’de sunulmuştur.

Tablo 2. Öğrencilere ait demografik bilgiler

|                                                                 | İsim  | Cinsiyet | Matematik<br>Not<br>Ortalaması<br>(Yuvarlama) | Başarı testi<br>sıralaması<br>(%10’luk) |
|-----------------------------------------------------------------|-------|----------|-----------------------------------------------|-----------------------------------------|
| <b>Akademik<br/>Başarı<br/>Düzeyi<br/>Yüksek<br/>Öğrenciler</b> | Ahmet | Erkek    | 88                                            | 2                                       |
|                                                                 | Büşra | Kız      | 94                                            | 1                                       |
|                                                                 | Cansu | Kız      | 87                                            | 3                                       |
| <b>Akademik<br/>Başarı<br/>Düzeyi</b>                           | Doruk | Erkek    | 71                                            | 13                                      |
|                                                                 | Elif  | Kız      | 73                                            | 12                                      |

Tablo 2’de amaçlı örneklem yöntemi ile seçilen 15 akademik başarı seviyesi yüksek öğrenci arasından Büşra birinci, Ahmet ikinci ve Cansu üçüncü sırada yer almıştır. Yuvarlanmış şekilde verilen karne ortalamalarında ise, Ahmet 88, Büşra 94 ve Cansu 87 puana sahip olmuştur.

Akademik başarı düzeyi yüksek öğrenciler gibi amaçlı örneklem yöntemiyle seçilen 15 öğrenci arasından Doruk on üçüncü, Elif on ikinci ve Fatma on beşinci sırada yer almıştır. Yuvarlanmış şekilde verilen karne ortalamalarında ise Doruk 71, Elif 73 ve Fatma 69 puana sahip olmuştur.

Akademik başarı düzeyi yüksek olan öğrencilerde, güçlü bir kavramsal temel ve üst düzey düşünme becerileri ön plana çıkmaktadır. Öğretmen görüşlerine göre Büşra, sınıfın en başarılı öğrencisi olup, konuları hızla kavrama ve soyut düşünme yeteneği gelişmiştir. Büşra, derslere liderlik rolünde katılır ve karmaşık problemlere etkin çözüm önerileri sunar. Ahmet, çok başarılı ve istikrarlı bir profil çizer; öğrenmeye isteklidir ve ders takibinde süreklilik gösterir. Not ortalaması ile başarı testi sıralamasının tutarlılığı, sağlam kavramsal yapısını teyit etmektedir ve sınıf içi tartışmalarda bilgiyi yapılandırmada aktif bir rol üstlenir. Cansu ise, yüksek başarı gösteren, detaycı bir öğrenci olarak tanımlanmış; kavramları anlama ve uygulama konusunda güçlüdür. Kendi öğrenme sürecini öz-yönetimli bir biçimde yürütebilmesi sayesinde, öğretmenin desteğine minimum düzeyde ihtiyaç duyar. Bu öğrenciler, genel olarak bilişsel esneklik ve yüksek motivasyon ile karakterize edilmektedir.

Akademik başarı düzeyi düşük olan öğrenciler ise kavramsal temelleri yapılandırmada zorluklar yaşamaktadır. Elif, çaba göstermesine rağmen temel kavramları anlamakta zorlanan bir öğrenci olarak değerlendirilmektedir. Not ortalamasının sıralamasına göre biraz daha yüksek olması, öğrencinin gösterdiği çabaya işaret etmekle birlikte, Pirie-Kieren modelinde Özelliği Fark Etme katmanında takılma eğilimi gösterebilir. Bu durum, kavramları somut özelliklerinden genelleme düzeyine taşıyamadığını düşündürmektedir; bu nedenle görsel temsillerle desteklenmesi önerilmiştir. Doruk, düşük motivasyon veya dikkat dağınıklığı riski

taşıyan bir profil çizmektedir ve etkinliklerde sıkça tıkanma yaşamaktadır. Not ortalaması ve sıralamasının düşüklüğü göz önüne alındığında, öğrenmenin ilerlemesi için öğretmenin yapılandırılmış desteğine ihtiyacı bulunmaktadır. Son olarak, Fatma, kavramsal temel eksiklikleri en yüksek olan öğrencidir ve en düşük başarıya sahiptir. Bu durum, matematiğe karşı özgüven eksikliği yaşaması ve derse çekingen katılması beklentisini beraberinde getirmektedir. Öğretmen, Fatma için basit ve somut adımlarla ilerlemenin kritik önem taşıdığını belirtmiştir. Genel olarak bu öğrenciler, öğrenme sürecinde daha fazla rehberlik ve somutlaştırmaya ihtiyaç duymaktadır.

### **3.4. Veri Toplama Araçları**

Bu çalışmada katılımcıları belirlemek adına başarı testi oluşturulmuştur. Daha sonra ise etkinlikler üzerinden dörtgenler aç, kenar ve alan kavramlarına yönelik düzeyleri belirlenmiştir. Dolayısıyla, bu çalışmanın veri toplama araçlarına ait bilgiler bu bölümde sunulmuştur.

#### **3.4.1. Başarı Testi**

Öğrencilerin geçmişten gelen bilgileri ile yeni öğrenilen bilgileri harmanlamada zaman zaman eksiklikler yaşanmaktadır. Bu nedenle öğrencilerin öğreneceği, anlamlandıracağı yeni öğrenmelerinde öncelikle hazırbulunuşlukları tespit edilmelidir. Çalışmada öğrencilerin ön bilgilerini tespit etmek için dört işlem, aç, kenar ve alan kavramlarına yönelik bir başarı testi gerçekleştirildi. Bu test ile öğrencilerin başarı seviyeleri de tespit edilmiştir.

Başarı testinde yer alan sorular, belirlenen ilkokul ve ortaokul matematik kitaplarından derlenerek hazırlanmıştır. Söz konusu kitaplar, Korza Yayıncılık tarafından yayımlanmış olup, soruların kullanımı için gerekli izinler alınmıştır; bu sayede yayın hakları ihlal edilmemiştir. Çoğu yayın evinin, kitaplarda yer alan soruların izinsiz kullanımını yasaklaması nedeniyle, testin hazırlanması sürecinde telif haklarına uygun hareket edilmiştir. Testin ilk halinde 30 adet çoktan seçmeli soru yer alırken, uzman görüşleri ile birlikte bu sayı 20 soruya indirilmiştir. Sorular öğrencilerin seviyesine uygun ve amaca yönelik olacak şekilde ön bilgilerine uygun sorulardan oluşması ölçütü olarak ele alınmıştır. Sorular bir önceki yıl geometri öğrenme alanına ait kazanımlardan oluşmuştur. Çoktan seçmeli sorulardan oluşan

toplam 20 soru ile pilot uygulama 2024-2025 eğitim öğretim yılı güz döneminde 150 öğrenciye, 40 dakikalık sürede matematik öğretmenleri tarafından uygulanmıştır. Çoktan seçmeli testlerde şans başarısını önlemek, testin geçerliliği ve güvenilirliği açısından büyük önem taşımaktadır. Bu amaçla, öncelikle her soru için üç ila beş seçenek kullanılması önerilmektedir; araştırmalar, iki işlevsel çeldiricinin yeterli olabildiğini ve üç seçenekli soruların çoğu durumda etkili olduğunu göstermektedir (Rodriguez, 2005; Schmucker & Moore, 2025). Yanlış seçeneklerin mantıklı, öğrencilerin sıklıkla yaptığı hataları yansıtan ve doğru cevaba en azından mantıksal olarak yakın olması, tahmine dayalı başarıyı azaltır (İkiz & Gelbal, 2024). Ayrıca, soruların yalnızca ezbere değil, kavrama ve yorumlamaya yönelik hazırlanması, öğrencilerin bilgiyi anlamaya dayalı olarak yanıt vermelerini sağlamaktadır (Tan, 2004). Test maddelerinin istatistiksel olarak analiz edilmesi, madde güçlüğü ve ayırt edicilik indeksleri üzerinden değerlendirilmesi, zayıf çeldiricilere sahip soruların elenmesi veya düzeltilmesi, testin hem iç tutarlılığını hem de ölçme amacına uygunluğunu artırır (Badat vd., 2020). Bu önlemler bir arada uygulandığında, çoktan seçmeli testler yalnızca bilgi ölçen araçlar olmaktan çıkar ve öğrencilerin kavramsal anlayışını güvenilir ve geçerli biçimde ölçen değerlendirme araçları hâline gelir. Sorular için madde güçlük ve ayırt edicilik indekslerine bakılmıştır. Madde güçlük indeksi, soruların ne kadar kolay ya da zor olduğunu belirlemek için kullanılır. Madde güçlük indeksi belirlenirken;

$$P = \text{Doğru cevaplayan öğrenci sayısı} / \text{Toplam öğrenci sayısı}$$

formülü kullanılmıştır. Bu indekste kabul edilebilir ideal aralığın 0.40 ile 0.60 arası olduğu değerlendirilmektedir. Bu aralıktaki sorular orta düzeyde, dolayısıyla ne çok kolay ne de çok zor olarak değerlendirilir (Büyüköztürk, 2010). Ancak, bu testin yapılma amacı öğrenciler için bir öğretici işlev taşımıyorsa ve sınavın sonucu daha çok ayırt etme amacı güdüyorsa, kabul edilebilir güçlük indeksinin aralığı genişletilebilir (Büyüköztürk, 2010). Bu çalışmada öğrencilerin bir konunun öğretimi temel hedef olmamış, bunun yerine katılımcı grubun belirlenmesi yani bir ayırt etme durumu esas amaç olmuştur. Bu nedenle, güçlük indeksinin kabul edilebilir aralığı 0.30 ile 0.70 arasında belirlenmiştir. Literatürde madde güçlüğü indeksinin 0.30 ile 0.70 aralığında yer alması, maddelerin “orta güçlükte” ve genellikle kullanılabilir nitelikte olduğunu göstermektedir. Nitekim Tekin (1996), Turgut ve Baykul (2010)

ile Crocker ve Algina (1986) bu aralığın etkili ve ayırt edici test maddeleri geliştirmek için önerilen kabul edilebilir güçlük düzeyi olduğunu belirtmektedir. Bu nedenle, çalışmada yer alan maddelerin güçlük indekslerinin 0.30–0.70 aralığında belirlenmesi ölçme literatürüyle de uyumludur. Yapılan test sonucunda 20 soruda en düşük madde güçlük indeksi 0.34 ile 15. soru bulunurken en yüksek ise 0.69 ile 4. soru bulunmuştur. Bunlara ek olarak madde ayırt edicilik indeksine bakılmıştır. Bu test soruların başarılı ve başarısız katılımcıları ne kadar iyi ayırt edebileceği ile ilgilenir (Hasançebi vd., 2020.). Madde ayırt edicilik indeksi olan D değeri ne kadar yüksek ise kullanılan madde başarılı ve başarısız katılımcıların cevabını o kadar iyi ayırt edebiliyor demektir. Bu formül;  $D = \frac{\text{Doğru cevap oranı}(P_{\text{doğru}}) - \text{Yanlış cevap oranı}(P_{\text{yanlış}})}{1}$  şeklindedir. Burada  $P_{\text{doğru}}$ , maddeyi doğru cevaplayan üst grup öğrencilerinin oranını;  $P_{\text{yanlış}}$ , ise alt grup öğrencilerinin oranını göstermektedir.  $D=1$  değeri mükemmel ayırt edicilik olarak kabul edilir iken  $D=0$  değeri ise maddenin ayırt ediciliğinin olmadığına işarettir (Odukoya vd., 2017). Ayrıca,  $D>0.20$  değeri orta ve  $D>0.30$  değeri ise iyi ayırt edicilik göstergesi olarak kabul edilir (Arı vd., 2017). Yapılan testler sonrasında başarı testindeki tüm maddelerin iyi ya da orta ayırt edicilik özelliğine sahip olduğu görülmüştür. En düşük değer  $D=0.24$  ayırt edicilik indeksi ile 2. soruya aittir. Bu testler sonrasında başarı testindeki tüm maddeler asıl çalışma için kullanılmıştır.

Sorular ‘Komşu, tümler, bütünler ve ters açıların özelliklerini keşfeder; ilgili problemleri çözer’, ‘Paralelkenarın alan bağıntısını oluşturur; ilgili problemleri çözer’, ‘Üçgenin alan bağıntısını oluşturur; ilgili problemleri çözer ‘ kazanımlarına yönelik hazırlanmıştır (MEB, 2018, s. 30-35). Bu kazanımlar bir önceki dönem olan altıncı sınıf kazanımlarından oluşmaktadır. Başarı testindeki amacımız öğrencilerin ön bilgilerini tespit etmek, ortaya çıkarmak olduğu için önceki dönem kazanımlarından yararlanılmıştır. Soruların geçerliliği ve güvenilirliği adına uzman görüşlerinden faydalanılmıştır. Uzmanlar; deneyimli öğretmenlerden ve akademisyenlerden oluşmaktadır. Öğretmenler 5 ile 20 yıl arasında değişen deneyime sahiptirler ve derslerinde geometri öğretimi için farklı yöntemleri kullanmaya çalışmışlardır. Öğretmenlerden bazıları geometri konularını içeren projelerde yer almışlardır. Akademisyenlerin alanı matematik ve geometri olmak

üzere literatüre katkı sağladıkları geometri çalışmaları yer almaktadır. Başarı testinde yer alan soruların hangi kazanıma ait olduğuna dair Tablo 3’ te sunulmuştur.

Tablo 3. Başarı testi sorularının ait olduğu kazanımlar

#### **KAZANIMLAR**

#### **SORULAR**

Komşu, tümler, bütünler ve ters açıların özelliklerini keşfeder; ilgili problemleri çözer. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. soru

Paralelkenarın alan bağıntısını oluşturur; ilgili problemleri çözer. 9, 10, 11, 12, 13ve 14. soru

Üçgenin alan bağıntısını oluşturur; ilgili problemleri çözer. 15, 16, 17, 18, 19 ve 20. soru

Uygulanan başarı testinde 20 adet çoktan seçmeli soru yer almaktadır. Pilot çalışma tamamlandıktan sonra, test maddelerinin puanlamasına ilişkin kararlar pilot uygulamadan elde edilen veriler doğrultusunda verilmiştir. Bu kapsamda her sorunun eşit ağırlıkta olmasına ve beş puan değerinde kabul edilmesine karar verilmiştir.

Böylece her doğru cevap için 5 puan alınmakta ve başarı testinden alınabilecek en yüksek puan 100, en düşük puan ise 0 olarak belirlenmiştir. Testin toplam 20 sorudan oluştuğu dikkate alındığında, öğrencilerin akademik başarı düzeylerini nesnel bir şekilde sınıflandırmak amacıyla puan aralıkları belirlenmiştir. Testin dokuz veya daha az sorusunu doğru cevaplayan öğrenciler akademik başarı düzeyi düşük, on ile on altı soruyu doğru cevaplayan öğrenciler akademik başarı düzeyi orta ve on yedi veya daha fazla soruyu doğru cevaplayan öğrenciler akademik başarı düzeyi yüksek olarak kabul edilmiştir.

Bu puanlama yöntemi, öğrencilerin performanslarını farklı konular arasında karşılaştırmayı ve başarı düzeylerini standart bir ölçekte değerlendirmeyi mümkün kılmaktadır. Ayrıca, her sorunun eşit ağırlıkta puanlanması, testin güvenilirliğini artırmakta ve öğrencilerin genel başarı düzeyini doğru yansıtmayı sağlamaktadır. Çalışmada akademik başarı düzeylerine göre gruplamanın yapılması, öğrencilerin

geometri konusundaki kavramsal gelişimlerini ve öğrenme süreçlerini başarı düzeyiyle ilişkilendirmeye olanak tanımaktadır. Başarı testine ilişkin sorular ve detaylı içerik Ek 1’de sunulmuştur. Öğrencilerin akademik başarı düzeylerine göre puan aralıkları da Tablo 4’ te verilmiştir.

Tablo 4. Akademik Başarı Düzeylerinin Puan Aralıkları

**Akademik Başarı Düzeyi Doğru Cevap Sayısı Puan Aralığı Yüzde Aralığı (%)**

|        |       |        |        |
|--------|-------|--------|--------|
| Düşük  | 0–9   | 0–45   | 0–45   |
| Orta   | 10–16 | 50–80  | 50–80  |
| Yüksek | 17–20 | 85–100 | 85–100 |

### 3.4.2.Etkinlikler

Bu bölümde, dörtgenlere ilişkin kenar, açı ve alan kavramlarının yapılandırmacı öğretim ortamlarında nasıl geliştirildiği ve öğrenme sürecine nasıl uygulandığı ayrıntılı olarak ele alınmıştır. Çalışmada, ‘Sayılar’ ile ‘Geometri ve Ölçme’ öğrenme alanlarına ait kazanımlara yönelik hazırlanan etkinlikler sunulmuştur. Etkinliklerin uygulanması aşamasında, öğrencilerin yaparak ve yaşayarak aktif rol alabilecekleri bir öğrenme ortamı oluşturulmuştur. Bu ortamda öğrenciler bireysel olarak çalışmış, fikirlerini paylaşmış ve kendi deneyimlerini gözlemleyerek sonuçları doğru ya da yanlış biçimde değerlendirmişlerdir. Öğretim sürecinde problem çözme, sorgulama, tartışma ve keşfetme yöntemlerinden yararlanılmıştır. Ayrıca, öğrencilerin deneyimleri üzerinden çıkarım yapmalarını desteklemek amacıyla deney tabanlı etkinlikler ve uygulamalı materyaller sınıfa dahil edilmiştir. Bu yaklaşım, öğrencilerin bilgiyi aktif olarak yapılandırmalarını ve kendi öğrenme süreçlerini değerlendirebilecekleri bir ortam sağlamıştır.

Etkinliklerin hazırlanmasında, 7. sınıf öğretim programındaki kazanımlardan yararlanılmıştır. Bu kazanımlar şunlardır: “Düzgün çokgenlerin kenar ve açı özelliklerini açıklar”, “Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanıır;

açı özelliklerini belirler” ve “Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarını oluşturur, ilgili problemleri çözer” (MEB, 2018, s.30–35). Etkinliklerin isimleri ve kullanım amaçlarına ilişkin bilgiler Tablo 5’te, etkinlik içerikleri ise Ek-2’de sunulmuştur.

Tablo 5. Etkinlik isimleri ve kullanım amaçları

| Etkinlik İsimleri                 | Kullanım Amaçları                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|-----------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Dörtgenler Açı Etkinliği</b>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>•Öğrencinin verilen beş adet dörtgenin (kare, dikdörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen, yamuk) açı özelliklerini doğru şekilde ilgili dörtgenin altına yerleştirmesi.</li> <li>•Öğrencinin dörtgenlerin açı özelliklerini yerleştirirken aynı özellikleri paylaşan dörtgenler arasında ilişki kurabilmesi.</li> <li>•Öğrencinin dörtgenler arasındaki ilişkileri keşfederken hangi özellikleri dikkate aldığını ve nasıl bağlantılar kurduğunu gözlemlemesi.</li> <li>•Öğrencinin dörtgenler arasındaki yapısal benzerlik ve farkları fark ederek kavramsal anlayışını geliştirmesi.</li> </ul>           |
| <b>Dörtgenler Kenar Etkinliği</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>•Öğrencinin verilen beş adet dörtgenin (kare, dikdörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen, yamuk) kenar özelliklerini doğru şekilde ilgili dörtgenin altına yerleştirmesi.</li> <li>•Öğrencinin kenar özelliklerini yerleştirirken aynı özellikleri paylaşan dörtgenler arasında ilişki kurabilmesi.</li> <li>•Öğrencinin dörtgenler arasındaki ilişkileri keşfederken hangi özellikleri dikkate aldığını ve nasıl bağlantılar kurduğunu gözlemlemesi.</li> <li>•Öğrencinin dörtgenlerin kenar özellikleri üzerinden yapısal benzerlik ve farkları fark ederek kavramsal anlayışını geliştirmesi.</li> </ul> |

### Geometri Tahtası Etkinliği

- Öğrencinin elindeki geometri tahtası ve ölçme araçlarını kullanarak aç ı özelliklerine uygun dörtgenler oluşturma sı.

- Öğrencinin oluşturduğu dörtgenler arasında benzerlik ve farklılıkları fark edip, ilişkilerini görsel olarak tanımlayabilmesi.

- Öğrencinin oluşturma sürecinde kullandığı yöntemleri ve stratejileri gözlemleyerek analiz edebilmesi.

- Öğrencinin yalnızca sözel bilgiyle değil, görsel temsil ve somut materyaller aracılığıyla dörtgenler arasındaki ilişkileri kavrayabilmesi.

- Öğrencinin geometrik yazılım aracında sürgünün kullanımını deneyimleyerek anlaması.

- Öğrencinin sürgüdeki değişiklikler sonucunda oluşan aç ı ölçülerine göre şekilleri yorumlaması.

### Geogebra Aç ı Etkinliği

- Öğrencinin oluşan şekiller üzerinden genelleme yapabilmesi ve örüntüleri fark etmesi.

- Öğrencinin yorum ve genelleme sürecinde izlediği yöntem ve stratejilerin gözlemlenmesi.

- Öğrencinin geometrik yazılım aracında sürgünün kullanımını deneyimleyerek anlaması.

- Öğrencinin sürgüdeki değişiklikler sonucunda oluşan kenar uzunluklarına göre şekilleri yorumlaması.

### Geogebra Kenar Etkinliği

- Öğrencinin oluşan şekiller üzerinden genelleme yapabilmesi ve örüntüleri fark etmesi.

- Öğrencinin yorum ve genelleme sürecinde izlediği yöntem ve

### Geogebra Alan Etkinliği

stratejilerin gözlemlenmesi.

•Öğrencinin geometrik yazılım etkinliğinde sürgünün kullanımını kendi deneyimleriyle ifade edebilmesi.

•Öğrencinin eşkenar dörtgenin alanını hesaplamak için öğrendiği formülü uygulayabilmesi.

•Öğrencinin sürgü yardımıyla şekillerde meydana gelen değişiklikleri gözlemleyip yorumlaması.

•Öğrencinin eşkenar dörtgenin alanının başka bir dörtgenle olan benzerliğini keşfetmesi ve bu ilişkiyi anlamlandırması.

•Öğrencinin iki dörtgen arasındaki ilişkiyi görsel ve kavramsal olarak tanımlaması ve yorumlamasının kayıt altına alınması.

•Öğrencinin geometrik yazılım etkinliğinde sürgünün kullanımını kendi deneyimleriyle ifade edebilmesi.

•Öğrencinin yamuğun alanını hesaplamak için öğrendiği formülü hatırlayıp uygulayabilmesi.

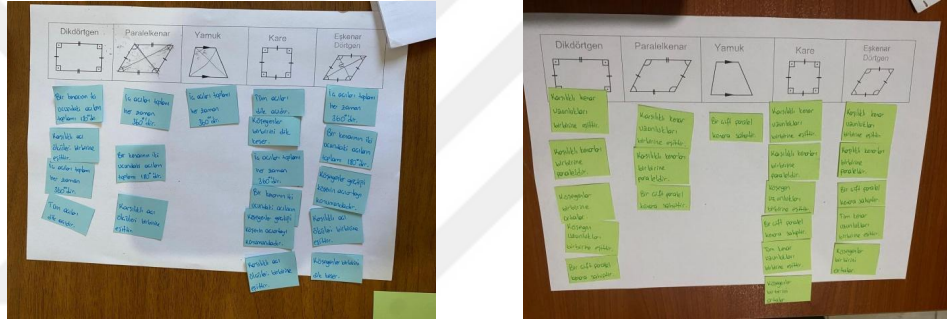
•Öğrencinin sürgü yardımıyla şekillerde meydana gelen değişiklikleri gözlemleyip yorumlaması.

•Öğrencinin yamuğun alanının başka bir dörtgenle olan benzerliğini keşfetmesi ve bu ilişkinin kaynağını anlaması.

•Öğrencinin iki dörtgen arasındaki ilişkiyi görsel ve kavramsal olarak fark edip yorumlamasının kayıt altına alınması.

Bu kapsamda hazırlanan etkinlikler araştırmacı tarafından tasarlanmıştır ve 7. sınıf matematik müfredatında yer alan kazanımlara uygunlukları titizlikle

değerlendirilmiştir. Etkinliklerin kazanımlara uygunluğu, ilgili literatür incelenerek (Balgamış & Ceyhan, 2019; Ubuz, 2017; Gülsoy & Çekmez, 2022; Yıldız & Güleş, 2021) ve 7. sınıf matematik öğretim programındaki hedefler doğrultusunda belirlenmiştir. Örneğin, “Düzgün çokgenlerin kenar ve açı özelliklerini açıklar” kazanımına yönelik olarak “Dörtgenlerde Açı” ve “Dörtgenlerde Kenar” etkinlikleri hazırlanmıştır. Etkinlikler, öğrencilerin bireysel çalışabilecekleri, problem çözme, tartışma ve keşfetme yöntemleriyle öğrenmelerini yapılandırabilecekleri bir ortam sağlayacak şekilde düzenlenmiştir. Bu yaklaşım, öğrencilerin dörtgen kavramlarını anlamalarını ve müfredatta öngörülen kazanımları edinmelerini desteklemektedir. Etkinliklere ait çalışma kâğıtları Şekil 5’te verilmiştir.



Şekil 5. Etkinliklere ait çalışma kâğıtları

Etkinlikler beş adet dörtgenin (kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar, yamuk) karışık şekilde açı ve kenar özelliklerini içeren kâğıtların uygun dörtgen altına nedeniyle beraber yerleştirilmesiyle gerçekleştirilecektir. Etkinlikte öğrenciler sırayla belirledikleri dörtgene ait özellikleri bulmak için yazılı olan kâğıtları okuyarak sebeplerini de söyleyerek yerleştirmişlerdir. Bu noktada öğrencinin fazladan ya da eksik yerleştirdiği kâğıtlar için kimi zaman kasıtlı kimi zaman kasıtsız öğretmen müdahaleleri ile geri katlama yapılmasına fırsat verilmiştir. Öğrenciler bu noktalardaki eksik ya da fazlalıkları fark ederek uygun şekilde yerleştirmeleri yapmışlardır.

Kazanımlara ve konunun içeriğine uygun şekilde materyaller, çalışma yaprakları ile etkinlikler geliştirilmiş ve öğrencilerin etkinlikleri belirli yöneltici sorular ile kendilerinin gerçekleştirmesi beklenmiştir. Geliştirilen etkinliklerin yeterli geçerliliğe sahip olması adına uzman görüşleri alınmıştır. Bu gerekçe ile matematik

eğitimi alanında uzman ğretim yeleri ve matematik ğretmenlerinin görüşlerinden yararlanılmıştır. Uzmanlar ve öğretmenlerden alınan geri bildirimler doğrultusunda çalışma materyalleri, etkinlikler veya araştırma tasarımı incelenmiştir. Hatalı, eksik veya anlaşılması güç bölümler tespit edilmiştir. Kavramların ifade şekilleri, örneklerin uygunluğu, etkinliklerin sıralaması gibi alanlarda revizyonlar yapılmıştır. Çalışma materyalleri veya araştırma tasarımı uzman görüşleri ışığında son hlini almıştır. Bu şekilde materyal hem akademik doğruluk hem de öğretimsel uygulanabilirlik açısından verimli hale getirilmiştir. Etkinliklerin uygulama süresi 3-21 Mart 2025 tarihleri arasında gerçekleşmiştir. Etkinlikler her hafta, biri akademik başarı düzeyi yüksek ve diğeri akademik başarı düzeyi düşük olmak üzere iki ğrenci ile gerçekleştirilmiş ve bu süreç üç hafta boyunca sürmüştür. Bu ğrenciler, araştırma kapsamındaki uygulamaya ek olarak kendi sınıflarında yürütülen normal derslere düzenli olarak katılmışlardır. Normal derslerde öğrenciler için herhangi bir özel uygulama yapılmamış, araştırmada kullanılan etkinlikler yalnızca pilot uygulama kapsamındaki bu iki ğrenci grubuna ayrı bir çalışma olarak yürütülmüştür. Dolayısıyla etkinlikler, ders içinde tekrar edilmemiş; katılımcı öğrenciler bu çalışmaları sadece araştırma sürecinde bir kez deneyimlemişlerdir.

### **3.4.3.Mülakat**

Mülakat, araştırmalarda katılımcıların düşüncelerini, deneyimlerini, algılarını ve tutumlarını derinlemesine anlamak amacıyla gerçekleştirilen yapılandırılmış veya yapılandırılmamış görüşmelerdir (Kvale & Brinkmann, 2009). Bu yöntem, özellikle nitel araştırmalarda katılımcı perspektifine ulaşmak ve konuyla ilgili bağlamsal bilgileri elde etmek için önemli bir araçtır (Creswell & Poth, 2018). Mülakat, katılımcının deneyimlerini kendi sözleriyle ifade etmesine imkân tanıyarak, araştırmacıya gözlemle veya anketle elde edilemeyen veri türlerine ulaşma olanağı sağlar (Merriam & Tisdell, 2016).

Geleneksel veri toplama yöntemlerinden farklı olarak mülakat, bireylerin anlam dünyasını anlamaya odaklanır ve araştırmacıya katılımcının bilgi yapılarını, düşünce süreçlerini ve öğrenme deneyimlerini derinlemesine keşfetme fırsatı sunar (Creswell & Creswell, 2018). Eğitim araştırmalarında mülakat yöntemi, öğrencilerin öğrenme süreçlerini, öğretmenlerin pedagojik yaklaşımlarını ve sınıf içi etkileşimleri

anlamak için sıklıkla kullanılmaktadır. Örneğin, bir matematik eğitim araştırmasında öğrencilerin problem çözme stratejileri ve kavramsal düşünme süreçleri mülakat yoluyla detaylı olarak incelenebilir.

Eğitim araştırmalarında mülakat, öğrencilerin öğrenme süreçlerini, öğretim yöntemlerine ilişkin algılarını ve öğretmen-öğrenci etkileşimlerini anlamada kritik bir yöntemdir. Araştırmacılar, mülakat yoluyla öğrencilerin kavramsal gelişimlerini, matematiksel düşünme düzeylerini veya belirli bir konuya ilişkin deneyimlerini derinlemesine analiz edebilirler (Tzur & Simon, 2004). Ayrıca, mülakatlar öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarını değerlendirmek, öğretim stratejilerinin etkilerini anlamak ve öğrencilerin öğrenme süreçlerinde karşılaştıkları güçlükleri tespit etmek için de kullanılabilir. Örneğin, bir geometri eğitiminde öğrencilerin çokgenler konusundaki anlayış düzeyleri ve problem çözme stratejileri, yarı yapılandırılmış mülakatlarla detaylı biçimde ortaya konabilir.

Mülakatlar, katılımcıların düşünme süreçlerini açıklamalarına imkân tanıdığı için aynı zamanda metabilşsel farkındalık ve öğrenme stratejilerinin değerlendirilmesinde de etkilidir. Katılımcılar sorulara yanıt verirken “neden” ve “nasıl” sorularını yanıtlamak durumunda kalır; bu durum, onların kendi düşüncelerini yapılandırmalarına ve anlamlarını derinleştirmelerine yardımcı olur (Thom & Pirie, 2002; Merriam & Tisdell, 2016). Bu nedenle, mülakatlar eğitim araştırmalarında sadece veri toplamak için değil, aynı zamanda öğrencilerin düşünme süreçlerini anlamak ve öğretim uygulamalarını geliştirmek için de önemli bir araçtır.

Özetle, mülakat nitel araştırmalarda veri toplamının temel araçlarından biri olarak, katılımcıların deneyimlerini ve düşüncelerini derinlemesine inceleme olanağı sunar. Eğitim bağlamında, öğrencilerin öğrenme süreçlerini, öğretim yöntemlerine ilişkin algılarını ve sınıf içi etkileşimlerini anlamak için özellikle yarı yapılandırılmış ve yapılandırılmamış mülakatlar etkili bir yöntemdir. Mülakatın esnek yapısı, araştırmacıya katılımcının bakış açısını ve bağlamsal deneyimlerini detaylı biçimde değerlendirme fırsatı verir; böylece elde edilen veriler, eğitim uygulamalarının geliştirilmesi ve öğrencilerin bilişsel süreçlerinin anlaşılması açısından büyük önem taşır.

Bu çalışmada, mülakat yöntemi, Pirie–Kieren modeli bağlamında öğrencilerin dörtgenler ve hiyerarşik ilişkileri anlamlandırma düzeylerini derinlemesine incelemek amacıyla kritik bir araç olarak kullanılmıştır. Klinik mülakatlar, öğrencilerin uygulanan etkinliklere verdikleri yanıtlarda ulaştıkları anlamlandırma katmanlarını doğrulamak ve bu katmanlara nasıl ulaştıklarını, düşünce süreçlerinin neden o yönde geliştiğini ortaya çıkarmak için yapılmıştır. Özellikle, akademik başarısı düşük olan öğrencilerin soyutlama katmanına neden geçiş yapamadıklarını ve bu süreçte yaşadıkları kavramsal zorlukları kendi ifadeleriyle anlamak hedeflenmiştir. Bu mülakatlar, yalnızca doğru/yanlış yanıtları değil, öğrencilerin çokgenlerin özelliklerini tanımlarken ve hiyerarşiyi kurarken sergiledikleri farkındalığı ve geri katlanma stratejilerini de detaylıca ortaya koyarak, gözlem veya anketle ulaşılamayacak bağlamsal ve bilişsel verilere erişimi sağlamıştır (Thom & Pirie, 2002; Kvale & Brinkmann, 2009). Bu sayede, mülakatlardan elde edilen derinlemesine nitel veriler, öğrencilerin matematiksel anlamalarını Pirie–Kieren Modelinin katmanlarına göre doğru bir şekilde yerleştirmede temel dayanağı oluşturmuştur.

### **3.5. Veri Toplama Süreci**

Tez önerisi esnasında yapılacak çalışma ve veri toplama araçları için etik kuruluna başvuruldu. Etik kuruluna 14 Mayıs 2024 tarihinde başvuruldu. Etik kurulu onayı 30 Mayıs 2024 tarihinde 201 sayılı karar ile alındı (bkz. Ek3). Etik kurulu onayı sonrasında 23 Kasım 2024 tarihinde Milli Eğitim Bakanlığı'ndan uygulama yapılabilmesi için izne başvuruldu. 27 Kasım 2024 tarihi ile bir yıl geçerli izin Milli Eğitim Müdürlüğü tarafından verildi (bkz. Ek 4). İznin verilmesiyle birlikte veri toplama süreci başladı. Veri toplama sürecinde klinik mülakat, gözlem ve doküman incelemesi yapılmıştır.

#### **3.5.1. Klinik Mülakat**

Piaget tarafından geliştirilen ve kullanılan klinik mülakat, bireylerin yanlışlarının onların fikir dünyası ile ilgili önemli bilgiler verdiğini ifade etmiştir (Jiang & Li, 2020). Öğrencilerin düşüncelerindeki farklılığı görmek, bilişsel becerilerini incelemek ve değerlendirmek için geniş soru sorma yolu ile bu metodu kullanmıştır (Karataş & Güven, 2003).

Son yıllarda matematik eğitiminde kullanımı artan klinik mülakatlar, kavramsal anlamaya ve öğrenme süreçlerine odaklanmaktadır (Çelik & Güzel, 2020). Öğrencinin sonuçta ortaya koyduğu ürünün yanı sıra süreç içerisindeki öğrenmelerini, dönütlerini, bilişsel becerilerini de gözlemlemektedir.

Bu çalışmada öğrencilerin düşüncelerini sorgulamak ve bilgiyi nasıl inşa ettiğini görmek için yarı yapılandırılmış görüşme sorular kullanılmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşme yöntemi soruların önceden hazırlanmış olmasıyla oluşturulsa da koşula ve duruma göre esneklik gösterebilmektedir (Çepni, 2007, s.108). Öğrencilerin dörtgenlerde açı, kenar ve alan kavramlarını yapılandırma süreçlerini incelemek üzere etkinlikler hazırlanmıştır. Öğrenciler ile etkinliklerin yapılması esnasında klinik mülakat gerçekleşmiştir. Mülakat esnasında öğrencilere kasıtlı yönlendirici sorular sorulmuştur. Bu sorular sorulurken öğrencinin geri katlama yapması amaçlanmıştır. Öğretmen müdahalesini barındıran bu durum zaman zaman kasıtsız biçimde de gerçekleşmiştir. Öğrenci bu durumda geri katlama yapması gerektiğini anlamasa da müdahalenin gidişyle geri katlama yapmıştır. ‘Emin misin cevabında?’, ‘Eğer söylediğin gibi oluyorsa...’ gibi ifadeleri içeren sorularla öğrencinin düşünmesini ve geri dönmesi gereken yeri fark etmesini sağlamaktadır. Sorular hazırlanırken öğrencilere direkt olarak değil dolaylı olarak sorulmuş ve kendi kendilerine fark etmelerine dikkat edilmiştir. Aynı zamanda bu sorularla öğrencilerin düşüncelerini sorulan sorular ile farklı bakış açılarına yöneltme, düşüncelerini yansıtabilme ve nedenlerini açıklayabilme gibi fırsatlar sunulmuştur. Öğrencilere yöneltilen sorular etkinlik içerisinde yer alan akış soruları ile kısıtlı bir biçimde kalmamış, duruma göre de şekil almıştır. Etkinlikler boyunca öğrencilerden kavramlara yönelik detaylı ve açıklayıcı yanıtlar alınmıştır. Araştırma konusu dikkate alındığında, öğrencilerin öğrenme süreçlerini derinlemesine incelemeyi amaçlamamız ve Pirie-Kieren teorisinin süreç odaklı bir yaklaşım sunması, klinik mülakat yönteminin bu çalışmaya uygunluğunu sağlamıştır.

Klinik mülakat, bireylerin bilişsel yapılarının, problem çözme stratejilerinin ve zihinsel eylemlerinin ayrıntılı biçimde incelenmesine olanak tanıyan, esnek yapıya sahip bir değerlendirme sürecidir (Cohen & Manion, 1994; Ginsburg, 1997). Bu doğrultuda araştırmacı tarafından hazırlanan etkinlikler uygulanırken öğrencilerle

eş zamanlı mülakatlar gerçekleştirilmiş; öğrencilerin davranışları, düşünme biçimleri ve bilişsel süreçleri video kayıtları aracılığıyla sistematik olarak izlenmiştir.

Etkinliklerin uygulama tarihlerine ilişkin bilgiler Tablo 6’da verilmiştir. Etkinlikler numaralandırılmıştır.

- ‘Dörtgenlerde Açı’ Etkinliği (1)
- ‘Geometri Tahtası’ Etkinliği (2)
- ‘Geogebra’da Açı’ Etkinliği (3)
- ‘Dörtgenlerde Kenar’ Etkinliği (4)
- ‘Geogebra’da Kenar’ Etkinliği (5)
- ‘Geogebra Alan’ Etkinliği (6)

Tablo 6. Etkinliklerin uygulanmasına ait bilgiler

| Öğrenciler   | Tarih                          |                         |                         |
|--------------|--------------------------------|-------------------------|-------------------------|
|              | 03-07 Mart<br>(1.Hafta)        | 10-14 Mart<br>(2.Hafta) | 17-21 Mart<br>(3.Hafta) |
| <b>Ahmet</b> | 1,2,3,4,5 ve 6.<br>etkinlikler |                         |                         |
| <b>Büşra</b> | 1,2,3,4,5 ve 6.<br>etkinlikler |                         |                         |
| <b>Cansu</b> | 1,2,3,4,5 ve 6.<br>etkinlikler |                         |                         |
| <b>Doruk</b> | 1,2,3,4,5 ve 6.<br>etkinlikler |                         |                         |
| <b>Elif</b>  | 1,2,3,4,5 ve 6.<br>etkinlikler |                         |                         |

Klinik mülakat yöntemi, bu çalışmanın en kritik veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Uygulanan altı (6) farklı dörtgen etkinliği sonrasında, altı (6) katılımcının her biriyle birebir klinik mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmeler, öğrencilerin sadece etkinliklere verdikleri sonuçları değil, o sonuca ulaşırken izledikleri tüm düşünce süreçlerini, akıl yürütme basamaklarını ve kavram yanılgılarını derinlemesine anlamlandırmayı hedeflemiştir. Özellikle Pirie-Kieren Modeli'nin çekirdek bileşeni olan geri katlama süreçlerinin tespiti için bu yöntem hayati önem taşımıştır (Thom & Pirie, 2002).

Araştırmacı, mülakat sırasında öğrencinin örneğin görüntü oluşturma katmanında takılıp kaldığı anları gözlemleyerek, "Neden bu şeklin bir kare değil de sadece dikdörtgen olduğunu düşünüyorsun?" gibi öğrencinin farkındalığını artırıcı sorular sormuştur. Bu yaklaşım sayesinde, akademik başarı düzeyi yüksek öğrencilerin, bir kuralı kanıtlarken önceki katmanlardaki bilgilerine mantıklı ve esnek bir şekilde geri dönme yeteneği detaylıca belgelenmiştir. Buna karşın, akademik başarısı düşük öğrencilerin ise, soyutlama katmanına geçiş yapamama nedenlerinin, kavramlar arasındaki hiyerarşik ilişkileri mantıksal bir zorunluluk olarak göremedikleri için mi, yoksa sadece görselliğe mi takıldıkları gibi bağlamsal nedenleri, onların kendi ifadeleriyle ortaya konmuştur. Dolayısıyla klinik mülakat, öğrencilerin dörtgenleri anlamlandırma süreçlerini sadece tanımlamakla kalmamış, aynı zamanda akademik başarı düzeyine bağlı anlamlandırma farklılıklarının bilişsel kökenlerini keşfetme imkânı sunmuştur.

### 3.6. Veri Analizi

Elde edilen sonuçlara ulaşmak, verilerin analiz edilmesi yoluyla sağlanmaktadır. Çalışmada incelenen dörtgenlerdeki kenar, açı ve alan kavramlarının öğrenciler tarafından nasıl yapılandırıldığı, Pirie-Kieren teorisi çerçevesinde betimsel analiz yöntemi kullanılarak ortaya konmuştur. Bu yöntemle, öğrencilerin kavramları öğrenme süreçlerindeki adımlar, önceki bilgileri ile yeni öğrenmeleri arasındaki bağlantılar ve dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiler detaylı bir şekilde incelenmiştir. Böylece öğrencilerin kavramsal anlamaları ve geometrik düşünme

süreçleri daha sistematik ve bütüncül bir bakış açısıyla değerlendirilmiştir. Betimsel analiz, nitel araştırmalarda elde edilen verilerin belirli bir çerçeve içinde düzenlenmesi, tanımlanması ve yorumlanması amacıyla kullanılan bir analiz türüdür (Yıldırım & Şimşek, 2021). Bu yöntemde amaç, verileri sistematik bir biçimde özetlemek ve araştırmanın temalarına uygun şekilde anlamlandırmaktır (Baltacı, 2019). Araştırmacı, betimsel analiz sürecinde verileri temalar altında toplar, katılımcı ifadelerini doğrudan alıntılarla destekler ve bulguları yorumlayarak sonuca ulaşır (Creswell, 2018). Betimsel analiz, araştırmanın konusuna bağlı olarak önceden belirlenmiş temalar doğrultusunda ilerler ve bu sayede verilerin anlamlı biçimde sunulmasına katkı sağlar (Karataş, 2015). Veri analizi için gerekli olan veri kaynaklarını öğrencilerin etkinliklerdeki konuşmaları, etkinliklerde kullanılan çalışma kağıtları ve cevaplandırmaları oluşturmuştur. Elde edilen verilerin analizlerini yaparken öğrencilerin etkinlikler esnasında söylemiş oldukları cümleler, soru-cevaplar, dönütler tek tek not alınarak ilenlenmiştir. Video kayıtları herhangi bir eksiklik, hata olmaması adına defalarca izlenmiş ve notlar alınmıştır. Öğrencilerin etkinlikler esnasında yapmış oldukları çalışmalar, şekiller fotoğraf olarak kayıt altına alınmış ve yazı olarak kaydedilen konuşmalara eklenmiştir.

Veri analizi yapılırken Pirie-Kieren teorisinde bulunan sekiz katman planlamasında ilenlenmiştir. Öğrencilerin her birinin gerçekleştirdiği etkinlikler boyunca incelemeleri bu sekiz katmana göre yapılmıştır. Pirie-Kieren teorisine göre bu sekiz katmanın kısaltılmış kodlamaları Tablo 7’de verilmiştir.

Tablo 7. Pirie-Kieren modeli katman isimleri ve kodlamaları

| <b>Pirie-Kieren Modeli Katman İsimleri</b> | <b>Katman Kodlamaları</b> |
|--------------------------------------------|---------------------------|
| İlkel Bilgi Katmanı                        | İBK                       |
| Görüntü Oluşturma Katmanı                  | GOK                       |
| Görüntüye Sahip Olma Katmanı               | GSOK                      |
| Özelliği Fark Etme Katmanı                 | ÖFEK                      |
| Soyutlama Katmanı                          | SK                        |
| Gözlemleme Katmanı                         | GK                        |
| Yapılandırma Katmanı:                      | YK                        |

Her katman belirli kriterler bağlamında değerlendirilmektedir. Bu katmanların içeriği, katmanlara yönelik ilgili özellikler ve öğrenci davranışlar Tablo 8’de verilmiştir.

Tablo 8. Pirie-Kieren modeli katman içerikleri ve öğrenci davranışları

| KATMANLAR                                                         | ÖZELLİKLER                                                        | ÖĞRENCİ DAVRANIŞLARI                                                                                                                                                                     |
|-------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Primitive Knowing (Ön bilişsel bilgi- İlkel bilgi) – (ÖBB)</b> | Konuya dair ön bilgilerin ve temel kavramların farkında olma      | <ul style="list-style-type: none"> <li>Konu ile ilgili temel terimleri bilme</li> <li>Basit örnekleri tanıyabilme</li> <li>Önceki deneyim ve bilgilerle ilişki kurma</li> </ul>          |
| <b>Image Making (Görüntü oluşturma - GO)</b>                      | Konu ile ilgili zihinsel veya somut temsiller - oluşturma         | <ul style="list-style-type: none"> <li>Nesneleri veya kavramları zihinde canlandırma</li> <li>Temsilleri çizme veya somut örneklerle ifade etme</li> </ul>                               |
| <b>Image Having (Görüntüye sahip olma - GSO)</b>                  | Oluşturulan görüntüleri zihinde tutabilme ve hatırlayabilme       | <ul style="list-style-type: none"> <li>Zihinsel temsilini hatırlama</li> <li>Farklı durumlarda aynı görüntüyü kullanabilme</li> <li>Temsil ile problem çözme ilişkisini kurma</li> </ul> |
| <b>Property Noticing (Özelliği fark etme - ÖFE)</b>               | Nesne veya kavramların özelliklerini ve farklılıklarını fark etme | <ul style="list-style-type: none"> <li>Önemli özellikleri ayırt edebilme</li> <li>Benzer ve farklı özellikleri karşılaştırma</li> <li>Özellikleri problem çözmede kullanma</li> </ul>    |

|                                                |                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                           |
|------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Formalising</b><br>(Soyutlama - S)          | Kavramın temel özelliklerini genel bir çerçevede anlama                     | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Kavramları genelleme</li> <li>• Formüller veya semboller ile ifade edebilme</li> <li>• Önceki katmanlardan bilgi kullanarak kavramı derinlemesine anlama</li> </ul>                              |
| <b>Observing</b><br>(Gözlemlleme - G)          | Konseptler arasındaki ilişkileri ve örüntüleri fark etme                    | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Farklı durumları gözlemlleme</li> <li>• Örüntü ve ilişki kurma</li> <li>• Verileri analiz etme ve yorumlama</li> </ul>                                                                           |
| <b>Structuring</b><br>(Yapılandırma -Y)        | Kavramlar arasındaki hiyerarşik ve sistematik ilişkileri organize etme      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Kavramları bütünsel bir sistemde birleştirme</li> <li>• Yeni bilgileri mevcut bilgi yapısına entegre etme</li> <li>• Karmaşık problemleri çözmede kavramlar arası ilişkileri kullanma</li> </ul> |
| <b>İnventising</b><br>(Keşfetme-İcat etme - K) | Kavramları teorik düzeyde sistematik hâle getirerek yeni bilgileri keşfetme | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Kuralları ve prensipleri yeni durumlara uygulama</li> <li>• Mantıksal çıkarımlar yapabilme</li> <li>• Kavramlar arası soyut ilişkileri sentezleme ve genelleme</li> </ul>                        |

Yukarıda verilen tabloda öğrencilere ait örnekler soyutlama katmanına kadar verilebilmiştir. Çünkü öğrencilerin ulaşabildikleri en yüksek basamak soyutlama katmanıdır. Geriye kalan gözlemlleme, yapılandırma ve keşfetme katmanları için Pirie-Kieren’in 1994 yılında yaptığı çalışmadan çıkarımlar yapılarak açıklamalarına ve örneklerine yer verilmiştir.

Tablodaki bilgilere göre örneklendirecek olursak;

**M:** Köşegenler birbirini dik keser hocam.

**Ö:** Mustafa açıölçer ve cetvel yardımıyla köşegenlerini oluşturup oluşturduğu açıyı ölçer misin?

**M:** (Köşegenleri oluşturur ve köşegenlerin oluşturduğu açının 90 derece olmadığını görür) Hocam ölçtüm ve 90 derece olmuyor. O zaman bu özelliği almıyoruz. **(GÖRÜNTÜ OLUŞTURMA)**

Öğrenci bu örnekte kavram hakkında fikir edinebilmek için etkinlikle meşgul olduğunu görmekteyiz. Görüntü oluşturma katmanında öğrenci kavramın ne hakkında olduğuyla ilgili bir fikir edinebilmek için etkinliklerle meşgul olmaktadır. Öğrenci karenin sahip olduğu temel özelliği fark edebilmek için açıölçer ve cetvel yardımıyla çizim ve ölçüm yapar. Bu durumda öğrenci görüntü oluşturma katmanında yer almaktadır.

**Ö:** Evet Mustafa dikdörtgenin hangi özelliğini değiştirerek kareyi elde ettin?

**M:** Tüm kenarları eşit olunca kare oluştu hocam.

**Ö:** O halde Mustafa kare ve dikdörtgen arasında nasıl bir yorum yapabiliriz?

**M:** Kare dikdörtgenin özel bir halidir diyebiliriz hocam çünkü dikdörtgenden kareye geçerken fazla bir özelliğe sahip. **(SOYUTLAMA)**

Bu örnekte, öğrencinin bir genellemeye ulaştığı gözlemlenmektedir. Soyutlama katmanında öğrenci, daha önce sahip olduğu zihinsel görüntüyü kullanarak yeni fark ettiği bilgileri genelleylebilmektedir. Dikdörtgen ve kare arasındaki bağlantıyı kavramasında etkinlik, öğrencinin dikdörtgendeki değişen kenar özelliklerini fark ederek kare elde ettiğini anlamasına olanak sağlamıştır. Bu bağlamda öğrenci, karenin kenarlarının eşit olması koşuluyla dikdörtgenin daha özel bir biçimi olduğunu genelleylebilmiş ve bunu, karenin dikdörtgenden daha fazla özelliğe sahip olmasıyla ilişkilendirerek ifade etmiştir.

Bu çalışmada, akademik başarı düzeylerinin etkinlik tamamlama sürelerine etkisini karşılaştırmak amacıyla, altı katılımcı öğrencinin her bir etkinliği tamamlama süreleri hassas bir şekilde kaydedilmiştir. Aşağıdaki Tablo 9'da, öğrencilerin uygulanan altı farklı dörtgen etkinliğini tamamlarken harcadıkları süreler, bireysel bazda ve akademik başarı düzeylerine göre (yüksek ve düşük) ayrı ayrı sunulmuştur.

Bu nicel veriler, öğrencilerin bilişsel süreçlerinin hızını ve verimliliğini ortaya koyarak, Pirie-Kieren Modeli çerçevesinde elde edilen nitel bulguları desteklemek için önemli bir zemin oluşturmaktadır.

Tablo 9. Etkinliklerin uygulanma süreleri

|                                 |            | Akademik Başarı Düzeyi<br>Yüksek Olan<br>Öğrencilerin Etkinliği<br>Tamamlama Süreleri |        |        | Akademik Başarı Düzeyi<br>Düşük Olan<br>Öğrencilerin Etkinliği<br>Tamamlama Süreleri |        |        |
|---------------------------------|------------|---------------------------------------------------------------------------------------|--------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------|--------|--------|
| Etkinlikler<br>(Açı-Kenar-Alan) | Öğrenciler | Ahmet                                                                                 | Büşra  | Cansu  | Doruk                                                                                | Elif   | Fatma  |
|                                 |            |                                                                                       |        |        |                                                                                      |        |        |
| 'Dörtgenlerde Açı'<br>Etkinliği |            | 17                                                                                    | 14     | 10     | 13                                                                                   | 21     | 22     |
|                                 |            | dakika                                                                                | dakika | dakika | dakika                                                                               | dakika | dakika |
|                                 |            | 29                                                                                    | 34     | 43     | 33                                                                                   | 37     | 30     |
|                                 |            | saniye                                                                                | saniye | saniye | saniye                                                                               | saniye | saniye |
| 'Geometri Tahtası'<br>Etkinliği |            | 3                                                                                     | 8      | 5      | 5                                                                                    | 4      | 5      |
|                                 |            | dakika                                                                                | dakika | dakika | dakika                                                                               | dakika | dakika |
|                                 |            | 47                                                                                    | 28     | 19     | 54                                                                                   | 40     | 25     |
|                                 |            | saniye                                                                                | saniye | saniye | saniye                                                                               | saniye | saniye |
| 'Geogebra'da Açı'<br>Etkinliği  |            | 2                                                                                     | 2      | 4      | 3                                                                                    | 3      | 2      |
|                                 |            | dakika                                                                                | dakika | dakika | dakika                                                                               | dakika | dakika |
|                                 |            | 3                                                                                     |        | 25     | 10                                                                                   | 3      | 39     |
|                                 |            | saniye                                                                                |        | saniye | saniye                                                                               | saniye | saniye |

|                             |        |        |        |        |        |        |
|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| <b>‘Dörtgenlerde Kenar’</b> | 10     | 12     | 8      | 13     | 10     | 10     |
| <b>Etkinliği</b>            | dakika | dakika | dakika | dakika | dakika | dakika |
|                             | 49     | 6      | 14     | 58     | 15     | 10     |
|                             | saniye | saniye | saniye | saniye | saniye | saniye |
| <b>‘Geogebra’da Kenar’</b>  | 2      | 2      | 4      | 3      | 2      | 2      |
| <b>Etkinliği</b>            | dakika | dakika | dakika | dakika | dakika | dakika |
|                             | 8      | 11     | 14     | 12     | 43     | 15     |
|                             | saniye | saniye | saniye | saniye | saniye | saniye |
| <b>‘Geogebra Alan’</b>      | 4      | 1      | 5      | 4      | 3      | 5      |
| <b>Etkinliği</b>            | dakika | dakika | dakika | dakika | dakika | dakika |
|                             | 49     | 39     | 47     | 10     | 14     | 25     |
|                             | saniye | saniye | saniye | saniye | saniye | saniye |
| <b>TOPLAM</b>               | 41     | 40     | 38     | 41     | 45     | 48     |
|                             | dakika | dakika | dakika | dakika | dakika | dakika |
|                             | 5      | 58     | 42     | 57     | 32     | 24     |
|                             | saniye | saniye | saniye | saniye | saniye | saniye |

Tablo 9’da görüldüğü üzere öğrencilerden Ahmet ile etkinlikler 41 dakika 5 saniye, Büşra ile 40 dakika 58 saniye, Cansu ile 38 dakika 42 saniye, Doruk ile 41 dakika 57 saniye, Elif ile 45 dakika 32 saniye ve Fatma ile 48 dakika 24 saniye sürmüştür. Her bir öğrenci ile altışar etkinlik yapılmış olup ortalama öğrenciler etkinlikleri 48 dakika gibi bir sürede tamamlamıştır. Öğrencilerden etkinlikleri en kısa sürede tamamlayan Cansu iken En geç tamamlayan Fatma olmuştur.

### 3.7.Geçerlik ve Güvenirlik

Örnekleri verilen çalışmada öğrencilerin ifadeleri çarpıtılmadan, doğrudan ve eksiksiz şekilde yer verilmiştir. Bu şekilde elde edilen sonuçların geçerlilik ve güvenilirliğinin sağlanmasına da dikkat edilmiştir.

Çalışmada geçerliliği artırmak amacıyla üçgenleme stratejisinden kapsamlı biçimde yararlanılmıştır. Bu doğrultuda veri üçgenlemesi yapılarak öğrencilerin etkinlikler sırasında kullandıkları düşünme yolları sınıf gözlemleri, etkinlik sonrasında öğrencilerle gerçekleştirilen kısa görüşmeler, öğretmenin öğrenciler hakkındaki değerlendirmeleri ve öğrencilerin başarı testi sonuçları üzerinden karşılaştırılmıştır (Creswell & Creswell, 2018; Flick, 2018). Örneğin bir öğrencinin etkinlik sırasında zorlandığı bir noktaya ilişkin gözlem bulguları, öğrencinin görüşmede dile getirdiği düşünceleri ve öğretmenin o öğrenciye yönelik değerlendirmesiyle birlikte ele alınarak doğrulanmıştır. Ayrıca yöntem üçgenlemesi kapsamında öğrencilerin süreci daha doğru yansıtabilmeleri için hem nitel yöntemler (gözlem, görüşme, alan notları) hem de nicel bir ölçme aracı olan başarı testi birlikte kullanılmıştır (Creswell, 2009). Bunun yanında araştırmacı üçgenlemesi amacıyla bazı gözlem notları ve öğrenci açıklamaları ikinci bir araştırmacı tarafından da incelenerek yorumların tutarlılığı kontrol edilmiştir (Flick, 2018). Bu çoklu doğrulama süreci, öğrencilerin anlam oluşturma süreçlerinin daha güvenilir ve bütüncül bir şekilde ortaya konmasına katkı sağlamıştır.

Çalışmanın geçerliliğini artırmak amacıyla, başarı testi ve görüşme sürecine ilişkin uzman görüşüne başvurulmuştur. Bu kapsamda, alanında uzman akademisyenler hem görüşme kayıtlarını hem öğrenci yanıtlarını hem de başarı testine ait verileri bağımsız biçimde incelemiştir. Uzmanlar, veri setinde belirli kavramların gereğinden fazla ya da yetersiz düzeyde vurgulanıp vurgulanmadığını değerlendirmiş; bu değerlendirmeler doğrultusunda veri yorumlama sürecinin nesnellğine ve araştırmanın bütüncül güvenilirliğine katkı sağlamıştır. Bu süreç, araştırmanın hem içerik geçerliliğinin güçlendirilmesine hem de elde edilen bulguların yorumlanmasında araştırmacı önyargılarının en aza indirilmesine hizmet etmiştir.

