



T.C.
RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ
PROBLEM ÇÖZME PERFORMANSI YÜKSEK VE DÜŞÜK
YEDİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN PROBLEM KURMA
PERFORMANSLARININ İNCELENMESİ

(Yüksek Lisans Tezi)

Halime OKUMUŞ

Danışman
Prof. Dr. Tuğrul KAR

RİZE
2025

KABUL VE ONAY

Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalında, Prof. Dr. Tuğrul KAR danışmanlığında, Halime OKUMUŞ tarafından hazırlanan *Problem Çözme Performansı Yüksek ve Düşük Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Problem Kurma Performanslarının İncelenmesi* adlı bu tez çalışması, 12/06/2025 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda oy birliği/oy çokluğuyla başarılı bulunarak jürimiz tarafından **Yüksek Lisans Tezi** olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

Unvanı, Adı SOYADI

İmza

Başkan

:

Doç. Dr. Mesut ÖZTÜRK

Üye

:

Prof. Dr. Tuğrul KAR

Üye

:

Doç. Dr. Ercan ATASOY

ETİK BEYAN

İlköğretim Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programından mezun olmak üzere teslim ettiğim “Problem Çözme Performansı Yüksek ve Düşük Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Problem Kurma Performanslarının İncelenmesi” adlı tezim, bilim ve araştırma etiği prensiplerine riayet edilerek tarafımdan yazılmıştır.

Tez çalışmamda, başka kaynaklardan aktarılan bütün bilgi ve alıntılar, Enstitünüz Tez Yazım Kılavuzuna uygun olarak açıkça gösterilmiştir. Kaynağı gösterilenler dışında kalan bütün bilgiler uygun araştırma yöntemi kullanılarak tarafımdan edinilmiş ve esere bu şekilde yansıtılmıştır. Şahsıma ait olmayan hiçbir bilgi, kasıt veya kusurlar, şahsıma aitmiş gibi gösterilmemiştir. İnternet kaynakları dahil, sahibine/kaynağına atıf yapılmaksızın hiçbir bilgi kullanılmamıştır. Aksinin ortaya çıkması halinde doğacak bütün hukuki, idari, akademik ve etik sorumluluk tarafıma ait olacaktır. Eserin tesliminden sonra herhangi bir zamanda, bilim etiğine aykırılık tespit edilmesi ve / veya eserimle ilgili intihal veya intihal şeklinde anlaşılabilecek bir durumun ortaya çıkması halinde; Üniversiteniz ve eğitim kadronuzun hiçbir şekilde sorumlu tutulmayacağını hür irademle kabul, beyan ve taahhüt ederim.

12/06/2025

Halime OKUMUŞ

ÖN SÖZ

Yüksek lisans öğrenimim sürecinde yürüttüğüm bu tez çalışmasının her aşamasında rehberliği, akademik bilgisi ve değerli yönlendirmeleriyle katkı sunan danışmanım Prof. Dr. Tuğrul KAR'a teşekkürlerimi sunarım. Tez jürisi olarak fikirleri ve yapıcı eleştirileriyle araştırmama katkı sağlayan Doç. Dr. Mesut ÖZTÜRK'e, sunduğu görüşlerle çalışmamı zenginleştiren jüri üyesi Doç. Dr. Ercan ATASOY'a ve katkılarıyla sürece değer katan Doç. Dr. Ercan ÖZDEMİR'e teşekkür ederim. Ayrıca, yüksek lisans eğitimim boyunca bilgi ve desteklerini esirgemeyen tüm değerli hocalarıma teşekkürü bir borç bilirim.

Tezimin uygulama sürecinde veri toplamama ve çalışmamı tamamlamama olanak sağlayan zümre arkadaşlarıma ve gönüllü katılımcılara teşekkür ederim. Bu süreçte manevi destekleriyle her zaman yanımda olan tüm dostlarıma teşekkür ederim.

Son olarak, beni her koşulda karşılıksız seven; sevgisiyle ve desteğiyle daima güç veren aileme sonsuz teşekkür ederim.

Halime OKUMUŞ

RİZE/2025

İÇİNDEKİLER

KABUL VE ONAY	I
ETİK BEYAN.....	II
ÖN SÖZ	III
İÇİNDEKİLER	IV
ÖZET	V
ABSTRACT.....	VI
TABLolar LİSTESİ.....	VIII
ŞEKİLLER LİSTESİ	IX
GİRİŞ	1
1. KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR	11
1.1. Matematiksel Problem Çözme ve Problem Kurma	11
1.2. Problem Kurma ve Çözme İlişkisi.....	16
1.3. Öğrencilerin Problem Kurma Performanslarının Analizindeki Yaklaşımlar .	23
2. YÖNTEM	30
2.1. Araştırmanın Modeli.....	30
2.2. Örneklem	30
2.3. Veri Toplama Araçları ve Analizi	33
2.3.1. Problem Kurma Testi ve Analizi	33
2.3.2. Problem Çözme Testi ve Analizi	56
3.4. İstatistiksel Analizler	71
4. BULGULAR.....	72
4.1. Öğrenci Yanıtlarının Matematiksel Problem Olup Olmamasına Ait Bulgular	72
4.2. Öğrenci Yanıtlarının Çıktı Bileşenlerine Ait Bulguları	80
4.3. Öğrenci Yanıtlarının Süreç Bileşenlerine Ait Bulguları.....	82
5. TARTIŞMA, SONUÇLAR VE ÖNERİLER	91
5.1. Tartışma ve Sonuçlar	91
5.2. Öneriler ve Sınırlılıklar	99
KAYNAKÇA.....	103
EKLER.....	112
ETİK KURUL KARARI	127

Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Ana Bilim Dalı : Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi

Tez Türü : Yüksek Lisans Tezi

Danışman : Prof. Dr. Tuğrul KAR

Hazırlayan : Halime OKUMUŞ

Yıl : 2025

Sayfa Sayısı : 127

ÖZET

**PROBLEM ÇÖZME PERFORMANSI YÜKSEK VE DÜŞÜK YEDİNCİ SINIF
ÖĞRENCİLERİNİN PROBLEM KURMA PERFORMANSLARININ
İNCELENMESİ**

Bu çalışma, problem çözme performansı yüksek ve düşük olan yedinci sınıf öğrencilerinin problem kurma performanslarındaki benzerlikleri ve farklılıkları incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmaya toplam 243 öğrenci katılmıştır. Örüntüler konusuna yönelik günlük hayatla ilişkilendirme ve görsel temsil içermesi gibi kriterler dikkate alınarak tiyatro, yol ve kumbara etkinlikleri hazırlanmıştır. Her bir etkinlik için birbirine paralel problem çözme ve problem kurma testleri tasarlanmıştır. Öğrencilerin her bir etkinliğin problem çözme kısmından aldıkları puanlara göre problem çözme performans düzeyleri belirlenmiş ve bu doğrultuda yüksek ve düşük performans grupları oluşturulmuştur. Bu iki grubun kurdukları problemler öncelikle matematiksel olup olmamasına göre, matematiksel olan problemler ise etkinlikle ilişkili olup olmamalarına göre analiz edilmiştir. Etkinlikle ilişkili matematiksel problemler, Zhang vd. (2022) tarafından geliştirilen “çıktı” ve “süreç” bileşenleri kapsamında analiz edilmiştir. Çıktı aşamasında etkinlikle ilişkili matematiksel problemler, açık ve anlaşılır olup olmaması, farklı yapıda problem yapılarının sayısı ve çözülebilirlik açısından analiz edilmiştir. Süreç aşamasında ise farklı yapıdaki çözülebilir problemler değişkenler ve aralarındaki ilişkiler açısından nasıl yapılandırıldığına göre Cai'nin (1998) analiz çerçevesi doğrultusunda olgusal, karşılaştırmalı ve kural-temelli biçiminde analiz edilmiştir. Ayrıca her bir bileşen yeni koşul ve sınırlılıkların eklenip eklenmesi bağlamında da analize tabi tutulmuştur. Bulgular etkinlikle ilişkili problemler kurma ve çıktı bileşenleri kapsamında grupların performansları arasında istatistiksel olarak farklılıkların bulunduğunu ortaya koymuştur. Öte yandan, problem kurmanın süreç bileşenleri kapsamında grupların performansları arasında farklılıktan ziyade benzerliklerin daha fazla olduğu da tespit edilmiştir. Araştırmamızın sonuçları kurulan problemlerin nasıl analiz edilebileceğine yönelik alanyazındaki çerçeveleri geliştirmenin yanında problem kurmanın matematik sınıflarına dahil edilmesi ve öğrencilerin problem kurma performansının geliştirilmesi için öneriler de sunmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Problem kurma, problem çözme, yüksek ve düşük problem çözücüler, yedinci sınıf öğrencileri, örüntüler.

Recep Tayyip Erdogan University Institute of Graduate Studies

Department : Math and Science Education

Thesis Type : Master Thesis

Supervisor : Prof. Dr. Tuğrul KAR

Author. : Halime OKUMUŞ

Year : 2025

Pages : 127

ABSTRACT

EXAMINING THE PROBLEM-POSING PERFORMANCE OF SEVENTH-GRADE STUDENTS WITH HIGH AND LOW PROBLEM-SOLVING PERFORMANCE

The present study aimed to investigate the similarities and differences in the problem-posing performance of seventh-grade students with high and low levels of problem-solving performance. A total of 243 students participated in the study. In line with criteria such as establishing connections to real-life and incorporating visual representations, three tasks—namely “Theater,” “Road,” and “Piggy Bank”—were designed on the topic of patterns. For each task, problem-solving and problem-posing tests were developed in a parallel structure. Students’ problem-solving performance levels were determined based on the scores they received from the problem-solving sections of each activity, and high- and low-performance groups were subsequently formed for each task. The problems posed by these two groups were initially analyzed in terms of their mathematical nature. Problems identified as mathematical were then further examined for their contextual relevance to the associated task. Those deemed both mathematical and contextually appropriate were analyzed utilizing the “product” and “process” components proposed by Zhang et al. (2022). In the output phase, mathematically relevant problems related to the activity were analyzed in terms of their clarity and comprehensibility, the number of different types of problem structures, and solvability. In the process phase, solvable problems with different structures were analyzed according to how they were constructed, in terms of variables and their interrelationships, following Cai’s (1998) analytical framework. Additionally, each component was analyzed in the context of the addition of new conditions and limitations. The findings revealed statistically significant differences in the performance of the groups regarding the posing task-related problems and the output phase components. However, in terms of the process phase components, there were more similarities than differences between the groups' performances. The results contribute not only to the development of frameworks for analyzing posed problems in the literature but also provide recommendations for integrating problem posing into mathematics classrooms and enhancing students' problem-posing performance.

Keywords: Problem posing, problem solving, high and low problem solvers, seventh-grade students, patterns.

KISALTMALAR

İF	:	İfade
Karş-mdi	:	Mevcut durum içinde karşılaştırma problemi
Karş-mdyke	:	Mevcut duruma yeni koşullar eklenen karşılaştırma problemi
Kt-mdi	:	Mevcut durum içinde kural-temelli problem
Kt-mdyke	:	Mevcut duruma yeni koşullar eklenen kural-temelli problem
MEB	:	Milli Eğitim Bakanlığı
MOP	:	Matematiksel olmayan problem
MP	:	Matematiksel problem
MP-Eİ	:	Etkinlikle ilişkili matematiksel problem
MP-EİD	:	Etkinlikle ilişkili olmayan matematiksel problem
NCTM	:	Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics)
OL-MDİ	:	Mevcut durum içinde olgusal problem
OL-MDYKE	:	Mevcut duruma yeni koşullar eklenen olgusal problem
PÇDvY	:	Problem çözme performansı düşük ve yüksek
PÇT	:	Problem çözme testi
PKT	:	Problem kurma testi

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 1. Öğrencilerinin okullara ve testlerin uygulandığı oturumlara katılımına göre dağılımı	31
Tablo 2. Problem kurma testi	37
Tablo 3. Yanıtların matematiksel problem olup olmamasına ilişkin kategoriler ve açıklamaları.....	40
Tablo 4. MP-Eİ yanıtlarının “çıktı” aşamasına göre analizine ait kategorileri ve açıklamaları.....	46
Tablo 5. Farklı alanda çözülebilir matematiksel problemlerin “süreç” aşamasına göre analizine ait kategoriler ve örnekleri	53
Tablo 6. Problem çözme testi.....	57
Tablo 7. PÇT’nin analizine ilişkin çerçeve	60
Tablo 8. Örnek öğrenci çözümleri ve aldıkları puanlar	65
Tablo 9. PÇDvY gruplarının tiyatro etkinliğindeki yanıtlarının matematiksel problem olup olmamasına ait dağılımı.....	73
Tablo 10. PÇDvY gruplarının yol etkinliğindeki yanıtlarının matematiksel problem olup olmamasına ait dağılımı.....	76
Tablo 11. PÇDvY gruplarının kumbara etkinliğindeki yanıtlarının matematiksel problem olup olmamasına ait dağılımı	79
Tablo 12. PÇDvY gruplarının tiyatro etkinliğiyle ilişkili farklı alanda çözülebilir problemlerinin süreç bileşenlerine ait dağılımı	84
Tablo 13. PÇDvY gruplarının yol etkinliğiyle ilişkili farklı alanda çözülebilir problemlerinin süreç bileşenlerine ait dağılımı	87
Tablo 14. PÇDvY gruplarının kumbara etkinliğiyle ilişkili farklı alanda çözülebilir problemlerinin süreç bileşenlerine ait dağılımı	90

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. Öğretmen adaylarının problem kurma becerisini incelemek için kullanılan şekil örüntüsü.....	21
Şekil 2. Matematiksel problem, karmaşıklık ve çözülebilirlik analizine ait şema	24
Şekil 3. Matematiksel problem olma ve işlem sayısı için kurulan analiz şeması.....	26
Şekil 4. Bilişsel süreçleri tasvir eden üç aşamalı (girdi, süreç ve çıktı) analiz şeması	28
Şekil 5. Çalışmanın genel akışına ait şema.....	30
Şekil 6. Etkinlikle ilişkili matematiksel problemlerin çıktı aşamasına göre analizine ait şema	44
Şekil 7. PÇDvY grupların tiyatro etkinliğiyle ilişkili farklı alanda çözülebilir problemlerinin süreç bileşenlerine göre dağılımına ait grafik	85
Şekil 8. PÇDvY grupların yol etkinliğiyle ilişkili farklı alanda çözülebilir problemlerinin süreç bileşenlerine göre dağılımına ait grafik	88
Şekil 9. PÇDvY grupların kumbara etkinliğiyle ilişkili farklı alanda çözülebilir problemlerinin süreç bileşenlerine göre dağılımına ait grafik	89

GİRİŞ

Araştırmanın Önemi

Problem çözme, matematik ve matematik eğitiminde kritik bir beceridir. Problem çözme süreci, matematiksel kavramlar arasındaki ilişkilerin daha iyi anlaşılmasını sağlayarak kavramsal öğrenmeyi desteklemektedir (Fidan, 2008). Bu nedenle, matematik eğitimcileri, problem çözme becerisinin geliştirilmesinin öğrenciler için önemli olduğunu vurgulamakta ve eğitimin temel hedefleri arasında yer alması gerektiğini belirtmektedir (Karataş & Güven, 2004). Bu bağlamda sınıf içi öğretim faaliyetlerinin önceliklerinden birisi olması gerektiğini vurgulanmaktadır (Lester, 1994; Polya, 1957; Schoenfeld, 1987). Dahası, matematik eğitimcileri, hem bir amaç olarak öğrencilerin problem çözme becerisinin geliştirilmesini hem de problem çözme yoluyla kavramların öğretimini güçlü bir şekilde savunmaktadırlar (Lester, 2013; Liljedahl & Cai, 2021).

Problem çözmeye, birçok ülkenin öğretim programlarında vurgu yapılmaktadır. Örneğin, Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000), problem çözmenin matematik öğreniminin ayrılmaz bir parçası olduğunu ve bu nedenle matematik öğretiminde bütüncül bir yaklaşımla ele alınması gerektiğini belirtmektedir. Türkiye’de ise Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1-8. Sınıflar) (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018), problem çözme becerisine şu şekilde vurgu yapmaktadır: “Problem çözme sürecinde kendi düşünce ve akıl yürütmelerini rahatlıkla ifade edebilecek, başkalarının matematiksel akıl yürütmelerindeki eksiklikleri veya boşlukları görebilecektir” (s. 9).

Problem çözmenin yanı sıra, 1980’lerden itibaren matematik eğitiminde önemini giderek artıran diğer önemli bir beceri problem kurmadır. Problem kurma, yeni problemler üretme veya mevcut bir problemin yeniden biçimlendirilmesi şeklinde tanımlanmaktadır (Silver, 1994). Halmos (1980), problem çözme ve kurmanın matematiğin kalbi olduğunu belirtmiş; bu nedenle öğrencilerin her iki beceride de yetkinlik kazanmalarının, matematiksel düşünmenin gelişimi açısından kritik olduğunu ileri sürmüştür. Kilpatrick (1987), problem kurmaya öğretimin sadece bir amacı olarak değil aynı zamanda anlamı olarak bakılması gerektiğini belirtmiş ve aynı

zamanda problem kurmanın matematik sınıflarına entegre edilmesi adına şu ifadelere yer vermiştir: “kişinin kendi matematik problemlerini keşfetme ve oluşturma deneyimi, her öğrencinin eğitimine dahil olmalıdır” (s. 123). Problem kurmanın önemi, NCTM (2000) dokümanında şu şekilde ifade edilmiştir: “Öğretmenler, öğrencilerden sadece matematikle ilgili değil, günlük yaşamda karşılaşılabilecekleri farklı durumlara dayalı ilginç problemler üretmelerini düzenli olarak istemelidir” (s.257).

1990 ile 2019 yılları arasını kapsayan bir meta-analiz çalışması, problem kurma destekli öğretimsel faaliyetlerinin öğrencilerin problem çözme, problem kurma ve matematiksel başarı gibi becerilerine olumlu katkılar sağladığını ortaya koymuştur (Wang vd., 2022). Problem kurma, matematiksel performansı düşük olan öğrencilerin de katılım gösterebileceği öğrenme fırsatları sunmanın yanında öğrencilerin matematiksel potansiyellerini en üst düzeye çıkarmalarına fırsatlar sunarak daha karmaşık problemler kurmaya da fırsatlar sunar (Zhang & Cai, 2021).

Problem kurmanın önemine işaret eden diğer bir durum ise problem çözme ile olan ilişkisidir (Kilpatrick, 1987). Bozkurt ve Karşılıgil (2018), problem kurma süreçlerinin problem çözme ile doğrudan ilişkili olduğunu ve matematiksel düşünmeyi geliştirdiğini belirtmiştir. Akay (2006), öğrencilerin kendi problemlerini oluşturduklarında problem çözme süreçlerini daha iyi kavradıklarını ve bu iki sürecin birbirini tamamlayan dinamikler olduğunu vurgulamıştır. Xie ve Masingila (2017), problem kurma ile problem çözme arasındaki ilişkiyi karşılıklı ve birbirini besleyen bir süreç olarak tanımlamış, her iki becerinin de birbirinin gelişimine katkı sağladığını vurgulamıştır. Cifarelli ve Sevim (2015), problem çözme sürecinde gerçekleşen problem kurmanın, öğrencilerin kavramsal gelişimini desteklediğini ve problemin daha iyi anlaşılmasına katkı sağladığını belirtmiştir. Ayrıca, çözümlerden yola çıkarak yeni problemler üretmenin öğrencilerde yeni keşiflere ve içgörülere olanak tanıdığını ifade etmiştir.

Cai vd. (2015) problem çözme ve problem kurmanın nasıl ilişkili olduğuna dair bir araştırma sorusu ortaya atmış ve bu iki beceri arasındaki ilişkinin henüz tam olarak açıklığa kavuşturulmamış olduğunu belirtmiştir. Problem kurma ve çözmenin birbirleriyle olan ilişkisine yönelik 1980’lerden itibaren bir dizi çalışma yapılmıştır ve bu çalışmaları şu şekilde sınıflandırmak mümkündür: (i) problem kurma ve çözme

ilişkinsini testler aracılığıyla incelemek (Cai, 1998; Cai & Hwang, 2002; Zhang vd., 2022), (ii) problem kurma ve çözme sırasının, öğrencilerin yine problem kurma ve çözme performanslarına etkisinin incelenmesi (Rosli vd., 2015), (iii) problem kurma ve çözmenin birbirine nasıl katkı sağladığını belirlemek (Cifarelli & Sevim, 2015; Erkan & Kar, 2022; Xie & Masingila, 2017), (iv) deneysel çalışmalar yoluyla problem kurma ve çözme ilişkisini incelemek (Chen vd. 2015; Kopparla vd., 2019; Terzi & Kar, 2024), ve (v) problem çözme performansı yüksek ve düşük öğrenci gruplarının problem kurma performanslarını karşılaştırmak (Ellerton, 1986; Lester, 1994; Silver & Cai, 1996). Bu çalışmada, son maddeye, yani problem çözme performansı yüksek ve düşük öğrencilerin problem kurma performansları arasındaki benzerlik ve farklılıklara çeşitli sebeplerden dolayı odaklandık.

Birincisi, problem çözme performansı yüksek ve düşük olan öğrencilerin problem kurma performanslarına dair yapılan çalışmalar sınırlıdır ve bu çalışmalar, genellikle problem kurmanın eğitimde yeni bir odak noktası olarak kabul edilmeye başlandığı erken dönemlere denk gelmektedir (Ellerton, 1986; Lester, 1994; Silver & Cai, 1996). Bu bağlamda, problem kurma üzerine yapılacak çalışmaların daha nitelikli sonuçları verebilmesi için, daha fazla deneyime sahip öğrencilerle yapılan araştırmalar büyük önem taşımaktadır (Cai vd., 2015). Yaklaşık son on yıl içerisinde, problem çözme ile birlikte problem kurma da öğretmen eğitime (Cai & Hwang, 2021; Ellerton, 2013) ve okul öncesinden lise son sınıfa kadar bütün kademelerdeki matematik sınıflarına (Calabrese vd., 2020; Chen vd., 2015; MEB, 2018; NCTM, 2000; Terzi & Kar, 2024) entegre edilmesine yönelik çabalar artmıştır. Bu bağlamda, problem çözme performansı yüksek ve düşük olan öğrencilerin problem kurma performanslarının karşılaştırılması, her iki grup arasındaki benzerlikler ve farklılıklar hakkında daha güçlü sonuçlar ortaya koyabilecektir.

