

POISSON MOMENT FONKSİYONU YAKLAŞIMIYLA
SÜREKLİ ZAMAN MODELİ KESTİRİMİ

İlhan TUNÇ

Yüksek Lisans Tezi

Mekatronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Yrd. Doç. Dr. Murat TÜRE

2016



T.C.
BURSA TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**POISSON MOMENT FONKSİYONU YAKLAŞIMIYLA SÜREKLİ
ZAMAN MODELİ KESTİRİMİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İlhan TUNÇ

Mekatronik Mühendisliği Anabilim Dalı

BURSA
Şubat 2016



T.R.
BURSA TECHNICAL UNIVERSITY
GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

**CONTINUOUS TIME MODEL IDENTIFICATION VIA POISSON
MOMENT FUNCTIONAL APPROACH**

MASTER OF SCIENCE THESIS

İlhan TUNÇ

Department of Mechatronics Engineering

BURSA
February 2016

YÜKSEK LİSANS TEZİ ONAY FORMU

“İLHAN TUNÇ” tarafından “Yrd. Doç. Dr. MURAT TÜRE” yönetiminde hazırlanan “POISSON MOMENT FONKSİYONU YAKLAŞIMIYLA SÜREKLİ ZAMAN MODELİ KESTİRİMİ” başlıklı tez, kapsamı ve niteliği açısından incelenmiş ve **Yüksek Lisans** olarak kabul edilmiştir.

Sınav Jüri Üyeleri

Yrd. Doç. Dr. Murat TÜRE
(Bursa Teknik Üniversitesi, Mekatronik Mühendisliği Bölümü)

Yrd. Doç. Dr. İsmail BÜTÜN
(Bursa Teknik Üniversitesi, Mekatronik Mühendisliği Bölümü)

Yrd. Doç. Dr. Osman Hilmi KOÇAL
(Yalova Üniversitesi, Bilgisayar Mühendisliği Bölümü)

Tez Savunma Tarihi:...../02/2016

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Prof. Dr. Nurettin ACIR

.../02/2016 / ...

MASTER OF SCIENCE THESIS EXAMINATION RESULT FORM

The thesis entitled “CONTINUOUS TIME MODEL IDENTIFICATION VIA POISSON MOMENT FUNCTIONAL APPROACH” completed by “İlhan TUNÇ” under supervision of “Yrd. Doç. Dr. MURAT TÜRE” has been reviewed in terms of scope and quality and approved as a thesis for the degree of Master of Science.

Jury Members

Asst. Prof. Murat TÜRE
(Bursa Technical University, Department of Mechatronics Engineering)

Asst. Prof. İsmail BÜTÜN
(Bursa Technical University, Department of Mechatronics Engineering)

Asst. Prof. Osman Hilmi KOÇAL
(Yalova University, Department of Computer Engineering)

Date of Examination:...../02/2016

Director of Graduate School of Natural and Applied Sciences

Prof. Dr. Nurettin ACIR/02/2016/....

İNTİHAL BEYANI

Bu tezde görsel, işitsel ve yazılı biçimde sunulan tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uyularak tarafımdan elde edildiğini, tez içinde yer alan ancak bu çalışmaya özgü olmayan tüm sonuç ve bilgileri tezde kaynak göstererek belgelediğimi, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ederim.

Öğrencinin Adı Soyadı : İlhan TUNÇ

İmzası :

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimimde bana her türlü yardımı ve kolaylığı sağlayan Yrd. Doç. Dr. Murat Türe hocama katkılarından dolayı teşekkür ederim. Eğitim hayatım boyunca yetişmemde emeği geçen bütün hocalarıma ve kıymetli vakitlerini ayıran değerli jüri üyeleri; Yrd. Doç. Dr. İsmail Bütün ve Yrd. Doç. Dr. Osman Hilmi Koçal hocalarıma da teşekkür ederim.

Yüksek lisans tez süresince sabrı ve manevi desteği ile desteklerini esirgemeyen eşime, bana daima pozitif enerji veren minik kızıma, beni daima öğrenmeye teşvik eden anne ve babama, maddi ve manevi desteklerini her daim hissettiğim asistan arkadaşlarıma teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

İÇİNDEKİLER	vii
ŞEKİL LİSTESİ	ix
TABLO LİSTESİ	x
SEMBOL VE KISALTMA LİSTESİ	xi
ÖZET	xii
ABSTRACT	xiii
1. GİRİŞ	1
2. SİSTEM MODELLEME VE TANIMLAMA	9
2.1 Parametrik Olmayan Metotlar	11
2.1.1 Frekans Analizi	11
2.1.2 Transient Analizi	14
2.2 Parametre Tahmini Metotları	19
2.2.1 En Küçük Kareler Metodu	19
2.2.2 En Küçük Kareler Metodu Çevrimiçi Algoritması	23
2.2.3 En Küçük Kareler Yönteminin Uygunluk Analizi	25
2.2.4 Sistem Tanımlamada Parametrelerin Yakınsaması	26
2.2.5 Yardımcı Değişkenler Metodu ve Parametrelerin Yakınsaması	26
2.2.6 Yardımcı Değişkenler Metodu Çevrimiçi Algoritması	28
3. FİLTRELENMİŞ VERİLER YARDIMI İLE SÜREKLİ ZAMAN PARAMETRELERİNİN BULUNUŞU	30
3.1 Lineer İntegral Filtre	31
3.1.1 Lineer İntegral Filtre İşlemi Uygulaması	33
3.2 Poisson Moment Fonksiyonu	34
3.2.1 Poisson Moment Fonksiyonu Uygulaması	35
4. ALGORİTMALARIN BENZETİMSEL OLARAK GERÇEKLEŞTİRİLMESİ	40
4.1 Lineer İntegral Filtrenin Benzetiminin Gerçekleştirilmesi	41
4.2 Poisson Moment Fonksiyonu Uygulaması	43

4.3 Benzetim Sonuçlarının Değerlendirilmesi	47
5. SONUÇ VE GELECEKTEKİ ÇALIŞMALAR	56
KİŞİSEL BİLGİLER	60

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>sayfa no</u>
Şekil 1.1 Sistem tanımlama işlem basamakları	3
Şekil 1.2 Dinamik bir model ve t zamanındaki giriş $u(t)$, çıkış $y(t)$, bozucu giriş $v(t)$ ve ölçme gürültüsü $n(t)$	4
Şekil 1.3 Sistem tanımlamanın Young tarafından sınıflandırılması	4
Şekil 2.1 Klasik kontrol sistemi	9
Şekil 2.2 Adaptif kontrol blok şeması	10
Şekil 2.3 Blok Diyagramı	11
Şekil 2.4 Servo motor/servo kuvvetlendiricileri birleşiminin tanımlanması	12
Şekil 2.5 D.C. servo motor birleşiminin frekans cevabı	13
Şekil 2.6 Birinci dereceden bir sistemin birim basamak cevabı	15
Şekil 2.7 Ayırık zaman sistemi blok şeması	19
Şekil 2.8 Sistemin çıkışına gürültü karışan ayırık zaman sistemi	21
Şekil 2.9 Yardımcı Değişkenler metodu blok diyagramı şeması	27
Şekil 3.1 Gürültünün sinyale etkisi	30
Şekil 3.2 Poisson filtre zinciri	35
Şekil 4.1 Lineer İntegral filtre En Küçük Kareler metodu işleyiş şeması	41
Şekil 4.2 Lineer İntegral filtre Yardımcı Değişkenler metodu işleyiş şeması	42
Şekil 4.3 Poisson Moment fonksiyonu genel işleyiş şeması gösterimi	43
Şekil 4.4 Poisson Moment fonksiyonu En Küçük Kareler metodunda işleyiş şeması	44
Şekil 4.5 Poisson Moment fonksiyonu Yardımcı Değişkenler işleyiş şeması gösterimi	45
Şekil 4.7 Poisson Moment fonksiyonu parametrelerinin frekans cevabı	46
Şekil 4.8 Poisson Moment fonksiyonu parametrelerinin frekans cevabı	46
Şekil 4.9 Gürültüsüz durumda LİF ve PMF sonuçları	48
Şekil 4.10 Gürültü/Sinyal:%5 olduğu durumda LİF sonuçları	48
Şekil 4.11 Gürültü/Sinyal:%5 olduğu durumda LİF sonuçları	49
Şekil 4.12 Gürültü/Sinyal:%5 olduğu durumda LİF sonuçları	49
Şekil 4.13 Gürültü/Sinyal:%10 olduğu durumda LİF sonuçları	50
Şekil 4.14 Gürültü/Sinyal:%10 olduğu durumda LİF sonuçları	50
Şekil 4.15 Gürültü/Sinyal:%5 olduğu durumda PMF sonuçları	51
Şekil 4.16 Gürültü/Sinyal:%5 olduğu durumda PMF sonuçları	51
Şekil 4.17 Gürültü/Sinyal:%5 olduğu durumda PMF sonuçları	52
Şekil 4.18 Gürültü/Sinyal:%5 olduğu durumda PMF sonuçları	52
Şekil 4.19 Gürültü/Sinyal:%5 olduğu durumda PMF sonuçları	53
Şekil 4.20 Gürültü/Sinyal:%5 olduğu durumda PMF sonuçları	53
Şekil 4.21 Gürültü/Sinyal:%5 olduğu durumda PMF sonuçları	54
Şekil 4.22 Gürültü/Sinyal:%5 olduğu durumda PMF sonuçları	54
Şekil 4.23 Gürültü/Sinyal:%10 olduğu durumda PMF sonuçları	55
Şekil 4.24 Gürültü/Sinyal:%10 olduğu durumda PMF sonuçları	55

TABLO LİSTESİ

	<u>sayfa no</u>
Tablo 2.1 Servo motor birleşimimim frekans cevabı	12
Tablo 2.2 Servo motor birleşiminin birim basamak cevabı	14

SEMBOL VE KISALTMA LİSTESİ

Sembol	Anlam
k	Ayrık zaman indeksi
A_k	En Küçük Kareler giriş ve çıkış değerleri matrisi
E	Beklenen değer operatörü
M_k	Poisson Moment fonksiyonu
T	Örnekleme periyodu
e_k, v_k	Gürültü işaretleri
N/S	Gürültü/İşaret Oranı
ω_n	İkinci derece sistemin doğal frekansı
ζ	İkinci derece sistemin sönüm oranı
τ	Birinci dereceden sistemin zaman sabiti
$G(s)$	Sürekli zaman transfer fonksiyonu gösterimi
$G(z)$	Ayrık zaman transfer fonksiyonu gösterimi
φ_k	k anındaki durum vektörü
θ^*	Gerçek parametre vektörü
$\hat{\theta}$	Tahmin edilen parametre vektörü
ε_k	Çıkış denklem hatası
x_k	Gürültüsüz çıkış işareti
$\bar{x}_k$	Yardımcı Değişkenler yardımcı sistem çıkış işareti
y_k	Gürültülü çıkış işareti
β, λ	Poisson Moment fonksiyonu değişkenleri
l, L	Lineer İntegral filtre adım sayısı
Z_k	Yardımcı Değişkenler matrisi
$\delta(t)$	Dürtü fonksiyonu

Kısaltma	Anlam
EKK	En Küçük Kareler
MIMO	Çoklu giriş çoklu çıkış
YD	Yardımcı Değişkenler
TF	Transfer fonksiyonu
LİF	Lineer İntegral filtre
PMF	Poisson Moment fonksiyonu
CT	Sürekli Zaman
DT	Ayrık Zaman

ÖZET

POISSON MOMENT FONKSİYONU YAKLAŞIMIYLA SÜREKLİ ZAMAN MODELİ KESTİRİMİ

İlhan TUNÇ

Bursa Teknik Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Mekatronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Yrd. Doç. Dr. Murat TÜRE

Parametrelerin belirlenmesi adaptif kontrolün önemli bir konusudur. Bu konu üzerinde hem sürekli zamanda hem de ayrık zamanda çeşitli metotlar geliştirilmiştir. Bu metotlar filtreleme işlemleri ve sistem tanımlama işlemlerinden oluşmaktadır.

Filtreleme işlemi, sistem tanımlamada önemli avantajlar sağlamaktadır. Bunlardan ilki ayrık zaman modelinin bulunmasına gerek kalmadan parametrelerin bulunmasına olanak sağlamasıdır. Diğer önemli avantajı ise ayrık zaman modellerinin tanımlanmasında kullanılan metotların sürekli zaman modelinin bulunuşu için kullanılabilmesidir.

Bu çalışmada Sagara ve Zhao (1989) tarafından geliştirilmiş olan Lineer İntegral filtreleme işlemi ve Sinha ve Rao (1991) tarafından geliştirilen Poisson Moment fonksiyon filtresi işlemleri en bilinen sistem tanımlama metodu olan En Küçük Kareler ve Yardımcı Değişkenler metoduna uygulanmıştır. Ayrıca hem filtreleme metotları hem de sistem tanımlama algoritmaları arasında karşılaştırma yapılarak benzetimleri gerçekleştirilmiştir. Sistem modelinin parametrelerinin belirlenmesinde ikinci dereceden bir sistem ele alınmıştır ve benzetimlerinin sonuçları incelenmiştir.

Anahtar sözcükler: (Sistem Tanımlama, Poisson Moment fonksiyonu, Lineer İntegral filtre, En Küçük Kareler, Yardımcı Değişkenler)

ABSTRACT
**CONTINUOUS TIME MODEL IDENTIFICATION VIA POISSON
MOMENT FUNCTIONAL APPROACH**

İlhan TUNÇ

Bursa Technical University
Graduate School of Natural and Applied Science
Department of Mechatronics Engineering
Master of Science Thesis
Asst. Prof. Murat TRE

Estimation of parameters forms an important part of the adaptive control. Various methods are elaborated at continuous time and at discrete time on that subject. These methods are formed by filtering process and system identification process.

Filtering process supplies considerable advantages in system identification. The first advantage is that it facilitates finding parameters without needing to find discrete time model. And the other advantage is that it is usable for finding out continuous time model used for the methods to identify discrete time models.

In this study, Linear Integral filtering process-rectified by Sagara and Zhao (1989) - and Poisson Moment function filtering process - developed by Sinha and Rao - are applied to the commonly known Least Square system identification and Instrumental Variable methods. Additionally, simulations are achieved by comparing both filtering methods, and system identification algorithms. For setting model system of parameters, a secondary system is carried out and simulation results are analysed.

Key words: (System Identification, Poisson Moment function, Linear Integral filter, Least Square, Instrumental Variable)

1. GİRİŞ

Ölçülmüş ya da gözlemlenmiş veriler yardımı ile çeşitli hesaplamalar yaparak sistem parametrelerini tanımlama metoduna kestirim denir. Parametrelerin bilinmesi ile sistemi kontrol etmek mümkün olabilmektedir. Bu yüzden önce sistemi tanımlamak daha sonra ise kontrol gerçekleştirilebilmektedir.

Sistem tanımlama birçok alanda kullanılmaktadır. Kontrol ve sistem mühendisliğinde kullanılan sistem tanımlamanın alanı, deney verilerinden faydalanılarak sistemin matematiksel olarak modellenmesidir. Sinyal işleme uygulamalarında, sistem tanımlama tarafından ortaya konulan modeller; spektral analiz, hata algılama, model tanımlama, adaptif filtreleme, lineer tahmin gibi birçok uygulamada kullanılmaktadır. Ayrıca teknik olmayan alanlar olan biyoloji, çevre bilimi ve ekonomi gibi birçok alanda sistemi tanıma ve önceden tahmin yürütmek amacı ile sistem tanımlama kullanılmaktadır. Bu durumların her birinde, modeller temel matematiksel denklemler şeklinde ifade edilip sistemin herhangi bir durumdaki davranışları önceden tahmin edilebilir. Bu kadar yaygın bir şekilde kullanılması nedeniyle sistem tanımlama popülerliğini hala korumaktadır [1], [2].

Sistem tanımlamanın işlem basamakları aşağıdaki gibidir.

1. Deney planlaması: Sistem hakkında gerekli bilgileri alabileceğimiz şekilde deney planlanması gerekmektedir. Deneyler zor ve masraflıdır, giriş sinyalinin sistemi sürekli olarak uyarması beklenir. [2].
2. Verileri kaydetmek: Belirli giriş sinyalleri (basamak girişi, sinüzoidal sinyal gibi) sisteme uygulayıp sistem çıkışından elde edilen çıkış sinyalleri gözlemlenir. Sisteme vermiş olduğumuz giriş sinyalleri ve elde ettiğimiz çıkış sinyalleri bir bilgisayar hafızasında depolanır.
3. Model seçimi: Kaydettiğimiz veriler yardımı ile tahmini modeller arasından uygun modelin seçimidir. Bu basamak en önemli ve en zor olanıdır. Sistem tanımlama yapılırken seçilen modeller gerçek modele yakın seçilmelidir. Yapı eski datalardan ve modelin amacından türetilir. Dinamik sistemlerin modelleri bir kaç tipte olabilmektedir [1]. Bunlar;
 - Mental, sezgisel veya sözlü modeller (araç kullanırken hızını ayarlamak için fren ya da gaz pedalına basmak)
 - Grafik ve tablo modelleri (Bode diyagramı)
 - Matematiksel modeller

Sistem tanımlamada biz matematiksel modelleme üzerinde duracağız. Dinamik bir sistemin matematiksel modelleri birçok uygulama ve alanda oldukça kullanışlıdır. Matematiksel modeller bilgisayar benzetimleri için oldukça kullanışlıdır.

Temel olarak bir sistem modelini oluşturmanın iki farklı yöntemi vardır. Bunlardan ilki, analitik yaklaşımlar ve temel fizik kuralları kullanılarak

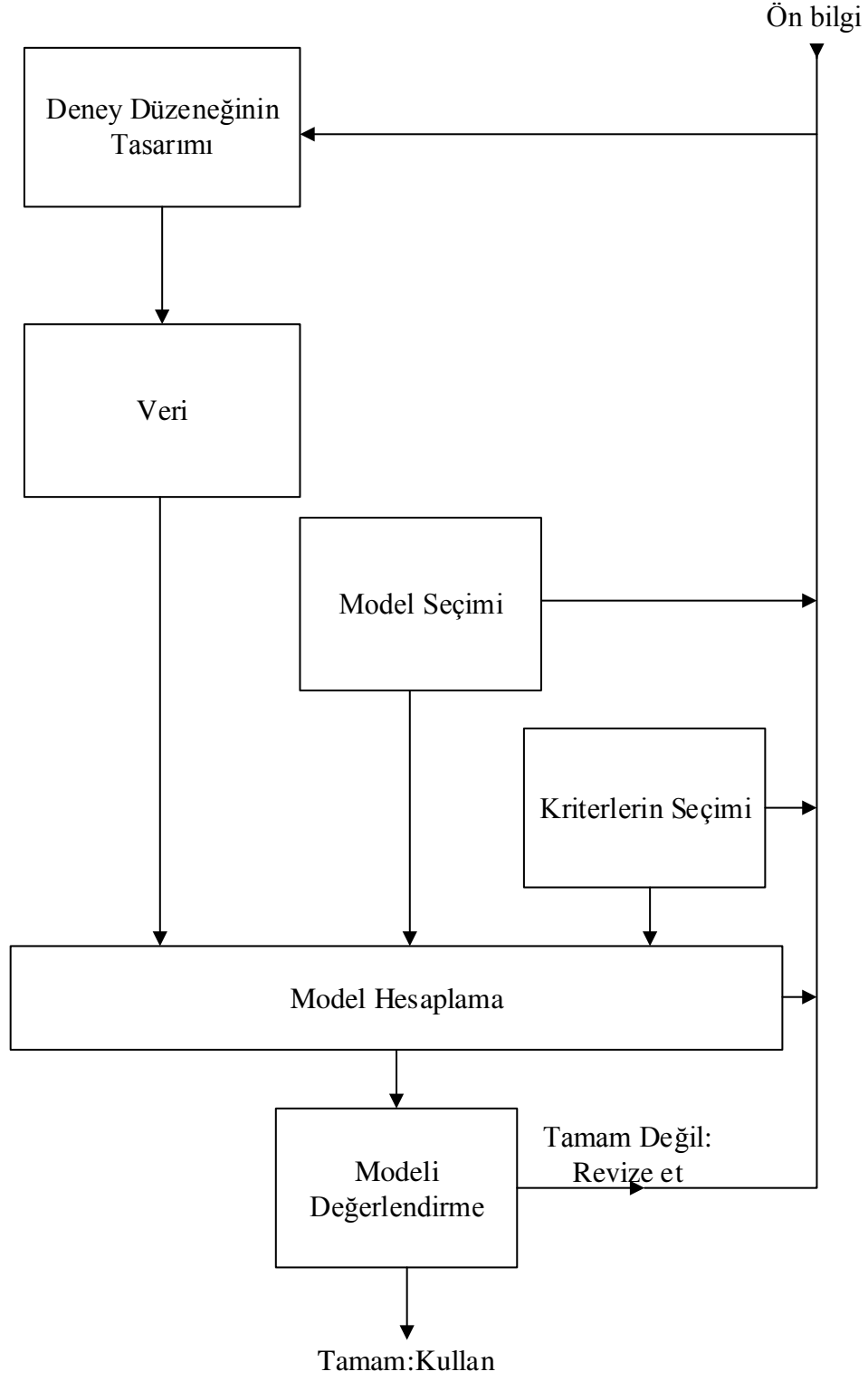
sistemin modelini çıkarmaktır. Bu tip modelleme yöntemine matematiksel modelleme yöntemi denir. Diğer yöntem ise, deneysel yaklaşımdır. Bu yöntemde bazı deneyler sonucunda sistemden elde edilen parametrelerden faydalanılarak sistemin modelini çıkarmaktır. Bu tip modelleme yöntemleri ise sistem tanımlama olarak adlandırılmaktadır. Bazı uygulamalarda sadece temel fizik kuralları ile sistemi matematiksel olarak modellemek çok zor değildir. Ancak çoğu uygulamada süreç çok komplekstir. İşte böyle karmaşık proseslerde parametre kestirim metotları ile modellemeyi gerçekleştirmek oldukça kullanışlı olmaktadır. Kestirim metotları ile bulunan parametreleri doğru kabul edilip işlem yapılabilir [1].

4. Seçilen modelin değerlendirilmesi: Seçilen model performansı değerlendirilir.
5. Tasdik: Bulmuş olduğumuz sistem parametreleri uygun ise bulunan sistem üzerinden işlem yapılabilir.

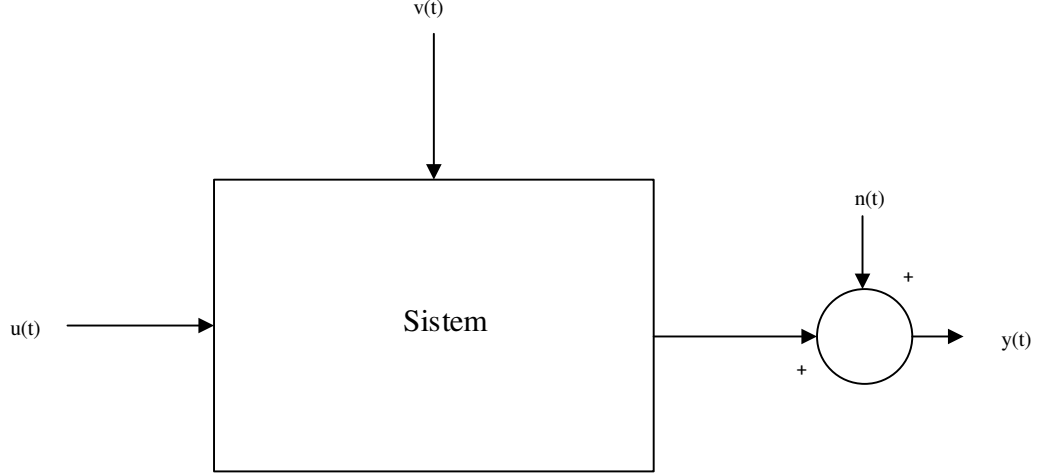
Şekil 1.1' de sistem tanımlamanın işlem basamaklarının sıralaması gösterilmiştir.

Sistem tanımlama, bir prosesin dinamik modelinin deneysel verileri üzerinde inşa edilir. Bir sistemin dinamik bir modeli sistemin sadece o andaki durumuna bağlı olmayan daha önceki durumlarına da bağlı olduğu modellerdir. Sistem tanımlamanın alanı deneysel verilerden elde edilen veriler yardımı ile sistemin dinamik modelini çıkarmak olduğundan daha önce söz etmiştik. Dinamik bir sistem Şekil 1.2'de gösterilmektedir. Sistem giriş verileri $u(t)$ tarafından sürülmektedir ancak bozucu giriş $v(t)$ ve ölçme hatası $n(t)$ sisteme etki etmektedir. Kullanıcı giriş sinyalini kontrol edebilir ancak gürültüyü kontrol edemez. Ayrıca gürültü her zaman olacaktır. Bazı sinyal işleme uygulamalarında ise giriş sinyali dikkate alınmayıp sistem hakkında kullanışlı bilgiler içeren çıkış bilgileri ile işlem yapılabilir [1], [2].