Çalışmada kullanılan üçgenleme stratejileri farklı boyutlarda uygulanmıştır. Veri üçgenlemesi, sınıf gözlemleri, öğrenci ve öğretmen görüşmeleri ile başarı testi sonuçları gibi birden fazla veri kaynağının karşılaştırılmasını içerirken, yöntem üçgenlemesi nitel ve nicel veri toplama yöntemlerinin birlikte kullanılmasını ifade etmektedir. Buna ek olarak, araştırmacı üçgenlemesi kapsamında bazı gözlem ve görüşme kayıtları ikinci bir araştırmacı tarafından da incelenerek yorumların

tutarlılığı sağlanmıştır. Bu çoklu doğrulama süreçleri, bulguların güvenilirliğini artırmış ve öğrencilerin öğrenme süreçlerinin daha bütüncül şekilde anlaşılmasına katkıda bulunmuştur (Creswell, 2009; Creswell & Creswell, 2018; Flick, 2018).

Araştırmacının rolü, çalışmadaki etkisini şeffaf şekilde ortaya koymak ve önyargıları azaltmaktır. Bunun için kendi bakış açısını, veri toplama sürecindeki konumunu ve katılımcılarla ilişkilerini açıkça belirtir; böylece bulguların yorumlanmasında tarafsızlık ve güvenilirlik sağlanır (Creswell & Poth, 2018; Berger, 2015). Öğrencilerin, gözlem ve görüşmelerden önce araştırmacıyı tanınması sağlanarak, onun rolünden doğabilecek önyargı etkisi en aza indirilmeye çalışılmıştır. Araştırmacı, araştırma ortamında uzun süre bulunarak katılımcıların davranışlarını ve ortamı daha iyi anlamıştır. Ayrıca, çalışmaya ters düşen ya da beklenmeyen veriler de dikkate alınmış ve sınırlamalar kısmında açıklanmıştır.

Güvenilirliği artırmak için, veriler doğrudan kaydedilmiş ve katılımcıların dil özellikleri dikkate alınmıştır. Çalışmada katılımcıların dil özellikleri, yaş, eğitim düzeyi ve matematiksel terminolojiye hâkimiyetleri dikkate alınarak değerlendirilmiştir. Bazı öğrenciler günlük konuşma diliyle düşüncelerini ifade ederken, bazıları daha teknik terimler kullanmış, bazıları ise açıklamalarını kısa ve öz yapmıştır. Bu farklılıklar, verilerin doğru yorumlanabilmesi açısından dikkate alınmıştır. Güvenilirliği artırmak amacıyla görüşmeler ve gözlemler doğrudan kaydedilmiş, aktarılan ifadelerin doğruluğu katılımcı doğrulaması ile kontrol edilmiş, karmaşık veya teknik ifadeler gerekirse açıklamalarla desteklenmiş ve alan notları ile bağlam bilgileri eklenmiştir. Ayrıca bazı veriler iki araştırmacı tarafından incelenerek yorumların tutarlılığı sağlanmıştır. Bu önlemler, katılımcıların farklı dil kullanımlarının güvenilir bir şekilde analiz edilmesine ve bulguların doğruluğunun artırılmasına katkı sağlamıştır (Creswell & Poth, 2018; Flick, 2018). Verilerin doğrudan kaydedilmesi ile araştırma sürecinde olası bilgi kaybını, yanlış yorumlamayı veya çarpıtmayı önleyerek verilerin doğruluğunu ve güvenilirliğini artırır (Creswell & Poth, 2018). Katılımcıların dil özelliklerinin dikkate alınmasında ise, araştırmacı katılımcıların sözlerini kendi ifadeleri “uyarlamak” yerine onların ifadelerini doğrudan ve doğal biçimde aktarmıştır. Bu sayede verilerin otantikliği ve güvenilirliği güçlenir (Lincoln & Guba, 1985).

Araştırmada güvenilirliği sağlamak amacıyla süreç boyunca tutarlılık ve sistematiklik gözetilmiştir (Merriam & Tisdell 2016). Tüm görüşmeler aynı araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiş, katılımcılar arasında aynı veri toplama araçları kullanılmış ve elde edilen tüm veriler dikkatlice belgelenmiş ve analiz edilmiştir. Değerlendiriciler arası güvenilirlik, araştırmacı ile ikinci bir kodlayıcı arasındaki uyum oranları kullanılarak ölçülmüştür. Elde edilen güvenilirlik oranları, nitel araştırmalarda görüşme kodlaması için kabul edilebilir eşik olarak belirlenen %80'in üzerinde hesaplanmıştır. Bu hesaplamada Miles ve Huberman (1994) tarafından önerilen görüş birliği formülü uygulanmıştır.

Miles ve Huberman, nitel araştırma yöntemleri alanında önemli katkılar sunmuş iki araştırmacıdır. Geliştirdikleri yaklaşım, nitel verilerin sistematik bir biçimde analiz edilmesi, yorumlanması ve güvenilirliğinin sağlanması konularında eğitim ve sosyal bilimlerde yaygın biçimde kullanılmaktadır. Bu model, nitel veri analizini üç temel aşamada ele alır: veri indirgeme, veri gösterimi ve sonuç çıkarma/doğrulama. Bu süreç, araştırmacının veriler arasında anlamlı ilişkiler kurmasına, örüntüleri belirlemesine ve bulguların tutarlılığını sağlamasına olanak tanır. Ayrıca kodlayıcılar arası uyumun değerlendirilmesi ve kodlama sürecinde görüş birliği oranlarının hesaplanması, nitel verilerin güvenilirliğini artıran kritik bir adım olarak vurgulanmıştır (Miles & Huberman, 1994; Yıldırım & Şimşek, 2022).

Araştırmada ikinci kodlayıcı olarak bir akademisyen seçilmiştir. Bu seçim, kodlama sürecinin bilimsel geçerliliğini ve güvenilirliğini artırmak amacıyla yapılmıştır. İkinci kodlayıcının alanında deneyimli ve konuya hâkim bir akademisyen olması, verilerin doğru ve tutarlı bir biçimde yorumlanmasını sağlamış; olası önyargıların ve subjektif yorumların en aza indirgenmesinde katkıda bulunmuştur. Bu yaklaşım, özellikle nitel araştırmalarda güvenilirlik ve doğrulanabilirlik kriterlerinin sağlanması açısından önemlidir.

Miles ve Huberman tarafından önerilen görüş birliği formülü ise aşağıdaki şekilde özetlenebilir:

$$\text{Güvenilirlik} = \text{Görüş birliği} \div (\text{Görüş birliği} + \text{Görüş ayrılığı}) \times 100$$

Bu formül, kodlayıcılar arasındaki uyum oranını yüzdesel olarak verir ve %80'in üzerindeki değerler, nitel veri analizinde yüksek güvenilirlik göstergesi olarak kabul edilir.

Tutarsızlıklar üzerinde gerekli görüşmeler yapılarak kodlayıcılar arasında fikir birliğine varılmıştır. Dikkatli biçimde yürütülen kodlama süreci, nitel verilerin yorumlanmasında tutarlılık ve güvenilirliği sağlamıştır. Bu çalışmada Miles ve Huberman'ın önerdiği formül kullanılarak kodlayıcılar arası uyum oranı hesaplanmış ve elde edilen değer %90 (0.90) olarak bulunmuştur. Bu oran, literatürde kabul edilen %80'lik eşik değerinin üzerinde olduğundan, çalışmanın kodlama sürecinin güvenilir olduğunu göstermektedir.



## 4.BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde, araştırma sonucunda elde edilen bulgular; öğrencilerin etkinlikler sürecinde gerçekleştirdikleri çalışmalardaki diyaloglardan yapılan doğrudan alıntılar ve çalışma yapraklarından elde edilen verilerin yapılandırılması yoluyla sunulmuştur. Bulgular, öncelikle akademik başarı düzeyi yüksek öğrencilere ilişkin analizler ve ardından akademik başarı düzeyi düşük öğrencilere ilişkin analizler şeklinde sıralanarak verilmiştir.

### 4.1.Akademik Başarı Seviyesi Yüksek Olan Öğrencilerin Dörtgenlerdeki Kavramları Yapılandırma Süreçlerine İlişkin Bulgular

Bu kısımda Pirie-Kieren modeline göre akademik başarı düzeyi yüksek olan Ahmet, Büşra ve Cansu'nun dörtgenler ve aralarındaki hiyerarşiyi yapılandırma sürecini, açı kavramı bağlamında anlamayı hangi katmanda gerçekleştirdiklerine ilişkin bulgular yer almaktadır.

#### 4.1.1. Akademik Başarı Seviyesi Yüksek Olan Öğrencilerin Açı Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular

Pirie ve Kieren'in dinamik modelinde yer alan ilk katman olan “İlkel Bilgi” düzeyi, öğrencinin anlamlandırma sürecinin temelini oluşturmaktadır. Uygulanan başarı testinden elde edilen bulgular doğrultusunda, akademik başarı düzeyi en yüksek olan Ahmet, Büşra ve Cansu'nun gerçekleştirilen etkinlikler için gerekli olan ön bilgiye, yani ilkel bilgi düzeyine, büyük ölçüde sahip oldukları söylenebilir.

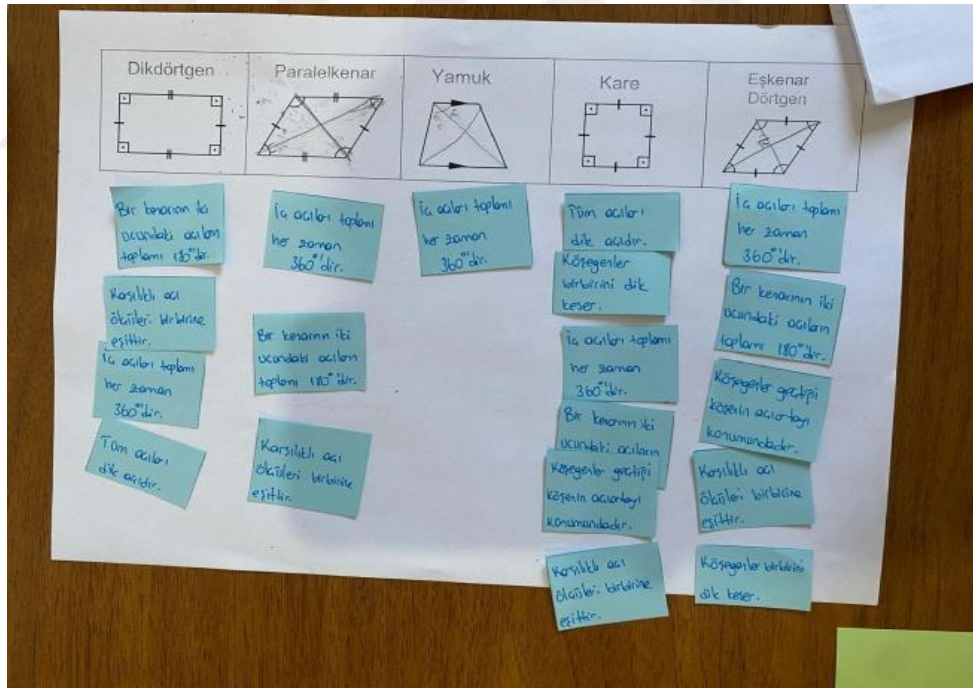
İlk etkinlik olan ‘Dörtgenlerde Açılar’ kapsamında, öğrencilerin dörtgenlerin açı özelliklerini deney yoluyla keşfetme ve öğrenme süreçleri detaylı olarak incelenmiştir. Öğrencilerin açılarla ilgili mevcut bilgilerini kullanarak kavramlar arasındaki hiyerarşik ilişkileri fark edip edemedikleri değerlendirilmiştir. Bu kapsamda katmanların belirlenebilmesi için öğrencilerin temel açı bilgilerini ifade edebiliyor olmaları ve hiyerarşik ilişkileri açıklayabiliyor olmaları gerekmektedir. Bu nedenle etkinlik süresince öğrencilerin dörtgenlerin açı özelliklerini deneyimleyerek keşfetmeleri, ölçüm ve karşılaştırmalar yoluyla farklı açı türlerini tanımaları ve bu özellikler arasındaki ilişkileri fark edebilmeleri gözlemlenmiştir. Öğretmen etkinliği

anlattıktan sonra öğrenciler sırayla açı özelliklerini okuyarak yorumlamışlardır. İlk etkinlik Ahmet ile başlamıştır.

Dörtgenleri birbirinden ayıran ve sınıflandırmamızda katkısı olan açı özellikleri her dörtgen için farklılık göstermektedir. Bu bağlamda, öncelikle dörtgenlerde açı kavramının öğrenciler tarafından nasıl yapılandırıldığı süreçler üzerinde inceleme yapılmıştır.

Öğrencilerin dörtgenlerde açı kavramına ilişkin yapılandırma süreçlerini incelemek için üç etkinlikten yararlanılmıştır. Bu etkinliklerde öğrenciye sorulan sorulara yönelik alınan cevaplarda öğrencinin Pirie Kieren teorisine göre hangi katmanda yer aldığı incelenmiştir. Ahmet'in klinik mülakat ve etkinlikler esnasındaki söylemleri ve teoride karşılık gelen katmanları aşağıda verilmiştir.

#### 4.1.1.1. Ahmet'in Dörtgenlerde Açı Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular



Şekil 6. Dörtgenlerde açılar etkinliğinin materyali

**1.A:** Sonra karşılıklı açı ölçüleri birbirine eşittir. Çünkü iki tane kısa iki tane da uzun kenarı var bunlar birbirine eşittir. (GSOK)

**2.Ö:** Kağıttaki dikdörtgeni inceleyebilirsiniz. Bir köşesindeki açı kaç derecedir Ahmet?

**3.A:** 45 dereceymiş.

**4.Ö:** Ahmet dikdörtgenin köşelerinde yer alan bir şekil var bu şekil ne anlama geliyordu?

**5.A:** Bunlar mı? (Köşesini gösterir.) Ee 90 derece. **(GOK)** (Öğrenci kâğıttaki dikdörtgenin köşelerindeki işareti görerek bunun 90 derece anlamına geldiğini hatırlıyor. Bu, doğrudan bir görüntü oluşturma, yani şekil üzerinden hatırlama ve anlamlandırmadır.)

**6.Ö:** Evet Ahmet demek ki bir iç açısı kaç dereceymiş?

**7.A:** (Eliyle köşeleri takip ederek.) Şu şöyle geliyor 90 böyle geliyor 90. 90 dereceymiş. **(GOK)** (Öğrenci şeklin kenarlarını eliyle takip ederek iç açığı belirliyor. Bu tamamen şekil üzerinde işlem yaparak görüntü oluşturma davranışıdır.)

**8.A:** Köşegenler birbirini dik keser hocam.

**9.Ö:** Ahmet açıölçer ve cetvel yardımıyla köşegenlerini oluşturup oluşturduğu açığı ölçer misin?

**10.A:** (Köşegenleri oluşturur ve köşegenlerin oluşturduğu açının 90 derece olmadığını görür) Hocam ölçtüm ve 90 derece olmuyor. O zaman bu özelliği almıyoruz. **(GOK)** (Açıölçer ve cetvel kullanarak şeklin köşegenlerini bizzat çizmesi, öğrencinin anlamı somut bir temsil üzerinden inşa ettiğini gösterir.)

**11.Ö:** Bir kenarının iki ucundaki açılar toplamı 180 derecedir özelliğine geçelim.

**12.A:** Hocam az önceki dediğimiz örnekteki gibi 60 ve 120 derece olsa 180 derece yapar. O yüzden bu özelliği de ekliyorum. **(GSOK)** (Bu katmanda öğrenci artık şekli çizmek, ölçmek veya somut olarak üzerine işlem yapmak zorunda değildir; zihinsel imgesine dayanarak sonuca ulaşır. Az önceki dediğimiz örnekteki gibi..." diyerek, daha önce görüntü oluşturduğu durumu zihinsel olarak yeniden çağırıyor.)

**13.A:** İki eşit parça hocam. O zaman köşegenler geçtiği açını açıortayı konumundadır bunu da ekleyelim.

**14.Ö:** Ahmet cetvel yardımıyla köşegenlerini oluşturmuştun. Açıölçer yardımıyla da ayırdığı açıları ölçer misin?

**15.A:** (Açıölçer yardımıyla ölçer) Hocam eşit parçalara ayrılmıyor biri 35 derece diğeri 85 derece oldu. Bu özelliği almıyorum. **(GOK)** (Köşegenleri çizmesi ve açıları ölçmesi, görüntü oluşturma temel davranıştır. Soyut bir genelleme yapmıyor; sonucu sadece yaptığı ölçümün görüntüsüne göre belirliyor.)

Öğrencinin öğrenmekte olduğu kavram ya da kavramlar hakkında fikir edinebilmesi için etkinlikle ilgilendiği katman görüntü oluşturma katmanıdır. Ahmet'in vermiş olduğu cevaplar içerisinde 5, 7, 10 ve 15. satırdaki ifadeler verilen özelliklerin dörtgene ait olup olmadığını tespit etmek için etkinlikle ve materyalle meşgul olduğu görülmektedir. Bu durumda öğrenci cevabının Pirie ve Kieren teorisine göre görüntü oluşturma katmanında yer aldığı söylenebilir. Devamında 1 ve 12. satırdaki ifadeleri ise zihninde oluşturduğu resimlerle verdiği cevaplar olduğundan öğrencinin Pirie ve Kieren teorisine göre görüntüye sahip olma katmanında yer aldığı söylenebilir. Daha sonrasında öğretmenin kasıtlı olarak sorduğu soru ile (14. satır) birlikte öğrencinin 15. satırda verdiği cevapla tekrar materyalle meşgul olduğu görülmektedir. Bu durumda öğrenci geri katlamayı gerçekleştirerek görüntüye sahip olma katmanından görüntü oluşturma katmanına geçiş yapmıştır. Öğrenci görüntü oluşturma katmanından görüntüye sahip olma katmanına geçerek geri katlamayı gerçekleştirmiştir.

**16.A:** Bir kenarının iki ucundaki açılar toplamı 180 derecedir (Düşünür ve kendi kendine yorumlar). Şimdi bu dik gitseydi.. Ama gitmiyor. Değildir hocam. **(GSOK)** ("Şimdi bu dik gitseydi..." ifadesi, öğrencinin şekli zihninde canlandırarak bir ihtimali düşündüğünü gösterir. Bu, görüntü oluşturmaktan değil, zihinde var olan görüntüyle çalışma davranışından ibarettir.)

**17.Ö:** Peki Ahmett değildir dedin. Köşegenler geçtiği köşenin açıortayı konumunda mıdır?

**18.A:** Evet hocam. Çünkü (kâğıtta göstererek) böyle bu köşeden bu köşeye çekiyoruz. **(GOK)** ("Kâğıtta göstererek..." ifadesi, öğrencinin gerçek görüntü üzerinde işlem yaptığını gösterir.)

**19.A:** Bir kenarının iki ucundaki açılar toplamı 180 derece, evet hocam çünkü (eliyle dörtgendeki köşeleri gösterir) 90 derece 90 derece 180 derece yapar. **(GOK)** ("Eliyle köşeleri gösterir" ifadesi, öğrencinin doğrudan dörtgen üzerinde görüntüye

dokunduğunu ve şekli kullanarak düşündüğünü gösterir.)

**20.A:** İç açılarının toplamı her zaman 360 derecedir hocam.

**21.Ö:** Evet onu yerleştirdik Ahmet. Bir kenarını iki ucundaki açılarının toplamı 180 derece midir?

**22.A:** Acaba öyle olur mu?(Düşünür) Paralelkenara çok benzediği için bu özelliği ekleyebiliriz. **(GSOK)** (“Acaba öyle olur mu?” ve “Paralelkenara çok benzediği için...” cümleleri, öğrencinin önceki gözlemlerini ve zihnindeki görüntüyü kullanarak çıkarım yaptığını gösteriyor. Burada artık somut bir çizim veya ölçüm yok, sadece zihinsel imgeye dayanıyor.)

**23.Ö:** Peki Ahmet tüm dörtgenlerde olan ortak bir özellik var bu nedir?

**24.A:** (tabloyu inceler) İç açılarının ölçüleri toplamı 360 derecedir özelliği hocam.

**25.Ö:** Peki Ahmet bu özellik tek başına hangi dörtgenimizde var?

**26.A:** Yamukta var hocam.

**27.Ö:** O zaman Ahmet aslında tüm dörtgenler temelde yamuğa özellikler eklenerek mi oluşuyor?

**28.A:** Evet hocam yamuk en temel dörtgenimiz. **(ÖFEK)** (Öğrenci tablodan veya önceki gözlemlerden bu özelliği fark ediyor. Bu, doğrudan bir özellik fark etme davranışdır.)

**29.Ö:** Evet Ahmet o halde birbirlerini özellik bakımından kıyaslamak istesek, örneğin kare eşkenar dörtgenin özel bir halidir ifadesi doğru mudur?

**30.A:** Kare daha fazla özelliğe sahip ama eşkenar dörtgen karenin özel bir hali olur hocam.

**31.Ö:** Ahmet daha fazla özelliğe sahip olan daha özel sayılır mı?

**32.A:** Evet hocam sayılır.

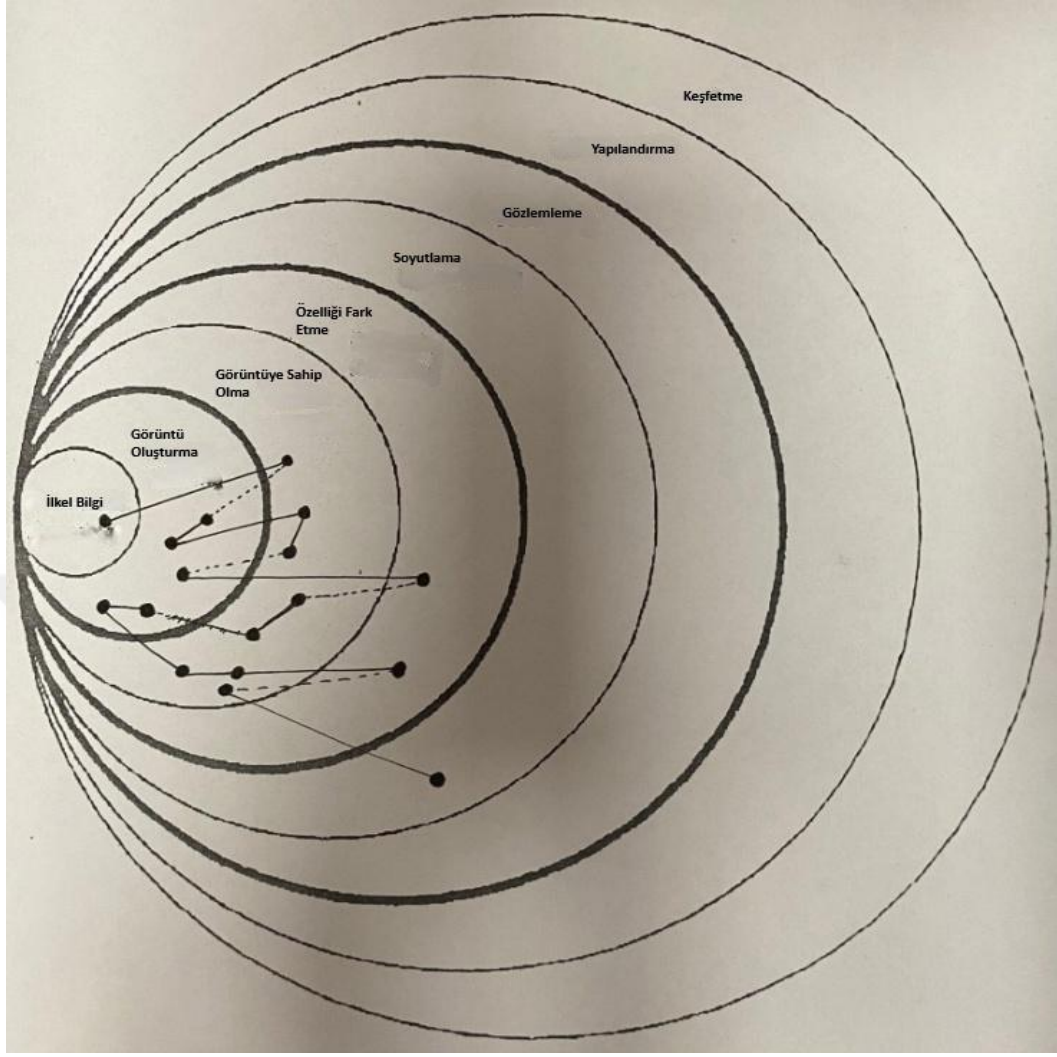
**33.Ö:** O zaman tekrar soruyorum kare eşkenar dörtgenin özel bir hali olur mu?

**34.A:** Evet hocam her kare aynı zamanda eşkenar dörtgenin özel bir halidir çünkü kare aynı zamanda bir eşkenar dörtgendir ve tüm açılarını dik olma özelliğine sahiptir. **(SK)** (“Her kare aynı zamanda eşkenar dörtgenin özel bir halidir” diyerek,

somut örnekleri genelleyerek bir kural oluşturuyor. Kare ve eşkenar dörtgen arasındaki özellik hiyerarşisini kullanıyor, “Tüm açıları dik olma özelliğine sahiptir” ifadesi ile somut gözlemden genelleme yapıyor.)

Öğrencinin görüntüye sahip olma katmanında etkinliklerle ayrı bir aktivite yapmadan zihnindeki yapılarla sonuca ulaşabilmektedir. Yukarıdaki konuşmalarda geçen 18 ve 19. satırdaki ifadelerde yine öğrencinin etkinlikleri yaparken materyal kullanmadan cevap verdiği görülmüştür. Bu cevaplar ile öğrencinin dörtgenlere ait açı özellikleri ile ilgili zihinlerinde bir şema oluştuğunu söyleyebiliriz. 16 ve 22. Satırlardaki ifadelerinde ise öğrenci zihnindeki şemaları kullanarak cevaplandırmalar yapmış ve görüntüye sahip olma katmanında yer almıştır.

28. satırda yaşanan diyalogda öğrencinin zihninde oluşan resimler ile yeni öğrendiği kavramlar arasındaki bağlantıları fark edebildiği ve bunları yorumlayabildiği görülmektedir. Bu da öğrencinin özelliği fark etme katmanında yer aldığını göstermektedir. Bu etkinliğin son diyalogu olan 34. satırdaki ifadesinde ise yine öğrencinin öncesinde sahip olduğu bir görüntüyü yeni öğrendiği bilgileri genelleyebildiğini görmekteyiz. Bu durum öğrencinin etkinlikte Pirie ve Kieren teorisine göre soyutlama katmanında yer aldığını söyleyebiliriz.



Şekil 7. Ahmet'in dörtgenlerde açı kavramını çalışma kağıdı üzerindeki yapılandırma sürecindeki gelişimi

Akademik başarı seviyesi yüksek olan öğrencilerden Ahmet ile yapılan ilk etkinliğin ardından 'Geometri tahtası' başlıklı etkinliğe geçilmiştir. Bu etkinlikte öğrencilerin bir önceki etkinlikte hatırlamış ve öğrenmiş oldukları dörtgenlere ait özelliklerin ortak olanlarıyla nasıl görüntüler elde ettiklerini ve birbirleriyle bağlantılarını incelemeleri amaçlanmıştır. Öğretmenin öğrenciye etkinlikle ilgili verdiği talimatlarla öğrenci istenen özelliklere göre dörtgenleri oluşturmaya çalışmıştır.



Şekil 8. Geometri tahtası etkinliğinin uygulanması

**35.Ö:** Ahmet köşegenleri birbirini dik kesen iki tane dörtgen oluşturabilir misin?

**36.A:** İlk önce bir tane kare vardı hocam. **(GSOK)** (Öğrenci hangi şekli çizeceğini zihninde planlıyor, henüz kareyi çizmedi, sadece daha önceki görüntüye dayanarak karar veriyor.)

**37.A:** (kareyi oluşturur) **(GOK)** (Öğrenci kareyi somut olarak oluşturuyor, fiziksel görüntü üzerinde işlem yapıyor.)

**38.Ö:** Evet kareyi oluşturdun.

**39.A:** Bir de eşkenar dörtgen var onu oluşturalım hocam. **(GSOK)** (Öğrenci hangi şekli çizeceğini zihninde belirtiyor, henüz çizim yapmadı; önceki görüntüye dayanarak planlama yapıyor.)

**40.A:**(biraz uğraşır ve yine kareyi oluşturur). **(GOK)** (Öğrenci fiziksel olarak şekli çizer, görüntüyü somut olarak oluşturuyor.)

**41.Ö:** Evet Ahmet aslında burada şunu mu görmüş olduk, aynı özelliğe sahip olan dörtgenler şekil olarak birbirine benzeyebiliyor mu?

**42.A:** Evet hocam sadece eşkenar dörtgenin bir tane özelliği kareden az o da olsaydı kare olurdu. **(GSOK)** (“Sadece bir özelliği eksik, o da olsaydı kare olurdu” diyerek,

öğrencinin önceki gözlemlerden zihninde bir model kurduğu görülüyor. Öğrenci herhangi bir şekli çizip ölçmüyor; zihinsel imge üzerinden çıkarım yapıyor.)

**43.Ö:** Çok güzel Ahmet bir örnek daha yapalım. Tüm açıları birbirine eşit olan iki tane dörtgen oluşturabilir misin?

**44.A:** Evet hocam yine kare var (kareyi oluşturur). **(GOK)** (Öğrenci şekli fiziksel olarak oluşturuyor, somut görüntü üzerinden anlam çıkarıyor.)

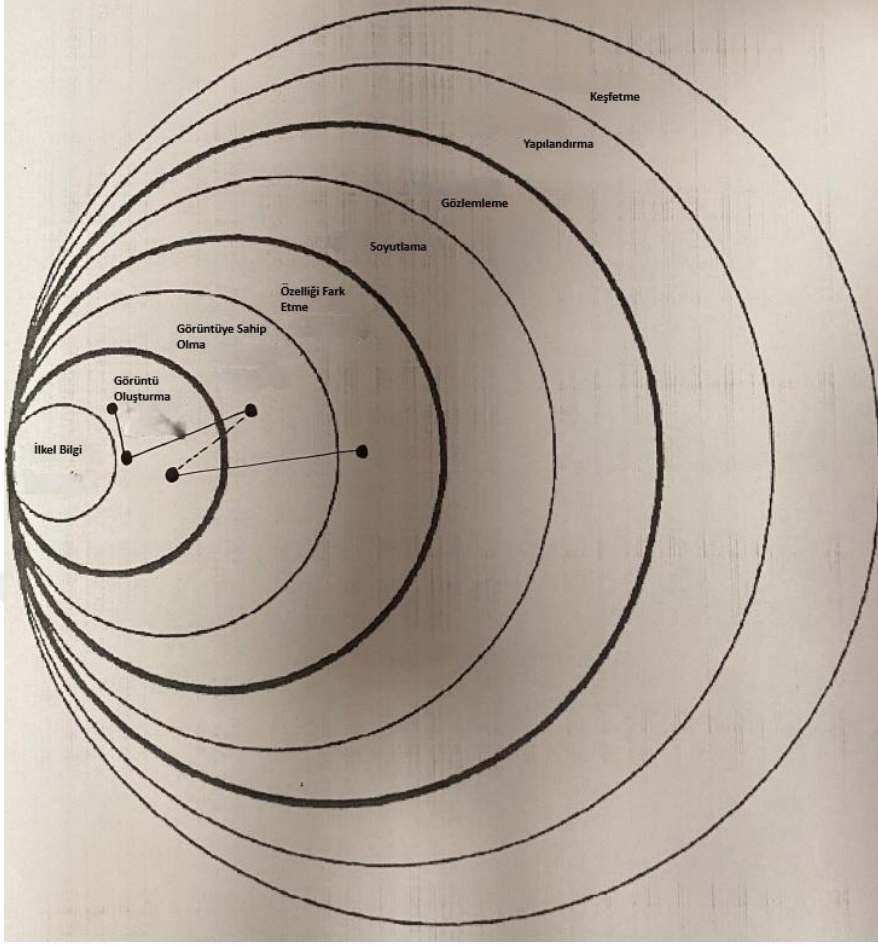
**45.Ö:** Tamam Ahmet başka?

**46.A:** Bir de dikdörtgen var hocam (dikdörtgen oluşturur). **(GOK)** (Öğrenci dikdörtgeni somut olarak çiziyor veya oluşturuyor, zihinsel manipülasyon yerine gerçek şekil üzerinden çıkarım yapıyor.)

**47.Ö:** Evet Ahmet çok güzel. Peki aslında kare diye oluşturduğun şekil de bir dikdörtgen midir Ahmet? Onun da tüm açıları birbirine eşit ve 90 derece değil mi?

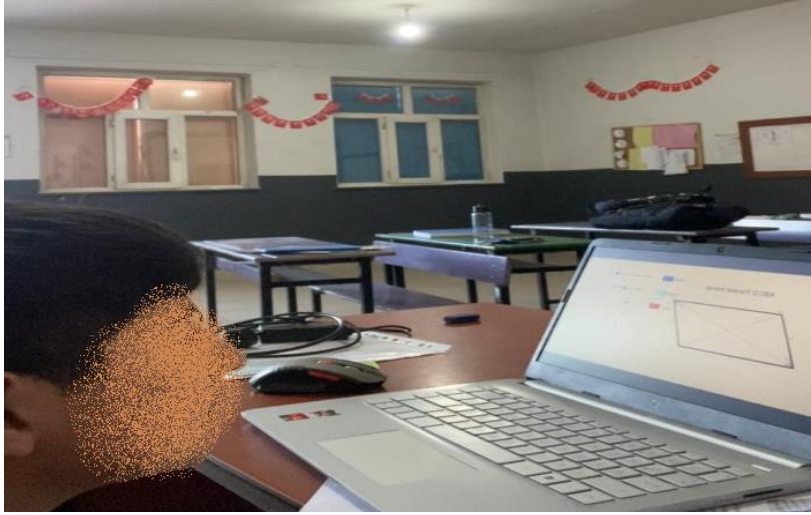
**48.A:** Evet hocam bunun da eşkenar dörtgen gibi kareden bir tane özelliği eksik. **(ÖFEK)** (Kare ile eşkenar dörtgen arasındaki farkı özellik bazında açıklıyor. “Bir tane özelliği eksik” diyerek, iki şekil arasındaki özellik farkını fark edip yorumluyor.)

Yukarıda verilen diyaloglarda 36, 39 ve 42. satırdaki konuşmalarda öğrencinin somut bir materyal kullanmadan zihinsel resimlerin oluştuğu görülmüştür. Bu durum öğrencinin anlama seviyelerinden geçerek görüntüye sahip olma katmanında yer aldığını söyleyebiliriz. 37, 40, 44 ve 46. satırda yer alan öğrenci cevapları doğrultusunda ise öğrencinin sonuca varmak için etkinlikle meşgul olduğu görülmektedir. Pirie ve Kieren teorisine göre öğrencinin görüntü oluşturma katmanında yer aldığı söylenebilir. Son olarak diyalogda yer alan 48. satırda öğrencinin zihninde yer alan resimle yeni öğrendiği bilgi arasında bağlantı kurabildiği ve bu bağlantıyı nereden kurabildiğini açıkladığı görülmektedir. Bu konuşma doğrultusunda da öğrencinin Pirie ve Kieren teorisine göre özelliği fark etme katmanında olduğu söylenebilir.



Şekil 9. Ahmet'in dörtgenlerde açı kavramını geometri tahtası üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Öğrenci bu etkinlikten sonra 'Geogebra'da Açı' etkinliğine geçmiştir. Açı kavramına ilişkin son etkinlikte yer alan Geogebra yazılımında öğrenciden açı değişimlerine göre oluşan dörtgenleri sebepleriyle yorumlaması ve dörtgenler arasındaki hiyerarşik bağlantıyı görmeleri beklenmiştir. Öğrenci fare ve sürgü yardımıyla açı değişimlerine göre dörtgenleri yorumlamaya başlamıştır.



Şekil 10. Geogebra’da açı etkinliğinin uygulanması

**49.Ö:** Peki Ahmet çok güzel şimdi şekildeki dörtgenin açı ölçülerini değiştirerek ne elde edeceğimizi inceleyelim.

**50.A:** (Fare yardımıyla şekil üzerinde açıları değiştirir). Dikdörtgen oluştu hocam. **(GOK)** (Fare ile şekil üzerinde açıları değiştiriyor, fiziksel veya görsel model üzerinde manipülasyon yapıyor. “Dikdörtgen oluştu” diyerek görüntüden anlam çıkarıyor.)

**51.Ö:** Çok güzel Ahmet paralelkenar hangi koşulda dikdörtgen oldu?

**52.A:** Açılarının dik olmasıyla dikdörtgen oldu hocam. **(GSOK)** (Paralelkenarın dikdörtgen olma koşulunu somut ölçüm veya şekil üzerinde işlem yapmadan hatırlıyor ve yorumluyor. Öğrenci şekle bakarak ölçüm yapmıyor; sadece zihinsel imge ve bilgiye dayalı çıkarım yapıyor.)

Öğrencinin 50. konuşmasında yine etkinlikle meşgul olarak verdiği cevabı görürken 52. cümlesinde etkinlikle meşgul olmadan zihnindeki şema sayesinde cevap verebildiğiniz görüyoruz. Dikdörtgene ait açı özelliğinin paralelkenar ile farkını söyleyerek bu basamakta yer almıştır.

**53.Ö:** Süpersin Ahmet o halde dikdörtgen ve paralelkenar arasında nasıl bir yorumda bulunabiliriz?

**54.A:** Dikdörtgen paralelkenarın özel bir halidir hocam. **(ÖFEK)** (Dikdörtgen ile paralelkenar arasındaki farkı ve ilişkiyi özellik bazında açıklıyor. Dikdörtgenin

paralelkenarın özel bir hali olduğunu belirleyerek özelliklerin hiyerarşisini kullanıyor.)

**55.Ö:** Çok güzel Ahmet şu anki dikdörtgenin kenar özelliklerini değiştirerek oluşan şekli yorumlamamı istiyorum.

**56.A:** (Fare yardımıyla tüm kenarlarını eşit hale getirir.) Kare oluştu hocam. **(GOK)** (Fare ile kenarları eşit hale getiriyor, fiziksel/dijital model üzerinde manipülasyon yapıyor. “Kare oluştu hocam” diyerek görüntüden anlam çıkarıyor.)

**57.Ö:** Evet Ahmet dikdörtgenin hangi özelliğini değiştirerek kareyi elde ettin?

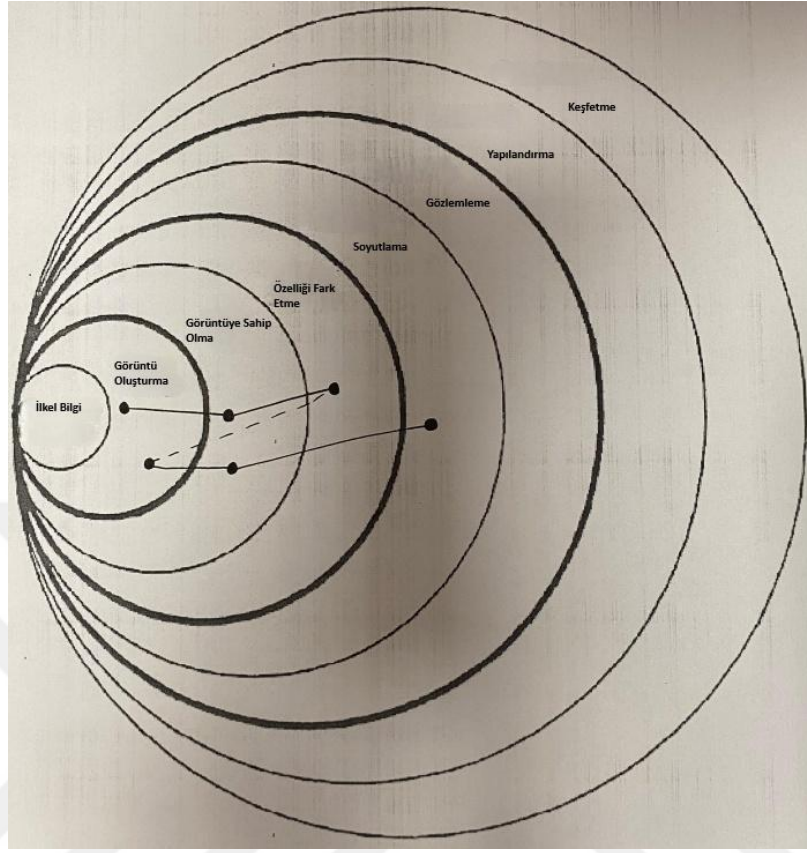
**58.A:** Tüm kenarları eşit olunca kare oluştu hocam. **(GSOK)** (Dikdörtgenin hangi özelliğini değiştirirse kare olacağını hatırlıyor ve yorumluyor, somut şekil üzerinde tekrar işlem yapmadan açıklıyor. Öğrenci şekle tekrar bakıp ölçüm yapmıyor; zihnindeki görüntü ve önceki deneyime dayanıyor.)

**59.Ö:** O halde Ahmet kare ve dikdörtgen arasında nasıl bir yorum yapabiliriz?

**60.A:** Kare dikdörtgenin özel bir halidir diyebiliriz hocam çünkü dikdörtgenden kareye geçerken fazla bir özelliğe sahip. **(SK)** (Kare ve dikdörtgen arasındaki ilişkiyi özellik farkına dayanarak genelleyerek açıklıyor. Dikdörtgenden kareye geçişte eklenen özellikleri belirleyerek soyut bir kural veya genelleme oluşturuyor.)

Öğrencinin zihnindeki şemalarla bağlantıları fark edebildiği katman olan özelliği fark etme katmanına göre bu basamakta yer aldığı 54. diyalogda öğrendiği iki şemanın birbiriyle bağlantısını fark ettiği görüldü. Paralelkenar ile dikdörtgen kavramları arasındaki geçişi gördü ve yorumlayabildi. Özelliği fark etme basamağından tekrar etkinliklerle somut şekilde meşgul olduğu 56. diyalog ile öğrenci geri katlama yaparak görüntü oluşturma basamağına geçtiği görüldü.

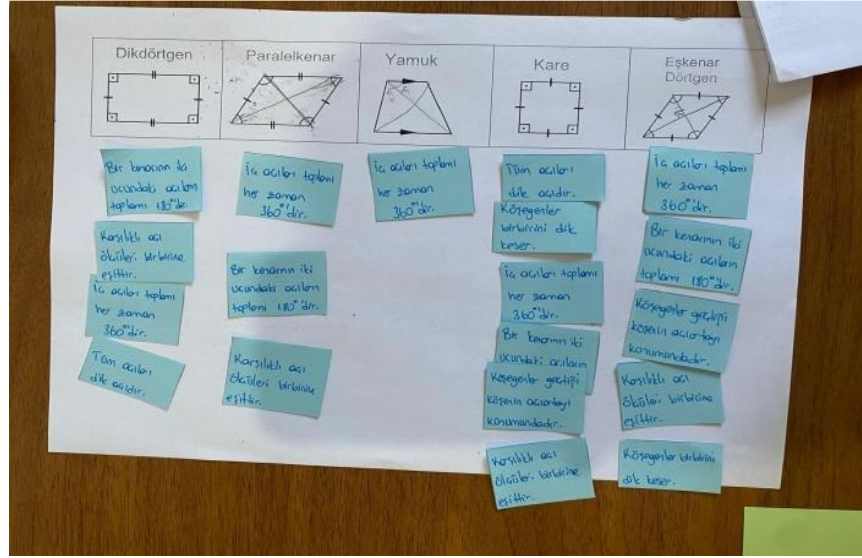
Öğrenen kişinin kavramla ilgili zihninde resim, şema oluşturabildiği katman olan görüntüye sahip olma katmanına göre öğrenci 58. konuşmasında dikdörtgenden kare kavramını yorumlarken yeni bir etkinliğe ihtiyaç duymadan zihnindeki resim ile cevaplandırıldığını görmekteyiz. Devamında gelen 60. cümlede ise öğrenci zihnindeki resimler arasındaki bağlantıyı fark edebilmekte ve bu farkın sebeplerini açıklayabilmektedir. Karenin dikdörtgenin özel bir hali olduğunu genelleyeabilen öğrenci önceki görüntüleriyle bu çıkarımı yapabilmıştır.



Şekil 11. Ahmet'in dörtgenlerde açı kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Akademik başarı seviyesi yüksek olan öğrencilerden Ahmet ile yapılan açı etkinliklerinin ardından bir diğer akademik başarısı yüksek olan Harika ile çalışmalara devam edilmiştir. Etkinlikler yine aynı şekilde öğrenci ile bireysel olarak uygulanmıştır.

#### 4.1.1.2. Büşra'nın Dörtgenlerde Açı Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular



Şekil 12. Dörtgenlerde açılar etkinliğinin materyali

**61.B:** Karşılıklı açi ölçüleri birbirine eşittir.(Kenarlarını göstererek.) Bunlar birbirine eşittir hocam. **(GOK)** (Öğrenci, şekil üzerinde göstermeli bir şekilde karşılıklı açılarn eşit olduğunu ifade ediyor. Sadece mevcut şeklin gözlemlenebilen özelliğini söylüyor.)

**62.B:** Aaa evet hocam karşısındaki açının birbirine eşitliğinden bahsediyor.

**63.Ö:** Evet Büşra dikdörtgenin zaten her bir iç açısı kaç dereceydi?

**64.B:** 360 derece hocam.

**65.Ö:** Büşra tüm açılar toplamını sormuyorum bir açısı kaç dereceydi?

**66.B:** 90 derece hocam. **(GSOK)** (Dikdörtgenin bir iç açısının  $90^\circ$  olduğunu biliyor ve bunu doğrudan ifade ediyor. Sadece bilinen bir özelliği hatırlayıp söylüyor. Şekle bakarak çıkarım yapmıyor; kavram bilgisini kullanıyor.)

**67.Ö:** Köşegenler aynı zamanda dikdörtgende açıortay mıydı Büşra?

**68.B:** Hayır hocam açıortay değildi. **(GSOK)** (Dikdörtgende köşegenlerin açıortay olmadığını doğrudan bilgi düzeyinde ifade ediyor. Sadece daha önce öğrendiği bilgiyi kullanarak karar veriyor. Bu nedenle daha üst katmanlara çıkmıyor.)

**69.B:** Köşegenler birbirini dik keser (düşünür).

**70.Ö:** Paralelkenarda köşegenler birbirini dik mi keser Büşra?

**71.B:** Hayır hocam bunu almıyorum. **(GSOK)** (Paralelkenarda köşegenlerin dik kesilmediğini daha önce biliyor ya da hatırlıyor. Herhangi bir yeni ilişki kurma veya gerekçe üretme yok.)

**72.B:** İç açıları toplamı her zaman 360 derecedir diyor evet dörtgenlerin özelliği. **(ÖFEK)** (Bu özellik bütün dörtgenler için geçerli. Öğrenci de bunu fark ederek dörtgen sınıfına genelliyor.)

**73.Ö:** Kalem ve cetvel yardımıyla köşegenlerini oluştur bakalım Büşra sonra ölçümünü yapalım.

**74.B:** Tamam hocam buralar köşeleri (köşeleri gösterir). (Köşegenleri çizer) Evet hocam dik kesiyor.

**75.Ö:** Büşra dilersen ölçümünü de yapabilirsin.

**76.B:** (Tekrar bakar ölçüm yapar) Hayır hocam dik kesmiyor almıyoruz bu özelliği. **(GOK)** (Öğrenci görsel üzerinde işlem yapıyor (köşegen çiziyor). Açıkölçer ile ölçüm yapıyor, ölçüme dayalı karar veriyor. Bu süreç tamamen görüntüyü kullanarak doğrulama davranışıdır.)

**77.B:** Bir kenarının iki ucundaki açılar toplamı 180 derecedir bu da var hocam.

**78.Ö:** Bir daha inceleyerek ölçüm yapabilirsin Büşra.

**79.B:** (Tekrar bakar) Hayır hocam hepsi için sağlamıyor. (Ölçüm sonucunda aslında yanal kenarların sadece 180 dereceye tamamladığını gördü) **(GOK)** (Öğrenci yine şekle bakarak ve ölçüm yaparak karar veriyor. Akıl yürütme temel olarak görüntü üzerinden: “Şunlar 180 yapıyor, ama hepsi yapmıyor.”. Genelleme yok, soyutlama yok, sadece görüntü temelli kontrol var.)

Diyalogları verilen öğrencinin öğrenmekte olduğu kavram ya da kavramlar hakkında fikir edinebilmesi için etkinlikle ilgilendiği katman görüntü oluşturma katmanıdır. Büşra’nın vermiş olduğu cevaplar içerisinde 61, 76 ve 79. satırdaki ifadeler verilen özelliklerin dörtgene ait olup olmadığını tespit etmek için etkinlikle ve materyalle meşgul olduğu görülmektedir. Bu durumda öğrencinin Pirie ve Kieren teorisine göre görüntü oluşturma katmanında yer aldığı söylenebilir. Devamında gelen 66, 68 ve 71. satırdaki ifadeleri ise zihninde oluşturduğu resimlerle verdiği cevaplar olduğundan öğrencinin Pirie ve Kieren teorisine göre görüntüye sahip olma

katmanında yer aldığı söylenebilir. 72. konuşmada öğrenci zihnindeki şemalar arası bağlantıyı fark edebilmekte ve bu özelliğin dörtgenlere ait bir özellik olduğunu söyleyebilmektedir. Öğrencinin bu cevabıyla özelliği fark etme basamağında olduğunu söyleyebilmekteyiz.

**80.B:** Zaten kenarının iki ucundaki açılar toplamı 180 derecedir hocam.

**81.Ö:** Nasıl bulduğunu açıklar mısın Büşra?

**82.B:** Hocam çünkü açılar zaten 90 derece olduğu için 180 derece yapıyor. **(GSOK)** (Öğrenci kendi temel bilgisine dayanarak (dikdörtgende açılar  $90^\circ$ ) açıklama yapıyor. Şekil üzerinde ölçüm yapmıyor. Yeni bir ilişki keşfetmiyor. Sadece bilinen bir özelliği uyguluyor.)

**83.B:** Köşegenler geçtiği köşenin açısını konumundadır diyor değildir hocam.

**84.Ö:** Büşra yine araçları kullanarak çizip ölçebilirsiniz.

**85.B:** (Köşegeni oluşturur ve ölçümü yapar). Evet hocam açısını oluyorum. **(GOK)** (Öğrenci araç kullanarak (köşegen çizer, açıölçerle ölçer) işlem yapıyor. Kararını tamamen görsel/ölçümsel doğrulama üzerinden veriyor.)

**86.B:** Köşegenler birbirini dik keser özelliği hocam (düşünür)

**87.Ö:** Büşra yine araçları kullanabilirsiniz.

**88.B:** (Köşegenleri oluşturur ve ölçer). Evet hocam 90 dereceye gidiyor o yüzden dik keser. **(GOK)** (Öğrenci şekil üzerinde işlem yapıyor. Kararını tamamen görüntü/ölçüm üzerinden veriyor.)

**89.B:** İç açıları toplamı her zaman 360 derecedir hocam bu zaten dörtgenlerin ortak özelliği. **(GSOK)** (Öğrenci zaten bildiği genel bir dörtgen özelliğini söylüyor. Görsel bir işlem yapmıyor. Yeni bir ilişki fark etmiyor.)

**90.Ö:** Peki Büşra hepsinde ortak olan o özellik neymiş?

**91.B:** İç açıları ölçümleri toplamı 360 derece olması hocam. **(GSOK)** (Öğretmenin sorusuna bilinen bilgiyi tekrar ederek cevap veriyor. Yine herhangi bir görsel çalışma yok. Yeni bir anlayış üretmiyor, sadece “cevabı biliyorum” davranışı sergiliyor.)

**92.Ö:** O halde sana bir soru Büşra, dikdörtgen paralelkenarın özel bir hali diyebilir miyiz?

**93.B:** Evet hocam diyebiliriz çünkü daha fazla özelliği var. **(ÖFEK)** (Öğrenci dikdörtgen ile paralelkenar arasındaki farkı fark ediyor ve yorumluyor. Karşılaştırma, özellik farkına dayanıyor. Ölçüm veya soyutlama yapmıyor.)

**94.Ö:** Peki Büşra bunu bir de sen kare ve eşkenar dörtgen için yapar mısın?

**95.B:** Hocam eşkenar dörtgen karenin özel bir halidir.

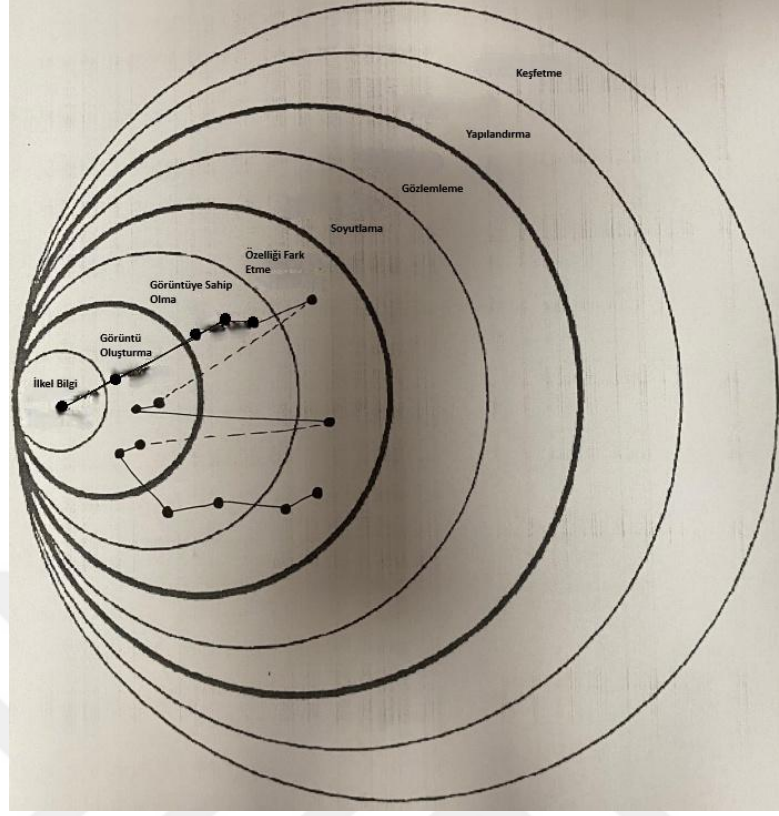
**96.Ö:** Büşra eşkenar dörtgende mi daha fazla özellik var?

**97.B:** Ay hayır hocam kare eşkenar dörtgenin daha özel bir halidir hocam. **(ÖFEK)** (Öğrenci eşkenar dörtgen ve kare arasındaki özellik farkını fark ediyor ve mantıksal çıkarım yapıyor. Önceki bilgilerle özellikleri karşılaştırıyor, yeni bir ilişki keşfediyor. Somut ölçüm veya çizim yok. Soyut bir genelleme yapmıyor, sadece özellik farkına dayalı mantıksal yorum yapıyor.)

Etkinliğin devamında, öğrencinin özelliklere ilişkin verdiği cevaplardan 82, 89 ve 91. satırlardaki ifadeleri, öğrencinin zihninde görüntüye sahip olma katmanında bulunduğunu göstermektedir. 85. ve 88. diyaloglarda ise öğrencinin etkinlikle aktif olarak meşgul olduğu ve bu doğrultuda yanıtlar verdiği görülmektedir; bu durum, öğrencinin görüntü oluşturma basamağında yer aldığını ortaya koymaktadır. Öğrenci, 82. cümledeki görüntüye sahip olma katmanından 85. cümlede görüntü oluşturma katmanına geçerek geri katlamayı gerçekleştirmiştir.

Görüntüye sahip olma katmanında öğrenci, etkinliklerle ayrı bir uygulama yapmadan zihnindeki yapılar üzerinden sonuca ulaşabilmektedir. Yukarıdaki konuşmalarda yer alan 82, 89, ve 91. satırlardaki ifadeler de öğrencinin materyal kullanmadan cevap verdiğini göstermektedir. Bu cevaplar, öğrencinin dörtgenlere ait açı özellikleri ile ilgili zihninde bir şema oluşturduğunu desteklemektedir.

93. ve 97. satırlardaki diyaloglar ise öğrencinin zihninde oluşan bu resimler ile yeni öğrenilen kavramlar arasındaki bağlantıları fark edebildiğini ve yorumlayabildiğini göstermektedir. Bu durum, öğrencinin özelliği fark etme katmanında yer aldığını ortaya koymaktadır.



Şekil 13. Büşra'nın dörtgenlerde açı kavramını çalışma **kâğıdı** üzerindeki yapılandırma sürecindeki gelişimi

Akademik başarı seviyesi yüksek olan öğrencilerden Büşra ile yapılan ilk etkinliğin ardından 'Geometri tahtası' başlıklı etkinliğe geçilmiştir. Bu etkinlikte öğrencilerin bir önceki etkinlikte hatırlamış ve öğrenmiş oldukları dörtgenlere ait özelliklerin ortak olanlarıyla nasıl görüntüler elde ettiklerini ve birbirleriyle bağlantılarını incelemeleri amaçlanmıştır. Öğretmenin öğrenciye etkinlikle ilgili verdiği talimatlarla öğrenci istenen özelliklere göre dörtgenleri oluşturmaya çalışmıştır.



Şekil 14. Geometri tahtası etkinliğinin uygulanması

**98.Ö:** Oluşturacağın dörtgenlerin isimleri nelerdir Büşra?

**99.B:** Kare ve (düşünür) eşkenar dörtgen olamaz hocam bir de dikdörtgen.

**100.Ö:** Çok güzel Büşra oluşturabilirsin.

**101.B:** (Tahta üzerinde oluşturur). **(GOK)** (Öğrenci somut şekil üzerinde işlem yapıyor (dörtgen çiziyor/oluşturuyor). Kararını gözlem ve çizim üzerinden veriyor, zihinsel çıkarım yok.)

**102.Ö:** Peki Büşra (dikdörtgen oluşturduğu şeklin kenarları eşit hale getirerek) şu an oluşan şekil bir dikdörtgen midir?

**103.B:** Hayır hocam bu bir karedir. **(GOK)** (Öğrenci dikdörtgenin kenarlarını eşitleyerek yeni şekil oluşturduğunu gözlemliyor. Kararını gözlem ve somut işlem üzerinden veriyor, soyutlama veya özellik fark etme yok.)