İkincisi, yüksek ve düşük problem çözme performansına sahip öğrencilerin problem kurma performanslarını karşılaştıran çalışmalarda benimsenen metodolojik yaklaşımlardaki bazı sınırlılıklar, bu çalışmayı yapma kararımızı etkileyen bir diğer faktördür. Örneğin, Ellerton (1986) yüksek ve düşük performansa sahip öğrencileri, beş matematiksel soruya verdikleri yanıtlara göre belirlemiş ve onlardan, arkadaşları için bir problem kurmalarını ve kurdukları problemi çözmelerini istemiştir. Öğrencilerin problem kurma süreçlerine ilişkin yapılan çalışmalar, öğrencilerin zor

problemler kuramadıklarında veya problemin çözümünü yapamayacaklarına inandıklarında, düşündükleri problemi yazmaktan vazgeçip daha basit problemler yazma eğiliminde olduklarını göstermektedir (Erkan & Kar, 2022). Bu nedenle, veri toplama aracında eş zamanlı olarak öğrencilere kurdukları problemleri çözmelerinin istenmesi, problem kurma konusundaki gerçek performanslarını sergilemelerine engel teşkil edebilir (Sosa-Martin vd., 2024). Benzer şekilde, Silver ve Cai (1996) öğrencileri, çeşitli konu alanlarına ait sekiz matematiksel soruya (kesirler, geometri/ölçüm, sayı teorisi, örüntüler ve ilişkiler, oran/oranlama ve istatistik) verdikleri cevaplara göre başarılı ve başarısız olarak gruplandırmış ve kurdukları problemleri bir etkinlikte karşılaştırmıştır. Ancak bu çalışmalarda, problem kurma ve problem çözme testlerinin aynı konuda olmaması, yüksek ve düşük başarılı öğrencilerin belirlenmesinde güçlü bir ayrım yapmamaktadır. Çünkü problem çözme testinde yer alan konular öğrencilerin düşük performans göstermesine neden olabilmektedir. Bu nedenle, problem kurma ve çözme testlerinin aynı konuda ve paralel şekilde tasarlandığı çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır.

Son yıllarda yapılan bazı çalışmalarda, öğrencilerin problem çözme ve problem kurma faaliyetlerine eşzamanlı katılmalarını istemiştir (Cai vd., 2013), bazı çalışmalarda ise önce problem kurma testini uygulayıp ardından bir soru ile problem çözme değerlendirmesi yapmıştır (Zhang vd., 2022). Problem çözme ve problem kurma etkinliklerinin eşzamanlı olarak yürütülmesi, süreçler arasında karşılıklı bilişsel etkileşime neden olabilir. Bu durum, öğrencilerin her iki etkinlikteki performanslarını etkileyebileceğinden, söz konusu etkinliklerin ayrı zamanlarda uygulanması, karşılıklı müdahaleyi en aza indirerek daha geçerli ve güvenilir veriler elde edilmesine olanak sağlayabilir.

Problem çözme ve problem kurma etkinliklerinin uygulanma sırası da performansı etkilemektedir (Rosli vd., 2015). Rosli vd., (2015) 51 ortaokul matematik öğretmeni adayını iki gruba ayırmışlardır. Birinci gruptan önce blokların dizilimine yönelik örüntü problemlerini çözmeleri ve ardından örüntülere yönelik problemler kurmalarını istenmiş, ikinci grupta ise uygulama sırasını değiştirmiştir. Çalışmada, önce problem çözme sonra problem kurma etkinliğini yapan birinci grupta, bu iki beceri arasında anlamlı bir ilişki bulunmuştur. Ancak, önce problem kurma sonra problem çözme etkinliğini yapan ikinci grupta böyle bir ilişki bulunmamıştır. Bu

bağlamda, problem çözme testinin problem kurma testinden önce uygulanması, yüksek ve düşük problem çözümleri arasındaki karşılaştırmaların güvenilirliğini artırabilir. Ayrıca, Zhang vd. (2022) çalışmalarında bir anket kullanarak subjektif değerlendirmelere yer vermiştir. Bu bağlamda, daha objektif değerlendirme yöntemlerinin kullanılması gerektiği vurgulanabilir.

Üçüncüsü, problem çözme performansı yüksek ve düşük öğrencilerin problem kurma performanslarının karşılaştırılmasında katılımcı sayısına ilişkin bazı sınırlılıklar bulunmaktadır. Lester (1994), matematiksel problem çözmeye yönelik önceki çalışmaların kısa bir özetini sunarak başarılı ve başarısız problem çözümlerinin karakteristik özelliklerine değinmiştir. Ellerton (1986), gruplar arasındaki farkları her biri sekiz öğrenciden oluşan nispeten küçük bir katılımcı üzerinden incelemiştir. Bu nedenle, söz konusu çalışmalar, problem çözme performansı yüksek ve düşük öğrenci gruplarının problem kurma performansları arasındaki farklılıklara yönelik istatistiksel olarak fark olup olmadığını ortaya koymamaktadır. Fakat, sadece Silver ve Cai (1996) ile Zhang vd. (2022), daha başarılı ve daha az başarılı problem çözümlerinin problem kurma performanslarını nispeten daha büyük örneklem üzerinden istatistiksel olarak karşılaştırmıştır. Bu yüzden, yüksek ve düşük problem çözme performansına sahip öğrencilerin problem kurma performansları arasındaki istatistiksel farkların geçerli bir şekilde belirlenebilmesi için daha geniş örneklemeler üzerinden yapılacak çalışmalar büyük önem taşımaktadır.

Dördüncü olarak, analiz birimlerine yönelik bazı sınırlılıklar söz konusudur. Problem çözme performansı yüksek ve düşük öğrenciler arasındaki problem kurma farklarını daha ayrıntılı biçimde ortaya koyabilmek için analiz birimlerinin çeşitlendirilmesi gerekmektedir. Zhang vd. (2022) çalışmasında da görüldüğü gibi, kullanılan analiz çerçevesi problem kurma sürecinin farklı aşamalarına odaklanarak bu çeşitliliği sağlamaktadır. Bu nedenle, benzer bir analiz çerçevesinin kullanılması, yüksek ve düşük problem çözümlerinin hangi yönlerden benzerlik ya da farklılık gösterdiğini daha derinlemesine anlamaya katkı sağlayabilir.

Son olarak, öğrencilerin problem kurma aktiviteleriyle meşgul olmaları, yalnızca matematiksel alan bilgilerini değil, aynı zamanda daha ileri seviyede problem çözme stratejileri geliştirmelerini de desteklemektedir (Zhang & Cai, 2021). Benzer şekilde, Kilpatrick (1987), karmaşık problemler kurma becerisinin daha sağlam

problem çözme becerisini teşvik ettiğini belirtmiştir. Bu durum beklenen bir sonuçtur, çünkü problem kurma genellikle problem kurucudan, yapı ve hedefin daha geniş yönleri üzerinde düşünmesini gerektirir (Zhang & Cai, 2021), bu da problem çözme yeteneğini güçlendirir. Öte yandan, problem çözmedeki yüksek performans, çözülen problemin yapısındaki ilişkilere yönelik daha güçlü bir anlayışın göstergesidir. Ancak, yüksek problem çözme performansının problem kurmayı nasıl yönlendirdiğine dair geniş katılımcı gruplarıyla yapılan araştırmalar oldukça sınırlıdır (Silver & Cai, 1996).

Bu sınırlılıkları dikkate alınarak bu çalışma, problem çözme performansının yüksek ve düşük olmasının problem kurma üzerindeki etkisini belirlemenin yanı sıra, kurulan problem türleri hakkında da veri sunarak yüksek ve düşük problem çözme performansına sahip öğrencilerin problem kurma performanslarının güçlü ve zayıf noktaları hakkında da bilgi sağlamayı hedeflemektedir. Böylece bu çalışma özellikle problem çözme performansı düşük öğrencilerin hangi noktalarda güçlükler yaşadıklarını resmederek problem kurma destekli öğretim faaliyetlerinin tasarlanmasına ilişkin spesifik öneriler sunabilecektir.

Araştırmanın Amacı

Problem kurma ile problem çözme arasındaki ilişki, farklı boyutlardan ele alınan önemli bir araştırma konusudur. 1990 ve 2000 yılları arasında yapılan çalışmalar, söz konusu ilişkiyi genellikle nicel araştırma yaklaşımlarıyla incelemiştir (Silver & Cai, 1996; Cai & Hwang, 2002). Daha sonraki yıllarda ise bu ilişkiye, problem kurma ve çözmenin doğası ile bilişsel özelliklerine odaklanarak yaklaşılmıştır (Xie & Masingila, 2017). Son yıllarda ise bu ilişki, öğrenme çerçeveleriyle birleştirilerek ele alınmış ve daha bütüncül bir bakış açısıyla analiz edilmiştir (Baumanns & Rott, 2022; Cai vd., 2022; Ellerton, 2013; Xie & Masingila, 2017).

Bu çalışmada, birbirine paralel olarak hazırlanmış problem çözme ve problem kurma etkinliklerinin eşzamanlı olmadan, ancak araya uzun bir süre konulmadan uygulanması; etkinliklerin sıralamasında ise önce problem çözme testinin, ardından problem kurma testinin uygulanması planlanmıştır. Bu uygulama tasarımıyla, geniş bir örneklem üzerinden öğrencilerin problem çözme ve kurma performansları karşılaştırılarak, iki grup arasındaki benzerliklerin ve farklılıkların ortaya konulması amaçlanmıştır. Problem çözme performansı yüksek ve düşük olan öğrencilerin problem kurma performanslarının karşılaştırılması, her iki grup arasındaki benzerlikler

ve farklılıklar hakkında daha güçlü sonuçlar ortaya koyabilir (Silver & Cai, 1996; Zhang vd., 2022). Bu çalışmada sadece grupların problem kurma performansları arasında fark olup olmadığını belirlemek değil, aynı zamanda bu farkların problem kurma sürecinin hangi aşamalarında ortaya çıktığını ayrıntılı biçimde ortaya koymak hedeflenmiştir. Öğrencilerin problem kurma anlayışlarını değerlendirmek için kurdukları problemlerin incelenmesi yaygın bir yaklaşımdır (Leung & Silver, 1997; Silver & Cai, 2005; Zhang vd., 2022). Örneğin, Silver ve Cai (2005) kurulan problemleri nicelik (kurulan problem sayısı), orijinallik (kurulan problemlerin nadirliği) ve karmaşıklık (problemlerin içerdiği ilişkiler) bileşenleri üzerinden incelemiştir. Ulusoy (2025) analiz çerçevelerini spesifik matematiksel konudan bağımsız uygulanan analiz birimleri (çözülebilirlik, bağlam ve dil) ile matematiksel konu odaklı analiz birimleri (lineer grafiklere özgü kriterler kurmak) şeklinde sınıflandırmıştır. Kurulan problemler üzerine yapılan bu tür analizler öğrencilerin değerlendirilmesi hakkında fikir vermesi yanında onların düşünme süreçleri hakkında da fikir vermektedir. Christou vd. (2005) nicel bilgiyi çevirme, kavrama, seçme ve düzenleme şeklinde bir taksonomi geliştirmiş ve her birini temsil eden problem kurma etkinlikleri tasarlamıştır. Öğrencilerin bu tür etkinliklere ilişkin performanslarına dayalı olarak etkinliklerinin gerektirdiği düşünme süreçleri hakkında çıkarımlarda bulunmuşlardır.

Son yıllarda yürütülen çalışmalardan birinde Zhang vd. (2022) matematiksel problemleri girdi, süreç ve çıktı bileşenleri üzerinden analiz ederek öğrencilerin mümkün düşünme süreçleri hakkında çıkarımlarda bulunmuştur. Girdi aşaması kapsamında öğrencilerin problem kurma etkinliğini anlama düzeyleri Likert tipi ölçek yardımı ile belirlenmiştir. Süreç aşamasında kurulan problemlerin içerdiği bileşenler ve aralarındaki ilişkiler analiz edilmektedir (problemlerin içerdiği semantik ilişki tür ve sayısı). Çıktı aşaması kapsamında ise öğrencilerin problemi ifade etme anlayışları hakkında fikir edinilmektedir. Bu kapsamda problemin açık ve anlaşılır şekilde yazılması, birden fazla kurulan problemin aynı matematiksel yapıda olup olmaması gibi kriterlere odaklanılmaktadır. Kurulan problemlerin girdi, süreç ve çıktı bileşenlerine göre analizi temelde problem kurma sürecini tasvir eden modellerin içerikleriyle de uyumludur (Baumanns & Rott, 2022; Cai & Rott, 2024). Problem kurma süreci hakkında, kurulan problemlerin içeriğinin analizine dayalı çıkarımlarda

bulunmanın temel avantajlarından birisi geniş katılımcı gruplara uygulanabilmesidir (Silver & Cai, 1996; Zhang vd., 2022). Böylece öğrencilerin problem kurma anlayışları hakkında daha genellenebilir sonuçlara ulaşma fırsatı sunmasıdır. Örneğin, Silver ve Cai (1996) 500'den fazla öğrenciden üç problem kurmasını istemiş ve kurulan problemler arasındaki ilişkilere dayalı olarak öğrencilerin sonraki problemleri kurmadaki düşünme biçimleri hakkında çıkarımlarda bulunmuştur (simetrik veya zincirleme problemler kurmak gibi).

Bu çalışmada problem çözme performansı yüksek ve düşük öğrencilerin problem kurması arasındaki benzerlik ve farklılıklara ilişkin daha genellenebilir sonuçlar üretmek hedeflendiğinden kurulan problemlerin incelenmesi yoluna gidilmiş ve bu bağlamda Zhang vd.'nin (2022) çerçevesinin süreç ve çıktı bileşenleri temel alınmıştır. Bu çalışmanın odağında grupların temelde üç durum üzerinden karşılaştırılması yer almaktadır. Birincisi, her şeyden önce öğrencilerden verilen etkinlikle ilişkili matematiksel problemler kurması beklenmektedir (Leung, 2013; Silver & Cai, 1996). Dolayısıyla, bu çalışma grupların matematiksel problemler kurabilme performanslarını karşılaştırmayı amaçlamıştır. İkincisi, problem çözme performansı yüksek ve düşük öğrencilerin süreç bileşenleri üzerinden karşılaştırılması hedeflenmiştir. Diğer bir ifadeyle kurulan problemlerin içerdiği bileşenler ve aralarındaki ilişkiler yönünden gruplar arasında farklılık olup olmadığı araştırma konusu edilmiştir. Üçüncüsü ise grupların çıktı bileşenleri üzerinden karşılaştırılması hedeflenmiştir. Diğer bir ifadeyle kurulan problemleri ifade etme performansları arasında farklılık olup olmadığına odaklanılmıştır.

Problem kurma çalışmaları genel olarak öğrencilerin ve öğretmenlerin matematiksel problemler kurmakta yetenekli olduklarını vurgulamaktadır (Cai vd., 2013, 2015). Zhang ve Cai (2021) problem kurmayı herkesin teşebbüste bulunabileceği kadar kolay, ancak ileri düzey düşünmeyi teşvik edecek kadar açık uçlu bir görev olarak tanımlamıştır. Çünkü problem kurma çeşitli matematiksel anlayışa sahip bütün öğrencilerin problem kurma aktivitesine katılmasını teşvik etmekte ve öğrencilerin potansiyellerinden güçlü şekilde faydalanmalarına imkân sunarak karmaşık problemler üretmelerini desteklemektedir. Dolayısıyla araştırmamızın birinci hipotezi problem çözme performansı yüksek ve düşük yedinci sınıf öğrencilerinin örüntülere yönelik etkinlikle ilişkili matematiksel problemler kurma

performansları arasında farklılık olmayacağı yönündedir. Buna karşın problem kurmanın çok yönlü ve karmaşık bir süreci gerektirmesi (Leavy & Hourigan, 2020) ve öğrencilerin sonraki problemlerini zorlaştırma eğilimleri (Silver & Cai, 1996) göz önüne alındığında, bu çalışmanın ikinci ve üçüncü hipotezleri, Zhang vd.'nin (2022) süreç ve çıktı bileşenleri kapsamında gruplar arasında anlamlı derece farklılık görülebileceği şeklindedir.

Bu çalışma, yüksek ve düşük performans grupları arasında farklılıkların hangi aşamalarda ortaya çıktığını belirleyerek, öğrencilerin problem kurma performanslarının geliştirilmesine ilişkin tasarımlarda odaklanılması gereken kritik alanlar hakkında fikir sunabilecektir. Bunun yanında bu çalışmanın sonuçları problem çözme ve kurma ilişkisi hakkında ki anlayışımızı da geliştirme potansiyeli barındırmaktadır. Gruplar arasında görülebilecek potansiyel farklılıklar bu ilişkinin yoğunlaştığı kısımlar hakkında da fikir verebilecektir. Son olarak, Zhang vd. (2022) süreç aşamasına ilişkin analizlerinde aritmetiksel işlemlerin semantik anlamlarına odaklanmıştır.

Bu çalışmada, gruplar arasındaki farklılıklar özellikle örüntüler konusu bağlamında ele alınmıştır. Örüntüler, matematiksel düşüncelerin ve ilişkilerin soyutlanması, genellenmesi ve bu yolla akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesinde temel bir rol üstlenmektedir. (Papic & Mulligan, 2005). Ayrıca, öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş becerilerini desteklemede kritik bir öneme sahiptir (Rivera & Becker, 2007). Matematiksel ilişkileri fark edebilmek ve bu ilişkileri genelleştirerek cebirsel ifadeler oluşturabilmek, cebire geçişte temel bir basamak olarak kabul edilmektedir (Lannin, 2005). Çayır ve Akyüz (2015), örüntülerin öğrencilerin matematiksel yapıları ve ilişkileri keşfetmelerinde etkili bir araç olduğunu ve bu durumun cebirsel düşünme becerilerinin gelişimini desteklediğini belirtmektedir. Bu yönüyle örüntülere yönelik problem kurma etkinlikleri, matematik eğitimi literatüründe yaygın olarak kullanılmaktadır (Cai & Hwang, 2002; Van Harpen & Sriraman, 2013; Xu vd., 2020). Benzer şekilde, bu çalışmada da örüntü temelli problem kurma etkinliklerinin, yüksek ve düşük problem çözme performansına sahip öğrencilerin problem kurma performansları arasındaki benzerlik ve farklılıkları ortaya koyabileceği düşünülmektedir. Bu çalışma, aynı zamanda örüntü konusunu içeren

matematiksel problem kurma yanıtlarına ilişkin bir analiz şeması sunma fırsatı da barındırmaktadır.

Araştırma problemi şu şekildedir:

Problem çözme performansı yüksek ve düşük yedinci sınıf öğrencilerinin problem kurma performansları arasındaki benzerlik ve farklılıklar nelerdir?

Varsayımlar ve Sınırlılıklar

Araştırmanın Varsayımları

- Araştırmaya katılan öğrencilerden alınan cevapların öğrencilerin gerçek performanslarını, bilgilerini ve düşüncelerini yansıttıkları varsayılmaktadır.

Araştırmanın Sınırlılıkları

- Araştırmadan elde edilen bulgular, Doğu Karadeniz Bölgesi'ndeki bir ilin yedinci sınıf öğrencileriyle sınırlıdır.
- Araştırma, ortaokul yedinci sınıfta “Cebir” öğrenme alanının “Cebirsel İfadeler” alt öğrenme alanında yer alan “Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulur” (MEB, 2018, s. 67- 68) kazanımı ile sınırlandırılmıştır.

Tanımlar

Problem Kurma: Öğrencilerin matematiksel deneyimlere dayanarak somut durumları kendi yorumlarına göre yapılandırdıkları ve anlamlı matematik problemleri oluşturdukları süreçtir (Stoyanova & Ellerton, 1996).

Problem Çözme: Problem çözme, bireylerin karşılaştıkları belirsiz veya karmaşık durumları analiz ederek, uygun stratejiler geliştirip uygulayarak hedefe ulaşma sürecidir (Polya, 1957; Schoenfeld, 1985).

1. KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

1.1. Matematiksel Problem Çözme ve Problem Kurma

Problem çözme, bireyin karşılaştığı karmaşık ya da alışılmamış bir durumu anlayarak bu duruma yönelik çözüm stratejileri geliştirmesi, uygulaması ve süreci değerlendirmesiyle gerçekleşen bilişsel bir süreçtir (Lester, 1994; Mayer, 1992). Polya (1957), problem çözme sürecini dört aşamada tanımlamış; problemi anlama, çözüm planı oluşturma, planı uygulama ve değerlendirme şeklinde sistematik bir yapı önermiştir. Schoenfeld (1985) ise problem çözmeyi yalnızca teknik bilgi kullanımıyla sınırlı görmeyip, bireyin matematiksel bilgi, strateji kullanımı, kontrol mekanizmaları ve inançlarıyla şekillenen bir etkinlik olarak değerlendirmiştir. Bu bağlamda problem çözme, matematik öğretiminin temel hedeflerinden biri olarak kabul edilmekte ve öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerinin gelişimi açısından merkezi bir rol oynamaktadır (MEB, 2018; NCTM, 2000).

20. yüzyılın ortalarından itibaren problem çözme, matematik eğitiminde temel bir araştırma konusu haline gelmiştir. Bu dönemin ilk yıllarında çalışmalar, daha çok bireysel çözüm stratejilerine ve çözüm sürecinin adımlarına odaklanmıştır (Polya, 1957). Ancak zamanla problem çözme, bilişsel süreçler, öz-düzenleme becerileri, problem kurma etkinlikleri ve öğrenme ortamları ile ilişkilendirilerek daha kapsamlı bir biçimde ele alınmaya başlanmıştır (Janasson, 2000; Lester, 1994; Mayer, 1992; Schoenfeld, 1985). Janasson (2000), problem çözmeyi yapılandırmacı öğrenme kuramı çerçevesinde incelemiş ve öğrencilerin kendi problemlerini yapılandırabilecekleri öğrenme ortamlarının tasarlanmasının önemini vurgulamıştır.

1990'lerden bu yana problem kurma, matematik eğitimi araştırmalarında merkezi bir araştırma alanı olarak öne çıkmaya başlamıştır (Silver, 1994). Problem kurma, öğrencilerin yalnızca mevcut bilgiyi uygulamalarını değil, aynı zamanda matematiksel kavramlar arasında ilişkiler kurmalarını, bilgiyi yeniden yapılandırmalarını ve yaratıcı düşüncelerini gerektirir (Leung & Silver, 1997). Bu süreç, öğrencilerin üst düzey bilişsel becerilerini ve problem çözme stratejilerini geliştirmelerine katkı sağlar (English, 1997). Ayrıca, öğrencilerin kendi problemlerini üretmeleri, matematiksel özgüvenlerini artırmakta ve öğrenmeye yönelik olumlu tutumlar geliştirmelerine yardımcı olmaktadır (English, 1998). NCTM (2000), problem kurmayı, öğrencilerin matematiği anlamlandırmaları ve gerçek yaşam

durumlarını matematiksel olarak modellemeleri açısından temel süreçlerden biri olarak tanımlamaktadır.

Matematiksel problem kurmanın nasıl tanımlanacağı konusunda alanyazında ortak bir görüş bulunmamaktadır (Zhang vd., 2024). Araştırmacılar problem kurmaya ilişkin çok sayıda tanım ortaya koymuştur. Bu tanımlar arasında en çok kabul gören iki tanım öne çıkmaktadır. Bunlardan ilki, Silver'a (1994) aittir. Silver (1994), problem kurmayı mevcut durumlardan yeni problemler üretme ve aynı zamanda bu problemleri yeniden yapılandırma süreci olarak tanımlamıştır. Ayrıca, problem kurma etkinliklerinin problem çözme sürecinden önce, çözüm sırasında ya da sonrasında gerçekleşebileceğini ifade etmiştir. Problem çözmeden önce gerçekleştirilen problem kurma, daha sonra çözülecek yeni bir problemin oluşturulması anlamına gelirken; çözüm sonrasında yapılan problem kurma, Polya'nın (1957) değerlendirme aşamasına karşılık gelmektedir. Problem çözme sırasında ortaya konan yeni problem ise, Polya'nın (1957) plan yapma ya da Schoenfeld'in (1985) keşif yapma aşamasında önerdiği gibi, çözüm sürecini destekleyebilecek benzer veya daha basit bir problem olarak değerlendirilmektedir. Bu bağlamda, problem kurma etkinliklerinin her bir durumda çözülecek problemleri geliştirme işlevi gördüğü söylenebilir.

