

T.C.
RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK ve FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

PROBLEM BİÇİMLENDİRME: İLKÖĞRETİM MATEMATİK
ÖĞRETMENİ ADAYLARININ DÜŞÜNME SÜREÇLERİNİN
İNCELENMESİ

Beyzanur ERKAN

TEZ DANIŞMANI

Doç. Dr. Tuğrul KAR

JÜRİ ÜYELERİ

Prof. Dr. Ahmet IŞIK

Prof. Dr. Ali Sabri İPEK

RİZE-2021

Her Hakkı Saklıdır

T.C.
RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

PROBLEM BİÇİMLENDİRME: İLKÖĞRETİM MATEMATİK
ÖĞRETMENİ ADAYLARININ DÜŞÜNME SÜREÇLERİNİN
İNCELENMESİ

Doç. Dr. Tuğrul KAR danışmanlığında, Beyzanur ERKAN tarafından hazırlanan bu çalışma, Enstitü Yönetim Kurulu kararı ile oluşturulan jüri tarafından 17/06/2021 tarihinde Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS** tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

Unvanı, Adı Soyadı

İmza

Başkan	:	Prof. Dr. Ahmet IŞIK
Üye	:	Prof. Dr. Ali Sabri İPEK
Üye	:	Doç. Dr. Tuğrul KAR

Doç. Dr. Ahmet YANIK
ENSTİTÜ MÜDÜRÜ

ÖN SÖZ

Lisansüstü öğrenimim boyunca bana rehberlik eden ve bu araştırmanın ortaya çıkmasında desteklerini esirgemeyen değerli Hocam Doç. Dr. Tuğrul KAR'a,

Tez jürisi olarak fikirleriyle ve yapıcı eleştirileriyle araştırmama katkı sağlayan sayın Prof. Dr. Ahmet IŞIK ve Prof. Dr. Ali Sabri İPEK'e,

Bilgi ve deneyimlerinden yararlandığım, sunduğu görüşlerle araştırmama katkı sağlayan Dr. Öğr. Üyesi Samet OKUMUŞ'a

Araştırma sürecinde desteklerini esirgemeyen, dostluklarına önem verdiğim ve en zor anlarda hep yanımda olan başta Aytennur SAYIN, Şule TOPTAN ve Zeynep ZENGİNBAL olmak üzere beni motive eden arkadaşlarıma,

Son olarak, benim bu günlere gelmemi sağlayan, desteklerini ve sevgilerini esirgemeyen annem Melek ERKAN, babam Faruk ERKAN ve kardeşlerim Mustafa ERKAN ile Barış ERKAN'a en içten duygularıyla teşekkürlerimi sunarım.

Beyzanur ERKAN

İÇİNDEKİLER

ÖN SÖZ	I
İÇİNDEKİLER	II
TEZ ETİK BEYANNAMESİ.....	V
ÖZET	VI
ABSTRACT.....	VII
ŞEKİLLER DİZİNİ	VIII
TABLolar DİZİNİ.....	IX
SEMBOLLER VE KISALTMALAR DİZİNİ	X
1.GENEL BİLGİLER	1
1. 1. Araştırmanın Önemi	1
1.2. Araştırmanın Amacı.....	8
1.3. Sınırlılıklar.....	9
1.4. Varsayımlar.....	9
1.5. Tanımlar.....	9
1.6. Kuramsal Çerçeve ve İlgili Araştırmalar	10
1.6.1. Problem Kurma Tanımı.....	10
1.6.2. Problem Biçimlendirme Stratejileri ve Yapılan Çalışmalar.....	13
1.6.3. Problem Kurma Performansını Etkileyen Faktörler	18
1.6.3.1. Matematiksel Alan Bilgisi ve Problem Kurma Performansı İlişkisi.....	21
1.6.3.2. Problem Çözme ve Kurma İlişkisi	25
1.6.3.3. Problem Kurma Deneyiminin Problem Yazma Performansı Üzerindeki Etkisi	34
1.6.3.4. Üstbilişsel Becerilerin Problem Kurma Performansı Üzerindeki Etkisi.....	41
1.6.3.5. Problem Kurma Performansını Etkileyen Diğer Faktörler	48
1.6.4. Problem Kurma Öğretiminde Aktif Öğrenme Çerçevesi.....	51
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR.....	54
2.1. Yöntem.....	54
2.1.1. Araştırmanın Yöntemi.....	54
2.1.2. Katılımcılar	55

2.1.3. Veri Toplama Araçları ve Analizi.....	57
2.1.3.1. Problem Biçimlendirme Testi ve Analizi.....	57
2.1.3.2. Problem Biçimlendirme Üzerine Yürütülen Etkinlik-Temelli Görüşmeler ve Analizi.....	73
3. BULGULAR.....	83
3.1. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Problem Biçimlendirme Performanslarına Ait Bulgular.....	83
3.1.1. PBT'deki Etkinliklere Kurulan Problem Sayılarına Ait Dağılım	83
3.1.2. PBT'deki Etkinliklere Kurulan Problemlerin Matematiksel Geçerliği ve Etkinlikle İlişkili Olması Durumlarına Ait Dağılım	85
3.1.3. Problem Biçimlendirme Sürecinde Kullanılan Strateji Türlerine Ait Dağılım.....	92
3.2. Öğretmen Adaylarının Problem Biçimlendirme Sürecindeki Düşünme Yapılarına Yönelik Bulgular.....	100
3.2.1. Öğretmen Adaylarının Problem Biçimlendirmeye Başlamadaki Düşünce Süreçlerine Ait Bulgular	100
3.2.2. Öğretmen Adaylarının Problem Biçimlendirme Süreçlerini Etkileyen Faktörler	119
3.2.3. Öğretmen Adaylarının Problem Kurma Stratejilerine Yer Verememe Nedenleri	156
4. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER	181
4.1. Problem Biçimlendirme Stratejilerinin Dağılımına Ait Bulgulara İlişkin Tartışma	182
4.2. Etkinlik-Temelli Görüşmelerden Elde Edilen Bulgulara İlişkin Tartışma	189
4.2.1. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Problem Biçimlendirmeye Başlama Sürecindeki Anlayışlarına İlişkin Tartışma	189
4.2.2. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Problem Biçimlendirme Sürecindeki Anlayışlarına İlişkin Tartışma	195
4.2.3. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Problem Kurma Stratejilerine Yer Vermeme Nedenlerine İlişkin Tartışma.....	203
4.3. Sonuç ve Öneriler	207
KAYNAKÇA.....	217
Ek 1. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adayları ile Araştırmanın Yürütülmesi İçin Alınan Etik Kurul Onay Yazısı.....	230

Ek 2. PBT'nin Oluşturulması Amacıyla Hazırlanan Problemler ve Bu Problemlere Ait Açıklamalar.....	231
Ek 3. Problem Biçimlendirme Testi	238
Ek 4. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adayları ile Problem Biçimlendirme Sürecine Yönelik Yürütölen Etkinlik-Temelli Görüşme Formu	240



TEZ ETİK BEYANNAMESİ

Tarafımdan hazırlanan “**Problem Biçimlendirme: İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Düşünme Süreçlerinin İncelenmesi**” başlıklı bu tezi Yükseköğretim Kurulu Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesindeki hususlara uygun olarak hazırladığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal işlemi kabul ettiğimi beyan ederim. 17/06/2021

İmza

Beyzanur ERKAN

***Uyarı:** Bu tezde kullanılan özgün ve/veya başka kaynaklardan sunulan içeriğin kaynak olarak kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.*

ÖZET

PROBLEM BİÇİMLENDİRME: İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENİ ADAYLARININ DÜŞÜNME SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

Beyzanur ERKAN

Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Danışmanı: Doç. Dr. Tuğrul KAR

Bu araştırmada, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının problem biçimlendirme sürecindeki düşünce yapılarının keşfedilmesi ve elde edilen sonuçlara dayalı olarak matematiksel kavramların öğretimine problem biçimlendirmeyi entegre eden bir teorik modelin betimlenmesi ve gerekçelendirilmesi amaçlanmıştır. Durum çalışması yönteminin benimsendiği bu araştırmada, 38 ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf öğrencisine altı problemden oluşan kağıt-kalem testi verilmiş ve bu testteki problemlerle ilişkili olduklarını düşündükleri kurabildikleri kadar problem kurlmaları istenmiştir. Bu testi almayan dokuz öğretmen adayı ile ise testteki etkinlikler üzerinden etkinlik-temelli görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Kağıt-kalem testine kurulan problemler matematiksel geçerliği ve problem biçimlendirme strateji türlerine göre analiz edilmiştir. Etkinlik-temelli görüşmelerden elde edilen veriler ise tematik analize tabi tutulmuştur. Kağıt-kalem testinin sonuçlarına göre, öğretmen adayları tarafından yazılan problemlerin büyük çoğunluğunun etkinlikle ilişkili ve matematiksel olarak geçerli olduğu tespit edilmiştir. Buna karşın, problem biçimlendirme strateji türlerinin ise dengeli bir dağılım göstermediği tespit edilmiştir. Etkinlik-temelli görüşmelerin sonuçlarına göre ise, adayların yaygın şekilde etkinliklere çözüm yaparak başladıkları ve problem biçimlendirirken etkinlik türüne göre farklılık gösteren bilişsel, üstbilişsel ve öğretimsel faktörleri dikkate aldıkları tespit edilmiştir. Bu sonuçlar ışığında, Ellerton (2013) tarafından oluşturulan ve Xie ve Masingila (2017) tarafından geliştirilen aktif öğrenme çerçeveleri yeniden düzenlenerek Düzenlenmiş Aktif Öğrenme Çerçevesi oluşturulmuştur.

2021, 241 sayfa

Anahtar Kelimeler: Problem kurma, problem biçimlendirme, ilköğretim matematik öğretmeni adayları, etkinlik-temelli görüşmeler, aktif öğrenme

ABSTRACT

PROBLEM FORMULATION: AN INVESTIGATION OF PRESERVICE MATHEMATICS THOUGHT PROCESSES

Beyzanur ERKAN

**Recep Tayyip Erdogan University
Department of Elementary Mathematics Education**

Master Thesis

Supervisor: Assoc. Prof. Tuğrul KAR

In this study, by exploring the pre-service mathematics teachers' problem-formulation processes, it was aimed to describe and justify the use of a theoretical model in integrating problem formulation into mathematics classrooms for learning of new topics and demonstrate how it better captures aspects of problem posing. In this study in which the case study method was adopted, 38 third grade pre-service mathematics teachers were given a paper-and-pencil test consisting of six problems, and they were then asked to formulate as many related problems as possible. Task-based interviews related to these problems were conducted with nine pre-service mathematics teachers who did not take the paper-and-pencil test. The problems posed in the paper-and-pencil test were analyzed according to their mathematical validity and problem-formulation strategy types. The data obtained from task-based interviews were subjected to thematic analysis. The results of the paper-and-pencil test indicated that most of the formulated problems were related to the given problem. In addition, they were mathematically appropriate. However, the problem-formulation strategies were unevenly distributed. The results of the task-based interviews indicated that the pre-service mathematics teachers started to formulate a problem by finding the solution to the given problem, and while formulating their problems, they considered cognitive, metacognitive, and instructional factors, which differ according to the task type. Taking the results of this study, the active learning frameworks, which relates active learning, problem posing, and problem solving for the learning of mathematical concepts developed by Ellerton (2013) and extended by Xie and Masingila (2017), was revised and a Revised Active Learning Framework was created.

2021, 241 pages

Keywords: Problem posing, problem formulation, pre-service mathematics teachers, task-based interviews, active learning

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1. Yarı-Yapılandırılmış Problem Kurma Etkinliklerine Ait Örnekler	12
Şekil 2. Bilardo Masası Etkinliğinin Çözüm Öncesi Uygulamasına Ait Yönerge	15
Şekil 3. Problem Kurma ve Çözmede Kullanılan Görsel Temsil	27
Şekil 4. Örnek Problem Kurma ve Çözme Etkinlikleri	28
Şekil 5. Çalışmada Kullanılan Şekil Örüntüsü	30
Şekil 6. Öğrencilerin Analiz Ettikleri Çarpma İşlemi Örnekleri	32
Şekil 7. Kullanılan Etkinliğe Ait Şekil	33
Şekil 8. Benzer Problem Kurma Etkinliğine Ait Örnek	36
Şekil 9. Singapur Matematik Programının Yapısına Ait Şema	43
Şekil 10. Aktif Öğrenme Çerçevesi	51
Şekil 11. Genişletilmiş Aktif Öğrenme Çerçevesi	52
Şekil 12. Problemlerin Analizine Ait Şema	63
Şekil 13. PBT'deki Etkinliklere Yönelik Yürütülen Etkinlik-Temelli Görüşme Süreci	75
Şekil 14. T9'un Varil Etkinliğine Yaptığı Çözüm	105
Şekil 15. T1'in Teget Etkinliği İçin Yapmış Olduğu Çözüm	116
Şekil 16. T7'nin İkinci Problemi İçin Yaptığı Çözüm	147
Şekil 17. Problem 3'deki Mavi Bölge	151
Şekil 18. Problem 3'deki Sarı Bölge	151
Şekil 19. T5'in Tüccar Etkinliğini Çözmek İçin Yapmış Olduğu İşlemler	154
Şekil 20. T9'un Tüccar Problemi İçin Yazmış Olduğu İfadeler	174
Şekil 21. Problem Biçimlendirme Etkinlikleri İçin Düzenlenmiş Aktif Öğrenme Çerçevesi	208

TABLÖLER DİZİNİ

Tablo 1. Problem Biçimlendirme Stratejileri	14
Tablo 2. Problem Çözme Basamaklarında Kullanılan Üstbilişsel Sorular	44
Tablo 3. Etkinlik-Temelli Görüşmelere Katılan Adaylara Ait Tanıtıcı Bilgiler	57
Tablo 4. Veri Analizinde Kullanılan Problem Biçimlendirme Stratejilerinin Tanımları	68
Tablo 5. PBT'de Yer Alan Her Bir Etkinliğe Kurulan Problemlere Ait Dağılım	83
Tablo 6. Öğretmen Adaylarının PBT'ye Kurdukları Problem Sayılarına Ait Dağılım ..	84
Tablo 7. PBT'ye Kurulan Problemlerin Etkinlikle İlişkisi ve Matematiksel Geçerliği .	85
Tablo 8. Strateji Türlerine Yönelik Örnek Yanıtlar	94
Tablo 9. PBT'deki Etkinliklere Kurulan Problemlerdeki Strateji Türleri ve Matematiksel Geçerliğine Ait Dağılımlar	97
Tablo 10. Öğretmen Adaylarının Problem Biçimlendirmeye Başlamadaki Düşünce Süreçleri.....	101
Tablo 11. Öğretmen Adaylarının Problem Biçimlendirme Süreçlerini Etkileyen Faktörler	120
Tablo 12. Problem Kuramama Nedenlerine Yönelik Tespit Edilen Durumlara Ait Dağılım	157

SEMBOLLER ve KISALTMALAR DİZİNİ

AÖÇ	Aktif Öğrenme Çerçevesi
DAÖÇ	Düzenlenmiş Aktif Öğrenme Çerçevesi
GAÖÇ	Genişletilmiş Aktif Öğrenme Çerçevesi
MEB	Milli Eğitim Bakanlığı
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics
PBT	Problem Biçimlendirme Testi



1.GENEL BİLGİLER

1. 1. Araştırmanın Önemi

Problem çözme, uzun zamandır matematiksel aktivitenin önemli bir unsuru olarak kabul edilmiş ve dünya çapında eğitim araştırmalarında ve reform çalışmalarında yer almıştır (Paolucci ve Wessels, 2017). Problem kurma ise son 30 yılda matematik eğitimi araştırmalarında ilgi gören bir başka beceridir. Dünyada okul matematiğine yönelik reform çalışmaları problem kurmaya önemli rol vermektedir (Silver, 2013). Problem bulma, problem biçimlendirme, problem yaratma gibi farklı isimlerle anılan problem kurma (Singer ve Voica, 2013), mevcut verilerden problemler üretme ya da verilen bir problemin yeniden biçimlendirilmesi şeklinde tanımlanmaktadır (Silver, 1994). Kilpatrick (1987) problem kurmayı “öğretimin sadece amacı değil aynı zamanda anlamıdır” (s.123) şeklinde tanımlayarak matematik eğitimindeki önemini vurgulamıştır. Silver ve Cai (2005) ise problem kurmanın ister öğretimin anlamı olarak (öğrencileri matematiksel kavramlar ve becerilerle meşgul etme ve problem çözme yeterliliklerini geliştirme) ister öğretimin öznesi olarak (öğrencilerin matematiksel problemler kurma yetkinliğini geliştirme) düşünülün, her iki durumda da değerlendirme aktivitelerine dahil edilmesi gerektiğini vurgulamışlardır.

Bu önemine paralel olarak öğretim dokümanları problem kurmaya daha güçlü vurgu yapmaya başlamıştır. Ulusal matematik öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000) “öğrencilerin matematiksel durumları dikkatli bir şekilde analiz ederek gördüklerine yönelik yeni problemler üretmelerini” (s. 53) desteklemenin yanında, “öğretmenlerin düzenli olarak öğrencilerden matematiğin içinden ve dışından çeşitli durumlara yönelik ilginç problemler oluşturmalarını istemesini” (s. 257) tavsiye etmektedir. Türkiye’deki matematik öğretim programlarında ise problem kurma, problem çözmenin bileşeni olarak görülmekte ve çözüm öncesinde, çözme sürecinde ve çözüm sürecinin ardından problemler üretilmesi desteklenmektedir. Matematik Dersi Öğretim Programı’nda (İlkokul ve Ortaokul 1,2,3,4,5,6,7 ve 8. Sınıflar) (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018) “... problemleri çözer ve kurar” şeklinde kazanımlara yer verilerek problem çözme ile olan birlikteliği vurgulanmaktadır.

Problem kurmaya atfedilen önemin birçok nedeni bulunmaktadır. Birincisi, problem kurma bilimsel araştırmalarda önemli bir beceri olarak görülmektedir. Birçok

önde gelen bilim insanı, bilimsel çalışmalarında problem kurma becerisinin problem çözme becerisi ile eşit derecede önemli role sahip olduğunu vurgulamışlardır. Araştırmacılar (Kilpatrick, 1987; Leung, 2013; Silver, 1994) matematikçilerin her zaman diğer bir matematikçi tarafından sunulan problemleri çözmediklerini, çoğunlukla problemi çözen kişilerin aynı zamanda problemi kuran kişiler de olduklarını ifade etmişlerdir. Bu bağlamda problemin yeniden biçimlendirilmesinin problem çözme sürecindeki önemini ortaya koymuşlardır. Einstein ve Infeld (1967) problem kurmanın önemini şu şekilde ifade etmiştir;

“Bir problemin biçimlendirilmesi, yalnızca matematiksel veya deneyimsel becerinin meselesi olan problemi çözme becerisinden daha önemlidir. Yeni problemler, yeni olasılıklar ortaya atmak, eski problemlere yeni bir bakış açısıyla bakmak, yaratıcı hayal gücü gerektirir ve bu da bilimde gerçek ilerlemeye işaret eder.” (s. 95)

İkincisi, araştırmacılar öğrencilerin matematiksel anlayışlarını geliştirmeyi hedefleyen problemlerin özelliklerini araştırmışlar ve bu tür problemleri kaliteli/zengin problem (good/rich problem) şeklinde ifade etmişlerdir (Krulik ve Rudnick, 1989; Manuel ve Freiman, 2017). Manuel ve Freiman (2017) bu tür problemlerin açık-uçlu olması ve daha fazla analiz ve keşif yapma becerisi gerektirdiğini ifade ederek, problem kurma etkinliklerini örnek olarak vermiştir. Silver (1994) ise problem kurma etkinliklerinin bir problem çözme etkinliği olduğunu ve bu bağlamda kurulan problemlerin ise çözümler olduğunu ifade etmiştir. Bu yönüyle verilen bir durum veya deneyimden hareketle farklı problemler üretilebileceğinden problem kurma etkinliklerinde birden fazla cevap olduğunu belirterek, sorgulama-temelli öğrenmeye imkan tanıyan açık-uçlu bir bilişsel etkinlik olarak değerlendirmiştir. Benzer şekilde, diğer birçok araştırmacı da problem kurmayı açık-uçlu bilişsel etkinlik olarak değerlendirmiştir (Haylock, 1997; Pehkonen, 1995).

Üçüncüsü, problem kurma öğretim dokümanlarının sıklıkla vurguladığı yaratıcı düşünme ve problem çözme becerileriyle ilişkilidir. Yaratıcı düşünme becerisinin belirlenmesinde ve geliştirilmesinde problem çözme yanında problem kurma da yaygın şekilde kullanılmaktadır (Balka, 1974; Haylock, 1997; Van Harpen ve Sriraman, 2013). Silver (1997) sorgulama-temelli matematik öğretiminin problem kurma ve çözme aktivitelerini kapsadığını ve bu tür aktivitelerle öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerinin geliştirilebileceğini ifade etmiştir. Leung (1997) ise, yaratıcılığı “birşeyler meydana getirme” şeklinde tanımlamış ve bu bağlamda problem kurmanın yaratıcılığın

işareti olarak görülebileceğini ifade etmiştir. Problem kurma yaygın şekilde problem çözmenin vazgeçilmez parçası olarak görülmektedir (Leung, 2016). Problem kurma ile çözme becerisi arasında güçlü ilişki var olup, her iki beceri de birbirine katkıda bulunmaktadır (Cifarelli ve Sevim, 2015; Kilpatrick, 1987; Xie ve Masingila, 2017). Kilpatrick (1987) problem çözmeyi, ardışık problemler kurma şeklinde tanımlayarak kurma-çözme ilişkisine vurgu yapmıştır. Kapur (2018) ise çözüm üretmeyle birlikte kullanılan problem kurmanın, çözüm olmaksızın kullanılan problem kurmaya göre kavram öğretimindeki öncü etkisinin daha fazla olduğunu vurgulayarak kurma ve çözme ilişkisine dikkat çekmiştir.

Problem kurma, problem çözme sürecinin her aşamasında yer almaktadır. Kilpatrick (1987) problem çözme sürecinde problemin tekrar tekrar biçimlendirildiğini ve her yeni biçimlendirmenin çözüme giden yeni bir köşe taşı olduğunu belirtmiştir. Bu bağlamda daha basit problemler üzerinde çalışılarak sonuçların orijinal probleme genellenmesi veya problemin alt problemlere ayrılarak çözüm sürecinin şekillendirilmesi problemin biçimlendirilmesine yönelik örnek durumlar olarak gösterilmiştir. Silver (1994) problem kurmanın çözüm öncesinde, çözüm sürecinde ve çözüm sonrasında meydana gelebileceğini belirtmiştir. Polya (1957) ise “Nasıl Çözmeli” adlı meşhur kitabında problem çözme basamaklarını problemi anlama, plan oluşturma, planı uygulama ve değerlendirme şeklinde sınıflandırmıştır. Problem kurmanın aktif rol aldığı basamaklardan birisi de değerlendirme basamağıdır. Öğrenciler sıklıkla problemin çözümünün ardından misyonlarını tamamladıklarına inanırlar ve problem üzerinde daha derinlemesine keşifler yapmayı bırakırlar (Cai ve Brook, 2006). Buna karşın, cevabı elde ettikten sonra problem üzerine yapılan aktiviteler öğrencilerin kritik düşünme becerilerinin gelişimi için oldukça önemlidir (Jacobbe ve Millman, 2009). Cai ve Brook (2006) değerlendirme basamağına cevabın ya da çözüm yönteminin kontrol edilmesinden ötede problem çözümünde öğrenme fırsatlarını en üst seviyeye çıkarma perspektifinden bakılması gerektiğini ifade etmişlerdir. Bu yönüyle değerlendirme basamağındaki faaliyetlerin, matematiğin öğrenilmesinde bir yaklaşım sunduğunu vurgulamışlardır. Polya (1957) bu basamağının önemini şu şekilde ifade etmiştir;

“...iyi öğretmenlerin hiçbir problemin tamamıyla bitmeyeceği fikrini anlaması ve öğrencilere de bu anlayışı kazandırması gerekir. Geri de her zaman yapacak şeyler kalmaktadır ve yeterli araştırma ve kavrayış ile her çözüm geliştirilebilir ve her durumda çözüme yönelik anlayışımızı geliştirebiliriz.” (s.15)

Değerlendirme basamağında problem kurma faaliyetlerini, “sonucu veya çözüm yöntemini diğer bazı problemler için de kullanabilir misiniz?” (Polya, 1957, s. 17) ile sınırlandırmak eksik bir anlayış olacaktır. Çünkü, öğrencilerin anlayışlarını geliştirmek amacıyla farklı matematiksel kavramları da barındıracak şekilde problemin çözümü geliştirilmelidir. Problemlerin genişletilmesi, uyarlanması ve genellenmesine yönelik söylemler, matematiksel düşünmeyi geliştirmeyi hedefleyen okul programlarının inşa edilmesinde oldukça önemlidir (Dindyal, Tay, Toh, Leong ve Quek, 2012). Böylece, problemlerin sınırlarının ötesinde çalışmayı da kapsayan değerlendirme basamağının matematiksel düşünmenin geliştirilmesinde de önemli katkılar sunacağı anlaşılmaktadır.

Birçok araştırmacı da problem çözümünün geliştirilmesinde problem kurma faaliyetlerinin önemli katkılar sunacağına işaret etmiştir (Brown ve Walter, 2005; Kilpatrick, 1987; Silver, 1994). Brown ve Walter (2005) problemlerin geliştirilmesinde “eğer değilse nedir?” stratejisini önermişlerdir. Bu stratejide problemdeki her bir bileşen- veriler ve soru kökü- belirlenir ve “eğer değilse nedir?” sorusu yardımıyla bu bileşenlerden bir veya birkaçı manipüle edilerek yeni problemler üretilir (Lavy ve Bershadsky, 2003). Böylece, bir problemin çözümünün ardından o problemle ilişkili bir dizi durum araştırılabilmektedir.

Problem kurmanın belirtilen bu önemine karşın öğrenciler kendi problemlerini kurmada zorluk yaşamaktadırlar (matematiksel olmayan, çözülemeyen ve ilgisiz problemler kurma) (Cai ve Hwang, 2002; Silver ve Cai, 1996). Bu nedenle bazı araştırmacılar (Brown ve Walter, 2005; Silver, Mamona-Downs, Leung ve Kenney, 1996; Stickles, 2011) öğrencilerin bağlamı değiştirme, verilen ve isteneni yer değiştirme, yeniden biçimlendirme ve değiştirme gibi belirli bir problemde yeni problemler yazmalarına izin verecek problem biçimlendirme stratejileri geliştirmişlerdir. Öğrenciler tarif edilen bu stratejileri uygulayabilir ve yeni problemler yazabilirler (Crespo ve Sinclair, 2008; Lavy ve Bershadsky, 2003). Bu stratejiler öğrencilerin bilgi ve deneyimlerine bağlı olarak yeni ve orijinal problemler yaratmalarına da katkıda bulunabilir (Kontorovich, Koichu, Leikin ve Berman vd., 2012).

Problem biçimlendirme stratejileri için yukarıda belirtilen açıklamalar, öğrencilerin problem biçimlendirme becerilerini geliştirmede bu stratejilerin önemini göstermektedir. Cai ve Hwang’ın (2020) belirttiği gibi öğretmenler tarafından kurulan problemler öğrenciler tarafından yazılan problemlerle aynı olmak zorunda değildir. Bu tez araştırmasında problem biçimlendirme stratejilerine öğretmen perspektifinden

bakılmakta ve bu doğrultuda bu stratejilerin matematik sınıflarında öğretmenler tarafından çeşitli amaçlarla kullanılabileceğine inanılmaktadır. Problem çözmenin matematik öğreniminde rolünü gerçekleştirebilmesi için öğretmenlerin/öğretmen adaylarının da problem çözme basamaklarına yönelik derin anlayışlar geliştirmesi önem arz etmektedir. Bu durum problem çözme basamaklarının değerlendirme basamağında problem kurmanın öneminin farkında olunmasını ve problem kurma faaliyetlerini bu aşamada esnek şekilde kullanmayı da kapsamaktadır. English (1997) problem kurmayı öğrencilerin matematiksel aktivitelerinin önemli bir bileşeni olarak tanımlamış ve öğrencilerin anlamlı ve cazip (enticing) problemler kurabilmelerine yardımcı olabilmek için öğretmenlerin problem kurmaya yönelik strateji bilgisine sahip olmaları gerektiğini vurgulamıştır.

Matematik öğretiminde kullanılan ders kitaplarındaki problemler öğrenme ortamlarında her zaman istenilen amaca hizmet etmeyebilecektir. Dolayısıyla öğretmenler/öğretmen adayları ders kitapları veya farklı kaynaklardan aldıkları veya kendilerinin kurdukları problemleri dersin amacına ve öğrenci seviyesine uygun olarak yeniden biçimlendirebilmelidirler. Bu bağlamda problemleri basitleştirebilmeli, farklı hangi problem durumlarında çözüm yolunun çalıştığını ortaya koyabilme adına benzer problemler üretebilmeli, problemi genelleştirebilmeli veya yeni veriler ekleyerek problemin çözümünü daha da geliştirebilmelidirler (Grundmeier, 2015; Stickles, 2011; Vistro-Yu, 2009). Cai vd., (2019) problem kurma etkinliklerinin matematik öğretimine dahil edilmesi için ders kitaplarında daha fazla yer almasının beklenmesine gerek olmadığını, öğretmenlerin problem kurma kaynakları geliştirebileceklerini ifade etmiştir. Buna karşın Osana ve Royea (2011) birçok öğretmen adayının çoğu zaman etkinliklerin öğretimsel değerini değerlendirme ve bunları belirli hedeflere ve öğrenci ihtiyaçlarına göre değiştirmeye ihtiyaç duyacaklarının farkında olmadıklarını belirtmiştir. Bu bağlamda problem biçimlendirme stratejileri öğretmen adaylarının dersin belirli bir anında matematiksel hedefler doğrultusunda bir problemde değişiklikler yapma noktasında esneklikler kazanmalarına yardımcı olabilir.

Öğrencilere öğrenme fırsatları sunabilmek için öğretmenler kaliteli problemler üretme sanatına sahip olmalıdırlar (Crespo ve Sinclair, 2008; Leung, 2016; Schuster ve Anderson, 2005; Stickles, 2006; Ticha ve Hospesova, 2009). Örneğin, problemin bağlamı öğrencilerin problem çözme performansı üzerinde önemli bir etkiye sahiptir (Sullivan, Warren ve White, 2000). Matematik dersinde herhangi bir zamanda öğretmen tarafından

sunulan problemin bağlamı öğrenci için cazip olmayabilir (English, 1997). Bu nedenle matematik öğretmenleri öğrenciler için anlamlı ve çekici olacak şekilde problemin bağlamını değiştirebilmelidir. Karmaşık problemleri çözmek öğrencilere matematiksel düşünme ve akıl yürütme becerilerini geliştirme fırsatı sunar (Silver, 2009). Bu nedenle matematik öğretmenleri yeni veriler ekleyerek problemleri daha zor hale getirebilmelidirler. Ayrıca öğretmenler ders kitaplarındaki problemleri öğrenci seviyesine göre basitleştirmek amacıyla problemi biçimlendirebilmelidirler (Klinshtern, Koichu ve Berman, 2015).

Öğretmenlerin matematik derslerine problem çözmeyi dahil etmeleri için problem çözmeyi bilmelerinin yeterli olmadığı gerçeğinden yola çıkarak (Chapman, 2015), öğretmenlerin tek başına problem kurmayı bilmelerinin, problem kurmayı derse dahil etmeleri için yeterli olmayacağı söylenebilir. Benzer şekilde, Ruthven (2020) öğretmenlerin matematik problemini matematik derslerinin önemli bileşeni haline getirmek için genel problem kurma becerisinin yanında mesleki olarak özel beceriler geliştirmeleri gerektiğini savunmuştur. İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının problem biçimlendirme eğilimlerini ve bu eğilimleri etkileyen faktörleri belirlemek, onların matematik derslerine problem kurmayı dahil etme becerileri hakkında bilgi sağlayabilecektir. Daha da önemlisi, problem biçimlendirme eğilimlerini ve eğilimlerini yönlendiren faktörleri anlamak bize bu stratejilerin öğretmen eğitimi programlarına nasıl dahil edilebileceğine ilişkin bilgi vererek adayların problem kurma becerilerini geliştirilmesine fırsatlar sunabilecektir. Bu açıklamalar doğrultusunda bu araştırmanın birinci amacı, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının verilen problemden hareketle yeni problemler üretme (problemi biçimlendirme) becerilerini belirlemektir.

Problem kurma üzerine yapılan araştırmalarda önemli yönelimlerden birisi de katılımcıların düşünme süreçlerinin belirlenmesidir (Osana ve Pelczer, 2015). Cai, Hwang, Jiang ve Silber (2015) problem kurma üzerine cevaplanması gereken bir dizi araştırma sorusu belirlemişlerdir. Araştırmacılar, problem kurma sürecinde nasıl düşünüldüğüne yönelik anlayışımızın oldukça sınırlı olduğunu belirterek, katılımcıların verilen bir durumdan hareketle matematiksel yönden geçerli veya geçersiz problemler kurarken nasıl düşündüklerinin araştırılmasını önermişlerdir. Çünkü daha iyi bir öğretim süreci tasarlamak için katılımcıların problem kurmadaki düşünce yapıları hakkında daha fazla bilgiye ihtiyaç duyulmaktadır (Chen, Van Dooren ve Verschaffel, 2015). Buna karşın yapılan literatür taraması sonucunda, problemi biçimlendirme etkinliklerini içeren

çalışmaların (Grundmeier, 2015; Silver vd., 1996; Stickles, 2011; Xie ve Masingila, 2017) ağırlıklı olarak nicel yaklaşımları benimsediği ve doğrudan katılımcıların düşünme süreçlerine odaklanmadığı belirlenmiştir. Örneğin, 13 matematik eğitimi dergisindeki makaleleri inceleyen Lee (2020) yalnızca makalelerin küçük bir kısmının (62/17456 yaklaşık %0,4) problem kurma ile ilişkili olduğunu ve sadece %0,4'ünün problem kurmada katılımcıların düşünme süreçlerini incelediğini belirlemiştir. Problem kurma üzerine düşünme süreçlerini inceleyen çalışmaların artırılması araştırmacılar tarafından önerilmektedir (Cai vd., 2015; Lee, 2020). Katılımcıların problem kurmadaki bilişsel süreçleri hala araştırılması gereken bir durum olarak beklemektedir. Dolayısıyla bu araştırma ikinci olarak, nitel yaklaşımları benimseyerek, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının problem biçimlendirme sürecindeki düşünce yapılarını belirlemeyi ve bu süreci etkileyen faktörleri tespit etmeyi amaçlamıştır. Böylece, öğretmen adaylarının problemi biçimlendirmeye yönelik düşünme süreçlerinin altında yatan davranışların keşfedilmesinde bir başlangıç noktası oluşturmayı hedeflemiştir.

Problem kurmayı savunan ifadeler çok olsa da, öğretmenler problem-kurma etkinliklerini planlama, sunma ve teşvik etmede uygun bilgi ve becerilere sahip olmadıkça, matematik derslerinde yer alması olası değildir (Ellerton, 2015). Bu durumu başarmanın en kolay yollarından birisi problem kurmanın matematik öğretmeni yetiştirme programlarına dahil edilmesidir (Crespo ve Sinclair, 2008; Ellerton, 2013, 2015; Toluk-Uçar, 2009). Bu bağlamda, bazı araştırmacılar öğretmen adaylarının problem kurma süreçlerini keşfetmeye başlamış ve problem kurmanın yeni matematik konularını öğrenmek için matematik derslerine nasıl dahil edilebileceğine dair öğrenme çerçeveleri oluşturmuşlardır. Örneğin, Ellerton (2013) matematiksel kavramların öğretimine yönelik aktif öğrenme, problem kurma ve çözmeyi ilişkilendiren Aktif Öğrenme Çerçevesi'ni (AÖÇ) geliştirmiştir. Araştırmacı bu çerçevede problem kurma etkinliklerinin özel bir türü olan problem biçimlendirme etkinliklerini kullanmıştır. Bu çerçeve, problem kurmayı sınıflarda öğrenenlerin edindikleri bilgiyi pekiştirmelerine ve eleştirel bir şekilde düşünmelerine olanak tanıyan bir köşe taşı etkinliği olarak tasvir etmektedir (Cai vd., 2015). Xie ve Masingila (2017) ise sınıf öğretmeni adaylarıyla yaptığı çalışmada problem kurma ve çözme etkileşimini inceleyerek AÖÇ'ni revize ederek, Genişletilmiş Aktif Öğrenme Çerçevesi'ni (GAÖÇ) sunmuşlardır. Bu çerçeveleri geliştiren araştırmacılar, bu çerçevelerin geliştirilmesi ve farklı kademelerdeki matematik derslerine entegre edilmesi için daha fazla araştırmaya ihtiyaç olduğunda hem fikirlerdir.

Bu araştırma, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının problem biçimlendirme süreçlerini inceleyerek, problem biçimlendirmeyi matematiksel kavramların öğretimine entegre etmeyi hedefleyen öğrenme çerçevelerinin geliştirilmesine katkıda bulunmayı amaçlamıştır.

1.2. Araştırmanın Amacı

Literatürde problem biçimlendirme etkinliklerine yer veren birçok çalışma bulunmaktadır. Problemi biçimlendirme etkinlikleri, deneysel (Chen vd., 2015; Grundmeier, 2015), derleme (Vistro-Yu, 2009) veya problem kurma performansının mevcut durumunun belirlendiği (Kılıç, 2017; Klinshtern vd., 2015; Özgen, Aydın, Geçici ve Bayram, 2017; Silver vd., 1996; Xie ve Masingila, 2017) çalışmalarda kullanılan farklı etkinlik türlerinden birisi olarak görülmektedir. Dolayısıyla ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının problemden hareketle problem kurma performansları ve bu süreçte nasıl düşündükleri araştırılması gereken bir konu olarak hala durmaktadır. Ayrıca, problem biçimlendirme üzerine yapılan bu çalışmaların bazı sınırlılıkları da bulunmaktadır. Birincisi, problem biçimlendirme araştırmaların odak noktasını oluşturmamaktadır. Çalışmalarda farklı problem kurma etkinliklerinden birisi olarak problem biçimlendirme etkinliklerine yer verilmektedir. İkincisi, bu çalışmalar da katılımcıların problem biçimlendirmedeki bilişsel süreçleri üzerine (problem biçimlendirmeye nasıl başlandığı, problemler yazarken hangi faktörlerin dikkate alındığı ve problem biçimlendirme stratejilerine yer verilmeme nedenleri gibi) odaklanılmamaktadır. Bu nedenle, katılımcıların problem biçimlendirmedeki bilişsel süreçleri hala araştırılması gereken bir durum olarak beklemektedir. Üçüncüsü, bazı çalışmalarda (Chen vd., 2015; Xie ve Masingila, 2017) katılımcılar bazı strateji türleriyle sınırlandırılmakta veya sadece benzer yapıda problemler kurmaları istenmektedir. Dolayısıyla, bu çalışmalardan katılımcıların problem biçimlendirmedeki anlayışlarının genişliği hakkında bilgi edinilememektedir.

Bu sınırlılıklar dikkate alınarak bu çalışmada, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının problem biçimlendirme performanslarının betimlenmesi ve bu süreçteki düşünme yapılarının keşfedilmesi amaçlanmıştır. Bu araştırma ile öğretmen adaylarının problem biçimlendirme de kullandıkları strateji türleri ve sayısının belirlenmesi yanında, bu strateji türlerinin kullanımını etkileyen faktörlerin tespit edilmesi hedeflenmiştir. Bu sonuçlara dayalı olarak, problem kurmanın matematik öğretimine dahil edilmesine

yönelik sunulan öğrenme çerçeveleri üzerinde düzenlemeler yapılması hedeflenmiştir. Araştırmaya yön veren alt problemler şu şekildedir;

1. İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının problemi biçimlendirme performansları nasıldır?
2. İlköğretim matematik öğretmeni adayları problem biçimlendirirken nasıl düşünmektedirler?

1.3. Sınırlılıklar

- Araştırmadan elde edilen bulgular, Doğu Karadeniz Bölgesi'ndeki bir üniversitenin ilköğretim matematik öğretmenliği bölümü öğrencileriyle sınırlıdır.
- Araştırmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının problem biçimlendirme anlayışlarının araştırılması altı etkinlikle sınırlandırılmıştır. Adayların düşünme süreçlerinin derinlemesine incelenmesi amacıyla zaman ve içeriğin genişliği gibi faktörler nedeniyle etkinlik sayısı sınırlandırılmıştır.
- Etkinlik-temelli görüşmeler dokuz öğretmen adayıyla sınırlandırılmıştır.

1.4. Varsayımlar

- Araştırma kapsamında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının Problem Biçimlendirme Testi'ne (PBT) içtenlikle yanıt verdikleri varsayılmıştır.
- İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının etkinlik-temelli görüşmelerde düşüncelerini içtenlikle paylaştıkları varsayılmıştır.

1.5. Tanımlar

Problem Kurma: Matematiksel bilgi ve deneyimine bağlı olarak, verilen bir durumdan hareketle yeni problemler üretme veya mevcut bir problemin yeniden biçimlendirilmesidir (Silver, 1994; Stoyanova ve Ellerton, 1996). Bu tez çalışmasında

problem kurma ifadesi, problem oluşturma etkinliklerinin tamamını kapsayacak şekilde en geniş anlamda kullanılmıştır.

Problem biçimlendirme: Çözümünün yapılmasına bakılmaksızın sunulan bir problemle ilişkili problemler yazılmasıdır (Stickles, 2011; Vistro-Yu, 2009). Problem biçimlendirme, verilen etkinliğin matematiksel yapısına benzer problemler kurulması ile sınırlandırılmamıştır. Daha geniş anlamda, etkinliğin matematiksel yapısı ile bir şekilde ilişkili olan bütün problemler olarak düşünülmektedir.

1.6. Kuramsal Çerçeve ve İlgili Araştırmalar

1.6.1. Problem Kurma Tanımı

Problem kurma, araştırmacıların amaçlarına bağlı olarak farklı şekillerde tanımlanabilmektedir. Stoyanova ve Ellerton (1996) problem kurmayı somut durumlara dayalı olarak bireysel yorumların anlamlı problemler haline getirildiği matematiksel deneyime dayalı süreç olarak tanımlamışlardır. Bu tanımın okulda matematik öğretiminin hedeflerine uygun olduğunu aynı zamanda problem kurma durumlarının araştırmacılar tarafından daha geniş kapsamda incelenebilmesine imkan tanıdığını belirtmişlerdir. Silver (1994) ise problem kurmayı, problem çözmeyle olan ilişkisini dikkate alarak, mevcut verilerden hareketle problemler üretme ya da verilen bir problemin yeniden biçimlendirilmesi şeklinde tanımlanmıştır. Silver (1994) problem kurmanın çözüm öncesi, süreci ve sonrasında gerçekleşebileceğini ifade etmiştir. Bu yönüyle mevcut verilerden veya bir problemten hareketle problemler kurma çözüm öncesi ve sonrasındaki problem kurma aktivitelerini, problemin yeniden biçimlendirilmesi ise çözüm sürecinde yapılan problem kurma aktivitelerini içermektedir.

Problemlerin tekrar tekrar biçimlendirilmesi ve her yeni biçimlendirmenin çözüme giden yeni yaklaşım sunduğu vurgusu (Kilpatrick, 1987; Silver, 1994; Xie ve Masingila, 2017) çözüm sürecinde problem kurmaya karşılık gelmektedir. Kilpatrick (1987) problemin koşullarının değiştirilmesi yardımıyla oluşturulacak daha basit bir problem üzerinde çalışılması, orijinal problemin çözümü için bir köşe taşı olabileceğini ifade etmiştir. Araştırmacı bu durumu “1’den 2001’e kadar olan ardışık tek sayıların toplamını bulunuz” (s. 128) etkinliği üzerinden açıklamıştır. Araştırmacı 2001 sayısının sırasıyla 3,

5, 7, 9 ve $2n+1$ ile değiştirilmesi yoluyla her defasında farklı bir problem kurulacağı ve böylece bir örüntü keşfedilerek orijinal problemin çözülebileceğini vurgulamıştır. Bu yaklaşım problemin yeniden biçimlendirilmesi olup, çözüm sürecinde problem kurmaya karşılık gelmektedir. Bunun yanında yine birçok araştırmacı (Brown ve Walter, 2005; Kilpatrick, 1987; Krulik ve Rudnick, 1989; Lavy ve Bershadsky, 2003; Silver, 1994) çözümün ardından öğrencilerin genelleme yapma ya da “Eğer değilse nedir? (what if not)” gibi stratejiler yardımıyla birçok problem yazabileceklerini ifade etmiştir. Bu tür problem kurma faaliyetleri ise çözüm sonrasında yapılan faaliyetler kapsamında yer almaktadır.

Bu tez çalışmasında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının problem biçimlendirmedeki düşünme süreçleri incelendiğinden, problem kurma öğretmen eğitimi perspektifinden tanımlanmıştır. Bu bağlamda Cai ve Hwang (2020) tarafından yapılan problem kurma tanımı benimsenmiştir. Araştırmacılar matematik eğitiminde problem kurmayı şu şekilde ifade etmiştir;

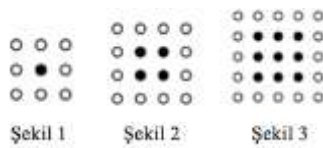
“Matematik eğitiminde problem kurma, öğretmenlerin ve öğrencilerin belirli bir bağlama (problem bağlamı veya problem durumu olarak adlandırılan) dayalı olarak bir problemi veya etkinliği biçimlendirmelerine (veya yeniden biçimlendirmelerine) ve ifade etmelerine yol açan ve destekleyen birçok ilişkili faaliyet türleridir.” (s.2)

Bu tanımda problem, problem durumundan yola çıkılarak sorulabilecek herhangi bir matematik sorusu şeklinde yorumlanmıştır. Benzer şekilde Grundmeier (2015), matematik öğretmeni eğitimi programındaki bir derse problem kurmayı entegre ettiği çalışmasında problemi “geçerli bir çözümün olduğu matematiksel ifade” (s. 414) şeklinde tanımlamıştır. Bu çalışmalarda problem tanımı, problem çözme literatüründe yapılan “bireyin çözüme giden görünür bir yol görmediği durum” (Krulik ve Rudnick, 1989, s.3) şeklinde tanımlanan problem tanımından farklıdır. Problem çözme literatüründe problem, bireyin çözüme giden görünür bir yol görmediği durum olarak tanımlanır (Krulik ve Rudnick, 1989). Buna karşın, bu tez çalışmasında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının verilen bir problemi biçimlendirerek ne tür problemler yazabildiklerinin belirlenmesi amaçlandığından, yazılan problemler, alıştırmadan probleme geniş bir kapsamda yer alabilmektedir. Cai ve Hwang (2020) tarafından yapılan problem kurma tanımı, bu tür problemlerin tamamının incelenmesine izin vermektedir.

Problem kurma tanımının araştırmanın amacına yönelik farklı yaklaşımlarla ele alınmasının yanında problem kurma etkinliklerinin kullanımında da (hitap ettiği

örneklem türü ya da etkinliklerin uygulanış formatı) farklı sınıflandırmalar mevcuttur. Bu bağlamda, farklı sınıflandırma çerçeveleri de sunulmaktadır. Örneğin, Stoyanova ve Ellerton (1996) tarafından serbest, yarı-yapılandırılmış ve yapılandırılmış şeklinde verilmiştir. Bu sınıflandırma matematiksel içerik veya farklı değişkenlerle ilişki yerine, bizzat etkinlik durumları dikkate alınarak oluşturulmuştur. Bu sınıflandırma problem kurma literatüründe yaygın şekilde kabul görmektedir. Serbest problem kurma etkinliklerinde, herhangi bir sınırlama getirilmeksizin katılımcılardan doğal duruma uygun problemler yazmaları istenir. Arkadaşınız için problem kurunuz, bir matematik konusuna yönelik problemler yazınız veya matematik yarışmaları için problemler yazılması serbest problem kurma durumlarına yönelik örneklerdir. Serbest problem kurma etkinlikleri öğrencilerin kavram öğrenimindeki anlayışları yanında matematiğe yönelik algılarını da ortaya koymada kullanılmanın yanında (Stoyanova ve Ellerton, 1996), öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerin belirlenmesi ve geliştirilmesi amacıyla da (Bonotto ve Santo, 2015) kullanılmaktadır.

Yarı-yapılandırılmış problem kurma durumlarında ise, öğrencilere açık-uçlu durumlar verilmekte, bilgi ve deneyimleri yardımıyla bu verileri kullanmayı gerektiren problem(ler) yazmaları istenmektedir. Bu tür etkinliklerde, verilerin bir kısmının sunulmuş olması yönüyle sınırlandırma olmasına karşın, verilen durumdan hareketle farklı birçok problem kurulabileceği için serbestlik de söz konusudur. Bu tür etkinlikler, tam yapılandırılmayan ve tamamen de serbest olmayan etkinlik türleridir. Christou, Mousoulides, Pittalis, Pitta-Pantazi ve Sriraman (2005) yarı-yapılandırılmış problem kurma etkinliği kapsamında öğrencilere tamamlanmamış günlük yaşamla ilişkili açık-uçlu bir hikâye sunmuş ve problemler kurmasını istemiştir. Cai ve Hwang (2002) ise öğrencilere görsel bir örüntü sunmuş (Şekil 1a) ve bu örüntüye uygun farklı problemler kurmalarını istemiş, Van Harpen ve Sriraman (2013) ise Amerikalı ve Çinli lise öğrencilerinin yaratıcı düşünme becerilerini incelemek amacıyla öğrencilerden verilen geometrik şekilden (Şekil 1b) hareketle farklı problemler kurmalarını istemiştir.

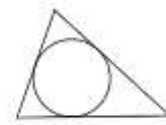


Şekil 1

Şekil 2

Şekil 3

(a)



(b)

Şekil 1. Yarı-yapılandırılmış problem kurma etkinliklerine ait örnekler

Yapılandırılmış problem kurma etkinliklerinde ise, öğrencilere iyi yapılandırılmış etkinlikler sunulur ve öğrencilerden verilen yapıyı karşılayan problemler yazmaları istenir. Özel bir çözüme sahip problemlere benzer problemler kurulması, yapılandırılmış problem kurma aktivitelerinin yaygın örnekleri arasında yer almaktadır (Stoyanova, 2003). Stoyanova ve Ellerton (1996) katılımcılardan benzer yapıda problemler kurmalarının istenmesinin, problemin yapısında yer alan matematiksel kavramlara yönelik katılımcıların anlayışlarının tespit edilmesine imkan tanıdığı vurgulamışlardır.

Bu araştırmada, öğretmen adaylarından etkinlikte yer alan problemlerle bir şekilde ilişkili olduğunu düşündükleri kurabildikleri kadar problem kurmaları istenmiştir. Adaylardan problemin çözümünün yapıp yapılmamasına bakılmaksızın farklı problemler oluşturmaları istenmiştir. Bu tür problem kurma etkinlikleri problem biçimlendirme şeklinde isimlendirilmiştir. Bu tez çalışmasındaki tanımları ile problem biçimlendirme, Stoyanova ve Ellerton (1996) tarafından yapılan sınıflandırmada yapılandırılmış problem kurma durumları kapsamında yer almaktadır.

1.6.2. Problem Biçimlendirme Stratejileri ve Yapılan Çalışmalar

Matematik sınıflarında problemin çözülmesiyle birlikte görevin tamamlandığına inanılır (Cai ve Brook, 2006). Buna karşın, sorgulayıcı bir zihnin geliştirilmesinde problemin cevabının elde edilmesinin ardından yapılacak faaliyetler oldukça önemlidir (Jacobbe ve Millman, 2009). Brown ve Walter (2005), “Eğer değilse Nedir?” şeklinde isimlendirilen bir strateji sunmuş ve çözüm sonrasında yapılabilecek problem kurma aktivitelerine örnek olarak göstermiştir. Böylece bir problemle ilişkili bir dizi problem biçimlendirilmiş olur. Buna karşın problem kurmak için, kuran kişi her zaman problemi çözmek zorunda değildir (Leung ve Silver, 1997). Bu nedenle problem biçimlendirme faaliyetleri sadece problemin çözümünün ardından yapılması gereken bir aktivite olarak düşünülmemelidir.

Literatürde problem biçimlendirme etkinliklerinde kullanılan sekiz strateji türü tespit edilmiştir. Çalışmalarda benzer stratejilerin farklı isimlerle adlandırılabilirdiği ve stratejilerin tanımlarında kapsayacağı durumların farklılık gösterebildiği tespit edilmiştir. Tespit edilen strateji türleri, yer verildiği çalışmalar ve tanımlamaları Tablo 1’de sunulmuştur.

Tablo 1. Problem biçimlendirme stratejileri

Strateji türleri	Açıklamalar
Yüzeysel değişiklik	Kurulan problemde matematiksel yapı ve bağlam değişmeden kalmaktadır. Buna karşın, kurulan problemde nicel miktarlar, birimler, şekiller, nesne, yer, vb. isimler değiştirilmektedir (Grundmeier, 2015; Klinshtern vd., 2015; Silver vd., 1996; Stickles, 2011; Vistro-Yu, 2009).
Bağlamı değiştirme	Kurulan problemde matematiksel yapı değişmeden kalmaktadır. Fakat, problemin bağlamı değiştirilmektedir (Grundmeier, 2015; Klinshtern vd., 2015; Stickles, 2011; Vistro-Yu, 2009).
Basitleştirme	Kurulan problemin kurgusu değişmeden kalmaktadır. Buna karşın, verilerin bir kısmı atılarak ya da sayısal değişiklikler yapılarak etkinlikteki problem basitleştirilmektedir (Stickles, 2011).
Verilen ve isteneni yer değiştirme	Orijinal problemdeki verilen ve istenen yer değiştirilerek yeni problem üretilir (Chen vd., 2015; Grundmeier, 2015; Stickles, 2011; Vistro-Yu, 2009; Xie ve Masingila, 2017).
Yeniden biçimlendirme	Etkinlikteki problemin matematiksel yapısı değişmeden kalır. Buna karşın, problem farklı bir formatta sunulur; ispat problemi doğrulama problemine veya bir problem genelleme problemine dönüştürülür (Grundmeier, 2015; Vistro-Yu, 2009).
Değiştirme	Etkinlikteki problemin verilenleri değiştirilmeden kalırken, soru kökü değiştirilerek problem kurulur (Grundmeier, 2015; Vistro-Yu, 2009; Xie ve Masingila, 2017).
Ekleme	Problemin kurgusu değişmeden kalır. Buna karşın, etkinlikteki probleme yeni veri(ler), sınırlılık(lar) veya varsayım(lar) eklenerek genişletilir (Chen vd., 2015, Grundmeier, 2015; Klinshtern vd., 2015; Stickles, 2011; Vistro-Yu, 2009; Xie ve Masingila, 2017).
Birleştirme	En az iki farklı strateji kullanılarak oluşturulan problemleri temsil etmektedir (Stickles, 2011).

Silver vd., (1996) ortaokul matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının bir problemin çözümü öncesi ile çözüm süreci ve sonrasında kurdukları problemlerin niteliklerini karşılaştırmışlardır. Katılımcılara bir bilardo topunun hareketine odaklanan görsel bir resim sunulmuş ve çalışma üç aşamada yürütülmüştür (bk. Şekil 2). Birinci aşamada, katılımcılardan 10 dakikalık sürede problemler yazmaları istenmiştir. Sonrasında etkinliğe yönelik sunulan bir problemin 30 dakikalık sürede çözülmesi ve

varsa ürettikleri problemleri kaydetmeleri istenmiştir. Bu sürecin hemen ardından ise beş dakikalık daha süre tanınmış ve ek problemler yazmaları istenmiştir. Problem çözme sürecinde ve sonrasında problem yazma iç içe geçtiğinden bu sürecin tamamı çözüm sonrası problem kurma olarak değerlendirilmiştir. Araştırmanın sonuçlarına göre, 334 problemin yaklaşık üçte ikisinde “değiştirme” stratejisi ve yaklaşık üçte birinde “yüzeysel değişiklik” stratejisi kullanılmıştır. Araştırmacılar, katılımcıların etkinlikteki problemin matematiksel yapısını anlamada zorlandıklarını ve bu nedenle kurulan problemin analizini gerektirmeyen stratejileri kullandıklarını vurgulamışlardır.

Bilardo masalarını aşağıda gösterilenler gibi düşünün. Masanın sol alt köşesinden (A) 45° açıyla topa vurulduğunu varsayalım. Top masanın bir kenarına çarptığında 45° açıyla sıçramaktadır.

Aşağıda gösterilen örneklerin her birinde, top masanın kenarlarına birkaç kez vurup sonunda köşedeki cebe düşmektedir. Örnek 1’de, top 6x4 masanın kenarlarına 3 vuruş yaptıktan sonra D cebine düşmektedir. Örnek 2’de, top 4x2 masanın kenarına 1 vuruş yaptıktan sonra B cebine düşmektedir.



Örneklere bakın, farklı boyutlarda masalar düşünün ve karşınıza çıkan durumlar ile ilgili aşağıya soru veya problemler yazın.

Şekil 2. Bilardo masası etkinliğinin çözüm öncesi uygulamasına ait yönerge (Silver vd., 1996, s. 297).

Vistro-Yu (2009), yazdığı kitap bölümünde, “basitleştirme” ve “birleştirme” stratejileri hariç Tablo 1’deki diğer stratejilerin tamamını örnekler üzerinden açıklamıştır. Araştırmacı Krulik ve Rudnick (1989) tarafından yazılan şu şekildeki bir probleme yer vermiştir;

“Bir tüccar bir ürünü katalogdaki liste fiyatı üzerinden %25 indirimle almıştır. Tüccar ürüne bir etiket fiyatı belirlemiş ve satış esnasında müşterilere etiket fiyatı üzerinden %20 indirim uygulamıştır. Tüccar bu durumda müşterilerin ürünü aldığı fiyat üzerinden %25 kâr ettiğine göre, etiket fiyatının liste fiyatına oranı nedir?” (s. 190-191)

Bu problemdeki “müşterilerin ürünü aldığı fiyat üzerinden %25 kâr ettiğine” kısmının “müşterilerin ürünü aldığı fiyat üzerinden %20 ile %25 arasında kâr ettiğine” şeklinde değiştirildiği problemi “ekleme” stratejisine örnek olarak göstermiştir. Problemin sonunun “Liste fiyatı üzerinden %X indirim, etiket fiyatı üzerinden %Y indirim ve müşterilerin ürünü aldığı fiyat üzerinden %Z kâr şeklinde verildiğinde etiket

fiyatı ile liste fiyatı arasındaki ilişkiyi genelleştiriniz.” (s.195) şeklinde ifade edildiği problemi ise “yeniden biçimlendirme” stratejisine örnek olarak göstermiştir. Araştırmacı bazı stratejilerin (verilen ve isteneni yer değiştirme ve yeniden biçimlendirme gibi) daha karmaşık problemler oluşturulmasına imkan tanıdığını ve bu tür stratejilerin orijinal problemdeki matematiksel yapının daha derinlemesine analiz edilmesine katkı sunduğunu belirtmiştir.

Stickles (2011) matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarına iki problem (basketbol ve araç park etme problemi) sunmuş ve bunlarla ilişkili farklı problemler kurmalarını istemiştir. Araştırmanın bulgularına göre, katılımcıların basketbol problemine kurdukları 62 problemin 25’inin, araç park etme problemine kurdukları 61 problemin ise 15’inin “problem değil” veya “alıştırma” olduğu tespit edilmiştir. Öğretmen adayları problem biçimlendirirken “basitleştirme”, “bağlamı değiştirme”, “ekleme”, “verilen ve isteneni yer değiştirme” ve “birleştirme” stratejilerini kullanmışlardır. Dağılımlar dikkate alındığında katılımcıların “basitleştirme” ve “bağlamı değiştirme” stratejilerini yaygın şekilde kullandıkları, buna karşın “ekleme”, “verilen ve isteneni yer değiştirme” ve “birleştirme” stratejilerinin kullanımının daha geri planda kaldığı tespit edilmiştir. Araştırmacının “ekleme” stratejisi için yaptığı açıklamalar, bu stratejinin “yeniden biçimlendirme” stratejisiyle kurulan problemleri de kapsadığına işaret etmektedir. “Ekleme” stratejisi kullanılarak oluşturulan problemler tekrar analiz edilmediği için makale “yeniden biçimlendirme” stratejisinin kullanımı hakkında sessiz kalmaktadır. Araştırmacı, katılımcıların problem kurma performanslarındaki düşüklüğün problem kurma deneyimi ve matematiksel bilgi eksikliğinden kaynaklanabileceğini vurgulamıştır.

Grundmeier (2015), matematik öğretmen adayları için problem kurmayı veri analizi, olasılık, soyut cebir, cebirsel düşünme ve problem çözmeyi içeren matematik alan dersine entegre eden bir öğretimsel deneyim tasarlamıştır. Çalışmada problem biçimlendirme etkinliklerine de yer verilmiştir. Araştırmacı, problem biçimlendirme stratejilerini yüzeysel (yüzeysel değişiklik ve değiştirme) ve yapısal (verilen ve isteneni yer değiştirme, bağlamı değiştirme ve yeniden biçimlendirme) stratejiler olmak üzere iki başlıkta sınıflandırmıştır. Araştırmanın bulgularına göre, başlangıçta katılımcıların kullandıkları stratejilerin %78’inin yüzeysel, %22’sinin ise yapısal olduğu belirlenmiştir. Çalışmanın sonunda ise yüzeysel stratejilerin oranı %66’ya düşmüş, yapısal stratejilerin oranı ise %34’e yükselmiştir. Araştırmacı, yüzeysel stratejilerin problem üzerinde basit

değişiklikler yapılmasını (problemdeki sayıları değiştirme gibi) veya benzer veriler eklenmesini gerektirmesi nedeniyle bilişsel yönden zorluk taşımadığını vurgulamıştır. Buna karşın, yapısal stratejilerin ise daha derinlemesine matematiksel anlama ve yaratıcı düşünme becerisinin kullanımını gerektirdiğine işaret etmiştir.

Klinshtern vd., (2015) matematik öğretmenlerinin problem kurmayı nasıl algıladıklarını ve derslerinde hangi amaçlarla problemler kurduklarını araştırmışlardır. Öğretmenlerin problem kurmayı rutin problem kurma (kozmetik değişiklik) ve yaratıcı problem kurma (fikirleri birleştirme ve hikâyeyi değiştirme) şeklinde algıladıklarını tespit etmişlerdir. Kozmetik değişiklik kategorisindeki problemler, Tablo 1'deki “yüzeysel değişiklik” stratejisiyle kurulan problemlere işaret etmektedir. Bu yönüyle bu strateji rutin problem kurma olarak değerlendirilmiştir. Fikirleri birleştirme ve hikâyeyi değiştirme kategorilerindeki problemler ise sırasıyla Tablo 1'deki “ekleme” ve “bağlamı değiştirme” stratejileriyle kurulan problemlere işaret etmektedir. Bu yönüyle araştırmacıların “ekleme” ve “bağlamı değiştirme” stratejilerini yaratıcı düşünme becerisi gerektiren stratejiler olarak değerlendirdikleri anlaşılmaktadır.

Diğer bazı araştırmalarda ise (Chen vd., 2015; Xie ve Masingila, 2017), katılımcılara strateji türleri tanıtılmakta ve bu stratejilere uygun problemler kurmaları istenmektedir. Örneğin, Chen vd., (2015), beşinci sınıf öğrencileriyle yürüttüğü problem kurma öğretiminde problem biçimlendirme aktivitelerine de yer vermiştir. Öğrencilere “Kısa kenarı 2 m uzun kenarı 3 m olan dikdörtgenin alanını hesaplayınız” (s. 314) şeklinde bir problem sunmuş ve “verilen ve isteneni yer değiştirme” ile “ekleme” stratejilerini kullanarak problemler kurmalarını istemiştir. Araştırmanın bulgularına göre, öğretimin öğrencilerin problem kurma ve çözme performansları üzerinde olumlu etkisinin olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca araştırmacılar öğrencilerin, çoğunlukla kolay ve geçmiş deneyimlerinde var olan problemleri kurma eğiliminde olduklarını, bu nedenle orijinal ve karmaşık problemler kurmada düşük performans sergilediklerine işaret etmişlerdir.

Xie ve Masingila (2017) ise, sınıf öğretmeni adaylarının problem kurma ve çözmedeki bilişsel süreçlerini incelediği çalışmasında problem biçimlendirme etkinliklerine de yer vermişlerdir (Yetişkin kişilerin kendi dairelerine sahip olduğu bir yaşam kompleksinde erkeklerin 2/3'ü kadınların 3/5'i ile evlidir. Bu komplekste yaşayan kişilerin ne kadarı evlidir?, s. 116). Araştırmacıların yaptıkları açıklamalar dikkate alındığında, adaylardan “basitleştirme”, “ekleme” ve “değiştirme” stratejilerini

kullanarak problemler kurmasını istediği anlaşılmaktadır. Buna karşın, kurulan problemlerin strateji türlerine göre sınıflandırılmasına ise yer verilmemiştir.

Problem biçimlendirme etkinliklerine yer verilen yukarıda açıklanan çalışmalar birçok sınırlılığa sahiptir. Birincisi, bu çalışmalar doğrudan problem biçimlendirme etkinliklerine odaklanmamaktadır. Çalışmalarda farklı problem kurma etkinliklerinden birisi olarak bu tür etkinliklere yer verilmektedir. Dolayısıyla, problemden hareketle ne tür problemler kurulacağı çalışmaların odak noktasını oluşturmamaktadır. İkincisi, çalışmalarda (Chen vd., 2015; Xie ve Masingila, 2017) katılımcılara problem biçimlendirme stratejileri sunulmakta ve bu stratejilere uygun problemler kurmaları istenmektedir. Dolayısıyla bu araştırmalardan katılımcıların problemi biçimlendirmedeki anlayışlarının genişliği hakkında bilgi edinilememektedir. Üçüncüsü, bu çalışmalar katılımcıların problemi biçimlendirmedeki bilişsel süreçleri üzerine (problem kurmaya nasıl başlandığı, problemler kurarken hangi faktörlerin dikkate alındığı ve problem kurma stratejilerine yer verilmemesinin nedenleri gibi) odaklanmamaktadır. Örneğin, yukarıda açıklanan çalışmalar katılımcıların “yüzeysel değişiklik”, “bağlamı değiştirme” ve “değiştirme” stratejilerini yaygın şekilde kullandıklarına işaret etmektedir. Buna karşın, diğer problem biçimlendirme stratejilerine yer verilmemesinin nedenleri hakkında veri sunmamaktadır. Bu nedenle, katılımcıların problemi biçimlendirmedeki bilişsel süreçleri hala araştırılması gereken bir durum olarak beklemektedir.

1.6.3. Problem Kurma Performansını Etkileyen Faktörler

Problem çözme artık matematik eğitiminde ortaya çıkan ve sonra unutilan birçok akımdan sadece bir diğeri olmayıp, okul hayatında ve sonrasında gerçek yaşamda gerekli olan matematik programlarının önemli bir parçası olarak kabul edilmiştir (Posamentier ve Krulik, 2016). Problem çözme matematik eğitimi araştırmalarında vurgulanan önemli becerilerden birisidir. Bunun yanında birçok öğretim dokümanında da (MEB, 2018; NCTM, 2000) problem çözme öğrenme aktivitelerinin merkezinde yer almaktadır.

Problem çözme becerisine matematik eğitimi araştırmalarında veya öğretim dokümanlarında sıklıkla vurgu yapılsa da nasıl bir problem çözme becerisinin geliştirilmesinin arzulandığı açık bir şekilde anlaşılamamaktadır. Son yıllarda problem çözme becerisi ile vurgulanan durumun belirlenmesi için yaygın şekilde problemin

tanımına başvurulmaktadır. Problemin yaygın şekilde yapılan bir tanımını Krulik ve Rudnick (1989) şu şekilde ifade etmiştir;

“Problem, bir kişi veya grubun karşılaştığı fakat çözüme giden belirgin yolların bilinmediği nicel veya farklı bir şekilde çözüm gerektiren bir durumdur.” (s. 3)

Bu tanıma göre Krulik ve Rudnick (1989) problem çözmeyi kişinin önceki bilgi, beceri ve anlayışlarını kullanarak çözümü gerçekleştirdiği bir süreç olarak tanımlamıştır. Bu yaklaşıma göre problem çözme basitçe amaca ulaşma olarak tanımlanmaktadır. Fakat bu yaklaşım öğrencilere problemlerin çözümlerinin nasıl öğretileceğine ya da problem çözme yoluyla/için öğretimde ihtiyaç duyulan yeterliklerin tanımlanmasında yardımcı olmamaktadır (Lester, 2013). Bu kapsamda Lester (2013) problem çözmenin öğretim sürecine dahil edilecek şekilde daha yararlı tanımını şu şekilde vermiştir; “Problem çözme, bir bireyin (ya da grubun) bilgi ve beceri gerektiren ve bir kısmı ise rutin olmayan çeşitli bilişsel eylemlerle meşgul olmasını amaçlayan aktivitedir” (s. 248). Lester (2013) bu bilişsel eylemlerin birçok bilişsel olmayan faktörden de etkilenebileceğini ifade etmiştir. Bu kapsamda farklı araştırmacıların (Lester ve Kehle, 2003; Schoenfeld, 1985) problem çözme üzerine yaptıkları açıklamalar, problem çözmedeki başarı ve başarısızlığın etkilendiği faktörleri açıklamaya ışık tutmaktadır.

Lester ve Kehle (2003) başarılı bir problem çözmenin içeriğine yönelik yaptığı açıklamalar şu şekildedir;

“Başarılı problem çözme önceki deneyimlerin, bilginin, bilindik temsillerin, çıkarım ilişkilerinin ve orijinal problem çözme aktivitesini yönlendiren gerilim ile belirsizliği (anlamli temsiller ve çıkarımsal faaliyetleri destekleme eksikliği) çözen yeni temsiller ve ilişkili çıkarım modelleri oluşturma çabasındaki sezgiyi koordine etmeyi gerektirir” (s. 510).

Problem çözme üzerine yapılan bu açıklamalar, problem çözme başarısının önemli temel bileşenleri hakkında fikir sunmaktadır. Lester (2013) bu tanıma göre problem çözme başarısının gerektirdiği bileşenleri şu şekilde ifade etmiştir; geçmiş deneyim (previous experience), bilgi (knowledge), bilindik temsiller (familiar representations) çıkarım modelleri (patterns of inference) ve sezgi (intuition). Başarılı bir problem çözücü; problemin nasıl çözüleceğini öğrenmeye yönelik çok sayıda deneyime, güçlü alan bilgisine, farklı temsillerin kullanımında yeterliliğe, çıkarım modellerini nasıl tanıyacağı ve yapılandıracağına yönelik sağlam bir kavrayışa ve sezgiselliğe sahip olmalıdır (Lester, 2013). Sonuç olarak bu açıklamalar, problem çözme başarısının önceki deneyimlerden,

matematiksel alan bilgisinden, temsil bilgisinden, muhakeme yaklaşımlarından ve sezgilerden etkilendiğini ortaya koymaktadır.

Schoenfeld (1985) ise bütün problem çözme alanlarında ve özellikle matematik alanında çözüm sırasında problem çözücülerin yaşadıkları başarı veya başarısızlıklarının nedenlerine yönelik dört kategoriden oluşan bir teori ortaya atmıştır; kaynaklar (resources), stratejiler (heuristics), kontrol (control) ve inançlar (beliefs). Schoenfeld (1985) kaynaklar kategorisini, kişinin sahip olduğu ve problemin çözümüne taşıdığı matematiksel bilgi olarak ifade etmiştir. Bu yönüyle bu kategori problem çözümünün üzerine inşa edildiği işlemsel ve kavramsal bilginin tamamına işaret etmektedir. Stratejiler kategorisini problemin çözümünde ilerleme kat edilmesine imkan tanıyan strateji ve teknikler bilgisi olarak tanımlamıştır (şekil çizme, ilişkili problemlerden faydalanma, problemi yeniden biçimlendirme; geriye doğru çalışma, prosedürleri test etme ve doğrulama gibi). Kontrol kategorisini, stratejiler ve kaynakların uygulanması ve seçimine yönelik genel kararları yansıtmaktadır (planlama, izleme ve değerlendirme, karar verme, bilinçle ilgili üstbilişsel farkındalık gibi). Son olarak inançlar kategorisini ise bireyin davranışları üzerinde belirleyici olan kişinin matematiksel dünya görüşü olarak tanımlamıştır.

Bu araştırmalar (Lester, 2013; Lester ve Kehle, 2003; Schoenfeld, 1985) problem çözme becerisini etkileyen birçok faktörün olduğunu ortaya koymaktadır. Ayrıca problem çözme performansının sadece matematiksel alan bilgisinden değil, bunun yanında geçmiş deneyim, inançlar, üstbilişsel beceriler ve problem çözme strateji ve teknik bilgisi gibi birçok durumdan etkilendiğini ortaya koymaktadır. Problem kurma, problem çözme sürecinin her aşamasında yer almaktadır (Kilpatrick, 1987; Silver, 1994). Dolayısıyla problem çözme becerisini etkileyen faktörlere yönelik teorik şemalar, problem kurma becerilerinin açıklanmasına da alt yapı oluşturabilecektir. Bu kapsamda bundan sonraki kısımda problem kurma performansını etkileyen faktörlere yönelik yapılan literatür taraması sonucunda elde edilen sonuçlar bu kategoriler dikkate alınarak tasnif edilip sunulmuştur.

1.6.3.1. Matematiksel Alan Bilgisi ve Problem Kurma Performansı İlişkisi

Matematiksel alan bilgisi ve bu bilginin nasıl kullanıldığı problem çözme performansı üzerinde etkili olduğu gibi problem kurma performansı (matematiksel geçerliği, karmaşıklığı veya orijinallığı) üzerinde de etkili olan önemli bir faktördür (Ma, 2010; Van Harpen ve Presmeg, 2013; Van Harpen ve Sriraman, 2013). Leung ve Silver (1997) problem kurma sürecinde alan bilgisinin misyonunu üç maddeyle özetlemiştir; i. Etkinliğe gömülü olan olgular ve ilişkilerin farkında olunması, ii. Etkinliğe ait durumun matematikleştirilmesi ve iii. Kişinin matematiksel durumu bir problem şeklinde sunabilmesi. Lee, Capraro ve Capraro (2018) problem kurmaya yönelik alan ve pedagojik alan bilgisini araştırdıkları çalışmalarında ortaokul matematik öğretmenlerinin öğretim deneyimlerine dayanarak problem kurma yeterliğinin matematik yeterliği ile güçlü ilişki içerisinde olduğunu ve matematiksel kavramlar ile ilişkilere yönelik anlayış olmadan problem kurmanın yürütülemeyeceğine inandıklarını vurgulamışlardır. Palmer ve Van Bommel (2020) ise her ne kadar etkinliklerdeki matematiksel yapıyı geliştiren problemler oluşturulmasa da, problem kurma sürecinin etkinlikteki matematiksel içeriğin kullanılmasını ve değerlendirilmesini gerektirdiğini vurgulamışlardır. Böylece alan bilgisinin problem kurma üzerine etkisi yanında, problem kurma faaliyetlerinin alan bilgisinin gelişimine de etkisine işaret etmiştir.

Problem kurma performansına farklı anlamlar yüklenmektedir. Birincisi, yazılan problemlerin matematiksel hatalar içermemesi beklenmektedir. Dolayısıyla problem kurma performansından bahsedildiğinde araştırmalarda matematiksel olarak geçerli problemler yazılması kastedilmektedir (English, 1998; Işık ve Kar, 2012; McAllister ve Beaver, 2012). İkincisi, yaratıcı düşünme becerisini araştıran çalışmalarda ise (Leung ve Silver, 1997; Silver ve Cai, 2005; Van Harpen ve Sriraman, 2013) matematiksel geçerlik yanında farklı ve ilginç problemler yazılması da istenmektedir. Örneğin, Leung ve Silver (1997) sınıf öğretmeni adaylarının aritmetiksel problem kurma performanslarının matematiksel alan bilgisiyle ve etkinliklerin sayısal bilgi içerip içermemesiyle olan ilişkisini araştırdığı çalışmasında etkinliğin yönergesinde “Farklı güçlük düzeylerinde problemler yazınız. Aynı türden çok sayıda problem yazmak yerine farklı türde problemler yazınız. Arkadaşlarınızın yazamayacağını düşündüğünüz ilginç problemler yazınız” (s. 8) şeklinde açıklamalara yer vermişlerdir. Üçüncüsü, bazı araştırmalarda ise doğrudan katılımcılardan zor problemler yazmaları istenmektedir (Leung ve Silver, 1997;

Silber ve Cai, 2017). Matematiksel olarak bir problemin zorluğu, çözümünde gerektirdiği bilişsel taleplerle ilişkilendirilmekte ve bu bağlamda çözümü daha zor olan problemler daha karmaşık olarak değerlendirilmektedir (Lee ve Heyworth, 2000). Böylece karmaşıklık, yazılan problemlerin önemli özelliklerinden birisi olup, öğrencilerin matematiksel kavrayışları ve bilişsel süreçlerini yansıtmaktadır (Kwek, 2015). Örneğin, Silber ve Cai (2017) etkinlik formatının (serbest ve yarı-yapılandırılmış problem kurma etkinlikleri) öğretmen adaylarının yazdıkları problemlerin semantik karmaşıklığı üzerindeki etkisini araştırmışlardır. Araştırmacılar kullandıkları etkinliklerin yönergelerinde “açık-uçlu hikâyede verilen bilgiden hareketle çözülebilecek olan üç zor problem kurunuz” (s. 168) gibi açıklamalara yer vermişlerdir.

Sonuç olarak matematiksel hata içermeyen, yaratıcı ve bilişsel olarak zor problemler yazılması güçlü bir matematiksel alan bilgisinin gerekliliğine işaret etmektedir. Çünkü bu tür problemler yazılabilmesi için problemi kuran kişilerin etkinlikte yer alan kavramları ve prosedürleri anlaması, problem eklenecek yeni matematiksel kavramları tespit etmesi ve etkinlikteki içerikle ilişkilendirilmesi gerektirmektedir. Bu yönüyle sadece problem kurma etkinliğinde yer alan matematiksel içeriğin bilinmesi problem kurma performansı için yeterli olmayacaktır. Bunun yanında farklı matematiksel kavramlara yönelik güçlü bir alan bilgisi ve bu kavramları ilişkilendirme becerisi gerekmektedir.

Alan bilgisi ile problem kurma performansını araştıran çalışmalar incelendiğinde özellikle 1980’lerin ikinci yarısı ve 1990’lı yıllardaki çalışmalarda istatistiksel yaklaşımlar benimsenmektedir. Bu tür araştırmalarda hazırlanan testler üzerinden bu iki değişken arasındaki ilişkinin belirlenmeye çalışıldığı veya alan bilgisi performansına göre gruplara ayrılan katılımcıların problem kurma performanslarının karşılaştırıldığı görülmektedir. Örneğin, Ellerton (1986) farklı muhakeme becerileri gerektiren beş soruya dayalı olarak seçilen matematiksel olarak yüksek ve düşük başarılı öğrenci gruplarından arkadaşları için çözümü zor olan bir problem yazmalarını ve aynı zamanda bu problemi çözmelerini istemiştir. Beş sorunun tamamını yapanlar matematiksel olarak yüksek başarılı grup, tamamını yanlış yapanlar ise düşük başarılı grup olarak belirlenmiştir. Araştırmanın bulgularına göre başarılı grubun yazdığı problemlerin daha üst düzey hesaplama becerisi, daha fazla işlem ve kesir, ondalık gösterim ve üslü ifadeler gibi daha üst karmaşık sayı sistemleri gerektirdiği tespit edilmiştir. Örneğin başarılı gruptaki bir öğrenci $\frac{27}{28} \times \frac{7}{9} \div 3 \frac{3}{9} \times \frac{2}{6} \times \frac{5}{6} = ?$ sorusunu yazmışken, düşük başarılı gruptaki

bir öğrenci ise $889 - 499 = ?$ sorusunu yazmıştır. Araştırmanın diğer bir sonucuna göre, ise başarılı öğrencilerin yazdıkları problemlerin çözümlerini bildikleri, buna karşın düşük başarılı öğrencilerin ise çözüme nasıl başlayacaklarını bilmedikleri belirlenmiştir. Bu kapsamda başarılı öğrencilerin yazmış oldukları kesir işlemleri içeren sorularda çözümünde sadeleştirmenin kullanımına imkan tanıyan kesir sayıları kullandıkları görülmüştür.

Leung ve Silver (1997) sınıf öğretmeni adaylarının aritmetiksel problem kurma performansları ile alan bilgisi ve yaratıcılık ilişkisini araştırmışlardır. Araştırmada aritmetiksel problem kurma testi, Torrance yaratıcı düşünme testi ve matematiksel bilgi testi kullanılmıştır. Problem kurma testinde sayısal veri içeren ve içermeyen paralel formda hazırlanmış açık-uçlu sözel hikâyelere yer verilmiştir. Alan bilgi testinde sayıların karşılaştırılması ve sıralanmasını, ölçme, oran ve yüzde konuları ile tümdengelimsel muhakemenin kullanımını gerektiren sorulara yer verilmiştir. Öğretmen adaylarının kurdukları problemler matematiksel geçerliği (Çözümü için yeterli veri içeren ve veriler arasında mantıksal tutarsızlıkların bulunmadığı problemler) yanında aritmetiksel karmaşıklıklarına (içerdiği işlem sayısına göre tek adımlı veya çok adımlı olması) göre de analiz edilmiştir. Araştırmada adaylar alan bilgisi testinden aldıkları puanlara göre üç gruba-yüksek, orta ve düşük başarılı- ayrılmıştır. Bu kapsamda yüksek ve düşük başarılı grupların problem kurma performansları karşılaştırılmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre yüksek başarılı grubun düşük başarılı gruba göre daha fazla sayıda matematik problemi yazdığı, problemlerinin daha büyük bir kısmının çözülebilir ve çok adımlı problemler olduğu tespit edilmiştir. Araştırmacılar bu sonuçların nedeni olarak yüksek başarılı öğrencilerin problem kurma etkinliklerinin ve kurdukları problemlerin matematiksel yapısını daha iyi algılamalarını göstermiştir. Çünkü matematiksel yapının daha derinlemesine analiz edilmesi, veriler arasında mantıksal tutarsızlıklar içeren, eksik verili veya cevabı olmayan problemlerden kaçınılması noktasında adaylara katkıda bulunmuştur.