**104.Ö:** Yani karenin bir dikdörtgen olmadığını söylüyorsun Büşra.

**105.B:** Hayır hocam kare de aslında bir dikdörtgen bütün kenarları birbirine eşit ama dikdörtgenin karşılıklı kenarları birbirine eşit hocam. **(ÖFEK)** (Öğrenci, kare ve dikdörtgen arasındaki özellik farkını fark ediyor ve açıklıyor. Karşılaştırma özellik farkına dayanıyor, somut ölçüm veya çizim yok.)

**106.Ö:** Peki Büşra karşılıklı açıları birbirine eşit olan iki tane dörtgen oluşturabilirsin misin?

**107.B:** Eşkenar dörtgen olabilir hocam. **(GSOK)** (Öğrenci soruya bilinen bilgiye dayanarak cevap veriyor. Şekil üzerinde işlem yapmıyor veya ölçüm yapmıyor. Yeni bir ilişki keşfetmiyor; sadece zihnindeki görüntü ve bilgiyi kullanıyor.)

**108.B:** (Oluşturur ve eşkenar dörtgeni kare şeklinde yapar).

**109.Ö:** Büşra eşkenar dörtgeni oluştururken sence hangi şekle benzettin.

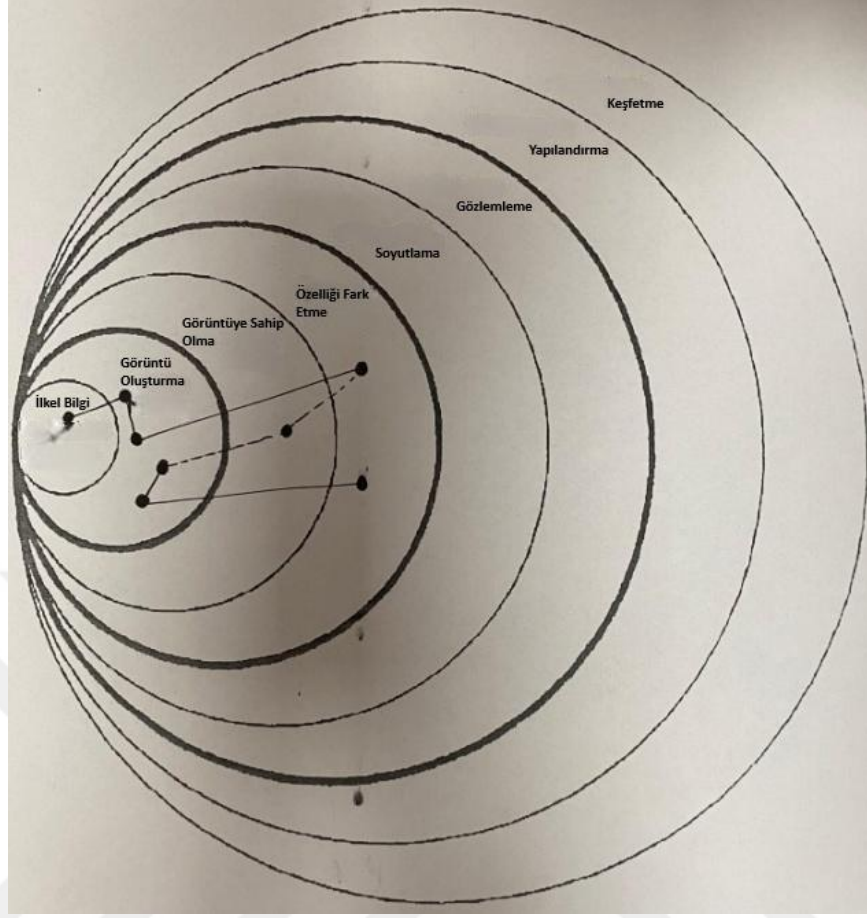
**110.B:** Kareye hocam. **(GOK)** (Öğrenci eşkenar dörtgeni kare şeklinde oluşturduğunu gözlemleyerek yorum yapıyor. Kararını somut görüntü üzerinden veriyor. Soyutlama veya özellik fark etme yok.)

**111.B:** (Şekilleri oluşturur) (Eşkenar dörtgeni yine kare şeklinde oluşturur)

**112.Ö:** Büşra oluşturduğun şekle göre aslında kare ve eşkenar dörtgen arasındaki bağlantı nedir?

**113.B:** Kare eşkenar dörtgenin özel bir halidir hocam. **(ÖFEK)** (Öğrenci, kare ve eşkenar dörtgen arasındaki özellik farkını fark ediyor ve yorumluyor. Karşılaştırma özellik farkına dayanıyor, somut çizim üzerinden değil.)

Yukarıda verilen diyaloglarda 107. satırdaki konuşmada öğrencinin somut bir materyal kullanmadan zihinsel resimlerin oluştuğu görülmüştür. Bu durum öğrencinin anlama seviyelerinden geçerek görüntüye sahip olma katmanında yer aldığını söyleyebiliriz. 101, 103 ve 110. satırlarda yer alan öğrenci cevapları doğrultusunda ise öğrencinin sonuca varmak için etkinlikle meşgul olduğu görülmektedir. Pirie ve Kieren teorisine göre öğrencinin görüntü oluşturma katmanında yer aldığı söylenebilir. Son olarak diyalogda yer alan 113. satırda öğrencinin zihninde yer alan resimle yeni öğrendiği bilgi arasında bağlantı kurabildiği ve bu bağlantıyı nereden kurabildiğini açıklamaktadır. Bu konuşma doğrultusunda da öğrencinin Pirie ve Kieren teorisine göre özelliği fark etme katmanında olduğu söylenebilir. Öğrenci bu etkinlikten sonra ‘Geogebra’da Açık’ etkinliğine geçmiştir.



Şekil 15. Büşra'nın dörtgenlerde açı kavramını geometri tahtası üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Son etkinlikte yer alan Geogebra yazılımında öğrenciden açı değişimlerine göre oluşan dörtgenleri sebepleriyle yorumlaması ve dörtgenler arasındaki hiyerarşik bağlantıyı görmeleri beklenmiştir. Öğrenci fare ve sürgü yardımıyla açı değişimlerine göre dörtgenleri yorumlamaya başlamıştır.



Şekil 16. Geogebra’da açı etkinliğinin uygulanması

**114.Ö:** Evet Büşra şeklimiz paralelkenarken bu sefer açı değerleriyle sürgü üzerinden oynayabilirsın. Açı şu an 65 derece dik açı konumuna getirir misin?

**115.B:** Tamam hocam. (90 dereceye getirir) Dikdörtgen oluştu hocam. **(GOK)** (Öğrenci şekil üzerinde doğrudan işlem yapıyor (açı değerini değiştiriyor). Kararını gözlem ve somut etkileşim üzerinden veriyor. Soyutlama veya özellik fark etme yok.)

**116.Ö:** Büşra açısını değiştirerek dikdörtgen oluşturduk. Biz açı ölçüleri 90 derece olan paralelkenara dikdörtgen diyebilir miyiz?

**117.B:** Evet hocam dikdörtgen paralelkenarın özel bir halidir. **(ÖFEK)** (Öğrenci, paralelkenar ve dikdörtgen arasındaki özellik farkını fark ediyor ve yorumluyor. Karşılaştırma özellik farkına dayanıyor, somut ölçüm veya çizim üzerinden değil.)

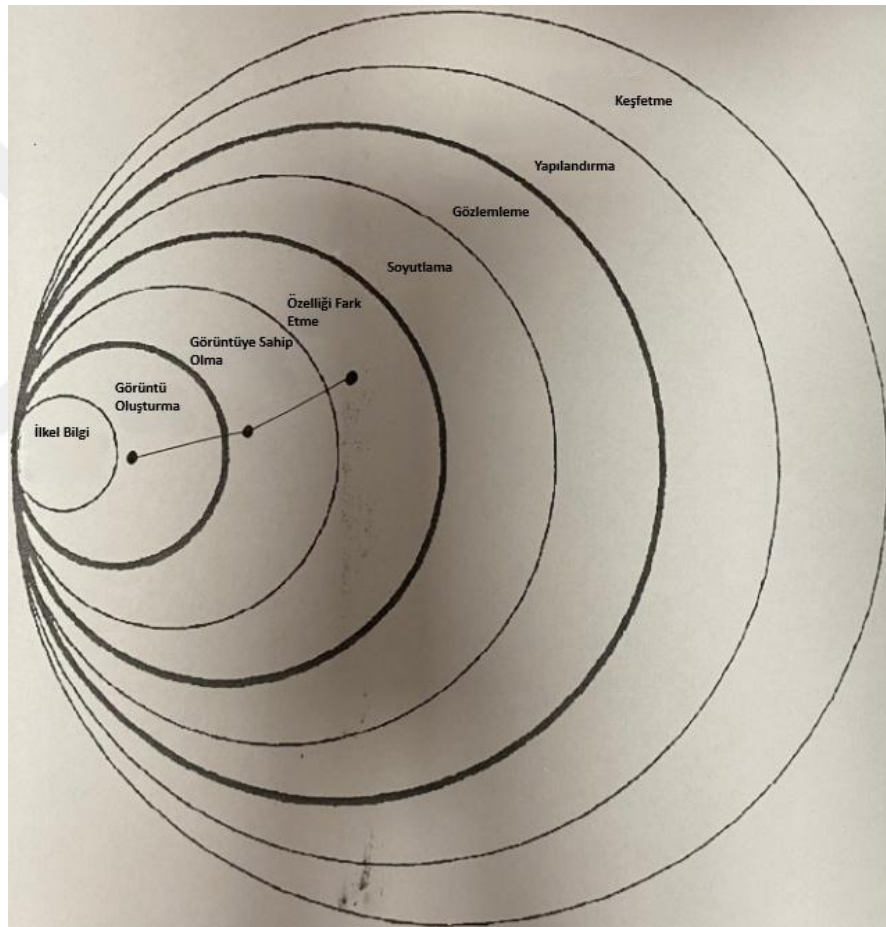
**118.Ö:** Çok güzel Büşra peki şekil dikdörtgen konumundayken kenar uzunluklarını aynı birim yapar mısın?

**119.B:** Tamam hocam böyle de kare oluştu.

**120.Ö:** Çok güzel Büşra yine bize özel hali durumunu kıyaslar mısın?

**121.B:** Kare dikdörtgenin özel bir halidir hocam. **(ÖFEK)** (Öğrenci, kare ile dikdörtgen arasındaki özellik farkını fark ediyor ve yorumluyor. Karşılaştırma özellik farkına dayanıyor, somut ölçüm veya çizim üzerinden değil.)

Öğrencinin bu etkinlikte dinamik geometri yazılımını kullanarak dörtgenlerdeki açı kavramını yapılandırma süreci incelenmiştir. Dörtgenler arası açı değişimlerinde hiyerarşik yapılanmayı görmüştür. Sebeplerini yeterli şekilde açıklayamayan öğrenci bu etkinlikte özelliği fark etme basamağında kalmıştır. 115. satırda etkinlikle meşgul olan öğrenci görüntü oluşturma basamağında yer alırken, 117 ve 121. satırlarda zihnindeki şemalar arası bağlantıyı fark edebilmiş ve yorumlayabilmiştir. Bu genellemelere ulaşırken öğrenci, dörtgenler arasındaki hiyerarşik durumu söyleyebilirken sebeplerini ve gerekçelendirmelerini kendi yorumlarıyla yapamamıştır.



Şekil 17. Büşra'nın dörtgenlerde açı kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Akademik başarı seviyesi yüksek olan öğrencilerden Büşra ile yapılan açı etkinliklerinin ardından bir diğer akademik başarısı yüksek olan Cansu ile

çalışmalara devam edilmiştir. Etkinlikler yine aynı şekilde öğrenci ile bireysel olarak uygulanmıştır.

#### 4.1.1.3. Cansu'nun Dörtgenlerde Açık Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular



Şekil 18. Dörtgenlerde açılar etkinliğinin uygulanması

**122.Ö:** Seçtiğin kenarın iki ucundaki açıları söyleyip toplar mısın Cansu?

**123.C:** (Kenarları eliyle göstererek derecelerini söyler) 90 90 daha 180 hocam. **(GOK)** (Öğrenci kenar uçlarındaki açıları ölçüp topluyor ve sonucu söylüyor. Karar tamamen görsel ve ölçüme dayalı, soyutlama yok.)

**124.Ö:** Aynı şekilde diğer kenarları da inceleyerek özelliği tekrar yorumlar mısın?

**125.C:** (İnceler ve hepsinin 180 derece yaptığını görür). Bir kenarının iki ucundaki açıların toplamı 180 derecedir hocam. **(GSOK)** (Öğrenci, tüm kenarları inceleyerek genel bir özellik fark ediyor: “Bir kenarının iki ucundaki açıların toplamı 180°.” Bu, özelliği hatırlama ve uygulama davranışı.)

**126.Ö:** Paralelkenara baktığında bu açı ve bu açı nasıl açılar? (Dar ve geniş açıyı gösterir)

**127.C:** Bu geniş açı bu da dar açı hocam. **(GOK)** (Dar ve geniş açıyı görerek ayırt ediyor, ölçüm veya genelleme yok.)

**128.Ö:** Çizerek ve ölçerek de gösterir misin bunu Cansu?

**129.C:** (Köşegenleri oluşturur ve ölçer) Eşit değil hocam açılar açığortay değildir.

**(GOK)** (Köşegen çizip ölçüm yapıyor, açılar eşit değil → karar gözleme dayalı.)

**130.C:** Bir kenarının iki ucundaki açılar toplamı 180 derecedir evet hocam.

**131.Ö:** Açıları ölçerek inceleyelim Cansu.

**132.C:** (Açıları ölçer) 68 ve 102 derece ıııı (düşünür).**(GOK)** (Açıları ölçüyor ve topluyor, çeşitli değerleri deneyerek doğruluyor. Tüm bu ifadeler ölçüm ve gözleme dayalı, soyutlama veya genelleme yok.)

**133.C:** 110 ııııı 170 hocam.

**134.Ö:** Peki 180 derece yaptı mı Cansu?

**135.C:** Hayır hocam yapmıyormuş. **(GOK)** (Açıları ölçüyor ve topluyor, çeşitli değerleri deneyerek doğruluyor. Tüm bu ifadeler ölçüm ve gözleme dayalı, soyutlama veya genelleme yok.)

**136.Ö:** İki ucundaki açılar kaçar derece Cansu?

**137.C:** (Eliyle köşeleri gösterir ve derecelerini söyler) 90 derece 90 derece hocam.  
**(GOK)** (Öğrenci şekil üzerinde somut işlem ve gözlem yapıyor (elleriyle köşeleri gösteriyor). Kararını gözleme ve somut görüntüye dayalı veriyor.)

Konuşmaları verilen öğrencinin öğrenmekte olduğu kavramları yapılandırma sürecinde etkinlikle ilgilendiği katman olan görüntü oluşturma katmanına 123, 127, 129, 132, 135 ve 137. satırlarda ulaştığını görmekteyiz. Cansu'nun vermiş olduğu cevaplarda dörtgenlere ait açı özelliklerinin yapılandırılmasında etkinlikle meşgul olduğu görülmektedir. 125. satırda verdiği cevapla birlikte kavramı yapılandırma sürecinde yeni bir etkinliğe ihtiyaç duymadığı görülmektedir. Yeni bir etkinliğe ihtiyaç duymadan zihnindeki şemalar yardımıyla vermiş olduğu cevapla öğrencinin görüntüye sahip olma katmanında yer aldığını söyleyebilmekteyiz. Öğrenci 125. satırdaki görüntüye sahip olma katmanından 127. satırdaki görüntü oluşturma katmanına geçişinde geri katlama yapmıştır.

**138.Ö:** Çok güzel Cansu. Peki köşegenleri birbirini dik kesen başka hangi dörtgenimiz vardı?

**139.S:** Kare hocam. **(GSOK)** (Öğrenci, önceden bildiği bilgiyi hatırlayıp söylüyor. Yeni bir gözlem veya genelleme yok.)

**140.S:** Tamam hocam (köşegenleri çizer ve ölçer)

**141.Ö:** Kaçar dereceye böldü Cansu?

**142.S:** İki de 30 derece hocam. **(GOK)** (Öğrenci, köşegenleri çizip ölçerek sonucu veriyor. Karar tamamen gözlem ve ölçüme dayalıdır.)

**143.Ö:** O halde ikisini de eşit parçaya böldüyse köşegen aynı zamanda nedir Cansu?

**144.S:** Açığortaydır hocam. **(GSOK)** (Öğrenci, ölçüm sonucunu yorumlayarak bildiği özelliği hatırlıyor. Yeni bir özellik fark etme yok.)

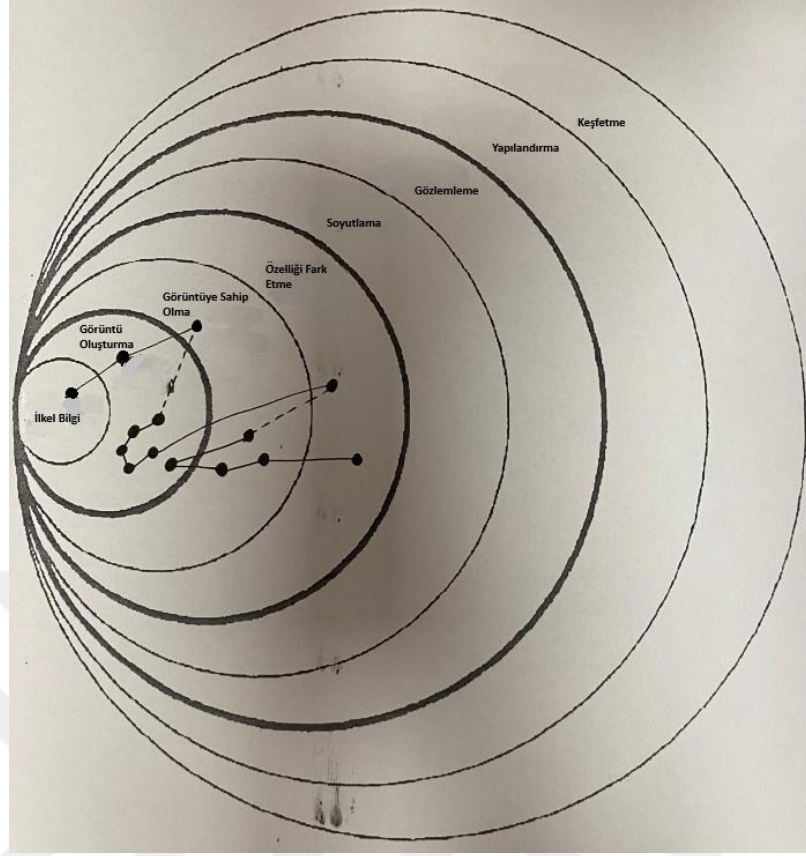
**145.Ö:** Evet Cansu çok güzel. O halde ben yamuğa özellik ekledikçe yeni dörtgenler oluşuyor. Peki Cansu dikdörtgen yamuğun özel bir hali diyebilir miyiz?

**146.S:** Evet hocam. **(GSOK)** (Öğrenci, dikdörtgenin yamuğa göre özel hali olduğunu biliyor ve cevap veriyor. Somut ölçüm veya yeni bir çıkarım yok.)

**147.Ö:** Son olarak Cansu tabloya baktığında dikdörtgen mi paralelkenarın özel bir hali yoksa paralelkenar mı dikdörtgenin özel bir halidir?

**148.S:** Dikdörtgen paralelkenarın özel bir halidir hocam. **(ÖFEK)** (Öğrenci, dikdörtgen ve paralelkenar arasındaki özellik farkını fark ediyor ve yorumluyor.)

Etkinliğin devamında öğrenci yine zihnindeki şemalarla birlikte vermiş olduğu 139, 144 ve 146. satırlardaki cevaplarıyla görüntüye sahip olma katmanında yer almaktadır. Öğrencinin var olan şemalarını yeni bir etkinliğe ihtiyaç duymadan yorumlayabildiği basamak görüntüye sahip olma basamağıdır. Devamında 142. satırdaki etkinlikle meşgul olduğu ve somut olarak ölçümler yaptığını görmekteyiz. Öğrencinin etkinlikle meşgul olduğu bu katman görüntü oluşturma katmanıdır. Öğrenci daha önceki etkinliklerde gördüğümüz gibi 139. satırdan 142. satıra geçerken geri katlama yapmıştır. Etkinliğin son aşamasında ise öğrenci zihninde oluşturduğu şemalarla yeni öğrendiği kavram arasındaki bağlantıyı fark edebilmekte ve bunu yorumlayabilmektedir. Bu durumda öğrencinin 148.satırdaki ifadesiyle özelliği fark etme katmanında yer aldığını söyleyebilmekteyiz.



Şekil 19. Cansu'nun dörtgenlerde açı kavramını çalışma kâğıdı üzerindeki yapılandırma sürecindeki gelişimi

Akademik başarı seviyesi yüksek olan öğrencilerden Cansu ile yapılan ilk etkinliğin ardından 'Geometri tahtası' başlıklı etkinliğe geçilmiştir. Bu etkinlikte öğrencilerin bir önceki etkinlikte hatırlamış ve öğrenmiş oldukları dörtgenlere ait özelliklerin ortak olanlarıyla nasıl görüntüler elde ettiklerini ve birbirleriyle bağlantılarını incelemeleri amaçlanmıştır. Öğretmenin öğrenciye etkinlikle ilgili verdiği talimatlarla öğrenci istenen özelliklere göre dörtgenleri oluşturmaya çalışmıştır.



Şekil 20. Geometri tahtası etkinliğinin materyali

**149.Ö:** Aslında bir aynı iki farklı dörtgene ait ortak özelliğine göre oluşturmak istediğinde istemeden aynı şekli mi oluşturdun Cansu?

**150.C:** Evet hocam ikisi de kare oldu. **(GOK)** (Öğrenci, gözlem ve somut işlemle sonucu söylüyor.)

**151.Ö:** Karenin tüm kenarları birbirine eşitken paralelkenarda nasıldı Cansu?

**152.C:** Karşılıklı kenarları birbirine eşitti hocam. **(GSOK)** (Öğrenci, bilinen özelliği hatırlıyor ve ifade ediyor.)

**153.Ö:** Tersini söyleyebilir miyiz peki Cansu?

**154.C:** Hayır hocam.

**155.Ö:** Neden peki Cansu?

**156.C:** Çünkü paralelkenarın karşılıklı kenarları eşitken karenin tüm kenarları birbirine eşit hocam. **(GSOK)** (Hatırlama ve bilinen ilişkiyi açıklama davranışı.)

**157.Ö:** Evet Cansu çok güzel. Şimdi karenin yanına dikdörtgeni de oluşturabilir misin?

**158.C:** (Oluşturmaya çalışır). Yine kare çıkıyor hocam. **(GOK)** (Öğrenci, şekil oluşturma ve gözlem ile sonucu fark ediyor.)

**159.Ö:** Cansucuğum dikdörtgenin kenarları nasıldı?

**160.C:** Karşılıklı kenarları birbirine eşitti. **(GSOK)** (Bilinen özellikleri hatırlama ve uygulama düzeyi.)

**161.Ö:** Peki Cansu köşegenleri birbirini dik kesen iki tane dörtgen oluşturmanı istesem hangi dörtgenleri söyledin?

**162.C:** Eşkenar dörtgen bir de kare hocam. **(GSOK)** (Bilinen özellikleri hatırlama ve uygulama düzeyi.)

**163.C:** (Kareyi oluşturur ve eşkenar dörtgen için de kare oluşturur). Yine kare oldu hocam. **(GOK)** (Kareyi oluşturur ve eşkenar dörtgen için de kare oluşturur. Yine kare oldu hocam.)

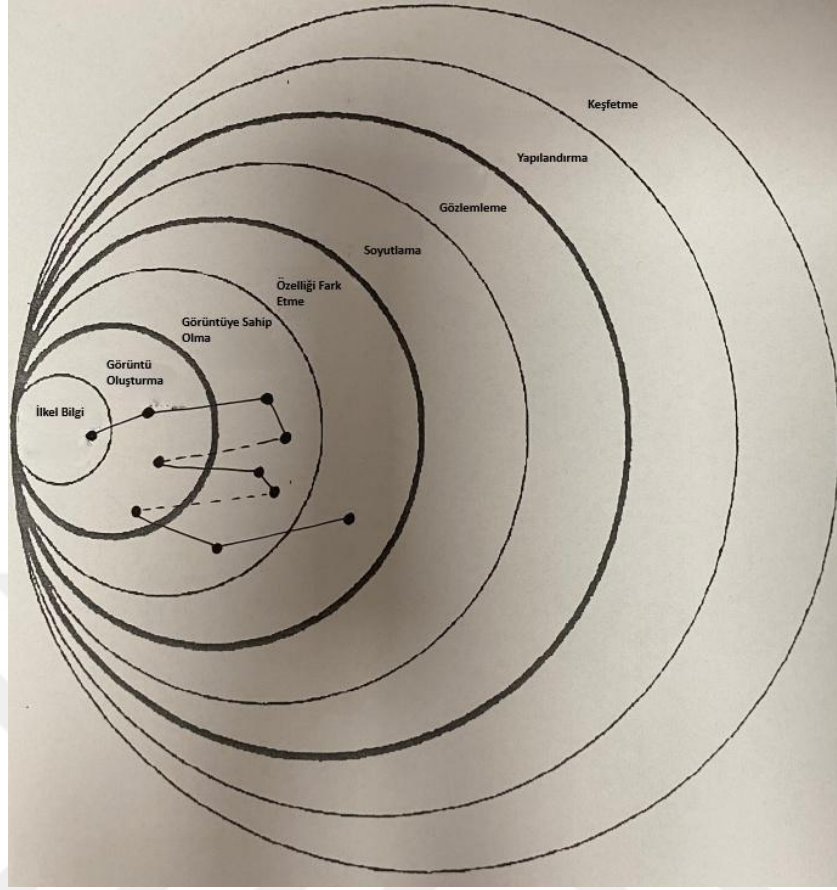
**164.Ö:** Tekrar düşünelim Cansu. Eşkenar dörtgenin aslında tüm açıları dik açı olsa hangi dörtgene benzer?

**165.C:** Kare hocam. **(GSOK)** (Bilinen özellikleri hatırlama ve uygulama düzeyi.)

**166.Ö:** O halde tekrar sorayım kare eşkenar dörtgenin özel bir halidir diyebilir miyiz?

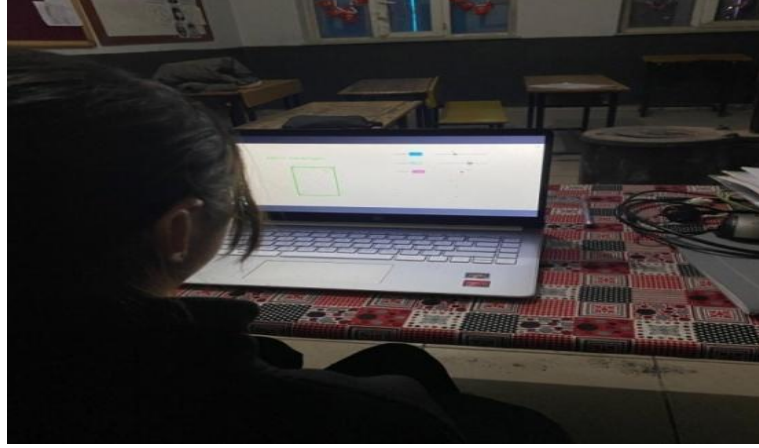
**167.C:** Evet hocam kare eşkenar dörtgenin özel bir halidir. **(ÖFEK)** (Öğrenci, kare ve eşkenar dörtgen arasındaki özellik farkını fark ediyor ve yorumluyor.)

Dörtgenlerde açı kavramını yapılandırma sürecinde uygulanan ‘Geometri Tah tası’ etkinliğinde öğrenci 150, 158 ve 163. satırdaki konuşmalarında etkinlik materyaliyle meşgul olmaktadır. Bu durum Pirie Kieren Teorisine göre öğrencinin görüntü oluşturma katmanında yer aldığını göstermektedir. 152, 156, 160, 162. ve 165. satırlarda verdiği cevaplarla birlikte öğrencinin zihnindeki şemalarla birlikte cevap verdiği ve yeni etkinliğe ihtiyaç duymadığı görmekteyiz. Öğrencinin zihninde resimler oluşturduğu ve cevaplandığı bu ifadeler görüntüye sahip olma katmanında yer aldığını göstermektedir. 167. satırda ise öğrencinin yeni öğrendiği kavram ile zihnindeki şemalar arasındaki bağlantıyı kurabildiğini görebilmekteyiz. Öğrenci karenin eşkenar dörtgenin özel bir h ali olduğunu belirttiği bu ifadenin özelliği fark etme katmanında yer aldığını söyleyebilmekteyiz.



Şekil 21. Cansu'nun dörtgenlerde açı kavramını geometri tahtası üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Son etkinlikte yer alan Geogebra yazılımında öğrenciden açı değişimlerine göre oluşan dörtgenleri sebepleriyle yorumlaması ve dörtgenler arasındaki hiyerarşik bağlantıyı görmeleri beklenmiştir. Öğrenci fare ve sürgü yardımıyla açı değişimlerine göre dörtgenleri yorumlamaya başlamıştır.



Şekil 22. Geogebra’da açı etkinliğinin uygulanması

**168.Ö:** Evet Cansu. Eşkenar dörtgen bu şekildeyken açı değerini 90 derece olacak şekilde yapar mısın?

**169.C:** (Sürgüyle 90 derece yapar) Kare oluştu hocam. **(GOK)** (Öğrenci şekil üzerinde somut işlem yapıyor (açıyı 90°’ye getiriyor). Kararını gözlem ve somut işlem üzerinden veriyor, soyutlama veya özellik fark etme yok.)

**170.Ö:** Evet Cansu kare ve eşkenar dörtgen arasında nasıl bir özel hali olma durumu vardır Cansu?

**171.C:** Eşkenar dörtgen karenin özel bir halidir hocam.

**172.Ö:** Neden böyle düşündün Cansu?

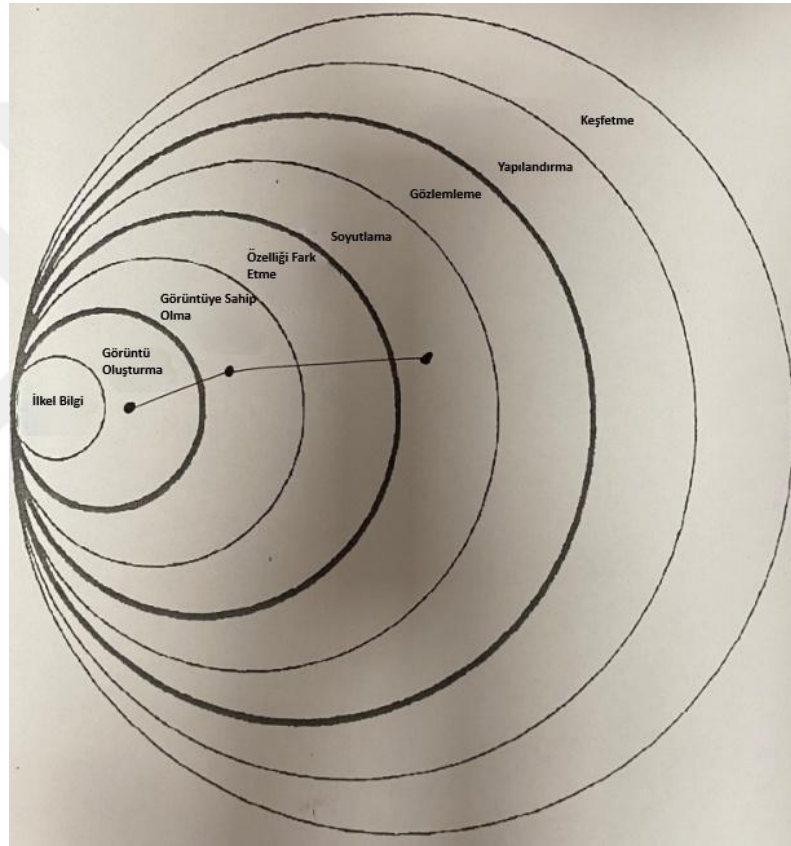
**173.C:** Karede daha fazla özellik var çünkü hocam. **(GSOK)** (Öğrenci, önceden bildiği bilgiye dayanarak özellik farkını hatırlıyor ve açıklıyor. Henüz soyutlama veya mantıksal genelleme yapmıyor.)

**174.Ö:** Daha fazla özelliği varsa nasıl olması lazım Cansu?

**175.C:** Pardon hocam kare eşkenar dörtgenin özel bir halidir. **(ÖFEK)** (Öğrenci, kare ve eşkenar dörtgen arasındaki özellik farkını fark ediyor ve mantıksal yorum yapıyor.)

Dinamik geometri yazılımı kullanarak dörtgenlerde açı kavramının yapılandırılma sürecinin incelendiği bu etkinlikte öğrenci öğretmenin sorularına ve yönlendirmelerine gerekli ve yeterli cevapları vermeye çalışmıştır. Öğrenci 169.

satırda etkinlikteki sürgü aracı ile kavramı öğrenmeye çalışan öğrenci görüntü oluşturma basamağında yer almaktadır. 173. satırda zihninde oluşturduğu resimlerle cevap veren öğrenci Pirie Kieren Teorisine göre görüntüye sahip olma katmanında yer almaktadır. Etkinliğin son kısmında ise yeni öğrendiği kavram ile önceki şemaları arasındaki bağlantıyı fark ettiğini ve yorumlayabildiğini görmekteyiz. Bu durum da öğrencinin özelliği fark etme katmanında yer aldığını göstermektedir.



Şekil 23. Cansu'nun dörtgenlerde açı kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Dinamik geometri yazılımı kullanılarak dörtgenlerde açı kavramının yapılandırma sürecinin incelendiği bu etkinlikte öğrenci özelliği fark etme basamağına kadar gelebilmiştir. Öğrenci zihnindeki şemalar ile yeni öğrendiği

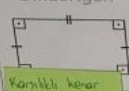
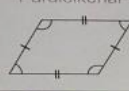
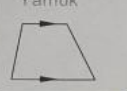
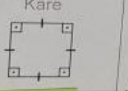
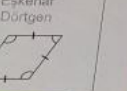
kavramların arasındaki bağlantıyı fark edebilmiş olsa da gerekçelendirmede ve genelleme yapabilmede yeterli seviyeye ulaşamamıştır.

Bir çokgenin iki köşesini birleştiren doğru parçasına kenar demektir. Dörtgenlerde kenar kavramının yapılandırılma sürecine ait çalışmalar yapılmıştır. Bu bölümde de dörtgenlerde kenar kavramına ait etkinliklere yer verilecektir.

#### 4.1.2. Akademik Başarı Seviyesi Yüksel Olan Öğrencilerin Kenar Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular

Bu kısımda Pirie-Kieren modeline göre akademik başarı düzeyi yüksek olan Ahmet, Büşra ve Cansu'nun dörtgenler ve aralarındaki hiyerarşiyi yapılandırma sürecini, kenar kavramı bağlamında anlamayı hangi katmanda gerçekleştirdiklerine ilişkin bulgular yer almaktadır.

##### 4.1.2.1. Ahmet'in Dörtgenlerde Kenar Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular

| Dikdörtgen                                                                          | Paralelkenar                                                                        | Yamuk                                                                               | Kare                                                                                 | Eşkenar Dörtgen                                                                       |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |  |  |  |
| Karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşittir.                                     | Karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşittir.                                     | Bir çift paralel kenara sahiptir.                                                   | Karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşittir.                                      | Karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşittir.                                       |
| Karşılıklı kenarları birbirine paraleldir.                                          | Karşılıklı kenarları birbirine paraleldir.                                          |                                                                                     | Karşılıklı kenarları birbirine paraleldir.                                           | Karşılıklı kenarları birbirine paraleldir.                                            |
| Köşegenler birbirine ortaktır.                                                      | Bir çift paralel kenara sahiptir.                                                   |                                                                                     | Köşegen uzunlukları birbirine eşittir.                                               | Bir çift paralel kenara sahiptir.                                                     |
| Köşegen uzunlukları birbirine eşittir.                                              |                                                                                     |                                                                                     | Bir çift paralel kenara sahiptir.                                                    | Tüm kenar uzunlukları birbirine eşittir.                                              |
| Bir çift paralel kenara sahiptir.                                                   |                                                                                     |                                                                                     | Tüm kenar uzunlukları birbirine eşittir.                                             | Köşegenler birbirine ortaktır.                                                        |
|                                                                                     |                                                                                     |                                                                                     | Köşegenler birbirine ortaktır.                                                       |                                                                                       |

**176.A:** Tamam hocam önce dikdörtgenden başlıyoruz. Köşegenler birbirini ortalar(düşünür ve kalemle köşegenini çizer) Ortalamıyor hocam. **(GOK)** (Öğrenci köşegen çizerek gözlem yapıyor. Kararını somut işlem ve gözlem üzerinden veriyor, soyutlama veya özellik fark etme yok.)

**177.Ö:** Ama tek köşegen çizerek buna karar veremeyiz Ahmet diğer köşegenini de oluşturarak tekrar inceler misin?

**178.A:** (Diğer köşegeni de oluşturur ve ölçer) Evet hocam ortalar parçalar eşit. **(GOK)** (Diğer köşegenin çizimi sonrası gözlem ve ölçüme dayalı karar veriyor.)

**179.A:** Tüm kenar uzunlukları birbirine eşittir özelliği var hocam ama eşit değildir çünkü iki kısa iki uzun kenarı var. **(GSOK)** (Öğrenci, önceden bildiği bilgiyi hatırlıyor ve mevcut şekille karşılaştırıyor. Karşılaştırma somut gözleme dayanıyor ama özellik fark etme veya soyutlama yok.)

**180.A:** Karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşittir hocam, karşılıklı dediği için iki uzun iki kısa birbirine eşittir. **(GOK)** (Öğrenci, somut şekilde karşılıklı kenarları ölçüp gözlemliyor.)

**181.A:** Köşegenler birbirini ortalar diyor çizeyim hocam. Evet hocam parçalar eşit oluyor ortalar. **(GOK)** (Öğrenci, köşegenleri çizip gözlemleyerek karar veriyor.)

**182.A:** Evet hocam köşegen uzunlukları eşittir o zaman.

**183.Ö:** Ölçüm yaparak bakabilirsin Ahmet.

**184.A:** Hocam biri daha kısa diğeri daha uzun görünüyor eşit diyemeyiz. **(GSOK)** (Öğrenci, ölçüm sonucu somut bilgiyi yorumluyor ve karşılaştırıyor. Bu, bilinen özellikleri hatırlama ve uygulama düzeyidir.)

**185.A:** Tüm kenar uzunlukları birbirine eşittir diyor hocam hayır karşılıklı eşittir sadece bu değil. **(GSOK)** (Öğrenci, bilinen kenar özelliklerini hatırlayıp yorumluyor.)

**186.A:** Köşegenler birbirini ortalar özelliği var hocam hemen çizeyim köşegenlerini. (Çizer ve kâğıtta gösterim yapar.) Ortalama hocam burayı böldüğünde (ayırdığı parçaları gösterir) birbirine eşit değildir. **(GOK)** (Öğrenci, köşegenleri çizip gözlem yapıyor, kararını somut gözlem üzerinden veriyor.)

**187.A:** Köşegen uzunlukları birbirine eşittir hocam inceleyeyim. Köşegen

uzunlukları eşit değil hocam (çizdiği köşegenlere bakar). **(GOK)** (Öğrenci, köşegenleri gözlemleyip ölçerek sonucu fark ediyor.)

Dörtgenlerde kenar kavramını yapılandırmak için hazırlanmış bu etkinlikte öğrencinin 176, 178, 180, 181, 186 ve 187. satırlarda vermiş olduğu cevaplar ve yapmış olduğu yorumlarla etkinlikle meşgul olduğunu görmekteyiz. Bu durum öğrencinin görüntü oluşturma katmanında yer aldığını göstermektedir. 179, 184 ve 185. diyaloglarda ise öğrencinin zihnindeki şemalarla yapılandırma süreci içerisinde olduğunu görmekteyiz. Bu ifadelerden öğrencinin görüntüye sahip olma katmanında yer aldığını söyleyebilmekteyiz. Öğrenci 179. satırdan 180. satıra geçerken ve 185.satırdan 186. satıra geçerken görüntüye sahip olma katmanından görüntü oluşturma katmanına geçiş yapmıştır. Bu katmanlar arası geçişte öğrencinin geri katlamaya yaptığını görmekteyiz.

**188.M:** Tüm kenar uzunlukları birbirine eşittir özelliği hocam. Değildir çünkü birisi daha uzun birisi daha kısa. **(GSOK)** (Öğrenci, ölçüm ve gözlemini bilinen özelliklerle karşılaştırıyor. Bu, bilinen özellikleri hatırlama ve uygulama düzeyidir.)

**189.M:** Karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşittir diyor hayır hocam burada birisi daha uzun biri daha kısa alt ve üst. **(GSOK)** (Öğrenci, özelliği hatırlayıp mevcut şekli karşılaştırıyor.)

**190.M:** Köşegen uzunlukları birbirine eşittir evet hocam.

**191.Ö:** Ahmet köşegenlerini çizerek kontrol edelim yine.

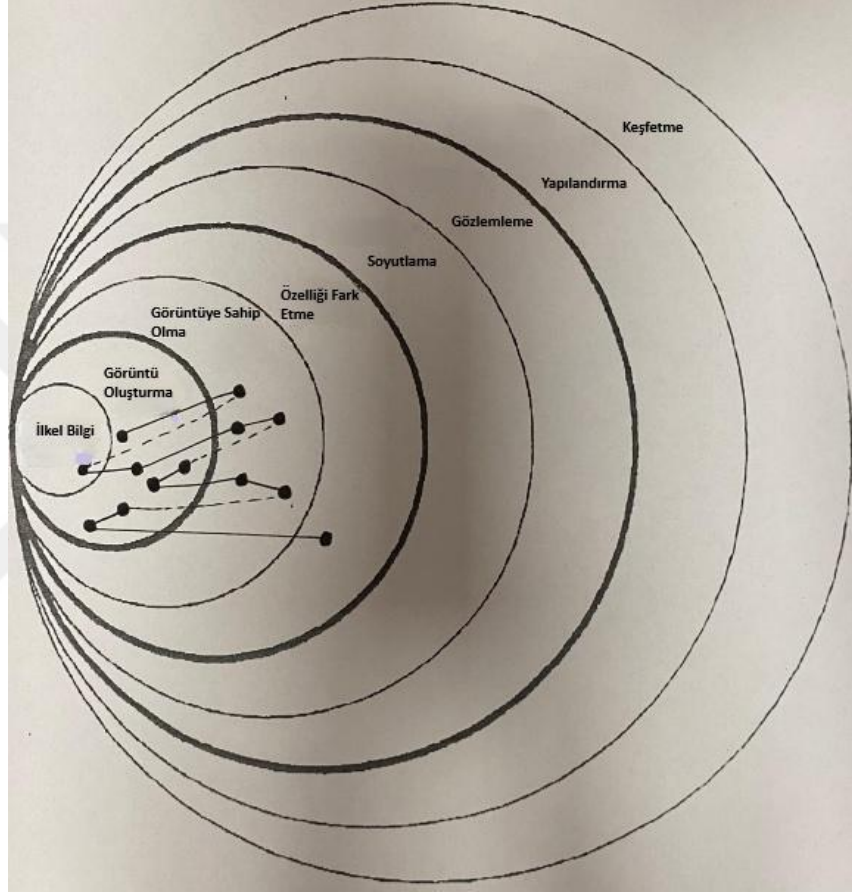
**192.M:** (Köşegenlerini çizer) Aynı gibi görünüyor hocam. **(GOK)** (Öğrenci, köşegenleri çizip gözlemleyerek sonucu söylüyor.)

**193.Ö:** O zaman eşkenar dörtgen için paralelkenarın özel bir hali diyebilir miyiz Ahmet?

**194.M:** Evet hocam diyebiliriz çünkü özelliği daha fazla. **(ÖFEK)** (Öğrenci, eşkenar dörtgen ile paralelkenar arasındaki özellik farkını fark ediyor ve yorumluyor.)

Etkinliğin devamında 188 ve 189. satırlardaki ifadelerden öğrencinin var olan şemalarını kullandığını ve bunlara yönelik yorum yaptığını görmekteyiz. Bu ifadeler

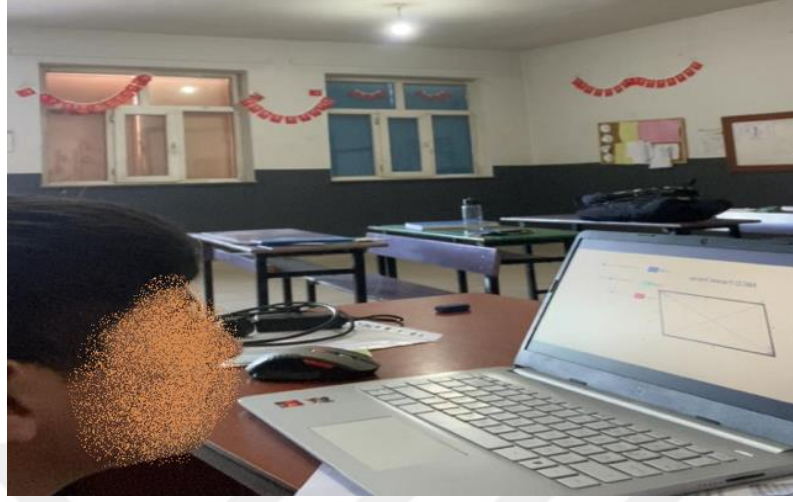
doğrultusunda öğrencinin görüntüye sahip olma katmanında yer aldığını söyleyebilmekteyiz. 192. satırda öğrenci geri katlama yaparak etkinlikle meşgul olmuş ve görüntüye sahip olma katmanında yer almıştır. 194. satırda yer alan ifadece ise öğrencinin var olan şemalarıyla yeni öğrendikleri arasında bağlantı kurabildiğini ve bu bağlantıları fark edebildiğini görmekteyiz. Bu durumda da öğrencinin özelliği fark etme katmanında yer aldığını söyleyebilmekteyiz.



Şekil 24. Ahmet'in dörtgenlerde kenar kavramını çalışma kâğıdı üzerindeki yapılandırma sürecindeki gelişimi

Akademik başarı seviyesi yüksek olan öğrencilerden Ahmet ile yapılan ilk etkinliğin ardından 'Geogebra'da Kenar' başlıklı etkinliğe geçilmiştir. Bu etkinlikte öğrencilerin bir önceki etkinlikte hatırlamış ve öğrenmiş oldukları dörtgenlere ait kenar özelliklerin ortak olanları ile nasıl görüntüler elde ettiklerini ve birbirleriyle bağlantılarını incelemeleri amaçlanmıştır. Öğretmenin öğrenciye etkinlikle ilgili

verdiği talimatlarla öğrenci istenen özelliklere göre dörtgenleri oluşturmaya çalışmıştır.



Şekil 25. Geogebra’da kenar etkinliğinin uygulanması

**195.A:** (Fare yardımıyla uzunlukları değiştirir). Burada farklı bir şekil oluştu hocam. **(GOK)** (Öğrenci, şekil üzerinde somut değişiklik yapıyor ve gözlem sonucu söylüyor.)

**196.Ö:** Evet Ahmet yeni oluşan şeklin ismi nedir?

**197.A:** Paralelkenar ay pardon yamuk.

**198.Ö:** Ahmet oluşan şekil yamuk mudur?

**199.A:** Hocam pardon şekil eşkenar dörtgendir. **(GOK)** (Öğrenci, oluşan şekli gözlemleyip isimlendiriyor. Karar tamamen somut gözlem ve görünüşe dayalıdır.)

**200.Ö:** Peki Ahmet paralelkenardan eşkenar dörtgene geçerken aralarında nasıl bir fark oluştu?

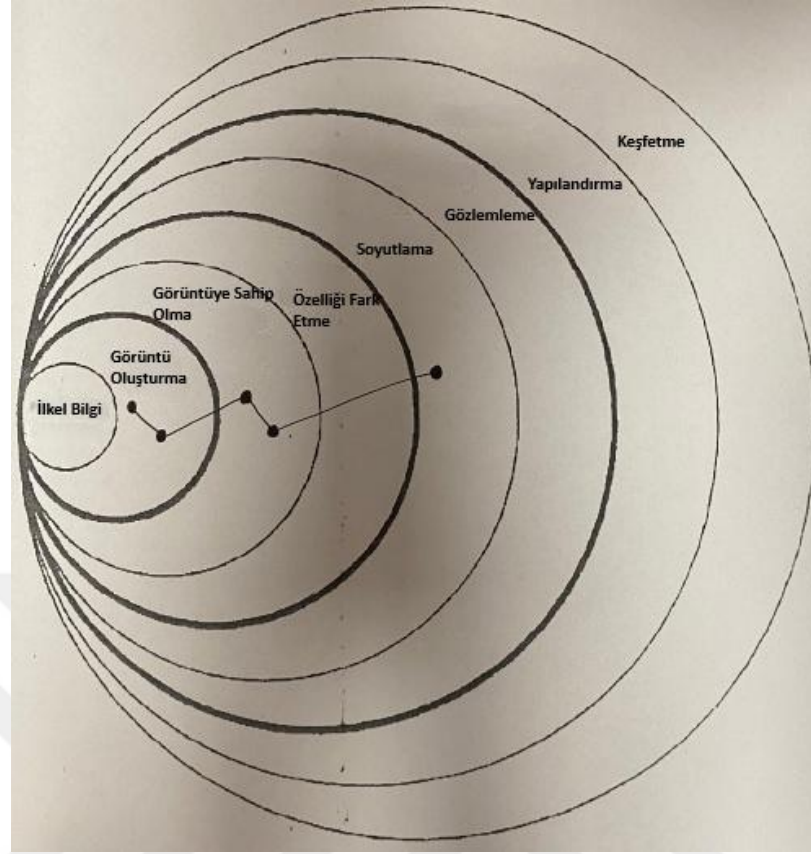
**201.A:** Tüm kenarları eşit oldu hocam. **(GSOK)** (Öğrenci, özelliği fark edip gözlemle hatırlıyor ve açıklıyor.)

**202.Ö:** Evet Ahmet paralelkenarda da şekilde görüldüğü gibi köşegenler birbirini ortalıyordu fakat eşkenar dörtgende bir özellik daha mevcut köşegenler birbirini ortalarken aynı zamanda nasıl kesiyorlar?

**203.A:** Dik kesiyorlar hocam. **(GSOK)** (Öğrenci, köşegenlerin nasıl kesildiğini gözlemleyip fark ediyor ve açıklıyor.)

**204.A:** Eşkenar dörtgen paralelkenarın özel bir halidir diyebiliriz hocam. Çünkü tüm kenarlarının eşit olma özelliği var hocam. **(SK)** (Öğrenci, özellikleri genelleyerek soyutlama yapıyor ve eşkenar dörtgenin paralelkenarın özel bir hali olduğunu mantıksal olarak çıkarıyor.)

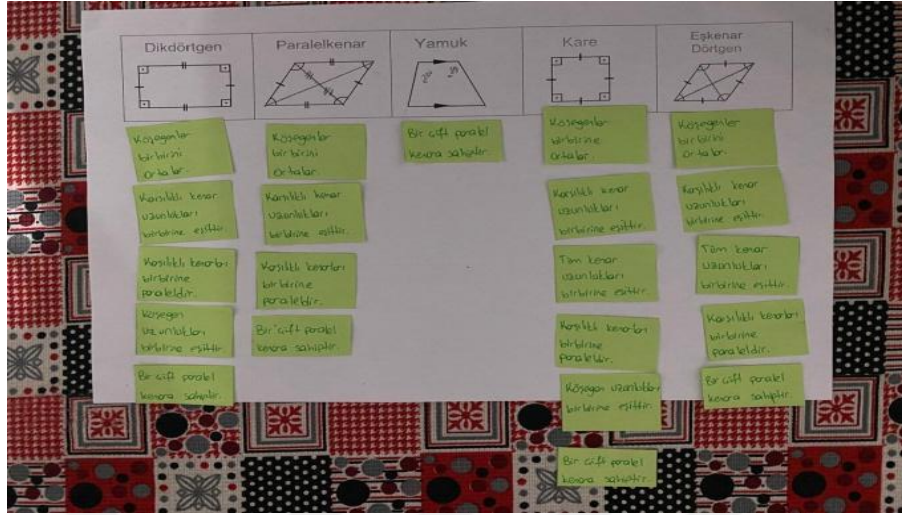
Ahmet'in geometri yazılımında gerçekleştirmiş olduğu etkinlikte 195 ve 199. satırlardaki ifadelerinde etkinlikle meşgul olduğunu ve etkinlikle ilgili yöneltilen sorulara cevaplar verdiğini görmekteyiz. Bu durum Ahmet'in görüntü oluşturma katmanında yer aldığını göstermektedir. Devamında gelen 201 ve 203 numaraları diyalogda Ahmet'in kenar kavramını yapılandırma sürecinde yöneltilen soruya önceki bilgilerini, şemalarını kullanarak cevaplandığı görülmektedir. Bu durum öğrencinin görüntüye sahip olma katmanında yer aldığını göstermektedir. 204. satırda yer alan ifadesinde ise öğrencinin yeni öğrendiği kavram ile önceki şemaları arasındaki bağlantıyı fark edip nedenlerini açıklayabildiği görülmektedir. Öğrencinin bu şekilde sebeplerini açıklayabildiği bir genelleme ifadesi Pirie Kieren teorisine göre soyutlama katmanında yer aldığını göstermektedir.



Şekil 26. Ahmet'in dörtgenlerde kenar kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Akademik başarı seviyesi yüksek olan öğrencilerden Ahmet ile yapılan dörtgenlerde kenar kavramını yapılandırma etkinliklerinde öğrencinin en fazla soyutlama katmanına ulaşabildiği görülmektedir. Öğrenci bu etkinliklerle birlikte ulaştığı sonuçların nedenlerini önceki öğrendikleriyle bağlantı kurarak açıklayabilmiştir. Dörtgenlerde kenar etkinlikleri bir diğer akademik başarı düzeyi yüksek olan Büşra ile devam etmektedir.

#### 4.1.2.2. Büşra'nın Dörtgenlerde Kenar Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular



Şekil 27. Dörtgenler kenar etkinliğinin materyali

**205.B:** Köşegenler birbirini ortalar hocam.

**206.Ö:** Nasıl yaptığımı araçlarla gösterir misin Büşra?

**207.B:** (Çizer ve ölçüm yapar) Hocam köşegen uzunluğu 1,6 cm çıktı.

**208.Ö:** Çok güzel Büşra bir parçasının uzunluğu ne olmalı ve ölçümle ne çıkacak bakalım.

**209.B:** Hocam yarısı 0,8 cm olmalı cetvelde de öyle çıkıyor.

**210.Ö:** O halde ortalıyor diyebilir miyiz Büşra?

**211.B:** Evet hocam ortalar. Köşegen uzunlukları birbirine eşittir diyor hocam evet eşittir. **(GOK)** (Öğrenci, köşegenleri çizip ölçüm yaparak sonucu gözlemliyor. Karar tamamen somut gözleme ve ölçüme dayalıdır.)

**212.Ö:** Tamam Büşra eşit mi peki kenar uzunlukları?

**213.B:** (Şekle bakar) Hayır hocam değil. **(GSOK)** (Öğrenci, kenar uzunluklarının eşit olup olmadığını gözlemleyip yorumluyor.)

**214.B:** (Tekrar ölçer) Hocam 0,6 cm oluyor.

**215.Ö:** Peki Büşra 0,6 cm 1,2 cm'nin yarısı mıdır?

**216.B:** Evet hocam o yüzden ortalıyor. **(GOK)** (Öğrenci, ölçüm yapıp sonucu gözlemleyerek karar veriyor.)

**217.B:** Köşegen uzunlukları birbirine eşittir diyor hocam diğer köşegeni de ölçeyim.

**218.Ö:** Tamam Büşra.

**219.B:** (Ölçer) Eşit değildir hocam. **(GOK)** (Öğrenci, diğer köşegeni ölçerek somut gözlem yapıyor.)

**220.B:** Köşegenler birbirini ortalar diyor hocam çizeyim.

**221.B:** (Çizer ve ölçer) Ortalamıyor hocam. **(GOK)** Köşegenleri çizip ölçerek gözlemleme yapıyor.)

**222.B:** Köşegen uzunlukları birbirine eşit değildir hocam burası uzun burası kısa. **(GSOK)** (Öğrenci, özelliği hatırlayıp karşılaştırma yapıyor)

**223.B:** Karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşit değildir hocam yine uzun ve kısa olanlar var. **(GSOK)** (Bilinen özellikleri hatırlayıp gözlemle karşılaştırma yapıyor.)

**224.Ö:** Hangileri paraleldi harika az önce göstermiştin?

**225.B:** (Alt ve üst tabanı gösterir) Bu ikisi paraleldir hocam. **(GSOK)** Öğrenci, bilinen paralellik özelliğini hatırlayıp gösteriyor.)

Araştırmacının öğrenciye yönelttiği sorular, kavramı yapılandırma sürecinde söyleyebileceklerini ortaya çıkarma adına etkili olması için sorgulatmaya ve deneyerek kendi öğrenmelerini gerçekleştirmeye yöneliktir. Büşra bu etkinlikte 211, 216, 219 ve 221. satırlardaki diyaloglarda süreci etkinliklerle gerçekleştirirken görüntü oluşturma katmanında yer almaktadır. 213, 222, 223 ve 225. satırlarda geçen konuşmalarda ise öğrencinin zihninde bir şema oluşturduğu ve etkinlikle meşgul olmasına gerek olmadan cevaplandırabildiğini görmekteyiz. Öğrenci bu satırlarda görüntüye sahip olma katmanında yer almaktadır.

**226.B:** Köşegenler birbirini ortalar. Hocam çizeyim.

**227.B:** (Çizer ve ölçer). Parçalar birbirine eşit hocam ortalıyor. **(GOK)** Öğrenci, köşegenleri çizip ölçerek somut gözlem yapıyor

**228.B:** (Ölçer). Birisi 1,3 cm diğeri de 1 cm çıktı eşit değiller hocam. **(GOK)** (Öğrenci, ölçüm sonucu somut gözlemlerle fark ediyor.)

**229.Ö:** Büşra kenar ve köşegeni karıştırıyorsun.

**230.B:** Tüm kenarları birbirine eşit olduğundan karşılıklı kenarları da birbirine paraleldir hocam. **(ÖFEK)** (Öğrenci, özellikleri fark ediyor ve mantıksal yorum yapıyor.)