Diğer yaygın tanım ise Stoyanova ve Ellerton'a (1996) aittir. Bu tanıma göre problem kurma, öğrencilerin matematiksel deneyimlere dayanarak somut durumları kendi yorumlarına göre yapılandırdıkları ve anlamlı matematik problemleri oluşturdukları bir süreçtir.

Problem kurmanın her iki tanımı da çok çeşitli durumlara uygulanabilir. Bu nedenle, problem kurmanın tanımı çalışmaların amacı ve kapsamına göre değişkenlik göstermektedir. Bu araştırmada problem çözme performansı yüksek ve düşük olan yedinci sınıf öğrencilerinin problem kurma performansındaki benzerlik ve farklılıkları ortaya koymaktır. Bu durumda öğrencilerin kendi bilgi ve deneyimlerine bağlı olarak problemler kurmaları söz konusudur. Bu yönüyle problem kurmaya öğrenci perspektifinden bakılmaktadır. Bu nedenle, Stoyanova ve Ellerton (1996) tarafından ortaya konan öğrenci merkezli problem kurma tanımı benimsenmiştir.

Problem kurma etkinliği iki bölümden oluşur: problem kurma durumu ve problem kurma yönergesi (Cai vd., 2022). Problem kurma durumu, öğrencilere problem kurmak için kullanabilecekleri bağlam ve verileri sağlar, problem kurma

yönergesi ise öğrencilerin problem kurmalarına yardımcı olan talimatları ifade eder (Silver, 1994). Problem kurma etkinlikleri, amaçları doğrultusunda farklı türlerde sınıflandırılmakta olup, bu sınıflandırmadaki temel fark etkinliklerin sunuluş biçiminden kaynaklanmaktadır (Cai vd., 2022). Sınıflandırma genel olarak yapısal özelliklerini dikkate alan türler, bilişsel süreçlerle ilişkilendirilen türler, problem çözmeyle ilişkilendirilen türler, bağlam ya da temsil ile ilişkilendirilen türler olarak farklılaşmaktadır (Cai vd., 2022). Söz konusu sınıflandırmalar arasında, bu çalışmada yapısal özellikleri dikkate alan problem kurma türleri esas alınmıştır. Stoyanova ve Ellerton (1996), bir problemin matematiksel yapısının, problemi kuran kişiye sunulan özgürlük düzeyine göre değiştiğini ifade ederek problem kurma türlerini üçe ayırmıştır: serbest, yarı-yapılandırılmış ve yapılandırılmış problem kurma. Bu sınıflama, öğrencinin kuracağı problem üzerindeki kontrol derecesine göre belirlenmekte ve problem kurma sürecinin niteliğini doğrudan etkilemektedir.

Serbest problem kurma etkinlikleri, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini daha doğal ve yaratıcı yollarla ortaya koymalarını sağlar. Öğrencilere yalnızca bir kavram verilerek bu kavramı içeren özgün bir problem oluşturmaları istendiğinde, matematiksel modelleme ve yorumlama yetenekleri gelişmektedir (Cai & Hwang, 2020). Silver (1994), böyle açık uçlu yaklaşımların öğrencilerin matematiksel anlam inşa etme süreçlerini güçlendirdiğini vurgulamaktadır. Bu tür etkinliklerde, öğrenciler kuracakları problemlerin matematiksel yapılarını istedikleri şekilde tasarlama özgürlüğüne sahiptir (Stoyanova & Ellerton, 1996). Serbest problem kurma etkinlikleri, öğrencilerin hedeflenen kavrama ilişkin anlayışlarını ortaya çıkarmada (Stoyanova & Ellerton, 1996) ve yaratıcılıklarını değerlendirmede en uygun problem kurma türü olarak görülmektedir (Bonotto & Santo, 2015).

Yarı yapılandırılmış problem kurma bağlamında, öğrencilerin açık uçlu bir durumu analiz etmeleri ve bu süreçte daha önce edindikleri matematiksel bilgi, beceri ve kavramları etkin biçimde kullanmaları beklenmektedir (Silver, 1994). Bu tür etkinliklerde problem kuran kişi, serbest problem kurma durumlarına göre daha yönlendirilmiş bir yapıyla karşı karşıya olsa da, yapılandırılmış durumlara kıyasla daha geniş bir özgürlük alanına sahiptir (Leung, 2001). Grafik, tablo, hikâye, resim ya da sembolik işlemler gibi farklı temsillerden yola çıkarak öğrencilerden problem

kurmaları istenmesi, yarı-yapılandırılmış problem kurma kapsamına girmektedir (Cai & Hwang, 2020).

Bu tür uygulamalara örnek olarak, Işık ve Kar (2015), yarı-yapılandırılmış bir problem kurma etkinliği kapsamında altıncı sınıf öğrencilerine kesirlere yönelik açık uçlu bir sözel hikâye sunarak, öğrencilerden bu hikâyeye dayalı iki farklı problem kurmalarını istemiştir. Arıkan ve Ünal (2013) ise sekizinci sınıf öğrencilerine bir şekil sunarak, bu şekle uygun problem oluşturmalarını istemiştir. Benzer şekilde, Özgen vd. (2017), sekizinci sınıf öğrencilerinin farklı problem kurma durumlarındaki performanslarını incelemiş ve bu kapsamda, “ $3x - 5 \leq 43$ ” eşitsizliğini içeren bir yarı yapılandırılmış problem kurma etkinliğini, inceledikleri türlerden biri olarak kullanmışlardır.

Yapılandırılmış problem kurma türünde, problem kurma süreci oldukça yönlendirilmiştir ve öğrencinin sahip olduğu özgürlük alanı sınırlıdır (Baumanns & Rott, 2018). Çünkü öğrencilerden, belirli bir hedef doğrultusunda, önceden belirlenmiş bir çözüm ya da problem yapısına uygun sorular üretmeleri istenir (Stoyanova & Ellerton, 1996). Yapılandırılmış problem kurma etkinlikleri, özellikle öğrencilerin belirli problem türlerini ve çözüm süreçlerini daha derinlemesine anlamalarını sağlamak; aynı zamanda matematiksel kavramlar arasındaki ilişkileri keşfetmelerine yardımcı olmak amacıyla tercih edilmektedir (Stoyanova & Ellerton, 1996). Bu tür yapılandırılmış problem kurma etkinlikleri, öğrencilerin mevcut matematiksel yapıları analiz etme ve çözüm süreçlerini yapılandırma becerilerini desteklemeyi hedefler. Yapılandırılmış problem kurmada, öğrencilere belirli kurallar veya sınırlamalar verilerek, problem oluşturma süreci daha kontrollü ve yönlendirilmiş biçimde yürütülür (Silver, 1994; Cai & Hwang, 2020).

Problem kurma üzerine yapılan teorik ve deneysel çalışmalar, bu sürecin öğrencilerin matematiksel anlamalarını derinleştirdiğini ortaya koymaktadır (Cai vd., 2015; Zhang vd., 2022). Problem kurma destekli etkinlikler, öğrencilerin matematiksel bilgi birikimlerini artırmakta ve kavramsal düşünme becerilerini geliştirmede etkili olmaktadır (Silver, 1994; Cai & Hwang, 2002). Bu tür etkinlikler aracılığıyla öğrenciler, matematiksel içerik üzerinde yoğun biçimde düşünme fırsatı bulmakta ve konuları daha derinlemesine kavrayabilmektedirler (Xie & Masingila, 2017). Toluk-Uçar’ın (2009) çalışması da bu durumu desteklemektedir. Söz konusu araştırmada,

problem kurmaya dayalı öğretim sürecinin sonunda üniversite öğrencilerinin kesirler konusundaki kavramsal anlayışlarının belirgin şekilde derinleştiği ortaya konulmuştur. Benzer şekilde, problem kurma etkinliklerinin öğrencilerin matematiksel bilgi ve anlayışlarını artırmada etkili olduğunu gösteren bulgular, meta-analiz çalışmalarıyla da desteklenmektedir (Zhang vd., 2022).

Bu bağlamda, problem kurmanın yalnızca kavramsal değil, aynı zamanda yaratıcı düşünmeyi de destekleyen bir süreç olduğu görülmektedir (Silver 1994). Problem kurma süreci, öğrencilerin yaratıcı düşüncelerine ve özgün fikirler üretmelerine olanak sağlamakta olup; öğrenciler, yalnızca hazır problemleri çözmekle yetinmeyip kendi problemlerini oluşturarak matematiksel düşüncelerini yaratıcı bir biçimde yapılandırma fırsatı bulmaktadırlar (Cai vd., 2020). Zhang ve Cai (2021), bu sürecin öğrencilerin soyutlama yapmalarını, problem durumlarını yeniden yapılandırmalarını ve farklı çözüm yolları geliştirmelerini teşvik ettiğini belirtmektedir. Ayrıca, öğrenciler sınıf içi tartışmalarda problemleri karşılaştırarak farklı bakış açılarını değerlendirme imkânı bulmakta; bu durum, onların yaratıcı problem çözme becerilerinin gelişimine önemli katkı sağlamaktadır (Cai vd., 2022). Aydoğdu ve Türnüklü (2023) tarafından gerçekleştirilen çalışmada, geometri derslerinde uygulanan problem kurma etkinliklerinin, yedinci sınıf öğrencilerinin kendi problemlerini tasarlayarak farklı bakış açıları geliştirme ve özgün çözümler üretme süreçlerinin, yaratıcı düşünme düzeylerini anlamlı biçimde artırdığı sonucuna ulaşılmıştır.

Problem kurma, öğrencilerin öğrenme süreçlerine daha aktif ve özgürce katılmalarını sağlayan bir yaklaşımdır (Silver, 1994). English'e (1998) göre, bu süreç öğrencilerin daha çeşitli düşünme biçimleri geliştirmelerini desteklemenin yanı sıra, onların öğrenmelerinde daha fazla sorumluluk almalarını da teşvik etmektedir. Kilpatrick (1987), problemlerin yalnızca öğretmen veya kitap tarafından sağlanmasına karşı çıkarak, öğrencilerin de bu sürecin aktif üreticileri olması gerektiğini vurgulamıştır. Öğrencilere kendi problemlerini kurma imkânı verilmesi, sınıf içinde yetkinlik paylaşımını artırmakta ve tüm öğrencilerin katkı sağlayabileceği bir öğrenme ortamı oluşturarak, farklı düzeydeki öğrencilerin etkinliklere kendi kapasitelerine göre katılım göstermelerine olanak tanımakta, böylece her öğrenciye uygun bir özgürlük alanı sunmaktadır (Cai vd., 2022). Zhang ve Cai (2021), problem kurmanın sadece

bireysel değil, aynı zamanda sosyal öğrenmeyi de teşvik ederek öğrencilerin fikirlerini özgürce paylaşımlarına olanak sağladığını ifade etmektedir ve bu katılım, sınıf içi etkileşimlerle daha da zenginleştirilebilmektedir.

Sınıf içi tartışmalarda kurulan problemlerin anlaşılabilirliğinin, çözülebilirliğinin ve karmaşıklığının nasıl geliştirilebileceği gibi yönleri ele alınmaktadır (Cai vd., 2022; Ma & Cai, 2024). Hem problem kurma hem de bu tartışmalar, öğrencilerin matematiksel içerik üzerinde yoğun bir şekilde düşünmelerini sağlamak ve böylece matematiksel anlayışlarının gelişimine katkıda bulunmaktadır (Xie & Masingila, 2017). Bu durumu destekleyen çalışmalardan biri, Akay vd. (2006) tarafından gerçekleştirilmiştir. Üç öğretmen ve 84 öğrenciyle yapılan araştırmada, açık uçlu sorular ve problem kurma etkinliklerinin öğrencilerin yaratıcı düşünme, muhakeme etme ve iletişim becerilerini geliştirdiğini tespit etmiştir. Öğrencilerin matematiksel düşünme yolları zenginleşirken, öğretmenler de bu yaklaşımın öğrenci ilgisini artırdığını belirtmiştir.

Bunlara ek olarak, problem kurma süreci öğrencilere farklı açılardan çeşitli kazanımlar sunmakta olup, bu kazanımlar arasında en önemlilerinden biri de problem çözme becerisine olan katkısıdır (Cai & Leikin, 2020; Kilpatrick, 1987; Silver, 1994). Problem çözme, müfredat dokümanlarında da merkezi bir odak alanı olarak kabul edilmektedir (MEB, 2018; NCTM, 2000). Bir sonraki bölümde, problem kurma ile problem çözme arasındaki ilişki tartışılacak ve bu süreçlerin öğrenme ortamlarında birbirlerini nasıl destekledikleri ele alınacaktır.

1.2. Problem Kurma ve Çözme İlişkisi

Polya'nın (1957) problem çözme modeline ilişkin teorik açıklamaların yanı sıra, problem kurmanın problem çözme sürecine katkısı deneysel verilerle de desteklenmiştir. Son yıllarda elde edilen deneysel bulgular, problem kurmanın problem çözme sürecine nasıl katkı sağladığı sorusunu gündeme getirmiştir ve alanyazın incelendiğinde, problem kurmanın problem çözmeye dört temel açıdan katkı sunduğu görülmektedir (Cifarelli & Sevim, 2015; Erkan & Kar, 2022; Xie & Masingila, 2017). Birinci olarak, problem çözmeye, özellikle orijinal problemten daha basit problemler kurarak başlanması, öğrencilerin problemin yapısını daha iyi anlamalarını sağlayarak problem çözme becerilerini geliştirmektedir (Xie &

Masingila, 2017). İkinci olarak, problem kurma süreci, orijinal problemi farklı bakış açılarından daha iyi kavramaya ve problemin çözülebilirliğini değerlendirmeye olanak tanımaktadır (Erkan & Kar, 2022; Xie & Masingila, 2017). Üçüncü olarak, problem kurma, problemi çözenlerin kavramsal gelişimlerine ve problemi anlamlandırma süreçlerine katkıda bulunarak, problem çözme sürecini kolaylaştırmaktadır (Cifarelli & Sevim, 2015). Son olarak, problem çözme sürecinde yapılan problem kurma faaliyetleri, çözüm yöntemlerinin genellenebilirliğinin anlaşılmasına yardımcı olmaktadır (Cifarelli & Sevim, 2015).

Öte yandan, problem kurma ile problem çözme arasındaki ilişki karşılıklı bir etkileşim içindedir; problem çözenin de problem kurmaya katkı sağladığı çeşitli durumlar bulunmaktadır (Cifarelli & Sevim, 2015). Alanyazına göre, problem kurma problem çözmeden önce, sırasında ve sonrasında gerçekleşebileceği gibi (Silver, 1994), problem çözme de problem kurma öncesinde, esnasında ve sonrasında ortaya çıkabilir. Bu bağlamda ilk olarak, problem çözme süreci problem kurmaya nasıl başlanacağına dair fikirler sunabilmektedir (Xie & Masingila, 2017). İkinci olarak, problem kurma aşamasında gerçekleştirilen problem çözme faaliyetleri, öğrencilerin problem kurma sürecinde doğru yolda olup olmadıklarını kontrol etmelerine olanak sağlamaktadır (Xie & Masingila, 2017). Son olarak, problem kurulduktan sonra yapılan problem çözme etkinlikleri, öğrencilerin matematik problemlerinin yapısına ilişkin anlayışlarını derinleştirmektedir (Erkan & Kar, 2022; Xie & Masingila, 2017).

Bu açıklamalar, problem çözme ve problem kurma arasındaki ilişkinin karşılıklı ve bütünüleyici olduğunu göstermektedir. Problem kurma, genellikle problem çözenin ayrılmaz bir parçası olarak kabul edilmekte ve iki beceri arasında güçlü bir etkileşim bulunmaktadır (Leung, 2013). Problem kurma ve problem çözme becerileri birbirini tamamlamakta ve aralarındaki ilişki hem teorik hem de deneysel araştırmalarla desteklenmektedir (Cifarelli & Sevim, 2015; Kilpatrick, 1987; Xie & Masingila, 2017). Özellikle nicel araştırmalar, bu iki beceri arasındaki ilişkinin önemini ortaya koymuş olup (Cai vd., 2013; Silver & Cai, 1996), bununla birlikte mevcut bulguların sınırlı olduğu ve söz konusu ilişkinin doğası ile kapsamının daha ayrıntılı biçimde incelenmesi gerektiği vurgulanmaktadır (Silver, 2013).

Problem kurma ve çözme arasındaki ilişkinin doğasına yönelik ilk çalışmalar çoğunlukla nicel araştırma yöntemlerini benimsemiş ve yapılandırılmış testler

aracılığıyla bu ilişkinin yönünü ve büyüklüğünü ortaya koymayı amaçlamıştır (Cai & Hwang, 2002; Silver & Cai, 1996). Bu bağlamda, problem kurma ve çözme ilişkisinin araştırılmasında farklı metodolojik yaklaşımlar benimsenmiştir (Cai, 1998; Cai & Hwang, 2002; Ellerton, 1986; Rosli vd., 2015; Silver & Cai, 1996; Zhang vd., 2022) Bu yaklaşımlardan birincisi deneysel çalışmalar yoluyla ilişkisinin incelenmesidir (Chen vd., 2015; Terzi & Kar, 2024).

Cankoy ve Darbaz'ın (2010) araştırmasında, Polya'nın (1957) dört adımlı problem çözme modeli ile üstbilişsel beceriler dikkate alınarak geliştirilen problem kurma temelli problem çözme öğretiminin, öğrencilerin matematik problemlerini anlama düzeyine etkisi incelenmiştir. Üçüncü sınıf düzeyinde gerçekleştirilen çalışmada, deney ve kontrol gruplarının problem kurma, kurdukları problemleri çözme ve yeni problemler kurma becerileri karşılaştırılmıştır. Deney grubuna problem kurma temelli problem çözme öğretimi uygulanırken, kontrol grubuna geleneksel eğitim yöntemi uygulanmıştır. Elde edilen bulgular, bu öğretim yaklaşımının öğrencilerin problemi anlama, ifade etme, görselleştirme ve özellikle niteliksel akıl yürütme becerilerini anlamlı şekilde geliştirdiğini göstermiştir. Deney grubundaki öğrenciler, problem kurma ve problem çözme stratejilerinde kontrol grubuna kıyasla daha yüksek başarı sergilemiştir. Araştırma, problem kurma temelli öğretimin öğrencilerin eleştirel düşünme becerilerini destekleyerek problem çözme yeterliklerini artırdığını ortaya koymaktadır.

Turhan ve Güven (2014), problem kurma temelli matematik öğretiminin öğrenciler üzerindeki etkilerini incelemiştir. Altıncı sınıf düzeyindeki deney ve kontrol gruplarıyla yürütülen çalışmada, her iki grubun problem çözme başarılarında artış gözlenmiş olsa da bu alanda gruplar arasında anlamlı bir fark tespit edilmemiştir. Buna karşılık, problem kurma etkinlikleriyle ders işleyen deney grubunun problem çözme becerilerinde anlamlı bir gelişme gösterdiği belirlenmiştir. Ayrıca, deney grubundaki öğrencilerin matematiğe karşı daha olumlu tutumlar geliştirdikleri de ortaya konulmuştur. Bu bulgular, problem kurma yaklaşımının özellikle öğrencilerin problem kurma becerilerini geliştirmede ve matematiğe yönelik ilgilerini artırmada etkili olduğunu göstermektedir.

Chen vd. (2015) tarafından yürütülen çalışma, Çinli beşinci sınıf öğrencilerinin problem kurma ve çözme becerilerini, bu becerilere yönelik inançlarını ve tutumlarını

geliştirmeye yönelik olarak tasarlanmış bir öğretim programının etkililiğini değerlendirmeyi amaçlamıştır. Tasarım deneyi yöntemiyle gerçekleştirilen araştırmada, öğrencilere yapılandırılmış problem kurma ve çözme etkinlikleri sunulmuş ve bu süreçte öğrencilerin düşünme biçimleri incelenmiştir. Elde edilen bulgular, uygulanan programın öğrencilerin hem problem kurma ve çözme becerilerini hem de matematiğe yönelik olumlu tutum ve inançlarını anlamlı biçimde geliştirdiğini göstermiştir. Araştırma, bu tür bütüncül yaklaşımların matematik öğretim programlarına entegrasyonunun öğrenci gelişimi açısından önemli katkılar sağlayabileceğini ortaya koymaktadır.

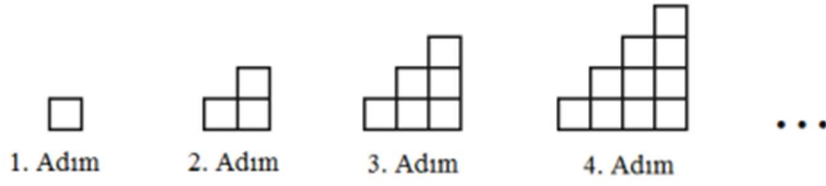
Problem kurma ve çözme ilişkisinin araştırılmasındaki farklı metodolojik yaklaşımlardan ikincisi paralel testlerin kullanılmasıdır. Bu kapsamda problem kurma ve çözme becerilerini ölçen paralel testler öğrenci gruplarına uygulanarak böylece bu iki beceri arasındaki ilişki değerlendirilmektedir (Cai, 1998; Cai & Hwang, 2002).

Cai ve Hwang (2002), Amerika Birleşik Devletleri ve Çin'deki 6. sınıf öğrencilerinin örüntü problemlerine yönelik problem çözme ve problem kurma becerilerini karşılaştırmalı olarak incelemiştir. Araştırmaya 98 Amerikalı ve 155 Çinli öğrenci katılmıştır. Katılımcılara birbirine paralel üç problem çözme ve üç problem kurma etkinliği uygulanmıştır. Problem çözme alanında, Çinli öğrencilerin özellikle soyut stratejiler ve sembolik temsiller kullanarak daha yüksek başarı gösterdiği belirlenmiştir. Buna karşılık, Amerikalı öğrencilerin daha çok somut stratejilerden ve çizim temsillerinden yararlandığı gözlemlenmiştir. Problem çözme etkinlikleri soyutlaştıkça, iki grup arasındaki başarı farkının da arttığı dikkat çekmiştir. Problem kurma etkinlikleri incelendiğinde ise her iki grubun da farklı zorluk düzeylerinde problem kurdukları görülmüştür; ancak Çinli öğrencilerin problem çözme ve problem kurma becerileri arasında daha güçlü bir ilişki sergilediği bulunmuştur. Bu durumun, Çinli öğrencilerin soyut düşünme becerilerine daha fazla dayanmalarından kaynaklandığı düşünülmektedir.