Sistem modellemede iki temel problem ortaya çıkmıştır. Bunlardan ilki, fiziksel olgular olan sistemin giriş ve çıkış parametreleri matematiksel denklemlere bağlıdır. Çoğu durumda bu denklemler lineer olmayan diferansiyel denklemlerdir. Bu lineer olmayan denklemleri çözme problem oluşturabilmektedir. Diğer temel bir problem ise, daha önce mevzu bahis ettiğimiz gibi sistemin çıkışında elde ettiğimiz veriler hiç bir zaman saf bir veri olmayacaktır. Sistem devamlı olarak bir gürültüye maruz kalacaktır. Tezimizde bu tip problemlere karşı çeşitli yöntemler deneyip elde ettiğimiz sonuçları karşılaştırmasını gerçekleştireceğiz [3].

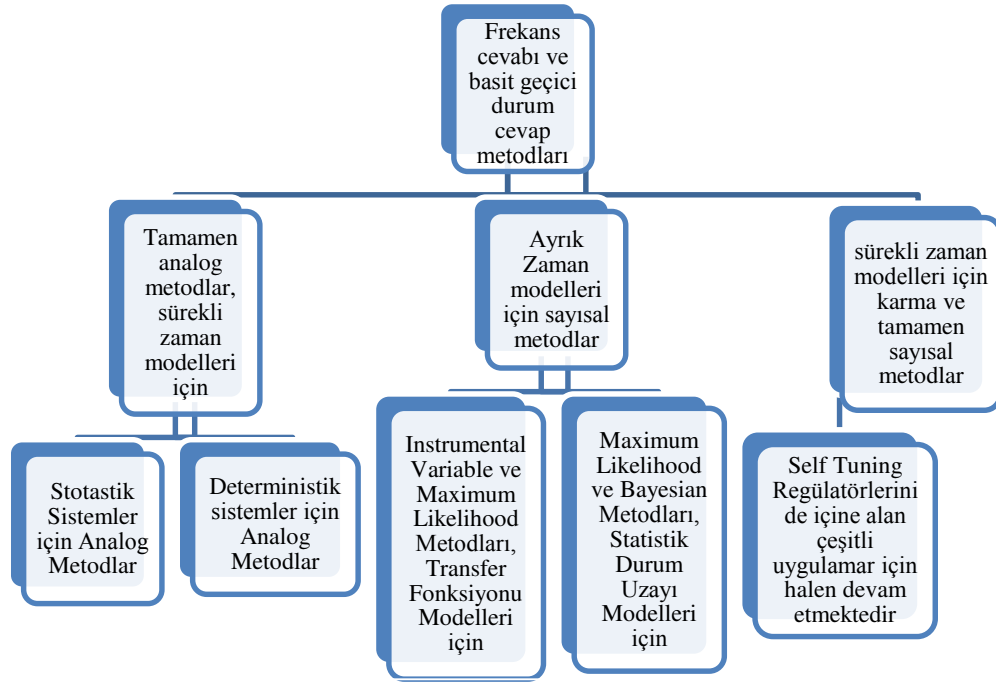


Şekil 1.1 Sistem tanımlama işlem basamakları



Şekil 1.2 Dinamik bir model ve t zamanındaki giriş $u(t)$, çıkış $y(t)$, bozucu giriş $v(t)$ ve ölçme gürültüsü $n(t)$

Parametre tahmininde kullanılan metotlar Young tarafından sınıflandırılması Şekil 1.3’de görülmektedir [3].



Şekil 1.3 Sistem tanımlamanın Young tarafından sınıflandırılması

Şekil 1.3’de görüleceği üzere ilk olarak sistemin tanımlanması frekans cevabı ve geçici durum cevabından faydalanılarak gerçekleştirilmekteydi. Bunun için sinüzoidal, birim basamak, birim darbe gibi özel girişler kullanılmaktadır [4]. Bu metotlar kullanılarak sistemin sürekli zaman modeli çıkartılabilmektedir. Sistem tanımlamada bilgisayar kullanımının yaygınlaşması ile birlikte ayrık zaman modellerinin belirlenmesi oldukça tercih edilmeye başlamıştır. Örneklenmiş

verilerden faydalanılarak ayrık zaman modelinin tanımlanması birçok defa ele alındı ve bu konu hakkında çeşitli metotlar geliştirildi [5], [6]. Fakat sistem tanımlamada istenilen hassasiyetin artması ile birlikte beklentiler her zaman arttı. Bu beklentiler göz önüne alındığında sistem tanımlamada sürekli zaman modellerinin sistemi daha iyi temsil ettiği sonucuna varıldı [7].

Kestirim metotları, sürekli zaman modellerinde iki farklı yöntem ile yapılabilir. Bunlar direk ve dolaylı yöntemlerdir. Dolaylı yöntemlerde, bilinen herhangi bir algoritma ile ayrık zaman modeli belirlenip daha sonra bilinen dönüşüm algoritmaları yardımı ile sürekli zaman modeline dönüşümü gerçekleştirmektir [8]. Doğrudan belirleme yöntemleri ise, sistemin ayrık zaman modeli bulunmadan sistemin giriş-çıkış verilerini kullanarak doğrudan sürekli zaman parametrelerinin bulunduğu yöntemlerdir [9]–[13]. Ancak bu metotlarda başlangıç değer problemi ortaya çıkmaktadır. Sagara ve Zhao tarafından geliştirilen Lineer İntegral filtre işlemi ile bu problem çözülmüş olmaktadır [14].

Sürekli zaman modellerini kestirim metotları konusunda daha önce yapılmış olan çalışmalar aşağıda belirtilmiştir.

Garnier ve arkadaşları, sistem çıkışları gürültü ile bozulmuş doğrusal zamanla değişmeyen çok değişkenli sistemler için sürekli zaman durum uzayı modelleri parametre tahmini yapmak için bir yöntem geliştirmiştir. Durum uzay modeli giriş-çıkış tarifinde parametre kestirimi için daha uygun bir model olmuştur. Basit En Küçük Kareler yöntemi kullanıldığında gürültü varlığında her zaman asimptotik önyargılı tahminler verdiği gösterilmiştir. Yardımcı Değişkenler metodu Poisson Moment fonksiyonu metodundan elde edilen sonuçların üzerindeki gürültü etkisini azaltmak için parametre tahmini uygulaması kullanılmıştır. En Küçük Kareler ve Yardımcı Değişkenler algoritmaları, Monte Carlo benzetimleri ile sayısal bir örnek yardımıyla değerlendirilir. Monte Carlo benzetimleri, çözümlenmesi gereken bir fiziksel olayı rastgele sayılar kullanarak çözümlemeyi sağlayan bir benzetim yöntemidir [15].

Rao ve Unbehauen, sürekli Zamanlı Sistemlerin parametrelerinin belirlenmesi hakkında çalışma yaptı. Sürekli zaman modeli ile ayrık zaman modeli arasında karşılaştırma yaparak sistem tanımlama yapmıştır. Bu modellerden hangisinin daha istikrarlı ve daha doğru olduğu konusunda çalışmalar yapmıştır. Deneyler sonucunda ayrık zaman modellemenin bazı durumlarda yeterli olduğu ancak çoğu durumda sonuçlar kararlı ve doğru çıkmamaktadır. Sürekli zamanda ise özellikle hızlı örnekleme ile sonuçlar istikrarlı ve daha doğru bulunmuştur [16].

Ljung, ayrık zaman giriş ve çıkışlardan faydalanarak sürekli zaman transfer fonksiyonu parametre tahmini gerçekleştirmiştir. Giriş ve çıkış sinyalleri sürekli zaman fonksiyonları ancak örnekleme zamanlarından alınan değerler ayrık zamandır. Eğer işareti iyi örnekleyseniz örnekleme değerlerinden sürekli zaman işaretinin davranışı hakkında bilgi sahibi olabiliriz [2].

Garnier ve arkadaşları, sapma düzeltmesi ve Yardımcı Değişkenler metotları arasında karşılaştırma yapmıştır. Poisson Moment fonksiyonel yaklaşımı zaman türev sorunu işlemek için kullanılır. Geleneksel En Küçük Kareler algoritması, daha sonra geliştirilen Yardımcı Değişkenler algoritması ve önerilen sapma düzeltmesi algoritması Monte Carlo benzetimleri ile farklı gürültü düzeyleri altında benzetim yaparak sistemin parametre tahmininde uygulanmıştır. Sapma düzeltmesi metodu yöntemi sürekli zaman MIMO (çoklu giriş-çoklu çıkış) durum-uzay modeli tanımlanması için genişletilmiştir. Durum-uzay modeli parametresi tahmini için daha uygun bir yaklaşım olan giriş-çıkış tanımlamasına dönüştürülür. Yardımcı Değişkenler algoritması ile karşılaştırıldığında, önerilen yöntem eşdeğer sonuçlar verir ama daha az hesaplamalar gerektirir. Önerilen yaklaşımın pratik uygulamalarda dezavantajları olabilir. Yapay filtrenin önsel bir seçim gerektiriyor olması bazı durumlarda parametre tahminlerinin doğruluğunu etkileyebilir [17].

Mulyana ve arkadaşları, gerçek hayatta kullanılan sistemin parametrelerini kullanıp sistem modelini çıkartmıştır. Daha sonra bu modeli kullanarak sistemin benzetimini gerçekleştirmiştir. Sistemin modeli oluşturulurken En Küçük Kareler metodu kullanılmıştır. Sistem modelinin kontrolü PID kontrol kullanılarak gerçekleştirildi [18].

Rao ve Garnier, sürekli zaman dinamik sistemlerinin örneklenen verilerden faydalanılarak sistem tanımlama gerçekleştirmiştir. Ayırık zamanlı verilerden faydalanılarak çoğu sürekli zaman modellerinin tanımlanmasının gerçekleştirilebileceği gösterilmiştir. Bu çalışma neticesinde görülmüştür ki, dolaylı yolla sürekli zamanda sistem tanımlama tam bağımsız değildir, ancak ayırık zamanlı modele dayalı metotlar oldukça başarılı ve pek çok uygulama için kullanışlıdır [19].

Forssell ve Ljung, çıkış hata ve Box-Jenkins modeli yapılarını kullanarak kararsız sistemlerin öngörü hata tanımlama konusunda çalışma yaptı. Bu durumda belirleyiciler genellikle kararsız olacaktır. Bazı nümerik işlemler kullanarak parametre tahmini gerçekleştirildiğinde bilgisayar yardımı ile eğimin hesaplanması gerekmektedir. Model yapısında çıkış hatası ya da Box-Jenkins kullanıldığında belirleyiciler, genellikle sabit olmayacaktır. Bu durumlarda model yapıları kullanılamayacaktır. Gürültü özellikleri daha farklıdır bu yüzden çıkış hatası modelini kullanmak mantıklı olacaktır. Stabil olmayan modeller çıkış hataları modellemesi ile modellenemeyeceğinden stabil olmayan durumlarda bu yaklaşım kullanılmaz. Bir problem, kapalı döngü sistem tanımlamada doğrudan gürültü modeli doğru bir gerçek gürültü özelliklerini açıklamadığı sürece sonuç önyargılı olacaktır. Bu geleneksel sistem tanımlama literatürünün ana konusu olmuştur. Standart çıkış hatası metodu geliştirilerek istikrarlı olmayan sistemlerde kullanılabilir hale gelmiştir. Özetle, Forssell ve Ljung bu makalesinde kararsız sistemin belirlenmesi için kullanılabilir tanınmış çıkış hatası ve Box-Jenkins model yapısının yeni sürümünü önermektedir [20].

Rao ve Garnier, sürekli zamanda sistem tanımlama gerçekleştirmek için algoritma geliştirmişlerdir. Direkt ve direkt olmayan yaklaşımlar hakkında çalışmalar yapmışlar. Her yaklaşım Monte Carlo benzetimlerine uyarlanır. Yöntemler doğruluk ve en önemlisi güvenilirlik açısından performansları değerlendirilir. Bu çalışmanın sonuçları açıkça gösteriyor ki, dolaylı yoldan sürekli zaman modeli tanımlama güvenilir değildir. Ayrık zamanla modellemeye dayalı metotlarda birçok uygulama için oldukça başarılı ve kullanışlı olduğu ispatlanmasına rağmen, sürekli zamanda modellerinde o kadar başarılı ve kullanışlı değildir. Sistem tanımlama araçları kendi kapasitesi gelişmiş olmalı, modeller ve yöntemler seçiminde geniş bir seçenek sunmalıdır. İhtiyaçları çeşitlilik ile karakterize bir durumda güvenilir hale gelir, böylece çeşitli yaklaşımlar birleştirici araçların bir sisteme sahip olması için uygundur [11].

Sinha, direkt ve dolaylı metotların avantajları ve dezavantajları hakkında çalışma yapmıştır. Giriş-çıkış verilerinin örneklerinden sürekli zaman sistemlerinin belirlenmesi için geliştirilmiş olan yöntemler hakkında bir araştırma sunmaktadır. İki temel yaklaşım, dolaylı bir yöntem olarak tarif edilebilir. İlk olarak ayrık zaman modeli örneklenmiş verilerden faydalanılarak belirlenir. Daha sonra eşdeğer sürekli zaman modeli hesaplanır. Sürekli zamanlı model ilk ayrık-zaman modeli belirleme ara adım geçmeden doğrudan elde edilir [21].

Hecker ve arkadaşları, uygulamalarının lineer olmayan gerçek dünya uygulamalarının tanımlanması ve kontrolü üzerinde çalışma yapmıştır. Önerilen yöntemlerin performansı ve uygulanabilirliği endüstriyel ısı değiştirici için gösterilmiştir. Dikey En Küçük Kareler algoritmasına göre bir alt kümesi seçim tekniği algoritması modeli emir ve ölü zaman otomatik belirlenmesi için uygulanmıştır [22].

Rahmat ve arkadaşları, sistem tanımlama ve Yardımcı Değişkenler (IV) algoritmasına dayalı Genelleştirilmiş Poisson Moment fonksiyonları (GPMF) yöntemini kullanarak dinamik sistemlerin parametre tahmini gerçekleştirdi. Mevcut sürekli zaman parametre kestirimi transfer fonksiyonu modelleri kullanmak bir denklem hata yaklaşımına dayalı yaklaşımlar arasında, Poisson Moment fonksiyonu yaklaşımı gürültülü koşullarda en iyilerinden biri olduğu gösterilmiştir. Daha doğru bir tahmin ve tahmini parametrenin yanlışlığını azaltmak için Yardımcı Değişkenler metodu En Küçük Kareler metodu yerine tercih edilmiştir [23].

Subramahyam ve Rao, transfer fonksiyonu bulmak için parametrik yaklaşım uygulaması gerçekleştirmiştir. Markov parametreleri ile sürekli zamanlı tek girdili tek çıktılı sistemleri transfer fonksiyonlarının tarafsız tahminine yönelik yeni bir yaklaşım sunmaktadır. Markov-Poisson parametreleri olarak bilinen parametrelerinin tanımı genelleştirilerek tanıtıldı. Farklı modellerin tahmin yoluyla sürekli zaman transfer fonksiyonlarının vererek etkin algoritma ve özyinelemeli sürüm ayrıntılı olarak ele alınmıştır. Sayısal örnekler, önerilen

yöntem ve bazı mevcut olanlar üzerinde birbirleri arasında üstünlüğünü göstermek için dahil edilmiştir. Bir bütün olarak, bu çalışma sürekli zaman (CT) sistemi tanımlaması için transfer fonksiyonu (TF) modelleri için bir alternatif olarak Markov parametre modellerinin kullanımında ilk adımı olarak görülebilir [24].

Othman, Yardımcı Değişkenler ve En Küçük Kareler metotlarına dayanarak genelleştirilmiş Poisson Moment fonksiyonu kullanıp eşanjörün sistem tanımlamasını gerçekleştirdi. En küçük Kareler ve Yardımcı Değişkenler arasında karşılaştırılma yapıldı [25].

Padilla ve Yuz, nehir üzerinde bulunan geminin sürekli zaman sistem tanımlamasını gerçekleştirdi. Yapmış oldukları çalışmada açık döngü içinde toplanan gerçek verilere dayalı sürekli zamanda sistem tanımlama gerçekleştirdiler. Sistemi tanımlamak için rafine edilmiş Yardımcı Değişkenler metodunu kullanmışlardır. Ayrıca kullanılan bu algoritma Genelleştirilmiş Poisson Moment fonksiyonuna dayalı olarak kullanılmıştır [26].

Padilla ve arkadaşları, nehir üzerinde bulunan bir geminin dümen dinamiklerinin sürekli zaman sistem tanımlamasını gerçekleştirmişlerdir. Bu çalışmada gerçek veriler üzerinde iki farklı yaklaşım ile çalışma yapılmıştır. İlk yaklaşım gürültü gözlemcisi kullanarak optimizasyon gerçekleştirip sistemi tanımlamadır. İkinci yaklaşım ise doğrusal parametre değişken sistemleri için rafine edilmiş Yardımcı Değişkenler metodudur. Ayrıca bu iki metot arasında karşılaştırma da yapılmıştır [27].

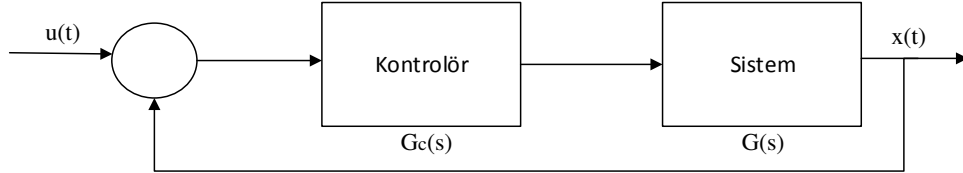
Kishor ve arkadaşları, geniş alan güç sistemlerinde model tanımlama yaklaşımı ile kontrolör tasarımını gerçekleştirdi. Bu çalışmada senkron ölçüm verileri kullanarak sistem modeline eşdeğer bir model tanımlama gerçekleştirilmiştir. Genelleştirilmiş Poisson Moment fonksiyonuna dayalı olarak model tanımlama algoritmaları uygulanmıştır. Kullanılan algoritmalar; En Küçük Kareler, Yardımcı Değişkenler ve alt uzay durum uzay algoritmaları uygulanmış ve karşılaştırmaları yapılmıştır [28].

Sandler ve arkadaşları, Olasılık Tabanlı Volterra Çekirdekleri kullanarak nokta işlem sinir sistemlerinin sistem tanımlamasını gerçekleştirdi. Ayrıca Olasılık Tabanlı Volterra Çekirdekleri ile En Küçük Kareler algoritmaları arasında karşılaştırma yapılmıştır [29].

Bu tezde, ilk olarak klasik sistem tanımlama metotları tanıtıldı. Daha sonra parametre tahminleri metotları olan En Küçük Kareler ve Yardımcı Değişkenler metotlarının tanımları gerçekleştirildi. Üçüncü bölümde ise verileri filtreleme yöntemleri olan Lineer İntegral filtre ve Poisson Moment fonksiyonu uygulamaları tanıtıldı. Dördüncü bölümde ise algoritmaların benzetiminin gerçekleştirilme basamakları anlatıldı. Daha sonra sonuç bölümünde elde edilen veriler ışığında genel bir değerlendirme yapıldı. Ayrıca tezin son kısmında benzetim sonuçları değerlendirilmiştir.

2. SİSTEM MODELLEME VE TANIMLAMA

Geleneksel kontrol sistemlerinde, kontrol edilen bir sistem ve bu sistemin daha önceden belirlenen şartlarda çalışmasını sağlayan bir kontrolör bulunmaktadır. Şekil 2.1 de klasik kontrol sistemi görülmektedir



Şekil 2.1 Klasik kontrol sistemi

Sistemin ve kontrolörün Laplace (s) domeninde bulunan ifadeler aşağıdaki gibi gösterebiliriz.

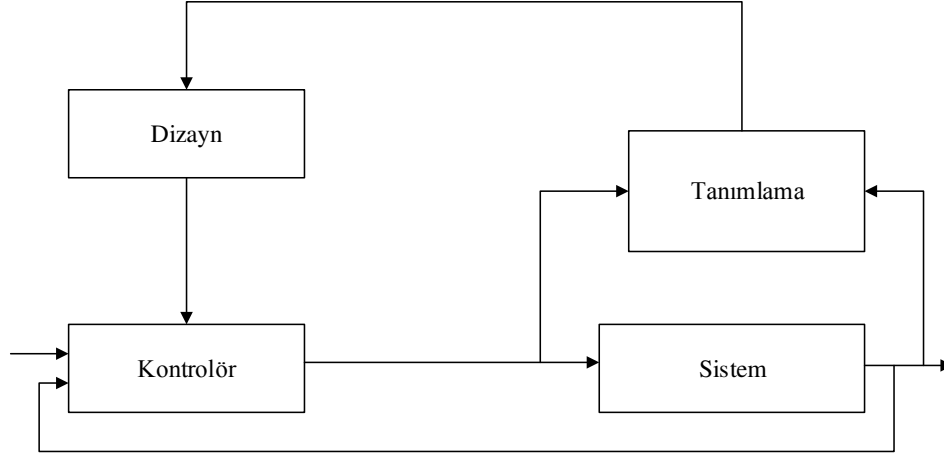
$$G(s) = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (2.1)$$

$$G_c(s) = \frac{C(s)}{D(s)} \quad (2.2)$$

(2.1) Denklemindeki ifadeler (2.3) denkleminde ki gibi gösterilebilir.

$$\begin{aligned} A(s) &= s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n \\ B(s) &= b_1 s^{n-1} + \dots + b_n \end{aligned} \quad (2.3)$$

Şekil 2.1’de gösterilen kontrolör parametreleri sistem performansını önceden belirlenen sınırlara göre düzenleyecek biçimde seçilmeli. Fakat bu seçimler sistem parametrelerinin sabit olduğu durumlarda veya tek bir çalışma noktası için iyi sonuçlar vermektedir. Sistem parametreleri iç veya dış faktörler sonucu değişiklik gösterebilir. Örneğin havada hareket halinde olan bir uçağın yakıt harcadıkça kütlesi azalır. Ayrıca uçağın yüksekliğine bağlı olarak dış basınç değişeceğinden sistemin transfer fonksiyonu değişir. Böyle durumlarda istenilen performans değerleri elde edebilmek için kontrolör parametrelerini de değiştirmek gerekmektedir. Kontrolör parametrelerini değişen çalışma noktalarına göre ayarlayan bu tip sistemlere Adaptif kontrol denir. Şekil 2.2’de Adaptif kontrolün blok diyagramında üzerindeki gösterimi mevcuttur [30], [31].



Şekil 2.2 Adaptif kontrol blok şeması

Adaptif kontrol sisteminde, sistemin dinamik karakteristiği sürekli yada periyodik olarak ölçülür ve bu ölçümler sonucunda göre sistem önceden belirtilen kriterlere göre çıkış verebilmesi için kontrolör parametreleri tasarım bloğunda hesaplanan yeni değerlerine dönüştürülür. Adaptif kontrolde sistem parametreleri doğru ve hızlı bir şekilde belirlenmesi sistemin çıkışının sürekli olarak istenilen kriterlere uygun olabilmesi için gereklidir [30].

Adaptif kontrol sistemlerinde parametre belirlemek için çeşitli metotlar geliştirilmiştir. Bu metotlar bazı uygulamalarda yeterli olurken bazısında yetersiz kalabilmektedir.

Adaptif kontrol önem kazandıkça sistem tanımlama konusunda çok sayıda metotlar geliştirilmiştir. İkinci bölümün bundan sonraki kısmında çeşitli sistem tanımlama yöntemleri ele alınmıştır.

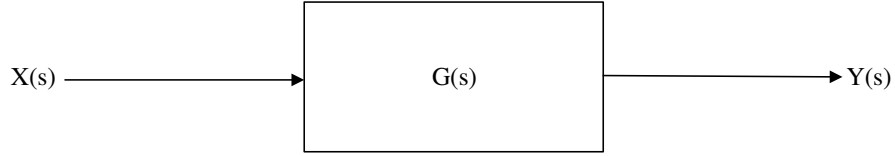
2.1 Parametrik Olmayan Metotlar

Bu metotların özelliği herhangi bir parametreye gerek duymadan sistemin fonksiyonuna yâda eğrisine bakarak karakteristiğini ortaya çıkarmaktır. En genel haliyle parametrik olmayan metotlar ikiye ayrılır. Bunlar; [1].

- Frekans analizi
- Transient analizi

2.1.1 Frekans Analizi

Frekans cevabı metodunda lineer sistemlerin tanımlanması için frekans cevabının bode diyagramına dayanmaktadır. Bu metotta sisteme sinüzoidal bir işaret uygulanır ve kalıcı durum şartları oluştuğunda Çıkış/Giriş genlik oranları ve giriş-çıkış arasındaki faz farkı ölçülür. Bu ölçümler uygulanan sinüzoidal işaretin ilgilenilen frekans aralığında değiştirilerek tekrarlanır.



Şekil 2.3 Blok Diyagramı

Şekil 2.3’de gösterilen sistem de s yerine $j\omega$ yazarsak, transfer fonksiyonunu (2.4) denklemindeki gibi gösterebiliriz.