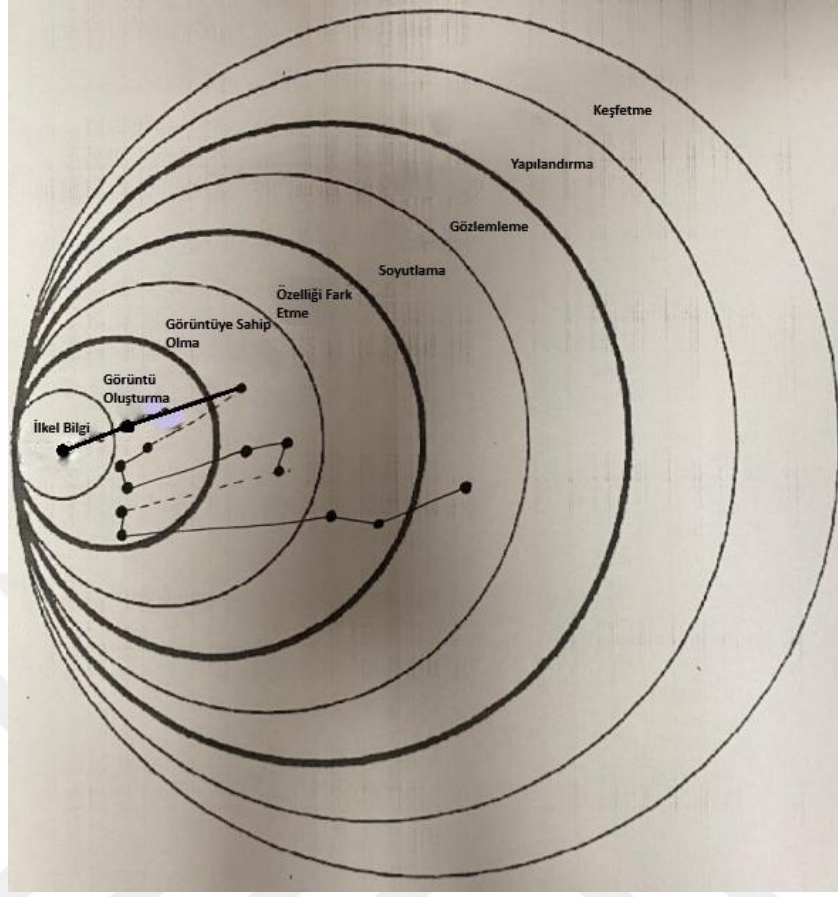
**231.Ö:** O zaman tekrar sorayım dikdörtgen ve paralelkenar arasındaki özel hali olma durumunu söyler misin?

**232.B:** Dikdörtgen paralelkenarın özel bir halidir hocam. **(ÖFEK)** (Öğrenci, iki dörtgen arasındaki özel hali fark ediyor ve yorumluyor.)

**233.Ö:** Bir de şöyle sorayım Büşra tabloya göre paralelkenar karenin özel bir hali midir?

**234.B:** Hayır hocam kare paralelkenarın daha özel bir halidir çünkü paralelkenara göre kenar özelliklerinde daha fazla özelliğe sahiptir. **(SK)** (Öğrenci, özellikleri karşılaştırıp soyutlama ve genelleme yapıyor.)

Etkinliğin sonuna doğru gerçekleşen yukarıdaki konuşmalardan 227 ve 228. satırlardaki diyaloglarda öğrenci yine etkinlikle meşgul olmakta ve görüntü oluşturma katmanında yer almaktadır. Öğrenci bu satırlarda çizim ve ölçüm yaparak kavramı yapılandırma sürecinde yer almıştır. Devamında gelen 230 ve 232. satırlarda ise zihnindeki şemalar arasında bağlantı kurabildiğini görmekteyiz. Bu durum öğrencinin özelliği fark etme katmanında yer aldığını göstermektedir. Etkinliğin son kısmı olan 234. satırdaki diyalogda ise öğrencinin önceki bilgileri ile yeni öğrendiği bilgiyi genelleleyebildiğini ve nedenlerini açıklayabildiğini görmekteyiz. Öğrenci bu açıklamasıyla soyutlama katmanında yer almaktadır.



Şekil 28. Büşra'nın dörtgenlerde kenar kavramını çalışma kâğıdı üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Akademik başarı seviyesi yüksek olan öğrencilerden Büşra ile yapılan ilk etkinliğin ardından 'Geogebra'da Kenar' başlıklı etkinliğe geçilmiştir. Bu etkinlikte öğrencilerin bir önceki etkinlikte hatırlamış ve öğrenmiş oldukları dörtgenlere ait kenar özelliklerin ortak olanları ile nasıl görüntüler elde ettiklerini ve birbirleriyle bağlantılarını incelemeleri amaçlanmıştır. Öğretmenin öğrenciye etkinlikle ilgili verdiği talimatlarla öğrenci istenen özelliklere göre dörtgenleri oluşturmaya çalışmıştır.



Şekil 29. Geogebra kenar etkinliğinin uygulaması

**235.Ö:** Evet Büşra görmüş olduğun kenarlardan b kenarını sürükleyelim ve ne oluştuğuna bakalım.

**236.B:** Eşkenar dörtgen oluştu hocam. **(GOK)** (Öğrenci, şekil üzerinde sürükleyerek gözlem yapıyor ve sonucu söylüyor.)

**237.Ö:** Neden eşkenar dörtgen oluştu Büşra?

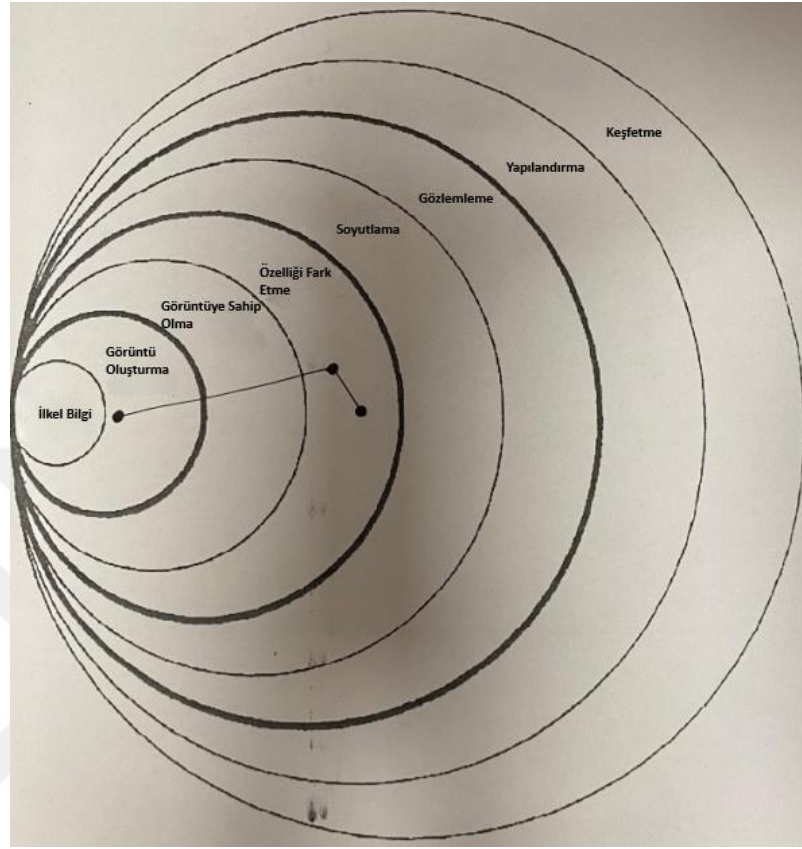
**238.B:** Tüm kenarları eşit hale geldi hocam çünkü. **(GSOK)** (Öğrenci, özelliği hatırlayıp somut gözlemle açıklıyor.)

**239.Ö:** Tekrar düşünelim Büşra biz paralelkenara tüm kenar uzunluklarının aynı olma özelliği eklediğimizde mi eşkenar dörtgen oluştu?

**240.B:** Evet hocam o yüzden eşkenar dörtgen paralelkenarın özel bir halidir. **(ÖFEK)** (Öğrenci, özellik farkını kavrayıp mantıksal yorum yapıyor.)

Dinamik geometri yazılımı kullanılan bu etkinlikte Büşra, 236. satırdaki diyalogda yazılımda kenar kavramı üzerine çalışma yaparak görüntü oluşturma katmanında yer almıştır. 238. satırda ise eşkenar dörtgene ait kenar özelliğini yapılandırmak için yeni bir etkinliğe ihtiyaç duymadan zihninde oluşturduğu şema ile cevap vermesiyle görüntüye sahip olma katmanında yer almıştır. Devamında ise önceki öğrenmeleriyle yeni öğrenmeleri arasındaki bağlantıyı fark edebildiğini

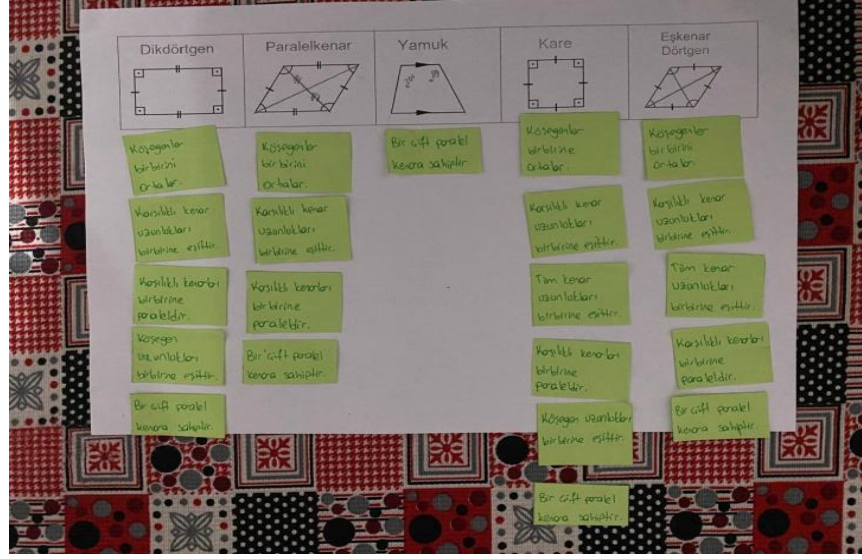
görmekteyiz. Bu diyalog ile öğrencinin özelliği fark etme katmanında yer aldığını söyleyebilmekteyiz.



Şekil 30. Büşra'nın dörtgenlerde kenar kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Akademik başarı seviyesi yüksek olan öğrencilerden Büşra ile yapılan dörtgenlerde kenar kavramını yapılandırma etkinliklerinde öğrencinin en fazla soyutlama katmanına ulaşabildiği görülmektedir. Öğrenci bu etkinliklerle birlikte ulaştığı sonuçların nedenlerini önceki öğrendikleriyle bağlantı kurarak açıklayabilmiştir. Dörtgenlerde kenar etkinlikleri bir diğer akademik başarı düzeyi yüksek olan Cansu ile devam etmektedir.

#### 4.1.2.3. Cansu'nun Dörtgenlerde Kenar Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular



Şekil 31. Dörtgenler kenar etkinliği materyali

**241.Ö:** Peki iki tane paralelkenarı var mı Cansu?

**242.C:** Evet hocam karşılıklı kenarları paralel. **(GOK)** (Öğrenci, gözlem ve bilinen özellikleri kullanarak yanıt veriyor. Somut gözlem ve görünüşe dayalı ifadelerle yer veriyor.)

**243.C:** (düşünür ve hesap yapar) 1,5 cm hocam.

**244.Ö:** O halde köşegenler birbirini ortalıyor mu Cansu?

**245.C:** Evet hocam ortalıyor. **(GOK)** Köşegenleri ölçerek somut gözlem yapıyor

**246.C:** Tamam hocam. (ölçer) 5cm hocam.

**247.Ö:** Eşitler mi Cansu?

**248.C:** Hayır hocam köşegenleri eşit değil. **(GOK)** Ölçüm ve gözlem sonucu fark ediyor.)

**249.Ö:** Peki Selbi eşkenar dörtgen sana neyi çağırıştırıyor?

**250.C:** Eşit kenarlar hocam.

**251.Ö:** O zaman karşılıklı kenar uzunlukları eşit midir değil midir Cansu?

**252.C:** Eşittir hocam. **(GSOK)** (Öğrenci, bilinen özellikleri hatırlayıp karşılaştırıyor.)

**253.C:** Tamam hocam. Ama ölçmeden de bakınca biri kısa diğeri daha uzun hocam.

**254.Ö:** Evet Cansu biri kısa diğeri daha uzun.

**255.C:** Evet hocam eşit değil o yüzden. **(GOK)** (Ölçüm ve gözlemle sonucu fark ediyor.)

Dörtgenlere ait kenar özelliklerinin uygun dörtgenin altına yerleştirildiği bu etkinlikte Cansu, 242, 245, 248 ve 255. satırlarda Pirie Kieren teorisine göre etkinlikle meşgul olmakta ve görüntü oluşturma katmanında yer almaktadır. 252. satırdaki diyalogda ise öğrenci etkinliğe ihtiyaç duymadan zihninde oluşturduğu resim ile cevap verdiğini görmekteyiz. Bu da öğrencinin görüntüye sahip olma katmanında yer aldığını göstermektedir.

**256.Ö:** Evet Cansu tabloyla ilgili ne yorumlayabilirsin?

**257.C:** Hocam diğer dörtgenler yamuğun özel durumları gibi. **(ÖFEK)** (Öğrenci, özellik farklarını fark ediyor ve yorum yapıyor.)

**258.Ö:** Neden böyle düşündün Cansu?

**259.C:** Çünkü yamuğa özellikler ekledikçe diğer dörtgenler oluştu. **(ÖFEK)** (Öğrenci, özellik eklemeye bağlı olarak şekillerin değiştiğini fark ediyor.)

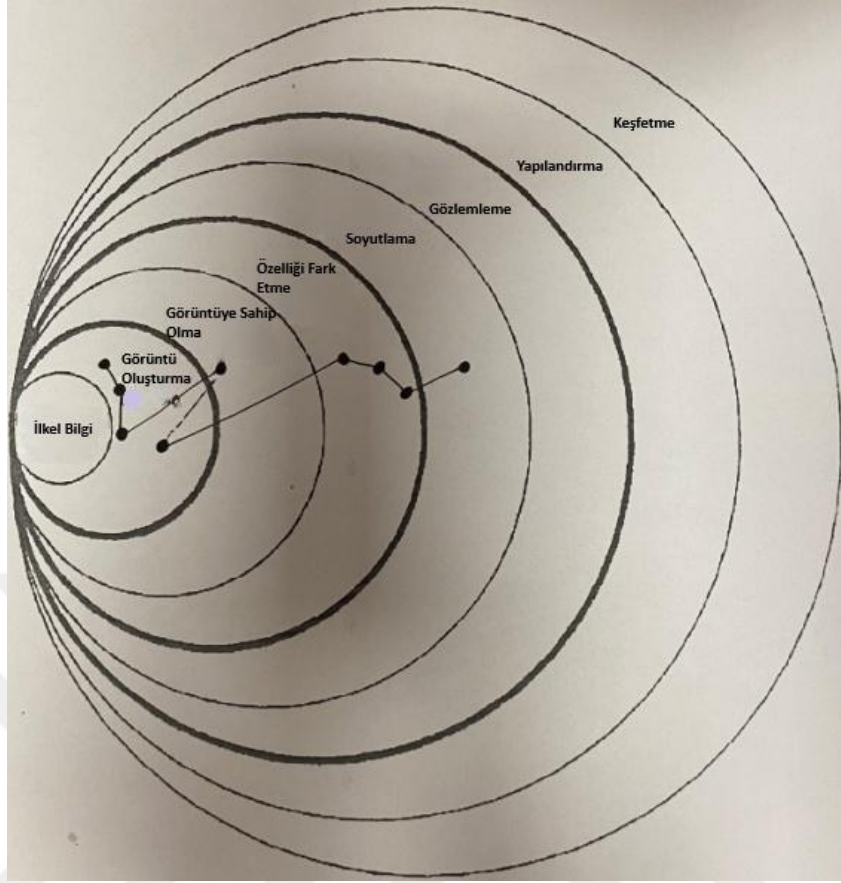
**260.Ö:** Peki birbirinin özel durumu olan dörtgenlere örnek verebilir misin?

**261.C:** Evet hocam kare dikdörtgen ve paralelkenarın özel halidir. **(ÖFEK)** (Öğrenci, hangi dörtgenin hangi diğerine özel hali olduğunu yorumluyor.)

**262.Ö:** Neden peki Cansu?

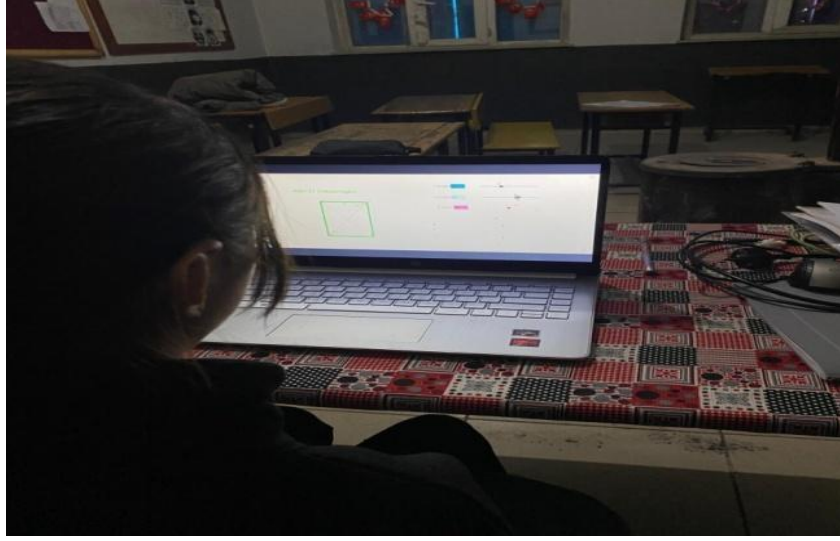
**263.C:** Çünkü paralelkenarın kareye göre daha az özelliği var hocam. **(SK)** (Öğrenci, özellik sayısını karşılaştırarak soyutlama yapıyor.)

Etkinliğin devamında öğrenci 257, 259 ve 261. satırlardaki konuşmalarında ise eski öğrenmeleri ile yeni öğrendikleri arasındaki farkları fark edebildiğini görmekteyiz. Bu da öğrencinin özelliği fark etme katmanında yer aldığını göstermektedir. 263. satırda ise öğrenci özelliğini fark ettiği kavramların nedenlerini açıklayabilmektedir. Öğrenci bu açıklamasıyla da soyutlama katmanında yer almaktadır.



Şekil 32. Cansu'nun dörtgenlerde kenar kavramını çalışma kâğıdı üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Akademik başarı seviyesi yüksek olan öğrencilerden Cansu ile yapılan ilk etkinliğin ardından 'Geogebra'da Kenar' başlıklı etkinliğe geçilmiştir. Bu etkinlikte öğrencilerin bir önceki etkinlikte hatırlamış ve öğrenmiş oldukları dörtgenlere ait kenar özelliklerin ortak olanları ile nasıl görüntüler elde ettiklerini ve birbirleriyle bağlantılarını incelemeleri amaçlanmıştır. Öğretmenin öğrenciye etkinlikle ilgili verdiği talimatlarla öğrenci istenen özelliklere göre dörtgenleri oluşturmaya çalışmıştır.



Şekil 33. Geogebra kenar etkinliği uygulanması

**264.Ö:** Cansu öncelikle görmüş olduğun a ve b değerlerini eşit uzunluğa getirebilir misin?

**265.C:** Tamam hocam. (Sürgünün ikisini de eşit ve 30 br yaptı). **(GOK)** (Öğrenci, şekil üzerinde sürükleyerek gözlem yapıyor ve sonucu bildiriyor.)

**266.Ö:** Az önceki paralelkenarın tüm kenarları eşit hale geldiğinde hangi dörtgen oluştu Cansu?

**267.C:** Eşkenar dörtgen oluştu hocam. **(GSOK)** (Öğrenci, özelliği hatırlayıp gözlemle ilişkilendiriyor.)

**268.C:** (Sürgüyü kullanarak farklı değerlere getirir). Dikdörtgen oluştu hocam. **(GOK)** (Öğrenci, sürgüyü değiştirip somut gözlem yapıyor.)

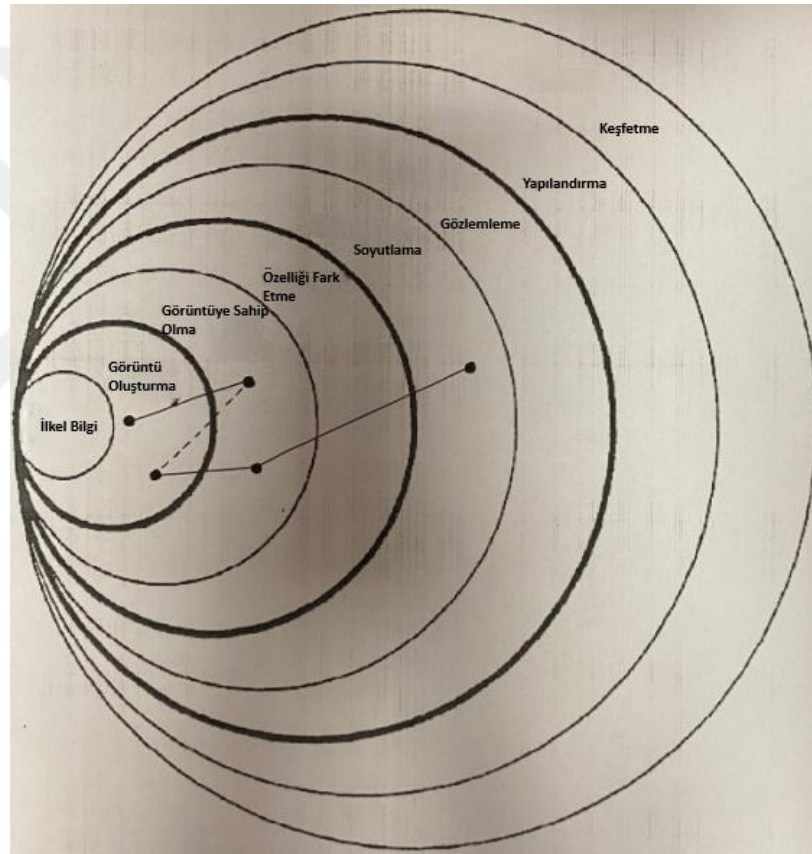
**269.Ö:** Evet Cansu kareden tüm kenarlarının eşit olma özelliğini çıkardığımızda dikdörtgen oluştu.

**270.C:** Evet hocam dikdörtgende karşılıklı kenarları birbirine eşit. . **(GSOK)** (Öğrenci, özelliği gözlemleyip hatırlıyor.)

**271.Ö:** Nedenini açıklar mısın Cansu?

**272.C:** Kare tüm kenarlarının eşit olma özelliğine sahip hocam fazladan. **(SK)** (Öğrenci, özellik farkını karşılaştırıp soyutlama yapıyor.)

Bilgisayar yardımıyla yapılan bu etkinlikte Cansu, 265 ve 268. satırdaki konuşmalarında etkinlikle meşgul olmuş ve görüntü oluşturma katmanında yer almıştır. 267 ve 270. satırlarda ise yeni bir etkinliğe ihtiyaç duymadan zihninde şemalar oluşturduğu ve bu şekilde cevaplandığını görmekteyiz. Öğrenci bu satırlarda görüntüye sahip olma katmanında yer almaktadır. Etkinliğin sonunda yer alan 272. satırdaki diyalogda ise öğrenci önceki öğrenmeleri ile yeni öğrenmelerini genelleylebilmiş ve nedenlerini açıklayabilmiştir. Bu da öğrencinin Pirie Kieren teorisine göre soyutlama katmanında yer aldığını göstermektedir.



Şekil 34. Cansu'nun dörtgenlerde kenar kavramını geogebra üzerindeki yapılandırma sürecindeki gelişimi

Akademik başarı seviyesi yüksek olan öğrencilerden Cansu ile yapılan dörtgenlerde kenar kavramını yapılandırma etkinliklerinde akademik başarısı yüksek olan diğer iki arkadaşı gibi öğrencinin en fazla soyutlama katmanına ulaşabildiği

görülmektedir. Öğrenci bu etkinliklerle birlikte ulaştığı sonuçların nedenlerini önceki öğrendikleriyle bağlantı kurarak açıklayabilmiştir. Bu noktadan sonra akademik başarı düzeyi yüksek olan öğrenciler ile alan kavramına ilişkin etkinliklere geçilmiştir.

Düzlemde bulunan bir dörtgenin içinde kalan kısmı ölçmek için alan kavramından yararlanmaktayız. Dörtgenlerde alan kavramını yamuk ve eşkenar dörtgenin alanlarına ait etkinlikler ile inceleyeceğiz. Öğrencilerden yamuk ve eşkenar dörtgenin alanını hangi dörtgenlerden elde ettiğimizi ya da yardım aldığımızı yorumlatmaya yönelik geogebra etkinliği hazırlanmıştır. Öğrencilerin vermiş olduğu yanıtlara göre Prie Kieren teorisinde hangi katmanda yer aldıkları tespit edilmiştir.

#### **4.1.3. Akademik Başarı Seviyesi Yüksek Olan Öğrencilerin Dörtgenlerde Alan Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular**

Bu kısımda Pirie-Kieren modeline göre akademik başarı düzeyi yüksek olan Ahmet, Büşra ve Cansu'nun dörtgenler ve aralarındaki hiyerarşiyi yapılandırma sürecini, alan kavramı bağlamında anlamayı hangi katmanda gerçekleştirdiklerine ilişkin bulgular yer almaktadır.

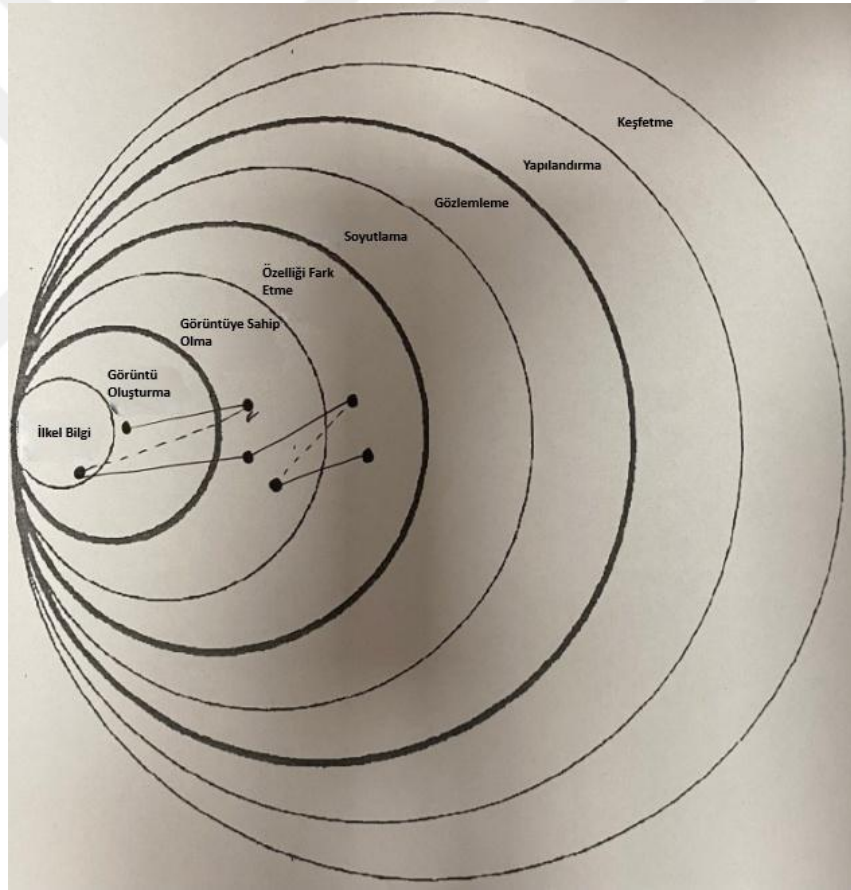
##### **4.1.3.1. Ahmet'in Dörtgenlerde Alan Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular**



Şekil 35. Geogebra alan etkinliğinin uygulanması

- 273.Ö:** Ters yamuk dedin peki Ahmet genel şekil hangi dörtgene benzedi?
- 274.A:** Immm adını unuttum hocam paralelkenara benzedi. **(GOK)** (Öğrenci, gözlem ve şekil benzerliği üzerinden somut yorum yapıyor.)
- 275.Ö:** Evet Ahmet çok güzel. Paralelkenarın hangi özelliklerini söyleyebilirsin?
- 276.A:** Paralelkenarın karşılıklı açıları eşitti ve karşılıklı kenarları birbirine paraleldi hocam. **(GSOK)** (Öğrenci, bilinen özellikleri hatırlayıp somut şekle uyguluyor.)
- 277.Ö:** Dikdörtgenin alanını nasıl buluyorduk Ahmet?
- 278.A:** Kısa kenarı ve uzun kenarının çarpımıyla hocam. **(GSOK)** (Öğrenci, formülü hatırlayıp somut dörtgenle ilişkilendiriyor.)
- 279.A:** O zaman hocam şekil için tabanı  $b_1$  ile  $b_2$  nin toplamı sonra da yüksekliğin çarpımının yarısı yamuğun alanını verir. **(GSOK)** (Öğrenci, alan formülünü türeterek somut hesapla ilişkilendiriyor.)
- 280.Ö:** Harikasın Ahmet biz hangi dörtgenden yola çıkarak hangi dörtgenin alanını bulduk?
- 281.A:** Hocam yamuğun alanı paralelkenarın alanından geliyor. **(ÖFEK)** (Öğrenci, bir dörtgenin alanını diğerinden türeterek mantıksal yorum yapıyor.)
- 282.Ö:** Harikasın Ahmet yine hatırlatayım bu da taban çarpı yükseklikten geliyordu. Oluşan yeni şekilde taban ve yükseklik nereler oldu Ahmet?
- 283.A:** Taban “f” ile yükseklik  $e/2$  oldu hocam. **(GSOK)** (Öğrenci, ölçüm ve somut değerleri hatırlayıp uyguluyor.)
- 284.Ö:** Evet Ahmet bu iki ifadenin çarpılmasıyla az önceki eşkenar dörtgenin alanıyla aynı sonucu bulmuş oluyoruz. O halde eşkenar dörtgenin alanını hangi dörtgen aracılığıyla buldun Ahmet?
- 285.A:** Dikdörtgenin alanından yararlandık hocam. **(ÖFEK)** (Öğrenci, alanı türetme sürecini soyut mantıkla yorumluyor.)

Dinamik geometri yazılımında gerçekleştirilen bu etkinlikte 274. satırda etkinlikle meşgul olan öğrenci görüntü oluşturma katmanında yer alırken; 276, 278, 279 ve 2983. satırlarda geçen diyaloglarda öğrencinin zihnindeki şemalar ile cevaplandırmalar yaptığını görmekteyiz. Öğrenci bu cevaplarında görüntüye sahip olma katmanında yer almaktadır. Etkinliğin sonunda yer alan 285. satırdaki diyalogda ise öğrenci önceki öğrenmesiyle yeni öğrenmesi arasındaki farklardan yararlanarak bir sonuca ulaşmıştır. Öğrenci iki kavram arasındaki bağlantıyı görmüş ve yorumlayabilmiştir. Bu durumda öğrencinin özelliği fark etme katmanında yer aldığını söyleyebilmekteyiz.



Şekil 36. Ahmet'in dörtgenlerde alan kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Akademik başarı düzeyi yüksek olan Ahmet ile yapılan dörtgenlerde alan kavramını yapılandırma etkinliğinde Ahmet'in en fazla özelliği fark etme katmanına çıkabildiğini görmekteyiz. Aynı etkinliği akademik başarı düzeyi yüksek olan Büşra ile gerçekleştireceğiz.

#### 4.1.3.2.Büşra'nın Dörtgenlerde Alan Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular



Şekil 37. Geogebra alan etkinliğinin uygulanması

**286.Ö:** Evet Büşra sürgüyü kullandığında ne oldu?

**287.B:** Üstteki parçalar aşağı geldi hocam.

**288.Ö:** Çok güzel Büşra, oluşan şekil nedir peki?

**289.H:** Dikdörtgen hocam. **(GOK)** (Öğrenci, oluşan şekli gözlemleyip somut şekilde tanımlıyor.)

**290.Ö:** Evet Büşra ama bana o harflerin karşılık geldiği isimleriyle söyleyebilir misin?

**291.B:** Kısa kenarı ile uzun kenarını çarpımıyla hocam. **(GOK)** (Öğrenci, alan formülünü hatırlayarak somut şekle uyguluyor.)

**292.Ö:** Evet Büşra buna aynı zamanda tabanıyla yüksekliğinin çarpımı da diyebiliriz. Kısa kenarının ve uzun kenarının uzunlukları nasıl ifade edilmiş Harika?

**293.B:** Kısa kenar e bölü 2 ve uzun kenarı f ile hocam. **(GOK)** (Öğrenci, ölçüleri ve sembolleri doğru şekilde ifade ediyor.)

**294.Ö:** Yani aslında eşkenar dörtgenin alanı hangi dörtgenin alanından geliyormuş Büşra?

**295.B:** Dikdörtgenin alanından hocam. (**ÖFEK**) (Öğrenci, alanı türetme ve soyut mantıkla yorumlama yapıyor.)

**296.Ö:** O zaman şekli tekrar inceleyip adını bana söyleyebilir misin? Yapıştırdığın kenarlara da dikkat et lütfen.

**297.B:** Paralelkenar oluştu hocam. (**GOK**) (Öğrenci, gözlemleyip şekli somut olarak tanımlıyor.)

**298.Ö:** Büşra aynı dikdörtgenin alanını bulduğumuz gibi buluyoruz aslında. Dikdörtgenin alanını söyleyebilir misin?

**299.B:** Uzun kenarı ile kısa kenarını çarpımı hocam. (**GSOK**) (Öğrenci, bilinen formülü hatırlayıp somut şekle uyguluyor.)

**300.Ö:** O halde tek bir tanesini bulmak için ne yapmamız lazım?

**301.B:** İkiye bölmeliyiz hocam. (**GSOK**) (Öğrenci, alan formülünü türeterek mantıklı yorum yapıyor.)

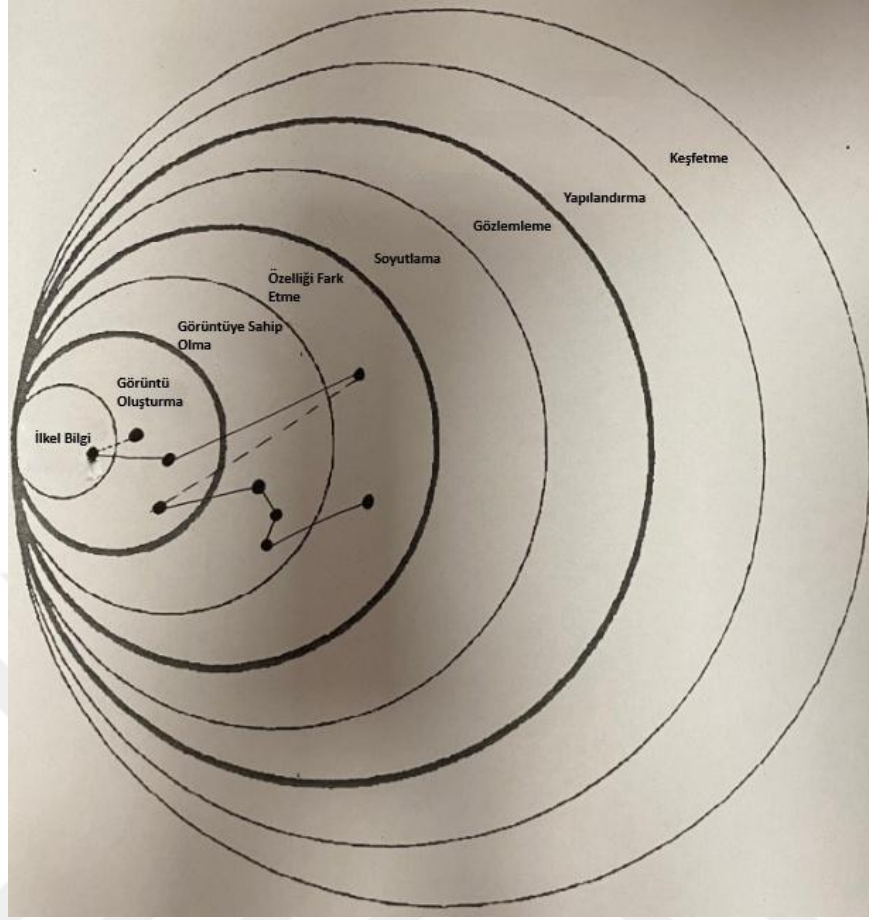
**302.Ö:** a ve c değil a artı c olarak söylemeliyiz Büşra uzunluğu topluyoruz. Peki yamuğun alanını bulmak için gerekli ifadeyi söyler misin?

**303.B:** a art c çarpı h bölü iki hocam. (**GSOK**) (Öğrenci, yamuğun alan formülünü türetiliyor ve uyguluyor.)

**304.Ö:** Çok güzel Büşra o halde yamuğun alanı aslında nereden geliyormuş?

**305.B:** Paralelkenarın alanından hocam. (**ÖFEK**) (Öğrenci, alanı türetme ve soyut mantıkla ilişkilendiriyor.)

Yapılan etkinlikte öğrenci 289, 291, 293 ve 297. satırdaki konuşmalarında kavramı yapılandırma sürecinde etkinlikle meşgul olmuş ve görüntü oluşturma katmanında yer almıştır. 299, 301 ve 303. satırlarda geçen konuşmalarda ise öğrenci etkinliğe ihtiyaç duymadan zihninde şemalar oluşturmuş ve bu şemalar ile cevaplandırmıştır. Öğrenci bu diyaloglarda görüntüye sahip olma katmanında yer almaktadır. Etkinliğin devamında ise 295 ve 305. satırlarda gerçekleşen diyaloglarda öğrenci önceki öğrenmeleri ile yeni öğrendiği kavram arasındaki farklı bağlantıları görebilmiş ve yorumlayabilmiştir. Bu durum da öğrenciyi özelliği fark etme basamağına götürmüştür.



Şekil 38. Büşra'nın dörtgenlerde alan kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişim

Etkinlik süresince en fazla özelliği fark etme basamağına ulaşabilen Büşra, alan kavramını yapılandırma sürecinde genellemeye ulaşamamıştır. Etkinlik Cansu'nun vereceği cevaplar ile devam etmiştir.

#### 4.1.3.3. Cansu'nun Dörtgenlerde Alan Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular



Şekil 39. Geogebra Alan Etkinliği Uygulaması

**306.C:** (Eliyle tek tek gösterir). Burası alt taban burası üst taban burası da yükseklik.

**(GOK)** (Öğrenci, yamuğun ölçülerini somut şekilde gösteriyor ve tanımlıyor.)

**307.Ö:** Evet Cansu yamuğun aynısını yanına yerleştirdiğinde oluşan şeklin adı nedir?

**308.C:** Paralelkenar hocam. **(GOK)** (Öğrenci, oluşan şekli gözlemleyip tanımlıyor.)

**309.C:** (Sürgüyü hareket ettirerek yukarıdaki parçaların aşağıya gelmesini sağlar):

**310.Ö:** Evet Cansu yukarıdaki parçaların aşağıdaki parçaların yanına gelmesiyle oluşan şekil nedir?

**311.C:** Kare ya da dikdörtgen hocam. **(GOK)** (Öğrenci, yapılan değişiklik sonrası şekli gözlemleyip somut olarak tanımlıyor.)

**312.Ö:** Çok güzel Cansu. Dikdörtgenin alanını nasıl buluyorduk Selbi?

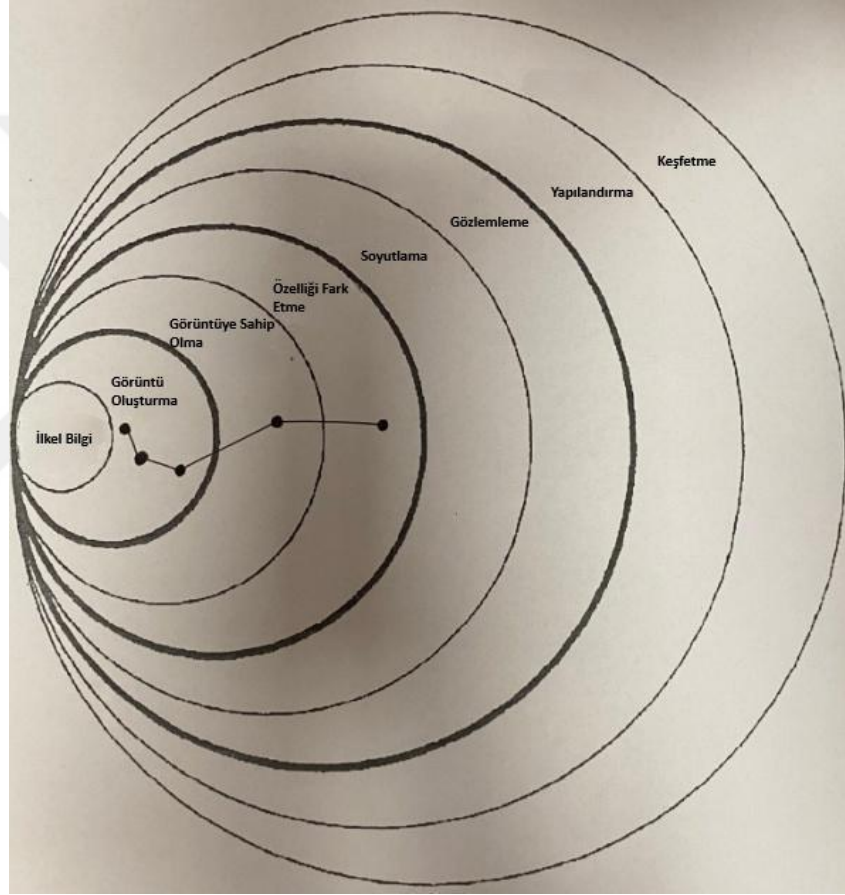
**313.C:** Uzun kenarı ile kısa kenarı çarparak hocam. . **(GSOK)** (Öğrenci, alan formülünü hatırlayarak somut şekle uyguluyor.)

**314.Ö:** Evet Cansu bir eşkenar dörtgenin alanını hangi dörtgenin alanından buluyormuşuz?

**315.C:** Dikdörtgenin alanından hocam. **(ÖFEK)** (Öğrenci, alanı türetme ve soyut mantıkla ilişkilendiriyor.)

Dörtgenlerde alan kavramına ilişkin yapılan etkinlikte öğrenci 308 ve 311. satırlarda geçen cümlelerinde kavramı yapılandırma sürecinde etkinlikle meşgul

olmuştur. Öğrencinin etkinlikle meşgul olduğu bu süreç görüntü oluşturma katmanında yer almaktadır. 313. satırda öğrenci yeni bir etkinlik olmaksızın zihninde oluşturduğu şemalar ile etkinliğe devam etmiştir. Öğrenci bu ifadesinde ise görüntüye sahip olma katmanında yer almaktadır. Etkinliğin sonunda yer alan 315. satırda ise öğrenci eski öğrenmeleri ile yeni öğrenmeleri arasındaki farkı görebilmiş ve yorumlayabilmiştir. Dolayısıyla öğrencinin özelliği fark etme katmanında yer aldığını söyleyebilmekteyiz



Şekil 40. Cansu'nun dörtgenlerde alan kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Alan kavramını geogebra ile yapılandırma sürecindeki etkinlikte Cansu'nun en fazla özelliği fark etme katmanına bir kere ulaşabildiğini görmekteyiz.

Aşağıda devam eden etkinliklerde yukarıdaki etkinliklerden farklı olarak akademik başarı düzeyi düşük olan öğrenciler ile devam edeceğiz. Öğrencilerin dörtgenlerde açı, kenar ve alan kavramlarını yapılandırma süreçlerini inceleyeceğiz. Öğrencilerin etkinliklerde vermiş oldukları cevaplar, yapmış oldukları eylemler ile Pirie Kieren teorisine göre hangi katmanlarda olduğunu tespit etmiş olacağız. İlk olarak açı etkinliklerini öğrencimiz Doruk ile yapmaya başladık.

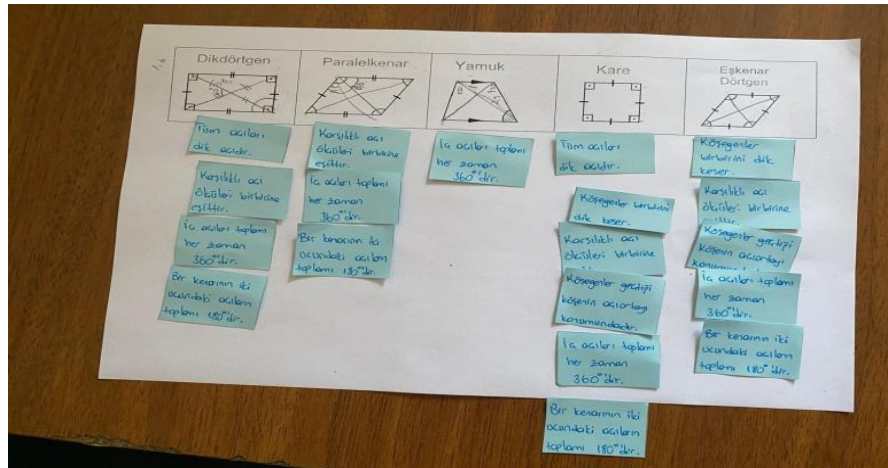
## 4.2. Akademik Başarısı Düşük Olan Öğrencilerin Dörtgenlerdeki Kavramları Yapılandırma Süreçlerine İlişkin Bulgular

Bu kısımda Pirie-Kieren modeline göre akademik başarı düzeyi yüksek olan Doruk, Elif ve Fatma'nın dörtgenler ve aralarındaki hiyerarşiyi yapılandırma sürecini, açı kavramı bağlamında anlamayı hangi katmanda gerçekleştirdiklerine ilişkin bulgular yer almaktadır.

### 4.2.1. Akademik Başarı Seviyesi Düşük Olan Öğrencilerin Açı Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular

Bu kısımda Pirie-Kieren modeline göre akademik başarı düzeyi yüksek olan Doruk, Elif ve Fatma'nın dörtgenler ve aralarındaki hiyerarşiyi yapılandırma sürecini, açı kavramı bağlamında anlamayı hangi katmanda gerçekleştirdiklerine ilişkin bulgular yer almaktadır.

#### 4.2.1.1. Doruk'un Dörtgenlerde Açı Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular



Şekil 41. Dörtgenler açısı etkinliği materyali

**316.D:** Tamam hocam (köşegenleri oluşturur) (ölçmekte zorlanır öğretmen yardım eder)

**317.Ö:** Evet Doruk doğru parçasının gittiği açığı takip ettiğinde kaç derecelik açıda kesiyor?

**318.D:** 60 derece hocam.

**319.Ö:** Peki 60 derece dik açı mı Doruk?

**320.D:** Hayır hocam dar açı. Dik kesmiyorlar. **(GOK)** 8Öğrenci köşegenlerin dik olmadığını gözlemleyip yorumluyor.)

**321.D:** Tamam hocam (ölçmekte zorlanır öğretmen yardım eder)

**322.Ö:** Gördüğün gibi açılar birbirine eşit mi Doruk?

**323.D:** Hayır hocam değil. **(GOK)** (Açıların eşit olmadığını gözlemleyerek ifade ediyor.)

**324.Ö:** Evet Doruk o halde açıortay konumunda değilmiş. Devam edebilirsiniz.

**325.D:** İç açıları toplamı her zaman 360 derecedir hocam. Hepsinin her zaman 360 derecedir zaten hocam. **(ÖFEK)** (Öğrenci ortak bir dörtgen özelliğini soyutlayarak genelleleyebiliyor.)

**326.D:** (Dörtgeni tekrar inceler)

**327.Ö:** Doruk gördüğün gibi buradaki açı dar açı. Buradaki açı nasıl bir açı?

**328.D:** Geniş açı hocam.

**329.Ö:** Evet Doruk o yüzden tüm açıları dik açı diyebilir miyiz?

**330.D:** Hayır hocam. **(GOK)** (Tüm açıların dik olmadığını gözlemleyerek ifade ediyor.)

**331.Ö:** Murat köşegenlerin geçtiği köşelerdeki açıların ayırdığı parçalara bakalım.

**332.D:** (Ayırdığı parçalara bakar ve ölçmeden birinin diğerinden daha küçük olduğunu görür) Açıortayı değil hocam. **(GOK)** (Öğrenci gözlem ve tahmin yoluyla açıortay olmadığını belirliyor.)

**333.Ö:** Ölçerek bulabilirsin Murat.

**334.D:** (Dörtgeni inceleyerek yine ölçmeden karar verir). Hocam içteki daha küçük dıştaki daha büyük açı o yüzden açığırtayı değildir. **(GOK)** (Öğrenci gözlem ve tahmin yoluyla açığırtay olmadığını belirliyor.)

Yapılan etkinlikte öğrencinin 320, 323, 330, 332 ve 334. satırlardaki diyaloglarda öğrencinin etkinlikle meşgul olduğunu; ölçüm, çizim, inceleme yaptığını görmekteyiz. Öğrenci bu satırlarda yer alan diyaloglarda görüntü oluşturma katmanında yer almaktadır. 325. satırdaki ifadesinde ise öğrencinin önceki öğrenmeleri ile yeni öğrenmeleri arasındaki bağlantıyı fark edebildiğini görmekteyiz. Bu durumda öğrencinin özelliği fark etme katmanında yer aldığını söyleyebilmekteyiz.

**335.Ö:** Yine açıları ölçerek görelim Doruk.

**336.D:** (Öğretmen yardımcı olur).

**337.Ö:** Üstteki açı kaç dereceye denk geldi Doruk?

**338.D:** 100 derece hocam.

**339.Ö:** Peki diğer üstteki açı kaç dereceye denk geldi Doruk?

**340.D:** 120 derece hocam.

**341.Ö:** Peki 100 derece ile 120 derecenin toplamı kaç derece yapar Doruk?

**342.D:** 220 derece hocam.

**343.Ö:** O zaman 180 derece yaptı mı Doruk?

**344.D:** Hayır hocam yapmadı. **(GOK)** (Öğrenci ölçüm ve gözlem yoluyla iki açının toplamının 180° olmadığını belirliyor.)

**345.Ö:** Tekrar bakar mısın Doruk?

**346.D:** 90 dereceydi hocam.

**347.Ö:** O halde iki ucundaki açıların toplamı kaç derece olur Doruk?

**348.D:** 180 derece hocam. **(GOK)** (Öğrenci ölçüm yoluyla doğru sonucu belirliyor .)

**349.Ö:** Yine ölçerek inceleyelim Doruk.

**350.D:** (Köşegenlerin kesiştiği noktayı ölçmeye çalışır öğretmen yardımcı olur).

**351.Ö:** Kaç dereceye eşitmiş Doruk?

**352.D:** 90 derece hocam. **(GOK)** (Köşegenlerin dik kesip kesmediğini gözlemleyerek ölçüyor.)

**353.Ö:** Örnek verelim, yamuğa beş tane özellik ekleyince hangi dörtgeni oluşturdu?

**354.D:** Kareyi hocam. **(GOK)** (Yamuğa özellik ekleyerek yeni şekli somut olarak oluşturuyor.)

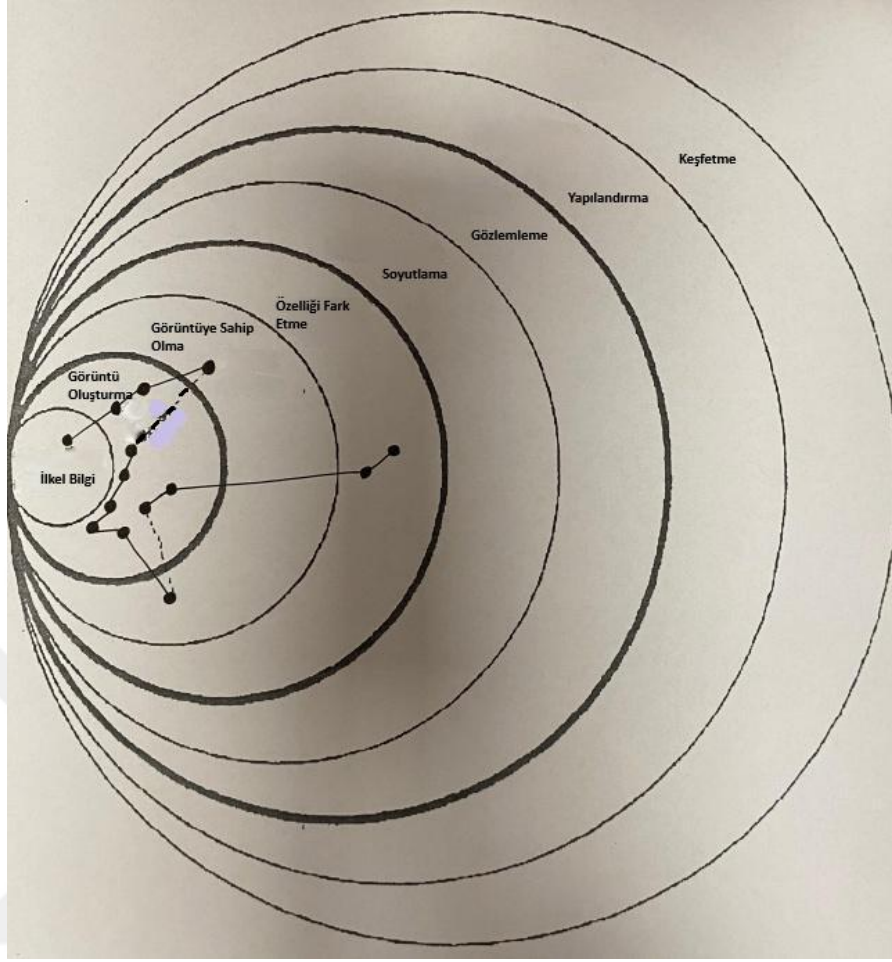
**355.Ö:** Peki Doruk kare ve eşkenar dörtgen arasında hangisi hangisinin özel halidir?

**356.D:** Eşkenar dörtgen karenin özel bir halidir hocam. **(ÖFEK)** (Öğrenci soyutlama yaparak bir dörtgenin diğerinin özel hali olduğunu tanımlıyor.)

**357.Ö:** O halde kare eşkenar dörtgenin özel bir hali değil midir Murat?

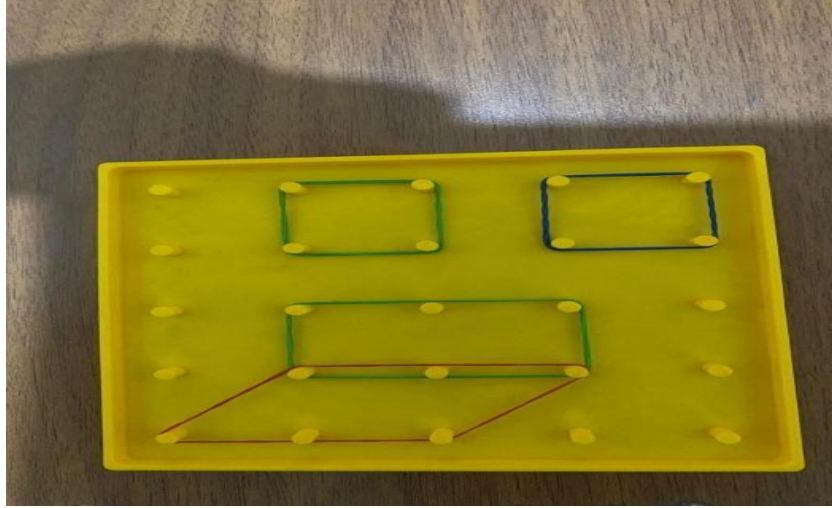
**358.D:** Evet hocam kare eşkenar dörtgenin özel bir halidir hocam. **(ÖFEK)** (Öğrenci soyutlamayı teyit ediyor ve kavramsal bağlantıyı kuruyor.)

Etkinliğin devamında Doruk adlı öğrenci 344, 348, 352 ve 354. satırlardaki diyaloglarda yine etkinlikle meşgul olmaya devam etmiş ve görüntü oluşturma katmanında yer almıştır. 356 ve 358. satırlarda geçen diyaloglarda ise öğrenci önceki öğrenmeleri ile yeni öğrenmeleri arasındaki farkları ve bağlantıyı fark edebilmiş ve yorumlayabilmiştir. Öğrenci bu yorumlarıyla özelliği fark etme katmanında yer almıştır.



Şekil 42. Doruk'un dörtgenlerde açı kavramını çalışma kâğıdı üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Pirie Kieren teorisine göre gelişimi incelenen öğrencinin bu etkinlikte özelliği fark etme katmanına kadar çıkabildiği görülmüştür. Öğrenci geçmiş öğrenmeleri ile yeni öğrenmeleri arasında bağlantı kurabilmiş fakat genellemelere ve nedenlendirmelere ulaşamamıştır. Açı kavramına ilişkin etkinliklerin devamında 'Geometri Tahtası' etkinliğine geçilmiştir.



Şekil 43. Geometri tahtası etkinliği materyali

**359.D:** (Eşkenar dörtgen oluşturmaya çalışırken kareyi oluşturur). **(GOK)** (Doruk somut bir etkinlik yaparak gözlem yoluyla şekli oluşturuyor.)

**360.Ö:** Bu nasıl olacak peki Doruk?

**361.D:** Eşkenar dörtgene daha fazla özellik eklersek kare oluşur hocam. **(GSOK)** (Öğrenci önceki deneyimlerinden yola çıkarak mantıksal çıkarım yapıyor ve kendi kendine yorum yapıyor.)

**362.Ö:** Evet Doruk ama bizim özellik eklediğimiz eşkenar dörtgen değil kare. Yani daha fazla özelliğe sahip olan karedir.