Cai (1998) tarafından gerçekleştirilen çalışmada, Amerika Birleşik Devletleri ve Çin'deki altıncı sınıf öğrencilerinin problem kurma ve çözme becerileri karşılaştırılmıştır. Araştırmada kullanılan problem kurma etkinliği, öğrencilerin çözmesi gereken şekilsel örüntü problemleriyle yapısal olarak benzer şekilde tasarlanmıştır. Bu sayede, öğrencilerin kurdukları problemler ile problem çözme

performansları arasındaki ilişki analiz edilebilmiştir. Öğrenciler, problem kurma yanıtlarına göre iki gruba ayrılmıştır: Birinci grup, kendilerine verilen şekilsel örüntüde sadece mevcut bilgilerle yetinmeyip, yeni veriler ve aşamalar ekleyen öğrencilerden; ikinci grup ise yalnızca verilen bilgilerle sınırlı kalan öğrencilerden oluşmaktadır. Bu ayrım, öğrencilerin problemi ne kadar derin düşündükleri ve mevcut durumu ne ölçüde analiz edip yeniden yapılandırabildikleri hakkında önemli ipuçları sunmaktadır. Araştırma bulgularına göre, örüntüye yeni veriler ekleyerek problem kuran öğrenci grubun problem çözme etkinliğinde daha yüksek başarı göstermiş ve daha uygun stratejiler kullanmışlardır. Bu sonuçlar, problem kurma sürecinin yalnızca yaratıcı düşünmeyi değil, aynı zamanda problem çözme becerisini de desteklediğini ortaya koymaktadır.

Problem kurma ve çözme ilişkisinin araştırılmasındaki farklı metodolojik yaklaşımlardan üçüncüsü peşi sıra test uygulamalarıdır. Rosli vd. (2015) tarafından yürütülen araştırmada, problem kurma ve çözme sırasının öğretmen adaylarının başarılarına etkisi incelenmiştir. Çalışmaya katılan 51 ortaokul öğretmen adayı rastgele iki gruba ayrılmış; bir gruba önce problem çözme, ardından problem kurma (Grup A), diğer gruba ise önce problem kurma, ardından problem çözme (Grup B) etkinlikleri uygulanmıştır. Etkinlikler, şekil örüntüsüne dayalı paralel formdaki problemler üzerinden yürütülmüştür (Şekil 1). Araştırma sonuçlarına göre, Grup B'nin problem çözme başarısı Grup A'dan daha yüksek olsa da bu fark istatistiksel olarak anlamlı bulunmamıştır. Öte yandan Grup A'nın problem kurma performansı daha yüksek görünse de bu fark da anlamlı değildir. Her iki grup özelinde ise problem kurma ve problem çözme becerileri arasında anlamlı ve güçlü bir ilişki tespit edilmiştir. Özellikle, problem çözme etkinliğinin problem kurmadan önce yapılmasının, öğretmen adaylarının daha anlamlı, yapısal ve hedefe yönelik problemler geliştirmelerini sağladığı görülmüştür. Bu bağlamda çalışma, problem çözme sürecinin problem kurmaya zemin hazırlayabileceğini ve bu sıranın öğretimsel açıdan etkili olabileceğini ortaya koymaktadır.



Şekil 1. Öğretmen adaylarının problem kurma becerisini incelemek için kullanılan şekil örüntüsü (Rosli vd., 2015, s.350).

Problem kurma ve çözme ilişkisinin araştırılmasındaki farklı metodolojik yaklaşımlardan dördüncüsü farklı performans düzeylerine sahip öğrencilerin karşılaştırmalı olarak incelenmesidir (Ellerton, 1986; Zhang vd., 2022)

Lester (1994), problem çözme alanındaki araştırmaların, yüksek ve düşük performanslı problem çözücüler arasındaki farklara odaklandığını belirtmiş ve bu farkları şu şekilde açıklamıştır: İlk olarak, yüksek performanslı problem çözücüler yalnızca daha fazla bilgiye sahip olmakla kalmaz, aynı zamanda bu bilgiyi daha bağlantılı ve zengin şemalar hâlinde organize ederler. İkinci olarak, bu bireyler problemleri değerlendirirken yapısal özelliklere odaklanırken; düşük performanslı problem çözücüler genellikle yüzeysel ayrıntılara yönelirler. Üçüncü olarak, yüksek performanslı problem çözücüler, kendi güçlü ve zayıf yönlerinin farkındadır ve bu farkındalık, çözüm sürecinde onlara avantaj sağlar. Dördüncü olarak, bu bireyler problem çözme süreçlerini izleme ve düzenleme konusunda daha etkindirler. Son olarak, yüksek performanslı problem çözücüler, çözümlerinin hem estetik hem de işlevsel olmasına önem verirler. Bu bulgular, problem çözme başarısının yalnızca bilgi miktarına değil, aynı zamanda bilginin nasıl organize edildiği ve kullanıldığına da bağlı olduğunu göstermektedir.

Yüksek ve düşük problem çözme performansına sahip öğrencilerin problem kurma becerilerini karşılaştıran araştırmalar oldukça sınırlıdır ve çoğunlukla problem kurma alayazının erken dönem çalışmalarına dayanmaktadır (Ellerton, 1986; Silver & Cai, 1996;).

Ellerton (1986), sekiz yüksek performanslı öğrenciden, bir arkadaşlarının çözmekte zorlanacağı bir matematik problemi oluşturmalarını isteyerek, bu öğrencilerin kurduğu problemleri sekiz düşük performanslı öğrencinin oluşturduğu problemlerle karşılaştırmıştır. Genel olarak, yüksek matematiksel performansa sahip öğrencilerin problem kurmaya başlamadan önce bir plan yaptıkları ve kurdukları

problemleri çözdükleri; buna karşılık, düşük performanslı öğrencilerin problem kurarken plan yapmada ve problemleri çözmede zorlandıkları belirlenmiştir. Ayrıca, yüksek performanslı öğrencilerin, düşük performanslı akranlarına kıyasla daha karmaşık sayı sistemleri kullandıkları, daha fazla işlem içeren ve hesaplama açısından daha zorlayıcı problemler oluşturdukları ifade edilmiştir.

Silver ve Cai (1996), problem kurma ile problem çözme arasındaki ilişkiyi incelemek amacıyla 509 ortaokul öğrencisiyle bir çalışma yürütmüş ve bu doğrultuda analitik bir problem kurma şeması geliştirmiştir. Araştırmada öğrenciler, bir problem kurma etkinliğinin yanı sıra sekiz açık uçlu problem çözme etkinliğini tamamlamıştır. Bu süreçte, problem çözme performanslarına göre iki uç grup oluşturulmuştur: Yüksek problem çözme performanslı grup, çözme etkinliğinde en yüksek ortalama puana sahip 50 öğrenciden; düşük problem çözme performanslı grup ise en düşük ortalama puana sahip 50 öğrenciden oluşmuştur. Her iki grup benzer sayıda problem üretmiş olsa da yüksek problem çözme performanslı öğrenciler, daha matematiksel ve karmaşık problemler kurarken; düşük problem çözme performanslı öğrenciler daha çok ifade ağırlıklı problemler kurmuştur. Bu bulgular, problem kurma kalitesinin öğrencilerin problem çözme becerileriyle ilişkili olduğunu ortaya koymaktadır.

Silver vd. (1996) ortaokul öğretmenleri ve öğretmen adaylarının problem kurma süreçlerini incelemiş; bir problemi çözmeden önce, çözerken veya çözdükten sonra kurdukları problemlerin niteliklerini karşılaştırmıştır. Katılımcılar, önceden verilen bir problem çözme etkinliğindeki başarılarına göre “yüksek başarı” ve “düşük başarı” gruplarına ayrılmıştır. Sınıflandırma, katılımcıların doğru ve anlamlı çözüm üretebilme yetileri temel alınarak yapılmıştır. Araştırmada, katılımcılardan bir matematik problemini çözmeden önce, çözerken ve çözdükten sonra yeni problemler üretmeleri istenmiş ve oluşturulan problemlerin sayısı, türü ve uygunluğu analiz edilmiştir. Bu sayede, problem çözme başarısı yüksek olanlarla düşük olanlar arasında problem kurma süreçlerinde görülen bilişsel farklılıklar incelenmiş ve problem kurma ile problem çözme arasındaki karmaşık ilişki ortaya konmuştur. Çalışma, problem kurma sürecinin yalnızca problem çözme becerisiyle değil, aynı zamanda bireylerin strateji kullanımı ve yaratıcı düşünme yetileriyle de ilişkili olduğunu göstermiştir.

Cai vd. (2013), ortaokul müfredatının (standartlara dayalı müfredat ve geleneksel müfredatlar arasında) lise öğrencilerinin öğrenme üzerindeki etkisini,

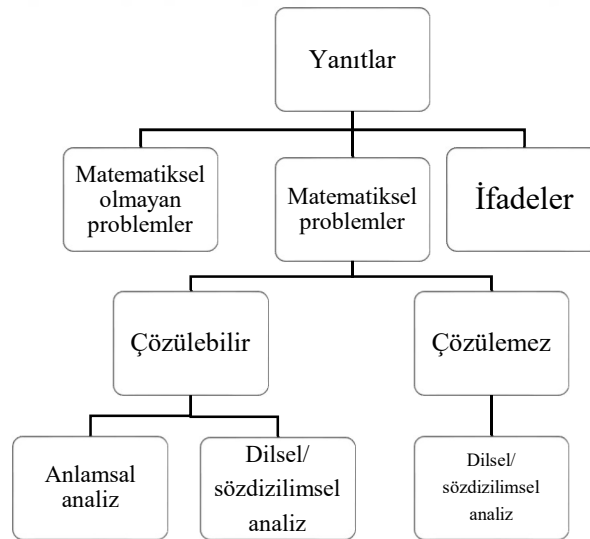
problem çözüme ve problem kurma etkinliklerini içeren etkinlikler aracılığıyla incelemişlerdir. Araştırma sonuçları, başarılı problem çözücülerinin problem kurma etkinliklerinde de yüksek performans sergilediğini ortaya koymuştur. Örneğin, denklemler sistemi görevinde, problemi doğru çözen öğrencilerin %24'ü matematiksel olarak geçerli problemler oluşturabilirken, problemi yanlış çözenlerde bu oran yalnızca %1'de kalmıştır. Çalışma, başarılı ve başarısız problem çözücüler arasındaki temel farkın, geçerli matematiksel problemler kurabilme ve matematiksel ifadeleri gerçek yaşam durumlarıyla ilişkilendirebilme becerisi olduğunu göstermektedir.

Zhang vd. (2022), altıncı sınıf öğrencilerinin oluşturduğu problemleri, problem kurma sürecinin üç aşaması olan giriş (yani, etkinliği anlama), süreç (yani, problemi kurma) ve çıktı (yani, problemi ifade etme) bileşenleri üzerinden incelemiştir. Giriş aşamasında, öğrencilerin problem kurma durumunu ne kadar iyi anladıklarına dair veriler, dört dereceli Likert ölçeği kullanılarak toplanmıştır. Süreç aşaması, problemin içindeki değişkenleri ve bu değişkenler arasındaki ilişkileri incelemeye odaklanmıştır. Örneğin, bu yaklaşımı yansıtan bir analizde, Cai (1998), örüntülerle ilgili kurulan problemleri, olgusal (örüntülerle belirli bir şekilde ilgili sorgular), karşılaştırmalı (örüntüdeki iki şekil arasındaki ilişkiyi keşfetme) ve kural temelli (örüntünün genel terimini sorgulama) kategorilerine ayırmıştır. Son olarak, çıktı aşamasında, analiz matematiksel problemlerin anlaşılır olup olmadığına ve anlaşılır problemlerin aynı alanda olup olmadığına (problemin yapısını koruyarak farklı durumlarda ifade edilip edilmediği) odaklanmıştır. Zhang vd. (2022), problemleri doğru çözen öğrencilerin, çözmeyenlere göre daha matematiksel ve çözülebilir problemler kurduklarını ve problem kurma durumunu daha iyi anladıklarını ifade etmiştir.

1.3. Öğrencilerin Problem Kurma Performanslarının Analizindeki Yaklaşımlar

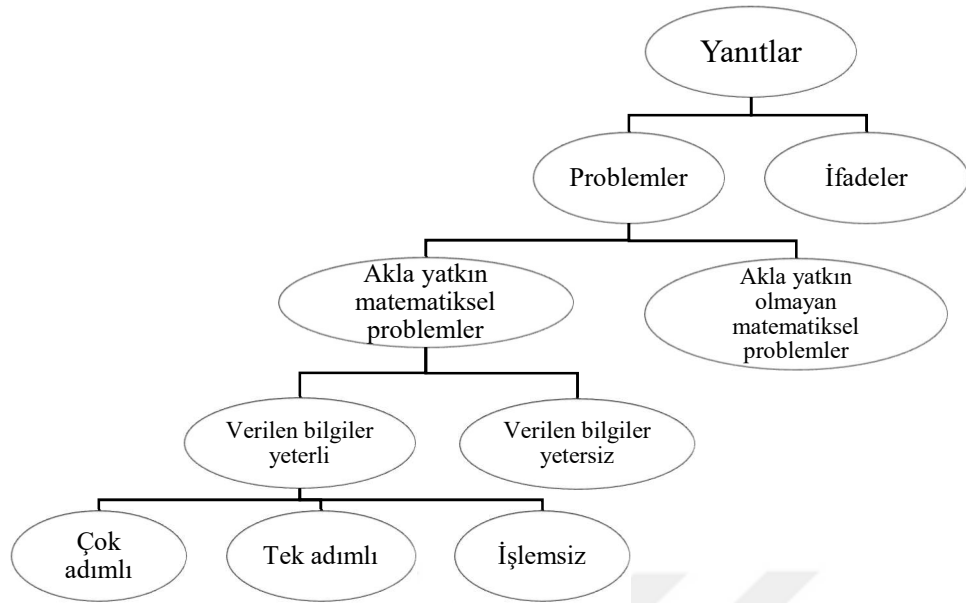
Çalışmalarda, araştırmanın amacı ve kapsamına bağlı olarak problem kurmaya ilişkin çok çeşitli analiz yöntemleri kullanılmaktadır (Silver & Cai, 1996; Zhang vd., 2022). Ancak tüm bu çalışmalarda öğrencilerden temelde beklenen, matematiksel olarak geçerli ve çözülebilir problemler kurmalarıdır (Leung & Silver, 1997; Silver & Cai, 1996).

Silver ve Cai (1996), öğrencilerin kurdukları problemleri üç aşamalı bir analiz çerçevesiyle değerlendirmiştir (Şekil 2). İlk aşamada, öğrencilerin yanıtlarını; “matematiksel problemler”, “matematiksel olmayan problemler” ve “ifadeler” olarak sınıflandırılmıştır. Matematiksel problemler, matematiksel yapıya sahip sorulardan oluşurken; matematiksel olmayan problemler, soru formunda olsalar da matematiksel içerik barındırmayan yanıtlardır. İfadeler ise soru cümlesi içermeyen, eksik ya da yalnızca durumu içeren yanıtlardır. İkinci aşamada, yalnızca matematiksel olarak sınıflandırılan problemler incelenerek “çözülebilir” ve “çözülemez” olmak üzere iki gruba ayrılmıştır. Çözülebilir problemler, verilen bilgilerle mantıklı biçimde çözüme ulaşılabilen sorular iken; çözülemez problemler, bilgi eksikliği ya da yapısal tutarsızlıklar nedeniyle çözüm üretilemeyen problemlerdir. Üçüncü aşamada ise çözülebilir problemler, “anlamsal” ve “dilsel/sözdizimsel” açıdan; çözülemez problemler ise “dilsel/sözdizimsel” hatalar yönünden değerlendirilmiştir. Bu çok aşamalı analiz çerçevesi, öğrencilerin problem kurma süreçlerindeki güçlü ve zayıf yönlerini belirlemek ve özellikle hangi aşamalarda zorluk yaşadıklarını ortaya koymak açısından işlevsel bir yapı sunmaktadır.



Şekil 2. Matematiksel problem, karmaşıklık ve çözülebilirlik analizine ait şema
(Silver & Cai, 1996, s.526)

Leung ve Silver (1997), öğrencilerin kurdukları problemleri dört aşamalı bir analiz çerçevesi doğrultusunda değerlendirmiştir (Şekil 3). Bu çerçevenin ilk aşamasında, öğrencilerin yanıtları “ifadeler” ve “problemler” olmak üzere iki kategoriye ayrılmıştır. “İfadeler”; soru formunda olmayan ve matematiksel anlam içermeyen yanıtları ifade ederken, “problemler”; soru formunda olan matematiksel yanıtları içermektedir. İkinci aşamada, “problemler”, “akla yatkın matematiksel problemler” ve “akla yatkın olmayan matematiksel problemler” olarak ikiye ayrılmıştır. Akla yatkın problemler, verilen bilgilerin mantıklı ve tutarlı bir yapıya sahip olduğu; akla yatkın olmayan problemler genellikle mantık hataları içeren yanıtlardır. Üçüncü aşamada, “akla yatkın problemlerin” verilen bilgiler açısından yeterliliği analiz edilmiştir. Bu aşamada bilgi açısından “yeterli” kabul edilen problemler çözüm sürecine dahil edilirken; eksik bilgi içeren problemler, çözüm için “yetersiz” olarak değerlendirilmiştir. Dördüncü ve son aşamada ise, yeterli bilgiye sahip akla yatkın problemler, işlem basamak sayılarına göre sınıflandırılmıştır: “çok adımlı” problemler birden fazla işlem gerektiren karmaşık yapıya sahip yanıtlar, “tek adımlı” problemler yalnızca bir işlemle çözülebilen basit yanıtlar ve “işlemsiz” problemler ise genellikle mantıklı bir analiz ya da çözüm önerisi gerektiren yanıtlardır. Öğrencilerin problem kurma ve çözme süreçlerindeki güçlü ve zayıf yönleri daha ayrıntılı biçimde ortaya çıkarabilmek için bu dört aşamalı analiz çerçevesi işlevsel bir yöntem sunmaktadır. Bu dört aşamalı analiz çerçevesi, öğrencilerin problem kurma ve çözme süreçlerindeki güçlü ve zayıf yönlerini daha ayrıntılı biçimde ortaya koymak adına işlevsel bir yöntem sunmaktadır.



Şekil 3. Matematiksel problem olma ve işlem sayısı için kurulan analiz şeması
(Leung & Silver, 1997, s.14)

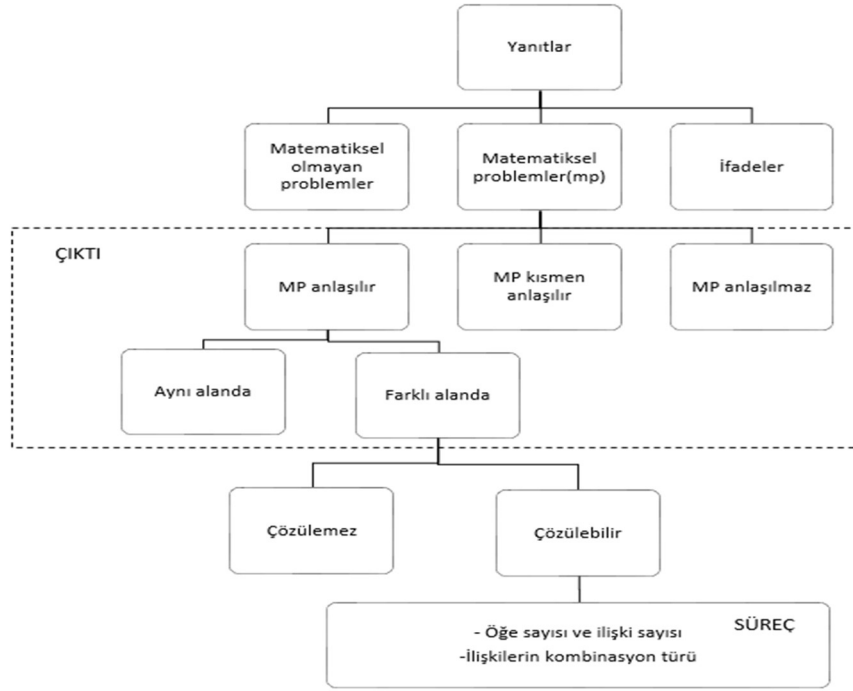
Problem kurma analizinde “çözülebilirlik” ve “matematiksel problem olma” kriterleri, değerlendirme sürecinde en yaygın kullanılan ölçütler arasında yer almaktadır (Silver & Cai, 1996; Leung & Silver, 1997). Söz konusu çalışmalar, sadece öğrencilerin kurdukları problemleri sınıflandırmakla kalmamakta, aynı zamanda bu problemlerin hangi yönlerden yetersiz olduğunu da ortaya koyarak, öğrencilerin problem kurma sürecinde yaşadıkları güçlüklerin daha spesifik aşamalarına ışık tutmaktadır (Silver & Cai, 1996; Leung & Silver, 1997).

Bununla birlikte, problem kurma sürecini daha bütüncül bir biçimde değerlendirmeyi amaçlayan kapsayıcı çerçeveler de alanyazında yer almaktadır (Zhang vd., 2022). Örneğin, Zhang vd. (2022) tarafından sunulan çerçeve, problem kurma sürecini üç temel aşamada ele almaktadır: “girdi”, “süreç” ve “çıkı” (Şekil 4). “Girdi” aşaması, öğrencilerin problem kurma görevini ne düzeyde anladıklarını değerlendirmeyi amaçlar ve bu bağlamda dört dereceli Likert tipi ölçekler kullanılabilir. “Süreç” aşamasından önce, öğrencilerin farklı alanlarda kurdukları problemler “çözülebilir” ve “çözülemez” olmak üzere sınıflandırılmıştır. “Süreç” aşamasında ise, farklı alanda çözülebilir olarak değerlendirilen problemler, öğrencinin bir problemi nasıl yapılandığı; yani problemde yer alan değişkenleri nasıl

belirlediğini ve bu değişkenler arasındaki ilişkileri nasıl kurduğunu incelemeye yönelik olarak analiz edilmiştir. Bu bağlamda Cai (1998), öğrencilerin örüntüler üzerine kurdukları problemleri üç ana kategoriye ayırmıştır: “olgusal” problemler, örüntüdeki belirli bir adımı sorgularken; “karşılaştırma” problemler, örüntüdeki iki adım arasındaki ilişkiyi incelemekte; “kural temelli” problemler ise örüntünün genel terimine odaklanmaktadır. Bu sınıflama, örüntü ve cebirsel yapı gibi matematiksel temalarda problem kurma süreçlerini analiz etmek için anlamlı bir çerçeve sunar. Ancak süreç aşamasının değerlendirilmesi, içerik alanına göre farklılaşabilir. Örneğin, geometri ya da ölçme gibi alanlarda, değişkenlerin temsil biçimleri, kurulan ilişkilerin türü ve problemde öne çıkan yapısal unsurlar farklı özellikler gösterebilir (Cai, 1998; Zhang vd., 2022).

“Çıktı” aşamasından önce, öğrencilerin problem kurma etkinliğinde verdikleri yanıtlar, Silver ve Cai (1996) tarafından önerilen sınıflama doğrultusunda “matematiksel problemler”, “matematiksel olmayan problemler” ve “ifadeler” olmak üzere üç kategoriye ayrılmıştır. Matematiksel problemler, sonraki adımda “çıktı” aşamasına göre değerlendirilmiştir. Bu aşama, öğrencinin kurduğu problemin matematiksel açıdan geçerliliği ile ifadenin açık ve anlaşılır olup olmadığını incelemeye odaklanır. Bu doğrultuda problemler, “anlaşılır”, “kısmen anlaşılır” ve “anlaşılmaz” olmak üzere üç düzeyde sınıflandırılmıştır. “Anlaşılır” olarak değerlendirilen problemler, daha sonra yapısal açıdan incelenmiştir. Yapı olarak benzer ancak farklı biçimlerde ifade edilen yanıtlar “aynı alanda”, değilse “farklı alanlarda” şeklinde sınıflandırılmıştır.