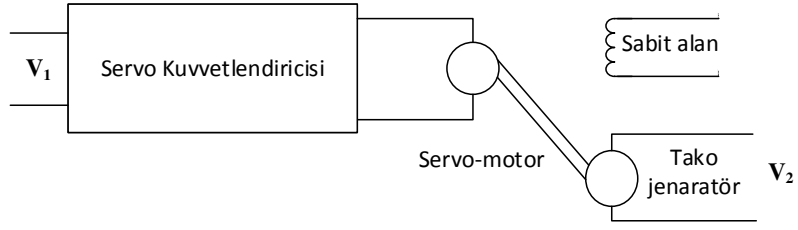
$$G(j\omega) = M(\omega) e^{j\varphi(\omega)} = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} \quad (2.4)$$

Burada M ω ‘ya bağlı kazancı ve φ de yine ω ‘ya bağlı olarak giriş-çıkış arasındaki faz farkını ifade eder. Gerekli ölçümler istenilen frekans aralığında yapılarak $M(\omega)$ ve $\varphi(\omega)$ eğrileri logaritmik olarak elde edilir. Bu eğrilerden sistemin kırılma frekansları hakkında bilgi sahibi olabiliriz.

Pratikte bu uygulamayı yapmak için çok sayıda farklı frekanslarda sinüzoidal işaret elde etmek ve bu frekanslarda genlik oranları ile faz farkını doğru ölçmek gerekir.

Örnek 2.1

Şekil 2.4’de gösterilen bir D.C. servo motor ve bir servo kuvvetlendiriciden oluşan sistemin frekans cevabı Tablo 2.1’de verilmektedir [30].



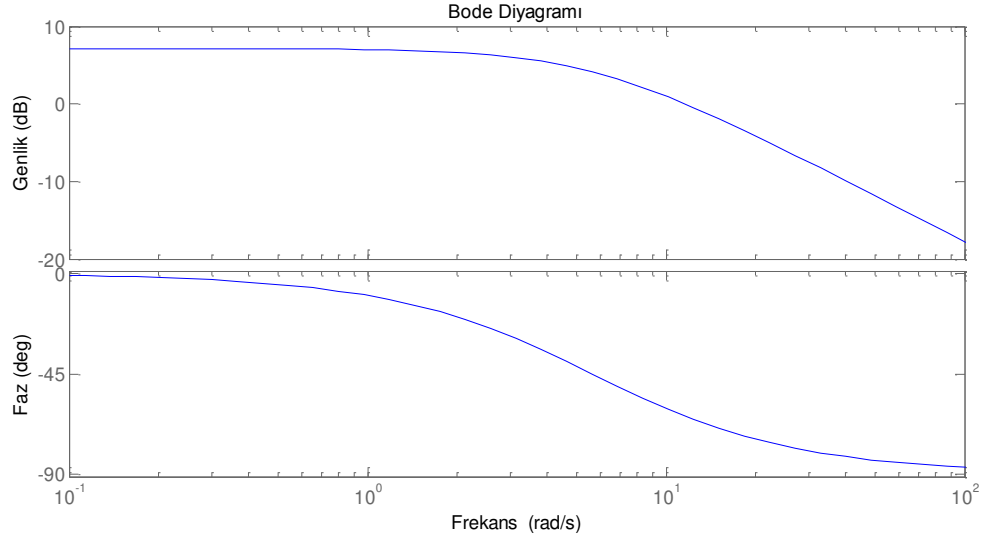
Şekil 2.4 Servo motor/servo kuvvetlendiricileri birleşiminin tanımlanması [30]

Tablo 2.1 Servo motor birleşimimim frekans cevabı

Frekans(Hz)	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$20\log V_2/V_1 $	7.1	7.0	6.7	6.4	6.0	5.6	5.1	4.6	4.1
$< V_2/V_1$	-6.35	-12.6	-18.5	-24.1	-29.2	-33.8	-38.0	-41.8	-43.1

Frekans(Hz)	1	1.2	1.5	2.0	2.5	3	4	5	7	10
$20\log V_2/V_1 $	3.7	2.7	1.4	-0.6	-2.3	-3.7	-6.0	-7.9	-10.8	-13.8
$< V_2/V_1$	-48.1	-53.5	-59.1	-65.9	-70.3	-73.4	-77.4	-79.8	-82.7	-84.9

Tablo 2.1 de verilen ölçüm değerlerine bağlı olarak frekans cevabı eğrilerini çizdiğimizde gösterilen eğriler elde edilmiş olur.



Şekil 2.5 D.C. servo motor birleşiminin frekans cevabı

Şekil 2.5’de görüldüğü gibi sistemimiz birinci mertebedendir. Bu sistemin transfer fonksiyonu bode diyagramının çizilmesine uygun olacak şekilde (2.5) denkleminde görülmektedir [3].

$$G(s) = \frac{K}{1 + \frac{s}{\omega_n}} \quad (2.5)$$

(2.5) Denkleminde

K: Kazanç ($\omega=0$ için)

ω_n : Kırılma frekansı

$\omega=0$ rad. olduğu durumda;

$$20 \log |K| = 7.2$$

$$K = 10^{\frac{7.2}{20}} = 2.28 \quad (2.6)$$

Şeklinde olur. Kazanç -3dB düştüğü durumda frekansın yaklaşık değeri 0.91 Hz olarak okunur. Buradan $\omega_n = 2\pi * 0.91 = 5.61$ rad. olarak bulunur. Transfer fonksiyonunda bilinmeyen parametreler yerine konulduğunda (2.7) denklemi elde edilmiş olur [30].

$$G(s) = \frac{2.28}{1 + s/5.65} = \frac{12.89}{s + 5.65} \quad (2.7)$$

Tanımlanacak sistem birinci dereceden olduğu için bilinmeyenleri bulmak zor olmamaktadır. Ancak yüksek mertebeden sistemler için, sistemi frekans cevabı metodundan tanımlamak oldukça zor olmaktadır.

2.1.2 Transient Analizi

Bu analiz metodunda girişe basamak veya darbe sinyali verilir çıkış verileri üzerinden sistem modellenir.

2.1.2.1 Basamak Yanıtı Yöntemi

Bu yöntemimizde sistemin girişine birim basamak uygulanır ve aldığımız sonuçlara sistemin transfer fonksiyonu bulmaya çalışılır.

$$Y(s) = G(s)U(s) \quad (2.8)$$

(2.8) Denkleminde $Y(s)$, $y(t)$ çıkış sinyalinin Laplace dönüşümü ile elde edilen sonuç. $U(s)$, $u(t)$ giriş sinyalinin Laplace dönüşümü ile elde edilmiş hali. $G(s)$ sistemin transfer fonksiyonudur.

Birinci dereceden bir sistemde onu karakterize eden iki parametre vardır. Aşağıdaki fonksiyona göre bunlar K (Kazanç) ve τ zaman sabiti olarak belirtilmiştir [3].

$$G(s) = \frac{K}{1 + s\tau} \quad (2.9)$$

(2.9) Denklemindeki bilinmeyen parametreler sisteme birim basamak uygulayıp geçici durum cevabı yardımı ile bulunabilir.

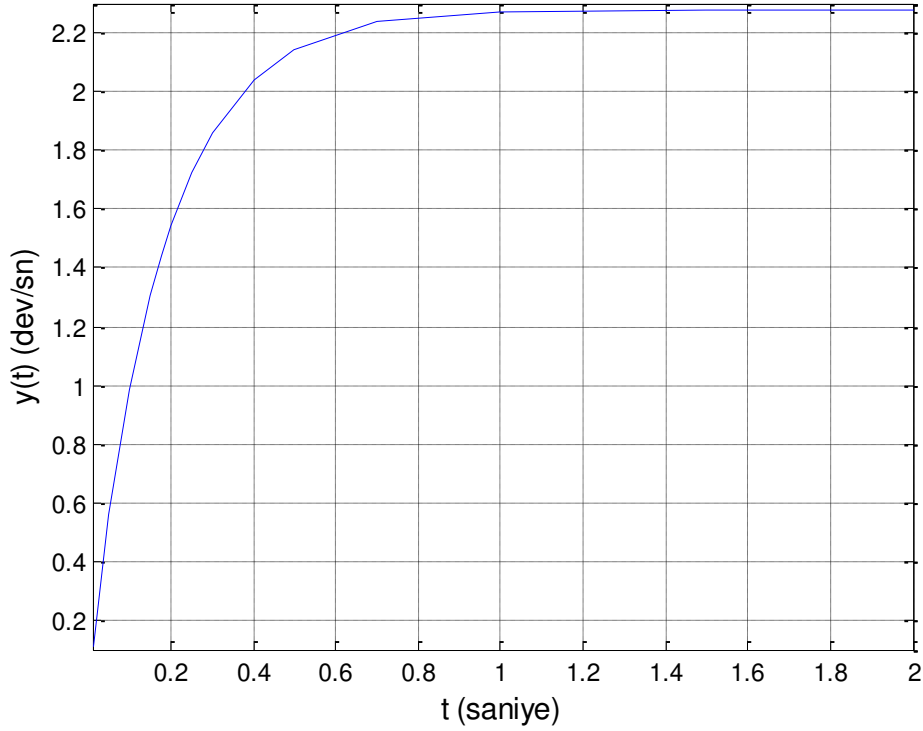
Örnek 2.2

Örnek 2.1’de frekans cevabı verilen sistemin birim basamak değerleri Tablo 2.2’de görülmektedir [30].

Tablo 2.2 Servo motor birleşiminin birim basamak cevabı

t (saniye)	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5	0.7	1.0	1.5	2.0
$y(t)$ (dev/sn)	0	0.561	0.984	1.303	1.543	1.725	1.861	2.042	2.145	2.236	2.272	2.28	2.28

Tablo 2.2’de örnek değerlerine bağlı olarak birim basamak cevabı görülmektedir.



Şekil 2.6 Birinci dereceden bir sistemin birim basamak cevabı

Sistemin birim basamak cevabı Şekil 2.6’da görülmektedir. İlk olarak kalıcı durum cevabını grafikten 2.28 olarak okuyabiliyoruz. Zaman sabitinin t ile eşit olduğu durumu ($t = \tau$) hesaplamamız gerekmektedir.

$$x(t) = (t - e^{-1})2.28 = 1.441 \quad (2.10)$$

(2.10) Denkleminde göre grafikten yaklaşık $\tau = 0.177$ olarak belirlenir. Transfer fonksiyonunda bilinmeyen parametreler yerine koyulduğunda transfer fonksiyonu bulunmuş olur [30].

$$G(s) = \frac{2.28}{1 + 0.177s} \quad (2.11)$$

(2.11) Denkleminde sistemin transfer fonksiyonu görülmektedir.

2.1.2.2 Dürtü Yanıtı Yöntemi

Doğrusal bir sistemde sistemin girişine dürtü uygulanır ve aldığımız sonuçlarla sistemin transfer fonksiyonu bulunur. Transfer fonksiyonu bir kere bulduktan sonra herhangi bir girişe bağlı çıkışı bulmak sorun olmayacaktır [32].

Teorik olarak basamak cevabı yöntemine çok benzemektedir. Bu yöntemde giriş olarak dürtü fonksiyonu ($\delta(t)$) kullanılmaktadır. Bu yöntemde sistemin darbe cevabından faydalanılarak önce ayrık zaman transfer fonksiyonunun bulunuşu, daha sonra da elde edilen bu ayrık zaman modelinden sürekli zaman modeline

geçiş incelenecektir. Ancak ideal bir dürtü pratikte kullanmak mümkün değildir bu yüzden ideale yakın dürtü kullanılmalıdır [1]. Örneğin;

$$u(t) = \begin{cases} \frac{1}{\alpha} & 0 \leq t < \alpha \\ 0 & \alpha \leq t \end{cases} \quad (2.12)$$

İdeale yakın dürtü (2.12) kullandığımızda çıkışımızda bozulma oluşacaktır. Aşağıda verilen (2.13) denkleminde görülmektedir.

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(s)u(t-s)ds = \frac{1}{\alpha} \int_{\max(0, t-\alpha)}^t h(s)ds \approx h(t) \quad (2.13)$$

Bu yöntemde iki önemli kabulümüz mevcuttur. Bunlardan ilki sistemin darbe cevabının gürültüden bağımsız tam doğru olarak bilinmesi diğeri ise sistemin derecesinin önceden biliniyor olmasıdır. Ayırık zaman modelinin sürekli zaman sisteminin özelliklerini doğru bir şekilde taşıyabilmesi için örnekleme periyodu T aşağıdaki şartı sağlaması gerekmektedir [30]:

$$p_k.T < 0,5 \quad (2.14)$$

p_k $G(s)$ 'nin kutuplarından orjine en uzak olanıdır.

Ayrık zamanında n . Mertebeden bir transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi gösterilir.

$$H(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n}} \quad (2.15)$$

$H(z)$ aşağıdaki şekilde gide gösterilebilir.

$$H(z) = w_0 + w_1 z^{-1} + w_2 z^{-2} + \dots \quad (2.16)$$

Burada $w_i = w(iT)$ olup (2.15) ve (2.16) denklemlerini (2.15) ifadesinin paydası ile çarparsak aşağıdaki bağlantıyı elde ederiz.

$$\begin{aligned} a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n} &= w_0 + (w_1 + b_1 w_0) z^{-1} + \dots \\ &+ \left(w_n + \sum_{i=1}^n b_i w_{n-i} \right) z^{-n} + \left(w_m + \sum_{i=1}^m b_i w_{m-i} \right) z^{-m} \end{aligned} \quad (2.17)$$

$m > n$

Eşitliğin her iki tarafındaki aynı kuvvetteki z 'lerin katsayılarını eşitlersek (2.17) bağıntısı elde edilir.

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ b_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ b_2 & b_1 & 1 & \cdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ b_n & b_{n-1} & b_{n-2} & \cdots & b_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Ayrık transfer fonksiyonunun payındaki a_i parametreleri b_i katsayıları bilindiğinde kolayca hesaplanabilir.

$z^{-(n+1)}$ 'dene z^{-2n} 'e kadar terimleri göz önüne alarak b_i katsayıları bulunur. (2.19) Bağıntısı b_i katsayılarını bulmak için oluşturulur.

$$\begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \cdots & w_n \\ w_2 & w_3 & \cdots & w_{n+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ w_n & w_{n+1} & \cdots & w_{2n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_n \\ b_{n-1} \\ \vdots \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -w_{n+1} \\ -w_{n+2} \\ \vdots \\ -w_{2n} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

İlk olarak (2.16) denklemini çözülür ve b_i katsayıları kullanarak (2.15) çözülüp sistemin ayrık zaman transfer fonksiyonu bulunmuş olur. Bundan sonraki işlem ise ayrık zamandan sürekli zaman modeline geçiş olacaktır. Z dönüşümü özelliklerinden aşağıdaki bağıntıları kullanabiliriz.

$$z = e^{sT}, \quad s = \frac{1}{T} \ln z$$

Z dönüşümü basamakları:

1. $H(z)$ 'nin kutupları belirlenir.
2. $H(z)$ 'nin her kutbuna karşılık gelen $G(s)$ kutupları denklem (2.17)'den faydalanılarak bulunur.
3. $\frac{H(z)}{z}$ 'nin kısmi kesirlere ayrımı yapılır.
4. Bu ifadeden z dönüşüm özellikleri kullanılarak $G(s)$ bulunur.

Bu yöntemde sistemin önce ayrık zaman transfer fonksiyonu daha sonra sürekli zaman modeline dönüşüm yapılmıştır. Bu yüzden bu metotlara dolaylı metotlar denir. Bu tezin konusu olan Poisson Moment fonksiyonu uygulamasında sistemin ayrık zaman modeli bulunmadan sürekli zaman parametreleri bulunur. Bu tür sistemlere ise direkt metotlar denir.

Bu bölümde şu ana kadar, tanımı yapılacak sistem hakkında bütün veriler biriktirilip daha sonra işlem yapılabilir. Ancak gelişen kontrol teknolojisi ile

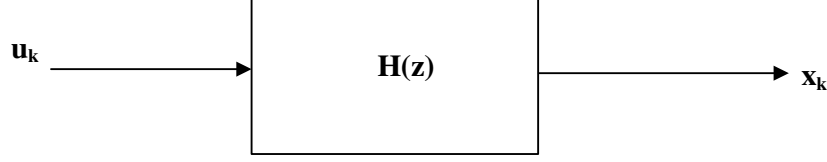
birlikte zaman kısıtlamasının olduğu için çok kısa sürede bilgi edinilmesi gerektiğinden bu tarz sistemler kullanılmazlar.

Bu bölümün bundan sonraki kısmında ise parametrik metotlardan olan En Küçük Kareler ve onun bir türevi olan Yardımcı Değişkenler metotları incelenecektir. Bu metotlar hem çevrimiçi hem de çevrimdışı kullanılabilir.

2.2 Parametre Tahmini Metotları

2.2.1 En Küçük Kareler Metodu

İlk olarak giriş ve çıkış değerleri gürültüden bağımsız olarak elde edilebilirliği göz önüne alınan bir sistemde parametrelerin buluşunu inceleyelim.



Şekil 2.7 Ayırık zaman sistemi blok şeması

Blok diyagramı Şekil 2.7’de verilen sistemin ayırık zamanda giriş-çıkış ifadesi aşağıda gösterilmiştir. Ele alınan sistem lineer olup giriş-çıkış değerleri belirli aralıklarla örneklenerek elde edilmiştir [30].

$$\frac{X(z)}{U(z)} = H(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_m z^{-m}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n}} \quad (2.20)$$

(2.20) Denkleminde bulunan $z = e^{st}$, (2.22) denkleminde bulunan $x_i = x(iT)$, $u_i = u(iT)$ sırasıyla giriş ve çıkış değerlerimiz ve T örnekleme periyodudur. (2.20) Denkleminde transfer fonksiyonu şeklinde elde edilen eşitliği fark denklemi olarak (2.21) bağıntısında ki gibi gösterebiliriz [30].

$$x_k = \sum_{i=0}^m a_i u_{k-i} - \sum_{i=0}^n b_i x_{k-i} \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} x_i &\square x(iT) \\ u_i &\square u(iT) \end{aligned} \quad (2.22)$$

Sistem tanımlamanın amacı giriş-çıkış parametrelerinden faydalanarak $a_0, a_1, \dots, a_m, b_1, b_2, \dots, b_n$ parametrelerini bulmaktır. Eğer örneklenmiş verilerden bilinmeyen parametre sayısı kadar denklem elde edebilirsek, giriş ve çıkış verilerimizi (2.23) denklem formatında yazıp bilinmeyen parametrelerimiz olan $a_0, a_1, \dots, a_m, b_1, b_2, b_n$ değerlerini bulabiliriz [3], [30].

$$\begin{bmatrix} u_k & u_{k-1} & \dots & u_{k-m} & -x_{k-1} & -x_{k-2} & \dots & -x_{k-n} \\ u_{k+1} & u_k & \dots & u_{k-m+1} & -x_k & -x_{k-1} & \dots & -x_{k-n+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u_{k+p-1} & u_{k+p-2} & \dots & u_{k+p-m-1} & -x_{k+p-2} & -x_{k+p-3} & \dots & -x_{k+p-n-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_m \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_k \\ x_{k+1} \\ \vdots \\ x_{k+p-1} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Veya

$$A_k' \theta = x_k \quad (2.24)$$

Burada

$$A_k' = \begin{bmatrix} u_k & u_{k-1} & \cdots & u_{k-m} & -x_{k-1} & -x_{k-2} & \cdots & -x_{k-n} \\ u_{k+1} & u_k & \cdots & u_{k-m+1} & -x_k & -x_{k-1} & \cdots & -x_{k-n+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u_{k+p-1} & u_{k+p-2} & \cdots & u_{k+p-m-1} & -x_{k+p-2} & -x_{k+p-3} & \cdots & -x_{k+p-n-1} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

$$\theta = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_m \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Ve

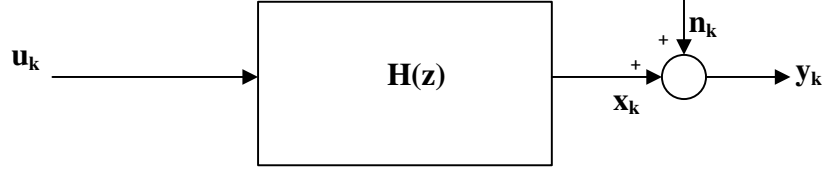
$$x_k = \begin{bmatrix} x_k \\ x_{k+1} \\ \vdots \\ x_{k+p-1} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Eğer A_k' 'deki matris tekil değil ise ($p=m+n+1$ ve $\det(A_k') \neq 0$) parametre vektörü basitçe

$$\theta = (A_k')^{-1} x_k \quad (2.28)$$

Denklemleri ile bulunabilir.

Eğer çıkış büyüklüklerini tam doğru bir şekilde elde edersek (2.28) denklemleriyle θ parametre vektörü bulunabilir. Ancak pratikte bu mümkün değildir. Ölçümlerde her zaman gürültünün etkisi olacaktır.



Şekil 2.8 Sistemin çıkışına gürültü karışan ayrık zaman sistemi

Şekil 2.8’da görülen sistemde sistemimizin çıkışına gürültü eklenmiş olduğu görülmektedir. Gerçek hayatta ki uygulamalarda maruz kaldığımız ölçme gürültüsünü de göz önünde bulundurursak (2.29) denkleminde göre işlemleri yapmak zorundayız.

$$y_k = x_k + n_k \quad (2.29)$$

(2.21) ve (2.29) denklemleri birleştirildiğinde

$$y_k = \sum_{i=0}^m a_i u_{k-i} - \sum_{i=0}^n b_i x_{k-i} + n_k \quad (2.30)$$

Denklemi elde edilmiş olur. Parametreleri belirlemede kullanılacak vektörleri tanımlarsak,

k anındaki durum vektörü:

$$\varphi_k^T = [u_k \quad u_{k-1} \quad \cdots \quad u_{k-m} \quad -y_{k-1} \quad -y_{k-2} \quad \cdots \quad -y_{k-n}] \quad (2.31)$$

Parametre vektörü

$$\theta^T = [a_0 \quad a_1 \quad \cdots \quad a_m \quad b_1 \quad b_2 \quad \cdots \quad b_n] \quad (2.32)$$

Çıkış denklemi hatası:

$$\varepsilon_k = y_k - \varphi_k^T \theta \quad (2.33)$$

Ölçülebilir çıkış vektörü:

$$y_p = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_p \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Gürültünün varlığından dolayı, $m+n+1$ ‘den daha büyük denkleme ihtiyaç duyulmaktadır. Bu yüzden çıkış işaretine gürültü dâhil olduğunda, (2.35) denklemindeki eşitsizliği denklemin çözülebilmesi için minimum şartları ifade etmektedir.

$$p > m + n + 1 \quad (2.35)$$

Birleştirilmiş durum vektörü aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\phi = \begin{bmatrix} \phi_1^T \\ \phi_2^T \\ \vdots \\ \phi_N^T \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

N adet ε_k denklemini alt alta kotacak olursak,

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_N \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Böylelikle p bilinmeyenli N adet denklem elde edilmiş olur.

Karesel hata fonksiyonu:

$$V(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \varepsilon^2(t) = \frac{1}{2} \varepsilon^T \varepsilon \quad (2.38)$$

Amacımız bu fonksiyonu θ 'ya göre minimize eden bağıntıyı bulmaktır.

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 - \phi_1^T \\ y_2 - \phi_2^T \\ \vdots \\ y_N - \phi_N^T \end{bmatrix} = y_p - \phi\phi \quad (2.39)$$

ε Değerini (2.38) bağıntısında yerine koyarak aşağıdaki işlemleri yapalım.

$$\frac{1}{2} (y_p - \phi\phi)^T (y_p - \phi\phi) \quad \{(A+B)^T = A^T + B^T\}$$

$$\frac{1}{2} (y_p^T - (\phi\phi)^T) (y_p - \phi\phi) \quad \{(AB)^T = B^T A^T\}$$

$$\frac{1}{2} (y_p^T - \phi^T \phi^T) (y_p - \phi\phi)$$

$$\frac{1}{2} (y_p^T y_p - \phi^T \phi^T y_p - y_p^T \phi\phi + \phi^T \phi^T \phi\phi)$$

$V(\theta)$ denkleminin θ 'ya göre türevini alırsak bu ifadeyi minimize eden $\hat{\theta}$ değerlerini bulabiliriz.

$$\frac{d}{d\theta} A\theta = A^T \text{ ve } \frac{d}{d\theta} \theta^T A = A \quad (A \text{ ve } \theta \text{ matrisel büyüklükler})$$

Bağıntıları yardımıyla

$$\frac{1}{2}(-\phi^T y_p - \phi^T y_p + \phi^T \phi \phi + \phi^T \phi \phi) = 0$$

$$-\phi^T y_p + \phi^T \phi \phi = 0$$

$$\phi^T \phi \hat{\phi} = \phi^T y_p$$

$$\hat{\phi} = (\phi^T \phi)^{-1} \phi^T y_p$$

Şeklinde tanımlanır ve En Küçük Kareler algoritması bu hata fonksiyonunu θ 'ya göre minimize edecek şekilde belirlenir. Minimum yapan θ vektörü (2.38) numaralı denklem için aşağıdaki gibidir.

$$\hat{\theta}_p = (A_p^T A_p)^{-1} A_p^T y_p \quad (2.40)$$

(2.40) Denklemi aynı zamanda aşağıdaki gibide ifade edilebilir.

$$\theta_k = \left[\sum_{n=1}^k \phi_n \phi_n^T \right]^{-1} \left[\sum_{n=1}^k \phi_n y_n \right] \quad (2.41)$$

Bu ifade şekli birçok recursive (çevrimiçi) algoritmanın türetilmesinde temel olarak kullanılmaktadır. (2.40) Denkleminden görüleceği üzere A_p matrisinin rankı, bilinmeyen parametre sayısından küçükse ($\text{rank}(A_p) < m+n+1$) matris denkleminin sonsuz çözümü olacaktır. Bunu önlemek için model ve giriş işaretinin seçimini dikkatli yapmak gerekir. Eğer A_p matrisinin rankı tam ise (2.40) denkleminden parametreler bulunabilir.