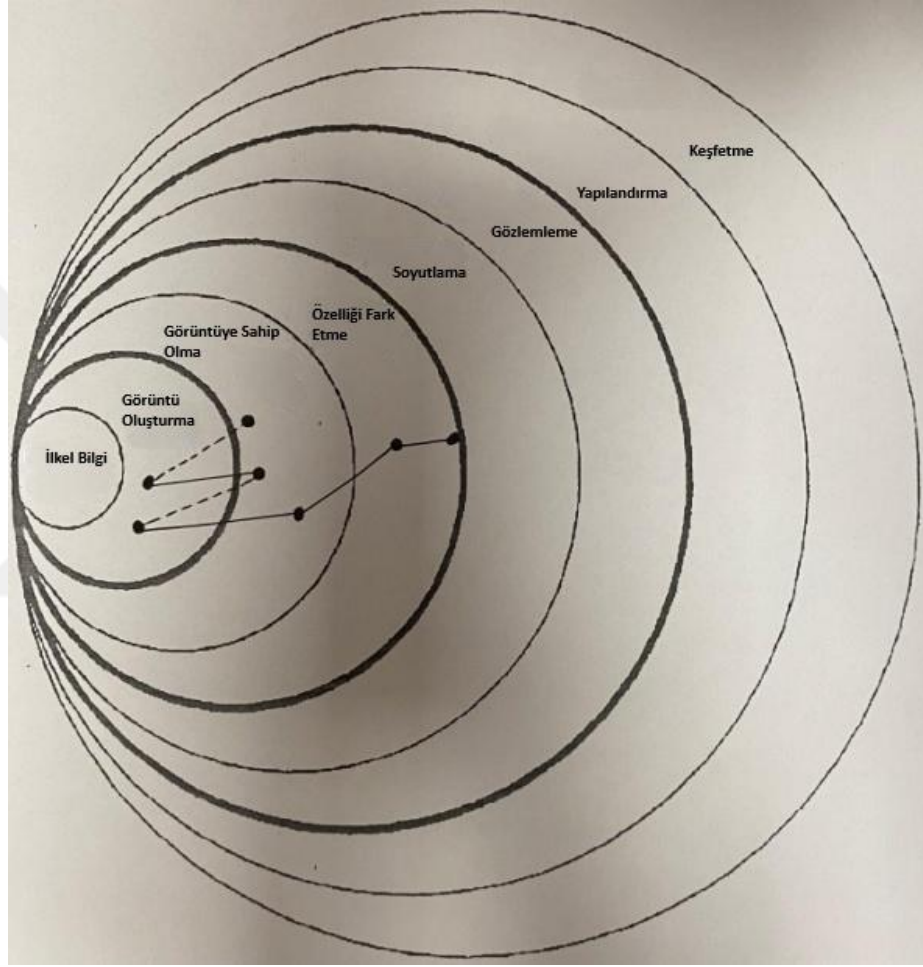
**363.D:** Evet hocam o yüzden kare eşkenar dörtgenin özel bir halidir. **(ÖFEK)** (Doruk soyutlama yaparak bir dörtgenin diğerinin özel hali olduğunu kavramsal olarak ifade ediyor.)

**364.Ö:** Evet Doruk. Dikdörtgenin özel hali için neyi söyleyebilirsin?

**365.D:** Dikdörtgenin özel hali karedir hocam. **(ÖFEK)** (Doruk soyutlama katmanında, dikdörtgenin kare ile ilişkisini kavramsal olarak tanımlıyor.)

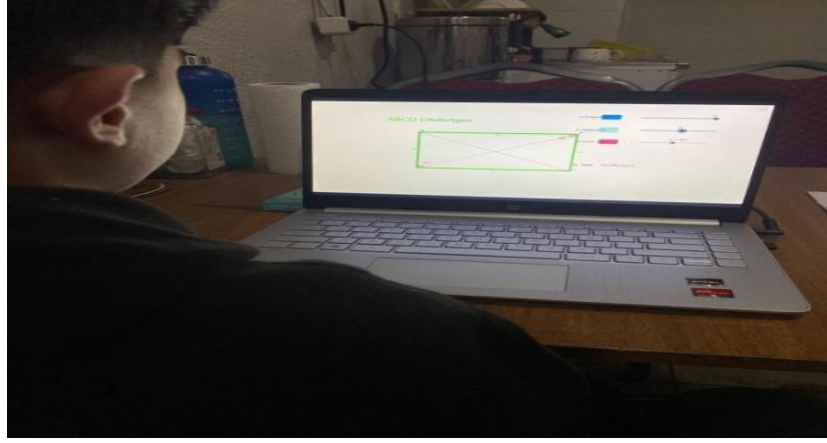
Yapılan bu etkinlikte öğrencinin 359. satırdaki ifadesinde açı kavramını yapılandırma sürecinde etkinlikle meşgul olduğunu dolayısıyla görüntü oluşturma katmanında yer aldığını söyleyebilmekteyiz. 361. satırdaki ifadesinde ise yeni bir etkinliğe ihtiyaç duymadan oluşturduğu şemalar ile cevap verdiğini görmekteyiz. Bu

da öğrencinin görüntüye sahip olma katmanında yer aldığını göstermektedir. Devamında gelen 363 ve 365. satırlardaki diyaloglarda ise öğrenci eski öğrenmeleri ile yeni öğrenmeleri arasında kurduğu bağlantıyı fark edebilmiş ve yorumlamıştır. Öğrencinin bu diyaloglarda özelliği fark etme katmanında yer aldığını söyleyebilmekteyiz.



Şekil 44. Doruk'un dörtgenlerde açı kavramını geometri tahtası üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Etkinliğin sonucunda öğrencinin en fazla özelliği fark etme katmanına ulaşabildiğini görmekteyiz. Açı kavramına ait etkinliklerin sonucusu olan 'Geogebra Açı Etkinliği' başlıklı etkinlikle yapılandırma sürecini devam ettirdik.



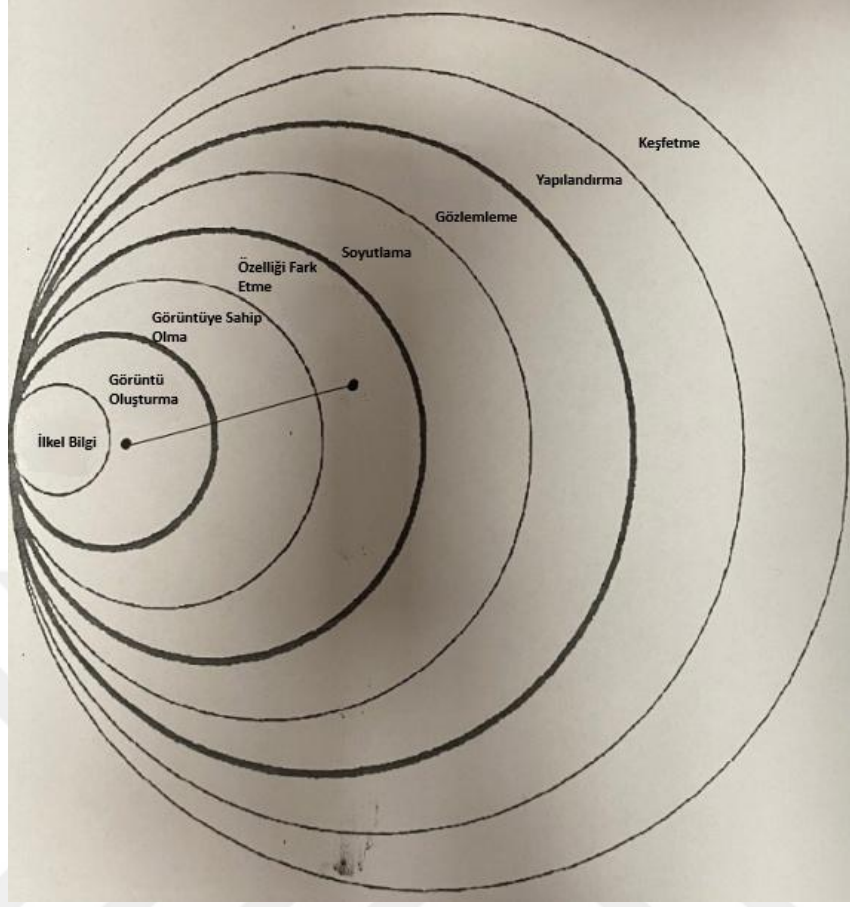
Şekil 45. Geogebra açılı etkinliği

**366.Ö:** Doruk paralelkenar olan şeklimizin açılarını 90 derece yapınca hangi dörtgene dönüştü?

**367.D:** Dikdörtgen oldu hocam. **(GOK)** (Öğrenci gözlem ve deneyim yoluyla şekli oluşturuyor ve somut olarak ifade ediyor.)

**368.Ö:** Açısı küçüktür ifadesi yeterli bir ifade değil Doruk. Paralelkenarın karşılıklı açıları eşitken dikdörtgende durum nasıldı?

**369.D:** Tüm açıları birbirine eşit ve 90 derece hocam. **(ÖFEK)** (Öğrenci özellikleri soyutlayarak yorumluyor ve dikdörtgenin açıları ile paralelkenarın farkını kavlıyor.)



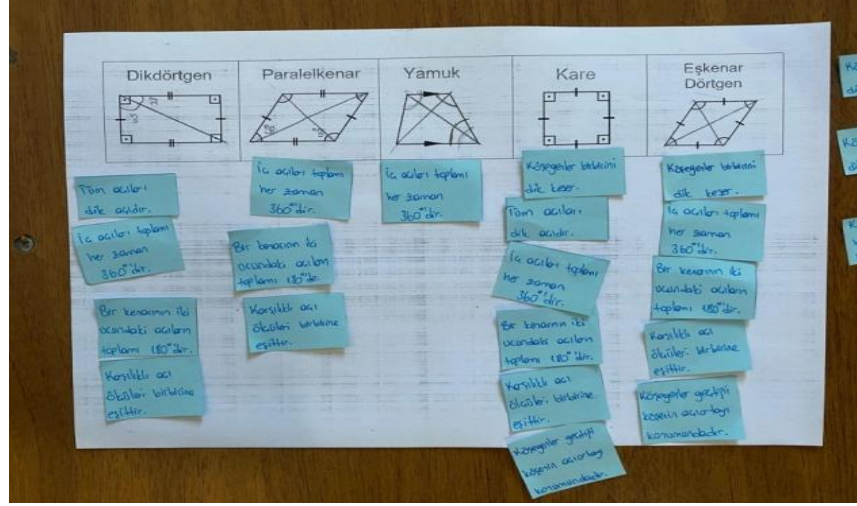
Şekil 46. Doruk'un dörtgenlerde açılı kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Öğrenci bu etkinlikte 367.satırda etkinlikle meşgul olurken görüntü oluşturma katmanında yer almıştır. 369.satırdaki ifadesinde ise önceki öğrendiği kavram ile yeni öğrendiği kavram arasındaki farkları fark etmiştir. Öğrenci bu ifadesiyle de özelliği fark etme katmanında yer almaktadır.

Etkinliğin amacının açılıları değişen dörtgenlerin birbirine göre durumunu incelemek ve yorumlamaktır. Öğrencinin yapmış olduğu bu yorumlarla görüntü oluşturma katmanından özelliği fark etme katmanına direkt çıktığını görmekteyiz. Arada bulunan görüntüye sahip olma katmanına ait ifadesi yer almamaktadır.

Akademik başarı düzeyi düşük olan öğrencilerden Doruk ile yaptığımız açılı kavramını yapılandırma süreci etkinliklerinden sonra bir diğer öğrencimiz olan Elif ile etkinliklere devam ettik.

#### 4.2.1.2. Elif'in Dörtgenlerde Açılı Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular



Şekil 47. Dörtgenler aç etkinlikli materyali

**370.Ö:** Peki 4 tane 90 derece kaç derece yapar Elif?

**371.E:** 36 hocam.

**372.Ö:** Sıfırı eklemeyi unuttun Elif.

**373.E:** Aa evet hocam 360 derece. **(GOK)** (Elif, dörtgenin iç açılar toplamını hesaplayarak görsel ve somut bir işlemi doğru şekilde ifade ediyor.)

**374.E:** (Bir kenar seçer)

**375.Ö:** Evet Elif iki ucundaki açılarının ölçüleri toplamını söyler misin?

**376.E:** (zihninden işlem yapar) 90 ı 180 hocam. **(GOK)** (Seçilen kenarın açılarını zihinden topluyor ve karşılıklı açılarını gösteriyor.)

**377.E:** Karşılıklı açı ölçüleri yani bu ikisi hocam (karşılıklı açılarını gösterir) birbirine eşittir. **(GOK)** (Seçilen kenarın açılarını zihinden topluyor ve karşılıklı açılarını gösteriyor.)

**378.E:** 180 derece aa hayır 60 derece hocam.

**379.Ö:** Evet Elif zaten 30 ile topladığımızda 90 ı vermesi gerekiyordu. O halde açıortay mı Nevin?

**380.E:** Hayır hocam değil. **(GOK)** (Köşegenin açıortay olup olmadığını gözlemleyerek fark ediyor.)

**381.E:** Paralelkenar hocam. Köşegenler birbirini dik keser mı köşegenler birbirini (düşünür)

**382.Ö:** Çizerek bakabilirsin Elif.

**383.E:** (Köşegenlerden birini çizer ve dik kestiğini söyler).

**384.Ö:** Elif tek köşegenden öğrenemeyiz bunu diğer köşegeni de çizmen lazım.

**385.E:** (diğer köşegeni de çizer). **(GOK)** (Elif, köşegenleri çizip ölçüyor ve dik kesip kesmediklerini gözlemliyor.)

**386.Ö:** Ölçelim Elif kaç dereceye gidiyor?

**387.E:** 80 derece hocam.

**388.Ö:** 80 derece dik açı mı Elif?

**389.E:** Hayır hocam.

**390.Ö:** O halde dik keser mi Elif?

**391.E:** Hayır hocam. **(GOK)** (Elif, köşegenleri çizip ölçüyor ve dik kesip kesmediklerini gözlemliyor.)

**392.E:** İç açıları toplamı her zaman 360 derecedir hocam evet. Tüm dörtgenlerde zaten 360 derece hocam. **(ÖFEK)** (Öğrenci, dörtgenlerin temel özelliğini fark ediyor ve ifade ediyor.)

**393.E:** (Kenarı seçer ve ucundaki açıları ölçmeye çalışır öğretmen yardımcı olur).

**394.Ö:** Kaçar derece çıktı Elif?

**395.E:** Üstteki 120 alttaki 60 çıktı hocam.

**396.Ö:** Peki bu iki açıyı toplarsak kaç derece yapar Elif?

**397.E:** (düşünür) 1111 18 yani 180 hocam. **(GOK)** (Öğrenci açıları toplama ve ölçme yoluyla 180 dereceyi doğruluyor ve açıların eşit olup olmadığını gözlemliyor.)

**398.Ö:** Kaç dereceye gidiyormuş Elif?

**399.E:** 130 derece.

**400.Ö:** Orası dar açı olduğu için küçük açıyı okuman lazım Elif.

**401.E:** 50 derece hocam.

**402.Ö:** Peki 120 dereceden 50 dereceyi çıkardığımızda kaç kalır Elif?

**403.E:** 70 derece hocam.

**404.Ö:** Eşit bölüyor mu peki Elif?

**405.E:** Hayır hocam. **(GOK)** (Öğrenci açılarını toplama ve ölçme yoluyla 180 dereceyi doğruluyor ve açılarının eşit olup olmadığını gözlemliyor.)

Öğrencinin kavramı yapılandırma sürecinde kavramla ilgili fikir edinebilmek için etkinlikle meşgul olduğu zaman dilimi Pirie Kieren teorisine göre görüntü oluşturma katmanında yer almaktadır. Elif adlı öğrenci de bu yaklaşıma göre 373, 376, 377, 380, 385, 391, 397 ve 405. satırlardaki diyaloglarında öğrendiği kavram hakkında fikir edinebilmek için etkinlikle meşgul olmuş ve görüntü oluşturma katmanında yer almıştır. 392. satırdaki ifadesinde ise önceki öğrenmeleri ile yeni öğrenmeleri arasındaki bağlantıyı fark edebildiğini görmekteyiz. Bu da öğrencinin özelliği fark etme katmanında yer aldığını göstermektedir.

**406.E:** (Köşegenleri oluşturur, öğretmen yardım eder)

**407.Ö:** Elif köşegenlerinin kestiği noktadaki açıyı ölçelim. Kaç dereceye gidiyor?

**408.E:** 80 derece hocam.

**409.Ö:** Dik mi kesiyor peki?

**410.E:** Hayır hocam. **(GOK)** (Elif şekli inceliyor, köşegenleri çizip açılarını ölçüyor ve gözlemler yapıyor.)

**411.E:** Evet hocam (şekli inceler)

**412.E:** Hocam geniş açısı var o yüzden tüm açılarını dik açı değildir. **(GOK)** (Elif şekli inceliyor, köşegenleri çizip açılarını ölçüyor ve gözlemler yapıyor.)

**413.E:** İç açılarını ölçmeleri toplamı 360 derecedir evet hocam. İç açılarını toplamı da dış açılarını toplamı da 360 derecedir. **(GSOK)** (İç açılarını ölçmeleri toplamı 360 derecedir...” ifadesi, dörtgenlerin temel özelliğini fark etme ve ifade etme.)

**414.E:** Biri dar diğeri geniş açı hocam.

**415.Ö:** Peki dar ve geniş açı eşit olabilir mi birbirine Elif?

**416.E:** Hayır hocam olamaz. **(GOK)** (Elif şekli inceliyor, köşegenleri çizip açıları ölçüyor ve gözlemler yapıyor.)

**417.Ö:** Elif açılarına dik açı demiştin az önce toplayabilir misin?

**418.E:** Evet hocam. 90 90 daha 180 sonra 180 180 daha 360 yapar hocam. Yani bu özelliği alacağız. **(GOK)** (Elif şekli inceliyor, köşegenleri çizip açıları ölçüyor ve gözlemler yapıyor.)

**419.Ö:** Evet Elif ucundaki açılar kaçar derece?

**420.E:** 90 derece hocam.

**421.Ö:** Toplarsan kaç yapar Elif?

**422.E:** 180 derece yapar hocam alıyoruz. **(GOK)** (Elif şekli inceliyor, köşegenleri çizip açıları ölçüyor ve gözlemler yapıyor.)

**423.E:** (Köşegenleri oluşturur öğretmen yardım eder).

**424.Ö:** Evet Elif kesiştikleri yerdeki açıyı ölçebilirsiniz.

**425.E:** (öğretmen yardım eder) 90 derece hocam.

**426.Ö:** Dik mi kesiyor yani Elif?

**427.E:** Evet hocam bu özelliği alıyoruz. **(GOK)** (Elif köşegenlerin dik kesiştiğini gözlemleyip ifade ediyor.)

**428.Ö:** Peki Elif 3 tane özelliği bulunan paralelkenara 1 tane özellik eklesem hangi dörtgen oluşur?

**429.E:** Dikdörtgen hocam. **(GSOK)** (Paralelkenara özellik ekleyince hangi dörtgen oluştuğunu belirliyor.)

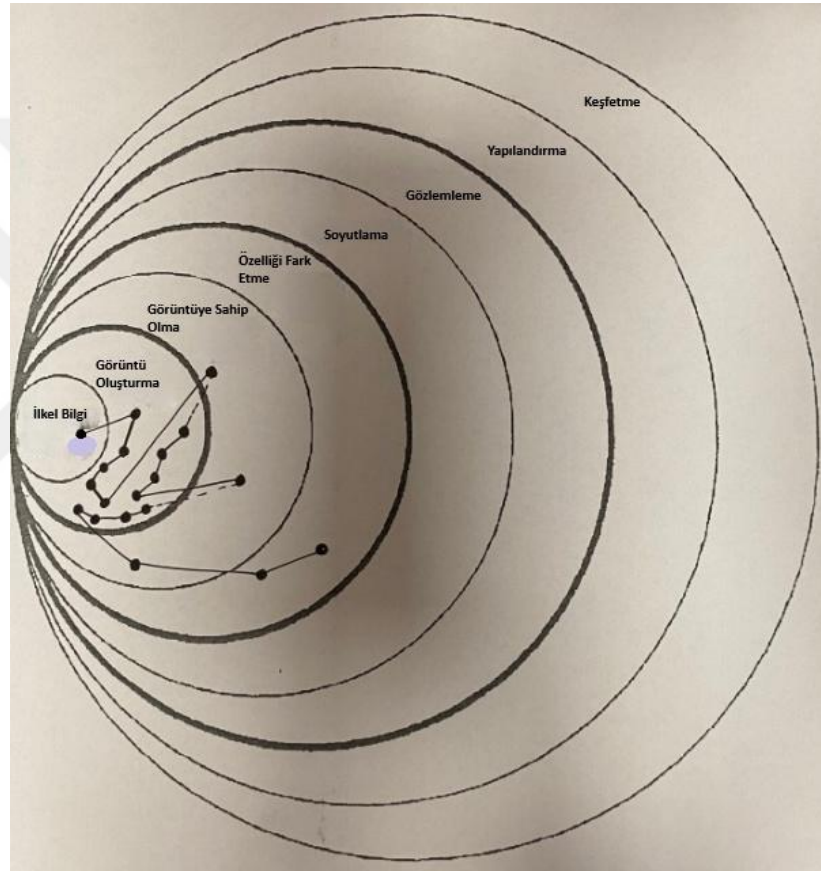
**430.Ö:** O halde Elif dikdörtgen özelliği gereğince paralelkenarın özel bir halidir diyebiliriz. Bir tane de sen örnek verebilir misin?

**431.E:** Kare dikdörtgenin özel bir halidir diyebiliriz hocam. **(ÖFEK)** (Özel hal ilişkilerini ifade ediyor.)

**432.Ö:** Çok güzel başka örnek verebilir misin Elif?

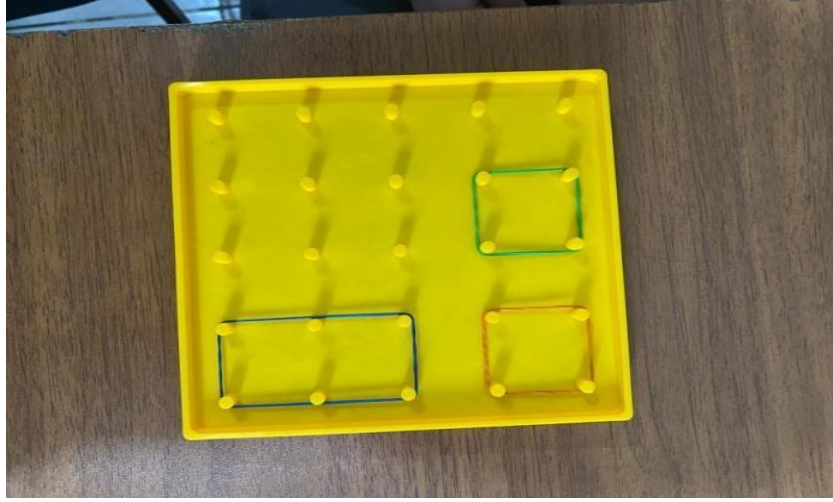
**433.E:** Eşkenar dörtgen dikdörtgenin özel bir halidir hocam. **(ÖFEK)** (Özel hal ilişkilerini ifade ediyor.)

Etkinliğin devamında öğrenci 410, 412, 416, 418, 422 ve 427. satırlardaki diyaloglarda yine etkinlikle meşgul olmuş ve görüntü oluşturma katmanında yer almıştır. 413 ve 429. satırlarda ise öğrenci yeni bir etkinliğe ihtiyaç duymadan zihninde oluşturduğu şemalar ile soruları cevaplandırmıştır. Öğrenci bu cevaplarıyla görüntüye sahip olma katmanında yer almıştır. Öğretmenin kasıtlı olarak sorduğu sorular ile 431 ve 433. satırlardaki diyaloglarda ise öğrenci eski bilgileri ile yeni bilgileri arasındaki farkları, bağlantıları fark ederek cevaplar vermiştir. Öğrenci bu cevaplarıyla özelliği fark etme katmanında yer almaktadır.



Şekil 48. Elif'in dörtgenlerde açı kavramını çalışma kâğıdı üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Öğrenci yapılan bu etkinlikte en fazla özelliği fark etme katmanına ulaşabilmiştir. Etkinlik boyunca açı kavramıyla ilgili fikir edinebilmek için fazlasıyla etkinlikle meşgul olmuş ve görüntü oluşturma katmanında yer almıştır. Bu etkinliğin ardından 'Geometri Tahtası' başlıklı etkinliğe geçilmiştir.



Şekil 49. Geometri tahtası etkinliği materyali

**434.E:** Hayır hocam değildi. İını paralelkenar olabilir hocam.

**435.Ö:** Evet Elif paralelkenarı oluşturabilirsin.

**436.E:** (oluşturmakta zorlanır öğretmen yardımcı olur) **(GOK)**( Paralelkenarı oluşturuyor.)

**437.E:** Eşkenar dörtgen ve dikdörtgen hocam.

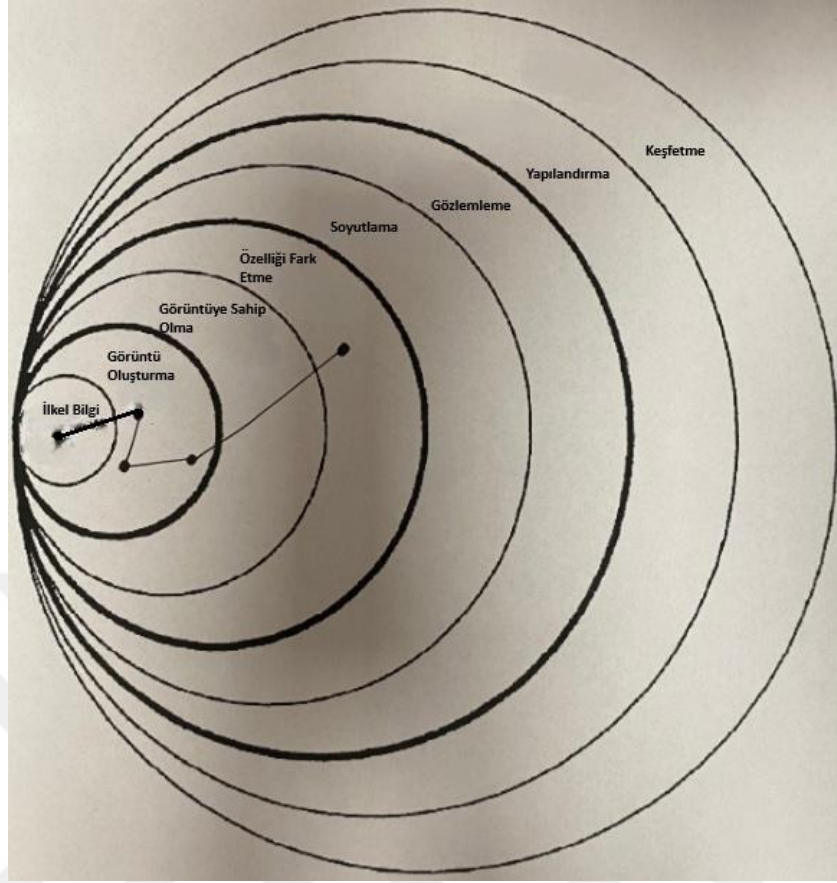
**438.E:** (eşkenar dörtgeni oluşturmaya çalışır ve kare oluşturur)

**439.Ö:** Elif aslında oluşturduğun bu şekil neye benzedi?

**440.E:** (Şekli inceler) Kare hocam. **(GOK)**( Eşkenar dörtgeni oluştururken kareyi yapıyor ve gözlemliyor.)

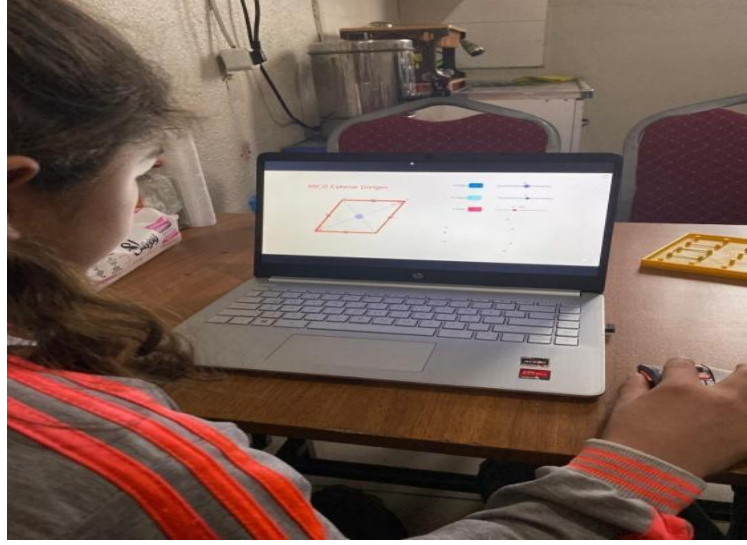
**441.E:** Pardon hocam kare eşkenar dörtgenin özel bir halidir daha fazla özelliği var çünkü. **(ÖFEK)** (Kare eşkenar dörtgenin özel hali olduğunu fark ediyor.)

Elif, yapılan bu etkinlikte 436 ve 440. satırlardaki ifadelerinde etkinlik üzerinde çalışmalar yapmış ve görüntü oluşturma katmanında yer almıştır. Etkinliğin son kısmında yer alan 441. satırdaki ifadesinde ise öğrendiği eski ve yeni iki kavram arasındaki farkı ayırt edebilmiş ve yorumlamıştır. Öğrenci bu yorumuyla da özelliği fark etme katmanında yer almaktadır.



Şekil 50. Elif'in dörtgenlerde açı kavramını geometri tahtası üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Elif ile yapılan Geometri Tahtası etkinliğinin ardından Geogebra Açık etkinliğine geçilmiştir. Burada öğrencinin dörtgenlerde açı kavramının dörtgenler arasındaki dönüşümlerini dinamik geometri yazılımı ile incelemesi amaçlanmıştır. Öğrenciye sorulan sorular ve verdiği cevaplar ile de yer aldığını katmanlar tespit edilmiştir.



Şekil 51. Geogebra açılı etkinliği

**442.Ö:** Evet Elif. Eski konumuna getirelim önce (paralelkenara) ve ardından kenar uzunlukları aynı kalacak şekilde açısını 90 derece yapmanı istiyorum. Oluşacak şekli inceleyelim.

**443.E:** (sürgüyü kullanır ve 90 dereceye getirir) **(GOK)** (Elif, paralelkenarın açılarını sürgü aracılığıyla 90 dereceye getiriyor. Burada henüz dörtgenin özel durumu veya teorik çıkarımı söz konusu değil; sadece gözlem ve manipülasyon var.)

**444.Ö:** Evet Elif gördüğün gibi tüm açıları dik açı olunca hangi dörtgen oluştu?

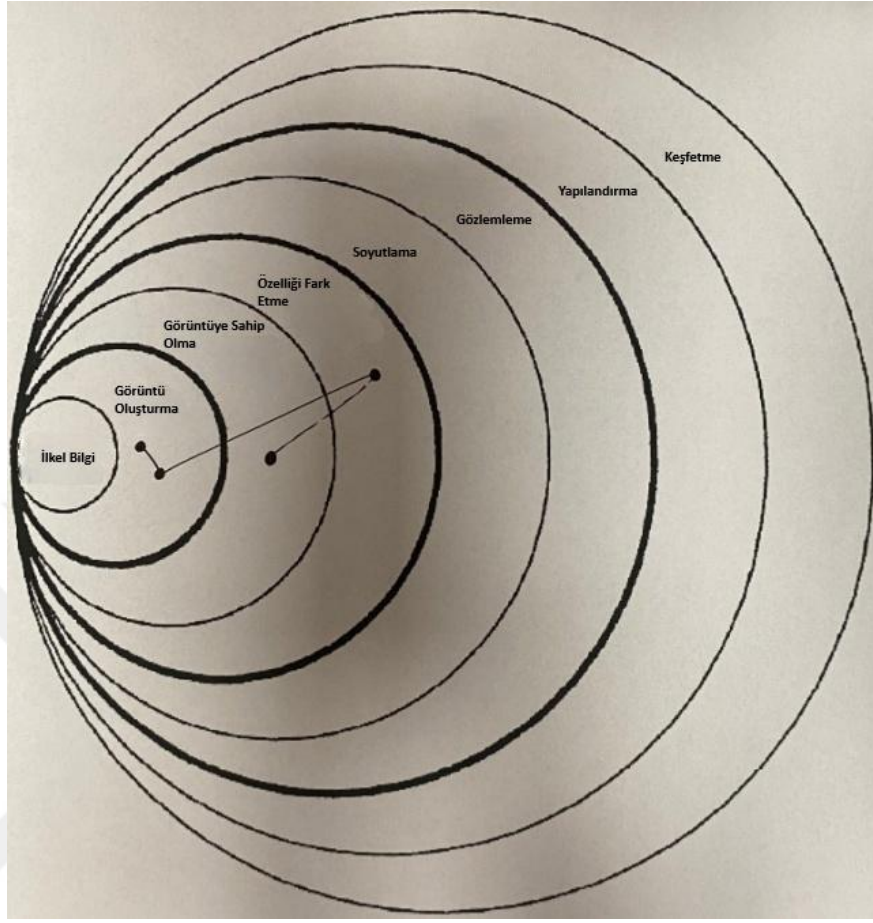
**445.E:** Dikdörtgen hocam. **(GOK)** (Elif, tüm açıların dik açı hâline geldiğini fark ederek oluşan şekli “dikdörtgen” olarak tanımlıyor.)

**446.Ö:** O halde özel hali olma durumunu nasıl yorumlarsın Elif?

**447.E:** Dikdörtgen paralelkenarın özel bir halidir hocam. **(ÖFEK)** (Elif, “Dikdörtgen paralelkenarın özel bir halidir” diyerek şekiller arasındaki ilişkiyi fark ediyor ve soyut bir genelleme yapıyor. Öğrenci bir dörtgenin başka bir dörtgenin özel hali olduğunu kavramış ve matematiksel bir genelleme yapmıştır.)

**448.Ö:** Kenarlarını mı eşitlemiştik az önce Elif?

**449.E:** Pardon hocam açıların 90 derecede eşitledik. **(GSOK)** (Öğrenci önceki deneyimlerini hatırlıyor ve önceki işlemle şimdiki durumu karşılaştırıyor; yani bir genelleme ve düzeltme yapıyor.)



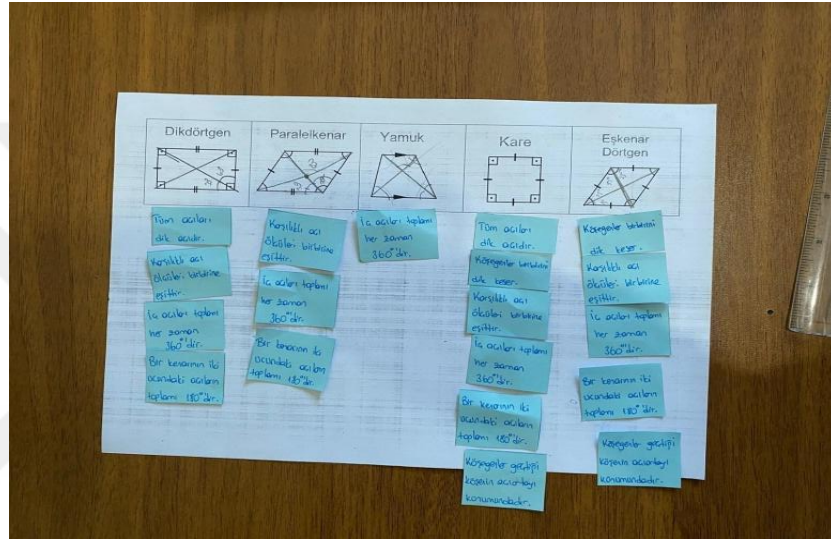
Şekil 52. Elif'in dörtgenlerde açı kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Geogebra etkinliğinde öğrenci 443 ve 445. satırlardaki ifadelerinde yazılımla meşgul olmuş ve deneyerek öğrenmeler gerçekleştirmiştir. Öğrenci bu durumda görüntüyü oluşturma katmanında yer almaktadır. Etkinliğin devamında 447. satırda eski öğrenmesi olan kavram ile yeni öğrendiği kavram arasındaki farkları görmüş ve yorumlamıştır. Öğrenci bu yorumuyla da özelliği fark etme katmanında yer almaktadır. 449. satırdaki ifadesinde ise öğrenci yeni bir etkinliğe ihtiyaç duymadan zihninde oluşturduğu şema ile cevaplar vermiştir. Bu durumda öğrencinin görüntüye sahip olma katmanında yer aldığını söyleyebilmekteyiz.

Etkinlik içerisinde öğrenci 456.satırdaki diyaloglarından 458.satırdaki diyaloguna geçerken özelliği fark etme katmanından görüntüye sahip olma katmanına geri katlama gerçekleştirmiştir.

Akademik başarı düzeyi düşük öğrencilerden olan Elif ile yapılan açı kavramını yapılandırma etkinliklerinin ardından Fatma adlı öğrenci ile çalışmalar yapılmıştır.

#### 4.2.1.3. Fatma'nın Dörtgenlerde Açı Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular



Şekil 53. Dörtgenler açı etkinliği materyali

**450.Ö:** Evet Fatma köşegenleri oluşturdu ayırdığı parçaları ölçelim.

**451.F:** (ölçmeye çalışır ve yine öğretmen yardımcı olur)

**452.Ö:** Kaçar derece çıktı Fatma?

**453.F:** Burası 30 dereceye burası da 60 dereceye hocam. **(GOK)** (Öğrencinin köşegenle ayırdığı açıyı ölçmesi ve açı değerlerini ifade etmesi, şekil üzerinde doğrudan gözleme dayalı bir süreçtir.)

**454.F:** 30 muydu hocam hayır. 40 40 olsa 80 olur 50 50 olsa 100 olur.

**455.Ö:** Fatma bölmeni kağıt üzerinde yapabilirsin.

**456.F:** (Öğretmen bölmede yardım eder) 45 hocam. **(GOK)** (Öğretmenin bölmeyi kağıt üzerinde yapmasını önermesi ve öğrencinin ölçüsünü belirlemesi (45° demesi),

yine gözlem ve öğretmen desteği ile şekil üzerinden ilerleyen bir süreçtir.)

**457.Ö:** O halde açıortay olur mu Fatma?

**458.F:** Hayır hocam. **(GOK)** (Öğretmenin yönlendirmesiyle öğrenci, ölçtüğü değer üzerinden bir özellik çıkarımı yapmaya çalışıyor. Fatma “Hayır hocam.” diyerek ölçüm sonuçlarıyla kavramsal bilgiyi ilişkilendiriyor.)

**459.Ö:** Ölçerek gösterir misin Fatma?

**460.F:** (Ölçmede öğretmen yardımcı olur) 120 derece hocam. **(GOK)** (Öğrencinin ölçme işlemine devam etmesi ve 120°'yi bulması yine doğrudan şekil etkileşimi ve gözlemdir.)

**461.Ö:** 120 derece nasıl bir açı peki Fatma?

**462.F:** Geniş bir açı hocam. **(GOK)** (Fatma'ya “Nasıl bir açı?” sorulması ve öğrencinin “Geniş açı” demesi, temel kavram bilgisinin tanım seviyesinde doğru hatırlanmasıdır.)

**463.Ö:** Köşegenlerini oluşturup ölçelim Fatma.

**464.F:** (köşegenleri oluşturur ölçmede öğretmen yardım eder). **(GOK)** (Bu aşama tamamen şekil üzerinde yapılan gözlem, ölçme ve manipülasyon sürecidir.)

**465.Ö:** Kaç derece oluyormuş kesiştikleri yer Fatma?

**466.F:** (Kenarını gösterir)

**467.Ö:** Fatma kenarı gösteriyorsun ama kesiştikleri yer burası. Buradaki açıyı ölçmelisin.

**468.F:** Haa tamam hocam 80 derece hocam. **(GOK)** (Öğrenci yanlış yeri işaretleyince öğretmen yönlendiriyor. Ölçme işlemi yine doğrudan şekil etkileşimine dayalı.)

**469.Ö:** O halde köşegenler birbirini dik keser mi Fatma?

**470.F:** Kesmez hocam. **(GOK)** (Öğrenci, ölçtüğü açının 90° olmadığını görerek sonuç çıkarıyor. Bu çıkarım, ölçüme dayalı gözlemden türetilen temel bir yorumdur. Henüz genel bir kural çıkarmıyor veya başka dörtgenlerle ilişkilendirmiyor.)

Öğrenci yukarıda verilen diyaloglarda 453, 456, 458, 460, 462, 464, 468 ve 470. satırlarda geçen diyaloglarda etkinlik ile meşgul olmuş ve görüntü oluşturma

basamağında yer almıştır. Öğrencinin alan kavramını yapılandırma sürecinin bu kısmında kavram hakkında fikir edinebilmek için ölçüm, dört işlem gibi matematiksel durumlarla ilgilenmiştir.

**471.Ö:** Ölçüp söyler misin Fatma?

**472.F:** 50 derece hocam diğeri de 70 derece hocam. **(GOK)** (Öğrenci doğrudan ölçme yapıyor ve sonuç raporluyor.)

**473.Ö:** O zaman açıortay olabilir mi Fatma?

**474.F:** Hayır hocam olamaz. **(GOK)** (Öğrenci, ölçtüğü değerlerin eşit olmamasına dayanarak cevap veriyor.)

**475.Ö:** Köşegenlerini çizip ölçerek bulalım Fatma.

**476.F:** (Çizer ve ölçmeye öğretmen yardımcı olur) **(GOK)** (Öğrenci şekil çizer, köşegen oluşturur, ölçer ifadeleri gözlem / uygulama aşamasıdır.)

**477.Ö:** Kaç derecede kesiyor Fatma?

**478.F:** 80 derece hocam.

**479.Ö:** Hayır Fatma 95 derece. Dik mi kesiyorlar birbirlerini?

**480.F:** Hayır hocam. **(GOK)** (Ölçüme dayalı değer değerlendirme yapıyor. Öğretmen düzeltince öğrenci verilen bilgiye dayanarak dik kesmediğini ifade ediyor.)

**481.Ö:** Fatma köşegenlerini çizip ayırdığı parçalara bakabilirsin.

**482.F:** (köşegenlerini çizer) Hayır hocam eşit değiller. **(GOK)** (Yine tamamen çizim, gözlem ve ölçüm ile karar veriyor.)

**483.F:** Eşkenar dörtgen hocam. Tüm açıları dik açıdır evet hocam.

**484.Ö:** Ölçerek bakalım Fatma.

**485.F:** (Açıyı ölçer) 120 derece hocam. **(GOK)** (Öğrenci ölçüm yapıyor ve sonucu söylüyor. Bu doğrudan gözleme dayalı olduğu anlamına gelir)

**486.Ö:** Peki 120 derece dik açı mı Fatma?

**487.F:** Hayır hocam.

**488.Ö:** O halde tüm açıları dik açı mıdır Fatma?

**489.F:** Hayır hocam değildir. **(GOK)** (Öğrenci, ölçtüğü sonuca göre doğru-yanlış değerlendirmesi yapıyor. Henüz ilişkiler kurmuyor, sadece gözleme dayanarak sonuca varıyor.)

**490.Ö:** Köşegenlerini oluşturup ayırdığı parçalara bakalım Fatma.

**491.F:** (Köşegenleri oluşturur ve ölçer) 35 derece ve 35 derece hocam ikisi de aynı. **(GOK)** (Yine çizim, ölçme, sonuç ifade etme yer alıyor.)

**492.Ö:** Örneğin paralelkenara bir özellik eklediğimde hangi dörtgeni elde ediyoruz?

**493.F:** Dikdörtgen hocam.

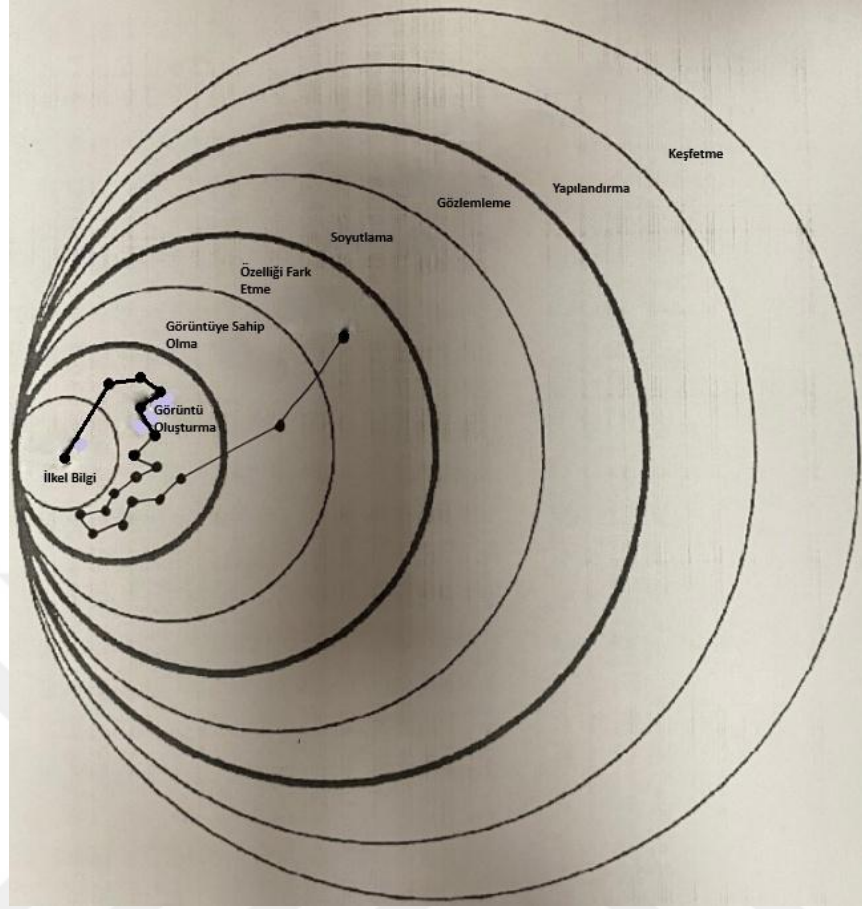
**494.Ö:** Peki hangi özellik o Fatma?

**495.F:** Tüm açıları dik açıdır özelliği hocam. **(ÖFEK)** (Paralelkenar özelliklerini biliyor, ona bir özellik ekleyince (dik açı  $\rightarrow 90^\circ$ ) dikdörtgen oluştuğunu söylüyor. Yani iki dörtgen arasında ilişki kuruyor.)

**496.Ö:** Aynı şekilde kare ile eşkenar dörtgen arasında ne diyebiliriz Fatma?

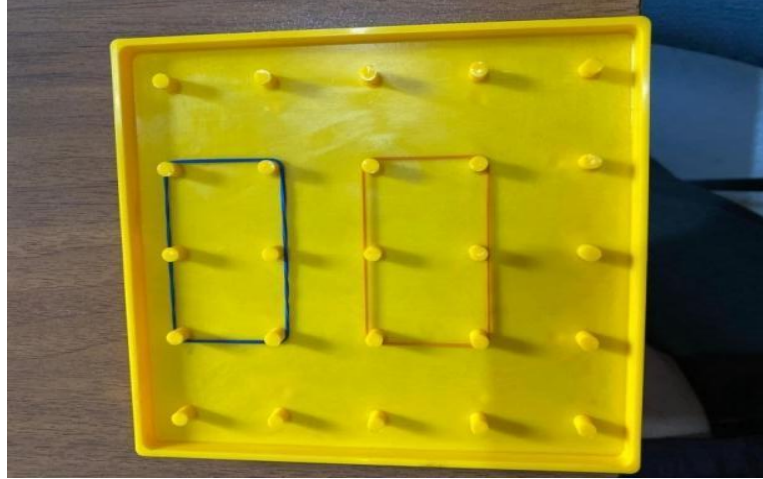
**497.F:** Kare eşkenar dörtgenin özel bir halidir hocam. **(ÖFEK)** (Öğrenci iki dörtgen arasındaki hiyerarşik ilişkiyi açıklıyor. Bu bir genelleme ve ilişkilendirmedir.)

Etkinliğin devamında öğrenci 472, 474, 476, 480, 482, 485 ve 489. satırlardaki diyaloglarda yine etkinlikle meşgul olmaya devam etmiştir. Öğrenci zaman zaman çizimler ölçümler yaparken zaman zaman etkinlik kağıdı üzerinden yorumlar yapmaya çalışmıştır. Bu durum öğrencinin görüntü oluşturma katmanında yer aldığını göstermektedir. 495 ve 497. satırlarda geçen konuşmada ise öğrencinin önceki öğrenmeleri ile yeni öğrendiği kavram arasındaki farkları ayırt edebildiğini görmekteyiz. Diyalogda da görüldüğü üzere paralelkenar ile dikdörtgen arasındaki açı kavramına yönelik farkı zihnindeki şema ile yorumlayan öğrenci özelliği fark etme katmanında yer almaktadır.



Şekil 54. Fatma'nın dörtgenlerde açı kavramını çalışma kâğıdı üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Pirie Kieren teorisine göre verilen sekiz katman içerisinde öğrencinin bu etkinlikte görüntü oluşturma katmanında fazlasıyla yer aldığını görmekteyiz. Bu durum öğrencinin kavramı yapılandırma sürecinde kavram hakkında fikir edinebilmek için etkinlikle meşgul olduğunu, yaparak yaşayarak deneyim kazandığını göstermektedir. Bu etkinliğin ardından öğrenci ile 'Geometri Tahtası' etkinliğine geçilmiştir.



Şekil 55. Geometri tahtası etkinliği materyali

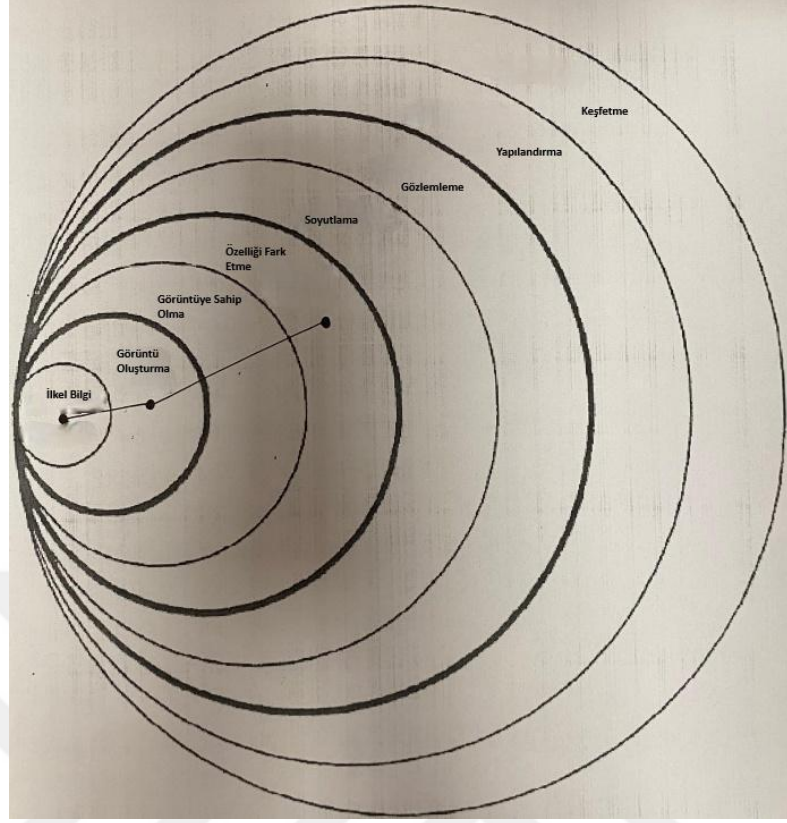
**498.F:** ( oluşturmaya çalışır ve eşkenar dörtgen yerine kareyi oluşturur)

**499.Ö:** Fatma aslında eşkenar dörtgen oluşturmak isterken hangi dörtgeni oluşturdu?

**500.F:** Kareyi hocam. **(GOK)** (Öğrenci burada sadece gördüğü şekli tanımlıyor. Herhangi bir ilişki kurma, genelleme ya da özel durum çıkarımı yapmıyor. Şekli gözleyip ismini söylüyor.)

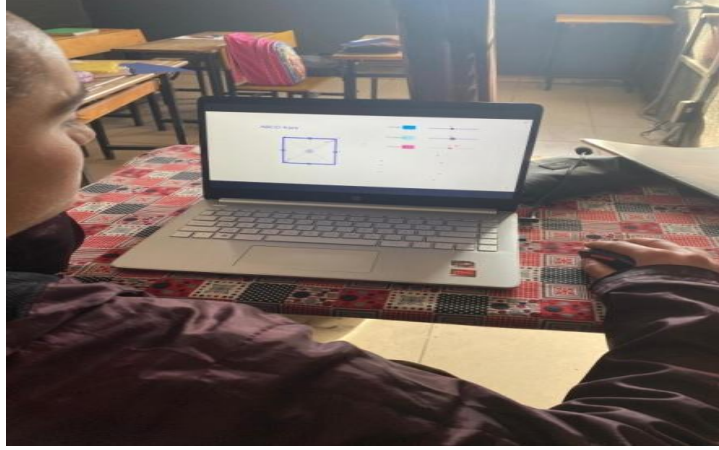
**501.Ö:** Birbirinin özel hali olma durumunu nasıl söyleyebilirsin Fatma?

**502.F:** Kare eşkenar dörtgenin özel bir halidir hocam. **(ÖFEK)** (Kare ile eşkenar dörtgen arasındaki hiyerarşik ilişkiyi fark ediyor. Eşkenar dörtgene eklenen özelliklerle karenin oluştuğunu biliyor. Yani iki geometrik şekil arasında özellik temelli ilişki kuruyor.)



Şekil 56. Fatma'nın dörtgenlerde açı kavramını geometri tahtası üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Yapılan bu etkinlikte öğrencinin verdiği cevaplar doğrultusunda 500. satırdaki diyaloglarında geometri tahtası üzerinde lastikler ile uğraştığı görülmektedir. Bu da öğrencinin görüntü oluşturma katmanında yer aldığını göstermektedir. 502. ifadesinde yer alan cümlede ise öğrencinin önceki öğrenmeleri ile yeni öğrendiği kavram arasında bağlantı kurabildiği görülmektedir. Bu da öğrencinin özelliği fark etme katmanında yer aldığını göstermektedir. Geometri tahtası etkinliğinin ardından 'Geogebra Açısı' etkinliğine geçilmiştir.



Şekil 57. Geogebra açılı etkinliği uygulanması

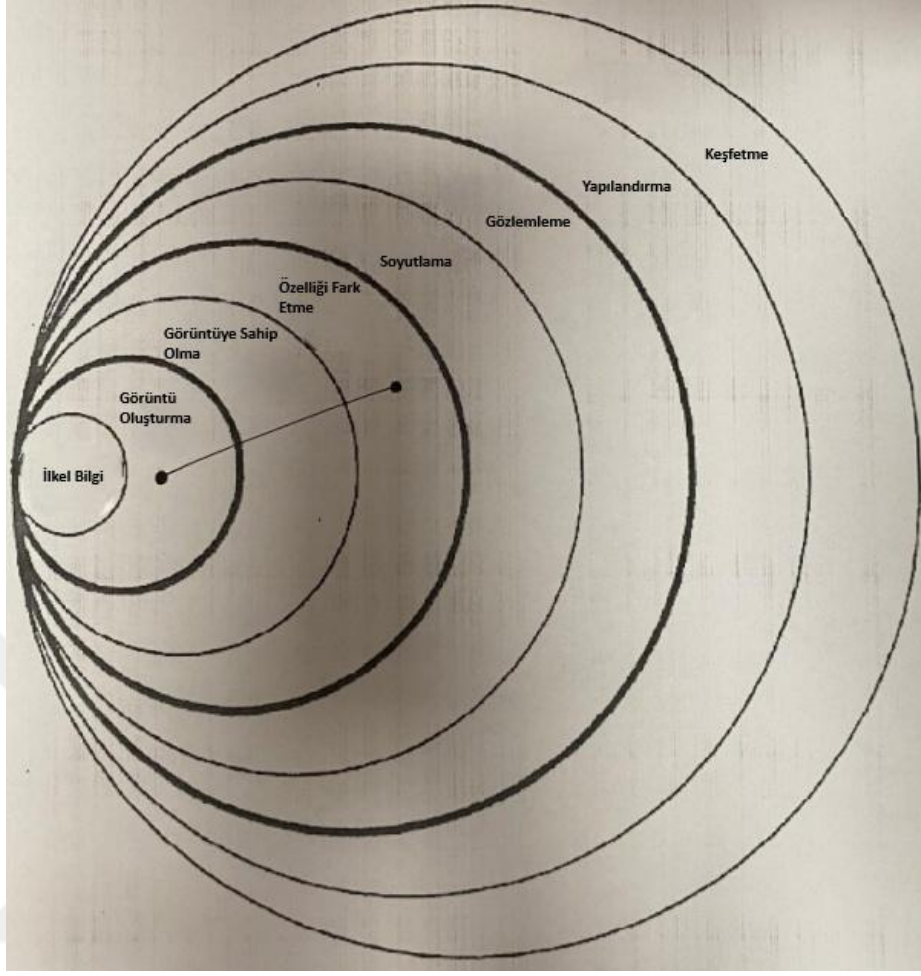
**503.Ö:** Çok güzel Fatma. Eski hali yani paralelkenar durumundayken kenar uzunluklarını değiştirmeden açılarını 90 derece yaptığımızda oluşan dörtgeni yorumlayalım Rojda?

**504.F:** Dikdörtgen oluştu hocam. **(GOK)** (Öğrenci sadece şekle bakarak gözlemlediğini söylüyor. Herhangi bir genelleme, ilişki kurma, mantıksal çıkarım yok.)

**505.Ö:** Evet Fatma paralelkenarın tüm açılarını dik açı yaptığımızda oluşan şekil dikdörtgense birbirinin özel hali olma durumunu nasıl söylersin?

**506.F:** Dikdörtgen paralelkenarın özel bir halidir hocam. **(ÖFEK)** (Paralelkenara “tüm açıları 90°” özelliğinin eklendiğinde dikdörtgen oluştuğunu fark ediyor. Yani şekiller arasında özellik temelli ilişki kuruyor. “Dikdörtgen, paralelkenarın özel halidir” şeklindeki ifade özel durum–genel durum ilişkisi içeriyor.)

Dinamik geometri yazılımı üzerinde yapılan bu etkinlik ile 504. satırda yer alan konuşmada öğrencinin yazılım üzerinden açı değişikliği ile oluşan dörtgenleri yorumladığı görülmektedir. Bu durum öğrencinin görüntü oluşturma katmanında yer aldığını göstermektedir. 506. satırda yer alan ifadede ise öğrencinin önceden öğrenmiş olduğu dikdörtgende açı kavramının üzerine yeni öğrendiği paralelkenarda açı kavramı arasındaki bağlantıyı görüp yorumladığı görülmüştür. Öğrenci bu yorumuyla birlikte özelliği fark etme katmanında yer almaktadır.



Şekil 58. Fatma'nın dörtgenlerde açı kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Geogebra ile yapılan etkinlikte öğrencinin açı kavramına yönelik yorumları yer almıştır. Öğrenci bu kısa etkinlikte görüntü oluşturma katmanından sonra özelliği fark etme katmanında yer almıştır.

