



**PLAZMA FİZİĞİNİN MAXWELL TİPİ DENKLEMLERİNİN
SEDENİYONLARLA YENİDEN FORMÜLASYONU**

Yüksek Lisans Tezi

Damla SÜMER

ESKİŞEHİR 2022

**PLAZMA FİZİĞİNİN MAXWELL TİPİ DENKLEMLERİNİN
SEDENİONLARLA YENİDEN FORMÜLASYONU**

DAMLA SÜMER

Yüksek Lisans Tezi

Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Süleyman DEMİR

Eskişehir

Eskişehir Teknik Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Nisan 2022

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

DAMLA SÜMER'in PLAZMA FİZİĞİNİN MAXWELL TİPİ DENKLEMLERİNİN SEDENİONLARLA YENİDEN FORMÜLASYONU başlıklı çalışması 22/04/2022 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından değerlendirilerek "Eskişehir Teknik Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği"nin ilgili maddeleri uyarınca, Fizik Anabilim dalında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

Unvan Adı Soyadı

İmza

Üye

: Prof. Dr. Süleyman DEMİR

Üye

: Prof. Dr. Murat TANIŞLI

Üye

: Prof. Dr. Mustafa Emre KANSU

Prof. Dr. Murat TANIŞLI

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

22/04/2022

DANIşMAN ONAYI

Danişmanlığını yürüttüğüm Yüksek Lisans ęrencisi DAMLA SÜMER, PLAZMA FİZİĞİNİN MAXWELL TİPİ DENKLEMLERİNİN SEDENİONLARLA YENİDEN FORMÜLASYONU başlıklı tez çalışmasını tamamlamıştır. Hazırlamış olduğu tez tarafımca incelenmiş ve öğrencinin tez savunma sınavına alınması bilimsel ve etik açıdan uygun grlmştir.

Tez Daniřmanı

Prof. Dr. Süleyman DEMİR

ÖZET

PLAZMA FİZİĞİNİN MAXWELL TİPİ DENKLEMLERİNİN SEDENİONLARLA YENİDEN FORMÜLASYONU

DAMLA SÜMER

Fizik Anabilim Dalı

Eskişehir Teknik Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Nisan 2022

Danışman: Prof. Dr. Süleyman DEMİR

Bu tezde, elektrodinamik ve akışkanlar dinamiğinin temel denklemleri arasındaki birçok teorik benzerlikten yararlanılarak, çok akışkanlı plazmanın Maxwell tipi denklemleri sedenionlar cinsinden ifade edilmiştir. Bu model, bu türdeki plazmanın Lamb ve vortisite (girdaplanma) vektörlerini sedenionlarla genelleştirilmesine olanak sağlamaktadır. Bu yüzden çok akışkanlı plazmanın temel denklemleri, daha önce bu hiperkompleks sayı sistemi kullanılarak elde edilen elektromanyetik ve gravitasyonel alanlardaki karşılıklarıyla benzer bir formda türetilmiştir.

Anahtar Sözcükler: Sedenionlar; Maxwell denklemleri, Plazma denklemleri;Sedenion cebiri; Elektromanyetik teori.

ABSTRACT

REFORMULATION OF MULTIFLUID PLASMA EQUATIONS IN TERMS OF SEDENIONS

DAMLA SÜMER

Department of Physics

Eskişehir Technical University, Institute of Graduate Programs, April 2022

Supervisor: Prof. Dr. Süleyman DEMİR

In this thesis, using the theoretical analogy between basic equations of electrodynamics and fluid dynamics, the Maxwell type equations of multifluid plasma are expressed in terms of sedenions. The presented model allows us to generalize the species generalized Lamb vector and species generalized vorticity of plasma by sedenions. Thus, the basic equations of multifluid plasma are derived in a form similar to electromagnetic and gravitational counterparts previously given using this formalism.

Keywords: Sedenions; Maxwell equations; Plasma equations; Sedenionsalgebra; Electromagnetic theory

TEŞEKKÜR

Yüksek lisansa başladığım andan itibaren yakın ilgi ve yardımlarını esirgemeyen, tecrübeleriyle bana yol gösteren tüm bilgi ve donanımını benimle paylaşan çok değerli hocam, danışmanım Sayın Prof. Dr. Süleyman DEMİR' e en içten teşekkürlerimi ve saygılarımı sunarım.

Hayatımın her anında manevi desteklerini esirgemeyen, çalışmalarım boyunca her türlü desteği veren canım annem Emine SÜMER' e ve bugünlere gelmemde en büyük emeği olan şu an hayatta olmayan canım babam Yaşar Tekin SÜMER' e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

DAMLA SÜMER

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Eskişehir Teknik Üniversitesi tarafından kullanılan “bilimsel intihal tespit programı”yla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

DAMLA SÜMER

İÇİNDEKİLER

Sayfa

BAŞLIK SAYFASI	i
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI.....	ii
DANIŞMAN ONAYI	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
TEŞEKKÜR	vi
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ.....	vii
İÇİNDEKİLER.....	viii
TABLolar/ÇİZELGELER DİZİNİ	x
GÖRSELLER DİZİNİ	xi
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	xii
1. GİRİŞ.....	1
2. PLAZMA	4
2.1. Plazma Nedir?	4
2.2. Plazmanın Genel Özellikleri.....	5
3. PLAZMA FİZİĞİNDEKİ MAXWELL TİPİ DENKLEMLER	7
3.1. Elektromanyetik Teoride Maxwell Denklemleri.....	7
3.1.1 Elektrik Alan İçin Gauss yasası	7
3.1.2. Manyetik Alan İçin Gauss Yasası	7
3.1.3. Faraday Yasası.....	8
3.1.4. Ampere – Maxwell Yasası	8
3.2. Akışkanlar Mekaniğinin Maxwell Tipi Denklemleri.....	9
3.3. Plazma Fiziğinin Maxwell Tipi Denklemleri	10
4. SEDENİON CEBİRİ	13
4.1. Cayley-Dickson Sedenionları	13
4.1.2. Temel İşlemler	14

4.1.2.1. Eşitlik.....	14
4.1.2.2 Toplama ve Çıkarma.....	14
4.1.2.3 Skaler ile Çarpma	15
4.1.2.4 Sedenionların Çarpımı	15
4.1.2.5. Sedenionların Eşleniği	16
4.1.2.6 Sedenionların Normu	17
4.1.2.7. Sıfır Bölenler.....	17
4.1.2.6.a. Sıfır Bölen Koşulları.....	18
4.2 Konik Sedenionlar.....	18
4.2.1 Tanımlar.....	18
4.2.2 Temel İşlemler	19
4.2.2.1 Konik Sedenionun Eşleniği.....	19
4.2.1.2 Konik Sedenionların Normu:.....	20
5. SEDENİONLARLA PLAZMA FİZİĞİ DENKLEMLERİNİN YENİDEN FORMÜLASYONU	21
6.SONUÇLAR.....	29
KAYNAKÇA.....	31
ÖZGEÇMİŞ	

TABLÖLAR/ÇİZELGELER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 4.1. Sedenion bazları için Cayley-Dickson çarpım kuralları	15
Çizelge 4.2. Konik sedenion bazları için çarpım kuralları	16



GÖRSELLER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
Görsel 2.1. Soğuk plazmaya örnek olarak yıldırım	5
Görsel 2.2. Sıcak plazmaya örnek olarak alev	5
Görsel 2.3. Plazma aralıkları	6



SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

e_n	: Reel klasik sedenion baz elemanları ($n=0,1,\dots,15$)
e_n^*	: Klasik sedenion baz elemanlarının kompleks eşleniği ($n=0, 1,\dots,15$)
$e_{1,2,3}$	: Klasik sedenion baz elemanları
$\varepsilon_{5,6,7}$	: Konik sedenion baz elemanları
a_n	: Klasik sedenion bileşenleri ($n=0,1,\dots,15$)
λ	: Reel skaler
i	: İmajiner eleman
$\mathbb{S}$	: Sedenion
$\mathbf{A}$	: Reel klasik sedenion
S_A	: Reel Cayley Dickson sedenionun skaler kısmı
V_A	: Reel Cayley Dickson sedenionun vektörel kısmı
$\mathbf{A}^*$	: Reel Cayley Dickson sedenionun eşleniği
$N(\mathbf{A})$	: Reel Cayley Dickson sedenionun normu
$\square$	: Konik sedenionun diferansiyel operatörü
$\square$	: d'Alembertian operatörü
$\Psi, \mathbb{S}$	: Konik sedenion
$\Psi^*, \mathbb{S}^*$	: Konik sedenionun eşleniği
$N(\mathbb{Z})$	: Konik sedenionun normu
$\mathbb{J}$	: Konik sedenionun plazma akım yoğunluğu
$\mathbb{F}$	: Konik sedenionun plazma alanı
$\rho_{p,\alpha}$	: Plazma yük yoğunluğu
$\rho_{f,\alpha}$	: Akışkan yük yoğunluğu
j_e	: Elektrik akım yoğunluğu
$j_{f,\alpha}$	: Akışkan akım yoğunluğu
$j_{p,\alpha}$	: Plazma akım yoğunluğu
J_p	: Genelleştirilmiş plazma akım yoğunluğu
P_α	: Kanonik momentum
E	: Elektrik alan
B	: Manyetik alan

ϵ_{α}	: Toplam enerji
h_{α}	: Entalpi
a	: Ses hızı
c	: Işık hızı
ξ_{α}	: Genelleştirilmiş Lamb vektörü
β_{α}	: Genelleştirilmiş vortisite vektörü
u_{α}	: Hız
$\omega_{\alpha}, \Omega_{\alpha}$	: Vortisite
ϵ_0	: Boş uzayın elektriksel geçirgenlik sabiti
μ_0	: Boş uzayın manyetik geçirgenlik sabiti
I	: Elektrik akımı
Φ	: Akı
$d\ell$	: Uzunluk elemanı
$d\mathbf{A}$	: Alan elemanı
DC	: Doğru akım
AC	: Alternatif akım
STA	: Uzay zaman cebiri
VLSI	: Çok geniş ölçekli tümleşim

1. GİRİŞ

Plazma maddenin dördüncü halidir. Çok iyi bir elektriksel iletken özelliğine sahip olan plazmalar 1920'li yıllarda iyonlaşmış gaz olarak tanımlanmıştır. Oysa her iyonlaşmış gaz plazma değildir. İyonlaşmış gazın plazma olabilmesi için hem kollektif davranışı göstermesi hem de elektrik iletkenliğe sahip olması gerekmektedir. Plazma bir çeşit sıkıştırılabilir akışkandır [1-5].

Akışkanlar dinamiğinin temel denklemleri ile elektrodinamiğin temel denklemleri arasındaki teorik benzerlik, bilim adamlarını akışkanların hareket denklemlerini elektromanyetizmadaki Maxwell denklemlerine benzer şekilde formüle etmeye yönelik girişimlerde bulunmaya sevk etmiştir. Bu nedenle literatürde hem sıkıştırılabilir hem de sıkıştırılamaz akışkanların alan denklemlerinin elektromanyetik teorideki Maxwell denklemlerinde yer alan manyetik ve elektrik alanlara benzer bir şekilde tanımladığı birçok çalışma bulunmaktadır [5-14].

Akışkan dinamiği ve elektrodinamiğin yapıları arasındaki yakın ilişkiyi kullanarak sıkıştırılabilir akışkan alanları, elektromanyetizmanın vektör ve skaler potansiyeline benzer davranış gösteren hız vektörü ve entalpi cinsinden tanımlanabilir. Bir plazmanın etkisinde kaldığı mekanik kuvvetler, akışkanların etkisinde kaldığı kuvvetlerle bir uyum gösterir. Plazmanın maruz kaldığı mekanik kuvvetler bir akışkanın maruz kaldığı kuvvetlerle benzer olsa da bu denklemlerin plazmalarla olası ilişkisi henüz tam olarak anlaşılamamıştır. Plazmaların temel denklemlerini elektromanyetik teoremin Maxwell tipi denklemlerine benzer bir biçimde ifade etmek mümkündür. Bu konuda yapılan çalışmalar halen devam etmektedir. Akışkanların ve plazmaların davranışları arasındaki teorik benzerlik Thompson ve Moeller tarafından ayrıntılı bir biçimde ele alınmıştır [15-18]. Thompson ve Moeller, bu konudaki ilk makalelerinde plazma için Maxwell tipi denklemleri türetmeyi başarmışlardır [17-18]. Thompson ve Moeller sıkıştırılamaz akışın Maxwell denklemlerinin sayısal ve kapalı bir biçimde çözümler vermiştir [18]. Bu çalışma, çok akışkanlı bir plazmanın denklemlerini elde etmek için bir çerçeve olarak kabul edilebilir. Ancak Amper yasasındaki farklı yayılma hızları nedeniyle elde edilen sonuçlar, klasik elektrodinamiğin Maxwell denklemleri ile tam bir izomorfizm oluşturmaktan uzaktır. Bir sonraki makalelerinde Thompson ve Moeller, bu sonuçları çoklu akış teorisi ile klasik elektromanyetizma arasında kesin bir izomorfizm oluşturmak için ilerlettirler [15]. Bunun yanı sıra Christianto ve arkadaşları da ilk kez Maxwell-Proca denklemlerinin bir türevini sundular [16].

İlgili literatürde, akışkan ve plazma dinamiğinin tanımlanması için alternatif bir yol bulmak için hiperkompleks sayılara dayalı birçok girişim vardır. Reel sayılar 1- boyutlu olan hiper kompleks sayılardır, adi toplam ve çarpım altında cisim olan bir cebirsel yapıdır. İkiye katlama yöntemi olarak bilinen ve hiper kompleks sayıları inşa etmek için kullanılan Cayley-Dickson yöntemi ile 1-boyutlu reel sayılara uygulandığında 2- boyutlu kompleks sayıları, kompleks sayılara uygulandığında 4-boyutlu kuaterniyonlar elde edilir. Kuaterniyonları Hamilton bilim dünyasına kazandırmıştır [19]. Kuaterniyonlar, bir skaler ile bir vektörden oluşan 4-boyutlu matematiksel yapılardır. Kuaterniyonlara ikiye katlama yöntemi uygulandığında ise 8- boyutlu oktonionlar elde edilir. Matematiksel olarak, oktonionlar veya Cayley sayıları, kuaternionların cebirlerinden sonra en büyük normlu bölünme cebirini oluşturur. Bu durum formülasyonda esneklik sağladığından, fizik ve matematiğin teorilerini farklı formda ifade etmek için oktonion cebiri kullanılabilir [24-32]. Bu ikiye katlama yöntemi oktonionlara uygulandığında ise 16-boyutlu sedenionlar elde edilir [41]. Sedenionlar ise klasik cayley dickson ve konik olmak üzere iki biçimde tanımlanabilir.