Van Harpen ve Presmeg (2013) Çinli ve Amerikalı lise öğrencilerinin problem kurma performansları ile matematiksel alan bilgisi arasındaki ilişkiyi araştırmışlardır. Öğrencilere matematiksel problem kurma testi ve matematiksel alan bilgisi testi birlikte uygulanmıştır. Problem kurma testinde, açık-uçlu etkinliklere yer verilmiştir (her zil çalınışında belli sayıda misafir gelişini temsil eden örüntü etkinliği veya iç teğet çemberi çizilmiş bir üçgen temsili). Matematiksel alan bilgisi testi için ise Amerika Birleşik

Devletler’inde National Assessment of Educational Progress (NAEP) tarafından 12. Sınıf öğrencilerin matematiksel bilgisini ölçmek amacıyla hazırlanan test kullanılmıştır. Öğrencilerin kurdukları problemler öncelikle matematiksel geçerliğine göre (çözülebilir ve matematiksel bir problem olması), sonrasında matematiksel yönden geçerli problemler ise akıcılık, esneklik ve orijinallik kategorilerine göre analiz edilmiştir. Araştırmanın bulgularına göre matematiksel alan bilgisi ile problem kurma performansı arasında istatistiksel olarak anlamlı ilişki sadece Amerikalı öğrencilerde tespit edilmiştir. Yapılan görüşmelerde Çinli öğrenciler örüntü konusunu yakın zamanda öğrendikleri için bu tür bir problem kurma etkinliğini daha kolay bulmuşlardır. Ayrıca Çin ders kitaplarının yardımcı şekiller yönünden daha zengin olması nedeniyle Şangay ve Jizahou’lu öğrenciler görsel olarak sunulan iç teğet çemberi çizilmiş üçgen etkinliğinde daha fazla problem kurmuşlardır. Araştırmacılar, bu sonuçlara göre, matematiksel alan bilgisinin kurulan problemlerde yer verilen matematiksel içeriğin çeşitliliği üzerinde etkili olduğunu vurgulamışlardır.

Bunun yanında son yirmi yıl içerisindeki çalışmalarda (Işık ve Kar, 2012; Kar, 2016; Koichu, Harel ve Manaster, 2013; Luo, 2009; Ma, 2010; Van Harpen ve Sriraman, 2013) ise ağırlıklı olarak kurulan problemlerdeki matematiksel hatalar veya problemlerde yer verilen matematiksel kavramlar incelenerek katılımcıların alan bilgisi sorgulanmaktadır. Bu tür araştırmalar alan bilgisinin problem kurma performansı üzerindeki etkisini doğrudan araştırmak yerine, problem kurmanın değerlendirme aracı olması durumundan hareketle alan bilgisi ile ilişki kurmaktadır.

Ma (2010) Çinli ve Amerikalı sınıf öğretmenlerinin alan ve öğretim bilgisini kesirlerle bölme işlemi üzerinden araştırmıştır. Araştırmacı çalışmasında öğretmenlere $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} = ?$ işlemini sunmuş ve bu işlemi öğrenciler için anlamlı hale getirmek için ne tür sözel problemler ve modeller oluşturabileceklerini açıklamalarını istemiştir. Amerikalı 23 öğretmenin sadece 21’i bu bölme işlemi prosedürünü yürütmeyi denemiştir. Bu 21 öğretmenin yalnızca %43’ü (9 öğretmen) algoritmayı doğru şekilde yürütmüş ve cevabı elde edebilmiştir. Buna karşın diğer öğretmenlerin bir kısmını kuralı bilmesine karşın cevabı elde edemedikleri, prosedürün doğruluğundan emin olmadıkları bu nedenle tamamlayamadıkları veya yanlış stratejiler kullandıkları belirlenmiştir. Örneğin bir öğretmenin açıklamaları şu şekildedir; “İlk olarak yapılması gereken bu kesirleri senkronize etmektir. $1\frac{3}{4}$ kesrini bileşik kesre çevirmek için 1 ile 4’ü çarpıp sonra

toplamalısın. Yani 4 eklenir ve $\frac{7}{4}$ olur. Bununla aynı yapmak için $\frac{2}{4}$ ile bölünür. Sonrasında sadece çapraz çarpma yapacaksın [birinci kesrin payı ile diğer kesrin paydasını ve birinci kesrin paydası ile diğer kesrin payının çarpımı]. $\frac{28}{8}$ cevabını elde edersin” (s. 48). Bu yönüyle öğretmenlerin kesirlerle bölme işlemine yönelik kavramsal ve işlemsel anlayışlarının yetersiz olduğuna işaret etmiştir. Bu öğretmenlerin yazdıkları sözel problemler incelendiğinde ise altısı hikâye oluşturamamışken, 16'sının yazdığı problemlerde hatalar tespit edilmiştir ($1/2$ yerine 2'ye bölme, $1/2$ ile bölmek yerine $1/2$ ile çarpma gibi). Sadece bir öğretmen kavramsal olarak doğru fakat pedagojik açıdan sunumu sorunlu olarak değerlendirilen bir yanıt vermiştir. Bazı öğretmenler pasta veya pizza gibi kesir kavramını temsil etmek için uygun bağlamlar belirlemesine karşın, bölenin kesir sayısı olmasının anlamını hikâyeye yansıtamamışlardır. Bu bulgulardan hareketle araştırmacı öğretmenlerin kesirlerle bölme işleminin anlamına yönelik bilgisindeki eksikliğin, sözel hikâyelerinde uygun bağlamlar seçmeleri ve bu bağlamlar içerisinde kesir sayılarına anlamlar yüklemelerine engel teşkil ettiğini ifade etmiştir.

Kar (2016) ise ortaokul matematik öğretmeni adaylarının lineer grafiklere yönelik günlük yaşamla ilişkili problem kurma performanslarını araştırmıştır. Araştırmanın bulgularına göre öğretmen adaylarının yazdıkları problemlerde lineerliği karşılayamama, sözel hikâyelerin bağlamlarının uygun olmaması, problemdeki veriler arasında mantıksal tutarsızlıkların yer alması, grafiğin başlangıç noktasını sözel hikâyede ifade edilememesi gibi hatalar sergiledikleri tespit edilmiştir. Araştırmanın diğer bir bulgusuna göre her bir etkinlikte kurulan problemlerin %36'sından daha azının günlük yaşam durumlarıyla ilişkilendirilmiş ve çözümlerinde verilen grafiklerin oluşturulabildiği kavramsal yönden geçerli problemler olduğu belirlenmiştir. Araştırmacı düşük problem kurma performansının temel nedenleri olarak alan bilgisi, problem kurma deneyimi ve dil becerisindeki eksiklikleri göstermiştir.

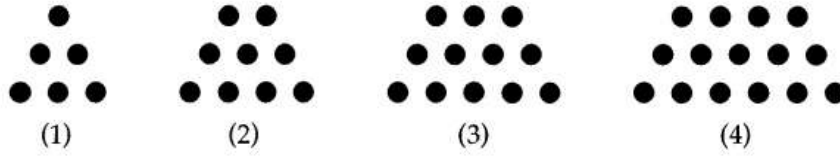
1.6.3.2. Problem Çözme ve Kurma İlişkisi

Problem kurma performansını etkileyen önemli faktörlerden bir diğeri problem çözmedir. Araştırmalar problem çözme ve kurma arasında güçlü bir ilişkinin olduğunu ve her ikisinin birbirini etkilediğini ortaya koymaktadır (Cifarelli ve Sevim, 2015; Kapur, 2018; Xie ve Masingila, 2017). Bunun yanında bazı araştırmacılar (Kilpatrick, 1987; Silver, 1994) problem kurmanın, problem çözmenin her aşamasında yer aldığını

vurgulayarak problem kurma ve çözme arasındaki güçlü ilişkiye işaret etmektedirler. Örneğin, Kilpatrick (1987) problem çözmeyi, çözülmesi amaçlanan problemin tekrar tekrar biçimlendirilerek cevaba ulaşılması şeklinde tanımlayarak çözüm sürecinde problem kurmaya vurgu yapmıştır.

Problem kurma ve çözme ilişkisini yönelik çalışmalar özellikle 1990 ve 2000’li yıllarda yaygın olarak nicel yaklaşımları benimsemiştir. Bu kapsamda hazırlanan testler üzerinden problem kurma ve çözme arasındaki ilişkinin varlığı araştırılmıştır. Cai (1998) araştırmasında Çinli ve Amerikalı altıncı sınıf öğrencilerinin problem kurma ve problem çözme performanslarını incelemiş ve aynı zamanda bu değişkenler arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Çalışmada farklı etkinliklerin yanında problem kurma ve problem çözme performansları arasındaki ilişkiyi incelemek için paralel hazırlanmış iki etkinlik de sunulmuştur. Problem kurma etkinliğinde sabit genişleyen (matematiksel yapısı 6, 9, 12,... şeklindedir) şekil örüntüsü sunulmuştur (bk. Şekil 3). Öğrencilerden bu etkinliğe ilişkin problem kurmaları istenmiştir. Kurulan problemler genişletilmiş (extension problems), genişletilmemiş problem (non-extension problems) ve diğer olarak sınıflandırılmıştır. Genişletilmiş problemler etkinlikte sunulan ilk dört şeklin ötesindeki durumları sorgulayan problemler olarak belirlenmiştir. Genişletilmemiş problemler ise mevcut şekillere yönelik sorulan soruları kapsamaktadır. Bu iki yapı içerisinde problemler ise belirli bir şekli (factual), karşılaştırmayı (comparative) veya kuralı sorması (rule-based) durumlarına göre tekrar sınıflandırılmıştır. Problem çözme etkinliğinde ise beş ve yedinci şeklin çizilmesi ve yedinci şeklin nasıl belirlendiğinin açıklanması istenmiştir. Çözümler şekillerin doğru olması, çizim stratejileri ve çizim hatalarına göre incelenmiştir. Araştırmanın bulgularına göre Çinli ve Amerikalı öğrenciler genişletilmiş en az bir problem kuranlar ve genişletilmiş problemler kuramayanlar olarak iki gruba ayrılmışlardır. Bu kapsamda genişletilmiş problemler kuran her iki ülkenin öğrencileri diğer gruba göre beş ve yedinci şekli çizme ve neden bu şeklin çizileceğini açıklamada istatistiksel olarak daha yüksek performans sergilemişlerdir. Neredeyse hep genişletilmiş problem kuran öğrencilerin tamamı 5. ve 7. şekillerin çizimini tam doğru yapmıştır. Genişletilmiş problem kuran öğrencilerin problem çözme becerilerinin daha yüksek olmasının temel sebeplerinden birisi problem kurarken bunlara odaklanmaları nedeniyle çözümde de bu yaklaşımları sergilemeleridir. Başka bir ifadeyle problem kurarken örüntü üzerinde daha derinlemesine analizler yapılması çözme sürecine de katkıda bulunmuştur. Araştırmanın diğer bir sonucuna göre örüntünün terimlerinin çiziminde kullanılan strateji

türünün kurulan problemlerin niteliği üzerinde etkili olduğu tespit edilmiştir. Örneğin, bazı Çinli ve Amerikalı öğrenciler her bir terimdeki toplam nokta sayısını dikkate alarak sonraki şeklin nasıl çizileceğini belirlemişlerdir (Öğrenciler her bir şeklin yapısından bahsetmeden birinci şekil 6, ikinci şekil 9, üçüncü şekil 12, dördüncü şekil 15 nokta, vb. içerdiğinden yedinci şekilde 24 nokta olacaktır gibi açıklamalar yapmaktadırlar). Her bir gruptaki öğrencilerin yaklaşık %85'inin "10. Şekilde kaç nokta vardır?" (s. 47) gibi sorulara yer verdikleri tespit edilmiştir.



Şekil 3. Problem kurma ve çözmede kullanılan görsel temsil (s.40).

Cai ve Hwang (2002) Çinli ve Amerikalı altıncı sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme, problem kurmadaki yaratıcı düşünme becerilerini ve problem çözme ve kurma performansları arasındaki ilişkiyi araştırmışlardır. Öğrencilere paralel olarak hazırlanmış üç problem kurma ve çözme etkinlikleri sunulmuştur. Problem kurma etkinliklerinde öğrencilerden kolay, orta güçlükte ve zor birer problem kurmaları; problem çözme etkinliğinde ise şekillerin çiziminden her bir terimdeki nesne sayısının hesaplanmasına yönelik bir dizi soruya yer verilmiştir (bk. Şekil 4). Problem çözme etkinliklerine verilen yanıtlar doğruluğuna, çözümde kullanılan temsil biçimine (sözel, aritmetiksel veya görsel temsiller gibi) ve çözüm stratejisi türüne göre analiz edilmiştir. Problem kurma etkinliklerine verilen yanıtlar ise öncelikle örüntüde sunulan şekillere yönelik problem yazılıp yazılmadığına göre analiz edilmiş, daha sonra ise problemlerin sordukları durumlara göre (bir terimdeki nokta sayısını sorma, terimlerdeki nokta sayılarını karşılaştırma veya şekil çizme gibi) analiz edilmiştir. Araştırmanın sonuçlarına göre Çinli öğrencilerin daha fazla soyut stratejileri ve sembolik temsilleri, Amerikalı öğrencilerin ise somut stratejileri (deneme-yanılma, liste yapma veya şekil çizme gibi) ve görsel temsilleri daha fazla tercih etme eğiliminde oldukları belirlenmiştir. Araştırmanın diğer bir bulgusuna göre genelleme de soyut stratejiler kullanan öğrencilerin problem çözme performansların daha yüksek olduğu tespit edilmiştir. Problem kurma etkinliklerinde ise her bir sıradaki problemde verilen toplam yanıtların yaklaşık yarısından fazlası

örüntülerle ilişkili olmayan veya sadece örüntüde sunulan şekillere yönelik sorular olduğu belirlenmiştir. En az iki genişletilmiş problem yazan Çinli öğrencilerin yazmayanlara göre problem çözme performanslarının daha yüksek olduğu tespit edilmiştir. Buna karşın bu ilişkinin Amerikalı öğrenciler için daha zayıf olduğu tespit edilmiştir.

Noktalar Problem-Çözme

Aşağıdaki şekillere bakınız.



Şekil 1



Şekil 2



Şekil 3

1. Dördüncü şekli çiziniz.
2. Altıncı şekilde kaç tane siyah nokta vardır? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
3. Altıncı şekilde kaç tane beyaz nokta vardır? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
4. Şekil 1'de 8 beyaz nokta Şekil 3'de 16 tane beyaz nokta vardır. Eğer şekilde 44 tane beyaz nokta olsaydı, bu kaçinci şekil olurdu? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Noktalar Problem-Kurma

Bay Miller aşağıdaki örüntüde gösterildiği gibi birbirini takip eden şekiller çizmiştir.



Şekil 1



Şekil 2



Şekil 3

Öğrencilerinden ödevleri için yukarıdaki duruma göre üç problem kurmalarını istemiştir: bir kolay problem, bir orta güçlükte problem ve bir zor problem. Bu problemler verilen durumdaki bilgiler kullanılarak çözülmelidir. Bay Miller'in üç problemi kurmasına yardım edin ve problemleri aşağıdaki boşluklara yazın.

Kolay problem
Orta güçlükte problem
Zor problem

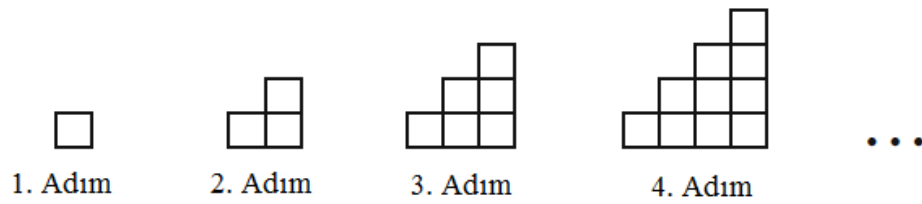
Şekil 4. Örnek problem kurma ve çözme etkinlikleri (s.405).

Silver vd., (1996) ortaokul matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının bir problemin çözümü öncesi ile çözüm süreci ve sonrasında kurdukları problemlerin niteliklerini karşılaştırmışlardır. Katılımcılara bir bilardo topunun hareketine odaklanan görsel bir resim sunulmuş ve çalışma üç aşamada yürütülmüştür (bk. Şekil 2). Birinci aşamada katılımcılardan 10 dakikalık sürede problemler yazmaları istenmiştir. Sonrasında etkinliğe yönelik sunulan bir problemin 30 dakikalık sürede çözülmesi ve varsa ürettikleri problemleri kaydetmeleri istenmiştir. Bu sürecin hemen ardından ise beş dakikalık daha süre tanınmış ve ek problemler yazmaları istenmiştir. Problem çözme

sürecinde ve sonrasında problem yazma iç içe geçtiğinden bu sürecin tamamı çözüm sonrası problem kurma olarak değerlendirilmiştir. Araştırmanın bulgularına göre katılımcıların büyük bir çoğunluğu topun hareketi veya varış noktasını sormaya yönelik problemler oluşturmuşlardır (“Eğer tablonun boyutları 2 arttırılmış olsaydı, kenarlara vurma sayısı iki artacak mıydı?” ya da “Eğer topun harekete başladığı açı 60 farklı olsaydı ne olurdu?”, s. 298). Buna karşın yanıtların yaklaşık %25’inin ise problem olmak yerine varsayım olduğu (“topun a ve b aralarında asal olmak şartıyla $a \times b$ boyutlarındaki bir masada kenarlara $a + b - 2$ kez degecek gibi görünmektedir.”, s. 298) ve yaklaşık %15’inin etkinliğe uygun problemler olmadığı belirlenmiştir. Araştırmacılar çözüm öncesi veya çözüm sonrasındaki yanıtların çoğunun uygun problemler olduğunu ifade etmişlerdir. Katılımcılar çözüm sonrasında, çözüm öncesine göre daha az problem kurmuşlardır. Çözüm sonrasında katılımcılara ek problemler kurmak için daha az zaman tanınması ve katılımcıların büyük bir kısmının problemi çözmemesi bu durumun sebepleri olabileceği bildirilmiştir. Her iki aşamada da katılımcılar çoğunlukla masanın boyutlarını, köşelere vurma sayısını ve son olarak gideceği yeri sormayı tercih etmişlerdir. Çözüm öncesine göre çözüm sonrasında genelleme problemlerinin oranında önemli bir değişiklik görülmemiştir. Araştırmacılar çözüm sürecinde sunulan genelleme problemini verilen süre zarfında katılımcıların büyük bir çoğunluğunun çözemediğini dolayısıyla özel masa boyutları için çoğunlukla özel durumlar için denemeler yaptıklarını tespit etmişlerdir. Bu durum, çözüm sonrasında genelleme problemlerinin yazılma oranlarını etkilediği vurgulanmıştır. Bunun yanında katılımcılar problemler kurarken etkinliğin koşullarını sabit tutarak amacı değiştirme (özel veya genel bir amacı sorma) veya etkinliğin koşullarını değiştirerek (etkinliğin varsayımlarını veya koşullarını değiştirme) problemler kurmuşlardır. Çözüm öncesi ve sonrasında bu kategorilerin oranlarında belirgin farklılıklar tespit edilmemiş olup, yine de özellikle amacı değiştirerek problem kurma sayılarının oranında çözüm sonrasında daha fazla artış söz konusudur.

Problem kurma ve çözüme ilişkisinin araştırıldığı çalışmalar son 10 yıl içerisinde de güncelliğini korumuş fakat uygulanan metotlarda farklılıklar tespit edilmiştir. Bu kapsamda bazı araştırmalar problem kurma ve çözmenin uygulanma sırasının katılımcıların performansları üzerindeki etkisini, diğer bazı araştırmalar ise nitel yaklaşımlar yardımıyla bu iki becerinin birbirini nasıl etkilediğini incelemişlerdir. Rosli vd., (2015) paralel formda hazırlanmış problem kurma ve çözüme etkinliklerinin uygulanma sırasının, ortaokul öğretmen adaylarının problem kurma ve çözüme

performanslarına olan etkisini şekil örüntüsü üzerinden araştırmışlardır (bk. Şekil 5). Problem çözme etkinliğinde beşinci adımdaki blok sayısı, 20 basamaklı bir merdiven inşa etmek için kaç blok kullanılması gerektiği ve örüntünün kuralının belirlenmesi sorularına yer verilmiştir. Problem kurma etkinliğinde ise verilen örüntüye uygun üç problem yazmaları istenmiştir. Araştırmanın bulgularına göre problem kurma etkinliğini önce alan grup diğer gruba göre problem çözmede daha yüksek başarı sergilemiş, fakat bu başarı farkının istatistiksel olarak anlamlı olmadığı belirlenmiştir. Problem çözme etkinliğini önce alan grubun ise diğer gruba göre problem kurma performansının daha yüksek olduğu, fakat bu başarı farkının da istatistiksel olarak anlamlı olmadığı tespit edilmiştir. Bunun yanında her iki grupta da problem kurma ve çözme arasında istatistiksel olarak güçlü ilişki bulunmuş, bu ilişkinin problem çözme etkinliğini önce alan grupta daha güçlü olduğu belirlenmiştir. Ayrıca problem çözme etkinliğini önce alan grubun kurduğu problemlerin büyük çoğunluğunun problem çözme etkinliğindeki problem yapılarına (herhangi bir şekli çizme, adım sayısını verip blok sayısını sorma, örüntünün kuralını sorma) benzer olduğu tespit edilmiştir. Problem kurma etkinliğini önce alan adayların ise kurdukları problemlerin beşte üçünden fazlasının önemsiz (trivial) veya çözümde düşük düzey düşünme gerektirdiği belirlenmiştir (4. Adımda kaç blok vardır? ya da bir sonraki adımı çiziniz gibi). Araştırmacılar bu sonuçların temel sebebi olarak problem kurmaya yönelik deneyim sahibi olunmaması nedeniyle nasıl problem kurulacağını bilinememesini, alan bilgisi eksikliğini ve geçmiş deneyimlere dayalı problemler üretme eğilimini göstermişlerdir.



Şekil 5. Çalışmada kullanılan şekil örüntüsü (s.350).

Problemlerin çözülebilmesi için, problem çözücüler ek sorular üretmektedirler. Böylece bu anlayış problem kurma ve çözmenin doğal olarak ilişki içinde olduğunu ifade etmektedir. Kilpatrick (1987)'in problem çözmeyi ardışık problemle üretme süreci olarak tanımlaması, Silver (1994)'ın problem kurmanın çözüm sürecinde meydana gelebileceğine yönelik ifadesi bu anlayışı yansıtmaktadır. Benzer şekilde Brown ve Walter (2005) problem kurma için problemin cevabının elde edilmesinin beklenilmesine

gerek olmadığını vurgularken de aynı yaklaşımı yansıtmaktadır. Araştırmacıların açıklamaları şu şekildedir:

“Yeni problemler oluşturmak için problemi çözmeyi beklememiz gerekmez. Bunun yerine, ilk etapta, problemi çözebilmek için mantıksal olarak yeni bir soru oluşturmak ya da yeni bir problem kurmak zorunda kalabiliriz” (s.122).

Problem çözme sürecinde problem kurmanın rolünü araştıran çalışmalarında Cifarelli ve Sevim (2015), iki dördüncü sınıf öğrencisinin ve bir üniversite öğrencisinin problem çözme davranışlarını araştırmıştır. Dördüncü sınıftaki öğrenciler doğal sayılarla yazılı çarpma üzerine ikişerli gruplar üzerinde çalışmışlardır. Bu süreçte iki öğrencinin yapmış oldukları çözümler incelenmiştir. Bunun yanında bir öğretmen adayına ise 10×10 tipindeki bir karesel bölgenin içerisine yerleştirilen 1’den 100’e kadar ardışık doğal sayıların toplamını sormuş ve devamında sayılar arasında bulabildiği kadar ilişki bulmasını istemişlerdir. Araştırmanın bulgularına göre problem çözme sürecinde problem kurmanın rolüne yönelik iki önemli durum ifade edilmiştir. Birincisi, problem kurma öğrencilerin kavramsal ilerleyişlerine destek olarak, probleme yönelik anlayışlarını geliştirmelerine katkıda bulunmaktadır. Örneğin dördüncü sınıf iki öğrenci 15×15 işlemi üzerinde çalışırken bir öğrenci yazılı çarpma işlemiyle cevabı elde ederken, diğer öğrenci kısa yoldan çarpma yapmaya imkan tanıyan bir çözüm yolu sunmuştur (bk. Şekil 6a). Daha sonra yazılı çarpma işlemiyle çözüm yapan öğrenci bu çözüm yolunun neden doğru olduğunu sorarak tartışmayı başlatmıştır. Bu tartışma sürecinde öğrenciler 25×25 gibi farklı işlemler üzerinden doğruluğunu deneme yanında (bk. Şekil 6b), 11×12 gibi farklı durumlar için de çalışıp çalışmadığını araştırmışlardır. Ayrıca bu sürecin devamında her ne kadar bu öğrenciler üç basamaklı sayılarla yazılı çarpma işlemini öğrenmemelerine karşın 125×125 işlemi üzerinden algoritmanın çalışıp çalışmadığını araştırmışlardır (bk. Şekil 6c). Böylece sistematik bir şekilde örnekleri genişleterek etkinliğe yönelik anlayışlarını derinleştirmişlerdir. İkincisi ise problem kurma çözümü yapılan problemin alanını genişleterek, keşifler yapılmasına imkan tanımaktadır. Böylece problem çözme sürecinde yapılan problem kurma faaliyetleri, köklerini orijinal problemin amacından alan beklenmedik genellemelerin yapılmasına imkan tanıyan etkinliklerle çalışılmasına fırsat tanımıştır. Bu kapsamda öğretmen adayı 10×10 ’luk sayı tablosu üzerinde yaptığı incelemeler sonucunda, problemi genelleyerek $n \times n$ ’lik bir tablodaki durumu araştırmaya başlamıştır. Böylece problem üzerinde incelemeler yapacağı alanı daha da genişletmiş ve soldan sağa doğru tablonun köşegenlerindeki sayılarla 1×1 , 2×2 , ..., $n \times n$ tipindeki tablolarda yer alan sayıların toplamı arasındaki ilişkiyi keşfetmiştir.

Austin $\begin{array}{r} 15 \\ \times 15 \\ \hline 75 \\ 15 \\ \hline 225 \end{array}$ (s. 183)	Corrine $\begin{array}{r} 2 \\ + 5 \\ \hline 7 \\ \times 15 \\ \hline 225 \end{array}$ (s. 184)	Austin $\begin{array}{r} 25 \\ \times 25 \\ \hline 125 \\ 50 \\ \hline 625 \end{array}$ (s. 184)
		Corrine $\begin{array}{r} 3 \\ 2 \overline{) 5} \\ \underline{6} 25 \\ 6 \overline{) 25} \end{array}$
		Austin $\begin{array}{r} 125 \\ \times 125 \\ \hline 625 \\ 250 \\ \hline 15625 \end{array}$
		Corrine $\begin{array}{r} 13 \\ + 2 \overline{) 5} \\ \hline 156 \overline{) 25} \end{array}$
		(s. 185) $\begin{array}{r} 13 \\ 12 \\ \hline 26 \\ 13 \\ \hline 156 \end{array}$

(a)
(b)
(c)

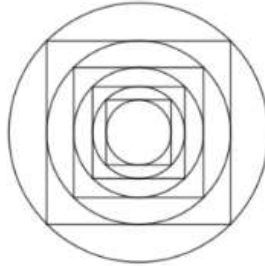
Şekil 6. Öğrencilerin analiz ettikleri çarpma işlemi örnekleri (Cifarelli ve Sevim, 2015)

Kar, Özdemir, Öçal, Güler ve İpek (2019) ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının problem kurma etkinlikleri üzerinden belirlenen yaratıcı düşünmenin bileşenlerine -akıcılık, esneklik ve orijinallik- yönelik performanslarının problem çözme performansları üzerindeki etkisini araştırmışlardır. Araştırmada öğretmen adaylarına örüntülere yönelik problem kurma ve çözme testi uygulanmış ve yaratıcı problemler üreten ve üretmeyen adaylarla görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın bulgularına göre yaratıcı problemler yazan adayların etkinliğin yüzeysel özellikleri yerine kavramsal yapısına daha fazla odaklandıkları ve farklı kavramları problemlerine daha fazla ekleme gayreti içerisinde oldukları tespit edilmiştir. Böylece problem kurma süreci etkinlikteki matematiksel içeriğe yönelik adayların derinlemesine analizler yapmalarına imkan tanıyarak, problem çözme performanslarının yüksek oluşuna katkıda bulunduğu ifade edilmiştir. Araştırmacılar problem kurma sürecindeki sorgulamaların problem çözme performansı üzerine olan etkisine işaret etmişlerdir.

Xie ve Masingila (2017) ise 10 sınıf öğretmeni adayının problem çözme ve kurma süreçlerini analiz ederek, kurma çözme arasındaki etkileşimin doğasını incelemiştir. Bu kapsamda araştırmacılar problem çözmenin problem kurma üzerine olan etkisine yönelik üç durum tespit etmişlerdir. Bu durumlar şunlardır; i. Problem çözme katılımcılara problem kurmaya nasıl başlanacağı hakkında fikir vermektedir, ii. Problem kurma sürecinde yapılan problem çözme faaliyetleri problemin doğru bir şekilde biçimlendirilip biçimlendirilmediği hakkında katılımcılara fikir vermektedir ve iii. Problem kurulduktan sonra yapılan çözme faaliyetleri, katılımcıların matematiksel problemlere yönelik

anlayışlarını derinleştirmektedir. Örneğin araştırmacılar adaylara “yetişkin kişilerin kendi dairelerine sahip olduğu bir yaşam kompleksinde erkeklerin $\frac{2}{3}$ 'ü kadınların $\frac{3}{5}$ 'i ile evlidir. Bu komplekste yaşayan kişilerin ne kadarı evlidir?” şeklinde bir problem sunmuşlardır. İki aday birlikte şu şekilde bir problem yazmışlardır; “Bir sınıftaki kızların $\frac{2}{5}$ 'i, erkeklerin ise $\frac{3}{4}$ 'ü kahverengi saça sahiptir. Sınıfta kahverengi saça sahip kaç çocuk bulunmaktadır?” (s. 110). Problemi kuran iki öğretmen adayından bu problemi çözmeleri istendiğine, erkekler ve kızlar arasındaki bağlantıdan bahsedilmediğini ifade ederek iyi yapılandırılmadığının farkına varmışlardır. Buna karşın açıklamalarında orijinal probleme evli olan erkek ve bayanlar arasında fark bulunduğunu vurgulamışlardır. Böylece kurdukları probleme yönelik çözüm arayışları, orijinal problem ile kurdukları problem arasındaki farkı anlamalarına katkıda bulunmuştur.

Öte yandan Xie ve Masingila (2017), problem kurmanın problem çözmeye nasıl katkıda bulunduğuna yönelik ise iki durum tespit etmişlerdir; i. Problem çözme sürecinde daha basit problemlerle başlanması problemin matematiksel yapısının anlaşılmasına ve böylece problem çözme performansına katkıda bulunmaktadır ve ii. Problem kurma, problemlerin çözülebilir olup olmadığına dikkat çekilmesine fırsat tanımaktadır. Örneğin öğretmen adaylarına en küçük çemberin yarıçapı 1 birim olan iç içe geçmiş çember ve karelerin birbirine teğet olduğu şekil sunulmuştur (bk. Şekil 7). Adaylardan en büyük çembersel bölgenin alanının en küçük çembersel bölgenin alanına oranını hesaplamaları istenmiştir. Araştırmacılar öğretmen adaylarının bu problemi çözerken zorlandıklarını ve öncelikle daha basit problemler üzerinden yol almaya karar verdiklerini ifade etmişlerdir. Bu kapsamda öncelikle en küçük ve ondan sonraki en büyük çembersel bölge arasındaki oranı keşfetmeye karar vermişler ve bu süreçten elde ettikleri bilgiyi orijinal problemdeki duruma yansıtmaya çalışmışlardır. Bu noktada problemi basitleştirecek şekilde problemler kurulması, problem çözme performansına katkıda bulunduğunu vurgulamışlardır.



Şekil 7. Kullanılan etkinliğe ait şekil (s.116)

1.6.3.3. Problem Kurma Deneyiminin Problem Yazma Performansı Üzerindeki Etkisi

Schoenfeld'in (1985) problem çözme performansını etkileyen faktörlere yönelik ortaya koyduğu teoremin diğer bir bileşeni strateji bilgisidir. Araştırmacı problem çözme performansının, problem çözmeye yönelik strateji ve teknik bilgisinden etkilendiğini ortaya koymaktadır. Benzer şekilde, problem kurma performansının da problem kurma deneyiminden (problem kurmanın anlamı ve önemi, problem kurmaya yönelik strateji bilgisi ve problem kurma uygulamalarına yönelik pratik yapma vb.) etkilenebileceği düşünülebilecektir. Matematiksel problem çözmenin tarihi, problem kurmaya göre oldukça eskidir (Cai vd., 2013). Ellerton (2013) çok uzun zamandır matematik programlarında ve sınıflarda problem çözme başarısının güçlü bir şekilde amaç olarak belirtildiğini ve şimdi artık problem kurmaya önemli fakat doğal bir yer verilmesinin zamanı geldiğini belirtmiştir. Problem kurma çalışmaları 1980'lerin sonu ve 1990'lı yılların başında başlamış olup (Kilpatrick, 1987; Silver, 1994; Silver ve Cai, 1996), son 10 yıl içerisinde çalışmalarda belirgin bir artış görülmektedir. Okul matematiğine yönelik dünya çapındaki reform çalışmaları her ne kadar problem kurmaya önemli bir rol biçse de (Chen vd., 2015), bu alandaki çalışmalar matematik eğitimi araştırmalarının ana akımlarından birisi haline henüz gelmemiş olup, daha fazla çalışma yapılmasına ihtiyaç duyulmaktadır (Cai vd., 2015; Singer, Ellerton ve Cai, 2013).

Bu sonuçlara paralel olarak ders kitaplarına yönelik analizler problem kurma becerisine, işlemsel ve kavramsal anlama, temsil veya problem çözme gibi becerilere göre daha az yer verildiğini ortaya koymaktadır. Örneğin, Cai ve Jiang (2017) problem kurmanın Çin ve Amerikan ilköğretim ders kitaplarında nasıl entegre edildiğini araştırmışlardır. Araştırmanın bulgularına göre, Çin'deki bir kitabının (People's Education Press) 2010 yılındaki basımında 1-6. sınıftaki bütün kademelerinde yer verilen problem kurma etkinliklerinin oranları %6'nın altında kalmıştır. Özellikle dört, beş ve altıncı sınıf kademelerinde bu oranın %3'ün altına düştüğü tespit edilmiştir. Araştırmanın diğer bir bulgusuna göre ise Çin ders kitaplarında yaygın olarak çözümü yapılan problemlerden sonra problem kurma (%79,19) ve soru kökü içermeyen açık-uçlu hikâyelerden hareketle problem kurma (%18,12) etkinliklerine yer verilmiştir. Bu yönüyle ders kitabının problem kurma etkinlikleri yönünden de çeşitlilik içermediği anlaşılmaktadır. Benzer şekilde Amerikan ders kitaplarına da (Everyday Mathematics ve Investigations in Number, Data, and Space) benzer sonuçlar tespit edilmiştir. Her iki

Amerikan ders kitabı serisinde de her bir kademede yer verilen problem kurma etkinliklerinin oranlarının %3'ün altında olduğu ve bazı kademelerde (Everyday Mathematics ders kitabı birinci sınıf, Investigations in Number, Data, and Space ders kitabı altıncı sınıf) problem kurma etkinliklerine yer verilmediği tespit edilmiştir. Araştırmacılar problem kurma etkinliklerinin ders kitaplarında oldukça geri planda kalmasını iki nedenle açıklamışlardır. Birincisi, programlarda problem çözme alınmakta ve becerisine büyük önem verilmekte, dolayısıyla problem kurma bu becerinin gölgesinde kalmaktadır. Bu nedenle de problem kurma etkinliklerine daha düşük oranda yer verilmektedir. İkincisi ise, problem kurma çalışmalarının tarihinin nispeten daha yeni olması nedeniyle problem kurma gibi yenilikçi fikirlerin programlara ve sınıf ortamlarına aktarılması zaman alacaktır.

Kar, Güler, Şen ve Özdemir (2018) Türk ve Amerikan (Everyday Mathematics and Connected Mathematics 3) ders kitaplarını kesirlerle çarpma işleminin öğretimi ve içerdiği problemlere göre karşılaştırmıştır. Araştırmanın bulgularına göre bütün ders kitaplarında kesirlerle çarpmaya yönelik problem kurma etkinliklerinin oranı %5'in altındadır. Ayrıca Amerikan ders kitaplarına göre Türk ders kitaplarında problem kurma etkinliklerine daha fazla yer verildiğini tespit etmişlerdir. Ev-Çimen ve Yıldız (2017) ise 2016-2017 eğitim öğretim yılında okutulan ortaokul 5-8. sınıf kademesindeki bir devlet ve bir özel yayınevine ait ders kitaplarını problem kurma bağlamında analiz etmişlerdir. Araştırmanın bulgularına göre ders kitaplarında yarı-yapılandırılmış problem kurma etkinliklerine daha fazla yer verildiği (toplam 66 etkinlik), buna karşın yapılandırılmış (toplam 13 etkinlik) ve özellikle serbest problem kurma etkinliklerine (1 etkinlik) oldukça az yer verildiği belirlenmiştir. Araştırmanın diğer önemli bir bulgusuna göre ise sekizinci sınıf düzeyinde ders kitaplarında problem kurma etkinliklerine yer verilmemiştir. Ayrıca bir probleme benzer problem kurma etkinliklerin ise sadece altıncı sınıf düzeyinde devlet ders kitabında (toplam 13 etkinlik) yer aldığı tespit edilmiştir. Altıncı sınıf ders kitabında bu duruma yönelik yer verilen bir problem kurma örneği Şekil 8'de verilmiştir. Bu kategori bu tez çalışmasındaki problemi biçimlendirme etkinlikleri kapsamında değerlendirilebilecektir. Buna karşın ders kitabında sunulan şekliyle bu tür bir aktivite özellikle problemlerdeki hikâyenin veya sayısal değerlerin değiştirilmesi gibi problem biçimlendirme stratejilerine karşılık geldiği anlaşılmaktadır.

Birlikte Yapalım – 1

Bir sınıftaki öğrencilerin $\frac{3}{7}$ 'ü erkektir. Kız öğrencilerin sayısı erkek öğrencilerin sayısından 4 fazla ise sınıfta kaç öğrenci vardır.

Benzer Problem Kurma

$\frac{5}{8}$ ve 10'u kullanarak benzer bir problem de siz kurunuz ve çözünüz.

Şekil 8. Benzer problem kurma etkinliğine ait örnek (Ev-Çimen ve Yıldız, 2017, s. 13)

Ders kitapları öğretmenler ve öğrenciler için önemli bir kaynak olarak görülmektedir (Fan ve Zhu, 2000; Mesa, 2004; Reys, Reys ve Chavez, 2004; Son ve Hu, 2016). Bu bağlamda ders kitaplarındaki problem kurma etkinliklerinin sayısı ve türüne yönelik sınırlılıklar, öğrenme ortamlarında problem kurmaya yönelik faaliyetlerin eksikliğine işaret etmektedir. Katılımcıların problem kurma performanslarının belirlendiği veya geliştirildiği birçok çalışma da düşük performansın önemli bir nedeni olarak problem kurma deneyimi eksikliğine işaret etmektedir.

Ellerton (2013) problem kurmanın üniversite düzeyinde cebir dersine nasıl entegre edilebileceğini araştırmaya yönelik 12 haftalık bir çalışma yürütmüş ve ortaokul öğretmeni adaylarından her hafta problemler kurmalarını ve problem kurmaya yönelik bir anketi doldurmalarını istemiştir. Öğretmen adayları problem kurmayı bilişsel olarak zor bir etkinlik olarak gördüklerini, çok az deneyime sahip olduklarını ve sınıflarda bu beceriyi sergileyebilmeleri için daha fazla fırsata ihtiyaç duyduklarını vurgulamışlardır. Araştırmacı adayların kurs boyunca yazdıkları problemlerin yeterince etkileyici olmadığını ve birçok yazım ve mantıksal hatalar içerdiğini tespit etmiştir. Öğretmen adaylarının problem kurmayı yeni deneyimlemeye başlamaları nedeniyle onlardan mükemmel yanıtlar beklenmesinin uygun olmadığını ve fırsatlar sunarak bu eksikliklerin giderilmesi gerektiğini belirtmiştir. Bu yönüyle problem kurma deneyiminin problemlerdeki matematiksel hataları ve yazım hatalarını gidermenin yanında, bilişsel olarak zorluk seviyelerinin geliştirilmesine de katkıda bulunacağına işaret etmektedir.

Cai vd., (2019) problem kurma çalıştaylarının 50 ilköğretim matematik öğretmenin problem kurmayı algılama ve problem kurma becerileri yanında problem kurmayı içine alacak şekilde ders planı dizayn etme anlayışları üzerindeki etkisini incelemiştir. Araştırma, problem kurmayı tecrübe etmenin önemi hakkında önemli sonuçlar ortaya koymuştur. Birincisi, öğretmenlerin %8'i problem kurma ile matematik

öğretimine yönelik deneyime sahip olduğunu ifade etmiştir. Buna karşın öğretmenlerin kurdukları problemlerin %92'sinin çözülebilir olması, ortalama altının üzerinde problem yazılması ve yazılan problemlerin büyük bir kısmının çok adımlı problemler olması olumlu bulunmuştur. Ayrıca çalıştayların sonucunda öğretmenlerin benzer etkinliklere katılmaya yönelik olumlu görüşler belirtmeleri ve problem kurmayı matematik öğretimlerine kendilerinden daha emin bir şekilde katabileceklerine yönelik güçlü görüşleri problem kurma bilgisi ve deneyiminin önemine işaret etmektedir. İkincisi, öğretmenler problem kurma deneyimi eksikliğini öğrencilerin problem kurma performanslarındaki düşüklüğün sebebi olarak gördükleri belirlenmiştir. Öğretmenlerin %68'i öğrencilerin denklemlere yönelik problem kurmada yaşayacağı sorunlar için yaygın olarak gerçekçi problemler kuramayacaklarına işaret etmişlerdir. Öğretmenlerin %48'i öğrencilerin kendileri için sunulan problemleri çözmeye alışkın olduklarını, dolayısıyla problem kurmaya yönelik düşünce alışkanlıklarının olmadığını; %14'ü öğrencilerinin problem kurmada kendilerine güven duymayacaklarına; ve yine %14'ü problemi ifade etmede dili verimli bir şekilde kullanamayacaklarına işaret etmiştir. Bu yönüyle öğretmenlerin yaşanılacak zorluklar için problem kurma deneyimi eksikliğini ön plana çıkardıkları anlaşılmaktadır. Üçüncüsü, problem kurma deneyimi eksikliği hazırlanan ders planlarının şekillendirilmesinde de kendini göstermiştir. Öğretmenlerin hiçbiri çalıştaylar öncesinde ders planlarında problem kurmaya yer vermemiştir. Buna karşın çalıştayların ardından ise 50 öğretmenin 40'ı problem kurmayı ders planlarına dahil etmişlerdir. Öğretmenlerin çoğunluğu problem kurmayı yeni bir konunun öğretimine ve sınıf içi uygulamalar yapmada plana dahil etmişlerdir. Bu yönüyle problem kurma deneyiminin problem kurmayı içerisine alan öğrenme ortamlarının tasarlanmasına önemli katkılar sunduğu anlaşılmaktadır.

Rosli vd., (2015) 51 ortaokul matematik öğretmeni adaylarını seçkisiz bir şekilde iki gruba ayırmış ve gruplara örüntüler konusunda hazırlanan problem kurma ve çözme etkinliklerini farklı sıralarda uygulamıştır. Böylece problem çözme ve kurma sırasının adayların performanslarına olan etkisini incelemişlerdir. Bunun yanında adayların problem kurarken dikkate aldıkları durumları da incelemişlerdir. Adayların problem kurma sürecindeki düşünce yapılarının problemin karakteristik özelliklerine yönelik algılarından ve problem kurma deneyimlerinden etkilendiği tespit edilmiştir. Araştırmanın bulgularına göre problem kurma sürecinin yaygın şekilde problemin karakteristik özelliğine yönelik faktörlerden (güçlük düzeyi, gerçekçi olması, anlaşılır

olması, algılanabilir olması, ortaokul seviyesine uygun olması vb.) daha fazla etkilendiği tespit edilmiştir. Özellikle problem kurma etkinliğini önce alan adaylar gerçek yaşamla ilişkilendirme, problemin zor olması, geçmiş deneyimlerinde bulunması veya onunla ilgili çalışma yürütülmüş olması ve aritmetiksel dizilere yönelik matematiksel kavramlarla uyumlu olması gibi faktörleri daha fazla ön plana çıkarmışlardır. Çözme etkinliğini önce alan grup ise yaratıcılık, orijinallik ve verilen örüntü etkinliğindeki bilgileri kullandırmayı gerektirmesi faktörlerini problem yazarken daha fazla dikkate almışlardır. Deneyim bağlamında ise problem kurma etkinliğini önce alan grup bu tür etkinliklerin zor etkinlikler olduğuna sıklıkla vurgu yapmışlardır. Araştırmacılar adaylara problem kurmanın yeterince tanıtılmamış olması nedeniyle bu tür görüşler bildirdiklerini ifade etmişlerdir. Sonuç olarak, bu çalışma öğretmen adaylarının geçmiş deneyimlerindeki problemleri yazma eğilimleri gösterdiklerini, kurdukları problemin algılanabilir ve anlaşılır olması ile farklı güçlük düzeylerinde bulunmasına daha fazla önem verdiklerini, yazdıkları problemlerin öğrenci seviyesi için uygunluğu noktasında tereddütler yaşadıklarını ve problem kurma aktiviteleri için daha fazla zamana ve öğretime ihtiyaç duyulduğunu ortaya koymuştur.

Xu, Cai, Liu ve Hwang (2019) 24 matematik öğretmeni ve 806, 5-8. sınıf öğrencileriyle yürüttüğü çalışmada, öğrencilerin problem kurma performanslarının sınıf düzeylerine göre değişimini inceleme yanında, öğretmenlerin öğrencilerin ne tür problemler kurabileceğini tahmin etme becerilerini de incelemişlerdir. Ortaokul öğrencilerinden şekil (karesel genişleyen ve noktaların dizilimine yönelik örüntü, bk. Şekil 1a) ve sözel örüntüye (matematiksel yapısı 1,3,5,7 şeklinde devam eden kapı zili çalma etkinliği) yönelik üçer problem kurmaları ve öğretmenlerden de öğrencilerin ne tür problemler kurabileceklerini açıklamaları istenmiştir. Bu çalışma, problem kurma deneyiminin öğrencilerin ne tür problemler kurabileceklerini tahmin etmedeki etkisi hakkında fikir vermektedir. Araştırmanın bulgularına göre, öğretmenlerin tahminleri ile öğrencilerin kurdukları problemler arasındaki uyumun düşük olduğu belirlenmiştir. Şekil ve sözel örüntülerinde öğretmenlerin tahminleriyle öğrencilerin kurdukları problem türleri arasındaki uyum yüzdeleri ortalaması sırasıyla %45 ve %63 olup, uyum yüzdeleri %7 ile %91 arasında değişim göstermiştir. Araştırmanın diğer bir bulgusuna göre, öğretmenlerin öğrencilerin fonksiyonel ilişkileri soran daha karmaşık problemler kuracaklarını düşündükleri, fakat öğrencilerde bu tür problemlerin oranlarının beklentilerinden daha düşük oranlarda ortaya çıktığı tespit edilmiştir. Araştırmacılar,

öğrencilerinin problem kurma performanslarının güçlü şekilde tahmin edilememesinin nedenleri için öğretim materyallerinde konuların organize edilme sırası, öğretmenlerin pedagojik yönelimleri ve problem kurma deneyimi eksikliği gibi faktörlere işaret etmişlerdir. Birincisi, öğretim materyallerinde sembolik hesaplamalar ve manipülasyonların, daha ileri düzey sözel uygulamalardan önce sunulmakta, dolayısıyla bu tür durumlara ağırlık verilmektedir. Bu nedenle, öğretmenlerin örüntüdeki değişkenler arasındaki bağlantıya vurgu yapan fonksiyonel ilişkileri sorgulamaya yönelik problemleri öğrencilerin daha fazla kurabileceklerini düşünebilecekleri belirtilmiştir. İkincisi, öğretmenlerin problem kurmadaki tahminlerini öğretim hedefleri de yönlendirmiş olabilecektir. Çünkü öğretmenler öğrencilerinin kuracakları problemleri tahmin ederken, hangi tür problemlerin onların öğrenmeleri için daha faydalı olabileceğini düşünmüş olabileceklerdir. Bu bağlamda öğrencilerin fonksiyonel düşünme becerilerinin geliştirilmesinin önemini dikkate alarak, öğrencilerinin de bu tür problemler kurabileceklerine yönelik beklenti içerisinde olmuş olabileceklerdir. Araştırmacılar bu anlayışın, fonksiyonel ilişkileri sormaya yönelik problemlerin daha fazla kurulacağı tahmininin yapılmasına neden olmuş olabileceğine işaret etmişlerdir. Son olarak öğretmenlerin neredeyse tamamı öğrencilerin kurdukları problemleri sınıflarındaki öğrenme faaliyetlerine dahil etmede deneyimlerinin olmadığını belirtmişlerdir. Bu kapsamda öğretmenlerin bazıları öğrencilerin kurabilecekleri problem türleri için sadece örnek sunabilmiştir. Bu yönüyle araştırmacılar öğretmenlerdeki problem kurma deneyimi eksikliğinin öğrencilerinin kuracakları problemleri tahmin etme üzerinde de etkili olabileceğine vurgu yapmışlardır.

Problem kurma deneyiminin, problem kurma performansı üzerindeki etkisi deneysel çalışmalarda tespit edilen gelişimle de açıklanabilecektir. Her ne kadar bu tür çalışmalarda problem kurma performansındaki gelişim matematiksel kavramlara yönelik alan bilgisi gibi farklı değişkenlerden etkilense de problem kurma deneyiminin önemini de ortaya koymaktadır. Çünkü bu tür çalışmalarda araştırmacılar katılımcıların problem kurma deneyimi kazanmasına özellikle vurgu yapmaktadırlar. Örneğin, deneysel çalışmalar (Cankoy, 2014; Chen vd., 2015; Grundmeier, 2015), tasarlanan eğitim programlarının katılımcıların problem kurma performansları (çözülebilirlik, mantıklı olması, karmaşıklık ve orijinallik) üzerinde olumlu etkiye sahip olduğunu göstermektedir.

Leung ve Silver (1997) 63 sınıf öğretmeni adayının aritmetiksel problem kurma performansını incelemenin yanında, etkinlik formatının (sayısal bilgi içeren ve içermeyen

etkinlikler) adayların performansı üzerindeki etkisini ve problem kurma, yaratıcılık ve alan bilgisi arasındaki ilişkiyi de araştırmıştır. Araştırmada adaylara paralel formda hazırlanmış sayısal bilgi içeren ve içermeyen ikişer etkinlik farklı sıralarda uygulanmıştır. Araştırmanın bulgularına göre alan bilgisi testine göre düşük başarılı grup karmaşık ve daha nitelikli problemler yazmayı daha zor bulmuştur. Araştırmacılar, etkinliklerin adaylar için yeni olmasından dolayı problemlerin niteliğinin düşük olduğunu ve problem kurma deneyimi arttıkça problem kurma performanslarının da iyi olacağına işaret etmişlerdir. Bunun yanında düşük alan bilgisine sahip grup paralel olarak hazırlanan sayısal bilgi içeren ve içermeyen problem kurma etkinliklerinden sonraki aşamada uygulanan etkinliklerde öncekine göre daha yüksek performans sergilemiştir. Araştırmacılar bu sonuçlardan hareketle alan bilgisi zayıf olmasına karşın, adayların daha ileri seviye problem kurma deneyimlerinin performansları üzerinde olumlu etki oluşturduğuna işaret etmişlerdir.

Problem kurma performansı yazma becerisinden, problemin amacı ve tanımına yönelik farkındalıktan da etkilenmektedir. Kwek (2015) yedinci sınıf öğrencilerinin genellikle probleme yönelik matematiksel yazma ile çözümü için matematiksel yazma arasındaki farktan haberdar olmadığını vurgulamıştır. Eşitsizlikler konusunda çözümü olmayan matematiksel problemler yazılması, problem cümlesi oluşturmada yaşanan güçlüklerden ve problemdeki varsayımların göz ardı edilmesinden kaynaklandığını vurgulamıştır. Benzer şekilde Ulusoy ve Kepçeoğlu (2018), 25 ilköğretim matematik öğretmeni adayının yarı-yapılandırılmış açık-uçlu bir hikâyeye kurdukları problemleri dilsel yapısı ve bilişsel zorluk seviyesine göre analiz etmişlerdir. Araştırmacılar, yaklaşık olarak yanıtların yarısında problemin ifadelerinin iyi yapılandırılmadığına işaret ederek, dil boyutunda yaşanan güçlüklerle dikkat çekmişlerdir. Adayların oluşturdukları ifadelerin belirsizlikler içerdiği, matematiksel kavramların doğru ve anlaşılır şekilde ifade edilemediği, uzun ve tamamlanmamış cümleler kullanıldığı belirlenmiştir. Xie ve Masingila (2017) öğretmen adaylarının karmaşık, yaratıcı kesir problemleri yazmadıklarını ve yanıtlarının önemli bir bölümünün matematiksel problem olmamasının nedeninin problemin yapısı, tanımı, amacı ve anlamına yönelik anlayış eksikliğinden kaynaklandığını ifade etmişlerdir.

1.6.3.4. Üstbilişsel Becerilerin Problem Kurma Performansı Üzerindeki Etkisi

Schoenfeld'in (1985) teorisine göre problem çözme performansı üzerinde belirleyici olan diğer bir faktör "kontrol" faktörüdür. Schoenfeld'e (1985) göre bu faktör kapsamında, problemde ne yapılması gerektiğiyle ve problem çözme eylemini başlatacak veya sonlandırabilecek durumlarla ilgili önemli kararlara odaklanmaktadır. Bu kategorideki davranışlardan bazıları şunlardır; "plan yapma isteği, amacı ve alt amaçları belirleme, çözüm yollarını geliştirirken aynı zamanda süreci izleme ve değerlendirme, değerlendirmeler çözüm yolunu revize etme veya bu yoldan vazgeçmeye işaret ettiğinde bunları gerçekleştirebilme."(s. 27). Schoenfeld (1985) bu tür davranışların iş hayatında "yönetimsel kararlar", askeri literatürde "stratejik kararlar" ismiyle çağrıldığını, psikoloji araştırmalarında ise "üstbiliş" olarak ifade edildiğini vurgulamıştır (s. 27).

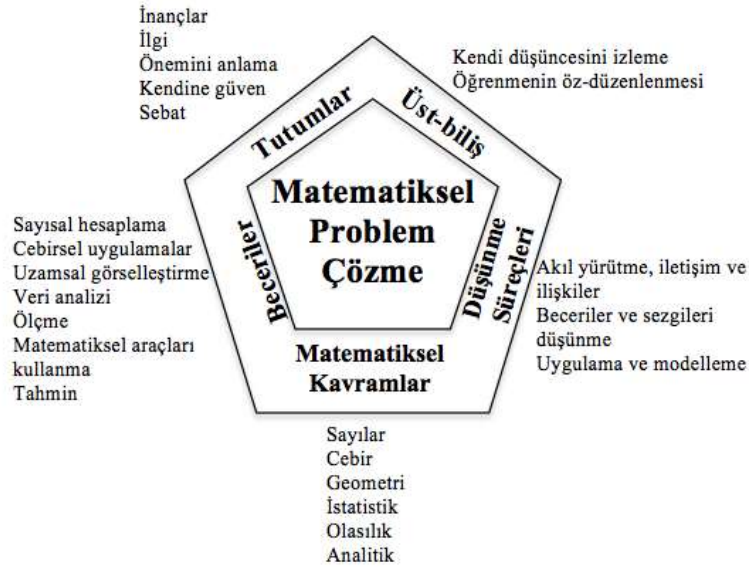
Üstbiliş kavramı için literatürde farklı tanımlamalar yapılmaktadır. Bu kavramın ilk ve etkili bir tanımlaması Flavell (1976, s. 232, Akt. Lesh, Lester ve Hjalmarson, 2003) tarafından verilmiştir: "Üstbiliş kişinin kendi bilişsel süreçleri ve ürünleri ya da bunlarla ilişkili herhangi bir şeyle ilgili bilgisi anlamına gelmektedir. Diğer bir çalışmasında ise Flavell (1979) üstbilişi "biliş hakkındaki biliş" (s. 906) şeklinde tanımlamıştır. Kuhn (1999) kişiye dünyayı bilme fırsatı sunan bilişsel becerilerden farklı olarak, üstbilişin "kişinin kendi (ya da başkasının) bildikleri hakkındaki bilgisi" (s. 17) anlamına geldiğine dikkat çekmiştir. Ayrıca Kuhn (1999) üstbilişsel bilmenin kişinin beyan ettiği bilgi üzerinden çalıştığını ve "ne biliyorum ve nasıl biliyorum?" (s. 18) sorularını kapsadığını da vurgulamıştır. Wilson (2001) ise üstbilişin üç önemli fonksiyonunu tanımlamıştır; i. kişilerin kendi düşünceleri hakkındaki farkındalıkları, ii. bu düşüncelere yönelik değerlendirmeleri ve iii. düşündükleri üzerine yaptıkları düzenlemeler. Araştırmacılar üstbilişsel farkındalığın, kişinin öğrenme veya bir problem çözme sürecinde nerede olduğuna, alan bilgisine, problem çözme stratejileri ya da kendi öğrenmesi hakkındaki bilgisine yönelik farkındalıklarıyla ilişkili olduğunu ifade etmişlerdir. Ayrıca üstbilişsel farkındalığın ne yapılması gerektiği, neler yapıldığı ve problem çözme durumlarında neler yapılabileceğine yönelik kişilerin kendi bilgisini kapsadığını da ifade etmişlerdir. Üstbilişsel değerlendirmenin ise, kişinin kendi düşünme süreci, sınırlılıkları ve kapasitesi hakkındaki yargılamalarıyla ilişkili olduğuna işaret etmişlerdir (kişiler düşüncelerinin ya da strateji seçimlerinin etkili olup olmadığı hakkında yargıda bulunabilirler). Son olarak Wilson ve Clarke (2004) üstbilişsel düzenlemenin kişilerin üstbilişsel becerilerini bilgi

ve düşünmelerini yönlendirmek için kullandıklarında meydana geldiğini vurgulamışlardır. Benzer şekilde Yıldız ve Güven (2017) üstbilişi “bireyin sahip olduğu bilgi ve becerileri nasıl ve niçin kullanacağı üzerine düşünmesi, düşüncelerini değerlendirmesi ve üzerinde düşünmesi, yani düşünceleri üzerine düşünmesi” (s. 2) şeklinde tanımlamışlardır.

Üstbiliş kavramı, aynı zamanda, öğretim dokümanlarında da problem çözme becerisi ile ilişkili olarak yaygın şekilde vurgulanmaktadır. Örneğin, NCTM (2000) dokümanında okul öncesinden 12. sınıf sonuna kadar öğretim programlarının öğrencilerde problem çözmeyle ilişkili geliştirilmesi gereken becerilerden birisi olarak da problem çözme sürecinin izlenmesi ve yansıtılmasını vurgulamıştır. NCTM (2000) dokümanında bu kapsamda yapılan açıklamalar şunlardır;

“Etkili problem çözücüler ne yaptıklarını izlerler ve değerlendirirler. Problemi anladıklarından emin olurlar. Eğer problem yazılı olarak sunulmuş ise, dikkatli okurlar; sözel olarak kendilerine söylenmişse, anlayana kadar soru sorarlar. Etkili problem çözücüler sıklıkla plan yaparlar. Doğru yolda olup olmadıklarını görebilmek için periyodik olarak durum değerlendirmesi yaparlar. Eğer ilerleme kaydedemediklerine karar verirlerse, alternatifleri düşünmeyi bırakırlar ve tamamen farklı bir yaklaşım benimsemekte tereddüt etmezler.” (s. 54)

Kaur ve Yeap (2009) çalışmalarında Singapur matematik programı bir beşgen ile temsil edilmiş ve bu geometrik şeklin merkezine matematiksel problem çözme konulmuştur (bk. Şekil 9). Programın benimsediği yaklaşıma göre, matematiksel kavramlar, tutum, düşünme süreçleri ve beceriler yanında üstbiliş de problem çözme yoluyla öğrencilere kazandırılabilir. Bu kapsamda üstbiliş, kişinin kendi düşünmesini izlemesi (düşünme süreçlerinin farkında olması ve bu süreçleri kontrol edebilme becerisi) ve öğrenmeye yönelik öz-düzenleme bileşenlerini kapsamaktadır.



Şekil 9. Singapur matematik programının yapısına ait şema (Kaur ve Yeap, 2009, s. 4).

NCTM (2000) dokümanında üstbilişin öğretmenlerin sınıf ortamlarında öğrencilerine soracakları “Devam etmeden önce, bunu anladığımızdan emin miyiz?, Seçeneklerimiz nelerdir?, Planımız var mı?, Bunun neden doğru olduğunu düşünüyoruz?” (s. 54) gibi sorularla geliştirilebileceği vurgulanmıştır. Bu tür sorular, Polya’nın (1957) problem çözme basamaklarında kullandığı sorulara paralellik göstermektedir. Polya meşhur kitabında -Nasıl Çözmeli? (How to Solve It?)- üstbiliş kavramını kullanmamış olsa da, problem çözme basamaklarında kullandığı soruların bilişin düzenlenmesi ve kontrol edilmesine yönelik olduğu anlaşılmaktadır (Kilpatrick, 2016). Polya’nın (1957) problem çözme basamaklarına yönelik kullandığı sorular, bu bağlamda üstbilişsel beceriye işaret eden sorular olarak görülebilecektir (bk. Tablo 2).

Tablo 2. Problem çözme basamaklarında kullanılan üstbilişsel sorular (Polya, 1957, s. xvii)

Problemi anlama	Bilinmeyen nedir? Veriler nelerdir? Koşul nedir? Koşulu sağlamak mümkün müdür? Verilen koşul bilinmeyeni bulmak için yeterli midir? Ya da yetersiz midir? Ya da gereksiz mi? Ya da çelişkili mi? Bir şekil çizin. Uygun bir gösterim seçin.
Plan yapma	Problemi daha önceden gördünüz mü? Ya da aynı problemin farklı bir biçimini gördünüz mü? Benzer bir problem biliyor musunuz? Bilinmeyene bakın! Aynı veya benzer bir bilinmeyene sahip başka bir problem düşünmeye çalışın. Burada sizinkiyle ilişkili ve önceden çözülmüş bir problem var. Bunu kullanabilir misiniz? Sonuçları kullanabilir misiniz? Yöntemi kullanabilir misiniz? Problemi yeniden ifade edebilir misiniz? Problemi bundan daha farklı bir biçimde yeniden ifade edebilir misiniz? Eğer verilen problemi çözemiyorsanız, önce benzer bir problem çözmeyi deneyin. Çözebileceğiniz benzer bir problem düşünebilir misiniz? Daha genel bir problem? Daha özel bir problem? Benzer bir problem? Problemin bir kısmını çözebilir misiniz? Koşulun sadece bir kısmını tutarken, diğer kısmını bırakın; bu durumda bilinmeyen ne kadar bulunabiliyor, ne kadar farklılık gösteriyor? Verilerden faydalı bir şeyler elde edebilir misiniz? Tüm verileri kullandınız mı? Koşulun tamamını kullandınız mı? Problemle ilişkili ve gerekli tüm kavramları göz önünde tuttunuz mu?
Planı yürütme	Çözümü planını uygularken, adımları kontrol edin. Uyguladığınız adımın doğruluğunu görebiliyor musunuz? Doğru olduğunu ispatlayabilir misiniz?
Değerlendirme	Sonucu kontrol edebilir misiniz? İddianızı kontrol edebilir misiniz? Sonucu farklı bir biçimde elde edebilir misiniz? Bir bakışta görebilir misiniz? Sonucu veya yöntemi başka bir problem için kullanabilir misiniz?

Tablo 2’de yer alan soruların içerikleri dikkate alındığında benzer problemlerin düşünülmesi veya problemin yeniden biçimlendirilmesi plan yapma ve değerlendirme basamaklarında problem kurma aktivitelerinin etkin bir şekilde kullanıldığına işaret etmektedir. Benzer problemlerin düşünülmesi, sonucun veya kullanılan yöntemin farklı diğer problemler için kullanılması, bu tez çalışmasında da kullanılan, “yüzeysel değişiklik”, “bağlamı değiştirme”, “basitleştirme” gibi problem kurma stratejilerine işaret

etmektedir (bk. Tablo 1). Ayrıca problem kurma yaygın şekilde problem çözmenin vazgeçilmez parçası olarak görülmektedir (Kilpatrick, 1987; Leung, 2016; Silver, 1994; Xie ve Masingila, 2017). Kilpatrick (1987) problem çözme sürecinde problemin tekrar tekrar biçimlendirildiğini ve her yeni biçimlendirmenin çözüme giden yeni bir köşe taşı olduğunu belirtmiştir. Araştırmacı daha basit problemler üzerinde çalışılması veya problemin alt problemlere ayrılmasını problem biçimlendirmeye örnek olarak göstermiştir. Bu tür problemi biçimlendirme yaklaşımları açıkça plan yapma basamağındaki üstbilişsel faaliyetlere işaret etmektedir. Bu sonuçlar, problem kurma becerisine yönelik gelişimin aynı zamanda üstbilişli harekete geçirerek problem çözme becerisine de katkıda bulunduğuna işaret etmektedir.

Öte yandan Singapur'un matematik öğretim programında (Kaur ve Yeap, 2009) üstbilişsel farkındalıkların ve stratejilerin geliştirilmesi, bu stratejilerin ne zaman ve nasıl kullanılacağına bilinmesi için öğrencilere rutin olmayan ve açık-uçlu problemleri çözmede, çözümlerini tartışmada, yaptıklarını yansıtmada ve süreci izlemada fırsatların sunulması gerektiği vurgulanmaktadır. Problem kurma etkinlikleri açık-uçlu problemler kapsamında yer almaktadır (Haylock, 1997; Pehkonen, 1995; Silver, 1994). Silver (1994) problem kurma etkinliklerinin bir problem çözme etkinliği olduğunu ve bu bağlamda kurulan her bir problemin ise farklı çözümlerden biri olduğunu ifade etmiştir. Bu kapsamda problem kurma etkinlikleri birden fazla cevabı bulunması nedeniyle açık-uçlu problem kategorisinde yer almaktadır. Böylece açık-uçlu bir etkinlik olarak problem kurma, aynı zamanda üstbilişsel farkındalıkların ve stratejilerin geliştirilmesine de katkıda bulunabilecektir.

Üstbiliş, problem kurma ve çözme üzerine şu ana kadar yapılan açıklamalar, problem kurma etkinliklerinin üstbilişsel becerilerin geliştirilmesine ve böylece problem çözme performansına nasıl katkıda bulunduğunu açıklamaktadır. Bunun yanında üstbilişsel faaliyetler aynı zamanda problem kurma becerisinin gelişiminde de önemli katkılar sağlamaktadır. Her ne kadar yapılan literatür taraması neticesinde doğrudan bu durumu araştıran çalışmalar tespit edilmemiş olsa da, farklı amaçlarla yürütülen birçok problem kurma çalışmasında bu sonucunu destekleyen bulgularla karşılaşmıştır. Örneğin, Yeap (2009) çok sayıda öğrencide görülmese de bazı Singapurlu üç ve beşinci sınıf öğrencilerinin üstbilişsel becerileri kullanarak yazdıkları problemleri yeniden düzenlemişlerdir. Bu süreçte öğrenciler derinlemesine bir şekilde problem yazma sürecini izleyerek yeniden düzenlemeler yapmışlardır. Bu yönüyle üstbiliş becerisi sergilemeleri

problem kurma performanslarına katkıda bulunmuştur. Öğrenciden cevabı 10 olan bir problem yazması istendiğinde ilk olarak “Mary’nin 60 doları vardır” yazmış, daha sonra bunu “Mary’nin 30 doları vardır” şeklinde yeniden düzenlemiştir. Devamında ise “Ali’nin, Mary’nin sahip olduğu paranın 1/6’sına sahiptir” ifadesine yer vermiştir. Problemi daha karmaşık hale getirebilmek için üçüncü bir kişiyi de probleme dahil ederek “Eğer Jane ve Mary aynı miktar paraya sahipse” ifadesini yazmıştır. Buna karşın, son yazdığı ifadedeki Mary ismini Ali ile değiştirmiş ve şu şekilde bir ifade yazmıştır: Eğer Jane ve Ali aynı miktar paraya sahipse, ...”. (s.109) Yeap (2009) öğrencinin cevabın 10 olması gerektiğinin farkına vararak bu şekilde bir düzenleme yaptığını vurgulamıştır.

Pilten, Işık ve Serin (2017) üstbilişsel sorularla desteklenen matematiksel tartışma ortamlarının ilkökul üçüncü sınıf öğrencilerinin problem kurma performansları üzerindeki etkisini araştırmışlardır. Araştırmada iki deney ve bir kontrol grubu bulunmaktadır. Birinci deney grubunda tartışmaya dayalı ve üstbilişsel sorularla desteklenmiş bir öğrenme ortamı, ikinci deney grubunda ise sadece tartışmaya dayalı öğrenme ortamı oluşturulmuştur. Son olarak, kontrol grubunda ise problem çözme ve kurma faaliyetleri üçüncü sınıf matematik ders kitaplarında sunulduğu şekliyle yürütülmüştür. Deney ve kontrol gruplarında uygulama altı hafta sürmüş ve uygulamanın öncesinde ve sonrasında problem kurma testi uygulanmıştır. Deney gruplarında öğrencilere problemler ve bu problemlerin çözümüne yönelik iki farklı yaklaşım sunulmuştur. Öğrencilere bu yaklaşımların bir veya ikisini destekleyen ya da hiçbirini desteklemeyen kanıtlar sunulmuş ve onlardan küçük gruplarda bunlar üzerinde çalışarak en uygun olan çözüm yaklaşımını belirlemeleri istenmiştir. Sonrasında ise belirledikleri yaklaşımı tartışmalardan elde ettikleri kanıtlarla desteklemişler ve uygun olmayan teorileri çürütmeyi denemişlerdir. Birinci deney grubunda bu süreç üstbilişsel sorularla desteklenmiştir: Problem ne hakkındadır?, Bu problemi çözmek için hangi stratejiler uygundur? Niçin?, Daha önce çözdüklerimizden nasıl farklıdır?, Bu soru farklı şekilde yorumlanabilir mi? Araştırmanın bulgularına göre, ön-test aşamasında grupların problem kurma performansları arasında istatistiksel olarak farklılık tespit edilmemişken, son-test aşamasında performansları arasında farklılık tespit edilmiştir. Deney gruplarının her ikisi ile kontrol grubu arasında, deney grupları lehine anlamlı farklılık bulunmuştur. Ayrıca üstbilişsel sorularla desteklenen birinci deney grubu da ikinci deney grubuna göre problem kurma da daha başarılı olmuştur. Üstbilişsel sorularla desteklenen birinci deney

grubu diğer gruplara göre daha üst düzey performansı verilen işlemlere veya görsel/sayısal veri içeren etkinliklere problem kurmada göstermiştir.

Kavlak-Aycan (2019) ise altı tane yedinci sınıf öğrencilerinin problem kurma ve çözme süreçlerinde kullandıkları üstbilişsel becerileri nitel yaklaşımları kullanarak araştırmıştır. Araştırmada öğrencilerin problem kurma sürecindeki üstbilişsel becerileri üstbilişsel bilgi (bildirimsel, durumsal ve koşullu) ve üstbilişsel kontrol (planlama, izleme ve değerlendirme) bileşenlerine göre incelenmiştir. Araştırmanın bulgularına göre öğrenciler problem kurma sürecinde en fazla durumsal bilgi basamağında açıklamalar yapmışlardır. Bu kapsamda öğrenciler problemler yazarken sıklıkla kendince belirledikleri belli aşamaları takip etme, problem kurma yönergelerini dikkatli şekilde okuma ve nasıl kullanılacağını bilme durumlarını sergilemişlerdir. Üstbilişsel kontrol kategorisinde ise izleme ve değerlendirme basamaklarına yönelik açıklamalar daha fazla ön plana çıkarılmıştır. İzleme basamağında ise en fazla problemlerin yeterli veri içerip içermediğini inceleme, mantıksal tutarsızlıklar içeriyorsa düzenlemeler yapma veya devamını getiremeyeceklerini düşündüklerinde problemi değiştirme gibi anlayışları sıklıkla kullanmışlardır. Değerlendirme basamağında ise öğrenciler en fazla kurdukları problemlerin çözülebilirliğini ve mantıksal geçerliğini kontrol ettikleri ve farklı ne tür problemler kurabileceklerini düşündükleri tespit edilmiştir. Araştırmanın diğer bir bulgusuna göre yüksek problem kurma performansı gösteren öğrencilerin problem yazma sürecinde üstbilişsel becerileri daha fazla sergiledikleri tespit edilmiştir.

Farklı çalışmalarda problem kurma sürecindeki üstbilişsel davranışlardan bahsedilmemiş olsa da katılımcıların düşüncülerine yönelik açıklamaları üstbilişsel davranışlar sergilediklerini ortaya koymaktadır. Örneğin Rosli vd., (2015) örüntüler konusunda öğretmen adaylarının problem kurma ve çözme performanslarını incelediği çalışmada problemler yazarken nasıl düşündüklerine yönelik görüşlerini de açık-uçlu iki soruya verilen yanıtlar üzerinden belirlemiştir. Her ne kadar çalışmanın yöntemi üstbilişsel becerilerin farklı bileşenleri hakkında çıkarımlarda bulunmak için yeterli olmasa da adayların açıklamaları üstbilişsel davranışlar sergilediklerine işaret etmektedir. Adaylar kurdukları problemlerin gerçekçi, mantıklı ve anlaşılır olmasını dikkate aldıklarını ve geçmişte gördükleri veya çözdükleri problemleri düşündüklerini sıklıkla ifade etmişlerdir. Örneğin Rosli vd., (2015) bir adayın problem kurma sürecine ilişkin görüşlerine yer vermişlerdir; “ilk olarak zihnim dondu, çünkü çözülmesi için kendi problemlerimi oluşturamayacağımı düşündüm. Bu ilk şoktan sonra, verilen örüntüye

benzer daha önce gördüğüm problemleri düşünmeye başladım. Benzer bir problem buldum ve onu değiştirdim...” (s. 345). Bunun yanında Xie ve Masingila (2017) sınıf öğretmeni adaylarıyla yürüttüğü çalışmada problem kurma ve çözme ilişkisini araştırmıştır. Araştırmacılar, adayların problem kurma sürecinde oluşturacakları problemin çözümünü de düşündüklerini ve bu yönüyle problemin ifadesini süreç boyunca kontrol ettiklerini ifade etmiştir. Örneğin, $\frac{1}{4} \times 3$ işlemine yönelik problem kurma etkinliğinde iki aday, “toplam dört kişiden üçünün her biri dört elmaya sahiptir ve her biri birer elmasını hiç elması bulunmayan dördüncü kişiye vermektedir” (s. 109) şeklinde ifadeye yer vermişlerdir. Daha sonra bu adaylar dördüncü kişinin aldığı toplam elma sayısının kesir olmayacağını belirleyerek ifadelerini değiştirmişlerdir. Bu yaklaşım adayların problem kurma sürecini izlediklerine ve böylece üstbilişsel beceriler sergilediklerine işaret etmektedir. Bu açıklamalardan, üstbilişsel becerilerin matematiksel olarak geçerli problemler yazma performansı üzerinde olumlu etkiye sahip olduğu anlaşılmaktadır. Bunun yanında, Xie ve Masingila (2017) bazı adayların problemleri çözmede zorlandıklarında öncelikle basit problemler kurdukları ve buradan hareketle problemleri çözdüklerini tespit etmişlerdir. Bu yaklaşım ise problem çözümünde planlama basamağına yönelik sergiledikleri üstbilişsel davranışların problem kurmayı içerdiğine işaret etmektedir.

1.6.3.5. Problem Kurma Performansını Etkileyen Diğer Faktörler

Problem kurma, alan bilgisi, problem kurma deneyimi, problem çözme performansı ve inançlar yanında farklı birçok faktörden de etkilenmektedir. Birincisi, eksik ya da fazla verili problemlerin çözümünde görülen başarı farklılığından hareketle, etkinlik formatının problem kurma performansı üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Bu tür araştırmalarda etkinlik formatının değiştirilmesinde farklı kriterler dikkate alınmaktadır. Örneğin bazı çalışmalarda (Grundmeier, 2015; Leung ve Silver, 1997; Stickles, 2011) spesifik sayısal bilgi içeren ve içermeyen etkinliklerde problem kurma performansının farklılık gösterdiği tespit edilmiştir. Örneğin, Leung ve Silver (1997) spesifik sayı içeren ve içermeyen açık-uçlu hikâyelere öğretmen adaylarının kurdukları problemlerin aritmetiksel karmaşıklığını karşılaştırmışlardır. Araştırmada öğretmen adaylarının spesifik bilgi içeren etkinliklerde, spesifik bilgi içermeyenlere göre daha başarılı oldukları tespit edilmiştir. Leung ve Silver (1997), bu durumun temel nedeni olarak adayların

sayısal bilgi içermeyen nitel muhakeme problemleri üretme ya da kendi sayısal verilerini oluşturmaya yönelik deneyim sahibi olmamalarını göstermişlerdir.

Diğer bazı araştırmalarda ise serbest, yarı-yapılandırılmış ve yapılandırılmış etkinlik formatlarının katılımcıların problem kurma başarıları (problemlerin niteliği ve karmaşıklığı) üzerindeki etkisi incelenmiştir (Christou vd., 2005; Işık ve Kar, 2012; Kılıç, 2013; Silber ve Cai, 2017). Silber ve Cai (2017), öğretmen adaylarının problem kurma başarısını aynı etkinliğin serbest ve yapılandırılmış formu üzerinden karşılaştırmışlardır. Araştırmacılar Jerome, Eliot ve Arturo bir seyahatin ardından eve doğru araba sürmüşlerdir. Arturo, Eliot'den 120 mil az araba sürmüştür. Eliot, Jerome'nin sürdüğü yolun iki katı kadar araba sürmüştür. Jerome 50 mil araba sürmüştür şeklindeki açık-uçlu hikâyeden hareketle problem kurmayı serbest problem kurma olarak kabul etmişlerdir. Bu hikâyeden hareketle cevabı “1130 mil” olan bir problem yazılmasını ise yapılandırılmış problem kurma olarak değerlendirmişlerdir. Araştırmanın sonucuna göre etkinlik formatının problem kurma başarısı üzerinde etkili olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Yapılandırılmış problem kurma etkinliğinde matematiksel ilişkilerin daha fazla dikkate alınmasını bu farkın temel nedeni olarak belirtmişlerdir. Işık ve Kar (2012) ise ilköğretim matematik öğretmenleri adaylarının aynı matematiksel yapıya sahip açık-uçlu sözel hikâyeye göre, grafiği sunulmuş temsiller üzerinden problem kurmada daha düşük başarı sergilediklerini belirlemişlerdir. Araştırmacılar görsel temsillerin yorumlanmasının daha üst düzey bilişsel beceri gerektirmesini bu durumun temel nedeni olarak göstermişlerdir.

Etkinliklerin kimin için kurulduğu problem kurma performansını etkileyen faktörlerden birisi olarak ifade edilmektedir. Problem kurma çalışmalarında “arkadaşlarınız için (zor) bir problem kurunuz” gibi açıklamalara yer verilmektedir. Her ne kadar karşılaştırmalı çalışmalarla bu tür yönergelerin etkisi araştırılmamış olsa da, bu tür ifadelerin problem kurma performansı üzerinde etkileri olduğu noktasında yorumlar yapılmaktadır. Örneğin, Ellerton (1986) “arkadaşlarınız için zor bir problem kurunuz” denmesinin öğrencilerin düşüncelerini kendilerinden daha öteye odakladığını belirtilerek problem kurma başarısını etkileyebileceğini ifade etmiştir. Bu tür yönergeler kullanıldığında, öğrenciler her zaman yakın arkadaşları için değil, zor problemler çözmekten hoşlanan arkadaşları için de problemler kurabileceklerdir (Lowrie, 1999). Bu tür sonuçlar, problem kurma yönergelerinin problem kuran kişinin düşünme sürecini şekillendireceği anlaşılmaktadır.

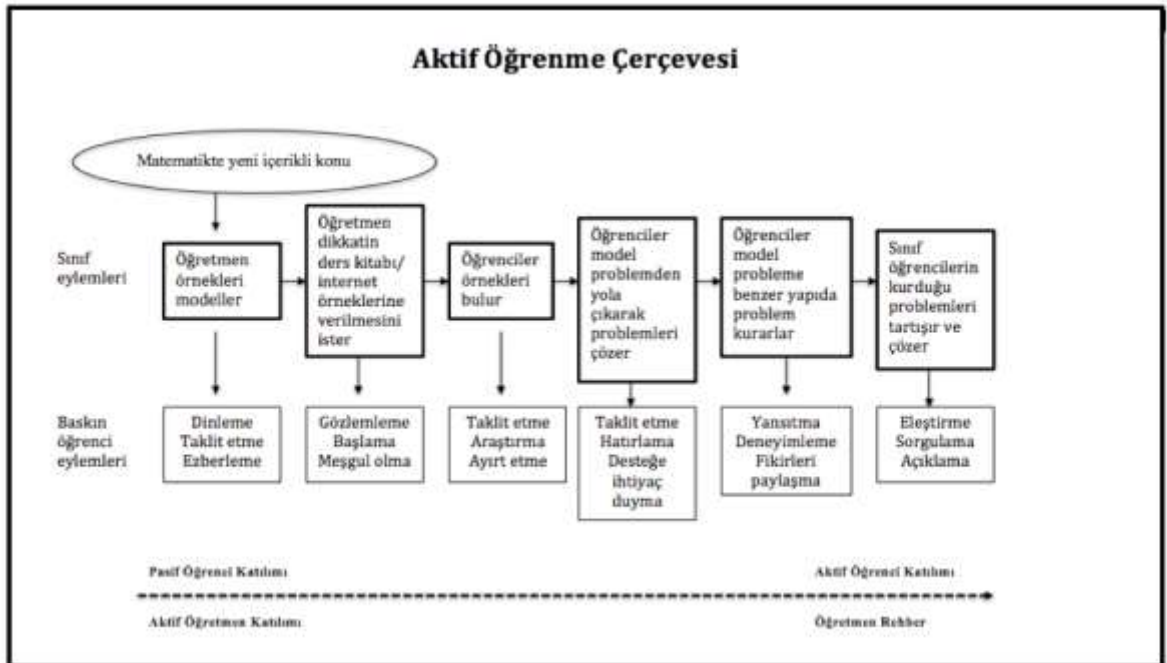
Problem kurma sayısına ve sırasına göre de problemlerin niteliği farklılaşabilmektedir (Cai, 2002; Silber ve Cai, 2017; Silver ve Cai, 1996). Katılımcılardan birden fazla problem yazması istenmekte ve sonraki yazdıkları problemin önceki yazdıkları problemlere göre daha karmaşık olma eğiliminde olduğu vurgulanmaktadır. Diğer bir ifadeyle katılımcıların sistematik bir şekilde problemlerini zorlaştırdıklarına işaret edilmektedir. Örneğin, Silver ve Cai (1996) altı ve yedinci sınıf öğrencilerinden yukarıda ifade edilen araba sürme açık-uçlu etkinliğinden hareketle üç problem yazmalarını istemişlerdir. Araştırmacılar, öğrencilerin ikinci ve üçüncü problemlerini birinci problemleri üzerinden şekillendirdikleri ve problem kurma sırasına bağlı olarak semantik karmaşıklığın artış gösterdiğini tespit etmişlerdir.