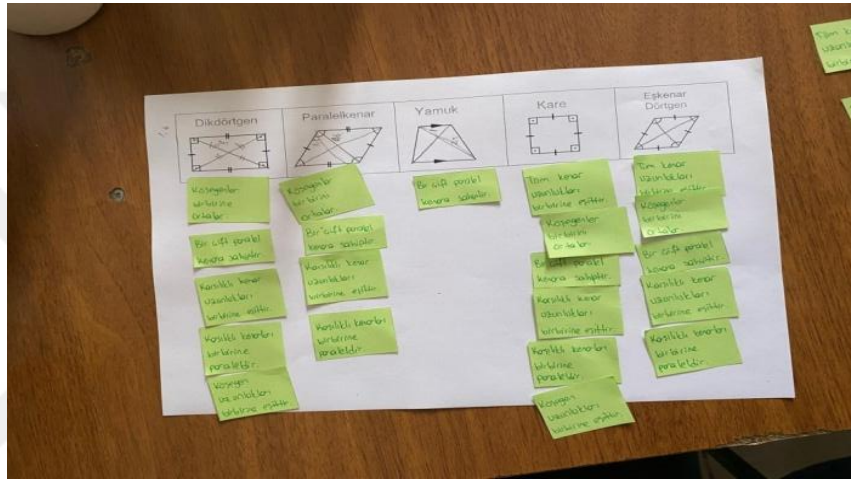
Akademik başarısı düşük olan öğrencilerle açı kavramını yapılandırma sürecine yönelik yapılan etkinliklerin ardından kenar etkinliklerine geçilmiştir.

Kenar ile ilgili yapılan etkinliklerde dörtgenlerde kenar kavramını yapılandırma sürecinin incelemek amacıyla dörtgenlerde kenar özelliklerinin uygun dörtgenin altına yerleştirildiği ve yorumlandığı etkinlik ile geogebra yazılımı üzerinden yapılan bir etkinlik planlanmıştır. Etkinliğe açı kavramında olduğu gibi Doruk adlı öğrenci ile başlanmıştır.

#### 4.2.2. Akademik Başarı Seviyesi Düşük Olan Öğrencilerin Kenar Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular

Bu kısımda Pirie-Kieren modeline göre akademik başarı düzeyi yüksek olan Doruk, Elif ve Fatma'nın dörtgenler ve aralarındaki hiyerarşiyi yapılandırma sürecini, kenar kavramı bağlamında anlamayı hangi katmanda gerçekleştirdiklerine ilişkin bulgular yer almaktadır.

##### 4.2.2.1. Doruk'un Dörtgenlerde Kenar Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular



Şekil 59. Dörtgenlerde kenar etkinliği materyali

**507.Ö:** Nasıl eşit olduğunu göstere bilir misin Doruk?

**508.D:** (düşünür) Hayır hocam eşit değil kareninki eşit. **(GSOK)** (Öğrenci bilgiyi genelleyerek karenin özelliğine gönderme yapıyor. Bu, doğrudan gözlemden öte önceki bilgiyi kullanarak çıkarım yapmaktır.)

**509.D:** Tamam hocam (cetvel ile öğretmen yardımıyla ölçüm yapılır).

**510.Ö:** Bak Doruk köşegen uzunluğu cetvel ile ölçüldüğünde 1,6 cm çıktı. Ayırdığı parça ise 0,8 cm çıktı. Peki 1,6 cm'nin yarısı 0,8 cm midir Doruk?

**511.D:** Hayır hocam değildir.

**512.Ö:** Tekrar düşünelim Doruk virgülleri çıkararak sorayım. 16 nın yarısı 8 midir Doruk?

**513.D:** Evet hocam.

**514.Ö:** Peki Doruk köşegenlerin birbirini ortaladığını söyleyebilir miyiz?

**515.D:** Evet hocam ortalıyor. **(GOK)** (Öğrenci sadece ölçülen verilere bakarak “Evet hocam ortalıyor.” diyor. Herhangi bir ilişki kurma, genelleme yok.)

**516.Ö:** Evet Doruk bu uzunlukları ölçmen gerekiyor.

**517.D:** (Cetveli başlangıç noktasından tutarak ölçmekte zorlanır öğretmen yardım eder)

**518.Ö:** Kaç cm görünüyor Doruk?

**519.D:** 2,5 cm hocam.

**520.Ö:** Peki diğer kenar kaç cm Doruk?

**521.D:** Bu da 3 cm hocam.

**522.Ö:** Peki bu kenar uzunlukları birbirine eşit midir Doruk?

**523.D:** Hayır hocam değil.

**524.Ö:** O halde tüm kenar uzunlukları birbirine eşit midir Doruk?

**525.D:** Değil hocam. **(GOK)** (Sadece ölçüme bakarak doğru/yanlış karar verme var.)

**526.Ö:** Dorukcuğum yarı ne demekti? Kaça bölmek demek ya da?

**527.D:** İkiye bölmek hocam.

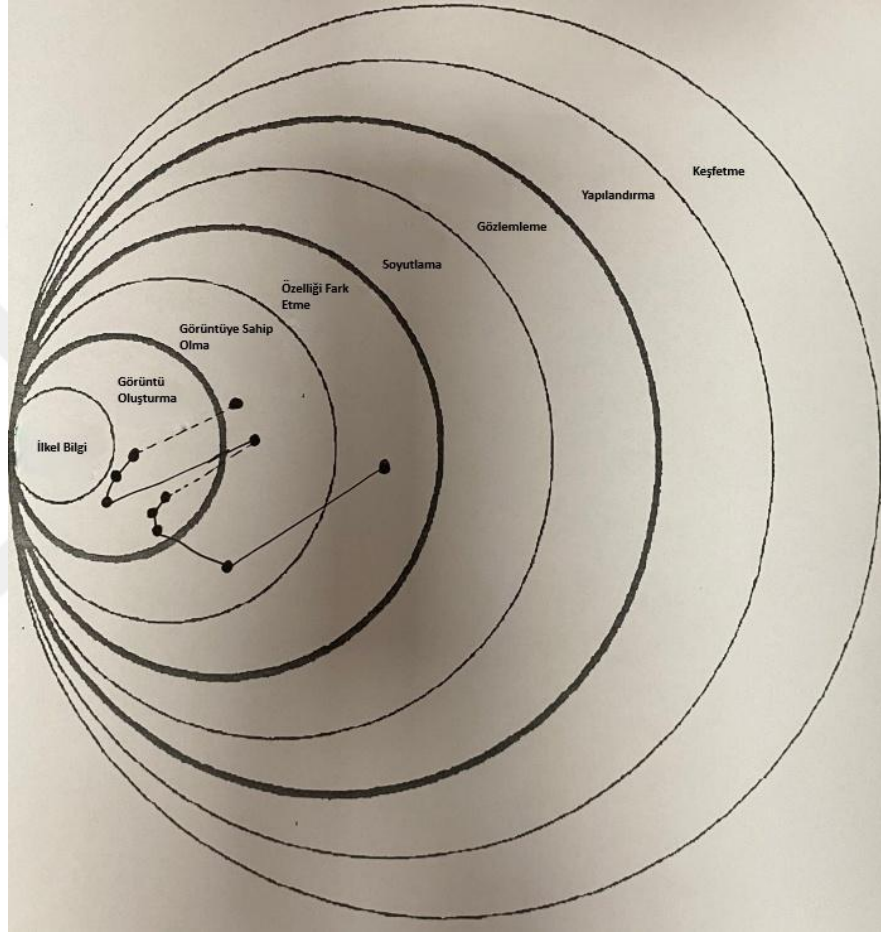
**528.Ö:** Peki tekrar sorayım Doruk 12’yi 2 ye böldüğünde kaç olur?

**529.D:** 6 hocam.

**530.Ö:** Evet Doruk demek ki ortası mı olmuş oluyor?

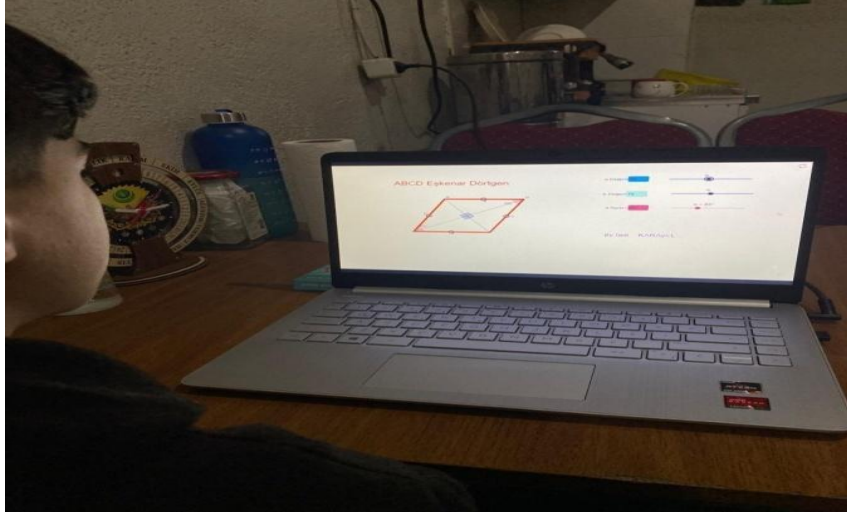
**531.D:** Evet hocam. **(GOK)** (Öğrenci öğretmenin yönlendirmesiyle “Evet hocam ortası olmuş oluyor.” diyor. Bu tamamen öğretmenin verdiği örneğe (12/2) dayalı doğrudan uygulama, kendi ilişkilendirmesi yok.)

Kenar kavramını yapılandırmak için yapılan bu etkinlikte Doruk adlı öğrenci 515, 525 ve 531. satırlarda yer alan konuşmalarında kavram hakkında fikir edinebilmek için etkinlik ile meşgul olmuş ve görüntü oluşturma katmanında yer almıştır. 508.satırda yer alan konuşmasında ise öğrenci yeni bir etkinliğe ihtiyaç duymadan zihninde yer alan şema ile cevap verdiği görülmektedir. Öğrenci bu yorumuyla görüntüye sahip olma katmanında yer almaktadır.



Şekil 60. Doruk'un dörtgenlerde kenar kavramını çalışma kâğıdı üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Pirie Kieren teorisine göre öğrencinin cevapları sonrasında hangi katmanda yer aldığı yukarıda iç içe geçmiş sekiz katmanda verilmiştir. Öğrencinin bu etkinliğin sonucunda en fazla özelliği fark etme katmanına kadar çıkabildiği görülmüştür. Bu etkinliğin ardından 'Geogebra Kenar' adlı etkinliğe geçilmiştir.



Şekil 61. Geogebra kenar etkinliği uygulanması

**532.D:** (İki değeri de 15 br yapar).

**533.Ö:** Evet Doruk paralelkenarın kenar uzunlukları eşit konuma geldiğinde hangi dörtgene dönüşüyormuş?

**534.D:** Eşkenar dörtgene hocam. **(GOK)** (Öğrenci gözlemlediği şekle bakarak cevap veriyor. Herhangi bir önceki bilgiyi ilişkilendirme, genelleme veya soyutlama yok.)

**535.Ö:** Peki eşkenar dörtgen mi paralelkenarın yoksa paralelkenar mı eşkenar dörtgenin özel bir halidir Doruk?

**536.D:** Eşkenar dörtgen paralelkenarın özel bir halidir hocam. **(ÖFEK)** (“Eşkenar dörtgen paralelkenarın özel bir halidir.” Öğrenci iki dörtgen arasındaki hiyerarşik ilişkiyi kuruyor. Bu, soyutlama + önceki bilgiye dayalı ilişki kurma içerir.)

**537.D:** (Kenar uzunluğunu 30 br yapar)

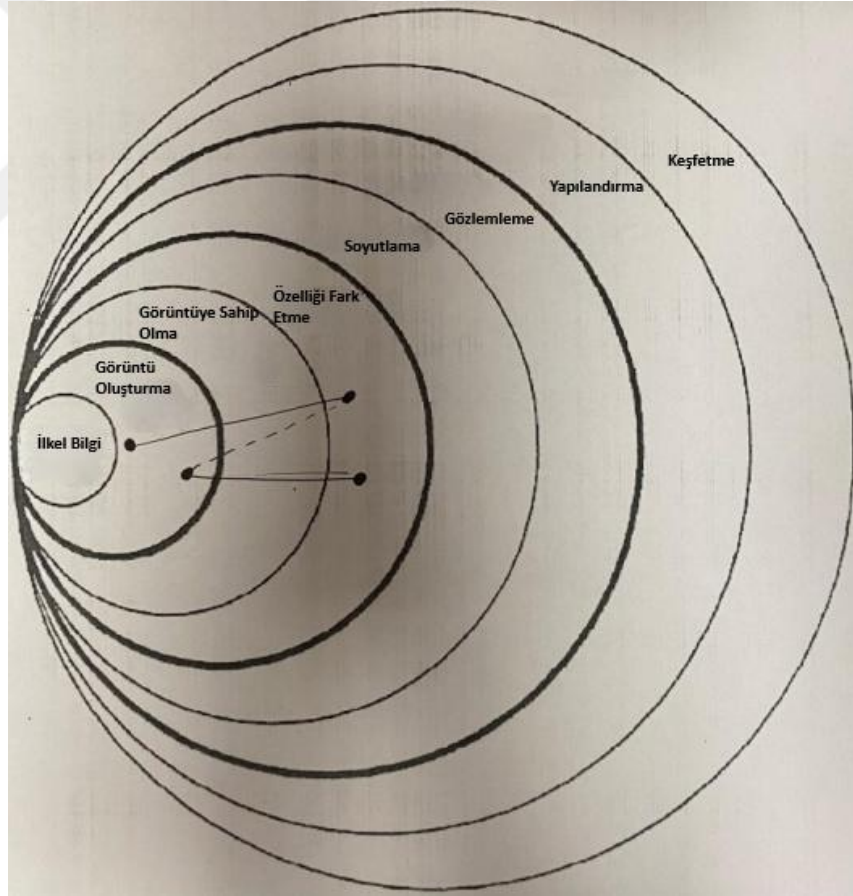
**538.Ö:** Peki Doruk kenarları eşit uzunluğa geldiğinde hangi dörtgen oluştu?

**539.D:** Kare hocam. **(GOK)** (Kenarlar eşit olduğunda ekranda oluşan şekle bakarak cevap veriyor.)

**540.Ö:** Peki Doruk kare mi dikdörtgenin yoksa dikdörtgen mi karenin özel bir hali olur?

**541.D:** Kare dikdörtgenin özel bir halidir hocam. (**ÖFEK**) (Bu ifade yine iki dörtgen arasındaki genel bir ilişkiyi belirtir. Öğrenci özel–genel bağlamındaki yapısal ilişkiyi açıklıyor.)

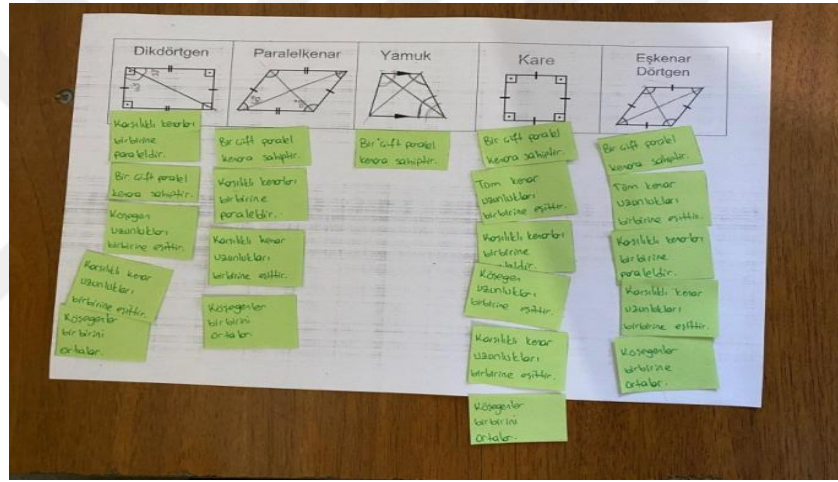
Geogebra üzerinden yapılan etkinlikte öğrencinin verdiği cevaplar doğrultusunda 534 ve 539. Satırlardaki diyalogda öğrencinin yazılım üzerinde uygulama yaptığı ve Pirie Kieren teorisine göre de görüntü oluşturma katmanında yer aldığı görülmektedir. 536 ve 541. satırlarda geçen konuşmalarda ise öğrencinin öncesinde öğrenmiş olduğu kavram ile yeni öğrendiği kavram arasındaki bağlantıyı fark edebildiği ve yorumladığı görülmüştür. Karede kenar kavramı ile dikdörtgende kenar kavramı arasındaki farkı görebilmiştir. Bu da öğrencinin özelliği fark etme katmanında yer aldığını göstermektedir.



Şekil 62. Doruk'un dörtgenlerde kenar kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Doruk ile yapılan dörtgenlerde kenar kavramını yapılandırma sürecinde öğrencinin en fazla özelliği fark etme katmanında yer aldığını görebilmekteyiz. Öğrenci bu etkinlikte önceki öğrendiği kavramlar ile yeni öğrendiği kavramlar arasında bağlantı kurabilmiş olsa da genellemeler ve nedenlendirmelere ulaşamamıştır.

#### 4.2.2.2. Elif'in Dörtgenlerde Kenar Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular



Şekil 63. Dörtgenler kenar etkinliği materyali

542.Ö: Dörtgeni inceleyebilirsin Elif.

543.E: (Ölçüm yapar). **(GOK)** (Öğrenci kenar uzunluklarını ölçüyor ve eşit olmadığını söylüyor.)

544.Ö: Kaçar cm çıktı Elif?

545.E: Biri 4 diğeri 2,5 cm hocam.

546.Ö: Eşit mi bunlar Elif?

547.E: Hayır hocam değil.

548.E: Bir çift paralelkenara sahiptir hayır hocam.

**549.Ö:** Bu özellik yoksa Elif önceki özelliği nasıl alabiliriz? Karşılıklı demek (şekil üzerinden gösterir) birbirine paralelligidir. Bir çift kaç tane demek Elif?

**550.E:** Bir çift mı

**551.Ö:** İki tane demek Elif. Peki karşılıklı dediğin kenarlar kaç tane Elif?

**552.E:** İki tane hocam.

**553.Ö:** O zaman bir çift paralelkenara sahip olur mu Elif?

**554.E:** Evet hocam. **(GOK)** (Öğrenci, verilen kavramsal açıklama ve sayısal kontrol sonrasında bir çift paralelkenara sahip olduğunu anlıyor ve doğru yanıt veriyor.)

**555.Ö:** Alt taban ve üst taban arasındaki mesafeyi inceleyerek bakabiliriz Elif. Hep aynı uzunluk çıkıyorsa aslında bunlar paraleldir.

**556.E:** (İnceler ve eşit uzaklıkta olduğunu görür) Evet hocam paraleldir. **(GOK)** (Elif, ölçüm sonucunda tabanların eşit uzaklıkta olduğunu görerek paralel olduklarını doğruluyor. Bu, öğrencinin gözlem ve ölçüm yoluyla doğru kavramı anlamasını gösteriyor.)

**557.Ö:** Elif üst taban ve alt tabanın az önce paralel olduğunu göstermiştik peki aynı şekilde yan kenarlar da paralel mi inceler misin?

**558.E:** (inceler ve eşit uzaklıkta olmadıklarını görür) Değiller hocam. **(GOK)** (Elif, yan kenarların eşit uzaklıkta olmadığını gözlemleyerek paralel olmadığını fark ediyor. Bu da doğru gözlem ve kavramsal anlayışı gösteriyor.)

**559.E:** Karşılıklı kenarları birbirine paraleldir (dörtgeni inceler) evet hocam hem eşit hem paraleldir. **(GOK)** (Elif dörtgeni genel olarak inceliyor ve karşılıklı kenarların paralellliğini belirliyor; hem eşit hem paralel olduklarını gözlemleyerek kavramı pekiştiriyor.)

**560.Ö:** Adı üstünde eşkenar dörtgen Elif eşit midir sence?

**561.E:** Hayır hocam.

**562.Ö:** Tekrar bakalım Elif.

**563.E:** (Tekrar inceler) Evet hocam tüm kenarları eşittir. **(GOK)** (Elif önce tereddüt ediyor, sonra tekrar inceleyip tüm kenarların eşit olduğunu gözlemleyerek doğru yanıt veriyor. Bu, öğrencinin gözlem yoluyla kavramı öğrenmesini gösteriyor.)

**564.E:** (Önce yine kenarları gösterir ardından köşegenleri gösterir)

**565.Ö:** Ölçerek inceleyelim Elif.

**566.E:** (ölçüm yapar öğretmen yardımıyla) . **(GOK)** (Elif önce kenarları, sonra köşegenleri ölçüyor. Ölçüm sonucunda köşegenlerin eşit olmadığını fark ediyor. Bu da eşkenar dörtgenin köşegenlerinin genellikle eşit olmadığını ve sadece köşegenlerin ortalanma özelliği ile karıştırılmaması gerektiğini gösteriyor.)

**567.Ö:** Kaçar cm çıktı Elif?

**568.E:** 4 cm ve 2,5 cm hocam.

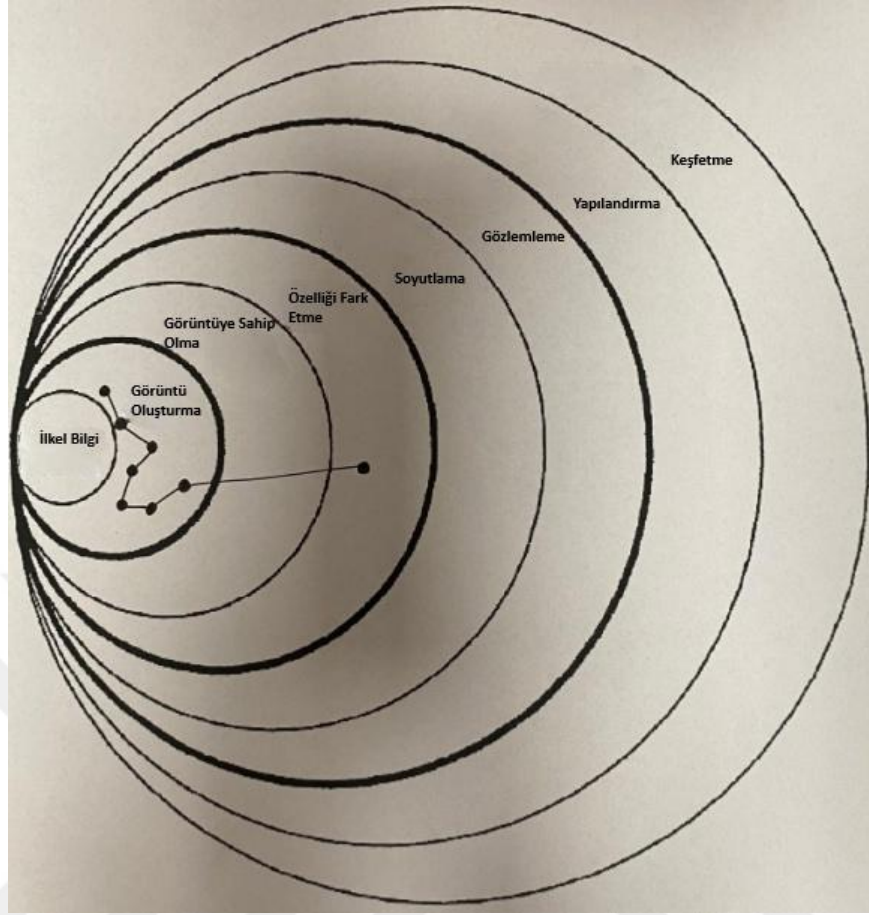
**569.Ö:** Peki eşitler mi Elif?

**570.E:** Hayır hocam değil

**571.Ö:** O halde bana birbirinin özel hali olan dörtgenleri sen örneklendirir misin?

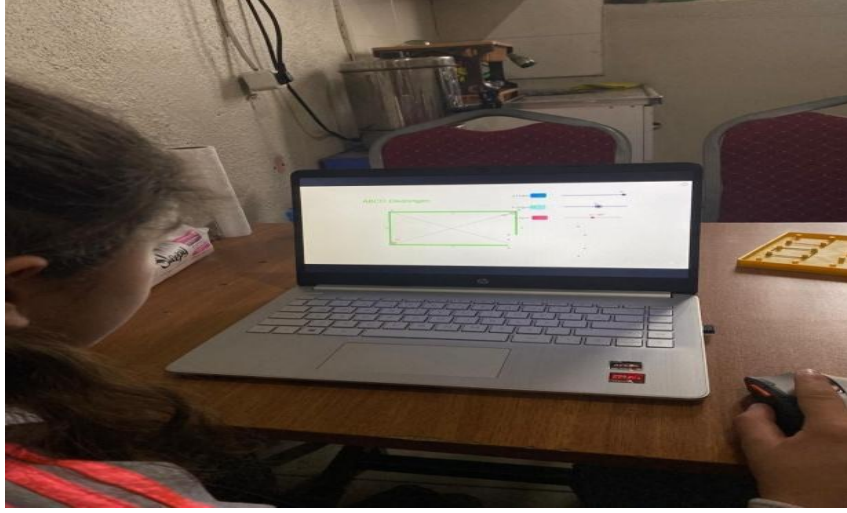
**572.E:** İıııı (düşünür) kare dikdörtgenin özel bir halidir hocam. **(ÖFEK)** (Öğretmen, Elif'e özel hali olan dörtgenleri sormuş. Elif, karenin dikdörtgenin özel hali olduğunu doğru şekilde ifade ediyor.)

Elif adlı öğrenci ile dörtgenlerde kenar kavramını yapılandırma sürecindeki yapılan bu etkinlikte 543, 554, 556, 558, 559, 563 ve 566. satırlarda geçen diyaloglarda öğrencinin ölçüm, çizim, dörtgenleri incelemek gibi eylemlerde bulunduğu görülmektedir. Bu durumda öğrenci görüntü oluşturma katmanında yer almaktadır. Etkinliğin sonunda öğretmenin kasıtlı olarak sorduğu soru ile öğrenci, 572. satırdaki cevabıyla eski öğrenmeleri ile yeni öğrendiği kavram arasında bağlantı kurabildiği görülmektedir. Bu da öğrencinin özelliği fark etme katmanında yer aldığını göstermektedir.



Şekil 64. Elif'in dörtgenlerde kenar kavramını çalışma kâğıdı üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Öğrencinin yapılan etkinlikte çoğunlukla görüntü oluşturma katmanında yer aldığı görülmektedir. Öğrenci kavramı yapılandırma sürecinde kendi deneyimleriyle fikir edinebilmiş ve yorumlama yapabilmektedir. Bu etkinliğin ardından öğrenci ile Geogebra Kenar etkinliğine geçilmiştir.



Şekil 65. Geogebra kenar etkinliği uygulanması

**573.Ö:** Öncelikle Elif a ve b değerlerini (kenar uzunlukları) eşit hale getirmeni ve paralelkenarın hangi dörtgene dönüştüğünü yorumlamani istiyorum.

**574.E:** (sürgüyü ilerletir ve 17 br yapar). Eşkenar dörtgen oldu hocam. **(GOK)** (Elif sürgüyü kullanarak kenarları eşitliyor ve eşkenar dörtgen oluştuğunu gözlemliyor. Bu, öğrencinin gözlem ve uygulama yoluyla öğrenmesini gösteriyor.)

**575.Ö:** Evet Elif biz tüm kenarlarının eşit olma özelliğini aslında paralelkenarda değil eşkenar dörtgende görüyoruz. O halde tekrar yorumlayacak olsan nasıl yorumlardın?

**576.E:** Eşkenar dörtgen paralelkenarın özel bir halidir hocam. **(ÖFEK)** (Elif, eşkenar dörtgenin paralelkenarın özel bir hali olduğunu doğru şekilde ifade ediyor. Bu, öğrencinin mantıksal çıkarım ve kavramsal anlama yeteneğini gösteriyor.)

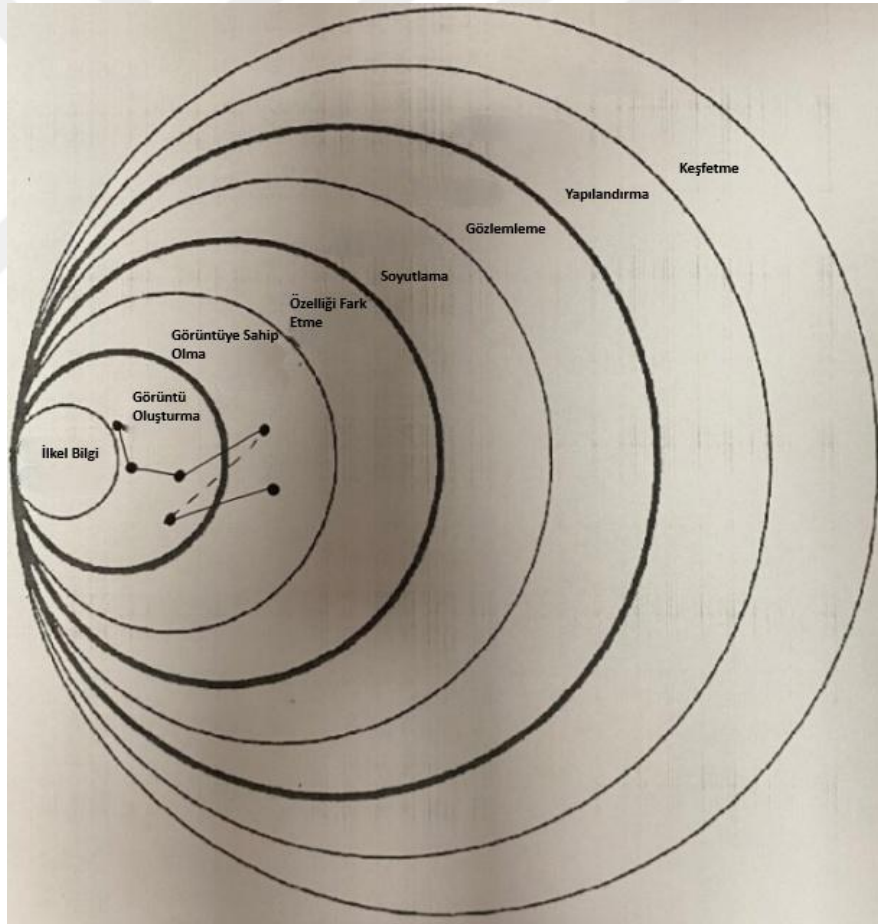
**577.Ö:** Evet Elif şimdi dikdörtgen şeklini bozmadan yani açılar aynı kalacak şekilde kenar uzunluklarını eşitleyerek oluşacak dörtgeni inceleyelim.

**578.E:** (sürgüyü kullanarak 30 br de eşitledi) Kare oluştu hocam. **(GOK)** (Öğretmen dikdörtgeni bozmadan, yani açılar aynı kalacak şekilde kenarları eşitlemesini istiyor. Elif bunu yapıyor ve karenin oluştuğunu gözlemliyor.)

**579.Ö:** Peki aralarında nasıl bir yorumlama yapabilirsin?

**580.E:** Kare dikdörtgenin özel bir halidir hocam. **(ÖFEK)** (Elif, karenin dikdörtgenin özel hali olduğunu doğru şekilde yorumluyor.)

Dörtgenlerde kenar kavramını yapılandırma sürecinde yapılan dinamik geometri yazılımındaki etkinlikte öğrenci 574 ve 578. satırlardaki konuşmalarında etkinlikle meşgul olmakta ve görüntü oluşturma katmanında yer almaktadır. 576 ve 580. satırlarda geçen konuşmalarda öğrencinin kavramlar arasında eski öğrenmeleri ile yeni öğrenmeleri arasındaki farkı ayırt edebildiğini ve yorumladığını görebilmekteyiz. Bu ifadelerde öğrencinin özelliği fark etme katmanında yer aldığını görmekteyiz.

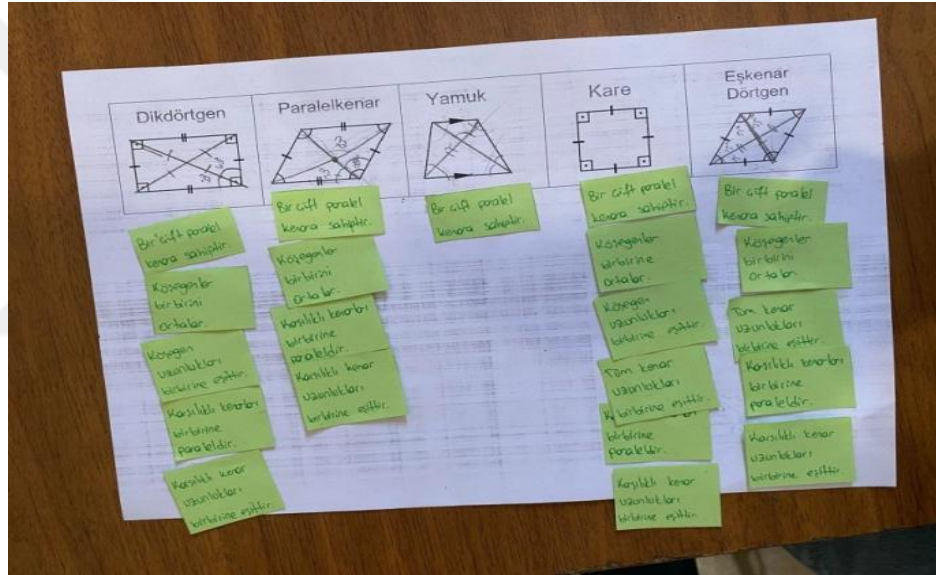


Şekil 66. Elif'in dörtgenlerde kenar kavramının geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Öğrenci etkinliğin sonucunda kenar kavramını yapılandırma sürecinde özelliği fark etme katmanına ulaşabilmiştir. Öğrencinin etkinlik içerisinde görüntüye sahip olma katmanına ulaşamadığı görülmüştür.

Akademik başarı düzeyi düşük olan öğrencilerden Elif ile yapılan dörtgenlerde kenar kavramını yapılandırma etkinliklerinin ardından Fatma adlı öğrenci ile etkinliklere devam edilmiştir.

#### 4.2.2.3. Fatma'nın Dörtgenlerde Kenar Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular



Şekil 67. Dörtgenlerde kenar etkinliği materyali

**581.F:** Köşegen uzunlukları birbirine eşittir (şekle bakar) evet hocam. **(GOK)** (Fatma köşegen uzunluklarının birbirine eşit olduğunu gözlemliyor ve bunu ifade ediyor. Bu, gözlem ve kavramsal farkındalık gösteriyor.)

**582.F:** Köşegen uzunlukları birbirine eşittir hocam evet.

**583.Ö:** Ölçüm yaparak uzunluklarını söyler misin Fatma?

**584.F:** Biri 5,5 cm diğeri 3 cm hocam. **(GOK)** (Öğretmen ölçüm yapmasını istiyor; Fatma köşegenlerin ve kenarların ölçümlerini yapıyor. Ölçümlere göre bazı

uzunluklar eşit değil, bazıları eşit. Bu aşama ölçme ve doğrulama süreci olarak doğru.)

**585.Ö:** Yine kenar uzunluklarını ölçer misin Fatma?

**586.F:** (Ölçüm yapar) Bu kenar 4 cm diğer kenar da 3 cm hocam. **(GOK)** (Öğretmen ölçüm yapmasını istiyor; Fatma köşegenlerin ve kenarların ölçümünü yapıyor. Ölçümlere göre bazı uzunluklar eşit değil, bazıları eşit. Bu aşama ölçme ve doğrulama süreci olarak doğru.)

**587.Ö:** Fatma bana karşılıklı kenarları gösterir misin?

**588.F:** (Karşılıklı kenarları gösterir) **(GOK)** (Karşılıklı kenarları kontrol ediyor ve eşit olduklarını söylüyor. Bu da paralelkenarın temel özelliğini fark etme sürecidir.)

**589.Ö:** Bunlar eşit midir Fatma az önce de ölçtün?

**590.F:** Evet hocam eşitler. **(GOK)** (Karşılıklı kenarları kontrol ediyor ve eşit olduklarını söylüyor. Bu da paralelkenarın temel özelliğini fark etme sürecidir.)

**591.Ö:** Çizip ölçerek bakalım Fatma.

**592.F:** (çizer ve ölçer) 2,5 cm ve 1,5 cm hocam. **(GOK)** (Fatma farklı kenarları ölçüyor ve eşit olmadığını fark ediyor; bu da karşılaştırma ve ayırt etme yeteneğini gösteriyor.)

**593.Ö:** Yine ölçerek inceleyelim Fatma.

**594.F:** Burası 2 cm bu kenar da 3 cm hocam. **(GOK)** (Fatma farklı kenarları ölçüyor ve eşit olmadığını fark ediyor; bu da karşılaştırma ve ayırt etme yeteneğini gösteriyor.)

**595.Ö:** Eşit mi bu uzunluklar Fatma?

**596.F:** Hayır hocam değiller bunu da almıyoruz.

**597.Ö:** Örneğin paralelkenara iki özellik daha eklediğimizde hangi dörtgen oluşuyor Fatma?

**598.F:** Kare hocam. **(GSOK)** (Öğretmen paralelkenara ek özellikler eklediğinde hangi dörtgen oluştuğunu soruyor; Fatma kareyi doğru şekilde gözlemliyor ve “kare paralelkenarın özel hali” olduğunu ifade ediyor.)

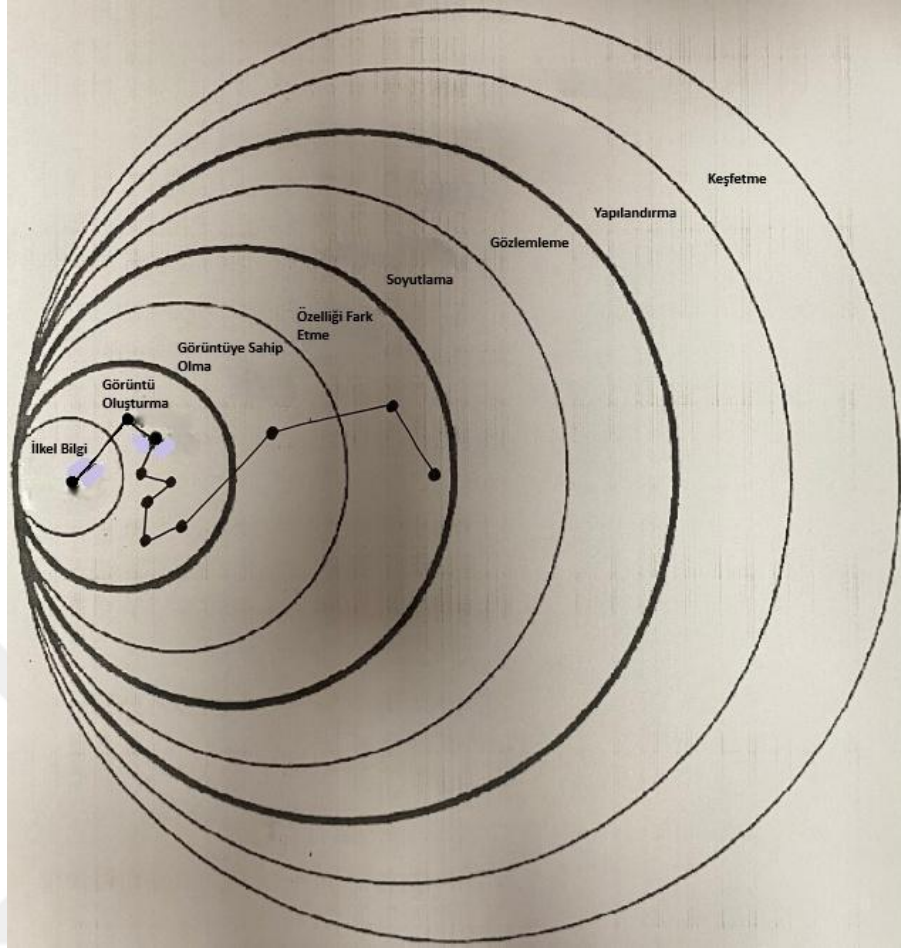
**599.Ö:** O halde nasıl söylememiz lazım?

**600.F:** O zaman kare paralelkenarın özel bir durumudur hocam. **(ÖFEK)** (Öğretmen genel yorum istiyor; Fatma dikdörtgenin paralelkenarın özel hali olduğunu doğru şekilde söylüyor.)

**601.Ö:** O halde nasıl yorumlayabiliriz Fatma?

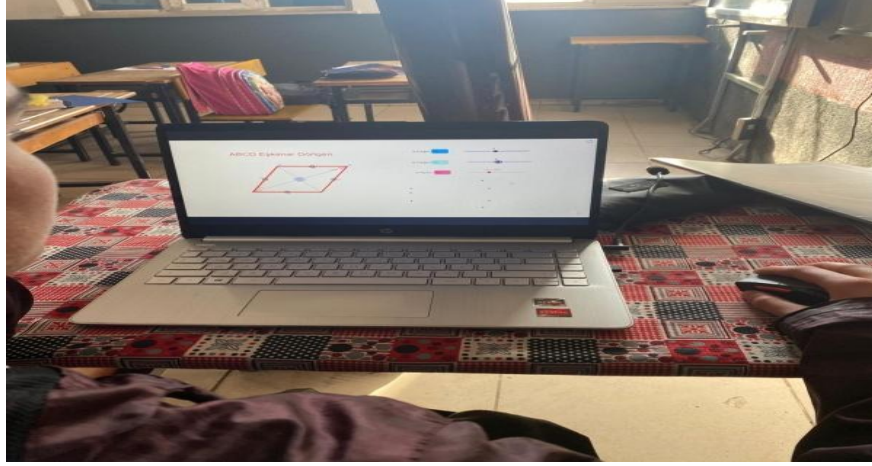
**602.F:** Dikdörtgen paralelkenarın özel bir halidir hocam. **(ÖFEK)**

Dörtgenlerde kenar kavramını yapılandırma sürecindeki etkinliklerden ‘Dörtgenlerde Kenar’ etkinliğinde öğrenci 581, 584, 586, 588, 590, 592 ve 594. satırlardaki diyaloglarda öğrencinin etkinlik kâğıdı ile ilgilendiği ve etkinlik içerisinde matematiksel işlemler yaparak soruları cevaplandığı görülmüştür. Bu durumda Pirie Kieren teorisine göre öğrencinin görüntü oluşturma katmanında yer aldığını söyleyebilmekteyiz. 598. satırda yer alan konuşmada ise öğrencinin yeni bir etkinliğe ihtiyaç duymadan zihninde oluşturduğu resimler ile cevap verdiği görülmektedir. Öğrenci bu cevabıyla görüntüye sahip olma katmanında yer almaktadır. Etkinliğin sonunda yer alan 600 ve 602. satırlardaki konuşmalarda ise önceden öğrendiği kavram bilgisi ile yeni öğrendiği kavram arasındaki farkları ayırt edebilmiş ve yorumlamıştır. Bu da öğrencinin özelliği fark etme katmanında yer aldığını göstermektedir.



Şekil 68. Fatma'nın dörtgenlerde kenar kavramını çalışma kâğıdı üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Etkinliğin içerisinde öğrencinin sorulan sorulara verdiği yanıtlar ile özelliği fark etme katmanına kadar ulaşabildiği görülmektedir. Öğrenci dörtgenlerde kenar kavramını yapılandırma süreci etkinliklerden Geogebra Kenar etkinliğine geçilmiştir.



Şekil 69. Geogebra kenar etkinliği uygulanması

**603.Ö:** Öncelikle a ve b uzunluklarını ( kenar uzunlukları) eşit birime getirip oluşan dörtgeni yorumlar mısın?

**604.F:** (öğretmen yardımcı olur ve 15 br yapar) Eşkenar dörtgen oluyormuş hocam. **(GOK)** (Fatma a ve b kenar uzunluklarını eşitleyerek oluşan dörtgeni gözlemliyor ve eşkenar dörtgen olduğunu söylüyor. Bu gözlem, öğrencinin paralelkenar özelliklerini eşkenar dörtgenle ilişkilendirmesi açısından doğrudur.)

**605.Ö:** Aralarındaki özel hali olma durumunu nasıl söyleyebiliriz Fatma?

**606.F:** Eşkenar dörtgen paralelkenarın özel bir halidir hocam. **(ÖFEK)** ( Öğretmen özel hali sorduğunda, Fatma “eşkenar dörtgen paralelkenarın özel halidir” diyerek kavramsal çıkarım yapıyor.)

**607.Ö:** Çok güzel Fatma. Şu anki dikdörtgen olarak kalan şekilde açılarına dokunmadan kenar uzunluklarını eşit hale getirdiğimizde oluşan dörtgeni söyler misin?

**608.F:** (sürgüyü kullanır ve 15 br yapar).Kare oluştu hocam. **(GOK)** (Dikdörtgenin kenarlarını eşitleyerek oluşan yeni şekli gözlemliyor ve kare olduğunu doğru şekilde söylüyor.)

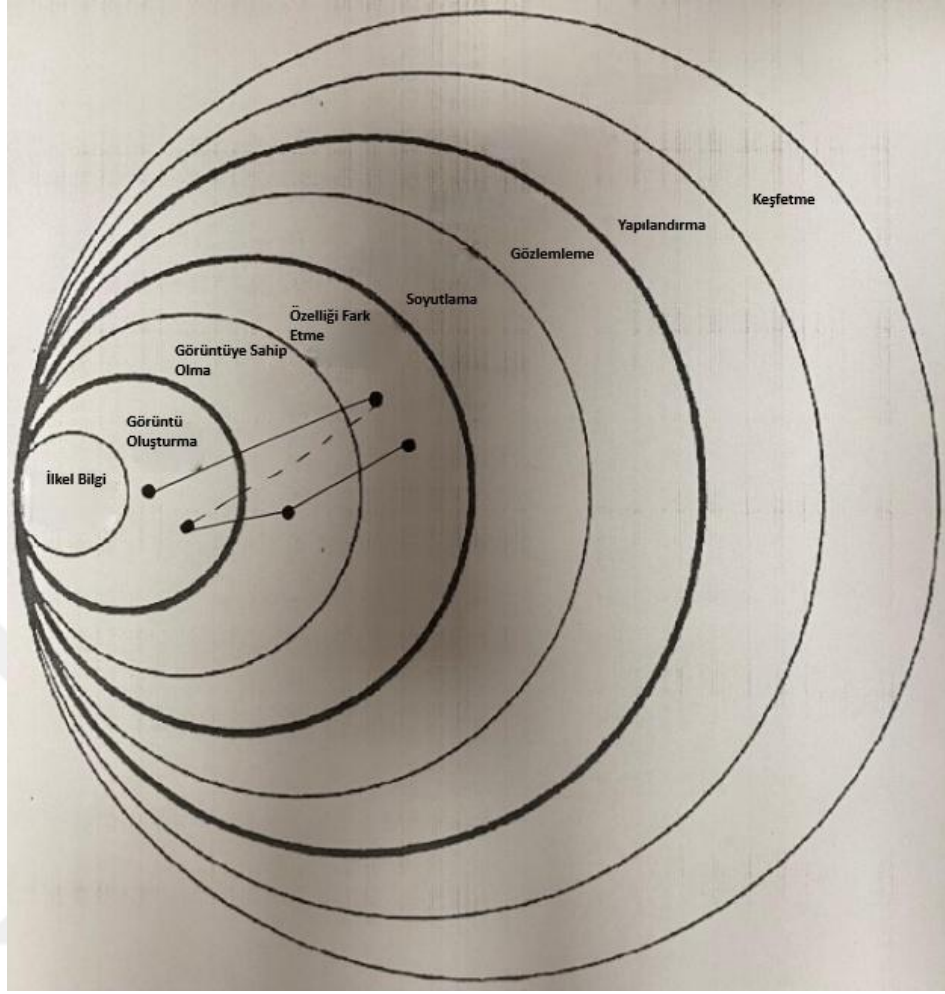
**609.Ö:** Dikdörtgene tüm kenar uzunluklarının eşit olma özelliğini getirdiğimizde oluşan dörtgenin adı neymiş Fatma?

**610.F:** Kare hocam. **(GSOK)** (Dikdörtgene kenar eşitliği eklediğinde oluşan şekli yine doğru tanımlıyor.)

**611.Ö:** O halde ikisi arasındaki özel hali olma durumunu nasıl söyleriz Fatma?

**612.F:** Kare dikdörtgenin özel bir halidir hocam. **(ÖFEK)** (Özel hal ilişkisini doğru olarak ifade ediyor.)

Geogebra etkinliğinde öğrenci 604 ve 608. satırlarda kavram hakkında fikir edinebilmek için etkinlikteki araçları kullanmış ve etkinlikle meşgul olmuştur. Öğrenci bu satırlarda görüntü oluşturma katmanında yer almıştır. 610. satırda yer alan ifadede ise öğrencinin kavram hakkında fikir edinebilmek için yeni bir etkinliğe ihtiyaç duymadığını ve zihnindeki resimler ile cevaplandırıldığını görmekteyiz. Bu durumda da öğrencinin görüntüye sahip olma katmanında yer aldığını söyleyebilmekteyiz. Etkinliğin devamında öğrenci 606 ve 612.satırlardaki ifadelerinde eski ve yeni öğrendiği kavramlar arasındaki farkı ayırt edebilmiştir. Bu da öğrencinin özelliği fark etme katmanında yer aldığını göstermektedir.



Şekil 70. Fatma'nın dörtgenlerde kenar kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

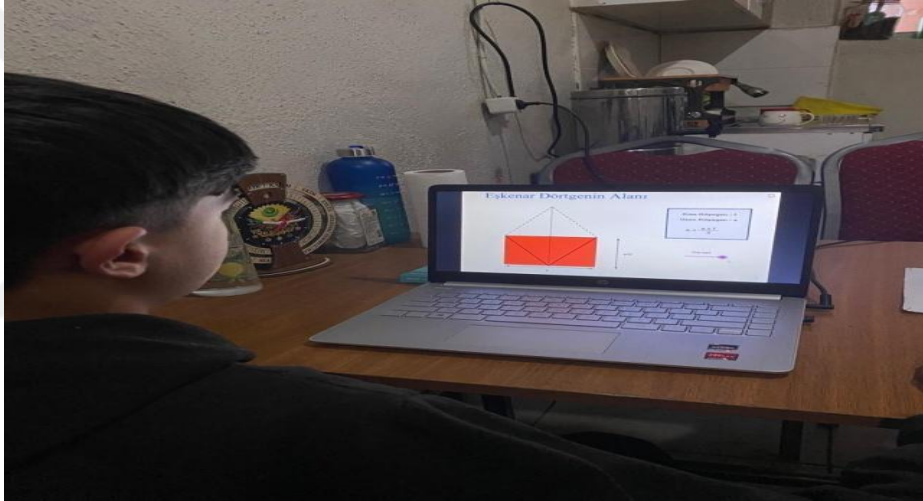
Öğrenci bu etkinliğin sonunda önceki etkinlik gibi özelliği fark etme katmanına kadar çıkabilmiştir. Akademik başarı düzeyi düşük olan öğrenciler ile yapılan kenar kavramını yapılandırma sürecindeki etkinliklerde öğrencilerin en fazla özelliği fark etme katmanına kadar ulaşabildiği görülmüştür.

Akademik başarı düzeyi düşük öğrenciler ile alan kavramını yapılandırma etkinliğine geçilmiştir. Buradaki etkinlikte öğrenciler ile geogebra yazılımında hazırlanmış etkinlik uygulanmıştır. Etkinliğe öncelikle Doruk adlı öğrenci ile başlanmıştır.

#### 4.2.3. Akademik Başarı Seviyesi Düşük Olan öğrencilerin Alan Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular

Bu kısımda Pirie-Kieren modeline göre akademik başarı düzeyi yüksek olan Doruk, Elif ve Fatma'nın dörtgenler ve aralarındaki hiyerarşiyi yapılandırma sürecini, alan kavramı bağlamında anlamayı hangi katmanda gerçekleştirdiklerine ilişkin bulgular yer almaktadır.

##### 4.2.3.1. Doruk'un Dörtgenlerde Alan Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular



Şekil 71. Geogebra alan etkinliği

**613.D:** (Sürgüyü kullanır ve yanına yapıştırır).

**614.Ö:** Doruk oluşan şeklin adı nedir?

**615.D:** Paralelkenar hocam. **(GOK)** (Doruk sürgüyü kullanarak şekli oluşturuyor ve doğru şekilde paralelkenar olduğunu söylüyor.)

**616.D:** Evet Doruk o yüzden ikiye bölüyoruz. Peki Doruk yamuğun alanı aslında nereden geliyormuş?

**617.D:** Paralelkenarın alanından hocam. **(GSOK)** (Yamuğun alanını hesaplarken paralelkenarın alanından yararlandığını söylüyor, bu doğru bir çıkarım.)

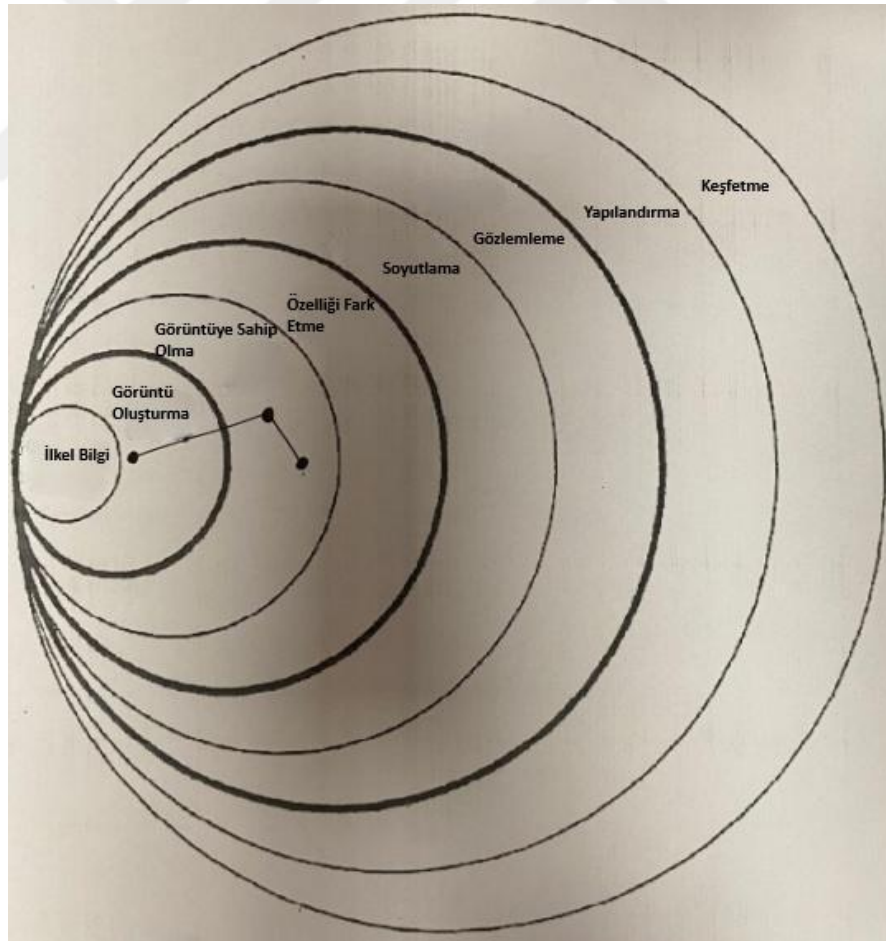
**618.Ö:** Peki bu da az önceki hangi şeklin alanıydı?

**619.D:** Eşkenar dörtgen hocam.

**620.Ö:** O halde Doruk eşkenar dörtgenin alanı neyin alanından geliyormuş?

**621.D:** Dikdörtgen hocam. **(GSOK)** (Eşkenar dörtgenin alanını hesaplarken dikdörtgenin alanından yararlandığını söylüyor.)

Geogebra dinamik geometri yazılımında uygulanan etkinlikte öğrenci 615.satırdaki ifadesinde etkinlikle meşgul olmuş ve sürgü aracını kullanmıştır. Öğrenci uygulamalı çalıştığı bu etkinlikte bu satırlarda görüntü oluşturma katmanında yer almaktadır. 617 ve 621.satırlarda geçen diyaloglarda öğrencinin sorulara zihninde oluşturduğu resimler ile cevaplar verdiği görülmüştür. Bu durumda öğrencinin görüntüye sahip olma katmanında yer aldığını söyleyebilmekteyiz.



Şekil 72. Doruk'un dörtgenlerde alan kavramının geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Öğrenci alan kavramının öğrenimi ve kavram hakkında fikir edinebilme sürecindeki bu etkinlikte en fazla görüntüye sahip olma katmanına ulaşabilmiştir. Öğrenci önceki öğrenmeleri ile yeni öğrenmeleri arasındaki farkları görememiş ve bağlantı kuramamıştır. Etkinliğe Elif adlı öğrenci ile devam edilmiştir.

#### 4.2.3.2. Elif'in Dörtgenlerde Alan Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular



Şekil 73. Geogebra alan etkinliğinin uygulanması

**622.Ö:** Formülde de görüldüğü gibi eşkenar dörtgenin alanı köşegenler çarpımının yarısı olarak bulunuyor Elif. Sürgüyü kullanarak nereden geldiğini yorumlayabilirsin.

**623.E:** (Sürgüyü kullanır)

**624.Ö:** Üstteki iki parçayı alarak aşağıdaki parçaların yanına eklediğinde hangi dörtgen oluştu Elif?

**625.E:** Dikdörtgen oluştu hocam. **(GOK)** (Elif sürgüyü kullanarak üst parçaları aşağıya eklediğinde dikdörtgen oluştuğunu söylüyor.)

**626.Ö:** Evet Elif dikdörtgenin alanını bulmak istesek taban  $\times$  yükseklikten  $f \times e/2$  yazacağız bu da az önceki neyi veriyor bize?

**627.E:** Eşkenar dörtgenin alanı hocam. **(GOK)** (Dikdörtgenin alanını taban  $\times$  yükseklik formülüyle hesapladığında, bu alanın eşkenar dörtgenin alanına eşit olduğunu belirtiyor.)

**628.Ö:** Evet Elif eşkenar dörtgenin alanı hangi dörtgenden geliyormuş Nevin?

**629.E:** Kareden hocam.

**630.Ö:** Elif görseldeki şekil kare miydi?

**631.E:** Hayır hocam dikdörtgenden geliyormuş. **(GSOK)** (Alanın hangi dörtgenden geldiğini sorulduğunda, Elif önce kare yanıtı verse de şeklin dikdörtgen olduğunu doğru şekilde fark ediyor.)