Benzer şekilde, Hestenes [36] tarafından önerilen uzay-zaman cebiri (space-time algebra-STA), akışkan ve plazma dinamiği denklemlerini türetmek için pratik ve güçlü bir araç olarak kullanılabilir. Genel olarak, STA'nın matematiksel yapısı, herhangi bir koordinat çerçevesinden bağımsız olarak temel fizik yasalarını ifade edilmesini sağlarken aynı zamanda elde edilen denklemler, vektörler ve kuaternionlarla kolayca ilişkilendirilebilir. Son zamanlarda, çoklu akışkan plazma denklemleri, sıkıştırılabilir akışkan denklemlerine [38] benzer bir biçimde STA kullanılarak elde edilmiştir [37].

İlgili literatürde sedenionlar, diğerleriyle karşılaştırıldığında en az bilinen hiperkompleks sayı sistemidir. Matematiksel olarak, reel sayılar üzerinde 16 -boyutlu cebir oluştururlar. Çarpım kurallarına bağlı olarak klasik ve konik olmak üzere iki biçimde sınıflandırılmıştır. Cayley-Dickson çarpımına uyan oktonionlar genelleştirerek klasik sedenionlar elde edilir. [39-40]. Konik sedenionlar ise Charles Muses tarafından bilim dünyasına kazandırılmıştır (M-cebiri) [45-46]. Muses ayrıca hiperkompleks sayıların fiziksel olarak, özellikle de kuantum alan teorisiyle nasıl ara yüz oluşturduğunu göstermiştir.[47-48]. Tıpkı oktonionlar gibi sedenionların da çarpımları ne değişmeli ne de birleşimlidir [49-50].

Sedenionların yapısı, farklı disiplinlerdeki denklemlerin genelleştirilmesi için uygundur. Köpflinger elektromanyetizma, kuantum kütle çekimi ve görelilikteki klasik

denklemleri yeniden formüle etmek için konik sedenionların avantajlarını kullanmıştır [51-53]. Demir ve Tanışlı'nın makalesinde, dyonların genelleştirilmiş alan denklemlerinin birleştirilmesi için konik sedenionlardan yararlanılmışlardır [54]. Benzer şekilde, Chanyal [22] sedenionik birleşik potansiyel denklemlerini, birleşik alan denklemlerini ve dyonların ve gravito-dyonların birleşik akım denklemlerini formüle etmiştir. Hiperkompleks sayıların cebirleri, dijital dahil olmak üzere çeşitli veri işleme alanlarında yaygın olarak kullanılmaktadır.

Sedenionların çarpımını hesaplamak için Cariow ve Cariowa, temeldeki çarpımların sayısını azaltan rasyonelleştirilmiş bir algoritma sunmuştur [56]. Bu algoritmanın kullanımı ayrıca donanım karmaşıklığını da azaltır ve VLSI uygulaması için uygun, yüksek hızlı bir mimariye yol açar. Benzer şekilde Weng, dalga fonksiyonları ve alan denklemlerini ifade etmek, klasik mekanik ve kuantum mekaniği ile ilgili olan dört temel etkileşimin alan denklemlerini yeniden formüle etmek için sedenionları kullanmıştır [57-58].

Bu tezde, plazma denklemleri akışkanlar ve elektromanyetizma ile ilişkilendirebildikleri için sedenion cebiri çerçevesinde yeni bir model sunulmuştur. Genelleştirilmiş dyon alanları [54] için sedenionik formülasyondan yararlanarak, çok akışkanlı plazma denklemlerinin konik sedenionik biçimleri, bu formüller kullanılarak daha önce ortaya konulan gravielektromanyetik karşılıklara benzer bir biçimde tanıtılmıştır. Sedenionik potansiyel denklemleri, alan denklemleri ve dalga denklemleri, akışkan ve plazma değişkenleri cinsinden tanımlanmıştır. Ayrıca, bu tezde sunulan sedenionik formalizm, akışkanlar dinamiği, elektromanyetizma ve plazma denklemlerinin kompakt ve zarif bir şekilde birleştirilmesi için bilimsel açıdan verimli bir matematiksel araç sağlamaktadır. Ortaya konulan bu model, kompleks bileşenler yerine reel bileşenlere dayandığı için diğer yöntemlerden farklıdır.

Bu tezin birinci bölümünde, plazmanın genel bir tanımı yapıldıktan sonra genel özelliklerinden bahsedilmiştir. İkinci bölümde, elektromanyetik teorideki Maxwell denklemleri hatırlatıldıktan sonra plazma fiziğindeki Maxwell tipi bağıntılar türetilmiştir. Üçüncü bölümde sedenionların genel tanımı yapıldıktan sonra Cayley Dickson sedenionları ve cebirsel özellikleri tanımlanmıştır. Dördüncü bölümde ise konik sedenionları farklı kılan temel özellikler ile cebirsel yapılarından bahsedilmiştir. Son olarak ise plazma fiziğinin Maxwell tipi denklemleri sedenionlarla yeniden formüle edilmiştir.

2. PLAZMA

2.1. Plazma Nedir?

1808 yılında Sir Humphry Davy tarafından kararlı hal doğru akım (DC) ark deşarjın geliştirilmesi ve 1830'lu yıllarda Michael Faraday ve arkadaşları tarafından, yüksek voltaj (DC) elektrik tütünün geliştirilmesi plazmanın keşfine neden olan ilk çalışmalar olmuştur. Gazlarda elektriksel deşarj daha sonra Sir William Crookes tarafından incelenmiştir. Crookes, 1879'da iyonlaşmış bir gazın maddenin 4. hali olduğunu ifade etmiştir. 1926 yılında F.M. Penning, alçak basınç civa buharında radyo dalgası titreşimlerini bulmuştur. 1929 yılında Irving Langmuir bu titreşimlerin bulunduğu bölge için ilk kez *plazma* terimini kullanmıştır. Langmuir kan plazmasının kırmızı ve beyaz cisimleri taşıma şeklini, elektrikli bir sıvının elektron ve iyonları taşıma şekli ile benzerlik kurmuştur. 1932 yılında Irving Langmuir plazma üzerindeki çalışmaları nedeniyle kimya dalında, 1970 yılında İsveçli Hannes Alfvén, *Plazmaya Verilen Pertürbasyonun Manyetik Alan Yönünde Plazma Frekansı ile Yayılması* başlıklı çalışmasıyla fizik dalında Nobel ödülü almıştır [1-2].

Plazma, öncelikle ve en önemlisi iyonize bir gazdır. Herhangi bir iyonize gaz elbette bir plazma olarak adlandırılmaz. İyonlaşmış gazın plazma olabilmesi için iyonların elektriksel iletkenliği, kolektif davranışı gibi özellikleri olması gerekir. Plazmanın içerisinde iyonlaşmış gaz, protonlar, elektronlar, uyarılmış atomlar, yüksüz atomlar ve moleküller bulunur. Plazma ortamında parçacıkların hareketi bölgesel negatif ve pozitif elektrik yükleri oluşturur. Bu yüzden elektriksel alan oluşur ve yüklü parçacıkların hareketi etkilenir. Plazmanın içindeki yüklü parçacıklar bağımsız hareket ettiklerinden sistem bütünde yüksüz gibi davranır. Bu nedenle plazmanın içindeki parçacıkların hareketi bireysel değildir ve karakteristik kolektiftir [1-5].

Isıl dengedeki katı bir madde sabit basınç altında sıcaklığı arttırılarak sıvıya dönüşür. Sıcaklık arttırılmaya devam edilirse de gaz haline dönüşür. Yeterince yüksek sıcaklıkta gaz haline dönüşen parçacıkların ortalama kinetik enerjisi iyonlaşma potansiyelinden büyük olursa gaz iyonlaşır ve çekirdekten elektron kopar. Bu kopan elektron, serbestçe hareket eden yüklü parçacıklara dönüşür. Böylelikle iyi bir elektrik ileticisi haline gelir. Plazmadaki iyonlar ve elektronlar arasındaki yük ayrımı elektrik alana ve yüklü parçacıkların akısı ise akıma dolayısı ile manyetik alana sebep olur. Bu nedenle plazma hem dinamik bir akışkan hem de iyi bir elektrik ileticisidir [1].

Maddenin plazma halleri evrende oldukça fazladır. Doğal ve yapay plazma şeklindedir. Güneş, güneş koronası, yıldızlar, güneş rüzgarları, yıldızlar arası uzay, solar rüzgarları, Dünya'nın iyonosfer tabakası doğal plazmalara örnektir. Yapay plazmalar ise neon lambalar, floresan lambalar, plazma tabancası, buhar lambası, plazma TV, elektronik çipler bunlara örnektir [1-5].



Görsel 2.1. Soğuk Plazmaya örnek olarak yıldırım



Görsel 2.2. Sıcak Plazmaya örnek olarak alev

2.2. Plazmanın Genel Özellikleri

Madde, plazmanın da keşfiyle dört halde bulunur. Bunlar katı, sıvı, gaz ve plazmadır. Bazı özellikler plazmayı karakterize eder ve katı, sıvı ve gazlardan ayırt eder. Plazmayı bu diğer hallerden ayırt eden en önemli ve diğerlerinden farklı özelliği, plazmayı oluşturan yüklü parçacıkların Coulomb kuvvetleri ile birbirlerine etki etmesidir. Bu nedenle plazma içindeki her parçacık komşusu bulunan parçacığa hatta çok uzak mesafelerdeki parçacıklara aynı anda etki eder. Bu nedenle bu parçacıklar sürekli birbirleriyle etkileşim halinde bulunurlar [1-5].

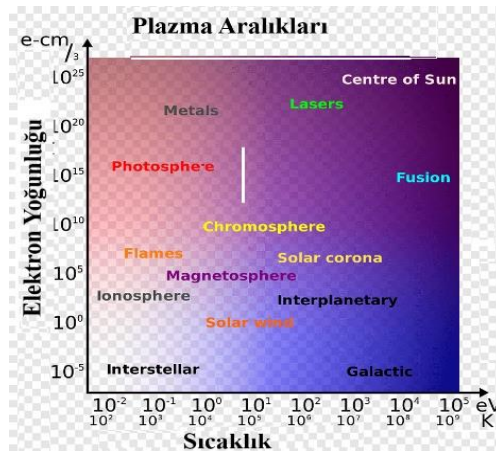
Plazma içerisinde hareket eden ve etkileşen yüklü iyonlar yanında atomlar ya da moleküller de mevcuttur. Bu maddenin plazma halini değiştirmez. Plazmanın içerisindeki elektronların çekirdeklerle olan bağları zayıftır. Bu yüzden kimyasal reaksiyonları çok hızlıdır [1-5].

Plazma ile ilgili diğer bir özellik plazma içerisindeki parçacıkların, plazma içerisindeki yüklü bir parçacık tarafından ya da dışarıdan oluşturulan bir elektrostatik alana karşı kalkan oluşturacak şekilde yeniden düzenleme eğiliminde olmalarıdır. Elektromanyetik etkileşimlere cevap verir. Çünkü serbest elektrik yüklerinden oluşmuştur. Plazma halindeki madde tüm sisteme bu sistemin dışındaki bir gözlem noktasından bakıldığında toplam yükü sıfır olan bir madde olarak görünür [1-5].

Plazma haline geçerek çok yüksek sıcaklıklar elde edilebildiği gibi farklı yöntemlerle de elde edilebilir. Laboratuvarlarda üretim şekline göre DC elektriksel deşarj, AC elektriksel deşarj, rf deşarj, mw deşarj, puls deşarj, dielektrik bariyer deşarj gibi farklı üretim mekanizmalarına ve farklı özelliklere sahip plazmalar adlandırılabilir.

Plazma, sıcak ve soğuk plazmalar şeklinde sınıflandırılabilir. Dünyadaki sıcak plazmalar; laboratuvarlarda gazların çok yüksek sıcaklıklara kadar ısıtılmasıyla (4000K – 20000K) oluşur. Örneğin; Güneş, yıldızlar, alev, magma gibi. Soğuk plazmalar ise ısıtım yoluyla ya da normal sıcaklıklarda atomların yüksek enerjili parçacıklara bombardımanı ile oluşturulur. Soğuk plazma düşük sıcaklıklarda (303 K- 353 K) maddenin iyonlaşmasıyla oluşur. Örneğin; florasan, iyonosfer tabakası gibi [1].

Plazma; iyonizasyon derecesi, plazma yoğunluğu, Debye uzunluğu, plazma sıcaklığı ve plazma frekansı gibi parametrelerle karakterize edilir [1].



Görsel 2.3 Plazma Aralıkları

3. PLAZMA FİZİĞİNDEKİ MAXWELL TİPİ DENKLEMLER

Mekanik olayların tartışılmasında Newton denklemleri ne ise elektromanyetik olayların incelenmesinde de Maxwell denklemleri benzer görevleri yapar. Maxwell denklemleri tüm elektrik ve manyetik olayların temeli olarak kabul edilen 4 farklı denklemden oluşur. James Clerk Maxwell 'in (1831-1879) formüle etmesi nedeniyle Maxwell denklemleri şeklinde adlandırılır [6]. Bu denklemleri her ne kadar Maxwell tarafından geliştirilmiş olsa da Einstein 'in 1905 yılında özel rölativite teorisi ile uyum içinde olması o zamanlarda kendi hayal ettiğinden bile daha ileri düzeyde sonuçlara götürmüştür [6].

Elektrik ve manyetik alan bulunduğu zaman tamamen iyonlaşmış düşük yoğunluklu gazların yani plazmaların özellikleri incelenirken Maxwell denklemlerinden yararlanılır. Boşlukta $\mathbf{E}$ elektrik alanı ve $\mathbf{B}$ manyetik alanı için Maxwell denklemleri ρ elektrik yük yoğunluğu ve $\mathbf{J}$ elektrik akım yoğunluğu cinsinden ifade edilebilir [2].

3.1. Elektromanyetik Teoride Maxwell Denklemleri

3.1.1 Elektrik Alan İçin Gauss yasası

Gauss yasası herhangi kapalı bir yüzeyden geçen toplam elektrik akısının bu yüzey içindeki net yükün ϵ_0 'a bölümüne eşit olduğunu ifade eder. Başka bir deyişle elektrik alanını meydana getiren yük dağılımına bağlar. Gauss yasasının integral formunun gösterimi şu şekildedir:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (3.1a)$$

Gauss yasasının diferansiyel gösterimi ise;

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (3.1b)$$

biçimindedir [6].