Son olarak Chapman (2012) sınıf öğretmen adaylarının sözel problemler kurmayı algılama şekillerinin beş perspektifle ilişkili olduğunu tespit etmiştir. Bu perspektifler şunlardır; i) Paradigmatik perspektif, ii) Objektif perspektif, iii) Fenomenolojik perspektif, iv) Hümanistik perspektif ve v) Faydacı perspektif. Paradigmatik perspektifte evrensel yorumlamaya dayalı olarak problemler üretilmektedir. Bu perspektifte kurulan problemin problem çözücünden bağımsız olarak var olması ve herkese hitap edecek şekilde oluşturulması söz konusudur. Objektivist perspektifte ise öncelikle matematiksel bir nesne belirlenir ($2 \times 3 = 6$ gibi) ve ona yönelik problemler kurulur. Fenomenolojik perspektifte öğrencilerin penceresinden anlamlı olan, geçmiş yaşantılarında bulunan bağlamlar kullanılarak problemlerin kurulması söz konusudur. Hümanistik perspektifte ise öğrencilerin ilgilendikleri, sevdikleri durumlar dikkate alınarak problemler oluşturulması, faydacılık perspektifinde ise öğrencilerin öğrenmelerine katkıda bulunulması hedeflenerek problemlerin üretilmesi söz konusudur. Bu perspektiflerin içeriği dikkate alındığında, benimsenen perspektif türünün problemlerin niteliğini etkileyen diğer bir faktör olduğunu ortaya koymaktadır.

1.6.4. Problem Kurma Öğretiminde Aktif Öğrenme Çerçevesi

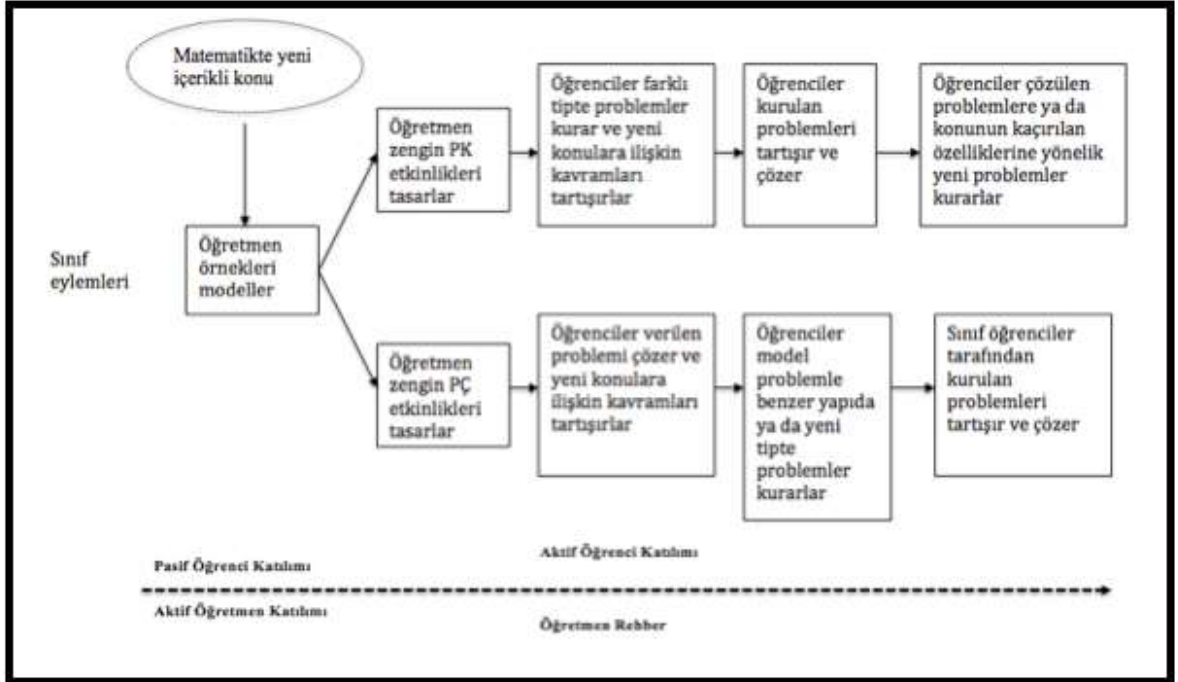
Açık-uçlu bilişsel bir etkinlik olarak problem kurma (Pehkonen, 1995), aynı zamanda sorgulama-temelli öğrenmenin de önemli bir bileşeni olarak görülmektedir (Silver, 1997). Çünkü problem kurma faaliyetleri NCTM (2000) tarafından vurgulanan düşünme, muhakeme ve doğrulama becerilerini aktif bir şekilde kullanmalarına fırsat tanımaktadır. Problem kurma ister öğretimin anlamı (öğrencileri önemli kavram ve becerileri öğrenmeye teşvik etmek ve problem çözme yeterliklerini geliştirmek) isterse de öğretim sürecinde bir obje (öğrencilerin problem kurma yeterliğini geliştirmek) olarak görülsün, her iki durumda da değerlendirme faaliyetlerine dahil edilmelidir (Silver ve Cai, 2005).

Problem kurmayı matematik öğretimine entegre etmek için farklı öğrenme çerçeveleri geliştirilmiştir. Ellerton (2013) matematik öğretmeni adayları bir ders kapsamında problem biçimlendirme faaliyetleri yürütmüş ve onlardan problemleri çözmelerini ve kurmalarını istemiştir. Araştırmacı çalışmasının sonuçlarına göre, öğrencileri pasif alıcı konumundan aktif öğrenen konumuna taşıyan AÖÇ'yi geliştirmiştir (bk. Şekil 10).



Şekil 10. Aktif Öğrenme Çerçevesi (Ellerton, 2013, s.99).

AÖÇ, aktif öğrenme, problem kurma ve problem çözmeyi ilişkilendirmekte ve problem kurmanın matematik öğretimine nasıl entegre edilebileceğine yönelik umut verici bir yönelim ortaya koymaktadır (Silver, 2013). Bu çerçeve sadece kurulan problemlerle meşgul olunmasına değil, aynı zamanda problem kurma sürecine odaklanılmasına da fırsat sunmaktadır. Ellerton (2013) bu çerçeveyi problem biçimlendirme aktivitelerine yönelik yapmış olduğu faaliyetlerin ardından önermiştir. Bu yönüyle bu çerçeve problem biçimlendirme faaliyetlerinin matematik öğretimine nasıl entegre edileceğini yansıtmaktadır. Xie ve Masingila (2017) ise sınıf öğretmeni adaylarının problem kurma ve çözme etkileşimlerine yönelik araştırmalarının sonuçlarına göre bu çerçeveyi revize etmişlerdir. Revize edilmiş çerçevenin ismini ise Genişletilmiş Aktif Öğrenme Çerçevesi (GAÖÇ) olarak isimlendirmişlerdir (bk. Şekil 11).



Şekil 11. Genişletilmiş Aktif Öğrenme Çerçevesi (Xie ve Masingila, 2017, s.115).

AÖÇ ve GAÖÇ arasında bazı benzer ve farklılıklar söz konusudur. Her iki çerçevede yeni bir konunun öğretimi için önerilmiş olup, öğrencileri aktif öğrenen olarak görmekte ve problem kurma ve çözme etkileşimine dayanmaktadır. Buna karşın, AÖÇ problem biçimlendirme etkinlikleriyle sınırlandırılmışken, Genişletilmiş AÖÇ farklı problem kurma etkinliklerini de içermektedir. AÖÇ problem çözme ile başlarken, GAÖÇ problem kurma ve çözme etkinlikleri için ayrı süreçler önermektedir. Son olarak AÖÇ’de

benzer matematiksel yapıda problemler kurmaları istenmişken, GAÖÇ’de farklı problem türleri kurulması da istenmektedir. Öğrencilerden benzer yapıda problemler kurulmasının istenmesi “bağlamı değiştirme” ve “yüzeysel değişiklik” stratejilerinin kullanımını destekleyecektir. Böylece öğrencileri problemleri biçimlendirmede sınırlı sayıdaki stratejiyi kullanmaya teşvik edecektir. Bu nedenle GAÖÇ’nin problem biçimlendirme sürecinde daha zengin öğrenme ortamı oluşturabileceği söylenebilecektir.

Bölüm 1.6.3’te ifade edildiği gibi problem kurma süreci birçok faktörden etkilenmektedir. Bu nedenle matematik sınıflarında öğrencilerin aktif katılımını amaçlayan çerçeveler, katılımcıların problem biçimlendirme yönelik anlayışlarından elde edilen sonuçlarla zenginleştirilmelidir. Bu kapsamda AÖÇ ve GAÖÇ çok az bilgi sunmaktadır. Çünkü Şekil 10 ve 11’de sadece öğrencilerin kurdukları problemleri ve içerisinde yer alan kavramları tartışacakları vurgulanmaktadır. Dolayısıyla bu öğrenme çerçevelerinin öğrenenlerin problem kurma süreçlerine yönelik düşünme süreçlerinden elde edilecek veriler yardımıyla geliştirilmesi bir ihtiyaç olarak görünmektedir.

2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

2.1. Yöntem

2.1.1. Araştırmanın Yöntemi

Bu araştırmada durum çalışması yöntemi benimsenmiştir. Merriam (2009) durum çalışmasını “sınırlı bir sistemin derinlemesine betimlenmesi ve incelenmesi” (s.40) şeklinde tanımlamıştır. Durum çalışmalarının her ne kadar tanımlanmasında benzerlikler olsa da araştırmacılar (Merriam, 2009; Stake, 1995; Yin, 2017) mevcut durumun nasıl araştırılacağına yönelik farklı bakış açıları geliştirmekte ve buna bağlı olarak oluşturdukları tasarımlar da farklılık göstermektedir. Örneğin, Yazan (2015) durum çalışmasına yönelik Yin, Merriam ve Stake’in bakış açılarını karşılaştırmıştır. Yazan (2015), Yin’in araştırmanın başlangıç aşamasında ayrıntılı bir tasarımın ortaya konulmasını ve veri toplama sürecinin başlamasıyla beraber bu tasarım üzerinde çok az değişiklikler yapılmasını, aksi takdirde tekrar başa dönülerek çalışmanın yeniden tasarlanmasını önerdiğini ifade etmiştir. Buna karşın, Stake’in (1995) ise esnek bir tasarımı benimsediğini, çalışmaya başlandıktan sonra bile tasarım üzerinde önemli değişiklikler yapılabileceğini vurguladığını ifade etmiştir.

Bu tez çalışmasında, Stake’in (1995) durum çalışması yaklaşımı dikkate alınmıştır. Stake (1995) durum çalışmasındaki durum veya durumların kesin bir tanımının yapılmasının mümkün olmadığını, çünkü bu durumda diğer disiplinlerdeki tanımlarla yüksek ihtimalle uyumlu olamayabileceğini ifade etmiştir. Stake (1995), durum çalışmasında durum ifadesini sınırlı bir sistem olarak ifade etmiş, bu bakış açısına göre durumu süreçten ziyade bir nesne olarak görmüştür. Durum olarak nitelenen şeyin bir çocuk, bir öğretmen, bir sınıftaki öğrencilerin tamamı, yaratıcı bir program vb. birçok durum olabileceğini belirtmiştir.

Stake (1995) durumun karmaşık ve kendine münhasır yapısını kabul etmekte ve derinlemesine anlaşılmasına önem vermektedir. Bu nedenle, tasarladığı durum çalışması boyunca esneklik daha fazla ön plandadır. Araştırmacı, dikkatin bağlama ve durumun karmaşıklığına verilebilmesi için araştırılan meselenin bizzat kendisini kavramsal yapı olarak ele almıştır. Çünkü, doğrudan meselenin kendisine odaklanması; “araştırmacıyı meselenin gözlemlenmesine, sürecin aydınlatılmasına yönelik verilerin elde edilmesine, birbiriyle çelişen çıktıların tespit edilmesine odaklamaktadır” (s. 17). Bu anlayışa göre,

çalışmaya başlanırken meselenin kendisine yönelik 10 ya da 20 tane ardışık soru yerine gelişime açık iki ya da üç araştırma sorusunun yazılması, gözlem, görüşme ve doküman incelenmesinden elde edilen verilerin yapılandırılmasına daha fazla katkıda bulunacaktır.

Bu araştırmada, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının problem biçimlendirme performanslarının belirlenmesi yanında, problemi biçimlendirirken nasıl düşündükleri ve ne tür faktörleri dikkate aldıklarının keşfedilmesi de hedeflenmiştir. Öğretmen adaylarının problem biçimlendirme anlayışları durum olarak belirlenmiştir. Literatür dikkate alındığında problem kurma sürecinin bilişsel yönden zor ve karmaşık bir süreç olduğu vurgulanmakta ve katılımcıların problem kurma performanslarının birçok faktörden etkilendiği ifade edilmektedir (bk. Bölüm 1.6.3. Problem kurma performansını etkileyen faktörler). Bu nedenle, süreç içerisinde düzenlemeler yapılmasına imkan tanıyan Stake'in (1995) durum çalışması yaklaşımının araştırmanın yöntemi için daha uygun olacağına ve adayların problem biçimlendirme süreçlerinin en etkili şekilde araştırılmasına imkan tanıyacağına karar verilmiştir. Stake'in (1995) durum çalışmasının sağladığı esneklik sayesinde yöntem uygulama sürecinde bazı değişikliklere de gidilebilmiştir (etkinlik-temelli görüşmelerin nasıl uygulanacağına yönelik kararlarda değişikliklere gidilmiştir).

2.1.2. Katılımcılar

Bu araştırma, Doğu Karadeniz Bölgesi'ndeki bir üniversitenin ilköğretim matematik öğretmenliği programının üçüncü sınıfında öğrenim gören matematik öğretmeni adaylarıyla yürütülmüştür. Araştırmanın ilköğretim matematik öğretmeni adaylarıyla yürütülmesi için etik kurul onay yazısı alınmıştır (bk. Ek 1). Katılımcıların belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme dikkate alınmıştır. Amaçlı örnekleme Creswell (2014) katılımcıların araştırmanın amacına hizmet edecek şekilde belirlenmesi olarak tanımlamıştır. Ölçüt örnekleme, önceden belirlenmiş bir dizi ölçütü karşılayan durumların incelenmesidir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Çalışmaya katılacak öğretmen adaylarının belirlenmesinde ölçüt olarak katılımcıların problem, problem kurma ve problem çözme üzerine eğitim görmüş olması alınmıştır. Çalışma öncesinde Özel Öğretim Yöntemleri I dersini almış olan adaylar, çalışma sürecinde de Özel Öğretim Yöntemleri II dersini de almaktadırlar. Öğretmen adaylarına çalışmanın kapsamı hakkında bilgi sunulmuş ve onlara PBT ve etkinlik-temelli klinik görüşmelerden hangisine katılmak istedikleri sorulmuştur. Bu süreçte, adaylara etkinlik-temelli

görüşmelerin farklı günlerde iki oturumda gerçekleştirileceği bildirilmiştir. Bu kapsamda altı aday gönüllü olarak etkinlik-temelli görüşmelere katılmayı kabul etmiştir. Bu adaylarla PBT’de yer alan altı etkinlik üzerinden görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu adayların haricindeki 42 adayda PBT’ye katılmayı kabul etmiştir. PBT, iki oturum halinde bir hafta arayla uygulanmış ve her bir oturumda üç etkinliğe yer verilmiştir. Dört aday oturumlardan sadece birisine katıldığından yanıtları analiz sürecine dahil edilmemiştir. Böylece 38 adayın problem biçimlendirmeye yönelik performansları analiz edilmiştir.

Araştırmacı ve tez danışmanı tarafından etkinlik-temelli görüşmelerden elde edilen veriler üzerinde yapılan incelemeler neticesinde, verilerin yeterli olması noktasında tereddütler yaşanmıştır. Bu kapsamda, 2019-2020 öğretim yılının güz döneminin sonunda farklı öğretmen adaylarıyla görüşmelerin gerçekleştirilmesine karar verilmiştir. Nitel araştırmaların esnekliği, araştırma sürecinde yeni veri toplama araçlarının geliştirilebilmesi, araştırma örnekleminin daraltılabilmesi veya genişletilebilmesi gibi çeşitli boyutlarının yeniden biçimlendirilmesi ile ilişkilidir (Creswell, 2014; McMillan ve Schumacher, 2010; Yıldırım ve Şimşek, 2016). Stake’in (1995) durum çalışması yaklaşımının sağladığı esneklik dikkate alınarak, 2019-2020 öğretim yılı güz dönemi sonunda gönüllülük esasına göre belirlenen üç adayla daha etkinlik-temelli görüşmeler yürütülmüştür. Yapılan görüşmelerde verilerin tekrar etmeye başladığı gözlemlendiğinden görüşmeler sonlandırılmıştır. Güz döneminin sonu olması nedeniyle bu üç aday problem, problem kurma ve problem çözme üzerine eğitim görmüş olup, ölçüt olarak belirlenen kriteri sağlamaktadır. Etkinlik-temelli görüşmelere katılan toplam dokuz öğretmen adayının her birine T1,T2,...,T9 şeklinde kodlar verilmiştir. Bu adayların genel akademik not ortalamaları ve görüşmelerin hangi dönem yapıldığına ait veriler Tablo 3’te sunulmuştur. Tablo 3’teki veriler dikkate alındığında adayların not ortalamalarının 2.94 ile 3.94 arasında değişim gösterdiği ve bu yönüyle grubun nispeten başarılı bir grup olduğu düşünülebilir.

Tablo 3. Etkinlik-temelli görüşmelere katılan adaylara ait tanıtıcı bilgiler

Adaylar	Genel Akademik Not Ortalaması	Uygulama Dönemi
T1	2,98	2018-2019 öğretim yılı bahar dönemi
T2	2,94	2018-2019 öğretim yılı bahar dönemi
T3	3,04	2018-2019 öğretim yılı bahar dönemi
T4	3,38	2018-2019 öğretim yılı bahar dönemi
T5	3,63	2018-2019 öğretim yılı bahar dönemi
T6	3,94	2018-2019 öğretim yılı bahar dönemi
T7	3,33	2019-2020 öğretim yılı güz dönemi
T8	3,12	2019-2020 öğretim yılı güz dönemi
T9	2,99	2019-2020 öğretim yılı güz dönemi

2.1.3. Veri Toplama Araçları ve Analizi

Bu çalışmada kullanılan veri toplama araçları şunlardır; i) PBT ve ii) Etkinlik-Temelli Görüşme Formu. Bu bölümde, bu veri toplama araçlarının her birinin nasıl oluşturulduğu ve analiz edildiğine yönelik açıklamalara yer verilmiştir.

2.1.3.1. Problem Biçimlendirme Testi ve Analizi

Problem biçimlendirme etkinliklerinin hazırlanmasında zorluk seviyesi, öğrenme alanları, şekil içerip içermeme vb. birçok kriter dikkate alınabilmektedir. Bu tez çalışmasında, PBT'nin hazırlanmasında dikkate alınan kriterler şunlardır; i) etkinliğin ait olduğu öğrenme alanı ve kazanım türü, ii) problem biçimlendirmede kullanılabilecek strateji sayısı, iii) problemin zorluk seviyesi ve iv) problemin sözel ya da görsel formda olması.

Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (MEB, 2018) Sayılar ve İşlemler, Cebir, Geometri ve Ölçme, Veri İşleme ve Olasılık olmak üzere beş öğrenme alanı bulunmaktadır. PBT'de bu öğrenme alanlarının yanında adayların düşünme süreçlerini daha geniş bir perspektiften inceleyebilmek amacıyla bilişsel olarak daha üst seviyedeki problemlere de yer verilmesi kararlaştırılmıştır. Böylece, öğretmen adaylarının bilişsel zorluk yönünden çeşitlendirilmiş farklı öğrenme alanlarındaki performansları belirlenerek daha geniş perspektiften problem biçimlendirme anlayışları hakkında fikir edinilebileceği düşünülmüştür. Benzer olarak, Chen vd., (2015) deneysel çalışması için hazırladığı problem kurma testinde farklı öğrenme alanlarına yer vermiştir (aritmetik,

geometri ve istatistik). Ayrıca her bir öğrenme alanında birçok kazanım bulunmaktadır. Problem biçimlendirme etkinliklerinin seçiminde farklı strateji türlerinin kullanımına imkan tanıyan kazanımlar tercih edilmiştir. Bu anlayış literatürdeki farklı çalışmalarda da benimsenmektedir (Ellerton, 2013; Stickles, 2011; Vistro-Yu, 2009). Örneğin Vistro-Yu (2009) problem biçimlendirme için farklı stratejilerin kullanımına imkan tanıdığı için yüzde ve daire kavramlarını içeren problemleri tercih etmiştir.

Problem biçimlendirme etkinliklerinde aranan en önemli kriterlerden bir diğeri, Tablo 1’de sunulan strateji türlerinin kullanımına fırsat sunmasıdır. Bu çalışmada problem biçimlendirmedeki performanslarının (strateji türü, sayısı, vb.) ve anlayışlarının sorgulanması amaçlandığından, farklı strateji türlerinin kullanımına fırsat sunan etkinliklerin seçilmesi en güçlü kriter olmuştur. Bu kapsamda, Tablo 1’de sunulan strateji türlerinden en az beşinin kullanımına imkan tanıyacak problemlerin testte yer almasına karar verilmiştir.

Bu çalışmada, öğretmen adaylarının öğrenci seviyesindeki problemleri biçimlendirirken ne tür anlayışlar sergiledikleri araştırılmamıştır. Bu yönüyle, öğrenci seviyesi bir değişken olarak çalışmaya dahil edilmemiştir. Bunun yerine, doğrudan öğretmen adaylarının farklı problemler üzerinden öğrenci seviyesini dikkate almaksızın kendilerinin nasıl düşündüğüne odaklanılmıştır. Bu nedenle, sadece hizmet içi dönemde öğretim yapacakları ortaokul 5-8. sınıflar seviyesine uygun problemlerin seçilmesi sınırlılık oluşturabilecektir. Yapılan çalışmalar, alan bilgisinin problem kurma becerisinde yaşanan güçlüklerin temel ve en önemli nedenlerinden birisi olduğunu ortaya koymaktadır (bk. Bölüm 1.6.3.1. Matematiksel alan bilgisi ve problem kurma performansı ilişkisi). Bu bağlamda adayların düşünme süreçleri hakkında daha derinlemesine analizler yapabilmek amacıyla farklı zorluk seviyelerini yansıtacak şekilde problemlerin seçilmesinin daha uygun olacağına karar verilmiştir.

PBT’nin hazırlanmasında dikkate alınan diğeri bir kriter ise problemin sunum şeklidir. Temsiller üzerine yapılan araştırmalarda her bir temsil türünün veri setine farklı perspektiflerden bakma imkanı sunduğu vurgulanmaktadır (Ainsworth, 2006; Knuth, 2000). Bu kapsamda, problem kurma etkinlikleri de farklı temsil türlerini içerecek şekilde sunulabilmekte (Cai, Jiang, Hwang, Nie ve Hu, 2016) ve araştırmalar sunum şeklinin öğrencilerin problem kurma performansını etkilediğini göstermektedir (Cai vd., 2013; Christou vd., 2005; Işık ve Kar, 2011; Leung ve Silver, 1997; Silber ve Cai, 2017). Örneğin Işık ve Kar (2011) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının aynı

matematiksel yapıdaki açık-uçlu sözel hikâyelere göre grafiklere problem kurmada daha fazla zorlandıklarını tespit etmişlerdir. Bu kapsamda, görsel temsiller içeren etkinliklerin de testte yer almasına karar verilmiştir.

Tez danışmanı ve yürütücüsü tarafından yukarıda ifade edilen kriterler dikkate alınarak matematik öğretim kitapları (Baki, 2015; Krulik ve Rudnick, 1989), ders kitapları (Bektaş, Kahraman ve Temel, 2018; Erenkuş ve Savaşkan, 2018) ile tez ve makaleler taranmıştır (Kwek, 2015; Stickles, 2006; Xie ve Masingila, 2017). Bunun yanında, araştırmacı kendisi de problemler yazmıştır. Bu araştırmalar neticesinde toplam 22 problem belirlenerek problem havuzu oluşturulmuştur (bk. Ek 2).

Ek 2’de sayılar ve işlemler öğrenme alanına yönelik dokuz probleme (bk. A₁, A₂, A₃, A₄, B₁, B₂, B₃, B₄, B₅) yer verilmiştir. Problemler kesir, yüzde, rasyonel sayılarla işlemler, bölünebilme gibi farklı kavramları içermekte olup, her biri en az beş stratejinin kullanımına imkan tanımaktadır. Ek 2’de geometri ve ölçme öğrenme alanına yönelik beş probleme (bk. A₅, A₆, B₆, B₇, B₈) yer verilmiştir. Bu problemler, geometrik cisimler ve geometrik şekillere yönelik açı, hacim, alan ölçme, türevde maksimum ve minimum gibi birçok kavramı içermektedir. Ayrıca bu problemler en az beş stratejinin kullanımına imkan tanımakta olup, çoğunluğu görsel temsil içermektedir. Ek 2’de cebir öğrenme alanına yönelik dört probleme (bk. A₇, A₈, A₉, A₁₀) yer verilmiştir. Bu problemlerde denklemler ve örüntü gibi kavramlara yer verilmiş olup, her biri en az beş stratejinin kullanımına imkan tanımaktadır. Veri, sayma ve olasılık öğrenme alanına yönelik Ek 2’de dört probleme (bk. A₁₁, A₁₂, A₁₃, B₉) yer verilmiştir. Veri öğrenme alanında problemler aritmetik ortalama yanında tablo ve grafiklerin kullanımını da gerektirmektedir. Olasılık öğrenme alanında olasılık hesabı ve sayma öğrenme alanında kombinasyon kavramının kullanımını gerektiren problemlere yer verilmiştir. Bu problemler en az beş problem biçimlendirme stratejisinin kullanımını da içermektedir.

PBT’de yer verilecek etkinlik sayısı uygulama süresi dikkate alınarak belirlenmiştir. Etkinlik sayısının arttırılması testin uygulanma süresini uzatacağı, etkinlik-temelli görüşmelerde derinlemesine sorgulamalar yapmaya engel oluşturabileceği düşünülmüştür. Alanında uzman ve problem kurma üzerine yayınları da olan bir öğretim üyesinin (Uzman 1[U₁]) görüşleri de dikkate alınarak PBT’nin iki oturumda gerçekleştirilebilecek şekilde hazırlanmasına karar verilmiştir. Öğretmen adaylarından her bir etkinlikte kurabildikleri kadar farklı problemler kurmaları istenmiştir. Böylece kullandıkları strateji türlerinin genişliği hakkında derinlemesine fikir

elde edilebileceği düşünülmüştür. Problem kurma etkinliklerinin zor ve zaman alıcı olması nedeniyle her bir oturumda üç etkinliğe yer verilmesinin uygun olacağına karar verilmiştir. Ayrıca araştırmacı, tez danışmanı ve U₁ tarafından yapılan tartışmalarda altı problem üzerinden öğrenme alanı, problem sunumu ve güçlük seviyelerine yönelik çeşitliliğinde sağlanabileceği üzerinde fikir birliğine varılmıştır. Böylece Ek 2’de yer alan problem havuzundan altı problemin belirlenmesine karar verilmiştir.

Veri toplama aracında yer alacak altı problemin belirlenmesi amacıyla U₁ ve matematik öğretmeni U₂’nin görüşlerine başvurulmuştur. Uzmanlara çalışmanın amacı ve kapsamını yansıtan bir rapor ile birlikte Ek 2 sunulmuş ve altı problemi gerekçeleriyle beraber belirlemeleri istenmiştir. U₁, Ek 2’deki A₇, B₁, B₃, B₆, B₇, B₉ kodlu problemleri, U₂ ise, Ek 2’deki A₃, A₇, A₁₃, B₁, B₆ ve B₇ problemlerini seçmiştir. Her iki uzmanda seçimlerinde farklı öğrenme alanlarına yönelik olmasını ve çok sayıda problem biçimlendirme stratejisini kullanmaya imkan tanımasını ön plana çıkarmışlardır. U₁’in problemlerin seçimine yönelik görüşleri şu şekildedir; “Seçim yaparken tabloda belirttiğiniz durumlar yanında, genel olarak sınırlılıklar eklemeye uygun olan, nispeten daha az veri içeren problemleri tercih ettim. Çünkü bu tür problemler becerilerini sürece daha fazla katmalarına imkan tanıyacaktır.”

Her iki uzmanın ortak görüşleri de dikkate alınarak Ek 2’deki problem A₇, B₁, B₆ ve B₇’nin PBT’de yer almasına karar verilmiştir. Veri, sayma ve olasılık öğrenme alanında seçilen iki problem için tercihler farklılık göstermiştir. U₁, Ek 2’deki B₉ problemini belirlemişken, U₂, Ek 2’deki A₁₃ problemini belirlemiştir. U₂ ortaokul kazanımına uygun olması durumundan hareketle bu tür bir tercihte bulunduğunu ifade etmiştir. U₂’nin görüşleri şu şekildedir; “Problemi ortaokul matematik öğretim programında yer almasından ötürü tercih ettim. Olasılıkla ilgili problemlere bakacak olursak, genel olarak zar atma problemleri olasılık öğretimi başladıktan sonraki her öğretim seviyesinde yer almaktadır. Bu bağlamda problem, 8. sınıf düzeyinden lisans öğrenim düzeyine kadar her seviyede problem kurmaya olanak sağlamaktadır” U₁ ise her iki probleminde farklı problemler kurmaya imkan tanıdığını fakat tokalaşma problemi olan B₉’un aynı zamanda genelleme yapmaya da fırsat sunduğunu ve bu yönüyle de “yeniden biçimlendirme” stratejisine yönelik güzel bir örnek olduğunu ifade etmiştir. U₁ ayrıca literatür incelendiğinde bu problemin farklı araştırmalarda yer aldığını vurgulayıp probleme araştırmada yer verilmesini önermiştir. U₁ görüşlerini şu şekildedir;

Literatür incelendiğinde tokalaşma problemine farklı çalışmalarda da yer verilmektedir. Bu problem genelleme yapılmasına da fırsat tanıyor (n kişi arasında $n(n-1)/2$ tane el sıkışması yaşanır). Sunduğunuz problem belirlediğiniz kategorilerde farklı problemler kurulmasına imkan da sağlıyor. Literatürde pek çok araştırmacının çalışmasında da kullanılan bu problemin araştırmamız için de uygun olduğunu düşünüyorum.

Bu görüşler birlikte dikkate alınarak araştırmacı ve tez danışmanı yaptıkları tartışmalar neticesinde Ek 2'deki B₉ kodlu probleme yer vermeye karar vermişlerdir. Çünkü tokalaşma problemi “yeniden biçimlendirme” stratejisinin kullanımına uygun olup, genelleme yapmaya da imkan tanımaktadır. Ayrıca “yeniden biçimlendirme” stratejisi her problem için uygun olmayabilmektedir. Bu nedenle bu kategoriyi yansıtacak bu tür bir problemin olması kategori çeşitliliği açısından araştırmanın amacına daha fazla imkan tanıyacağı düşünülmüştür.

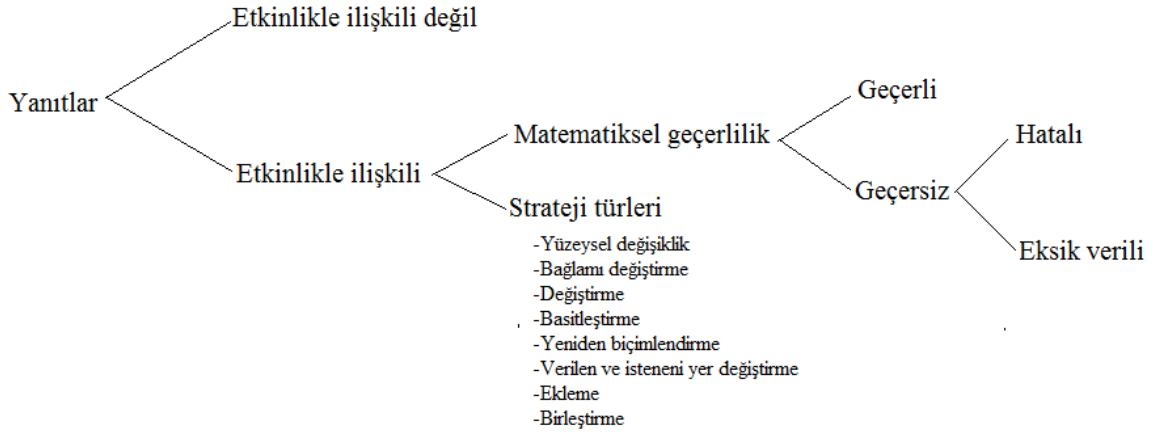
Sayılar ve işlemler öğrenme alanında da uzmanların seçtikleri problemlerde farklılık görülmüştür. U₁ Ek 2'deki B₃ problemini, U₂ ise A₃ problemini seçmiştir. U₁ boş bir havuzu doldurmaya yönelik orantı kavramını da barındıran Ek 2'deki B₃ kodlu problemi seçmiştir. Araştırmacı problemde veri sayısının az olduğunu ve bu problemde musluk sayısının artırılması, akış hızları gibi farklı durumların sürece dahil edilebileceğini belirtmiştir. Bu yönüyle farklı problemler kurmaya imkan tanıyacağı için seçtiğini ifade etmiştir. U₁'in görüşleri şu şekildedir; “Bu problem az veri içermesinden ötürü farklı problemler kurmak için çok uygun görünüyor. Dolayısıyla problem kurma becerileri hakkında daha fazla bilgi sunacağını düşünüyorum.” U₂ ise kesir kavramının programda önemli bir yere sahip olduğunu vurgulayıp probleme çalışmada yer verilmesini önermiştir. U₂'nin görüşleri şu şekildedir; “Programda kesirler önemli yere sahiptir. Kesirler günlük hayatta pek çok yerde kullanılmaktadır. Ayrıca kesirler konusunda çok fazla problem de yazılabilecektir. Bu konuda bir probleme yer verilmesinin önemli olduğunu düşünüyorum.” Uzman görüşleri birlikte düşünüldüğünde Ek 2'de yer alan B₃ kodlu problemin çalışmanın amacı ve kapsamına daha uygun olacağına karar verilmiştir. Çünkü, B₃ sekiz strateji türüne problem kurmaya imkan tanımanın yanında, farklı zorluk seviyelerinde sınırlılık eklemeye de uygundur. Bu araştırmanın odak noktasında öğretmen adaylarının öğrenci seviyesinde problem kurma düzeylerinin incelenmesi yer almamaktadır. Bunun yerine adayların problem

biçimlendirmeye yönelik düşünce yapılarına odaklanılmıştır. Bu bağlamda, daha fazla kategoride problem kurmaya imkan tanıyan ve bilişsel olarak daha fazla düşünmeyi gerektiren bir problemin adayların düşünme süreçleri ve bu süreçte matematiksel kavramlardan nasıl faydalandıkları hakkında daha fazla bilgi sunabileceği düşünülmüştür. Ayrıca, PBT’de yer alan B₁ kodlu problem yüzdeler konusunda olup, yüzde de aynı zamanda bir kesirdir. Bu nedenle, A₃ yerine B₃’ün seçilmesine karar verilmiştir. Böylece PBT’de Ek 2’de yer alan A₇, B₁, B₃, B₆, B₇ ve B₉ kodlu problemler yer almıştır. Bu problemlerin ikisi (Ek 2, B₁ ve B₃) sayılar ve işlemler, ikisi geometri ve ölçme (Ek 2, B₆ ve B₇) ve birer tanesi de Veri, sayma ve olasılık (Ek 2, B₉) ve Cebir (Ek 2, A₇) öğrenme alanlarında yer almıştır. Problem A₇ ortaokul 5-8 kademesine uygun bir problemidir. Bunun yanında B₁ kodlu problem ortaokul seviyesindeki kavramlarla oluşturulan fakat zorluk düzeyi daha yüksek olan bir problemidir. Diğer problemler ise ortaokula göre daha üst düzey problemlerdir. PBT’de yer alan iki problem (Ek 2, B₆ ve B₇) görsel öğeler içermekte olup, problemlerin tamamı en az altı kategoride problem kurulmasına imkan tanımaktadır.

PBT öğretmen adaylarına iki oturumda uygulanmıştır. Problemler iki gruba ayrılırken görsel temsil içermesi ve zorluk düzeyi yönünden dengeli olması durumu dikkate alınmıştır. Bu kapsamda ilk oturumda A₇, B₆ ve B₉ kodlu problemlere, ikinci oturumda ise B₁, B₃ ve B₇ kodlu problemlere yer verilmiştir. Dördüncü sınıf bir şubedeki öğretmen adaylarıyla pilot çalışma yürütülmüştür. Öğretmen adayları problemle ilişkili yeni problemler yazma ile kastedilene anlamada güçlükler yaşamışlar ve daha ayrıntılı açıklamalar yapılmasını istemişlerdir. Bu nedenle, PBT’nin yönergesinde bir örnek durumun eklenmesine karar verilmiştir. Bir problem üzerinden bilişsel yönden üst düzey beceri gerektiren “verileni ve isteneni yer değiştirme”, “ekleme” ve “yeniden biçimlendirme” gibi stratejiler yerine, farklı araştırmalarda da katılımcıların yaygın şekilde kullandıkları (Stickles, 2011) “bağlamı değiştirme” ve “yüzeysel değişiklik” stratejileri örnek üzerinden kısaca açıklanmıştır. Ayrıca yönergede kurabildikleri kadar farklı problemler kurmaları gerektiği ve ortaokul öğrenci seviyesinde problemler yazmanın araştırmanın bir değişkeni olmadığı vurgulanmıştır. PBT’nin uygulamaya hazır hali Ek 3’de verilmiştir.

PBT’ye verilen yanıtlar, nitel analiz yaklaşımları kapsamında değerlendirilen tümdengelimsel analiz yaklaşımı kullanılarak incelenmiştir. Bu yaklaşımda veriler, konuya ilişkin mevcut bir teorik yapıya göre analiz edilmektedir (Patton, 2002, s. 453).

Literatürdeki (Leung ve Silver, 1997; Silver ve Cai, 1996; Stickles, 2011; Vistro-Yu, 2009) farklı analiz şemalarından yararlanarak kurulan problemler analiz edilmiştir (bk. Şekil 12).



Şekil 12. Problemlerin analizine ait şema

Öğretmen adaylarının kurdukları bazı problemler Tablo 1’de yer alan strateji türlerinden herhangi biriyle açıklanamamıştır. Bazı adaylar etkinlikte yer alan kavramı tespit edip, bu kavrama yönelik geçmiş deneyimlerinde yer alan herhangi bir problemi yazmıştır. Örneğin tokalaşma etkinliğinin kombinasyon kavramına yönelik olduğunu tespit eden bazı adaylar, olasılık, kombinasyon veya permütasyona yönelik problemler yazmıştır. Bu tür problemlere herhangi bir strateji tayin edilemediği için “etkinlikle ilişkili değil” şeklinde değerlendirilmiştir.

“Etkinlikle ilişkili” problemler ise matematiksel geçerliğine ve strateji türlerine göre analiz edilmiştir. Problemlerin matematiksel yönden geçerli olup olmamasının belirlenmesinde literatürde yer alan analiz şemalarından faydalanılmıştır (Kwek, 2015; Leung ve Silver, 1997; Silver ve Cai, 1996). Matematiksel yönden hata içeren ve eksik verili yanıtlar “geçersiz” şeklinde, hata içermeyen ve çözümü yapılabilen yanıtlar ise “geçerli” şeklinde değerlendirilmiştir. Analiz şemasının adımlarına yönelik örnek yanıtlar ve açıklamaları bulgular kısmında sunulmuştur.

Literatürde problem biçimlendirme etkinliklerini içeren çalışmalar incelenmiş ve bu çalışmalarda kullanılan stratejiler derlenerek strateji türüne yönelik yapılacak analizlere rehberlik edecek şemanın ilk formu oluşturulmuştur (bk. Bölüm 1.6.2. Problem Biçimlendirme Stratejileri ve Yapılan Çalışmalar, Tablo 1). Bu formda yapılan strateji

tanımları dikkate alınarak etkinlikle ilişkili problemler strateji türlerine göre de analiz edilmiştir.

Tablo 1’deki stratejilere yönelik yapılan tanımlar üzerinde, pilot çalışma sürecinde kurulan problemler incelenerek bazı düzenlemeler gerçekleştirilmiştir. Böylece stratejilerin tanımlarına son hali verilmiştir. Örneğin, “değiştirme” stratejisi kullanılarak oluşturulan problemlerde soru kökü değiştirilmiştir. Oluşturulan yeni soru köküne uygun olması için etkinlikteki problemin metnindeki sayısal değerlerde veya yer/nesne isimlerinde de değişiklikler yapılma gereği duyulmuştur. Tez danışmanı ve araştırmacı tarafından yapılan tartışmalarda bu tür problemleri yazarken ön plana çıkarılan stratejinin “değiştirme” stratejisi olduğu ve bu durumun doğal bir sonucu olarak yüzeysel değişikliklerin meydana geldiği üzerinde fikir birliği sağlanmıştır. Bu nedenle, bu tür problemler “birleştirme” stratejisinde değerlendirilmemiş, baskın stratejinin hangisi olduğu dikkate alınarak kodlanmıştır. Bu yaklaşım “yüzeysel değişiklik” stratejisinin haricinde diğer stratejilerin kullanıldığı problem türlerinde de tespit edilmiştir. Örneğin “verilen ve isteneni yer değiştirme” stratejisini kullanan bir aday, bu stratejiye uygun olması için sayısal veriler üzerinde değişiklikler yapmak zorunda kalabilecektir. Dolayısıyla, burada sayısal değişiklikler bir strateji olarak ortaya çıkmadığına karar verilmiştir. Bu nedenle bu tür bir problem sadece “verilen ve isteneni yer değiştirme” şeklinde kodlanmıştır. Diğer bir ifadeyle “yüzeysel değişiklik” stratejisi diğer stratejilerden birisinin bulunduğu problemde tekrardan kodlanmamıştır. Bu bağlamda “yüzeysel değişiklik” stratejisi en ilkel form olup, diğer stratejiler kullanılmadan sadece etkinlikteki problem üzerinde yapılan değişikliklerle sınırlandırılmıştır. Örnek olması açısından Ek 3’deki üçüncü etkinlikte öğrenci sayısı verilerek toplam tokalaşma sayısı sorulmuştur. Bir adayın bu etkinliğe kurduğu problem şu şekildedir; “Bir sınıfta her biri birbirini ile bir kez tokalaşma şartı ile öğrenciler arasında toplam 28 tokalaşma olmuştur. Buna göre bu sınıfta toplam kaç öğrenci vardır?” Aday bu problemde toplam tokalaşma sayısını vererek öğrenci sayısını sormuş ve böylece “verilen ve isteneni yer değiştirme” stratejisini kullanmıştır. Kullanılan bu stratejinin doğal bir sonucu olarak problemdeki sayılarda da değişiklik yapmıştır. Bu nedenle problem, “yüzeysel değişiklik” stratejisi kapsamında değerlendirilmemiştir.

Pilot çalışma sürecinde bazı adaylar yazdıkları problemlerde “basitleştirme” stratejisini kullanmış ve bu kapsamda problemin ifadesindeki bazı verileri çıkarmışlardır. Bu tür durumlarda problem yazabilmek için mevcut verilerle ilişkili olması için soru

kökünde de değişikliklere gitmişlerdir. Ayrıca bazı veriler çıkarıldığından kalan mevcut veriler ile soru kökü arasındaki uyum için sayısal değişiklikler yapmak zorunda kalmışlardır. Dolayısıyla bu süreçte odak noktada, “yüzeysel değişiklik” ya da “değiştirme” stratejileri yer almamaktadır. Bunun yerine, veri eksiltilmesinin ya da bilinmeyen bir değer verilmesinin doğal bir sonucu olarak bu tür durumlar ortaya çıkmaktadır. Bu nedenle, bu tür yanıtlar “birleştirme” stratejisi yerine “basitleştirme” stratejisi altında değerlendirilmiştir. Ek 3’deki dördüncü etkinlik olan tüccar problemine bir adayın kurduğu problem şu şekildedir;

Bir tüccar bir ürünü katalogdaki liste fiyatı 200 lira üzerinden %50 indirimle almıştır. Tüccar ürüne bir etiket fiyatı belirlemiş ve o etiket fiyatı üzerinden satış yapmıştır. Tüccar bu işlemle alış fiyatının %50’si kadar kâr yaptıysa etiket fiyatı kaç liradır?

Bu problemde, etkinlikteki problemden farklı olarak, başlangıç fiyatı 200 lira verilmiştir. Bunun yanında, aday yazdığı problemde etiket fiyatı üzerinden yapılan indirim kısmına yer vermeyerek problemin bazı basamaklarını atlatmıştır. Bu yönüyle problemin etkinlikteki probleme göre basitleştirilmesi söz konusudur. Problem de liste fiyatı verilmiş olduğundan soru kökünde etiket fiyatının liste fiyatına oranını sormak yerine etiket fiyatı sorulmuştur. Dolayısıyla, soru kökündeki değişiklik problemdeki bazı verilerin eksiltilmesinin bir sonucu olarak ortaya çıktığı için “değiştirme” stratejisi şeklinde tekrar kodlanmamıştır.

“Ekleme” stratejisinin kullanıldığı problemlerde yeni veriler eklenmesi söz konusudur. Bunun yanında alan yazınındaki bazı çalışmalarda yeni koşullar veya sınırlılıkların eklenmesi durumları da bu strateji kapsamında değerlendirilmiştir. Örneğin, Vistro-Yu (2009) Ek 3’deki dördüncü etkinlik için bu stratejiye yönelik verdiği bir problem örneğinde “müşterilerin ürünü aldığı fiyat üzerinden %20 ile %25 arasında kâr ettiği” (s. 192) koşulunu eklemiştir. Benzer problem örnekleri pilot çalışma sürecinde de gözlemlenmiştir. Bu nedenle bu strateji türünün içeriği, bu tür problemleri kapsayacak şekilde genişletilmiştir. Ek 3’deki birinci etkinliğe bir adayın kurduğu problem şu şekildedir;

Yazıcılar araç kiralama şirketi, Passat marka aracın kiralınması için günlük 80 TL ve ilk 100 kilometrede her kilometre başına 60 kuruş, 100 kilometre üstünde her kilometre başına 40 kuruş almaktadır. Buna göre gün içerisinde 180 km araç kullanan biri bu kiralama şirketine kaç lira öder?

Problem kurma etkinliğinde yer alan “günlük 70 TL ve her kilometre de 40 kuruş almaktadır” ifadesini aday “ilk 100 km’de her km başına 60 kuruş, 100 km üstünde her km başına 40 kuruş almaktadır” şeklinde değiştirmiştir. Böylece sürülen yol miktarının 100 kilometreden büyük veya küçük olması durumunu ekleyerek probleme yeni koşullar ilave etmiştir. Dolayısıyla “ekleme” stratejisi kullanılmıştır.

Pilot çalışma sürecinde “ekleme” stratejisini kullanan adaylar probleme yeni veriler veya yeni koşullar eklemişlerdir. Bu tür değişiklikler yapılmasının doğal bir sonucu olarak soru kökü üzerinde de değişiklikler yapılmak zorunda kalınmıştır. Bu tür durumlarda soru kökü değişikliğinin yeni veriler veya koşullar eklenmesinin bir sonucu olduğu değerlendirilmiş ve “değiştirme” stratejisi şeklinde kodlanmamasına karar verilmiştir. Örneğin, bir adayın Ek 3’deki beşinci etkinlik için “ekleme” stratejisi kullanarak yazdığı problem şu şekildedir;

30 cm çapındaki 3 silindirik yağ varili, çelik telle şekilde [Ek 3, Etkinlik 5’deki şekil] görüldüğü gibi etrafı sarılarak bağlanmaktadır. Çeliğin metresi 40 TL olup 1 m alana dükkan sahibi 2. metreden itibaren her 1 metrede 5 TL indirim yapacağını söyler. Bu durumda çelik alan kişi ne kadar ücret öder?

Aday Ek 3’deki beşinci etkinliğin verileri üzerine, “çeliğin metresi 40 TL olup 1 m alana dükkan sahibi 2. metreden itibaren her 1 metrede 5 TL indirim yapacağını söyler” ifadesini eklemiştir. Eklenen veriye göre problemin hikâyesine uygun olması için problemdeki soru kökü “bu durumda çelik alan kişi ne kadar ücret öder?” şeklinde değiştirilmiştir. Adayın yeni veri eklemesinin bir sonucu olarak soru kökü değiştiği için “değiştirme” stratejisi şeklinde kodlanmamıştır. Benzer şekilde “verilen ve isteneni yer değiştirme” stratejisinin kullanıldığı durumlarda da doğal olarak soru kökü değişmek zorundadır. Bu nedenle bu tür durumlarda problemler tekrar “değiştirme” stratejisi ile kodlanmamıştır. Sonuç olarak, “değiştirme” stratejisi yalnızca “bağlamı değiştirme” stratejisi ile birlikte kullanıldığında “birleştirme” stratejisinde kodlanmasına karar verilmiştir. Bir adayın Ek 3’de yer alan üçüncü etkinlik için yazdığı ve sırasıyla “verilen

ve isteneni yer değiştirme” ve “yeniden biçimlendirme” olarak değerlendirilen problemleri şu şekildedir;

Bir sınıftaki öğrencilerin her biri birbiri ile toplamda 153 kez tokalaştığına göre bu sınıfta kaç kişi vardır?

Bir sınıfta n kişi bulunmaktadır. n kişinin toplamda kaç tokalaşması olacağını genel bir kural bularak ifade ediniz.

Aday birinci problemini, etkinlikteki problemin verileni ile istenenini yer değiştirerek oluşturmuştur. Dolayısıyla bu anlayışın bir sonucu olarak da problemin soru kökü de değişmiştir. Bu problemin yazımında “verilen ve isteneni yer değiştirme” stratejisi anlayışının sonucu olarak soru kökü değişmek zorunda kaldığından “değiştirme” stratejisi şeklinde değerlendirilmemiştir. Benzer şekilde, diğer problemde de ise genelleme yapılarak “yeniden biçimlendirme” stratejisi kullanılarak problem oluşturulmuştur. Problem de kişi sayısı n ile temsil edilmesinin sonucu olarak soru kökünde de bu n değişkenine bağlı olarak kural sorulmuştur. Bu nedenle problem “değiştirme” stratejisi şeklinde de kodlanmamıştır.

Son olarak pilot çalışma sürecinde “birleştirme” stratejisi altında hangi stratejilerin birlikte kullanımıyla oluşturulan problemlerin yer alacağına yönelik ayrıntılı açıklamalara ihtiyaç duyulmuştur. Problem biçimlendirme sürecinde bazı stratejilerin kullanılması (“yeniden biçimlendirme”) aynı zamanda bazı stratejilerin kullanımını da zorunlu kılabil-diği (“yüzeysel değişiklik” gibi) ifade edilmişti. Bu tür durumlarda problemler strateji türü olarak tek bir strateji ile kodlanmıştır. Bu bağlamda, “yüzeysel değişiklik” ve “değiştirme” stratejileri dışındaki diğer stratejilerden en az ikisini içeren problemler “birleştirme” stratejisi altında kodlanmıştır (“verilen ve isteneni değiştirme” ve “bağlamı değiştirme”). Bunun yanında özel olarak, yukarıda ifade edildiği gibi, “değiştirme” stratejinin “bağlamı değiştirme” stratejisi ile birlikte kullanıldığı yanıtlar da “birleştirme” stratejisi altında değerlendirilmiştir. rnek olması adına pilot çalışma sürecinde bir adayın Ek 3’de yer alan üçüncü etkinliğe kurduğu problem şu şekildedir;

Bir toplantıya 30 kişi davet edilmiştir. Davetlilerden bazıları toplantıya katılmamıştır. Toplantıda 325 tokalaşma olduğuna göre kaç davetlinin toplantıya katılmadığını bulunuz?

Ek 3’deki üçüncü etkinlikte sınıftaki 12 kişinin birbiriyle yaptığı toplam tokalaşma sayısı sorulmuştur. Adayın kurduğu problemde ise problemin hikâyesi değiştirildiğinden “bağlamı değiştirme” şeklinde kodlanmıştır. Ayrıca yazılan problemde “Davetlilerden bazıları toplantıya katılmamıştır” ifadesi ile probleme sınırlılık eklenmiştir. Bu durumda adayın “ekleme” stratejisine yer verdiği belirlenmiştir. Ayrıca etkinlikteki problemde kişi sayısı verilip tokalaşma sayısı soruluyorken, adayın yanıtında toplam tokalaşma sayısı 325 olarak verilip davete katılmayan kişi sayısı sorulmuştur. Bu bağlamda “verilen ve isteneni yer değiştirme” stratejisine de yer verilmiştir. Aday problem kurarken üç farklı stratejiye yer verdiği için problem “birleştirme” stratejisinde değerlendirilmiştir.

Pilot çalışma sürecinde yapılan bu düzenlemeler neticesinde Tablo 1’de taslağı oluşturulan strateji türlerine son hali verilmiştir. Bu tez çalışmasında yazılan problemlerin analizinde kullanılan strateji türlerinin tanım ve kapsamına ait son hal Tablo 4’de verilmiştir.

Tablo 4. Veri analizinde kullanılan problem biçimlendirme stratejilerinin tanımları

Strateji türleri	Açıklamalar
Yüzeysel değişiklik	– Kurulan problemde matematiksel yapı ve bağlam değişmeden kalmakta, buna karşın problemdeki nicel miktarlar, birimler, şekiller, nesne, yer, vb. isimler değiştirilmektedir. – Bu değişikliklerden herhangi birinin ya da birkaçının birlikte kullanıldığı problemler bu strateji ile kodlanabilir. – Bu strateji türü diğer stratejilerle birlikte kodlanmaz.
Bağlamı değiştirme	– Kurulan problemde matematiksel yapı değişmeden kalmaktadır. Fakat problemin bağlamı değiştirilmektedir. – Bağlamı değiştirildiğinde problemlerde sayı, nesne veya yer isimlerinin değiştirilmesi de söz konusu olabileceğinden, yazılan problem ayrıca “yüzeysel değişiklik” stratejisi ile kodlanmaz.
Basitleştirme	– Kurulan problemin kurgusu değişmeden kalmaktadır. Buna karşın, verilerin bir kısmı atılarak ya da sayısal değişiklikler yapılarak etkinlikteki problem basitleştirilmektedir. – Bu stratejinin kullanıldığı problemler, “yüzeysel değişiklik” veya “değiştirme” stratejileri ile kodlanmaz.
Verilen ve isteneni yer değiştirme	– Orijinal problemdeki verilen ve istenen yer değiştirilerek yeni problem üretilir. – Bu tür problemlerde soru kökü de değişmiş olacağından, tekrar “değiştirme” stratejisi ile kodlanmaz. – Bu tür problemlerin metninde sayısal değerlerde de değişiklikler yapılmak zorunda olduğundan tekrar “yüzeysel değişiklik” stratejisi ile kodlanmaz.

Tablo 4 (devamı). Veri analizinde kullanılan problem biçimlendirme stratejileri tanımı

Yeniden biçimlendirme	– Etkinlikteki problemin matematiksel yapısı değişmeden farklı bir formatta sunulur; ispat problemi doğrulama problemine veya bir problem genelleme problemine dönüştürülür. – Bu tür problemlerde sayısal veriler veya soru kökü değişmiş olacağından “yüzeysel değişiklik” veya “değiştirme” stratejileriyle kodlanmaz.
Değiştirme	– Etkinlikteki problemin verilenleri değiştirilmeden kalırken, soru kökü değiştirilerek problem kurulur. – Problemden soru kökü değiştirilirken isimler, sayılar vb. durumlarda değişikliğe gidilebilir. Ancak bu değişiklikler “yüzeysel değişiklik” olarak kodlanmaz.
Ekleme	– Problemin kurgusu değişmeden kalır. Buna karşın, etkinlikteki probleme yeni veriler, sınırlılık veya varsayımlar eklenir. – Bu stratejiye yönelik problemler ayrıca “yüzeysel değişiklik” veya “değiştirme” stratejileriyle kodlanmaz.
Birleştirme	– En az iki farklı strateji kullanılarak oluşturulan problemleri temsil etmektedir. – “Değiştirme” stratejisi sadece “bağlamı değiştirme” stratejisi ile birlikte kullanılabilir. Bu tür durumlarda “birleştirme” şeklinde kodlanacaktır.

Matematiksel geçerliliğine ve Tablo 4’de tanımları verilen strateji türlerine göre öğretmen adaylarının yanıtları analiz edilmiştir. Adayların kurdukları problemlerin ne kadar tutarlı bir şekilde analiz edildiğini belirlemek için kodlama güvenilirliğine bakılmıştır. Bu amaçla 38 adayın kağıtları içerisinde beşi kura ile belirlenmiştir. Kodlayıcı iki uzmandan birisi öğretim üyesi olup, problem kurma üzerine yayınları bulunmaktadır (Kodlayıcı 1[K1]). Diğer araştırmacı ise tez yürütücüsüdür (Kodlayıcı 2 [K2]). Kodlayıcılar, beş adayın PBT’deki her bir etkinliğe kurdukları problemleri ayrı ayrı analiz etmişler ve daha sonra yaptıkları analizler arasındaki uyum yüzdesini hesaplamışlardır. Kodlama güvenilirliği, uyum yüzdesi indeksi kullanılarak hesaplanmıştır. Uyum yüzdesinin hesaplanmasında ise Miles ve Huberman (1994, s.64) tarafından önerilen formül kullanılmıştır;

$$\text{“Uyum yüzdesi} = \frac{\text{görüş birliği}}{\text{görüş birliği} + \text{görüş ayrılığı}}\text{”}$$

Beş öğretmen adayı toplamda PBT’deki her bir maddeye sırasıyla 19, 13, 19, 15, 18, 20 problem yazmışlardır. Problemlerdeki strateji türlerine yönelik kodlayıcılar arasında hesaplanan uyum yüzdesleri sırasıyla 0,88 ile 0,94 arasında değişim göstermiştir. Miles ve Huberman (1994) “kodlayıcılar arası güvenilirlik 0,8’e yakın bir değer olmalıdır”

(s.64). Strateji türüne göre sınıflandırılması üzerinde fikir birliğine varılamayan yanıtlar için ise kodlayıcılar bir araya gelmiş ve üzerinde tartışmalar yürüterek nihai sınıflandırması üzerinde fikir birliğine varmışlardır. Örnek olarak ÖA₅ tarafından Ek 3'deki birinci etkinliğe kurulan ve strateji türü yönünden sınıflandırılması üzerinde fikir birliği sağlanamayan bir problem şu şekildedir;

Günlük soru çözen Hüseyin 35 soru çözdüğünde saat 11.30'dur. Hüseyin bir saatte 50 soru çözüyor. Toplamda 560 soru çözdükten sonra soru çözümünü bitiriyor. Buna göre;

- i. Kaç saat soru çözmüştür?
- ii. Soru çözmeyi bitirdiğinde saat kaç olur?

ÖA₅ etkinlikten hareketle iki alt problem kurmuştur. Bu anlayış farklı adayların yanıtlarında da görülen bir durumdur. Bu alt problemlerin her biri farklı birer problem olarak değerlendirilmiştir. Adayın yazdığı ikinci problemde soru çözmeyi bitirdiğinde saatin kaç olacağı sorulmaktadır. Bu problem strateji türü olarak iki kodlayıcı tarafından da “bağlamı değiştirme” şeklinde kodlanmıştır. Çünkü araç kiralama olan problemin hikâyesi soru çözme şeklinde değiştirilmiştir. Buna karşın, K₂ bu problemin kurulması sürecinde “değiştirme” stratejisinin, K₁ ise “ekleme” stratejisinin kullanıldığını ifade etmiştir. K₂ bu durumun sebebi olarak soru kökünde değişiklik yapılmasını göstermiştir. K₁ ise soru kökünün cevaplanabilmesi için ÖA₅'in problemin ifadesine, “saat 11.30'dur. Hüseyin bir saatte 50 soru çözüyor” ifadesini eklemesine vurgu yapmıştır. K₁ veriler eklenmesi nedeniyle soru kökünün bu şekilde yapılandırılabilirdiğini ifade etmiştir. Bu bağlamda analiz şemasında strateji türlerine yönelik yapılan açıklamalarda da yeni veriler eklenmesi durumunda soru kökünün değişebileceği, bu nedenle ayrıca “değiştirme” stratejisi şeklinde kodlanmayacağı ifade edilmişti. Böylece problemin “birleştirme” stratejisi altında “bağlamı değiştirme” ve “ekleme” stratejilerine göre oluşturulduğu üzerinde fikir birliği sağlanmıştır.

ÖA₂ tarafından Ek 3'deki üçüncü etkinliğe yönelik kurulan ve strateji türü yönünden sınıflandırılması üzerinde fikir birliği sağlanamayan bir diğer problem şu şekildedir;

Huzurevine ziyarete giden 10 kişilik bir grup, huzurevinde bulunan 15 yaşlı ile bir kez tokalaştığına göre toplamda kaç tokalaşma olur?

Bu problem K_2 tarafından “bağlamı değiştirme” ve “ekleme”, K_1 tarafından ise “bağlamı değiştirme” ve “basitleştirme” şeklinde kodlanmıştır. Dolayısıyla strateji türlerinden birisi üzerinde fikir birliği sağlanamamıştır. Ek 3’deki üçüncü etkinlikte her biri birbiri ile bir kez tokalaşmak şartıyla sınıftaki 12 öğrencinin toplam kaç kez tokalaşacağı sorulmaktadır. K_2 bu problemi “...huzurevinde bulunan 15 yaşlı ile bir kez tokalaştığına göre” ifadesi nedeniyle “ekleme” şeklinde kodlamıştır. Buna karşın K_1 ise problem kurulması istenen etkinlikte gruptaki bireylerin her birinin birbiriyle bir kez tokalaşması şartı bulunduğunu, buna karşın kurulan problemde bu şartın yerine 10 kişinin 15 kişi ile karşılaşması durumunda kaç tokalaşmanın olacağını sorduğunu ifade etmiştir. Bu yönüyle 10 kişinin her biri 15 kişi ile tokalaşacağından kurulan problemin çözümüne $10 \times 15 = 150$ şeklinde cevap verilebilecektir. Bu yönüyle özel şartın kaldırılması nedeniyle problem daha da basitleştirilmiştir. K_1 “ekleme” stratejisinde matematiksel yapı aynı kalmak şartıyla problemin üzerine farklı matematiksel verilerin eklenmesin söz konusu olduğuna vurgu yapmıştır. Bu bağlamda yapılan tartışmalar neticesinde problemin daha kolay bir yapıya dönüştürüldüğü noktasında fikir birliği sağlanmıştır. Bu bağlamda ÖA₂’nin kurduğu problem “basitleştirme” ve “bağlamı değiştirme” şeklinde kodlanarak “birleştirme” stratejisinde değerlendirilmiştir.

ÖA₃ tarafından Ek 3’deki ikinci etkinliğe yönelik kurulan ve strateji türü yönünden sınıflandırılması üzerinde fikir birliği sağlanamayan bir problem şu şekildedir;

Şekildeki [Ek 3, Etkinlik 2’deki şekil] daire ve kareler iç içe birbirine teğet olacak şekilde sunulmuştur. En küçük dairenin çevresi 2 cm olduğuna göre, en büyük dairenin alanının en küçük dairenin alanına oranı nedir?

Bu problem K_2 tarafından “en küçük dairenin çevresi 2 cm olduğuna göre” ifadesi dikkate alınarak “ekleme” stratejisi ile kodlanmıştır. Buna karşın K_1 ise problemi “yüzeysel değişiklik” stratejisi olarak kodlamıştır. Bunun nedeni olarak da problemin mevcut matematiksel yapısında bir değişiklik olmadığını ve problemdeki mevcut yapının üzerine yeni verilerin eklenmesine imkan sağlamamasını göstermiştir. Bu tür durumlara yönelik yapılan tartışmaların ardından problemde var olan veriler üzerinden problemde kozmetik

değişiklikler yapıldığı için strateji türü olarak “yüzeysel değişiklik” stratejisi üzerinde fikir birliği sağlanmıştır.

Beş öğretmen adayının problem biçimlendirme etkinliklerine verdikleri yanıtlar, ikinci olarak, iki kodlayıcı tarafından birbirinden bağımsız olarak matematiksel geçerlik ve etkinlikle ilişkili olup olmamasına yönelik analizlere tabi tutulmuştur. Kodlayıcıların analizlerine yönelik uyum yüzdeleri 0,93 ile 1 arasında değişim göstermiştir. Analizleri üzerinde fikir birliğine varılamayan yanıtlar için ise kodlayıcılar tekrar bir araya gelmiş ve üzerinde tartışmalar yürüterek nihai sınıflandırması üzerinde fikir birliğine varmışlardır. Örnek olarak ÖA₁ tarafından Ek 3’deki ikinci etkinliğe yönelik kurulan ve ifadelerin açık ve anlaşılır olmamasından dolayı matematiksel geçerliği üzerinde fikir birliği sağlanamayan bir problem şu şekildedir;

Şekilde [Ek 3, Etkinlik 2’deki şekil] daire ve kareler iç içe birbirine teğet olacak şekilde sunulmuştur. Verilen şekle, bir tane daha kare ve ona teğet olacak çember ekleydim alanda ne gibi bir değişim olurdu?

Yazılan problemdeki “bir tane daha kare ve ona teğet olacak çember ekleydim alanda ne gibi bir değişim olurdu” ifadesi K₂ tarafından şeklin dışına yeni bir kare ve daire çizmek olarak algılanmıştır. Böylece alanın artacağı ifade edilerek, bu artış miktarının sorulduğu düşünülerek geçerli şeklinde kodlamıştır. K₁ ise şekle eklenen kare ve çemberin nasıl ekleneceği durumuna yönelik açık bir bilgi verilmediğini, ayrıca soru kökündeki “alanda ne gibi bir değişim olurdu” ifadesinin de açık ve anlaşılır olmadığını vurgulayarak geçersiz olarak kodlamıştır. K₁ alandaki değişimin çembersel bölgelerdeki değişim mi, karesel bölgelerdeki değişim mi veya farklı bir durum mu olduğunun belirli olmadığını vurgulamıştır. Bu bağlamda kodlayıcılar problemdeki ifadenin açık ve anlaşılır olmadığına karar kılarak ÖA₁’in yanıtını matematiksel yönden geçersiz şeklinde kodlamışlardır.

Beş öğretmen adayının yanıtlarına yönelik yapılan tartışmaların ardından kalan 33 öğretmen adayının kurduğu problemler K₂ tarafından analiz edilmiştir. Adaylarının kurdukları problemlerin içerdikleri strateji türlerine ve geçerli olup olmamasına göre sınıflandırmasına ait dağılımlar bulgular kısmında betimsel istatistiksel tekniklerinden yüzde ve frekans değerleri kullanılarak sunulmuştur. Ayrıca bulgular kısmında analiz

şemasının her bir bileşenine yönelik örnek yanıtlar sunulmuş ve ayrıntılı açıklamalar yapılmıştır.

2.1.3.2. Problem Biçimlendirme Üzerine Yürütülen Etkinlik-Temelli Görüşmeler ve Analizi

İlk kez psikolojik araştırmalar için Piaget tarafından kullanılan etkinlik-temelli görüşmeler, öğrencilerin düşüncelerindeki zenginlikleri keşfetmek ve bilişsel becerilerini değerlendirmek için esnek soru sorma metodu olarak bilinir (Clement, 2000; Karataş ve Güven, 2003). Etkinlik-temelli görüşme metodunun matematik eğitimi araştırmalarında da kullanımı güçlü şekilde desteklenmektedir (Clement, 2000; Goldin, 1997, 2000; Koichu ve Harel, 2007). Matematiksel davranışların incelendiği çalışmalarda etkinlik-temelli görüşmelerin asgari düzeyde önceden planlanmış bir veya birden fazla etkinlik üzerinden (sorular, problemler ya da aktiviteler) görüşmeci ve katılımcının etkileşimini gerektirdiği belirtilmektedir (Goldin, 2000). Bu tür görüşmelerde araştırmacı ve katılımcı etkileşimi etkinlik üzerinden gerçekleştirildiğinden etkinlik-temelli şeklinde isimlendirilmiştir. Goldin (2000) kalem-kağıt testlerine dayalı metotlarla karşılaştırıldığında etkinlik-temelli görüşmelerin doğru ve yanlış cevapların durumundan ziyade, matematiksel etkinliğe yönelik katılımcının düşünme süreçlerine daha fazla odaklanılmasına imkan tanıdığını ifade etmiştir.

Problem çözme süreçlerini ve öğrencilerin bu süreç içerisindeki davranışlarını ayrıntılı inceleme ve araştırma etkinlik-temelli görüşme tekniği ile mümkün olmaktadır (Karataş ve Güven, 2003). Goldin (1997) etkinlik-temelli görüşmelerin iki amacı gerçekleştirmek için kullanıldığını belirtmiştir; i) keşfedici problem çözme bağlamında çocukların ya da yetişkinlerin matematiksel davranışlarını gözlemlemek ve ii) problem çözenin anlayışları, bilgi yapıları, bilişsel süreçleri ve inançları ile görüşme sürecindeki değişimleri hakkında açıklamalar yapmaya imkan verecek şekilde gözlemlerden çıkarımlarda bulunmak. Bu iki amaç aynı zamanda bu tez çalışmasındaki araştırma probleminin de odağını oluşturmaktadır. Bu tez çalışmasında, adayların problem biçimlendirmedeki düşünce yapılarının gözlemlenmesi hedeflenmiştir. Bunun yanında adayların problem biçimlendirme yönelik bilişsel süreçlerindeki sınırlılıklarının kaynaklarının da tespit edilmesi hedeflenmiştir. Bu hedeflerin gerçekleştirilmesi için ise etkinlikler üzerinden sorgulamaların yapılmasına ihtiyaç duyulmuştur. Dolayısıyla, problem biçimlendirme etkinlikleri üzerinden katılımcıların anlayışlarının esnek bir

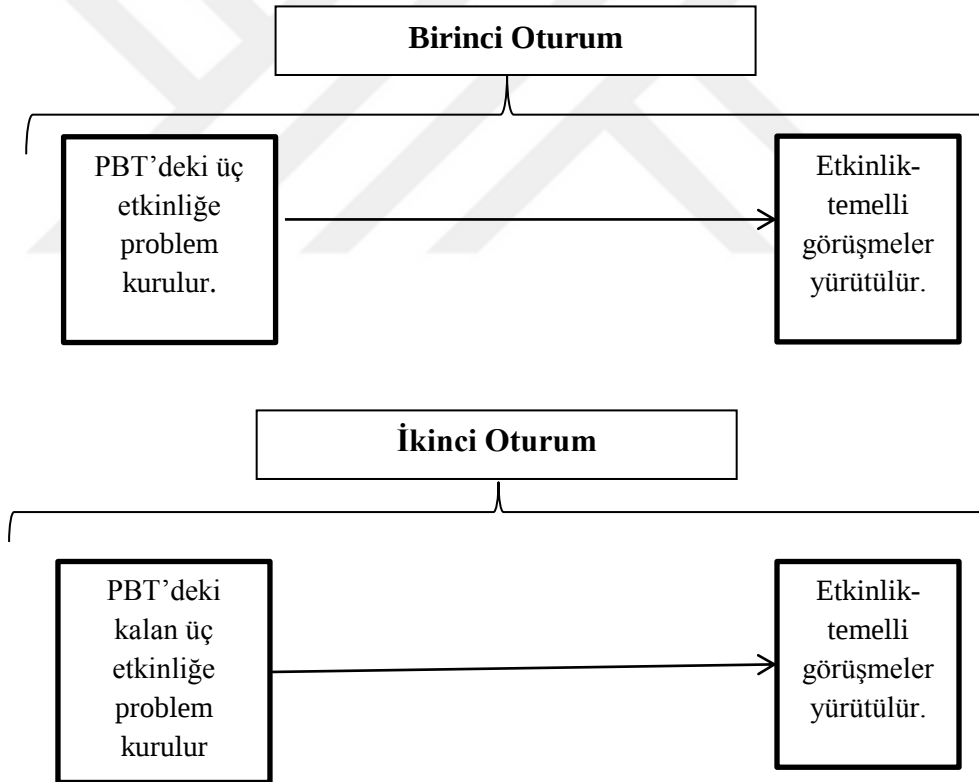
şekilde sorgulandığı metotların kullanılması önemli avantajlar sunacaktır. Clement (2000) akademik bilginin belirlenmesinin istendiği durumlar da dahil olmak üzere birçok durumda, etkinlik-temelli görüşmelerin sözel ve görsel açıklamaların yapılması yanında gerekli görülmesi durumunda açıklamalar yapılmasının istenmesine imkan tanınması nedeniyle kavramsal anlayışın derinliği hakkında daha fazla bilgi verebileceğini belirtmiştir. Bu görüşler doğrultusunda çalışmada etkinlik-temelli görüşmelerin kullanılmasının uygun olacağına karar verilmiştir.

Adaylara görüşmelerin gönüllülük ilkesine göre yürütüleceği, görüşmelerin herhangi bir aşamasında devam etmek istemeyen adayların görüşmeyi sonlandırabilecekleri özellikle vurgulanmıştır. Bunun yanında, adaylara görüşme süreci hakkında bilgi de verilmiştir. PBT'deki etkinliklerin her bir oturumda üç etkinlik olmak üzere farklı günlerdeki iki oturumda uygulanacağı belirtilmiştir. Her bir oturumda üç etkinliğe problem kurulmasının yaklaşık 90 dakika süreceği ve sonrasında etkinlikler üzerinden yürütülecek görüşmelerin ise her bir oturum için 40 ile 60 dakika arasında sürebileceği bildirilmiştir. Ayrıca adaylara, görüşmelerin kayıt altına alınacağı söylenmiş ve bu durumun kendileri için bir sakıncasının olup olmadığı da sorulmuştur. Bu sürece katılmayı kabul eden dokuz aday ile de görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

PBT'de yer alan altı etkinliğin nasıl uygulanacağına yapılan pilot çalışma, literatür taraması ve uzman görüşleri neticesinde karar verilmiştir. Altı etkinliğin tamamına problem kurdurma ve bu sürecin tamamlanmasının ardından yapılacak görüşmelerin istenilen derinlemesine sorgulamaya imkan tanıyamayabileceği düşünülmüştür. Çünkü altı etkinliğin aynı anda yürütülmesinin çok fazla zaman alabilecek ve bu sürecin ardından yapılacak etkinlik-temelli görüşmelerde adayların yorgunluk nedeniyle derinlemesine açıklamalar yapamayabilecektir. Dolayısıyla testin iki veya üç oturumda uygulanması durumu tartışılmış ve U_1 'in görüşlerine de başvurulmuştur. U_1 açıklamalarında üç oturumda testin uygulanması halinde adayların sonraki oturumlardaki motivasyonlarının düşük olabileceğini ve özellikle önceki oturumların etkisinin sonraki oturumları daha fazla etkileyebileceğini ifade etmiştir. Bu kapsamda iki oturum ve her bir oturumda üç etkinliğe yer verilmesinin daha uygun olacağını vurgulamıştır. Böylece, etkinlik-temelli görüşmelerin her bir oturumda üç etkinlik olmak üzere iki oturumda gerçekleştirilmesine karar verilmiştir.

Problem kurmanın sorgulamaya dayalı açık-uçlu bilişsel bir etkinlik olması (Haylock, 1997; Pehkonen, 1995; Silver, 1994) nedeniyle adayların düşünmesine ve

yazdıkları problemleri tekrar gözden geçirmesi için zamana ihtiyaçları bulunmaktadır. Süreç içerisinde görüşmeci ve katılımcı arasındaki sürekli etkileşimin adayları kuracağı probleme odaklanmaktan alıkoyabileceği düşünülmüştür. Bu nedenle benimsenen durum çalışmasının (Stake, 1995) esnekliğinden hareketle, etkinlik-temelli görüşmelerin yürütülmesinde değişikliğe gidilmiştir. Her bir oturumda öncelikle adayların üç etkinliği tamamlamasına ve ardından etkinlik-temelli görüşmelere geçilmesine karar verilmiştir. Bu anlayışa göre, her bir oturumda adayların her birinden üç problem biçimlendirme etkinliğini tamamlamaları istenmiştir. Sonrasında ise bu etkinlikler üzerinden etkinlik-temelli görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Diğer bir günde ise aynı süreç PBT'deki diğer üç etkinlik için de benzer şekilde gerçekleştirilmiştir. Görüşme sürecini yansıtan şema Şekil 13'te verilmiştir.



Şekil 13. PBT'deki etkinliklere yönelik yürütülen etkinlik-temelli görüşme süreci

İlk oturumda Ek 3'de yer alan ilk üç problem sunulmuş ve her bir adaydan kurabildiği kadar problem kurması istenmiştir. Problem kurma tamamlandıktan sonra ara verilmiştir. Bu süre zarfında adayın yazdığı problemler matematiksel geçerliği ve strateji

türüne göre incelenmiştir. Bu incelemeler, etkinlik-temelli görüşmede sorulacak soruların biçimlendirilmesine imkan tanımıştır. Sonrasında ise araştırmacı görüşmeyi gerçekleştirmiştir. Böylece aday ile birinci oturum tamamlanmıştır. Aynı aday ile başka bir günde Ek 3'deki kalan üç problem için de benzer şekilde süreç tamamlanmıştır. Böylece dokuz adayla toplam 18 görüşme gerçekleştirilmiştir. Altı öğretmen adayı (T1, T2, T3, T4, T5 ve T6) ile görüşmeler 04-26 Mayıs 2019 tarihleri arasında, diğer üç aday (T7, T8 ve T9) ile ise 21.11.2019 ile 19.12. 2019 tarihleri arasında gerçekleştirilmiştir. Adayların PBT'deki birinci ve ikinci oturumlara problem kurma süreleri ortalamaları sırasıyla yaklaşık 93 ve 95 dakikadır. PBT'deki birinci ve ikinci oturumlar için yürütülen etkinlik-temelli görüşmelere ilişkin süre ortalamaları ise sırasıyla yaklaşık 52 ve 48 dakikadır.

Stake (1995) göre, “durum çalışmalarında doğru soruları soramamak veya görüşmeyi yönlendirecek soruları kullanamamak olası olduğundan, araştırmacılar güçlü bir görüşme planı hazırlamalıdır” (s. 64). Durum çalışmasının betimleme ve yorumlama prensiplerini dikkate alarak ayrıntılı bir görüşme protokolü oluşturulmuştur. Creswell ve Creswell (2018) görüşme protokollerinin yaklaşık iki sayfa civarında olması gerektiğini, kesin bir sayıdan kaçınılsa da toplam görüşme sorularının 5 ile 10 arasında olabileceğini, görüşme sorularının uygulayıcı tarafından ezbere bilinmesi ve bütün katılımcılar için benzer şekilde kullanılmasının önemini işaret etmiştir. Bu öneriler dikkate alınarak görüşme protokolünün taslak formu oluşturulmuştur.

Görüşme formunda yer alacak soruların belirlenmesinde literatürde yer alan çalışmalardan faydalanılmıştır. Yapılan incelemeler neticesinde adayların problem kurma süreçlerinin üç boyutta incelenmesine karar verilmiş ve her bir boyuta yönelik görüşme soruları hazırlanmıştır. Bu boyutlar şunlardır; i. Problem biçimlendirme etkinliğine başlama, ii. Problem biçimlendirmeye etki eden faktörler ve iii. Problem biçimlendirme stratejilerine yer verilmemesinin sebepleri.

Literatürde problem kurmanın problem çözme sürecinin tamamında yer aldığı (Kilpatrick, 1987; Silver, 1994) ve aralarında ilişki olduğu (Kapur, 2018; Xie ve Masingila, 2017) vurgulanmaktadır. Kapur (2018) problem çözme destekli problem kurma aktivitelerinin, çözüm olmaksızın yapılan problem kurma aktivitelerine göre öğrencilerin öğrenmeleri üzerinde daha fazla etkili olduğunu ifade etmiştir. Xie ve Masingila (2017) ise problem çözmenin problem kurmaya nasıl başlanacağı, doğru yolda olup olmadıkları ve kurulan problemin matematiksel yapısını geliştirmeye imkan

tanıdığına işaret etmiştir. Bu sonuçlar etkinlikte yer alan problemin çözülmesinin problem kurma performansı üzerinde etkili olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla, görüşmelerde problem kurma etkinliğine problemi çözerek başlanıp başlanmadığının incelenmesine karar verilmiştir. Ek olarak, problemi çözerek başlanmasının amaçlarının da sorgulanması hedeflenmiştir. Görüşme formunda bu kapsamda yer verilen sorular şunlardır;

1. Problemden hareketle problem kurmaya nasıl başladınız?

- a. Problem kurmaya başlamadan önce problemi çözdünüz mü?
- b. Problemi neden çözdüğünüzü açıkla mısınız? / Problemi çözmeden doğrudan başladıysanız nedenini açıkla mısınız?

Araştırmacı ve tez danışmanın farklı örneklemle r ile yürüttükleri benzer çalışmalarda ki gözlemleri katılımcıların problem kurmaya nasıl başlanıldığı sorusuna karşılık doğrudan ilk kurdukları problemi nasıl oluşturdıklarını açıklayarak cevap verdiklerini göstermiştir. Dolayısıyla bu durum adayların sorgulanan duruma yönlendirilmesini gerektirebilecektir. Bu kapsamda alt problemler olarak adaylara çözüm yapıp yapmadıklarının sorulmasına karar verilmiştir. Bunun yanında durum çalışmasının sağladığı esneklik (Stake, 1995) dikkate alınarak görüşme sürecinde adaylardan çözümü nasıl yaptıklarını da açıklamaları istenmiştir. Böylece problem çözme sürecindeki düşünce yapılarıyla kurdukları problemler arasındaki ilişkilerin daha derinlemesine incelenebileceği düşünülmüştür. Bu kapsamda görüşme sürecine şu şekilde ki bir ek soru daha eklenmiştir;

- c. Problemi nasıl çözdüğünüzü açıkla mısınız? Çözüm kurduğunuz problemlere nasıl katkıda bulundu?

Görüşme sürecinde ikinci olarak adayların problem biçimlendirme süreçlerine etki eden faktörlerin belirlenmesi hedeflenmiştir. Literatürde alan bilgisi, problem kurma deneyimi gibi faktörlerin (Cai vd., 2015, Işık ve Kar, 2012; Kwek, 2015; Lavy, 2015; Stickles, 2011) problem kurma üzerine etkili olduğu tespit edilmiştir. Problem biçimlendirme sürecini etkileyen bu ve benzeri faktörlerin tespit edilmesi amacıyla adaylara görüşme formunda şu sorunun sorulmasına karar verilmiştir;

2. İkinci/üçüncü/... problemi kurarken nasıl düşündüğünüzü açıklayınız?

Bu soru yardımıyla ilgili problemin nasıl kurulduğuna yönelik bilgi edinilmesi amaçlanmıştır. Adayların düşünme süreçlerini derinlemesine sorgulayabilmek amacıyla bu soru, sonda sorulara desteklenmiştir. Görüşme formuna ilave edilen sorular şu şekildedir;

a. Kurduğunuz problemi çözer misiniz? Çözümünüzü açıklayınız.

b. Probleminizin önceki problemlerinizden farkı hakkında ne düşünüyorsunuz?

Son aşamada ise, adayların problem kurma sürecinde bazı stratejilere neden yer vermediklerine yönelik düşüncelerin belirlenmesi amacıyla görüşme formuna sorular eklenmiştir. Bu kapsamda öğretmen adaylarına ilgili stratejiye yönelik problem örneği sunulması ve bu problemi inceleyerek neden bu tür bir problem kuramadığını açıklamasının istenmesi planlanmıştır. Yapılan tartışmaların ardından bu yaklaşımın adayların düşünme sürecini yeterince resmetmeyebileceği düşünülmüştür. Bunun yerine, “verilen ve isteneni yer değiştirme”, “yeniden biçimlendirme” ve “ekleme” gibi stratejilere yönelik adaylara açıklamalar yapılması ve devamında kendilerinin tekrar problemler kurmalarının istenmesinin daha uygun olacağına karar verilmiştir. Böylece, problem kuramamanın matematiksel bilgi eksikliğinden mi veya başka nedenlerden mi kaynaklandığı hakkında daha derinlemesine sonuçlar elde edilebileceğine karar verilmiştir. Görüşme formunda revize edilerek yer verilen sorular şu şekildedir,

3. Bu problemten hareketle farklı problemler de kurulabilecektir. Bunlardan birisi de şu şekildedir; [strateji açıklanır] Bu stratejiye yönelik şimdi bir problem kurar mısın?