**632.E:** (sürgüyü hareket ettirir).

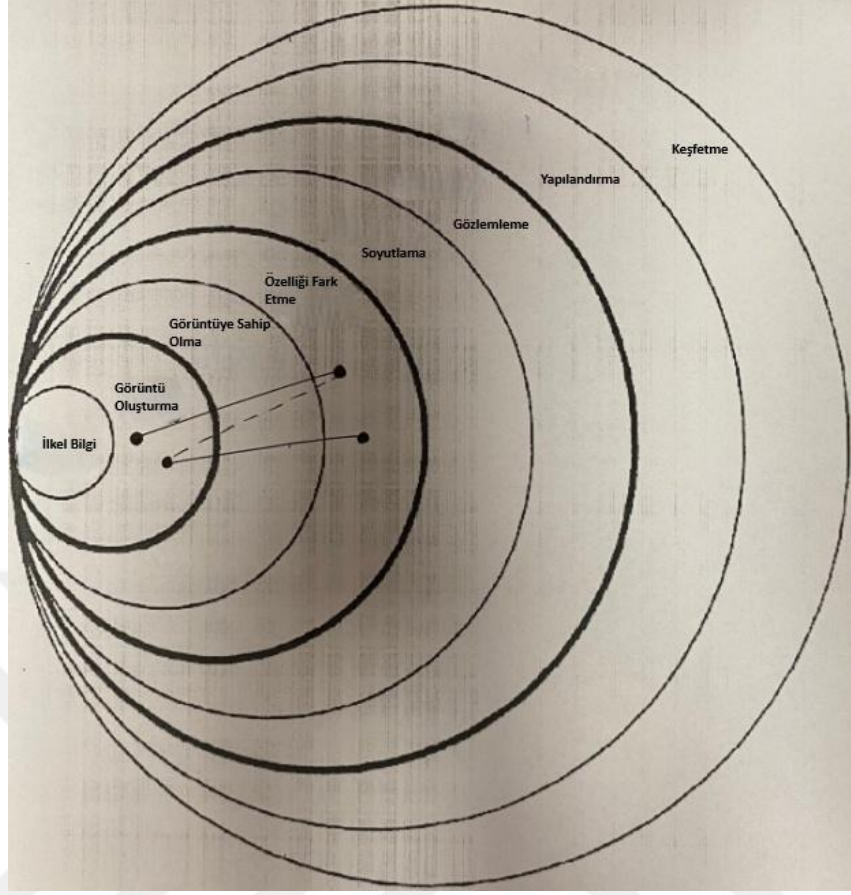
**633.Ö:** Evet Elif yamuğun aynısını yanına ekleyerek oluşan şeklin ismi nedir?

**634.E:** Paralelkenar hocam. **(GOK)**

**635.Ö:** Evet Elif yamuğun alanı aslında hangi dörtgenden geliyormuş?

**636.E:** Paralelkenarın alanından hocam. **(GSOK)** (Yamuğun yanına kopyasını ekleyerek oluşan şekli paralelkenar olarak belirliyor ve yamuğun alanının paralelkenarın alanından geldiğini söylüyor.)

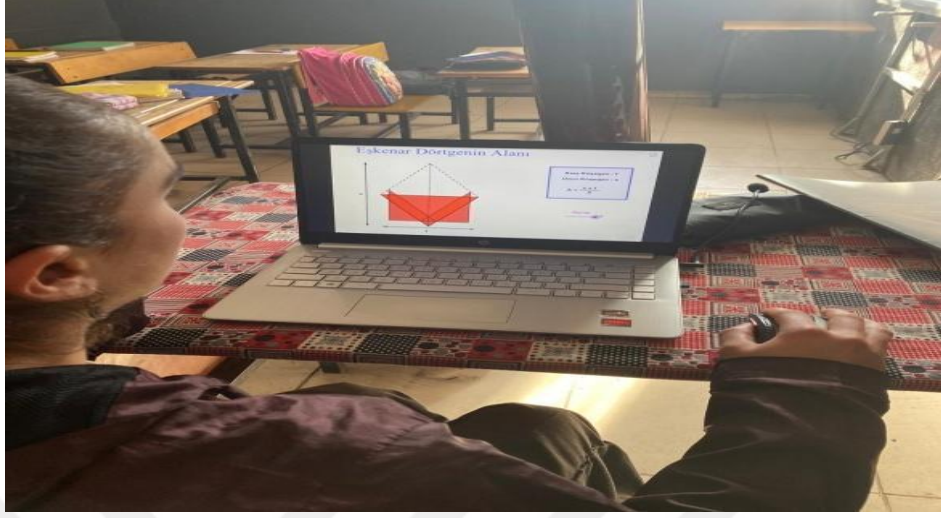
Öğrenci etkinlik süresince 625, 627 ve 634. satırlardaki yorumlarında etkinlikteki araçları kullanmış ve teoriye göre görüntü oluşturma katmanında yer almıştır. 631 ve 636.satırlardaki ifadelerinde ise zihninde oluşturduğu görsel şemalar ile cevaplar vermiş ve görüntüye sahip olma katmanında yer almıştır.



Şekil 74. Elif'in dörtgenlerde alan kavramının geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Akademik başarı düzeyi düşük öğrencilerden Elif, bir önceki öğrenci Doruk gibi bu etkinlikte en fazla görüntüye sahip olma katmanına ulaşabilmiştir. Etkinliğin devamında Fatma adlı öğrenci ile çalışılmıştır.

#### 4.2.3.3. Fatma'nın Dörtgenlerde Alan Kavramını Yapılandırma Sürecine İlişkin Bulgular



Şekil 75. Geogebra alan etkinliği uygulaması

**637.Ö:** Gördüğün gibi eşkenar dörtgenin alanını köşegenler çarpımının yarısı olarak belirtmiş. Sürgüyü kullanarak bu formülün nereden geldiğini inceleyelim.

**638.F:** (sürgüyü kullanır ve parçaları alttaki parçaların yanına getirir) Kare ya da dikdörtgen oluştu hocam. **(GOK)** (Fatma sürgüyü kullanarak üst parçaları alttakilerin yanına getiriyor ve oluşan şekli kare veya dikdörtgen olarak belirtiyor.)

**639.F:** O zaman  $e/2$  ı ı ı ı  $e/2$  çarpı  $f$  hocam.

**640.Ö:** Evet Fatma bu da neyin alanını veriyormuş zaten?

**641.F:** Eşkenar dörtgenin alanını hocam. **(GOK)** (Alanın formülünü  $e/2 \times f$  olarak ifade ediyor ve bunun eşkenar dörtgenin alanını verdiğini söylüyor.)

**642.Ö:** Yani eşkenar dörtgenin alanı hangi dörtgenden geliyormuş Fatma?

**643.F:** Dikdörtgenin alanından hocam. **(GSOK)** (Alanın hangi dörtgenden geldiğini sorulduğunda, doğru şekilde dikdörtgenin alanından geldiğini belirtiyor.)

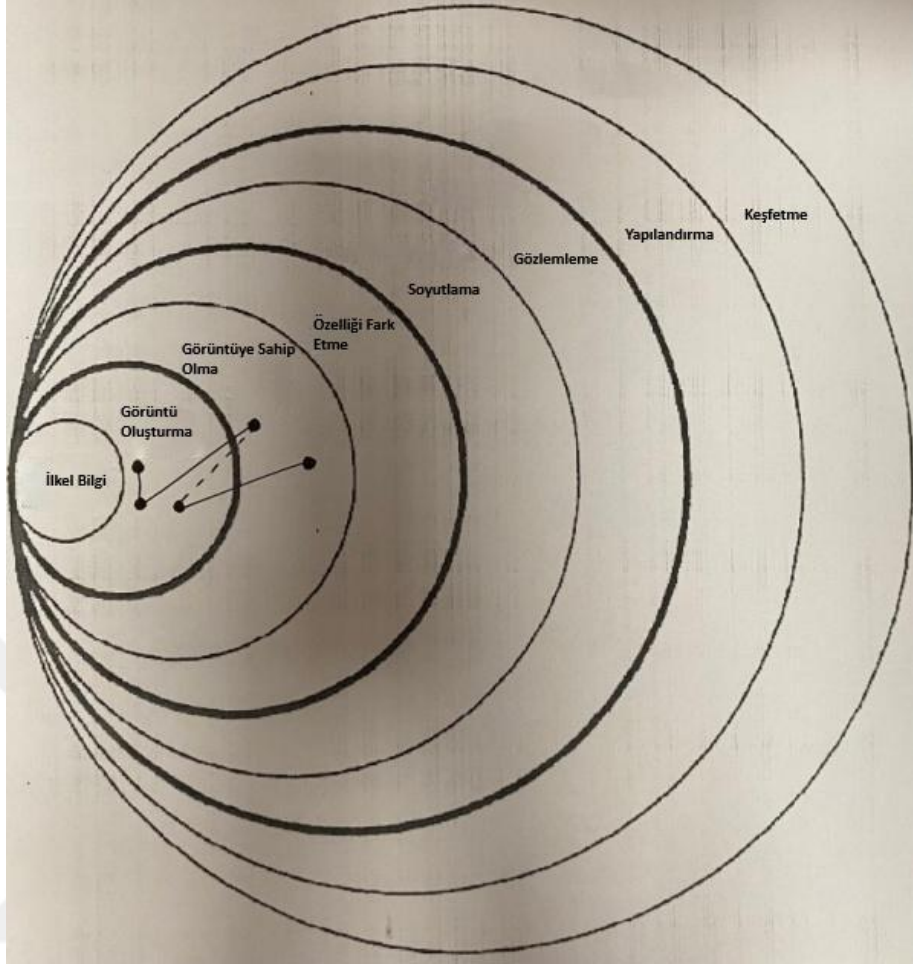
**644.Ö:** Evet Fatma burada da bir yamuk var. Yamuğun alanı formül olarak alt taban ile üst tabanın toplamı çarpı yükseklik bölü iki olarak verilmiş. Fakat biz alanın nereden geldiğini bilmiyoruz. Sürgü yardımıyla alanının nereden geldiğini inceleyelim.

**645.F:** (sürgüyü kullanır) yamuğun aynısı yanına eklendi ve paralelkenar oluştu hocam. **(GOK)** (Yamuğun alanını incelemek için sürgüyü kullanıyor ve yanına eklediğinde paralelkenar oluştuğunu söylüyor.)

**646.Ö:** Fatma burada eşkenar dörtgen yer alıyor mu?

**647.F:** Hayır hocam yamuğun alanını paralelkenarın alanından buluyormuşuz hocam. **(GSOK)** (Yamuğun alanı eşkenar dörtgenden değil, paralelkenarın alanından geldiğini fark ediyor.)

Fatma adlı öğrenci ile yapılan bu etkinlikte 638, 641 ve 645.satırlarda geçen konuşmalarda öğrencinin dinamik geometri yazılımı ile meşgul olduğu ve sorularda sorulan kavramlar hakkında fikir edinebilmek için etkinlikle meşgul olduğu görülmektedir. Bu durumda öğrencinin görüntü oluşturma katmanında yer aldığını söyleyebilmekteyiz. Etkinliğin devamında öğrenci 643 ve 647.satırlarda geçen konuşmalarda yeni bir etkinliğe ihtiyaç duymadan zihninde oluşturduğu resimler ile cevaplar vermiştir. Öğrencinin bu cevaplarında görüntüye sahip olma katmanında yer aldığını söyleyebilmekteyiz.



Şekil 76. Fatma'nın dörtgenlerde alan kavramını geogebra üzerinde yapılandırma sürecindeki gelişimi

Akademik başarı düzeyi düşük olan diğer iki öğrenciyle yapılan etkinlik gibi Fatma ile yapılan etkinlikte de öğrenci en fazla görüntüye sahip olma katmanına kadar ulaşabilmiştir.

#### 4.3. Yüksek ve Düşük Akademik Başarı Gösteren Öğrencilerin Pirie-Kieren Modeline Göre Bulundukları Katmanlara İlişkin Bulgular

Bu bölümde etkinlikler sonucunda akademik başarı düzeyi düşük ve yüksek olan öğrencilerin etkinliklere göre en çok hangi katmanda yer aldıkları etkinliklerin uygulama sürelerine ilişkin bilgiler de Tablo 10'da sunulmaktadır.

Tablo 10. Öğrencilerin en çok yer aldığı katmanlar

| <b>Katmanlar</b><br><b>Etkinlikler</b> | <b>Görüntü</b><br><b>Oluşturma</b>      | <b>Görüntüye Sahip</b><br><b>Olma</b> | <b>Özelliği Fark</b><br><b>Etme</b> |
|----------------------------------------|-----------------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------|
| <b>Dörtgenlerde Açı</b>                | Cansu, Doruk, Elif, Fatma               | Ahmet, Büşra                          |                                     |
| <b>Geometri Tahtası</b>                | Ahmet, Büşra, Doruk, Elif, Fatma        | Cansu                                 |                                     |
| <b>Geogebra’da Açı</b>                 | Ahmet, Cansu, Doruk, Elif, Fatma        | Ahmet, Cansu                          | Büşra                               |
| <b>Dörtgenlerde Kenar</b>              | Ahmet, Büşra, Cansu, Doruk, Elif, Fatma |                                       |                                     |
| <b>Geogebra’da Kenar</b>               | Ahmet, Büşra, Cansu, Doruk, Elif, Fatma | Ahmet, Büşra, Cansu                   |                                     |
| <b>Geogebra’da Alan</b>                | Ahmet, Doruk                            | Büşra, Cansu, Elif, Fatma             |                                     |

Tablo 10’da yer alan verilerde öğrencilerin her bir etkinlikte en çok hangi katmanda yer aldıkları verilmiştir. Tabloya göre akademik başarı düzeyi yüksek öğrencilerden Ahmet ‘Dörtgenlerde Açı’ etkinliğinde görüntüye sahip olma katmanında, ‘Geometri Tahtası’ etkinliğinde görüntü oluşturma katmanında, ‘Geogebra’da Açı’ etkinliğinde görüntü oluşturma ve görüntüye sahip olma katmanında, ‘Dörtgenlerde Kenar’ etkinliğinde görüntü oluşturma katmanında, ‘Geogebra’da Kenar’ etkinliğinde görüntü oluşturma ve görüntüye sahip olma katmanında ve son olarak ‘Geogebra’da Alan’ etkinliğinde görüntüye sahip olma katmanında en fazla bulunmuştur. Büşra ise ‘Dörtgenlerde Açı’ etkinliğinde görüntüye sahip olma katmanında, ‘Geometri Tahtası’ etkinliğinde görüntü oluşturma katmanında, ‘Geogebra’da Açı’ etkinliğinde özelliği fark etme katmanında, ‘Dörtgenlerde Kenar’ etkinliğinde görüntü oluşturma katmanında, ‘Geogebra’da

Kenar’ etkinliğinde görüntü oluşturma ve görüntüye sahip olma katmanında ve ‘Geogebra Alan’ etkinliğinde görüntü oluşturma katmanında en fazla bulunmuştur. Cansu adlı öğrenci ise, ‘Dörtgenlerde Aç’ etkinliğinde görüntü oluşturma katmanında, ‘Geometri Tahtası’ etkinliğinde görüntüye sahip olma katmanında, ‘Geogebra Aç’ etkinliğinde görüntü oluşturma ve görüntüye sahip olma katmanında, ‘Dörtgenlerde Kenar’ etkinliğinde görüntü oluşturma katmanında, ‘Geogebra Kenar’ etkinliğinde görüntü oluşturma ve görüntüye sahip olma katmanında, ‘Geogebra Alan’ etkinliğinde görüntü oluşturma katmanında en fazla bulunmuştur.

Akademik başarı düzeyi düşük olan öğrencilerden Doruk, ‘Dörtgenlerde Aç’ etkinliğinde görüntü oluşturma katmanında, ‘Geometri Tahtası’ etkinliğinde görüntü oluşturma katmanında, ‘Geogebra Aç’ etkinliğinde görüntü oluşturma katmanında, ‘Dörtgenlerde Kenar’ etkinliğinde görüntü oluşturma katmanında, ‘Geogebra Kenar’ etkinliğinde görüntü oluşturma katmanında ve son olarak ‘Geogebra Alan’ etkinliğinde görüntüye sahip olma katmanında en fazla bulunmuştur. Elif ise ‘Dörtgenlerde Aç’ etkinliğinde görüntü oluşturma katmanında, ‘Geometri Tahtası’ etkinliğinde görüntü oluşturma katmanında, ‘Geogebra Aç’ etkinliğinde görüntü oluşturma katmanında, ‘Dörtgenlerde Kenar’ etkinliğinde görüntü oluşturma katmanında, ‘Geogebra Kenar’ etkinliğinde görüntü oluşturma katmanında ve ‘Geogebra Alan’ etkinliğinde görüntü oluşturma katmanında en fazla bulunmuştur. Fatma adlı öğrenci ise, ‘Dörtgenlerde Aç’ etkinliğinde görüntü oluşturma katmanında, ‘Geometri Tahtası’ etkinliğinde görüntü oluşturma katmanında, ‘Geogebra Aç’ etkinliğinde görüntü oluşturma katmanında, ‘Dörtgenlerde Kenar’ etkinliğinde görüntü oluşturma katmanında, ‘Geogebra Kenar’ etkinliğinde görüntü oluşturma katmanında ve ‘Geogebra Alan’ etkinliğinde görüntü oluşturma katmanında en fazla bulunmuştur.

## 5.SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER

### 5.1.Sonuçlar ve Tartışma

Bu araştırma, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin çokgenler alt öğrenme alanında yer alan dörtgenlerde açı, kenar ve alan kavramlarını yapılandırma süreçlerini ve bu kavramlar arasındaki hiyerarşik yapıyı belirleme dinamiklerini Pirie-Kieren dinamik modeli ışığında incelemiştir. Temel amaç, akademik başarı düzeyleri farklı (düşük ve yüksek) olan öğrencilerin kavramsal gelişim süreçlerini karşılaştırmak ve öğrenmeyi hangi anlama katmanlarında gerçekleştirdiklerini ortaya koymaktır. Pirie ve Kieren (1994), matematiksel öğrenme ve anlamının, bilgilerin pasifçe ezberlenmesi yerine, önceki bilişsel yapıların üzerine dinamik ve sarmal bir biçimde inşa edilerek gelişen bir süreç olduğunu öne sürmüştür. Bu dinamik model (Gülkılık vd. 2015), öğrencilerin anlama düzeylerini ayrıntılı olarak gözlemleme ve analiz etme fırsatı sunarak, yapılandırmacı öğrenme felsefesini desteklemektedir. Bu kapsamda, öğrencilere özel olarak tasarlanmış etkinlikler sırasında elde edilen öğrenci cevapları, çalışma kağıtları ve video kayıtları, modelin öngördüğü katmanlar arası geçişler dikkate alınarak titizlikle incelenmiş ve yorumlanmıştır.

Pirie–Kieren dinamik modeline göre dörtgenlere ilişkin kavram öğrenme ve anlama süreçlerinde akademik başarısı düşük ve yüksek öğrencilerin ulaştıkları katmanlar arasında önemli farklılıklar tespit edilmiştir. Öğrencilerin geometri öğretiminde ön bilgileri ile yeni öğrenimleri etkili bir şekilde bütünleştirmekte zorlanmaları, kavramsal gelişimlerinin akademik düzeylerine bağlı olarak belirli bir seviyede sınırlı kalmasına neden olmuştur. Akademik başarı düzeyi yüksek öğrenciler (Ahmet, Büşra ve Cansu), dörtgenlerde açı, kenar ve alan kavramlarını en üst düzeyde soyutlama katmanına ulaşarak yapılandırmışlardır. Bu bulgu, öğrenmenin kümülatif ve dinamik doğasını destekleyen literatürle uyumludur. Yüksek başarılı öğrencilerin Soyutlama katmanına birden fazla kez ulaşabilmesi ve önceki katmanlardan kolaylıkla faydalanabilmesi, Tzur ve Simon'ın (2004) öğrenenlerin önceki bilgi yapılarından faydalanarak geçiş sürecini kolaylaştırdığı yönündeki tespitiyle örtüşmektedir. Bu öğrenciler, kavramsal temelleri güçlü olduğu için, Pirie ve Kieren'in (1994) vurguladığı gibi, bir katmandan diğerine geçerken önceki düşünme biçimlerini yeniden yapılandırma becerisini etkin biçimde

kullanmışlardır. Ancak, Martin (2008) ve Çelik & Yetkin-Özdemir (2021) gibi bazı çalışmalarda kavramsal temellerin yeterince güçlü olmadığı durumlarda katmanlar arası geçişte zorluk yaşandığı belirtilmiştir. Bu, yüksek başarılı öğrencilerin güçlü ön bilgi yapılarının, bahsedilen bilişsel zorlukları aşmalarını sağladığını düşündürmektedir. Bu durum, öğrencilerin sadece kavramların özelliklerini bilmekle kalmayıp, bu özellikleri genelleme yeteneğine sahip olduklarını, yani dörtgen kavramlarını daha geniş matematiksel tanımlar ve hiyerarşik ilişkiler içerisinde formel olarak konumlandırabildiklerini göstermektedir.

Buna karşın, akademik başarı düzeyi düşük öğrencilerin (Doruk, Elif ve Fatma) ise genellikle özelliği fark etme katmanına ulaşabildikleri görülmüştür. Bu bulgu, geometrideki bilişsel eşiklerle ilgili literatürü desteklemektedir. Tall (2008), görsel/sezgisel düzeyden soyut ve biçimsel düşünme düzeyine geçişin birçok öğrenci için bilişsel açıdan en zor eşiği oluşturduğunu ifade etmiştir; bu öğrenciler de bu eşikte zorlanmıştır. Düşük başarı düzeyine sahip öğrencilerin soyutlamaya geçişi başaramaması, Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus'un (2001) bağlantı kuramayan öğrencilerin özelliği fark etme katmanında takılı kalabileceği yönündeki tespitiyle uyumludur. Martin, Towers ve Pirie'nin (2006) öğrenmenin sabit basamaklı bir ilerleme olmadığını, sürekli geri dönerek bilginin güçlendirilmesi gerektiğini vurgulaması bağlamında, bu öğrencilerin geri katlama süreçlerini yeterince etkin yürütemediği düşünülmektedir. Bu öğrenciler, dörtgenlerin somut görünümlerine bağlı kalarak, temel geometrik özellikleri (örneğin, kenar sayıları veya dik açılar) ayırt edebilmekte, ancak bu özellikleri kullanarak genelleme yapma ve daha soyut matematiksel prensiplere geçiş yapma becerisinde yetersiz kalmışlardır. Bu bulgu, öğrencilerin bilişsel seviyeleri, ön bilgi düzeyleri ve kavramın soyutluk derecesinin kavramsal gelişimdeki son katmanı belirlemede kritik bir rol oynadığını göstermektedir.

Akademik başarı düzeyi yüksek öğrencilerin (Ahmet 3, Büşra 1, Cansu 3 etkinlikte) Pirie–Kieren dinamik modelindeki katmanlara göre dörtgenlerde açı, kenar ve alan kavramlarını Soyutlama katmanına ulaşarak yapılandırmaları, bu öğrencilerin bilişsel olarak esnek bir yapıya sahip olduklarını kanıtlamaktadır. Bu öğrenciler, yapılan detaylı incelemelerde Soyutlama katmanına birden fazla kez ulaşabilmişlerdir. Katmanlar arası geçişlerde zorlanmadıkları ve bir önceki

katmanlardaki bilgi, görüntü ve kavramsal yapıları yeni öğrenmelere temel oluşturacak şekilde aktif biçimde kullanabildikleri gözlemlenmiştir. Bu durum, öğrenenlerin kavramsal gelişim süreçlerinin süreklilik ve bütünlük içinde gerçekleştiğini, yani yeni bir katmanda işlem yaparken ön bilgileri etkin bir biçimde transfer edebildiklerini göstermektedir. Pirie ve Kieren (1994) ile Tzur ve Simon (2004) tarafından vurgulandığı gibi, önceki bilgi yapılarından faydalanmak, kavramsal geçiş sürecini kolaylaştırmaktadır. Öğrenme düzeylerinin birbirinden kopuk değil, her katmanın bir sonrakine dayanak oluşturacak şekilde birikimli ve dinamik ilerlemesi, öğrencilerin sağlam kavramsal temellere sahip olduğunu ve bu yapının bilişsel seviyeler, öğretim yaklaşımları ve kavramın soyutluk düzeyi gibi bağlamsal faktörlere bağlı olarak değişebileceğini ortaya koymaktadır.

Akademik başarı düzeyi düşük öğrencilerin Pirie–Kieren teorisine göre genellikle Özelliği Fark Etme katmanına kadar ulaşabildikleri, Soyutlama katmanına ise geçemedikleri gözlemlenmiştir. Bu durum, literatürde belirtilen çeşitli bilişsel ve pedagojik nedenlerle ilişkilidir. Pirie ve Kieren (1994), soyutlama düzeyine ulaşmak için önceki bilgilerin sürekli geri katlama (fold back) yoluyla yeniden yapılandırılmasını şart koşarken, düşük başarı düzeyine sahip öğrenciler bu süreci yeterince etkin yürütememişler ve bilgileri ilişkilendirerek yeniden yapılandıramamışlardır. Tall (2008), görsel ve sezgisel düzeyden soyut ve biçimsel düşünme düzeyine geçişin birçok öğrenci için bilişsel açıdan en zor eşiği oluşturduğunu belirtir; bu da düşük başarılı öğrencilerin genelleme yapma ve matematiksel dili kullanma becerilerinde zorlanmalarına yol açmaktadır. Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) ise, kavramsal yapılandırmanın ancak öğrencinin fark ettiği özellikleri birbirine bağlayabilmesiyle mümkün olduğunu, bağlantı kuramayan öğrencilerin Özelliği Fark Etme katmanında takılı kalacağını vurgulamaktadır. Bu bulgular ışığında, düşük akademik başarı düzeyindeki öğrencilerin soyutlama katmanına ulaşamamalarının temel nedenleri; ön bilgi eksiklikleri, matematiksel dili kullanmadaki güçlükler, kavramlar arası ilişki kuramama ve artan bilişsel yük olarak sıralanabilir. Literatür, bu öğrenciler için geri katlama fırsatlarının artırılması, yönlendirilmiş keşif ortamlarının sağlanması ve temsil çeşitliliği sunulmasının soyutlama düzeyine geçişi kolaylaştırabileceğini önermektedir (Tall, 2008; Martin vd., 2006).

Araştırma bulguları, tüm öğrencilerin “Görüntü Oluşturma” katmanında yoğun bir biçimde yer aldığını göstermiştir. Bu durum, öğrencilerin etkinlikler sırasında aktif rol alarak, bireysel düşünme ve problem çözme süreçlerine aktif katıldıklarını kanıtlamaktadır (Pirie & Kieren, 1992). Görüntü oluşturma katmanında uzun süre meşgul olmak, öğrenme sürecinde bilgiyi yapılandırma ve kavramlar arasındaki bağlantıları kurma fırsatını artırmıştır. Görüntü oluşturma katmanında yoğun zaman geçiren öğrenciler, öğrenme süreçlerinin yalnızca doğrusal olmadığını, aksine bilgi oluşturma süreçlerinde önceki katmanlara dönerek (geri katlama) anlamlarını yeniden yapılandırdıklarını göstermektedir (Pirie ve Kieren, 1994). Yüksek ve düşük başarılı öğrencilerde geri katlamanın en fazla bu katmana gerçekleştirilmesi, öğrencilerin kavram ile ilgili fikir edinme sürecinde etkinliklerle derinlemesine meşguliyetlerini gösterir. Ancak, geri katlama dinamiğinin niteliği iki grup arasında farklılık göstermiştir:

**Yüksek Başarılı Öğrenciler:** Geri katlamayı, metabilşsel farkındalıkla desteklemişler; "neden" ve "niçin" gibi sorgulayıcı sorularla kendi düşünme süreçlerini yönlendirmişler ve önceki temsilleri etkin biçimde yeniden yapılandırarak yeni kavramlara ulaşmışlardır (Tzur & Simon 2004; Thom & Pirie 2002). Ayrıca, öğretmen müdahalesinin olmadığı noktalarda dahi etkinlikleri kendi becerileriyle tamamlayabilmeleri, onların öz-yönetimli ve bağımsız problem çözme becerilerinin geliştiğini göstermektedir. Yüksek başarılı öğrencilerin öğretmen müdahalesi olmadan etkinlikleri kendi becerileriyle tamamlayabilmeleri, Tzur ve Simon'ın (2004) kendi düşünme stratejilerinin etkili olduğu yönündeki bulgusu ve Thom ve Pirie'nin (2002) bilişsel farkındalığın gelişimine dair tespitleriyle örtüşmektedir. Bu sonuç, öğrenmenin yalnızca öğretmen yönlendirmesiyle değil, öğrencinin kendi zihinsel yapılandırmalarıyla da ilerleyebileceğini desteklemektedir. Ancak bu bulgu, İncikabı ve Kaplan (2019) gibi bazı araştırmaların, öğrencilerin kavramın soyutluk düzeyinden dolayı bağımsız öğrenme süreçlerinde güçlük yaşadıklarını ifade eden bulgularıyla kısmi bir tezat oluşturmaktadır. Bu tezat, öğrencilerin bireysel özellikleri, ön bilgi düzeyleri ve etkinliklerin açık uçluluk derecesi gibi faktörlerin öğrenme dinamikleri üzerindeki etkisini açıkça göstermektedir.

**Düşük Başarılı Öğrenciler:** Geri katlamaya rağmen, çalışma kağıtlarında "neden" sorusunu yorumlamakta zorlanmışlar ve katmanlar arası geçişlerde uzun

sürekli tıkanmalar gözlenmiştir. Bu durum, geri katlama süreçlerini soyutlama için gerekli olan yeniden yapılandırma düzeyinde gerçekleştiremediklerini gösterir (Hershkowitz vd., 2001). Bu öğrencilerin katmanlar arası geçişlerde uzun süreli tıkanmalar yaşamaları, Pirie ve Kieren'in (1994) geri katlama dinamiğiyle uyumludur; zira soyutlama, önceki temsillerin yeterli düzeyde yeniden yapılandırılmasını gerektirir. Bu bağlamda, Vygotsky temelli ZPD (Yakınsal Gelişim Alanı) (Wood vd., 1976), öğretmen müdahalesinin (hedefli ipuçları, epistemik sorular) öğrencinin potansiyel gelişimini destekleyebileceğini göstermektedir. Bu nedenle, düşük başarı düzeyindeki öğrenciler için yapılandırılmış ve giderek azaltılan öğretmen desteği, soyutlama düzeyine geçişi kolaylaştırıcı bir pedagojik strateji olarak öne çıkmaktadır.

Sonuç olarak, öğrencilerin görüntü oluşturma katmanına geri katlama yapmaları ve aktif sorgulama davranışları, öğrenme sürecinin dinamik, etkileşimli ve sürekli yeniden yapılanan bir yapı sergilediğini doğrulamaktadır. Pirie-Kieren dinamik modelinin yapılandırmacı temelleri, öğrenmenin sabit basamaklar yerine esnek, geri dönülebilir ve bireye özgü bir süreç olduğunu göstermektedir (Pirie & Kieren, 1999; Towers & Martin, 2006). Akademik başarı düzeyleri farklı olan öğrencilerin bulguları incelendiğinde, her öğrencinin aynı katmana ulaşsa bile farklı bilişsel yollarla eriştiği görülmüştür. Bu durum, Martin (2008)'in öğrencilerin aynı kavramı anlamlandırma süreçlerinde farklı stratejiler kullandığı yönündeki bulgusunu ve Thom ve Pirie'nin (2002) anlamının doğasının kişiden kişiye değiştiği yönündeki argümanını desteklemektedir. Kuzle ve Biehler (2020)'nin güncel çalışması da, geometrik kavramları anlama süreçlerinde ön bilgi, strateji seçimi ve görselleştirme biçimlerindeki farklılıkların aynı sonuca giden yolları çeşitlendirdiğini göstermiştir. Bu bulgular, öğrenme sürecinin döngüsel ve yeniden yapılandırılabilir doğasını, aynı zamanda bireysel ve bağlamsal etmenlerin kavramsal gelişim üzerindeki belirleyici rolünü ortaya koymaktadır.

## 5.2.Öneriler

Araştırmada altı öğrenci ile geometri alanındaki kavramlar üzerinde durulmuştur. Elde edilen bulgularda genelleme yapmak yeterli görünmese de daha geniş bir katılımcı grubu ile uygulanabilirliği ve genellenebilirliği artacaktır.

Pirie-Kieren teorisi, öğrencilerin kavramları anlamlandırma sürecinin katmanlı ve dinamik bir yapı gösterdiğini ileri sürer. Her öğrenci, bir kavramı anlamaya çalışırken farklı düzeylerde temsil, düşünme ve ilişkilendirme yolları kullanır. Öğretmenler, kavram öğretimine yönelik hazırladıkları etkinliklerle bu süreci görünür hâle getirebilirler. Bu bağlamda haritalandırma, öğretmenlerin öğrencilerin hangi anlama katmanında bulunduğunu, hangi kavramsal ilişkileri kurabildiğini veya nerelerde zorlandığını belirlemelerine yardımcı olur. Öğrencilerin düşünme süreçlerini bu şekilde gözlemleyen öğretmenler, hem kavram öğretiminin etkililiğini değerlendirebilir hem de öğrencilerin anlam oluşturma sürecini destekleyecek yeni öğretim müdahaleleri planlayabilir. Böylece öğretim süreci, öğrencinin bireysel anlam yapısına uygun biçimde ilerler.

Öğrencilerin kavramları kalıcı ve anlamlı biçimde öğrenebilmeleri için yalnızca bilgiyi almakla kalmayıp, onu aktif biçimde sorgulamaları, nedenlerini araştırmaları ve kendi keşifleriyle yapılandırmaları gerekir. Çünkü anlamlı öğrenme, öğrencinin pasif biçimde dinlemesinden değil, öğrenme sürecine aktif katılımından doğar. Bu bağlamda öğretmenler, öğrencilerin düşünme süreçlerini harekete geçiren, onları soru sormaya, tahmin yürütmeye, açıklama yapmaya ve gerekçelendirmeye yönlendiren etkinlikler tasarlamalıdır. Böyle etkinlikler öğrencilerin kavramlar arasındaki ilişkileri fark etmelerini, kendi bilişsel modellerini inşa etmelerini ve böylece derinlemesine kavramsal anlayış geliştirmelerini sağlar. Sonuç olarak, aktif katılım ve sorgulama temelli öğrenme ortamları, öğrencilerin yalnızca ne öğrendiklerini değil, nasıl öğrendiklerini fark etmelerine olanak tanır, bu da Pirie-Kieren teorisinin vurguladığı anlam oluşturma sürecinin özüdür.

Öğrencilerin önceki öğrenmelerinde yaşadıkları eksiklikler ve kavramsal çelişkiler, yeni bilgilerin anlamlandırılmasını zorlaştırır. Çünkü öğrenme süreci, ön bilgilerle yeni bilgilerin etkileşimi sonucu gerçekleşir. Eğer öğrencinin ön bilgisi eksik ya da hatalıysa, yeni bilgiyle kuracağı bağlantı da yüzeysel veya yanlış olur. Bu nedenle öğretmenlerin öğrencilerin düşünme biçimlerini anlaması, kavramsal yanlış anlamaları tespit etmesi ve bunları giderecek şekilde hedefe uygun etkinlikler tasarlaması gerekir. Böylece öğrenciler, mevcut bilişsel yapılarını gözden geçirip daha sağlam bir kavramsal temele ulaşabilirler.

Geleneksel eğitim ortamlarında öğrenme süreci genellikle öğretmen merkezli ve ezberci bir yaklaşımla yürütülmektedir; bilgi, öğrenciye hazır ve doğrudan sunulmakta, öğrencinin kendi bilişsel süreçleri ve anlam oluşturma kapasitesi yeterince dikkate alınmamaktadır (Bruner 1960; Vygotsky 1978). Bu yaklaşım, öğrencilerin aktif olarak bilgi yapılandırmasını, kavramsal bağlantılar kurmasını ve önceki bilgilerini yeni öğrenmelerle bütünleştirmesini sınırlamaktadır. Oysa Pirie-Kieren (1994, 1999) teorisi, öğrenmenin öğrencinin bilişsel gelişimi, ön bilgileri ve anlama düzeyine bağlı olarak dinamik bir süreç olduğunu vurgular; bu bağlamda teori, öğrenmenin öğrenciye görecelik ilkesine dayandığını öne sürer. Model, öğrencilerin hangi anlama katmanında yer aldıklarını tanımlama, bilgi oluşturma süreçlerini gözlemlene ve buna uygun öğretim stratejilerini esnek biçimde düzenleme olanağı sunmaktadır.

Bu çerçevede, Pirie-Kieren teorisi öğretmenlere, öğrencilerin öğrenme sürecindeki bireysel farklılıklarını dikkate alarak öğretimi yapılandırma imkânı vermektedir. Öğretmenler, öğrencinin bulunduğu katmanı ve önceki bilgi yapısını göz önünde bulundurarak etkinlikleri ve rehberliği uygun şekilde tasarlayabilir; böylece öğrencinin kendi zihinsel yapılarını aktif biçimde kullanması ve anlamlı öğrenme gerçekleşmesi desteklenebilir (Tzur & Simon 2004; Thom & Pirie 2002). Model, öğretimin yalnızca içerik aktarımıyla sınırlı kalmayıp, öğrencilerin sorgulayıcı, araştırmacı ve problem çözmeye yönelik yaklaşımlarını geliştirmesini sağlayan bir pedagojik çerçeve sunar.

Dolayısıyla, geleneksel anlayışın ötesine geçmeyi hedefleyen öğretmenler açısından Pirie-Kieren teorisi, öğretimi daha öğrenci merkezli, dinamik ve anlam temelli hâle getiren güçlü bir yapı sunmaktadır. Bu yaklaşım, öğrencilerin kavramsal gelişimlerini desteklerken, öğrenmenin doğrusal olmayan, geri dönüşlerle ve katmanlar arası etkileşimle ilerleyen dinamik doğasını da göz önünde bulundurulur. Öğretmenler, bu modeli benimseyerek, etkinliklerin biçimini, öğrencinin katılımını ve öğretim stratejilerini öğrencilerin bilişsel seviyelerine uygun şekilde düzenleyebilir; böylece öğrencilerin öğrenme sürecinde aktif rol almaları, öz-düzenleme becerilerini geliştirmeleri ve bilgilerini yapılandırmaları teşvik edilebilir (Wood vd., 1976; Wood, 1998; Hmelo-Silver vd., 2010; Fildişi & Yıldız, 2025).

Sonuç olarak, Pirie-Kieren teorisi öğretmenlere, öğrencinin bilişsel kapasitesine dayalı esnek öğretim stratejileri geliştirme imkânı tanıyan ve öğrenmeyi anlam temelli, bireysel farklılıklara duyarlı bir süreç hâline dönüştüren akademik bir çerçeve sunmaktadır. Bu model, öğrenmenin yalnızca bilgi aktarımı ile sınırlı olmadığını, öğrencilerin aktif katılımı ve bireysel anlamlandırmalarıyla şekillendiğini ortaya koymakta ve geleneksel öğretim yaklaşımlarına alternatif bir pedagojik yol haritası sunmaktadır. Pirie-Kieren teorisi, öğrencilerin matematiksel anlamlarını katmanlar hâlinde, dinamik bir biçimde geliştirdiğini savunur. Bu teori, öğretmenlerin öğrencilerin ne düşündüğünü değil, nasıl düşündüğünü anlamasına yardımcı olur. Dolayısıyla öğretmen adaylarının bu modeli öğrenmesi, gelecekte sınıf ortamında öğrencilerin anlam oluşturma süreçlerini tanımlayabilmelerini ve uygun öğretim stratejileri geliştirmelerini sağlar. Üniversitelerde öğretmen eğitim programlarında Pirie-Kieren modelinin aktif biçimde yer alması, öğretmen adaylarının öğrenme sürecini yalnızca ürün üzerinden değil, süreç üzerinden değerlendirme becerisi kazanmalarına olanak tanır. Bu da sınıf içinde daha etkili rehberlik, katmanlara uygun etkinlik tasarımı ve bireysel farklılıkların farkında olma gibi uygulamaları geliştirir. Sonuç olarak, bu model öğretmenlerin öğrencilerin düşünme süreçlerini anlamasına, öğretim ortamlarını daha bilinçli biçimde düzenlemesine ve anlam temelli bir matematik öğretimi gerçekleştirmesine katkı sağlar.

Araştırmada ve sonuçlarında Pirie-Kieren teorisi ile matematiksel anlamayı açıklamaya çalışılmış ve daha açık ortaya koyulmuştur. Bu doğrultuda elde edilen sonuçlara yönelik önerilerde bulunulmuştur. Çalışmada elde edilen durumlar ışığında araştırmanın akademik verilere, literatüre ve eğitim alanına katkı sağlaması ile Pirie-Kieren teorisinin tanıtılması ve müfredata yansıtılarak uygulanması üzerine araç olması beklenmektedir.

## KAYNAKÇA

- Abdioğlu, K. & Güveli, E. (2022). Investigation of teaching the subject of quadrilaterals with a dialogical approach. *International Journal of Eurasian Education and Culture*, 7(19), 2250-2295. <https://doi.org/10.35826/ijoecc.637>
- Akın, S., & Sezgin, F. (2022). The Van Hiele geometric thinking levels and learning styles of undergraduate students. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology (IJEMST)*, 10(1), 15–31.
- Akkaş, E. N., & Türnüklü, E. (2014). Middle school mathematics teachers' pedagogical content knowledge regarding teaching strategies on quadrilaterals. *Educational Research and Reviews*, 9(7), 183-191. <https://doi.org/10.5897/ERR2014.1779>
- Aktaş, B., & Demir, S. (2022). Effects of constructivist classroom practices on students' problem-solving and conceptual learning. *Journal of Educational Research and Practice*, 12(3), 145–160.
- Alacası, C. (2013). Ortaöğretim matematik eğitiminde matematiksel modelleme. *Ortaöğretim Matematik Eğitimi Dergisi*, 1(1), 1–15.
- Altıkardeş, M. F., & Koyunkaya, M. (2025). Matematik öğretmen adaylarının alan konusundaki zihinsel yapılarını APOS teorisi çerçevesinde incelemesi. *Eğitimde Kuram ve Uygulama Araştırmaları Dergisi*, 15(1), 45–60.
- Altınok, E., Akdemir, A. Ö., & Işık, O. (2023). Matematik Öğretmen Adaylarının Limit Kavramına Dair Matematiksel Anlamalarının Pirie–Kieren Modeli Bağlamında İncelenmesi. *Trakya Eğitim Dergisi*, 13(2), 652-678.
- Altıntaş, E., İlgün, Ş., & Angay, M. (2022). İlköğretim matematik öğretmenlerinin geometri dersinin işlenişi ile ilgili görüşleri. *Artvin Çoruh Üniversitesi Uluslararası Sosyal Bilimler Dergisi*, 8(1), 87–106. <https://doi.org/10.22466/acusbd.1101910>
- Altun, M. (2020). Matematik öğretimi: Eğitim fakülteleri ve ilköğretim öğretmenleri için. *Alfa Yayınları*.
- Argat, A. (2012). Pirie-Kieren dinamik modeli ile öğrencilerde matematiksel anlamının gelişiminin incelenmesi (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). *Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul*.
- Argat, T. (2012). Mathematical concept development: An analysis through the Pirie-Kieren model. [Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi]. *Ankara Üniversitesi Açık Erişim*. <https://acikbilim.yok.gov.tr/handle/20.500.12812/475629>

- Argün, Z., & Dede, Y. (2004). Starting point of mathematical thinking: The role of mathematical concepts. *Eğitim Yönetimi*, 39, 338–355.
- Arı, K., Çavuş, H., & Sağlık, N. (2010). İlköğretim 6. sınıflarda geometrik kavramların öğretiminde etkinlik temelli öğrenimin öğrenci başarısına etkisi. *Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27, 99–112.
- Arı, Ş., Ozbay, M., & Günay, G. (2017). Item analysis of university wide multiple choice objective examinations. *Eurasian Journal of Educational Research*, 17(69), 1–18.
- Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Roa Fuentes, S., Trigueros, M., & Weller, K. (2014). APOS Theory: A framework for research and curriculum development in mathematics education. *Springer*. <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-7966-6>
- Asiala, M., Brown, A., DeVries, D., Dubinsky, E., Mathews, D., & Thomas, K. (1996). A framework for research and curriculum development in undergraduate mathematics education. In J. Kaput, A. Schoenfeld, & E. Dubinsky (Eds.), *Research in collegiate mathematics education II, CBMS issues in mathematics education* (Vol. 2, pp. 1–32). *American Mathematical Society*. <https://doi.org/10.1090/cbmeth/006/01>
- Aydoğan, C., & Yılmaz, A. (2023). Lise Öğrencilerinin Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerinin İncelenmesi. *Hasan Ali Yücel Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(2), 241-260.
- Ayu, N., Kurniati, Y., Fauziah, A., & Kurnia, R. A. (2021). Analisis kemampuan komunikasi matematis siswa sekolah dasar dalam menyelesaikan soal cerita menerapkan teori Pirie–Kieren. *Indonesian Journal of Science Education*, 2(3), 45–57. <https://doi.org>
- Badat, T., Usgu, G., Dinler, E., Bayramlar, K., & Yakut, Y. (2020). Çoktan seçmeli sınavlarda kullanılan ölçme ve değerlendirme sisteminin uygulanması: Madde analiz örneği. *Hacettepe Üniversitesi Sağlık Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 7(3), 285-295.
- Baki, A. (2018). Matematiği öğrenme ve öğretme. *Pegem Akademi*. <https://doi.org/10.14527/9786052410318>
- Balgalmış, E., & Işık Ceyhan, E. (2019). Dörtgenlerin ilişkilendirme becerisinin gelişimine yönelik öğretiminin 7. sınıf öğrencilerinin erişim düzeylerine etkisi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 10(1), 130–156. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.393116>
- Ball, D. L., Hill, H. C., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 29(3), 14–46.

- Baltacı, A. (2017). Nitel veri analizinde Miles-Huberman modeli. *Ahi Evran Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 3(1), 1–15.
- Baltacı, A. (2018). Nitel araştırmalarda örnekleme yöntemleri ve örnek hacmi sorunsalı üzerine kavramsal bir inceleme. *Bitlis Eren Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 7(1), 231–274.
- Baltacı, Ö. (2019). Nitel araştırmalarda veri analiz süreçleri: Betimsel ve içerik analizi uygulamaları. *Eğitim Bilimleri ve Araştırma Dergisi*, 9(3), 200–215.
- Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843–908). Information Age Publishing.
- Baykul, Y. (2019). İlköğretimde matematik öğretimi (6–8. sınıflar). *Pegem Akademi*. <https://doi.org/10.14527/9786053643425>
- Berger, R. (2015). Now I see it, now I don't: Researcher's position and reflexivity in qualitative research. *Qualitative Research*, 15(2), 219–234. <https://doi.org/10.1177/1468794112468475>
- Bingölbali, E., & Coşkun, M. (2016). İlişkilendirme becerisinin matematik öğretiminde kullanımının geliştirilmesi için kavramsal çerçeve önerisi. *Eğitim ve Bilim*, 41(183), 233–249. <https://doi.org/10.15390/EB.2016.4764>
- Bingölbali, E., & Özmantar, M. F. (2015). İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri (5. baskı). *Pegem Akademi Yayıncılık*.
- Boaler, J. (2016). Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages and innovative teaching. Jossey-Bass.
- Borgen, J. (2006). Examining students' mathematical understanding of geometric transformations using the Pirie–Kieren model. *Educational Studies in Mathematics*, 61(2), 235–252.
- Bozkurt, A. (2012). İlköğretim öğrencilerinin dörtgenler konusundaki kavram yanlışları. *Eğitim ve Bilim*, 37(166), 113–125.
- Bozkurt, A., & Koç, Y. (2012). Bilgisayar destekli geometri öğretiminin öğrencilerin başarılarına ve tutumlarına etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31(1), 45–58.
- Bruner, J. S. (1960). *The process of education*. Harvard University Press.
- Buyruk Akıl, E. (2020). Öğrenme süreçlerinde rehberlik rolü: Kalıcı öğrenmenin desteklenmesi. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 12(4), 110-125.
- Büyüköztürk, Ş. (2010). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı: İstatistik, araştırma deseni, SPSS uygulamaları ve yorum*. Pegem Akademi Yayıncılık.

- Cantürk Günhan B., Altaylar B., Dinçer Aksoy, B & Özdişçi S. (2022). Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile başarı ve tutum arasındaki ilişki: bir meta-analiz çalışması. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(33), 274–293.
- Chia, V., & Huang, X. (2020). Exploring differences in primary students' geometry learning outcomes in two technology-enhanced environments: dynamic geometry vs. 3D printing. *International Journal of STEM Education*, 7(50), 1–15. <https://doi.org/10.1186/s40594-020-00244-1>
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 420–464). Macmillan.
- Cohen, L., & Manion, L. (1994). *Research methods in education* (4th ed.). Routledge.
- Creswell, J. W. (2002). *Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative research*. Prentice Hall.
- Creswell, J. W. (2009). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (3rd ed.). SAGE Publications.
- Creswell, J. W. (2013). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. SAGE Publications.
- Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2018). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (5th ed.). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2018). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (4. Baskı). Sage Publications.
- Crocker, L., & Algina, J. (1986). *Introduction to classical and modern test theory*. Holt, Rinehart and Winston.
- Cybulski, L., Oliveira, M. C., & Cyrino, M. C. C. T. (2024). Quadrilaterals hierarchical classification and properties of the diagonals: A study with pre-service mathematics teachers. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(1), em2295. <https://doi.org/10.29333/ejmste/14916>
- Çakıcı, D. (2004). Anlamli öğrenmenin öğretimde uygulanması. *Eğitim ve Bilim*, 29(134), 1–9.
- Çakmak, D. (2014). İlköğretim matematik öğretmenleri adaylarının geometrik düşünme düzeylerinin incelenmesi. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 12(1), 1–16.
- Çavdar, D., & Şahan, H. H. (2019). Matematik dersinde akademik başarı, öz yeterlik ve matematik dersine yönelik tutum arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 13(2), 994–1008.

- Çelik, A. H. (2007). *İlköğretim I. Kademe Öğretmenlerinin Fen ve Teknoloji Dersinde Materyal Kullanımına İlişkin Görüşleri* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Çelik, A. Ö., & Güzel, E. B. (2020). Farklı akademik başarıya sahip matematik öğretmeni adaylarının gerçekleştirdikleri klinik mülakatların karşılaştırılması. *YYÜ Eğitim Fakültesi Dergisi (YYU Journal of Education Faculty)*, 17(1), 1–29. <https://doi.org/10.33711/yyuefd.671175>
- Çelik, H. S., & Yılmaz, G. K. (2022). Analysis of Van Hiele Geometric Thinking Levels Studies in Turkey: A Meta-Synthesis Study. *International Journal of Curriculum and Instruction*, 14(1), 473–501.
- Çelik, M. & Yetkin-Özdemir, E. (2021). Öğrencilerin matematiksel anlama süreçlerinin Pirie-Kieren modeli bağlamında incelenmesi. *Eğitim ve Bilim*, 46(207), 1-25. [https://doi.org/10.15366/eb.46.207.001\\$](https://doi.org/10.15366/eb.46.207.001$)
- Çepni, S. (2007). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (Genişletilmiş 3. baskı). Trabzon.
- Çepni, S. (2012). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (3. Baskı). Trabzon: Celepler Yayıncılık.
- Çetin, İ., & Dubinsky, E. (2017). Reflective abstraction in computational thinking. *Journal of Mathematical Behavior*, 47(1), 70–80.
- Çetin, M. (2021). The impact of constructivist-based mathematics activities on students' academic achievement: An experimental study. *International Journal of Contemporary Educational Studies*, 7(2), 98–112.
- Çetinkaya, E., Sezgin, İ., Gür, H., & Yılmaz, H. (2023). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının Van Hiele geometri düşünce düzeylerinin incelenmesi. *Eğitimde Kuram ve Uygulama Araştırmaları Dergisi*, 18(3), 250–265.
- Çıbukçu, B. (2025). Yapılandırmacı yaklaşım ve öğretim teknikleri. *Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 15(2), 45–60.
- Çoban, Ö., & Yiğit Koyunkaya, M. (2022). Özel dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisinin kurulması sürecinde sorgulamanın rolü. *Trakya Eğitim Dergisi*, 12(2), 1006–1035. <https://doi.org/10.24315/tred.950449>
- Darwis, R. H., Alimuddin, & Patimbangi, A. (2024). *Higher order thinking and critical thinking skills in problem-based learning environments: A systematic review*. *Journal of Learning and Development Studies*, 4(2), 21–33. <https://doi.org/10.32996/jlds.2024.2.2.3>
- De Villiers, M. (1994). The role and function of proof in mathematics. *Pythagoras*, 33(1), 17–24.

- Demir, Ö. (2019). Geometrik cisimlerin öğretiminde somut materyal kullanımının öğrencilerin başarısına, tutumuna ve öz-yeterliliğine etkisi. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(2), 1735–1762.
- Demir, Ö., & Gün, Ö. (2023). Geometrik cisimlerin öğretiminde somut materyal kullanımının öğrencilerin başarısına, tutumuna ve öz-yeterliliğine etkisi. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(2), 1735–1762.
- Demirkan, Ö., & Saraçoğlu, G. (2016). Anadolu lisesi öğretmenlerinin derslerde kullandıkları öğretim yöntem ve tekniklerine ilişkin görüşleri. *The Journal of International Lingual, Social and Educational Sciences*, 2(1), 1–15.
- Deniz, Ö. (2014). 8. sınıf öğrencilerinin gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımı altında eğitim kavramını oluşturma süreçlerinin APOS teorik çerçevesinde incelenmesi [Yüksek lisans tezi, Anadolu Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Tez Merkezi.
- Deringöl, Y. (2020). Dördüncü sınıf öğrencilerinin geometri konularına bakışları. *Anadolu Journal of Educational Sciences International*, 10(2), 856–870. <https://doi.org/10.18039/ajesi.741891>
- Duatepe-Paksu, A. (2016). Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri. In E. Bingölbali, S. Arslan, & İ. Ö. Zembat (Eds.), *Matematik eğitiminde teoriler* (ss. 265–275). Pegem Akademi Yayıncılık.
- Duatepe Paksu, A., & Akkuş Çıkla, O. (2015). Ortaokul öğrencilerinin geometriye ilişkin kavramsal anlamaları ve temsilleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(3), 57–72.
- Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 95–126). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. [https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1\\_7](https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_7)
- Dubinsky, E., & McDonald, M. A. (2001). APOS: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research. In D. Holton (Ed.), *The teaching and learning of mathematics at university level* (pp. 275–282). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. [https://doi.org/10.1007/0-306-47231-7\\_25](https://doi.org/10.1007/0-306-47231-7_25)
- Duval, R. (1999). Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. *Basic Issues for Learning Research in Mathematics*, 26(2), 311–335.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 103–131.
- Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-56910-9>

- Eli, J. A. (2009). *An exploratory mixed methods study of prospective middle grades teachers' mathematical connections while completing investigative tasks in geometry*. Retrieved January 5, 2018.
- Erdoğan, Y., & Sağan, B. (2002). Oluşturmacılık Yaklaşımının Kare, Dikdörtgen ve Üçgen Çevrelerinin Hesaplanmasında Kullanılması. V. *Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*'nde sunulmuş bildiri, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Fildişi, A., & Yıldız, E. (2025). Yapı iskelesi (scaffolding) yönteminin matematik öğretimindeki rolü üzerine bir meta-analiz çalışması. *Yaşadıkça Eğitim*, 39(3), 593–612. <https://doi.org/10.33308/26674874.2025393920>
- Fischbein, E. (1993). *The theory of figural concepts*. *Educational Studies in Mathematics*, 24(2), 139–162. <https://doi.org/10.1007/BF01273689>
- Fischbein, E., & Nachlieli, T. (1998). The evolution of the concept of a mathematical definition in high school students. *Educational Studies in Mathematics*, 37(1), 1–29.
- Flick, U. (2018). *An introduction to qualitative research* (6th ed.). London: Sage Publications.
- Fosnot, C. T., & Perry, R. S. (2005). Constructivism: A psychological theory of learning. In C. T. Fosnot (Ed.), *Constructivism: Theory, perspectives, and practice* (pp. 8–38). Teachers College Press.
- Genç, G., & Öksüz, C. (2016). Dinamik matematik yazılımı ile 5. sınıf çokgenler ve dörtgenler konularının öğretilmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 24(3), 1551–1566.
- George, L. (2025). Elaborating the “Don't Need Boundaries” element of the Pirie–Kieren model. *Research in Mathematics Education*.
- George, L., & Voutsina, C. (2024). Children engaging with partitive quotient tasks: elucidating qualitative heterogeneity within the Image Having layer of the Pirie–Kieren model. *Mathematics Education Research Journal*, 36, 577–607. <https://doi.org/10.1007/s13394-023-00461-1>
- Ginsburg, H. P. (1997). *Entering the child's mind: The clinical interview in psychological research and practice*. Cambridge University Press.
- Gonzales, G. (2022). *Mapping pupil's learning progression using hand manipulatives and touch screen applications: Implications to post-COVID-19 new normal*. *Education Research International*, 2022, Article ID 9976083. <https://doi.org/10.1155/2022/9976083>
- González, G., & Tall, D. (2001). The long-term cognitive development of students learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 45(1-3), 55–87.