3.1.2. Manyetik Alan İçin Gauss Yasası

Manyetizma için Gauss yasası kapalı bir yüzeyden geçen net manyetik akının sıfır olduğunu ifade eder.

Buna göre kapalı bir hacime giren manyetik alan çizgilerinin sayısı, bu hacmi terk edenlerin sayısına eşittir. Bu durum da manyetik alan çizgilerinin herhangi bir noktada başlamayıp herhangi bir noktada sona eremeyeceğini gösterir. Bu durumun gerçekleşmesi de o noktalardaki tek kutupların yani yalıtılmış manyetik monopollerin var olduklarını ortaya çıkaracaktı. Bu yasanın integral gösterimi;

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad (3.2a)$$

şeklinde ifade edilir. Diferansiyel gösterimi ise;

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.2b)$$

biçiminde tanımlanır.

3.1.3. Faraday Yasası

Değişen bir manyetik akının oluşturduğu elektrik alanını tamamlayan Faraday'ın indüksiyon yasasıdır. Bu yasaya göre herhangi bir kapalı yol boyunca elektrik alanının çizgi integrali olan elektromotor kuvvetinin bu kapalı yol boyunca sınırlanan herhangi bir yüzey alanından geçen manyetik akının zamanla değişim hızına eşit olduğunu vurgular. Bu yasanın bir sonucu da zamanla değişen bir manyetik alan içine yerleştirilen iletken halkada bir akım oluşmasıdır. Bu denklemlerde Elektrik alanının vektörel kaynağının, zamanla değişen akı olduğunu göstermiştir. Bu yasanın integral formu;

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\boldsymbol{\ell} = -\frac{d\phi_m}{dt} \quad (3.3a)$$

şeklinde, diferansiyel formu ise;

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.3b)$$

biçiminde verilir [6]. Bu denklemlerdeki negatiflik indüklenen gerilimin yönünü verir. Bir iletkendeki indüklenmiş akım ve indüklenmiş elektromotor kuvvetinin kendilerini meydana getiren değişime karşı koyacak yönde olmalarına Lenz yasası denir [6].

3.1.4. Ampere – Maxwell Yasası

Manyetik alanın kapalı bir halka boyunca çizgisel integrali, o halka içinde kalan akım ile orantılıdır. Buna Amper yasası denir. Genellikle Ampere-Maxwell yasası olarak bilinen denklem aslında Ampere yasasının genelleştirilmiş halidir. Bu yasa, değişen elektrik alanı ve elektrik akımları tarafından oluşturulan manyetik alanı tanımlar. Bu yasaya göre herhangi bir kapalı yol boyunca manyetik alanın çizgi integrali bu kapalı yol içinden geçen akımın μ_0 ile çarpımı ile bu kapalı yol boyunca sınırlanmış herhangi bir yüzeyden geçen elektrik akısının değişim hızının $\epsilon_0\mu_0$ ile çarpımının toplamına eşittir.

Bu yasanın integral formu;

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\boldsymbol{\ell} = \mu_0 I + \epsilon_0\mu_0 \frac{d\phi_e}{dt} \quad (3.4a)$$

şeklindedir.

Diferansiyel formu ise;

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{j}_e + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}) \quad (3.4b)$$

biçiminde ifade edilir. Ampere- Maxwell yasası, değişen bir elektrik akısının ve bir iletim akımının nasıl manyetik alan meydana getirdiğini tanımlar [6].

3.2. Akışkanlar Mekaniğinin Maxwell Tipi Denklemleri

Maxwell denklemlerinden yararlanılarak akışkanlar mekaniğinin temel denklemlerini de bu denklemlere benzer şekilde yazılabilir. Akışkanlar mekaniğinin denklemleri;

$$\frac{\partial h_\alpha}{\partial t} + \mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla h_\alpha + a^2 \nabla \cdot \mathbf{u}_\alpha = 0 \quad (3.5)$$

ve

$$\frac{\partial \mathbf{u}_\alpha}{\partial t} + \mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla \mathbf{u}_\alpha = -\nabla h_\alpha + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} [\mathbf{E} + \mathbf{u}_\alpha \times \mathbf{B}] \quad (3.6)$$

olmak üzere iki temel denklem vardır. Buradaki denklem (3.5),

$$1/\rho_{m,\alpha} \nabla p_\alpha = \nabla h_\alpha = (a^2/\rho_{m,\alpha}) \nabla \rho_{m,\alpha}$$

termodinamik bağıntılarla yerine konulmuş süreklilik denklemdir. (3.6) denklemi mevcut Lorentz kuvveti ile momentum denklemdir. Buradaki h_α , a ve $\mathbf{u}_\alpha$ entalpi, ses hızı ve hızdır. Burada e_α/m_α , yükün kütleye oranıdır. $\mathbf{E}$ ve $\mathbf{B}$ ise elektromanyetik alan nicelikleridir. Bu denklemlerin entropi ve Maxwell denklemlerinin korunumu ile daha da desteklenmesi gerekir [17].

Sıkıştırılabilir akışkan için türevini aldıktan sonra akışkan denklemlerini Maxwell denklemlerinde yeniden biçimlendirmek mümkündür. (3.6) denklemi Lorentz kuvveti olmadan ele alındığında ise bu denklemi doğrusal olmayan bir terim için çözüldüğü görülür.

$$\mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla \mathbf{u}_\alpha = -\nabla h_\alpha - \frac{\partial \mathbf{u}_\alpha}{\partial t} \quad (3.7)$$

Bu yeni denkleme dikkat edilirse elektromanyetik teorideki elektrik alan ile skaler ve vektörel potansiyelleri arasındaki

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (3.8)$$

ile verilen ilişki dikkate alındığında (3.7) denkleminde $\mathbf{u}_\alpha$ ve h_α sırasıyla akışkanlar için vektör ve skaler potansiyellere benzer rolleri oynar. Akışkan için tanımlanan $\mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla \mathbf{u}_\alpha$ ise elektrik alanına benzer rol üstlenir.

Aynı şekilde vortisitenin (ω_α) rolünün ise $\mathbf{u}_\alpha$ ile $\omega_\alpha = \nabla \times \mathbf{u}_\alpha$ şeklindeki ilişkisinden dolayı akışkanların manyetik alanı gibi davrandığı söylenebilir.

Akışkanların Maxwell-tipi denklemlerini elde edebilmek yani Gauss, Faraday ve Ampere yasalarını elde edebilmek için (3.7) denkleminin diverjans, rotasyonel ve zaman türevleri alınır. Ampere yasasında, entalpinin yer-zaman türevini (3.5) denkleminde süreklilik denklemini kullanarak ortadan kaldırdıktan sonra vektörel özdeşlikler yardımıyla,

$$\nabla \times \omega_\alpha = \nabla \times \nabla \times \mathbf{u}_\alpha = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}_\alpha) - \nabla^2 \mathbf{u}_\alpha \quad (3.9)$$

eşitliği yazılabilir. Son Maxwell denklemi ise vortisitenin (ω_α) diverjansının yok olması ile ortaya çıkar. Nihayetinde bu sonuçlar, akışkanlar için tanımlanan aşağıdaki Maxwell denklemlerini verir [17]:

$$\nabla \cdot \omega_\alpha = 0 \quad (3.10a)$$

$$\nabla \cdot \zeta_\alpha = \rho_{f,\alpha} \quad (3.10b)$$

$$\frac{\partial \omega_\alpha}{\partial t} + \nabla \times \zeta_\alpha = 0 \quad (3.10c)$$

$$\frac{\partial \zeta_\alpha}{\partial t} - a^2 \nabla \times \omega_\alpha + \mathbf{j}_{f,\alpha} = 0. \quad (3.10d)$$

Burada $\zeta_\alpha = \mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla \mathbf{u}_\alpha$ dır. Kaynak terimleri $\rho_{f,\alpha}$ ve $\mathbf{j}_{f,\alpha}$ aşağıdaki terimleri içerir,

$$\rho_{f,\alpha} = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{u}_\alpha) - \nabla^2 h_\alpha \quad (3.11)$$

$$\mathbf{j}_{f,\alpha} = \frac{\partial^2 \mathbf{u}_\alpha}{\partial t^2} - \nabla (\mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla h_\alpha) - a^2 \nabla^2 \mathbf{u}_\alpha \quad (3.12)$$

Bunların ayrıca aşağıdaki korunum denklemini sağladığı da söylenir.

$$\frac{\partial \rho_{f,\alpha}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j}_{f,\alpha} = 0 \quad (3.13)$$

3.3. Plazma Fiziğinin Maxwell Tipi Denklemleri

Plazma fiziğinin Maxwell tipi denklemlerini elde edebilmek için,

$$\zeta_\alpha = \mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla \mathbf{u}_\alpha$$

ve vortisite ω_α yeni değişkenler olarak seçilir. Özel bir plazma örneği için, vektör ve skaler potansiyelleri kullanılarak tek bir türe ait momentum denkleminin formu:

$$\zeta_\alpha = -\frac{\partial}{\partial t} \left[\mathbf{u}_\alpha + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{A} \right] - \nabla \left[h_\alpha + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \phi \right] - \mathbf{u}_\alpha \times \left(\nabla \times \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{A} \right) \quad (3.14)$$

halini alır [17-18].

Burada; $k_\alpha = (1/2) \mathbf{u}_\alpha \cdot \mathbf{u}_\alpha$ olmak üzere, $\boldsymbol{\zeta}_\alpha = \boldsymbol{\omega}_\alpha \times \mathbf{u}_\alpha + \nabla k_\alpha$ vektör özdeşliği uygulanarak

$$\left(\boldsymbol{\omega}_\alpha + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{B} \right) \times \mathbf{u}_\alpha = - \frac{\partial}{\partial t} \left[\mathbf{u}_\alpha + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{A} \right] - \nabla \left[h_\alpha + k_\alpha + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \phi \right] \quad (3.15)$$

eşitliği yazılır. Kanonik momentum $\mathbf{P}_\alpha = m_\alpha \mathbf{u}_\alpha + e_\alpha \mathbf{A}$ şeklinde tanımlandığında genelleştirilmiş vortisite kanonik momentumun rotasyoneli olacaktır:

$$\boldsymbol{\Omega}_\alpha = \nabla \times \mathbf{P}_\alpha = m_\alpha \mathbf{u}_\alpha + e_\alpha \mathbf{B} \quad (3.16)$$

Ayrıca türlerin toplam enerjisi

$$\epsilon_\alpha = m_\alpha (h_\alpha + k_\alpha + e_\alpha / m_\alpha) \phi \quad (3.17)$$

şeklinde tanımlanırsa,

$$\boldsymbol{\Omega}_\alpha \times \mathbf{u}_\alpha = - \frac{\partial \mathbf{P}_\alpha}{\partial t} - \nabla \epsilon_\alpha \quad (3.18)$$

denklemini yazılabilir.

Plazmanın Maxwell tipi denklemleri olan Gauss, Faraday ve Ampere yasalarına ulaşmak için (3.18) denkleminin sırasıyla diverjans, rotasyonel ve zamana göre türevi alınır. Maxwell denklemleri formuyla eşleşmeyen tüm terimler sağa taşınır ve bir kaynak terimi olarak kabul edilir. Görüldüğü üzere Gauss ve Faraday yasaları daha açıktır [17-18].

$$\nabla \cdot (\boldsymbol{\Omega}_\alpha \times \mathbf{u}_\alpha) = \rho_{p,\alpha} = - \nabla^2 \epsilon_\alpha - \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \mathbf{P}_\alpha \quad (3.19)$$

$$= - \nabla^2 (m_\alpha h_\alpha + m_\alpha k_\alpha) - m_\alpha \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{u}_\alpha) + \frac{e_\alpha}{\epsilon_0} \rho_{e,\alpha} \quad (3.20)$$

Öte yandan Ampere yasası daha çok karışıktır fakat denklem (3.10d) ye benzer şekilde ifade edilebilir. Bunun için,

$$\frac{\partial}{\partial t} (\boldsymbol{\Omega}_\alpha \times \mathbf{u}_\alpha) + \mathbf{J}_{p,\alpha} = a^2 \nabla \times \boldsymbol{\omega}_\alpha + c^2 \nabla \times \mathbf{B} \quad (3.21)$$

denklemini yazılabilir. Burada,

$$\mathbf{J}_{p,\alpha} = m_\alpha \left[\nabla \frac{\partial k_\alpha}{\partial t} + \left(\frac{\partial^2 \mathbf{u}_\alpha}{\partial t^2} - a^2 \nabla^2 \mathbf{u}_\alpha \right) - \nabla (\mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla h_\alpha) \right] + \frac{e_\alpha}{\epsilon_0} \mathbf{J}_{e,\alpha} \quad (3.22)$$

şeklinde tanımlanmıştır.