2.2.2 En Küçük Kareler Metodu Çevrimiçi Algoritması

Çevrimiçi En Küçük Kareler metodunun çevrimdışı algoritmadan farkı önceden biriktirilmiş olan veriye göre değil canlı olarak okunan değerler işleme alınarak sonuca ulaşılır. Çevrimiçi algoritmanın çevrimdışı algortmada türettiğimiz (2.40) denklemindeki karşılığı çevrim içi En Küçük Kareler yöntemi için türetilir [30].

$$\hat{\phi}_k = \left[\sum_{n=1}^k \phi_n \phi_n^T \right]^{-1} \left[\sum_{n=1}^k \phi_n y_n \right] \quad (2.42)$$

$$P_k = \left[\sum_{n=1}^k \phi_n \phi_n^T \right]^{-1} \quad (2.43)$$

p_k ifadesini aşağıdaki gibi gösterebiliriz.

$$p_k^{-1} = p_{k-1}^{-1} + \varphi_k \varphi_k^T \quad (2.44)$$

Yukarıdaki denklemlere göre gerekli işlemler yapıldığında

$$\hat{\theta}_k = p_k \left[\sum_{n=1}^{k-1} \varphi_n y_n + \varphi_k y_k \right] \quad (2.45)$$

$$\hat{\theta}_k = p_k \left[p_{k-1}^{-1} \hat{\theta}_{k-1} + \varphi_k y_k \right] \quad (2.46)$$

$$\hat{\theta}_k = p_k \left[(p_k^{-1} + \varphi_k \varphi_k^T) \hat{\theta}_{k-1} + \varphi_k y_k \right] \quad (2.47)$$

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} + p_k \varphi_k \left[y_k \varphi_k^T \hat{\theta}_{k-1} \right] \quad (2.48)$$

(2.42) Bağıntısını kısaca yazacak olursak

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} + L_k \varepsilon_k \quad (2.49)$$

$$L_k = p_k \varphi_k \quad (2.50)$$

$$\varepsilon_k = y_k - \varphi_k^T \hat{\theta}_{k-1} \quad (2.51)$$

$\hat{\theta}_k$ ifadesini bulmak ifadenin bir önceki değerini birde L_k ve ε_k değerlerini bulmaya ihtiyaç duymaktayız. p_k ifadesini de aşağıdaki gibi bulabiliriz.

$$p_k = p_{k-1} - \frac{p_{k-1} \varphi_k \varphi_k^T p_{k-1}}{\left[1 - \varphi_k^T p_{k-1} \varphi_k \right]} \quad (2.52)$$

Bulduğumuz p_k değerini (2.50) denkleminde yerine koyarsak L_k değerini aşağıdaki gibi bulmuş oluruz.

$$L_k = p_{k-1} \varphi_k - \frac{p_{k-1} \varphi_k \varphi_k^T p_{k-1} \varphi_k}{\left[1 - \varphi_k^T p_{k-1} \varphi_k \right]} \quad (2.53)$$

$$L_k = \frac{p_{k-1} \varphi_k}{\left[1 - \varphi_k^T p_{k-1} \varphi_k \right]} \quad (2.54)$$

(2.52) ve (2.54) denklemlerinden anlaşılacağı gibi artık algoritmadaki matris tersi alma işleminden kurtulmuş olduk.

Bu algoritmanın en önemli avantajlarından biri bütün dataların biriktirilmesine gerek kalmaz. Diğer önemli avantajı ise her örnekleme işleminden sonra parametreler hakkında bilgi edinilmesidir [30].

2.2.3 En Küçük Kareler Yönteminin Uygunluk Analizi

En Küçük Kareler yönteminin minimum hatayla bulan denklemi yazacak olursak

$$\hat{\theta}_N = \left[\sum_{n=1}^N \varphi_k \varphi_k^T \right]^{-1} \left[\sum_{n=1}^k \varphi_k y_k \right] \quad (2.55)$$

Sistemimizi aşağıdaki gibi yazabiliriz;

$$y_{(k)} = \varphi_{(k)} \theta^* + e_{(k)} \quad (2.56)$$

(2.56) 'deki denklemimizde;

$y_{(k)}$: k anındaki çıkış

θ^* : Gerçek parametre vektörü

$e_{(k)}$: çıkışa ilave edilen ölçme gürültüsü

(2.56) Denklemindeki $y_{(k)}$ (2.56) denkleminde yerine koyacak olursak

$$\hat{\theta}_N = \left[\sum_{n=1}^N \varphi_k \varphi_k^T \right]^{-1} \left[\sum_{n=1}^k \varphi_k \left(\varphi_{(k)} \theta^* + e_{(k)} \right) \right] \quad (2.57)$$

$$E \left[\hat{\theta}_N \right] = \left[\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \varphi_k \varphi_k^T \right]^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{n=1}^k \varphi_k \left(\varphi_{(k)} \theta^* + e_{(k)} \right) \right] \quad (2.58)$$

$$\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \varphi_k \varphi_k^T = R(N) \quad (2.59)$$

(2.58) Denklemini (2.59) denklemi şeklinde gösterecek olursak

$$E \left[\hat{\theta}_N \right] = R(N)^{-1} R(N) \theta^* + R(N)^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{n=1}^k \varphi_k e_{(k)} \right] \quad (2.60)$$

$$E \left[\hat{\theta}_N \right] = \theta^* + R(N)^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{n=1}^k \varphi_k e_{(k)} \right] \quad (2.61)$$

Denklemimizin çözülebilmesi için $R(N)$ matrisi tekil olmak zorundadır. Tekil olma durumunun nedenleri şunlar olabilir; giriş sinyali sistemi sürekli olarak uyarıyor olabilir, elde edilen veriler gürültüsüz ve bu yüzden transfer fonksiyonunda ortak çarpan olabilir veya lineer bir geri besleme sonucunda ortaya çıkmış olabilir [30].

$R(N)$ matrisi tekil olmama şartını sağlandıktan sonra parametrelerin gerçek değere yakınsaması için (2.61) denklemindeki $R(N)^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{n=1}^k \varphi_k e_{(k)} \right] = 0$ olması gerekmektedir. Ancak bu durum pek çok durumda sağlanmaz. $R(N)^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{n=1}^k \varphi_k e_{(k)} \right] = 0$ olması için $e_{(k)}$ 'nin beyaz gürültü olması gerekmektedir. Bu şart sağlandığında $e_{(k)}$ hem bütün eski datalardan ilişkisiz olacak hemde φ_k ile de ilişkisiz olur [30].

2.2.4 Sistem Tanımlamada Parametrelerin Yakınsaması

Sistem tanımlamada tahmin edilen parametrelerin artan zamana bağlı olarak gerçek değerlere yakınsaması istenir. Bu özelliğe uygunluk (consistency) denir ve parametre belirlemede önemli bir özelliktir.

Eğer aşağıdaki gibi bir özellik sağlanıyorsa yapılan parametre tahminleri uygundur.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E[\hat{\theta}] - \theta^* = 0 \quad (2.62)$$

(2.55)'deki denkleminizde θ^* sistemimizin gerçek parametre vektörü, $E[\hat{\theta}]$ ise tahmin edilen parametre vektörünün beklenen değeridir.

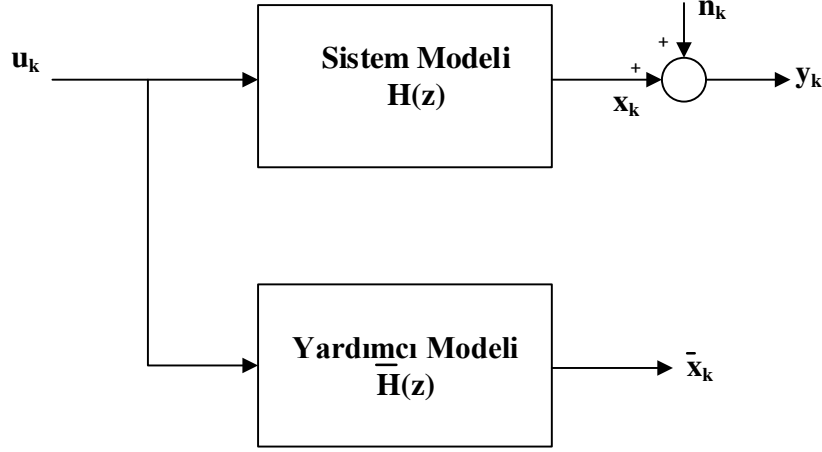
(2.55)'deki denkleminizde bulduğumuz sonuç sıfırdan farklı bir değer ise parametre tahmini uygun değildir. Ortaya çıkan bu farkın kullanılan yöntemle ilgili olarak en küçük değerde olması parametre belirlemenin amacıdır. Yapılan tahminlerin doğruluğunu birçok belirleyebilir. Bunlar, parametre belirleme metodu, gürültü, model seçimi ve sistemin özellikleridir.

2.2.5 Yardımcı Değişkenler Metodu ve Parametrelerin Yakınsaması

Daha önceki bölümde türettiğimiz En Küçük Kareler metodunda ki parametre tahmini bağıntısını yazalım [30].

$$\hat{\theta}_N = \left[\sum_{n=1}^N \varphi_k \varphi_k^T \right]^{-1} \left[\sum_{n=1}^k \varphi_k y_k \right] \quad (2.63)$$

En Küçük Kareler yönteminde yapılan tahminlerin doğru olabilmesi için $E[\varphi_k e_k] = 0$ denklemi sağlanması gerekmektedir. Bunu da sadece e_k 'nin beyaz gürültü olması durumunda gerçekleştiğinden bahsetmiştik. En Küçük Kareler metodundaki bu dezavantajı ortadan kaldırmak için Yardımcı Değişkenler (Instrumental Variable) metodu geliştirilmiştir. Yardımcı Değişkenler metodu Şekil 2.9 de blok diyagramı haliyle gösterilmiştir.



Şekil 2.9 Yardımcı Değişkenler metodu blok diyagramı şeması

Şekil 2.9'dan da anlaşılacağı üzere sistemimize tek bir giriş verilip iki farklı çıkış elde edilmektedir. Giriş sinyalimiz sisteme ve Yardımcı Değişken modeline uygulanmaktadır. Sistemimize uygulanan giriş sinyali gürültüye maruz kalır ve y_k çıkışını elde ederiz. Giriş sinyalimiz Yardımcı Değişken modeline uygulandığında ise $\bar{x}_k$ çıkışını elde etmiş oluruz. Yardımcı Değişken modelinden elde ettiğimiz $\bar{x}_k$ çıkış sinyalimiz gürültüye maruz kalmamaktadır. Yardımcı Değişken modeli elde ettiğimiz giriş ve çıkış değerlerini z_k adında bir matriste toplayıp En Küçük Kareler metodunda kullandığımız φ_k matrisinin yerine yazacak olursak (2.64) denklemini elde etmiş oluruz.

$$\hat{\theta}_N = \left[\sum_{n=1}^N z_k \varphi_k^T \right]^{-1} \left[\sum_{n=1}^k z_k y_k \right] \quad (2.64)$$

Yukarıdaki denklemde z_k matrisi Yardımcı Değişken matrisidir. (2.63) Denklemine kullanarak (2.64) denklemi için uygunluk şartlarını yazacak olursak

$$\hat{\theta}_N = \left[\sum_{n=1}^N z_k \varphi_k^T \right]^{-1} \left[\sum_{n=1}^k z_k y_k \right] \quad (2.65)$$

(2.46)

(2.65) Denkleminde $y_{(k)}$ değerini (2.56) denkleminde faydalananarak yazacak olursak

$$\hat{\theta}_N = \left[\sum_{n=1}^N z_k \varphi_k^T \right]^{-1} \left[\sum_{n=1}^k z_k \left(\varphi_{(k)} \theta^* + e_{(k)} \right) \right] \quad (2.66)$$

Buradan (2.58) denklemini de kullanarak

$$E\left[\hat{\theta}_N\right] = \left[\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N z_n \varphi_n^T\right]^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{n=1}^k z_n \varphi_n^T \theta^* + \frac{1}{N} \sum_{n=1}^k z_n e_{(k)}\right] \quad (2.67)$$

(2.67) Denkleminde gerekli sadeleştirilmeleri yapıp $\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N z_n \varphi_n^T = R(N)$ eşitliğini kullanırsak (2.68) denklemini elde etmiş oluruz.

$$E\left[\hat{\theta}_N\right] = \theta^* + R(N)^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{n=1}^k z_n e_{(k)}\right] \quad (2.68)$$

(2.68) Denklemini daha önce bulduğumuz (2.61) denklem ile kıyas edecek olursak φ_k yerine z_k matrisi bulunmaktadır. Yardımcı Değişken matrisimiz z_k ile $e_{(k)}$ iklişkisiz olarak seçildiğinde $R(N)^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{n=1}^k z_n e_{(k)}\right] = 0$ olacağından yapılan parametre tahminleri uygun duruma gelmiş olacaktır.

2.2.6 Yardımcı Değişkenler Metodu Çevrimiçi Algoritması

Yardımcı Değişkenler metodunda daha önce türettiğimiz (2.65) denklemini kullanacak olursak

$$\hat{\theta}_k = \left[\sum_{n=1}^N z_n \varphi_n^T\right]^{-1} \left[\sum_{n=1}^k z_n y_n\right] \quad (2.69)$$

Yukarıdaki denklemde tanımlanan denklemin bir kısmını (2.70) denklemdeki gibi tanımlayalım

$$p_k = \left[\sum_{n=1}^N z_n \varphi_n^T\right]^{-1} \quad (2.70)$$

(2.70) Ve Yardımcı Değişkenler denklemini kullanarak daha öne En Küçük Kareler metodu çevrimiçi algoritmasında kullandığımız işlemleri yapacak olursak

$$p_k^{-1} = p_{k-1}^{-1} + z_k \varphi_k^T \quad (2.71)$$

$$\hat{\theta}_k = p_k \left[\sum_{n=1}^{k-1} z_n y_n + z_k y_k\right] \quad (2.72)$$

$$\hat{\theta}_k = p_k \left[p_{k-1}^{-1} \hat{\theta}_{k-1} + z_k y_k\right] \quad (2.73)$$

$$\hat{\theta}_k = p_k \left[\left(p_k^{-1} + z_k \varphi_k^T\right) \hat{\theta}_{k-1} + z_k y_k\right] \quad (2.74)$$

$$\hat{\theta}_k = p_k p_k^{-1} \hat{\theta}_{k-1} + p_k z_k \varphi_k^T \hat{\theta}_{k-1} + p_k z_k y_k \quad (2.75)$$

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} + p_k z_k \left[p_k z_k y_k - \varphi_k^T \hat{\theta}_{k-1}\right] \quad (2.76)$$

(2.76) Denklemini daha sade biçimde yazacak olursak

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} + L_k \varepsilon_k \quad (2.77)$$

$$L_k = p_k z_k \quad (2.78)$$

$\hat{\theta}_k$ ifadesini bulmak ifadenin bir önceki değerini birde L_k ve ε_k değerlerini bulmaya ihtiyaç duymaktayız. p_k ifadesini de aşağıdaki denklemi kullanarak bulabiliriz

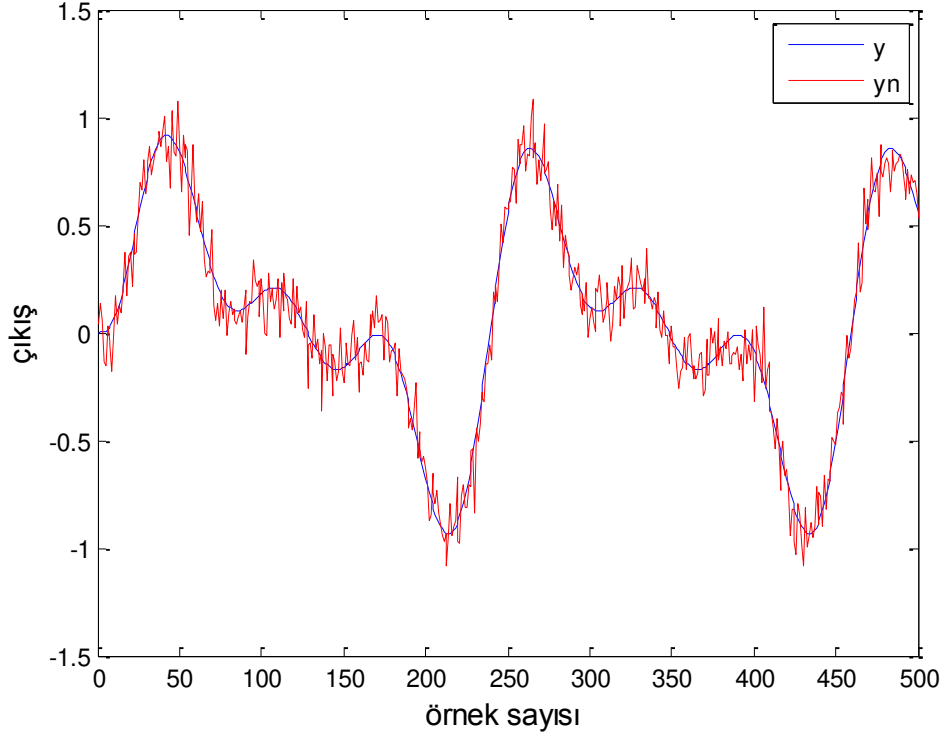
$$p_k = p_{k-1} - \frac{p_{k-1} z_k \varphi_k^T p_{k-1}}{[1 - \varphi_k^T p_{k-1} z_k]} \quad (2.79)$$

Bulduğumuz p_k değerini (2.78) denkleminde yerine koyarsak L_k değerini aşağıdaki gibi bulmuş oluruz.

$$L_k = p_k z_k - \frac{p_{k-1} \varphi_k}{[1 - \varphi_k^T p_{k-1} \varphi_k]} \quad (2.80)$$

3. FİLTRELENMİŞ VERİLER YARDIMI İLE SÜREKLİ ZAMAN PARAMETRELERİNİN BULUNUŞU

Daha önceki bölümlerimizde sistemimizi tanımlarken herhangi bir gürültüye maruz kalabileceğini mevzu bahis etmiştik. Bu bölümümüzde gürültülerin etkilerini minimize etmek için kullanılan filtreleme metotları ele alınacaktır.



Şekil 3.1 Gürültünün sinyale etkisi

Şekil 3.1’de gürültünün sinyale etkisi görülmektedir. Burada y sinyali gürültünün karışmadığı saf işaretimizdir. yn sinyali ise saf işaretimize gürültünün etki etmesi sonucu ortaya çıkan işarettir.

3.1 Lineer İntegral Filtre

Lineer İntegral filtre işlemi fiziksel olarak bulmuş olduğumuz verileri kullanarak çeşitli yöntemler ile integral alma işlemidir. Sonsuz boyutlu bir işlem Lineer İntegral filtreleme işlem teknikleri ile sonsuz olmayan boyuta indirgenir. Aslında burada biz sinyaliniz üzerinde integral alarak bir filtreden geçirmiş oluyoruz. Filtreden geçirmiş olduğumuz verileri En Küçük Kareler veya Yardımcı Değişkenler metotlarından birini kullanarak sistemimizin parametrelerini bulabiliriz.

Sürekli zaman işareti olan $f(t)$ fonksiyonunun $[t-lT, t]$ aralığındaki integral alma işlemi yaklaşık olarak (3.1) denkleminde gösterilmiştir.

$$I_1 f(t) \approx \int_{t-lT}^t f(\tau) d\tau \approx \sum_{i=0}^l f_i f(t-iT) \quad (3.1)$$

Burada T integralin adım ölçüsü (örnekleme periyodu ile eşit alınmıştır), l ise integral aralığını ifade etmektedir. (3.1) Denkleminde f_i katsayıları nümerik integral metodumuza göre değişebilmektedir. Trapez (yamuk) ve Simpson kurallarında bu değerimiz değişiklik gösterebilmektedir. (3.2) Ve (3.3) denklemlerinde sırasıyla yamuk ve Simpson kuralı katsayıları gösterilmektedir.

$$\begin{aligned} f_0 &= f_l = T/2 \\ f_i &= T, i=1, 2, \dots, l-1 \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} f_0 &= f_l = T/3 \\ f_i &= \begin{cases} 2T/3, i=1, 2, \dots, l-2 \\ 4T/3, i=1, 2, \dots, l-1 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.3)$$

İntegral işleminde Simpson yada yamuk kuralı uygulanabilir. Ancak aynı anda birçok nokta işleme sokulmasından dolayı Simpson kuralı yamuk kuralına göre gerçek değere göre daha yakın sonuçlar vermesi beklenmektedir. Bir diğer belirlememiz gereken parametreler ise l ve T değerleridir. T değerimizi minimum seçmek daha fazla nokta işleme dahil olacağından değerlerin gerçeğe yakın olması beklenir. Ancak örnekleme periyodunu çok fazla küçültmek pratikte mümkün olmamaktadır. Yapmış olduğumuz uygulamada örnekleme periyodunu sistemin örnekleme periyodu ile eşit aldık. Bu bakımdan örnekleme periyodu (3.4) denkleminde seçmek gerekmektedir (Sagara ve Zhao) [3], [14].

$$\frac{P_s}{150} < T < \frac{P_s}{10} \quad (3.4)$$

$$P_s = \frac{\pi}{\omega_n} \quad (3.5)$$

(3.5) Denklemi Shannon Maximum örnekleme periyodunu göstermektedir.

İntegral aralığımız l değeri ise kullanılan sistemin bant genişliğine en yakın değer seçilmelidir. Lineer İntegral filtrenin Laplace dönüşümü (3.6) denkleminde görülmektedir.

$$F(s) = \left(\frac{1 - e^{-lTs}}{s} \right)^n \quad (3.6)$$

(3.6) Denklemde faydalanılarak Lineer filtrenin frekans karakteristiğini çıkartacak olursak;

$$|F(j\omega)| = \left(\frac{|1 - (\cos lT\omega - j \sin lT\omega)|}{\omega} \right)^n \quad (3.7)$$

$$|F(j\omega)| = \left(\frac{\sqrt{(1 - \cos lT\omega)^2 + (j \sin lT\omega)^2}}{\omega} \right)^n \quad (3.8)$$

$n=1$ için,

$$|F(j\omega)| = \frac{\sqrt{2 - 2 \cos lT\omega}}{\omega} \quad (3.9)$$

$$|F(j\omega)| = \frac{2 \sin lT \frac{\omega}{2}}{\omega} \quad (3.10)$$

Buradan

$$|F(j\omega)| = \left(\frac{lT \sin lT \frac{\omega}{2}}{\frac{\omega}{2} lT} \right)^n \quad (3.11)$$

(3.11) Denklemindeki gibi genelleştirilebilir.

3.1.1 Lineer İntegral Filtre İşlemi Uygulaması

Sistemimiz ikinci dereceden bir sistem olduğunu varsayarsak (3.12) denklemi sistem denklemimiz olmaktadır. (3.12) Denkleminde $u(t)$ giriş işareti, $y(t)$ çıkış işareti, $v(t)$ ise gürültüdür.

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y(t) = b_1 \frac{du}{dt} + b_0 u(t) + v(t) \quad (3.12)$$

(3.12) Denkleminde bulunan türev ifadelerini yok etmek için denklemin her iki tarafının integralini aldığımızda (3.13) denklemini elde etmiş oluruz.

$$\iint \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \iint \frac{dy}{dt} + a_0 \iint y(t) = b_1 \iint \frac{du}{dt} + b_0 \iint u(t) + \iint v(t) \quad (3.13)$$

Buradan

$$y(t) + a_1 \int y(t)dt + a_2 \iint y(t)dt = b_1 \int u(t)dt + b_0 \iint u(t)dt + \iint v(t)dt \quad (3.14)$$

(3.14) Denkleminizi çözmek için sadece integral almak yeterli olacaktır. İntegral almak için ise trapez yada simpson kurallarından birini uygulamak yeterli olacaktır. Belirli aralıklarda integral alarak gürültüyü ihmal edip bulunan sonuçları (3.15) denklemindeki gibi yazabiliriz.

$$y(k) + \varphi_1 a_1 y(k) + \varphi_2 a_0 y(k) = \varphi_1 b_1 u(k) + \varphi_2 b_0 u(k) \quad (3.15)$$

(3.15) Denkleminde gösterilen değerler herhangi bir k anındaki değerleri ifade etmektedir. (3.15) Denkleminde $y(k)$ değerini (çıkış) yalnız bırakacak olursak,

$$y(k) = -\varphi_1 a_1 y(k) - \varphi_2 a_0 y(k) + \varphi_1 b_1 u(k) + \varphi_2 b_0 u(k) \quad (3.16)$$

(3.16) Denklemindeki değerleri alt alta yazacak olursak,

$$\begin{bmatrix} y(k) \\ y(k+1) \\ y(k+2) \\ y(k+3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\varphi_1 y(k) & -\varphi_2 y(k) & \varphi_1 u(k) & \varphi_2 u(k) \\ -\varphi_1 y(k+1) & -\varphi_2 y(k+1) & \varphi_1 u(k+1) & \varphi_2 u(k+1) \\ -\varphi_1 y(k+2) & -\varphi_2 y(k+2) & \varphi_1 u(k+2) & \varphi_2 u(k+2) \\ -\varphi_1 y(k+3) & -\varphi_2 y(k+3) & \varphi_1 u(k+3) & \varphi_2 u(k+3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_0 \\ b_1 \\ b_0 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

(3.17) Denklemini çözerken En Küçük Kareler veya Yardımcı Değişkenler metodunu kullandığımızda gürültünün etkisi eleminize olması beklenir.