-Bu tür bir problem yazmamanızın nedenleri hakkında ne düşünüyorsunuz?

Son olarak ise adayların problem kurma sürecinin geneline yönelik düşüncelerini almak amacıyla şu şekildeki iki soru da sürece eklenmiştir;

4. Bu etkinlikte problemler kurarken en fazla dikkat ettiğiniz, ağırlık verdiğiniz durumlar nelerdir?
5. Problem kurma sürecine yönelik eklemek/paylaşmak istediğiniz durumlar varsa lütfen paylaşınız.

Son hali verilen Etkinlik-Temelli Görüşme Formu (bk. Ek 4) yardımıyla dokuz öğretmen adayı ile iki oturum halinde görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşmeler video ve ses kayıt cihazı ile kayıt altına alınmıştır. Aynı zamanda adaylara boş kağıt verilmiş ve gerekli görmeleri halinde açıklamalarını bu kağıtlar üzerinde yapmaları istenmiştir. Görüşmelerin ardından kağıtlar toplanmış ve aynı zamanda görüşmeyi gerçekleştiren araştırmacı sürece yönelik izlenimlerini not etmiştir.

Bu çalışmada etkinlik-temelli görüşmeler, öğretmen adaylarının yazılı açıklamaları ve araştırmacıların gözlem notlarından oluşan veri setindeki kod ve temaların belirlenmesi, analizi ve raporlaştırılmasında tematik analiz yaklaşımı (Braun ve Clarke, 2006) kullanılmıştır. Tematik analiz, araştırmacının veri setine farklı şekillerde odaklanmasını sağlayan esnek bir yöntemdir (Braun ve Clarke, 2006, 2012). Tematik analiz yaklaşımı, birçok nitel metodolojinin aksine, belirli bir epistemolojik veya teorik perspektife bağlı olmayıp, öğrenme ve öğretme süreçlerindeki çeşitliliği göz önünde bulundurmada önemli avantajlar sağlamaktadır (Maguire ve Delahunt, 2017).

Bu çalışmada Braun ve Clarke (2006) tarafından belirtilen altı aşamalı tematik analiz süreci takip edilmiştir. Bu aşamalar şunlardır; i) Veri setine aşına olma, ii) İlk kodları oluşturma, iii) Temaları arama, iv) Temaları gözden geçirme, v) Temaları tanımlama ve isimlendirme ve vi) Rapor hazırlama. Etkinlik-temelli görüşmelere ait transkriptler, araştırmacının gözlem notları ve adayların görüşme sürecinde yazılı açıklamaları, problem biçimlendirme etkinlik türlerine göre kısımlara ayrılmıştır. Bu tasnifin ardından her bir etkinliğe ait veri grubu ayrı ayrı analiz edilmiştir. Veri setine yönelik derinlik kazanabilmek amacıyla, ilk olarak iki araştırmacı birbirinden bağımsız şekilde transkriptleri okumuş ve transkriptlerdeki önemli noktaları belirlemiştir. Kodlamayı yapan iki araştırmacı bütün veri setine aynı şekilde odaklanmış ve birbirinden bağımsız olarak “mümkün olduğu kadar çok sayıda kod/tema oluşturabilmek” (Braun ve Clarke, 2006, s. 89) için ilk kodlamaları gerçekleştirmişlerdir. Problem kurma çalışmalarında (Rosli vd., 2015; Silver ve Cai, 1996), katılımcıların problem yazarken

geçmiş deneyimlerinde yer alan problemler yazdıkları, günlük yaşamla ilişkilendirmeye önem verdikleri, birden fazla problem yazdıklarında sonraki problemlerini öncekilerine göre zorlaştırma eğiliminde oldukları ve üstbilişsel davranışları dikkate aldıkları tespit edilmiştir. Bu sonuçlar, veri setinin kodlanmasına ışık tutmuştur. İki araştırmacı (K₁ ve K₂), Ek 3'deki araç kiralama ve tokalaşma etkinliklerine ait ham verileri ayrı ayrı kodlamaya tabi tutmuş ve kodları oluşturmuşlardır. Sonrasında oluşturdukları kodları karşılaştırmış ve içeriklerini tartışmışlardır. Böylece ortak kodlar oluşturulmuştur. Daha sonra ise bu kodları birlikte tartışarak potansiyel kategoriler/temalar altında toplamış ve bu kategorileri tekrar gözden geçirmişlerdir. İki etkinlik üzerinden kod ve kategoriler belirlendikten sonra kalan etkinliklerin analizleri K₂ tarafından yapılmıştır. Bu süreçte yeni kod ve kategoriler ortaya çıkmamıştır.

Etkinlik-temelli görüşmelerden elde edilen veriler üç başlık altında da analiz edilmiştir; i) problem kurmaya başlama, ii) problem kurmada dikkate alınan faktörler ve iii) problem kuramama nedenleri. K₁ ve K₂ çözüm yapılarak problem kurmaya başlanıp başlanmadığına yönelik kodlamalarında fikir birliğine varmışlardır. Buna karşın, farklılık etkinliği çözerek problem kurmaya başlamanın nedenlerine yönelik tespitlerde görülmüştür. Örneğin, K₂ çözüm yaparak problem kurmaya başlanmasının nedeni olarak iki kod oluşturmuştur; i. Problemden hata yapmama ve ii. Ölçmek istediği amacı belirleme. K₁ ise çözüm yaparak problem kurmaya başlanmasının nedeni olarak üç kod oluşturmuştur; i. Problemi anlama, ii. Günlük yaşamdaki yerini belirleme ve iii. Ölçmek istediği amacı belirleme. Bu kapsamda kodlayıcıların iki kod üzerinde fikir birliği sağladıkları, fakat isimlendirmelerini farklı şekillerde yaptıkları görülmüştür. Yapılan tartışmalar neticesinde hata yapmama faktörünün bütün problem kurma durumlarında geçerli olması gerektiği düşüncesinden hareketle daha özel bir isim verilmesine karar verilmiştir. Problem kurma sürecinde hata yapılmaması için öncelikle etkinliğin matematiksel yapısının anlaşılmasına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu kapsamda bu kod için “problemi anlama” isminin daha uygun olacağına karar verilmiştir. Bunun yanında “günlük yaşamdaki yerini belirleme” kategorisi ise araç kiralama etkinliğinde T4'ün açıklamalarında, tokalaşma etkinliğinde ise T8'in açıklamalarında görülmüştür. T4'ün açıklamalarının bir bölümü şu şekildedir; “Öncelikle kendim verilen problemi çözdüm. Bunun bir doğrusal denklem konusuyla alakalı problem olduğunu fark ettim. Doğrusal denklemleri nerelerde kullanabilirim günlük hayatta onu düşündüm.” Bu açıklamalar K₂ tarafından problemin anlaşılması olarak yorumlanmıştır. Buna karşın K₁ bu ve benzeri

açıklamaların problemin anlaşılmasından daha fazlasını amaçladığını ifade etmiştir. Adayın denklemin matematiksel yapısını yazmasındaki amacın denklemin matematiksel ifadesini görsel olarak görmek ve içerisindeki nicel değerlerin veya değişkenlerin her birine nasıl bir hikâye kurabileceğini eşleştirmeli olarak görebilmek olduğunu savunmuştur. Bu kapsamda görüşmeyi yürüten K₂'nin de gözlemleri dikkate alınarak bu yaklaşımın daha güçlü bir açıklama olacağına karar verilmiştir. Aynı zamanda bu kategorideki adayların “bağlamı değiştirme” stratejisini de baskın şekilde kullanmaları bu sonucu desteklemektedir. Bu görüşler neticesinde çözerek problem kurmaya başlanmasının nedeni olarak üç kodun oluşturulmasına karar verilmiştir.

Problem biçimlendirmede dikkate alınan faktörleri belirlemek için K₁ ve K₂ araç kiralama ve tokalaşma etkinliklerini ayrı ayrı analiz ederek kodlama yapmışlardır. Analiz sürecinde ortak birçok kod belirlenmesi yanında bazı kodlarda farklılıklar da tespit edilmiştir. Örneğin, bazı öğretmen adayları açıklamalarında geçmiş deneyimlerinde var olan problemleri yazma eğiliminde olduklarını, bazı adaylar ise günlük yaşamdan farklı konularla ilişkilendirmeye çalıştığını ifade etmiştir. T2 ve T6'nın açıklamaları şu şekildedir;

“Birinci sınıfta aldığımız derslerden bu problem aklımda kaldı. Soruyu görünce direkt bunları yazmayı düşündüm. Biraz daha günlük yaşama daha uygundu taksimetre ve araç kiralama.” (T2)

“Aklıma direkt zaten bir problem tipi geldi taksimetre. Belirli başlangıç ücreti alıyor, her kilometrede ekstra bir ücret ödüyorsunuz. O şekilde problemi yazdım. Sizin vermiş olduğunuz problemde yol miktarını vermiş bende ödemesi gereken miktarı verip kaç kilometre gideceğini sordum.” (T6)

T2'nin açıklamalarında olduğu gibi bazı adaylar günlük hayatla ilişkilendirme ve geçmiş derslerde benzer problemlerle karşılaşma durumlarını birlikte ifade etmiştir. Bu nedenle K₂ bu tür durumları “günlük hayatla ilişkilendirme” kodu altında kodlamıştır. Buna karşın T6'nın açıklamalarında da görüldüğü üzere günlük yaşamda farklı hikâyeleri düşünme ile geçmiş deneyimlerinde var olan problem tiplerini dikkate alma farklı anlamlar ifade etmektedir. K₁ ise bu iki durumu ayrı ayrı kodlar olarak değerlendirmiştir. Tartışmalar neticesinde bu iki durumun ayrı ayrı olarak sunulmasının adayların düşünce

derinlikleri hakkında daha ayrıntılı veri sunacağı düşünülmüştür. Bu nedenle “geçmiş deneyim” ve “günlük hayatla ilişkilendirme” şeklinde iki kod oluşturulmuştur. K₁ ve K₂ benzer şekilde adayların transkriptlerinden elde ettikleri kodları karşılaştırmış ve toplamda dokuz kod üzerinde fikir birliğine varmışlardır. Bu kodları tekrar inceleyerek bilişsel, üst-bilişsel ve öğretimsel faktörlerle ilişkili olduklarına karar vermişlerdir. Böylece dokuz kod bu kategoriler altında sınıflandırılmıştır. İki etkinlik üzerinden kod ve kategoriler belirlendikten sonra kalan etkinliklerin analizleri K₂ tarafından yapılmıştır.

Problemi biçimlendirme sürecinde bazı problem kurma stratejilerine yer verilememesinin nedenlerine yönelik yapılan kodlamalarda da farklılıklar tespit edilmiştir. Bu kapsamda K₂ “probleme yönelik sınırlı algı” koduna yönelik açıklamaları “matematiksel bilgi eksikliği” kodu altında değerlendirmiştir. K₁ ise bu iki durumu birbirinden ayrı olarak değerlendirmiştir. “Probleme yönelik sınırlı algı” kodunda adaylar yaygın olarak sembollerin problemin ifadesinde değil, çözümünde olacağına inanmaktadırlar. Örneğin, T6 şu açıklamalarda bulunmuştur; “Bana biraz daha formülize etme gibi geldiği için teoremleri çağırıyor. Nedense problem deyince aklıma daha çok günlük yaşamla ilişkili, içinde sayı olan, işlem olan şeyler geliyor. Cebirsel olarak düşünmedim, aklıma da gelmedi açıkçası. Birinci problem hariç diğer problemlerde daha çok kitaplarda gördüğüm problemler aklıma geldi.” T6’nın açıklamaları yanında diğer adaylarla yapılan görüşmeler problemin ifadesinde x , n gibi sembollerin kullanılmamasının nedeninin problemde yer alan matematiksel bilgiye yönelik anlayış eksikliğinden kaynaklanmadığı görülmüştür. Çünkü, bazı adaylar (T2) “yeniden biçimlendirme” stratejisinin kendilerine açıklanmasının ardından problemler kurabilmişlerdir. Bu durum stratejiye yer verilememesinin nedeninin alan bilgisi eksikliği yerine, problemin ne olduğuna yönelik sınırlı algıdan kaynaklandığına işaret etmektedir. Sonuç olarak, bu iki durumun birbirinden ayrı olarak kodlanmasına karar verilmiştir. Böylece problem biçimlendirme stratejilerine yer verilememesinin nedenlerine yönelik beş kod belirlenmiştir. İki etkinlik üzerinden kod ve temalar belirlendikten sonra kalan etkinliklerin analizleri K₂ tarafından yapılmıştır.

Dokuz öğretmen adayının açıklamalarından hareketle tespit edilen kod ve temalar bulgular kısmında ayrıntılı şekilde açıklanmıştır. Bunun yanında, bu kod ve temalarda hangi adayların açıklamalar yaptıklarına ait dağılımlarda tablolar şeklinde sunulmuştur. Son olarak, farklı etkinlikler üzerinden bu kod ve temalara yönelik adayların ifadelerine sıklıkla yer verilerek ayrıntılı açıklamalarda bulunulmuştur

3. BULGULAR

Bu tez çalışmasının bulguları, araştırma problemlerinin sırasına paralel olarak iki kısımda sunulmuştur. Birinci kısımda, PBT'ye verilen yanıtların matematiksel geçerlik, etkinlik ile ilişkili olma ve strateji türü durumlarına yönelik bulgular, ikinci kısımda ise etkinlik-temelli görüşmelerden elde edilen bulgular sunulmuştur.

3.1. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Problem Biçimlendirme Performanslarına Ait Bulgular

3.1.1. PBT'deki Etkinliklere Kurulan Problem Sayılarına Ait Dağılım

Otuz sekiz öğretmen adayı PBT'deki altı etkinliğe toplam 796 problem yazmıştır. Bu problemlerin etkinlik türlerine göre dağılımı Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5. PBT'de yer alan her bir etkinliğe kurulan problemlere ait dağılım

No*	Etkinlikler	F	$\bar{X}$
1	Araç kiralama problemi	145	3,8
2	Teğet problemi	141	3,7
3	Tokalaşma problemi	129	3,4
4	Tüccar problemi	107	2,8
5	Varil problemi	134	3,5
6	Havuz problemi	140	3,7

*Etkinliklerin numaralandırması PBT'deki etkinliklerin sırası ile uyumludur.

Tablo 5'e göre tüccar problemi dışındaki diğer problemlerde adayların ortalama üçün üzerinde problem yazdıkları tespit edilmiştir. Bu etkinliklerde problem yazma sayısı 3,4'ün üzerindedir. Buna karşın, tüccar probleminde ise bu oranın 2,8'e kadar düşmüştür.

Öğretmen adayları PBT'deki her bir etkinliğe en fazla sekiz problem kurabilmişken, bazı adaylarının ise bazı etkinlikler için problem yazamadıkları tespit edilmiştir. Adayların kurdukları problem sayılarının dağılımı Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6. Öğretmen adaylarının PBT'ye kurdukları problem sayılarına ait dağılım

Problem sayısı	E₁*	E₂	E₃	E₄	E₅	E₆
Problem kurmayan	0(0)	0(0)	1(2,6)	1(2,6)	0(0)	0(0)
Bir problem	1(2,6)**	1(2,6)	1(2,6)	4(10,5)	2(5,3)	4(10,5)
İki problem	4(10,5)	8(21,1)	9(23,7)	11(28,9)	8(21,1)	5(13,2)
Üç problem	12(31,5)	14(36,8)	9(23,7)	13(34,4)	12(31,5)	10(26,3)
Dört problem	13(34,4)	3(7,9)	8(21,1)	4(10,5)	6(15,8)	9(23,7)
Beş problem	3(7,9)	7(18,4)	9(23,7)	4(10,5)	5(13,2)	4(10,5)
Altı problem	3(7,9)	2(5,3)	1(2,6)	1(2,6)	4(10,5)	3(7,9)
Yedi problem	1(2,6)	1(2,6)	0(0)	0(0)	1(2,6)	2(5,3)
Sekiz problem	1(2,6)	2(5,3)	0(0)	0(0)	0(0)	1(2,6)
Toplam	38(100)	38(100)	38(100)	38(100)	38(100)	38(100)

* E₁, PBT'deki birinci etkinliği temsil etmektedir.

** Veriler frekans(yüzde) şeklinde sunulmuştur.

Tablo 6'ya göre birer öğretmen adayı E₃ ve E₄'e problem yazamamıştır. Bunun yanında öğretmen adayları en fazla sekiz problem yazabilmiştir. Sekiz problem araç kiralama, teğet ve havuz problemleri olan sırasıyla E₁, E₂ ve E₆'da görülmüştür. Yine tabloya göre, adayların ağırlıklı olarak iki, üç veya dört problem yazma eğiliminde oldukları anlaşılmaktadır.

Tablo 6'ya göre, dağılımlar incelendiğinde, araç kiralamayı konu edinen E₁'de hiçbir aday problem yazamazken, en fazla sekiz problem yazılabilmektedir. Öğretmen adaylarının %31,5'i (12 aday) üç problem ve %34,4'ü (13 aday) dört problem yazabilmiştir. Bu etkinlikte, beş veya daha fazla sayıda problem yazma kategorilerinin her birindeki adayların oranları ise %8'in altındadır. Bu yönüyle bu etkinlik için beş veya daha fazla sayıda problem yazmada adayların zorluk yaşadıkları anlaşılmaktadır. E₂'de problem yazamayan aday olmamışken, en fazla sekiz problem yazılmıştır. Bu etkinlikte öğretmen adaylarının %21,1'i (8 aday) iki problem ve %36,8'i (14 aday) üç problem yazabilmiştir. Bu etkinlikte altı veya daha fazla sayıda problem yazma kategorilerinin her birindeki adayların oranları %6'nın altında kalmıştır. Bu etkinlik için altı veya daha fazla sayıda problem yazmada adayların zorluk yaşadıkları anlaşılmaktadır.

Tablo 6'ya göre tokalaşma problemi olan E₃'te bir aday problem yazamamıştır. Buna karşın bir aday ise en fazla altı problem yazabilmiştir. Bu etkinlikte öğretmen adaylarının %23,7'si (9 aday) iki problem, %23,7'si (9 aday) üç problem ve %21,1'i (8

aday) dört problem yazabilmiştir. Tüccar problemi olan E₄'te bir aday problem yazamamıştır. Buna karşın en fazla altı problem yazıldığı belirlenmiştir. Bu etkinlikte öğretmen adaylarının %28,9'u (11 aday) iki problem ve %34,4'ü (13 aday) üç problem yazabilmiştir. Sadece bir aday altı problem yazabilmiştir. Varil problemi olan E₅'e bütün adaylar problem yazmış olup, en fazla yedi problem yazılabilmektedir. Bu etkinlikte öğretmen adaylarının %21,1'i (8 aday) iki problem ve %31,5'i (12 aday) üç problem yazabilmiştir. Ayrıca yedi problem sadece bir aday tarafından kurulmuştur. Son olarak, havuz problemi olan E₆'da adayların tamamı problem yazabilmiştir. Problem yazamayan aday olmamış, bir aday ise en fazla sekiz problem yazabilmiştir. Bu etkinlikte öğretmen adaylarının %26,3'ü (10 aday) üç problem ve %23,7'si (9 aday) dört problem kurmuştur. Altı veya daha fazla sayıda problem yazma kategorilerinin her birindeki adayların oranı ise %8'in altında kalmıştır. Bu sonuçlara göre, bu etkinlikte altı ve daha fazla sayıda problem yazmada daha fazla zorlanıldığı anlaşılmaktadır.

3.1.2. PBT'deki Etkinliklere Kurulan Problemlerin Matematiksel Geçerliği ve Etkinlikle İlişkili Olması Durumlarına Ait Dağılım

İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının PBT'deki her bir etkinliğe kurdukları problemlerin etkinlikle ilişkisine ve matematiksel geçerliğine ait analiz sonuçları Tablo 7'de sunulmuştur.

Tablo 7. PBT'ye kurulan problemlerin etkinlikle ilişkisi ve matematiksel geçerliği

Kategoriler	Etkinlikler					
	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	E ₅	E ₆
Etkinlikle ilişkili değil	6(4,1)*	4(2,8)	12(9,3)	19(17,8)	3(2,2)	1(0,7)
Etkinlikle ilişkili						
Geçerli problem	138(95,2)	133(94,2)	110(85,3)	87(81,3)	130(97,1)	138(98,6)
Geçersiz problem						
<i>Tutarsız problem</i>	0(0)	2(1,5)	7(5,4)	0(0)	0(0)	0(0)
<i>Eksik verili problem</i>	1(0,7)	2(1,5)	0(0)	1(0,9)	1(0,7)	1(0,7)
Toplam	145(100)	141(100)	129(100)	107(100)	134(100)	140(100)

* Veriler frekans(yüzde) şeklinde sunulmuştur.

Tablo 7'ye göre, yazılan problemlerin büyük bir kısmının etkinlikle ilişkili problemler oldukları belirlenmiştir. Bu kapsamda üç ve dördüncü madde dışında diğer bütün maddelerde etkinlikle ilişkili olmayan problemlerin oranı %5'in altındadır. Buna karşın, üçüncü etkinlik olan tokalaşma etkinliğinde bu problemlerin oranı %9,3 iken, dördüncü etkinlik olan tüccar probleminde bu oran en yüksek değerine yani %17,8'e ulaşmıştır. Yine tablodaki dağılımlara göre, etkinlikle ilişkili problemlerde ise matematiksel yönden geçerli ve eksik veri içermeyen problemler yazma oranlarının ise oldukça yüksek olduğu görülmektedir. Teğet probleminde geçersiz problem oranı %2,8 iken, tokalaşma probleminde bu oran %5'in üzerine çıkmıştır. Buna karşın diğer etkinliklerin tamamında geçersiz problem yazma oranları %1'in altındadır.

Tablo 7'ye göre araç kiralama problemi olan E₁'e yazılan 145 problemin %95,2'si (138 problem) matematiksel olarak geçerli problemidir. Buna karşın, diğer yedi problemin altısının etkinlikle ilişkili olmadığı ve bir tanesinin de eksik verili olduğu tespit edilmiştir. Bu etkinliğe ait bazı örnek problemler şu şekildedir;

Yazıcılar araç kiralama şirketi, Polo marka aracın kiralanması için günlük 70 TL ve her kilometre de 40 kuruş almaktadır. Aynı şirket bir 4x4 Jeep kiralanması için günlük 120 TL ve her kilometrede 60 kuruş almaktadır. Yokuş çıkarken 4x4 Jeep daha az yakıt yaktığına göre bu aracı seçmesi için 1200 kilometrelik yolun kaçta kaçının yokuş olması gerekir? (ÖA₂₇, Problem 2*)

Yazıcılar araç kiralama şirketi, Polo marka aracın kiralanması için günlük 40 TL ve her kilometrede belirli bir miktar ücret almaktadır. Buna göre gün içerisinde 70 km araç kullanan bir kişi bu şirkete 75 lira ödediğine göre şirketin bir kilometre de tahsil ettiği ücret kaç kuruştur? (ÖA₂₈, Problem 2)

ÖA₂₇ kurduğu problemde araç kiralama etkinliğindeki verilere yeni bir aracın günlük kiralanmasına ait verileri eklemiştir. Jeep marka araç için günlük 120 TL ve gün içerisinde kilometre başına da 60 kuruş ücret alındığı belirtilmiştir. Aday ayrıca

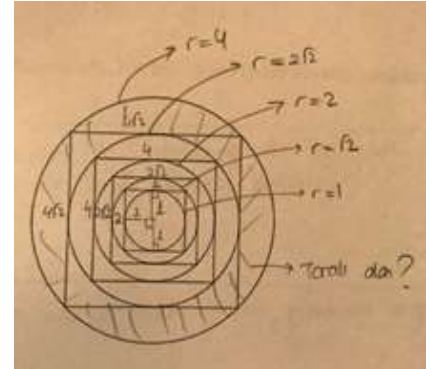
* Öğretmen adayının bu problemi ikinci sırada yazdığını göstermektedir.

problemde Jeep'in daha az yakıt yaktığı koşuluna yer vermiş ve 1200 kilometre uzunluğundaki yolun kaçta kaçının yokuş olması gerektiğini sormuştur. Ancak problemin çözüme ulaşması için yakıt ile ilgili verilere yer verilmemiştir. Bu yönüyle problemin mevcut verilerle çözümüne ulaşamayacağı için geçersiz problem kategorisi altında eksik verili şeklinde değerlendirilmiştir. ÖA₂₈'in kurduğu problemde ise araç için günlük 40 TL ücret alındığı ve gün içerisinde 70 km araç kullanılarak 75 TL ödeme yapıldığı ifade edilmiştir. Buna göre, kiralama şirketinin kilometre başı kaç kuruş ücret aldığı sorulmuştur. Problemin çözümüne sırasıyla $75 - 40 = 35$ TL, $35 \div 70 = 0,5$ kuruş işlemleriyle ulaşılabilir. Ayrıca problemde toplam ücret verilerek kilometre başına alınan ücret sorulmuştur. Bu yönüyle “verilen ve isteneni yer değiştirme” stratejisi kullanılmıştır. Bu problemin çözümünün yapılabilmesi ve etkinlikle ilişkili olmasından dolayı geçerli problem olarak değerlendirilmiştir.

Tablo 7'ye göre teğet problemi olan E₂'ye yazılan 141 problemin %94,2'sinin (133 problem) geçerli olduğu tespit edilmiştir. Buna karşın kalan sekiz problemin yarısının etkinlikle ilişkili olmadığı ve diğer yarısının ise geçersiz olduğu tespit edilmiştir. Bazı örnek problemler şu şekildedir;

Şekilde daire ve kareler [E₂'deki geometrik şekil] iç içe birbirine teğet olacak şekilde sunulmuştur. En küçük dairenin yarıçapı 2 cm olduğuna göre en büyük dairenin kiriş uzunluğunun en küçük dairenin kiriş uzunluğuna oranı nedir? (ÖA₁₉, Problem 6)

Şekilde daire ve kareler iç içe birbirine teğet olacak şekilde sunulmuştur. En küçük karenin alanı 36 cm^2 olduğuna göre taralı bölgenin alanı nedir? (ÖA₂, Problem 1)



ÖA₁₉'un kurduğu problemde en büyük dairenin kiriş uzunluğunun en küçük dairenin kiriş uzunluğuna oranı sorulmuştur. Aday yazdığı problemde soru kökünü değiştirmiştir. Bu yönüyle problem “değiştirme” stratejisi yardımıyla kurulmuştur. Bu bağlamda problem

etkinlikle ilişkili bir problemdir. Daire üzerindeki farklı noktaların kombinasyonu ile farklı uzunlukta kirişler oluşturulabileceği aday tarafından göz ardı edilmiştir. Bu haliyle problemin çözümü yapılamayacağından dolayı eksik verili olarak kabul edilmiş ve geçersiz problem olarak değerlendirilmiştir. ÖA₂'nin kurduğu problemde ise en küçük karenin alanı verilerek adayın görselde tarayarak belirlediği kısmın alanı sorulmuştur. Bu yönüyle problemde soru kökü değiştirilerek problem yazıldığından “değiştirme” stratejisi kullanılmıştır. Bu bağlamda problem etkinlikle ilişkili bir problemdir. Karenin bir kenar uzunluğu 6 cm olup buna bağlı en küçük dairenin yarıçapı 3 cm olarak hesaplanabilecektir. En dıştaki iki dairenin yarıçapları sırasıyla 12 cm ve $6\sqrt{2}$ cm'dir. Bu verilere göre bu iki dairenin alanları sırasıyla $\pi \cdot 12^2 = 144\pi \text{ cm}^2$ ve $\pi \cdot (6\sqrt{2})^2 = 72\pi \text{ cm}^2$ olarak hesaplanır. İki dairenin arasındaki taralı alan ise $144\pi - 72\pi = 72\pi \text{ cm}^2$ şeklinde hesaplanır. Problem çözümü yapıldığından matematiksel olarak geçerli problem şeklinde değerlendirilmiştir.

Tablo 7'ye göre, tokalaşma problemi olan E₃'e yazılan 129 problemin %85,3'ünün (110 problem) geçerli problem olduğu tespit edilmiştir. Buna karşın kalan 19 problemin 12'sinin etkinlikle ilişkili olmadığı ve yedisinin ise matematiksel olarak tutarsız olduğu tespit edilmiştir. E₃'e yönelik bazı örnek problemler şu şekildedir;

Bir sınıfta her biri birbiri ile bir kez tokalaşmak koşuluyla 13 tokalaşma gerçekleştiyse sınıf mevcudu kaç kişidir? (ÖA₃₂, Problem 3)

Yuvarlak bir masa etrafında farklı renklerde 10 sandalye vardır. Bu sandalyeler masa etrafına kaç farklı şekilde dizilir? (ÖA₃₃, Problem 3)

Bir drama oyununda sınıfta 18 kişi bulunmaktadır. Oynanacak oyunda herkes birbiri ile sadece bir kez tokalaşacak ve her tokalaşmada iki oyuncuda 3 kez ismini söyleyecektir. Oyunun sonunda toplam kaç isim söylenmiştir? (ÖA₂₆, Problem 2)

ÖA₃₂'nin kurduğu problemde toplam tokalaşma sayısı verilerek sınıfta kaç kişinin olduğu sorulmuştur. Bu yönüyle “verilen ve isteneni yer değiştirme” stratejisi kullanılmıştır. Bir gruptaki kişi sayısı n doğal sayısı ile temsil edilmek üzere tokalaşma sayısı $[n.(n-1)]/2$ formülü ile hesaplanacaktır. Bu problemde, $[n.(n-1)]/2=13$ olacak şekilde n doğal sayısı

bulunamayacaktır. Dolayısıyla bu problem etkinlikle ilişkili fakat matematiksel olarak geçersiz bir problem şeklinde değerlendirilmiştir. ÖA₃₃'ün kurduğu problemde yuvarlak bir masa etrafına farklı 10 sandalyenin kaç farklı şekilde dizileceği sorulmuştur. n elemanlı bir kümenin elemanlarının bir çember üzerindeki farklı dizilim sayısı $(n-1)!$ formülüyle hesaplanmaktadır. Bu durumda yuvarlak masa etrafında sandalyeler $(10-1)!=9!$ farklı şekilde dizilebilir. Etkinlikteki problemin yapısında kombinasyon, adayın yazdığı problemde ise dönel permütasyon kullanılmıştır. Bu yönüyle problem etkinlikle ilişkili değil şeklinde değerlendirilmiştir. ÖA₂₆'nın kurduğu problemde ise drama oyununda sınıfta 18 kişi yer almaktadır. Bu kişilerin her biri birbiri ile bir kez tokalaşacaktır fakat her bir tokalaşmaya üç kez karşılıklı ismini söyleme şartı eklenmiştir. Bu yönüyle problemin bağlamı değiştirilmiş ve aynı zamanda probleme yeni koşullar eklenmiştir. Bu yönüyle problemde “bağlamı değiştirme” ve “ekleme” stratejileri birlikte kullanılmıştır. Problemin çözümü için ise gruptaki kişi sayısı $[18.(18-1)]/2=153$ olarak hesaplanacaktır. Her tokalaşmada iki oyuncuda üçer defa ismini söylediği için, toplam 918 isim söylenecektir. Bu yönüyle problem çözülebilir olduğu için geçerli problem olarak değerlendirilmiştir.

Tablo 7'ye göre, tüccar problemi olan E₄'e yazılan 107 problemin %81,3'ü (87 problem) etkinlikle ilişkili geçerli problem kategorisinde yer almaktadır. Buna karşın kalan 20 problemin 19'unun etkinlikle ilişkili olmadığı ve bir tanesinin de eksik verili problem olduğu tespit edilmiştir. E₄'e yönelik bazı örnek problemler şu şekildedir;

Muhammet bir kitabın $\frac{1}{4}$ 'ini okuyor. Daha sonra aradan uzun zaman geçtiği için tekrardan başlayıp $\frac{1}{5}$ 'ini okuyor. İlk okuduğunda $\frac{1}{4}$ daha fazla okuduğunu hesaplayan Muhammet'in okuduğu kitabın sayfa sayısı nedir? (ÖA₂₂, Problem 4)

Giyim mağazası sahibi Ahmet toptancıdan bir kazağı liste fiyatı üzerinden %25 indirimle almıştır. Ahmet kazağın etiket fiyatını belirlemiş ve indirim haftasında müşterilere etiket fiyatı üzerinden %20 indirim uygulamıştır. Ahmet indirim haftasında satış fiyatı üzerinden %25 kâr ettiğine göre etiket fiyatının liste fiyatına oranı nedir? (ÖA₁, Problem 2)

ÖA₂₂'nin kurduğu problemde etkinlikteki problemde yer alan yüzde kavramına yer verilmemiş ve kesirlerle işlemlere yönelik bir problem yazılmaya çalışılmıştır. Bu problem strateji türlerinden herhangi biri ile uyumlu olmadığından etkinlikle ilişkili değil şekline değerlendirilmiştir. ÖA₁'in kurduğu problemde etiket fiyatı e ve liste fiyatı x ile temsil edilirse, liste fiyatının %25 indirimli hali $0,75x$, etiket fiyatının %20 indirimli hali ise $0,8e$ satış fiyatı olacaktır. Bu durumda $0,8e - 0,75x = 0,25(0,8e)$ denklemi ile problem çözülebilmektedir. Denklem çözüldüğünde etiket fiyatının liste fiyatına oranı $\frac{5}{4}$ olarak bulunmaktadır. Bu bağlamda geçerli problem olarak değerlendirilmiştir.

Tablo 7'ye göre, varil problemi olan E₅'e yazılan 134 problemin %97,1'i (130 problem) etkinlikle ilişkili geçerli problem kategorisinde yer almaktadır. Buna karşın kalan dört problemin üçünün etkinlikle ilişkili olmadığı ve bir tanesinin ise eksik verili olduğu tespit edilmiştir. Bazı örnek problemler şu şekildedir;

Yukarıdaki şekilde [E₅'te sunulan geometrik şekil] bir bahçesi olan Ahmet Bey üç adet fiskiye ile sulamak istemiştir. Sulanan yerler dairesel olan yerlerdir. Bir fiskiye'nin 3 metre menzili olduğuna göre sulanmayan yerlerin kaç m² olduğunu bulunuz? (ÖA₁₆, Problem 6)

Kısa kenarı 5 cm uzun kenarı 8 cm olan bir dikdörtgenin çevresine en küçük çaplı çember çizilmek isteniyor. Bu çemberin çapını bulunuz. (ÖA₂₂, Problem 3)

60 cm yarıçapındaki çarklar bir telle etrafı sarılarak bağlanıyor. Etrafını sarmak için kullanılan tel, bu çarklardan birinin etrafını tamamen sarmak için kaç defa kullanılır? ($\pi = 3$ alınız.) (ÖA₁₀, Problem 2)

ÖA₁₆'nın kurduğu problemde fiskiyeler ve menzilleri verilerek sulanamayan alan sorulmuştur. Öğretmen adayı şeklin üzerinde fiskiyelerin konumlarını belirtmemiştir. Bu verilerle problemin çözümü yapılamayacağından geçersiz problem kategorisi altında eksik verili olarak değerlendirilmiştir. ÖA₂₂'nin mevcut matematiksel yapıdan ve geometrik şekilden uzaklaşarak farklı bir problem yazmıştır. Bu yönüyle problem etkinlikle ilişkili değil olarak değerlendirilmiştir. ÖA₁₀'un kurduğu problemde şeklin

çevresini saran telin uzunluğunun tek bir çarkın çevresini kaç kez saracağı sorulmuştur. Şeklin çevresine gerekli olan tel uzunluğuna $2\pi r + 6r$ ifadesi ile ulaşılabilir. İfadede r yerine 60 yazılarak şeklin çevresi $120 \times 3 + 360 = 720$ cm olarak bulunur. Bir çarkın çevresi ise $2\pi r$ çemberin çevresi formülünden $2 \times 3 \times 60 = 360$ cm olarak bulunur. Toplam telin uzunluğu olan 720 cm tek bir çarkın çevre uzunluğu 360 cm bölünerek 2 bulunmaktadır. Bir çarkın uzunluğu toplam telin uzunluğuyla iki kez sarılabilmektedir. Problem matematiksel olarak hata içermemesi ve çözülebilir olmasından nedeniyle geçerli problem olarak değerlendirilmiştir.

Tablo 7'ye göre, havuz problemi olan E_6 'ya yazılan 140 problemin %98,6'sının (138 problem) etkinlikle ilişkili geçerli problem kategorisinde yer almaktadır. Buna karşın kalan iki problemin bir tanesinin etkinlikle ilişkili olmadığı, diğer bir tanesinin de eksik verili olduğu tespit edilmiştir. Bazı örnek problemler şu şekildedir;

Boş bir havuzun tamamını birinci musluk 10 saatte, ikinci musluk 20 saatte dolduruyor. Birinci musluk açıldığında ve iki saat geçtikten sonra havuzun delik olduğu fark ediliyor. Havuz onarılıp muslukların ikisi birlikte açıldığında boş havuzun tamamının dolması için toplamda kaç saat geçtiğini bulalım. (ÖA₁₉, Problem 3)

Bir kitabı Ayşe 5 günde her gün bir önceki gün okuduğundan 4 sayfa daha fazla okuyarak, Özge ise her gün bir önceki gün okuduğundan 2 sayfa az okuyarak bitiriyorlar. Ayşe kitabı bitirdiğinde Özge'nin kaç sayfası kalmış olur? (ÖA₂₅, E₆, Problem 1)

Boş bir havuzu birinci musluk 6 saatte, ikinci musluk 8 saatte doldurmaktadır. Havuzun dibindeki üçüncü musluk ise dolu olan havuzu 4 saatte boşaltmaktadır. Üç musluk aynı anda açılırsa boş havuz kaç saatte doldurulur? (ÖA₆, E₆, Problem 1)

ÖA₁₉'un kurduğu problemde iki saat sonra havuzun delik olduğunun fark edildiği bilgisi verilmiştir. Havuzdaki deliğin su akıtma kapasitesinden bahsedilmediği için delik fark edilene kadar havuzda ne kadar su bulunduğu bilgisine ulaşamayacaktır. Bu nedenle çözüm yapılamayacağından problem geçersiz kategorisi altında eksik verili problem

olarak değerlendirilmiştir. ÖA₂₅'in kurduğu problem, etkinlikteki problemle ilişkisine göre strateji türlerinden birisiyle kodlanamamıştır. Çünkü problemin matematiksel yapısı ile havuz probleminin matematiksel yapısı arasında bağlantı bulunmamaktadır. Bu yönüyle problem etkinlikle ilişkili değil kategorisinde yer almaktadır. ÖA₆'nın probleminde ise etkinlikteki problem genişletilerek, üçüncü musluğun boş havuzu 4 saatte boşalttığı ifadesi eklenmiştir. Problem yeni veriler eklenerek oluşturulduğundan “ekleme” stratejisi şeklinde kodlanmıştır. Bunun yanında tüm musluklar aynı anda açılınca, dolma süresi t ile temsil edilmek üzere, $\frac{1}{6} + \frac{1}{8} - \frac{1}{4} = \frac{1}{t}$ denklemi yardımıyla ile problem çözülebilmektedir. Bu yönüyle problem çözülebilir olduğundan geçerli olarak değerlendirilmiştir.

3.1.3. Problem Biçimlendirme Sürecinde Kullanılan Strateji Türlerine Ait Dağılım

Öğretmen adaylarının PBT'deki her bir etkinliğe kurdukları problemler içerdikleri sekiz strateji türüne göre de analiz edilmiştir. Bu strateji türlerini açıklayan örnek problemler Tablo 8'de verilmiştir.

Tablo 8'deki birinci problem, ÖA₁₇'nin teğet problemine yazdığı ilk problemidir. Aday etkinlikteki problemdeki en küçük dairenin yarıçapı olan 1 cm'yi 2 cm olarak değiştirmiştir. Etkinlikteki problem üzerinde sadece sayısal değişiklikler yapıldığından problem strateji türü olarak “yüzeysel değişiklik” şeklinde kodlanmıştır. Tablo 8'deki ikinci problemde, ÖA₂₉'un varil problemine yazmış olduğu birinci problemidir. Bu problemin verilenlerinde herhangi bir değişiklik yapılmamış, buna karşın sadece soru kökü “şekildeki yağ varillerinin merkezlerini birleştirerek oluşturulacak üçgenin alanı kaç cm²'dir?” şeklinde değiştirilmiştir. Bu nedenle problem “değiştirme” stratejisi ile kodlanmıştır. Benzer şekilde tablodaki üçüncü problem de “değiştirme” stratejisi ile oluşturulmuştur. Çünkü, ÖA₂₄ mevcut verileri korurken, sadece soru kökünde değişikliğe giderek üç saat sonra havuzun ne kadarının dolacağını sormuştur.

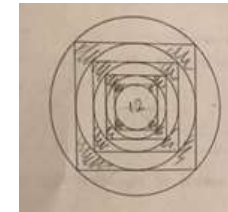
Tablo 8'deki dördüncü problem ÖA₂₉'un tüccar etkinliği için yazdığı üçüncü problemidir. Problem kurulması istenen etkinlikte etiket fiyatı verilmemektedir. Buna karşın aday probleminde etiket fiyatını 12 TL olarak ifade etmiştir. Ayrıca etkinlikteki problemde yer alan “etiket fiyatı üzerinden %20 indirim uygulanmıştır” ifadesi probleminden çıkarılmıştır. Problemde veri eksilterek ve değişkenlerden bazılarını sayısal değerler atayarak problemin zorluk seviyesini düşürmüştür. Dolayısıyla problem

“basitleştirme” stratejisiyle kodlanmıştır. Tablo 8’deki beşinci problem ÖA₄ araç kiralama etkinliği için yazdığı birinci problemidir. Aday, “günde en az 50 km en fazla 145 km araç kullanan bir kişinin” ifadesiyle etkinlikteki problemin verilerine yeni koşullar eklemiştir. Bu nedenle problem strateji türü olarak “ekleme” şeklinde kodlanmıştır.

Tablo 8’deki altıncı problem ÖA₃₀ tarafından tokalaşma problemine yönelik yazılmış beşinci problemidir. Aday problemde “12 kişi” ifadesi yerine “n kişi” olması durumunu sorarak genelleme yapmıştır. Bu yönüyle problemde özel sayısal değerlere karşılık gelen durumların sorulması yerine genel durumun sorulması söz konusudur. Bu nedenle problem “yeniden biçimlendirme” şeklinde kodlanmıştır. Diğer bir örnek olarak, ÖA₁₆’nın araç kiralama etkinliğinde bu stratejiyi kullanarak oluşturduğu beşinci problem şu şekildedir; “verilen probleme göre ödenecek para miktarının denklemini oluşturunuz” Tablo 8’deki yedi ve sekizinci problemler, “verilen ve isteneni yer değiştirme” stratejisi kullanarak oluşturulmuştur. Yedinci problemde ÖA₂₉ etkinlikteki problemdeki verilen ve istenenin sırasını değiştirmiştir. Bu kapsamda toplam ödenen ücret miktarını vermiş, kaç kilometre araç sürdüğünü sormuştur. ÖA₃₅ ise tokalaşma etkinliğinde toplam tokalaşma sayısını vermiş, sınıfta kaç öğrenci olduğunu sorarak etkinlikteki verilen ve istenenin yerini değiştirmiştir. Dokuzuncu problemde ÖA₁ hikâyeyi kanser etkinliği şeklinde değiştirerek “bağlamı değiştirme” stratejisine yer vermiştir.

Tablo 8. Strateji türlerine yönelik örnek yanıtlar

No	Strateji Türü	Problem
1	Yüzeysel değişiklik	Şekilde daire ve kareler iç içe birbirine teğet olacak şekilde sunulmuştur. En küçük dairenin yarıçapı 2 cm olduğuna göre en büyük dairenin alanının en küçük dairenin alanına oranı nedir? (ÖA ₁₇ , E ₂ , Problem 1)
2	Değiştirme	60 cm çapındaki üç silindirik yağ varili, çelik telle şekilde [Etkinlik 5'deki geometrik şekil] görüldüğü gibi etrafı sarılarak bağlanmaktadır. Şekildeki yağ varillerinin merkezlerini birleştirerek oluşturulacak üçgenin alanı kaç cm ² 'dir? (ÖA ₂₉ , E ₅ , Problem 1)
3	Değiştirme	Boş havuzu birinci musluk 10 saatte ikinci musluk 20 saatte dolduruyor. Buna göre iki musluk 3 saat açık kalırsa havuzun kaçta kaç dolar? (ÖA ₂₄ , E ₆ , Problem 2)
4	Basitleştirme	Kırtasiyeci bir kalemi katalogdaki liste fiyatı üzerinden %20 indirimle almıştır. Kırtasiyeci bu kalemi 12 liraya sattığında aldığı fiyat üzerinden %50 kâr elde etmektedir. Buna göre bu kalemin katalogdaki liste fiyatı nedir? (ÖA ₂₉ , E ₄ , Problem 3)
5	Ekleme	Yazıcılar araç kiralama şirketi, Polo marka aracın kiralama için günlük 107 TL ve her kilometrede 150 kuruş almaktadır. Buna göre bir haftalık araç kiralayan ve günde en az 50 km en fazla 145 km araç kullanan bir kişinin şirkete yapacağı ödeme miktarının aralığını bulunuz. (ÖA ₄ , E ₁ , Problem 1)
6	Yeniden biçimlendirme	n kişinin toplamda kaç tokalaşması olacağını genel bir kural bularak kuralı n'ye bağlı olarak ifade ediniz. (ÖA ₃₀ , E ₃ , Problem 5)
7	Verilen ve isteneni yer değiştirme	Bir araç kiralama şirketi, Polo marka aracın kiralama için günlük 70 TL ve her bir kilometre için de 40 kuruş almaktadır. Buna göre 130 TL kiralama ücreti ödeyen biri aracı kaç km kullanmıştır? (ÖA ₂₉ , E ₁ , Problem 3)
8	Verilen ve isteneni yer değiştirme	Bir sınıftaki öğrenciler her biri birbiri ile bir kez tokalaştığında toplamda 153 tokalaşma olmuştur. Buna göre sınıfta kaç öğrenci vardır? (ÖA ₃₅ , E ₃ , Problem 3)
9	Bağlamı değiştirme	Rize'de kanser etkinliği yapmak isteyen bir organizasyon şirketi, bir bileti internetteki satış fiyatı üzerinden %30 indirimle almıştır. Buna göre bilet fiyatını belirlemiştir fakat bilet fiyatları halka pahalı gelince satışlarda belirlediği fiyat üzerinden %20 indirim uygulamıştır. Şirket bu durumda biletin satış fiyatı üzerinden %20 kâr ettiğine göre belirlediği satış fiyatının internet üzerindeki satış fiyatına oranı nedir? (ÖA ₁ , E ₄ , Problem 3)
10	Birleştirme	Şekildeki gibi bir hedef tahtası olan atış poligonunda en küçük daire 12 puan, taralı bölgeler bulundukları karenin kenar uzunluğunun 3 katı puana ve geriye kalan boş kısımlar bulundukları dairenin yarıçap uzunluğunun 4 katı puana sahiptir. Bu poligonda atış yapan bir kişi üç atış yapmıştır. Bu atışlardan biri birinci karenin taralı kısmına, ikincisi sadece üçüncü daireye ait boş kısma ve sonuncusu sadece üçüncü karenin taralı kısmına isabet etmiştir. Buna göre bu kişi kaç puan kazanmıştır? (ÖA ₁ , E ₂ , Problem 3)



Tablo 8’deki son problem $\ddot{O}A_1$ tarafından teğet problemine yönelik olarak üçüncü sırada yazılmıştır. Bu problemde “bağlamı değiştirme” ve “ekleme” stratejileri birlikte kullanılmıştır. Problemde yer alan görsel şekil atış poligonu gibi düşünülerek bunun üzerinden yeniden kurgulanmıştır. Problemin hikâyesi atış poligonu olarak değiştirildiği için strateji türü olarak “bağlamı değiştirme” şeklinde kodlanmıştır. Hikâyedeki değişikliğin yanında problemin verileri üzerine şu şekilde yeni veriler eklenmiştir; “en küçük daire 12 puan, taralı bölgeler bulundukları karenin kenar uzunluğunun 3 katı puana ve geriye kalan boş kısımlar bulundukları dairenin yarıçap uzunluğunun 4 katı puana sahiptir. Bu poligonda atış yapan bir kişi üç atış yapmıştır. Bu atışlardan biri birinci karenin taralı kısmına, ikincisi sadece üçüncü daireye ait boş kısma ve sonuncusu sadece üçüncü karenin taralı kısmına isabet etmiştir” Bu yönüyle problemin oluşturulmasında, “ekleme” stratejisinden de yararlanılmıştır.

Öğretmen adaylarının PBT’deki etkinliklere kurdukları etkinlikle ilişkili problemlerde yer verdikleri strateji türleri ve matematiksel geçerliğine ait dağılımlar Tablo 9’da verilmiştir. Tabloya göre, araç kiralama probleminde etkinlikle ilişkili 139 problem yazmışlardır. Sadece “basitleştirme” stratejisi kullanılarak adaylar problem yazmamışlardır. Buna karşın diğer strateji türlerinin tamamı görülmüştür. Öğretmen adayları bu etkinlikte en fazla %28,7 (40 yanıt) ile “birleştirme” stratejisini kullanmışlardır. Bunun yanında yanıtların %25,2’sinde (35 yanıt) sadece “bağlamı değiştirme” stratejisi kullanılmıştır. Bu yönüyle bu stratejide ön plana çıkarılmıştır. Buna karşın “değiştirme”, “yeniden biçimlendirme” ve “verilen ve isteneni yer değiştirme” ise en az kullanılan strateji türleri olup, oranları bütün yanıtların %8’inden daha azında görülmüştür. Bu etkinlik için “bağlamı değiştirme” stratejisine örnek bir problem aşağıda sunulmuştur.

Bir telefon bayisi konuşma paketi yapmak için 30 TL ücret istemektedir.
Konuşma paketinde sınırı aştığın her dakika için 60 kuruş ödenmektedir.
Paket sınırını aşan A kişisi 2 saat konuştuğuna göre bu kişinin telefon faturası kaç TL olur? ($\ddot{O}A_2$, Problem 1)

Tablo 9’a göre öğretmen adayları, teğet probleminde etkinlikle ilişkili 137 problem yazmışlardır. Sadece “basitleştirme” stratejisi kullanılarak adaylar problem yazmamışlardır. Buna karşın diğer strateji türlerinin tamamı görülmüştür. Öğretmen adayları bu etkinlikte en fazla %62 (85 yanıt) ile “değiştirme” stratejisini kullanmışlardır.

Bu stratejiyi %12,4 (17 yanıt) “ekleme” stratejisi, %10,2 (14 yanıt) ile “yüzeysel değişiklik” stratejisi takip etmektedir. Buna karşın diğer stratejilerin tamamında oranlar %7’nin altında kalmıştır. Bu etkinliğe yönelik “bağlamı değiştirme” ve “yeniden biçimlendirme” stratejilerine örnek problemler aşağıda sunulmuştur.

Şekilde [E₂’deki geometrik şekil] bir düğün pastasının üstten görünümü verilmiştir. Pastadaki daire ve kareler iç içe birbirine teğet olacak şekilde yerleştirilmiştir. Pasta yapılırken sadece en büyük daire ve en küçük daire olan yüzeyler 1cm²’lik şekerlemelerle kaplanacaktır. En küçük dairenin yarıçapı 1 cm olduğuna göre büyük daireye kullanılan şekerlemenin, küçük daireye kullanılan şekerleme miktarına oranı nedir? (ÖA₂₃, Problem 2)

Yukarıdaki dairelerin her birinin alanı arasındaki ilişkiyi veren genel bir formül oluşturunuz. (ÖA₁₆, Problem 3)

Tablo 9. PBT'deki etkinliklere kurulan problemlerdeki strateji türleri ve matematiksel geçerliğine ait dağılımlar

		Etkinlik 1	Etkinlik 2	Etkinlik 3	Etkinlik 4	Etkinlik 5	Etkinlik 6
Yüzeysel değişiklik	Geçerli	26(18,7)*	14(10,2)	27(23,1)	30(34,1)	33(25,2)	21(15,1)
	Geçersiz	-	-	-	-	-	-
Değiştirme	Geçerli	3(2,1)	82(59,8)	4(3,4)	4(4,6)	37(28,2)	8(5,8)
	Geçersiz	-	3(2,2)	1(0,9)	-	-	-
Basitleştirme	Geçerli	-	-	2(1,7)	17(19,3)	-	-
	Geçersiz	-	-	-	1(1,1)	-	-
Bağlamı değiştirme	Geçerli	35(25,2)	3(2,2)	22(18,8)	7(8)	2(1,5)	17(12,2)
	Geçersiz	-	-	1(0,9)	-	-	-
Ekleme	Geçerli	23(16,5)	16(11,7)	16(13,6)	11(12,5)	31(23,7)	65(46,8)
	Geçersiz	1(0,8)	1(0,7)	-	-	-	1(0,7)
Yeniden biçimlendirme	Geçerli	1(0,8)	3(2,2)	2(1,7)	-	-	-
	Geçersiz	-	-	-	-	-	-
Verilen ve isteneni yer değiştirme	Geçerli	10(7,2)	6(4,4)	7(6)	6(6,8)	17(13)	10(7,2)
	Geçersiz	-	-	3(2,6)	-	-	-
Birleştirme	Geçerli	40(28,7)	9(6,6)	30(25,6)	12(13,6)	10(7,6)	17(12,2)
	Geçersiz	-	-	2(1,7)	-	1(0,8)	-
Toplam		139(100)	137(100)	117(100)	88(100)	131(100)	139(100)

* Veriler frekans(yüzde) şeklinde sunulmuştur.

Tablo 9’a göre öğretmen adayları, tokalaşma problemine etkinlikle ilişkili 117 problem yazmışlardır. Bu problemlerde strateji türlerinin tamamı görülmüştür. Öğretmen adayları bu etkinlikte en fazla %27,3 (32 yanıt) ile “birleştirme” stratejisini kullanmışlardır. Bu stratejiyi, %23,1 (27 yanıt) ile sadece “yüzeysel değişiklik” stratejisi, %19,7 (23 yanıt) ile “bağlamı değiştirme” stratejisi ve %13,6 (16 yanıt) ile “ekleme” stratejisi takip etmiştir. Diğer strateji türleri ise en az kullanılan strateji türleri olup, oranları bütün yanıtların %9’undan daha azında görülmüştür. Tokalaşma etkinliği için “basitleştirme” stratejisine yönelik örnek problem aşağıda verilmiştir. Problemde bir başkan ve bir başkan yardımcısının kaç farklı şekilde seçilebileceği sorulmuştur. İki seçim yapıldığından bir başkan ve bir başkan yardımcısı $20 \cdot 19 = 380$ farklı şekilde seçilebilir. Etkinlikteki problemin çözümüne göre işlem sayısı eksiltildiği için strateji türü “basitleştirme” olarak belirlenmiştir.

20 kişilik bir sınıfta bir başkan ve bir başkan yardımcısı kaç farklı şekilde seçilebilir? (ÖA₂₉, Problem 3)

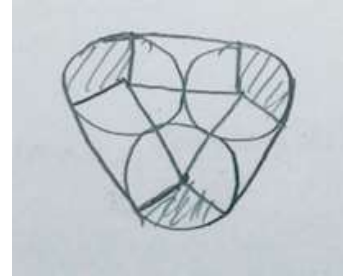
Tablo 9’a göre öğretmen adayları, tüccar problemine etkinlikle ilişkili 88 problem yazmışlardır. Öğretmen adayları sadece “yeniden biçimlendirme” stratejisinin kullanıldığı etkinliklere yer vermemişlerdir. Buna karşın diğer bütün strateji türlerine yer verilmiştir. Öğretmen adayları bu etkinlikte en fazla %34,1 (30 yanıt) ile “yüzeysel değişiklik” stratejisini kullanmışlardır. Bu stratejiyi, %20,4 (18 yanıt) ile “basitleştirme” stratejisi, %13,6 (12 yanıt) ile “birleştirme” stratejisi ve %12,5 (11 yanıt) ile “ekleme” stratejisi takip etmiştir. Diğer strateji türleri ise en az kullanılan strateji türleri olup, oranları bütün yanıtların %8’inden daha azında görülmüştür. Strateji türlerinde kurulan problemlerin matematiksel geçerlikleri incelendiğinde ise neredeyse tamamının geçerli problemler olduğu görülmektedir. Tüccar etkinliği için “yüzeysel değişiklik” ve “değiştirme” stratejilerine yönelik örnek problemler şu şekildedir;

Bir tüccar bir ürünü katalogdaki liste fiyatı üzerinden %25 indirimle almıştır. Tüccar ürünün etiket fiyatını belirlemiş ve satarken müşterilere etiket fiyatı üzerinden %10 indirim uygulamıştır. Tüccar bu durumda indirimli satış fiyatı üzerinden %15 kâr ettiğine göre etiket fiyatının liste fiyatına oranı nedir? (ÖA₃₅, Problem 1)

Bir tüccar bir ürünü katalogdaki liste fiyatı üzerinden %25 indirimle almıştır. Tüccar ürüne bir etiket fiyatı belirlemiş ve satış esnasında müşterilere etiket fiyatı üzerinden %20 indirim uygulamıştır. Tüccar bu durumda müşterinin ürünü aldığı fiyat üzerinden %25 kâr ettiğine göre etiket fiyatının alış fiyatına oranı nedir? (ÖA₃₁, Problem 1)

Tablo 9'a göre öğretmen adayları, varil problemine etkinlikle ilişkili 131 problem yazmışlardır. Öğretmen adayları sadece “yeniden biçimlendirme” ve “basitleştirme” stratejilerine yer vermemişlerdir. Buna karşın diğer bütün strateji türlerine yer verilmiştir. Öğretmen adayları bu etkinlikte en fazla %28,2 (37 yanıt) ile “değiştirme” stratejisini kullanmışlardır. Bu stratejiyi, %25,2 (33 yanıt) ile “yüzeysel değişiklik” stratejisi, %23,7 (31 yanıt) ile “ekleme” stratejisi takip etmiştir. Diğer strateji türleri ise en az kullanılan strateji türleri olup, oranları bütün yanıtların %13'ünden daha azında görülmüştür. Strateji türlerinde kurulan problemlerin matematiksel geçerlikleri incelendiğinde ise neredeyse tamamının geçerli problemler olduğu görülmektedir. Varil etkinliği için “ekleme” stratejisine yönelik örnek problem şu şekildedir;

Yarıçapı 2 cm olan özdeş bilyelerden oluşan şekil bir iple sarılmıştır. Taralı daire dilimlerini çevreleyen ipin uzunluğunun 3 daireyi saran ipin uzunluğuna oranı nedir? ($\pi = 3$ alınız). (ÖA₁₀, Problem 3)



Tablo 9'a göre öğretmen adayları, havuz problemine etkinlikle ilişkili 139 problem yazmışlardır. Öğretmen adayları “yeniden biçimlendirme” ve “basitleştirme” stratejilerine yer vermemişlerdir. Buna karşın diğer bütün strateji türlerine yer verilmiştir. Öğretmen adayları bu etkinlikte en fazla %47,5 (66 yanıt) ile “ekleme” stratejisini kullanmışlardır. Bu stratejiyi, %15,1 (21 yanıt) ile “yüzeysel değişiklik” stratejisi takip etmiştir. “Bağlamı değiştirme” ve “birleştirme” stratejilerinin her biri de bütün yanıtların %12,2'sinde (17 yanıt) görülmüştür. Diğer strateji türleri ise bütün yanıtların %8'inden daha azında görülmüştür. Strateji türlerinde kurulan problemlerin matematiksel geçerlikleri incelendiğinde ise neredeyse tamamının geçerli problemler olduğu

görülmektedir. Havuz etkinliği için “verilen ve isteneni yer değiştirme” stratejilerine yönelik örnek problem şu şekildedir;

Aynı anda açıldıklarında boş bir havuzu iki musluk 4 saatte doldurmaktadır. Musluklardan biri tek başına açıldığında boş havuzu 6 saatte doldurmaktadır. Buna göre diğer musluk tek başına açıldığında boş havuzu kaç saatte doldurur? (ÖA₂₉, Problem 2)

3.2. Öğretmen Adaylarının Problem Biçimlendirme Sürecindeki Düşünme Yapılarına Yönelik Bulgular

Dokuz öğretmen adayı ile PBT’deki altı etkinlik üzerinden yürütülen etkinlik-temelli görüşmelere ait veriler üç başlık altında açıklanmıştır; i) problem biçimlendirmeye başlama sürecindeki anlayışları, ii) problem biçimlendirmede dikkate alınan faktörlere yönelik anlayışları ve iii) problem kuramama nedenleri.

3.2.1. Öğretmen Adaylarının Problem Biçimlendirmeye Başlamadaki Düşünce Süreçlerine Ait Bulgular

Öğretmen adaylarının problem biçimlendirme etkinliklerine nasıl başladıklarına yönelik tespit edilen kategoriler ve hangi adaylarda görüldüğüne yönelik dağılımlar Tablo 10’da verilmiştir.

Tablo 10. Öğretmen adaylarının problem biçimlendirmeye başlamadaki düşünce süreçleri

Kategoriler	Etkinlikler					
	Araç kiralama	Teğet	Tokalaşma	Tüccar	Varil	Havuz
Çözüm yaparak başlama						
Problemi anlama	T1, T3, T5	T2, T3, T5, T6, T7,	T1, T2, T3, T5, T7, T9	T1, T4, T5, T6, T7, T9	T1, T2, T4, T5, T6, T7, T8, T9	T1, T2, T5, T6, T7, T8, T9
Günlük yaşamdaki yerini belirleme	T4, T7		T8			
Ölçmek istediği amacı belirleme	T6, T9					
Çözüm yapmadan başlama	T2, T8	T1, T4, T8, T9	T4, T6	T2, T3, T8	T3	T3, T4

Tablo 10'a göre öğretmen adaylarının problem biçimlendirmeye başlamadaki davranışları farklılık göstermiştir. Problem biçimlendirmeye başlarken adayların büyük çoğunluğu öncelikle etkinlikteki problemi çözmeye çalışmıştır. Adayların etkinlikteki problemi çözmelerinin temelinde üç yaklaşımın yer aldığı belirlenmiştir. Birincisi, adayların kuracakları problemlerde hata yapmamak ve yazacakları problemlerde sayısal veriler arasındaki ilişkileri oluşturabilmek için matematiksel yapısını daha derinlemesine anlamaya ihtiyaç duyduklarını ifade etmişlerdir. Örneğin, T2 tokalaşma problemine ilk olarak aşağıda yer alan problemi yazarak başlamıştır;

Problem 1: Bir grup arkadaş kendi içinde tokalaşmıştır. Her biri birbiri ile bir kez tokalaşmıştır. Bir kişi 210 kez tokalaştığına göre bu grup kaç kişidir?

T2 problemin ifadesinde bir kişinin 210 kez tokalaştığını yazmıştır. Buna karşın, görüşme sürecinde burada toplam tokalaşma sayısının 210 olduğunu kastettiğini belirtmiştir. Bu yönüyle yazdığı problemde toplam tokalaşma sayısını verip kişi sayısını sorduğu için “verilen ve isteneni yer değiştirme” stratejisini kullanmıştır. T2 problem kurmaya nasıl başladığına yönelik yaptığı açıklamalarda olasılık ve kombinasyon konularında bilgisinin iyi olmaması nedeniyle önce problemi çözdüğünü belirtmiştir (n-k kişi sayısı olmak üzere toplam tokalaşma sayısını veren $\frac{n.(n-1)}{2}$ formülü kullanarak çözmüştür). T2 yazdığı birinci problemde toplam tokalaşma sayısını ayarlama yaptığı çözümünden yararlandığını ifade etmiştir. T2 ile yapılan görüşmenin bir bölümü şu şekildedir;

Araştırmacı: Problemi kurmaya nasıl başladığını açıklar mısın?

T2: Öncelikle problem kombinasyon problemi. Kombinasyonla aram hiç yok benim, o yüzden soruyu ilk okuduğumda problem kuramayacağımı düşündüm. Hatta öyle sorular yazdım birazdan göreceğiz basit sorular bana göre [Sadece konusu kombinasyon olan geçmiş deneyimlerine yönelik problemler yazmıştır]. Çünkü gerçekten kombinasyonla aram yok.

Araştırmacı: İlk problemini nasıl kurduğunu açıklar mısın?

- T2:** İlk problemde tokalaşma sayısını verip kişi sayısını sormaya çalıştım. Normalde bizde tokalaşma sayısını soruyordu. Ben tokalaşma sayısını verip kişi sayısını sordum.
- Araştırmacı:** Problemde ama bir kişinin 210 tokalaşma yaptığını ifade etmişsin?
- T2:** Yanlış ifade ettim. Bunu demek istemedim. Bu problemi yazmadan önce soruyu çözdüm. Çözümünden yaralandım ve yazdım [formül kullanarak problemi çözdüğünü ve 210 sayısını belirlediğini kastetmektedir]. Cevabı da 21 kişi oluyor.

Benzer şekilde, T1 araç kiralama etkinliğine başlarken öncelikle problemi çözdüğünü ve denklem yapısını belirlediğini belirtmiştir. Aday yazdığı problemlerde etkinlikteki problemin matematiksel denklem yapısını muhafaza etmiş, denklemdeki farklı durumları sormaya özen göstermiştir. Bu aşamada adayın temel düşüncesi, denklem yapısını koruyacak şekilde yeni problemler yazılmasıdır. T1'in yazdığı bütün problemlerde bu etkinlikteki denklem yapısı muhafaza edilmektedir. Bu yönüyle etkinlikteki problemin çözümünün yapılmasının temelinde, bu yapıyı belirleyip yeni problemlerde koruma eğilimi yer almıştır. T1'in araç kiralama etkinliğine kurduğu birinci problem ve bu probleme yönelik yapılan görüşme şu şekildedir;

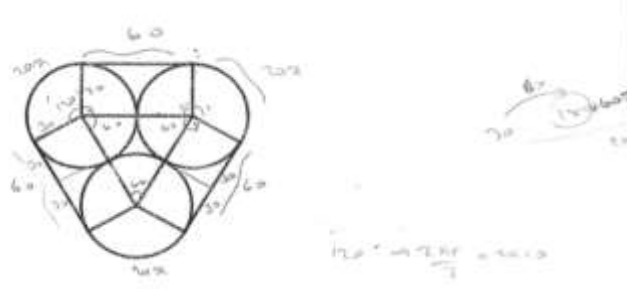
Problem 1: Yazıcılar araç kiralama şirketi, Polo marka aracın kiralanması için günlük 80 TL ve her kilometre için 50 kuruş almaktadır. Buna göre gün içerisinde 100 km araç kullanan bir kişi bu kiralama şirketine kaç lira öder?

- Araştırmacı:** Problemi kurmaya nasıl başladın?
- T1:** İlk olarak ana problemi çözmeye çalıştım. Denklem kurdum. Çünkü bu sorunun yapısı bana denklem kurmam gerektiğini düşündürdü. Öncelikle denklemini kurdum. Daha sonra denklemini kurduktan sonra ilk yaptığım şey sayıları değiştirmek.
- Araştırmacı:** Neden?

- T1:** Önce sayılarını değiştireyim dedim çeşitlilik [farklı birçok problem yazabilme kastedilmektedir] olsun diye.
- Araştırmacı:** Birinci problemde sayıları değiştirmeyi sana düşündüren durum ne oldu?
- T1:** [Sayıları değiştirerek] Problem yazması daha basit. Sayıları değiştirme sadece işlemleri değiştirir. Denklemin şeklini [yapısını] değiştirmez. Verilen istenen aynı sadece sayılar değişik.

T1 birinci problemde, etkinlikteki sayısal verileri değiştirerek “yüzeysel değişiklik” stratejisini kullanmıştır. Aday etkinliğin denklemini belirledikten sonra farklı problemler yazabilmek için ilk olarak denklemdeki sayıları değiştirdiğini belirtmiştir. Sayıları değiştirmek denklemin yapısını değiştirmemiştir. T1 dördüncü problemde ise “verilen ve isteneni yer değiştirme” stratejisini kullanarak bir problem yazmıştır; *Yazıcılar araç kiralama şirketi, Polo marka aracın kiralama için günlük 70 TL almaktadır. Bir günlük kiralama yapan bir müşteri 120 km [araç] kullanmıştır. Kilometre başına para ödediği biliniyor ve toplamda 118 TL ödüyor. Buna göre km başına ne kadar ücret ödüyor?* Aday açıklamalarında kurduğu problemin yine bu denklem yapısını kullanmayı gerektirdiğini ve sadece denklemde farklı bir kısmın sorulduğunu belirtmiştir. Adayın açıklamaları şu şekildedir; *...kurduğum problemde denklemi oluşturma, denklemin diğer tarafında 118 TL'nin olduğunu [x-km başına düşen ücreti, y-toplam kiralama ücretini temsil etmek üzere; $y=70+120x$ denkleminde y'nin 118 TL olması] düşünmesi gerekiyor. Denklem yapısı yine aynı, sonucu verip başlangıçtaki durumu soruyor.*

T9 ise varil etkinliğinde problemi çözerek başlama kategorisinde “problemi anlama” faktörünü dikkate almıştır. Aday problemin çözümünü doğru yapmıştır. Etkinliğin matematiksel yapısını anlamak için problemi çözme ihtiyacı hissetmiştir. T9'un varil etkinliğine yaptığı çözüm Şekil 14'de sunulmuştur.



Şekil 14. T9'un varil etkinliğine yaptığı çözüm

T9, Şekil 14'deki çözümünde ilk aşamada üçgenin iç açı ölçülerinin her birinin 60° olduğunu ve şekildeki dörtgenlerin dikdörtgen olduğunu belirlemiştir. Çap uzunluğunun dikdörtgenin uzun kenar uzunluğuna eşit olduğunu ifade ederek dikdörtgenin uzun kenarını 60 cm olarak hesaplamıştır. Dairenin 120° merkez açısının gördüğü yayın uzunluğunun, dairenin çevre uzunluğunun üçte birine eşit olduğunu ifade etmiştir. Buna bağlı olarak üç tane 120° açının gördüğü yayların uzunlukları toplamının dairenin çevresine eşit olduğunu belirleyerek $2\pi \cdot 30$ ifadesini yazmıştır. Varil etkinliğindeki şeklin çevresini $180+60\pi$ cm şeklinde hesaplamıştır. T9 varil etkinliğine üç problem yazmıştır. Adayın yazdığı problemler şu şekildedir;

Problem 1: 120 cm çapındaki 3 kola şişesi, bir iple şekildeki [Etkinlik 5'teki şekil] gibi etrafı sarılarak bağlanmaktadır. Buna göre kaç cm ipe ihtiyaç vardır?

Problem 2: n cm çapındaki silindirik yağ varili bir iple etrafı çevrilerek bağlanıyor. Kaç cm ipe ihtiyaç vardır?

Problem 3: $240+80\pi$ uzunluğunda bir ip yukarıdaki şeklin [Etkinlik 5'teki şekil] etrafına sarılıyor. Bu silindirin yarıçapı kaç cm'dir?

Aday yazdığı birinci problemde şeklin çevre uzunluğu için çözümden elde ettiği $180+60\pi$ cm ifadesinden ayrılmadan çap uzunluğunu iki katına çıkararak $360+120\pi$ şeklinde sonuçlanan bir problem yazmıştır. Bu problemde sayı ve kelimelerde değişiklik yapılmıştır. Bu yönüyle “yüzeysel değişiklik” stratejisini kullanmıştır. İkinci problemde 60 cm çap değeri yerine n değişkenini atayarak “yeniden biçimlendirme” stratejisini kullanmıştır. Aday görüşmeler esnasında problemdeki silindirik yağ varili ifadesi ile aslında etkinlik 5'deki şeklin çevresini sormayı kastettiğini belirtmiştir. Bu

durumda şeklin çevresinin $3n+n\pi$ olduğunu ifade etmiştir. Üçüncü problemde çevre uzunluğunu vererek bir dairenin yarıçapını sormuştur. Bu yönüyle “verilen ve isteneni yer değiştirme” stratejisini kullanmıştır.

T9 yazacağı problemlerdeki sayısal değerleri ayarlama çözümüden yararlandığını ifade etmiştir. Bu bağlamda şekilde dikdörtgenlerden gelen uzun kenarların toplam uzunluğu ile dairedeki yayların toplam uzunlukları arasındaki ilişkiyi çözüm sürecinde keşfetmesi sonraki problemlerinde sayısal değerleri ayarlama ona katkıda bulunmuştur. Örneğin, üçüncü problemde şeklin çevresini $240+80\pi$ olarak vermesi de bu duruma işaret etmektedir. T9 ile yapılan görüşmenin bir bölümü şu şekildedir;

Araştırmacı: İkinci problemi kurarken nasıl düşündüğünü açıklar mısın?

T9: Problemimde ben kendim bir genellemeye vardım. Çözüme baktım: $180+60\pi$ çapın [uzunluğunun] üç katı ilişkisi var öyle bir şey kafamda yandı. Genelleme de yapmak istiyordum. $3n+n\pi$ dedim n çap olunca bir genellemeye gittim açıkçası. Burada [Etkinlik 5] yaptığım çözüm beni etkiledi. Problem bana bir genelleme veriyordu, bu genellemeyi göz ardı etmek istemedim.

Araştırmacı: Üçüncü problemi kurarken nasıl düşündüğünü açıklar mısın?

T9: Burada [Etkinlik 5] aslında genelleme yapınca verilen ve isteneni yer değiştirebileceğimi düşünerek bu problemi yazdım. Buraya [Etkinlik 5]’teki şeklin çevre uzunluğunu $240+80\pi$ [cm] verdim buradan çap uzunluğunun 80 [cm] olduğunu yarıçapında 40 [cm] olduğunu belirledim. Bu problemde bulunan yarıçap ya da çap uzunluğunu şeklin üzerine yerleştirir ve benzer şekilde çözülerek sağlaması yapılabilir.

Havuz etkinliğinde T6 problem biçimlendirmeye çözüm yaparak başlamıştır. Çözüm yapmasının nedeni olarak problemin anlaşılmasına vurgu yapmıştır. Bu kapsamda T6 çözüm yaparak, problemin ters orantı kavramının kullanıldığı bir problem yapısı olduğunu tespit ettiğini belirlemiştir. Aday ters orantıya yönelik problemler yazma yoluna gitmiştir. T6’nın kurduğu birinci problem aşağıda sunulmuştur.

Problem 1: Ali ve Ayşe bir duvarı birlikte 6 saatte boyamaktadır. Ali bu duvarı kendi başına 9 saatte boyadığına göre, Ayşe aynı duvarı kendi başına kaç saatte boyar?

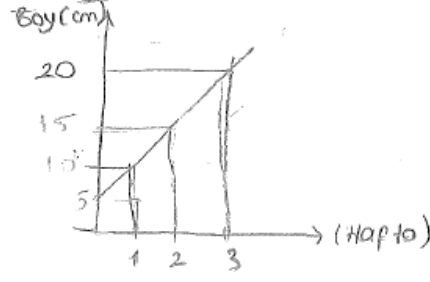
T6 birinci probleminde havuz etkinliğinin hikâyesini duvar boyama süresi olarak değiştirip “bağlamı değiştirme” stratejisine yer vermiştir. Birlikte duvar boyama sürelerini verip Ayşe’nin tek başına aynı duvarı boyama süresini sormuştur. Bu yönüyle “verilen ve isteneni yer değiştirme” stratejisine yer vermiştir. İki farklı strateji birlikte kullanıldığı için problem “birleştirme” stratejisinde değerlendirilmiştir. T6’nın açıklamaları şu şekildedir; *Öncelikle problemi çözdüm orantı konusu ile ilgili olduğunu gördüm ters orantıyı kullandığımız havuz problemi. Bununla ilgili oran orantı konusundaki problemler aklıma geldi. İş problemlerini düşündüm o şekilde ona yönelik problem kurdum. Çözümleri benziyor [Etkinlik 6’daki problemin çözümü] birbirlerine bağlamı değiştirdim.*

Etkinliğin analiz edilerek başlanmasının ikinci nedeni günlük hayatla ilişkili benzer problemler üretebilmektir. Adaylar problemi çözerek matematiksel yapısının ait olduğu alanı belirlemeye çalışmışlardır. Böylece bu yapılarla ilişkili günlük hayattan hikâyeler oluşturabileceklerini düşünmüşlerdir. T4 araç kiralama etkinliğine beş problem yazmıştır. Aday yazdığı problemlerinde birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem yapısına yönelik farklı problemler yazmıştır. Bu süreçte, aday farklı hikâyeler içerisine eğimin negatif olduğu durumları da eklemenin yanında bir problemde de grafiklerden de yararlanmıştır. Adayın yazdığı problemlerden bazıları ve ilk problemi kurmaya nasıl başladığına yönelik açıklamaları şu şekildedir;

Problem 1: Ali Bey bahçesine 10 cm boyunda bir fidan diyor. Bu fidan her hafta 5 cm uzadığına göre 7. hafta da boyu kaç cm olur?

Problem 3: Ayşe yüzme kursuna gidebilmek için 475 TL para biriktirmiştir. Ayşe kayıt ücreti 100 TL olan ve her ay 50 TL kursa devam parası alınan bir yüzme kursuna kaç ay devam edebilir?

Problem 5: İlk boyu 5 cm olan fidanın haftalara göre boyundaki değişim gösterilmiştir. Buna göre 7. hafta fidan kaç cm olur?



- Araştırmacı:** Problemleri kurmaya nasıl başladın?
- T4:** Öncelikle kendim verilen problemi çözdüm. Bunun bir doğrusal denklem konusuyla alakalı problem olduğunu fark ettim. Doğrusal denklemleri nerelerde kullanabilirim günlük hayatta onu düşündüm.
- Araştırmacı:** Birinci yazdığın probleme bakalım. Bu problemi nasıl kurduğunu açıklar mısın?
- T4:** Burada verilen etkinliğe [araç kiralama] bakacak olursak yine öncelikle olarak günlük olarak verdiği bir para var [araç kiralama etkinliğinde günlük 70 TL kastedilmektedir]. [Yazdığı problemi kastederek] Ali Bey'in burada da fidanı ilk diktiğinde bir boyu var. İlk başta verilen etkinliğe birebir [benzeyen] bir problem yazmaya çalıştım. En başta bir 10 cm boyunda fidan var her hafta 5 cm uzuyor.
- Araştırmacı:** Problemde ilk olarak hikâyeyi değiştirerek aynı tür problem kurmanın nedeni neydi?
- T4:** Şunu düşündüm; bu fidan büyüyen bir şeydir. Verilen örnekte de [araç kiralama etkinliğinde] kilometreye göre verilen para artıyor, [benzer şekilde] fidan da haftaya bağlı uzuyor. Fidanın boyu da büyüyeceği için benzer olsun diye bu hikâyeyi seçtim. Bu yapıda soruları çözmek daha kolay geliyor bana o yüzden bu yapıda problem kurdum.

T7 ise araç kiralama etkinliğinde ilk olarak problemin yapısını incelemiştir. Aday problemin yazılı olarak çözümünü yapmadığını, buna karşın matematiksel yapısını

incelediğini ifade etmiştir. Problem ders kitaplarında yaygın şekilde yer verilen ve adayın geçmiş deneyimlerinde yer alan bilişsel yönden seviyesinin altında bir problem olduğundan matematiksel işlemlerle çözüm yapma gereği duymamıştır. Buna karşın, problem kurmaya başlamadan önce etkinlikte yer alan sabit değer olan 70 TL ve her bir kilometrede 40 kuruş ödenmesi durumlarına dikkat ettiğini ifade etmiştir. Aday yeni problemler üretmeyi matematiksel yapısı aynı fakat hikâyesi farklı problemler şeklinde düşünmektedir. Matematiksel yapının farklı bağlamlarda görülebilmesine dikkat etmiştir. Hikâyeyi değiştirirken matematiksel yapıyı koruyabilmek için de etkinliği incelediğini ifade etmiştir. Adayın bu etkinliğine kurduğu ilk iki problem şu şekildedir;

Problem 1: Turist olarak geldikleri Trabzon’da bir adet VIP araç kiralayan aile, araca girişte [araç kiralaması için günlük sabit ücret] 150 TL ve yol aldıkları her kilometre için de 75 kuruş ücret ödemektedirler. Günde 250 km yol alan aile bu kiralama şirketine kaç TL ödeme yapar?

Problem 2: Yeni işe giren Ahmet, iş yerinden günde 50 TL ve mesaiye kaldığı her saat için 12 TL ödeme almaktadır. Ahmet, Salı günü işyerinde yapılacak sayım için 3,5 saat mesaiye kalmıştır. Ahmet gün sonunda ne kadar ücret almaktadır?

T7 birinci yazdığı problemde aynı matematiksel yapıyı gerektiren bir problem kurmuştur. Problemde matematiksel yapıyı korumuş, fakat aynı araç kiralama hikâyesi üzerinden sayısal değerleri değiştirmiştir (etkinlikte 70 TL olan sabit günlük kiralama ücreti 150 TL şeklinde değiştirilmiştir). Bu yönüyle “yüzeysel değişiklik” stratejisi kullanılarak problem yazılmıştır. Benzer şekilde ikinci problemde ise yine aynı matematiksel yapı üzerinden bağlam değiştirilerek problem yazılmıştır. Bu yönüyle ikinci problem “bağlamı değiştirme” stratejisi kullanılarak oluşturulmuştur. Aday ile yapılan görüşmenin bir bölümü şu şekildedir;

Araştırmacı: Birinci problemi nasıl kurduğunu açıklar mısın?

T7: Burada hem hikâyeyi hem de sayıları biraz değiştirdim. Benzer şekilde [etkinlikteki probleme benzer şekilde] problem kurdum.

Araştırmacı: Problem kurmaya başlarken problemin çözümünü yaptın mı?

- T7:** Ana problemin çözümünü yapmadım.
- Araştırmacı:** Neden?
- T7:** Problemin çözümünü yapmadan mantığını kavramaya çalıştım. Ona göre problemler yazmaya çalıştım.
- Araştırmacı:** “Mantığını kavramaya çalıştım” ifadesini biraz daha açıklar mısın?
- T7:** Problemden ana bir değer var [günlük sabit 70 TL ücret kastedilmektedir]. Bir de bunun üzerine eklenen bir kilometre yol alımında ödenen ücret var [kilometre başına ödenen 40 kuruş yani denklemin eğimi kastedilmektedir]. Problem kurarken bir ana değer aldım, bir de birim zamanda değişen yine o değerün üstüne eklenmesi gereken başka bir değer aldım.
- Araştırmacı:** Yani probleminde hikâyeyi değiştirmiştin. Neden hikâyeyi değiştirerek başlamayı düşündün?
- T7:** Bu şekilde öğrenci farklı problemler görsün diye yaptım. Mesela farklı tek bir hikâye üzerinde düşünmesin. Farklı hikâyelerde durumu görsün diye bu şekilde kurdum.