Zhang vd. (2022)’nin bu üç aşamalı çerçevesi, sadece öğrenci ürünlerini değerlendirmekle kalmayıp, problem kurma sürecini tanımlamada da oldukça güçlü bir potansiyele sahiptir. Bu çerçeve sayesinde, öğrencilerin problem kurma sürecinde hangi aşamalarda zorlandıkları, nerelerde hatalar yaptıkları ve hangi bilişsel becerileri daha etkili kullandıkları ayrıntılı biçimde ortaya konabilmektedir.



Şekil 4. Bilişsel süreçleri tasvir eden üç aşamalı (girdi, süreç ve çıktı) analiz şeması
(Zhang vd., 2022, s.504)

Bu avantajları nedeniyle, çalışmamızda problem kurma sürecinin değerlendirilmesinde Zhang vd.'nin (2022) sunduğu çerçeve temel alınmıştır. Söz konusu model, hem analitik hem de bütüncül bir bakış açısı sunarak, öğrencilerin problem kurma sürecine dair çok boyutlu değerlendirmelere olanak tanımaktadır. Böylece öğrencilerin yalnızca kurulan problemi değil, problem kurarken geçtikleri bilişsel aşamalar da dikkate alınabilmektedir. Bu yönüyle model, problem kurma becerilerinin daha derinlemesine anlaşılmasına önemli katkılar sunmaktadır.

Yüksek ve düşük problem çözme performansına sahip öğrencilerin problem kurma performanslarının karşılaştırılmasında dikkate alınması gereken temel faktörler, matematiksel geçerlilik ve karmaşıklığıdır (Cai, 1998; Leung & Silver, 1997; Silver & Cai, 1996; Zhang vd., 2022). Zhang vd. (2022) çalışmasında örneklediği gibi, yüksek ve düşük problem çözme performansına sahip öğrenciler arasındaki farkları daha ayrıntılı bir şekilde ortaya koymak için analiz birimlerini çeşitlendirmek büyük önem taşımaktadır. Çalışmada sunulan analitik çerçeve problem kurma sürecinin çeşitli yönlerini kapsamlı şekilde ele almaktadır. Bu durum yüksek ve düşük problem çözme başarısına sahip öğrencilerin problem kurma aşamalarındaki

benzerliklerini ve farklılıklarını daha ayrıntılı ve özgün sonuçlarla ortaya koymayı mümkün kılmaktadır. Yukarıda belirtilen sınırlılıklar dikkate alındığında, bu çalışma, yüksek ve düşük problem çözme performansına sahip öğrencilerin problem kurma performanslarındaki benzerlikleri ve farklılıkları çeşitli analiz birimleri aracılığıyla incelemeyi amaçlamaktadır.

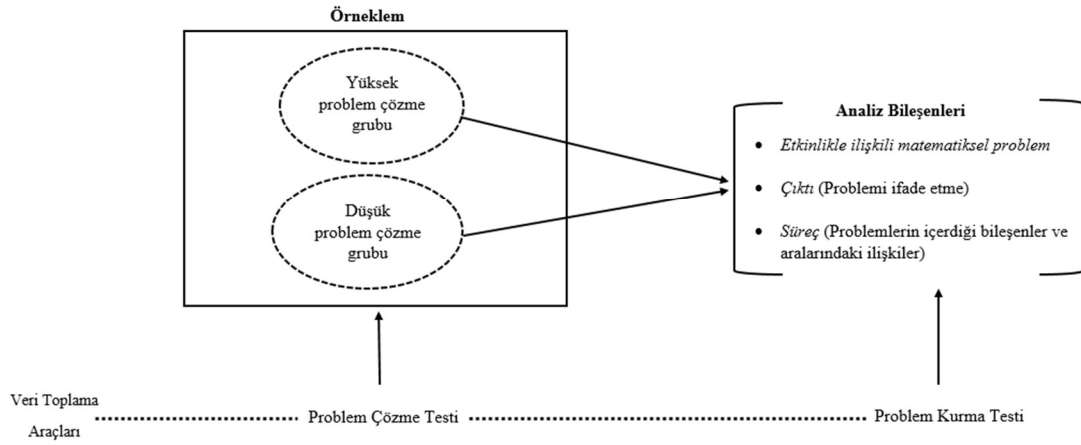


2. YÖNTEM

2.1. Araştırmanın Modeli

Bu çalışmada, nicel araştırma yöntemlerinden deneysel olmayan yaklaşımlar kapsamında karşılaştırmalı desen kullanılmıştır. McMillan ve Schumacher'a (2010) göre, karşılaştırmalı desen iki veya daha fazla grup arasındaki farklılıkların incelenmesine imkan tanımaktadır.

Bu çalışmanın odağında problem çözme performansı yüksek ve düşük yedinci sınıf öğrencilerinin problem kurma performanslarının karşılaştırılması yer aldığından karşılaştırmalı desen benimsenmiştir. Çalışmanın genel akışına ilişkin akış şeması Şekil 5'te sunulmuştur.



Şekil 5. Çalışmanın genel akışına ait şema

2.2. Örneklem

Yedinci sınıf öğrencileriyle yürütülen bu çalışmada, okulların seçiminde kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Kolay ulaşılabilir örnekleme, yakın ve erişimi kolay olan örneklerin tercih edilmesini ifade eder (Yıldırım & Şimşek, 2018). Problem çözme performansı düşük ve yüksek (PÇDvY) öğrencilerin problem kurma arasındaki benzerlik ve farklılıkların ortaya koyulması için çok sayıda öğrenciye ulaşılması gerekmektedir. Ayrıca, veri toplama üç oturumda yürütülmekte ve farklı zaman dilimlerinde uygulanmaktadır. Bütün oturumlara katılan öğrenciler katılımcı sayısını oluşturacağından, kolay ulaşılabilir örnekleme modeli esas alınarak çok sayıda

öğrenciye ulaşılması hedeflenmiştir. Bu kapsamda, tez yürütücüsünün öğretmenlik yaptığı ilde bulunan okullardaki yedinci sınıf öğrencileriyle çalışmanın yapılmasına karar verilmiştir.

Tablo 1. Öğrencilerinin okullara ve testlerin uygulandığı oturumlara katılımına göre dağılımı

Okul	Şube	PÇT'ye katılım	PKT'ye katılım		PÇT ve PKT'ye birlikte katılım
			Oturum 1	Oturum 2	
O1	A	26	23	23	23
	A	14	15	15	14
O2	B	15	15	13	13
	C	20	20	17	17
	D	14	16	12	10
O3	A	5	5	5	5
O4	A	9	10	9	8
	A	18	18	17	17
O5	B	17	19	19	17
	C	20	19	20	19
O6	A	17	18	17	16
O7	A	18	16	16	14
O8	A	18	16	16	9
O9	A	27	26	20	16
O10	A	14	14	14	14
O11	C	22	22	14	13
	G	21	19	18	18
Toplam		295	291	265	24

Not: O1: Okul 1; A, B,C,D ve G bir okuldaki şube adlarını temsil etmektedir; PKT: Problem Kurma Testi; PÇT: Problem Çözme Testi.

Araştırma, Rize ilinde Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı 11 okulda gerçekleştirilmiştir. Araştırma, tek oturumluk Problem Çözme Testi (PÇT) ile başlayıp, bir hafta sonra iki oturumda uygulanan Problem Kurma Testi (PKT) ile devam etmiştir. Tablo 1 'de, bu okullarda veri toplama araçlarının uygulandığı şubeler ile bu şubelerdeki öğrenci sayılarına ait dağılım sunulmuştur.

PÇT'nin uygulandığı 295 öğrenci arasında PKT'ye katılmayan ve PKT'nin iki oturumundan yalnız birine katılan öğrenciler olmuştur. Bunun dışında sadece PKT'ye katılan öğrenciler de olmuştur. Üç oturuma da katılmayan öğrenciler örnekleme dahil

edilmemiştir. Sonuç olarak araştırmanın örneklemini, PÇT ve PKT'nin iki oturumuna da katılan toplam 243 yedinci sınıf öğrencisinden oluşmaktadır.

Çalışmada seçilen konu cebir öğrenme alanında örüntülerin genel terimini bulunması konusudur. Matematik Öğretim Programı'nda (MEB, 2018) “Kuralı verilen sayı ve şekil örüntülerinin istenen adımlarını oluşturur” (s.51) kazanımı ve “Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulur” (s.67) kazanımlarına yer verilmektedir. Veri toplama 2023-2024 eğitim öğretim yılının bahar döneminde yapılmıştır. Uygulama, veri toplama aracının ilgili olduğu kazanımların öğretiminin tamamlanmasının ardından yapılmıştır. Öğrenciler örüntünün istenilen adımını bulma, örüntünün genel terimini sözel veya cebirsel olarak ifade etmede öğretim almışlardır.

Bu çalışmanın gerçekleşmesi için “Etik kurulu değerlendirme raporu” (Ek 1), Rize İl Milli Eğitim Müdürlüğünden “Tez çalışma izni” belgesi (Ek 2) ve “Veli onam formu” belgesi (Ek 3) alınmıştır.

Araştırmanın uygulandığı öğrenci grubu, problem kurma becerisiyle ilk kez ilkokulda tanışmıştır. Ortaokul ders kitaplarında ise problem kurmaya problem çözme içerisinde yer verilmektedir. Matematik Öğretim Programı'nda (MEB, 2018) özellikle “Dört işlem içeren problemleri çözer” (s.52) kazanımın alt kazanımında ve “Doğal sayılarla dört işlem yapmayı gerektiren problemleri çözer ve kurar” (s.58) kazanımda problem kurmaya yer verilmektedir. Veri toplama sürecinde, öğrencilerin problem kurma deneyimlerine ulaşmak amacıyla öğretmenlerle informal görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmelerde öğretmenlere, derslerde problem kurma etkinliklerine ne ölçüde yer verdikleri sorulmuştur. Öğretmenlerin büyük bir kısmı, bu tür etkinlikleri genellikle yalnızca ders kitaplarında veya öğretim programındaki kazanımlarda yer aldığı ölçüde uyguladıklarını ifade etmiştir. Bazı öğretmenler, ders saatlerinin yetersizliği ve yoğun müfredat nedeniyle problem kurma etkinliklerine sınırlı düzeyde yer verdiklerini belirtmiştir. Bununla birlikte, bazı öğretmenler problem kurma etkinliklerinin dersleri daha eğlenceli hâle getirdiğini, öğrencilerin derse katılımını artırdığını ve öğrenmenin kalıcılığını desteklediğini vurgulamıştır. Bu bağlamda, belirli öğretmenler her konu sonunda problem kurma etkinliklerine düzenli olarak yer vermeye özen gösterdiklerini ifade etmiştir. Uygulanan etkinliklerin ise

çoğunlukla sembolik işlemlere, kısa hikâyelere ya da görsel şekillere dayalı olduğu belirtilmiştir.

2.3. Veri Toplama Araçları ve Analizi

Bu bölümde, PÇDvY olan öğrencilerin problem kurma performanslarının karşılaştırmak için kullanılan veri toplama araçları ve analizleri tanıtılmıştır.

2.3.1. Problem Kurma Testi ve Analizi

Birbirine paralel problem çözme ve kurma etkinliklerinin tasarlanması amacıyla üç kriter dikkate alınmıştır: i) etkinliklerin sunum şekli, ii) etkinliklerin öğrenci seviyesine uygunluğu ve iii) problem kurma etkinliklerinin çeşitli problemler kurmaya imkân vermesi.

Etkinliklerin hazırlanmasında dikkate alınan kriterlerden ilki, etkinliğin sunum şeklidir. Temsillerin kullanılması, bir temsildeki sınırlılığın diğer bir temsille giderilmesine yardımcı olmaktadır (Ainsworth & Van Labeke, 2004). Farklı temsil çeşitlerinin kullanılması, öğrencilerin problem kurma performansını etkilemektedir (Işık vd., 2011). Bu düşünceden hareketle, farklı temsil biçimlerini yansıtacak etkinliklerin hazırlanması, öğrencilerin performanslarının daha ayrıntılı bir şekilde incelenmesine olanak sağlayacaktır. Bu kapsamda, görsel ve günlük yaşam temsillerini içeren etkinliklerin testte yer almasına karar verilmiştir.

Etkinliklerin hazırlanmasında dikkate alınan ikinci kriter, etkinliğin öğrenci seviyesine uygun olmasıdır. Bu araştırma yedinci sınıf öğrencileriyle yürütüldüğünden, etkinliklerin seçiminde yedinci sınıfa kadar olan cebir öğrenme alanındaki kazanımlara uygunluk gözetilmiştir.

Son olarak, etkinliklerin hazırlanmasında dikkate alınan bir diğer önemli kriter, problem kurma etkinliklerinin çeşitli problemlerin oluşturulmasına imkân tanınmasıdır. Öğrencilerin problem kurma becerilerini kapsamlı bir biçimde inceleyebilmek amacıyla, problem kurma durumlarının seçimine özen gösterilmiştir. Bu durumlar, öğrencilerin mevcut duruma uygun problemler oluşturmaya, yeni veriler eklemesine ya da bazı verileri çıkarmasına olanak sağlayacak şekilde yapılandırılmıştır.

İlk olarak PKT hazırlanmıştır. Bu çalışmada Stoyanova ve Ellerton'un (1996) çerçevesindeki yarı-yapılandırılmış durumların kullanılmasına karar verilmiştir. Bu

durumun başlıca sebeplerinden ilki problem kurma durumlarının yapısından kaynaklanmaktadır. Serbest problem kurma durumlarının tercih edilmesi durumunda PKT'ye paralel olacak şekilde PÇT oluşturulamayacaktır. Çünkü her öğrenci, deneyimindeki farklı bir problemi yazabilecektir. Yapılandırılmış durumlarda ise öğrencilere bir problem sunulur ve benzer problemler kurmaları istenir. Yapılandırılmış durumlarda belirli bir problemin koşulları değiştirilerek başka problemler kurmaları istenir (Baumanss & Rott, 2018). Bu durumda da PÇT'deki problemin aynısı PKT'de verilmiş olacak ve yaygın şekilde sayı veya hikayelerin değiştiği problemler ortaya çıkmış olabilecekti. Ayrıca, yapılandırılmış problem kurma durumları çeşitli problemler üretilmesi yönünden de sınırlılıklar barındırmaktadır. Bu nedenle yaratıcı düşünmenin araştırıldığı çalışmalarda da yaygın şekilde kullanılan, öğrencilerin özgün problem kurmasını sağlayan ve öğrencilerin yeni sınırlılıklar ve koşullar ekleyerek orijinal problemler üretmelerine imkân tanıyan yarı-yapılandırılmış durumların kullanılmasına karar verilmiştir. İkincisi ise yarı-yapılandırılmış problem kurma durumlarının serbest ve yapılandırılmış durumlara göre Türk ders kitaplarında daha yoğun şekilde yer almasıdır (Çelik & Kul, 2021; Ev-Çimen & Yıldız, 2017; Mersin & Kılıç, 2021). Dolayısıyla öğrencilerin deneyimlerinde daha fazla olan etkinlik türlerinin öğrencilerin performanslarını daha iyi sergilemelerine imkân tanıyabileceği düşünülmüştür. Bu görüşler doğrultusunda ders kitapları (Akbulut, 2021; Erenkuş & Eren Savaşkan, 2018), makaleler (Lannin vd., 2006; Rivera & Becker, 2007) ve araştırma kitapları (Singer vd., 2015) incelenmiş ve etkinlik havuzu oluşturulmuştur (Ek 4).

Ek 4'deki etkinliklerin sunum biçimi için iki durum dikkate alınmıştır. Beş etkinlik (E1, E2, E3, E8 ve E9) günlük yaşamla ilgili olarak ve dört etkinlik (E4, E5, E6 ve E7) görsel temsil kullanılarak sunulmuştur. Geriye kalan 3 etkinlik (E10, E11 ve E12) ise her ikisi birlikte kullanılarak sunulmuştur.

Çeşitli problemler kurmaya imkân tanıma kriteri ele alındığında ise Ek 4'deki etkinliklerin tamamı en az dört veya beş farklı problem kurulabilmeye, yeni veriler eklemeye ve mevcut veriler içerisinde karşılaştırma yapmaya imkân tanımaktadır. Örneğin, E4'te sunulan görsel formdaki etkinlikte örüntünün genel kuralı aynı kalmak koşuluyla şekil görünümü farklı yapılandırılarak problemler kurulabilir. Bunun dışında, bir kibrit çöpünün uzunluğu verilerek çevre, alan hesabı yapılabilir veya

mevcut şeklin kenarlarına odaklanmak yerine köşegenlerine odaklanarak çeşitli problemler kurulabilir. Hem görsel hem de günlük yaşamla ilgili olarak sunulan E10'daki etkinlikte ise farklı ücretlendirme durumları, her iki zaman dilimini de içeren bir durum veya mevcut koşulların dışında gerçekleşen bir durum (elektriğin kesilmesi gibi) ele alınarak çeşitli problemler kurulabilir.

PÇT ve PKT'de yer alacak etkinlik sayısı, uygulama süresi dikkate alınarak belirlenmiştir. Tez yürütücüsü aynı zamanda öğretmenlik de yaptığından bu duruma yönelik görüşlerini şu şekilde ifade etmiştir: “PÇT ve PKT'de yer alacak etkinlik sayısının artırılması PKT'nin uygulanma süresinin uzamasına neden olacaktır. Bu durumda öğrencilerin motivasyonları düşeceğinden çeşitli problem kurmaya engel olacağını düşünüyorum.”

Bu bağlamda yapılan tartışmalar sonucunda paralel formda hazırlanan üç problem kurma etkinliğinin seçilmesine karar verilmiştir.

Veri toplama aracında yer alacak üç etkinliğin belirlenmesi için tez danışmanı ve tez yürütücüsü yanında cebir öğretimi üzerine çalışmaları olan bir öğretim üyesinin (Uzman 1 [U₁]) ve meslekte 12 yıldır görev yapan bir matematik öğretmenin (Uzman 2 [U₂]) de görüşlerine başvurulmuştur. Tez yürütücüsü aynı zamanda yedinci sınıf düzeyinde matematik öğretmenliği de yaptığından öğrencilerin seviyesine göre uygunluğunu değerlendirmiştir. Uzmanlara, çalışmanın amacı ve kapsamını yansıtan bir rapor ile birlikte Ek 4 sunulmuş ve gerekçeleriyle birlikte üç etkinlik belirlemeleri istenmiştir. U₁, E1, E8 ve E12 kodlu etkinlikleri; U₂ ise E1, E7 ve E8 kodlu etkinlikleri seçmiştir. Her iki uzman da seçimlerinde sunum şeklini ve çeşitli problemler kurmaya imkân tanımayı dikkate aldığını belirtmiştir. U₂'nin etkinliklerin seçimine yönelik görüşleri şu şekildedir: “Öğrencilere çeşitli problemler kurabilmeleri imkânı tanınması için etkinlikleri seçerken, öğrencilerin derslerde ve günlük hayatta karşılaştıkları durumları göz önünde bulundurarak seçim yaptım.”

Her iki uzmanın ortak görüşleri de dikkate alınarak E1 ve E8'in PKT'de yer almasına karar verilmiştir. E1 hem günlük hayatla ilişkilidir hem de görsel temsili barındırmaktadır. E8 ise günlük hayat temsili içermektedir. Etkinlik seçiminde E7 ve E12'de farklılık görülmüştür. U₂, E7'de verilen problem kurma durumunun öğrencilerin ilgisini çekeceğini ifade ederek görüşlerini şu şekilde açıklamıştır:

“Şekil örüntüsü olarak sunulan etkinliklerin arasında E7’de kibrit çöpleri kullanılarak altıgenler, bu altıgenlerle de örüntü oluşturulmuştur. Burada hem kibrit çöplerinin kullanılması hem de altıgen şeklinin kullanılması öğrencilerde çeşitli problemler kurmaya imkân sağlayacağından tercih ettim. Ayrıca derslerde de altıgen şeklinin kullanımı öğrenciler tarafından daha ilginç bulunmaktadır.”

U_1 ise E12’de grafik ile belirtilen problem kurma durumunu seçmiştir. U_1 ’in etkinlik seçimine yönelik açıklamaları şu şekildedir:

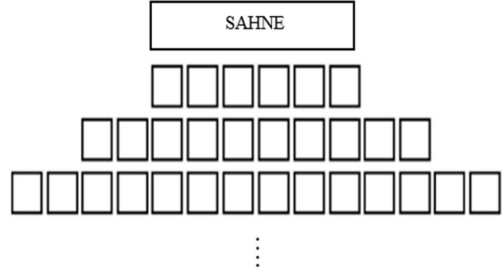
“Grafik kullanımı karmaşık görülen ifadeleri daha anlaşılır hale getirmekte ve cebirsel genelleme yapmaya yardımcı olmaktadır. Aynı zamanda E12’de verilen problem kurma durumu günlük hayat içermektedir. Bu iki nedenden dolayı öğrencilerin çeşitli problemler kurabileceğini düşünüyorum.”

Bu görüşler birlikte dikkate alınarak E12’ye yer vermeye karar vermiştir. Seçilen diğer iki etkinlikten farklı olarak E12 grafik yardımıyla sunulmaktadır. Farklı temsillerin kullanımı öğrencilerin problem kurma performanslarını karşılaştırmada etkili olabilir. Aynı zamanda E12’deki problem kurma durumu, öğrencilerin günlük hayatta deneyimledikleri bir durumdur. Bu nedenlerden dolayı her seviyedeki öğrenciye çeşitli problem kurma imkânı tanıyacağı düşünülmüştür.

Taslak form hazırlandıktan sonra 7 yedinci sınıf öğrencisi ile pilot çalışma yürütüldü. Pilot çalışmada her etkinliğe 25-30 dakika süre verildi ve öğrencilerden her etkinlik için üç tane ilginç ve zor problem kurması istendi. Uygulama sonucunda, öğrencilerin hem ilginç hem de zor problem kuramadıkları, bu iki durumdan yalnız birini dikkate alarak problem kurdukları tespit edilmiştir. Özellikle öğrenciler, ilginç problem kurarken kafa karışıklığı yaşadıklarını belirtmiştir. Bir problem kurma etkinliği problem kurma durumu ve problem kurma yönergesinden oluşmaktadır (Cai vd., 2022). PKT’de yer alan her bir etkinlikteki matematiksel içerik problem kurma durumu olarak sunulmuştur. Problem kurma yönergelerinin öğrencilerin problem kurma performansını etkilediğine ilişkin deneysel sonuçlardan hareketle (Cai vd., 2020), yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel bilgi ve deneyimini sürece daha etkili bir şekilde yansıtabilmeleri için yönergede onlardan zor problemler kurmalarının istenmesine karar verilmiştir. Bunun yanında, kurulan problemin niteliğinin problemin kimin için kurulduğundan etkilendiğine ilişkin sonuçlar da (Cai vd., 2020; Li vd., 2022) göz önünde bulundurularak yedinci sınıf öğrencilerinden arkadaşları için problemler kurması istenmiştir. Bu yönüyle problem kurma yönergesi olarak “arkadaşlarınız için üç tane zor problem kurunuz.” ifadesi seçilmiştir.