(3.17) Bağıntısında bulunan;

$\varphi_1 y(k)$: y değerinin birinci dereceden integrali

$\varphi_2 y(k)$: y değerinin ikinci dereceden integrali

$\varphi_1 u(k)$: u değerinin birinci dereceden integrali

$\varphi_2 u(k)$: u değerinin ikinci dereceden integrali

3.2 Poisson Moment Fonksiyonu

Lineer İntegral filtreleme işlemi en basit ifade ile anlatılmak istenilirse aslında bir integral alma işlemidir. İntegral işlemi frekans domeninde $\frac{1}{s}$ olarak ifade etmekteyiz. Ancak integral alma metodu neticesinde sistemimiz bir filtreleme işlemi gerçekleşmiş olmaktadır. Lineer İntegral filtre alçak geçiren bir filtre gibi çalıştığından beyaz gürültü bu filtreleme işlemi neticesinde beyaz gürültü olmaktan çıkmaktadır. Bu da bizim istemediğimiz sonuçları ortaya çıkarmaktadır [33].

Lineer İntegral filtreleme işleminde ortaya çıkan bu olumsuzluğu Poisson Moment fonksiyonu ile ortadan kaldırılabilmekteyiz. Burada integral işlemi yerine işaretimiz $\frac{\beta}{s+\lambda}$ işleminden geçmektedir. Poisson Moment fonksiyonu metodunda β ve λ değerlerinde değişiklik yaparak kullandığımız sisteme uygun filtreleme işlemini gerçekleştirebiliyoruz

$$\frac{\beta}{s+\lambda} \quad (3.18)$$

(3.18) Denkleminde $\beta=1$ ve $\lambda=0$ olduğu durumda integral filtresine eş olmaktadır. Lineer İntegral filtre işleminde sistem denkleminde bulunan türevsel ifade integral alınarak çözümlenmekteydi. Poisson Moment fonksiyonu metodunda ise denkleminde bulunan türevsel ifadeden kurtulmak için çeşitli işlemler yapılmaktadır. (3.19) Denkleminde $y(t)$ sinyalinin t_0 anındaki birinci türevi gösterilmiştir [34].

$$\frac{dy}{dt} = \sum_{k=0}^{\infty} M_k[y(t)] e^{\lambda(t-t_0)} \delta^k(t-t_0) \quad (3.19)$$

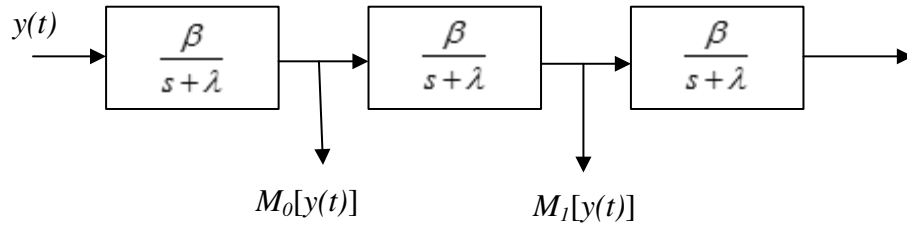
(3.19) Denkleminde δ^k dirac dağılımının türevidir. (3.19) Denkleminde bulunan $M_k[f(t)]$ moment fonksiyonu (3.20) denkleminde görülmektedir [34].

$$M_k[y] = \int_0^{t_0} y(t) m_k(t_0-t) dt \quad (3.20)$$

Burada

$$m_k(t_0) = \beta^{l+1} \frac{t_0^k}{k!} e^{-\lambda t} \quad (3.21)$$

(3.21) Denkleminde bulunan β ve λ Poisson Moment fonksiyonu ayarlama parametrelerimizdir. M_k değeri k derecesinden Poisson Moment fonksiyonudur. Poisson Moment fonksiyonunun uygulanışının gösterimi Şekil 3.2 de gösterilmiştir.



Şekil 3.2 Poisson filtre zinciri

(3.22) Denkleminde y sinyalinin n 'inci dereceden türevinin denklemi görülmektedir.

$$M_l[y^{(n)}(t)] = \sum_{j=0}^i (-1)^j \binom{j}{i} \beta^{i-j} \lambda^j M_{l-i+j}[y(t)] - \sum_{q=1}^i \left[y^{(q-1)}(0) \sum_{j=0}^{i-q} (-1)^j \binom{j}{i-q} \beta^{i-q-j} \lambda^j p_{l-i+q+j}(t) \right] \quad (3.22)$$

Moment fonksiyonu M_l giriş ($u(t)$) veya çıkış ($y(t)$) değerlerinin türevleri (3.22) denkleminde göre bulunabilir.

3.2.1 Poisson Moment Fonksiyonu Uygulaması

Sürekli zamandan ayrık zamana geçmek için tustin dönüşümünün faydalanabiliriz [35].

$$\frac{M_0[y(t)]}{y(t)} = \frac{\beta}{s + \lambda} \quad (3.23)$$

$$s = \frac{2}{T} \left(\frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \right) \quad (3.24)$$

(3.23) Denkleminde bulunan s ifadesi yerine (3.24) eşitliğini kullanacak olursak

$$\frac{M_0[y(t)]}{y(t)} = \frac{\beta}{\frac{2}{T} \left(\frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \right) + \lambda} \quad (3.25)$$

$$\frac{M_0[y(t)]}{y(t)} = \frac{\beta(1 + z^{-1})}{z^{-1} \left(\lambda - \frac{2}{T} \right) + \frac{2}{T} + \lambda} \quad (3.26)$$

(3.26) Denklemindeki $M_0[y(t)]$ değerini yalnız bırakacak olursak

$$M_0[y(t)] z^{-1} \left(\lambda - \frac{2}{T} \right) + M_0[y(t)] \left(\frac{2}{T} + \lambda \right) = y(t) \beta + y(t) \beta z^{-1} \quad (3.27)$$

(3.27) Denklemde bulunan z^{-1} değeri işaretin bir önceki işaretin değerini ifade ettiğini göz önünde bulunduracak olursak. Buradan,

$$M_0[y(t-1)]\left(\lambda - \frac{2}{T}\right) + M_0[y(t)]\left(\frac{2}{T} + \lambda\right) = y(t)\beta + y(t-1)\beta \quad (3.28)$$

$$M_0[y(t)] = \frac{\beta(y(t) + y(t-1)) - M_0[y(t-1)]\left(\lambda - \frac{2}{T}\right)}{\frac{2}{T} + \lambda} \quad (3.29)$$

(3.29) Denklemde çıkış işaretinin moment fonksiyonu gösterilmiştir. Burada bulduğumuz değeri giriş işaretine de uygulayacak olursak (3.30) denklemini bulmuş oluruz.

$$M_0[u(t)] = \frac{\beta(u(t) + u(t-1)) - M_0[u(t-1)]\left(\lambda - \frac{2}{T}\right)}{\frac{2}{T} + \lambda} \quad (3.30)$$

$M_1[y(t)]$ Moment fonksiyonunu bulmak için (3.26) denklemde bulmuş olduğumuz ifadenin karesini bulmamız yeterli olacaktır.

$$\frac{M_1[y(t)]}{y(t)} = \left(\frac{\beta(1 + z^{-1})}{z^{-1}\left(\lambda - \frac{2}{T}\right) + \frac{2}{T} + \lambda} \right)^2 \quad (3.31)$$

$$\frac{M_1[y(t)]}{y(t)} = \frac{\beta^2(1 + 2z^{-1} + z^{-2})}{z^{-2}\left(\lambda^2 - \frac{4\lambda}{T} + \frac{4}{T^2}\right) + z^{-1}\left(\frac{2\lambda}{T} + 2\lambda^2 - \frac{8}{T^2} - \frac{2\lambda}{T}\right) + \frac{4}{T^2} + \frac{4\lambda}{T} + \lambda^2} \quad (3.32)$$

(3.32)Denklemindeki $M_1[y(t)]$ değerini yalnız bırakacak olursak,

$$M_1[y(t)]z^{-2}\left(\lambda^2 - \frac{4\lambda}{T} + \frac{4}{T^2}\right) + M_1[y(t)]z^{-1}\left(2\lambda^2 - \frac{8}{T^2}\right) + M_1[y(t)]\left(\frac{4}{T^2} + \frac{4\lambda}{T} + \lambda^2\right) = y(t)\beta^2z^{-2} + y(t)\beta^22z^{-1} + y(t)\beta^2 \quad (3.33)$$

(3.33) Denklemde bulunan z^{-2} değeri işaretin iki önceki ve z^{-1} değeri işaretin bir önceki işaretin değerini ifade ettiğini göz önünde bulunduracak olursak. Buradan,

$$M_1[y(t-2)]\left(\lambda^2 - \frac{4\lambda}{T} + \frac{4}{T^2}\right) + M_1[y(t-1)]\left(2\lambda^2 - \frac{8}{T^2}\right) + M_1[y(t)]\left(\frac{4}{T^2} + \frac{4\lambda}{T} + \lambda^2\right) = y(t-2)\beta^2 + y(t-1)2\beta^2 + y(t)\beta^2 \quad (3.34)$$

(3.34) Denklemde bulunan $M_1[y(t)]$ ifadesini yalnız bırakacak olursak,

$$M_1[y(t)] = \frac{y(t-2)\beta^2 + y(t-1)2\beta^2 + y(t)\beta^2 - M_1[y(t-2)]\left(\lambda^2 - \frac{4\lambda}{T} + \frac{4}{T^2}\right) - M_1[y(t-1)]\left(2\lambda^2 - \frac{8}{T^2}\right)}{\frac{4}{T^2} + \frac{4\lambda}{T} + \lambda^2} \quad (3.35)$$

(3.35) Denkleminde çıkış işaretinin moment fonksiyonu gösterilmiştir. Burada bulduğumuz değeri giriş işaretine de uygulayacak olursak (3.36) denklemini bulmuş oluruz.

$$M_1[u(t)] = \frac{u(t-2)\beta^2 + u(t-1)2\beta^2 + u(t)\beta^2 - M_1[u(t-2)]\left(\lambda^2 - \frac{4\lambda}{T} + \frac{4}{T^2}\right) - M_1[u(t-1)]\left(2\lambda^2 - \frac{8}{T^2}\right)}{\frac{4}{T^2} + \frac{4\lambda}{T} + \lambda^2} \quad (3.36)$$

$M_2[y(t)]$ Moment fonksiyonunu bulmak için (3.26) denkleminde bulmuş olduğumuz ifadenin küpünü bulmamız yeterli olacaktır.

$$\frac{M_2[y(t)]}{y(t)} = \left(\frac{\beta(1+z^{-1})}{z^{-1}\left(\lambda - \frac{2}{T}\right) + \frac{2}{T} + \lambda} \right)^3 \quad (3.37)$$

(3.37) Denklemini çözmek uzun işlemler istediğinden denkleminizi çözerken pay ve payda olarak ayrı-ayrı değerlendirelim. İlk olarak payı bulacak olursak,

$$\beta^3(1+z^{-1})^3 = \beta^3(1+3z^{-1}+3z^{-2}+z^{-3}) \quad (3.38)$$

(3.38) Denkleminde payı göstermiş bulunmaktayız. (3.37) Denkleminde bulunan payda değerini bulmadan önce işlem kolaylığı açısından payda bulunan değerleri harflerle ifade edip denklemi çözelim.

$$A = z^{-1}\left(\lambda - \frac{2}{T}\right) \quad (3.39)$$

$$B = \frac{2}{T} \quad (3.40)$$

$$C = \lambda \quad (3.41)$$

Buradan,

$$(A+B+C)^3 = A^3 + 3A^2B + 3A^2C + 3AB^2 + 6ABC + 3AC^2 + B^3 + 3B^2C + 3BC^2 + C^3 \quad (3.42)$$

$$(A+B+C)^3 = A^3 + B^3 + C^3 + 3A^2B + 3A^2C + 3AB^2 + 3AC^2 + 3B^2C + 3BC^2 + 6ABC \quad (3.43)$$

$$(A+B+C)^3 = A^3 + B^3 + C^3 + 3A^2(B+C) + 3A(B+C)^2 + 3BC(B+C) \quad (3.44)$$

(3.44) Denklemde A , B ve C değerlerini yerine koyacak olursak,

$$\begin{aligned} & z^{-3} \left(\lambda - \frac{2}{T} \right)^3 + \frac{8}{T^3} + \lambda^3 + 3z^{-2} \left(\lambda - \frac{2}{T} \right)^2 \left(\frac{2}{T} + \lambda \right) \\ & + 3z^{-1} \left(\lambda - \frac{2}{T} \right) \left(\frac{2}{T} + \lambda \right)^2 + \frac{12\lambda}{T^2} + \frac{6\lambda^2}{T} \end{aligned} \quad (3.45)$$

(3.45) Denklemi ile birlikte ifademizin paydasını da çözümlemiş bulunmaktayız.

(3.37) Denklemde bulduğumuz değerleri yerine koyacak olursak,

$$\frac{M_2[y(t)]}{y(t)} = \frac{\beta^3 (1 + 3z^{-1} + 3z^{-2} + z^{-3})}{z^{-3} \left(\lambda - \frac{2}{T} \right)^3 + \frac{8}{T^3} + \lambda^3 + 3z^{-2} \left(\lambda - \frac{2}{T} \right)^2 \left(\frac{2}{T} + \lambda \right) + 3z^{-1} \left(\lambda - \frac{2}{T} \right) \left(\frac{2}{T} + \lambda \right)^2 + \frac{12\lambda}{T^2} + \frac{6\lambda^2}{T}} \quad (3.46)$$

Buradan,

$$\begin{aligned} & M_2[y(t)]z^{-3} \left(\lambda - \frac{2}{T} \right)^3 + M_2[y(t)]3z^{-2} \left(\lambda - \frac{2}{T} \right)^2 \left(\frac{2}{T} + \lambda \right) + M_2[y(t)]3z^{-1} \left(\lambda - \frac{2}{T} \right) \left(\frac{2}{T} + \lambda \right)^2 \\ & + M_2[y(t)] \left(\frac{8}{T^3} + \lambda^3 + \frac{12\lambda}{T^2} + \frac{6\lambda^2}{T} \right) = y(t)z^{-3}\beta^3 + y(t)z^{-2}3\beta^3 + y(t)z^{-1}3\beta^3 + y(t)\beta^3 \end{aligned} \quad (3.47)$$

(3.47) Denklemde bulunan z^{-3} değeri işaretin üç önceki, z^{-2} değeri işaretin iki önceki ve z^{-1} değeri işaretin bir önceki işaretin değerini ifade ettiğini göz önünde bulunduracak olursak. Buradan,

$$\begin{aligned} & M_2[y(t-3)] \left(\lambda - \frac{2}{T} \right)^3 + M_2[y(t-2)]3 \left(\lambda - \frac{2}{T} \right)^2 \left(\frac{2}{T} + \lambda \right) + M_2[y(t-1)]3 \left(\lambda - \frac{2}{T} \right) \left(\frac{2}{T} + \lambda \right)^2 \\ & + M_2[y(t)] \left(\frac{8}{T^3} + \lambda^3 + \frac{12\lambda}{T^2} + \frac{6\lambda^2}{T} \right) = y(t-3)\beta^3 + y(t-2)3\beta^3 + y(t-1)3\beta^3 + y(t)\beta^3 \end{aligned} \quad (3.48)$$

(3.48)Denklemde bulunan $M_2[y(t)]$ ifadesini yalnız bırakacak olursak,

$$D = y(t-3)\beta^3 + y(t-2)3\beta^3 + y(t-1)3\beta^3 + y(t)\beta^3 - M_2[y(t-3)] \left(\lambda - \frac{2}{T} \right)^3$$

$$E = -M_2[y(t-2)]3 \left(\lambda - \frac{2}{T} \right)^2 \left(\frac{2}{T} + \lambda \right) - M_2[y(t-1)]3 \left(\lambda - \frac{2}{T} \right) \left(\frac{2}{T} + \lambda \right)^2$$

$$M_2[y(t)] = \frac{D + E}{\lambda^3 + \frac{6\lambda^2}{T} + \frac{8}{T^3} + \frac{12\lambda}{T^2}} \quad (3.49)$$

(3.49) Denklemde çıkış işaretinin moment fonksiyonu gösterilmiştir. Burada bulduğumuz değeri giriş işaretine de uygulayacak olursak (3.36) denklemini bulmuş oluruz.

$$\begin{aligned}
F &= u(t-3)\beta^3 + u(t-2)3\beta^3 + u(t-1)3\beta^3 + u(t)\beta^3 - M_2[u(t-3)]\left(\lambda - \frac{2}{T}\right)^3 \\
G &= -M_2[u(t-2)]3\left(\lambda - \frac{2}{T}\right)^2\left(\frac{2}{T} + \lambda\right) - M_2[u(t-1)]3\left(\lambda - \frac{2}{T}\right)\left(\frac{2}{T} + \lambda\right)^2 \\
M_2[u(t)] &= \frac{F+G}{\lambda^3 + \frac{6\lambda^2}{T} + \frac{8}{T^3} + \frac{12\lambda}{T^2}} \quad (3.50)
\end{aligned}$$

Bulmuş olduğumuz moment fonksiyonlarını kullanarak (3.51) eşitliğinden faydalananarak $M_l[y^{(2)}(t)]$, $M_l[y^{(1)}(t)]$, $M_l[y(t)]$ değerleri bulunur.

$$\begin{pmatrix} M_l[y^{(2)}(t)] \\ M_l[y^{(1)}(t)] \\ M_l[y(t)] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta^2 & -2\lambda\beta & \lambda^2 \\ 0 & \beta & -\lambda \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{l-2}[y(t)] \\ M_{l-1}[y(t)] \\ M_l[y(t)] \end{pmatrix} \quad (3.51)$$

Buradan,

$$M_l[y^{(2)}(t)] + a_1 M_l[y^{(1)}(t)] + a_0 M_l[y(t)] = b_1 M_l[u^{(1)}(t)] + b_0 M_l[u(t)] + M_l[v(t)] \quad (3.52)$$

(3.52) Denkleminde $M_l[y^{(2)}(t)]$ değerini yalnız bırakacak olursak,

$$M_l[y^{(2)}(t)] = -a_1 M_l[y^{(1)}(t)] - a_0 M_l[y(t)] + b_1 M_l[u^{(1)}(t)] + b_0 M_l[u(t)] + M_l[v(t)] \quad (3.53)$$

(3.53) Denkleminde gürültüyü ihmal edip bulunan değerleri alt-alta yazacak olursak,

$$\begin{bmatrix} M_l[y^{(2)}(t)] \\ M_l[y^{(2)}(t+1)] \\ M_l[y^{(2)}(t+2)] \\ M_l[y^{(2)}(t+3)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -M_l[y^{(1)}(t)] & -M_l[y(t)] & M_l[u^{(1)}(t)] & M_l[u(t)] \\ -M_l[y^{(1)}(t+1)] & -M_l[y(t+1)] & M_l[u^{(1)}(t+1)] & M_l[u(t+1)] \\ -M_l[y^{(1)}(t+2)] & -M_l[y(t+2)] & M_l[u^{(1)}(t+2)] & M_l[u(t+2)] \\ -M_l[y^{(1)}(t+3)] & -M_l[y(t+3)] & M_l[u^{(1)}(t+3)] & M_l[u(t+3)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_0 \\ b_1 \\ b_0 \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

(3.54) Denklemini çözerken En Küçük Kareler veya Yardımcı Değişkenler metodunu kullanacak olursak gürültünün etkisi elemine edilmiş olacaktır.

4. ALGORİTMALARIN BENZETİMSSEL OLARAK GERÇEKLEŞTİRİLMESİ

Parametreleri belirlenecek olan ikinci dereceden sistemi (4.1) denkleminde gösterilmiştir.

$$\frac{y(t)}{u(t)} = \frac{3}{s^2 + 5s + 6} \quad (4.1)$$

Parametreleri bulunacak bilinmeyenler cinsinden (4.2) denkleminde gösterilmiştir.

$$\frac{y(t)}{u(t)} = \frac{b_1s + b_0}{s^2 + a_1s + a_0} \quad (4.2)$$

Benzetimimizde bulmaya çalışacağımız değerler a_1 , a_0 , b_1 , b_0 ifadeleridir. Benzetimimizde ifadelerimizin gerçek değerleri $a_1=5$, $a_0=6$, $b_1=0$, $b_0=3$ şeklindedir. Sistem tanımlamada giriş işareti oldukça önemlidir. Sistemi sürekli olarak uyararak zorundadır. n dereceli bir sistemi sürekli olarak uyarabilmek için $(0, \pi)$ aralığında $n+1$ adet sinüzoidal işaretin olması gerekmektedir [1].

$$u(t) = \sin 0.714t + \sin 1.428t + \sin 2.142t \quad (4.3)$$

Sistemimize uyguladığımız giriş işareti (4.3) denkleminde görülmektedir T değerini belirlerken (3.4) bağıntısından faydalanacak olursak. $\omega_n = \sqrt{6}$ Olarak kabul ettiğimizde $0.0085 < T < 0.12$ aralığından bir değer almamız gerekmektedir. Sistemimizin örnekleme periyodu olarak $T=0.04$ değerini kullandık.

Yardımcı Değişkenler metodunda kullanmış olduğumuz Yardımcı Değişkenin parametreleri $a_1=2.68$, $a_0=2.83$, $b_1=0.36$, $b_0=1.49$ şeklinde aldık. (4.4) Denkleminde Yardımcı Değişkenler metodunda kullanmış olduğumuz yardımcı sistem görülmektedir.

$$\frac{y(t)}{u(t)} = \frac{0.36s + 1.49}{s^2 + 2.68s + 2.83} \quad (4.4)$$

4.1 Lineer İntegral Filtrenin Benzetiminin Gerçekleştirilmesi

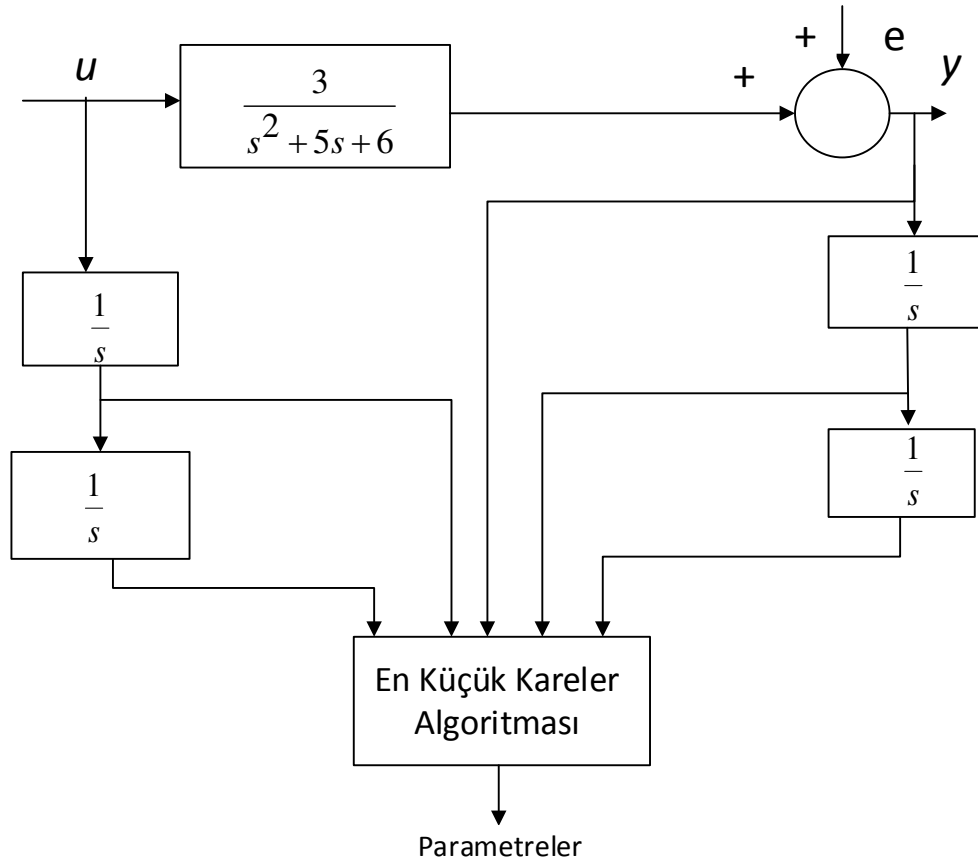
İkinci dereceden parametrelerini bulmaya çalıştığımız sistem (4.5) denkleminde gösterilmiştir.