Son Maxwell denklemi, genelleştirilmiş vortisitenin diverjansının her zaman sıfır olması gerektiğini kabul ederek modellenmiştir. Böylece, plazma için aşağıdaki Maxwell denklemleri yazılabilir [17]:

$$\nabla \cdot (\boldsymbol{\Omega}_\alpha \times \mathbf{u}_\alpha) = \rho_{p,\alpha} \quad (3.23a)$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\Omega}_\alpha = 0 \quad (3.23b)$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\Omega}_\alpha}{\partial t} + \nabla \times (\boldsymbol{\Omega}_\alpha \times \mathbf{u}_\alpha) = 0 \quad (3.23c)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\boldsymbol{\Omega}_\alpha \times \mathbf{u}_\alpha) J_{p,\alpha} = a^2 \nabla \times \boldsymbol{\omega}_\alpha + c^2 \nabla \times \mathbf{B} \quad (3.23d)$$

Bu denklemler, çok akışkanlı plazma denklemlerini türetmek için bir yapı olarak kullanılabilir. Thompson ve Moller, çok akışkanlı ve klasik elektromanyetizma arasındaki benzerliği oluşturmak için çıkan sonuçları genişlettiler. Bu amaçla son denklemin her iki tarafına $u_\alpha^2 \nabla \times \boldsymbol{\Omega}_\alpha$ terimi eklenirse,

$$\frac{\partial}{\partial t} (\boldsymbol{\Omega}_\alpha \times \mathbf{u}_\alpha) + J_{p,\alpha} + u_\alpha^2 \nabla \times \boldsymbol{\Omega}_\alpha = a^2 \nabla \times \boldsymbol{\omega}_\alpha + c^2 \nabla \times \mathbf{B} + u_\alpha^2 \nabla \times \boldsymbol{\Omega}_\alpha \quad (3.24)$$

ve

$$\frac{\partial}{\partial t} (\boldsymbol{\Omega}_\alpha \times \mathbf{u}_\alpha) + J_{p,\alpha} = u_\alpha^2 \nabla \times \boldsymbol{\Omega}_\alpha \quad (3.25)$$

ifadesi elde edilir [18]. Burada, $J_{p,\alpha}$,

$$J_\alpha = J_{p,\alpha} + (u_\alpha^2 - a^2) \nabla \times \boldsymbol{\Omega}_\alpha + (u_\alpha^2 - c^2) \nabla \times \mathbf{B} \quad (3.26)$$

şeklinde tanımlanan genelleştirilmiş plazma akım yoğunluğudur. Genelleştirilmiş Lamb vektörü ise,

$$\boldsymbol{\xi}_\alpha = \boldsymbol{\Omega}_\alpha \times \mathbf{u}_\alpha$$

denklemleri birleştirmek için tanımlanırsa, çok akışkan plazma için aşağıdaki Maxwell tipi denklemleri yazılabilir:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\xi}_\alpha = \rho_{p,\alpha} \quad (3.27a)$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\Omega}_\alpha = 0 \quad (3.27b)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} + \nabla \times \boldsymbol{\xi}_0 = 0 \quad (3.27c)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \boldsymbol{\xi}_\alpha + J_\alpha = u_\alpha^2 \nabla \times \boldsymbol{\Omega}_\alpha. \quad (3.27d)$$

4. SEDENİON CEBİRİ

Sedenionlar en az bilinen hiperkompleks sayılarından biridir. Sedenion terimi, on altı anlamına gelen Latince sedecim kelimesinden gelir ve özellikle 16-boyutlu yapılar için kullanılır. Sedenionlar, kuaternionlar ve oktonionlar gibi iyi bilinen hiperkompleks sayılar değildir. Bu tezde, baz elemanlarının çarpım kurallarına göre farklılık gösteren iki tür sedenion incelenmiştir. Bunlardan biri Cayley-Dickson çarpımının kurallarına uyan klasik sedenionlar, bir diğeri ise Charles Muses tarafından ortaya konan konik sedenionlardır. Cayley- Dickson süreci aşağıdaki gibi zincirlemeye sahiptir;

$$\mathbb{R} \subset \mathbb{C} \subset \mathbb{H} \subset \mathbb{O} \subset \mathbb{S} \subset$$

Burada $\mathbb{C}$ (kompleks sayı), $\mathbb{H}$ (kuaternion), $\mathbb{O}$ (oktonion), $\mathbb{S}$ (sedenion)'dur. Bu bakımdan değerlendirildiğinde sedenion sayı sistemi bu sayı sistemlerin hepsini içermesinden dolayı ayrıca bir öneme sahiptir [40-41]:

4.1. Cayley-Dickson Sedenionları

Sedenionlar, on altı reel bileşenden oluşan hiperkompleks bir sayı sistemi olarak tanımlanabilir. Bir Cayley -Dicksonun sedenionu,

$$\mathbf{A} = \sum_{i=0}^{15} a_i \mathbf{e}_i \quad (4.1)$$

şeklinde kompakt formda veya

$$\mathbf{A} = \sum_{n=0}^{15} a_n \mathbf{e}_n = a_0 \mathbf{e}_0 + a_1 \mathbf{e}_1 + a_2 \mathbf{e}_2 + a_3 \mathbf{e}_3 + a_4 \mathbf{e}_4 + a_5 \mathbf{e}_5 + a_6 \mathbf{e}_6 + a_7 \mathbf{e}_7 + a_8 \mathbf{e}_8 + a_9 \mathbf{e}_9 + a_{10} \mathbf{e}_{10} + a_{11} \mathbf{e}_{11} + a_{12} \mathbf{e}_{12} + a_{13} \mathbf{e}_{13} + a_{14} \mathbf{e}_{14} + a_{15} \mathbf{e}_{15}$$

biçiminde açık formda ifade edilir. Burada a_n terimleri sedenionun reel bileşenleri, $\mathbf{e}_n$ 'ler ise baz elemanlarıdır. Bu baz elemanlarından $\mathbf{e}_0$, 1'e eşit ($\mathbf{e}_0 = 1$) olup skaler ya da reel baz eleman olarak isimlendirilir. $\mathbf{e}_n$ 'ler ise ($n = 1, 2, 3, \dots, 15$) imajiner baz elemanları olarak adlandırılır. Bir $\mathbf{A}$ sedenionu skaler ve vektörel olmak üzere iki ayrı bölümden oluşur. $\mathbf{A}$ sedenionunun skaler bölümü;

$$S_A = a_0 \mathbf{e}_0 \quad (4.2)$$

biçiminde tanımlanırken vektörel kısmı;

$$V_A = \mathbf{A} = a_1 \mathbf{e}_1 + a_2 \mathbf{e}_2 + a_3 \mathbf{e}_3 + a_4 \mathbf{e}_4 + a_5 \mathbf{e}_5 + a_6 \mathbf{e}_6 + a_7 \mathbf{e}_7 + a_8 \mathbf{e}_8 + a_9 \mathbf{e}_9 + a_{10} \mathbf{e}_{10} + a_{11} \mathbf{e}_{11} + a_{12} \mathbf{e}_{12} + a_{13} \mathbf{e}_{13} + a_{14} \mathbf{e}_{14} + a_{15} \mathbf{e}_{15} \quad (4.3)$$

şeklinde gösterilir [22].

4.1.2. Temel İşlemler

4.1.2.1. Eşitlik

A ve **B** gibi herhangi iki sedenionun birbirine eşit olabilmesi için aynı baz elemanlarına sahip karşılıklı bileşenlerinin hepsinin birbiri ile aynı olması gerekmektedir. Başka bir ifadeyle;

$$\mathbf{A} = a_0 \mathbf{e}_0 + a_1 \mathbf{e}_1 + a_2 \mathbf{e}_2 + a_3 \mathbf{e}_3 + a_4 \mathbf{e}_4 + a_5 \mathbf{e}_5 + a_6 \mathbf{e}_6 + a_7 \mathbf{e}_7 + a_8 \mathbf{e}_8 + a_9 \mathbf{e}_9 + a_{10} \mathbf{e}_{10} + a_{11} \mathbf{e}_{11} + a_{12} \mathbf{e}_{12} + a_{13} \mathbf{e}_{13} + a_{14} \mathbf{e}_{14} + a_{15} \mathbf{e}_{15} \quad (4.4)$$

ve

$$\mathbf{B} = b_0 \mathbf{e}_0 + b_1 \mathbf{e}_1 + b_2 \mathbf{e}_2 + b_3 \mathbf{e}_3 + b_4 \mathbf{e}_4 + b_5 \mathbf{e}_5 + b_6 \mathbf{e}_6 + b_7 \mathbf{e}_7 + b_8 \mathbf{e}_8 + b_9 \mathbf{e}_9 + b_{10} \mathbf{e}_{10} + b_{11} \mathbf{e}_{11} + b_{12} \mathbf{e}_{12} + b_{13} \mathbf{e}_{13} + b_{14} \mathbf{e}_{14} + b_{15} \mathbf{e}_{15} \quad (4.5)$$

olarak verilen iki sedenion için;

$$a_0 = b_0, a_1 = b_1, a_2 = b_2, a_3 = b_3, a_4 = b_4, a_5 = b_5, a_6 = b_6, a_7 = b_7, a_8 = b_8, a_9 = b_9, a_{10} = b_{10}, a_{11} = b_{11}, a_{12} = b_{12}, a_{13} = b_{13}, a_{14} = b_{14}, a_{15} = b_{15} \quad (4.6)$$

koşulları sağlanıyor ise bu iki sedenion birbirine eşittir [22,43].

4.1.2.2 Toplama ve Çıkarma

A ve **B** gibi iki sedenionun toplam ve farkı,

$$\mathbf{A} \pm \mathbf{B} = \sum_{n=0}^{15} a_n \mathbf{e}_n \pm \sum_{n=0}^{15} b_n \mathbf{e}_n \quad (4.7)$$

olup

$$\mathbf{A} \pm \mathbf{B} = (a_0 \mathbf{e}_0 + a_1 \mathbf{e}_1 + a_2 \mathbf{e}_2 + a_3 \mathbf{e}_3 + a_4 \mathbf{e}_4 + a_5 \mathbf{e}_5 + a_6 \mathbf{e}_6 + a_7 \mathbf{e}_7 + a_8 \mathbf{e}_8 + a_9 \mathbf{e}_9 + a_{10} \mathbf{e}_{10} + a_{11} \mathbf{e}_{11} + a_{12} \mathbf{e}_{12} + a_{13} \mathbf{e}_{13} + a_{14} \mathbf{e}_{14} + a_{15} \mathbf{e}_{15}) \pm (b_0 \mathbf{e}_0 + b_1 \mathbf{e}_1 + b_2 \mathbf{e}_2 + b_3 \mathbf{e}_3 + b_4 \mathbf{e}_4 + b_5 \mathbf{e}_5 + b_6 \mathbf{e}_6 + b_7 \mathbf{e}_7 + b_8 \mathbf{e}_8 + b_9 \mathbf{e}_9 + b_{10} \mathbf{e}_{10} + b_{11} \mathbf{e}_{11} + b_{12} \mathbf{e}_{12} + b_{13} \mathbf{e}_{13} + b_{14} \mathbf{e}_{14} + b_{15} \mathbf{e}_{15}) \quad (4.8)$$

şeklinde ifade edilir. Bu denklem sedenionun aynı bazları altında yeniden düzenlendiğinde

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \pm \mathbf{B} &= \sum_{n=0}^{15} (a_n \pm b_n) \mathbf{e}_n \\ &= (a_0 \pm b_0) \mathbf{e}_0 + (a_1 \pm b_1) \mathbf{e}_1 + (a_2 \pm b_2) \mathbf{e}_2 + (a_3 \pm b_3) \mathbf{e}_3 + (a_4 \pm b_4) \mathbf{e}_4 + \\ &+ (a_5 \pm b_5) \mathbf{e}_5 + (a_6 \pm b_6) \mathbf{e}_6 + (a_7 \pm b_7) \mathbf{e}_7 + (a_8 \pm b_8) \mathbf{e}_8 + (a_9 \pm b_9) \mathbf{e}_9 + (a_{10} \pm b_{10}) \mathbf{e}_{10} + \\ &+ (a_{11} \pm b_{11}) \mathbf{e}_{11} + (a_{12} \pm b_{12}) \mathbf{e}_{12} + (a_{13} \pm b_{13}) \mathbf{e}_{13} + (a_{14} \pm b_{14}) \mathbf{e}_{14} + \\ &+ (a_{15} \pm b_{15}) \mathbf{e}_{15} \end{aligned} \quad (4.9)$$

ifadesi yazılabilir. İki sedenionun toplam ya da farkları sedenionun skaler ve vektörel kısımları kullanılarak da gösterilebilir [22,43]:

$$\mathbf{A} \pm \mathbf{B} = (S_A \pm S_B) + (V_A + V_B) = (a_0 \pm b_0)\mathbf{e}_0 + (\mathbf{A} \pm \mathbf{B}) \quad (4.10)$$

4.1.2.3 Skaler ile Çarpma

λ bir skaler olmak üzere, λ ile bir $\mathbf{A}$ sedenionun çarpımı,

$$\begin{aligned} \lambda \mathbf{A} = \lambda(S_A + V_A) = \lambda(a_0\mathbf{e}_0 + \mathbf{A}) = \lambda a_0\mathbf{e}_0 + \lambda a_1\mathbf{e}_1 + \lambda a_2\mathbf{e}_2 + \\ \lambda a_3\mathbf{e}_3 + \lambda a_4\mathbf{e}_4 + \lambda a_5\mathbf{e}_5 + \lambda a_6\mathbf{e}_6 + \lambda a_7\mathbf{e}_7 + \lambda a_8\mathbf{e}_8 + \lambda a_9\mathbf{e}_9 + \lambda a_{10}\mathbf{e}_{10} + \lambda a_{11}\mathbf{e}_{11} + \\ \lambda a_{12}\mathbf{e}_{12} + \lambda a_{13}\mathbf{e}_{13} + \lambda a_{14}\mathbf{e}_{14} + \lambda a_{15}\mathbf{e}_{15} \end{aligned} \quad (4.11)$$

ile tanımlanır ve elde edilen sonuç, λ skaler değeriyle orantılı yinel bir sedeniondur [43].

4.1.2.4 Sedenionların Çarpımı

İki reel sedenionun çarpımı sedenionlara ait tüm terimlerin birbirleriyle çarpılarak toplanmasıyla bulunur. Sedeniyonlara ait baz elemanlarının çarpımlarının tanımlanmasından sonra çarpma işlemi yapılmaktadır. Sedeniolar toplama işlemine göre değişmeli ve birleşmeli fakat çarpma işlemine göre değişmeli ve birleşmeli olmayan ve sıfır bölene sahip bir cebir yapısındadır.