T8 ise tokalaşma etkinliğinde problemi ve çözümünü inceleyerek problemler kurmaya başladığını ifade etmiştir. T8 problemlerinde “bağlamı değiştirme” stratejisine ağırlık vermiştir. Birinci probleminde bayram için kişilerin tokalaşmasını konu edinmiştir. Aday problemi analiz etmesinin gerekçesi olarak farklı günlük yaşam durumları içerisinde nerelerde kullanılabileceğini görmek olduğunu belirtmiştir. Aday ile yürütülen görüşmenin bir bölümü şu şekildedir;

- Araştırmacı:** Problemi nasıl kurduğunu açıklar mısın?
- T8:** Problemi önce çözdüm. Çünkü yani 12 kişilik bir sınıfta 2 kişinin tokalaşması, aklıma hemen 12’nin 2’li kombinasyonunu getirdi. Burada ne yapabileceğimi düşündüm. Öncelikle dedim bunu günlük hayatın içine bir yedireyim dedim. Basit olandan başladım, dedim bir bayram ziyareti olsun.

- Araştırmacı:** Neden ana problemi çözerek başladın?
- T8:** İlk olarak nasıl bir problem kurabilirim çünkü problemin çerçevesinden çıkmadan kombinasyon sorusu yazacağım ama aklıma gelen her şeyi yazamam.
- Araştırmacı:** Problem kurarken çözümünden nasıl yararlandın?
- T8:** Çözümümün beni desteklediğini düşünüyorum. Mesela 122'nin ikilisi ya da ne bileyim ikinin ikilisi nedir, üçün ikilisi nedir bunları çözüm yaparken daha iyi anladığımı düşünüyorum. Sonrada bir şeyin ikilisi ya da n'lisi bizi nasıl günlük hayat ile ilgilendirir kısmını düşündüm. Günlük hayattaki konuları seçmemde katkısı oldu.

Problem biçimlendirmeye etkinlikteki problemi analiz ederek başlanmasının son nedeni olarak problemin “ölçmek istediği amacın belirlenmesi” anlayışı tespit edilmiştir. Bu durum T6 ve T9'un araç kiralama etkinliğine yönelik yaptığı açıklamalarda görülmüştür. Bu problemde adaylar matematiksel denklem yapısına odaklanarak problem kurmaya çalışmıştır. Bu problemde, 70 TL sabit ücret yanında kilometre başına 40 kuruş alınmaktadır. Problemin ifadesinde TL ve kuruş birlikte kullanılmaktadır. T6 problemin paralar arasındaki dönüşüm yapma becerisini mi yoksa bir bilinmeyenli denklemleri kurma ve çözme becerisini mi ölçmeye yönelik olduğu noktasında tereddüt yaşamıştır. Aday problemin amacına yönelik verilen karara göre kuracağı problemlerin farklılaşabileceğini düşünmüştür. Bu yönüyle hangi yönü seçmesi gerektiğine karar vermek için problem üzerine çözüm ve analizler yapmıştır. Sonuç olarak, her iki durumu da yansıtan problemler yazmaya karar vermiştir. Aday bu etkinlik için dört problem yazmış olup bu problemlerin ikisi şu şekildedir;

Problem 1: Bir taksimetrenin açılış ücreti 5 TL olup her kilometrede 50 kuruş artmaktadır. Bu taksiye binen bir müşteri 45 TL ödediğine göre kaç km yol gidilmiştir?

Problem 2: Atakan tanesi 35 kuruş olan keklerden 6 tane, tanesi 2,75 TL olan bisküvilerden 3 tane aldığına göre toplamda kaç TL öder?

T6'nın birinci probleminde etkinliğin denklem yapısı dikkate alınmıştır. Bu bağlamda etkinlikteki matematiksel yapı üzerinden yeni bir problem kurulmuştur. Problemin hikâyesini değiştirme yanında verilen ve istenenin yerini de değiştirmiştir. Bu yönüyle “birleştirme” stratejisini kullanmıştır. İkinci problemi ise, etkinliğin para türleri arasındaki dönüşüme odaklandığını varsayarak yazmıştır. Problemde TL ve kuruş cinsinden fiyatları verilen ürünlerden belirli sayıda alınarak toplam ücretin TL cinsinden hesaplanmasını istemiştir. Bu problem tez çalışmasında kullanılan analiz şemasına göre “etkinlikle ilişkili değil” kategorisinde yer almıştır. Çünkü bu problemde birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlere yönelik bir matematiksel yapı dikkate alınmamıştır. Aday ise problem için farklı bir hedefi dikkate almıştır. Adayın bu iki problemi neden yazdığına yönelik açıklamaları şu şekildedir;

Araştırmacı: Bu etkinlikte problem kurmaya nasıl başladığınızı açıklar mısınız?

T6: Önce problemi anlamaya çalıştım. Problemde hala kafamda soru işaretleri var.

Araştırmacı: Neden?

T6: Kuruş olduğu için para hesabını mı ölçmeye çalışıyor yoksa belirli bir sabit değer var ve üzerine ekleme mi yapmak istiyor? Ona göre öğrenci için hangi problemleri oluşturacağımı düşündüm. Önce bunu anlamaya çalıştım. Sonunda iki duruma göre de kurmaya karar verdim. [Birinci problem için] Aklıma direkt zaten bir problem tipi geldi taksimetre. Belirli başlangıç ücreti alıyor, her kilometrede ekstra bir ücret ödüyorsunuz. O şekilde problemi yazdım. Sizin vermiş olduğunuz problemde yol miktarını vermiş, bende ödemesi gereken miktarı verip kaç kilometre gideceğini sordum.

Araştırmacı: Hikâyesinde değişiklik yapmışsın.

T6: Farklı bir problem olsun diye zaten bağlam aynı olunca aynı problem oluyor.

...

...

Araştırmacı: İkinci problemi nasıl kurduğunu açıklar mısın?

T6: Burada kuruşlar üzerinden gitmeye çalıştım. Öğrenci nasıl bir yol izliyor. Bunu görebiliriz; 35 kuruşları toplayıp 1 TL'ye tamamlayıp mı yapıyor, yoksa TL'yi kuruşa çevirip sonradan tekrar TL'ye mi çeviriyor. 35 kuruşları 1 TL'ye çeviriyorsa biz günlük yaşamda biraz daha böyle yaparız. Ama mesela 2.75 TL'yi çevirip yapıyorsa biraz daha ders odaklı gidiyor demektir.

Araştırmacı: Para türleri arasındaki dönüşüm becerisini hedefleyen bir problem kurdun.

T6: Ana problemde tam olarak neyi ölçtüğünü anlayamadığım için “kuruş ve TL'yi nasıl birbirine çeviriyor?” durumuna yönelik de yazdım. Ölçme amaçlı kullandım. Problemin çözümünde toplama, çıkarma, çarpma ve bölme yer aldığı için sanki her şey olurmuş gibi geldi tüm örnekler.

T9 ise araç kiralama etkinliğine üç problem kurmuştur. Birinci problem “yüzeysel değişiklik”, ikinci ve üçüncü problemler ise “bağlamı değiştirme” stratejisi yardımıyla oluşturulmuştur. T9 açıklamalarında problem kurmaya öncelikle etkinliği çözerek başladığını belirtmiştir. Bu durumun nedeni olarak etkinliğin ölçmek istediği amacı daha iyi anlayabilmeyi göstermiştir.

Araştırmacı: Problemi kurmaya nasıl başladın?

T9: İlk olarak problemi okudum. Verilenler ve isteneni kafamda planladım.

Araştırmacı: Problemin çözümünü yaptın mı?

T9: Evet, problemi çözdüm. Çünkü çözmeden diğerlerini kuramıyoruz. Belki başka bir şey istiyor diye problemi analiz ettim. Çözdüm daha sonra problemi yazdım.

Araştırmacı: “Çözmeden diğerlerini kuramıyoruz” ifadesini biraz daha açıklar mısın?

T9: Problemi anlamak zaten bir çeşit probleme çözüm yolu bulmak gibi bir şey. Problemi anlamak için problemi bir şekilde

irdelemek gerekiyor. Bu şekilde problemi okuduğumda zaten, hani nasıl desem, sonucu biraz kafamda oluşuyor. Çok da hani zor problem olmadığı için direkt denklem vesaire kafamda oluşuyor. Problemi o şekilde çözüyorum. Yani şöyle; çözünce de aslında da benden istediği şeyi daha iyi anlıyorum. Daha iyi anlayınca da daha güzel problem kurabiliyorum.

Bazı adaylar ise, etkinlikteki probleme çözüm yapmadan doğrudan problem biçimlendirmeye başlamışlardır. Bu şekilde başlama tercihinde etkinliğin zorluk seviyesinin etkili olduğu tespit edilmiştir. Örneğin, T4 tokalaşma etkinliğine çözüm yapmadan başlamıştır. Araştırmacı bu tür problemlerin çözümünün nasıl yapılacağını bilmesi nedeniyle işlemler yaparak çözme gereği duymadığını belirtmiştir. T4'ün açıklamaları şu şekildedir; *problemi çözerek başlamadım. Bu tarz problemlerin nasıl çözüleceğini biliyorum. Onun için hikâyesini değiştirmeye çalıştım.*

T2 ise tokalaşma etkinliğinin kombinasyon problemi olduğunu ve bu konuda bilgisine güvenmediği için çözüm yaparak başlamayı tercih ettiğini vurgulamıştır [“Tokalaşma” etkinliğinde çözüm yaparak başladığına ilişkin görüşme kısmı yukarıda sunulmuştur]. Buna karşın, araç kiralama etkinliğinde ise çok sayıda problemle karşılaştığını dolayısıyla çözme gereği duymadığını ifade etmiştir. Adayın neden çözüm yapmadan problem biçimlendirmeye başladığına yönelik açıklamalar şu şekildedir;

Araştırmacı: Problemin çözümünü yaptın mı?

T2: Çözüm yapmadım.

Araştırmacı: Neden çözerek başlamadın?

T2: Burada çözüm bana fayda sağlamazdı. Çünkü bildiğimiz bir problem türü. Okuduğumda zaten bu tür problemler çözdüğümü hatırladım. Bildiğim bir problem olduğundan çözüm yapma gereği duymadım.

T1 teğet etkinliğine çözüm yapmadan başlamıştır. T1, görüşme sürecinde problem sayısını arttırmaya önem verdiğini ifade etmiştir. Bu kapsamda, öncelikle derinlemesine analizler gerektirmeyen sadece kozmetik değişiklikler yardımıyla yazılabilecek

problemler oluşturmaya çalışmıştır. T1'in teğet etkinliğine yazdığı ilk üç problem şu şekildedir;

Problem 1: Şekilde [Etkinlik 2'deki şekil] daire ve kareler iç içe birbirine teğet olacak şekilde sunulmuştur. En küçük dairenin yarıçapı 2 cm olduğuna göre, en büyük dairenin alanının en küçük dairenin alanına oranı nedir?

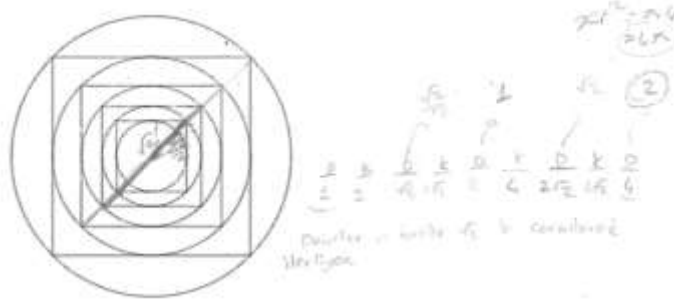
Problem 2: Şekilde [Etkinlik 2'deki şekil] daire ve kareler iç içe birbirine teğet olacak şekilde sunulmuştur. En küçük dairenin yarıçapı 1 cm olduğuna göre, en büyük karenin alanının en küçük karenin alanına oranı nedir?

Problem 3: Şekilde [Etkinlik 2'deki şekil] daire ve kareler iç içe birbirine teğet olacak şekilde sunulmuştur. En küçük dairenin yarıçapı 1 cm olduğuna göre, en küçük ikinci dairenin yarıçapının en büyük ikinci karenin kenar uzunluğuna oranı nedir?

T1 birinci problemde 1 cm olan yarıçap değerini 2 cm şeklinde değiştirerek “yüzeysel değişiklik” stratejisine yer vermiştir. İkinci ve üçüncü problemlerinde ise, sadece etkinlikteki soru köklerini değiştirmiştir. Böylece problemleri “değiştirme” stratejisini kullanarak oluşturmuştur. T1 problem biçimlendirmeye etkinlikteki problemin sayılarını değiştirerek başlamış, devamında sadece soru köklerini değiştirmiştir. Aday bu tür problemlerin hata içermeyeceğini düşündüğünden çözüme gerek duymadığını belirtmiştir. Bu şekilde kozmetik değişikliklerle yazabileceği kadar problemi yazdıktan sonra, problem sayısını arttırabilmek için teğet problemini çözme gereği duymuştur. Çünkü çözüm sayesinde daire veya karelerin alan veya kenar/yarıçap uzunluklarına ait ilişkileri belirleyebileceğini ve bunların yeni problemler yazmasına fırsat tanıyacağını düşünmüştür. T1'in neden çözüm yaparak başlamadığına ilişkin açıklamaları şu şekildedir;

İlk problemi kurarken aslında direkt sayıları değiştirerek başladım. Hani 1 cm yarıçap diyor. Mesela ben onu 2 cm yaptım. Bu çok fazla çözümü etkileyecek bir şey değil. Onun için bunda [çözüm] yapmadım ama daha sonra diğer problemlerimde yardımcı olsun diye [çözüm] yaptım.

T1 görüşmede de ifade ettiği gibi daha sonra teğet problemine geri dönmüş ve çözümün kendisine farklı problemler yazmada katkıda bulunabileceğini düşünerek çözüm yapmıştır. Adayın yaptığı çözüm Şekil 15’de sunulmuştur.



Şekil 15. T1'in teğet etkinliği için yapmış olduğu çözüm

Şekil 15’deki çözüme göre, T1 en küçük daireden en büyük daireye doğru yarıçap uzunluklarını sırasıyla 1 cm, $\sqrt{2}$ cm, 2 cm, $2\sqrt{2}$ cm ve 4 cm şeklinde belirlemiştir. Benzer şekilde en küçükten büyüğe doğru karenin kenar uzunluklarını da sırasıyla 2 cm, $2\sqrt{2}$ cm, 4 cm ve $4\sqrt{2}$ cm olarak hesaplamıştır. Dairelerin yarıçapları ve karelerin kenar uzunlukları arasında $\sqrt{2}$ katı ilişkisi olduğunu tespit etmiştir. Aday açıklamalarında tespit ettiği bu ilişkilerin yeni problemler yazmasına fırsat tanıdığını belirtmiştir. T1’in bu analizlerini kullanarak yazdığı altıncı problem ve yaptığı açıklamalar şu şekildedir;

Problem 6: Şekildeki [Etkinlik 2’deki şekil] daire ve kareler iç içe birbirine teğet olacak şekilde sunulmuştur. En küçük karenin kenar uzunluğunun en küçük ikinci dairenin yarıçap uzunluğuna oranı $\frac{2}{\sqrt{2}}$ olduğuna göre, en büyük karenin kenar uzunluğunun en küçük dairenin yarıçap uzunluğuna oranı nedir?

T1 altıncı probleminde problemin soru kökünü değiştirerek “değiştirme” stratejisini kullanmıştır. Bu problemde etkinlikte en küçük dairenin yarı çap uzunluğu olan 1 cm ifadesi yerine, bu ifadeden hareketle ulaşılabilecek, *en küçük karenin kenar uzunluğunun en küçük ikinci dairenin yarıçap uzunluğuna oranı $\frac{2}{\sqrt{2}}$ olduğuna göre* ifadesine yer verilmiştir. Aday problemi yazarken $\frac{2}{\sqrt{2}}$ oranını çözümde elde ettiği değişkenler

arasındaki oransal ilişkilerden faydalananarak yazdığını belirtmiştir. T1 ile yapılan görüşmenin bir bölümü şu şekildedir;

Araştırmacı: Altıncı problemi kurarken nasıl düşündüğünü açıklar mısın?

T1: Oran oluşturdum. Burada [altıncı problem] da öğrencinin bu oranı kullanmasını istedim. Burada oranı kullanırken şekildeki [Etkinlik 2'deki şekil] matematiksel ilişkiden yararlandım. Öğrencinin [sayısal] değerleri kendilerinin vermesini istedim. İşte karenin kenar uzunluğuna 1 cm diyerek de çözebilir, 2 cm diyerek de çözebilir. Şekildeki matematiksel ilişkiyi düşünerek bunu kurdum.

Araştırmacı: Bu problemin çözümünü kontrol ettin mi?

T1: Kurduğum problemi çözmedim. Aslında çözülmesi kolay. Çünkü [karelerin kenar ve dairelerin yarıçap] uzunluklar[1] arasında genel bir ilişkiye ulaşmıştım. Burada oranı $[\frac{2}{\sqrt{2}}]$ ifadesi kastedilmektedir] da bu ilişkiden yararlanarak yazdım. O yüzden yanlış olma ihtimali yok. Kendi çözümümünden [hareketle] kurduğum için bir daha çözüm yapmadım.

T8 ise tüccar etkinliğini çözemeyeceğini ifade etmiştir. Bu nedenle de çözüm yapmayı denemediğini ifade etmiştir. Aday çözüm yapamadığı için etkinlik üzerinde bilişsel yönden zor olmayan ve hata riskinin daha düşük olduğu problem biçimlendirme stratejilerini kullanmıştır. Adayın ilk iki problemi şu şekildedir;

Problem 1: Bir tüccar liste fiyatı üzerinde %20 indirimle aldığı ürüne bir etiket fiyatı belirlemiş ve satış esnasında o fiyat üzerinden %15 indirim yapmıştır. Satış sonrası %20 kâr ettiğine göre etiket fiyatının liste fiyatına oranı?

Problem 2: Rize'deki bir mağaza aldığı fiyat üzerinden %20 kâr edecek şekilde etiket fiyatı belirlemiş daha sonra kasada bu etiket fiyatı üzerinden %5 indirim yapmıştır. Son durumda kârı ne olur?

T8 birinci probleminde sayılarda değişiklikler yaparak “yüzeysel değişiklik” stratejisine yer vermiştir. Aday görüşmelerde *satış sonrası %20 kâr ettiği* ifadesinde müşterinin ürünü aldığı fiyat üzerinden %20 kâr ifade etmek istediğini belirtmiştir. İkinci problemde ise *müşterilerin ürünü aldığı fiyat üzerinden %25 kâr edildiği* ifadesini probleminden çıkarmıştır. Bu yönüyle “basitleştirme” stratejisine yer vermiştir. T8 çözümden destek almadığı için problemlerinde basit değişiklikler yaptığını belirtmiştir. Birinci problemde, sayılarda yapılan değişikliğin problemde matematiksel geçerliliği kontrol etmeyi gerektirmediğini bu nedenle çözüme ihtiyaç duymadığını vurgulamıştır. Benzer olarak ikinci problemde de çözümden destek almadığı için etkinlikten veri eksilttiğini ve bu şekilde daha kolay problem kurabildiğini ifade etmiştir. T8 ile yapılan görüşmenin bir bölümü şu şekildedir;

Araştırmacı: Problem kurmaya nasıl başladığını açıklar mısın?

T8: Başlangıçta problemi [Etkinlik 4'teki problem] çözemediğim için problem kurarken bana neler gerekli bunu çok algılayamadım. İlk önce soruyu iki üç kez okudum. Problemin genelinden anladığım kâr-zarar ilişkisi olduğuydu. Birinci problemimde sayıları değiştirdim. Problemi [Etkinlik 4'e yazdığı birinci problem] çözmedim ama ana problemle [Etkinlik 4'teki problem] benzer ve sadece sayıları değiştirdiğim için çözüme gerek duymadım.

Araştırmacı: Neden sayısal değişiklik yaparak problem kurmayı düşündün?

T8: Burada [Etkinlik 4] tamamen hazır problem üzerinden sayıları değiştirmek çok kolay. Cümleleri bile birebir yazıyorsun. Sadece burada [Etkinlik 4] %25 demişsiniz, %20 dedim. Kâr-zararı da düşündüm sayıları ona göre seçtim.

Araştırmacı: İkinci problemini kurarken nasıl düşündüğünü açıklar mısın?

T8: [Etkinlik 4'teki problem] Çok fazla veri içeriyor. Sadeleştirmeye [Etkinlik 4'teki problemde veri eksiltme] düzeyini düşürmeye çalıştım. Basit böyle ne bileyim 100 bile desen üzerine [100 sayısının %20 fazlası] 20 eklenip

çözülebilecek bir problem. Düzeyi basitleştirip daha kolay bir şekilde hemen problem kurabileceğimi düşündüm.

Havuz etkinliğinde T3 ve T4 çözüm yapmadan problem kurmaya başlamışlardır. T4 problemin çözümünü bildiğini ifade ederek çözüm yapma gereği duymamıştır. T4'ün açıklamaları şu şekildedir; *Ben bu problemin çözülüş mantığını ve çözüm tarzını biliyorum. Ana problemin [Etkinlik 6'daki problem] çözümünü yapmadım ama yapabilirim. Sadece problemi okudum zaten çözülüş mantığı aynı.* Benzer şekilde T3 geçmişte havuz etkinliğine benzer problem çözme deneyimleri olduğu ve problemin çözümünü bildiği için yapma gereği duymadığını ifade etmiştir. T3'ün açıklamaları şu şekildedir; *Çözüm yapmadan başladım zaten havuz problemleri bildiğim bir konu. Zamanında üniversiteye hazırlanırken çok soru çözmüştüm. Çözüm genel olarak çok değişmiyor.*

3.2.2. Öğretmen Adaylarının Problem Biçimlendirme Süreçlerini Etkileyen Faktörler

Öğretmen adayının problem biçimlendirme süreçlerinin birçok faktörden etkilendiği, bu süreçte birçok faktörü birlikte kullanabildikleri ve farklı problemlerde farklı faktörlere odaklanabildikleri tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının problem biçimlendirme süreçlerini etkileyen faktörler Tablo 11'de sunulmuştur.

Öğretmen adaylarının problem biçimlendirme süreçlerine etki eden faktörlerden birincisi üstbilişsel faktörlerdir. Tablo 11'e göre, adaylar problemler kurarken üstbilişsel faktörler olarak “geçmiş deneyim”, “öğrenme yolu” ve “bilginin sınırını görme” şeklindeki durumları dikkate almışlardır. Üstbilişsel faktörler içerisinde ise en fazla “geçmiş deneyim” kategorisine yönelik açıklamalar yapılmıştır. Öğretmen adayları bir etkinliğe problemler kurarken öncelikle problemin ilişkili olduğu konuyu (bir bilinmeyenli denklem veya kombinasyon) belirlemekte ve daha sonra bu konuya yönelik geçmişte çözdükleri problemleri yazmaktadırlar. Bu durumun sonucu olarak geçmiş deneyimlerinde karşılaştıkları matematiksel yapısı aynı fakat farklı günlük yaşam durumlarıyla ilişkili problemler oldukça fazla yazılmaktadır. Bu nedenle “yüzeysel değişiklik” ve “bağlamı değiştirme” stratejileri adaylar tarafından baskın şekilde kullanılan stratejiler olmaktadır.

Tablo 11. Öğretmen adaylarının problem biçimlendirme süreçlerini etkileyen faktörler

Kategoriler	Etkinlikler					
	Araç kiralama	Tokalaşma	Teğet	Tüccar	Varil	Havuz
Üst-bilişsel faktörler						
Geçmiş deneyim	T2, T6, T7	T1, T2, T3, T5, T6, T7	T2, T8		T2,T6	T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7, T8, T9
Öğrenme yolu		T2	T7	T4	T1	T4
Bilginin sınırını görme		T6				
Bilişsel faktörler						
Matematiksel yapıya odaklama	T1, T3, T4, T8	T5	T3, T4, T9	T1, T2, T4,T7,T8, T9	T1, T4, T7, T9,	T2, T7
Kavramlarla ilişkilendirme	T4		T2,T5,T6,T7,T8	T5, T6	T5, T7, T8	T3, T8
Problemi zorlaştırma	T2, T3, T4, T5, T7	T3, T6, T7	T3, T7	T4	T1	T3, T9
Çözüm yoluna bağlı kalma		T7				
Öğretimsel faktörler						
Günlük hayatla ilişkilendirme	T1, T2, T4, T5, T6, T7, T8, T9	T1, T4, T5, T6, T7, T8, T9	T6, T7, T8	T4, T5, T6, T7, T8	T2, T6, T9	T6
Öğrenci seviyesini düşünme	T2, T4, T5, T8	T1, T4, T6, T7, T8	T1, T6, T7, T8	T3, T5, T6, T8, T9	T3, T5, T6,	T4, T5, T6, T9

T2 araç kiralama etkinliğine üç problem yazmıştır. Birinci problemde aynı problem hikâyesi, ikinci problemde ise taksi yolculuğu konu edilmiştir. Üçüncü problemde ise yine taksi yolculuğu dikkate alınmış ve farklı tarifelere sahip iki taksiden hangisinin seçilmesi gerektiği üzerinde durulmuştur (T2'nin üç problemi Bölüm 3.2.2'de problemi zorlaştırma faktörü altında sunulmuştur). T2 açıklamalarında, birinci sınıfta aldığı derslerde bu tür problemleri tartıştıklarını ve oradan hatırladığı için yazdığını belirtmiştir. Adayın açıklamaları şu şekildedir; *Birinci sınıfta aldığımız derslerden bu problem aklımda kaldı. Soruyu görünce direkt bunları yazmayı düşündüm. Biraz daha günlük yaşama daha uygundu taksimetre ve araç kiralama.* Benzer şekilde T6 araç kiralama etkinliğinde taksi yolculuğuna yönelik bir problemle başlamıştır. Problemde taksimetrenin açılış ücreti ve her kilometre için aldığı ücret ifade edilmiş, toplam ödenen ücret verilerek kaç kilometre yol gidildiği sorulmuştur (T6'nın ilk problemi Bölüm 3.2.1'de sunulmuştur). T6'nın bu problemi nasıl kurduğuna yönelik açıklamaları şu şekildedir; *Aklıma direkt zaten bir problem tipi geldi taksimetre. Belirli başlangıç ücreti alıyor, her kilometrede ekstra bir ücret ödüyorsunuz. O şekilde problemi yazdım. Sizin vermiş olduğunuz problemde yol miktarını vermiş bende ödemesi gereken miktarı verip kaç kilometre gideceğini sordum.*

Bunun yanında “geçmiş deneyim” faktörüne yönelik açıklamalar tokalaşma ve havuz etkinliğinde daha fazla vurgulanmıştır. Tokalaşma etkinliğinde altı öğretmen adayı açıklamalarında problem kurarken geçmiş öğretim yaşantılarında kullandıkları problemlerden yararlandıklarını ifade etmişlerdir. Tokalaşma etkinliği kombinasyon kavramının kullanımını gerektiren bir problemdir. Adaylar açıklamalarında kombinasyon ve permütasyon konusunda matematiksel bilgilerini yeterli görmediklerini sıklıkla ifade etmişlerdir. Bu nedenle de etkinlikteki problemle olan bağlantısına bakmaksızın özellikle geçmiş öğretim deneyimlerinde var olan ders kitaplarındaki problemlere benzer problemleri yazma yoluna gitmişlerdir. Örneğin, T2'nin tokalaşma problemine kurduğu birinci problemde “verilen ve isteneni yer değiştirme” stratejisini kullanmıştır (T2'nin birinci problemi Bölüm 3.2.1'de sunulmuştur). T2'nin yazdığı diğer problemler ise şu şekildedir;

Problem 2: N kişilik bir sınıfta bir başkan ve bir başkan yardımcısı seçilecektir.

Kaç farklı şekilde seçilebilir?

Problem 3: 7 kız ve 5 erkek arasında en az bir erkek olmak şartıyla 3 kişilik bir grup kaç farklı şekilde seçilebilir?

Problem 4: Bir yuvarlak masa etrafında 7 kişi oturmaktadır. Bu kişiler ip yardımı ile en çok kaç üçgen oluşturabilirler?

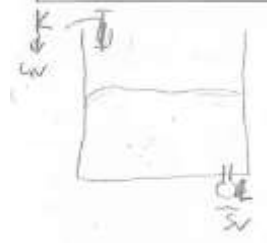
Problem 5: Bir kümenin 4 elemanlı alt küme sayısı 7 elemanlı alt küme sayısına eşit ise bu küme kaç elemanlıdır?

T2, etkinlikte yer alan problemin yapısını dikkate alarak problemler kurmak yerine, etkinlikteki problemin bir kombinasyon problemi olması nedeniyle sadece kombinasyona yönelik çeşitli problemler yazmıştır. T2 açıklamalarında tokalaşma etkinliğinin bir kombinasyon problemi olduğunu ifade etmiştir. Buna karşın bu konuda alan bilgisinin yeterli olmayışına ve bu konuda problem yazarken kendinden emin olmadığına birçok kez vurgu yapmıştır. Görüşme sürecinin bir kısmında adayın yapmış olduğu açıklamalar şu şekildedir; *...Kombinasyonla aram hiç yok benim, o yüzden soruyu ilk okuduğumda problem kuramayacağımı düşündüm.* Ayrıca aday açıklamalarında problemlerin çoğunda etkinlikteki problemden yararlanmadığını da ifade etmiştir. T2'nin yazdığı üçüncü problem için yapmış olduğu ve bu durumu açıklayan görüşleri şu şekildedir; *...Verilen problemden [“tokalaşma etkinliği kastedilmektedir”] yararlanmadım açıkçası. Verilen problemin kombinasyon [problemi] olduğunu anladım. Kombinasyonla ilgili şimdiye kadar ne [tür sorular] çözdüm ya da aklıma gelen ne [tür sorular] var? Onlara göre problem kurdum.* Diğer adaylar tarafından da benzer şekilde problemle ilişkisi olmayan kombinasyon ve permütasyon kavramlarına yönelik problemler kurulmuştur. Bu adaylar da T2 tarafından yapılan açıklamalara paralel açıklamalar yapmışlardır. T3'ün yaptığı açıklamalar şu şekildedir; *...Yazdığım üç problemi temel problemle [tokalaşma etkinliği kastedilmektedir] çok ilişkilendirmediğimi düşünüyorum. Sonucu bir şekilde buluyorum ama permütasyon ve kombinasyon sorularını çok net bir şekilde ayıramıyorum. Aklıma daha önce gelen problemleri yazdım. Hangisinin permütasyon hangisinin kombinasyon olduğunu ayıramama sıkıntım var.*

Havuz etkinliğinde ise öğretmen adaylarının tamamı geçmiş deneyimlerinde var durumlara yönelik problemler yazdıklarını ifade etmişlerdir. Örneğin T6 havuz etkinliğinde dört problem kurmuştur. Adayın kurduğu ilk iki problem şu şekildedir;

Problem 1: Ali ve Ayşe bir duvarı birlikte 6 saatte boyamaktadır. Ali bu duvarı kendi başına 9 saatte boyadığına göre, Ayşe aynı duvarı kendi başına kaç saatte boyar?

Problem 2: Bir havuzu K musluğu 5 saatte doldururken, L musluğu tamamı dolu olan havuzu 4 saatte boşaltmaktadır. Havuzun $\frac{3}{4}$ 'ü doldurularak 2 musluk birlikte açıldığında havuz kaç saat sonra boşalmış olur?



T6 birinci probleminde havuz etkinliğinin hikâyesini duvar boyama süresi olarak değiştirip “bağlamı değiştirme” stratejisine yer vermiştir. Birlikte duvar boyama sürelerini verip Ayşe’nin tek başına aynı duvarı boyama süresini sorulmuştur. Bu yönüyle “verilen ve isteneni yer değiştirme” stratejisini kullanmıştır. İki farklı strateji birlikte kullanıldığı için problem “birleştirme” stratejisinde değerlendirilmiştir. İkinci problemde bir musluğun doldurup diğer musluğun boşalttığını ifade etmiştir. Buna ek olarak havuzun $\frac{3}{4}$ ’ünün dolu olduğu sınırlılığını katarak problemin ifadesini genişletmiştir. Bu yönüyle “ekleme” stratejisine yer vermiştir. Aday havuz etkinliğinin bildiği bir problem türü olduğunu ve problem kurarken geçmişte karşılaştığı problemleri düşündüğünü ifade etmiştir. T6’nın açıklamaları şu şekildedir; *Havuz problemi liseden bildiğimiz bir problem. Bununla ilgili problemler aklıma geldi. İş, havuz problemleri o şekilde düşünüp problemlerimi kurdum. Birinci problemimde verilen ve isteneni yer değiştirdim. Burada çözümler benziyor birbirine bağlamı da değiştirdim. Aklıma ilk olarak iş problemi geldi.*

Öğretmen adaylarının problem kurma süreçlerine etki eden üstbilişsel faktörlerden diğer ikisi “bilginin sınırını görme” ve “öğrenme yolu” faktörleridir. Bu faktörler, “geçmiş deneyim” faktörüne göre daha az vurgulanmış ve bazı problem türlerinde ortaya çıkmıştır. Dolayısıyla yaygınlık yönünden etkisinin daha düşük olduğu anlaşılmaktadır. “Bilginin sınırını görme” faktörü T6’nın tokalaşma problemine yönelik açıklamalarında görülmüştür. T6 birinci yazdığı problemde ne kadar etkinlikteki problemle ilişkili iyi bir problem yazabildiğini görmeye çalıştığını belirtmiştir. Bu bağlamda birinci problemde “bağlamı değiştirme” ve “ekleme” stratejilerini birlikte kullanarak “birleştirme” stratejisinde problem yazmıştır. Sonraki problemlerinde ise kendisini birinci probleminin ötesinde daha zor bir problem yazmaya zorladığını fakat yazamadığını belirtmiştir. Bu

nedenle de, problemde yer alan kombinasyon ve olasılık kavramlarını içeren geçmiş deneyimlerine dayalı problemler yazma yoluna gitmiştir. Adayın yazmış olduğu problem örnekleri ve yapılan görüşmeye ait bir bölüm şu şekildedir;

Problem 1: Bir satranç turnuvasında her tur oyuncuların yarısı bir üst tura çıkabilmektedir. Turnuva boyunca oyuncular, diğer tüm oyuncularla ilk tur 1 oyun; 2. tur ise 2 oyun oynamaktadır. 2. tur yapılan müsabaka sayısı 56 olduğuna göre, bu turnuva da yapılan toplam müsabaka sayısı kaçtır?

Problem 2: Düzlemde bulunan 5'i doğrusal 18 noktadan kaç tane doğru oluşturulur?

Problem 3: Bir hafıza oyununda 10 farklı şekilden oluşan 20 kart bulunmaktadır. Seçilen herhangi 2 kartın birbirinin eşi olma olasılığı nedir?

Araştırmacı: Problem kurmaya nasıl başladığınızı açıklayınız?

T6: Önce soruyu okudum. Bu zaten kombinasyon konularında en çok karşımıza çıkan problem tipi. İlk öğrendiğimiz çözüm $\frac{12.11}{2}$ şeklinde. Bu soruyu oluştururken [Problem 1] önce senaryo oluşturdum. Satranç turnuvasında iki oyuncu vardır ama bir müsabaka vardır. Probleme ikinci tur ekledim. [Böylece] biraz daha zorlaştırmak istedim. Çok değiştirdim en son buna karar verdim.

Araştırmacı: Neden ilk problemde ikinci tur ekleyerek problemi zorlaştırmaya çalıştınız?

T6: Ne kadar iyisini yapabiliyorum görmek istedim. Sonraki problemlerimde biraz daha kombinasyon, olasılık kullanıp çözülen problemler yazdım. Ama burada [Problem 1] biraz daha kompleks bir şey verdim. Yapabilsem diğerlerini de öyle kurardım. Kendimi zorladım biraz.

...

...

Araştırmacı: İkinci problemi nasıl kurduğunuzu açıklayınız?

T6: Bu problemi ilk oluştururken kombinasyon yapabileceğim bir şey düşündüm. Aklıma gördüğüm bu tarz problemler geldi.

Araştırmacı: Neden geometriyle ilişkili bir problem yazmayı düşündün?

T6: Dediğim gibi senaryo oluştururken geometri aklıma geldi. [Aklıma] düzlem geldi, noktalar geldi. Somut olarak aklımda canlandığı için geometriyi seçtim. Belki de daha öncesinde bu tarz problemlerle çok karşılaştığım için de seçmiş olabilirim.

...

...

Araştırmacı: Üçüncü problemine bakalım. Nasıl kurduğunu açıklar mısın?

T6: Kombinasyon ile olasılık çok birbirinin içine geçmiş kavram olduğu ve olasılıkta kombinasyon kullandığımız için hani birleştirmek istedim

Araştırmacı: Tokalaşma problemiyle nasıl bir ilişkisi var?

T6: Kombinasyon ortak, olasılıkla çok iç içe geçmiş kavram olduğundan diğer problemlerden farklı olarak devamına olasılık ekledim.

“Öğrenme yolu” faktörü araç kiralama etkinliği hariç diğer etkinliklerde birer öğretmen adayının açıklamalarında görülmüştür. T2 bir yuvarlak masa etrafında oturan 7 kişinin ip yardımıyla kaç üçgen oluşturabileceğini konu edinen geometri ile ilişkili bir problem yazmıştır. Bunun yanında aday problemin görselini de oluşturmuştur. Aday açıklamalarında şekil olduğunda daha kaliteli problemler yazılabildiğini ve çözümünü yaparken daha iyi düşünebildiğini ifade etmiştir. Bu nedenle şekil çizerek cevaba ulaşılabilecek bir problem yazdığını ifade etmiştir. Adayın açıklamaları şu şekildedir; *Matematik sorusu sorarken ya da ben çözerken şekil olduğunda daha etkili olduğunu düşünüyorum. Canlandırabiliyorsun çünkü. Çözerken üçgen oluşacak mı oluşmayacak mı bunları düşünebiliyoruz.*

Öğretmen adaylarının problem kurma süreçlerine etki eden diğer bir faktör ise bilişsel faktörlerdir. Tablo 11’e göre, adaylar “matematiksel yapıya odaklanma” faktörünü ön plana çıkarmışlardır. Buna karşın, “kavramlarla ilişkilendirme”, “problemi zorlaştırma” faktörleri az sayıda adayın açıklamalarında yer alırken, “çözüm yoluna bağlı kalma” faktörü ise sadece tokalaşma etkinliğinde T7 tarafından vurgulanmıştır.

Tablo 11’e göre, göre “matematiksel yapıya odaklanma” faktörüne yönelik açıklamalar altı etkinlikte de görülmüştür. Bu faktörü dikkate alan adaylar problem biçimlendirme sürecinde öncelikle etkinlikte yer alan problemdeki matematiksel modeli

belirlemektedir. Daha sonrasında bazı adaylar (T1'in yazdığı problemler) modelde yer alan matematiksel denklemin yapısını korurken, sadece üzerinde kozmetik değişiklikler yapmaktadır. Buna karşın diğer bazı adaylar ise (T4'ün yazdığı problemlerde görülmüştür) kozmetik değişiklikler yanında $y=ax+b$ formatında fakat artan eğim yerine azalan eğimi konu edinen problemler yazma yoluna gitmişlerdir. Örneğin, T1 araç kiralama etkinliği için yedi problem yazmış ve problemlerin tamamında denklemin yapısını korumuştur. T1'in yazdığı problemlerden bazıları şu şekildedir;

Problem 1: Yazıcılar araç kiralama şirketi, Polo marka aracın kiralınması için günlük 80 TL ve her kilometre için 50 kuruş almaktadır. Buna göre gün içerisinde 100 km araç kullanan bir kişi bu kiralama şirketine kaç lira öder?

Problem 4: Yazıcılar araç kiralama şirketi, Polo marka aracın kiralınması için günlük 70 TL almaktadır. Bir günlük kiralama yapan bir müşteri 120 km kullanmıştır. Kilometre başına para ödediği biliniyor ve toplamda 118 TL ödüyor. Bu firma kilometre başına ne kadar ücret alıyor?

Problem 5: Yazıcılar araç kiralama şirketi, Polo marka aracın kiralınması için günlük 70 TL almaktadır ve her 10 km'de 40 kuruş almaktadır. Buna göre gün içerisinde 120 km araç kullanan bir kişi bu kiralama şirketine kaç lira öder?

Problem 7: Zehra Hanım 1000 TL parasını Hayat bankasına yatırmıştır. Parası Hayat bankasında kaldığı her gün için 5 TL artmaktadır. Zehra Hanım 30 gün sonra parasını çektiğinde ne kadar para almış olur?

T1 birinci probleminde “yüzeysel değişiklik” stratejisini, dördüncü probleminde “verilen ve isteneni değiştirme” stratejisini, beşinci probleminde “yüzeysel değişiklik” stratejisini ve yedinci problemde “bağlamı değiştirme” stratejisini kullanmıştır. Aday problem kurma problemin ifadesinde yer alan denklemini kurarak başladığını ifade etmiştir (T1'in yaptığı açıklamalar Bölüm 3.2.1'de sunulmuştur). Bu bağlamda aday, x alınan yol miktarını ve y toplam ödenen ücreti göstermek üzere, $y = 70 + 0,4x$ denklemini oluşturmuştur. T1 kurduğu her problemde eğimi pozitif olan bu matematiksel yapıyı korumak şartıyla yeni problemler yazma eğilimi göstermiştir. Bu yaklaşım adayı sayılarda değişiklik yapma olan “yüzeysel değişiklik” (Problem 1 ve 5), denklemde farklı

bir değişkeni sorma olan “verilen ve isteneni yer değiştirme” (Problem 4) veya “bağlamı değiştirme” (Problem 7) stratejilerini kullanmaya yönlendirmiştir. T1 birinci probleminde bu duruma şu şekilde vurgu yapmıştır; [Sayıları değiştirerek] *Problem yazması daha basit. Sayıları değiştirme sadece işlemleri değiştirir. Denklemin şeklini [denklemin yapısını] değiştirmez. Verilen istenen aynı sadece sayılar değişik.* Benzer şekilde diğer problemlere yönelik açıklamaları da aynı denklem yapısını koruyacak şekilde değişiklikler yapma eğiliminde olduğunu göstermektedir. Örneğin beşinci problemine ... *her 10 km’de 40 kuruş almaktadır* ifadesini eklemiştir. T1 denklem yapısına bağlı olarak öncelikle denklem üzerinde sayısal değerleri değiştirerek kozmetik değişiklikler yapmıştır. Sonrasında bu değişiklikler sonucu ortaya çıkan $y = 70 + 0,4 \cdot \frac{x}{10}$ denklemini oluşturmuş ve bunu etkinlikteki hikâyenin içerisine nasıl yerleştireceğini düşünmüştür. Bu yönüyle sadece katsayıların değiştiği fakat denklemin yapısının korunduğu bir problem oluşturmuştur. Adayın bu problemi nasıl kurduğuna yönelik açıklamaları şu şekildedir;

- Araştırmacı:** Problemi nasıl kurduğunu açıklar mısın?
- T1:** Denklemi değiştirdim $x/10$ ekledim [Problemin yanında $70 + 0,4 \cdot \frac{x}{10}$ ifadesini yazmıştır.]. Bu şekilde farklılaştırdım. Önce denklemi kurdum $\frac{x}{10}$ kullandım. Daha sonra bunu hikâyede ne şekilde ifade edebilirim dedim ve problemi yazdım.
- Araştırmacı:** Denklemi değiştirdim dedin. Etkinlikteki denklem yapısıyla bu denklem yapısı arasında nasıl bir farklılık var?
- T1:** Aslında çok bir değişiklik yok. İlk problemi çözen biri [araç kiralama problemi kastedilmektedir] bunu da çözebilir. Denkleme baktım ne kurabilirim diye. Denklemdaki değerleri değiştirmek aklıma geldi. $0,4x$ değil de $0,4 \cdot \frac{x}{10}$ ’u düşündüm. Sadece kilometre de alınan fiyatı değiştirmiş oldum.

T1 mülakat sürecinde yaptığı açıklamalarında bazı problemleri yazmasa da olabileceğini ifade etmiştir. Aday problemlerin aslında birbirlerinin benzeri olduğunu ve düşünmeye sevk etmediklerini ifade etmiştir. Bu anlayış adayın aynı denklem yapısına

sadık kalarak problemler yazmasının bir sonucu olarak ortaya çıkmıştır. T1'in açıklamaları şu şekildedir;

- Araştırmacı:** Problem yediği nasıl kurduğunu açıklar mısın?
- T1:** Burada birazcık faiz problemlerine benzettim. Oraya çağrışım yapmak için yazdım.
- Araştırmacı:** Araç kiralama etkinliğiyle ilişkisi nedir?
- T1:** Araç kiralama etkinliğiyle ilişkisi burada da her gün için belli bir para ödüyor. Ana para var. Ana problemten birazcık farklı; gün sayısı arttıkça değişiyor.
- Araştırmacı:** Problemlerin birbirine çok benzer.
- T1:** Aslında bazı soruları kurmasam da olurmuş
- Araştırmacı:** Neden böyle düşünüyorsun?
- T1:** Yani çok düşünmeye, zorlamaya sevk eden soru değildi. Sayıları değiştirdiğim. Soru çok fark etmiyor. Mesela daha sonra yine burada bilet otobüs firması [Problem 6 kastedilmektedir]. Sadece hikâyeyi değiştirdim ama yani özünde aynı problem. Onları kurmaya bilirdim onlara gerek yoktu.

T4 teğet etkinliğine üç problem yazmıştır. Problemlerinin tamamında etkinlikteki karelerin kenar uzunlukları ve dairelerin yarıçap uzunlukları arasındaki matematiksel ilişkiyi korumuştur. Aday küçükten büyüğe sırasıyla birinci dairenin çapı ile birinci karenin kenar uzunluğunun eşit ve 2 cm olduğunu belirlemiştir. Bu ilişkiye bağlı birinci problemini kurmuştur. Benzer olarak, ikinci problemde en küçük dairenin alanını $\pi \cdot 1^2 = \pi \text{ cm}^2$ olarak hesaplayarak buna bağlı problem yazmıştır. Üçüncü problemde ise en büyük dairenin çevresinin en küçük dairenin çevresine oranını sorarak etkinlikteki matematiksel yapıya bağlı kalmıştır. T4'ün yazdığı problemler şu şekildedir;

Problem 1: Şekilde [Etkinlik 2'deki şekil] daire ve kareler iç içe birbirine teğet olacak şekilde sunulmuştur. En küçük karenin bir kenarı 2 cm olduğuna göre, en büyük dairenin alanının en küçük dairenin alanına oranı nedir?

Problem 2: Şekilde[Etkinlik 2'deki şekil] daire ve kareler iç içe birbirine teğet olacak şekilde sunulmuştur. Küçük dairenin alanı $\pi \text{ cm}^2$ olduğuna göre en büyük dairenin yarıçapı kaç cm'dir?

Problem 3: Şekilde [Etkinlik 2'deki şekil] daire ve kareler iç içe birbirine teğet olacak şekilde sunulmuştur. Küçük dairenin yarıçapı 1 cm olduğuna göre, en büyük dairenin çevresinin en küçük dairenin çevresine oranı nedir?

T4 birinci probleminde “yüzeysel değişiklik” stratejisine, ikinci ve üçüncü problemde soru kökünü değiştirerek “değiştirme” stratejisine yer vermiştir. Aday etkinlikteki problemde verilen 1 cm yarıçapa bağlı olarak karenin bir kenarının 2 cm olduğunu belirlemiştir. Problemin matematiksel yapısını değiştirmedini ifade etmiştir. T4 birinci problemine yönelik açıklamaları şu şekildedir; *bu dairenin [küçükten büyüğe doğru birinci daire] çapı, karenin bir kenarına [karşılık] geliyor. Bunu fark ettirmek için karenin kenar uzunluğunu kullandım. Sorunun devamı aynı şekilde.* Benzer şekilde ikinci problemde küçükten büyüğe doğru birinci dairenin alanının da $\pi \text{ cm}^2$ olduğunu belirlemiştir. Aday problemdeki soru kökünü *en büyük dairenin yarıçapı kaç cm'dir?* şeklinde değiştirmiştir. Bu durumun problemde büyük değişiklik oluşturmadığını matematiksel yapının aynı kaldığını vurgulamıştır. Örneğin bu problemde en küçük dairenin yarıçapının 1 cm olması ile en küçük dairenin alanının $\pi \text{ cm}^2$ olması birbiri ile uyumludur. Böylece aday, geometrik şekiller arasındaki oransal ilişkiyi koruyarak problemler yazma eğilimi göstermiştir. Adayın açıklamaları şu şekildedir; *Aynı şeyler bunlar aslında. Bunda da yani küçük dairenin alanı verilip yarıçapı 1 cm olacak tekrar. En büyük dairenin alanına değil de tekrardan yarıçapı istedi.* Üçüncü problemde ise etkinlikte sorulan alanların oranı yerine çevrelerin oranını sormayı tercih ettiğini ve matematiksel yapıda değişikliğe gitmediğini vurgulamıştır. Adayın etkinlikteki problem üzerinde kozmetik değişiklikler yaptığı belirlenmiştir. T4 mülakat sürecinde yaptığı açıklamalarında etkinlikteki problemin matematiksel yapısına bağlı kalarak problem kurmaya çalıştığını vurgulamıştır. T4'ün üçüncü probleme yönelik açıklamaları şu şekildedir; *Şuradaki [Etkinlik 2'deki] soru kökünü ve problemi çok değiştirmemeye çalıştım. Çözümü olmayan bir problem yazamamaya dikkat ederek problemde [Etkinlik 2'deki problem] büyük değişiklikler yapmadım.*

Diğer bir örnek olarak T1 tüccar etkinliğinde de “matematiksel yapıya odaklanma” faktörünü dikkate alarak problemler kurmuştur. Adayın yazdığı problemlerde “yüzeysel değişiklik”, “değiştirme” ve “basitleştirme” stratejilerini kullanmıştır. Buna karşın son problemi ise etkinlikle ilişkili değildir. Adayın yazdığı ilk üç problem aşağıda sunulmuştur.

Problem 1: Bir tüccar bir ürünü katalogdaki liste fiyatı üzerinden %25 indirimle almıştır. Daha sonra etiket fiyatı üzerinden müşterilere %10 indirim yapmaktadır. Tüccar indirimli etiket fiyatı üzerinden %30 kâr ettiğine göre etiket fiyatının liste fiyatına oranı nedir?

Problem 2: Bir tüccar bir ürünü katalogdaki liste fiyatı üzerinden %25 indirimle almıştır. Daha sonra etiket fiyatı üzerinden müşterilere %20 indirim yapmaktadır. Tüccar indirimli etiket fiyatı üzerinden %25 kâr ettiğine göre liste fiyatının satış fiyatına oranı nedir?

Problem 3: Bir tüccar bir ürünü katalogdaki liste fiyatı üzerinden %25 indirimle almıştır. Daha sonra etiket fiyatı üzerinden müşterilere %20 indirim yapmaktadır. Tüccar indirimli etiket fiyatı üzerinden %25 kâr ettiğini söylediğine göre Elif hanımın bu tüccardan 100 TL’ye aldığı çantanın liste fiyatı kaç TL’dir?

T1 birinci probleminde yüzde değerlerini değiştirerek “yüzeysel değişiklik” stratejisini kullanmıştır. İkinci problemde soru kökünde değişiklik yaparak “değiştirme” stratejisine yer vermiştir. Üçüncü problemde çantanın fiyatını 100 TL olarak belirleyip “basitleştirme” stratejisine yer vermiştir. T1 tüccar etkinliğini doğru çözmemiştir. Bu nedenle yazdığı problemlerde matematiksel yapıyı değiştirmeden problemler yazma yoluna gitmiştir. Bu kapsamda etkinlikte liste fiyatı LF, alış fiyatı $0,75LF$, etiket fiyatı EF ve satış fiyatı $0,8EF$ şeklinde belirlenirse $0,8EF - 0,75LF = 0,25 \cdot (0,8EF)$ denklemi etkinlikteki problemin çözümünü oluşturmaktadır. T1 kurduğu problemlerde basit değişiklikler yaparak denklemin bu yapısını muhafaza etmiştir. T1 açıklamalarında çözümden emin olmadığı için problemin matematiksel geçerliliğini riske atmak istemediğini vurgulamıştır. Bu nedenle problemde büyük değişiklikler yapmadığını ifade etmiştir. Aday ile yapılan görüşmenin bir bölümü şu şekildedir;

- Araştırmacı:** Birinci problemini nasıl kurduğunu açıklar mısın?
- T1:** İlk problemimde sayıları falan değiştirdim. Çözümünden tam olarak emin olmadığım için risk almak istemedim çok değişiklik yapmadım. Direkt sayıları değiştirerek başladım. Olabilirliği [matematiksel yönden geçerli] olan sayılar seçtim öyle devam ettim.
- Araştırmacı:** İkinci problemini kurarken nasıl düşündüğünü açıklar mısın?
- T1:** Soru kalıbını değiştirmedim ana problemde [Etkinlik 4'deki problem] direkt soru kökünde değişiklik yaptım. Burada [Etkinlik 4'de] problemlerimde işlemsel olarak [tüccar etkinliğinin çözümündeki denklem yapısında] çok bir farklılık yapmadım. İkinci problemi çözmesi için yine birinci problemdeki işlemleri kullanıyor. Aynı problemler [Etkinlik 4'e yönelik kurduğu birinci ve ikinci problemler] oldu.

Tablo 11'e göre öğretmen adaylarının problem kurma sürecinde dikkate aldıkları bilişsel faktörlerden bir diğeri “problemi zorlaştırma” faktörüdür. Bu faktörün dikkate alındığı düşünme yaklaşımında bazı problemlerin önceki problemlere göre daha da zorlaştırılması söz konusudur. Yapılan görüşmelerde adaylar veri eklenmemesi durumunda problemin kendini tekrar edeceğini vurgulamışlardır. Buna karşın, adayların ardışık problemlerin tamamında böyle bir yaklaşımı benimsemedikleri görülmüştür. Bazı yanıtlarda bilişsel olarak zor bir problemin ardından daha kolay problem de yazmışlardır. Bu yönüyle, her kurulan problemi daha da zorlaştırma gibi bir anlayışı süreç boyunca sergilememişlerdir. Bu faktörü dikkate alan adaylar ise benzer problemler yazmamak adına tespit edilen hikâye içerisinde yeni verilere veya sınırlılıklara yer vermektedirler. T7 tarafından kurulan ilk üç problem şu şekildedir;

Problem 1: Bir okulda 17 tane öğretmen vardır. Öğretmenler günü için, öğretmenlerin her biri birbirini tebrik ettiğine göre toplam kaç tebrikleşme olmuştur?

Problem 2: 20 kişilik bir aile bayramda bir araya gelmiştir. Ailenin her bir bireyi birbirinin bayramını kutlayacaktır, fakat iki kuzen konuşmadığı için

birbirlerinin bayramını kutlamayacaktır. Bu durumda toplam kaç bayram kutlaması olur?

Problem 3: 28 futbolcusu bulunan bir futbol kulübünde teknik direktör bir antreman yaptıracaktır. Bunun için futbolcuları 4 kişilik takımlara ayırmıştır. Her bir takım birbiriyle maç yapacağına göre kaç farklı maç oynanır?

T7 tarafından yazılan birinci problemde “bağlamı değiştirme” stratejisi, ikinci ve üçüncü problemlerde “bağlamı değiştirme” yanında “ekleme” stratejisi de kullanılmıştır. Bu yönüyle “birleştirme” stratejisine yer verilmiştir. Genel olarak T7, problem biçimlendirme etkinliklerine kurduğu ilk problemleri sayısal değişiklikler veya problemin hikâyesini değiştirme gibi yaklaşımlarla oluşturmuştur. Tokalaşma etkinliğine yönelik yazdığı birinci problem için yaptığı açıklamalar şu şekildedir;

Araştırmacı: Birinci problemini kurarken nasıl düşündün?

T7: Ana problemde bir okul ortamı var sınıf var. Bu ilk problemi kurarken de öğretmenler günü de yaklaşıyor. O biraz aklıma geldi. Sınıftaki öğrencilerden öğretmenlere geçtim. Sayıyı da biraz değiştirdim. Ona bağlı olarak problem kurdum.

Araştırmacı: Neden böyle sayısal değişiklikler yaparak problem kurmayı düşündün?

T7: Soruyu [tokalaşma problemi] ilk gördüğüm zaman direkt onlarla alakalı daha basit şeyler düşünüyorum. Soru üzerine sonra daha fazla düşünmeye başlayınca o basit şeyi yazdıktan sonra daha fazla düşünüyorsun. Daha fazla düşününce de daha farklı şeyler çıkabiliyor. İlk başta direkt yazdım düşündüğümü ama ondan sonra daha farklı bir problem olması gerektiğini düşündüm. Buna bağlı olarak da daha farklı problemler yazdım.

Adayın açıklamaları dikkate alındığında ilk yazdığı problemde sayısal değişiklikler veya hikâyeyi değiştirmeyi düşündüğü, fakat sonraki problemlerinde ise daha zor problemler yazma anlayışının da etkili olduğu anlaşılmaktadır. Örneğin T7 üçüncü problemini yazarken nasıl düşündüğüne yönelik yaptığı açıklamasında benzer problem olmaması için bölme işlemini de probleme dahil ettiğini belirtmiştir. Yapılan görüşmelerde aday problemin birinci problemine göre daha farklı olduğunu vurgulamanın yanında, yine de problemin zorluk seviyesinin çok da değişim göstermediğini ifade etmiştir. Öğretmen adayı ile yapılan görüşme şu şekildedir;

- Araştırmacı:** Üçüncü problemini nasıl kurduğunu açıklar mısın?
- T7:** Burada direkt kaç kişi olduklarını değil de ana bir topluluğun belli bir gruba ayrılarak o grupla birbiri arasında nasıl bir ilişkisi olabileceğini sordum.
- Araştırmacı:** Bu problemi çözer misin?
- T7:** 28 futbolcu var demişim kulüpte. Bunları 4 kişilik gruplara ayırıyoruz. Buradan 7 tane takım çıkacak. Bu 7 takım birbiri ile maç yapacak. Burada da yedinin ikili kombinasyonu var.
- Araştırmacı:** Problemde diğerlerinden farklı olarak 28 kişinin dörderli gruplara ayrılması söz konusu. Neden böyle bir veri eklemeyi düşündün?
- T7:** Veri eklemesem yine birbirini tekrarlayacaktı. Problemde sadece değerler ve hikâye değişecekti. Bir ekleme yaparak mesela işlem sayısını arttırdım. Mesela bir bölme işlemi de ekledim buraya.
- Araştırmacı:** İşlem sayısını arttırmanın burada problemi zorlaştırdığını düşünüyor musun?
- T7:** Problemde ana mantık üzerinde çok bir değişiklik yapmadı. Ama bir topluluğu direkt değil de gruplara ayırıp bulmayı gerektiriyor. Biraz daha zor denilebilir.

Benzer şekilde T7 araç kiralama etkinliğinde ilk problemlerinde hikâyeyi ve sayısal ifadeleri değiştirme yoluna gitmiştir. Buna karşın, sonraki problemlerinde yeni veriler ekleme yoluna giderek daha zor problemler yazmaya çalışmıştır. T7 yapılan görüşmelerde tokalaşma etkinliğindeki açıklamalarına paralel açıklamalar yapmıştır. Adayın açıklamaları şu şekildedir;

Araştırmacı: Birinci probleminde problemin bağlamını değiştirerek problem yazdın. Sonraki problemlerinde ise yeni durumlar eklemeye çalıştın. Mesela dördüncü probleminde iki şoförün aldıkları yolları konu edinen bir problem yazdın. İlk problemine göre sonraki problemlerinde daha zor problemler yazma eğilimi hissediliyor. Bu konuda ne dersin?

T7: Problem aşamaları gibi geldi gözüme o an. İlk olarak basit problemler geliyor insanın aklına. Daha karmaşık düşünmeye başlayınca daha karmaşık problemler kuruyorsun. İlk olarak aklıma bunlar geldi. Sonra biraz daha fazla düşününce, daha fazla zaman harcayınca, daha karmaşık problemler geliyor insanın aklına.

T2 ise araç kiralama etkinliğine yönelik yazdığı problemlerde sistematik bir şekilde problemlerini zorlaştırma eğilimi göstermiştir. T2, araç kiralama etkinliğindeki birinci probleminde “ekleme” stratejisini, ikinci probleminde “bağlamı değiştirme” ve “verilen ve isteneni yer değiştirme” stratejilerini, üçüncü probleminde ise “bağlamı değiştirme” ve “ekleme” stratejilerini birlikte kullanarak “birleştirme” stratejisinde problemler yazmıştır. Adayın yazdığı problemler şu şekildedir;

Problem 1: Bir araç kiralama şirketi Polo marka aracı kiralamak için günlük 90 TL ve her kilometrede 50 kuruş almaktadır. Buna göre gün içerisinde Polo marka aracı 2 kez kiralayan bir kişi ilk kiraladığında 100 km, 2. kez kiraladığında 50 km araç kullanmıştır. Bu kişi kiralama şirketine kaç lira öder?

Problem 2: Bir taksimetre açılış ücreti olarak 10 TL ve her bir kilometrede 25 kuruş almaktadır. Nevşehir’den Avanos’a taksiyle giden bir kişi taksiye 17,25 TL ödemiştir. Buna göre Nevşehir Avanos arası kaç kilometredir?

Problem 3: Açılış ücreti= 21 TL kilometrede 50 kuruş (A taksisi)
Açılış ücreti= 35 TL kilometrede 25 kuruş (B taksisi)
Elif taksiyle 60 km yol gidecektir. Yukarıda taksimetre açılış ücretleri ve bu taksimetrenin kilometre başına aldıkları paralar verilmiştir. Elif hangi taksi ile giderse daha az para ödemiş olur?

T2 problemleri nasıl yazdığına yönelik açıklamalarında farklı kriterleri dikkate aldığını ifade etmiştir. Bu kapsamda, “problemi zorlaştırma” ve “öğrenci seviyesini düşünme” faktörlerini birlikte düşünmüştür. Araç kiralama probleminde daha karmaşık problemler yazma eğiliminde olmuş ve bunları öğrenci seviyesine göre sıraya koymaya çalışmıştır. Diğer bir ifadeyle basitten karmaşığa doğru bir problem kurma süreci planlanmasına gitmiştir. T2 ilk probleminde aritmetiksel işlemleri arttırarak problemi zorlaştırma gayreti içerisinde olmuştur. T2’nin açıklamaları şu şekildedir;

Araştırmacı: Problem kurmaya nasıl başladığını açıklar mısın?

T2: İlk bana verilen problemde sadece 120 km olduğu söylenmişti. Buna göre problemi çöz diyor. Problemi kurarken biraz daha zorlaştırmak istedim. Gün içerisinde iki kez kullandığından bahsettim.

Araştırmacı: Etkinlikteki problemin yapısına yeni veriler ekledin. İlk olarak seni veri eklemeye yönlendiren neydi?

T2: Aynen öyle yaptım. Problemi sadece biraz genişlettim. Sorunun yapısından uzaklaşmadan diğer kurduğum problemlere göre daha basit kalsın diye yapıdan çok uzaklaşmadım. Bir sonraki sorularda birazcık daha değiştirdim. İlk kiralandığında 100 km için çözebiliyorsa, bir kaç işlem yaparak da çözebilir düşündüm. Yani kendini biraz daha geliştirsın diye ekleme yaptım soruya.

Araştırmacı: Problemi kurarken zorluk yaşadın mı?

T2: İlk soru için yaşamadım. Zaten elimde bir örnek vardı. Çözüm yoluyla yapmadım. Biraz sayısını değiştirip biraz ekleme yaparak kurdum.

T2 ikinci probleminde ise “verilen ve isteneni yer değiştirme” stratejisini kullanmış, son probleminde ise iki farklı ücret tarifesini karşılaştırmıştır. Aday açıklamalarında problemlerin çok zor problemler olmadığını fakat sonraki problemlerin daha ilginç olduğunu belirtmiştir. Bu kapsamda üçüncü probleminin kıyaslama yapılmasını gerektirmesi nedeniyle daha ilginç olduğunu ifade etmiştir. T2’nin açıklamaları şu şekildedir;

Araştırmacı: İkinci problemini kurarken araç kiralama problemini mi dikkate aldın yoksa kurduğun birinci problemden mi faydalandın?

T2: Birinci problemden yararlanmadım verilen problemi aynı şekilde günlük yaşamla farklı bir boyutta birinci araç kiralamaydı biri ise taksimetre açılış ücreti. 120 km gittiyse ne kadar öder değil de bu kadar ödediyse kaç km gitmiştir şeklinde verilen ve istenenin yerini değiştirdim. Hani yine çözümden değil de ana yapıdan yararlandım.

Araştırmacı: Neden bu şekilde düşündün?

T2: Hoca değişiklik yaptığında zor bir soru gibi gelir ama aslında aynı yapıya bağlı kalarak çözülür soru. Bende öyle bir şey yapmak istedim. İlk soru [araç kiralama problemine] benzer. Daha sonra farklılaşmasına rağmen yine aynı yolla çözülebileceğini düşünebileceği şeklinde olsun.

Araştırmacı: Problemlerin içerisinde zor veya orijinal olarak nitelendirebileceğin bir problem var mı?

T2: Zor olarak nitelendiremem ama orijinal olması açısından üçüncü problemim olabilir. Hani iki farklı aracın karşılaştırılması hangisinde daha az. Genel olarak çok zor sorular değildi. Üçüncü soru bana daha ilginç geldi.

Gideceği kilometreye göre ücretlerin farklılaşması söz konusu çünkü.

T3 ise teğet etkinliğine üç problem yazmış ve bu problemleri yazarken problemleri zorlaştırmayı düşündüğünü ifade etmiştir. Adayın kurduğu ilk üç problem şu şekildedir;

Problem 1: Şekilde [Etkinlik 2'deki şekil] daire ve kareler birbirine teğet olacak şekilde sunulmuştur. En küçük dairenin yarıçapı 2 cm olduğuna göre en küçük karenin alanı ile en büyük karenin alanı toplamı kaç cm^2 'dir?

Problem 2:



Şekilde en küçük karenin bir kenarı a cm ise en büyük karenin çevresi ile çemberin çevresinin birbirine oranı nedir?

Problem 3: Yukarıdaki şekilde [Etkinlik 2'deki şekil] büyük kare ve dairenin alanları toplamı 252 cm^2 olduğuna göre en küçük karenin köşegen uzunluğunun bir kenarına oranı nedir?

T3 birinci probleminde teğet etkinliğindeki soru kökünü *en küçük karenin alanı ile en büyük karenin alanı toplamı kaç cm^2 'dir?* şeklinde değiştirmiştir. Bu yönüyle “değiştirme” stratejisini de kullanmıştır. İkinci problemde aday 1 cm yarıçap uzunluğu yerine a cm ifadesine yer vererek “yeniden biçimlendirme” stratejisini kullanmıştır. Aday ayrıca açıklamalarında karelerin köşelerinin kenarları orta noktasına geldiğini yazmadığını fakat problemde bunu düşündüğünü vurgulamıştır. T3 üçüncü probleminde ise en büyük kare ve dairenin alanları toplamını vererek en küçük karenin köşegen uzunluğunun hesaplanmasını istemiştir. Bu yönüyle “verilen ve isteneni yer değiştirme” stratejisini kullanmıştır. Aday problemlerinde basitten zora doğru bir yol izlemeye çalıştığını ifade etmiştir. Bu kapsamda üçüncü probleminin en zor problem olduğunu düşünmektedir. Aday ile yapılan görüşmenin bir bölümü şu şekildedir;

Araştırmacı: Üçüncü problemini kurarken nasıl düşündüğünü açıklar mısın?

T3: Soru çözümüne başlarken benim için verilen ve istenenin yerinin değişmesi sorunun biraz zorlaşması demek. Aslında girişteki

[kurduğu birinci ve ikinci problemler] iki problem kolay problemler. Çünkü problemlerimdeki [birinci ve ikinci problemler] verilen en küçük şeklin yarıçapı veya kenar uzunluğuydu. İstenen ise en büyük şeklin alanı veya çevresi bu yönüyle etkinlikteki [Etkinlik 2] problem ile aynı. Üçüncü problemimde ise bunların [verilen ve istenenin] yeri değişince biraz daha zorlaşıyor karmaşıklıyor benim gözümde. Bu yüzden basitten zora doğru bir sıralama olsun istedim.

Araştırmacı: Verilen ve isteneni yer değiştirdiğinde problemin neden zorlaştığını düşünüyorsun?

T3: Çünkü burada çözenin denklem kurması gerekiyor. Cebirsel ifadeler katması en küçük karenin kenar uzunluğunu bulması gerekiyor. Zaten ikinci problemimde cebirsel ifadeyi katarak biraz hazırlık yapmış oldum. Üçüncü problemde bunu [cebirsel ifadeyi] kişinin kendi katmasını kendi çözümünü oluşturmasını istiyorum. O yüzden daha zor benim için.

Teğet etkinliğinde T7 bu faktörü dikkate alan diğer bir adaydır. Aday üç problem kurmuştur. Sırasıyla ilk probleminde sayılarda ve soru kökünde yaptığı değişikliğin, ikinci probleminde şekle yönelik yaptığı değişikliğe bağlı olarak kurduğu problemde daha kolay olduğunu düşünmüştür. Problemin hikâyesinde değişiklik yaparak kurduğu üçüncü problemde ise daire ve kare sayısını arttırdığı ve şekil kullanmadığı için diğer problemlerine göre daha zor olduğunu ifade etmiştir. T7'nin kurduğu birinci, ikinci ve üçüncü problem aşağıda verilmiştir.

Problem 1: Şekilde [Etkinlik 2'deki şekil] iç içe geçmiş daire ve karelerden en küçük karenin alanı 16 cm^2 'dir. Buna göre en büyük dairenin alanı kaç cm^2 'dir?

Problem 2:

Yandaki şekilde iç içe ve birbirine teğet eşkenar üçgen ve daireler verilmiştir. En içteki dairenin çapı 4 cm olduğuna göre en büyük üçgenin alanı kaç cm^2 'dir?

Problem 3: Ahmet, annesine anneler günü için bir tablo hazırlamaktadır. Bu tablo iç içe ve birbirine teğet kare ve dairelerden oluşmaktadır. En içte ve en dışta bir daire bulunmaktadır. Toplamda ise 6 daire ve 5 kare vardır. En küçük karenin bir kenarı 6 cm olduğuna göre tablonun kapladığı alan ne kadardır?

Aday birinci problemde soru kökünü değiştirerek “değiştirme” stratejisine yer vermiştir. Etkinlikteki problemin yapısını daha iyi anlamak için matematiksel yapıya bağlı bir problem kurduğunu ifade etmiştir. İkinci problemde ise, şekilde değişiklik yaparak karelerin yerine merkezleri aynı eşkenar üçgenleri kullanmıştır. Etkinlikteki soru kökünü, *en büyük üçgenin alanını kaç cm^2 'dir?* şeklinde değiştirmiştir. Bu yönüyle yazdığı problemde “değiştirme” stratejisine yer vermiştir. Üçüncü problemde etkinlikteki şekli tabloya benzeterek hikâyede değişiklik yapmıştır. Bu yönüyle “bağlamı değiştirme” stratejisine yer vermiştir. Etkinlikteki probleme bir daire ve bir kare daha ekleyerek “ekleme” stratejisine yer vermiştir. Böylece “birleştirme” stratejisinde problem yazmıştır. Aday basit problemler kurarak başlamanın sonraki problemlerinde daha zor problemler kurulmasına olanak sağladığını ifade etmiştir. Bu kapsamda son problemde daire ve kare sayısını arttırmış ve şekil kullanmadan sözel olarak problemi sunmuştur. Bu yaklaşımla problemini önceki problemlerine göre daha karmaşık hale getirdiğini belirtmiştir. Aday ile üçüncü problemine ilişkin yapılan görüşmenin bir bölümü şu şekildedir;

Araştırmacı: Üçüncü problemini nasıl kurduğunu açıklar mısın?

T7: Hikâyeleştirmeye çalıştım. Annesine hediye alıyor tablo oluşturuyor. Sayı sınırlaması getirdim daire ve kareye 6 daire ve 5 kare olarak. Karenin [yazdığı hikâyede en küçük alanlı kare kastedilmektedir] kenar uzunluğunu verdim. Buna bağlı olarak tablonun alanının bulmasını istedim.

Araştırmacı: Problemindeki ifadelerle göre kare ve daire ile nasıl bir şekil oluşturuyorsun?

T7: En dışa da en içe de daire koydum aynı problemdeki şekle [Etkinlik 2'deki şekil] göre gittiğini düşündüm. Daire kare, daire kare iç içe teğet olacak şekilde ilerliyor. Daireyle başladığı için daireyle bitmesi gerekiyor. Bu yüzden daire sayısı kareden fazla olması gerekiyor. Daire [ve] kare sayısını bilerek arttırdım. Bir basamak daha ilerisini görsün, biraz daha karmaşık bir hale gelsin. Şekil üzerinden değil de yazılı olarak vererek sayarak yapmak daha karmaşık hale getiriyor.

Araştırmacı: Neden daha karmaşık bir problem kurduğunu açıklar mısın?

T7: Bir öncekinde söylediğim gibi sırayla düşündüğüm için ilk başta problemi [Etkinlik 2'deki problem] görünce aklıma bir şey geliyor sayıları değiştireyim. Sonra sayıları değiştirdikten sonra şekli değiştireyim ondan sonra bunu yaptım daha ne yapabilirim karmaşık şeyler aklına geliyor insanın.

T1 bilişsel faktörlerden “problemi zorlaştırma” faktörünü dikkate almıştır. T1'in kurduğu ilk üç problem şu şekildedir;

Problem 1: 60 cm çapındaki üç silindirik yağ varili, çelik telle şekilde görüldüğü gibi etrafı sarılarak bağlanmaktadır. Buna göre şeklin ortasındaki üçgenin çevre uzunluğu nedir?

Problem 2: Şekilde üç silindirik yağ varili, çelik telle şekilde görüldüğü gibi etrafı sarılarak bağlanmaktadır. Bunun için $180+60\pi$ cm tele ihtiyaç duyulmuştur. Buna göre bu silindirik yağ varilinin yarıçapı kaçtır?

Problem 3: n cm yarıçapındaki 3 silindirik yağ varili, çelik telle şekilde görüldüğü gibi etrafı sarılarak bağlanmaktadır. Daha sonra yarıçap iki katına çıkarılıp yine bağlanmaktadır. İlk durumda ihtiyaç olan telin ikinci durumdaki oranı kaçtır?

T1 birinci problemde varil etkinliğinde yer alan şekildeki üçgenin çevre uzunluğunu sorarak problemdeki soru kökünü değiştirmiştir. Bu yönüyle “değiştirme” stratejisini kullanmıştır. İkinci problemde varil problemindeki şeklin çevre uzunluğunu

180+60 π cm şeklinde vererek yarıçap uzunluğunu sormuştur. Bu yönüyle “verilen ve isteneni yer değiştirme” stratejisini kullanmıştır. Üçüncü problemde aday yarıçap uzunluğu yerine n değişkenini atayarak “yeniden biçimlendirme” stratejisine yer vermiştir. Buna ek olarak yarıçap iki katına çıkartarak şeklin çevresini sormuştur. Bu yönüyle problemi genişlettiği için “ekleme” stratejisini de kullanmıştır. Bu problemde iki strateji kullanımı söz konusu olduğundan “birleştirme” stratejisinde değerlendirilmiştir.

T1 problemleri yazarken basitten zora doğru olmasına dikkat ettiğini belirtmiştir. Verileni ve isteneni yer değiştirilmesini ve genelleme yapılmasının istenmesini problemleri zorlaştıran bir faktör olarak görmüştür. Üçüncü problemde değişken kullanımı yanında veri de eklenmesi nedeniyle diğer problemlerinden daha zor olduğunu vurgulamıştır. T1 ile yapılan görüşmenin bir bölümü şu şekildedir;

- Araştırmacı:** Birinci problemini kurarken nasıl düşündüğünü açıklar mısın?
- T1:** Burada [Etkinlik 5] soru kökünü değiştirdiğimde çözüm sonuçta etkilenmiyor. Mantık hep aynı onun için sorunun kökünü değiştirmeye yöneldim ama çok zor bir problem kurarak başlamadım. Basit bir şekilde şekli [Etkinlik 5'teki şekil] analiz ederek çözülebilecek bir problem. Yani burada [Etkinlik 5'te] basitten başlayarak yavaş yavaş zorlaştırarak ilerlemeye çalıştım.
- Araştırmacı:** İkinci problemini kurarken nasıl düşündüğünü açıklar mısın?
- T1:** Verilen ve isteneni yer değiştirdim yani sonucu verdim daha sonra yarıçapı istedim. Sonuçta sonucu verip yarıçapı istemek bir az daha zor gibi geliyor bana. Bu yüzden problemi [Etkinlik 5'teki] çözdüm bu şekilde bir problem kurabileceğimi düşündüm ve kurdum.
- Araştırmacı:** Verilen ve isteneni yer değiştirmenin neden daha zor olduğunu düşünüyorsun açıklar mısın?
- T1:** Sonuçta sonuç belli bir denklem kurması gerekiyor sonucu bulabilmesi için yarıçapa bir harf vermesi gerekiyor. Bunun için ikinci problem daha zor. İkinci problemde direkt harfli ifadelerle yer vermesi gerekiyor yani bilinmeyenler

kullanması gerekiyor bu nedenle birinci probleme göre daha zor.

Araştırmacı: Üçüncü problemini kurarken nasıl düşündüğünü açıklar mısın?

T1: Hem değişken kullanmak istedim sayılardan çok n olsun istedim. Sonuçta bu da bir farklılık ve bilinmeyen kullanmak zor. Sonra da oran kullanmak istedim. Aslında şekildeki [Etkinlik 5'teki şekil] uzunluklar arasında bir bağlantı kurmasını istedim. Bu problemi kurmadan önce çap uzunluğunu arttırırsam ne olur diye düşündüm. Daha sonra bir ilişki gördüğüm için böyle bir problem kurdum. Bir değişken kullanıp genelleştirilme yaptığım için birinci ve ikinci problemimden zor olduğunu düşünüyorum.

T9 havuz etkinliğine dört problem kurmuştur. T9'un kurduğu dördüncü problem aşağıda sunulmuştur.

Problem 4: 60 litrelik bir su deposunu X musluğu 6 saatte, Y musluğunda 6 saatte doldurmaktadır (Eşit kapasitede musluklar). Buna göre n litrelik bir su deposunu X ve Y muslukları kaç saatte doldurabilirler?

T9 dördüncü probleminde, eşit güçte iki musluğun belli hacimde olan bir havuzu ne kadar sürede dolduracağına ilişkin genel bir ifadeye ulaşılmasını istediğini ifade etmiştir. Bu yönüyle problemde değişken kullanıldığı ve genel bir ifadeye ulaşılması amaçlandığından “yeniden biçimlendirme” stratejisine yer vermiştir. Aday açıklamalarında problemlerde değişken kullanımının problem çözerken zorlayıcı bir faktör olduğunu belirtmiştir. Bu nedenle bu problemin daha zor olduğunu ifade etmiştir. T9 ile yapılan görüşmenin bir bölümü şu şekildedir;

Araştırmacı: Dördüncü problemini kurarken nasıl düşündüğünü açıklar mısın?

T9: Eşit kapasitede musluklar. Buna göre, n litrelik bir su deposunu x ve y muslukları kaç saatte doldurur. Burada 60 litrelik olmasının bir önemi yok. Eşit güçte x ve y muslukları

n litrelik bir havuzu kaç saatte doldurur bunu istedim. Başka bir şekilde sunmak istedim. n koymamın [Değişken kullanmanın] nedeni kafası karışsın.

Araştırmacı: Değişken kullanımının probleme nasıl bir zorluk kattığını açıklar mısın?

T9: Bir belirgin bir sayıyı sormak istemedim açıkçası. Su deposunu x bu saatte y bu saatte dolduruyor. Verilen ve isteneni verdim aslında buradan genelleme yapacak. Düşünsün istedim açıkçası. Zaten bir sayı veririm daha kolay düşünür ve kolay olur.

Tablo 11'e göre öğretmen adaylarının problem biçimlendirme sürecinde dikkate aldıkları bilişsel faktörlerden bir diğeri "kavramlarla ilişkilendirme" faktörüdür. Bu faktör tokalaşma etkinliğinde tespit edilmemiştir. Diğer etkinliklerde ise genel olarak bir, iki veya üç öğretmen adayı tarafından tercih edilmiştir. Buna karşın sadece teğet etkinliğinde beş öğretmen adayının açıklamalarında yer alarak ön plana çıkmıştır. Bu yönüyle bu yaklaşımın etkinlik türüne göre ortaya çıktığı ve problem kurma sürecinde yaygın bir düşünme yaklaşımı olmadığı anlaşılmaktadır. Bu faktörün dikkate alındığı problemlerde matematiksel bir kavram/konu öncelikle düşünülmekte ve mevcut etkinlikteki matematiksel yapı ile ilişkilendirilmeye çalışılmaktadır. T4'ün araç kiralama etkinliği için yazdığı üçüncü problem şu şekildedir;

Problem 3: Ayşe yüzme kursuna gidebilmek için 475 TL para biriktirmiştir. Ayşe kayıt ücreti 100 TL olan ve her ay 50 TL kursa devam parası alınan bir yüzme kursuna kaç ay devam edebilir?

T4 bu problemde kayıt ücreti için 100 TL ödendiğinde geriye 375 TL'si kalacağını ve $375:50$ işleminde bölüm 7 ve kalan 25 TL olacağını vurgulamıştır. Aday açıklamalarında *tam değer kavramını* düşünerek problemi yazdığını ifade etmiştir. Böylece $375:50$ işlemi sonucunda elde edilen 7.5 sonucunun 7 şeklinde yorumlanmasını sorduğunu belirtmiştir. Bu problemin matematiksel temsilde araç kiralama etkinliğinde yer verilen birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem oluşturulabilecek olsa da çözüm yaklaşımında bölüm ve kalanın yorumlanmasına işaret eden tam değer kavramından da faydalanılabilecektir. Bu yönüyle adayın farklı matematiksel kavramlarla ilişkilendirmek istediği anlaşılmakta

fakat oluşturulan problem bilişsel yönden zorlayıcı olmamıştır. T4'ün etkinlikler sürecindeki açıklamaları dikkate alındığında matematiksel alan bilgisindeki eksikliklerin ve etkinlikteki matematiksel yapıdan uzaklaşma endişesi ve özellikle araç kiralama etkinliğinde öğrencilerin kurulan problemlere yönelik düşüncelerini de dikkate almaya çalışması bilişsel yönden zor problemler yazamamasının başlıca nedenleri olmuştur. T4 görüşme sürecinde eşitsizlik konusunu içeren problemler de yazılabileceğini fakat etkinlikteki matematiksel yapıdan uzaklaşma endişesi nedeniyle yazmadığını ifade etmiştir. T4 ile yapılan görüşmenin bir bölümü şu şekildedir;

Araştırmacı: Üçüncü problemi nasıl kurduğunu açıklar mısın?

T4: Bu soru diğerlerine göre biraz daha zor olabilir. Şu yönden; burada denklemi yazdığımızda Ayşe'nin bu kursa parayı verdikten sonra elinde bir miktar daha parası kalıyor. Bu soruyu çözen kişinin tam değer konusunu fark etmesi gerekiyor.

Araştırmacı: Nasıl fark etmesi gerekiyor? Açıklar mısın?

T4: Senin mesela 475 TL paran var. 100 TL'sini kayıt ücreti olarak verdin. 375 TL kaldı. 50'ye tam bölünmüyor. Tam bölünen bir sayı değil. 25 TL kalıyor. Çözerken biraz daha kursa devam edebilirsin gibi bir hata yapılabilir. Öğrenci bu durumda en fazla kaç ay gidebilir bunu da fark etti.

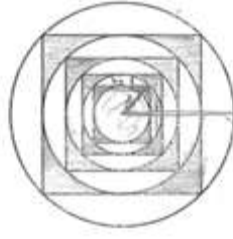
Araştırmacı: Başka kavramlarla ilişkilendirilebilir miydi? Ne düşünüyorsun?