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y(t) = b_1 \frac{du}{dt} + b_0 u(t) + v(t) \quad (4.5)$$

(4.5) Denklemini çözmek için (3.17) denklemini referans alacak olursak,

$$\begin{bmatrix} y(k) \\ y(k+1) \\ y(k+2) \\ y(k+3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\varphi_1 y(k) & -\varphi_2 y(k) & \varphi_1 u(k) & \varphi_2 u(k) \\ -\varphi_1 y(k+1) & -\varphi_2 y(k+1) & \varphi_1 u(k+1) & \varphi_2 u(k+1) \\ -\varphi_1 y(k+2) & -\varphi_2 y(k+2) & \varphi_1 u(k+2) & \varphi_2 u(k+2) \\ -\varphi_1 y(k+3) & -\varphi_2 y(k+3) & \varphi_1 u(k+3) & \varphi_2 u(k+3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_0 \\ b_1 \\ b_0 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

(4.6) Denklemini En Küçük Kareler veya Yardımcı Değişkenler metodlarından birine göre kolaylıkla çözümleyebiliriz. Şekil 4.1’de Lineer İntegral filtre işleyiş şeması görülmektedir.

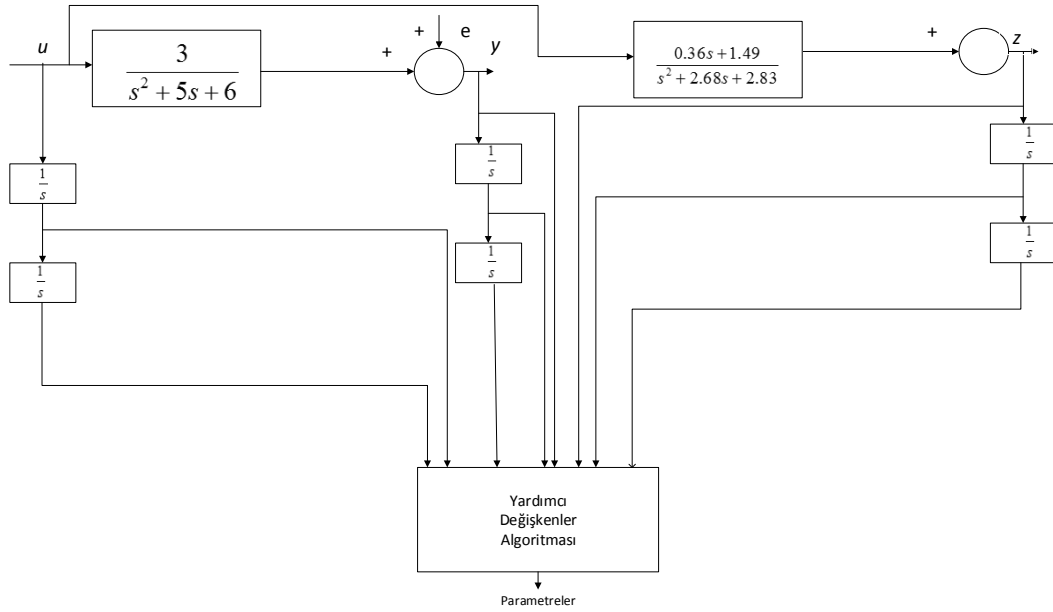


Şekil 4.1 Lineer İntegral filtre En Küçük Kareler metodu işleyiş şeması

Bu metodumuzda belirlememiz gereken değerimiz adım sayısı (l) değeridir. l değeri arttıkça sistemin bant genişliği artacağından işlemin hızı azalacaktır ancak doğruluğunun artması beklenir. Adım sayısı azaldığında ise sistemin bant

genişliğinden daha küçük bir bant genişliğine sahip olma ihtimali ortaya çıkacak. Sistemin bant genişliğinden daha küçük bir bant genişliğine sahip olursa integral filtremiz alçak geçiren bir filtre gibi çalışacaktır. Bunun neticesinde ise sistemde olan gürültü beyaz gürültü olmaktan çıkacaktır. Beyaz gürültü haricindeki gürültülerde parametre tahminini yapıldığında gerçek değerden sapma fazla olacaktır.

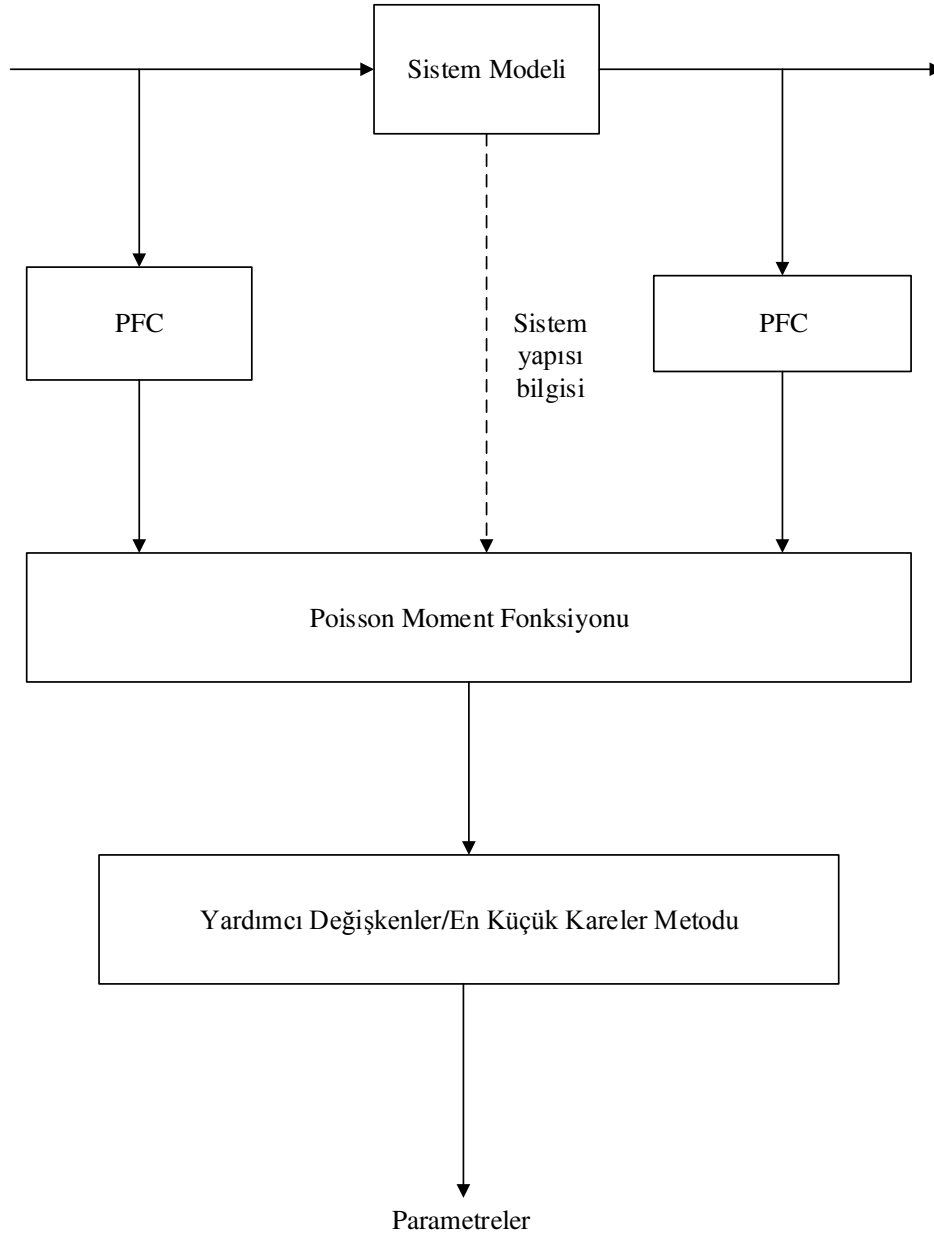
Bu metodumuzda örnekleme periyodunu ($T=0.04$) olarak aldık. İntegral alma işleminde adım sayısının etkisini gözlemleme fırsatı bulduk. Adım sayısının etkisini hem En Küçük Kareler hem de Yardımcı Değişkenler metodlarında gözlemledik. Ayrıca sistemimize belirli oranlarda gürültü ekleyip onun da etkisi gözlemlenmiştir.



Şekil 4.2 Lineer İntegral filtre Yardımcı Değişkenler metodu işleyiş şeması

Şekil 4.2’de Lineer İntegral filtrenin Yardımcı Değişkenler metodunda işleyiş şeması görülmektedir.

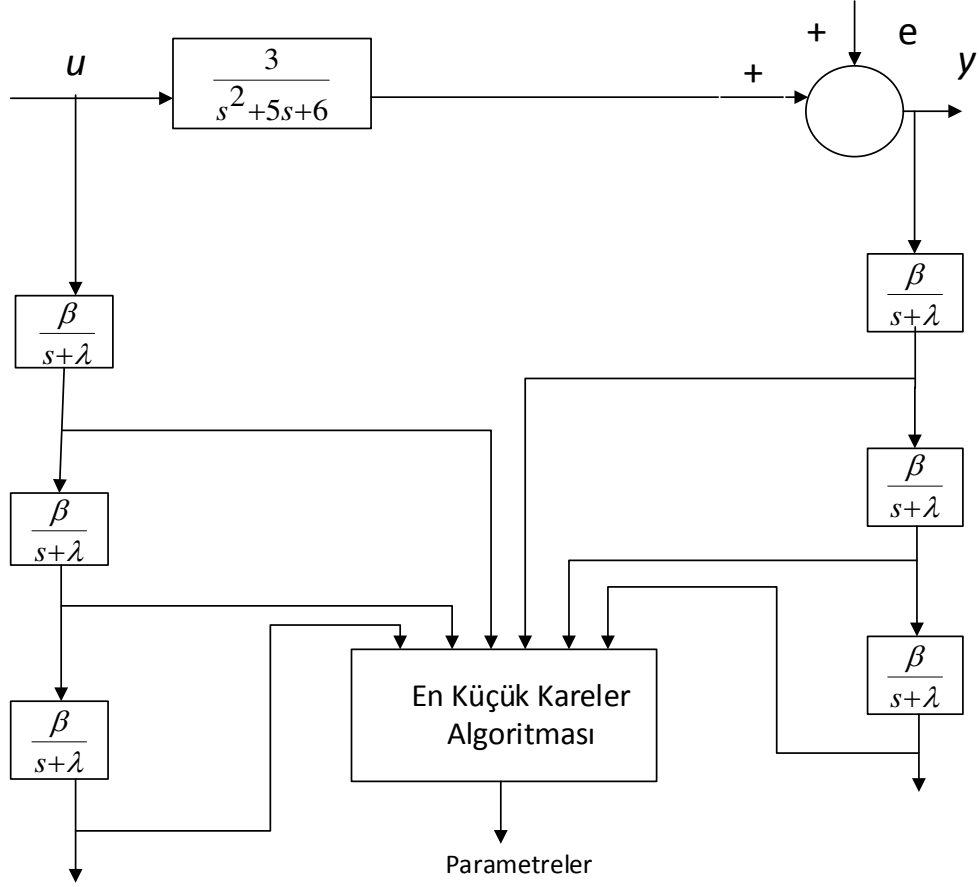
4.2 Poisson Moment Fonksiyonu Uygulaması



Şekil 4.3 Poisson Moment fonksiyonu genel işleyiş şeması gösterimi

(4.5) Denklemini Poisson Moment fonksiyonu metoduna göre çözmek için ilk olarak giriş ve çıkış işaretlerinin moment fonksiyonları bulunması gerekmektedir. Moment fonksiyonları bulunduktan sonra (3.51) denkleminde faydalanılarak giriş ve çıkış işaretlerinin birinci ve ikinci dereceden türev ifadeleri bulunur.

Şekil 4.3’de Poisson Moment fonksiyonu metodunun işleyiş şemasının genel olarak gösterilmiştir.

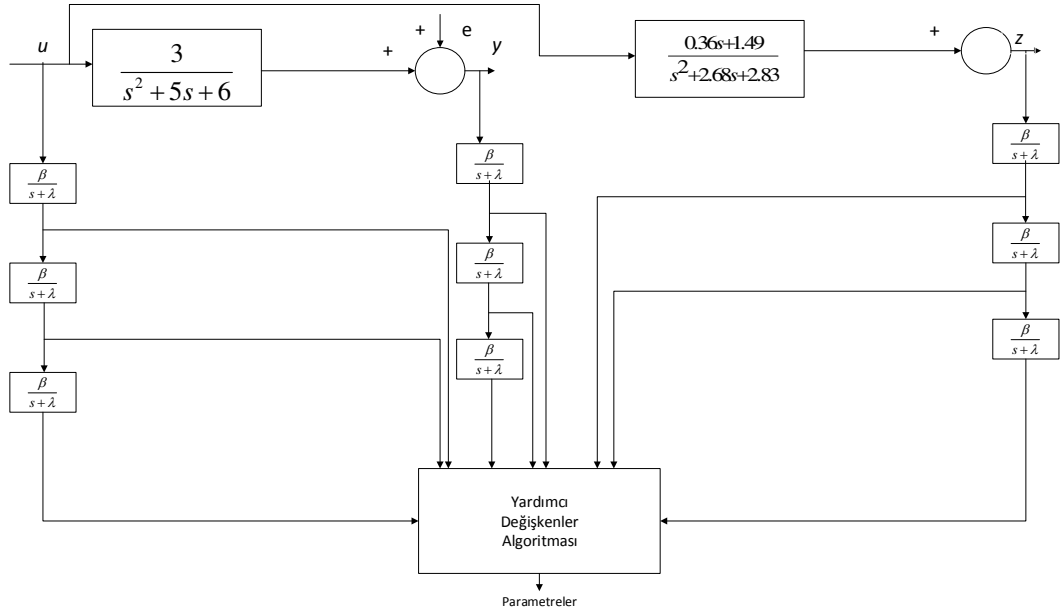


Şekil 4.4 Poisson Moment fonksiyonu En Küçük Kareler metodunda işleyiş şeması

Şekil 4.4’de Poisson Moment fonksiyonu metodunun En Küçük Kareler metodundaki işleyiş şeması görülmektedir. (4.7) Denkleminde faydalanılarak En Küçük Kareler veya Yardımcı Değişkenler metodlarından herhangi biri kullanılabilir.

$$\begin{bmatrix} M_l[y^{(2)}(t)] \\ M_l[y^{(2)}(t+1)] \\ M_l[y^{(2)}(t+2)] \\ M_l[y^{(2)}(t+3)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -M_l[y^{(1)}(t)] & -M_l[y(t)] & M_l[u^{(1)}(t)] & M_l[u(t)] \\ -M_l[y^{(1)}(t+1)] & -M_l[y(t+1)] & M_l[u^{(1)}(t+1)] & M_l[u(t+1)] \\ -M_l[y^{(1)}(t+2)] & -M_l[y(t+2)] & M_l[u^{(1)}(t+2)] & M_l[u(t+2)] \\ -M_l[y^{(1)}(t+3)] & -M_l[y(t+3)] & M_l[u^{(1)}(t+3)] & M_l[u(t+3)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_0 \\ b_1 \\ b_0 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

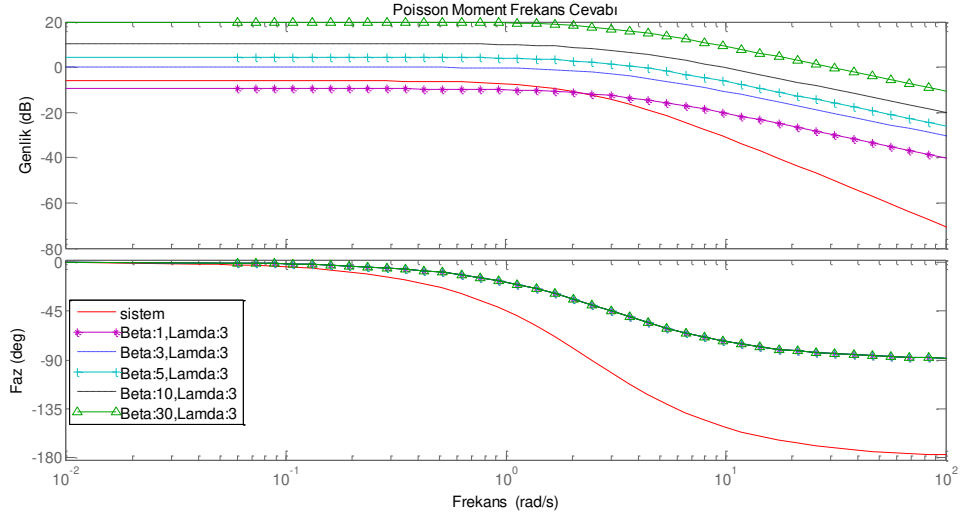
Poisson Moment fonksiyonu uygulamasında örnekleme periyodunu ($T=0.004$) aldık. Ayrıca β ve λ değerlerini üzerinde değişiklik yapıp hem En Küçük Kareler hem de Yardımcı Değişkenler metodunda sonuçları gözlemlendi.



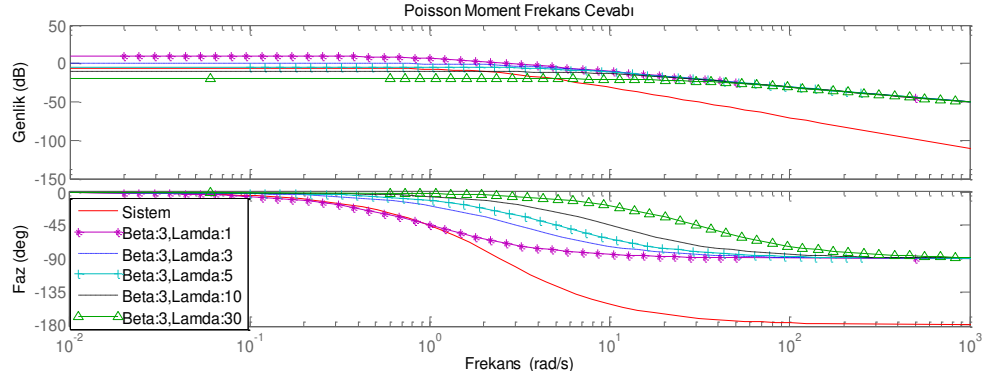
Şekil 4.5 Poisson Moment fonksiyonu Yardımcı Değişkenler işleyiş şeması gösterimi

Şekil 4.5’de Poisson Moment fonksiyonu metodunun Yardımcı Değişkenler algoritmasında işleyiş şeması görülmektedir.

Poisson Moment fonksiyonu metodunda değişken olarak Beta ve Lamda değerleri kullanılmıştır. Sisteme uygun Beta ve Lamda değerleri seçilirken sistemin frekans cevabına uygun Beta ve Lamda değerleri seçmek uygun olacaktır. Beta değerini çok küçültmek çıkış işaretlerini birbirine yakınlatacaktır. İşaretlerin çok yakın olduğu durumda ise benzetim gerçekleştirilememektedir. Eğer Beta değerimiz çok büyük olursa bunun neticesinde sistemin çalışması yavaşlayacaktır. Lamda değeri ise sistemin bant genişliğine doğrudan etki etmektedir. Eğer sistemin bant genişliği moment fonksiyonunun bant genişliğinden fazla ise moment fonksiyonu alçak geçiren bir filtre gibi çalışacağından gürültümüz beyaz gürültü olmaktan çıkacaktır. Bunun neticesinde sonuçlar istediğimiz gibi çıkmayacaktır. Bu yüzden Lamda değerini arttırmak istenilmeyen sonuçların çıkmasına vesile olacaktır.



Şekil 4.6 Poisson Moment fonksiyonu parametrelerinin frekans cevabı



Şekil 4.7 Poisson Moment fonksiyonu parametrelerinin frekans cevabı

Şekil 4.6 ve Şekil 4.7’de farklı Beta ve Lamda değerlerindeki frekans cevabı görülmektedir.

4.3 Benzetim Sonuçlarının Değerlendirilmesi

Önceki bölümlerde ifade edilen filtreleme metotlarından Lineer İntegral filtre ve Poisson Moment fonksiyonu metotları, ayrık zamanlı algoritmalarından EKK ve YD algoritmaları kullanarak Matlab programı ile benzetimi gerçekleştirilmiştir.

Şekil 4.8’de gürültüsüz durumda LİF ve PMF metotlarının EKK ve YD algoritmalarında benzetim sonuçları görülmektedir. Gürültüsüz durumda LİF ve PMF metotları her iki algoritmada da hızlı ve doğru sonuçlara yakınsamaktadır.

Şekil 4.9 ile Şekil 4.11 arasında LİF metodunun farklı adım değerlerinde hem EKK hem de YD algoritmalarında benzetim sonuçları görülmektedir. EKK algoritma sonuçlarının YD algoritmasına göre gerçek değerlere ($a_1=5$, $a_0=6$, $b_1=0$, $b_0=3$) yaklaşmadığı gözlemlendi. Ayrıca LİF metodunda adım sayısının azalması filtrenin bant genişliğini azaltmasından dolayı sonuçların gerçek değerlere daha az yaklaştığı görülmektedir.

Şekil 4.12 ve Şekil 4.13’de LİF metodunda gürültünün sinyale oranının daha yüksek olduğu durumlarda EKK ve YD algoritmalarında benzetim sonuçları görülmektedir. Gürültünün yüksek olduğu durumlarda sonuçların gerçek değerlere yaklaşmalarının azaldığı görülmektedir.

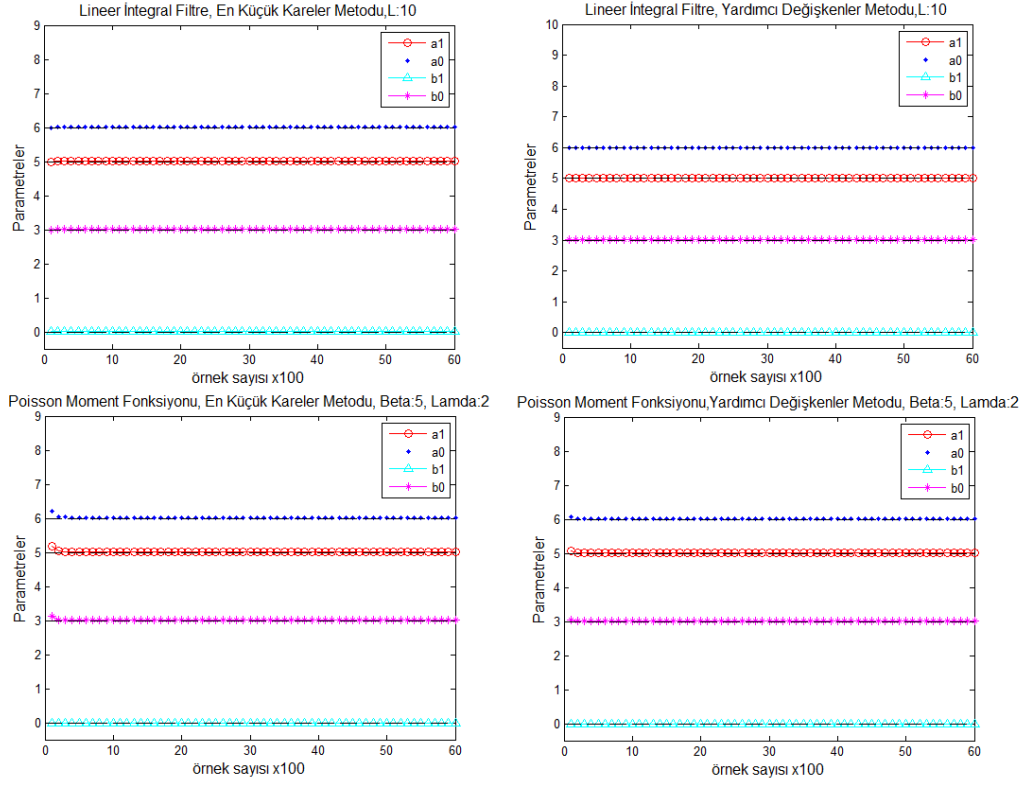
Şekil 4.14 ile Şekil 4.16 arasında Poisson Moment fonksiyonu metodunda Lamda değerini sabit tutup Beta değerinin sonuçlara etkisi EKK ve YD algoritmaları kullanımına bağlı olarak görülmektedir. Beta değerinin çok küçük seçilmesi durumunda sonuçların gerçek değerden uzaklaştığı gözlemlenmiştir. Beta değerinin yüksek seçilmesi durumunda, özellikle YD metodunda sonuçların gerçek değerlere yaklaştığı görülmektedir.

Şekil 4.17 ile Şekil 4.21 arasında PMF metodunda Lamda değerlerinin değişiminin EKK ve YD algoritmalarında sonuçlara etkisi görülmektedir. Lamda değerini arttırmak filtrenin bant genişliğini azaltacağından, filtre alçak geçiren bir filtre gibi çalıştığından, sonuçlar gerçek değerden uzaklaşmaktadır.