Etkinliklerin uygulamaya hazır hali Tablo 2’de verilmiştir. Öğrencilerden her etkinlikte üç problem kurları ve her kurulan problemde neler düşündüklerini yazılı olarak açıklamaları istenmiştir. PKT üç etkinlikten oluştuğundan, öğrencilerin toplamda dokuz problem kurları gerekmektedir. Pilot çalışma sürecinde yapılan gözlemler, her bir etkinlik için 25 dakika sürenin yeterli olduğunu göstermiştir. Tez yürütücüsü, öğrencilerin odaklanma ve dikkat süresini göz önünde bulundurarak uygulamanın farklı oturumlarda yapılmasını önermiştir. Tez danışmanı ise PKT’nin veri toplama sürecinin uzaması durumunda katılımcı sayısının düşmesine neden olacağını vurgulamıştır. Bu tartışma sonucunda problem kurma etkinliklerinin iki oturumda uygulanmasına karar verilmiştir. Birinci oturumda ilk iki etkinlik (Tablo 2, Etkinlik 1 ve 2) ve ikinci oturumda bir etkinlik (Tablo 2, Etkinlik 3) yer almıştır. İlk oturum 50 dakika, ikinci oturum 25 dakika olup, uygulamanın bu sırada gerçekleşmesine karar verilmiştir. PKT’nin, PÇT’nin uygulanmasından bir hafta sonra uygulanması planlanmıştır. Oturumların, aynı günde uygulanabileceği gibi aynı hafta içinde farklı günlerde de uygulanabileceğine karar verilmiştir.

Tablo 2. Problem kurma testi

Problem Kurma Testinde Kullanılan Etkinlikler	
ETKİNLİK 1	
Bir tiyatro salonunda birinci sırada 6 koltuk bulunmaktadır. Sonraki her sırada ise, bir önceki sıraya göre 4 koltuk fazlası yer almaktadır. Tiyatro salonunda koltuklar bu şekilde sıralanmaya devam etmektedir. Yukarıda, tiyatrodaki ilk üç sıranın görüntüsü bulunmaktadır.	 The diagram shows a theater stage labeled 'SAHNE' at the top. Below it, there are three rows of seats represented by small squares. The first row (1.sıra) has 6 seats. The second row (2.sıra) has 10 seats. The third row (3.sıra) has 14 seats. The seats are arranged in a triangular pattern, with each row having 4 more seats than the row above it. A vertical ellipsis (three dots) is placed below the third row, indicating that the seating continues.
Bu duruma dayanarak <u>arkadaşlarınız için üç tane zor problem kurunuz.</u> Problem 1: Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız. Problem 2: Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.	

Tablo 3 (Devam). Problem kurma testi

Problem 3:

Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.

ETKİNLİK 2

Şeyma Öğretmen taksimetre açılış ücreti 25 TL olan bir taksiye binerek yolculuk yapmaktadır. Gidilen her kilometre için 10 TL ücretlendirme yapılmaktadır.

Bu duruma dayanarak arkadaşlarınız için üç tane zor problem kurunuz.

Problem 1:

Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.

Problem 2:

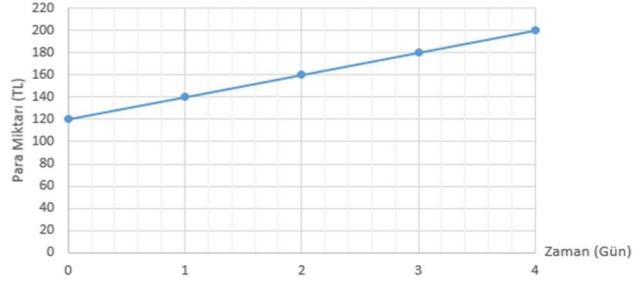
Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.

Problem 3:

Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.

ETKİNLİK 3

Yandaki grafik, başlangıçta kumbarasında 120 TL bulunan Ensar'ın parasının zamana bağlı miktarının değişimini göstermektedir. Benzer şekilde Ensar para biriktirmeye devam etmektedir.



Bu duruma dayanarak arkadaşlarınız için üç tane zor problem kurunuz.

Problem 1:

Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.

Problem 2:

Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.

Problem 3:

Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.

PKT'deki her bir etkinliğe verilen her bir yanıt analiz birimi olarak belirlenmiştir. Her bir analiz birimi Zhang vd. (2022) tarafından kullanılan analiz şeması dikkate alınarak analiz edilmiştir. Zhang vd. (2022) matematiksel problem kurmanın bilişsel sürecini üç aşamada kavramsallaştıran (girdi, süreç ve çıktı) bir çerçeve geliştirmişler ve bu çerçeveye göre problemleri kodlamışlardır. Verilen yanıtlara göre problem kurma sürecini aşamalara ayıran ve her aşamadaki performansını ölçen bir analiz çerçevesinin PÇDvY öğrencilerin problem kurma performanslarını karşılaştırmak için daha ayrıntılı veriler sunabileceği düşünülmüştür. Bu nedenle de bu çerçeve kullanılmıştır. Fakat Zhang vd. (2022) girdi aşamasında öğrencilerin problem kurma durumunun içeriğini ne kadar anladıklarını dördümlük likert anket yardımıyla belirlemiştir (Düzey 1: Etkinliği tamamen anlamamıştır, Düzey 2: Etkinliğin küçük bir kısmını anlamıştır, Düzey 3: Etkinliğin büyük bir kısmını anlamıştır ve Düzey 4: Etkinliği tamamen anlamıştır). Bu aşamanın öğrencilerin ankette verdikleri yanıtlar üzerinden ölçülmesi, etkinliğin anlaşılmasına yönelik güvenilir sonuçlar üretmede sınırlılıklar taşımaktadır. Bu nedenle, bu çalışmada anket uygulaması yoluna gidilmediğinden bu aşama analiz dışında tutulmuştur.

Zhang vd. (2022) ilk olarak öğrencilerin yanıtlarını alanyazındaki analiz çerçevelerinden hareketle (Silver & Cai, 1996) “matematiksel olmayan problem (MOP)”, “matematiksel problem (MP)” ve “ifade (İF)” şeklinde kodlamıştır. Bu aşamada kurulan problemin matematiksel olarak cevaplanma potansiyelinin olup olmadığına bakılmaktadır. Eğer analiz birimi bir cevap gerektiriyor fakat matematiksel bir cevap değilse “MOP” şeklinde kodlanmıştır. Eğer analiz biriminde soru kökü içeren bir cevap verilmemiş ise “İF” şeklinde kodlanmıştır. Yanıtların analizi sürecinde bazı öğrencilerin bazı etkinliklerde problem kurmadığı tespit edilmiştir. Bu tür yanıtlar analiz çerçevesinde ayrı bir kategori olarak değerlendirilmiş ve “boş” şeklinde kodlanmıştır. Doğruluğuna bakılmaksızın matematiksel olarak cevaplanma potansiyeli olan yanıtlar ise “MP” olarak kodlanmıştır. İki kodlayıcı (K₁ ve K₂) birbirinden bağımsız olarak yürüttükleri analizlerde matematiksel olarak problem olan fakat etkinlikte ilişkili olmayan yanıtlarla da karşılaşmıştır. Dolayısıyla bu yanıtların bu aşamada tasnif edilmesi için matematiksel problem kategorisi altına “etkinlikle ilişkili (Eİ)” ve “etkinlikle ilişkili değil (EİD)” kategorileri eklenmiştir. Analiz kategorileri ve açıklamaları Tablo 3'te sunulmuştur.

Tablo 4. Yanıtların matematiksel problem olup olmasına ilişkin kategoriler ve açıklamaları

Analiz Birimleri	Açıklama	Örnek
Boş	-Öğrenci yanıt vermemiştir.	
İF	-Soru kökü içermemektedir.	İlk sırada 12, her sıra önceki sıradan 5 fazladır. Bu şekilde devam etmektedir. (Ö₆₅'in tiyatro etkinliğindeki ikinci yanıtı) Şeyma Öğretmen 4 kilometre gider ve yanlış yerde olduğunu anlar. Bir 12 kilometre daha gider sonra çok gittiğini fark eder. 5 kilometre geriye gider ve fazla gittiği yolu geri döner ve parasını geri ister. (Ö₁₈₇'nin yol etkinliğindeki birinci yanıtı) Ensar 30 gün para biriktirdikten sonra istediği telefonu almaya gitmiştir fakat zam geldiğini görmüştür. (Ö₂₂₉'un kumbara etkinliğindeki üçüncü yanıtı)
MOP	-Yanıt soru kökü içermektedir fakat matematiksel olarak cevaplanabilecek bir durum değildir. - Cevap veri setinde hazır olarak bulunmaktadır.	Koltuklar kaçır kaçır artmaktadır? (Ö₄₅'in tiyatro etkinliğindeki ikinci yanıtı) Her gün 20 TL atıyorsa, kumbarasında 120 TL varsa üçüncü gün ne kadar parası olur? (Ö₁₆₀'ın kumbara etkinliğindeki üçüncü yanıtı) Açıklama: Bu iki yanıtın cevabı veri setinde hazır olarak bulunduğu için “MOP” olarak kodlanmıştır. Buna göre 5 kilometre 4000 liraysa ve Şeyma öğretmen taksiciyi hapse arttırırsa taksici kaç lira vermek zorunda kalır? (Ö₁₉₅'in yol etkinliğindeki ikinci yanıtı) Açıklama: Bu yanıt soru kökü içermesine rağmen matematiksel olarak cevaplanacak bir problem olmadığı için “MOP” olarak kodlanmıştır.

Tablo 3. (Devam).Yanıtların matematiksel problem olup olmamasına ilişkin kategoriler ve açıklamaları

MP	-Yanıt matematiksel olarak cevaplanma ihtimali bulunan durumlardır.	
EİD	-Problemin mevcut etkinlikle ilişkisi yoktur. Öğrenci etkinlikteki matematiksel içerikle bağlantısı olmayan herhangi bir problem yazmıştır.	Bir sınıfta 17 sıra vardır. Her sırada 3 kişi oturmaktadır. Buna göre sınıfta kaç kişi vardır? (Ö₄₈'in tiyatro etkinliğindeki birinci yanıtı) 200 sayısından 36 sayısını çıkarırsak kaç kalır? (Ö₂₀₄'ün yol etkinliğindeki ikinci yanıtı) Bir taksi hepsi 3 km uzunluğunda 5 otoban geçtiyse ve 30 dakikada bu yolu kat ettiyse 2 saatte kaç km yol alır? Bu aldığı yol x'e eşit ise x İstanbul ile Bartın arasındaki mesafenin kaç fazlasıdır? (Ö₂₃₁'in kumbara etkinliğindeki üçüncü yanıtı) Açıklama: Bu bölümdeki yanıtlar, matematiksel olarak cevaplanabilen durumları içermektedir. Fakat yanıtlar mevcut etkinlikle ilişkili olmadığından "MP-EİD" olarak kodlanmıştır.
Eİ	-Problemin matematiksel içeriği mevcut etkinliğin matematiksel içeriğiyle uyumludur. Öğrenci mevcut problem kurma durumundan hareketle problemi kurmuştur.	Verilen bilgilere göre ilk 5 sıradaki koltukların toplamı kaçtır? (Ö₁₆₄'ün tiyatro etkinliğindeki üçüncü yanıtı) Ayşe taksimetre açılış ücreti 15 TL olan bir taksiye binerek annesine doğru gitmektedir. Gidilen her kilometre 20 TL olduğuna göre 8 kilometrede kaç TL vermiştir. (Ö₄₀'in yol etkinliğindeki birinci yanıtı) Bu örüntüdeki her adımda bir önceki adımın %35'i kadar artmaktadır. Buna göre 9.adım kaçtır? (Ö₂₀₅'in kumbara etkinliğindeki üçüncü yanıtı) Açıklama: Bu yanıtlar, matematiksel olarak çözülebilen durumlardır. Ayrıca mevcut etkinlik ile uyumlu matematiksel içerikler taşımaktadırlar. Bu problemler, örüntüler ve ilişkiler kullanılarak oluşturulmuştur. Bu nedenle, MP-Eİ olarak kodlanmıştır.

Not: İF:İfade; MOP: Matematiksel Olmayan Problem; MP: Matematiksel Problem; Eİ:Etkinlikle İlişkili; EİD: Etkinlikle İlişkili Değil

Tiyatro etkinliğinde PÇDvY toplam 108 öğrencinin yaklaşık %20'sine karşılık gelen 22 öğrencinin toplam 66 yanıtı iki kodlayıcı tarafından birbirinden bağımsız olarak kodlanmış ve kodlayıcılar arası uyum indeksi hesaplanmıştır. Uyum indeksi için Miles ve Huberman'ın (1994) formülü kullanılmıştır: "Uyum indeksi=(görüş birliği/(görüş birliği+görüş ayrılığı))" (s. 64). Miles ve Huberman'a (1994) göre bu indeks en az 0,8 olmalıdır. Yanıtların matematiksel problem olup olmamasına ilişkin kodlayıcılar arası uyum yaklaşık 0,94 olarak hesaplandı. Analizlerde görülen farklılıklar için kodlayıcılar bir araya gelerek son kararı vermiştir. Örneğin, Ö₃₅'in tiyatro etkinliğinde kurmuş olduğu ikinci ve üçüncü problemi şu şekildedir: "Bu sahnede 20 sıra vardır. Sahne ile sıra arasında 1 metre vardır. Her sıra arasında 75 cm vardır ve yirminci sıra ve duvar arasında 25 cm vardır. Buna göre bu tiyatronun uzunluğu kaçtır? (1m=100cm)" (Ö₃₅, problem 2), "Bu tiyatro yuvarlak olan bir alandır. Yarıçapı 75 cm ise tiyatronun çevresi kaç cm'dir? ($\pi=3$)" (Ö₃₅, problem 3).

Bu problemler K₁ ve K₂ tarafından farklı kodlanmıştır. Problem 2 için K₁ ve K₂ sırasıyla "MP-Eİ" ve "MP-EİD" şeklinde kodlar atamıştır. K₂, Ö₃₅'in kurmuş olduğu problemin matematiksel olarak cevaplanabilir olduğunu fakat etkinlikteki konuyu içermediğini ifade etmiştir. Yani etkinlikte verilen örüntüyle veya herhangi bir örüntüyle alakalı bir yanıt olmadığını ifade etmiştir. K₁ ise K₂'nin ifadelerine ek olarak kurulan her örüntüyle alakalı problemin etkinlikle ilişkili olmayacağını sadece etkinlikteki gibi genişleyen örüntüyle alakalı kurulan problemlerin etkinlikle ilişkili kategorisine alınması gerektiği ifade etmiştir. Problem 3 için K₁ ve K₂ sırasıyla "MP-Eİ" ve "MP-EİD" şeklinde kodlar atamıştır. K₂, problem 3 için de problem 2'deki gibi aynı durum olduğunu ifade etmiştir. Yapılan tartışma sonunda kurulan problem etkinlikteki konuyu içermiyorsa, etkinlikteki konuyu içerse bile etkinlikteki gibi genişleyen örüntüyü içermeyen (tekrarlı örüntü) problem kurulmuşsa "MP-EİD" olarak kodlanmasına karar verilmiştir.

Yol etkinliğinde PÇDvY toplam 154 öğrencinin yaklaşık %20'sine karşılık gelen 32 öğrencinin toplam 96 yanıtı iki kodlayıcı tarafından birbirinden bağımsız olarak kodlanmıştır. Kodlayıcılar arası uyum yaklaşık 0,95 olarak hesaplandı. Analizlerde görülen farklılıklar bir araya gelip tartışılarak giderilmiştir. Örneğin, Ö₁₉'un yol etkinliğindeki üçüncü yanıtı şu şekildedir: "Diğer iki problemi çözerken hangi yolu izledin." Bu yanıt K₁ ve K₂ tarafından farklı kodlanmıştır. K₁ ve K₂ sırasıyla

bu yanıtı “İF” ve “MP-Eİ” olarak kodlamıştır. K₂, Ö₁₉’un üçüncü yanıtını birinci ve ikinci yanıtından hareketle kurmuş olduğunu ve birinci ve ikinci yanıtı etkinlikle ilişkili olduğundan üçüncü yanıtının da etkinlikle ilişkili olduğunu belirtmiştir. K₁ ise Ö₁₉’un yol etkinliğindeki üçüncü yanıtını ilk iki yanıtından bağımsız incelendiğimizde anlamlı olmadığını ifade etmiştir. K₂, bu yanıtın soru kökü içerdiğini ve “İF” kategorisine de uygun olmadığını ifade etmiştir. Yapılan tartışma sonunda, verilen yanıtın soru kökü içerdiğine fakat matematiksel bir cevabı olmadığına karar verilmiştir. Sonuç olarak, bu yanıtın “MOP” olarak kodlanmasının uygun olacağına karar verilmiştir.

Kumbara etkinliğinde PCDvY toplam 133 öğrencinin yaklaşık %20’sine karşılık gelen 27 öğrencinin toplam 81 yanıtı iki kodlayıcı tarafından öncelikle birbirinden bağımsız olarak kodlanmıştır. Bu yanıtların matematiksel problem olup olmamasına ilişkin kodlayıcılar arası uyum yaklaşık 0,93 olarak hesaplandı. Analizlerde görülen farklılıklar bir araya gelip tartışılarak giderilmiştir. Örneğin, Ö₄₆’nın kumbara etkinliğindeki ikinci yanıtı şu şekildedir: “Her gün kaç TL parası artmıştır?” K₁ ve K₂ sırasıyla bu yanıtı “MOP” ve “MP-Eİ” olarak kodlamıştır. K₁, öğrencinin vermiş olduğu yanıtın veri setinde hazır olarak sunulduğunu belirtmiştir. K₂ ise artış miktarının veri setinde doğrudan verilmediğini ifade etmiştir. Yapılan tartışma sonunda, bu tür yanıtlar veri setinde hazır olarak sunulmasa bile işlem yapılmadan doğrudan cevabı verilecek bir problem olacağına karar verilmiş ve “MOP” olarak kodlanması uygun görülmüştür.

“MP-Eİ” şeklinde kodlanan yanıtlar ardından Zhang vd. (2022) analiz çerçevesine göre “çıktı” ve “süreç” aşamalarına göre analiz edilmiştir. Çıktı aşamasında, problemler anlaşılır olup olmamasına ve aynı alanda veya farklı alanda olup olmamasına göre analiz edildi (Şekil 6). “MP-Eİ” yanıtların çıktı bileşenlerine ait analizlerinde kullanılan kategoriler ve açıklamaları Tablo 4’te sunulmuştur. Problemin ne ifade ettiği belirsizse veya farklı şekillerde yorumlanabiliyorsa “anlaşılmaz” olarak kodlanmıştır.



Şekil 6. Etkinlikle ilişkili matematiksel problemlerin çıktı aşamasına göre analizine ait şema

Örneğin, Tablo 4’teki $\ddot{O}_{10}$ ’un tiyatro etkinliğindeki üçüncü yanıtı, $\ddot{O}_4$ ’ün yol etkinliğindeki ikinci yanıtı ve $\ddot{O}_{201}$ ’in kumbara etkinliğindeki birinci yanıtı anlamlarının belirsiz olması ve farklı şekillerde yorumlanma ihtimali bulunması nedeniyle “anlaşılmaz” olarak kodlanmıştır. Eğer problem açık ve net ifade edilmiş, belirsizlik veya farklı yorumlara yer vermiyorsa “anlaşılır” olarak kodlanmıştır. Anlaşılır kategorisindeki yanıtların nicel değerleri ya da yalnızca hikayesi değiştirilerek aynı matematiksel yapıda yeni problemler üretilmişse, iki yanıt “aynı alanda” olarak kodlanmıştır. Eğer kurulan problemler farklı matematiksel yapıya sahip ise “farklı alanda” olarak kodlanmıştır. Örneğin; Tablo 4’teki $\ddot{O}_{170}$ ’in tiyatro etkinliğinde, $\ddot{O}_{197}$ ’nin yol etkinliğinde, ve $\ddot{O}_{45}$ ’in kumbara etkinliğinde kurduğu üç problemde yalnızca sayısal değerler değiştirilmiştir. Bu yanıtlar, aynı matematiksel yapıya sahip olduklarından “aynı alanda” olarak kodlanmıştır. Benzer şekilde $\ddot{O}_{216}$ ’nın tiyatro etkinliğinde kurduğu üç problem, $\ddot{O}_{163}$ ’ün yol etkinliğinde kurduğu üç problem ve $\ddot{O}_{91}$ ’in kumbara etkinliğinde kurduğu üç problem ise her bir örüntüde matematiksel işlemler ve ilişkiler farklı şekillerde uygulanmıştır. Örüntünün hikayesi değişmeden kalsa da kullanılan işlemler (toplama, çarpma, çıkarma gibi) farklılık göstermektedir ve bu nedenle her biri, işlemler ve ilişkilerdeki farklılıklar nedeniyle “farklı alanda” olarak kodlanmıştır. Farklı alanda kodlanan yanıtlar, yanıtta verilen öğeler ve

ilişkilerden hareketle istenen duruma ulaşılabiliyorsa “çözülebilir”, ulaşamıyorsa “çözülemez” olarak kodlanmıştır. Ö₁₃₂’in tiyatro etkinliğindeki üçüncü yanıtı, Ö₁₄₆’nın yol etkinliğindeki birinci yanıtı ve Ö₂₀₇’nin kumbara etkinliğindeki üçüncü yanıtı verilen öğeler ve ilişkilerden hareketle istenilen sonuca ulaşamayacağından “çözülemez” olarak kodlanmıştır. Ö₂₂₉’un tiyatro etkinliğindeki ikinci yanıtı, Ö₁₁₈’in yol etkinliğindeki ikinci yanıtı ve Ö₂₂₄’ün kumbara etkinliğindeki üçüncü yanıtı verilen öğeler ve ilişkilerden hareketle istenilen sonuca ulaşıldığından “çözülebilir” olarak kodlanmıştır.



Tablo 5. MP-Eİ yanıtlarının “çıktı” aşamasına göre analizine ait kategorileri ve açıklamaları

Analiz kategorileri	Açıklamaları	Örnek
Çıktı bileşenleri		
Anlaşılmaz	-MP-Eİ şeklindeki problemin ne anlama geldiği belirsizdir veya farklı şekillerde yorumlanmaktadır. -Çözüm sürecine nasıl başlanacağı konusunda bir belirsizlik söz konusudur.	Koltukların sahibi 200² olan yer her bir koltuk 2 metre olunca kaç kişilik yer olur? (Ö₁₀'un tiyatro etkinliğindeki üçüncü yanıtı) Taksimetre açılış süresi 50 olsaydı 10 telenin yerine ne gelirdi? (Ö₄'ün yol etkinliğindeki ikinci yanıtı) Alya 12 gün sonra olacak gezi için para biriktirmektedir. Gezi için 180 TL lazımdır. Boş bir kumbara alır ve her gün içine ne kadar atması gerektiğini hesaplar. Ve para biriktirmeye başlar. 5. Günün sonunda biriktirdiği tüm paraları kaybeder. Buna göre kalan günlerle birlikte ilk 1 gün için biriktirdiği paralar ile kaybettikten sonra kaç TL artar? (virgillü sayıyı tam al)(Ö₂₀₁'in kumbara etkinliğindeki birinci yanıtı)
Anlaşılr	Aynı alanda -Problemdeki nicel değerler ya da sadece problemin hikayesi değiştirilerek, aynı matematiksel yapıya sahip yeni problemler kurulur.	Problem 1: 5. sırada kaç tane koltuk vardır? Problem 2: 15. sırada kaç koltuk vardır? Problem 3: 10. sırada kaç koltuk vardır? (Ö₁₇₀'in tiyatro etkinliğindeki üç yanıtı) Problem 1: Şeyma Öğretmen 75 km gittiğinde kaç TL öder? Problem 2: Şeyma Öğretmen 50 km gittiğinde kaç TL öder?