- Guba, E. G., & Lincoln, Y. S. (1994). Competing paradigms in qualitative research. *Handbook of Qualitative Research*, 2(105), 163–194.
- Güleş, H., & Yıldız, H. (2021). Dörtgenler arası hiyerarşik ilişkilerin GeoGebra yazılımı ile öğrenilmesinin erişim düzeyine etkisi. *Eğitimde Kuram ve Uygulama Dergisi*, 17(3), 727–742.
- Gülkılık, H., Uğurlu, H. H., & Yürük, N. (2015). Examining students' mathematical understanding of geometric transformations using the Pirie–Kieren model. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 15(6), 1531–1548. <https://doi.org/10.12738/estp.2015.6.0056>
- Gülsoy, F., & Çekmez, E. (2022). Ortaokul öğrencilerinin geometrik kavramları yapılandırma süreçlerinin incelenmesi: Pirie-Kieren yaklaşımı. *Journal of Mathematics Education Research*, 14(2), 145–162. <https://doi.org/10.31234/oteb.2022.95421>
- Gün, Ö. (2023). Öğretmen adaylarının somut materyal kullanımına ilişkin görüşleri. *OPUS Uluslararası Toplum Araştırmaları Dergisi*, 13(24), 123–145.
- Güner, P., & Uygun, T. (2020). Examining students' mathematical understanding of patterns by Pirie-Kieren model. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35(3), 644–661. <https://doi.org/10.16986/huje.2019056035>
- Güven, B. (2020). Matematik öğretmen adaylarının öğretim programı değişikliklerine uyum süreçleri ve öğrenci profiline göre yöntem seçimi. *Eğitim ve Bilim Dergisi*, 45(202), 123–142.
- Güven, B., & Karataş, İ. (2004). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının sınıf ortamı tasarımları. *İlköğretim Online*, 3(1), 25–34.
- Güven, B., Karataş, İ., Güven, B. M., & Aktaş, S. (2014). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının limit kavramına ait kavram imgeleri. *Eğitim ve Bilim*, 39(172), 26–38.
- Hasançebi, B., Terzi, Y., & Küçük, Z. (2020). Madde güçlük indeksi ve madde ayırt edicilik indeksine dayalı çeldirici analizi. *Gümüşhane Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 10(1), 224–240. <https://doi.org/10.17714/gumusfenbil.615465>
- Hatch, J. A. (2002). *Doing qualitative research in education settings*. State University of New York Press.
- Heath, T. L. (1956). *The thirteen books of Euclid's elements*. Dover Publications.
- Hershkowitz, R., Schwarz, B. B., & Dreyfus, T. (2001). *Abstraction in Context: Epistemic Actions*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 195–222. <https://doi.org/10.2307/749673>

- Hızarcı, S., Ada, Ş., & Elmas, S. (2006). Geometrideki temel kavramların öğretilmesi ve öğrenilmesindeki hatalar. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13, 337–342.
- Hiebert, J., & Carpenter, T. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65–97). Macmillan.
- Hilf, N. (2021). Use of the theory of Fischbein and the theory of Shulman for mathematics teaching practices. *Journal for the Mathematics Education and Teaching Practices*, 2(2), 71–80.
- Hmelo-Silver, C. E., Duncan, R. G., & Chinn, C. A. (2010). Scaffolding and achievement in problem-based learning: A review of the literature. *Educational Psychology Review*, 22(1), 50–70.
- Hoffer, A. (1981). Geometry is more than proof. *Mathematics Teacher*, 74, 11–18.
- Hollebrands, K. F. (2020). Technology in geometry education. In D. A. Stylianou, E. J. Knuth, & N. Presmeg (Eds.), *Advances in mathematics education* (pp. 115–134). Springer.
- Horzum, T. (2018). Matematik öğretmeni adaylarının dörtgenler hakkındaki anlamalarının kavram haritası aracılığıyla incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 9(1), 1–30. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.333678>
- Irvine, J. (2023). The Pirie–Kieren model of the growth of mathematical understanding: The critical concept of folding back. *Journal of Instructional Pedagogies*, 29.
- İbili, E. (2013). *Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Teknoloji Entegrasyonuna Yönelik İnançlarının ve Öz-Yeterlik Algılarının İncelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- İkiz, E., & Gelbal, S. (2024). Bilişsel tanı testinde çeldiricilerden yararlanma durumunun öğrenme eksikliklerinin belirlenmesi açısından incelenmesi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 71, 252–274. <https://doi.org/10.21764/maeuefd.1401817>
- İmamoğlu, Y., Özcan, Z. Ç., Pesen, M., & Erkin, E. (2023). Bir geometri öğretimi dersinin geometrik çalışma düzlemleri modeline göre incelenmesi. *Boğaziçi University Journal of Education*, 40(2), 101–118. <https://doi.org/10.52597/buje.1128602>
- İncikabı, L., & Kaplan, A. (2019). Matematik öğretmen adaylarının anlam oluşturma süreçlerinin Pirie–Kieren modeli çerçevesinde incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 34(3), 678–693.

- Jiang, K., & Li, Q. (2020). On Piaget's epistemological methodology and its contemporary significance. *Acta Psychologica Sinica*, 52(8), 1017–1030. <https://doi.org/10.3724/SP.J.1041.2020.01017>
- Jones, K. (1998). Deductive reasoning and the learning of proof. *International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Proof*, January-February, 2–6.
- Jones, K. (2002). Issues in the teaching and learning of geometry. In L. Haggarty (Ed.), *Aspects of teaching secondary mathematics* (pp. 121–139). RoutledgeFalmer.
- Kahraman, Y. (2002). Eğitimde toplam kalite yönetimi ve Azerbaycan'da uygulanabilirliği. *Journal of Qafqaz University*, 10, 149–158.
- Kalender, Ş. N. (2023). İşbirlikli öğrenme yaklaşımının akademik başarıya etkisi. *Akademik Tarih ve Düşünce Dergisi*, 10(5), 1400–1413.
- Karataş, İ., & Güven, B. (2003). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: Klinik mülakatın potansiyeli. *İlköğretim Online*, 2(2), 2–9.
- Karataş, Z. (2015). Nitel araştırmalarda veri analizi sürecinin önemi: Betimsel analiz ve içerik analizine genel bakış. *Eğitimde Kuram ve Uygulama Araştırmaları Dergisi*, 45(2), 330–345.
- Karimah, Setiyani, Ferdianto, Sumarwati, & Heryanti. (2024). Layers of student understanding based on Pirie–Kieren's theory in solving story problems in terms of cognitive style. *Indonesian Journal of Educational Research*, 5(2), 45–60.
- Kavak, N., & Köseoğlu, F. (2007). Yapılandırıcı öğrenme yaklaşımına dayalı rol oynama öğretim yönteminin avantaj ve dezavantajları. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27(2), 309–325.
- Kaya, H. İ. (2023). Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının öğrencilerin akademik başarı ve motivasyonlarına etkisi. *Eğitim ve Bilim*, 40(179), 1–16.
- Kesici, Ş., Kırbaş, S., Akın, A. ve Işık, M. (2011). Öğretmenlerin sınıf yönetimi yeterliklerine ilişkin görüşlerinin incelenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi*, 17(2), 271–294.
- Khatin-Zadeh, O., Eskandari, Z., & Farsani, D. (2023). The role of mathematical metaphors and gestures in the understanding of abstract mathematical concepts. Norwegian University of Science and Technology.
- Kökcü, A. (2019). *Bir zamanlar geometri: Geometri tarihi ve felsefesi üzerine monografik bir çalışma*. Nobel Yayın.

- Kurt, H., & Doğan Temur, Ö. (2017). Ortaokul öğrencilerinin Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin incelenmesi. *Kuramsal Eğitimbilim Dergisi*, 10(4), 643–662. <https://doi.org/10.30824/jts.310183>
- Kvale, S., & Brinkmann, S. (2009). *Interviews: Learning the craft of qualitative research interviewing* (2. Baskı). Sage Publications.
- Leung, A. (2021). Designing dynamic geometry learning environments: Theoretical foundations and practical implications. *ZDM–Mathematics Education*, 53(2), 269–282. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01185-3>
- Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. Beverly Hills, CA: Sage Publications.
- Mannella, F., & Wörgötter, F. (2022). Kick-starting concept formation with intrinsically motivated learning: The grounding-by-competence-acquisition hypothesis. *Frontiers in Psychology*, 13, 979148. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2022.979148>
- Martin, L. (2013). The dynamic growth of mathematical understanding: The role of constructing and folding back. *Journal of Mathematical Behavior*, 32(4), 464–478. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.06.002>
- Martin, L. C. (2008). Folding back and the dynamical growth of mathematical understanding: Elaborating the Pirie–Kieren theory. *The Journal of Mathematical Behavior*, 27(1), 64–85. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2008.03.001>
- Martin, L. C., Towers, J., & Pirie, S. E. B. (2006). Collective mathematical understanding as improvisation. *Mathematical Thinking and Learning*, 8(2), 149–183. [https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0802\\_2](https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0802_2)
- Martin, T., & Towers, J. (2016). Folding back and growing mathematical understanding: A longitudinal study of learning. *Journal of Mathematical Behavior*, 44, 1–12. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2016.07.001>
- Martin, W., & Pirie, S. (2003). The role of images in the development of mathematical understanding. In *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 125–132).
- Meagher, M. (2005). The role of images in the development of mathematical understanding. In *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 125–132).
- Meel, D. E. (2003). *A comparative study of the use of different representational systems in the teaching of undergraduate mathematics* [Yayınlanmamış doktora tezi]. The University of KwaZulu-Natal, Pietermaritzburg, South Africa.

- Merriam, S. B., & Grenier, R. S. (2019). *Qualitative research in practice: Examples for discussion and analysis*. Jossey-Bass Publishers.
- Merriam, S. B., & Tisdell, E. J. (2016). *Qualitative research: A guide to design and implementation* (4th ed.). San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı*. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)*. Ankara: Yazar.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2021). 4. Tema: Nesnelerin geometrisi.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2024). *Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli: Genel bilgi ve amaçlar*. Ankara: Millî Eğitim Bakanlığı.
- Mumcu, H. Y. (2018). Matematiksel ilişkilendirme becerisinin kuramsal boyutta incelenmesi: Türev kavramı örneği. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9(2), 211–248. <https://doi.org/10.16949/turcomat.385731>
- Mustakim, S., Sulaiman, T., & Lei, X. (2024). Promoting high-order thinking skills through problem-based learning: Design and implementation. *International Journal of Academic Research in Progressive Education and Development*, 13(3), 125–138. <https://doi.org/10.60096/ijarped.v13i3.2291>
- Mut, A. İ., & Lezgi, M. (2025). Türkiye’de geometri öğrenme alanındaki kavram yanılgıları üzerine yapılmış bilimsel çalışmaların betimsel analizi. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 16(1), 1537–1561. <https://doi.org/10.60012/baebd.1561582>
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. NCTM.
- Negara, R. K. H., Turmudi, T., & Wahyudin, W. (2024). Mathematics learning assessment based on Pirie–Kieren’s theoretical framework in elementary school. *KnE Social Sciences*, 9(13), 241–252. <https://doi.org/10.18502/kss.v9i13.15858>
- Odukoya, J. A., Odukoya, O., & Adewale, T. (2017). Item analysis of university wide multiple choice objective test items. *PLoS ONE*, 12(3), e0173900. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0173900>

- Okazaki, M., & Fujita, T. (2007). Prototypical shapes as a basic component of definition construction activity. *Educational Studies in Mathematics*, 65(3), 259–282. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-9057-0>
- Okuyucu, M. (2019). Geometrik cisimlerin öğretiminde somut materyal kullanımının öğrencilerin başarısına, tutumuna ve öz-yeterliliğine etkisi. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(2), 1735–1762. <https://doi.org/10.14686/buefad.523321>
- Olkun, S., & Toluk, Z. (2003). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Anı Yayıncılık.
- Önal, İ. (2017). Öğretmen yetiştirme programlarında eleştirel düşünme becerilerinin kazandırılması. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, 5(2), 1–15. <https://doi.org/10.14689/issn.2148-2624.5c.2s.0m>
- Önal, N., & Göloğlu-Demir, C. (2012). Yedinci sınıflarda bilgisayar destekli geometri öğretiminin öğrenci başarısına etkisi. *Turkish Journal of Education*, 2(1). <https://doi.org/10.19128/turjed.44853>
- Özçakır, B., & Çakıroğlu, E. (2017). Ortaokul 7. sınıfta dörtgenlerin alan bağıntılarını oluşturma sürecinde dinamik geometri yazılımlarının kullanılması. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(1), 231–248. <https://doi.org/10.29215/kefad.290533>
- Özdemir, A., Alaybeyoğlu, A., & Balbal, K. F. (2017). Dörtgenler konusunun zihin haritalama tekniği ile öğretimi. *Bilim, Eğitim, Sanat ve Teknoloji Dergisi (BEST Dergi)*, 1(2), 45–51. <https://doi.org/10.22232/bestdergi.346890>
- Özdemir, E., & Deringöl, Y. (2019). Somut materyal kullanımının geometrik düşünmeye etkisi. *Trakya Eğitim Dergisi*, 9(2), 377–393. <https://doi.org/10.24315/trkegitim.502875>
- Özgen, K., & Alkan, H. (2014). Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı kapsamında, öğrencilerin öğrenme stillerine uygun öğrenme etkinliklerinin akademik başarı ve tutuma etkileri: Fonksiyon ve türev kavramı örneklemesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 5(1), 1–38. <https://doi.org/10.16949/turcomat.35515>
- Öztürk, T., & Demirel, D. (2023). Öğretmen adaylarının alan bilgisinin öğrenci hataları bağlamında değerlendirilmesi: Geometri ve ölçme. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 12(2), 462–476. <https://doi.org/10.30703/cije.1215286>
- Pirie, S. E. B. & Kieren, T. (1992). Beyond metaphors: Proposing a post-constructivist view of mathematical understanding. *Educational Studies in Mathematics*, 23(3), 273–290. <https://doi.org/10.1007/BF00302319>

- Pirie, S., & Kieren, T. (1994). Growth in mathematical understanding: How can we characterise it and how can we represent it? *Educational Studies in Mathematics*, 26(2–3), 165–190. <https://doi.org/10.1007/BF01273662>
- Pirie, S. E. B., & Kieren, T. E. (1999). The growth of mathematical understanding: A longitudinal study. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(3), 195–229. [https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0103\\_2](https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0103_2)
- Presmeg, N. C. (2013). Generalization using imagery in mathematics. In L. English (Ed.), *Mathematical reasoning* (pp. 299–312). Routledge.
- Ramdjid, N. R., Sukestiyarno, S., Rochmad, R., & Mulyono, M. (2022). Students' difficulties in solving geometry problems. *Cypriot Journal of Educational Sciences*, 17(12), 4628–4640. <https://doi.org/10.18844/cjes.v17i12.7836>
- Rodriguez, M. C. (2005). Research: Three options are optimal for multiple-choice items – A meta-analysis of 80 years of research. *Tips for Teachers*.
- Rodriguez-Nieto, C. A., Alsina, Á., & Alonso, Á. (2023). Exploring mathematical connections in the context of proof and mathematical argumentation: A new theoretical-networking model. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 19(7), em2318. <https://doi.org/10.29333/ejmste/13303>
- Rohendi, D., Ramadhan, M. O., Abdul Rahim, S. S., & Zulnaidi, H. (2025). Enhancing students' interactivity and responses in learning geometry by using augmented reality. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 21(1), 1–14. <https://doi.org/10.29333/ejmste/15321>
- Saraçoğlu, M., & Aşlıoğlu, B. (2022). Türkiye’de geometrik düşünme üzerine yapılan araştırmalara ilişkin bir meta-sentez. *Journal of Nuclear Sciences*, 21(81), 91–116. <https://doi.org/10.15672/nsd.857648>
- Seale, C. (1999). Quality in qualitative research. *Qualitative Inquiry*, 5(4), 465–478. <https://doi.org/10.1177/107780049900500405>
- Schmucker, R., & Moore, S. (2025). The impact of item-writing flaws on difficulty and discrimination in item response theory. [Çevrimiçi makale]. <https://arxiv.org/abs/2503.10533>
- Shanna, S. (2019). Use of theories and models in geometry education research: A critical review. *Waikato Journal of Education*, 24(2), 1–16. <https://doi.org/10.15663/wje.v24i2.695>
- Sharma, S. (2019). Use of theories and models in geometry education research: A critical review. *Waikato Journal of Education*, 24(1), 43–54. <https://doi.org/10.15663/wje.v24i1.695>
- Shenton, A. K. (2004). Strategies for ensuring trustworthiness in qualitative research projects. *Education for Information*, 22(2), 63–75. <https://doi.org/10.3233/EFI-2004-22201>

- Sinclair, N., & Pimm, D. (2015). Mathematics and the aesthetic: New approaches to an ancient affinity. *The Mathematics Enthusiast*, 12(1-3), 111-126. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1311>
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26. <https://doi.org/10.1111/j.1469-8080.2006.00163.x>
- Soylu, Y., & Aydın, S. (2006). Matematik derslerinde kavramsal ve işlemsel öğrenmenin dengelenmesinin önemi üzerine bir çalışma. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(2), 83-92. <https://doi.org/10.17556/erziefd.93922>
- Soylu, Y., & Soylu, C. (2019). Öğrencilerin geometri öğreniminde yaşadıkları güçlüklerin incelenmesi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(2), 432-450. <https://doi.org/10.17240/aibuefd.2019.19.2-570566>
- Suhadi, S., Nurwahyu, P. E., & Sari, N. D. (2022). Analysis of Student Understanding of Circumference and Area of a Circle Based on Pirie-Kieren Theory. *International Journal of Elementary Education*, 6(2), 291-300.
- Şengül, Ö., & Kırıl Demir, S. (2024). Öğretmen adaylarının rasyonel sayılara ilişkin zihin haritaları: Pirie-Kieren teorisi perspektifi. *Millî Eğitim Dergisi*, 53(240), 75-94. <https://doi.org/10.37667/milliegitim.1350171>
- Şengül, S. (2016). Çok değişkenli fonksiyonların tanım kümesinin Pirie-Kieren modeli ile incelenmesi. *Universal Journal of Educational Research*, 4(7), 1533-1544. <https://doi.org/10.13189/ujer.2016.040713>
- Şengül, S. (2024). Öğretmen adaylarının rasyonel sayılara ilişkin zihin haritaları: Pirie-Kieren teorisi. *Millî Eğitim*, 53(241), 133-164. <https://doi.org/10.37667/milliegitim.1423403>
- Şengül, S., & Argat, A. (2015). Öğretmen adaylarının rasyonel sayılara ilişkin zihin haritaları: Pirie-Kieren teorisi. *Matematik Eğitimi Dergisi*, 3(2), 1-16. <https://doi.org/10.14686/matder.2015.3>
- Tall, D. (2008). The transition to formal thinking in mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, 20(2), 5-24. <https://doi.org/10.1007/BF03217478>
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169. <https://doi.org/10.1007/BF00305889>
- Tan, Ş. (2004). Çoktan seçmeli testlerde şans başarısını gidermede ölçmenin standart hatasının kullanımı. *Celal Bayar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 2(2), 123-131. <https://doi.org/10.34069/cbusbed.71350>
- Tekin, H. (1996). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme*. Yargı Yayınları.

- Thom, J. S., & Pirie, S. E. B. (2002). A distinction between the coordinating powers of images and written symbols in mathematical understanding. *For the Learning of Mathematics*, 22(3), 44–51. <https://doi.org/10.33682/w571-04e7>
- Tıgılı, E. (2005). *İlköğretimde aktif öğrenme modeli ile geometri öğretiminin geometrik düşünme düzeylerine etkisi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Balıkesir Üniversitesi. [https://doi.org/10.1501/Hacettepe\\_Derg\\_2004\\_27473](https://doi.org/10.1501/Hacettepe_Derg_2004_27473)
- Torregrosa, G., & Quesada, A. (2008). Geometrical problem solving and the use of proofs in the Spanish BUP-COU (16–18) educational stage. *ZDM Mathematics Education*, 40(3), 435–449.
- Toptaş, V. (2008). Geometri öğretiminde sınıfta yapılan etkinlikler ile öğretme öğrenme sürecinin incelenmesi. *İlköğretim Online*, 7(1), 91–110. <https://doi.org/10.17051/ilkonline.2008.10659>
- Turgut, M. F., & Baykul, Y. (2010). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme*. Pegem Akademi.
- Tursiani, T., Nurkholida, A., Farida, F., & Novita, N. (2022). Analyzing students' mathematical understanding in solving systems of linear equations in two variables based on Pirie-Kieren's theory. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 11(2), 275-288.
- Tzur, R., & Simon, M. A. (2004). Distinguishing two stages of mathematics conceptual learning. *Review of Educational Research*, 74(4), 461–496. <https://doi.org/10.3102/00346543074004461>
- Ubuz, B. (2017). Dörtgenler arasındaki ilişkiler: 7. sınıf öğrencilerinin kavram imajları. *Yaşadıkça Eğitim*, 31(1), 55–68. <https://doi.org/10.33308/uefd.343542>
- Umay, A., Akkuş, O., & Paksu, A. D. (2006). Matematik dersi 1-5. sınıf öğretim programının NCTM prensip ve standartlarına göre incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 198–211. [https://doi.org/10.1501/Hacettepe\\_Derg\\_2004\\_27473](https://doi.org/10.1501/Hacettepe_Derg_2004_27473)
- Utomo, D. P. (2020). The pattern of a relational understanding of fifth-grade students on integer operations. *Journal of Research and Advances in Mathematics Education*, 5(2), 119–129. <https://doi.org/10.23917/jramathedu.v5i2.11585>
- Uysal, E., & Yenilmez, K. (2020). Ortaokul öğrencilerinin dörtgenlerle ilgili kavram yanlışlarının incelenmesi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(1), 202–225. <https://doi.org/10.21666/eoufad.739726>
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2019). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. Pearson Education.
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*. Academic Press.

- Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(3), 293–305. <https://doi.org/10.1080/0020739830140306>
- Voskoglou, M. (2019). A Markov chain model for the APOS/ACE instructional treatment of mathematics. *International Journal of Education and Learning Systems*, 4, 1–6. <https://doi.org/10.36012/ijels.v4i0.477>
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.
- Walker, S. E. (2003). Active learning strategies to promote critical thinking. *Journal of Athletic Training*, 38(3), 263–267.
- Walter, P., & Gibbons, S. (2010). Using the Pirie-Kieren model to investigate student understanding of linear algebra concepts. *Journal of Mathematical Behavior*, 29(1), 25–38.
- Weigand, H. G. (2025). Geometry education at secondary level – a systematic review. *ZDM Mathematics Education*, 57(2), 317–331. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01648-9>
- Wood, D. (1998). *How children think and learn* (2nd ed.). Blackwell Publishers.
- Wood, D., Bruner, J. S., & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry, and Allied Disciplines*, 17(1), 89–100. <https://doi.org/10.1111/j.1469-7610.1976.tb00381.x>
- Yao, X., & Manouchehri, A. (2020). Teacher interventions for advancing students' mathematical understanding. *Education Sciences*, 10(6), Article 164. <https://doi.org/10.3390/educsci10060164>
- Yazıcı, N. (2019). Temel geometri kavramlarına ilişkin matematik öğretmen adaylarının genel alan bilgisi. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(1), 135–155. <https://doi.org/10.17556/erziefd.422209>
- Yazlık, D. Ö. (2018). Öğretmenlerin matematik öğretiminde somut öğretim materyali kullanımına yönelik görüşleri. *OPUS – Uluslararası Toplum Araştırmaları Dergisi*, 8(15), 773–805. <https://doi.org/10.26466/opus.349942>
- Yenilmez, K., & Demirhan, H. (2013). Altıncı sınıf öğrencilerinin bazı temel matematik kavramlarını anlama düzeyleri. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20, 275–292. <https://doi.org/10.14686/buefad.2013201469>
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık.

- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2021). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2022). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, A., & Türnüklü, E. (2018). Ortaöğretim öğrencilerinin geometri başarılarını etkileyen faktörlerin incelenmesi. *Eğitim ve Bilim*, 43(195), 233–250. <https://doi.org/10.15345/EurasianJEducRes.2018.75.820A>
- Yıldırım Barut, S., & Delal Akın Barut, T. (2024). Çoklu değişkenlerin görselleştirmesine yönelik öğretmen adaylarının bilgi yeterlilikleri. *Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 11(1), 16–35. <https://doi.org/10.51900/aebd.1362678>
- Yıldırım, H., & Arslan, M. (2020). Constructivist learning environments and their effects on students' critical thinking and academic achievement. *Educational Perspectives*, 54(1), 33–48. <https://doi.org/10.1353/ped.2020.0003>
- Yıldız, E., & Güleş, E. (2022). Dörtgenlerin hiyerarşik ilişkilerinin öğretiminde GeoGebra yazılımı kullanımının 8. sınıf öğrencilerinin erişim düzeylerine etkisi. *Trakya Eğitim Dergisi*, 12(1), 451–474.
- Yılmaz, E., & Kavak, A. (2024). Üniversite öğrencilerinin bilgi okuryazarlığı öz-yeterlilik düzeyleri. *Bilgi Yönetimi*, 7(2), 348–374. <https://doi.org/10.51478/bilgiyonetimi.1408331>
- Yin, R. K. (2018). *Case study research and applications: Design and methods (6th ed.)*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Youkap, P. T. (2024). Students' understanding of geometric figures in the process of generating definitions: A case study of Rwandan student teachers. *SAGE Open*, 14(1), 1–16. <https://doi.org/10.1177/21582440241228229>

## EKLER

### Ek1. Başarı Testi Soruları

#### BAŞARI TESTİ SORULARI

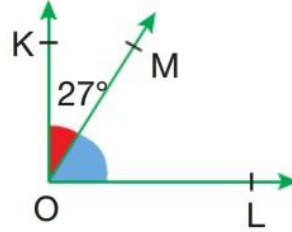
M.6.3.1.3. Komşu, tümler, bütünler ve ters açların özelliklerini keşfeder; ilgili problemleri çözer.

M.6.3.2.1. Üçgenin alan bağıntısını oluşturur; ilgili problemleri çözer.

M.6.3.2.2. Paralelkenarın alan bağıntısını oluşturur; ilgili problemleri çözer.

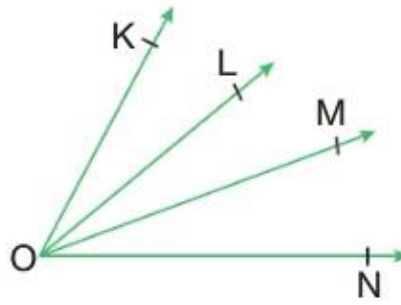
1.

Yanda verilen şekilde  $\widehat{KOM}$  ile  $\widehat{MOL}$  açıları komşu tüm-ler iki açı olduğuna göre  $m(\widehat{MOL})$  kaç derecedir?



- A)  $53^\circ$       B)  $63^\circ$       C)  $67^\circ$       D)  $73^\circ$

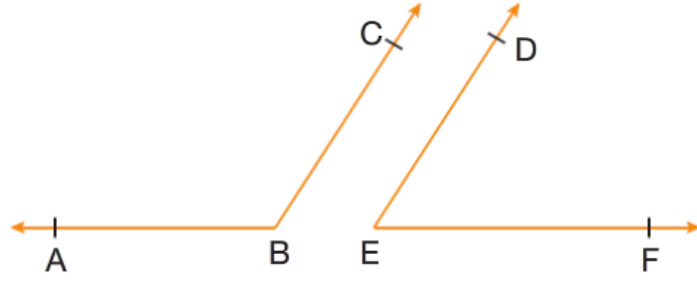
2.



Yukarıda verilen şekilde seçeneklerdeki açı çiftle-rinden hangisi komşu açı değildir?

- A)  $\widehat{KOL}$  ile  $\widehat{LOM}$       B)  $\widehat{MON}$  ile  $\widehat{KOM}$   
C)  $\widehat{LOM}$  ile  $\widehat{MON}$       D)  $\widehat{KOL}$  ile  $\widehat{MON}$

3.

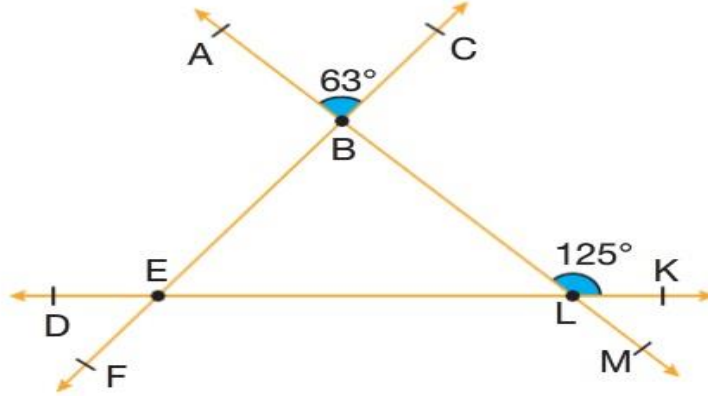


Yukarıda verilen şekilde  $\widehat{ABC}$  ile  $\widehat{DEF}$  bütünler iki açıdır.

$\widehat{ABC}$  açısının ölçüsü,  $\widehat{DEF}$  açısının ölçüsünün 4 katından  $20^\circ$  eksik olduğuna göre  $m(\widehat{ABC})$  kaç derecedir?

- A)  $40^\circ$       B)  $80^\circ$       C)  $120^\circ$       D)  $140^\circ$

4.



Üç doğru yukarıda gösterildiği gibi kesişerek bir üçgen oluşturmuştur.

Buna göre  $m(\widehat{DEF})$  kaç derecedir?

- A) 58      B) 60      C) 62      D) 64

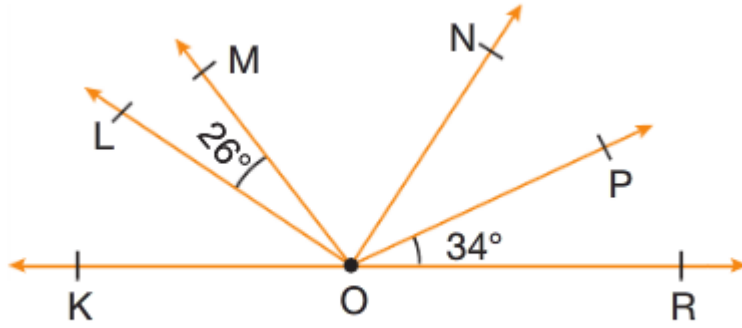
5.

| Açı | Tümleri    | Bütünleri |
|-----|------------|-----------|
| ▲   | $60^\circ$ | ■         |

Yukarıda verilen tabloya göre ■ - ▲ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 90      B) 120      C) 135      D) 150

6.



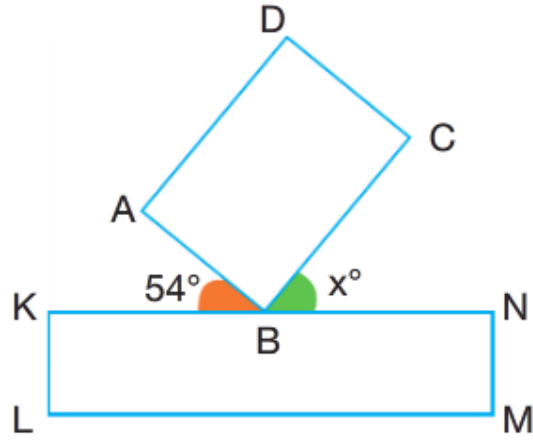
Yukarıda verilen şekilde K, O ve R noktaları doğrusal olmak üzere,

- $\widehat{NOP}$  ile  $\widehat{LOM}$  eş iki açıdır.
- $\widehat{POR}$  ile  $\widehat{KOL}$  eş iki açıdır.

Buna göre  $m(\widehat{MON})$  açısının ölçüsü kaç derecedir?

- A) 50      B) 60      C) 70      D) 80

7.



Yukarıdaki şekilde ABCD ve KLMN birer dikdörtgendir.

$m(\widehat{ABK}) = 54^\circ$  ise  $m(\widehat{CBN}) = x^\circ$  kaç derecedir?

- A) 24      B) 30      C) 36      D) 44

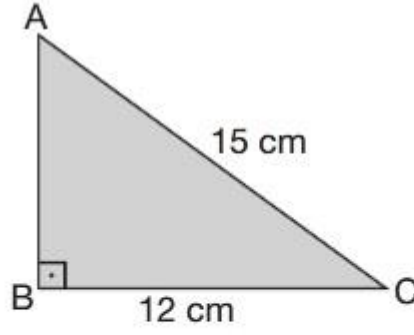
8.

Tümler iki açının ölçüleri oranı  $\frac{1}{5}$  olduğuna

göre küçük açının bütünleri olan açı kaç derecedir?

- A)  $135^\circ$       B)  $145^\circ$       C)  $155^\circ$       D)  $165^\circ$

9.

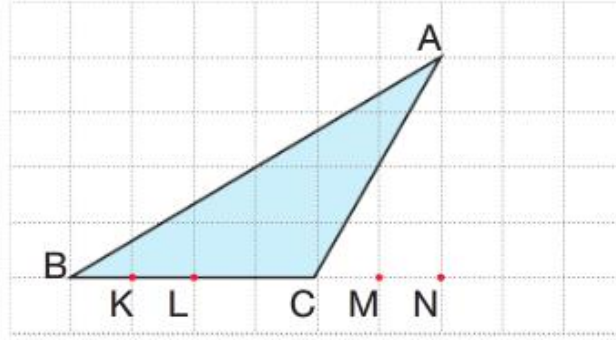


Yukarıda verilen ABC üçgeninin çevre uzunluğu 36 cm'dir.

**Buna göre  $A(\widehat{ABC})$  kaç santimetrekaredir?**

- A) 45                      B) 54                      C) 63                      D) 72

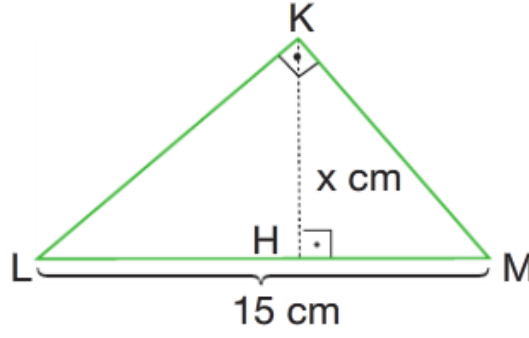
10.



**Kareli zeminde verilen ABC üçgeninin BC kenarına ait yüksekliğini çizmek isteyen Burcu, aşağıdaki hangi iki noktayı bir doğru parçası ile birleştirmelidir?**

- A) A ile K                      B) A ile L  
C) A ile M                      D) A ile N

11.

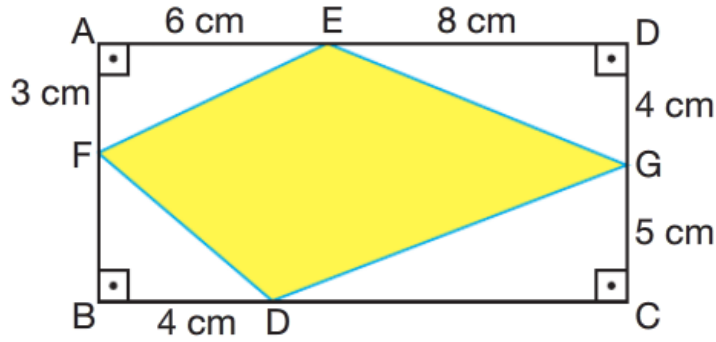


Şekilde verilen üçgende  $[KH] \perp [LM]$  ve  $|LM| = 15$  cm'dir.

$\widehat{KLM}$ 'nin alanı  $90 \text{ cm}^2$  olduğuna göre  $|KH| = x$  kaç santimetredir?

- A) 10      B) 12      C) 14      D) 15

12.

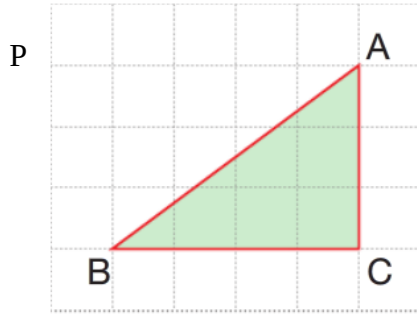


Yukarıda verilen dikdörtgen içindeki sarı renkli bölgenin alanı kaç santimetrekaredir?

- A) 31      B) 45      C) 52      D) 64

40

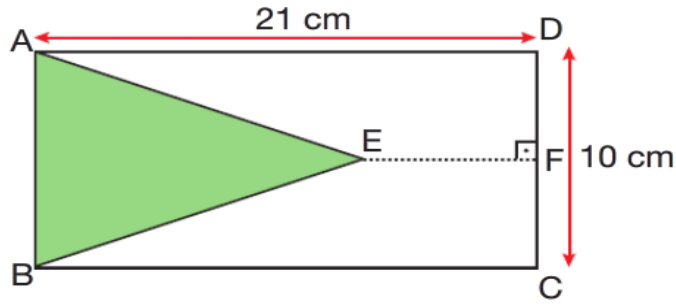
13.



Kareli zeminde AC kenarına ait yükseklik 16 cm olduğuna göre  $A(\widehat{ABC})$  kaç santimetrekaredir?

- A) 80      B) 96      C) 104      D) 120

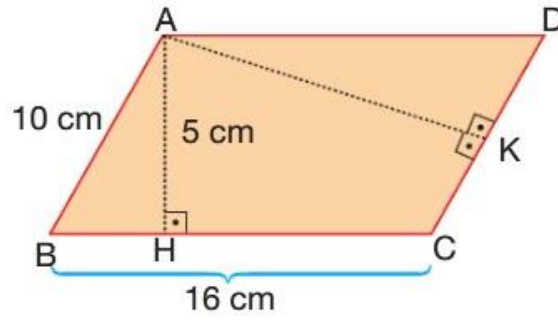
14.



Yukarıda verilen şekilde ABCD dikdörtgen ve  $A(\widehat{ABE}) = 75 \text{ cm}^2$  olduğuna göre  $|EF|$  kaç santimetredir?

- A) 5      B) 6      C) 7      D) 8

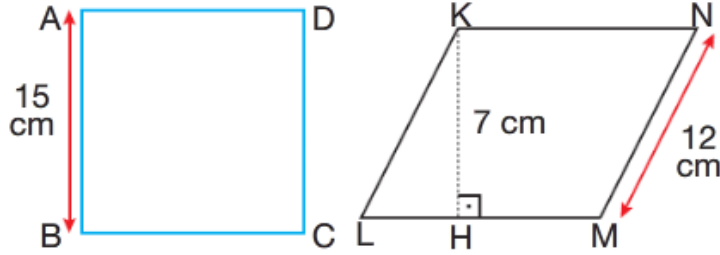
15.



Yukarıda verilen paralelkenarda  $|BC| = 16$  cm,  $|AB| = 10$  cm ve  $|AH| = 5$  cm olduğuna göre  $|AK|$  kaç santimetredir?

- A) 6                      B) 8                      C) 10                      D) 12

16.

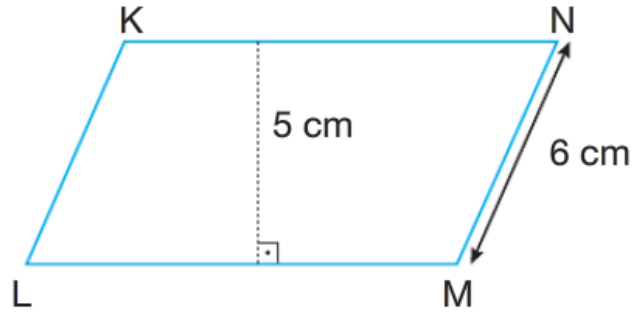


Yukarıda çevre uzunlukları eşit ABCD karesi ile KLMN paralelkenarı verilmiştir.

Buna göre  $A(KLMN)$  kaç santimetrekaredir?

- A) 120                      B) 126                      C) 133                      D) 140

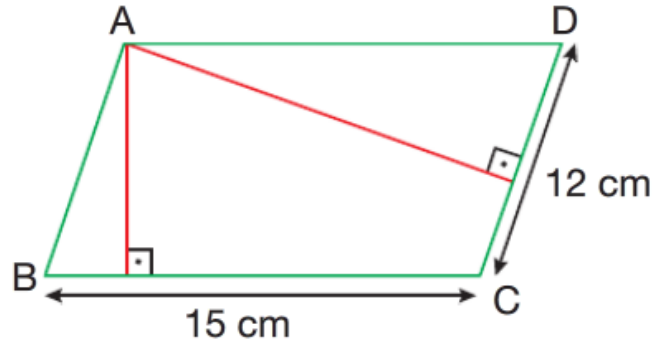
17.



Yukarıda verilen paralelkenarın çevre uzunluğu 32 cm olduğuna göre alanı kaç santimetrekaredir?

- A) 30      B) 40      C) 50      D) 60

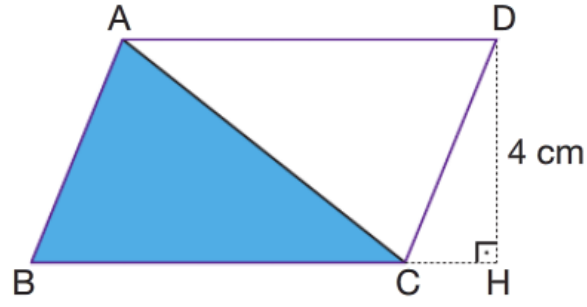
18.



Yukarıda verilen paralelkenarın alanı  $60 \text{ cm}^2$  olduğuna göre kırmızı renkli doğru parçalarının uzunlukları toplamı kaç santimetredir?

- A) 9      B) 12      C) 15      D) 18

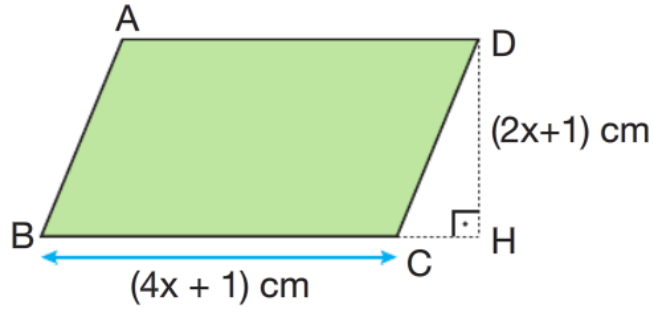
19.



Yukarıda verilen ABCD paralelkenarında mavi renkli bölgenin alanı  $32 \text{ cm}^2$  olduğuna göre  $|BC|$  kaç santimetrekaredir?

- A) 8      B) 12      C) 16      D) 20

20.



Yukarıda verilen paralelkenarın  $x = 3$  için alanı kaç santimetrekaredir?

- A) 72      B) 80      C) 91      D) 96



## Ek2. Etkinlikler

### ETKİNLİKLER

#### Dörtgenler Açı Etkinlikleri

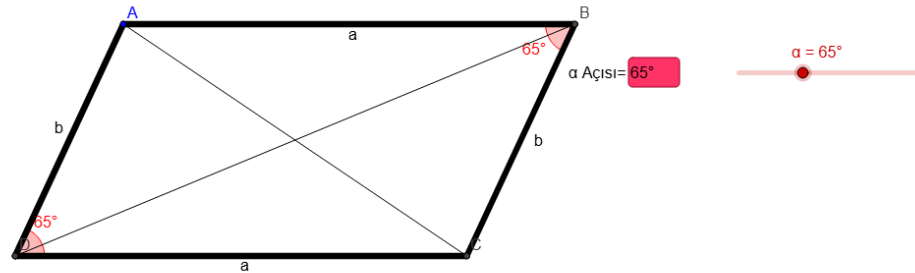
1.

| Dörtgenler<br>Özellikleri                                  | Kare | Paralelkenar | Dikdörtgen | Yamuk | Eşkenar Dörtgen |
|------------------------------------------------------------|------|--------------|------------|-------|-----------------|
| Köşegenler birbirini dik keser.                            |      |              |            |       |                 |
| Köşegenler geçtiği köşenin açıortayı konumundadır.         |      |              |            |       |                 |
| Karşılıklı açı ölçüleri birbirine eşittir.                 |      |              |            |       |                 |
| Tüm açıları dik açıdır.                                    |      |              |            |       |                 |
| Bir kenarının iki ucundaki açılar toplamı $180^\circ$ dir. |      |              |            |       |                 |
| İç açıları toplamı her zaman $360^\circ$ dir.              |      |              |            |       |                 |

Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgenin açı özelliklerinin yazılı olduğu tabloya özellik sayısına göre önce çıkarılmış şekiller yerleştirilir. Daha sonra şekillerin ortak özelliklerine göre kümeler şeklinde verilen kâğıda yapıştırılmaları istenir. Öğrencilerin bu adımları izlenerek kayıt altına alınır.

#### 2. Geogebra Açı Etkinliği

##### ABCD Paralel Kenar



Dörtgenler arasındaki geçişi fark ettirebilmek için geogebra da açılarının değişmesiyle oluşan dörtgenler incelenir ve yorumlanır.

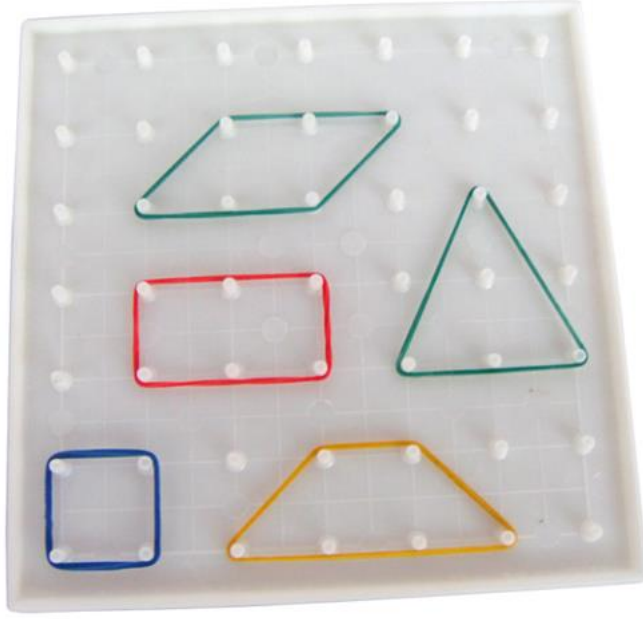
## Dörtgenler Kenar Özellikleri Etkinlikleri

### 1. Dörtgenler Kenar Etkinliği

| Dörtgenler<br>Özellikleri                       | Kare  | Paralelkenar  | Dikdörtgen  | Yamuk  | Eşkenar Dörtgen  |
|-------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşittir. |                                                                                        |                                                                                                |                                                                                              |                                                                                          |                                                                                                     |
| Tüm kenar uzunlukları birbirine eşittir.        |                                                                                        |                                                                                                |                                                                                              |                                                                                          |                                                                                                     |
| Karşılıklı kenarları birbirine paraleldir.      |                                                                                        |                                                                                                |                                                                                              |                                                                                          |                                                                                                     |
| Bir çift paralel kenara sahiptir.               |                                                                                        |                                                                                                |                                                                                              |                                                                                          |                                                                                                     |
| Köşegen uzunlukları birbirine eşittir.          |                                                                                        |                                                                                                |                                                                                              |                                                                                          |                                                                                                     |
| Köşegenler birbirini ortalar.                   |                                                                                        |                                                                                                |                                                                                              |                                                                                          |                                                                                                     |

Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgenin kenar özelliklerinin yazılı olduğu tabloya özellik sayısına göre çıkarılmış olan dörtgenlerin uygun ifadelerin altına yerleştirmeleri istenir. Daha sonra şekillerin ortak özelliklerine göre kümeler şeklinde verilen kağıda yapıştırılmaları ve isimlendirmeleri istenir. Öğrencilerin bu adımları izlenerek kayıt altına alınır.

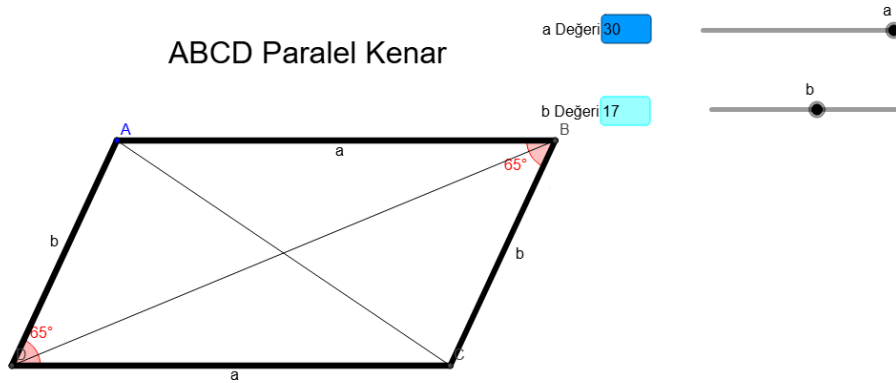
### 2. Geometri Tahtası Etkinliği



Geometri tahtası yardımıyla dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgenin kenar özelliklerini kullanarak oluşturmaları istenir. Oluşturdukları dörtgenlerde benzer görüntüye sahip olanlar olup olmadığı sorulur. Benzer görüntü altında farklı isimli dörtgenlerin oluşturulup oluşturulamayacağı sorulur ve öğrencilerin düşünceleri yorumları kayıt altına alınır.

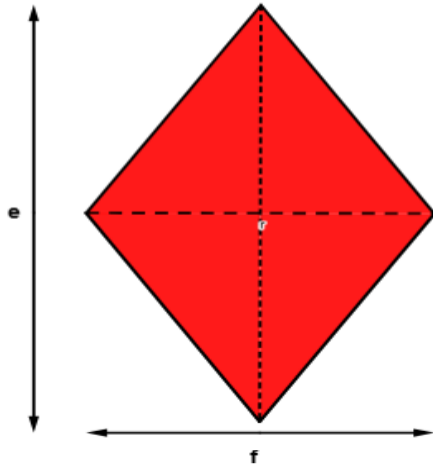
### 3. Geogebra Açı Etkinliği

Dörtgenler arası geçişi kenarları ile aralarında oluşan durumu anlamlandırabilmek için geogebra da kenar değişimi ile yorumlanır.



### Dörtgenler Alan Etkinliği

## Eşkenar Dörtgenin Alanı



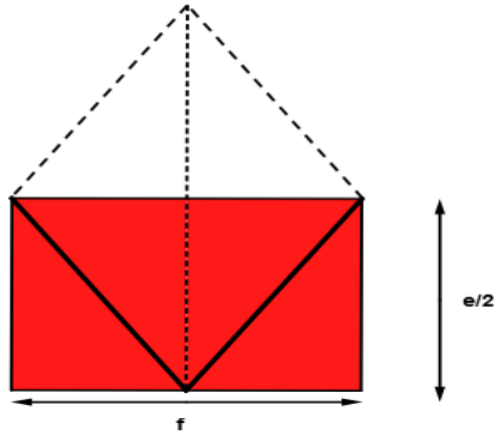
Kısa Köşegen : f  
Uzun Köşegen : e

$$A = \frac{e \times f}{2}$$

Oynat



## Eşkenar Dörtgenin Alanı



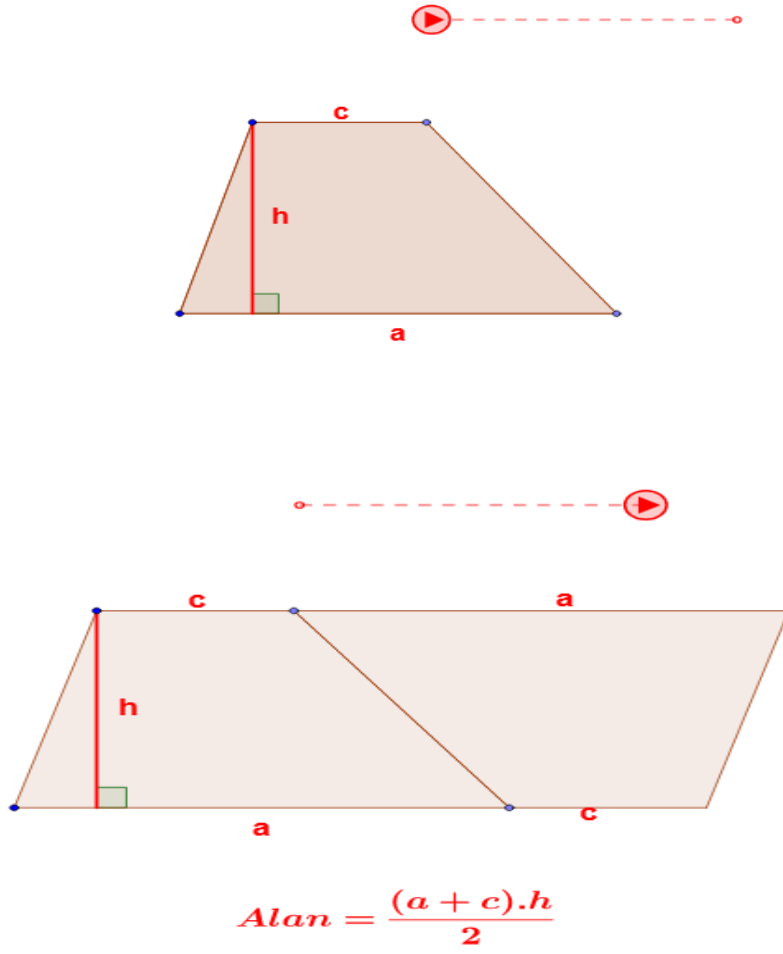
Kısa Köşegen : f  
Uzun Köşegen : e

$$A = \frac{e \times f}{2}$$

Oynat



Eşkenar dörtgenin alanını dikdörtgen üzerinden keşfettirmek için Geogebra etkinliği kullanılır. Sürgüyü hareket ettirerek dikdörtgenin alanından eşkenar dörtgenin alanının keşfedilip keşfedilemeyeceği incelenir.



Yamuğun alanını paralelkenar üzerinden keşfettirmek için Geogebra etkinliği kullanılır. Sürgüyü hareket ettirerek paralelkenarın alanından yamuğun alanını keşfedip keşfedemeyecekleri adımlarla incelenir.

### Ek3. Etik Kurul Kararı

Evrak Tarih ve Sayısı: 31.05.2024-E.102891



T.C.  
AĞRI İBRAHİM ÇEÇEN ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ  
Hukuk Müşavirliği



Sayı : E-95531838-050.99-102891  
Konu : Etik Kurul Kararı

31.05.2024

Sayın Doç. Dr. Mehmet Fatih ÖÇAL

İlgi : Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürlüğünün 16.05.2024 tarih ve 101375 sayılı yazısı

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürlüğünün ilgi yazısına istinaden Doç. Dr. Mehmet Fatih ÖÇAL'ın danışmanlığında yüksek lisans öğrencisi Havva Nur BOZDEMİR'in "Pirie-Kieren modeline göre 7.sınıf öğrencilerinin dörtgenler ve aralarındaki ilişkiyi anlamlandırma süreçlerinin incelenmesi" başlıklı bilimsel araştırması Ağrı İbrahim Çeçen Üniversitesi Bilimsel Araştırmalar Etik Kurulunca incelenmiş olup, 30.05.2024 tarih ve 201 sayılı karar ile söz konusu araştırmaya izin verilmiştir. Bilgilerinizi rica ederim.

Prof. Dr. Metin AKGÜN  
Etik Kurulu Başkanı

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Kodu : \*BSPBZU5K64\* Pin Kodu : 14652

Belge Takip Adresi : [https://obyu.agri.edu.tr/en/Vision/Validate\\_Doc.aspx?](https://obyu.agri.edu.tr/en/Vision/Validate_Doc.aspx?)

Adres : Fırat Mah. Yeni Üniversite cad. No:2 AE/1 04100 Merkez, Ağrı - Türkiye

Tel: 0472 215 98 63 Faks: 0472 216 20 08

e-Posta : [hukukburosu@agri.edu.tr](mailto:hukukburosu@agri.edu.tr) Web : [www.agri.edu.tr](http://www.agri.edu.tr)

Kep Adresi : [agriibrahimcecenuniversitesi@hs01.kep.tr](mailto:agriibrahimcecenuniversitesi@hs01.kep.tr)

Bilgi için : Yılmaz SABUNCU

Unvanı : Şube Müdürü

Tel No : 1280



## Ek4. Araştırma Uygulama İzni



**T.C.**  
**MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI**  
**ARAŞTIRMA UYGULAMA İZİN BELGESİ**



**Başvuru No:** MEB.TT.2024.007498

**T.C. Kimlik No:** 49xxxxxxxx60

**Adı Soyadı:** HAWVA NUR BOZDEMİR

**Araştırmanın Adı:** PİRİE - KİREN MODELİNE GÖRE 7.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN DÖRTGENLER VE ARALARINDAKİ İLİŞKİYİ ANLAMLANDIRMA SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

**Araştırmanın Niteliği:** Yüksek Lisans Tezi

**Araştırmanın Örneklem / Çalışma Grubu:** Öğrenci

**Veri Toplama Aracının Başlığı:** Ortaokul 7. sınıf öğrencileri için başan testi, Ortaokul 7. sınıf öğrencileri için dörtgenler etkinlikleri

**Araştırma Uygulama İzninin Kabul Tarihi:** 27.11.2024

**Araştırma Uygulama İzninin Bitiş Tarihi:** 27.11.2025

Yukarıda kimliği yazılı araştırmacı "Araştırma Uygulama İzinleri Genelgesine (2024/41)" göre belirtilen kapsamda araştırmasını yapmayı taahhüt etmiştir. Araştırmacının bilgi ve belgelerinin uygunluğu kontrol edilmiş olup aşağıda ifade edilen bilgiler kapsamında araştırma uygulama izni Millî Eğitim Bakanlığı ilgili birimleri tarafından onaylanmıştır.

| Uygulama Yapılacak İller | Uygulama Yapılacak Birimler | Uygulama Yapılacak MEB Teşkilatları | Uygulama Yapılacak MEB Teşkilatının Kurum Kodu |
|--------------------------|-----------------------------|-------------------------------------|------------------------------------------------|
| AĞRI                     | Ortaokul                    | Hasan Çöktin Cumhuriyet Ortaokulu   | 714795                                         |
| AĞRI                     | Ortaokul                    | Savcı Hakan Kılıç Ortaokulu         | 722409                                         |
| AĞRI                     | Ortaokul                    | Mustafa Yassuboğa Ortaokulu         | 722639                                         |
| AĞRI                     | Ortaokul                    | Atatürk Ortaokulu                   | 722358                                         |
| AĞRI                     | Ortaokul                    | Ahmedi Hani Ortaokulu               | 722548                                         |

**Not:** Okul/kurum yöneticileri tarafından "Araştırma Uygulama İzni" belgesinin ve veri toplama araçlarının (araçlardaki maddelerinin) modülde yer alan belge ve araçlarla aynı olduğu kontrol edilmelidir. Belgeler aynı olmadığı durumda araştırma uygulama izni verilmeyecektir.

Doğrulama Kodu: ca63c2cd1a71cd19534ced79cee0e768007b06bb2bc77dafbe41e87798aa55dd

Doğrulama Adresi: arastirmalizinleri.meb.gov.tr/belge-dogrula

Serhat Mah. 1290. Sokak No.8/B 06374 Yenimahalle/Ankara TÜRKİYE

Telefon No: (0312) 413 43 00, Belgegeçer No: (0312) 413 45 12

e-posta: ttikb\_arastirmalizinleri@meb.gov.tr, İnternet adresi: ttikb.meb.gov.tr

Sayfa 1/1



## ÖZGEÇMİŞ

|      |                                                                                                                                                                   |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2017 | Mersin Mehmet Adnan Özçelik Anadolu Lisesi Mezuniyet                                                                                                              |
| 2021 | Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bilim Dalından Mezuniyet     |
| 2022 | Doğubayazıt Kızılkaya Ortaokulu'nda İlköğretim Matematik Öğretmenliğine Başlama                                                                                   |
| 2022 | Ağrı İbrahim Çeçen Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı Yüksek Lisans Programına Giriş |