T4: Aslında diğer konularla da ilişkilendirilebilirdi. Mesela eşitsizliklerle.

Araştırmacı: Neden yazmadın?

T4: Çok bağlamdan [araç kiralama etkinliğinin matematiksel yapısı kastedilmektedir] çıkmak istemediğim için onları yazmadım o yüzden.

T2 ise teğet problemine yönelik problemler yazarken farklı matematiksel kavramları da sürece dahil etmeye çalışmıştır. Bu bağlamda teğet problemini olasılık kavramı ile ilişkilendirerek üçüncü problemini yazmıştır. T2'nin yazdığı problem şu şekildedir;

Problem 3:

Büşra Öğretmen yukarıda verilen şekli [yandaki şekil] okulun bahçesine çizmiştir. En küçük dairenin yarıçapı r 'dir. Öğrencilerden tara[la]nmış alanlara verdiği taşları atmasını istemiştir. Ayşe'nin bu alanlara atma ihtimali nedir?

T2, problemin hikâyesinde değişiklik yaparak “bağlamı değiştirme”, yarıçap uzunluğu yerine değişken atayarak “yeniden biçimlendirme” ve olasılık kavramını ekleyerek “ekleme” stratejilerini birlikte kullanmıştır. Bu yönüyle problem “birleştirme” stratejisinde değerlendirilmiştir. Her ne kadar problemin ifadesinde açık şekilde belirtilmese de açıklamalarında bir atışın alanlara gelme olasılığını sorduğunu vurgulamıştır. Aday mevcut problemi farklılaştırmak için neler yapabileceğini düşündüğünü ve bu kapsamda daire ve karelerin yüzey alanlarıyla olasılık kavramını ilişkilendirebileceğini farketmiştir. Böylece üçüncü problemini yazdığını ifade etmiştir. T2'nin açıklamaları şu şekildedir;

Şekil [Etkinlik 2'deki şekil] aynı sadece birazcık daha farklılaşsın diye probleme [Etkinlik 2'deki problem] olasılık eklemek istedim. İlk problemimde oranları [kare ve dairelerin kenar/yarıçap uzunluklarının oranları] vermiştim. Bu problemimde alanları bulmuş olacaklar. Alanla ilişkili olarak olasılık eklemek istedim.

Tablo 11'e göre öğretmen adaylarının problem kurma sürecinde dikkate aldıkları bilişsel faktörlerden bir diğeri “çözüm yoluna bağlı kalma” faktörüdür. Bu faktöre yönelik açıklamalar sadece T7 tarafından tokalaşma etkinliğinde ifade edilmiştir. Bu faktörde aday etkinliğe yaptığı çözüm yapısına bağlı kalarak problem yazmaya çalışmaktadır. Örneğin T7 tokalaşma problemini ve kurduğu problemleri geometrik şekillerden faydalanarak çözmüştür. Aday lisans derslerinde benzer bir problem üzerine çalıştıklarını ve geometrik olarak çözümünü yapmaları nedeniyle bu yolu kullandığını ifade etmiştir. T7 ile yapılan görüşmenin bir bölümü şu şekildedir;

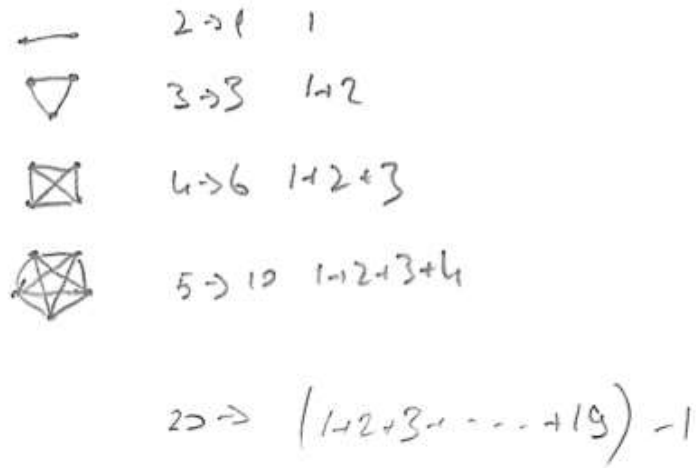
Araştırmacı: Tokalaşma probleminin çözümünü yaptın mı?

- T7:** Evet yaptım. Bunu özel öğretim yöntemlerinde öğrendiğim şekilde yaptım. Noktalı olarak [Noktaların çokgenlerin köşeleri olarak düşünüldüğü çözüm]. Noktaları[n her birini] bir kişi olarak düşündüm. Bu şekilde 3 kişinin, 4 kişinin bu şekilde tokalaşması var. Buna bağlı olarak buradan bir örüntü oluştu. Bu örüntüye bağlı olarak da 12 kişinin nasıl tokalaşma yapabileceğini düşündüm.
- Araştırmacı:** Bunun bir kombinasyon problemi olduğunu biliyor musun?
- T7:** Evet biliyorum ama çözüm olarak yakın zamanda bunu öğrendiğim için çözüm yöntemi olarak bunu kullanmak istedim.
- Araştırmacı:** Bu tür problemlerin formülünü biliyor musun?
- T7:** $12 \cdot 11 / 2$ 'den 66.
- Araştırmacı:** Neden bunu değil de geometrik şekillerden yararlanarak çözmeyi tercih ettin?
- T7:** Yakın zamanda özel öğretim yöntemlerinde bunu öğrenmiştik. Nerdeyse aynı problemde bu şekilde bir çözüm yapmıştık. O yüzden soruyu görünce direkt aklıma bu yöntem geldi. O yüzden bunu kullanmak istedim.

T7 geometrik şekiller yardımıyla çözüm yapma yaklaşımını kurduğu problemler içinde devam ettirmiştir (T7'nin kurduğu ilk üç problem Bölüm 3.2.2'de problemi zorlaştırma faktörü altında verilmiştir). Bunun yanında T7'nin yazdığı dördüncü problem şu şekildedir;

Problem 4: 8 kişi köşe kapmaca oynamaktadır. Aralarında bir kişi ebe seçiliyor ve kalan kişiler köşelere yerleşiyor. Kalan kişiler ebeye yakalanmadan, her biri birbiriyle bir kez yer değiştiriyor. Buna göre kaç farklı yer değişikliği yapılmış olur?

T7 yazdığı ikinci ve üçüncü problemlerinde tokalaşma etkinliğindeki verilere bazı kişilerin birbiriyle tokalaşmaması özel sınırlılığını eklemiştir. Bu yönüyle “ekleme” stratejisini kullanmıştır. Aday ikinci problemini de geometrik şekiller yardımıyla çözmüştür (bk. Şekil 16). Yapmış olduğu çözümde geometrik şekiller üzerinde her bir köşe bir kişiyle eşleştirilmiş ve tokalaşma sayısı toplam kenar ve köşegen sayısı olarak ifade edilmiştir.



Şekil 16. T7'nin ikinci problemi için yaptığı çözüm

T7 tarafından etkinlik boyunca benimsenen bu çözüm yaklaşımı aynı zamanda dördüncü probleminin ifadesini de şekillendirmiştir. Geometrik çözümde kişilerin çokgenlerin köşegenlerine yerleştirilmesi nedeniyle bu problemde köşe kapmaca oyunu dikkate alınmıştır. Yazılan problemde sekiz kişiden yedisinin bir çokgenin köşelerine yerleşmesi ve birbirleriyle yer değiştirilmesi konu edinilmiştir. T7'nin yaptığı açıklamalar şu şekildedir;

Burada çözerken kullandığım yönteme bağlı olarak problem kurdum. Burada mesela noktalar demiştim [çokgenin köşeleri kastedilmektedir]. Noktaları bir kişi olarak düşünmüştüm, kendi aralarında tokalaşmaları. Burada da köşe kapmaca oyunu geldi aklıma. Buna bağlı olarak da işte köşe kapmaca da kaç farklı şekilde yer değiştirebileceklerini sordum. İlk ana problemi çözerken kullandığım yöntemden yola çıktım bu problemi kurarken.

Tablo 11'e göre öğretmen adayları problem kurmada öğretimsel faktörleri de dikkate almışlardır. Adaylar bu kapsamda yaptıkları açıklamalarında, “günlük hayatla ilişkilendirme” ve “öğrenci seviyesini düşünme” faktörlerine vurgu yapmışlardır. “Günlük hayatla ilişkilendirme” faktörü bütün problem biçimlendirme etkinliklerinde dikkate alınmıştır. Adaylar, problemlerdeki matematiksel kavramlar veya yapıların günlük yaşamdaki farklı kullanım alanlarının görülmesinin öğrencilerin öğrenmelerine olumlu katkıları olduğunu ifade etmişlerdir. Bu yönüyle bağlamı değiştirerek problemler

üretilmesinin matematik öğrenimine katkıda bulunacağı düşüncesini de dikkate almışlardır. Ayrıca adayların, günlük yaşam içerisinde farklı bir kurgunun oluşturulmasını farklı problem olarak gördükleri anlaşılmaktadır. Bu yönüyle adayların problem kurma etkinliğindeki matematiksel yapıyı değiştirmek veya bu yapıya yeni veriler eklemek yerine, bu yapıya uygun farklı bir hikâye düşündükleri tespit edilmiştir. Günlük hayatta tespit edilen hikâyenin kurgusuna göre etkinlikteki verilere yeni verilerin eklenmesi de söz konusu olmuştur. Problem kurma sürecinde “bağlamı değiştirme” stratejisinin ön planda olduğu ve bu durumun sonucu olarak oluşturulan problemlerde yeni verilerin de bulunabildiği anlaşılmaktadır. Bu yönüyle yeni verilerin probleme eklenmesinin çoğunlukla bağlamın değiştirilmesinin bir sonucu olduğu tespit edilmiştir. Araç kiralama ve tokalaşma etkinliğinde adaylar günlük hayatla ilişkilendirmeyi diğer etkinliklere göre daha fazla vurgulamışlardır. Bu durumun bir sebebi araç kiralama etkinliğinde yer alan denklem kavramının günlük hayattaki yaygın kullanıma sahip olmasıdır. Diğer bir sebebi ise tokalaşmanın günlük hayat içinde yer alması olmuştur. Bu durumlar adayları “bağlamı değiştirme” stratejisini kullanmaya daha fazla teşvik etmiştir.

T4 araç kiralama etkinliğine beş problem yazmıştır (Problem 1, 3 ve 5’e Bölüm 3.2.1’de yer verilmiştir). T4 problemlerinde fidanların büyümesini, bir aracın yakıt tüketimini ve yüzme havuzu için para biriktirilmesi durumlarını konu edinmiştir. T4 problem kurma üzerine yaptığı açıklamalarda denklemleri günlük yaşamda nerelerde kullanabileceğini düşündüğünü sıklıkla dile getirmiştir. Adayın görüşlerinin bir kısmı şu şekildedir;

Günlük hayatta biz doğrusal denklemleri çok fazla kullanıyoruz. Bunu hikâyeleştirmek bana daha kolay geldi. Yani çok fazla var gerçekten sayısız örnek yazabiliriz bununla alakalı. Ben o yüzden bir araç kiralamaya bağlı kalmak istemedim hikâyeyi değiştirsem daha farklı olur diye düşündüm.

T4 birinci probleminde fidanın büyümesini, ikinci probleminde ise yakıt tüketimini konu edinmiştir. Bunun yanında adaya bu etkinlikte problem kurmada zorluk yaşayıp yaşamadığı sorulmuştur. Aday açıklamalarında günlük hayatta çok yerde kullanılmasını zorlanmama sebebi olarak göstermiştir. Adayın açıklamaları şu şekildedir;

Aslında bu benim en rahat problem kurduğum oldu. Çünkü günlük hayatla çok ilişkisi var. Şuanda bile aklıma bir sürü bir şey geliyor. Günlük hayatta çok ilişkili olduğu için problem kurmada kolaylık sağladı bana. Günlük hayatta yer alan şeyleri probleme daha kolay döküyoruz ben öyle düşünüyorum.

T4 benzer şekilde tokalaşma etkinliğinde de günlük hayatta farklı bağlamlara yer vermeye ağırlık vermiştir. T4 problemlerinde hediyeleşme veya farklı gruplar için tokalaşma etkinliklerine yer vermiştir. Aday ile yürütülen görüşmenin bir bölümünde yaptığı açıklamalar şu şekildedir; *farklı konularda aynı mantık olduğunu* [etkinlikteki problemin matematiksel yapısının kullanılabileceği] *göstermeye çalıştım. Aslında bunu daha da çoğaltabiliriz. Problem sayısı ne kadar artarsa, öğrenci daha iyi görür.* T6 ise *tokalaşma* etkinliğine altı problem yazmıştır (Problem 1, 2, ve 3 Bölüm 3.2.2’de verilmiştir). T6 satranç turnuvası, kart seçme, lineer doğrular arasındaki ilişki, sınav sorusu seçme, daire veya yemek seçimi gibi konulara yer vermiştir. T6’nın yazdığı dördüncü ve beşinci problemler şu şekildedir;

Problem 4: Ahmet öğretmen öğrencilerine 2 tane A ünitesinden, 3 tane B ünitesinden ve 1 tane C ünitesinden olmak üzere 6 tane açık uçlu sorudan oluşan sınav yapacaktır. Ahmet Hoca bu soruları ünitelere göre sırasıyla 15, 18, 10 soru kullanan testlerden kaç farklı şekilde seçebilir?

Problem 5: Bir müteahhit, 20 katlı ve her katta 2 daire bulunan bina yapmak için bir arsa buluyor. Arsa sahibi ile yapılacak binadan 3 daire vermek şartı ile anlaşılıyor. Arsa sahibi, bu 3 daireyi kaç farklı şekilde seçilebilir?

T6 dördüncü problemi kurarken kombinasyon problemlerini günlük yaşamda nerelerde kullandıklarını düşündüğünü ve problemlerin uzun olmamasına dikkat ettiğini belirtmiştir. T6’nın açıklamaları şu şekildedir;

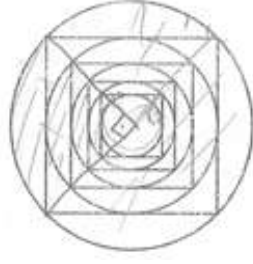
Burada aslında bir sıkıntı yaşadım problemi kurarken çok mu dağınık oldu? Biraz uzadıkça sevmiyorum problemi okumayı. Kombinasyon deyince sorulardan sınavlardan seçersin. Soru seçme için sınavlar aklıma geldi bunu kurdum.

T6 beşinci probleminde ise dördüncü problemine göre daha kolay problem kurmuştur. Aday problemleri farklılaştırmada senaryo seçimine ağırlık verdiğini ifade etmiştir. Bu yönüyle farklı problemler kurmada zor problemler yazma yerine farklı senaryoların sürece dahil edilmesi algısına da yer verdiği anlaşılmaktadır. Adayın açıklamaları şu şekildedir;

Benim için en önemli şey problem kurarken senaryo. Eğer senaryo güzel olduğuna karar vermişsem, kafamda onu nasıl uyarlayabilirim diye düşünmeye başladım. Üst kısımlarda [önceki problemlerini kastetmektedir] daha karmaşık şeyler yapmasaydım belki bu problemi biraz daha geliştirebilirdim.

T6 farklı problem biçimlendirme etkinliklerinde de bu anlayışını devam ettirmiştir. Örneğin teğet etkinliğine dört problem yazmıştır. Problemlerinde proje ödevi için materyal tasarımı, pasta yapma, hedef tahtası gibi konulara yer vermiştir. T6'nın kurduğu bazı problemler şu şekildedir;

Problem 1: Ayşe Teknoloji Tasarımı dersi için bir proje geliştirecektir. Projesi için gereken düzeneğin taslağını yukarıdaki şekilde [Etkinlik 2'deki şekil] çizmiştir. Ayşe düzeneğin en büyük dairesi için 384 cm^2 'lik alana sahip tahta parçası kestirmiştir. Marangoz cm^2 başına 2 TL ücret aldığına göre, Ayşe düzeneğinin en küçük parçası için marangoza ne kadar ücret ödemelidir? ($\pi=3$ alınız)

Problem 3:

Yukarıdaki [Etkinlik 2'deki şekil] hedef tahtasında mavi bölgenin [şekildeki en küçük daire] yarıçapı 10 cm olduğuna göre bir öğrencinin atmış olduğu okun sarı bölgede [en dıştaki iki daire arasındaki bölge] olma olasılığı nedir?

T6 birinci probleminde etkinlikteki şekli bir derse ilişkin bir materyal tasarımı olarak düşünüp hikâyeyi değiştirmiş ve bu yönüyle “bağlamı değiştirme” stratejisine yer vermiştir. Buna ek olarak problemde en büyük dairenin alanını vererek “verilen ve isteneni yer değiştirme”, yeni veriler ekleyerek “ekleme” stratejisini kullanmıştır. Bu yönüyle problem “birleştirme” stratejisinde değerlendirilmiştir. Benzer şekilde üçüncü problemde de bağlamı değişmiş ve probleme yeni koşullar eklemiştir. T6 bu problemde, teğet etkinliğindeki şekil üzerinde en küçük dairenin mavi bölge olduğunu (bk. Şekil 17) ve en dıştaki iki dairenin arasındaki alanın ise sarı bölge olduğunu (bk. Şekil 18) açıklamıştır. Bu problem de “birleştirme” stratejisinde yer almaktadır.



Şekil 17. Problem 3'deki mavi bölge



Şekil 18. Problem 3'deki sarı bölge

T6 bu problem yazarken günlük yaşamla ilişkilendirmenin öğrencinin öğrenmeleri üzerindeki önemini dikkate aldığını belirtmiştir. T6 açıklamalarında “öğrenci seviyesini düşünme” ile “günlük hayatla ilişkilendirme” faktörünü birlikte dikkate aldığı görülmektedir. Aday öğrencilerin matematikle günlük hayat arasındaki ilişkiyi problem çözme yoluyla kurduklarını vurgulayarak, günlük yaşamla ilişkili senaryolar oluşturmaya önem verdiğini ifade etmiştir. T6'nın açıklamalarının bir bölümü şu şekildedir;

Öğrencilere biz hani problem neden çözeriz? Günlük yaşamla ilişkilendirsin, matematiği günlük hayata taşıyın diye. Zaten problem çözme yeteneğini geliştirmek istiyoruz. Bu yüzden günlük yaşamdan örnekler vermek, hiç bir şekilde senaryo oluşturmadan örnek vermekten daha iyi olduğunu düşünüyorum. Bu yüzden bütün problemlerimde öncelikle bir senaryo oluşturmak istiyorum. Buradan yola çıkarak değişiklikler yoluna gidiyorum.

Tablo 11'e göre öğretimsel faktörler kategorisinde öğretmen adaylarının problem kurarken dikkate aldığı diğer bir kriter "öğrenci seviyesini düşünme" faktörüdür. Bu faktör kapsamında açıklamalar bütün problem biçimlendirme etkinliklerinde görülmüştür. T2, araç kiralama etkinliğine yönelik birinci problemde (Bölüm 3.2.2'de birinci problemi yazılmıştır.) bir aracın aynı gün içerisinde iki kez kiralanması durumunu konu edinmiştir. Bu yönüyle denklem yapısı etkinlikteki problemle aynı olan fakat aritmetiksel işlem sayısı yönünden daha zengin bir problem yazılmıştır. Aday bu problemi nasıl kurduğuna yönelik açıklamalarında öğrencilerin kendilerini daha fazla geliştirmelerine vurgu yapmışlardır. T2'nin ilk problemini kurarken nasıl düşündüğüne yönelik açıklamalarının bir bölümü şu şekildedir; *İlk kiralandığında 100 km için çözebiliyorsa, bir kaç işlem yaparak da çözebilir düşündüm. Yani kendini biraz daha geliştirsın diye ekleme yaptım soruya.*

T6 ise tokalaşma etkinliğine altı problem yazmıştır. Altıncı problemi şu şekildedir; *bir lokantaya gelen müşteri 3 çeşit yemeği 1140 farklı şekilde seçebiliyorsa, bu lokantanın menüsünde kaç farklı yemek vardır?* T6 kombinasyon kavramının kullanımını gerektiren bir probleme yer vermiştir. Kurulan bu problemde seçim sayısı verilerek menüdeki seçenek sayısı sorulmuştur. Bu yönüyle tokalaşma etkinliğindeki verilen ve istenenin yerini değiştirme yoluna gitmiştir. T6 açıklamalarında beşinci problemde 40 daire içerisinde üç dairenin kaç farklı şekilde seçildiğini sorduğunu, altıncı problemde ise verilen ve isteneni yer değiştirdiğini ifade etmiştir. Bu durumun sebebine yönelik açıklamalarında ise öğrencinin öğrenme durumunu dikkate aldığını belirtmiştir. Adayın açıklamaları şu şekildedir;

Yine [problem] 5'e benzer bir problem. Verilen ve isteneni yer değiştirmiş olduk. Burada her zaman gördüğü şeyi bilinmeyen olarak vermiş oluyoruz.

Burada aslında öğrencinin konuyu anlayıp anlamadığını görebiliriz. Ezbere yapıyorsa burada öğrenci kalacaktır.

T7 tokalaşma etkinliğinde yazdığı dördüncü probleminde bir çokgenin köşelerinde bulunan kişilerin birbirleriyle kaç kez yer değiştireceğini incelemiştir (Problem 4, Bölüm 3.2.2’de verilmiştir). Yapılan görüşmelerde adayın tokalaşma etkinliğini geometrik şekiller yardımıyla çözdüğü ve kurduğu problemlerde de öğrencilerin benzer çözüm yaklaşımını takip edeceklerini düşündüğü anlaşılmaktadır. Bu kapsamda çözüm yaklaşımından kaynaklı zorluklar nedeniyle bazı problem türlerinde öğrencilerin zorluk yaşayacağını düşünmüştür. Bu nedenle de bu tür problemlere yer vermemiştir. Bu yönüyle adayın problem kurma sürecinde öğrenci seviyesini dikkate aldığı anlaşılmaktadır. Adayla yapılan görüşmelerin bir bölümü şu şekildedir;

Araştırmacı: Problemi kurarken nasıl düşündüğünü açıkla mısın?

T7: Burada çözerken kullandığım yöntemle ilgili olarak problem kurdum. Burada mesela noktalar demiştim [çokgenin köşeleri kastedilmektedir]. Noktaları bir kişi olarak düşünmüştüm, kendi aralarında tokalaşmaları. Burada da köşe kapmaca oyunu geldi aklıma. Buna bağlı olarak da işte köşe kapmaca da kaç farklı şekilde yer değiştirebileceklerini sordum. İlk ana problemi çözerken kullandığım yöntemden yola çıktım bu problemi kurarken.

Araştırmacı: Verilen ve isteneni yer değiştirerek problem kurabilirdin. Yani toplam tokalaşma sayısını verip kişi sayısını sorabilirdin. Neden bu şekilde bir problem kurmayı düşünmedin?

T7: O kombinasyona bağlı bir soru. Tersine düşünmesi biraz daha zor olabilir.

Araştırmacı: Ne demek istediğini biraz daha ayrıntılı açıkla mısın?

T7: Yani 66 var [Tokalaşma etkinliğinde toplam tokalaşma sayısı]. Öğrenci kombinasyonu bilmiyorsa 66’dan geriye nasıl gidebileceğini bulamayabilir. Bu şekilde direkt verdiğinde, çözdüğüm yöntemle ilgili olarak geriye doğru çözmesi çok zor. Çünkü çözerken burada şekillerle problemi çözdüm. Bunun içinde

geriye doğru çalışarak hangi şekilde 66 kez eşleşeceğini bulmak zor olur. Soruyu bu yolla çözünce [geometrik çözüm] kombinasyona [formülle soru çözerek, verilen ve isteneni yer değiştirme kastedilmektedir] soru çözümünde hiç girmedim. O yüzden geriye doğru düşünmedim.

T5 ise tüccar etkinliğini çözmeye çalışmış fakat problemi doğru olarak çözmemiştir. T5'nin çözüm için yapmış olduğu işlemler Şekil 19'da verilmiştir.

$$\begin{aligned} \text{Liste fiyatı: } 4x &\xrightarrow{\text{indirim}} 3x \\ \text{Etiket fiyatı: } 5y &\xrightarrow{\text{indirim}} 4y = \frac{13}{4}x \\ 4y - 4y \cdot \frac{25}{100} &= 3x \\ 4y - y &= 3x \\ 3y &= 3x \Rightarrow x=y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\text{Etiket}}{\text{Liste}} &= \frac{\frac{13x}{4}}{3x} = \frac{13}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{13}{12} \\ 3x + 3x \cdot \frac{25}{100} &= 4y \\ 3x + \frac{3}{4}x &= 4y \\ \frac{13}{4}x &= 4y \end{aligned}$$

Şekil 19. T5'in tüccar etkinliğini çözmek için yapmış olduğu işlemler

T5 problemin çözümünde zorlanmıştır. Aday yaşadığı bu zorluğu dikkate alarak daha basit problemler üzerinde çalışarak bu probleme hazırlık yapılması gerektiğini düşünmüştür. Bu yönüyle öğretimsel faktörlerden “öğrenci seviyesini düşünme” faktörünü dikkate almıştır. Aday açıklamalarında bu problemi çözülebilmesi için öncelikle yazdığı daha basit problemlerin üzerinde çalışılması gerektiğini ifade etmiştir. Bu yönüyle zor problemlere alt yapı oluşturacak şekilde daha basit problemlerin üzerinde çalışılmasının önemini vurgulamıştır. Buna karşın bu yaklaşımlar, etkinlikle ilişkili olmayan stratejilerin kullanılmasına da neden olmuştur. T5'in yazdığı ilk iki problem şu şekildedir;

Problem 1: Ayşe teyze kümesinden topladığı 20 tane yumurtanın tanesini 50 kuruştan satacaktır. 10 tanesini sattıktan sonra 5 tanesini kırmıştır. Kalanını kaç kuruştan satarsa zarar etmez?

Problem 2: Bir A markası anneler günü dolayısıyla liste fiyatı 40 TL'den aldığı ürünlere %25 indirim yapmıştır. Sattığı ürünleri de 50 TL'den satan bu marka müşterilere %20 indirim yapmıştır. Satış fiyatı üzerinden % kaç kâr etmiştir?

T5 birinci problemini kâr ve zarar durumuna yönelik kurmuştur. Birinci problemin matematiksel yapısı, tüccar etkinliğindeki problemin yapısı ile benzer olmadığından etkinlikle ilişkili değil şeklinde kodlanmıştır. Ayrıca bu problem bu haliyle de çözülemeyecektir. Aday açıklamalarında kalan yumurtaları kaç liradan satarsa aynı kârı yapacağını sormaya çalıştığını ifade etmiştir. Aday bu problemi yazma amacının sadece bir ürünün alış ve satış fiyatı arasındaki kâr ve zarar ilişkisinin anlaşılması olduğunu belirtmiştir. İkinci probleminde de ifadeler yönünden belirsizlikler söz konusudur. Adayın görüşme sürecinde yaptığı açıklamalar dikkate alındığında ise liste fiyatını 40 TL, satış fiyatını ise 50 TL şeklinde düşündüğü belirlenmiştir. *Liste fiyatı 40 TL'den aldığı ürünlere %25 indirim yapmıştır* ifadesinde ise ürünlerin liste fiyatı olan 40 TL üzerinden %25 indirimle mağaza tarafından alındığını kastettiğini vurgulamıştır. Aday tüccar etkinliğindeki yapıyı takip etmeye çalışmıştır. Buna karşın problemin zorluğu yazdığı ifadelerde de güçlük yaşamasına neden olmuştur. T5 etkinlikte yer alan etiket fiyatının liste fiyatına oranı soru kökünü problemden çıkartarak satış fiyatı üzerinden yüzde kaç kâr edildiğini sormuştur. Bu yönüyle “basitleştirme” stratejine yer vermiştir. Aday etkinlikteki problemi daha anlaşılır hale getirmek amacıyla daha basit alt problemlere ayırmıştır. Bu amaçla birinci ve ikinci problemini kurduğunu ifade etmiştir. T5 ile yapılan görüşmenin bir bölümü şu şekildedir;

Araştırmacı: Birinci problemini kurarken nasıl düşündüğünü açıklar mısın?

T5: İlk olarak kâr ve zarar nedir daha iyi anlamak için çok çok daha basit bir problem kurdum. Hatta yüzde kavramını dahi çıkartarak ilk problemimi kurdum. [Etkinlik 4'ün] mantığını anlamak için daha basit bir problem yazdım. Problemle [Etkinlik 4] ilişkisi de kâr zarar durumunun yer alması.

Araştırmacı: İkinci problemini kurarken nasıl düşündüğünü açıklar mısın?

T5: Ana problemle [Etkinlik 4'deki problem] aynı ama ben onun liste fiyatına bir sayı verdim. Ben x yazmasını değil de [liste fiyatının bilinmeyen olması yerine] işte 40 TL yazmasını istedim. Satış fiyatı üzerinden yüzde kaç kâr ettiğini sordum. Burada ilk iki problem cümlesini verdim. Soru kökünde yüzdeyi [kâr yüzdesini] verip oranı sormuştu. Ben oranı sormadan sadece yüzdeyi [kâr yüzdesini] sordum. Çok fazla veri içeren bir problem [Etkinlik 4] ve soruyu

doğru olarak çözemediğim için kendime göre yorumladım. Birine bu problemi öğretmeye kalkışsaydım önce birinci ve ikinci kurduğum problemi çözdürürdüm.

3.2.3. Öğretmen Adaylarının Problem Kurma Stratejilerine Yer Verememe Nedenleri

Dokuz öğretmen adayıyla yapılan görüşmelerin neticesinde kurulan problemlerin yapısı incelendiğinde “bağlamı değiştirme”, “yüzeysel değişiklik” ve “değiştirme” gibi stratejilerin ön plana çıkarıldığı buna karşın “verilen ve isteneni yer değiştirme”, “yeniden biçimlendirme” gibi stratejilerin ise daha az tercih edildiği belirlenmiştir. Bunun yanında özellikle “ekleme” stratejisi kullanılarak oluşturulan problemlerin ise bilişsel zorluk seviyelerinin oldukça düşük düzeyde kaldığı gözlemlenmiştir. Yapılan görüşmelere göre bu tür durumların nedenleri hakkında birçok sebep ve bu sebeplerin etkinlik ve strateji türlerine göre farklılaştığı tespit edilmiştir. Bir adayın herhangi bir etkinlikte problem kuramama nedeni olarak bir durumu ön plana çıkarması, diğer durumların etkisi olmadığı anlamına gelmemektedir. Adayların problem kuramama sebeplerine yönelik ön plana çıkardıkları durumların etkinliklere göre dağılımı Tablo 12’de verilmiştir.

Tablo 12’ye göre problem kurma strateji tercihini etkileyen faktörlerden birisi “probleme yönelik sınırlı algı” faktörüdür. Bu faktör teğet ve havuz etkinliklerinde tespit edilmemiştir. Bu faktör “yeniden biçimlendirme” stratejisine yer verilememesinin başlıca nedeni olmuştur. Öğretmen adaylarının problemi günlük yaşamla ilişkili, içerisinde sayıların yer aldığı tek cevaplı sözel problemler şeklinde algıladıkları görülmüştür. Aynı zamanda açıklamalarında bu tür problemlerin gerek derslerde gerekse ders kitaplarında yaygın şekilde yer aldığını vurgulamışlardır. Bu şekildeki algı nedeniyle, problemin ifadesinde genelleme yapmaya imkan tanıyan harfli ifadeler yer vermemişlerdir.

Tablo 12. Problem kuramama nedenlerine yönelik tespit edilen durumlara ait dağılım

Kategoriler	Etkinlikler					
	Araç kiralama	Tokalaşma	Teğet	Tüccar	Varil	Havuz
Probleme yönelik sınırlı algı	T2, T6	T1, T6, T9,		T4, T6, T7, T9,	T6, T7	
Deneyim eksikliği	T1, T2, T3, T5, T6, T7, T8,T9,	T1, T2, T5, T6, T8	T2, T8	T4, T8, T9	T1, T3, T5, T8, T9	T2, T6, T9
Matematiksel bilgi eksikliği		T1, T2, T3, T4, T5, T6, T9,	T1, T2, T3, T4, T5, T6, T9	T1, T2, T3, T5, T6, T9	T2, T3, T4, T7,	T1, T4, T6, T7, T8
Basit problem üretmesi	T4	T3				T2, T3, T4, T5, T6,
Çözüm odaklı düşünme	T4	T7	T7			

Örneğin T6 ile araç kiralama etkinliğinde “yeniden biçimlendirme” stratejisine yer vermemesinin nedenine yönelik yapılan görüşme bölümü şu şekildedir;

Araştırmacı: Bu etkinlikte [araç kiralama etkinliğinde] genelleme yapmaya imkan tanıyacak şekilde problem yazabilirdin. Yani sayısal ifadeler yerine bir değişkeni sembollerle ifade edebilirdin. Bu tarz bir probleme neden yer vermedin?

T6: Biraz daha sanırım doğal sayılarla işlemlerle ilişkilendirdim. Cebirsel ifadeler aslında aklıma geldi ama yapmadım. Kurmadım.

Araştırmacı: Kurmamanın nedeni nedir?

T6: Grafiklerde, cebirsel ifadelerde bizim çözmemiz gereken direkt denklemler vardır. Doğru grafiklerinde çizim yapar denklemlere dönüştürürüz. Cebirsel ifadelerde harfleri kullanıyoruz. Denklemlerde de bu harfleri kullanarak çözüyoruz. Problemlerde zaten çözerken harfleri kullanıyoruz. Onun için problemde tekrar harflere yer vermedim. Burada daha çok öğretmen olduğumda kendi hitap edeceğim kitleye problem oluşturmak istedim sanırım. O yüzden öyle yönelmiş olabilirim.

T2 ise araç kiralama etkinliğinde “yeniden biçimlendirme” stratejisine yer vermemiştir. Yapılan görüşmelerde araştırmacı adaya bu stratejinin içeriğini açıklamış ve adaydan bu stratejiye uygun problem kurmasını istemiştir. T2 üçüncü probleminden hareketle bu stratejiye yönelik problem kurmuştur. T2 açıklamalarında sözel problemlerde bu tür durumlarla karşılaşmadığını ifade etmiştir. Bu yönüyle T2’de harfli ifadelerin denklemlerin çözümünde kullanıldığına yönelik sınırlı bir algıya sahip olduğu anlaşılmaktadır. Bunun yanında, T2 problem kurmaya yönelik deneyim sahibi olmadığını ve derslerde problem çözme etkinliklerinin fazla olduğunu vurgulamıştır. Bu yönüyle problem kurma stratejilerine yönelik “deneyim eksikliği” bu tür problemlerin yazılmamasının diğer bir sebebi olduğu anlaşılmaktadır. T2’nin yazdığı üçüncü problem ve devamında kurduğu genelleme problemi şu şekildedir;

Problem 3: Açılış ücreti= 21 TL kilometrede 50 kuruş (A taksisi)

Açılış ücreti= 35 TL kilometrede 25 kuruş (B taksisi)

Elif taksiyle 60 km yol gidecektir. Yukarıda taksimetre açılış ücretleri ve bu taksimetrenin kilometre başına aldıkları paralar verilmiştir. Elif hangi taksi ile giderse daha az para ödemiş olur?

Araştırmacı: Bu tür problemlerde [Problem 3] sayısal nicelik kullanmak yerine a TL gibi ifadeler kullanarak problem oluşturabilir misin?

T2: Cebirsel ifade şeklinde mi?

Araştırmacı: Evet.

T2: Problemin devamı [problem 3 kastedilmektedir] olarak kursam olur mu?

Araştırmacı: Evet olabilir.

T2'nin yazdığı problem şu şekildedir;

- A taksisi Açılış ücreti = a TL kilometrede = 50 kuruş
- B taksisi Açılış ücreti = b TL kilometrede 25 kuruş.
Elif B taksisi ile belirli bir yol almıştır. Elif A taksisi ile aynı gitsaydı daha fazla ödeyecekti. Buna göre a ve b arasındaki ilişki nedir?

Araştırmacı: Nasıl kurduğunu açıklar mısın?

T2: Sadece a ve b eklemiş oldum. Diğer sorudan gittim. Çünkü normalde bunun için biraz daha çözümünü düşünüp yazmam gerekiyordu. Direkt a ve b'yi soramazdım aralarındaki ilişkiyi sormak istedim.

Araştırmacı: Neden böyle bir problem kuramadın?

T2: Genellikle problemde bilinmeyen için semboller kullanma taraftarı olmadığımız için. Aklıma da hiç gelmedi aslında. Kendi açımdan söyleyeyim bir soruda bilinmeyen

gördüğümde böyle kafamda zorlaştırıyorum ama sayılarla giden bir soruda daha kolay çözüm yapabiliyorum.

Araştırmacı: Burada problem kurmadaki deneyim eksikliğinin etkisi olabilir mi?

T2: Biz de neydi? Problem verilir, verilen problemi çözersin. Derslerimiz hep problemi çözmek üzerineydi, kurma değildi. Daha önce yapmış olsaydım burada da kurardım sanırım. O yüzden eksikliği vardır.

Öğretmen adayları diğer etkinliklerde de benzer açıklamalara yer vermişlerdir. Örneğin T9 tokalaşma etkinliği için şu şekilde bir açıklama yapmıştır; *şöyle söyleyeyim; genelleme evet aslında- n kişi için yapabilirdim ama ben bilinmeyene kaçmak istemedim. Problemin verilen ve isteneni belirgin bir şekilde yaptım. Öyle bir şey yapmak istemedim. ...Çözümde n’li kombinasyon kullandım ama açıkçası bilinmeyenli problem kurmayı tercih de etmedim. T1 ise bu tür bir kullanıma yer verilmemesinin sebebi olarak alışkanlıklarını göstermiştir. Açıklamaları şu şekildedir; direkt denklem kurmaya yöneldim. Alışılmış bir şey. Öyle bir problem kurabileceğimi fark edemedim. Görüşme sürecinde adaya neden fark edemediği de sorulmuştur. Aday deneyim eksikliğini bu durumun nedeni olarak göstermiştir; çözüm olarak yapılabilir. Genelleştirme anlamında müsait bir soru, ama deneyimlerinden kaynaklanmakta sanırım.*

T6 ise tokalaşma etkinliğinde bu tür bir probleme yer vermemesinin sebebi olarak sembolleri barındıran problemlerin soyut kalmasını ve deneyim eksikliğini birlikte neden olarak göstermiştir. Adayın açıklamaları ise şu şekildedir;

Bana biraz daha formülize etme gibi geldiği için teoremleri çağrıştırıyor. Nedense problem deyince aklıma daha çok günlük yaşamla ilişkili, içinde sayı olan, işlem olan şeyler geliyor. Cebirsel olarak düşünmedim, aklıma da gelmedi açıkçası. Birinci problem hariç diğer problemlerde daha çok kitaplarda gördüğüm problemler aklıma geldi.

Bu yönüyle “deneyim eksikliği” problem kurma stratejilerine yer verilmemesinin diğer bir nedeni olmuştur. Tablo 12’ye göre bu faktör adaylar tarafından etkinliklerde ön plana

çıkarılan önemli bir neden olmuştur. Adaylar, problem kurma stratejilerine yönelik öğretim almamış olmaları nedeniyle problemden hareketle ne tür problemler kuracaklarını bilmediklerine vurgu yapmışlardır. T2 tokalaşma etkinliğinde bu durumu şu şekilde açıklamıştır; *geçmişte çözdüğüm kombinasyon soruları ile bağlantılı [problemler] kurdum. Daha önce problem kurma deneyimim olsa daha farklı problemler kurabilirdim.* T5’in tokalaşma etkinliğine yönelik açıklamaları ise şu şekildedir;

Problem kurma genel olarak zor bir şey bence. Bu işi yaparken düşünüyoruz nasıl yapabilirim diye. Belli başlı şeyleri değiştirsek birde üzerine düşünme süreci olduğu için biz bu düşünme süreci ile lisans şuan üçüncü sınıftayım ve çok fazla problem kurmayla karşılaştığım kısım olmadığı için bu şekilde bir yazma olayı bana zor geldi açıkçası.

T2 teğet etkinliğinde “verilen ve isteneni yer değiştirme” stratejisine yönelik problem yazamamıştır. Adaya bu stratejinin içeriği açıklanmış ve bu tür problemleri neden kuramadığı sorgulanmıştır. Aday bu tür problemleri yazmanın zor olmadığını fakat bu tür stratejilere yönelik deneyim eksikliğinin başlıca neden olduğunu vurgulamıştır. Adayın açıklamaları şu şekildedir; *en büyük eksikliğim problem kurma deneyimi. Soruyu alıyorum sonra çözümünü yapıyorum. Sadece çözümüne bakıyorum. Bu [problem] verilip bunun üzerine nasıl soru sorabilirim diye düşünmedim. Problem kurma deneyimimin eksikliğiyle alakalı bence.*

T8 ise teğet etkinliğinde “yüzeysel değişiklik” ve “bağlamı değiştirme” stratejilerine yer vererek problem kurmuştur. Adaya “yeniden biçimlendirme” stratejisi açıklanmış ve bu tür bir problem neden kurmadığı sorulmuştur. Aday açıklamalarında bu tür bir stratejiye yer vermemesinin nedeni olarak deneyim eksikliğine işaret etmiştir. T8’nin açıklamaları şu şekildedir; *tamamen aklıma gelmediği için düşünemedim. Bu şekil üzerinden gidip bir ilişki oluşturayım genel bir ifadeye varayım böyle bir şey aklıma gelmedi.*

Bazı adaylar birinci oturumdan elde ettikleri bilgi ve deneyim nedeniyle ikinci oturumdaki etkinliklerde kullanmadıkları stratejilere yer vermeye başlamışlardır. Örneğin T8 birinci oturumda “yeniden biçimlendirme” stratejisine yer vermezken ikinci oturumda varil etkinliğinde bu stratejiye yönelik problem kurmuştur. T8’in yazdığı problem şu şekildedir;

Problem 3: n tane benzer şekilde silindirik bağlanan variller için kaç santim çelik tele ihtiyaç olduğunu cebirsel olarak ifade ediniz? Bağlanan varil sayısı ile oluşan uzunluk arasında nasıl bir benzerlik dikkatinizi çekti.

T8 üçüncü probleminde varil sayısı üzerinden bir genellemeye gitmeye çalışmıştır. Bu yönüyle çevre uzunluğuna yönelik genel bir ifade istemesi nedeniyle “yeniden biçimlendirme” stratejisini kullanmıştır. T8 birinci oturumda yer alan araç kiralama, teğet ve tokalaşma etkinliklerinde “yeniden biçimlendirme” stratejisine yer vermezken ikinci oturumda stratejiye yer vermiştir. Bu durumun nedeni görüşmeler sırasında sorgulanmış ve aday açıklamalarında önceki görüşmelerde “yeniden biçimlendirme” stratejisi hakkında deneyim edindiğini ve bu stratejiye yönelik problem kurmaya çalıştığını ifade etmiştir. Fakat bu problemde varillerin nasıl konumlandırıldığından bahsetmemiştir. Görüşme sürecindeki açıklamalarına göre de şekillerde oluşacak yayların merkez açılarına yönelik doğru varsayımlar oluşturamadığı belirlenmiştir. T8 üç varilin konumlandırılması neticesinde üç tane 120° ’lik yay oluştuğunu ifade etmiştir. Dört tane varili ise iki satırda ve her bir satırda iki tane olacak şekilde birbirine teğet olarak yerleştirdiğini belirtmiştir. Bu durumda dört tane 90° ’lik açıyı gören yayın oluştuğunu tespit etmiştir. Bu yaklaşımla satırların her birinde en fazla iki tane varil yerleştirilmesi şartıyla varilleri konumlandırmaya devam ettiğini belirtmiştir. Bu yaklaşımla altı varil içinde altı yay diliminin geleceğini varsayarak problem yazmıştır. Üç varil ile altı varilin benzer yapıda olacağını düşünerek altı tane 120° ’lik açı oluşacağını düşünmüştür. Aday açıklamalarında beş veya daha fazla varil sayısına göre oluşacak yay dilimlerinin merkez açılarını kontrol etmediğini belirtmiştir. T8 ile yapılan görüşmenin bir bölümü şu şekildedir;

Araştırmacı: Üçüncü problemini kurarken nasıl düşündüğünü açıklar mısın?

T8: Daha önceki etkinliklerde bir genellemeye bağlı problem kurmamıştım. Bu etkinlikte bir örüntü ilişkisi yakaladım. Önceki etkinliklerde de genellemeden bahsettiğimiz için buradan edindiğim deneyimle kurdum. Belirli bir varil sayısı var, varil sayısı yerine değişken kullandığımda çevre uzunluğunu veren genel bir ifade oluşturabilir miyim diye

düşündüm. Burada [Etkinlik 5] üç tane varil var üç tane dikdörtgen oluşuyor, işte dört tane [varil] olunca dört tane dikdörtgen. Bu şekilde n tane olunca n tane dikdörtgen oluşur. Bu durumun varil sayısına göre değiştiğini gördüm. Bu durumu genellemeyi düşündüm.

Araştırmacı: Varil sayısını arttırmaya bağlı şeklin çevresine yönelik nasıl bir genel ifade oluşturduğunu açıklar mısın?

T8: Üç tane varil olduğunda 120° 'lik [yaylardan] bir çember oluşuyordu. Bu şekilde altı tane varil olursa 120° 'lik [yaylardan] iki tane çember oluşmaktadır dedim. Bu şekilde dikdörtgen sayısı varil sayısına bağlı olarak artıyor çember sayısı da.

Araştırmacı: Beş tane varil olduğu durumda da çember sayısı düşündüğün gibi bir artış gösteriyor mu?

T8: Beş tane çizdiğimde tamam oluştu beş tane dikdörtgen var. Ama ben nasıl düşündüm bunu. Şekilde 120° 'lik yaylar oluşmuyor. Bu olmadı evet burada bir yanlış var.

Araştırmacı: Bu hatanın nedenini açıklar mısın?

T8: Ben sadece üç ve dört daire olduğu durumu düşündüm ve çizdim. Ama beş varil olduğu durumu çizmedim. Bu şekilde bir örüntü olabileceğini düşündüm bu kısmı çizmeyip sonrasında ne olacağını düşünmememden kaynaklı bir hata yaptım. Burada dörtlüyü çizdiğim gibi beş varil olduğu durumu da çizmeliydim.

Havuz etkinliğinde T9 problem biçimlendirme strateji tercihini etkileyen faktör olarak “deneyim eksikliğine” işaret etmiştir. T9 bu etkinlikte “bağlamı değiştirme” stratejisini kullanmamıştır. Adaya “bağlamı değiştirme” stratejisinin tanımı açıklanmış ve neden bu stratejiye yönelik problem kurmadığı sorulmuştur. T9’un açıklamalarının bir bölümü şu şekildedir; *önceki etkinliklerde hikâyesini değiştirip rakamlarını değiştirip benzer örnekler yazdım. Biraz da nasıl desem problemi okuyorum. Problemden ne yapabilirim o an aklıma geleni yapıyorum. Problem kurarken tam olarak ne yapmalıyım*

bilmiyorum ama düşünüyorum. Daha ne yapabilirim nasıl farklı problem kurarım diye ama yapabildiğim kadar yaptım aklıma bu stratejiyi kullanmak gelmedi açıkçası.

Havuz etkinliğinde T2 ise yazdığı problemlerde “bağlamı değiştirme”, “ekleme”, “verilen ve isteneni yer değiştirme” ve “yeniden biçimlendirme” stratejilerini kullanmıştır. Aday açıklamalarında önceki oturumda stratejilere yönelik deneyim kazandığını belirtmiştir. Bu nedenle havuz etkinliğinde “yeniden biçimlendirme” gibi farklı problem kurma stratejilerine yer vermeye çalıştığını ifade etmiştir. T2’nin “yeniden biçimlendirme” stratejisinin kullanımına yönelik yazdığı problem şu şekildedir; *boş havuzu A musluğu x saatte, B musluğu y saatte dolduruyor. Bu iki musluk havuzu kaç saatte doldurur?* T2’nin ikinci etkinlik-temelli görüşme oturumunda bu tür stratejilere yer vermeye başladığı tespit edilmiştir. Etkinlik-temelli görüşmelerden elde edilen deneyimin adayın strateji kullanımına etki ettiği anlaşılmaktadır. Dolayısıyla problem kurma deneyiminin strateji çeşitliliğinde önemli bir faktör olduğuna işaret etmektedir. Adayın açıklamaları şu şekildedir; *bundan önceki etkinliklerde genellikle genel bir ifadeye ulaşmaya çalışmıyordum. Önceki etkinliklerinde burada bana bir faydası oldu. Genel bir ifade ile sonuçlanan problem kurdum. Daha farklı şekilde nasıl problem kuracağımı düşündüm ve problemlerimi birbirinden farklılaştırmaya çalıştım.*

Tablo 12’ye göre problem kurma strateji tercihinin etkileyen diğer bir faktör “matematiksel bilgi eksikliği” faktörüdür. Bu faktör sadece araç kiralama etkinliği dışındaki bütün etkinliklerde adaylar tarafından yaygın şekilde ifade edilmiştir. Araç kiralama etkinliği birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlere yönelik hazırlanan bir problemdir. Bu problem türü ders kitaplarında, sınavlarda ve öğretim deneyimlerinde sıklıkla yer alan problem türüdür. Bu nedenle adaylar farklı stratejilere yer verememelerinin sebebi olarak alan bilgisi eksiklerini görmemişlerdir. Buna karşın tokalaşma etkinliği ise kombinasyon kavramını içermekte olup, adayların bilgilerini en çok yetersiz gördükleri alanlardan birisi olmuştur. Bu yönüyle bilgi eksikliği nedeniyle, yazacakları problemlerde hata yapma endişesi tercih ettikleri stratejileri de etkilemiştir. Bu kapsamda bazı adaylar hata yapma endişesiyle “ekleme” stratejisine yönelik karmaşık problemler kurmaya teşebbüs etmemiştir. Bazı adaylar ise “matematiksel bilgi eksikliği” nedeniyle “yeniden biçimlendirme” stratejisine yer vermediklerini vurgulamışlardır. Çünkü problemi kurarken çözümü de düşünmüşlerdir. Düşündükleri problemlerin çözümlerini yapamayacaklarına inandıkları için problemi tasarlamaktan vazgeçmişlerdir.

Sonuç olarak bu tür durumlarda adaylar, bilişsel yönden zorlayıcı olmayan “bağlamı değiştirme” ve “yüzeysel değişiklik” gibi stratejileri daha fazla kullanmışlardır.

T1 tokalaşma etkinliğine yönelik altı problem kurmuş ve problemlerde farklı hikâyelere yer vermiştir. Bu hikâyelerden sadece birisinde “verilen ve isteneni yer değiştirme” stratejisini kullanmıştır. Problemde etkinlikte toplam tokalaşma sayısı olan 66’yı kullanmıştır. Diğer problemlerinde ise etkinliğin yapısı korunmuş ve kişi sayısı, sadece bir problemde 50 olmak şartıyla çoğunlukla 12 sayısına yakın seçilmiştir. T1 büyük sayılar seçtiğinde çözmesinin zorlaşacağını ifade etmiştir. Bu nedenle problemlerinde çoğunlukla bağlamı değiştirmiş fakat hikâyelerde küçük sayılarla çalışmayı tercih etmiştir. Bu durum aynı zamanda adayın neden “yeniden biçimlendirme” stratejisini kullanmadığını da açıklamaktadır. T1’in açıklamalarının bir bölümü şu şekildedir;

Araştırmacı: Genelleme problemi neden kurmadın?

T1: Kombinasyon. Sayıların büyümesi 100 gibi zorlaştırdı. Çok daha büyük sayılar olsaydı zorlanabilirdim gibi düşünüyorum.

Araştırmacı: Burada geometri gibi farklı matematiksel kavramları içerecek şekilde problemler yazabilirdin. Bu tür durumlara yer vermeme nedeni olarak neyi görüyorsun?

T1: Günlük hayattan örnek durumları düşündüğüm için matematikselleştiremedim [farklı matematiksel kavramlarla zenginleştiremem kastedilmektedir] birazcık diyebilirim. Aslında farklı bir branş matematik, geometri de farklı bir branş. Bağlantı kurmak [biraz düşündü], bunlar [etkinlikteki kombinasyon kavramını kastetmektedir] günlük hayatta daha çok şekille ilişkili değil gibi duruyor.

T2 ise kombinasyon kavramına yönelik bilgisini yeterli görmemesi nedeniyle problemi kuramayacağını düşündüğünü ve bu kapsamda basit problemler yazdığını ifade etmiştir. T2’nin açıklamaları şu şekildedir; *öncelikle problem kombinasyon problemi. Kombinasyonla aram hiç yok benim, o yüzden soruyu ilk okuduğumda problem kuramayacağımı düşündüm. Hatta öyle sorular yazdım birazdan göreceğiz basit sorular bana göre. Çünkü gerçekten kombinasyonla aram yok.* T3 ise tokalaşma etkinliğini

çözerek problem kurmaya başlamak istemiştir. Buna karşın problemin çözümünü yanlış yaptığını ifade etmiştir. Aday ile yapılan görüşmenin bir bölümü şu şekildedir;

Araştırmacı: Problem kurmaya nasıl başladığınızı açıklar mısınız?

T3: Permütasyon sorusu zaten. Önce etkinliği çözdüm ve çözüme yönelik sorular oluşturdum.

Araştırmacı: Permütasyon sorusu mu?

T3: Kombinasyon sorusu. Ben permütasyonla çözdüm.

Araştırmacı: Nasıl bir çözüm yaptın? Açıklar mısın?

T3: Eğer karıştırmıyorsam, 12 kişi a b gibi isimler verdim. b kişisi a kişi ile tokalaşır bu şekilde gidince 11 faktöriyel oldu.

Araştırmacı: Çözümü 11 faktöriyel olarak mı düşündün?

T3: Hayır. Çözüm böyle olur dedim. Net bir çözüm yapmadım. Yazdığım üç problemi temel problemle [tokalaşma etkinliği kastedilmektedir] çok ilişkilendirmediğimi düşünüyorum. Sonucu bir şekilde buluyorum ama permütasyon ve kombinasyon sorularını çok net bir şekilde ayıramıyorum. Aklıma daha önce gelen problemleri yazdım. Hangisinin permütasyon hangisinin kombinasyon olduğunu ayıramama sıkıntım var.

T3'ün açıklamaları dikkate alındığında matematiksel bilgisindeki eksiklik göze çarpmaktadır. Bu kapsamda problemler kurarken etkinlikteki problemle ilişkisine bakmaksızın bu konularda hatırladığı problemleri yazma yoluna gitmiştir. Örnek olarak adayın yazdığı etkinlikle ilişkili değil kategorisinde değerlendirilen birinci problem şu şekildedir;

Problem 1: 14 farklı tişörtü ve 6 farklı pantolonu olan Ali pantolon ve tişörtleri deniyor. Giydiği her pantolon için bir tişört seçip onu diğerlerinden ayırıyor ve bir daha giymiyor. Buna göre Ali kaç farklı kombin yapmaya çalışmıştır?

T3 bu problemin etkinlikle nasıl ilişkili olduğunu izah edememiştir. Adayın açıklamaları şu şekildedir; *hiç bir fikrim yok. Ana problemde 12 kişi var. Çözüm olarak benziyor. Çok net bir şekilde şu yüzden yaptım diyemem.* T3'ün açıklamalarında görülen “matematiksel bilgi eksikliği” aynı zamanda bazı problem kurma stratejilerine yer verilmemesinin de temel nedeni olmuştur. Aday ile yapılan görüşmenin bir bölümü şu şekildedir;

Araştırmacı: Neden verilen ve isteneni yer değiştirerek problemler kurmayı düşünmedin?

T3: Ben o şekilde kendi yazdığım soruyu çözemez veya çözerken zorlanırdım. Hani yaparım çözemem diye düşündüğüm için değiştirme yoluna gitmedim.

Araştırmacı: Bu problemde n-kişi için tokalaşma sayısını sorabilirdin. Yani genelleme problemi yazabilirdin. Neden yer vermedin?

T3: Daha karışık olurdu benim için. O zaman çözüme göre bir yol izlemem gerekirdi. Bu konuyla aramda bir duvar var. Ne olduğunu bilmeden kurup çözüyorum.

T9 ise tokalaşma etkinliğine üç problem yazmıştır. Yazdığı problemlerde “yüzeysel değişiklik” ve “verilen ve isteneni yer değiştirme” stratejilerine yer vermiştir. Aday açıklamalarında bu stratejilerin problem kurarken aklına gelen ilk stratejiler olduğunu ve bu stratejilere problem yazımının kolay olduğunu ifade etmiştir. Buna karşın probleme yeni veriler ekleyerek problemler kurma yoluna gitmemiştir. Aday ile yapılan görüşmenin bir bölümü şu şekildedir;

Araştırmacı: Problemler kurarken hep bağlamı değiştirme veya sayıları değiştirmeyi tercih etmişsin. Neden bu şekilde tercihte bulundun?

T9: Ben bu etkinlikleri yaparken kafamda iki problemim var; birincisi sayıları değiştiriyorum, ikincisi hikâyeyi değiştiriyorum. Burada çok kısa bir problem cümlesi var. Bu problem cümlesine daha ne yapabilirim diye düşündüm? Aklıma verilen ve isteneni yer değiştirmek geldi. Hem sayıları da değiştirdim, sayısı da farklı olsun dedim. Bu şekilde bir şey yapayım dedim.

Araştırmacı: Probleme yeni veriler ekleyebilirdin. Mesela farklı matematiksel kavramlarla ilişkilendirebilirdin? Neden çoğunlukla bağlamı değiştirmeyi düşündün?

T9: Daha kolay. Burada nasıl desem, daha kolay yazabildim. Biraz problem üreteyim dedim, direkt aklıma gelenler bunlardı açıkçası. Bunlar evet kurulabilirdi. Güzel problemler olurdu ama açıkçası ben öyle bir şey yapamadım.

T9 teğet etkinliğinde de benzer stratejileri kullanmıştır. Aday bu etkinliğine üç problem yazmıştır. Bu problemler şu şekildedir;

Problem 1: Şekilde [Etkinlikteki şekil] daire ve kareler iç içe birbirine teğet olacak şekilde sunulmuştur. En küçük dairenin yarıçapı 3 cm olduğuna göre, en büyük dairenin alanının en küçük dairenin alanına oranı nedir?

Problem 2: Şekilde [Etkinlikteki şekil] daire ve kareler iç içe birbirine teğet olacak şekilde verilmiştir. En küçük dairenin alanı 4π olduğuna göre, en büyük daire ile en küçük dairenin alanının oranı, en büyük karenin alanının kaç katıdır?

Problem 3: Şekilde [Etkinlikteki şekil] daire ve kareler iç içe birbirine teğet olacak şekilde sunulmuştur. En büyük dairenin alanı 36π olduğuna göre, en büyük dairenin alanı ile geriye kalan tüm dairenin alanlarının toplamının oranı kaçtır?

T9 birinci problemde “yüzeysel değişiklik”, ikinci ve üçüncü problemlerinde “değiştirme” stratejilerine yer vermiştir. Adaya diğer stratejilerin içerikleri açıklanmış ve bu stratejilere yer vermemesinin nedeni sorulmuştur. T9 farklı stratejiler kullanarak problem kuramamasını geometri bilgisi ile ilişkilendirmiştir. Buna bağlı olarak kozmetik değişiklikler yaparak basit problemler kurduğunu ifade etmiştir. Aday ile yapılan görüşme şu şekildedir;

Araştırmacı: Problem kurmaya nasıl başladığını açıklar mısın?

T9: Ben direkt şekle baktım şekli inceledim. Geometri biraz nasıl desem yapabiliyorum ama çok üst düzey değilim bu problem gibi. Çok da kendimi geometri de aşırı başarılı görmüyorum. Geometri sorusu en fazla ne yapabilirim ki dedim o yüzden basit gittim. Soruyu okudum verilenleri inceledim. Daha sonra direkt ilk

problemimde sadece yarıçapı değiştirdim. 1 cm değil de 3 cm olsun dedim. Daha sonra [Etkinlik 2'deki yazdığı ikinci problemde] alan verdim. Ben burada şekli [Etkinlik 2'deki şekil] değiştirmeyi de düşündüm ama nasıl desem üçgen [En küçük dairenin içine üçgen yerleştirme] yerleştireyim dedim ama kuramadım. Problemin ifadesi karıştı biraz koymayı [En küçük dairenin iç kısmına üçgen çizerek problem kurmaya çalışmıştır.] denedim olmadı kuramadım.

Araştırmacı: Problem kurmaya başlamadan önce etkinliğin çözümünü yaptın mı?

T9: Yapmadım. Aslında çözümünü yapmam lazımdı. Kuracağım problemlerde şunu dedim kendime; benim kurduğum birinci problemde sadece bir uzunluk değişikliği var çözüme gerek olmadı. Herhangi bir üçgen, kare gibi şekil ekleme durumu yok.

T5 ise, tokalaşma etkinliğinde kombinasyon kavramının ifade edilemediği problemler kurmuştur. Adayın matematiksel bilgisindeki eksiklikler problem kurmada kelimelere odaklanmasına neden olmuştur. Bu yaklaşım aynı zamanda “ekleme” veya “verilen ve isteneni yer değiştirme” gibi stratejileri kullanmasını engellemiştir. T5'in tokalaşma etkinliğine kurduğu üçüncü problem ve yapılan görüşmenin bir bölümü şu şekildedir;

Problem 3: Ayşe'nin annesi yaz temizliği için ayakkabı dolabını dökmüştür. Ayşe ayakkabıları eşleştirip kutulayacaktır. 30 ayakkabı için eşleştirme işlemini kaç kez yapar?

Araştırmacı: Problemi nasıl kurduğunu açıklar mısın?

T5: Ne düşündüm? Aslında tokalaşma iki kişi arasındadır. Başlangıçta hep iki kişinin yapabileceği şeyleri düşündüm. Ne olabilir? Bu sefer ayakkabı çiftlerini belirttim. İkişer ayakkabı çiftlerini seçimi.

Araştırmacı: Problemin çözümünde tokalaşma etkinliğindeki kombinasyon kavramının kullanılacağını düşünüyor musun?

T5: Bunun sonunu tam yazamadım. Düşündüğüm şey yine bir ayakkabının bir eşinin diğeri ile birleştirileceğiydi. Yani ben A marka ayakkabı ile A marka ayakkabıyı birleştiririm başka marka ile birleştiremem. Kaç çift varsa o kadar olur. Aslında düşündüğüm şey ilk örnekteki gibiydi; toplu bir şekilde ayakkabılar var ve bunları birbiri ile eşleştiriyoruz. Yazmaya çalıştığım şey bu değildi, ama hani o problemi tam olarak ifade edemedim.

Araştırmacı: Neden ifade edemediğini düşünüyorsun?

T5: Mesela ben bunu bir öğrenciye sorsam 15 cevabını verir. Oysa benim yapmaya çalıştığım şey 30'un ikili kombinasyonuydu. Hani kafamda bir şey var ama onu nasıl ifade etsem de soruyu doğru çözsük. Mesela şimdi öyle bir şey yazarım ki hatta bu soru için mesela 30 bölü 2'de düşünebilir. Ama benim yazmaya çalıştığım o 30 ayakkabı içinden ikili şeyleri seçmektir. İfade ederken yaptığım hata, soruyu farklı çözümlere itiyor.

Görüşme dikkate alındığında, T5 problemin ifadesini yanlış oluşturduğunu belirlemiştir. Bu yönüyle “bağlamı değiştirme” stratejisi yardımıyla kurduğu problemde dil yönünden hatalar sergilemiştir. Benzer yaklaşım kurduğu diğer problemlerde de görülmüştür (Problem 1: *Sınıfça lunaparka gezmeye giden 16 arkadaş dönme dolaba binecektir. Dönme dolabı 2 kişilik olup binen arkadaşların tekrar binmemesi koşuluyla kaç kez dönme dolap çalışmış olur?*). T5, problem kurarken etkinlikte önemli olduğunu düşündüğü ifadeleri belirlemiş ve kuracağı hikâyelerde bu ifadelerin karşılıklarını oluşturma yoluna gitmiştir. Birincisi, tokalaşma etkinliğinde toplam kişi sayısı 12 olduğundan yazılacak problemlerde bunu yansıtmayı, ikincisi ise tokalaşma iki kişi arasında olacağı için problemlerde ikili grupların oluşturulmasını gerekli görmüştür. T5 farklı problemler yazmayı, bu kriterleri içeren problemler olarak belirlemiştir. Dolayısıyla bu yaklaşım adayı sınırlandırarak farklı stratejileri kullanması önünde engel oluşturmuştur.

Araştırmacı: Problemde mesela verilen kısım var bir de istenen kısım var. Verilen kısım ile istenen kısım yer değiştirilerek bir problem sunulabilirdi. Neden kurmadın?

T5: Ya şey hani birbiri ile tokalaşma sayısı atıyorum şu kadar olduğuna göre kaç kişi vardır böyle mi?

Araştırmacı: Evet. Öyle bir problem yazar mısın?

T5: *Bir ortamda birbirleriyle tokalaşan insanlar vardır. Bu tokalaşma işi 15 kez yapıldığına göre bu ortamda kaç kişi vardır?*

Araştırmacı: Yazdığın bu problemi çözer misin?

T5:

$$\begin{aligned} \binom{n}{2} &= \frac{n \cdot (n-1)}{2} = 15 \\ n \cdot (n-1) &= 30 \\ n^2 - n &= 30 \\ n^2 - n - 30 &= 0 \\ n &= 6 \end{aligned}$$

Araştırmacı: Neden böyle bir duruma yer vermedin?

T5: Aslında bu soru için vermedim, ama başka problemlerde yer verdim. Burada durum belli [problemde belirlediği kriterleri kastetmektedir]. Bu durumları oluşturacak hikâyeleri belirledim. Sondan geriye bu durum için düşünmedim. Açıkçası hep o durumları yaratmaya çalıştım. Ne olabilir; ayakkabı çifti, iki kişilik dönme dolap. Hep ikili durumların düşündüğüm için sondan geriye bu soru için düşünmedim.

T4 teğet etkinliğine üç problem yazmıştır. T4 birinci probleminde “yüzeysel değişiklik” stratejisine, ikinci ve üçüncü probleminde soru kökünü değiştirerek “değiştirme” stratejisine yer vermiştir (Problemler Bölüm 3.2.2’de sunulmuştur). Adaya kuramadığı stratejilerin içerikleri açıklanmış ve bu tür problemleri neden kuramadığı sorulmuştur. Farklı stratejiler yardımıyla problem kuramamasının nedenini geometriye yönelik bilgi eksikliği ile açıklamıştır. T4 teğet etkinliğinin çözümünü yapamamıştır. Çözüm yapabilseydi karelerin kenar uzunlukları ve dairelerin yarıçap uzunlukları arasındaki ilişkiyi belirleyebileceğini vurgulamıştır. Matematiksel ilişkileri belirleyemediği için genel bir ifade oluşturmayı düşünemediğini bu nedenle de “yeniden

biçimlendirme” stratejisine yer vermediğini belirtmiştir. Matematiksel ilişkileri bilemeden farklı hikâyelerde problemi sunmanın ise matematiksel hatalara neden olacağını düşünmüştür. Bu nedenle “bağlamı değiştirme” stratejisine yer vermediğini ifade etmiştir. T4 ile yapılan görüşmenin bir bölümü şu şekildedir;

Araştırmacı: Yeniden biçimlendirme stratejisine yer vermemenin nedenini açıkla mısın?

T4: Öncelikle problemdeki matematiksel ilişkiyi fark etmek gerekiyor. Uzunluklar arasındaki [matematiksel] ilişki bana biraz soyut [karelerin kenar uzunlukları ve dairelerin yarıçap uzunlukları arasındaki ilişkiyi değişkene bağlı ifade etmek] kalıyor. Mesela karelerin[kenar uzunlukları] ve dairelerin [yarıçap uzunlukları] arasında bir ilişki olduğunu fark ettik. Bunu fark etmek ve buna bağlı genel bir ifade yazmak ne bileyim bana biraz daha zor karmaşık geliyor. İlişkiyi kuramıyorum.

Araştırmacı: Bağlamı değiştirme stratejisine yer vermeyi düşünmemenin nedenini açıkla mısın?

T4: Çözümü yapsaydım çok daha farklı problemler verebilirdim. Ben galiba problemleri kurarken kendimi şartladım. Ben mesela bu şekli görünce aslında aklıma dart tahtası geldi hatta, illüzyon şeyleri geldi ama hata yapabilirim diye veremedim. Benim pek geometriye de ilgim yok o yüzden çok uğraşmıyorum geometri ile onun da ilgisi var.

T3 tüccar etkinliğini çözmeyeceğini düşünerek çözme girişiminde de bulunmamıştır. Aday üç problem kurmuş ve bu problemlerin tamamı etkinlikle ilişki değil kategorisinde yer almıştır. T3 problem ifadesinde yer alan kâr ve zarar ifadelerinden hareketle yüzdeler konusunda farklı problemler yazmıştır. Adaya “verilen ve isteneni yer değiştirme” ve “yeniden biçimlendirme” stratejilerine yönelik bilgi verilmiş ve bu tür problemleri neden kurmadığı sorulmuştur. T3 etkinlikteki problemin karmaşık olduğunu ifade ederek problem kurarken mevcut problemdeki verilen ve isteneni yer değiştirmenin kendisini daha zorlayacağını ifade etmiştir. T3’ün açıklamaları şu şekildedir; *zaten soru* [Etkinlik 4’teki problem] *biraz karışık. İşlemleri sıralı olarak yapmak zorken bunu bir de*

verilen ve isteneni yer değiştirerek tersten yapmak daha zor olur diye hiç oraya girmedim. T3 ayrıca değişken kullanmanın sayısal nicelikler kullanmaktan daha zor olduğunu bu nedenle “yeniden biçimlendirme” stratejisine yer vermediğini ifade etmiştir. T3’ün açıklamaları şu şekildedir; genel olarak harfli ifadeler zaten daha karışık şeyler. Sayısal ifadelerden yorum yapmak daha kolay oluyor. Harfleri problemde yorumlayarak kullanmak zor.

T2 tüccar etkinliğinde problemin çözümünü yapamadığı için sadece “yüzeysel değişiklik” stratejisine yer vererek bir problem kurmuştur. T2’nin kurduğu problem şu şekildedir;

Problem 1: Bir tüccar ürünün liste fiyatı üzerinden %30 indirim uyguluyor. Daha sonra etiket fiyatı üzerinden müşterilere %25 indirim yapmaktadır. Tüccar satış fiyatı üzerinden %30 kâr ettiğine göre etiket fiyatının liste fiyatına oranı nedir?

T2 araştırmacıdan destek alarak tüccar etkinliğindeki problemin çözümünü yapmıştır. T2 araştırmacının yönlendirmeleri ile $0,8EF - 0,75LF = (0,8EF)/4$ denklemini yazmıştır. T2 matematiksel bilgisinin kendisini sınırlandırdığını bu nedenle çözümden destek alamadığı için farklı stratejilere yer vererek problem kuramadığını vurgulamıştır. T2 ile yapılan görüşmenin bir bölümü şu şekildedir;

Araştırmacı: özm yapamaman problem kurma sürecini nasıl etkilediğini açıklar mısın?

T2: Problemi özemediğim için yeni nasıl bir problem kurarım diye düşünemedim. Çözümden destek alamadığın için [Etkinlik 4’teki problemin] ştne bir şey ekleyemedim. Farklı problemler kuramadım. Yapabildiğim tek şey sayılarını değiştirip bir problem yazmak oldu. Matematiksel bilgimin beni kesinlikle sınırlandırdığını düşünüyorum çok fazla bu problemde eksiklik yaşadım.

Araştırmacı: Neden özm yapmadan önce verilen ve isteneni yer değiştirme stratejisine yer vermediğini açıklar mısın?

T2: İlk soruya [Etkinlik 4'deki problem] baktığımda çözümünü yapamadım. Liste fiyatı kısmı kafamı karıştırdı. Bağlantısını kuramadım. Çözemediğim için yeni bir problem kuramadım.

T9 tüccar etkinliğini çözmeye çalışmış fakat çözememiştir. Aday çözüm için kâr, satış fiyatı ve maliyet arasındaki ifadeyi yazmış fakat devamında doğru çözüm yapamamıştır. Adayın yazdıkları Şekil 20'de verilmiştir. T9 çözümü nasıl yaptığını şu şekilde açıklamıştır;

Liste fiyatını kafamdan belirledim işte 400x dedim. Buna %25 indirim uygulamış. 300x oldu indirim uygulanmış fiyatı. Şimdi liste fiyatım 400x aldım, buna bir indirim oldu. İndirimli aldığım fiyat 300x oldu. Daha sonra burada etiket fiyatı var. Bana demiş ki; etiket fiyatı üzerinden %20 indirim. %20 indirim etiket fiyatının %80'ine karşılık geliyor. Daha sonra %25 kâra geçmiş satıştan o zaman 375x yapıyor. Daha sonra dedim ki; %80'inde 375x ise %100'ünde kaçtır? Buradan çok garip bir sayı çıktı. Ne kadar oluyor 400'lü bir şey küsürlü.

Handwritten calculations showing the process of finding the profit on the final price after discounts:

$$\begin{array}{r} \text{Liste f} \\ 400x \\ \hline \text{ind.} \\ 300x \\ \hline \text{Et.} \\ 240x \\ \hline \text{S.} \\ 375x \end{array}$$

Below the main calculation, there are additional notes:

$$\begin{array}{r} 375x \\ \times 1.25 \\ \hline 468.75 \end{array}$$

Handwritten formulas for profit and profit rate:

$$\begin{aligned} \text{Kâr} &= \text{Satış f.} - \text{maliyet f.} \\ \text{Kâr oranı} &= \frac{\text{Kâr}}{\text{Maliyet}} \end{aligned}$$

Şekil 20. T9'un tüccar problemi için yazmış olduğu ifadeler

T9 yapmış olduğu çözüm yaklaşımında doğru bir yol izlemiştir. Buna karşın problemde yer alan müşterinin aldığı fiyat üzerinden %25 kâr etmesi durumunu yanlış yorumlamıştır. Bu kâr oranını tüccara ürünün maliyet fiyatı olan 300x üzerine tatbik etmiştir. Aday'ın Şekil 20'deki gösterilen PBT kağıdı üzerine kâr oranı ve kâr kavramları için yazdıkları %25 kârı maliyeti 300x olan ürünün üzerine eklemesini açıklamaktadır. Bu yönüyle yapılan kâr miktarını farklı değişkene uygulayarak matematiksel hata sergilemiştir. Bu yönüyle adayın değişkenler arasındaki ilişkiyi göz ardı etmiştir. Adaya

bu hatası gösterilerek nedeni sorulmuştur. Adayın açıklamaları şu şekildedir; *bu şekilde çözdüm ama yanlış çözmüşüm. Yanlışta değil aslında orada bir hata yaptım. Ben problemi okuduğumda hemen bir fiyat belirleyeyim dedim. %25 indirim kolay uygulansın diye 400x şeklinde belirledim. Verilen indirimleri uyguladım ama %25 kârı bu şekilde kullandım. Dikkat etmedim.*

T9 problemdeki matematiksel veriler arasındaki ilişkiyi analiz ederek anlamlandıramamıştır. Problemi çözememesi bu probleme yönelik alan bilgisindeki eksikliğe işaret etmektedir. Bu bilgi eksikliği kuracağı problemlerin strateji türü ve matematiksel geçerliği üzerinde de belirleyici olmuştur. Aday problemin çözümünü yapamadığı için “yüzeysel değişiklik” ve “basitleştirme” gibi stratejileri kullanarak problemler yazmıştır. Çünkü bu tür problemler, matematiksel veriler arasındaki ilişkilerin derinlemesine analizini gerektirmemektedir. T9 aynı zamanda yazdığı bu problemlerin ikisinde de matematiksel hatalar sergilemiştir. Bu yönüyle problemdeki veriler arasındaki bağlantıların anlaşılmaması, adayın daha basit problemler yazmasına ve bu problemlerde de hatalar yapmasına neden olmuştur. T9’un yazdığı problemler şu şekildedir;

Problem 1: Bir internet sitesi sayfasındaki ürünü mağaza fiyatı üzerinden %25 indirimle almıştır. İnternet sitesi ürüne bir etiket fiyatı belirlemiş ve satış esnasında müşterilere etiket fiyatı üzerinden %20 indirim uygulamıştır. Bu internet sitesi bu durumda müşterinin ürünü aldığı fiyat üzerinden %25 kâr ettiğine göre, internet üzerindeki etiket fiyatının mağaza fiyatına oranı nedir?

Problem 2: Bir market toptancıdan aldığı elmaları toptancı fiyatı üzerinden %30 indirimle almıştır. Market sahibi elma satışına bir etiket fiyatı belirlemiş ve satış esnasında müşterilere etiket fiyatı üzerinden %25 indirim uygulamıştır. Market sahibi bu durumda müşterilerin ürünü aldığı fiyat üzerinden ne kadar kâr etmiştir? (Toptancı fiyatı 100 TL Etiket fiyatı: 60 TL)

Problem 3: Bir beyaz eşya dükkanı aldığı bulaşık makinasını etiket fiyatının %30 eksisine almış ve etiket fiyatının %16 eksisine satmıştır. Bu beyaz eşyacı sattığı bulaşık makinasından kaç TL kâr etmiştir?

T9 birinci probleminde tüccar, liste fiyatı ifadelerini internet sitesi ve maĒaza fiyatı olarak deĒiřtirerek ‘‘yüzeysel deĒiřiklik’’ stratejisine yer vermiştir. İkinci probleminde toptancı fiyatı 100 TL ve etiket fiyatını 60 TL vermiştir. Bu yönüyle ‘‘basitleştirme’’ stratejisine yer vermiştir. Fakat kurduĒu bu problem hatalıdır.       soru k   nde ne kadar k  r edeceĒini sormuştur. Oluşturmuş olduĒu sayısal verilere göre k  r edilemeyecektir.       sayısal veriler arasında tutarsızlıklar söz konusudur. Bu yönüyle ikinci problem uygun sayıların se  ilmemesinden dolayı geçersiz olarak deĒerlendirilmiřtir. Adaya etkinlik-temelli görüşmelerde problemini c  zmesi istenmiş ve aday bu süreçte hatasını fark etmiştir. Aday şu şekilde açıklama yapmıştır; *ikinci problemde bir sıkıntı var. Etiket fiyatını yanlış verdim 60 TL etiket fiyatı olmaz zarardayım şuan. Bu problemi kafamdan c  zd  m ama bu sefer hikâyeyi deĒiřeyim rakamlar da deĒiřsin. Toptancı ve etiket fiyatını ben vereyim dedim. Oranı deĒil de k  r payını istedim. Burada hata yaptım şuan anladım 60 TL olamaz. O an bunu fark etmedim bilmiyorum.* T9        probleminde veri eksilterek ‘‘basitleştirme’’ stratejisine yer vermiştir. Buna karşın problemde bulaşık makinesinin etiket fiyatını vermemiştir. Bu yönüyle problem geçersiz olarak deĒerlendirilmiřtir. Adaya bu hata sunulmuş ve nedeni sorulmuştur. Adayın açıklamaları şu şekildedir; *kaç TL kâr etmiş diye sormuşum. Yüzde olarak sorsam daha mantıklı bir problem olurmuş. Gerçekten burası nasıl böyle oldu? Ben yazdım ama sonradan fark ettim, şimdi baktım. O sıra anlamadım ama dikkat etmiştim problemlerime. Ben burada tamamen y  zdeliklerden gittim. Problemin soru k     n   yanlış sormuşum ama aslında sormak istediĒim bu deĒil.* Aday problem üzerinde kozmetik deĒiřiklikler yaparak problemler kurarken sadece kâr payı veya yüzde gibi zihninde belirlediĒi bir duruma odaklanmakta fakat bu durumun ilişkili olduĒu diĒer deĒiřkenleri göz ardı ettiĒi anlaşılmaktadır. Yapıya odaklandığını, buna karşın problemlerdeki veriler arasındaki ilişkileri kontrol etmediğini vurgulamıştır. Adayın bu duruma yönelik açıklamaları şu şekildedir;

Problem yazarken ben daha fazla i  eriĒe odaklanıyorum. Ka   versem bu kadar versem şu kadar yapıyor bu kadar versem bu kadar yapıyor gibi sayısal deĒerlerin tutarlılıĒından c  k burada k  r soracaĒım ben oraya odaklanıyorum. Aslında tam düşündüklerimi buraya yansıtamadım.

Tablo 12’ye göre problem kurma stratejilerinden bazılarının yer verilmemesinin diğerk bir sebebi olarak, bilişsel yönden basit problemler yazılmasına neden olması gösterilmiştir. Bu görüş adayların açıklamalarında yaygın şekilde görülmemiştir. Sadece araç kiralama etkinliğinde T4, tokalaşma etkinliğinde T3 ve havuz etkinliğinde beş aday tarafından ön plana çıkarılmıştır. Bu iki aday problemleri nasıl kurduklarına yönelik açıklamalarında “problemi zorlaştırmayı” da dikkate aldıklarını ifade etmişlerdir (bk. Bölüm 3.2.2). Örneğin T4 araç kiralama etkinliğinde “yüzeysel değişiklik” veya “değiştirme” stratejilerini kullanarak problemler yazmamıştır. T4 açıklamalarında bu tür problemlerin bilişsel yönden çocuğı zorlamayacağını ve dolayısıyla öğrencinin gelişimine katkıda bulunmayacağını ifade etmiştir. Adayın açıklamaları şu şekildedir;

Çünkü bence onlar [yüzeysel değişiklik ve değiştirme stratejileri] daha kolay. Burada [araç kiralama etkinliği] sayıları değiştirmenin [problemi] zorlaştıracığını, çözen kişiye çok bir şey katacağını düşünmüyorum.

Benzer şekilde T3 tokalaşma etkinliğinde “yüzeysel değişiklik” stratejisine yönelik problem yazmamasının nedeni olarak bu tür problemlerin zorluk seviyesinin düşük olması nedeniyle yaratıcı olmamasını göstermiştir. Adayın açıklamaları şu şekildedir; *benim için problem biraz zor olmalı, düşündürmeli. Üzerine yorum yapması zaman almalı. ...Sayıları değiştirince yaratıcı değil, farklı değil.*

Havuz etkinliğinde T4 dört problem yazmış ve problemlerinde “yüzeysel değişiklik” stratejisini kullanmamıştır. Adaya “yüzeysel değişiklik” stratejisinin tanımı açıklanmış ve böyle problemler neden kurmadığı sorulmuştur. Aday açıklamalarında problemde yalnızca sayısal değişiklikler yapıldığı zaman öğrencinin sadece işlemsel becerisini geliştirdiğini vurgulamıştır. Bu yönüyle problemlerini farklılaştırabilecek strateji türlerine yer vermeye çalıştığını ifade etmiştir. T4’nın açıklamaları şu şekildedir; *öğrencinin dört işlem becerisini ölçmeye çalışmıyoruz. Aynı şey oluyor. Ben öğrencinin mantık yürütmesini sağlayan bir problem tarzı oluşturmaya çalıştım. Daha çok problemleri farklılaştıracak değişiklikler yaptım.*

Tablo 12’ye göre problem kurma strateji tercihini etkileyen diğerk bir faktör “çözüm odaklı düşünme” faktörüdür. Bu faktör araç kiralama, tokalaşma ve teğet etkinliklerinde sadece birer adayda görülmüştür. Bu yönüyle problem kurma stratejilerinin kullanılmasına engel teşkil eden güçlü bir faktör olmadığı anlaşılmaktadır. Bu faktör

kapsamında yapılan açıklamalara göre probleme yapılan çözümün strateji tercihi üzerinde etkili olduğu anlaşılmaktadır. Örneğin, T4 araç kiralama etkinliğinin çözümünde, gidilen yol x ile temsil edilerek çözüm sürecinde denklem oluşturulduğunu belirtmiştir. Bu yönüyle süreçte genellemenin olduğunu, bu nedenle problemde değişkenlerin sembollerle temsil edilerek genelleme yapılmasına gerek olmadığını ifade etmiştir. Bu anlayış adayın “yeniden biçimlendirme” stratejisine neden yer vermediğini açıklamaktadır. T4’ün açıklamaları şu şekildedir;

Aslında bence bunların [Araç kiralama etkinliğinde kurduğu problemler] hepsinde bir genelleme var. Çünkü soruyu çözerken kilometreye x diyoruz ve bu değişkeni kullanıyoruz. O yüzden ben mesela soruda tekrar x demek istemedim.