Sedenion bazları arasındaki $\mathbb{S}$ kümesinin $n = 0, 1, 2, \dots, 15$ olmak üzere $n \equiv \mathbf{e}_n$ taban elemanlarının Cayley – Dickson çarpım kuralları aşağıdaki Çizelge 4.1’de şekildeki gibi verilmiştir.[43]

Çizelge 4.1. Sedenion bazları için Cayley -Dickson çarpım kuralları [55]

	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	e_8	e_9	e_{10}	e_{11}	e_{12}	e_{13}	e_{14}	e_{15}
e_1	-1	e_3	$-e_2$	e_7	$-e_6$	e_5	$-e_4$	e_9	$-e_8$	e_{11}	$-e_{10}$	e_{15}	$-e_{14}$	e_{13}	$-e_{12}$
e_2	$-e_3$	-1	e_1	e_6	e_7	$-e_4$	$-e_5$	e_{10}	$-e_{11}$	$-e_8$	e_9	e_{14}	e_{15}	$-e_{12}$	$-e_{13}$
e_3	e_2	$-e_1$	-1	$-e_5$	e_4	e_7	$-e_6$	e_{11}	e_{10}	$-e_9$	$-e_8$	$-e_{13}$	e_{12}	e_{15}	$-e_{14}$
e_4	$-e_7$	$-e_6$	e_5	-1	$-e_3$	e_2	e_1	e_{12}	$-e_{15}$	$-e_{14}$	e_{13}	$-e_8$	$-e_{11}$	e_{10}	e_9
e_5	e_6	$-e_7$	$-e_4$	e_3	-1	$-e_1$	e_2	e_{13}	e_{14}	$-e_{15}$	$-e_{12}$	e_{11}	$-e_8$	$-e_9$	e_{10}
e_6	$-e_5$	e_4	$-e_7$	$-e_2$	e_1	-1	e_3	e_{14}	$-e_{13}$	e_{12}	$-e_{15}$	$-e_{10}$	e_9	$-e_8$	e_{11}
e_7	e_4	e_5	e_6	$-e_1$	$-e_2$	$-e_3$	-1	e_{15}	e_{12}	e_{13}	e_{14}	$-e_9$	$-e_{10}$	$-e_{11}$	$-e_8$
e_8	$-e_9$	$-e_{10}$	$-e_{11}$	$-e_{12}$	$-e_{13}$	$-e_{14}$	$-e_{15}$	-1	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7
e_9	e_8	e_{11}	$-e_{10}$	e_{15}	$-e_{14}$	e_{13}	$-e_{12}$	e_1	-1	e_3	$-e_2$	e_7	$-e_6$	e_5	$-e_4$
e_{10}	$-e_{11}$	e_8	e_9	e_{14}	e_{15}	$-e_{12}$	$-e_{13}$	e_2	$-e_3$	-1	e_1	e_6	e_7	$-e_4$	$-e_5$
e_{11}	e_{10}	$-e_9$	e_8	$-e_{13}$	e_{12}	e_{15}	$-e_{14}$	e_3	e_2	$-e_1$	-1	$-e_5$	e_4	e_7	$-e_6$
e_{12}	$-e_{15}$	$-e_{14}$	e_{13}	e_8	$-e_{11}$	e_{10}	e_9	e_4	$-e_7$	$-e_6$	e_5	-1	$-e_3$	e_2	e_1
e_{13}	e_{14}	$-e_{15}$	$-e_{12}$	e_{11}	e_8	$-e_9$	e_{10}	e_5	e_6	$-e_7$	$-e_4$	e_3	-1	$-e_1$	e_2
e_{14}	$-e_{13}$	e_{12}	$-e_{15}$	$-e_{10}$	e_9	e_8	e_{11}	e_6	$-e_5$	e_4	$-e_7$	$-e_2$	e_1	-1	e_3
e_{15}	e_{12}	e_{13}	e_{14}	e_9	$-e_{10}$	$-e_{11}$	e_8	e_7	e_4	e_5	e_6	$-e_1$	$-e_2$	$-e_3$	-1

Bu çizelgedeki çarpım kuralı, sütundaki baz elemanları ile satırdaki baz elemanların kesiştiği noktadaki elemanı bulmak için kullanılır.

4.1.2.5. Sedenionların Eşleniği

Bir sedenionun eşleniği imajiner baz elemanlarının işaretinin değişmesiyle oluşur. Başka bir ifade ile söylemek gerekirse sedenionun vektörel kısmının işaretinin değiştirilmesiyle elde edilir:

$$\mathbf{A}^* = S_A - V_A = a_0 \mathbf{e}_0 - \mathbf{A} \quad (4.12)$$

veya

$$\mathbf{A}^* = a_0 \mathbf{e}_0 - \sum_{n=1}^{15} a_n \mathbf{e}_n. \quad (4.13)$$

$\mathbf{A}$ ve $\mathbf{B}$ gibi iki sedenionun bazı eşlenik özellikleri şu şekilde verilir:

$$(\mathbf{A}^*)^* = \mathbf{A} \quad (4.14a)$$

$$(\mathbf{A} + \mathbf{B})^* = \mathbf{A}^* + \mathbf{B}^* \quad (4.14b)$$

$$(\mathbf{AB})^* = \mathbf{B}^* \mathbf{A}^* \quad (4.14c)$$

$$(\mathbf{A}^* \mathbf{A}) \mathbf{B} = \mathbf{A} (\mathbf{A}^* \mathbf{B}), \mathbf{A} (\mathbf{B} \mathbf{B}^*) = (\mathbf{AB}) \mathbf{B}^*. \quad (4.14d)$$

Bu özellikler yardımıyla bir $\mathbf{A}$ sedenionun skaler ve vektörel kısımları şu şekilde tanımlanabilir [54]:

$$S_A = \frac{1}{2} (\mathbf{A} + \mathbf{A}^*) = a_0 \mathbf{e}_0 \quad (4.15)$$

$$V_A = \frac{1}{2} (\mathbf{A} - \mathbf{A}^*) = \sum_{n=1}^{15} a_n \mathbf{e}_n \quad (4.16)$$

4.1.2.6 Sedenionların Normu

Bir $\mathbf{A}$ sedenionun normu, sedenion ile eşleniğinin çarpılmasıyla elde edilmektedir. Norm, $N(\mathbf{A})$ ile gösterilir:

$$N(\mathbf{A}) = \mathbf{A}\mathbf{A}^* = \mathbf{A}^*\mathbf{A} = (a_0 + \sum_{n=1}^{15} a_n \mathbf{e}_n)(a_0 - \sum_{n=1}^{15} a_n \mathbf{e}_n) = \sum_{n=0}^{15} a_n^2 = |a_n|^2 = \|\mathbf{A}\|. \quad (4.17)$$

norm işleminin sonucu reel bir sayıdır.

4.1.2.7. Sıfır Bölenler

Sedenionlar toplama işlemine göre değişmeli ve birleşmeli fakat çarpma işlemine göre hem değişmeli hem de birleşmeli değildir. Sedenionlar sıfır bölene sahip oldukları için oktonionlar en büyük bölünme cebirine sahiptir.

Bir sedenion için belirli norm ve vektör kapatma koşullarını karşılayan $\mathbf{S}$ 'nin hem sol hem de sağ sıfır bölene bir $\mathbf{Z}$ sedenionu vardır.[40]

$$\mathbf{ZS} = \mathbf{0} = \mathbf{SZ}$$

Sedenion cebirinin alternatifi olmaması nedeniyle genel bir sedenion lineer denklemi olağan bir şekilde çözülemez. Ancak bir sedenionu sıralı bir oktonion çifti olarak yazabilir.

$$\text{Sağ sıfır bölene; } \mathbf{SA} = \mathbf{0}$$

$\mathbf{S}$ ve $\mathbf{Z}$ 'yi sırasıyla önemsiz olan durumlar için $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ ve $(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ şeklinde sıfırdan farklı oktonionlar olarak temsil ederiz [40].

$$\mathbf{AX} - \mathbf{Y}^*\mathbf{B} = \mathbf{0}; \quad \mathbf{BX}^* + \mathbf{YA} = \mathbf{0} \quad (4.18)$$

şeklinde

$$\mathbf{A} = \frac{1}{N(\mathbf{Z})} (\mathbf{B}, \mathbf{X}, \mathbf{Y},) \quad \mathbf{B} = -\frac{1}{N(\mathbf{Z})} = (\mathbf{A}, \mathbf{X}, \mathbf{Y},); \quad (4.19a)$$

$$\mathbf{X} = \frac{1}{N(\mathbf{S})} (\mathbf{Y}, \mathbf{A}, \mathbf{B}) \quad \mathbf{Y} = -\frac{1}{N(\mathbf{S})} = (\mathbf{X}, \mathbf{A}, \mathbf{B}) \quad (4.19b)$$

elde edilir [40].

4.1.2.6.a. Sıfır Bölen Koşulları

I. (4.18) denklemi norm koşulunu ifade eder. Buna göre:

$$N(\mathbf{A}) = N(\mathbf{B}) \text{ ve } N(\mathbf{X}) = N(\mathbf{Y}) \text{ 'dir.}$$

II. Denklem (4.19) vektör kapama koşulunu ifade eder. Buna göre:

$\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{X}, \mathbf{Y}$ oktonionlar olduğundan belirli bir $\mathbf{S}$ sedenionu için sağ ve sol sıfır bölenleri aynıdır.

III. $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{X}, \mathbf{Y}$ 'nin çarpımının $\mathbf{AB}, \mathbf{AX}, \mathbf{AY}$ gibi herhangi bir ürünü sedeniondur.

IV. $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{X}, \mathbf{Y}$ 'den kaynaklanan üçlü ürünler örneğin $\mathbf{X}(\mathbf{AB}), \mathbf{Y}(\mathbf{AB}), \mathbf{A}(\mathbf{XY})$ ve $\mathbf{B}(\mathbf{XY})$ oktonionlardır. [40]

4.2 Konik Sedenionlar

4.2.1 Tanımlar

1980 yılında Charles Muses tarafından icat edilmiştir. Konik sedenionlar klasik Cayley_Dickson sedenionlardan farklıdır. Klasik sedenionlar, Cayley -Dickson oktonionları gibi $\mathbf{e}_n^2 = -1$ özelliğine sahip imajiner baz elemanlarına sahiptir. Her bir klasik sedenion vektör uzayının temelini oluşturan birim sedenionlarının $(1, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_{15})$ gerçekte bir lineer birleşimi olarak yazılabilir.

Konik sedenionlar ise Muses tarafından 16 – iyon olarak adlandırılan özel bir kavramdır. Bu özel hiperkompleks sayı aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$\mathbb{Z} = a + \sum_{n=1}^7 b_n \mathbf{e}_n + c i_0 + \sum_{n=1}^7 d_n \boldsymbol{\varepsilon}_n . \quad (4.20)$$

Burada baz elemanlarının kareleri,

$$\mathbf{e}_n^2 = -1 \text{ ve } \boldsymbol{\varepsilon}_n^2 = 1 \quad (4.21)$$

şeklinde tanımlanır. Benzer şekilde $i_0, i_0^2 = 1$ özelliğine sahip olup $\mathbf{e}_n \boldsymbol{\varepsilon}_n = \boldsymbol{\varepsilon}_n \mathbf{e}_n$ bağıntısının bir sonucudur [45-48].

Öte yandan Muses konik sedenionları da klasik sedenionlar gibi değişmeli olmayan bir cebir oluşturur. Konik sedenionların baz elemanları için çarpım kuralları Çizelge 4.2’de verilmiştir.

Çizelge 4.2. Konik Sedeniyon bazlarının çarpım kuralları [54]

	1	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	i_0	ε_1	ε_2	ε_3	ε_4	ε_5	ε_6	ε_7
1	1	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	i_0	ε_1	ε_2	ε_3	ε_4	ε_5	ε_6	ε_7
e_1	e_1	-1	e_3	$-e_2$	e_5	$-e_4$	$-e_7$	e_6	$-\varepsilon_1$	i_0	ε_3	$-\varepsilon_2$	ε_5	$-\varepsilon_4$	$-\varepsilon_7$	ε_6
e_2	e_2	$-e_3$	-1	e_1	e_6	e_7	$-e_4$	$-e_5$	$-\varepsilon_2$	$-\varepsilon_3$	i_0	ε_1	ε_6	ε_7	$-\varepsilon_4$	$-\varepsilon_5$
e_3	e_3	e_2	$-e_1$	-1	e_7	$-e_6$	e_5	$-e_4$	$-\varepsilon_3$	ε_2	$-\varepsilon_1$	i_0	ε_7	$-\varepsilon_6$	ε_5	$-\varepsilon_4$
e_4	e_4	$-e_5$	$-e_6$	$-e_7$	-1	e_1	e_2	e_3	$-\varepsilon_4$	$-\varepsilon_5$	$-\varepsilon_6$	$-\varepsilon_7$	i_0	ε_1	ε_2	ε_3
e_5	e_5	e_4	$-e_7$	e_6	$-e_1$	-1	$-e_3$	e_2	$-\varepsilon_5$	ε_4	$-\varepsilon_7$	ε_6	$-\varepsilon_1$	i_0	$-\varepsilon_3$	ε_2
e_6	e_6	e_7	e_4	$-e_5$	$-e_2$	e_3	-1	$-e_1$	$-\varepsilon_6$	ε_7	ε_4	$-\varepsilon_5$	$-\varepsilon_2$	ε_3	i_0	$-\varepsilon_1$
e_7	e_7	$-e_6$	e_5	e_4	$-e_3$	$-e_2$	e_1	-1	$-\varepsilon_7$	$-\varepsilon_6$	ε_5	ε_4	$-\varepsilon_3$	$-\varepsilon_2$	ε_1	i_0
i_0	i_0	$-\varepsilon_1$	$-\varepsilon_2$	$-\varepsilon_3$	$-\varepsilon_4$	$-\varepsilon_5$	$-\varepsilon_6$	$-\varepsilon_7$	-1	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7
ε_1	ε_1	i_0	ε_3	$-\varepsilon_2$	ε_5	$-\varepsilon_4$	$-\varepsilon_7$	ε_6	e_1	1	$-\varepsilon_3$	e_2	$-\varepsilon_5$	e_4	e_7	$-\varepsilon_6$
ε_2	ε_2	$-\varepsilon_3$	i_0	ε_1	ε_6	ε_7	$-\varepsilon_4$	$-\varepsilon_5$	e_2	e_3	1	$-\varepsilon_1$	$-\varepsilon_6$	$-\varepsilon_7$	e_4	e_5
ε_3	ε_3	ε_2	$-\varepsilon_1$	i_0	ε_7	$-\varepsilon_6$	ε_3	$-\varepsilon_4$	e_3	$-\varepsilon_2$	e_1	1	$-\varepsilon_7$	e_6	$-\varepsilon_5$	e_4
ε_4	ε_4	$-\varepsilon_5$	$-\varepsilon_6$	$-\varepsilon_7$	i_0	ε_1	ε_2	ε_3	e_4	e_5	e_6	e_7	1	$-\varepsilon_1$	$-\varepsilon_2$	$-\varepsilon_3$
ε_5	ε_5	ε_4	$-\varepsilon_7$	ε_6	$-\varepsilon_1$	i_0	$-\varepsilon_3$	ε_2	e_5	$-\varepsilon_4$	e_7	$-\varepsilon_6$	e_1	1	e_3	$-\varepsilon_2$
ε_6	ε_6	ε_7	ε_4	$-\varepsilon_5$	$-\varepsilon_2$	ε_3	i_0	$-\varepsilon_1$	e_6	$-\varepsilon_7$	$-\varepsilon_4$	e_5	e_2	$-\varepsilon_3$	1	e_1
ε_7	ε_7	$-\varepsilon_6$	ε_5	ε_4	$-\varepsilon_3$	$-\varepsilon_2$	ε_1	i_0	e_7	e_6	$-\varepsilon_5$	$-\varepsilon_4$	e_3	e_2	$-\varepsilon_1$	1

4.2.2 Temel İşlemler

4.2.2.1 Konik Sedeniyonun Eşleniği

Konik sedenionlar farklı türde özelliklere sahip baz elemanlardan oluştuğu için üç tip eşlenik tanımlanabilir. Bunlar:

I. Kareleri -1 olan ve i 'nin eşleniği olarak adlandırılan tüm imajiner baz elemanların işareti negatif yapılarak elde edilir:

$$\mathbb{Z}_i^* = a - \sum_{n=1}^7 b_n e_n - c i_0 + \sum_{n=1}^7 d_n \varepsilon_n. \quad (4.22)$$

II. Diğer eşlenik ise kareleri $+1$ olan tüm temel elemanlarla elde edilir:

$$\mathbb{Z}_\varepsilon^* = a + \sum_{n=1}^7 b_n e_n + c i_0 - \sum_{n=1}^7 d_n \varepsilon_n \quad (4.23)$$

III. Son olarak hem sanal hem de hiperbolik baz elemanların işaretinin negatif yapılmasıyla ise tam eşlenik elde edilir.

$$\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z}_{i,e}^* = a - \sum_{n=1}^7 b_n e_n + c i_0 - \sum_{n=1}^7 d_n \varepsilon_n. \quad (4.24)$$

4.2.1.2 Konik Sedenionların Normu:

Konik sedenionlar için üç tür eşlenik olduğundan üç tür de normu mevcuttur.