Tablo 4. (Devam) MP-Eİ yanıtlarının “çıktı” aşamasına göre analizine ait kategorileri ve açıklamaları

		Problem 3: Şeyma Öğretmen 500 km gittiğinde kaç TL öder? (Ö ₁₉₇ 'nin yol etkinliğindeki üç yanıtı)
		Problem 1: Ensar 15. günde kaç TL biriktirmiştir? Problem 2: Ensar 10. günde kaç TL biriktirmiştir? Problem 3: Ensar 100. günde kaç TL biriktirmiştir? (Ö ₄₅ 'nin kumbara etkinliğindeki üç yanıtı)
Farklı alanda	-Her bir problemin matematiksel yapısı, yalnızca sayı ve hikâyenin değil, aynı zamanda ilişkiler ve işlem basamaklarının da değişmesiyle yapılandırılır ve böylece yeni problemler oluşturulur.	Problem 1: Bu bilgilere dayanarak, 11.sıradaki koltuk sayısı ile 7.sıradaki koltuk sayısının farkı kaçtır? Problem 2: Buna göre 48 kişilik bir grup gelince kaçınıcı sırada tüm grup oturmuş olur? (Grup 1.sıradan itibaren oturmaya başlamıştır ve hiç atlamadan oturmuştur.) Problem 3: 18.sıraya tamamen oturulmuştur. Fakat 4 kişi oyun oynarken çıkmıştır. Buna göre kaç kişi kalmıştır? (sadece 18.sıra) (Ö ₂₁₆ 'nın tiyatro etkinliğindeki üç yanıtı)

Tablo 6 (Devam). MP-Eİ yanıtlarının “çıktı” aşamasına göre analizine ait kategorileri ve açıklamaları

Problem 1: Verilen bilgilere göre Şeyma Öğretmen taksiye binerek 27 kilometre yol gider. Buna göre yolun sonunda kaç TL öder?
Problem 2: Şeyma Öğretmen taksiye 475 TL verdiği göre kaç km yol almıştır?
Problem 3: Şeyma Öğretmen bir taksiye binerek 17 km gitmiştir. Yolun sonuna vardığında Şeyma Öğretmen 500 TL verdiği göre kaç TL para üstü alır? (Ö ₁₆₃ ’ün yol etkinliğindeki üç yanıtı)
Problem 1: Ensar kumbarasındaki parayı 6 gün biriktirip $\frac{2}{5}$ ’ sini harcıyor. Ensar parasını harcadıktan sonra biriktirdiği parasına en yakın paraya sahip olabilmek için kaç gün daha biriktirmelidir?
Problem 2: Ensar 6.gün biriktirdiği paranın yarısını kız kardeşine yarısını erkek kardeşine veriyor ve aynı şekilde biriktirmesini istiyor. Ensar 3.gün kardeşlerinden paraları alıp sayıyor. Ensar’ın kardeşlerinin biriktirdiği toplam para kaç TL’dir?
Problem 3: Ensar 7.günden sonra parasının artışının 2 katı şeklinde biriktiriyor. 12.gün Ensar’ın biriktirdiği para kaç TL’dir? (Ö ₉₁ ’in kumbara etkinliğindeki birinci, ikinci ve üçüncü yanıtı)

Tablo 7 (Devam). MP-Eİ yanıtlarının “çıktı” aşamasına göre analizine ait kategorileri ve açıklamaları

Çözülebilir	-Yanıttan verilen öğeler ve ilişkilerden hareketle istenen sonuca ulaşılabilir.	Tiyatro salonunda 52 sıra olduğunu varsayarsak bu tiyatro salonu kaç kişi alır? (Ö ₂₂₉ 'un tiyatro etkinliğindeki ikinci yanıtı) Şeyma Öğretmen 20 km yol yapıp 250 TL verirse kaç TL para üstü alır? (Ö ₁₁₈ 'in yol etkinliğindeki ikinci yanıtı) Ensar 10 gün boyunca para biriktirmiş ama sonra parasının %30'unu kaybetmiştir. 10.günün sonunda Ensar'ın kaç TL'si kalmıştır? (Ö ₂₂₄ 'ün kumbara etkinliğindeki üçüncü yanıtı)
Çözülemez	-Yanıttan verilen öğeler ve ilişkilerden hareketle istenen sonuca ulaşılabilir.	Tiyatroya 36 kişi geldiğinde koltukların hepsi dolmuştur. Sahnede toplam kaç sıra vardır? (Ö ₁₃₂ 'nin tiyatro etkinliğindeki üçüncü yanıtı) Şeyma Öğretmen yolun yarısında taksinin markette durmasını istemiştir. 5 dakika sonra Şeyma Öğretmen marketten çıkmıştır. Buna göre kaç TL daha taksiye para ödemesi gerekir? (Ö ₁₄₆ 'nın yol etkinliğindeki birinci yanıtı) Bu artış miktarına göre 30 günde toplam biriktirilmiş para televizyon fiyatının 2 katının 200 eksikine eşittir. Bu miktar parayı biriktirdiğinde Ensar kaç günde biriktirebilir? (Ö ₂₀₇ 'nin kumbara etkinliğindeki üçüncü yanıtı)

Tiyatro etkinliğinde “MP-Eİ” olarak kodlanan 258 yanıtın yaklaşık %20’sine karşılık gelen 52 yanıt iki kodlayıcı tarafından birbirinden bağımsız olarak kodlandı ve kodlayıcılar arası uyum indeksi 0,94 olarak hesaplandı. Analizlerde görülen farklılıklar tartışılarak giderilmiştir. Örneğin, Ö₁₀’un tiyatro etkinliğindeki birinci yanıtı şu şekildedir: “Birinci sıraya göre 4 tanesi kırık çıktı 2 tanesi ise boş o zaman 16. sırada kaç tane koltuk vardır?” Bu yanıtı K₁ ve K₂ sırasıyla “çözülebilir” ve “çözülemez” olarak kodlamıştır. K₂, öğrencinin kurduğu problemde kırık ve boş koltukların hangi sırada veya sıralarda olduğunu belirtmediği için, problemin çözülemez olarak kodlandığını ifade etmiştir. Her iki kodlayıcı da bu yanıtın “çözülemez” olduğuna karar vererek uyumsuzluk giderilmiştir.

Yol etkinliğinde “MP-Eİ” olarak kodlanan 361 yanıtın yaklaşık %20’sine karşılık gelen 73 yanıt iki kodlayıcı tarafından birbirinden bağımsız olarak kodlandı ve kodlayıcılar arası uyum 0,88 olarak hesaplandı. Analizlerde görülen farklılıklar tartışılarak giderilmiştir. Örneğin, Ö₈₂’nin yol etkinliğindeki birinci ve üçüncü yanıtı sırasıyla şu şekildedir: “25. km’de kaç TL ödenecekse iki katının 5 eksiği kaçır? (Ö₈₂ , Problem 1)”, ”500 metre sonra inerse ödeyeceği tutarın 5 katı kaçır? (Ö₈₂ , Problem 3)”

K₁ ve K₂ sırasıyla bu yanıtları “aynı alanda” ve “farklı alanda” olarak kodlamıştır. K₁, bu yanıtlarda belirli bir kilometreye karşılık gelen fiyatlar üzerinden işlemler sorulduğunu belirterek, yanıtları “aynı alanda” olarak kodladığını ifade etmiştir. K₂ ise fiyatlar üzerinden yapılan işlemlerin birbirinden farklı olduğunu vurgulayarak, bu yanıtların “farklı alanda” kategorilerinde olması gerektiğini belirtmiştir. Kategorinin tanımı da yeniden gözden geçirilerek, amacın problem türlerinden ziyade aynı yapıda tekrar eden yanıtları ayırmak olduğu göz önünde bulundurularak, “aynı alan” kategorisindeki yanıtların işlem basamaklarının da aynı olması gerektiğine karar verilmiştir. Bu iki yanıt, işlem basamakları farklı olduğundan “farklı alan” olarak kodlanmıştır.

Kumbara etkinliğinde MP-Eİ olarak kodlanan 286 yanıtın yaklaşık %20’sine karşılık gelen yaklaşık 58 yanıt iki kodlayıcı tarafından birbirinden bağımsız olarak kodlandı ve kodlayıcılar arası uyum 0,86 olarak hesaplandı. Analizlerde görülen farklılıklar bir araya gelip tartışılarak giderildi. Örneğin, Ö₂₅’in kumbara etkinliğindeki ikinci ve üçüncü yanıtı sırasıyla şu şekildedir: “Ensar 17. güne kadar biriktirdiği

paranın 500 TL'sini harcamıştır. Buna göre kaç TL'si kalmıştır?"(Ö₂₅, Problem 2)", "Ensar 17. günde biriktirdiği paradan 300 TL'si kalmıştır. Buna göre kaç TL harcamıştır? (Ö₂₅, Problem 3)"

K₁ ve K₂ sırasıyla bu yanıtları "aynı alanda" ve "farklı alanda" olarak kodlamıştır. K₂, öğrencinin kurmuş olduğu problemlerin işlem basamaklarındaki farklılıkları göz önünde bulundurarak bu problemleri "farklı alanda" olarak kodladığını belirtmiştir. K₁ ise, her iki problemde de aynı güne karşılık gelen miktarlar üzerinden işlem yapıldığını vurgulayarak bu problemleri "aynı alan" kategorisinde değerlendirilmesinin uygun olacağını ifade etmiştir. Yapılan tartışma sonucunda, aynı güne karşılık gelen miktarlar üzerinden örüntüde hesaplamalar söz olduğundan bu yanıtların "aynı alan" olarak kodlanmasına karar verilmiştir.

Zhang vd. (2022) süreç aşamasında çözülebilir problemleri "istenen öge türü" ve "problemin içerdiği ilişkiler" kapsamında analiz etmiştir. Zhang vd. (2022) tarafından ifade edilen "istenen öge türü" bir problemde çözüme ulaşmak için belirlenmesi gereken nicelikleri ifade eder. Yani Zhang vd. (2022) aritmetiksel işlemlere yönelik kurulan problemler için analiz çerçevesi oluşturmuştur. Bu çalışmada ise örüntülere yönelik problem kurma söz konusudur, dolayısıyla içeriğe özgü analiz çerçevesine ihtiyaç duyulmuştur. "Problemin içerdiği ilişkiler" kapsamında örüntülere yönelik ne tür problemler kurulduğunu tasnif eden Cai'nin (1998) analiz çerçevesi kullanılmıştır. Bu çerçeve, problem kurma sürecinde örüntüleri tanımlarken kullanılan ilişkileri ve problemlerin yapısını anlamaya yardımcı olur, aynı zamanda öğrencilerin bu tür problemleri kurma becerilerini geliştirmelerine yönelik bir temel oluşturur. Bu çerçeveye göre örüntülere yönelik problemler "olgusal", "karşılaştırma" ve "kural-temelli" şeklinde sınıflandırılmıştır (Tablo 5).

"Olgusal" problemler etkinlikteki matematiksel durumda belirli bir adımı sorgulayan problemlerdir. Yani bu tür problemlerde bir veya birden fazla sayıdaki adımın içeriğine yönelik soruların üretilmesi söz konusudur. "karşılaştırma" problemleri ise matematiksel durumda herhangi iki adımı karşılaştırmaya yönelik problemlerdir. Yani örüntüde herhangi iki durumun kıyaslanması söz konusudur. Son kategoride "kural-temelli" ise sunulan içerikteki ilişkilerin genellenmesine yönelik üretilen problemleri kapsamaktadır. Yani etkinlik içerisinde adımlar arasında tespit edilen herhangi bir ilişkinin genellenmesi problemin temel konusudur. Bu tür bir

sınıflandırma kurulan problemlerin yapısını yansıtarak tasarım süreci hakkında bilgi sunabilmektedir.

“Olgusal” problemler, eğer problem durumuna yeni bir koşul ya da sınırlama eklenmesi söz konusu değilse ve problemin mevcut haliyle sabit kaldığı, herhangi bir değişiklik yapılmadığı veya eklenen koşulların sadece aritmetik hesaplamalarla sorgulanmaya yönelik olduğu ifade ediliyorsa, bu durum mevcut durumun içinde kabul edilerek “OL-MDİ” olarak kodlanmıştır. Ancak, problem durumuna yeni bir koşul ya da sınırlama eklenmesi ve bu değişiklikle mevcut durumun yapısının değiştirilmesi durumunda, bu durum mevcut durumun dışında kabul edilerek “OL-MDYKE” olarak kodlanmıştır. Aynı şekilde “karşılaştırma” probleminde eğer problem durumuna yeni bir koşul ya da sınırlama eklenmesi söz konusu değilse ve problemin mevcut haliyle sabit kaldığı, herhangi bir değişiklik yapılmadığı veya eklenen koşulların sadece aritmetik hesaplamalarla sorgulanmaya yönelik olduğu ifade ediliyorsa, bu durum mevcut durumun içinde kabul edilerek “Karş-MDİ” olarak kodlanmıştır. Ancak, problem durumuna yeni bir koşul ya da sınırlama eklenmesi ve bu değişiklikle mevcut durumun yapısının değiştirilmesi durumunda, bu durum mevcut durumun dışında kabul edilerek “Karş-MDYKE” olarak kodlanmıştır. “Kural-temelli” problemlerde de eğer problem durumuna yeni bir koşul ya da sınırlama eklenmesi söz konusu değilse ve problemin mevcut haliyle sabit kaldığı, herhangi bir değişiklik yapılmadığı veya eklenen koşulların sadece aritmetik hesaplamalarla sorgulanmaya yönelik olduğu ifade ediliyorsa, bu durum mevcut durumun içinde kabul edilerek “Kt-MDİ” olarak kodlanmıştır. Ancak, problem durumuna yeni bir koşul ya da sınırlama eklenmesi ve bu değişiklikle mevcut durumun yapısının değiştirilmesi durumunda, bu durum mevcut durumun dışında kabul edilerek “Kt-MDYKE” olarak kodlanmıştır.

Tablo 8. Farklı alanda çözülebilir matematiksel problemlerin “süreç” aşamasına göre analizine ait kategoriler ve örnekleri

Analiz kategorileri	Açıklama	Örnek
Problem yapısı		
	Olgusal (OL): Etkinlikteki belirli bir adımı sorgulayan problemlerdir. Bu tür problemlerde bir veya birden fazla belli sayıdaki adımın içeriğine yönelik soruların üretilmesi söz konusudur.	
OL-MDİ	-Problem durumuna yeni koşul ya da sınırlılıkların eklenmesi söz konusu değildir.	15. sıradaki koltuk sayısının 15 fazlasının 7 eksiği kaçtır? (Ö ₅₉ ’un tiyatro etkinliğindeki birinci yanıtı) Buna göre Şeyma Öğretmen 20. kilometrede verdiği para ile 30. kilometrede verdiği paranın toplamı kaçtır?(Ö ₂₁₇ ’nin yol etkinliğindeki ikinci yanıtı). Açıklama: Tiyatro ve yol etkinliklerinde verilen örneklerde, örüntünün herhangi bir adımı sorgulanarak bu adımlara karşılık gelen sayılarla aritmetiksel işlem sorulduğu için olgusal problem kapsamında OL- MDİ şeklinde kodlanmıştır. 1 hafta sonunda kaç TL’si olur? (Ö ₈₄ ’ün kumbara etkinliğindeki birinci yanıtı). Açıklama: Kumbara etkinlikteki örnek ise örüntünün belirli bir adımı sorguladığı için mevcut durumda olgusal problem olarak kodlanmıştır.
OL-MDYKE	-Problem durumuna yeni koşul ya da sınırlılıkların eklenmesi söz konusudur.	Bu tiyatro salonunda her sıradaki koltukların yarısı kirlenmiş ve kullanılmayacaktır. Ayrıca bir koltuğun fiyatı 35 TL’dir. Buna göre 18. sırada kullanılan koltukların toplam ücreti kaç TL olur? (Ö ₁₉₉ ’un tiyatro etkinliğindeki üçüncü yanıtı) Şeyma Öğretmen annesinin evine gitmek için 50 kilometrelik yol gidiyor. Taksiciye parayı verecekken taksici tanıdık olduğu için %35 indirim yapıyor. Şeyma Öğretmen taksiciye kaç TL öder? (Ö ₆₃ ’ün yol etkinliğindeki üçüncü yanıtı) Açıklama:Verilen örneklerde, yalnızca örüntünün herhangi bir adımı sorgulanmakla kalmayıp, mevcut duruma yeni koşul ve sınırlamalar eklenmiştir. Tiyatro etkinliğinde ücret ve belirli koltukları kullanma sınırlaması getirilirken, yol etkinliğinde indirim koşulu eklenmiştir OL-MDYKE olarak kodlanmıştır.

Tablo 5. (Devam). Farklı alanda çözülebilir matematiksel problemlerin “süreç” aşamasına göre analizine ait kategoriler ve örnekleri

Karşılaştırma (Karş): Etkinlikteki herhangi iki adımı karşılaştırmaya yönelik problemlerdir. Yani örüntüde herhangi iki durumun kıyaslanması söz konusudur.		
Karş-MDİ	-Karşılaştırma yapılan duruma yeni koşul ya da sınırlılıkların eklenmesi söz konusu değildir.	5. sıradaki koltuk sayısı 1. ve 2. sıradaki koltuk sayısının toplamından kaç fazladır? (Ö ₁₄₇ ’nin tiyatro etkinliğindeki ikinci yanıtı) Verilen bilgilere göre 36 km giden bir yolcu 9 km giden bir yolcuya kıyasla kaç TL daha fazla ödeme yapar? (Ö ₁₆₇ ’nin yol etkinliğindeki ikinci yanıtı) Açıklama: Bu bölümde verilen yanıtlar mevcut etkinlikteki herhangi iki adımını karşılaştırmaya yönelik problemlerdir. Bu yanıtlar Karş-MDİ olarak kodlanmıştır.
Karş-MDYKE	-Karşılaştırma yapılan duruma yeni koşul ya da sınırlılıkların eklenmesi söz konusudur.	Taksici, km başına 10 TL olan ücreti 14 TL olarak Şeyma Öğretmene göstermiştir. 12 km giden taksi için normal fiyat ile taksicinin söylediği fiyat arasındaki fark kaçtır?(iki durumda da açılış ücreti aynıdır.) (Ö ₂₀₅ ’in yol etkinliğindeki ikinci yanıtı) Ensar altıncı günden sonra her gün 50 TL harcıyor. Buna göre 8.gün olan parayla ilk günkü para arasında kaç fark vardır? (Ö ₂₁₀ ’un kumbara etkinliğindeki ikinci yanıtı) Açıklama: Bu bölümdeki yanıtlarda, yalnızca örüntünün herhangi iki adımı karşılaştırılmamış, aynı zamanda mevcut duruma yeni veriler eklenmiştir. Yol etkinliğinde, kilometre başına düşen ücret değiştirilmiş; kumbara etkinliğinde ise artış miktarı değiştirilerek, herhangi bir adım ilk duruma göre karşılaştırılmıştır. Bu yanıtlar Karş-MDYKE kategorisindedir.
Kural-temelli (Kt): Etkinlikte sunulan içerikteki ilişkilerin genellenmesine yönelik kurulan problemleri kapsamaktadır. Yani etkinlik içerisinde adımlar arasında tespit edilen herhangi bir ilişkinin genellenmesi problemin temel konusudur.		
Kt-MDİ	-Kural bulmaya ilişkin probleme yeni koşul ya da sınırlılıkların eklenmesi söz konusu değildir.	Bu örüntünün kuralını açıklayınız. (Ö ₂₂₅ ’in tiyatro etkinliğindeki üçüncü yanıtı) Sorunun cebirsel ifadesini bulunuz. Bulduktan sonra bulduğunuz terim ifadelerini çarpınız ve taksimetre açılış ücreti ile çarpınız.(açılış ücreti dahildir.) (Ö ₂₀₆ ’nın yol etkinliğindeki ikinci yanıtı) Örüntünün kuralını bulup işlemini yazınız. (Ö ₉₂ ’nin kumbara etkinliğindeki üçüncü yanıtı)

Tablo 5. (Devam). Farklı alanda çözülebilir matematiksel problemlerin “süreç” aşamasına göre analizine ait kategoriler ve örnekleri

Açıklama: Problemler, sunulan içerikteki ilişkilerin genellenmesi üzerine kurulmuştur ve bu nedenle Kt-MDİ olarak kodlanmışlardır.	
Kt- MDYKE	-Kural bulmaya ilişkin probleme yeni koşul ya da sınırlılıkların eklenmesi söz konusudur. Bir tiyatro salonunun 1. sırasında 8 koltuk vardır. Her sıra artışında koltuklar üçer biçimde artmaktadır. Buna göre koltuk sayısının artışını veren formülü yazınız. (Ö₁₂₆'nın tiyatro etkinliğindeki ikinci yanıtı) Örüntünün genel terimini yazınız. Artış miktarı 20 yerine 35 olsaydı arasındaki fark nasıl değişirdi yazınız. (Ö₂₀₁'in kumbara etkinliğindeki ikinci yanıtı) Açıklama: Problemler, yalnızca etkinlikte sunulan içerikteki ilişkilerin genellenmesi üzerine kurulmamıştır. Yeni koşul ve veriler eklenerek genel bir kural sorulduğu için Kt-MDYKE olarak kodlanmışlardır.
OL-MDİ: Mevcut durum içinde olgusal problem; OL-MDYKE: Mevcut duruma yeni koşullar eklenen olgusal problem; Karş-MDİ: Mevcut durum içinde karşılaştırma problemi; Karş-MDYKE: Mevcut duruma yeni koşullar eklenen karşılaştırma problemi; Kt-MDİ: Mevcut durum içinde kural-temelli problem; Kt-MDYKE: Mevcut duruma yeni koşullar eklenen kural-temelli problem	

Tiyatro etkinliğinde “çözülebilir” olarak kodlanan 217 yanıtın yaklaşık %20’sine karşılık gelen 44 yanıt iki kodlayıcı tarafından birbirinden bağımsız olarak kodlandı ve kodlayıcılar arası uyum indeksi 0,89 olarak hesaplandı. Yol etkinliğinde “çözülebilir” olarak kodlanan 329 yanıtın yaklaşık %20’sine karşılık gelen 66 yanıt için iki kodlayıcı arasındaki uyum indeksi 0,91 olarak hesaplandı. Kumbara etkinliğinde ise “çözülebilir” olarak kodlanan 254 yanıtın yaklaşık %20’sine karşılık gelen 52 yanıt için kodlayıcılar arası uyum indeksi 0,98 olarak hesaplandı. Analizlerde görülen farklılıklar bir araya gelip tartışılarak giderildi. Örneğin, Ö₅₅’in tiyatro etkinliğindeki ikinci yanıtı şu şekildedir:” 100. koltuk ve 200. koltuk arasında kaç koltuk vardır?” K₁ ve K₂ bu yanıtı sırasıyla “Karş-MDİ” ve “OL-MDİ” olarak kodlamıştır. K₂, öğrencinin kurmuş olduğu problemde iki adım arasında kalan koltukların toplamının sorulduğunu ve yeni veriler eklenmediği için problemin mevcut durumun içinde olgusal bir problem olarak kodladığını ifade etmiştir. Yapılan tartışma sonucunda, örüntülerdeki herhangi iki adım arasında kalan adımlarla ilgili işlem içeren problemler kurulmuşsa, bu problemlerin “olgusal” yapıda kodlanmasına karar verilmiştir.