Buna karşın, bu etkinlikte genelleme sadece gidilen yol miktarı veya toplam ücret üzerinden yapılmayacaktır. Probleme yeni veriler eklenerek veya sabit kiralama ücreti üzerinden de genelleme yapılabilecektir. Aday problem kurmayı problem çözme süreci ile birleştirerek düşünmektedir. Bu yönüyle “çözüm odaklı düşünme”, “yeniden biçimlendirme” stratejisinin kullanımını etkilemiştir.

T7 ise tokalaşma etkinliğinin çözümünü görsel bir metot kullanarak çözmüştür (bk. Şekil 16). T7 toplam tokalaşma sayısını hesaplamada formül yerine görsel bir çözümden hareket etmesi nedeniyle kuracağı problemlerin de bu yolla çözüleceğini varsaymıştır. Bu yönüyle, kuracağı problemin etkinlik için yapmış olduğu çözümle uygunluğunu dikkate almıştır. Bu anlayış ise “verilen ve isteneni yer değiştirme” ve “yeniden biçimlendirme” stratejilerini kullanarak problemler yazmasına engel teşkil etmiştir. Çünkü bu stratejiler yardımıyla kurulan problemlerin görsel metotla oldukça zor çözüleceğini düşünmüştür. T7 ile “verilen ve isteneni yer değiştirme” stratejisini neden kullanmadığına yönelik yapılan görüşme şu şekildedir;

Araştırmacı: Verilen ve isteneni yer değiştirerek problem kurabilirdin. Yani toplam tokalaşma sayısını verip kişi sayısını sorabilirdin. Neden bu şekilde bir problem kurmayı düşünmedin?

T7: O kombinasyona bağı bir soru. Tersine düşünmesi biraz daha zor olabilir.

Araştırmacı: Ne demek istediğini biraz daha ayrıntılı açıklar mısın?

T7: Yani 66 var [Tokalaşma etkinliğinde toplam tokalaşma sayısı]. Öğrenci kombinasyonu bilmiyorsa 66'dan geriye nasıl gidebileceğini bulamayabilir. Bu şekilde direkt verdiğinde, çözdüğüm yöntemle bağı olarak geriye doğru çözmesi çok zor. Çünkü çözerken burada şekillerle problemi çözdüm. Bunun içinde geriye doğru çalışarak hangi şekilde 66 kez eşleşeceğini bulmak zor olur. Soruyu bu yolla çözünce [geometrik çözüm] kombinasyona [formülle soru çözerek, verilen ve isteneni yer değiştirme kastedilmektedir] soru çözümünde hiç girmedim. O yüzden geriye doğru düşünmedim.

T7 “yeniden biçimlendirme” stratejisini kullanarak problem kurmaması için de benzer açıklamalar yapmıştır. Aday n-kişi için toplam tokalaşma sayısının geri doğru çalışarak şekiller üzerinden hesaplanmasının güçlüğü düşünmüştür. Adayın açıklamaları şu şekildedir;

Çözümü yaptığım şekille alakalı. Çözümü kombinasyonla yapsaydım [Tokalaşma formülünü kastetmektedir], büyük ihtimalle bu şekilde problemler kurabilirdim. Çözümü direkt şekillerle yapınca, bu şekilde kombinasyon üzerine bir soru kurmak o an aklıma gelmedi. Soruyu kombinasyonla çözssem, muhtemel kombinasyona bağı değişik problemler aklıma gelebilirdi.

T7 tokalaşma etkinliğine benzer olarak teğet etkinliğinde de yaptığı çözümünden kaynaklı sınırlılık yaşadığını ifade etmiştir. Adaya “yeniden biçimlendirme” stratejisinin içeriği açıklanmış ve yer vermeme nedeni sorulmuştur. Aday problem kurmamasının nedeni olarak, karelerin kenar uzunlukları ve dairelerin yarıçap uzunlukları artışı arasında $\sqrt{2}$ katı gibi bir ilişki düşünmediğini vurgulamıştır. Bu nedenle de bu ilişkiyi

genellemeye yönelik problemler yazmadığını vurgulamıştır. Adayın açıklamaları şu şekildedir;

Çünkü ben soruyu uzunluklar [karelerin kenar uzunlukları ve dairelerin yarıçap uzunlukları] arasında matematiksel bir ilişki varmış gibi düşünmedim. Soruyu bu şekilde düşünsem bir [matematiksel] ilişki kurardım. Yarıçapları hesapladım ama aralarındaki ilişkiyi düşünmediğim için bir genelleme sorusu sormadım. Burada [Etkinlik 2] daha çok kare ve daire arasında bir bağlantı kurma olarak düşündüm. Yarıçap bir kenarın yarısıdır diğer köşegen diğer dairenin yarıçapıdır o şekilde düşündüm.



4. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Matematik öğretim dokümanları (MEB, 2018; NCTM, 2000) öğrencilerin araştırma, temsil etme, muhakeme ve varsayımda bulunma gibi becerilerini aktif bir şekilde kullanacakları öğrenme ortamlarının oluşturulmasını savunmaktadır. Dolayısıyla öğrencilere neler yapacaklarının söylenmesinden ziyade sorgulamanın ön planda olması ve buna hizmet edecek etkinliklerin tasarlanması amaçlanmaktadır. English (1997) bu anlayışın problem kurmanın matematik öğrenmenin doğal bir parçası olduğu öğrenme ortamlarının oluşturulmasını benimsemeyi ve öğrencilerin anlamlı ve ilgi çekici problemler kurmalarına yardım eden stratejilere sahip olunmasını gerektirdiğini ifade etmiştir.

Yaklaşık 30 yıl önce Kilpatrick (1987) “Kaliteli problemler nereden gelir?” (s.123) şeklinde bir soru ortaya atmış ve cevap olarak öğretmen ve ders kitaplarından geleceğini belirtmiştir. Matematik ders kitaplarındaki problemler derslerde her zaman istenilen amaca hizmet edemeyebilecektir. Dolayısıyla öğretmenler/öğretmen adayları problemleri dersin amacına ve öğrenci seviyesine uygun olacak şekilde yeniden biçimlendirebilmelidirler. Yani problemi basitleştirme, probleme yeni veriler ekleyerek zenginleştirme, bağlamını değiştirerek farklı durumlara uyarlama gibi farklı stratejileri esnek bir şekilde kullanabilmelidir.

Bu açıklamalar öğretmen ve öğretmen adaylarının farklı problem biçimlendirme stratejilerinin farkında olması ve esnek bir şekilde kullanmasının önemine işaret etmektedir. Bu kapsamda bu tez çalışması öğretmen adaylarının problem biçimlendirme süreçlerini inceleyerek problem kurma üzerine anlayışımızı geliştirmeyi hedeflemiştir. Öğretmen adaylarının problem biçimlendirme stratejilerini esnek bir şekilde kullanıp kullanamadıkları ve hangi strateji türlerini ön plana çıkardıkları analiz edilmiştir. Böylece öğretmen adaylarının strateji kullanmadaki hazırbulunuşlukları hakkında literatüre katkıda bulunulması amaçlanmıştır. Öte yandan Cai vd., (2015) katılımcıların problem kurma sürecindeki düşünce yapıları hakkındaki bilginin henüz yeterli olmadığını ve bu alanda daha fazla çalışmaya ihtiyaç duyulduğunu belirtmiştir. Bu bağlamda, bu tez çalışması öğretmen adaylarının problem biçimlendirme sürecindeki düşünce yapılarını açıklayarak problem kurma çalışmalarına katkıda bulunmayı hedeflemiştir. Adayların düşünme süreçlerinden elde edilen anlayışlar yardımıyla problem biçimlendirmenin matematik öğretimine nasıl entegre edilebileceğine yönelik geliştirilen aktif öğrenme

çerçeveleri (Ellerton, 2013; Xie ve Masingila, 2017) revize edilmiştir. Araştırma problemlerinin sırasına bağlı olarak veriler iki alt başlık halinde ayrı ayrı tartışılmış ve sonrasında önerilerde bulunulmuştur.

4.1. Problem Biçimlendirme Stratejilerinin Dağılımına Ait Bulgulara İlişkin Tartışma

İlköğretim matematik öğretmeni adaylarına altı etkinlikten oluşan PBT iki oturum şeklinde uygulanmıştır. PBT'ye verdikleri yanıtların dağılımı incelendiğinde etkinlik türlerine göre ortalama üçün üzerinde problem yazdıkları belirlenmiştir. Bu oranın yalnızca tüccar etkinliğinde 2,8'e kadar düştüğü tespit edilmiştir. Tüccar etkinliğinde ortalama yanıt sayısındaki düşüş etkinliğin diğer etkinliklere göre daha karmaşık olması ile ilişkilendirilebilir. Bunun yanında öğretmen adaylarının her bir etkinliğe yazdıkları problem sayıları da incelenmiştir. Nitekim öğretmen adaylarının yaklaşık dörtte birinin etkinlik türlerine üç problem yazdığı, altı problemde bu oranın yaklaşık %11'den, yedi ve sekiz problemde ise %6'dan az olduğu tespit edilmiştir. Literatürde Grundmeier (2015) problem kurma etkinliklerinde matematik öğretmeni adaylarına sınır belirleyerek üç ya da beş problem kurmalarını istemiştir. Bu tez çalışmasında öğretmen adaylarının etkinliklere verecekleri yanıt sayısında bir sınır belirlenmemiştir. Etkinliklere öğretmen adaylarının beş ile sekiz problem arasında yanıt vermeleri istenseydi muhtemel olarak bu aralıkta verilen yanıtların sayısında artış olacağı söylenebilirdi. Buna ek olarak öğretmen adaylarının çoğunlukla üç veya dört yanıtla sınırlı kalmasının nedenlerinden biri benzer stratejilere yer verip tekrara düşmemek olduğu düşünülebilir. Çünkü etkinlik-temelli görüşmelerde öğretmen adaylarının tekrara düşmemek için benzer stratejilere yer vermek istemediği belirlenmiştir.

İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının problem biçimlendirme etkinliklerinde kurdukları problemlerin büyük bir kısmının etkinlikle ilişkili olduğu tespit edilmiştir. Öğretmen adayları etkinlikle ilişkili olmayan, Tablo 4'de verilen sekiz strateji türüyle açıklanamayan, problemleri en fazla tüccar etkinliğinde yazmışlardır. Tüccar etkinliğinde etkinlikle ilişkili problemlerin oranı %82'ye kadar düşmüştür. İkinci olarak, etkinlikle ilişkili olmayan problemlerin oranı en fazla tokalaşma etkinliğinde görülmüştür. Bu etkinlikte etkinlikle ilişkili problemlerin oranı %90 civarındadır. Buna karşın diğer etkinliklerin tamamında etkinlikle ilişkili problemlerin oranı %95'in üzerindedir. Etkinlikle ilişkili olması yanında problemlerin matematiksel geçerliği de

dikkate alındığında, tokalaşma ve tüccar etkinliklerinde oranların %90'ının altına düştüğü, buna karşın diğer bütün etkinliklerde %94'ün üzerinde olduğu tespit edilmiştir.

Bu sonuçlar dikkate alındığında, ilköğretim matematik öğretmenleri adayları her ne kadar problem biçimlendirme etkinliklerine yönelik öğretim almamış olsalar da etkinlikle ilişkili ve geçerli problemler yazma performanslarının yüksek olduğu anlaşılmaktadır. Literatürdeki araştırmalarda (Bayazit ve Kınap-Dönmez, 2017; Cai vd., 2019; Korkmaz ve Gür, 2006; Silver vd., 1996), öğretmen adaylarının veya matematik öğretmenlerinin çok az ya da hiç problem kurma deneyimi olmamasına karşın problem kurma etkinliklerinde matematiksel olarak geçerli problemler yazabildiklerine dikkat çekilmektedir. Örneğin, Cai vd. (2019) ortaokul matematik öğretmenlerinin problem kurma becerilerinin geliştirilmesine yönelik bir öğretim tasarlamışlardır. Araştırmada, öğretmenlerin çok az problem kurma deneyimleri olmasına rağmen yarı-yapılandırılmış etkinliklere kurdukları problemlerin %92'sinin geçerli matematik problemi olduğu tespit edilmiştir. İlköğretim matematik öğretmenleri adaylarının problem kurma performanslarını incelemeyi amaçladıkları araştırmada Bayazit ve Kınap-Dönmez (2017) ise katılımcıların problem kurmaya yönelik deneyimlerinin yetersiz olduğunu buna karşın yarı-yapılandırılmış problem kurma etkinliğinde yanıtlarının yaklaşık %87'sinin geçerli matematik problemi olduğuna işaret etmişlerdir. Literatürde tespit edilen eğilim, bu tez araştırmasında problem biçimlendirme etkinliklerinde öğretmen adaylarında da gözlemlenmiştir. Diğer bir ifadeyle, bu araştırmanın sonuçları da problem kurma deneyimi eksikliğinin etkinlikle ilişkili ve geçerli matematik problemleri yazma önünde engel teşkil etmediği varsayımını desteklemektedir.

İlköğretim matematik öğretmenleri adaylarının yanıtlarında etkinlikle ilişkili ve matematiksel olarak geçerli problemlerin oranları yüksek olsa da strateji türlerinin dağılımında sınırlılıklar tespit edilmiştir. Problem biçimlendirme deneyimi eksikliği kendini özellikle strateji türlerinin dağılımında göstermiştir. Adayların altı etkinliğe yönelik kurdukları problemlerde sekiz strateji türünün tamamı görülmüştür. Fakat her bir etkinlikte strateji türlerinin dengeli bir şekilde dağılım göstermediği belirlenmiştir. “Basitleştirme” ve “yeniden biçimlendirme” stratejileri adaylar tarafından en az kullanılan strateji türleri olmuştur. “Basitleştirme” stratejisi araç kiralama, teğet, varil ve havuz etkinliklerinde hiç kullanılmamışken, tokalaşma etkinliğinde yanıtların %2'sinden azında ve tüccar etkinliğinde ise yaklaşık %21 oranında görülmüştür. “Yeniden biçimlendirme” stratejisi ise tüccar, varil ve havuz etkinliklerinde hiç kullanılmamışken,

diğer etkinliklerde yanıtların %3'ünden azında görülmüştür. Bu iki stratejinin ardından en az tercih edilen diğer bir strateji türü ise “verilen ve isteneni yer değiştirmedir”. Bu strateji araç kiralama, teğet, tüccar ve havuz etkinliklerinde yanıtların %8'inden azında, tokalaşmada yaklaşık %9'unda ve varil etkinliğinde ise yaklaşık %13'ünde kullanılmıştır. Buna karşın, “yüzeysel değişiklik”, “değiştirme”, “bağlamı değiştirme”, “ekleme” ve “birleştirme” stratejileri ise en az bir etkinlikte yanıtların dörtte birinden fazlasında görülmüştür (teğet etkinliğinde değiştirme stratejisi %62 oranında kullanılmıştır). Bu yönüyle öğretmen adayları bu stratejileri daha fazla ön plana çıkarmışlardır.

Strateji türlerinin dağılımına yönelik tespit edilen sonuçlar literatürdeki çalışmalarla (Grundmeier, 2015; Silver vd., 1996; Stickles, 2011) bazı benzerlik ve farklılıklar içermektedir. Stickles (2011) matematik öğretmenleri ve matematik öğretmeni adaylarından oluşan katılımcıların problem biçimlendirmede “verilen ve isteneni yer değiştirme”, “ekleme” ve “birleştirme” stratejilerine göre “basitleştirme” ve “bağlamı değiştirme” stratejilerini daha fazla kullandıklarını belirlemiştir. Araştırmacı “yeniden biçimlendirme” stratejisini “ekleme” stratejisi altında değerlendirmiştir. Bu yönüyle “yeniden biçimlendirme” stratejisi de katılımcıların az kullandıkları strateji türlerinden birisi olmuştur. Bu tez çalışması, Stickles'in (2011) araştırmasıyla karşılaştırıldığında, “yeniden biçimlendirme” ile “verilen ve isteneni yer değiştirme” stratejileri her iki çalışmada da en az kullanılan stratejiler olmuştur. Buna karşın, Stickles'in (2011) araştırmasında “basitleştirme” en fazla tercih edilen stratejilerden birisi iken, bu çalışmada en az tercih edilen stratejilerden birisi olmuştur. Bu durumun muhtemel nedenlerinden birisi örneklemelerin birbirinden farklı olmasıdır. Stickles'in (2011) araştırmasında katılımcıların bir kısmı matematik öğretmenleridir (Katılımcıların 26 ve 9'u sırasıyla ortaokul ve lise matematik öğretmeni; 11 ve 18'i ise sırasıyla ilköğretim matematik ve lise matematik öğretmeni adayıdır.). Öğretmenlerin hizmet sürelerinin ortalaması 12,32 olup mesleki açıdan deneyimli oldukları söylenebilecektir. Bu yönüyle, matematik öğretmenlerinin öğrenci öğrenmesini dikkate alarak “basitleştirme” stratejisine daha fazla yer verdikleri düşünülebilir. Klinshtern vd., (2015) lise matematik öğretmenlerinin problem kurmayı nasıl algıladıklarını ve derslerinde hangi amaçlarla problemler kurduklarını araştırdıkları çalışmalarında öğretmenlerin %27'sinin öğrenci seviyesini düşünerek problemin zorluk seviyesinde değişiklik yaptıklarını belirtmiştir. Bu sonuçlar da matematik öğretmenlerinin öğrenci seviyesini düşünerek daha fazla “basitleştirme” stratejisine yer verdiği görüşünü desteklemektedir.

Bu çalışmada “bağlamı değiştirme” stratejisi öğretmen adayları tarafından tercih edilen bir strateji türü olmuştur (araç kiralama etkinliğinde %25,2 oranında bağlamı değiştirme stratejisine yer verilmiştir). Literatür incelendiğinde “bağlamı değiştirme” stratejisi katılımcıların en fazla tercih ettikleri strateji türlerinden bir diğeridir. Bayazit ve Kırnep-Dönmez (2017) ortaokul matematik öğretmeni adaylarının problem biçimlendirme etkinliklerinde %28,4 oranında “bağlamı değiştirme” stratejisine yer verdiklerini tespit etmişlerdir. Benzer şekilde Stickles (2011) problem biçimlendirme etkinliklerinde matematik öğretmenlerinin yanıtlarının yarısında, matematik öğretmen adaylarının ise %27 oranında “bağlamı değiştirme” stratejisine yer verdiklerini ifade etmiştir. Bu tez çalışması literatürdeki sonuçlarla öğretmen adaylarının “bağlamı değiştirme” stratejisine yer verme oranları yönünden benzerlik göstermektedir. “Bağlamı değiştirme” stratejisine öğretmen adaylarının sıklıkla yer vermesinin bir nedeni, program materyallerinde ön plana çıkarılan durumlarla ilgili olabilecektir. Çünkü günlük yaşamla ilişkilendirme Türkiye’deki matematik öğretim programlarının özel amaçlarından birisi olarak ifade edilmektedir. Örneğin, Matematik Dersi Öğretim Programı’nda (MEB, 2018) şu şekilde bir açıklamaya yer verilmiştir; “matematiksel kavramları anlayabilecek, bu kavramları günlük hayatta kullanabilecektir” (s.9). Bunun yanında programdaki kazanımlarda da sıklıkla “...problemleri çözer ve kurar” (s.53). şeklinde vurgulanmaktadır. Günlük hayatla ilişkilendirmeye yapılan bu güçlü vurgunun bu sonuçları doğurduğu düşünülebilir.

Bağlamı değiştirme stratejisinin öğretmen adayları tarafından sıklıkla kullanılmasının farklı başka nedenleri de olabilecektir. Öğretmen adaylarının matematik problemini günlük yaşamla ilişkilendirilmiş problem olarak görme algısı da bu stratejinin yaygın kullanılmasının bir nedeni olabilecektir. Winograd (1997) ilkökul öğrencilerin iyi bir problemi orta güçlükte ve günlük yaşamla ilişkili bir problem olarak algıladıklarını belirtmiştir. Benzer şekilde Chapman (2012) sınıf öğretmeni adaylarının sözel problem kurmayı algılama şekillerini belirlemeyi hedeflemiştir. Araştırmasında öğretmen adaylarının sözel aritmetiksel problem kurmayı fenomenolojik perspektifte geçmiş yaşantılarında bulunan bağlamlar kullanılarak problemlerin kurulması şeklinde algıladıklarını ifade etmiştir. Bu tez çalışmasındaki öğretmen adaylarında da bu algıların olabileceği ve bu nedenle problemleri günlük hayat durumları ile ilişkilendirmeye çalışarak “bağlamı değiştirme” stratejisine daha fazla yer verdikleri düşünülebilir. Nitel bulgularının tartışıldığı kısımda bu bahis ayrıntılı bir şekilde açıklanacaktır. Son olarak

alan bilgisi problem kurma performansı ile ilişkilidir (Lee vd., 2018; Leung ve Silver, 1997; Van Harpen ve Presmeg, 2013). Leung ve Silver (1997) sınıf öğretmenleri adaylarının problem kurma performanslarını karşılaştırdıkları araştırmalarında yüksek başarılı grubun düşük başarılı gruba göre daha fazla sayıda ve daha büyük bir kısmı çözülebilir problemler kurduklarını belirlemişlerdir. Lee vd., (2018) problem kurmaya yönelik alan ve pedagojik alan bilgisini araştırdıkları çalışmalarında ortaokul matematik öğretmenlerinin problem kurma yeterliğinin matematik yeterliği ile güçlü ilişki içerisinde olduğunu ifade etmişlerdir. Ayrıca matematiksel kavramlar ile ilişkilere yönelik anlayış olmadan problem kurmanın yürütülemeyeceğine inandıklarını vurgulamışlardır. Benzer şekilde bu tez çalışmasının sonuçları bu sonucu desteklemektedir. İlköğretim matematik öğretmenleri adaylarının alan bilgisi eksikliği nedeniyle sorgulama ve derinlemesine analiz gerektirmeyen stratejileri tercih etme eğilimi göstermiş olabilecekleri düşünülebilir. Nitel bulgulara yönelik tartışma kısmında bu kısımlar daha ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır.

Bu tez çalışmasında “bağlamı değiştirme” stratejisi tercih edilen bir strateji türü olmasına rağmen özellikle geometri etkinliklerinde bu oran yaklaşık %2’ye kadar düşmektedir. Bunun nedeni geometrik şekillere uygun bağlamlar bulmadaki zorluklar olabilecektir. Stickles (2011) matematik öğretmenlerinin “bağlamı değiştirme” stratejisine fazla yer vermelerine rağmen geometrik şekiller içeren problem kurma etkinliklerinde yeni bir bağlam bulmada zorlandıklarını belirtmiştir. Buna karşın günlük hayat durumlarını içeren problem kurma etkinliklerine uygun farklı bağlamlar bulmada zorluk yaşamadıklarını ifade etmiştir. Stickles (2011) açıklamaları dikkate alınarak bu tez çalışmasında öğretmen adaylarının geometrik şekillere bağlam bulmada zorluk yaşadıkları bu nedenle teğet ve varil etkinliklerinde “bağlamı değiştirme” stratejisine daha az yer verdikleri söylenebilir.

İlköğretim matematik öğretmenleri adayları verdikleri yanıtların %13’ünden azında “verilen ve isteneni yer değiştirme” stratejisini kullanmıştır. Bu durumun nedeni olarak öğretmen adaylarının problem kurma deneyim eksikliği olduğu düşünülebilir. Grundmeier (2015) matematik öğretmenleri adayları için problem kurmayı matematik alan dersine entegre eden bir öğretimsel deneyim tasarlamıştır. Çalışmanın ön test aşamasında katılımcıların %22’si yapısal teknik olarak nitelendirdiği “verilen ve isteneni yer değiştirme”, “yeniden biçimlendirme” gibi stratejileri kullanırken, son test aşamasında bu oran %34’e çıkmıştır. Bu sonuçlara göre problem kurma deneyiminin strateji türlerinin kullanımı üzerinde etkili olduğuna işaret etmektedir. Dolayısıyla bu araştırmada

öğretmen adaylarının bu stratejiye diğer strateji türlerine göre daha az yer vermesinin bir nedeni Grundmeier (2015) çalışmasının işaret ettiği gibi problem kurmaya yönelik deneyim eksikliği olduğu söylenebilecektir.

Bazı araştırmalarda matematik öğretmeni veya matematik öğretmeni adaylarıyla yapılan deneysel ya da yarı-yapılandırılmış etkinliklere yönelik çalışmalarda katılımcıların büyük çoğunluğunun “yüzeysel değişiklik” ve “değiştirme” stratejilerini daha fazla kullandıkları tespit edilmiştir (Grundmeier, 2015; Silver vd., 1996). Örneğin, Grundmeier (2015) matematik öğretmeni adaylarının ön test ve son aşamasında “yüzeysel değişiklik” ve “değiştirme” stratejilerini sırasıyla %78 ve %66 oranlarında kullandıklarını belirtmiştir. Bu sonuçlar, problem kurma öğretiminin ardından da bu stratejilerin kullanılma oranlarının yüksek olduğuna işaret etmektedir. Literatürdeki sonuçlara paralel olarak bu tez çalışmasında da bu stratejiler yaygın kullanılan strateji türleri olmuştur. Örneğin teğet etkinliğinde problemlerin yaklaşık beşte üçü sadece “değiştirme” stratejisi kullanılarak oluşturulmuştur. Bu stratejilerin daha fazla kullanılmasına yönelik literatürde farklı açıklamalar yapılmaktadır. Örneğin, Stickles (2011) matematik öğretmeni adaylarının problem biçimlendirme etkinliklerinde cümlelerin uzun olması ve fazla veri içermesinden dolayı zorluk yaşadığını belirtmiştir. Bu nedenle katılımcıların yanıtlarının genellikle problem olmadığını veya “yüzeysel değişiklik” ve “değiştirme” gibi stratejilere yer verdiklerini ifade etmiştir. Bu tez çalışmasında diğer etkinliklere göre daha fazla veri içeren ve karmaşık olan tüccar etkinliğine verilen yanıtların yaklaşık %39’unda sadece “yüzeysel değişiklik” veya “değiştirme” stratejilerine yer verildiği görülmüştür. Buna karşın diğer etkinliklere göre daha kolay olan araç kiralama etkinliğinde, yanıtların yaklaşık %20’sinde sadece “yüzeysel değişiklik” ve “değiştirme” stratejilerine yer verildiği belirlenmiştir. Stickles’in araştırmasındaki sonuçları dikkate alınarak bu stratejilere tüccar etkinliğinde daha fazla yer verilmesinin nedeninin cümlelerin uzun olması ve daha fazla veri içermesi olduğu söylenebilir. Bu nedenle problem biçimlendirme sürecinde öğretmen adaylarını zorladığı ve bilişsel olarak daha az güçlük gerektiren strateji türlerine yer verdikleri söylenebilecektir. İkincisi, Stickles (2011) öğretmen adaylarının problem biçimlendirirken strateji türlerinde çeşitlik oluşturamamasının nedeninin deneyim eksikliği olduğunu ifade etmiştir. Bu tez çalışmasında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının problem biçimlendirme deneyimi olmaması nedeniyle strateji türlerini çeşitlendiremeyerek ağırlıklı olarak “yüzeysel değişiklik” ve “değiştirme” stratejilerine yer verdikleri söylenebilir. Etkinlik-

temelli görüşmelerde öğretmen adaylarının “yüzeysel değişiklik” ve “değiştirme” stratejilerini kullanmaya eğilim gösterdiği belirlenmiştir. Nitel bulgulara yönelik tartışma kısmında bu bahis daha ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır. Üçüncüsü, Stylianides (2008) akıl yürütme ve ispat becerilerine odaklanan bir analitik çerçeve geliştirmeyi amaçladığı araştırmasında problemi genelleştirebilmek için problemdeki matematiksel kavramların ileri düzeyde anlaşılmış olması gerektiğini bu nedenle üst düzey bir beceri olduğunu ifade etmiştir. Bu tez araştırmasında “yeniden biçimlendirme” stratejisine yaklaşık %2 oranında yer verilmesi Stylianides (2008) açıklaması ile bağdaştırılabilir. Çünkü öğretmen adaylarının tüm etkinliklerde bilişsel olarak daha az güçlük gerektiren “yüzeysel değişiklik” ve “değiştirme” stratejilerine daha fazla yer vermeleri problemlerdeki matematiksel kavramların ileri düzeyde anlaşılmadığını ve daha üst düzey bilişsel beceri isteyen strateji türlerine çok az ya da hiç yer vermedikleri söylenebilir. Dördüncüsü, yönergelerin sunulmuş biçimi veya problem kurmaya yönelik algı şekilleri de bu durumun nedeni olabilecektir. Literatür incelendiğinde bazı araştırmalarda da katılımcılardan basit, orta ve zor düzeyde problem kurmaları istenmiş özellikle zor problem kurmaları istendiğinde daha karmaşık problemler yazdıkları tespit edilmiştir (Cai, 2003; Cai ve Hwang, 2002; Chen, Van Dooren, Chen, Verschaffel, 2007). Chen vd., (2007) araştırmasında Çinli ilkökul öğrencilerinin yarı-yapılandırılmış problem kurma etkinliğine kolay, orta ve zor problem kurmalarını istemişlerdir. Öğrencilerden zor problem kurmaları istendiğinde dilsel, aritmetiksel ve semantik yapıda daha karmaşık problemler kurabildikleri belirlenmiştir. Benzer şekilde Chapman (2012) pragmatik perspektifte kurulan problemlerin problem çözücünden bağımsız olarak herkese hitap edecek şekilde oluşturulması algısı da sözel aritmetiksel problem kurmayı algılayış biçimlerinden birisidir. Bu durumlara bağlı olarak yönerge ve algılayış şeklini problem kurma performansını etkilemiştir. Bu çalışmada öğretmen adaylarına sunulan yönergede öğrencilere veya herhangi bir seviyede problem kurmaları istenmedi ve daha karmaşık problemler kurmaları yönünde açıklamalar yapılmadı. Öğretmen adaylarına problem kurma performanslarının inceleneceği açıkça söylendi ve yönlendirme yapılmadan kendilerinin problem kurmaları istendi. Öğretmen adaylarına bu tür yönlendirmeler yapılsaydı “yeniden biçimlendirme” gibi daha karmaşık strateji türlerine yer verebilecekleri ve “ekleme” stratejisine yönelik daha karmaşık problemler yazabilecekleri söylenebilirdi.

Sonuç olarak bu tez çalışmasında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının problem biçimlendirme deneyimleri olmasa da etkinlikle ilişkili ve matematiksel olarak geçerli problemler yazabildikleri belirlenmiştir. Her ne kadar öğretmen adayları geçerli yanıtlar verse de strateji türlerinin dağılımında sınırlılıklar tespit edilmiştir. Özellikle etkinliğin yapısını derinlemesine analiz etmeyi gerektirmeyen “yüzeysel değişiklik” ve “değiştirme” stratejilerinin daha fazla tercih edildiği, buna karşın bilişsel olarak daha zorlayıcı olarak nitelendirilen “yeniden biçimlendirme” ile “verilen ve isteneni yer değiştirme” stratejilerine ise daha az yer verildiği ve “ekleme” stratejisinde karmaşık problemler yazılmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmen adaylarının alan bilgisi eksikliği, problem kurma deneyimi, programların ve öğretim materyallerinin odaklandığı durumlar, etkinlik türü, problem kurmayı algılama şekli ve problem kurma etkinliğinin yönergesi gibi faktörlerin bir veya birkaçının bu sonuçların nedeni olabileceği düşünülmektedir.

4.2. Etkinlik-Temelli Görüşmelerden Elde Edilen Bulgulara İlişkin Tartışma

Bu tez çalışmasında dokuz ilköğretim matematik öğretmeni adayıyla yürütülen etkinlik-temelli görüşmelerden elde edilen bulgular, analiz yaklaşımına paralel şekilde, sırasıyla problem biçimlendirmeye başlama, problem biçimlendirme sürecindeki düşünce yapıları ve strateji türlerinin kullanılmama nedenleri üzerinden tartışılmıştır.

4.2.1. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Problem Biçimlendirmeye Başlama Sürecindeki Anlayışlarına İlişkin Tartışma

Etkinlik-temelli görüşmelerin sonuçlarına göre, her bir etkinlikte adayların yarısından fazlasının önce etkinlikteki problemi çözdüğü ve daha sonra problem yazmaya başladığı tespit edilmiştir. Örneğin, teğet etkinliğinde beş aday etkinlikteki problemi çözerek problem yazmaya başlamışken, varil etkinliğinde bu sayı sekiz olmuştur. Bu sonuçlara göre, öğretmen adaylarının çözüm yaparak problem yazmaya başlama eğiliminde oldukları anlaşılmaktadır. Yapılan araştırmalar, problem kurmanın problem çözmeye katkısı (Kapur, 2018; Kilpatrick, 1987; Xie ve Masingila, 2017) yanında problem çözenin de problem kurmaya katkıda bulunduğu (Cifarelli ve Sevim, 2015; Ellerton, 2013; Xie ve Masingila, 2017) işaret etmektedir. Örneğin, Xie ve Masingila

(2017) problem kurma ve çözme döngüsüne odaklanan öğretim tasarımı problem kurma ve çözme etkinikleşimini inceleyerek bir öğrenme çerçevesi sunmuşlardır. Bu çerçeve, problem kurma ve çözme etkinlikleri için ayrı süreçler önermektedir. Problem kurma etkinliklerine yönelik süreç, çözüm yapmadan doğrudan problem kurmaya başlanması şeklinde tasarlanmıştır. Etkinlik-temelli görüşmelerde ise problem biçimlendirme etkinliklerine çözüm yaparak başlanması baskın bir davranış şekli olmuştur. Çünkü bu tez çalışmasında kullanılan etkinliklerin yapılandırılmış problemler olması yaygın olarak çözüm yaparak başlamanın sebebini oluşturmaktadır. Xie ve Masingila (2017) bütün problem kurma etkinlikleri için bu çerçeveyi önermektedir. Etkinlik-temelli görüşmelerin sonuçları ise problem kurma etkinliklerinin yapısının sürece başlama noktasında etkili olduğuna işaret etmektedir.

Etkinlik-temelli görüşmelerden elde edilen verilere göre, çözüm yaparak problem biçimlendirmeye başlanılmasının temelde üç nedeni tespit edilmiştir; problemi anlama, günlük yaşamdaki yerini belirleme ve ölçmek istediği amacı belirleme. Problemi anlama, araç kiralama etkinliğinde üç öğretmen adayının diğer etkinliklerde ise beş ve daha fazla öğretmen adayının problem biçimlendirmeye başlama sebebi olmuştur. Brown ve Walter (2005) etkinliğin matematiksel yapısının anlaşılması problem kurmanın temel unsurlarından biridir. Diğer bir ifadeyle problem kuran kişiler etkinlikteki matematiksel yapıyı anlayabilmeli ve ilişkili problemlerde bu yapıları kullanabilmelidir. Problem kurma sürecinde matematiksel yapının anlaşılması, öğretmen adaylarının problem biçimlendirmeye başlamalarında başlıca ve en yaygın sebebi olmuştur. Öğretmen adayları açıklamalarında problemin anlaşılmasına yönelik iki duruma vurgu yapmışlardır. Birincisi, matematiksel yapıdan uzaklaşmadan, yazdıkları problemlerde sayısal veriler arasındaki tutarlılığı sağlamak için etkinliğin matematiksel modelini oluşturma gereği duymuşlardır. Bu anlayış, adayları çözüm yapmaya yönlendirmiştir. Problem çözmenin problem kurmaya nasıl katkıda bulunduğu yönelik literatürdeki araştırmalarda bu anlayış vurgulanmaktadır (Cifarelli ve Sevim, 2015; Kar vd., 2019; Silber ve Cai, 2017; Xie ve Masingila, 2017). Örneğin, Silber ve Cai (2017) etkinlik formatının (serbest ve yarı-yapılandırılmış problem kurma etkinlikleri) sınıf öğretmeni adaylarının yazdıkları problemlerin semantik karmaşıklığı üzerindeki etkisini araştırmışlardır. Adaylardan “Jerome, Eliot ve Arturo bir seyahatin ardından eve doğru araba sürmüşlerdir. Arturo, Eliot’dan 120 mil az araba sürmüştür. Eliot, Jerome’nin sürdüğü yolun iki katı kadar araba sürmüştür. Jerome 50 mil araba sürmüştür.” şeklindeki açık-uçlu hikayeden

hareketle problem kurlmaları istenmiştir. Öğretmen adaylarından biri öncelikle Arturo=120-Elliot, Elliot=12xJerome, Jerome=50 mil şeklinde ilişkileri yazarak her birinin kaç mil araba sürdüğünü hesaplamıştır. Belirlediği matematiksel ilişkilerden hareketle yazdığı problemde sayısal değerleri bu ilişkiye göre düzenleyerek bu kişilerin gittikleri toplam yol uzunluğunu sormuştur. Literatürde ve etkinlik-temelli görüşmelerde görülen bu yaklaşımın adayların yazdıkları problemlerde sayısal değerler arasındaki tutarlılığı sağlamada kolaylık sağladığı, problem yazarken genelleme yapmalarına, verilen ve isteneni yer değiştirmelerine imkan tanıdığı ve hata yapmalarını engellediği söylenebilir.

İkincisi, etkinliklerin çözümünün yapılması öğretmen adaylarına problem biçimlendirmeye nasıl başlanacağı hakkında da fikir vermiştir. Öğretmen adaylarının üçü etkinliği çözerek matematiksel modelini oluşturmuş ve bu model üzerinde değişiklikler yaparak yeni problemler yazmaya yönelmiştir. Örneğin, araç kiralama etkinliğinde aday matematiksel modelde pozitif olan eğimi negatif olacak şekilde değiştirip bu duruma uygun günlük yaşam hikayesi seçerek problem yazmıştır. Bu yaklaşım literatürdeki araştırmalarda da problem çözmenin kurma üzerindeki katkısına yönelik vurgulanan bir durumdur. Örneğin, Xie ve Masingila (2017) sınıf öğretmeni adaylarından $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = ?$ işlemine yönelik sözel problemler yazmalarını istemiştir. Araştırmacılar bazı adayların çözüm yaparken toplanan kesirlerin paydalarını eşitleyerek işlemi $\frac{3}{12} + \frac{4}{12} = ?$ formuna dönüştürdüklerini ve bunun üzerinden problem yazmaya başladıklarını tespit etmişlerdir. Bu yaklaşımda, matematiksel modelden günlük yaşama doğru bir yönelim söz konusudur. Sınıf öğretmeni adaylarının aritmetiksel sözel problem kurmayı nasıl algıladıklarını araştırdığı çalışmasında Chapman (2012) bu yaklaşımı objektif (objectivist) perspektif olarak adlandırmıştır. Bu perspektifte öncelikle matematiksel bir nesne ($2 \times 3 = 6$) belirlenir ve ona yönelik problemler kurulur. Benzer şekilde etkinlik-temelli görüşmelerde etkinliğin matematiksel modelini oluşturarak problem biçimlendirmeye başlanması adaylara etkinliğin matematiksel yapısından uzaklaşmadan problemler yazma yanında bağlama uygun olarak denklemde düzenlemeler yapılması fırsatları da sunmuştur.

İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının problem biçimlendirmeye çözüm yaparak başlamalarının diğer bir nedeni günlük yaşamdaki yerini belirlemedir. Bu anlayışta adayların etkinlikteki matematiksel kavrama uygun gerçekçi hikayelerin

seçilebilmesi veya belirlenebilmesini hedeflemişlerdir. Etkinliğin matematiksel yapısının incelenmesi değişkenler ve bunlar arasındaki matematiksel ilişkilerin yapısı hakkında bilgi sağlamaktadır. Dolayısıyla bu bilgide hangi bağlamlarda bu değişkenler ve sayısal değerlerin anlamlı olabileceği hakkında bilgi sunmaktadır. Öğretmen adayları da bu amaçla çözüm yaparak bağlamı seçme eğilimi göstermiştir. Buna karşın bu yaklaşım araç kiralama ve tokalaşma etkinliğinde birer öğretmen adayı tarafından çözüm yaparak başlama sebebi olmuştur. Dolayısıyla bu anlayışın çözüm yaparak başlamada yaygın bir yaklaşım olmadığı anlaşılmaktadır. Bonotto (2012) günlük yaşamla ilişkili bir bağlamın seçilebilmesi için sunulan veriler arasındaki matematiksel ilişkilerin keşfedilmesi ve bağlam ile tutarlı olması gerektiğini ifade etmiştir. Dolayısıyla, etkinliğin matematiksel yapısına yönelik derin kavrayışlar olmadan, seçilen bağlamın uygun olup olmadığı hakkında anlayış geliştirilemeyecektir. Varil, teğet ve tüccar gibi daha zor etkinliklerde alan bilgisi eksikliği etkinliğin yapısına yönelik derinlemesine analizler yapılmasına imkan tanımamıştır. Bu nedenle günlük yaşamdaki yerini belirleme anlayışının etkinliğe yönelik derin bir matematiksel analiz gerektirmesi az sayıda aday tarafından tercih edilmesinin bir sebebi olduğu söylenebilir.

Problem biçimlendirmeye başlamanın diğer bir nedeni olan etkinliğin ölçmek istediği amacı belirleme anlayışı araç kiralama etkinliğinde sadece iki aday tarafından çözüm yapmanın nedeni olarak belirlenmiştir. Dolayısıyla bu anlayışın da çözüm yaparak başlamada yaygın bir durum olmadığı anlaşılmaktadır. Örneğin, aday araç kiralama etkinliğinde problemin paralar arasındaki dönüşüm becerisi mi yoksa bir bilinmeyenli denklemleri kurma ve çözme becerisini mi ölçmeye yönelik olduğunu belirlemek için çözüm yaparak başlamıştır. Aday bu anlayışta zihninde oluşturduğu farklı bağlamlardan etkinlikteki problemin ölçmek istediği amaca uygun olanı seçerek problem yazmayı hedeflemiştir. Problem biçimlendirirken kendisi için bağlamın önemli olduğunu ve etkinlikteki matematiksel yapıya uygun bağlamı belirlemeye çalıştığını ifade etmiştir. Bu anlayış, yalnızca iki adayda tespit edildiğinden, daha derinlemesine araştırma gerektirmektedir.

Çözüm yaparak problem yazmaya başlayan aday sayıları etkinliklere göre farklılık göstermiştir. Etkinlik-temelli görüşmelerden elde edilen veriler ve araştırmacının gözlemleri, beklenildiği gibi, etkinliklerin zorluğunun artışına bağlı olarak çözüm yapma eğiliminin artış gösterdiğine işaret etmiştir. Bilişsel olarak daha zor olan varil etkinliğinde dokuz adaydan sekizinin çözüm yaparak başlamayı tercih etmesi bu sonucu

desteklemektedir. Problem kurma araştırmalarında etkinlik formatının (görsel formda olup olmaması, etkinliklerin sayısal veri içerip içermemesi, yapılandırılmış veya serbest formunda olması gibi) problem kurma performansı (matematiksel zorluk veya geçerli olması) üzerinde etkili olduğuna işaret edilmektedir (Işık ve Kar, 2012; Leung ve Silver, 1997; Silber ve Cai, 2017; Silver ve Cai, 1996). Örneğin, Işık ve Kar (2012) ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının aynı matematiksel yapıya sahip açık-uçlu sözel hikayeye göre, grafiği sunulmuş temsiller üzerinden problem kurmada daha düşük başarı sergilediklerini belirlemişlerdir. Bu tez çalışmasının sonuçlarında ise etkinliğin hitap ettiği sınıf düzeyi, diğer etkinliklere göre daha fazla veri ve matematiksel kavram içermesi ve uzun olması (tüccar) gibi durumlar öğretmen adaylarının problem biçimlendirmeye başlama şekillerini etkilemiştir. Diğer bir ifadeyle etkinliğin zorluk düzeyinin artışı problem kurmaya nasıl başlanacağı noktasında etkili olmaktadır.

Etkinlik-temelli görüşmelerden elde edilen veriler ve araştırmacının gözlemleri problem biçimlendirmeye çözüm yapılarak başlanması kararı üzerinde etkinliklerin zorluğunun tek başına etkili bir belirleyici olmadığı tespit edilmiştir. Bunun yanında adayların problem çözmeye yönelik inanışlarının da çözüm yaparak başlama kararı üzerinde etkili olduğu tespit edilmiştir. Çünkü, ortaokul öğrenci seviyesindeki araç kiralama etkinliğinde adayların yedisi çözüm yaparak problem yazmaya başlamıştır. Öte yandan, bilişsel olarak zor kabul edilebilecek tüccar etkinliğinde, beklenilenin aksine, altı aday çözüm yaparak başlamıştır. Öğretmen adayları özellikle bilişsel olarak zor olan etkinliklerde çözüm yapamayacaklarına yönelik olumsuz inançlar geliştirdikleri görölmüştür. Literatürde araştırmacılar problem kurma ve çözme performansı ile problemi çözme inancı arasındaki ilişkinin varlığını vurgulamışlardır (Chen vd., 2015; Nicolaou ve Philippou, 2007; Schoenfeld, 1985). Etkinlik-temelli görüşmelerde öğretmen adayları veri sayısının fazla olduğu ve aralarında karmaşık ilişkilerin bulunduğu (tüccar etkinliği) veya deneyimlerinde daha az yer alan matematiksel kavramları barındıran etkinliklerde (teğet etkinliği) çözüm yapamayacaklarına yönelik olumsuz inançlar besledikleri belirlenmiştir. Bu nedenle de çözüm yapmadan doğrudan problem yazmaya başlama eğilimi göstermişlerdir. Dolayısıyla adayların problemin çözümünü yapabilme noktasındaki inanışlarının çözüm yapmaya teşebbüs etme kararını etkilediği anlaşılmaktadır.

Bilişsel olarak çözümünün daha kolay olduğu düşünölen etkinliklerde ise çözüm yaparak başlanması kararı üzerinde etkili olan farklı nedenler de bulunmaktadır. Bazı

öğretmen adayları çözümü daha basit olan araç kiralama gibi etkinliğinde ya da içerdiği matematiksel kavramlara yönelik deneyimlerinin bulunduğu etkinliklerde çözüm yapmadan başlamışlardır. English (1997) çocuklar etkinlikteki verileri yeni örnekler ve sorular oluşturmak için kullanacaklarsa etkinliklerin matematiksel yapılarını tanımlamaları gerektiğini yani etkinliğin bağlamsal özelliklerini arka plana bırakarak yapısal unsurlarını ön plana çıkarmaları gerektiğine işaret etmiştir. Diğer bir ifadeyle problem kuran kişiler etkinlikteki matematiksel fikirleri belirleyebilmeli ve bunlar arasındaki ilişkilere yönelik zihinsel bir tasvir oluşturabilmelidir. Bu tez çalışmasında adaylar daha basit olan etkinliklerde problemin çözümünü bildikleri ve çözüme yönelik zihinsel bir tasvir oluşturabildikleri için, çözüm yapma gereği duymamışlardır. Diğer bir ifadeyle etkinliğin matematiksel yapısına hakim oldukları için doğrudan problem biçimlendirmeye başlayabilmişlerdir. Sonuç olarak, etkinliklerin zorluğu, öğretmen adaylarının çözüm yapıp yapamayacaklarına yönelik inançları ve etkinlikteki probleme yönelik geçmiş deneyimleri problem biçimlendirmeye başlama şekillerini etkilemiştir. Bu sonuçlar problem kurmanın zor bir bilişsel aktivite olduğu sonucunu desteklemektedir (Osana ve Pelczer, 2015).

Etkinlik-temelli görüşmelerin sonuçlarına göre, etkinliklerin çözümünün doğru yapıp yapılmaması aynı zamanda kullanılan strateji türleri üzerinde de etkili olmuştur. Öğretmen adayları doğru çözüm yapması durumunda ekleme, yeniden biçimlendirme ve verilen ve isteneni yer değiştirme stratejilerini daha fazla kullanmışlardır. Literatürde problemin çözüm yapılarak matematiksel yapısının keşfedilmesinin genelleme yapmaya imkan tanıdığına vurgu yapılmıştır (Cifarelli ve Sevim, 2015; Silver, 1994; Silver vd., 1996). Benzer olarak bu tez çalışmasında bazı adaylar açıklamalarında etkinliğin çözümünü yaptıklarında çözümün genellemeyi açık ettiğini ve buna yönelik problem yazdıklarını ifade etmişleridir. Bunun yanında bazı adaylar ise araç kiralama, tokalaşma ve varil etkinliklerinde yaptıkları çözümde verilenlerden birini bilinmeyen konumuna getirerek problem yazabileceklerini vurgulamışlardır. Bu bağlamda etkinliğin çözümünden elde edilen fikirler öğretmen adaylarının yeniden biçimlendirme ve verilen ve isteneni değiştirme gibi farklı strateji türlerini kullanmasına yol açmıştır. Etkinliklere yanlış çözüm yapanların veya çözüm yapamayanların ise yüzeysel değişiklik, değiştirme, bağlamı değiştirme ve basitleştirme stratejilerine daha fazla yer verdikleri belirlenmiştir. Problemin çözümünün problem kurma performansı (geçerliliği, zorluğu veya orijinalliği) üzerindeki etkisi benzer şekilde literatürde de yaygın olarak vurgulanmaktadır. (Crespo

ve Sinclair, 2008; Ma, 2010; Rosli vd., 2015; Silver ve Cai, 1996; Xie ve Masingila, 2017). Örneğin, Crespo ve Sinclair (2008) sınıf öğretmeni adaylarının yarı-yapılandırılmış etkinliklere yönelik problem kurma davranışlarını iki öğretim tasarımı üzerinden araştırmışlardır. Araştırmanın bulgularına göre etkinlikleri analiz ederek problem kurmaya başlayan öğrenci grubu, keşif yapmadan doğrudan problem kurmaya başlayan diğer gruba göre daha fazla ve farklı tipte muhakeme becerisi gerektiren problemler yazmışlardır. Bu yönüyle etkinlik-temelli görüşmelerin sonuçları yapılan çözümün daha zor strateji türlerinin seçimini etkilediğini ve literatürde görülen sonuçların problem biçimlendirme kapsamında da geçerli olduğuna işaret etmektedir.

Sonuç olarak etkinlik-temelli görüşmelerde dokuz öğretmen adayı yaygın şekilde etkinlikleri çözerek problem yazmaya başlamışlardır. Problemi çözerek başlamanın başlıca nedeni problemin anlaşılması olmuştur. Öğretmen adaylarının problemi anlayarak problem biçimlendirme sürecine başlamaları yazdıkları problemlerde sayısal verileri ayarlamaya katkı sağlamış ve problem biçimlendirme sürecine nasıl başlanacağı konusunda fikir vermiştir. Buna ek olarak, etkinliklerin zorluk düzeylerinin ve etkinliğin çözümünü yapıp yapamayacaklarına yönelik geliştirdikleri olumsuz inanışların, problem biçimlendirmeye başlama noktasında etkili oldukları da belirlenmiştir. Zor olan etkinliklerde problemi çözemeyecekleri ön yargısı ile çözüm yapmadan problem yazmaya başlamışlardır. Etkinliğin çözümünü doğru yaparak başlayan adayların ise daha üst düzey bilişsel beceri gerektiren strateji türlerini kullandıkları belirlenmiştir.

4.2.2. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Problem Biçimlendirme Sürecindeki Anlayışlarına İlişkin Tartışma

İlköğretim matematik öğretmeni adaylarıyla yürütülen etkinlik-temelli görüşmelerin sonuçlarına göre, problem biçimlendirme sürecinde üstbilişsel, bilişsel ve öğretimsel faktörlerin birlikte dikkate alındığı tespit edilmiştir. Üstbilişsel faktörlerde “geçmiş deneyim”, “öğrenme yolu” ve “bilginin sınırını görme”; bilişsel faktörlerde “matematiksel yapıya odaklanma”, “kavramlarla ilişkilendirme”, “problemi zorlaştırma” ve “çözüm yoluna bağlı kalma”; öğretimsel faktörlerde ise “günlük hayatla ilişkilendirme” ve “öğrenci seviyesini düşünme” durumları tespit edilmiştir. Öğretmen adayları problemleri biçimlendirirken bu faktörlerin bir veya birkaçını birlikte kullanmışlardır. Bu sonuçlar ise, literatürde işaret edilen (Chapman, 2012; Crespo ve

Sinclair, 2008; Leavy ve Hourigan, 2019) problem kurmanın çok yönlü ve karmaşık bir beceri olduğu görüşünü desteklemektedir.

Öğretmen adayları, problem biçimlendirme sürecinde üstbilişsel faktörleri bilişsel ve öğretimsel faktörlere göre daha az kullanmışlardır. Adaylar üstbilişsel faktörler kapsamında yaptıkları açıklamalarda yaygın şekilde almış oldukları matematik derslerinde gördükleri problem türleriyle ilişkili problemler yazmaya vurgu yapmışlardır. Bunun yanında, bazı adaylar ise kendilerinin bu tür etkinliklerde problemleri nasıl daha iyi şekilde öğrenebileceklerine ilişkin durumları dikkate alarak problemler yazdıklarını ifade etmişlerdir. Öğretmen adaylarının üstbilişsel becerileri problem kurma sürecinde yaygın şekilde kullanmamalarının önemli sebeplerinden birisi olarak üstbilişsel faaliyetlere yönelik farkındalıklarının olmaması gösterilebilir. Schraw ve Moshman (1995) üstbilişsel becerilerin birçoğu yetişkinler açısından otomatikleşmiş olmasından dolayı bilinçli bir şekilde gerçekleşmeyebileceğini bu nedenle başkalarına aktarılmasının zorlaştığını ifade etmiştir. Etkinlik-temelli görüşmelerde öğretmen adayları süreçte yaptıklarına ilişkin farklı açıklamalar yaparak herhangi birini düşünmüş olabileceklerini ifade etmişler veya yaptıklarına yönelik görüş belirtmemişlerdir. Bu durum öğretmen adaylarının düşünme biçimlerinin farkında olmadıklarını ve düşüncelerini açıklamada zorluk yaşadıklarını yansıtmaktadır. Ayrıca görüşmeler sürecinde ön plana çıkan matematiksel alan bilgisi eksikliğinin bir sonucu olarak adaylar geçmişte öğrendikleri kavramlarla ilişki kuramamış ya da emin olmadıkları için hata yapma endişesi ile kavramlar hakkında fikirler ortaya koyamamışlardır. Dolayısıyla adaylar düşünce süreçlerini görüşmelerde çok fazla yansıtamamışlardır. Bu bağlamda öğretmen adaylarının üstbilişsel becerilere yönelik farkındalıklarının olmaması açıklamalarında daha az yer vermelerinin bir sebebini oluşturmuştur.

Etkinlik-temelli görüşmelerde problem biçimlendirme sürecinde adayların yaygın bir şekilde etkinlikleri problem çözme deneyimleri ile ilişkilendirdikleri belirlenmiştir. Özellikle problemlerdeki kavramlar zorlaştıkça adaylar geçmiş deneyimlerindeki hazır kalıpları kullanma eğilimi göstermişlerdir. Çünkü bazı adaylar matematiksel bilgisine güvenmediği için problemi yeniden düzenlemek ve yeni veriler eklemede hata yapabileceklerini düşünmüşlerdir. Araştırmacılar problem kurma sürecinde katılımcıların deneyimlere dayalı problem üretme eğilimi gösterdiklerini vurgulamışlardır (Chen vd., 2015; Rosli vd., 2015). Benzer olarak, etkinlik-temelli görüşmelerde adayların problem çözme deneyimi vurgusu konu hakkındaki var olan bilgilerini sorgulama düşüncesini

içermektedir. Jacobs ve Paris (1987) üstbiliş, etkinliklerde kişinin bir konu hakkında sahip olduğu bilgisini ve bu bilgiyi nasıl uygulayacağına yönelik düşüncesidir. Soydan (2011) üstbilişsel faaliyetlerin “Bu konu, başlık, olay hakkında ne biliyorum?” (s.78) gibi soruları sormayı ve cevaplamayı kapsadığını belirtmiştir. Bu yönüyle adayların zorluk yaşadıkları problemlerde geçmişteki çözdükleri problem kalıplarını kullanma amacıyla etkinlikle ilgili ne bildiklerini düşünmeleri üstbilişsel faaliyet sergilediklerine işaret etmektedir.

Polya (1957) ise Nasıl Çözmeli (How to Solve It) adlı kitabında üstbilişsel terimi kullanmasa da, Kilpatrick (2016) Polya’nın problem çözme adımlarında sorduğu soruların üstbilişsel becerileri ortaya çıkarmayı amaçladığını belirtmiştir (problemi daha önceden gördünüz mü?, benzer bir problem biliyor musunuz?). Öte yandan adayların süreçte, Kombinasyonla ilgili şimdiye kadar ne [tür sorular] çözdüm ya da aklıma gelen ne [tür sorular] var? gibi soruları kendilerine sormaları ve cevaplarına yönelik açıklamalar yapmaları üstbilişsel becerilerin varlığına işaret etmektedir. Öğretmen adaylarının bu gibi sorularla geçmişte deneyimledikleri problem yapılarını düşünmeleri matematiksel ilişkiler kurmalarına fırsat tanımıştır. Örneğin, havuz etkinliğinde bazı adaylar deneyimlerinde havuz ve işçi problemlerin çözümlerinin aynı kurguları farklı olduğunu bu nedenle etkinliğin bağlamında değişiklik yaptıklarını vurgulamışlardır. Bazı adayların ise süreçte deneyimledikleri problemlerin benzerlerini yazma eğilimleri, çözümleri bildikleri için matematiksel hatalardan arınık problemler ortaya koymalarına fırsat tanımıştır. Bazı adaylar ise etkinlikte kullanılan kavramla ilişkili geçmiş deneyimlerine yer alan problemleri yazmayı ilişkili bir problem olarak düşünmüştür. Bu anlayış, etkinlikle ilişkili olmayan problemlerin de yazılmasına neden olmuştur.

Üstbilişsel faktörler kapsamında, “öğrenme yolu” ve “bilginin sınırını görme” faktörleri ise “geçmiş deneyim” faktörüne göre adayların açıklamalarında daha az görülmüş ve hatta bazı etkinliklerde tespit edilmemiştir. Dolayısıyla yaygınlık yönünden etkilerinin düşük olduğu anlaşılmaktadır. “Öğrenme yolu” faktörüne yönelik açıklama yapan bazı adaylar çözümü yaparken şekil olduğunda daha iyi düşünebildiğini ve daha kaliteli problemler yazılabildiğini ifade etmişlerdir. Flavell (1979) öğrencinin yazarak daha iyi öğrenebileceğini düşünmesini üstbilişsel faaliyet olarak nitelendirmiştir. Bu yönüyle etkinlik-temelli görüşmelerde adayların şekiller çizerek daha iyi öğrenebildiğinin düşünülmesi, üstbilişsel faaliyet sergilediklerine işaret etmektedir. Öğretmen adaylarının kendi öğrenme yollarını dikkate aldıkları durumlarda yaygın olarak

yazdıkları problemler geçerli olup, “verilen ve isteneni yer değiştirme”, “yeniden biçimlendirme”, “ekleme” gibi Kwek’in (2015) ifadesi ile yapısal değişiklikler içeren stratejilere yer verdikleri görülmüştür. Bu yönüyle süreçte öğrenme yollarını dikkate aldıkları bir üstbilişsel beceri sergilemeleri problem biçimlendirme performansları üzerinde olumlu yönde etkili olmuştur. “Bilginin sınırını görme” faktöründe ise yalnızca bir aday matematiksel bilgisini en verimli şekilde kullanarak zor problemler yazmaya çalıştığını, fakat birinci probleminden sonra istediği zorlukta problemler yazamadığını ifade etmiştir. Adayın bu açıklamaları problem biçimlendirme sürecinde yazdığı problemleri değerlendirdiğinin göstergesidir. Pintrich, Wolters ve Baxter (2000) kişinin neyi bildiği veya neyi bilmediği noktasında değerlendirme yapabilmesini üstbilişsel bir faaliyet olarak nitelendirilmiştir. Bu yönüyle adayın kendi öğrenme sürecinde matematiksel bilgisi üzerinde düşünmesi ve değerlendirmesi üstbilişsel faaliyet sergilediğinin kanıtıdır.

Bu tez çalışmasında belirlenen üstbilişsel faktörler Schraw ve Moshman (1995) tarafından tanımlanan üstbilişsel becerilerin alt kategorilerden planlama ve izleme kategorilerini ağırlıklı olarak yansıtmaktadır. Schraw ve Moshman (1995) planlamayı, sürece yönelik uygun stratejilerin ve performansı etkileyecek mevcut kaynakların belirlenmesi; ve izlemeyi ise bireyin etkinlik sürecindeki anlayışı ve performansına yönelik farkındalığı olarak ifade etmiştir. Öğretmen adaylarının etkinliklere başlarken geçmişteki çözdükleri problemleri düşünerek benzer problemler tasarlamaları üstbilişsel becerilerden planlamaya işaret etmektedir. Diğer taraftan adayların süreçte kendi bilgisini ve yazdıkları problemleri dil yönünden anlaşılır, matematiksel hatalardan arınık olma durumlarına yönelik kontrol etmeleri ise izleme becerisini yansıtmaktadır. Buna karşın adaylarda tahmin; etkinliğin ne kadar zaman alacağı ya da zorluk düzeyi gibi durumların önceden görülebilmesi, değerlendirme ise bireyin etkinlikteki performansını düşünmesi şeklinde tanımlanan becerileri yansıtan anlayışlar geri planda kalmıştır.

Bilişsel faktörler kapsamında “matematiksel yapıya odaklanma” tüm etkinlik türlerinde öğretmen adayları tarafından kullanılmıştır. Bu yönüyle bu anlayış problem kurma sürecinde yaygın bir düşünme yaklaşımı olmuştur. Öğretmen adaylarının bu faktöre bağlı problem yazmalarının temelinde iki anlayış tespit edilmiştir. Birincisi, bu faktörün dikkate alındığı durumlarda etkinliğin matematiksel modeli yazılan problemlerde korunmuş veya denklem üzerinde sadece sayısal değişiklikler ya da sembollerde (artı işaretini eksi olarak değiştirme) değişiklikler yapılmıştır. Problem

biçimlendirme literatürde çözümün yapılmasına bakılmaksızın sunulan bir problemle ilişkili problemler yazılması şeklinde tanımlanmıştır (Stickles, 2011; Vistro-Yu, 2009). Buna bağlı olarak araştırmacılar tarafından problem biçimlendirme etkinlikleri sadece matematiksel yapıya odaklı problemler yazılması yönünde sınırlandırılmamış, etkinliğin matematiksel yapısı ile bir şekilde ilişkili olan tüm problemler olarak düşünülmüştür. Buna karşın, öğretmen adaylarının verilen etkinliğin sadece matematiksel yapısına benzer problemler yazılması yönündeki sınırlı algıları “matematiksel yapıya odaklanma” anlayışının yaygın olarak görülmesinin temel sebebi olmuştur. Chapman (2012) bu yaklaşımı objektif (objectivist) perspektif olarak adlandırmıştır. Bu perspektifte öncelikle matematiksel bir nesne ($2 \times 3 = 6$) belirlenir ve ona yönelik problemler kurulur. Bu yönüyle öğretmen adaylarında görülen bu sınırlı algı etkinliğin matematiksel yapısından uzaklaşmadan problem yazılmasına izin vermesinin yanında, onlara hikâyeye uygun olarak denklemde düzenlemeler yapma fırsatı da tanımıştır.

İkincisi, adayların etkinlikteki problemi çözemedikleri veya yaptıkları çözümde emin olmadıkları durumlarda problemin mevcut matematiksel yapısına sadık kalmaları, basit olsa da bazı stratejileri (yüzeysel değişiklik, değiştirme) kullanarak problemler yazmalarına fırsat tanımıştır. Bu bağlamda bazı adaylar etkinliği çözemediklerinde hata yapmamak için matematiksel yapıyı korumaya çalışmışlardır ve bu yapıyı koruyarak yazdıkları problemlerin hata içermeyeceğini düşünmüşlerdir. Bu yönüyle hata yapmamak için adaylar yazdıkları problemlerde “yüzeysel değişiklik”, “değiştirme” ve “basitleştirme” stratejilerine yer vermişlerdir. Grundmeier (2015) araştırmasında problem kurma stratejilerini yüzeysel (yüzeysel değişiklik ve değiştirme) ve yapısal (verilen ve isteneni yer değiştirme, bağlamı değiştirme ve yeniden biçimlendirme) stratejiler olmak üzere iki başlık altında sınıflandırmıştır. Araştırmacı, yüzeysel stratejilerin problem üzerinde basit değişiklikler yapılmasını (problemdeki sayıları değiştirme gibi) veya benzer veriler eklenmesini gerektirmesi nedeniyle bilişsel yönden zorluk taşımadığını vurgulamıştır. Dolayısıyla öğretmen adaylarının etkinliğin matematiksel yapısına odaklanmalarının sebebi bilişsel yönden zorluk içermeyen ve etkinliğin yapısını korumaya imkan tanıyan strateji türlerini kullanarak matematiksel hatalardan arınık problemler yazmak olmuştur.

Bilişsel faktörler kapsamında “kavramlarla ilişkilendirme”, “problemi zorlaştırma” ve “çözüm yoluna bağlı kalma” durumları adayların problem biçimlendirme süreçlerinde sıklıkla kullandıkları düşünme yaklaşımları olmamıştır. Öğretmen

adaylarının yazdıkları problemlerde bu faktörlere yaygın şekilde yer verememelerinin en önemli sebebi matematiksel bilgi eksikliği olmuştur. Öğretmen adaylarının etkinlikleri hatalı çözmeleri, “yüzeysel değişiklik” ve “değiştirme” gibi stratejileri ön plana çıkarmaları, problemi zorlaştırmak için aritmetik işlem sayısını arttırmaları veya etkinliğe alternatif çözüm yolları oluşturmamaları matematiksel bilgi eksikliğine işaret etmektedir. Etkinlik-temelli görüşmelerde bazı öğretmen adaylarının zor ve farklı kavramlarla ilişkilendirerek problemler yazmak istedikleri fakat matematiksel bilgilerinin problem biçimlendirme sürecinde kendilerini sınırlandırdığı şeklindeki açıklamaları matematiksel alan bilgilerinin eksik olduğu yönündeki yaklaşımı desteklemektedir. Ayrıca bazı adaylar matematiksel bilgisinin sınırlılığı dolayısıyla zor olduğunu düşündüğü etkinliklerde öğrencilerin öğrenmelerine hizmet edecek şekilde öğretimsel faktörleri sürece dahil etmişlerdir. Bu nedenle etkinliği zorlaştırmaktan ziyade daha basit problemler yazmışlardır. Literatürde araştırmacılar bilişsel olarak zor ve farklı problemlerin yazılması için güçlü matematiksel alan bilgisinin varlığının gerekliliğine işaret etmektedir (Leung ve Silver, 1997; Silber ve Cai, 2017). Bu yönüyle bazı adayların etkinliklere yönelik hatalı çözüm yapmaları, alternatif çözümler oluşturmamaları veya basit stratejileri ön plana çıkarmaları gibi matematiksel alan bilgisinin eksikliğinden kaynaklı durumlar zor ve farklı kavramlarla ilişkili problemler yazmalarını engellemiştir. Diğer taraftan “kavramlarla ilişkilendirme” ve “problemi zorlaştırma” faktörlerine yer verilmediği ya da daha az yer verildiği bazı etkinliklerde (tokalaşma) “geçmiş deneyim” faktörünün ön plana çıkarıldığı tespit edilmiştir. Bu etkinliklerde “geçmiş deneyim” faktörünün ön plana çıkarılmasının temel sebebini ise matematiksel alan bilgisinin sınırlı olması oluşturmuştur. Çünkü matematiksel alan bilgisinin kendilerini sınırlandırdığı etkinliklerde adaylar geçmişte çözdüğü problem yapılarını düşünerek benzerlerini yazmaya çalışmışlardır.

Etkinlik-temelli görüşmelerde adayların matematiksel bilgi eksikliğinden dolayı “problemi zorlaştırma” faktörünü yaygın şekilde kullanamamalarının iki nedeni daha tespit edilmiştir. Birincisi, etkinliklerin daha fazla yapılandırılmış olması “problemi zorlaştırma” faktörünün yaygın şekilde kullanımını engellemiştir. “Problemi zorlaştırma” faktörünün dikkate alındığı durumlarda ise bazı adaylar etkinlikteki probleme göre daha zor bir problem yazarken, sonraki yazdığı problemlerinde bu anlayışı devam ettirmemişlerdir. Bu yönüyle etkinliklerde problemleri sistematik bir şekilde zorlaştırmak söz konusu değildir. Stickles (2011) açık-uçlu etkinliklerde kullanılan veri miktarının az

olmasının, katılımcılara farklı kavramlar ekleme fırsatı sunarak problem kurma performansı üzerinde etkili olduğunu vurgulamıştır. Ayrıca araştırmalar (Cai, 2002; Silber ve Cai, 2017; Silver ve Cai, 1996) problem kurma sayısına ve sırasına göre de problemlerin niteliğinin farklılaştığına işaret etmektedir. Bu tür araştırmalarda katılımcılardan birden fazla problem yazması istenmekte ve öncekine göre sonraki problemin daha karmaşık olma eğiliminde olduğu tespit edilmiştir. Diğer bir ifadeyle katılımcıların sistematik şekilde problemlerini zorlaştırdıklarına işaret edilmektedir. Bu araştırmalardaki etkinliklerde sistematik şekilde problemlerin zorlaştırılmasının sebebi açık-uçlu etkinliklerin kullanılmasıdır. Bu tez çalışmasındaki etkinliklerin, açık-uçlu etkinliklere göre daha fazla yapılandırılmış olması sebebiyle adaylar problemi sistematik şekilde zorlaştırma eğilimi sergileyememişlerdir. Öğretmen adaylarının “problemi zorlaştırma” faktörünü yaygın şekilde kullanmamalarının ikinci nedeni ise problem sayısını arttırmaya önem vermeleri olmuştur. Kontorovich vd. (2012) lise öğrencilerinin yazdıkları problem sayısını arttırmalarının etkinliğe yönelik performansları ile doğru orantılı olduğu anlayışına sahip olduklarını ifade etmişlerdir. Benzer anlayışla, öğretmen adayları etkinlik üzerinde kozmetik değişiklikler yaparak problem sayısını artırma eğilimi göstermiştir. Bu yönüyle adayların problemlerin sayısının arttırılmasının etkinliğin iyi şekilde tamamlandığı algısına sahip olmaları, zor problemler yazma faktörünü arka planda bırakmalarına neden olmuştur.

Öğretimsel faktörler kapsamında tespit edilen “günlük hayatla ilişkilendirme” ve “öğrenci seviyesini düşünme” problem biçimlendirme sürecinde dikkate alınan yaygın faktörler olmuşlardır. Etkinlik-temelli görüşmelerde bazı öğretmen adaylarının açıklamalarında günlük yaşam içerisinde farklı bir kurgunun oluşturulmasını farklı problem olarak gördükleri tespit edilmiştir. Problemin tanımına yönelik adaylardaki bu anlayış problem biçimlendirme sürecinde “bağlamı değiştirme” stratejisinin ön plana çıkmasına sebep olmuştur. Diğer taraftan bazı adaylar problemlerdeki matematiksel kavramlar veya yapıların günlük yaşamdaki farklı kullanım alanlarının görülmesinin öğrencilerin öğrenmelerine olumlu katkıları olduğunu ifade etmişlerdir. Bu yönüyle bağlamı değiştirerek problemler üretilmesinin matematik öğrenimine katkıda bulunacağı düşüncesini de dikkate alarak “günlük yaşamla ilişkilendirme” ve “öğrenci seviyesini düşünme” faktörleri bazı adaylar tarafından birlikte kullanılmıştır. Öğretmen adaylarında görülen bu yaklaşım, Türkiye’deki Matematik Dersi Öğretim Programı’nda (MEB, 2018) özel amaçlarından birisi olan; “matematiksel kavramları anlayabilecek, bu kavramları

günlük hayatta kullanabilecektir” (s.9) şeklindeki güçlü günlük hayatla ilişkilendirme vurgusunun bir sonucu olduğu düşünülebilir. Öğretim programındaki günlük yaşam vurgusu problem biçimlendirme sürecinde “bağlamı değiştirme” stratejisinin ön plana çıkarmanın yanında öğrencilerin öğrenme seviyelerinin de dikkate alınmasına sebep olmuştur.

Bu tez çalışmasında öğretmen adaylarından öğrenci seviyesine bakılmaksızın etkinlikteki problemle ilişkili farklı problemler yazmaları istenmiştir. Buna karşın öğretmen adayları problem biçimlendirme sürecinde “öğrenci seviyesini düşünme” faktörünü yaygın şekilde kullanmışlardır. Bu sonuçlar problem biçimlendirme sürecinin öğretim yapacakları öğrenci seviyesinden bağımsız şekilde düşünülmesinin zorluğuna işaret etmektedir. Araştırmacılar öğrenci seviyesine uygun problemler yazılmasının önemini vurgulamaktadırlar (Cai ve Hwang, 2019; Rosli vd., 2015). “Öğrenci seviyesini düşünme” anlayışına göre problemleri basitleştirmenin yanında problemlerin yeni veriler eklenerek geliştirilmesi de öğrenme sürecinin zenginleştirilmesine katkıda bulunacaktır. Buna karşın bu tez çalışmasında ise öğretmen adaylarının bu faktörü özellikle basit problemler yazma bağlamında düşünme eğilimi göstermişlerdir. Problemleri basitleştirme eğilimi özellikle adayların etkinliğin zor olduğu ve yeni veriler eklemede zorlandıkları durumlarda gözlemlenmiştir. Bu sonuçlar ışığında adayların problem biçimlendirmede zorlandıkları etkinliklerde daha basit problemler yazmalarını gerekçelendirdikleri anlaşılmaktadır.

Öğretmen adaylarının etkinliklerde bu faktörleri kullanımında farklılıklar gözlemlenmiştir. Etkinlik formatı (zorluk seviyesi, sunum şekli, içerik, vb.) problem kurma performansı (matematiksel geçerlilik, aritmetiksel ve semantik karmaşıklık) üzerinde etkili olmaktadır (Leung ve Silver, 1997; Silber ve Cai, 2017). Bu tez çalışmasında ise çözümü zor olan etkinliklerde (tokalaşma) kolay olan etkinliklere göre (araç kiralama) daha fazla üstbilişsel beceri sergilendiği gözlemlenmiştir. Öğretmen adaylarının etkinlik-temelli görüşmelerde tokalaşma etkinliğine yönelik yaptıkları açıklamalarda matematiksel alan bilgilerinin, kombinasyon, permütasyon ve olasılık açısından yeterli olmadığını ve bu nedenle problemleri yazarken matematiksel hata yapmaktan kaçınmaya daha fazla dikkat ettiklerini ifade etmişlerdir. Öğretmen adaylarının problem biçimlendirme sürecinde kendi performans ve bilgi düzeyini belirleyebilmeleri üstbilişsel becerilerden izlemeyi işaret etmektedir.

Bilişsel olarak çözümü daha zor olan etkinliklerde üstbilişsel faaliyetler yaygın şekilde kullanılsa da problem biçimlendirme sürecinde adayların nasıl düşündüklerini açıklamada tek başına yeterli olmamaktadır. Tüccar etkinliği bazı etkinliklere göre çözümü bilişsel olarak zor olmasına karşın üstbilişsel faktörler sadece bir adayda tespit edilmiştir. Bu etkinlikte öğretmen adaylarının bazıları çözüm yapamaya teşebbüs etmemiş ya da çözümü yapamayacağına yönelik düşünceleri nedeniyle problemi analiz etmemiştir. Problemi analiz etmemeleri adayların problem biçimlendirme sürecinde her ne kadar çözüm yapmamış olsalar da etkinliğin matematiksel yapısını korumak amacıyla bilişsel olarak zorluk içermeyen stratejilere yer vermelerine (yüzeysel değişiklik, basitleştirme) neden olmuştur. Bu bağlamda etkinliğin çözümüne yönelik bir strateji belirlemedikleri için planlama ve bu stratejinin uygulanması sürecini içeren izleme buna bağlı olarak yapılanları kontrol etme yani değerlendirme gibi üstbilişsel becerileri sergilememişlerdir. Artz ve Armour-Thomas (1992) yedinci sınıf öğrencileri ile gerçekleştirdikleri çalışmalarında grupla problem çözme sürecinde gerçekleşen üstbilişsel ve bilişsel becerileri tanımlayan bir çerçeve sunmuşlardır. Araştırmacılar üstbilişsel becerilerin (anlama, analiz etme ve planlama) bilişsel beceriler (hesaplama yapma, çözümde kullanılacak stratejinin uygulanması) olmadan gerçekleşmeyeceğini vurgulamıştır. Sonuç olarak, problem çözme sürecinde bilişsel becerilerin etkili kullanılmaması durumunda üstbilişsel becerilere daha az yer verildiğini ifade etmişlerdir. Benzer olarak görüşmelerde öğretmen adayları etkinliği çözemedikleri durumda bilişsel olarak zorlayıcı olmayan strateji türlerini kullanarak problem yazmışlardır. Bu yönüyle adaylar etkinliğin çözümünde ve problem yazarken bilişsel becerilere yer vermedikleri için süreçte üstbilişsel becerileri daha az sergilemişlerdir.

4.2.3. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Problem Kurma Stratejilerine Yer Vermeme Nedenlerine İlişkin Tartışma

Etkinlik-temelli görüşmelerin sonuçlarına göre, “verilen ve isteneni yer değiştirme”, “yeniden biçimlendirme” ve “ekleme” gibi stratejilerinin “yüzeysel değişiklik” ve “değiştirme” gibi strateji türlerine göre daha az tercih edildiği tespit edilmiştir. Strateji türlerine yer verilmemesinin beş sebebi tespit edilmiştir; “probleme yönelik sınırlı algı”, “deneyim eksikliği”, “matematiksel bilgi eksikliği”, “basit problem

üretmesi” ve “çözüm odaklı düşünme”. Öğretmen adayları farklı etkinliklerde farklı problem kuramama nedenleri dikkate almışlardır.

Etkinlik-temelli görüşmelerin sonuçlarına göre öğretmen adaylarının strateji seçimlerinin yaygın şekilde “deneyim eksikliği” ve “matematiksel bilgi eksikliği” faktörlerinden etkilendiği tespit edilmiştir. Bazı adaylar görüşmelerde çok sayıda problem yazmasına karşın sadece birkaç stratejiye yer vermiştir. Bazı adaylar ise açıklamalarda “yeniden biçimlendirme” veya “verilen ve isteneni yer değiştirme” gibi stratejilerin farkında olmadıklarını vurgulamışlardır. Bu tür sonuçlar adayların problem kurma deneyimi olmamasına bağlı olarak strateji bilgisinin eksikliğine işaret etmektedir. Öte yandan, bazı öğretmen adaylarının etkinlikleri çözemedikleri veya etkinliğin içerdiği matematiksel kavramlara yönelik derinlemesine bilgi sahibi olmadıkları görülmüştür. Bu nedenle, adaylar derinlemesine bilişsel düşünme ve anlayış gerektirmeyen “yüzeysel değişiklik”, “değiştirme” ve “basitleştirme” gibi stratejilere yer vermişlerdir. Örneğin, tokalaşma etkinliğinde tokalaşan kişi sayısını değiştirmek veya varil etkinliğinde varilin yarıçapının değiştirilmesi çözüm yapmayı gerektirmemektedir. Matematik öğretmeni yetiştirme programlarında problem kurmanın yer almasının bir sebebi, öğretmen adaylarının hem üniversite matematik derslerinde hem de öğretmen olduklarında öğretecekleri kavramlara yönelik matematiksel alan bilgilerinin geliştirilmesine katkı sağlamasıdır (Ellerton, 2013; Toluk-Uçar, 2009). Ball (1990) öğretmenin ihtiyaç duyduğu matematiksel alan bilgisini karakterize eden üç kriter tanımlamıştır: “İlk olarak öğretmenlerin kavramlar ve işlemler hakkındaki bilgisi doğru olmalıdır. İkincisi, işlem ve kavramın altındaki anlamı bilmelidir. Üçüncüsü ise, matematiksel kavramlar arasındaki ilişkileri bilmeli ve anlamalıdır” (s. 458). Bu kriterler aynı zamanda problem kurma sürecinde de aktif olarak kullanılmaktadır. Çünkü problem kurarken etkinlikteki matematiksel fikirlerin birbirleriyle ve probleme eklenecek verilerle ilişkisini analiz etmek ve ortaya çıkan problemin matematiksel geçerliliğini kontrol etmek gerekmektedir. Diğer bir ifadeyle, problemi kuran kişilerin etkinlikte yer alan kavramları ve prosedürleri anlaması, probleme eklenecek yeni matematiksel kavramları tespit etmesi ve etkinlikle ilişkilendirmesi gerekmektedir. Bu yönüyle, “yeniden biçimlendirme”, “verilen isteneni yer değiştirme” ve “ekleme” gibi stratejiler için sadece etkinlikte yer alan içeriğin bilinmesi yeterli olmayacaktır. Çünkü bu stratejiler matematiksel kavramlara yönelik güçlü alan bilgisi ve ilişkilendirme becerisi gerektirmektedir. Dolayısıyla, öğretmen

adaylarının matematiksel alan bilgisinin kendilerini sınırlandırması ve problem biçimlendirme deneyim eksikliği, bu stratejilerin kullanımını etkilemiştir.

Etkinlik-temelli görüşmelerde adayların “ekleme” stratejisini yaygın ve etkili bir şekilde kullanmadıkları belirlenmiştir. Öte yandan bu stratejiyi kullanarak yazılan problemlerde ise problemi bilişsel olarak daha da zorlaştıracak matematiksel veriler eklenememiştir. Bunun yerine öğretmen adayları çoğunlukla aritmetiksel işlemlerin sayısını artıracak şekilde problemler yazma eğilimi göstermişler dolayısıyla da bilişsel olarak zor problemler yazamamışlardır. Araştırmacılar (Kar vd., 2019; Lee vd., 2018; Palmer ve Van Bommel, 2020) matematiksel hata içermeyen, yaratıcı ve bilişsel olarak zor problemler yazılması için problem kuran bireylerde güçlü bir matematiksel alan bilgisinin olması gerektiğine işaret etmektedirler. Etkinlik-temelli görüşmelerin sonuçları öğretmen adaylarının matematiksel kavramlara yönelik alan bilgisindeki sınırlılığa işaret etmiştir. Bu bağlamda, farklı matematiksel kavramlarla ilişkilendirmek suretiyle bilişsel olarak daha karmaşık problemler kurulamamasının başlıca nedeninin öğretmen adaylarının matematiksel alan bilgisindeki eksiklik olduğu tespit edilmiştir. Matematik öğretmenleri kurdukları problemler üzerinde matematiksel ve pedagojik perspektiflerden düşünmelidirler. Crespo ve Sinclair (2008) pedagojik perspektiften “Problem ne tür matematiksel fikirler içermelidir?” sorusuna; matematiksel perspektiften ise “Problem ilginç midir? Matematiğin diğer alanlarıyla ilişkili midir?” (s. 397) sorularına dikkat çekmişlerdir. Bahsi geçen bu sorular öğretmen adaylarının daha zengin içerikli problemler kurmasına imkan tanıyabilecektir. Buna karşın etkinlik-temelli görüşmelerde adaylar yazdıkları problemlere farklı perspektiflerden yaklaşmamışlardır. Öğretmen adaylarının problem biçimlendirme sürecinde yazdıkları problemlerin ilginçliği, farklı matematiksel kavramlar ile ilişkili olup olmadığını sorgulama gibi anlayışlara sahip olmamaları “ekleme” stratejisine daha az yer verilmesinin bir diğer sebebi olmuştur.