Bunlar

I. i – Norm:

$$\|\mathbb{Z}\|_i = N_i = \mathbb{Z}\mathbb{Z}_i^* \quad (4.25a)$$

$$= (a^2 + b_n^2 + c_n^2 + d^2) + 2(ac_n - db_n)\epsilon_n - b_m b_n i_m i_n + c_m c_n \epsilon_m \epsilon_n \quad (4.25b)$$

II. ϵ – Norm:

$$\|\mathbb{Z}\|_\epsilon = N_\epsilon = \mathbb{Z}\mathbb{Z}_\epsilon^* \quad (4.26a)$$

$$= (a^2 - b_n^2 - c_n^2 + d^2) + 2(ab_n - c_n d)i_n - b_m b_n i_m i_n + c_m c_n \epsilon_m \epsilon_n \quad (4.26b)$$

III. i, e Norm :

$$\|\mathbb{Z}\| = \|\mathbb{Z}\|_{i,\epsilon} = N = N_{i,\epsilon} = \mathbb{Z}\mathbb{Z}_{i,\epsilon}^* \quad (4.27a)$$

$$= (a + di_0)^2 + (b_n - c_n i_0)^2 \quad (4.27b)$$

$$= a^2 + 2a di_0 - d^2 + b_n^2 - 2b_n c_n i_0 - c_n^2 \quad (4.27c)$$

$$= (a^2 + b_n^2 - c_n^2 - d^2) + 2(ad - b_n c_n) i_0 \quad (4.27d)$$

şeklindedir [56].

5. SEDENİONLARLA PLAZMA FİZİĞİ DENKLEMLERİNİN YENİDEN FORMÜLASYONU

Bu tezde, plazmaların alan denklemlerinin zarif ve kompakt bir şekilde olası bir genellemesini sunmak için $\hbar = c = 1$ olacak şekilde doğal birimlerini kullanılacak, ses hızı ve e_α/m_α oranı birim kabul edilecektir.

Elektromanyetizmanın, lineer gravitasyonun geliştirilmesi için kullanılan sedenionik uzay-zaman diferansiyel operatörüne benzer şekilde plazmalar için de aşağıdaki operatör tanımlanabilir [54];

$$\square = -\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\epsilon_5 - \frac{\partial}{\partial y}\epsilon_6 - \frac{\partial}{\partial z}\epsilon_7. \quad (5.1)$$

Doğal olarak bu operatörün eşleniği de

$$\square^* = -\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\epsilon_5 + \frac{\partial}{\partial y}\epsilon_6 + \frac{\partial}{\partial z}\epsilon_7 \quad (5.2)$$

şeklinde verilmelidir. Benzer şekilde, sedenionik geliştirilmiş çok akışkanlı plazma potansiyeli, skaler ve vektör potansiyeller gibi davranan plazma niceliklerini birleştirmek için kullanılabilir:

$$\Psi = \Psi_s + \Psi v = A_x e_1 + A_y e_2 + A_z e_3 - H e_4 - v_x \epsilon_1 - v_y \epsilon_2 - v_z \epsilon_3 - \phi \epsilon_4. \quad (5.3)$$

Burada Ψ_s geliştirilmiş skaler potansiyel,

$$\Psi_s = -H e_4 - \phi \epsilon_4 \quad (5.4)$$

ve Ψv ise geliştirilmiş vektör potansiyelidir:

$$\Psi v = A_x e_1 + A_y e_2 + A_z e_3 - v_x \epsilon_1 - v_y \epsilon_2 - v_z \epsilon_3. \quad (5.5)$$

Burada, v_x, v_y, v_z sırasıyla v_α hızının $x-, y-, z-$ eksenleri yönündeki üç ayrı bileşenini temsil eder. Diferansiyel operatörün eşleniğinin $\square^*$ geliştirilmiş plazma potansiyeline Ψ uygulanması sonucunda aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$\begin{aligned} \square^* \Psi = & -\left[\frac{\partial A_x}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x}\right] e_1 - \left[\frac{\partial A_y}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial y}\right] e_2 - \left[\frac{\partial A_z}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial z}\right] e_3 \\ & + \left[\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}\right] e_4 - \left[\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z}\right] e_5 \end{aligned} \quad (5.6a)$$

$$\begin{aligned}
& - \left[\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \right] \mathbf{e}_6 - \left[\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right] \mathbf{e}_7 + \left[\frac{\partial v_x}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} \right] \mathbf{\epsilon}_1 \\
& + \left[\frac{\partial v_y}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial y} \right] \mathbf{\epsilon}_2 + \left[\frac{\partial v_z}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial z} \right] \mathbf{\epsilon}_3 \\
& + \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right] \mathbf{\epsilon}_4 + \left[\frac{\partial A_y}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial y} \right] \mathbf{\epsilon}_5 \\
& + \left[\frac{\partial A_z}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial z} \right] \mathbf{\epsilon}_6 + \left[\frac{\partial A_x}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial x} \right] \mathbf{\epsilon}_7.
\end{aligned}$$

Eğer vektörel notasyon (5.6) denkleminde kullanılırsa, daha kompakt ve daha tanıdık ifadeler elde edilebilir:

$$\begin{aligned}
\Box^* \Psi = & - \left[\frac{\partial A_x}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] \mathbf{e}_1 - \left[\frac{\partial A_y}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \right] \mathbf{e}_2 - \left[\frac{\partial A_z}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \right] \mathbf{e}_3 \\
& + \left[\frac{\partial H}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{v} \right] \mathbf{e}_4 - [(\nabla \times \mathbf{v})_x] \mathbf{e}_5 - [(\nabla \times \mathbf{v})_y] \mathbf{e}_6 - [(\nabla \times \mathbf{v})_z] \mathbf{e}_7 \\
& + \left[\frac{\partial v_x}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} \right] \mathbf{\epsilon}_1 + \left[\frac{\partial v_y}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial y} \right] \mathbf{\epsilon}_2 + \left[\frac{\partial v_z}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial z} \right] \mathbf{\epsilon}_3 \\
& + \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{A} \right] \mathbf{\epsilon}_4 - [(\nabla \times \mathbf{A})_x] \mathbf{\epsilon}_5 - [(\nabla \times \mathbf{A})_y] \mathbf{\epsilon}_6 + [(\nabla \times \mathbf{A})_z] \mathbf{\epsilon}_7
\end{aligned} \tag{5.6b}$$

Sedenion baz elemanları olan $\mathbf{e}_4$ ve $\mathbf{\epsilon}_4$ ile ilgili denklemler, sırasıyla akışkanlar ve elektromanyetizma için iki farklı Lorenz koşulunu ifade eder ve bu nedenle ilgili denklemler sıfıra eşittir. Öte yandan açıkça, yukarıdaki denklemlerdeki $\mathbf{e}_n, n = 1, 2, 3$ ve $\mathbf{\epsilon}_n, n = 5, 6, 7$ baz elemanlarının belirlediği fiziksel nicelikler sırasıyla $x-, y-, z-$ eksenleri boyunca plazma elektrik ve manyetik alanlarının bileşenleridir. Benzer şekilde, kanonik momentum ve (3.18) denklemlerdeki tanımların yardımı ile kalan terimler de genelleştirilmiş vortisite $\boldsymbol{\beta}$ ve genelleştirilmiş Lamb vektörüne $\boldsymbol{\xi}$ aittir. Dolayısıyla sonuç olarak, aşağıdaki ifade yazılabilir:

$$\begin{aligned}
\Box^* \Psi = & E_x \mathbf{e}_1 + E_y \mathbf{e}_2 + E_z \mathbf{e}_3 - \beta_x \mathbf{e}_5 - \beta_y \mathbf{e}_6 - \beta_z \mathbf{e}_7 - \xi_x \mathbf{\epsilon}_1 - \xi_y \mathbf{\epsilon}_2 - \xi_z \mathbf{\epsilon}_3 - \\
& B_x \mathbf{\epsilon}_5 - B_y \mathbf{\epsilon}_6 - B_z \mathbf{\epsilon}_7
\end{aligned} \tag{5.7}$$

Burada elde edilen sedenionik gösterim, plazma denklemlerinin daha kompakt ve daha zarif bir şekilde birleştirmemize hizmet eder. Bu nedenle (5.7) denklemi,

$$\Box^* \Psi = \mathbb{F} \tag{5.8}$$

şeklinde de ifade edilebilir. Burada $\mathbb{F}$,

$$\mathbb{F} = E_x \mathbf{e}_1 + E_y \mathbf{e}_2 + E_z \mathbf{e}_3 - \beta_x \mathbf{e}_5 - \beta_y \mathbf{e}_6 - \beta_z \mathbf{e}_7 - \xi_x \boldsymbol{\varepsilon}_1 - \xi_y \boldsymbol{\varepsilon}_2 - \xi_z \boldsymbol{\varepsilon}_3 - B_x \boldsymbol{\varepsilon}_5 - B_y \boldsymbol{\varepsilon}_6 - B_z \boldsymbol{\varepsilon}_7 \quad (5.9)$$

biçiminde tanımlanan sedenionik genelleştirilmiş alandır. Bu tanım, klasik elektromanyetizma ve akışkanlar mekaniği için ilgili literatürde verilen benzerleri gibi plazmanın tüm alan bileşenlerini net bir şekilde ifade edilmesine imkan sağlar. Öte yandan, sedenionik diferansiyel operatörünün $\square$ bu kez sedenionik genelleştirilmiş alan $\mathbb{F}$ üzerine uygulanması plazma için başka bağıntıların ortaya çıkmasına neden olur:

$$\begin{aligned} \square \mathbb{F} = & \left[\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} \right] + \left[\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} - \frac{\partial E_x}{\partial t} \right] \mathbf{e}_1 \\ & + \left[\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} - \frac{\partial E_y}{\partial t} \right] \mathbf{e}_2 + \left[\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} - \frac{\partial E_z}{\partial t} \right] \mathbf{e}_3 \\ & - \left[\frac{\partial \xi_x}{\partial x} + \frac{\partial \xi_y}{\partial y} + \frac{\partial \xi_z}{\partial z} \right] \mathbf{e}_4 - \left[\frac{\partial \xi_z}{\partial y} - \frac{\partial \xi_y}{\partial z} + \frac{\partial \beta_x}{\partial t} \right] \mathbf{e}_5 \\ & + \left[\frac{\partial \xi_x}{\partial z} - \frac{\partial \xi_z}{\partial x} + \frac{\partial \beta_y}{\partial t} \right] \mathbf{e}_6 + \left[\frac{\partial \xi_y}{\partial x} - \frac{\partial \xi_x}{\partial y} + \frac{\partial \beta_z}{\partial t} \right] \mathbf{e}_7 \\ & + \left[\frac{\partial \beta_x}{\partial x} + \frac{\partial \beta_y}{\partial y} + \frac{\partial \beta_z}{\partial z} \right] i_0 - \left[\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} - \frac{\partial \xi_x}{\partial t} \right] \boldsymbol{\varepsilon}_1 \\ & - \left[\frac{\partial \beta_x}{\partial z} - \frac{\partial \beta_z}{\partial x} - \frac{\partial \xi_y}{\partial t} \right] \boldsymbol{\varepsilon}_2 - \left[\frac{\partial \beta_y}{\partial x} - \frac{\partial \beta_x}{\partial y} - \frac{\partial \xi_z}{\partial t} \right] \boldsymbol{\varepsilon}_3 \\ & - \left[\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \right] \boldsymbol{\varepsilon}_4 + \left[\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} + \frac{\partial B_x}{\partial t} \right] \boldsymbol{\varepsilon}_5 \\ & + \left[\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial t} \right] \boldsymbol{\varepsilon}_6 + \left[\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial t} \right] \boldsymbol{\varepsilon}_7 \end{aligned} \quad (5.10a)$$

Bu denklemde de vektörel notasyonun kullanımı, daha basit bir form elde edilmesini sağlar:

$$\begin{aligned} \square \mathbb{F} = & \nabla \cdot \mathbf{B} + [(\nabla \times \mathbf{B})_x] \mathbf{e}_1 + \left[(\nabla \times \mathbf{B})_y - \frac{\partial E_y}{\partial t} \right] \mathbf{e}_2 \\ & + \left[(\nabla \times \mathbf{B})_z - \frac{\partial E_z}{\partial t} \right] \mathbf{e}_3 - (\nabla \cdot \boldsymbol{\xi}_\alpha) \mathbf{e}_4 + \left[(\nabla \times \boldsymbol{\xi}_\alpha)_x + \frac{\partial \beta_x}{\partial t} \right] \mathbf{e}_5 \\ & + \left[(\nabla \times \boldsymbol{\xi}_\alpha)_y + \frac{\partial \beta_y}{\partial t} \right] \mathbf{e}_6 + \left[(\nabla \times \boldsymbol{\xi}_\alpha)_z + \frac{\partial \beta_z}{\partial t} \right] \mathbf{e}_7 + (\nabla \cdot \boldsymbol{\beta}_\alpha) i_0 \\ & - \left[(\nabla \times \boldsymbol{\beta}_\alpha)_x - \frac{\partial \xi_x}{\partial t} \right] \boldsymbol{\varepsilon}_1 - \left[(\nabla \times \boldsymbol{\beta}_\alpha)_y - \frac{\partial \xi_y}{\partial t} \right] \boldsymbol{\varepsilon}_2 \end{aligned} \quad (5.10b)$$

$$\begin{aligned}
& - \left[(\nabla \times \boldsymbol{\beta}_\alpha)_z - \frac{\partial \xi_z}{\partial t} \right] \boldsymbol{\varepsilon}_3 - (\nabla \cdot \mathbf{E}) \boldsymbol{\varepsilon}_4 + \left[(\nabla \times \mathbf{E})_x + \frac{\partial B_x}{\partial t} \right] \boldsymbol{\varepsilon}_5 \\
& + \left[(\nabla \times \mathbf{E})_y + \frac{\partial B_y}{\partial t} \right] \boldsymbol{\varepsilon}_6 + \left[(\nabla \times \mathbf{E})_z + \frac{\partial B_z}{\partial t} \right] \boldsymbol{\varepsilon}_7
\end{aligned}$$