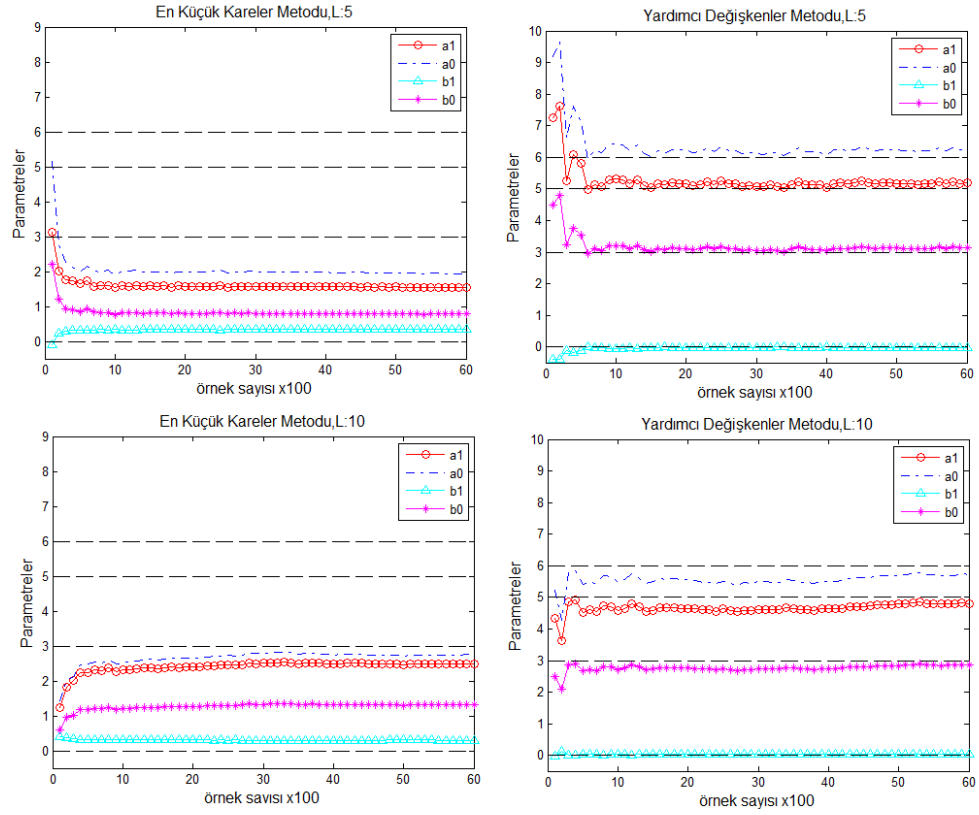
Şekil 4.22 ve Şekil 4.23’de gürültü oranının daha yüksek olduğu durumlarda PMF metodunun EKK ve YD algoritmalarında uygulaması görülmektedir. Burada seçmiş olduğumuz Beta ve Lamda değerleri gürültünün daha düşük olduğu durumlarda daha etkin çalışan değerlerden seçilmiştir. Gürültü oranının yüksek olması gerçek değerlere yaklaşma hızına etki etmektedir. Ancak uygun Beta ve Lamda değerleriyle sonuçların gerçek değerlere yaklaştığı görülmektedir.

Benzetim sonuçlarından görüleceği üzere; PMF metodu LİF metodunda göre özellikle gürültü oranının daha yüksek olduğu durumlarda daha etkin çalışabilmektedir. Bu durum PMF metodunun LİF metoduna göre bant genişliğinin daha yüksek olabilmesinden kaynaklanmaktadır. Filtrenin bant genişliğinin sistemin bant genişliğinden küçük olması sinyalimizin özelliklerini bozacağından dolayı tercih edilmemektedir.

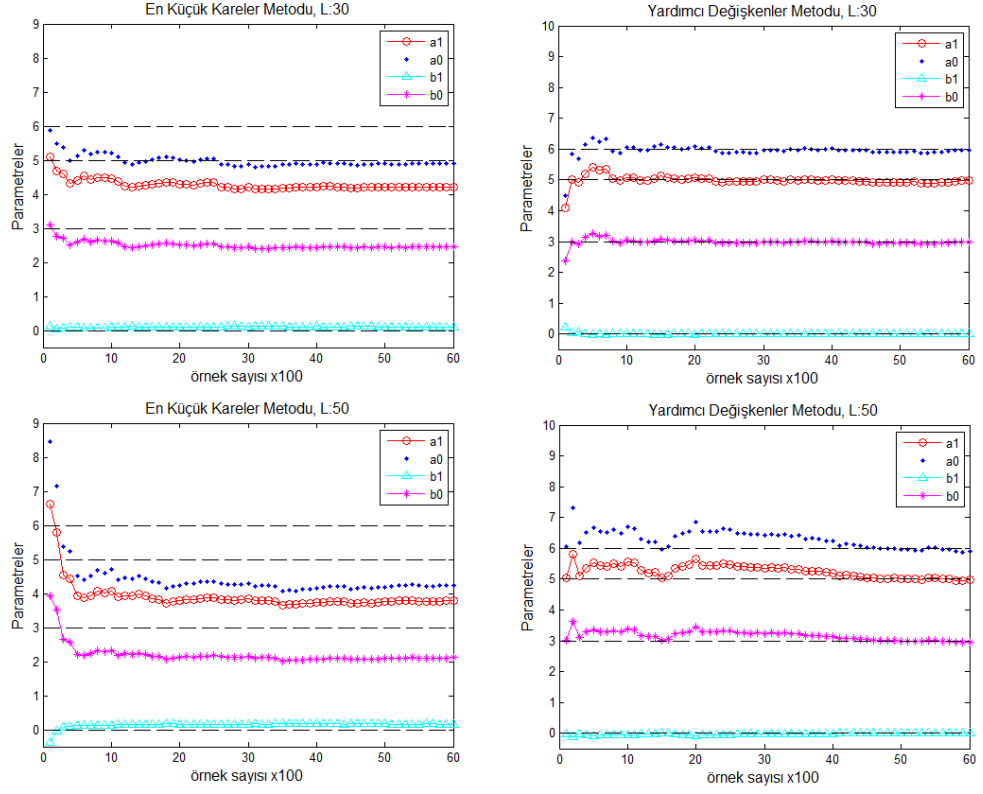
EKK ayrık zaman algoritmasında, gürültünün yüksek olduğu durumda daima gerçek değerlerden farklı sonuçlar çıkmaktadır. YD metodu kullanımında ise EKK metoduna göre daha iyi sonuçlar vermektedir. Bu bakımdan özellikle hassas uygulamalarda ve gürültünün sinyale oranının yüksek olduğu durumlarda YD metodunun kullanılması uygun olacaktır.



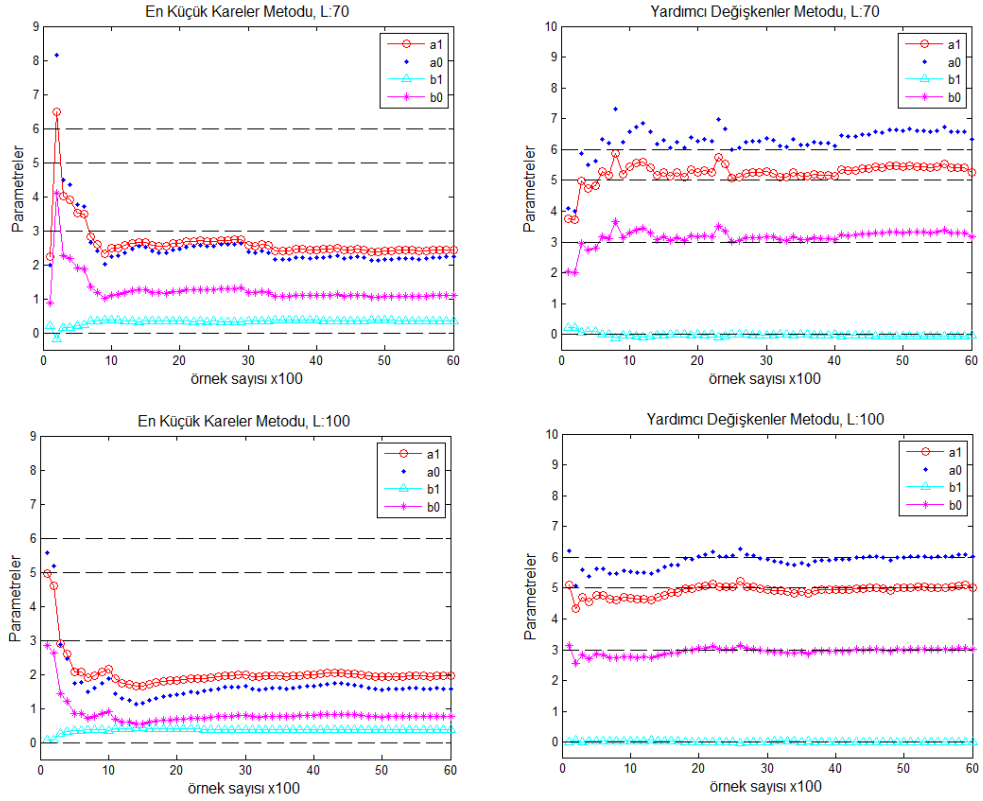
Şekil 4.8 Gürültüsüz durumda LİF ve PMF sonuçları



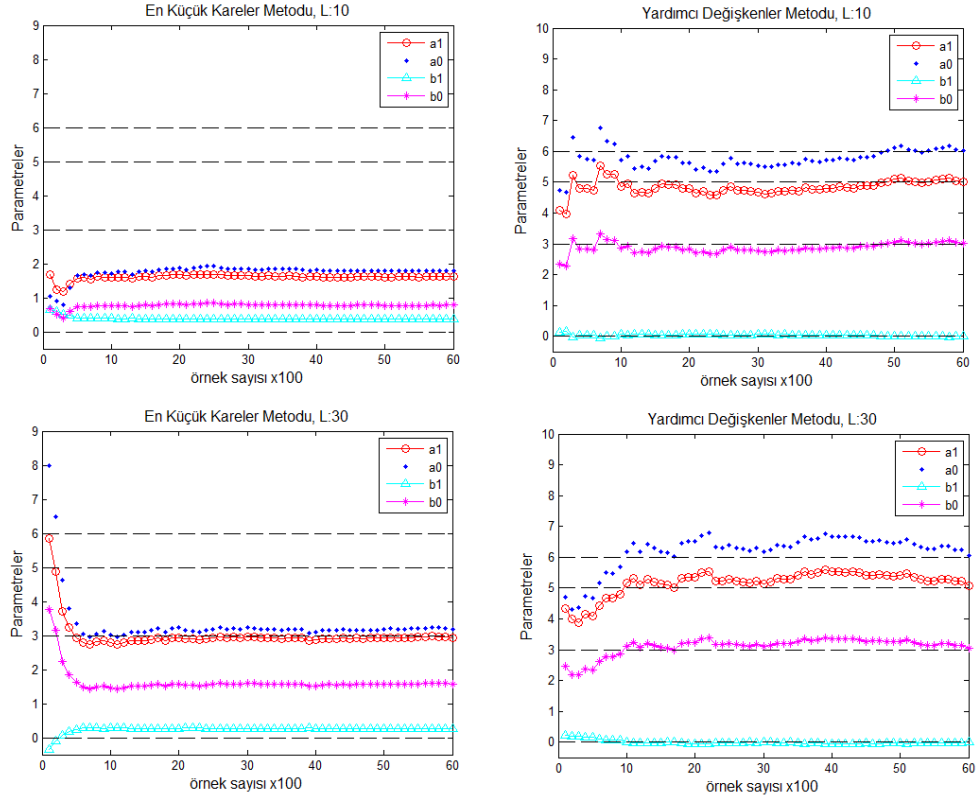
Şekil 4.9 Gürültü/Sinyal:%5 olduğu durumda LİF sonuçları



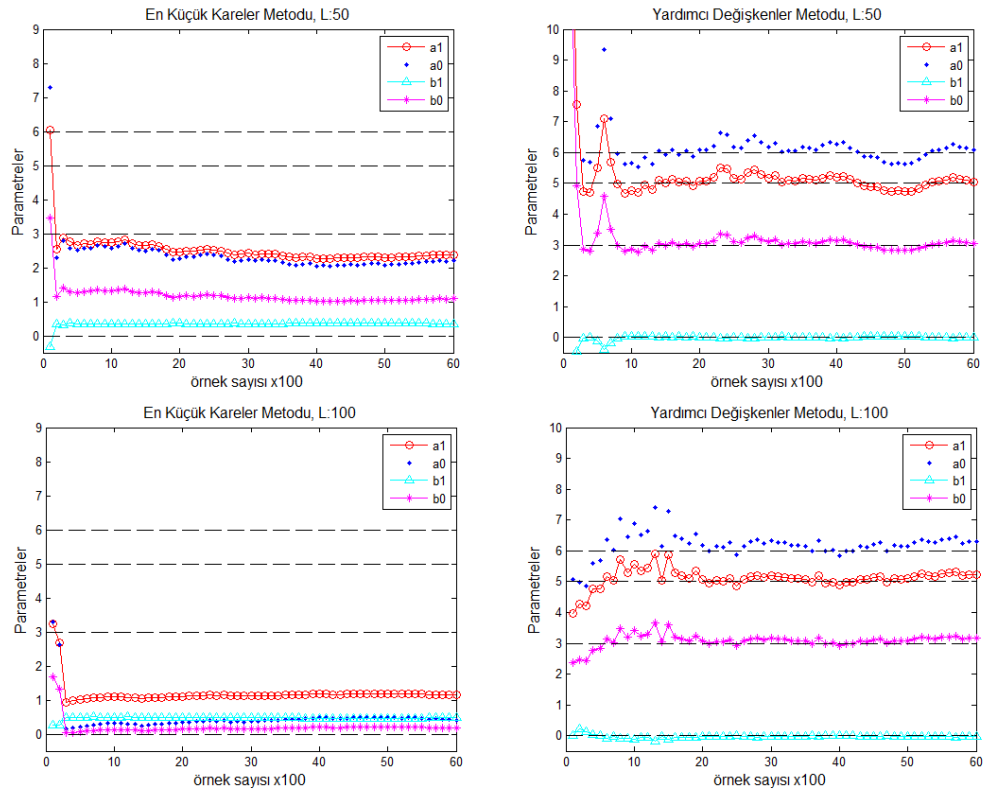
Şekil 4.10 Gürültü/Sinyal:%5 olduğu durumda LİF sonuçları



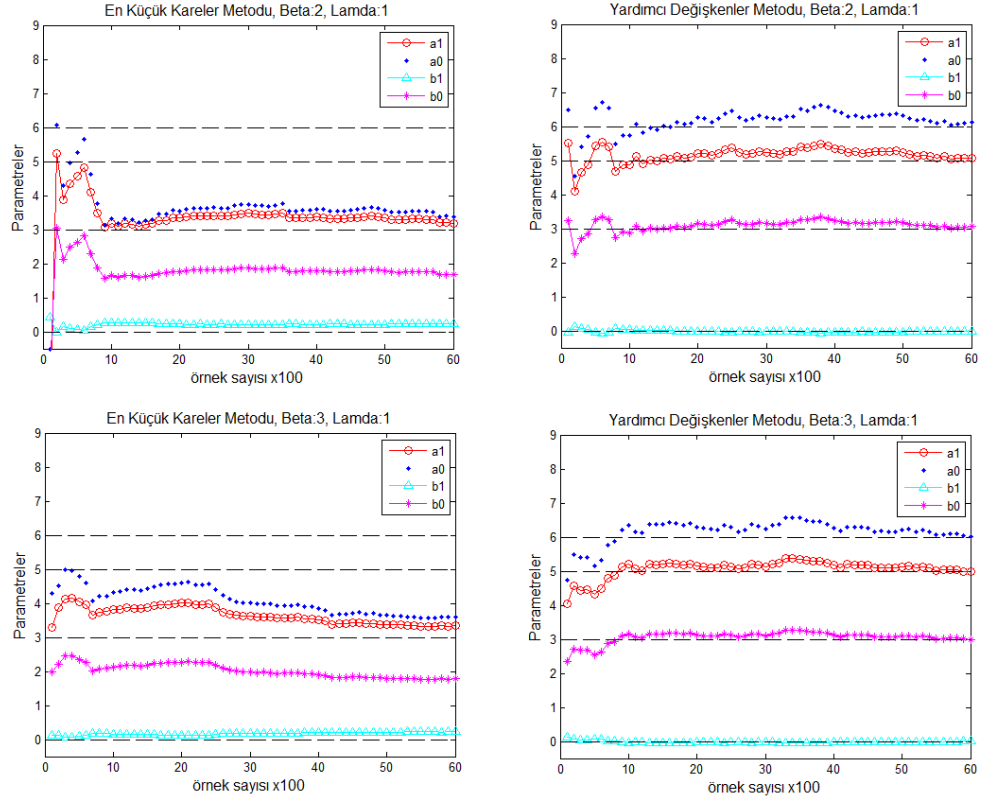
Şekil 4.11 Gürültü/Sinyal:%5 olduğu durumda LİF sonuçları



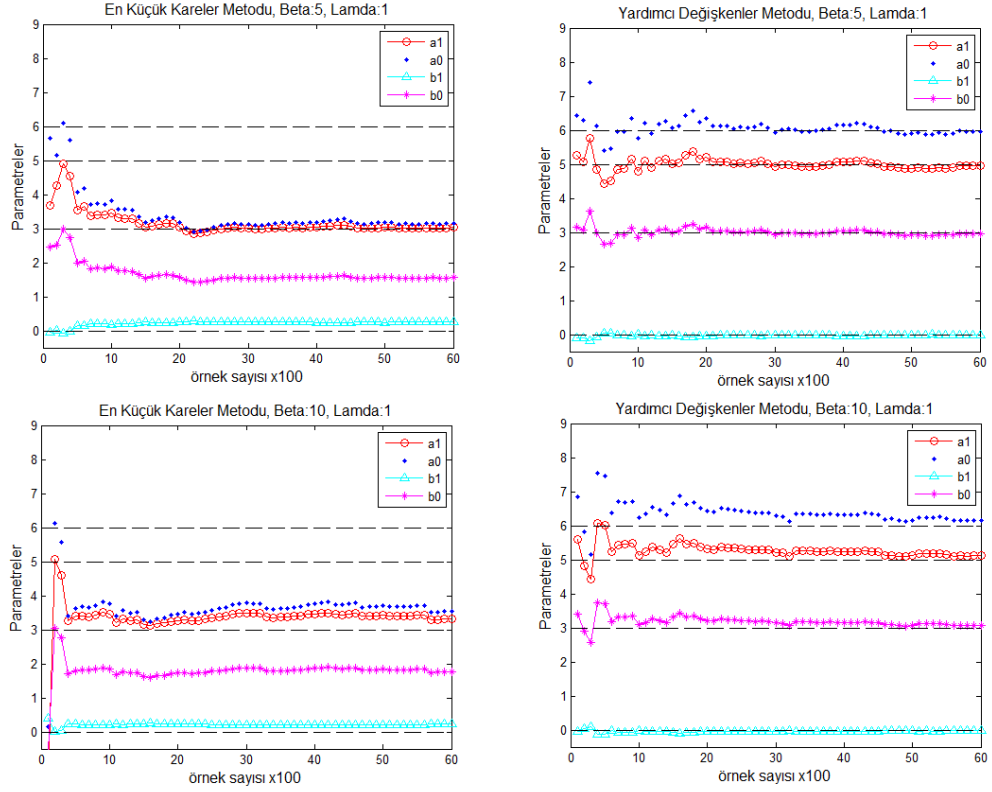
Şekil 4.12 Gürültü/Sinyal:%10 olduğu durumda LİF sonuçları



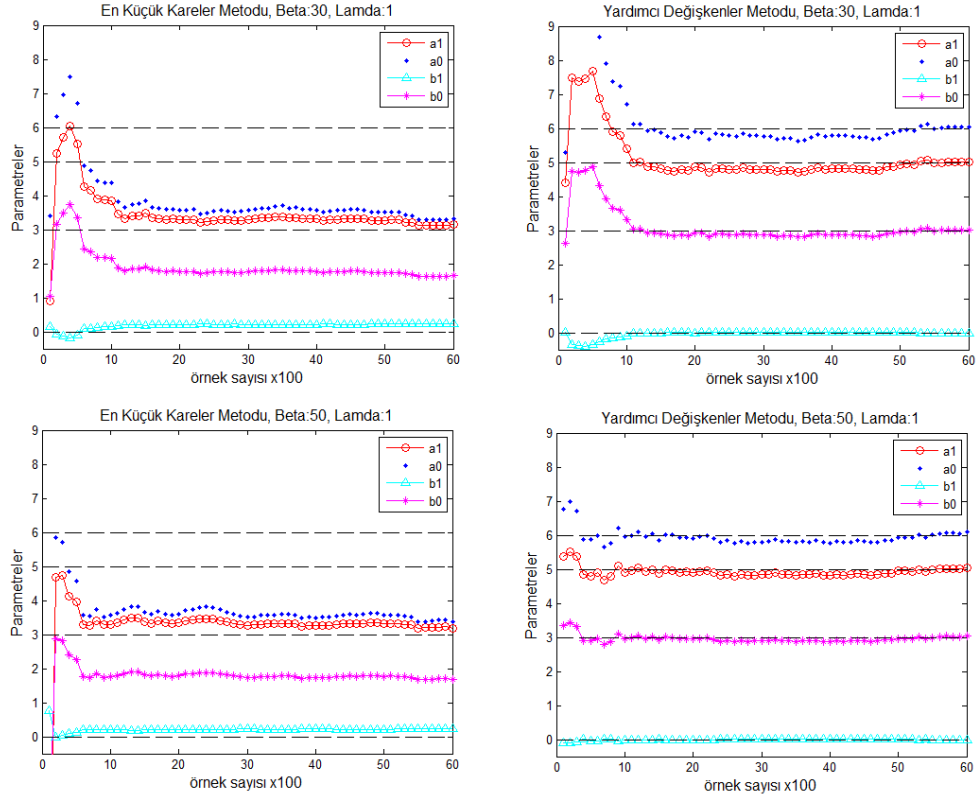
Şekil 4.13 Gürültü/Sinyal:%10 olduğu durumda LİF sonuçları



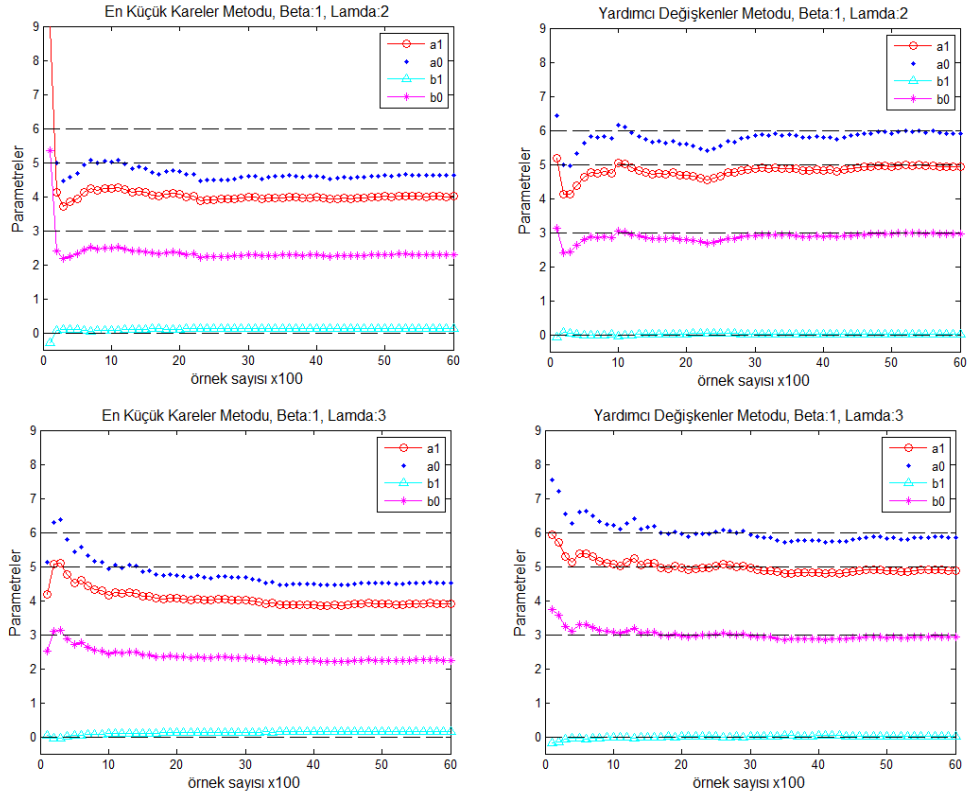
Şekil 4.14 Gürültü/Sinyal:%5 olduğu durumda PMF sonuçları