Problem biçimlendirme stratejilerine yönelik bilgi ve deneyim eksikliği “verilen problemle ilişkili problem kurma” ifadesinin nasıl anlaşılacağını da etkilemiştir. Öğretmen adayları ilişkili problemler yazmaya yönelik etkinlikteki kelimelerde, sayılarda ya da etkinliğin kurgusunda değişiklik yapma şeklinde bir algı geliştirdikleri tespit edilmiştir. Bu anlayışın sonucu olarak öğretmen adayları bağlamı değiştirmeyi etkinlikle ilişkili fakat etkinlikteki problemden farklı farklı bir problem yazma olarak algılamışlardır. Bu nedenle “bağlamı değiştirme” stratejisini kullanmaya ağırlık vermişlerdir. Belirlenen bağlamın durumuna göre problemin soru kökünde veya

verilerinde değişikliklere gitmişlerdir. Bu yönüyle “bağlamı değiştirme” stratejisi, diğer stratejilerin kullanımını da tetiklemiştir. Dolayısıyla bu sonuçlar adayların bilinçli bir şekilde farklı stratejileri birlikte kullanarak “birleştirme” stratejisinde yanıtlar yazmadıklarına işaret etmektedir.

Problem biçimlendirmede strateji kullanımı, alan bilgisi ve problem kurma deneyimi yanında farklı faktörlerden de etkilenmiştir. Problem kavramına yönelik algı, strateji kullanımı üzerinde etkili olmuştur. Crespo ve Sinclair (2008) katılımcılara belirli bir matematiksel durumda neyin problem olabileceğini anlama fırsatı sunulması gerektiğini ifade etmişlerdir. Bazı adaylar x , y gibi sembolik değişkenlerin problemin ifadesinde değil çözümünde olması gerektiğini düşünmüşlerdir. Bu yaklaşım “yeniden biçimlendirme” stratejisinin kullanımına engel oluşturmuştur. Bu strateji sadece harfler kullanarak oluşturulmayacak, aynı zamanda sözel olarak da ifade edilebilecektir. Problem kurma deneyimi eksikliği de bu tür kullanıma engel oluşturmuştur. Bilişsel beklentilerine göre problemlerin analiz edildiği ders kitabı araştırmalarında “yeniden biçimlendirme” stratejisine uygun problemler muhakeme becerisi kategorisinde yer almaktadır. Türk ders kitaplarında bu kategorideki problem sayıları oldukça düşük orandadır (Bütüner, 2019; Kar vd., 2018). Örneğin, Bütüner (2019) kesirlerle bölme işleminde muhakeme becerisi gerektiren problemlerin oranının %2’nin altında olduğunu tespit etmiştir. Dolayısıyla bu sonuçlar adayların deneyimlerinde bu tür problemlerin çok fazla yer almadığına işaret etmektedir.

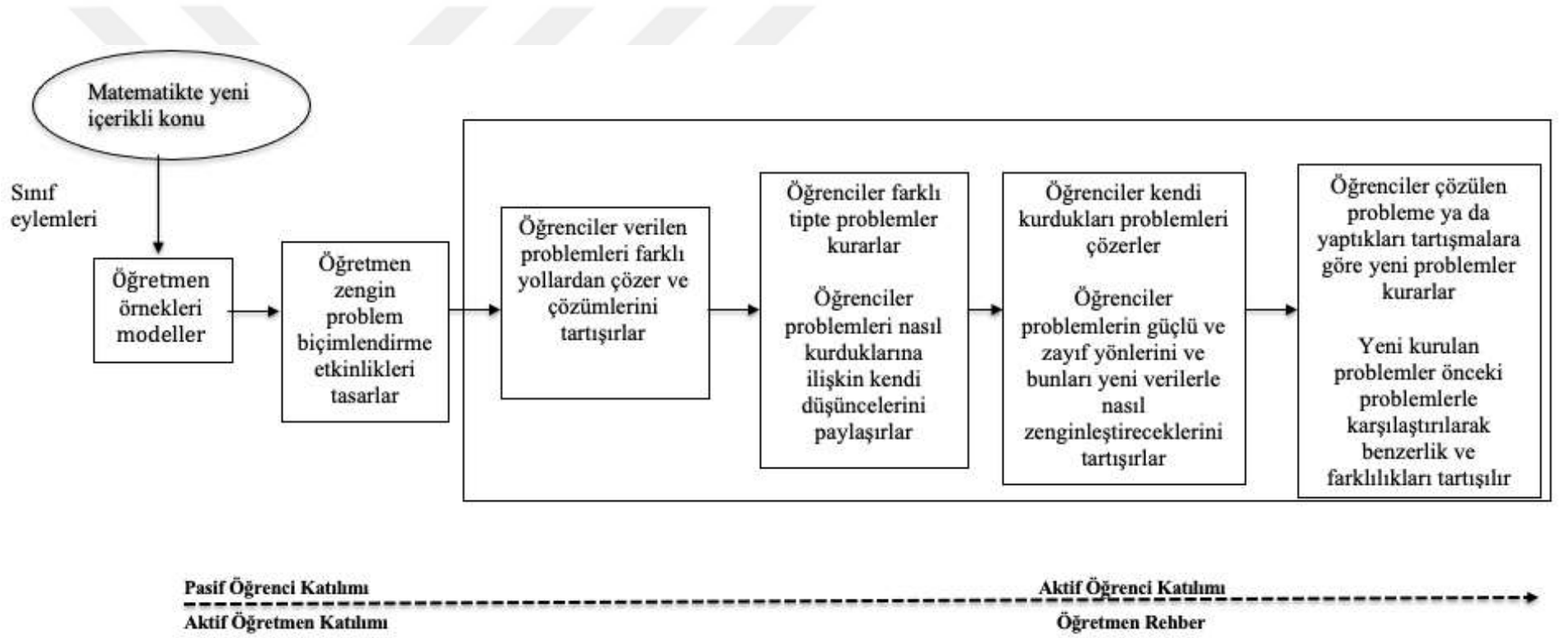
Etkinlik-temelli görüşmelerde bazı öğretmen adayları yazacakları problemlerin nasıl çözüleceğini de düşünmüşlerdir. Bu kapsamda tasarladıkları çözüme uygun problemler yazma yoluna gitmişlerdir. Bu anlayış sadece iki öğretmen adayında görölmüştür. Bu yönüyle öğretmen adaylarında yaygın görölen bir anlayış olmamıştır. Bu anlayışı benimseyen bazı adaylar kurdukları problemlerde “verilen ve isteneni yer değiştirme” gibi bazı stratejilere yer vermemişlerdir. Çünkü belirledikleri çözüm yoluyla bu stratejilere uygun problemlerin cevaplanamayacağını düşünmüşlerdir. Araştırmalar problem çözenin problem kurmaya nasıl katkıda bulunduğuna yönelik sonuçları sıklıkla vurgulamaktadır (Kilpatrick, 1987; Xie ve Masingila, 2017). Bu sonuç ise problem çözüme yaklaşımının bazı strateji türlerinin kullanımını engelleyerek problem kurmayı nasıl sınırladığına işaret etmiştir.

Bazı araştırmalarda (Silber ve Cai, 2017; Silver ve Cai, 1996) katılımcıların zor problemler yazma eğiliminde oldukları tespit edilmiştir. Etkinlik-temelli görüşmelerde

ise bazı adaylar problem biçimlendirmeyi zor problemler yazma olarak düşünmüşlerdir. Bu nedenle etkinlikteki problemden daha kolay olduğunu düşündükleri stratejileri yazmamışlardır. Bu algı, “yüzeysel değişiklik” ve özellikle “basitleştirme” stratejisinin kullanımını etkilemiştir. Öğretmen adaylarında bu anlayış sadece “araç kiralama”, “tokalaşma” ve “havuz” etkinliğinde görüldüğü için yaygın bir faktör olmamıştır. Buna karşın, öğretmen adaylarında belirlenen etkinlikteki problemden daha zor problemler yazma anlayışı “basitleştirme” stratejisine daha az yer verilmesine neden olmuştur.

4.3. Sonuç ve Öneriler

Bu tez çalışmasında, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının problem biçimlendirme sürecindeki düşünce yapıları keşfedilerek problem kurmaya yönelik alan bilgisinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu çalışmanın sonuçlarına dayanarak, Ellerton (2013) tarafından oluşturulan ve Xie ve Masingila (2017) tarafından genişletilen aktif öğrenmeyi temel alan bu çerçeveler bilişsel, üstbilişsel ve öğretimsel faktörlere göre yeniden düzenlenmiştir. Böylece problem kurmayı matematik konularının öğretimine dahil etmeyi amaçlayan Düzenlenmiş Aktif Öğrenme Çerçevesi olarak isimlendirilen yeni bir çerçeve oluşturulmuştur. Kilpatrick (2016) problem biçimlendirmenin önemini “problem biçimlendirme matematik öğretiminin hem amacı hem de aracı olmalıdır” (s. 73) şeklinde belirtmiştir. Problem biçimlendirmenin belirtilen bu misyonu yerine getirebilmesi için bu tür etkinlikleri matematik derslerine dahil eden öğrenme çerçevelerinin, tasarlanması, uygulanması ve yeniden düzenlenmesi gerekmektedir. Bu amaçla her iki çerçeve gözden geçirilerek aşağıda Şekil 21’de sunulan Düzenlenmiş Aktif Öğrenme Çerçevesi (DAÖÇ) oluşturulmuştur.



Şekil 21. Problem biçimlendirme etkinlikleri için Düzenlenmiş Aktif Öğrenme Çerçevesi

Bu tez çalışmasının sonuçlarına göre oluşturulan DAÖÇ ile diğer çerçeveler (AÖÇ ve GAÖÇ) arasında bazı benzerlikler ve farklılıklar bulunmaktadır. AÖÇ ve GAÖÇ, sorgulamaya-dayalı öğrenme ortamı oluşturmayı amaçlamakta ve bu bağlamda katılımcıları pasif alıcılar yerine aktif öğrenenler olarak görmektedir. Çünkü bu çerçevelerde (bk. Şekil 10 ve Şekil 11), öğrenenler modelin ilk adımlarında dinleme, taklit etme ve ezberleme gibi becerileri sergilerken, ilerleyen adımlarında yansıtma, deneyimleme ve sorgulama gibi beceriler sergilemektedirler. Benzer şekilde, DAÖÇ’de katılımcıları aktif öğrenenler olarak görmekte ve sorgulamaya-dayalı öğrenme ortamı oluşturma imkanını korumaktadır. Çünkü bu öğrenme çerçevesi boyunca ilköğretim matematik öğretmeni adayları, problemleri nasıl kurup çözdüklerini açıklamaları, problemin matematiksel geçerliliğini ve yeni verilerle nasıl zenginleştirildiğini tartışmaları noktasında teşvik edilmektedir.

DAÖÇ, diğer çerçevelerden bazı yönlerden farklılıklar da içermektedir. Birincisi, Ellerton (2013) tarafından oluşturulan AÖÇ’de öğretmen problemleri modellemekte ve öğrencilerin dikkatini ders kitaplarında bulunan öğretmen tarafından modellenen problemlere benzer problemlere çekmektedir. Xie ve Masingila (2017) ise GAÖÇ’de ders kitaplarında bulunan benzer problemlere dikkat çekmek yerine katılımcıların kendi problemlerini oluşturmalarına fırsat sunan problem kurma etkinliklerine yer vermiştir. DAÖÇ’de ise verilen problemle ilgili çeşitli problemler kurulmasına vurgu yapılmaktadır. Bu çalışma ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının problem biçimlendirme sürecinde birçok faktörden etkilendiğini ve bu faktörlere bağlı olarak çok çeşitli problemler yazma eğiliminde olduklarını göstermektedir. Örneğin, adaylar günlük yaşamla ilişkilendirmenin önemi ile ilgili olarak probleminin bağlamını değiştirerek yeni problemler yazdılar. Diğer bir taraftan, problemi zorlaştırma faktörünü dikkate alanlar etkinliğe yeni veriler eklemişlerdir. Stoyanova ve Ellerton (1996) problem kurmayı, öğrencilerin matematiksel bilgi ve deneyimlerine dayanarak verilen durumları kişisel olarak yorumlayıp geçerli matematik problemleri yazdıkları süreç olarak tanımlamışlardır. Böylece öğrencilerin çeşitli problemleri biçimlendirmeleri istenerek öğrendikleri yeni matematiksel konu ile ilgili deneyimlerini daha iyi yansıtabilirler. Cai ve Ding (2017) “birey ne kadar güçlü ve derin bağlantılar kurarsa matematiksel anlayışı o kadar derinleşmektedir” (s. 6). Bu bağlamda öğrencilerin çeşitli problemler kurmalarını istemek, onlara etkinlikteki problemdeki matematiksel kavramla farklı bağlantıları olan problemleri biçimlendirme fırsatı sunabilir. AÖÇ ile karşılaştırıldığında, GAÖÇ

öğrenenlerin matematiksel bilgi ve deneyimlerini öğrenme sürecine daha fazla dahil etmektedir. Bu tez çalışması sonuçlarına göre oluşturulan DAÖÇ’de ise Xie ve Masingila’nın (2017) perspektifi benimsenmiş ve geliştirilmiştir. Bu çerçevede DAÖÇ’de öğretmenin modellediği benzer problemleri incelemekten farklı olarak zengin problem biçimlendirme etkinlikleriyle başlamaktadır. Böylece öğretmen adayları öğrenilecek yeni matematik konularını bilgi ve deneyimlerinin üzerine inşa edebilmektedirler. Bu nedenle, DAÖÇ dayalı öğrenme ortamları, öğrencilerin kavramsal öğrenmelerinin gelişimine daha güçlü bir vurgu yapabilir.

İkincisi, öğrencilerin matematiksel anlamalarını geliştirmek amacıyla yapılan deneysel çalışmalarda öğretim tasarımlarında, problem kurma ve çözmenin ardışık kullanımı desteklenmektedir (Cankoy, 2014; Chen vd., 2015; English, 1998). AÖÇ ve GAÖÇ’de problem kurma ve çözme aktiviteleri birbiri ardına gerçekleşmekte fakat sıraları değişmektedir. DAÖÇ’ne dayalı bir öğrenme ortamında öğrencilerden önce belirli bir problemi farklı yollarla çözmeleri istenmektedir. İlköğretim matematik öğretmeni adayları sunulan problemi çözmenin, problemin matematiksel yapısını anlamalarına katkıda bulunduğunu ve yeni biçimlendirilen problemlerde sayısal değerleri ayarlamalarına yardımcı olduğunu belirtmişlerdir. Dolayısıyla problem biçimlendirme etkinliklerine çözüm yapılarak başlanması öğrencilerin yeni öğrendikleri matematiksel kavramı yazacakları problemde daha etkin kullanmalarını sağlar. Ellerton (2013), AÖÇ’de problem biçimlendirme ile başlayarak ardından problem çözme ile devam etmiştir. Ancak, AÖÇ’de problemi farklı yollardan çözme yönünde bir talimat yoktur. DAÖÇ ise verilen problemi farklı yollardan çözülmesi yönünde talimatlar içermektedir. Bunun nedeni adayların verilen problem için çözüm yöntemlerinin problem biçimlendirme sürecinde etkili olduğunun belirlenmesidir. Xie ve Masingila (2017) ise GAÖÇ’de problem kurma ve çözme etkinliklerinin her bir için ayrı yollar sunmuştur. Bu öğrenme çerçevesine göre problem kurma etkinliklerinin uygulanmasında öğretmen adaylarının sırasıyla bilgi ve deneyimlerine göre farklı problemler kurmaları ardından problemi çözmeleri ve tekrar problem yazmaları istenmiştir. Çünkü, Xie ve Masingila (2017) verilen problemde hareketle problem kurma, şekiller ve açık-uçlu hikâyelerden problem kurma gibi farklı etkinliklere yer vermişlerdir. Bu tez çalışmasının sonuçları, öğrenme çerçevesinin adımlarının problem kurma etkinliğinin türüne göre yeniden düzenlenmesi gerektiğini ortaya koymuştur. Dolayısıyla, DAÖÇ’de problem biçimlendirme etkinlikleri problem çözmeyle başlatılmıştır. Çünkü ilköğretim matematik

öğretmeni adayları yaygın şekilde etkinliği çözerek problem biçimlendirmeye başlamışlardır. Özellikle daha zor olan tüccar ve teğet gibi etkinliklerde adayların problemi çözmek veya yapısını analize etmek için daha fazla zaman harcadıklarını gözlemlemişlerdir. İlköğretim matematik öğretmeni adayları problemi çözmeye çalıştıklarında etkinliğin yapısını derinlemesine analiz etme fırsatı bulduklarını, yazdıkları problemlerde hata yapma riskini azalttığını ve etkinliğe uygun bağlamı belirlemelerine yardımcı olduğunu belirtmişlerdir. Bu bağlamda, matematiksel kavramları öğretmek için tasarlanan problem biçimlendirme etkinliklerine çözüm yaparak başlanması önemli öğretimsel fırsatlar sunabilecektir.

Üçüncüsü, bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının benimsedikleri çözüm yöntemlerinin problem biçimlendirme stratejileri üzerinde etkili olduğu tespit edilmiştir. Bazı ilköğretim matematik öğretmeni adayları etkinlikteki problemin hangi çözüm yolunun matematiksel öğrenmelerine daha fazla katkı sağladığını düşünmüş ve bu çözüm yollarına uygun problemler yazmışlardır. Dolayısıyla, adaylar önce uygun bir çözüm belirleme ve ardından bir problem kurma yolunu izlemişlerdir. İlköğretim matematik öğretmeni adayları, bazı çözümleri yapamadıklarında veya zor olarak değerlendirdiklerinde, bu çözümlere ilişkin problem üzerinde düşünme fırsatı bulamayacaklardır. Bu nedenle, problem biçimlendirme etkinliklerinde mümkün farklı çözümlerin tartışılması kurulacak problemleri zenginleştirme fırsatı sağlayacaktır. DAÖÇ'nin ilk adımında, bu sınırlılıklar dikkate alınarak, adaylardan etkinlikteki problemi mümkünse farklı yollarla çözmeleri istenmiş ve sonraki adımda yeni problemler yazmaları istenmiştir. Böylelikle ilköğretim matematik öğretmeni adayları öğrendikleri matematiksel kavramı farklı açılardan analiz etme fırsatı bulacaklar ve kendi öğrenmelerindeki zayıf ve güçlü yönlerin farkına varacaklardır.

Dördüncüsü, DAÖÇ diğer çerçevelere kıyasla kurulan problemler üzerinde yapılacak tartışmaların niteliği hakkında daha spesifik öneriler sunmaktadır. Bu öğrenme çerçevesinde, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarından yeni veriler ekleyerek problemi zenginleştirmeleri ve yazdıkları problemlerin zayıf ve güçlü yönlerini tartışmaları istenmiştir. Problemlerin güçlü ve zayıf yönlerinin tartışılması, öğretmen adaylarının matematikte öğrenecekleri yeni konulara ilişkin kavramsal anlayışlarını geliştirecektir. Çünkü bu tür tartışmalarda problemlerin matematiksel yapısı ve farklı kavramlarla nasıl ilişkisi olduğu analiz edilebilecektir. Böylece, birçok bilişsel faktör öğrenme sürecine aktif olarak dahil edilecektir. Ayrıca yazılan problemlerde aranan

önemli özelliklerden biri gerçekçi olmasıdır (Chen, Van Dooren, Chen ve Verschaffel, 2011). Bu nedenle, matematik öğretmeni adayları problem kurmak için öğrendikleri yeni matematik konusunun içeriği ile seçilen bağlam arasındaki uygunluğu da dikkate alacaklardır. Ek olarak yazılan problemlerin güçlü ve zayıf yönlerinin tartışılması, öğretmen adaylarına yeni konuya yönelik kendi matematiksel bilgisinin güçlü ve zayıf yönleri hakkında bilgi verecektir. Dolayısıyla, bu öğrenme çerçevesi ilköğretim matematik öğretmeni adaylarına öğrenme süreçleri hakkında düşünme fırsatları sunacak ve böylece üstbilişsel becerileri kullanmalarını destekleyecektir.

Beşincisi, GAÖÇ'nin son adımında öğretmen adaylarından önceki adımda kurdukları problemlere yaptıkları çözümlere göre yeni problemler yazmaları istenmektedir. DAÖÇ'de ise bu yaklaşım bir adım ileriye taşınmıştır. Bu öğrenme çerçevesinin son adımında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarından yeni veriler ekledikleri problemleri önceki adımlarda yazdıkları problemlerle karşılaştırmaları istenmiştir. Adaylar yazdıkları problemleri yeni yazdıkları problemlerle karşılaştırarak, öğrendikleri matematiksel konunun içeriği ile probleme ekledikleri matematiksel kavram ve işlemler arasındaki ilişkileri inceleme fırsatı bulacaklardır. Dolayısıyla bu öğrenme çerçevesi problem biçimlendirme etkinlikleri yoluyla öğretmen adaylarının yeni matematiksel konuları kendi bilgi ve deneyimleri üzerine inşa etmelerine fırsat sunabilecektir.

Bu çalışmanın sonuçları, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının problem biçimlendirme performansına yönelik önemli bilgiler sağlamıştır. Buna karşın problem biçimlendirme etkinliklerinde adayların yazdıkları problemlerde strateji kullanımında yetersizlikler tespit edilmiştir. Problemin tanımına yönelik anlayış eksiklikleri strateji kullanımında yaşanan yetersizliğin bir sebebini oluşturmuştur. Xie ve Masingila (2017) "Eğer problem kurma öğretmeni adaylarının müfredatına dahil edilecekse, ilk husus adayların matematik probleminin tanımını anlamalarına yardımcı olmaktır" (s.114). Crespo ve Sinclair (2008) ise bireyin problem kurabilmesi için, belirli bir matematiksel durumda neyin problem olabileceğini anlaması gerektiğini ve strateji kullanarak yazdığı ifadelerin matematiksel bir problem olup olmadığını belirleyebilmeye aşına olması gerektiğini ifade etmiştir. Bu yönüyle adayların problemin tanımı ve problem biçimlendirmeye yönelik sınırlı algıları strateji seçimlerini etkileyebileceğinden, problem biçimlendirmenin tanımı ve öneminin öğrenme sürecinin erken aşamalarına dahil edilmesi önerilmektedir.

Strateji kullanımındaki bu yetersizliğin bir sebebi ise strateji bilgisinin zayıflığı olmuştur. Öğretmen adayları daha fazla problem yazmalarına olanak tanıyan yüzeysel değişiklik, bağlamı değiştirme veya değiştirme stratejilerini kullanma eğilimi göstermişlerdir. Bazı araştırmacılar, verilen problemde yüzeysel/kozmetik değişikliklere yapılmasını sağlayan stratejilerin bilişsel olarak zorlayıcı olmadığını vurgulamışlardır (Grundmeier, 2015; Klinshtern vd., 2015; Lavy ve Bershadsky, 2003). Bu nedenle problem sayısını arttırmaya odaklanmak, öğrenme ortamlarında matematiksel olarak zengin içerikli problemler yazılmasını olumsuz etkileyebilir. Crespo ve Sinclair (2008) verilen ve isteneni yer değiştirme, ekleme ve yeniden biçimlendirme gibi stratejiler yardımıyla yazılan problemlerin öğrenciler için daha yararlı ve/veya etkileyici olabileceğini öne sürmüştür. Bu nedenle öğretmen adaylarına “mümkün olduğunca çok problem yaz” yönlendirmesinin yanı sıra bu stratejileri kullanarak problem yazmalarının istenmesi önerilmektedir. Örneğin; verilen ve isteneni yer değiştirme stratejisi için “Verilen problemde verilenler ve istenenler yer değiştirilirse hangi problem yazılabilir?” veya bağlamı değiştirme ve ekleme stratejileri için “Eğer problemin hikayesi değiştirilirse ve verilen probleme yeni veriler eklenirse hangi problem yazılabilir?” gibi sorular süreçte yardımcı olabilir.

Öğretmen adaylarında belirlenen bu strateji bilgi eksikliğinin bir nedeni ise problem biçimlendirmeye yönelik deneyim eksikliği olmuştur. Bu durum öğretmen adaylarının bilişsel olarak zorlayıcı stratejiler kullanmalarını engelleyerek problem biçimlendirme performanslarını düşürmüştür. Ellerton (2013) problem kurmayı yeni deneyimlemeye başlayan öğretmen adaylarından mükemmel yanıtlar beklenmesinin uygun olmadığını ve fırsatlar sunarak bu eksikliklerin giderilmesi gerektiğini ifade etmiştir. Bu bağlamda öğretmen adaylarının öncelikle problem biçimlendirme etkinliklerine aşina olmaları için problemin tanımına yönelik anlayışlarını ve strateji bilgisini geliştirmeyi hedefleyen bir öğrenme ortamının tasarlanması önerilmektedir. Bu öğrenme ortamı tasarımında farklı strateji türlerinin kullanımına imkan tanıyan problem biçimlendirme etkinlikleri kullanılmalıdır. Katılımcılara problem biçimlendirme sürecinde strateji türleri hakkında bilgiler verilmeli ve deneyim kazanmaları için uygulamalar yapılmalıdır. Bu şekilde tasarlanan öğrenme ortamı öğretmen adaylarının problem biçimlendirme stratejilerinde deneyim kazanmasına imkan tanıyarak performanslarını yükseltebilecektir.

Strateji kullanımında yetersizliğin bir diğer sebebi ise adayların matematiksel alan bilgisi eksikliği olmuştur. Adayların alan bilgisi eksikliğinden kaynaklı bilişsel olarak zorlayıcı strateji türlerine yer veremedikleri tespit edilmiştir. Stickles (2011) katılımcıların problem kurma performanslarındaki düşüklüğün matematiksel bilgi eksikliğinden kaynaklanabileceğini vurgulamıştır. Bu bağlamda matematiksel alan bilgisinin problem biçimlendirme stratejileri üzerindeki etkileri göz önüne alınarak bir öğrenme ortamı tasarlanması önerilmektedir. Bu öğrenme ortamında etkinlikteki kavramlar analiz edilmeden ve çözülmeden problemler yazılmamalıdır. Yine de bu öneri problem biçimlendirme stratejilerinin etkin kullanımı için yeterli olmayacaktır. “Ekleme” stratejisine uygun problemler yazabilmek için etkinlikle ilgili matematiksel kavramların derinlemesine analizlerinin yapılması gereklidir. Daha sonra matematik öğretmen adaylarından ilgili problemleri kurmaları istenebilir. Son olarak, çözümlerin strateji kullanımı üzerindeki etkileri göz önüne alındığında bu öğrenme ortamında birden fazla çözüm yaklaşımının avantaj ve dezavantajları tartışılmalıdır. Sonrasında matematik öğretmen adaylarından problem biçimlendirme stratejilerini kullanarak problem yazmaları, problem biçimlendirme yaklaşımlarını açıklamaları ve stratejileri çözümlerle ilişkilendirmeleri istenmelidir. Problem biçimlendirmeye yönelik bu şekilde tasarlanan bir öğrenme ortamının sonucunda öğretmen adayları daha farklı strateji türlerine yer verebilecektir. Bu tür araştırmalar, öğretmen adaylarının strateji tercihleri ve kullanımını etkileyen faktörler hakkında daha aydınlatıcı veriler sunabilecektir.

Araştırmacılar problem kurma etkinliklerine yönelik yapılan öğretimin katılımcıların üstbilişsel becerilerindeki artış üzerinde etkili olduğunu vurgulamışlardır (Akben, 2020; Alan ve Özsoy, 2019; Yıldız, 2014). Bu tez çalışmasında ise öğretmen adaylarının üstbiliş kavramına yönelik bilgi ve deneyimlerinin sınırlı olduğu ve problem biçimlendirme sürecinde üstbilişsel becerileri etkili bir şekilde sergilemedikleri tespit edilmiştir. Bu nedenle, problem biçimlendirme faaliyetlerine başlamadan önce öğretmen adaylarının bu becerilerini geliştirmeyi hedefleyen aktivitelerin yapılması güçlü bir şekilde önerilmektedir. Bu tür bir farkındalığın ardından yürütülecek problem biçimlendirme faaliyetleri, öğretmen adaylarının problem biçimlendirme sürecinde üstbilişsel faaliyetleri nasıl kullandıkları hakkında daha açıklayıcı veriler sunabilecektir. Bunun yanında öğretmen adayları kendi öğrenme yollarını dikkate aldıkları durumlarda yaygın olarak yazdıkları problemlerin geçerli olduğu tespit edilmiş ve “verilen ve isteneni yer değiştirme”, “yeniden biçimlendirme”, “ekleme” gibi Kwek’in (2015) ifadesi ile

yapısal değişikler içeren stratejileri kullanmışlardır. Bu yönüyle, problem biçimlendirme sürecinde üstbilişsel faaliyetlerin bilinçli kullanılmadığı halde strateji türleri üzerinde etkili olduğu anlaşılmaktadır. Dolayısıyla üstbilişsel farkındalığa ve problem kurma sürecinde üstbilişsel sorulara dikkat çekilerek tartışmalar yapılması ve böylece adayların problem biçimlendirme becerilerinin geliştirilebilecektir. Bu bağlamda öğretim tasarımlarında üstbilişsel farkındalığa yönelik bilgi verilmesi, bu alandaki üstbilişin içeriğinin tanıtılması ve üstbilişsel becerilere vurgu yapan soruların eklenmesi (kurduğum problem farklı matematiksel kavramlar içermekte midir? problem ilginç midir? matematiksel olarak hata içermekte midir? gibi), aynı zamanda öğretmen adaylarının problem kurma performanslarını da geliştirebilecektir.

AÖÇ ve GAÖÇ de öğretmen adayları ile yapılan çalışmalardan elde edilen sonuçlara dayanılarak oluşturulmuştur. Benzer şekilde, DAÖÇ de ilköğretim matematik öğretmeni adaylarıyla gerçekleştirilen etkinlik-temelli görüşmelerin sonuçlarına dayanarak geliştirilmiştir. Bu öğrenme çerçevesini farklı sınıf seviyelerinde kullanmak için okul öncesinden ortaöğretim son sınıfa kadar olan öğrencilerle benzer araştırmalar yapılmalı ve bu çalışmaların sonuçlarına dayalı olarak çerçeve üzerinde düzenlemeler yapılmalıdır. Özellikle ileride yapılabilecek muhtemel araştırmalarda, katılımcıların bu çerçevenin aşamalarındaki baskın faaliyetlerine, problem çözme ile problem kurmanın nasıl ilişkilendirdiğine ve problem biçimlendirme stratejilerinin süreç içerisinde etkin şekilde kullanılıp kullanılmadığına odaklanılması önerilmektedir. Böylece bu tez çalışmasında oluşturulan DAÖÇ daha da geliştirilebilecektir.

Etkinlik-temelli görüşmelerle yapılan araştırmanın bazı sınırlılıkları da bulunmaktadır. Birincisi, problem biçimlendirme etkinliklerinin uygulandığı 38 adayın yazdıkları problemlerde strateji kullanımında yetersizlikler tespit edilmiştir. Strateji kullanımındaki bu yetersizliğin bir sebebi ise strateji bilgisinin zayıflığı olmuştur. Bu yönüyle daha geniş örneklemeler üzerinden farklı etkinlikler yardımıyla benzer araştırmaların yapılmasına da hala ihtiyaç vardır. Etkinlik-temelli görüşmeler ise dokuz ilköğretim matematik öğretmeni adayı ile yürütülmüştür. Etkinlik-temelli görüşmelere göre “kavramlarla ilişkilendirme”, “çözüm yoluna bağlı kalma” ve “bilginin sınırını görme” gibi bazı faktörlerin problem biçimlendirme sürecinde diğer faktörlere göre daha az dikkate alındığı belirlenmiştir. Dolayısıyla, katılımcıların sayısı artırılarak yürütülebilecek benzer araştırmalar, problem biçimlendirme sürecini etkileyen baskın faktörler hakkında daha açıklayıcı veriler sağlayabilecektir. İkincisi, bu tez çalışması

doğrudan ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel alan bilgisine odaklanmasa da araştırmacıların gözlemleri, katılımcıların etkinliklerdeki matematiksel kavramlara ilişkin alan bilgisinin yeterli olmadığını göstermiştir. Çünkü bazı adaylar bazı etkinliklerdeki problemleri çözememişlerdir. Bu nedenle problem biçimlendirme sürecinde kavramlarla ilişkilendirmeyi çok az dikkate alarak karmaşık problemler yazabilmek için sadece aritmetik işlemlerin sayısını arttırmaya odaklanmışlardır. Dolayısıyla matematiksel alan bilgisi daha güçlü olan öğretmen adaylarıyla yapılabilecek benzer araştırmalar, problem biçimlendirme süreci hakkında daha derinlemesine sonuçlar ortaya koyabilecektir.

Üçüncüsü, bu tez çalışması altı problem biçimlendirme etkinliği üzerinden yürütülmüştür. Problemlerin seçiminde farklı öğrenme alanlarının temsil edilmesi de dikkate alınmıştır. Buna karşın, sayılar ve işlemler, geometri, istatistik ve olasılık ve cebir gibi öğrenme alanlarını temsil etmek için altı problem yeterli değildir. Bu nedenle, ileride yapılacak çalışmalarda problem sayısının artırılması, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının problem biçimlendirme süreçlerine ilişkin daha derinlemesine veri sağlayabilecektir. Dördüncüsü, bu çalışmanın sonuçları strateji türleri kullanılarak yazılan problemlerin kalitesi hakkında (problem orijinal mi, karmaşık mı) derinlemesine bilgi sağlamamaktadır. Problem kurma yoluyla etkili öğretim yapabilmek için öğretmenler, düşük bilişsel beceri gerektiren ve çok az veya hiç zorluk içermeyen problemler yerine önemli ve değerli matematik problemleri yazabilmelidirler (Cai ve Hwang, 2020; English, 2020). Bu nedenle ilerideki araştırmalarda ekleme, yeniden biçimlendirme, verilen ve isteneni yer değiştirme gibi stratejiler tanımlanabilir ve bunları kullanarak (karmaşık) problemler yazmaları istenebilir. Böylece bu stratejileri kullanırken matematiksel alan bilgilerini nasıl kullandıkları ve bu stratejiler için ne tür karmaşık problemler yazabilecekleri hakkında derinlemesine veriler elde edilebilecektir. Son olarak, DAÖÇ öğrencileri aktif öğrenenler olarak görmekte ve sorgulamaya dayalı öğrenme ortamı tasarlamayı amaçlamaktadır. Problem kurmayı ve çözmeyi içeren bu tür öğrenme ortamlarında, öğrencilerin birbirleriyle etkileşimine öncelik veren grup çalışmaları yaygın olarak kullanılmaktadır (Cankoy, 2014; Chen vd., 2015; English, 1998). İleride yapılacak çalışmalarda grup çalışması ile problem biçimlendirme etkinliklerinin yapılması ve bu tür ortamlarda matematik öğretmen adaylarının düşünce süreçlerinin incelenmesi önerilmektedir. Öğrenmenin sosyal yönünü de dikkate alan bu tür çalışmaların sonuçları, tasarlanan DAÖÇ'nin geliştirilmesine katkı sağlayabilecektir.

KAYNAKÇA

- Ainsworth, S. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16(3), 183-198.
- Akben, N. (2020). Effects of the problem-posing approach on students' problem solving skills and metacognitive awareness in science education. *Research in Science Education*, 50(3), 1143-1165.
- Alan, S., ve Özsoy, G. (2019). Problem genişletme etkinliklerinin problem çözme başarısına ve üstbilişe etkisi. *Ahi Evran Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 5(2), 439-458.
- Artz, A. F., and Armour-Thomas, E. (1992). Development of a cognitive-metacognitive framework for protocol analysis of mathematical problem solving in small groups. *Cognition and Instruction*, 9(2), 137-175.
- Baki, A. (2015). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Ankara: Harf Eğitim Yayıncılık.
- Baki, A., Karataş, İ., ve Güven, B. (2002, Eylül). *Klinik mülakat yöntemi ile problem çözme becerilerinin değerlendirilmesi*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, ODTÜ, Ankara.
- Balka, D. S. (1974). Creative ability in mathematics. *The Arithmetic Teacher*, 21(7), 633-636.
- Ball, D. L. (1990). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *The Elementary School Journal*, 90(4), 449-466.
- Bayazit, İ., ve Kırnap-Dönmez, S. M. (2017). Öğretmen adaylarının problem kurma becerilerinin orantısal akıl yürütme gerektiren durumlar bağlamında incelenmesi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 8(1), 130-160.
- Bektaş, M., Kahraman, S., ve Temel, Y. (2019). *Ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik 6. sınıf ders kitabı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- Bonotto, C. (2012). Artifacts as sources for problem-posing activities. *Educational studies in Mathematics*, 83(1), 37-55.
- Bonotto, C., and Santo, L. D. (2015). On the relationship between problem posing, problem solving, and creativity in the primary school. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, and J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing. From research to effective practice* (s.103–123). New York: Springer.
- Braun, V., and Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3(2), 77-101.
- Braun, V., and Clarke, V. (2012). Thematic analysis. In H. Cooper, P. M. Camic, D. L. Long, A. T. Panter, D. Rindskopf, and K. J. Sher (Eds.), *APA handbook of research methods in psychology, 2: Research designs: Quantitative, qualitative,*

- neuropsychological, and biological* (s. 57-71). Washington, DC: American Psychological Association.
- Brown, S. I, and Walter, M. I. (2005). *The art of problem posing*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Bütüner, S. Ö. (2019). A comparison of the instructional content on division of fractions in Turkish and Singaporean textbooks. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(2), 265-293.
- Cai, J. (1998). An investigation of U. S. and Chinese students' mathematical problem posing and problem solving. *Mathematics Education Research Journal*, 10(1), 37–50.
- Cai, J. (2002). Singaporean students mathematical thinking in problem solving and problem posing: an exploratory study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34(5), 719-737.
- Cai, J. (2003). Singaporean students' mathematical thinking in problem solving and problem posing: an exploratory study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34(5), 719-737.
- Cai, J., and Brook, M. (2006). Looking back in problem solving. *Mathematics Teaching Incorporating Micromath*, 196, 42–45.
- Cai, J., and Ding, M. (2017). On mathematical understanding: perspectives of experienced Chinese mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20(1), 5-29.
- Cai, J., and Hwang, S. (2002). Generalized and generative thinking in US and Chinese students' mathematical problem solving and problem posing. *The Journal of Mathematical Behavior*, 21(4), 401–421.
- Cai, J., and Hwang, S. (2019). Learning to teach mathematics through problem posing: Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research*. doi:10.1016/j.ijer.2019.01.001
- Cai, J., and Hwang, S. (2020). Learning to teach through mathematical problem posing: Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research*. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.01.001>
- Cai, J., and Jiang, C. (2017). An analysis of problem-posing tasks in Chinese and us elementary mathematics textbooks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(8), 1521–1540.
- Cai, J., Chen, T., Li, X., Xu, R., Zhang, S., Hu, Y., Zhang, L., and Song, N. (2019). Exploring the impact of a problem-posing workshop on elementary school mathematics teachers' conceptions on problem posing and lesson design. *International Journal of Educational Research*. doi:10.1016/j.ijer.2019.02.004

- Cai, J., Hwang, S., Jiang, C., and Silber, S. (2015). Problem-posing research in mathematics education: some answered and unanswered questions. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, ve J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing. From research to effective practice* (s.3–34). New York: Springer.
- Cai, J., Jiang, C., Hwang, S., Nie, B., and Hu, D. (2016). How do textbooks incorporate mathematical problem posing? An international comparative study. In P. Felmer, E. Pehkonen, and J. Kilpatrick (Eds.), *Posing and solving mathematical problems* (s. 3–22). Cham: Springer.
- Cai, J., Moyer, J. C., Wang, N., Hwang, S., Nie, B., and Garber, T. (2013). Mathematical problem posing as a measure of curricular effect on students' learning. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 57-69.
- Cankoy, O. (2014). Interlocked problem posing and children's problem posing performance in free structured situations. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 12(1), 219-238.
- Chapman, O. (2012). Prospective elementary school teachers' ways of making sense of mathematical problem posing. *PNA: Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 6(4), 135–146.
- Chapman, O. (2015). Mathematics teachers' knowledge for teaching problem solving. *LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education*, 3(1), 19–36.
- Chen, L., Van Dooren, W., Chen, Q., and Verschaffel, L. (2007). The relationship between posing and solving arithmetic word problems among Chinese elementary school children. *Journal of the Korea Society of Mathematical Education Series D: Research in Mathematical Education*, 11(1), 1-31.
- Chen, L., Van Dooren, W., Chen, Q., and Verschaffel, L. (2011). An investigation on Chinese teachers' realistic problem posing and problem solving ability and beliefs. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 9(4), 919-948.
- Chen, L., Van Dooren, W., and Verschaffel, L. (2015). Enhancing the development of Chinese fifth-graders' problem-posing and problem-solving abilities, beliefs, and attitudes: a design experiment. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, and J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing. From research to effective practice* (s. 309–329). New York: Springer.
- Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., Pitta-Pantazi, D., and Sriraman, B. (2005). An empirical taxonomy of problem posing processes. *Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik- International Journal on Mathematics Education*, 37(3), 149–158.
- Cifarelli, V. V., and Sevim, V. (2015). Problem posing as reformulation and sense-making within problem solving. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, and J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing. From research to effective practice* (s. 177–194). New York: Springer.

- Clement, J. (2000). Analysis of clinical interviews: Foundations and model viability. In R. Lesh, and A. Kelly (Eds.), *Handbook of research methodologies for science and mathematics education* (s. 341-385). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Crespo, S., and Sinclair, N. (2008). What makes a problem mathematically interesting? Inviting prospective teachers to pose better problems. *Journal Mathematics Teacher Education*, 11(5), 395–415.
- Creswell, J. W. (2014). *Research design qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Creswell, J. W., and Creswell, J. D. (2018). *Research design qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Dindyal, J., Tay, E. G., Toh, T. L., Leong, Y. H., and Quek, K. S. (2012). Mathematical problem solving for everyone: A new beginning. *The Mathematics Educator*, 13(2), 1-20.
- Einstein, A., and Infeld, L. (1967). *The evolution of physics*. London: Cambridge University Press.
- Ellerton, N. F. (1986). Children's made-up mathematics problems a new perspective on talented mathematicians. *Educational Studies in Mathematics*, 17(3), 261-271.
- Ellerton, N. F. (2013). Engaging pre-service middle-school teacher-education students in mathematical problem posing: development of an active learning framework. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 87-101.
- Ellerton, N. F. (2015). Problem posing as an integral component of the mathematics curriculum: A study with prospective and practicing middle-school teachers. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, and J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing. From research to effective practice* (s. 513-543). New York: Springer.
- English, L. D. (1997). Promoting a problem posing classroom. *Teaching Children Mathematics*, 4(3), 172.
- English, L. D. (1998). Children's problem posing within formal and informal contexts. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 83-106.
- English, L. D. (2020). Teaching and learning through mathematical problem posing: commentary. *International Journal of Educational Research*, 102, 1-5. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.06.014>
- Erenkuş, M. A., ve Savaşkan, E. D. (2018). *Ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik 7. sınıf ders kitabı*. Ankara: Koza Yayın.
- Ev-Çimen, E., ve Yıldız, Ş. (2017). Ortaokul matematik ders kitaplarında yer verilen problem kurma etkinliklerinin incelenmesi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 8(3), 378-407.

- Fan, L., and Zhu, Y. (2000). Problem solving in Singaporean secondary mathematics textbooks. *The Mathematics Educator*, 5(1), 117 –141.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive–developmental inquiry. *American Psychologist*, 34(10), 906-911.
- Goldin, G. A. (1997). Observing mathematical problem solving through task-based interviews. In A. R. Teppo (Ed.), *Qualitative research methods in mathematics education* (s. 40-62). Reston: NCTM.
- Goldin, G. A. (2000). A scientific perspective on structured, task-based interviews in mathematics education research. In A. E. Kelly, and R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (s. 517–545). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Gökkurt, B., Örnek, T., Hayat, F., ve Soylu, Y. (2015). Öğrencilerin problem çözme ve problem kurma becerilerinin değerlendirilmesi. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 4(2), 751-774.
- Grundmeier, T. A. (2015). Developing the problem-posing abilities of prospective elementary and middle school teachers. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, and J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing. From research to effective practice* (s. 411-431). New York: Springer.
- Harel, G. (2007). Students' proof schemes revisited. P. Boero (Ed.), *Theorems in schools: From history, epistemology and cognition to classroom practice* (s. 65-78). Rotterdam: Sense Publishers.
- Haylock, D. (1997). Recognising mathematical creativity in schoolchildren. *ZDM Mathematics Education*, 29(3), 68-74.
- Işık, A., ve Kar, T. (2011). Öğretmen adaylarının sözel ve görsel temsillere yönelik kurdukları problemlerin analizi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(30), 39-49.
- Işık, C. and Kar, T. (2012). The analysis of the problems posed by the pre-service teachers about equations. *Australian Journal of Teacher Education*, 37(9), 93-113.
- Jacobbe, T., and Millman, R. S. (2009). Mathematical habits of the mind for preservice teachers. *School Science and Mathematics*, 109(5), 298–302.
- Jacobs, J. E., and Paris, S. G. (1987). Children's metacognition about reading: Issues in definition, measurement, and instruction. *Educational Psychologist*, 22, 255-278. doi:10.1080/00461520.1987.9653052
- Kapur, M. (2018). Examining the preparatory effects of problem generation and solution generation on learning from instruction. *Instructional Science*, 46(1), 61-76.
- Kar, T. (2016). Prospective middle school mathematics teachers knowledge of linear graphs in context of problem-posing. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 8(4), 643–658.

- Kar, T., Güler, G., Şen, C., and Özdemir, E. (2018). Comparing the development of the multiplication of fractions in Turkish and American textbooks. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(2), 200–226.
- Kar, T., Özdemir, E., Öçal, M. F., Güler, G., and İpek, A. S. (2019). Indicators of prospective mathematics teachers' success in problem solving: the case of creativity in problem posing. In M. Graven, H. Venkat, A. Essien, and P. Vale (Eds.), *Proceedings of the 43rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, s. 456-463). Pretoria, South Africa: PU.
- Karataş, İ., ve Güven, B. (2003). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: Klinik mülakatın potansiyeli. *İlköğretim Online*, 2(2), 2-9.
- Kar, T., ve Işık, C. (2015). Türk ve Amerikan yedinci sınıf matematik ders kitaplarının tamsayılarla toplama ve çıkarma işlemleri üzerinden karşılaştırılması. *Eğitim ve Bilim*, 40(177), 75-92.
- Kaur, B., and Yeap, B. H. (2009). Mathematical Problem Solving in Singapore Schools. In B. Kaur, Y. B. Har, and M. Kapur (Eds.), *Mathematical problem solving: Yearbook 2009, association of mathematics educators* (s. 3-13). Singapore: World Scientific Publishing.
- Kavlak-Aycan, K. (2019). 7. Sınıf öğrencilerinin matematik problemi çözme ve kurma süreçlerindeki üstbilişsel becerilerinin incelenmesi ve karşılaştırılması. (Yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul). <https://katalog.marmara.edu.tr/veriler/yordambt/cokluortam/A0E82118-B1E3-A341-A82F-761B3038C04B/Kübra AYCAN KAVLAK.pdf>
- Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from?. In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (s. 123-147). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Kilpatrick, J. (2016). Reformulating: approaching mathematical problem solving as inquiry. In P. Felmer, E. Pehkonen, and J. Kilpatrick (Eds.), *Posing and solving mathematical problems advances and new perspectives* (s. 69–81). Switzerland: Springer.
- Kiş, E. (2018). *Ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik 8. sınıf ders kitabı*. Ankara: EKOYAY Yayıncılık.
- Kılıç, Ç. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının farklı problem kurma durumlarında sergilemiş oldukları performansın belirlenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 13(2), 1195-1211.
- Kılıç, Ç. (2017). A new problem-posing approach based on problem-solving strategy: Analyzing pre-service primary school teachers' performance. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 17(3), 771-789.
- Klinshtern, M., Koichu, B., and Berman, A. (2015). What do high school teachers mean by saying "I pose my own problems"? In F. M. Singer, N. F. Ellerton, and J. Cai

- (Eds.), *Mathematical problem posing. From research to effective practice* (s. 449-467). New York: Springer.
- Knuth, E. J. (2000). Student understanding of the Cartesian connection: An exploratory study. *Journal of Research in Mathematics Education*, 31(4), 500-507.
- Koichu, B., Harel, G., and Manaster, A. (2013). Ways of thinking associated with mathematics teachers' problem posing in the context of division of fractions. *Instructional Science*, 41(4), 681-698.
- Koichu, B., and Harel, G. (2007). Triadic interaction in clinical task-based interviews with mathematics teachers. *Educational Studies in Mathematics*, 65(3), 349-365.
- Kontorovich, I., Koichu, B., Leikin, R., and Berman, A. (2012). An exploratory framework for handling the complexity of mathematical problem posing in small groups. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31(1), 149-161.
- Korkmaz, E., ve Gür, H. (2006). Öğretmen adaylarının problem kurma becerilerinin belirlenmesi. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 8(1), 65-74.
- Krulik, S., and Rudnick, J. A. (1989). *Problem solving a handbook for senior high school teachers*. Boston: Allyn and Bacon.
- Kuhn, D. (1999). A developmental model of critical thinking. *Educational Researcher*, 28(2), 16-46.
- Kwek, M. L. (2015). Using problem posing as a formative assessment tool. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, and J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing. From research to effective practice* (s. 273-292). New York: Springer.
- Lavy, I. (2015). Problem-posing activities in a dynamic geometry environment: When and how. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, and J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing. From research to effective practice* (s. 393-410). New York: Springer.
- Lavy, I., and Bershadsky, I. (2003). Problem posing via "what if not?" strategy in solid geometry - a case study. *The Journal of Mathematical Behavior*, 22(4), 369-387.
- Leavy, A., and Hourigan, M. (2019). Posing mathematically worthwhile problems: developing the problem-posing skills of prospective teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 23(4), 341-361.
- Lee, F. L., and Heyworth, R. (2000). Problem complexity: A measure of problem difficulty in algebra by using computer. *Education Journal*, 28(1), 85-108.
- Lee, S. Y. (2020). Research Status of Mathematical Problem Posing in Mathematics Education Journals. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1-17.
- Lee, Y., Capraro, R. M., and Capraro, M. M. (2018). Mathematics teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in problem posing. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 13(2), 75-90.

- Lesh, R. F., Lester, F. and Hjalmarson, M. (2003). A models and modeling perspective on metacognitive functioning in everyday situations where mathematical constructs need to be developed. In R. Lesh, and H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: A models & modelling perspective on mathematics problem solving, learning & teaching* (s. 383-404). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lester, F. K. (2013). Thoughts about research on mathematical problem-solving instruction. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1-2), 245-278.
- Lester, F. K., and Kehle, P. E. (2003). From problem solving to modeling: The evolution of thinking about research on complex mathematical activity. In R. Lesh, and H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (s. 501-517). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Leung, S. S. (1997). On the role of creative thinking in problem posing. *International Review on Mathematical Education*, 97(2), 48-52.
- Leung, S. S., and Silver, E. A. (1997). The role of task format, mathematics knowledge, and creative thinking on the arithmetic problem posing of prospective elementary school teachers. *Mathematics Education Research Journal*, 9(1), 5-24.
- Leung, S. S. (2013). Teachers implementing mathematical problem posing in the classroom: Challenges and strategies. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 103-116.
- Leung, S. S. (2016). Mathematical problem posing: a case of elementary school teachers developing tasks and designing instructions in Taiwan. In P. Felmer, E. Pehkonen, and J. Kilpatrick (Eds.), *Posing and solving mathematical problems* (s. 69-81), Switzerland: Springer.
- Lowrie, T. (1999). Free problem posing: Year 3/4 students constructing problems for friends to solve. In J. Truran, and K. Truran (Eds.), *Making a Difference: Proceedings of the 22nd Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (s. 328-335). Sydney: MERGA.
- Luo, F. (2009). Evaluating the effectiveness and insights of pre-service elementary teachers' abilities to construct word problems for fraction multiplication. *Journal of Mathematics Education*, 2(1), 83-98.
- Maguire, M., and Delahunt, B. (2017). Doing a thematic analysis: A practical, step-by-step guide for learning and teaching scholars. *All Ireland Journal of Higher Education*, 9(3), 3351-33514.
- Ma, L. (2010). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. New York, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Manuel, D., and Freiman, V. (2017). Differentiating instruction using a virtual environment: A study of mathematical problem posing among gifted and talented learners. *Global Education Review*, 4(1), 78-98.

- McAllister, C. J., and Beaver, C. (2012). Identification of error types in preservice teachers' attempts to create fraction story problems for specified operations. *School Science and Mathematics*, 112(2), 88–98.
- Mcmillan, H. J., and Schumacher, S. (2010). *Research in education evidence-based inquiry*. Boston, USA: Pearson Education.
- Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research a guide to desing and implementation*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Mesa, V. (2004). Characterizing practices associated with functions in middle school textbooks: An empirical approach. *Educational Studies in Mathematics*, 56, 255-286. doi: 10.1023/B:EDUC.0000040409.63571.56
- Miles, M. B., and Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis*. California: Sage Publications.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2018). *İlkokul ve Ortaokul 1,2,3,4,5,6,7 ve 8. Sınıflar Öğretim Programı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Nicolaou, A. A., and Philippou, G. N. (2007). Efficacy beliefs, problem posing, and mathematics achievement. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 29(4), 48-70.
- Osana, H. P., and Pelczer, I. (2015). A review on problem posing in teacher education. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, and J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing. From research to effective practice* (s. 469-492). New York: Springer.
- Osana, H. P., and Royea, D. A. (2011). Obstacles and challenges in preservice teachers' explorations with fractions: A view from a small-scale intervention study. *The Journal of Mathematical Behavior*, 30(4), 333–352.
- Özgen, K., Aydın, M., Geçici, M. E., ve Bayram, B. (2017). Sekizinci sınıf öğrencilerinin problem kurma becerilerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 8(2), 218-243.
- Palmér, H., and Van Bommel, J. (2020). Young students posing problem-solving tasks: what does posing a *similar* task imply to students?. *ZDM Mathematics Education*, 743-752. doi:10.1007/s11858-020-01129-x
- Paolucci, C., and Wessels, H. (2017). An examination of preservice teachers' capacity to create mathematical modeling problems for children. *Journal of Teacher Education*, 68(3), 330–344.
- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research & evaluation methods*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

- Pehkonen, E. (1995). Introduction: Use of open-ended problems. *International Reviews on Mathematical Education*, 27(2), 55-57.
- Pilten, P., Işık, N., and Serin, M. K. (2017). The effects of mathematical discussion environment supported by metacognitive problems on the problem posing skills of 3th grade primary school grade students. *European Journal of Education Studies*, 3(4), 523-543.
- Pintrich, P. R., Wolters, C. A., and Baxter, G. P. (2000). Assessing metacognition and self-regulated learning. In G. J. Schraw, ve J. C. Impara (Eds.), *Issues in the measurement of metacognition* (s. 44-97). Lincoln, NE: Buros Institute of Mental Measurement.
- Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton, N.J.: Princeton University Press.
- Posamentier, A. S., ve Krulik, S. (2016). *Matematikte problem çözme 3-6. sınıflar için* (L. Akgün, T. Kar, ve M. F. Öçal, Çev.). Ankara: Pegem Akademi.
- Reys, B. J., Reys, R. E., and Chavez, O. (2004). Why mathematics textbooks matter. *Educational Leadership*, 61(5), 61-66.
- Rosli, R., Capraro, M. M., Goldsby, D., Gonzalez, E. G., Onwuegbuzie, A. J., and Capraro, R. M., (2015). Middle grade preservice teachers' mathematical problem solving and problem posing. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, and J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing: From research to effective practice* (s. 333-354). New York: Springer.
- Ruthven, K. (2020). Problematising learning to teach through mathematical problem posing. *International Journal of Educational Research*, 102, 1-7. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.07.004>
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando Florida: Academic Press, INC.
- Schraw, G., and Moshman, D. (1995). Metacognitive theories. *Educational Psychology Review*, 7(4), 351-371.
- Schuster, L., and Anderson, N. C. (2005). *Good questions for math teaching: Why ask them and what to ask, grades 5-8*. Sausalito, CA: Math Solutions Publications.
- Silber, S., and Cai, J. (2017). Pre-service teachers' free and structured mathematical problem posing. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48(2), 163-184.
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28.

- Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM—International Journal on Mathematics Education*, 29(3), 75–80.
- Silver, E. A. (2009). Cross-national comparisons of mathematics curriculum materials: what might we learn? *ZDM Mathematics Education*, 41(6), 827–832.
- Silver, E. A. (2013). Problem-posing research in mathematics education: Looking back, looking around, and looking ahead. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 157–162.
- Silver, E. A., Mamona-Downs, J., Leung, S. S., and Kenney, P. A. (1996). Posing mathematical problems: An exploratory study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(3), 293–309.
- Silver, E. A., and Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(5), 521–539.
- Silver, E. A., and Cai, J. (2005). Assessing students' mathematical problem posing. *Teaching Children Mathematics*, 12(3), 129–135.
- Singer, F. M., Ellerton, N. F., and Cai, J. (2013). Problem-posing research in mathematics education: new questions and directions. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 1–7.
- Singer, F. M., and Voica, C. (2013). A problem-solving conceptual framework and its implications in designing problem-posing tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 9–26.
- Son, J. W., and Hu, Q. (2016). The initial treatment of the concept of function in the selected secondary school mathematics textbooks in the US and China. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 47(4), 505–530.
- Soydan, Ş. (2011). *E-öğrenme araçlarının etkinliği ve bilişüstü beceri yaklaşımı uygulaması*. (Doktora tezi, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul). <https://katalog.marmara.edu.tr/eyayin/tez/T0074497.pdf>
- Stake, R. E. (1995). *The art of case study research*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Stickles, P. R. (2006). *An analysis of secondary and middle school teachers' mathematical problem posing*. (Unpublished doctoral dissertation). University of Indiana, Indiana, America.
- Stickles, P. R. (2011). An analysis of secondary and middle school teachers' mathematical problem posing. *Investigations in Mathematics Learning*, 3(2), 1–34.
- Stoyanova, E. (2003). Extending students' understanding of mathematics via problem posing. *Australian Mathematics Teacher*, 59(2), 32–40.

- Stoyanova, E., and Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing in school mathematics. In P. Clarkson (Ed.), *Technology in mathematics education* (s. 518-525). Mathematics Education Research Group of Australasia: The University of Melbourne.
- Stylianides, G. J. (2008). An analytic framework of reasoning-and-proving. *For the Learning of Mathematics*, 28(1), 9-16.
- Sullivan, P., Warren, E., and White, P. (2000). Students' responses to content specific open-ended mathematical tasks. *Mathematics Education Research Journal*, 12(1), 2-17.
- Ticha, M., and Hospesova, A. (2009). Problem posing and development of pedagogical content knowledge in pre-service teacher training. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, and F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (s.1941-1950). Lyon, France: Institut National de Recherche Pédagogique.
- Toluk-Uçar, Z. (2009). Developing pre-service teachers understanding of fractions through problem posing. *Teaching and Teacher Education*, 25(1), 166-175.
- Ulusoy, F., ve Kepçeoğlu, İ. (2018). The contextual and cognitive structure of prospective middle school mathematics teachers' problems in semi-structured problem-posing context. *Journal of Kirsehir Education Faculty*, 19(3), 1938-1963.
- Van Harpen, X. Y., and Sriraman, B. (2013). Creativity and mathematical problem posing: an analysis of high school students' mathematical problem posing in China and the USA. *Educational Studies in Mathematics*, 82(2), 201-221.
- Van Harpen, X. Y., and Presmeg, N. C. (2013). An investigation of relationships between students' mathematical problem-posing abilities and their mathematical content knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 117-132.
- Vistro-Yu, C. P. (2009). Using innovation techniques to generate 'new' problems. In B. Kaur, B. H. Yeap, and M. Kapur (Eds.), *Mathematical problem solving: Yearbook 2009 association of mathematics educators* (s. 185-207). Singapore: World Scientific Publishing.
- Wilson, J. (2001, Aralık). *Methodological difficulties of assessing metacognition: A new approach*. Paper presented at the Australian Association for Research in Education Conference, Fremantle, Australia.
- Wilson, J., and Clarke, D. (2004). Towards the modelling of mathematical metacognition. *Mathematics Education Research Journal*, 16(2), 25-48.
- Winograd, K. (1997). Ways of sharing student-authored story problems. *Teaching Children Mathematics*, 4(1), 40-47.
- Xie, J., and Masingila, J. O. (2017). Examining interactions between problem posing and problem solving with prospective primary teachers. A case of using fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 96(1), 101-118.

- Xu, B., Cai, J., Liu, Q., and Hwang, S. (2019). Teachers' predictions of students' mathematical thinking related to problem posing. *International Journal of Educational Research*. doi: 10.1016/j.ijer.2019.04.005
- Yazan, B. (2015). Three approaches to case study methods in education: Yin, Merriam, and Stake. *The Qualitative Report*, 20(2), 134-152.
- Yeap, B. H. (2009). Mathematical problem posing in Singapore primary schools. In B. Kaur, B. H. Yeap, and M. Kapur (Eds.), *Mathematical problem solving: Yearbook 2009, association of mathematics educators* (s. 102-116). Singapore: World Scientific Publishing.
- Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldız, Z. (2014). *Matematikte problem kurma çalışmalarının öğretmen adaylarının problem kurma becerilerine ve üstbilişsel farkındalık düzeylerine etkisi*. (Doktora tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul).
<http://katalog.marmara.edu.tr/veriler/yordambt/cokluortam/A57135C6-8CC3-9042-975B-346F4C51E08D/2BAD3047-B6CC-4D40-A82F-FCE80F09A811.pdf>
- Yıldız, A., ve Güven, B. (2017). Matematik öğretmenlerinin üstbilişi harekete geçirici davranışlarının incelenmesi için gözlem formunun geliştirilmesi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 41,1-19. doi: 10.21764/efd.12201
- Yin, R. K. (2017). *Durum çalışması araştırması uygulamaları*. (Prof. Dr. İlhan Günbayı, Çev.). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

EKLER

Ek 1. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adayları ile Araştırmanın Yürütülmesi İçin Alınan Etik Kurul Onay Yazısı



**T.C.
RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURULU**

SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURULU DEĞERLENDİRME RAPORU

Toplantı Tarihi: 29.05.2020

Toplantı No: 2020/27

Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Sınıf Öğretmenliği Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Eğitimi Bölümü yüksek lisans öğrencisi Beyzanur ERKAN'ın "Problemi Biçimlendirme: İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Düşünme Süreçlerinin İncelenmesi" isimli tez çalışması için çalışmalar yapılması düşünülmektedir. Bu çerçevede yürütülecek çalışmalar için izin talebi kurulumuzca değerlendirilmiş olup;

- ☒ Etik açıdan uygun bulunmuştur.
☐ Etik açıdan uygun bulunmamıştır.
☐ Etik açıdan önerilen değişikliklerin yapılmasıyla uygun bulunmuştur.

		Uygundur	Uygun Değildir*	Değişikliklerle Uygundur*
Prof. Dr. Salih Sabri YAVUZ	(Başkan)			
Prof. Dr. Mehmet KÜÇÜK	(Üye)			
Prof. Dr. Alaattin KIZILTAN	(Üye)			
Prof. Dr. Ali Salt ALBAYRAK	(Üye)			
Prof. Dr. Ahmet İshak DEMİR	(Üye)			
Prof. Dr. Abdurrahman HAÇKALI	(Üye)			
Prof. Dr. Hasan Ali ESİR	(Üye)			

- * Uygun bulunmaması halinde gerekçelerini içeren bir raporun sunulmasını gerektirir.
* Değişiklik önerisini içeren raporun sunulmasını gerektirir.



Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Fenler Mnh. Zihni Derin Yerleşkesi 53100 RİZE
Tel: 0. 464 223 81 00 Faks: 0. 464 223 63 28
www.erdogan.edu.tr

Ek 2. PBT'nin Oluşturulması Amacıyla Hazırlanan Problemler ve Bu Problemlere Ait Açıklamalar

No	Ortaokul Düzeyindeki Problemler	Öğrenme Alanı	Kazanım Türü	Sınıf	Strateji Sayısı	Problemin Sunumu
A ₁	Televizyon almak isteyen Gizem, Türkiye'den alırsa 1048 TL ve %15 vergi ödeyecektir. Yurt dışından satın alırsa 848 TL ürüne, %10 kargo ücreti ve %20 vergi ücreti ödeyecektir. Gizem hangi televizyonu tercih etmelidir?	Sayılar ve İşlemeler	Bir çokluğun belirtilen bir yüzdesine karşılık gelen miktarını belirler.	7.sınıf	5	Görsel temsil içermez
A ₂	Kutluhan, elinde bulunan 42 cm ve 48 cm uzunluğundaki geometri şeritlerini hiç artmayacak şekilde uzunlukları tam sayı olan eş büyüklükteki parçalara ayırıyor. Oluşan tüm parçaları kullanarak düzgün bir çokgen elde ediyor. Buna göre Kutluhan'ın elde ettiği düzgün çokgenin kenar sayısı ile kenar uzunluğu arasındaki fark en az kaçtır?	Sayılar ve İşlemler	İki doğal sayının en büyük ortak böleni ve en küçük ortak katını hesaplar ilgili problemleri çözer.	8.sınıf	6	Görsel temsil içermez
A ₃	Bir parça dikiş ipinin ucundan $\frac{1}{9}$ 'i kesilirse, ipin orta noktası eski durumuna göre 5 cm kaymaktadır. Buna göre dikiş ipinin tamamının uzunluğu kaç santimetredir?	Sayılar ve İşlemler	Kesirlerle işlem yapmayı gerektiren problemleri çözer.	6.sınıf	7	Görsel temsil içermez

A ₄	Bir öğrenci matematik testindeki soruların önce $\frac{1}{4}$ 'ünü sonra kalan soruların $\frac{2}{3}$ 'ünü cevaplamıştır. Geriye 10 soru kaldığına göre testte toplam kaç soru vardır? (Erenkuş ve Savaşkan, 2018, s.100)	Sayılar ve İşlemler	Rasyonel sayılarla işlem yapmayı gerektiren problemleri çözer.	7.sınıf	6	Görsel temsil içermez
A ₅	Saat öğlen 12:00'ı göstermektedir. Kaç dakika sonra akrep ve yelkovan tekrar üst üste gelir? (Ellerton, 2013)	Geometri ve Ölçme	Zamanı ölçme birimlerini tanımlar ve ilgili problemleri çözer.	5.sınıf	7	Görsel temsil içermez
A ₆	Ayrıt uzunlukları 4 cm, 5 cm ve 6 cm olan dikdörtgen prizması şeklindeki peynir, bal mumuna batırılıp tüm yüzeyi kaplanmaktadır. Peynir daha sonra ayrıt uzunlukları 1 cm'lik küpler halinde kesilmektedir. Bu küplerin kaç tanesinin yüzeyinde bal mumu yoktur? (Kruk ve Rudnick, 1989, s. 147)	Geometri ve Ölçme	Verilen bir hacim ölçüsüne sahip farklı dikdörtgenler prizmalarını birim küplerle oluşturur, hacmin taban alanı ile yüksekliğin çarpımı olduğunu gerekçeleriyle açıklar.	6.sınıf	5	Görsel temsil içermez
A ₇	Yazıcılar araç kiralama şirketi, Polo marka aracın kiralanması için günlük 70 TL ve her kilometre de 40 kuruş almaktadır. Buna göre gün içerisinde 120 km araç kullanan bir kişi bu kiralama şirketine kaç lira öder?	Cebir	Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.	8.sınıf	7	Görsel temsil içermez.

A₈ Sinem'in parası Melek'den 4,5 lira azdır. Sinem parasını 2 katına çıkarırken Melek parasını 2,1 lira arttırmaktadır. Son durumda Sinem'in, Melek'den 0,4 lira daha az parası vardır. Buna göre başlangıçta Sinem'in kaç lirası vardır?

Cebir

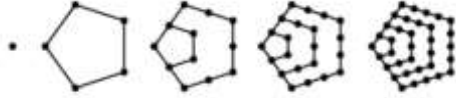
Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.

8.sınıf

5

Görsel temsil içermez

A₉



Şekilde verilen örüntünün sekizinci adımındaki nokta sayısı kaçtır?

Cebir

Örüntülerin kuralını harfle ifade eder.

7.sınıf

6

Görsel temsil içerir

Şekil örüntülerindeki ilişkileri örüntüye dönüştürme ve örüntünün kuralı bulmaya yönelik çalışmalara da yer verilir.

A₁₀ Bir düğün için bir kişilik, iki kişilik ve üç kişilik davetiyeler basılmıştır. Her davetiyeden en az bir tane gönderilmiştir. Davetli sayısı 33 kişi olduğuna göre 2 kişilik davetiyelerden en fazla kaç tane vardır? (Gökkurt, Örnek, Hayat ve Soylu, 2015)

Cebir

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.

7.sınıf

6

Görsel temsil içermez

- A₁₁ Aşağıda Aksu, Köşk ve Göker sinema salonlarında bir ay içerisinde gösterilen film, film gösterim sayısı ve izleyici sayılarını gösteren tablo verilmiştir.

Sinema Salonu	Aksu		Köşk		Göker	
	Yerli	Yabancı	Yerli	Yabancı	Yerli	Yabancı
Film Türü						
Film Sayısı	11	15	9	13	8	10
Filmlerin Gösterim Sayısı	27	37	12	32	32	52
İzleyici Sayısı	700	1500	900	1700	1100	1900

Veri İşleme

Verileri sütun, daire veya çizgi grafiği ile gösterir.

8.sınıf

5

Görsel temsil içerir

Bir grup öğrenci bu sinema salonlarından en çok tercih edilen salonu seçmek istemektedir. Öğrenciler için hangi salon uygundur?

- A₁₂ 12 kişi bir araya gelerek ihtiyaç sahibi olan 15 aileye her ay düzenli olarak yardım etmektedir. Yardıma muhtaç her aile ayda ortalama 1000 TL alıyorken yeni bir yardımseverin gruba dahil olmasıyla her bir aile ayda ortalama 1100 TL almaya başlamıştır. Buna göre gruba sonradan dahil olan yardımseverin bir ayda yaptığı bağış kaç TL'dir? (Bektaş, Kahraman ve Temel, 2018, s.250)

Veri İşleme

Bir veri grubuna ait aritmetik ortalamayı hesaplar ve yorumlar.

6.sınıf

5

Görsel temsil içermez

- A₁₃ Bir zarın üç yüzü beyaza, iki yüzü kırmızıya ve bir yüzü maviye boyanmıştır. Zar atıldığında zarın beyaz yüzünün üste gelme olasılığı kaçtır? (Kişi, 2018, s.112)

Olasılık

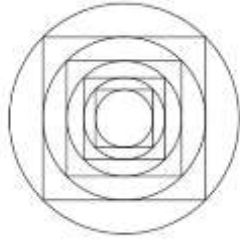
Basit olayların olma olasılığını hesaplar.

8.sınıf

6

Görsel temsil içermez

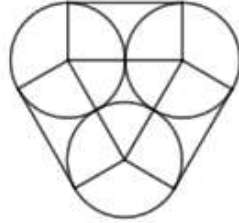
	Ortaokul Düzeyinde Yer Almayan Problemler	Öğrenme Alanı	Strateji Sayısı	Problemin Sunumu
B ₁	Bir tüccar bir ürünü katalogdaki liste fiyatı üzerinden %25 indirimle almıştır. Tüccar ürüne bir etiket fiyatı belirlemiş ve satış esnasında müşterilere etiket fiyatı üzerinden %20 indirim uygulamıştır. Tüccar bu durumda müşterilerin ürünü aldığı fiyat üzerinden %25 kâr ettiğine göre, etiket fiyatının liste fiyatına oranı nedir? (Krulik ve Rudnick, 1989, s.149)	Sayılar ve İşlemeler	7	Görsel temsil içermez
B ₂	Akıntı hızı saatte 10 km olan nehir üzerinde bir bot A noktasından akıntı yönünde B noktasına 120 dakikada ulaşmakta ve B noktasından A noktasına 3 saatte geri dönmektedir. Buna göre botun saatteki hızı nedir? (Baki, Karataş ve Güven, 2002)	Sayılar ve İşlemler	7	Görsel temsil içermez
B ₃	Boş havuzu birinci musluk 10 saatte, ikinci musluk 20 saatte dolduruyor. Buna göre bu iki musluk birlikte açıldığında boş havuzun tamamını kaç saatte doldururlar?	Sayılar ve İşlemler	6	Görsel temsil içermez
B ₄	Bir atölyede, masa yapılması planlamaktadır. Bir usta ve bir işçi bu masayı yapmak için birlikte çalışmaktadırlar. Usta tek başına çalışırsa masayı 4 günde, çırak tek başına çalışırsa aynı masayı 6 günde tamamlayabilmektedir. Usta ve çırak birlikte çalışırsa aynı masayı kaç günde tamamlarlar?	Sayılar ve İşlemler	6	Görsel temsil içermez
B ₅	Bir çiftçinin 24 kg olarak aldığı yaş kayısı kurutulunca maliyeti 3 katına çıkıyor. Buna göre yaş kayısı kurutulunca çiftçinin elinde kaç kg kayısı kalmıştır?	Sayılar ve İşlemler	6	Görsel temsil içermez

B₆Geometri
ve Ölçme

6

Görsel
temsil
içerir

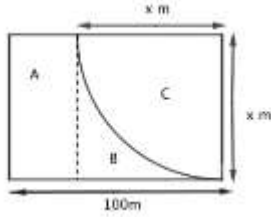
Şekilde daire ve kareler iç içe birbirine teğet olacak şekilde sunulmuştur. En küçük dairenin yarıçapı 1 cm olduğuna göre, en büyük dairenin alanının en küçük dairenin alanına oranı nedir? (Xie ve Masingila, 2017)

B₇Geometri
ve Ölçme

7

Görsel
temsil
içerir

60 cm çapındaki üç silindirik yağ varili, çelik telle şekilde görüldüğü gibi etrafı sarılarak bağlanmaktadır. Buna göre kaç santimetre çelik tele ihtiyaç vardır? (Krulik ve Rudnick, 1989, s. 153 uyarlanmıştır)

B₈

Toprak Türü	Fiyat
A	2 /m ²
B	3 /m ²
C	8 /m ²

Geometri
ve Ölçme

5

Görsel
temsil
içerir

Bahçıvan, üç farklı bitki türü yetiştirmek için arsayı üç bölüme ayırmaya karar vermiştir. C bölümünün alanının çeyreği temsil ettiği ve A bölümünden daha büyük olduğu bilinmektedir. Her bir bölüme farklı fiyatlara sahip farklı tip topraklar gereklidir. Bahçıvan toprak satın almak için 400 liralık bir bütçeye sahipse x 'in maksimum değeri kaçtır? (Kwek, 2015, s.286)

B₉ Bir sınıfta 12 kişi bulunmaktadır. Her biri birbiri ile bir kez tokalaştığına göre toplamda kaç tokalaşma olur? (Krulik ve Rudnick, 1989, s. 11)

Veri,
Sayma ve
Olasılık

6

Görsel
temsil
içermez

Ek 3. Problem Biçimlendirme Testi

Değerli Öğretmen Adayları,

Bu araştırmada, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının problemi biçimlendirme anlayışlarının (problemden hareketle ne tür problemler kurabildiklerinin) incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla aşağıda sizlere matematiksel problemler sunulmuştur. Bu problemlerle bir şekilde ilişkili olduğunu düşündüğünüz kurabildiğiniz kadar problem kurunuz.

Problemleri yazarken herhangi bir öğrenci seviyesi ya da sınıf düzeyini dikkate almayınız. Kurduğunuz problemler, ortaokul seviyesinde olup olmamasına göre incelenmeyecektir. Bunun yerine, analizlerde yazılan farklı problem sayısı, matematiksel yönden hata içermemesi, mevcut problemle ilişkili olması ve orijinal olması birlikte dikkate alınacaktır.

Araştırmanın sonuçlarının raporlaştırılması aşamasında kimlik bilgileriniz kesinlikle gizli kalacaktır ve üçüncü kişilerle paylaşılmayacaktır. Testte toplam altı problem kurma etkinliğine yer verilmiş olup, iki oturumda tamamlanacaktır. Her bir oturumda üç problem kurma etkinliği için problemler yazmanız istenmektedir. Araştırmaya katılımınız ve samimi cevaplarınızdan dolayı şimdiden teşekkür ederiz.

Örnek olması açısından aşağıda bir problem kurma etkinliği ve bu etkinliğe yönelik kurulabilecek farklı problemlerden sadece ikisi örnek olarak sunulmuştur. Sizde benzer şekilde sadece sunulan örneklerle bağlı kalmadan her bir etkinlikte problemle bir şekilde ilişkili olduğunu düşündüğünüz kurabildiğiniz kadar problem kurunuz.

ÖRNEK ETKİNLİK

Problem: Melek, internetten satış yapan bir mağazadan fiyatları aynı olan 3 çanta satın almıştır. Melek, 20 TL'si kargo ücreti olmak üzere toplam 620 TL ödeme yapmıştır. Bir çantanın fiyatı kaç liradır?

Problem 1: Melek, internetten satış yapan bir mağazadan fiyatları aynı olan 4 çift ayakkabı satın almıştır. Melek, 30 TL'si kargo ücreti olmak üzere toplam 830 TL ödeme yapmıştır. Bir çift ayakkabının fiyatı kaç liradır?

Problem 2: Bir galeride aynı marka ve model 3 araç bulunmaktadır. Bu araçların tamamını satın alan bir şirket, 15.000 TL'si vergi olmak üzere toplam 285.000 TL ödemiştir. Buna göre, bir aracın fiyatı kaç TL'dir?

Problem 1: Etkinlik problemindeki sayısal veriler değiştirilerek oluşturulmuştur.

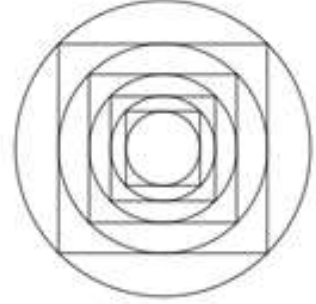
Problem 2: Etkinlikteki problemin hikâyesi değiştirilerek oluşturulmuştur.

Birinci oturumda yer alan etkinlikler:

Etkinlik 1: Yazıcılar araç kiralama şirketi, Polo marka aracın kiralanması için günlük 70 TL ve her kilometre de 40 kuruş almaktadır. Buna göre gün içerisinde 120 km araç kullanan bir kişi bu kiralama şirketine kaç lira öder?

Etkinlik 2:

Şekilde daire ve kareler iç içe birbirine teğet olacak şekilde sunulmuştur. En küçük dairenin yarıçapı 1 cm olduğuna göre, en büyük dairenin alanının en küçük dairenin alanına oranı nedir?



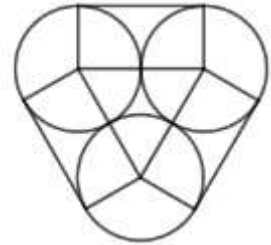
Etkinlik 3: Bir sınıfta 12 kişi bulunmaktadır. Her biri birbiri ile bir kez tokalaştığına göre toplamda kaç tokalaşma olur?

İkinci oturumda yer alan etkinlikler:

Etkinlik 4: Bir tüccar bir ürünü katalogdaki liste fiyatı üzerinden %25 indirimle almıştır. Tüccar ürüne bir etiket fiyatı belirlemiş ve satış esnasında müşterilere etiket fiyatı üzerinden %20 indirim uygulamıştır. Tüccar bu durumda müşterilerin ürünü aldığı fiyat üzerinden %25 kâr ettiğine göre, etiket fiyatının liste fiyatına oranı nedir?

Etkinlik 5:

60 cm çapındaki üç silindirik yağ varili, çelik telle şekilde görüldüğü gibi etrafı sarılarak bağlanmaktadır. Buna göre kaç santimetre çelik tele ihtiyaç vardır?



Etkinlik-6: Boş havuzu birinci musluk 10 saatte, ikinci musluk 20 saatte dolduruyor. Buna göre bu iki musluk birlikte açıldığında boş havuzun tamamını kaç saatte doldururlar?

Ek 4. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adayları ile Problem Biçimlendirme Sürecine Yönelik Yürütülen Etkinlik-Temelli Görüşme Formu

GÖRÜŞME FORMU

Görüşmeyi Yürüten:

Tarih ve Saat:

Öğretmen Adayı:

Değerli Öğretmen Adayları,

Bu görüşme formuyla, sizlerin problemi biçimlendirme sürecindeki anlayışlarınızın incelenmesi hedeflenmiştir. Bu amaçla kurmuş olduğunuz problemlere yönelik düşüncelerinizi öğrenmek istiyoruz. Görüşme sürecinde elde edilen verilerin analizi ve raporlaştırılması sürecinde kimlik bilgileriniz gizli kalacaktır. Görüşme, izniniz olursa video kayıt cihazı ile kayıt altına alınacaktır.

Görüşmeler iki oturumda yürütülecektir. Birinci oturumda üç etkinliğe yönelik problemler kurmanız istenecektir. Daha sonra bu problemlere yönelik görüşmeler gerçekleştirilecektir. Farklı bir günde ise diğer üç etkinlik için benzer bir süreç takip edilecektir. Her bir oturumda görüşmelerin yaklaşık 40-60 dakika arasında süreceği düşünülmektedir. Sormak istediğiniz herhangi bir şey varsa cevaplayabilirim. Eğer yoksa görüşmeye geçebiliriz. Araştırmaya katılmayı kabul ettiğiniz için teşekkür ederim.

1. Problemden hareketle problem kurmaya nasıl başladınız?
 - a. Problem kurmaya başlamadan önce problemi çözdünüz mü?
 - b. Problemi neden çözdüğünüzü açıklar mısınız? / Problemi çözmeden doğrudan başladıysanız nedenini açıklar mısınız?
 - c. Problemi nasıl çözdüğünüzü açıklar mısınız? Çözüm kurduğunuz problemlere nasıl katkıda bulundu?
2. İkinci/üçüncü/... problemi kurarken nasıl düşündüğünüzü açıklayınız?
 - a. Kurduğunuz problemi çözer misiniz? Çözümünüzü açıklayınız.
 - b. Probleminizin önceki problemlerinizden farkı hakkında ne düşünüyorsunuz?

3. Bu problemden hareketle farklı problemler de kurulabilecektir. Bunlardan birisi de şu şekildedir; [strateji açıklanır] bu stratejiye yönelik şimdi bir problem kurar mısın?

-Bu tür bir problem yazmamanızın nedenleri hakkında ne düşünüyorsunuz?

4. Bu etkinlikte problemler kurarken en fazla dikkat ettiğiniz, ağırlık verdiğiniz durumlar nelerdir?
5. Problem kurma sürecine yönelik eklemek/paylaşmak istediğiniz durumlar varsa lütfen paylaşınız.