Denklem (3.27)'de verilen plazma için Maxwell tipi denklemlerden yararlanılarak aşağıdaki sedenionik kaynak denklemi yazılabilir:

$$\square \mathbb{F} = \mathbb{J}. \quad (5.11)$$

Burada $\mathbb{J}$,

$$\mathbb{J} = \mathbb{J}_s + \mathbb{J}_v = J_x \mathbf{e}_1 + J_y \mathbf{e}_2 + J_z \mathbf{e}_3 - \varrho_\alpha \mathbf{e}_4 - \mathcal{J}_x \boldsymbol{\varepsilon}_1 - \mathcal{J}_y \boldsymbol{\varepsilon}_2 - \mathcal{J}_z \boldsymbol{\varepsilon}_3 - \rho_e \boldsymbol{\varepsilon}_4 \quad (5.12)$$

şeklinde tanımlanan sedenionik genelleştirilmiş kaynak yoğunluğudur. Burada,

$$\mathbb{J}_s = -\varrho_\alpha \mathbf{e}_4 - \rho_e \boldsymbol{\varepsilon}_4 \quad (5.13)$$

genelleştirilmiş yük yoğunluğu,

$$\mathbb{J}_v = J_x \mathbf{e}_1 + J_y \mathbf{e}_2 + J_z \mathbf{e}_3 - \mathcal{J}_x \boldsymbol{\varepsilon}_1 - \mathcal{J}_y \boldsymbol{\varepsilon}_2 - \mathcal{J}_z \boldsymbol{\varepsilon}_3 \quad (5.14)$$

genelleştirilmiş akım kaynak yoğunluğudur.

Denklem (5.11), sedenionlar vasıtasıyla, elektromanyetizma için tanımlanan alanlar ile akışkanlar için tanımlanan alanlarının tek bir denklemde gösterilebilmesine imkan tanır.

Benzer şekilde, denklem (5.8)'de üzerinde sedenionik diferansiyel operatörün tekrar kullanılmasından sonra,

$$\square \square^* \boldsymbol{\Psi} = \square \mathbb{F} \quad (5.15)$$

denklem (5.11) yardımı ile aşağıdaki ifade yazılabilir:

$$\square \cdot \boldsymbol{\Psi} = \mathbb{J}. \quad (5.16)$$

Burada $\square \cdot$, d'Alembertian operatörüdür:

$$\square \cdot = \square^* = \square^* \square = \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right]. \quad (5.17)$$

Aslında, (5.16) denkleminin kompakt formu sekiz alt denklemi içermektedir. Sedenion bileşenlerine ilişkin bu alt denklemler aşağıdaki gibi açıkça ifade edilebilir.

$$\frac{\partial^2 A_x}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} = J_x, \quad (5.18a)$$

$$\frac{\partial^2 A_y}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 A_y}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 A_y}{\partial z^2} = J_y, \quad (5.18b)$$

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} = J_z, \quad (5.18c)$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \varrho_\alpha, \quad (5.18d)$$

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} = J_x, \quad (5.18e)$$

$$\frac{\partial^2 v_y}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} = J_y, \quad (5.18f)$$

$$\frac{\partial^2 v_z}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} = J_z, \quad (5.18g)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \rho_e. \quad (5.18h)$$

Son olarak, sedenionik diferansiyel operatörün eşleniğinin $\square^*$ daha önce elde edilen (5.11) denkleminin her iki tarafına uygulanması ile elektromanyetizma ve akışkanlarla ilişkili alanlar açısından dalga denkleminin bir başka formu elde edilir:

$$\square^* \square F = \square F = \square^* J. \quad (5.19)$$

Kapalı formdaki bu kompakt denklem, aslında aşağıdaki ifadeyi temsil eder:

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} - \left[\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} \right] \right\} \mathbf{e}_1 \\ & + \left\{ \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} - \left[\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} \right] \right\} \mathbf{e}_2 \\ & + \left\{ \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} - \left[\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} \right] \right\} \mathbf{e}_3 \\ & - \left\{ \frac{\partial^2 \beta_x}{\partial t^2} - \left[\frac{\partial^2 \beta_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \beta_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \beta_x}{\partial z^2} \right] \right\} \mathbf{e}_5 \\ & - \left\{ \frac{\partial^2 \beta_y}{\partial t^2} - \left[\frac{\partial^2 \beta_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \beta_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \beta_y}{\partial z^2} \right] \right\} \mathbf{e}_6 \\ & - \left\{ \frac{\partial^2 \beta_z}{\partial t^2} - \left[\frac{\partial^2 \beta_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \beta_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \beta_z}{\partial z^2} \right] \right\} \mathbf{e}_7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\left\{\frac{\partial^2 \xi_x}{\partial t^2} - \left[\frac{\partial^2 \xi_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi_x}{\partial z^2}\right]\right\} \mathbf{e}_1 \\
& -\left\{\frac{\partial^2 \xi_y}{\partial t^2} - \left[\frac{\partial^2 \xi_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi_y}{\partial z^2}\right]\right\} \mathbf{e}_2 \\
& -\left\{\frac{\partial^2 \xi_z}{\partial t^2} - \left[\frac{\partial^2 \xi_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi_z}{\partial z^2}\right]\right\} \mathbf{e}_3 \\
& -\left\{\frac{\partial^2 B_x}{\partial t^2} - \left[\frac{\partial^2 B_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_x}{\partial z^2}\right]\right\} \mathbf{e}_5 \\
& -\left\{\frac{\partial^2 B_y}{\partial t^2} - \left[\frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_y}{\partial z^2}\right]\right\} \mathbf{e}_6 \\
& -\left\{\frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2} - \left[\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2}\right]\right\} \mathbf{e}_7 \\
& = -\left\{\frac{\partial \rho_e}{\partial x} + \frac{\partial \mathcal{I}_x}{\partial t}\right\} \mathbf{e}_1 - \left\{\frac{\partial \rho_e}{\partial y} + \frac{\partial \mathcal{I}_y}{\partial t}\right\} \mathbf{e}_2 - \left\{\frac{\partial \rho_e}{\partial z} + \frac{\partial \mathcal{I}_z}{\partial t}\right\} \mathbf{e}_3 \\
& -\left\{\frac{\partial \varrho_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{I}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathcal{I}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathcal{I}_z}{\partial z}\right\} \mathbf{e}_4 - \left\{\frac{\partial \mathcal{I}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathcal{I}_y}{\partial z}\right\} \mathbf{e}_5 \\
& -\left\{\frac{\partial \mathcal{I}_x}{\partial z} - \frac{\partial \mathcal{I}_z}{\partial x}\right\} \mathbf{e}_6 - \left\{\frac{\partial \mathcal{I}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathcal{I}_x}{\partial y}\right\} \mathbf{e}_7 + \left\{\frac{\partial \varrho_\alpha}{\partial x} + \frac{\partial \mathcal{I}_x}{\partial t}\right\} \mathbf{e}_1 \\
& + \left\{\frac{\partial \varrho_\alpha}{\partial y} + \frac{\partial \mathcal{I}_y}{\partial t}\right\} \mathbf{e}_2 + \left\{\frac{\partial \varrho_\alpha}{\partial z} + \frac{\partial \mathcal{I}_z}{\partial t}\right\} \mathbf{e}_3 - \left\{\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{I}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathcal{I}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathcal{I}_z}{\partial z}\right\} \mathbf{e}_4 \\
& -\left\{\frac{\partial \mathcal{I}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathcal{I}_y}{\partial z}\right\} \mathbf{e}_5 - \left\{\frac{\partial \mathcal{I}_x}{\partial z} - \frac{\partial \mathcal{I}_z}{\partial x}\right\} \mathbf{e}_6 - \left\{\frac{\partial \mathcal{I}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathcal{I}_x}{\partial y}\right\} \mathbf{e}_7. \tag{5.20}
\end{aligned}$$

Matematiksel olarak bu ifadenin her iki tarafında yer alan baz elemanı bileşenlerinin karşılıklı olarak eşitlenmesinden sonra, aşağıdaki denklemler yazılabilir:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} - \left[\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}\right] = -\left[\frac{\partial \rho_e}{\partial x} + \frac{\partial \mathcal{I}_x}{\partial t}\right], \tag{5.21a}$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} - \left[\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2}\right] = -\left[\frac{\partial \rho_e}{\partial y} + \frac{\partial \mathcal{I}_y}{\partial t}\right], \tag{5.21b}$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} - \left[\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2}\right] = -\left[\frac{\partial \rho_e}{\partial z} + \frac{\partial \mathcal{I}_z}{\partial t}\right], \tag{5.21c}$$

$$\frac{\partial \varrho_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{I}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathcal{I}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathcal{I}_z}{\partial z} = 0, \quad (5.21d)$$

$$\frac{\partial^2 B_x}{\partial t^2} - \left[\frac{\partial^2 B_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_x}{\partial z^2} \right] = \left[\frac{\partial \mathcal{I}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathcal{I}_y}{\partial z} \right], \quad (5.21e)$$

$$\frac{\partial^2 B_y}{\partial t^2} - \left[\frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_y}{\partial z^2} \right] = \left[\frac{\partial \mathcal{I}_x}{\partial z} - \frac{\partial \mathcal{I}_z}{\partial x} \right], \quad (5.21f)$$

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2} - \left[\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2} \right] = \left[\frac{\partial \mathcal{I}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathcal{I}_x}{\partial y} \right], \quad (5.21g)$$

$$\frac{\partial^2 \xi_x}{\partial t^2} - \left[\frac{\partial^2 \xi_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi_x}{\partial z^2} \right] = - \left[\frac{\partial \varrho_\alpha}{\partial x} + \frac{\partial \mathcal{I}_x}{\partial t} \right], \quad (5.21h)$$

$$\frac{\partial^2 \xi_y}{\partial t^2} - \left[\frac{\partial^2 \xi_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi_y}{\partial z^2} \right] = - \left[\frac{\partial \varrho_\alpha}{\partial y} + \frac{\partial \mathcal{I}_y}{\partial t} \right], \quad (5.21i)$$

$$\frac{\partial^2 \xi_z}{\partial t^2} - \left[\frac{\partial^2 \xi_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi_z}{\partial z^2} \right] = - \left[\frac{\partial \varrho_\alpha}{\partial z} + \frac{\partial \mathcal{I}_z}{\partial t} \right], \quad (5.21j)$$

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{I}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathcal{I}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathcal{I}_z}{\partial z} = 0, \quad (5.21k)$$

$$\frac{\partial^2 B_x}{\partial t^2} - \left[\frac{\partial^2 B_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_x}{\partial z^2} \right] = \left[\frac{\partial \mathcal{I}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathcal{I}_y}{\partial z} \right], \quad (5.21l)$$

$$\frac{\partial^2 B_y}{\partial t^2} - \left[\frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_y}{\partial z^2} \right] = \left[\frac{\partial \mathcal{I}_x}{\partial z} - \frac{\partial \mathcal{I}_z}{\partial x} \right], \quad (5.21m)$$

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2} - \left[\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2} \right] = \left[\frac{\partial \mathcal{I}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathcal{I}_x}{\partial y} \right]. \quad (5.21n)$$

Denklem (5.19)'daki $\mathbf{e}_n$ ($n = 1, 2, 3$) baz elemanlarına ilişkin ifadeler, plazmanın elektrik alanı için tanımlanan dalga denklemlerine aittir:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \nabla^2 \mathbf{E} = -\nabla \rho_e - \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t}. \quad (5.22)$$

Benzer şekilde, aynı denklemde $\mathbf{\epsilon}_n$ ($n = 5, 6, 7$) hiperbolik baz elemanlarına ilişkin ifadeler de plazmanın manyetik alanı $\mathbf{B}$ için tanımlanan dalga denklemini temsil eder:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} - \nabla^2 \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{J}. \quad (5.23)$$

Öte yandan, $\mathbf{\epsilon}_n$ ($n = 1, 2, 3$) hiperbolik baz elemanlarına ve $\mathbf{e}_n$ ($n = 5, 6, 7$) baz elemanları ile ilişkili ifadeler ise genelleştirilmiş Lamb vektörü $\boldsymbol{\xi}$ ve genelleştirilmiş vortisite $\boldsymbol{\beta}$ için dalga denklemlerini verir:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} - \nabla^2 \xi_- = -\nabla \varrho_\alpha - \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial t}, \quad (5.24)$$

$$\frac{\partial^2 \beta}{\partial t^2} - \nabla^2 \beta = \nabla \times \mathcal{J}. \quad (5.25)$$

Üstelik, denklem (5.21d) ve (5.21k) sırasıyla akışkanlar mekaniği

$$\frac{\partial \varrho_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot \mathcal{J} = 0 \quad (5.26)$$

ve elektromanyetizma için

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (5.27)$$

tanımlanan süreklilik denklemleridir.

6.SONUÇLAR

Thompson ve Moeller tarafından elektromanyetizma ile akışkanlar dinamiği arasındaki teorik benzerlikten yararlanarak kanonik vortisite ve geliştirilmiş Lamb vektörü cinsinden plazma denklemlerinin yeniden formülasyonu için yeni bir teorik model ortaya konulmuştur. Genellikle plazmalar, bazen termal dinamik denge durumuna ulaşmasa da bir akışkan olarak kabul edilebilir. Çoğu durumda plazma, maruz kaldığı mekanik kuvvetler nedeniyle bir akışkan gibi davranır. Bu durum ise akışkanlar mekaniğinin yararlı eşitliklerinin plazma denklemlerine uyarlanmasını sağlar. Öte yandan, akışkanlar dinamiği ve klasik elektrodinamik denklemleri arasındaki teorik benzerlik, akışkan alan denklemlerinin elektromanyetizmadaki Maxwell denklemlerine benzer bir biçimde ifade edilmesine imkan tanır [59]. Bu nedenle ideal bir plazma modeli, akışkan denklemleri ile klasik elektromanyetizmanın çok iyi bilinen denklemleri arasında uygun bir bağlantı kurulmasını gerektirir [18].