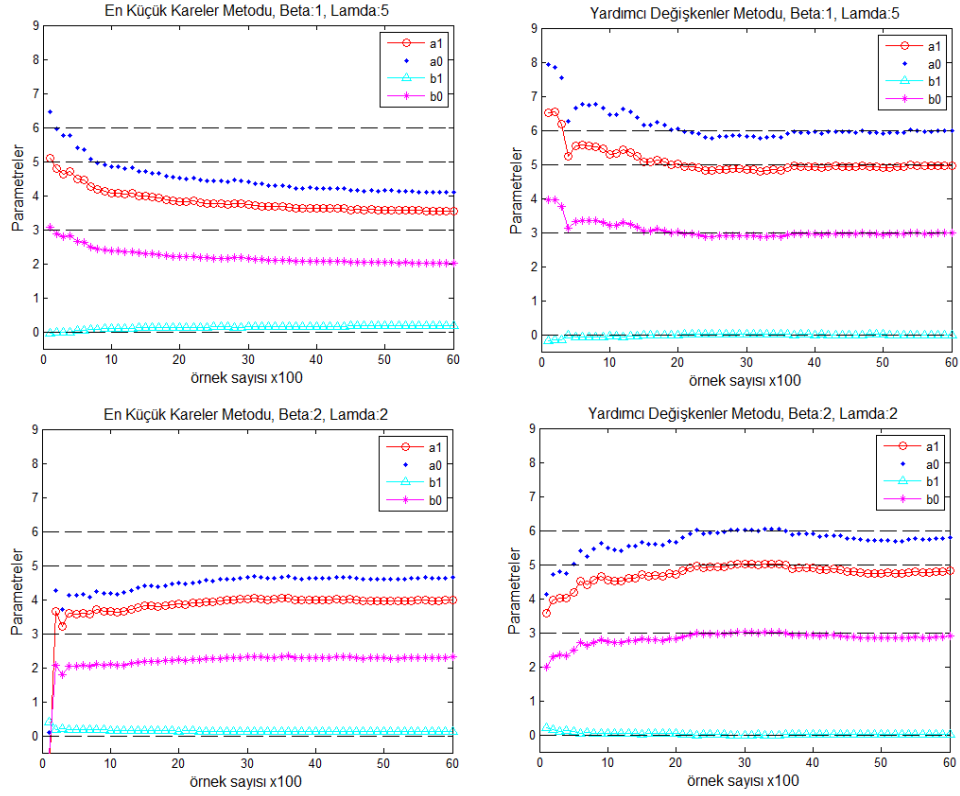
Şekil 4.15 Gürültü/Sinyal:%5 olduğu durumda PMF sonuçları



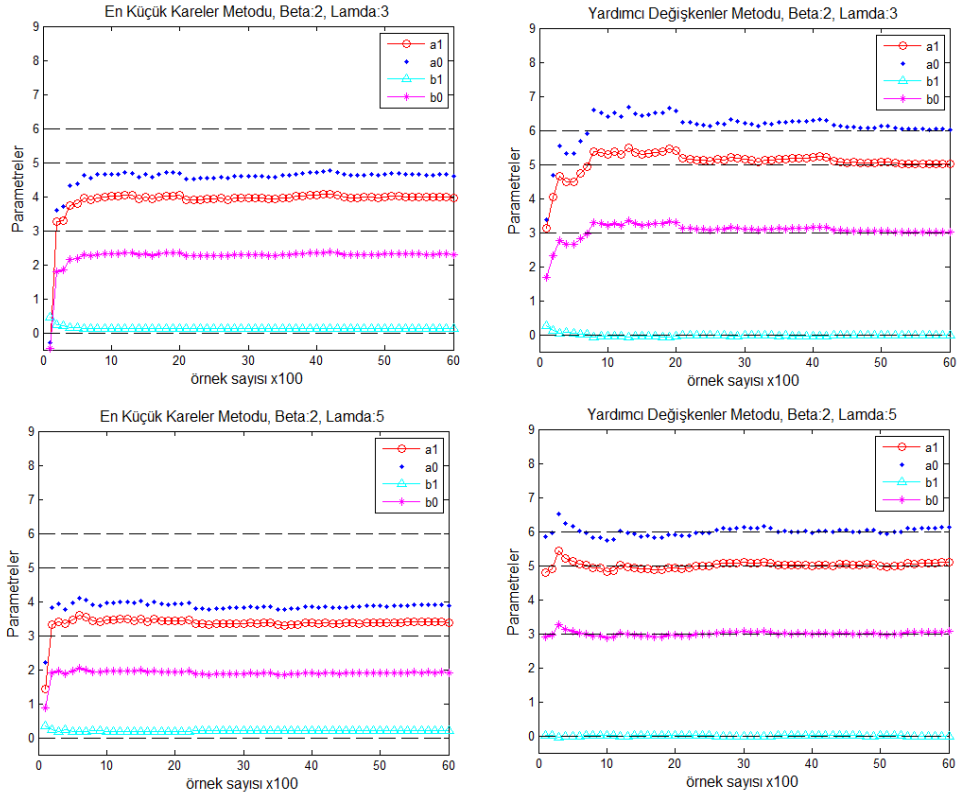
Şekil 4.16 Gürültü/Sinyal:%5 olduğu durumda PMF sonuçları



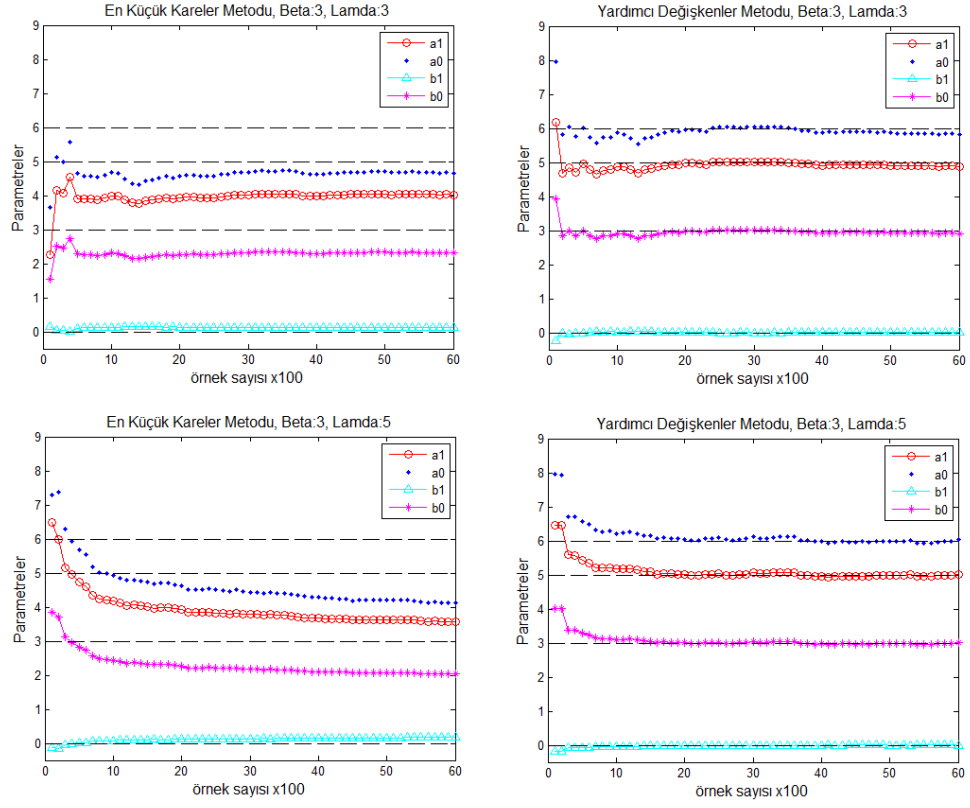
Şekil 4.17 Gürültü/Sinyal:%5 olduğu durumda PMF sonuçları



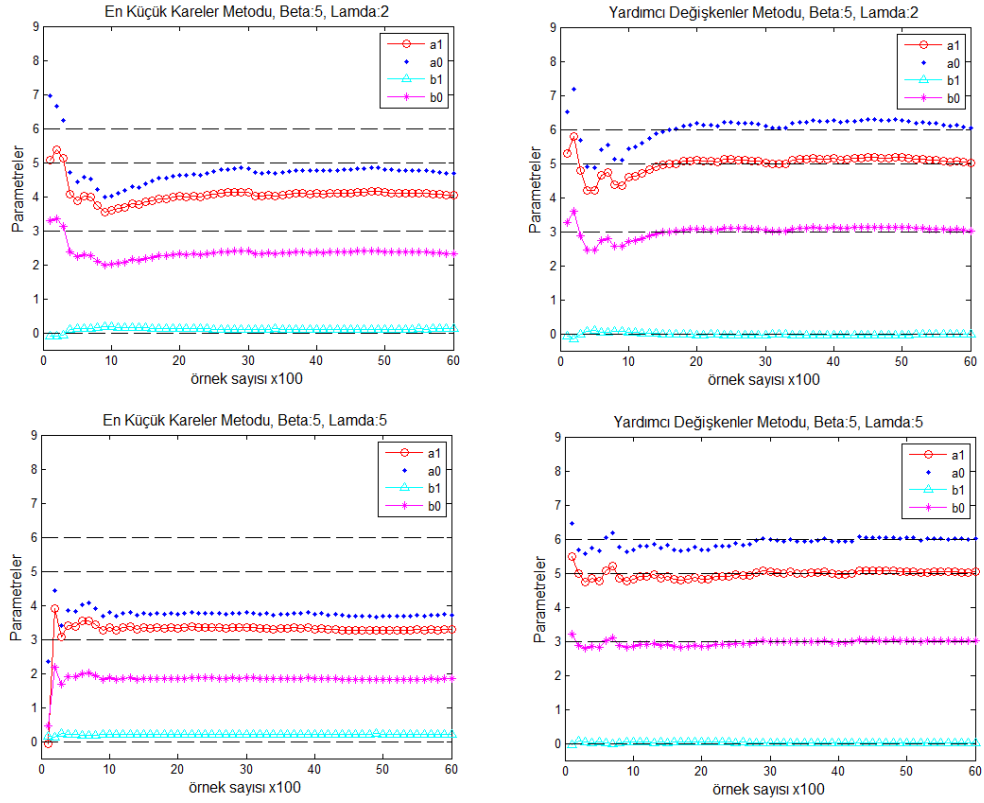
Şekil 4.18 Gürültü/Sinyal:%5 olduğu durumda PMF sonuçları



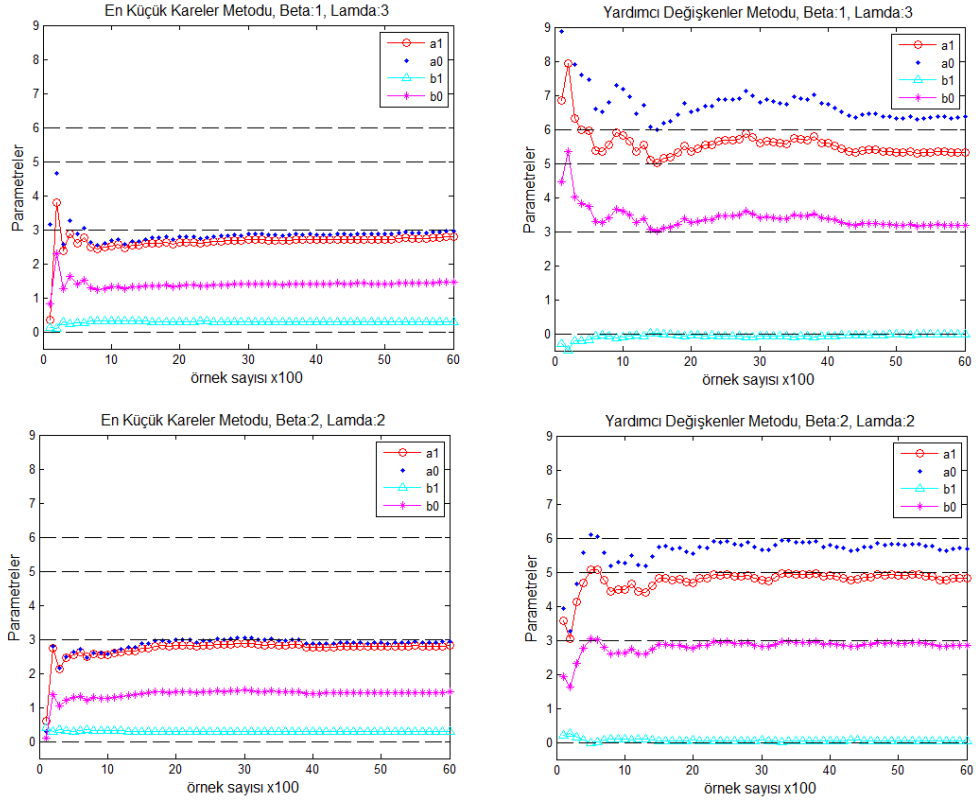
Şekil 4.19 Gürültü/Sinyal:%5 olduğu durumda PMF sonuçları



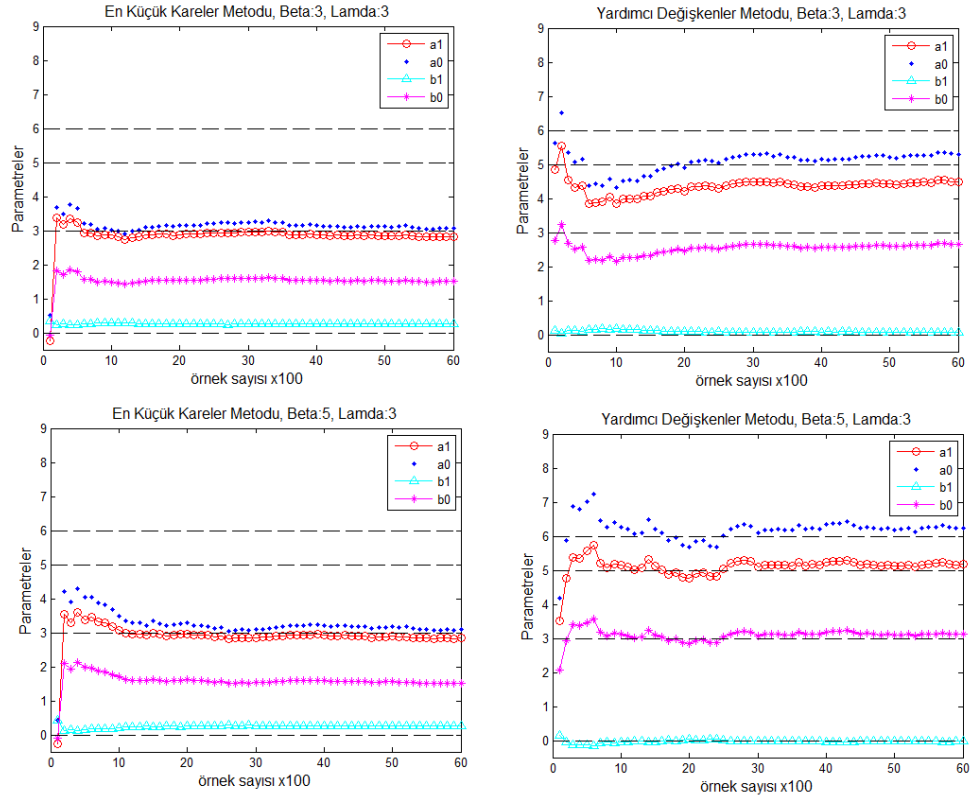
Şekil 4.20 Gürültü/Sinyal:%5 olduğu durumda PMF sonuçları



Şekil 4.21 Gürültü/Sinyal:%5 olduğu durumda PMF sonuçları



Şekil 4.22 Gürültü/Sinyal:%10 olduğu durumda PMF sonuçları



Şekil 4.23 Gürültü/Sinyal:%10 olduğu durumda PMF sonuçları

5. SONUÇ VE GELECEKTEKİ ÇALIŞMALAR

Yapılan tez çalışmasında ayrık zaman modellerinin belirlenmesinde kullanılan algoritmalarından faydalanılarak sürekli zaman model parametreleri doğrudan belirlenmiştir. Ayrık zaman – sürekli zaman dönüşümlerine ihtiyaç duyulmadan sürekli zaman model parametreleri bulunmuştur. Bu yöntem sürekli zaman algoritmalarına göre daha basit ve bazı sürekli zaman algoritmalarında bulunan başlangıç değer problemini ortadan kaldırmaktadır.

Çalışmada Lineer İntegral filtre ve Poisson Moment fonksiyonu metotları filtreleme işlemleri için kullanılmıştır. Benzetim sonuçlarından görüldü ki; gürültünün fazla olduğu durumlarda Poisson Moment fonksiyonu metodunu kullanmak daha doğru sonuçlar bulmaya yardımcı olacaktır. Ayrıca Lineer İntegral filtre kullandığı durumlarda adım sayısı arttıkça sonuçlar doğruya yakınlaşmaktadır. Poisson Moment fonksiyonu metodunda Lamda değişkeni yüksek seçildiğinde sistemin bant genişliğinden daha küçük olduğundan sonuçlar gerçek değerden uzak çıkmaktadır. Beta değerinin ise çok küçük yada çok büyük seçilmesi durumunda sonuçlar gerçek değerlere yakınlaşmamaktadır.

Yapılan çalışmada filtrelenmiş veriler en temel metotlar olan En Küçük Kareler ve Yardımcı Değişkenler metotlarında yürütülmüştür. Sonuçlardan görüleceği üzere En Küçük Kareler metodunun gürültünün fazla olduğu noktalarda parametreleri yanlış tahmin etmektedir. Yardımcı Değişkenler metodunda ise hem Poisson Moment fonksiyonu metodu hem de Lineer İntegral filtre metodu kullanılarak alınan verilerden kabul edilebilir derecede doğru sonuçlar çıkmaktadır. Bu durum gürültünün fazla olduğu durumlarda da geçerlidir. Sonraki çalışmalarda filtrelenen giriş ve çıkış değerleri diğer ayrık zamanlı algoritmaların yürütülmesi için kullanılabilir.

Bu çalışmada yapılan işlemler çevrimdışı olarak yapılmıştır. Bundan sonraki çalışmalarda çevrim içi algoritmalar kullanılabilir. Gerçek fiziksel sistemlerde çevrimiçi metot ile model parametre tahmini gerçekleştirilip adaptif kontrol gerçekleştirilebilir.

Kaynakça

- [1] T. Söderström and P. Stoica, *System identification*. Prentice-Hall, Inc., 1988.
- [2] L. Ljung, "System Identification: Theory for the user," *PTR Prentice Hall Inf. Syst. Sci. Ser.*, vol. 198, 1987.
- [3] M. Rodoplu, "Örneklenmiş veriler yardımıyla sürekli zaman parametrelerinin belirlenmesi," Uludağ Üniversitesi, 1995.
- [4] J. G. Truxal and L. Weinberg, "Automatic feedback control system synthesis," *Phys. Today*, vol. 8, p. 17, 1955.
- [5] A. V Balakrishnan and V. Peterka, "Identification in automatic control systems," *Automatica*, vol. 5, no. 6, pp. 817–829, 1969.
- [6] K. J. Åström and P. Eykhoff, "System identification—a survey," *Automatica*, vol. 7, no. 2, pp. 123–162, 1971.
- [7] R. Isermann, "Process fault detection based on modeling and estimation methods—a survey," *Automatica*, vol. 20, no. 4, pp. 387–404, 1984.
- [8] N. K. Sinha and G. J. Lastman, "Transformation algorithm for identification of continuous-time multivariable systems from discrete data," *Electron. Lett.*, vol. 17, no. 21, pp. 779–780, 1981.
- [9] K. S. P. Kumar and R. Sridhar, "On the identification of control systems by the quasi-linearization method," *Autom. Control. IEEE Trans.*, vol. 9, no. 2, pp. 151–154, 1964.
- [10] M. Cormac, "The use of Hbrid Computation in an online identification scheme," in *IFAC*, 1968.
- [11] G. P. Rao and K. R. Palanisamy, "Walsh stretch matrices and functional differential equations," *Autom. Control. IEEE Trans.*, vol. 27, no. 1, pp. 272–276, 1982.
- [12] E. V Bohn, "Recursive evaluation of Walsh coefficients for multiple integrals of Walsh series," *Automatica*, vol. 20, no. 2, pp. 243–246, 1984.
- [13] M. H. El-Shafey and E. V Bohn, "Use of modal functions for continuous-time system identification and state observer design," *Int. J. Control*, vol. 45, no. 5, pp. 1723–1736, 1987.
- [14] S. Sagara and Z.-Y. Zhao, "Numerical integration approach to on-line identification of continuous-time systems," *Automatica*, vol. 26, no. 1, pp. 63–74, 1990.
- [15] H. Garnier, P. Sibille, and A. Richard, "Continuous-time canonical state-space model identification via Poisson moment functionals," in *Decision and Control, 1995., Proceedings of the 34th IEEE Conference on*, 1995, vol. 3, pp. 3004–3009.
- [16] G. P. Rao and H. Unbehauen, "Identification of continuous-time systems," in *Control Theory and Applications, IEE Proceedings-*, 2006, vol. 153, no. 2, pp. 185–220.
- [17] H. Garnier, P. Sibille, and T. Bastogne, "A bias-free least-squares

- parameter estimator for continuous-time state-space models,” in *Decision and Control, 1997., Proceedings of the 36th IEEE Conference on*, 1997, vol. 2, pp. 1860–1865.
- [18] T. Mulyana, M. Than, M. Nor, and N. A. Mustapha, “Identification of heat exchanger qad model BDT 921 based on hammerstein-wiener model,” 2011.
 - [19] G. P. Rao and H. Garnier, “Numerical illustrations of the relevance of direct continuous-time model identification,” in *15th Triennial IFAC World Congress on Automatic Control*, 2002.
 - [20] U. Forssell and L. Ljung, “Identification of unstable systems using output error and Box-Jenkins model structures,” *Autom. Control. IEEE Trans.*, vol. 45, no. 1, pp. 137–141, 2000.
 - [21] N. K. Sinha, “Identification of continuous-time systems from samples of input-output data: An introduction,” *Sadhana*, vol. 25, no. 2, pp. 75–83, 2000.
 - [22] O. Hecker, O. Nelles, and O. Moseler, “Nonlinear system identification and predictive control of a heat exchanger based on local linear fuzzy models,” in *American Control Conference, 1997. Proceedings of the 1997*, 1997, vol. 5, pp. 3294–3298.
 - [23] M. F. Rahmat, R. Omar, and H. Jamaluddin, “A Graphical User Interface Application for Continuous-time Identification of Dynamical System,” *J. Teknol.*, vol. 36, no. 1, pp. 1–22, 2012.
 - [24] A. V. B. Subrahmanyam and G. P. Rao, “Identification of continuous-time SISO systems via Markov parameter estimation,” in *Control Theory and Applications, IEE Proceedings D*, 1993, vol. 140, no. 1, pp. 1–10.
 - [25] N. H. Othman, “System identification of heat exchanger using generalized poisson moment functional (GPMF).” Universiti Tun Hussein Onn Malaysia, 2014.
 - [26] A. Padilla and J. I. Yuz, “Continuous-time system identification of a ship on a river,” in *Decision and Control (CDC), 2013 IEEE 52nd Annual Conference on*, 2013, pp. 4553–4558.
 - [27] A. Padilla, J. I. Yuz, and B. Herzer, “Continuous-time system identification of the steering dynamics of a ship on a river,” *Int. J. Control*, vol. 87, no. 7, pp. 1387–1405, 2014.
 - [28] N. Kishor, L. Haarla, and J. Turunen, “Controller design with model identification approach in wide area power system,” in *PowerTech (POWERTECH), 2013 IEEE Grenoble*, 2013, pp. 1–6.
 - [29] R. A. Sandler, S. A. Deadwyler, R. E. Hampson, D. Song, T. W. Berger, and V. Z. Marmarelis, “System identification of point-process neural systems using probability based Volterra kernels,” *J. Neurosci. Methods*, vol. 240, pp. 179–192, 2015.
 - [30] N. K. Sinha and B. Kuszta, *Modelling and identification of dynamic systems*. Springer, 1983.
 - [31] K. J. Åström and B. Wittenmark, “Adaptive control,” *NY Addison-Wesley*,

1989.

- [32] B. C. Kuo and A. Bir, *Otomatik kontrol sistemleri*. Literatür Yayınları, 2009.
- [33] T. Tuken, “Adaptive torque control of a diesel engine for transient test cycles,” 1991.
- [34] J. Gillberg, “Frequency domain identification of continuous-time systems.” PhD thesis, Linköping University, Sweden, 2006.
- [35] N. K. Sinha and G. P. Rao, *Identification of continuous-time systems: Methodology and computer implementation*, vol. 7. Springer Science & Business Media, 2012.

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı SOYADI : İlhan TUNÇ
Doğum Tarihi ve Yeri :201/12/1986 - Sakarya
Yabancı Dili :İngilizce
E-posta :ilhan.tunc@btu.edu.tr

ÖĞRENİM DURUMU

<u>Derece</u>	<u>Alan</u>	<u>Üniversite adı</u>	<u>Mezuniyet Yılı</u>
Lisans	Mekatronik Mühendisliği	Kocaeli Üniversitesi	2011

İŞ TECRÜBESİ

<u>Yıl</u>	<u>Firma/Kurum</u>	<u>Görevi</u>
2012-2014	Amasya Üniversitesi	Araştırma Görevlisi