Plazma alan denklemlerini formüle etmek için farklı hiperkompleks sayılarına dayalı birçok girişim vardır. Bu tezde, plazma denklemleri, akışkanlar dinamiği ve elektromanyetizma arasındaki teorik benzerlikten yararlanılarak sedenion cebiri çerçevesinde yeni bir model sunulmuştur. Bu model, imajiner bileşenler yerine reel bileşenlere dayandığı için diğer yöntemlerden farklıdır. Plazmanın kuaternionik olarak yeniden formülasyonundan farklı olarak [21], sedenionik gösterimi için herhangi bir imajiner sayı kullanmaya gerek yoktur.

Plazmanın çoklu akışkan denklemleri, akışkanların alan denklemleri ile klasik elektromanyetizmanın Maxwell denklemleri arasındaki teorik benzerliği daha iyi yansıtmak için konik sedenionlar cinsinden yeniden formüle edilmiştir. Türetilen plazmanın alan denklemleri, dört farklı alanla ilişkilidir. Bunlardan ikisi geliştirilmiş Lamb vektörü ξ ve geliştirilmiş vortisite β akışkan dinamiği ile bağlantılı iken son ikisi olan elektrik alan E ve manyetik alan B ise klasik elektromanyetizma ile ilişkilidir.

Bu tez, plazmanın Maxwell-tipi denklemlerinin daha kullanışlı ve daha kompakt bir formda sedenionlarla yeniden formüle edilmesini amaçlamaktadır. Denklem (5.9), klasik elektromanyetizma ve akışkan mekaniğiyle ilişkili tüm alan bileşenlerini açık ve anlaşılır bir şekilde temsil edilmesini sağlar.

Öte yandan plazma denklemlerinde, ϵ_α toplam enerji ve kanonik momentum P_α , elektromanyetizmadaki ϕ skaler potansiyeli ve A vektör potansiyelinin rolü ile aynı davranışı gösterir. Benzer şekilde, akışkan denklemlerinde ise aynı rollerin v hızı ve h

entalpi tarafından üstlenildiği görülmektedir. Sedenionik denklem (5.6), plazma ve klasik elektromanyetizma denklemleri arasındaki izomorfluğu açıkça kanıtlamaktadır. Ayrıca bu formalizm kullanılarak, bu iki disiplinin potansiyel denklemleri, tek bir sedenionik denklem olarak (5.8) eşitliği ile birleştirilmiştir. Aslında bu ifade, konik sedenion terimleri cinsinden plazmanın kompakt Maxwell tipi denklemidir.

Bu tezde, daha önce ilgili literatürlerde verilen elektromanyetik teori ve lineer gravitasyondaki muadillerine benzer bir biçimde genelleştirilmiş dalga denklemlerinin sedenion terimleri cinsinden iki farklı formu türetilmiştir [54, 55]. Eşitlik (5.16) ile tanımlanan kompakt sedenionik dalga denklemi sekiz alt denklem içerir. Benzer şekilde Denklem (5.19) ise elektromanyetizma ve akışkanlarla ilişkili alanlar açısından dalga denkleminin diğer biçimini verir.

Öte yandan, bazı hiperkompleks sayıların tutarlı bir vektör yorumu yoktur ve bu durum vektör alanlarının tanımlanmasında bazı zorluklara yol açar. Aksine, bu tezde kanıtlandığı gibi, vektör benzeri gerçek bileşenlere sahip sedenionik formalizm, çoklu akışkan plazma denklemlerinin yeniden formülasyonu için başarılı sonuçlar verir. Matematiksel olarak değişme ve birleşme özelliği göstermeyen yapılarına rağmen konik sedenionlar, 16 boyuta kadar fiziksel niceliklerin ilgili denklemlerini basit ve şık bir formda ifadesi için güçlü bir araçtır. Bu nedenle, tez çalışmaları sırasında elde edilen sonuçlar bir makale haline getirilerek bilim dünyasına sunulmuştur [60].

KAYNAKÇA

- [1] Akan, T., Maddenin Dördüncü Hali Plazma ve Temel Özellikleri, (2005)
- [2] Şahin, N. (2017). Plazma Temel Denklemleri ve Düşük Basınç Plazmalarda Langmuir Probu Ölçümleriyle Optik ve Elektriksel Özelliklerin Belirlenmesi. Doktora Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- [3] Goldston, R. J. ve Rutherford P. H. (1995). Introduction to plasma physics. Bristol: Institute of Physics Publishing.
- [4] Chen F.F. ve Chang J.P. ,Principles of plasma processing (2002) ,university of California , Los Angeles
- [5] Pat, S. (2007). Çoklu Gaz Karışımı Plazmalarının Optik Emisyon Spektroskopisi. Doktora Tezi. Eskişehir: Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- [6] Serway R.A., Beichner R.J. (2011). Fen ve Mühendislik için Fizik 2 (Çev: K. Çolakoğlu) Palme Yayıncılık, Ankara
- [7] J. G. Logan, Hydrodynamic analog of the classical field equations, Phys. Fluids 5 (1962) 868–869.
- [8] O. V. Troshkin, Perturbation waves in turbulent media, Comp. Maths. Math. Phys. 33 (1993) 1613–1628.
- [9] H. Marmanis, Analogy between the Navier–Stokes equations and Maxwell’s equations: Application to turbulence, Phys. Fluids 10 (1998) 1428–1437.
- [10] T. Kambe, A new formulation of equations of compressible fluids by analogy with Maxwell’s equations, Fluid Dyn. Res. 42 (2010) 055502.
- [11] T. Kambe, On fluid Maxwell equations, in Frontiers of Fundamental Physics and Physics Education Research, eds. B. G. Sidharth et al. (Springer, Cham, Heidelberg, 2014) pp. 287–295.
- [12] D. F. Scofield and P. Huq, Fluid dynamical Lorentz force law and Poynting theoremintroduction, Fluid Dyn. Res. 46 (2014) 055513.
- [13] D. F. Scofield and P. Huq, Fluid dynamical Lorentz force law and Poynting theoremderivation and implications, Fluid Dyn. Res. 46 (2014) 055514.
- [14] E. M. C. Abreu, J. A. Neto, A. C. R. Mendes and N. Sasaki, Abelian and non-Abelian considerations on compressible fluids with Maxwell-type equations and minimal coupling with the electromagnetic field, Phys. Rev. D 91 (2015) 125011.
- [15] R. J. Thompson and T. M. Moeller, Numerical and closed-form solutions for the Maxwell equations of incompressible flow, Phys. Fluids 30 (2018) 083606.

- [16] V. Christianto, F. Smarandache and Y. Umniyati, A derivation of fluidic Maxwell–Proca equations for electrodynamics of superconductors and its implication to chiral cosmology model, *Prespacetime J.* 9 (2018) 600–608.
- [17] R. J. Thompson and T. M. Moeller, A Maxwell formulation for the equations of a plasma, *Phys. Plasmas* 19 (2012) 010702.
- [18] R. J. Thompson and T. M. Moeller, Classical field isomorphism in two-fluid plasmas, *Phys. Plasmas* 19 (2012) 082116.
- [19] W. R. Hamilton, *Elements of Quaternions* (Chelsea, 1899).
- [20] S. Demir, A. Uymaz and M. Tanışlı, A new model for the reformulation of compressible fluid equations, *Chin. J. Phys.* 55 (2017) 115–126.
- [21] S. Demir, M. Tanışlı, N. Şahin and M. E. Kansu, Biquaternionic reformulation of multifluid plasma equations, *Chin. J. Phys.* 55 (2017) 1329–1339.
- [22] B. C. Chanyal and M. Pathak, Quaternionic approach to dual magnetohydrodynamics of dyonic cold plasma, *Adv. High Energy Phys.* 2018 (2018) 7843730.
- [23] J. C. Baez, The octonions, *Bull. Amer. Math. Soc.* 39 (2002) 145–205.
- [24] M. Gogberashvili, Octonionic version of Dirac equations, *Int. J. Mod. Phys. A* 21 (2006) 3513–3523.
- [25] S. De Leo and K. Abdel-Khalek, Octonionic quantum mechanics and complex geometry, *Prog. Theor. Phys.* 96 (1996) 823–831.
- [26] B. C. Chanyal, P. S. Bisht and O. P. S. Negi, Generalized octonion electrodynamics, *J. Math. Phys.* 49 (2010) 1333–1343.
- [27] S. Demir, M. Tanışlı and M. E. Kansu, Generalized hyperbolic octonion formulation for the fields of massive dyons and gravito-dyons, *Int. J. Theor. Phys.* 52 (2013) 3696–3711.
- [28] M. Tanışlı, M. E. Kansu and S. Demir, Reformulation of electromagnetic and gravitoelectromagnetic equations for Lorentz system with octonion algebra, *Gen. Relativ. Gravit.* 46 (2014) 1739.
- [29] Z.-H. Weng, Some properties of dark matter field in the complex octonion space, *Int. J. Mod. Phys. A* 30 (2015) 1550212.
- [30] Z.-H. Weng, Forces in the complex octonion curved space, *Int. J. Geom. Methods Mod. Phys.* 13 (2016) 1650076.

- [31] M. E. Kansu, M. Tanışlı and S. Demir, Octonion form of duality-invariant field equations for dyons, *Turkish J. Phys.* 44 (2020) 10–23.
- [32] Z.-H. Weng, Superconducting currents and charge gradients in the octonion spaces, *Eur. Phys. J. Plus* 135 (2020) 443.
- [33] S. Demir and M. Tanışlı, Hyperbolic octonion formulation of the fluid Maxwell equations, *J. Korean Phys. Soc.* 68 (2016) 616–623.
- [34] S. Demir and E. Zeren, Multifluid plasma equations in terms of hyperbolic octonions, *Int. J. Geom. Methods Mod. Phys.* 15 (2018) 1850053.
- [35] E. Zeren, Hiperbolik oktonionlarla plazma fiziği denklemlerinin yeniden formülasyonu (2019). Yüksek Lisans Tezi. Eskişehir Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- [36] D. Hestenes, *Space-time Algebra* (Gordon and Breach, 1966).
- [37] S. Demir, M. Tanışlı, N. Şahin and M. E. Kansu, Reformulation of multifluid plasma equations in terms of spacetime algebra, *J. Korean Phys. Soc.* 73 (2018) 524–530.
- [38] S. Demir and M. Tanışlı, Spacetime algebra for the reformulation of fluid field equations, *Int. J. Geom. Methods Mod. Phys.* 14 (2017) 1750075.
- [39] Y. Tian, Similarity and consimilarity of elements in the real Cayley–Dickson algebras, *Adv. Appl. Clifford Algebr.* 9 (1999) 61–76.
- [40] K. Imaeda and M. Imaeda, Sedenions: Algebra and analysis *Appl. Math. Comput.* 115 (2000) 77–88.
- [41] A. Akpınar (2021). Padovan, Pell-Padovan, Perrin Oktonionları ve Sedenionları. Yüksek Lisans Tezi. Erzincan Binali Yıldırım Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
- [42] M. F. Borges, M. D. Roque and J. A. Mariaio, Sedenions of Cayley–Dickson and the Cauchy–Riemann like relations, *Int. J. Pure Appl. Math.* 68 (2011) 165–188.
- [43] Adam B. Gillard, Three fermion generations with two unbroken gauge symmetries from the complex sedenions, (2019)
- [44] Kansu M.E. (2012). Kompleks Oktonionlarla Bi-izotropik Ortam için Maxwell Denklemleri ve Elektromanyetik Enerji. Doktora Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- [45] C. Mus’es, Applied hypernumbers: computational concepts, *Appl. Math. Comput.* 3 (1977) 211–226.

- [46] C. Mus'és, Hypernumbers–II. further concepts and computational applications, Appl. Math. Comput. 4 (1978) 45–66.
- [47] C. Mus'és, Hypernumbers and quantum field theory with a summary of physically applicable hypernumber arithmetics and their geometries, Appl. Math. Comput. 6 (1980) 63–94.
- [48] C. Mus'és, Hypernumbers applied or how they interface with the physical world, Appl. Math. Comput. 60 (1994) 25–36.
- [49] K. Carmody, Circular and hyperbolic quaternions, octonions, and sedenions, Appl. Math. Comput. 28 (1988) 47–72 .
- [50] K. Carmody, Circular and hyperbolic quaternions, octonions, and sedenions — further results, Appl. Math. Comput. 84 (1997) 27–47.
- [51] J. Köplinger, Signature of gravity in conic sedenions Appl. Math. Comput. 188 (2007) 942–947.
- [52] J. Köplinger, Gravity and electromagnetism on conic sedenions, Appl. Math. Comput. 188 (2007) 948–953.
- [53] J. Köplinger, Hypernumbers and relativity, Appl. Math. Comput. 188 (2007) 954–969.
- [54] S. Demir and M. Tanışlı, Sedenionic formulation for generalized fields of dyons, Int. J. Theor. Phys. 51 (2012) 1239–1252.
- [55] B. C. Chanyal, Sedenion unified theory of gravi-electromagnetism, Indian J. Phys. 88 (2014) 1197–1205.
- [56] A. Cariow and G. Cariowa, An algorithm for fast multiplication of sedenions, Inform. Process. Lett. 113 (2013) 324–331.
- [57] Z.-H. Weng, Color confinement and spatial dimensions in the complex-sedenion space, Adv. Math. Phys. (2017) 9876464.
- [58] Z.-H. Weng, Four interactions in the sedenion curved spaces, Int. J. Geom. Methods Mod. Phys. 16 (2019) 1950019.
- [59] J. C. Maxwell, A Treatise on Electricity and Magnetism (Clarendon Press, 1873).
- [60] S. Demir, M. Tanışlı ve D. Sümer (2021). Sedenionic formulation for the field equations of multifluid plasma. Int. Journal of Geom. Meth. Mod. Phys. 2150040.

ÖZGEÇMİŞ

ORCID ID : 0000 - 0002 -8780 - 3492

Adı Soyadı : Damla SÜMER

Yabancı Dil : İngilizce

Eğitim ve Mesleki Gelişimi :

- . Anadolu Üniversitesi, Fen Fakültesi, Fizik Bölümü, Lisans (2016)
- . Özel Adem Ceylan Final Teknik Koleji, Fizik Öğretmeni (2021 -)

Yayınları ve Bilimsel Geçmişi

- . Demir, S., Tanışlı, M. and Sümer, D. (2021). Sedenionic formulation for the field equations of multifluid plasma. Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys. 18. 2150040