2.3.2. Problem Çözme Testi ve Analizi

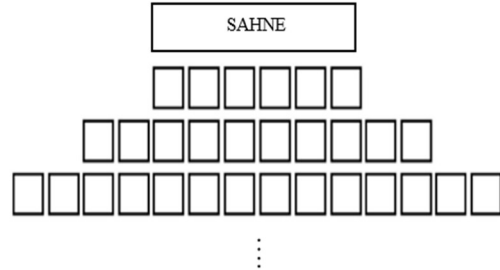
PKT’deki her bir problem kurma durumu alınmış ve onun üzerinden üç problem sorularak PÇT’deki her bir etkinlik hazırlanmıştır. PÇT’deki etkinliklerde değişkenler arasındaki ilişkinin genellenmesi söz konusu olduğundan sırasıyla yakın ve nispeten daha uzak terim sorulmuş ve ardından edindikleri bilgi ve deneyime bağlı olarak kuralın genellenmesi istenmiştir (Tablo 6). Etkinliklerde birinci soru bir sonraki adımı buldurmaya yöneliktir. Bunu sormaktaki amaç öğrenci kuralı bilmeseydi bile ardışık terimler arasındaki ilişkiyi inceleyerek örüntünün kuralına yönelik fikir geliştirmelerine imkân tanıyabilir. Ardından ikinci soru uzak terimi buldurmaya yöneliktir. Bu durumda ise öğrencinin örüntüdeki ilişkiyi sorgulaması gerekmektedir. Aynı zamanda ilk iki soru üçüncü soruyu cevaplamaya alt yapı oluşturacak şekilde hazırlanmıştır. Soruların hazırlanmasında problem kurma ve çözme arasındaki ilişkiyi araştıran çalışmalarda soru yapılarının dikkate alınmasının yanında (Rosli vd., 2015) uzman görüşlerine de başvurulmuştur. Bu konuda U₁, öğrencilerin örüntülerde adım

sayısı ile adım sayısına karşılık gelen sayı arasında oran olduğunu düşünerek genelleme yaptıklarını ifade etmiştir. U_1 'in görüşleri şu şekildedir:

“Öğrenciler, örüntüdeki yakın ve uzak terimlerine karşılık gelen sayıları bulurken, başlangıcı sıfır kabul ederek adım sayısı ile adım sayısına karşılık gelen sayının arasında bir oran olduğunu düşünüyorlar. Başlangıcı sıfır olmayan örüntülerde de aynı durumu kabul ederek genelleme yapıyorlar. Bu yanılgıyı gözlemleyebilmek ve öğrencilerin problem çözme performanslarını belirgin şekilde inceleyebilmek için, etkinliklerde ikinci sorularda seçilecek sayıların birinci sorulardaki sayının tam katı olmasını öneriyorum.”

U_1 'in görüşleri dikkate alınarak, PÇT'deki etkinliklerin ikinci sorusunda istenilen adım sayısı, birinci soruda istenilen adım sayısının tam katı olacak şekilde düzenlenmiştir. Örneğin, tiyatro etkinliğinde birinci soruda dördüncü sıradaki koltuk sayısı istenmektedir. İkinci soruda ise istenilen sıra sayısı, dördün tam katı olan on iki olarak belirlenmiştir. Yol etkinliğinde birinci soruda üç kilometredeki ücret istenirken, ikinci soruda üçün tam katı olan on beş kilometredeki ücret istenmiştir. Kumbara etkinliğinde ise birinci soruda beşinci gündeki biriken para miktarı sorulurken, ikinci soruda beşin tam katı olan onuncu gündeki biriken para miktarı sorulmuştur.

Tablo 9. Problem çözme testi

Problem Çözme Testinde Kullanılan Etkinlikler	
Etkinlik 1	
Bir tiyatro salonunda ilk sırada 6 koltuk vardır. İlk sıradan sonraki her sırada bir önceki sıradan 4 fazla koltuk bulunmaktadır. Tiyatro salonunda koltuklar bu şekilde sıralanmaya devam etmektedir. Yukarıdaki şekilde, tiyatrodaki ilk üç sıranın görüntüsü bulunmaktadır. Buna göre;	
1. Tiyatronun 4. sırasında kaç koltuk vardır? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.	
2. Tiyatronun 12. sırasında kaç koltuk vardır? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.	
3. Birinci ve ikinci sorudaki çözümlerinize dayanarak, herhangi bir sıradaki koltuk sayısını veren kuralı cebirsel olarak yazınız ya da her bir sıradaki koltuk sayısını veren kuralı tarif eden sözel açıklamalar yapınız.	

Tablo 10 (Devam). Problem çözme testi

Etkinlik 2

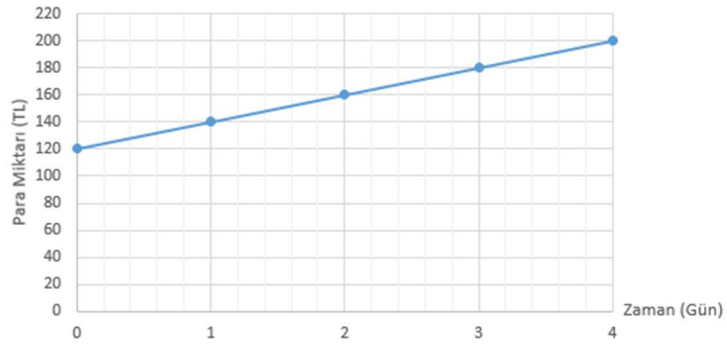
Şeyma Öğretmen taksimetre açılış ücreti 25 TL olan bir taksiye binerek yolculuk yapmaktadır. Gidilen her kilometre için 10 TL ücretlendirme yapılmaktadır.

Buna göre;

1. Şeyma Öğretmen 3 km'lik mesafe için kaç TL ödeme yapar? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
2. Şeyma Öğretmen 15 km'lik mesafe için kaç TL ödeme yapar? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
3. Birinci ve ikinci sorudaki çözümlerinize dayanarak, gidilen yola bağlı olarak ödenecek ücreti gösteren kuralı cebirsel olarak yazınız ya da kuralı tarif eden sözel açıklamalar yapınız.

Etkinlik 3

Yandaki grafik, başlangıçta kumbarasında 120 TL bulunan Ensar'ın parasının zamana bağlı miktarının değişimini göstermektedir.



Benzer şekilde Ensar para biriktirmeye devam etmektedir. Grafiğe göre;

1. Ensar'ın 5. günün sonunda kaç TL'si olur? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
2. Ensar'ın 10. günün sonunda kaç TL'si olur? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
3. Birinci ve ikinci sorudaki çözümlerinize dayanarak, herhangi bir gün için kumbarasında ne kadar parası olacağını veren kuralı cebirsel olarak yazınız ya da kuralı tarif eden sözel açıklamalar yapınız.

Pilot çalışma kapsamında PÇT, 59 yedinci sınıf öğrencisine 40 dakikalık bir oturumda uygulanmıştır. Pilot çalışma sürecindeki gözlemler, sürenin öğrenciler için yeterli olduğunu göstermiştir.

Çalışmanın ana uygulamasında PÇT’deki her bir çözüm alanyazındaki analiz şemaları dikkate alınarak (Terzi & Kar, 2024; Zhang vd., 2022), “cevap yok veya yanlış cevap”, “kısmen doğru cevap” ya da “doğru cevap” şeklinde üç aşamalı bir rubrikle analiz edilmiştir. Buna göre, eğer bir öğrenci boş bırakmış, problem metnindeki sayısal veriler üzerinde rastgele işlemler yapma yoluna gitmiş veya çözüm sürecini tarif etmeden cevap yazmış ise “cevap yok veya yanlış cevap” şeklinde değerlendirilmiş ve “0” puan ile kodlanmıştır. Öğrenci, çözüme giden adımları doğru yapılandırmış ancak aritmetiksel hatalar yapmış ya da örüntünün genel terimine ulaşamasa da tekrarlı bir örüntü olduğunu doğru ifade etmişse, bu durum “kısmen doğru cevap” olarak değerlendirilmiş ve “1” puan ile kodlanmıştır. Son olarak, çözüm sürecindeki adımlar doğru yapılandırılmış ve cevap da doğru olarak bulunmuş ise “doğru cevap” olarak değerlendirilmiş ve “2” puan ile kodlanmıştır.

PÇT’deki analiz kategorilerinin açıklamaları ve örnek yanıtları Tablo 7’de sunulmuştur.

Tablo 11. PCT'nin analizine ilişkin çerçeve

Kategoriler	Açıklama	Örnek
Cevap yok veya yanlış cevap	-Çözüm yapılmamıştır. -Çözümüne ilişkin faaliyetlerinde sayısal veriler üzerinde rastgele işlemler yapılmıştır. -Çözüm sürecini tarif etmeden sadece cevap yazılmıştır.	3. Birinci ve ikinci sorudaki çözümlerinize dayanarak, gidilen yola bağlı olarak ödenecek ücreti gösteren kuralı cebirsel olarak yazınız ya da kuralı tarif eden sözel açıklamalar yazınız. (A) +101 (Ö₁₈₂'nin yol etkinliğindeki üçüncü soruya yaptığı çözüm) 2. Ensar'ın 10. günün sonunda kaç TL'si olur? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız. 5 günde 220 TL si var 220+220=440 TL 10 günde 220 TL si var 220+220=440 TL 10 günde 220 TL si var 220+220=440 TL (Ö₁₃₇'nin kumbara etkinliğindeki ikinci soruya yaptığı çözüm) 1. Ensar'ın 5. günün sonunda kaç TL'si olur? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız. 120 x 5 600 Ensar Her gün 120 TL biriktirmektedir. 5 günden gün sayısı ve 120'yi karşılamak bulunur. gün sayısı 5 1.gün Parası 120 TL 2.gün 5' i karşılamak buluruz yani 600 TL biriktirmiş olur (Ö₈₅'in kumbara etkinliğindeki birinci soruya yaptığı çözüm)

Tablo 7 (Devam). PÇT'nin analizine ilişkin çerçeve

Kısmen doğru cevap	-Çözüm sürecinin adımları doğru yapılandırılmış fakat aritmetiksel hatalar yapılmıştır. -Örüntünün genel terimine ulaşmadan onun tekrarlı bir örüntü olduğunu doğru şekilde ifade etme	2. Tiyatronun 12. sırasında kaç koltuk vardır? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız. 1. = 18 9 = 38 46 4. sıradan başlıyoruz 5 = 22 10 = 42 12. sıraya kadar ekledim 6 = 26 11 = 46 7 = 30 8 = 34 (Ö₁₈₆'nin tiyatro etkinliğindeki ikinci soruya yaptığı çözüm) 2. Şeyma Öğretmen 15 km'lik mesafe için kaç TL ödeme yapar? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız. 10 · 15 = 150 10'la 15 çarpıp 15 + 25 = 140 TL 155 buldum 115 ile de 25 toplayıp 140' buldum (Ö₁₇₃'ün yol etkinliğindeki ikinci soruya yaptığı çözüm) 3. Birinci ve ikinci sorudaki çözümlerinize dayanarak, herhangi bir gün için kumbarasında ne parası olacağını veren kuralı cebirsel olarak yazınız ya da kuralı tarif eden sözel açıklamalı Jirmişer yirmişe artıydı 120 TL ile 20 ekleyerek devam ettim (Ö₇₅'in kumbara etkinliğindeki üçüncü soruya yaptığı çözüm) 1. Tiyatronun 4. sırasında kaç koltuk vardır? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız. 14 + 4 = 18 3. Sıraya 4 ekleyerek 18 (Ö₁₆₄'ün tiyatro etkinliğindeki birinci soruya yaptığı çözüm)
Doğru cevap	-Çözüm sürecinin adımları doğru yapılandırılmış ve cevap da doğru bulunmuştur.	

Tablo 7 (Devam). PÇT'nin analizine ilişkin çerçeve

2. Şeyma Öğretmen 15 km'lik mesafe için kaç TL ödeme yapar? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

25  $15 \cdot 10 = 150$ $150 + 25 = 175$ TL öder

1 km için 10 ise $15 \cdot 10 = 150$ başlangıç para

25 bunun üzerine 15 km'yi eklersek $25 + 150 = 175$ TL

(Ö₁₃₀'un yol etkinliğindeki ikinci soruya yaptığı çözüm)

2. Ensar'ın 10. günün sonunda kaç TL'si olur? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Grafikte 4. güne kadar var
yani 10. güne 6 gün var
 $20 \cdot 6 = 120$

$120 + 200 = 320$

(Ö₁₁₈'in kumbara etkinliğindeki ikinci soruya yaptığı çözüm)

3. Birinci ve ikinci sorudaki çözümlerinize dayanarak, herhangi bir gün için kumbarasında ne kadar parası olacağını veren kuralı cebirsel olarak yazınız ya da kuralı tarif eden sözel açıklamalar yazınız.

$120 + 20n$
↓
mevcut parası
↓
her gün atılan para miktarı
→ gün sayısı

(Ö₂₁₆'nın kumbara etkinliğindeki üçüncü soruya yaptığı çözüm)

Tablo 7'ye göre, Ö₁₈₂, yol etkinliğindeki üçüncü soruya verdiği yanıtta bir harf yazmış ve bu harfe örüntünün artış miktarını ekleyerek çözüm yapmıştır. Ancak, bu ifadelerin ne anlama geldiği açıklanmamış ve anlaşılmamaktadır. Eğer yazılan ifadelerin anlamı belirtilmemişse veya anlaşılmıyorsa, bu cevap yanlış kabul edilip "0" puan ile kodlanmıştır. Ö₁₃₇, kumbara etkinliğindeki ikinci soruya verdiği yanıtta, örüntünün adım sayısı ile adım sayısına karşılık gelen sayı arasında bir oran olduğunu ifade ederek sonuca ulaşmıştır. Ancak etkinlikteki örüntülerde adım sayısı ile adım sayısına karşılık gelen sayı arasında bir oran bulunmamaktadır. Bu karışıklık, yanlış cevap kabul edilip "0" puan ile kodlanmıştır. Ö₈₅, kumbara etkinliğindeki birinci soruya verdiği yanıtta, grafiği yanlış okuyarak işlem yapmıştır. Sorudan bağımsız ya da rastgele yapılan işlemlerle verilen cevaplar da yanlış kabul edilip "0" puan ile kodlanmıştır.

Ö₁₈₆, tiyatro etkinliğindeki ikinci soruya yanıtında, cevaba ulaşmak için dördüncü adımdan on ikinci adıma kadar artış miktarını (dörder dörder) ekleyerek ilerlemiş; fakat onuncu adımdan on ikinci adıma geçerek on birinci adımı atladığından yanlış sonuca ulaşmıştır. Aynı şekilde Ö₁₇₃, yol etkinliğindeki ikinci soruda işlem basamaklarını doğru ifade etmiş; fakat işlem hatası yaptığından yanlış sonuca ulaşmıştır. İşlem basamakları doğru ifade edilmiş; fakat işlem hatası yaparak cevaba ulaşılmışsa kısmen doğru cevap kabul edilerek "1" puan ile kodlanmıştır. Ö₇₅ ise kumbara etkinliğindeki üçüncü soruya vermiş olduğu yanıtında örüntünün genel terimine ulaşmamış fakat örüntünün tekrarlı bir örüntü olduğunu belirten açıklamalar yapmıştır. Etkinliklerdeki üçüncü soruda, genel ifadenin tekrarlı örüntü olduğu doğru ifade etmişse kısmen doğru cevap kabul ederek "1" puan ile kodlanmıştır.

Ö₁₆₄'ün tiyatro etkinliğindeki birinci soruya yanıtında, ardışık koltuk sayısı arasındaki farkı doğru ifade etmiş ve bu farkı üçüncü sıradaki koltuk sayısına ekleyerek dördüncü sıradaki koltuk sayısını bulmuştur. Terimler arasındaki fark doğru ifade edilmiş ve istenilen terime karşılık gelen sayı doğru bulunmuşsa doğru cevap kabul edilerek "2" puan ile kodlanmıştır. Ö₁₃₀'un yol etkinliğindeki ikinci soruya yanıtında taksimetre üzerine kaç kilometre gidilmişse ücretini ekleyerek doğru sonuca ulaşmıştır. Aynı şekilde, Ö₁₁₈'in kumbara etkinliğindeki ikinci soruya yanıtında grafiği doğru yorumlayarak, onuncu gündeki para miktarını bulmak için dördüncü gündeki para miktarına altı günde biriktireceği para miktarını ekleyerek bulduğunu

açıklamıştır. Bu gibi yanıtlarda, yapılan her işlemin anlamını açıkladığından ve doğru sonuca ulaşıldığından “2” puanla kodlanmıştır. Ö₂₁₆’nın kumbara etkinliğindeki üçüncü soruya yanıtında örüntünün genel kuralını doğru bir şekilde tespit etmiş ve ifadedeki her bir terimin anlamını açıklamıştır. Bu nedenle doğru cevap kabul edilerek “2” puanla kodlanmıştır.

Her bir problem çözme etkinliği üç problem içerdiğinden, öğrenciler bu etkinliklerden minimum 0, maksimum 6 puan alabilmektedir. Bu doğrultuda, bir etkinlikten en az 5 puan alıp etkinlikteki üçüncü soruyu doğru yanıtlayan öğrenciler o etkinlik için yüksek problem çözme performansı gösteren grup olarak belirlenmiştir. Buna karşılık, bir etkinlikten en fazla 2 puan alıp etkinliğin son sorusunu yanlış yanıtlayan öğrenciler ise düşük problem çözme performansı gösteren grup kapsamında değerlendirilmiştir. Puanlama sonuçlarına göre, tiyatro etkinliğinde 59 öğrenci düşük, 49 öğrenci yüksek performans sergilemiştir. Yol etkinliğinde 66 öğrenci düşük, 88 öğrenci yüksek performans göstermiştir. Kumbara etkinliğinde ise bu sayı sırasıyla 90 düşük ve 43 yüksek performanslı öğrenci şeklindedir. Bazı öğrenci yanıtları ve bu yanıtlara karşılık gelen puanlar Tablo 8’de sunulmuştur.

Tablo 12. Örnek öğrenci çözümleri ve aldıkları puanlar

Öğrenci	Çözüm	Puanı ve açıklaması
Ö ₂₃₁ tiyatro etkinliği problem 1	1. Tiyatronun 4. sırasında kaç koltuk vardır? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız. $14 + 4 = 18 \rightarrow 3. \text{ sıradaki koltuk sayısını bulup } 4 \text{ ekledim.}$	Ö ₂₃₁ her bir çözümünden 2 puan almıştır. Dolayısıyla problem çözme performansı yüksek grupta yer almıştır.
Ö ₂₃₁ tiyatro etkinliği problem 2	2. Tiyatronun 12. sırasında kaç koltuk vardır? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız. $12 - 3 = 9$ $9 \cdot 4 = 36$ $\begin{array}{r} 36 \\ + 14 \\ \hline 50 \end{array}$ $\rightarrow 12. \text{ sıra ile } 3. \text{ sıra arasında kaç sıra olduğunu buldum ve bunu } 4 \text{ ile çarpım ve bunu } 3. \text{ sıradaki koltuk sayısı ile topladım.}$	
Ö ₂₃₁ tiyatro etkinliği problem 1	3. Birinci ve ikinci sorudaki çözümlerinize dayanarak, herhangi bir sıradaki koltuk sayısını veren kuralı cebirsel olarak yazınız ya da her bir sıradaki koltuk sayısını veren kuralı tarif eden sözel açıklamalar yazınız. $4n + 2 \rightarrow \text{Her sırada bir öncekinden } 4 \text{ koltuk fazla olduğu için } 4n \text{ yazdım. Ve } 1. \text{ sıradaki koltuk sayısına ulaşabilmek için } +2 \text{ yazdım.}$	
Ö ₄₅ tiyatro etkinliği problem 1	1. Tiyatronun 4. sırasında kaç koltuk vardır? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız. $\begin{array}{r} 18 \\ 4 \cdot 4 = 16 \end{array}$	

Tablo 8 (Devam). Örnek öğrenci çözümleri ve aldıkları puanlar

Ö ₄₅ tiyatro etkinliği problem 2	2. Tiyatronun 12. sırasında kaç koltuk vardır? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız. $(12 \cdot 6) + 4 = 76$	Ö ₄₅ her bir çözümünden 0 puan almıştır. Dolayısıyla problem çözme performansı düşük grupta yer almıştır.
Ö ₄₅ tiyatro etkinliği problem 3	3. Birinci ve ikinci sorudaki çözümlerinize dayanarak, herhangi bir sıradaki koltuk sayısını veren kuralı cebirsel olarak yazınız ya da her bir sıradaki koltuk sayısını veren kuralı tarif eden sözel açıklamalar yazınız. <i>Koltuk sayısı 6'dır ve sorularda sıralar veriliyor o sıralarla ve koltuk sayısı ile bölüyoruz kaçar arttıysada topluyoruz.</i>	
Ö ₁₆₄ yol etkinliği problem 1	1. Şeyma Öğretmen 3 km'lik mesafe için kaç TL ödeme yapar? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız. <i>3km gittiyse $3 \cdot 10 = 30$ Açılış ücreti eklenirse $30 + 25 = 55$</i>	Ö ₁₆₄ her bir çözümünden 2 puan almıştır. Dolayısıyla problem çözme performansı yüksek grupta yer almıştır.
Ö ₁₆₄ yol etkinliği problem 2	2. Şeyma Öğretmen 15 km'lik mesafe için kaç TL ödeme yapar? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız. <i>15km gittiyse $15 \cdot 10 = 150$ Açılış ücreti eklenirse $150 + 25 = 175$</i>	

Tablo 8 (Devam). Örnek öğrenci çözümleri ve aldıkları puanlar

Ö ₁₆₄ yol etkinliği problem 3	3. Birinci ve ikinci sorudaki çözümlerinize dayanarak, gidilen yola bağlı olarak ödenecek ücreti gösteren kuralı cebirsel olarak yazınız ya da kuralı tarif eden sözel açıklamalar yazınız. Km - Boş → 10 Açılış ücreti → 25 Kaç Km gittiği → x $10 \cdot x + 25$	
Ö ₃₈ yol etkinliği problem 1	1. Şeyma Öğretmen 3 km'lik mesafe için kaç TL ödeme yapar? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız. 1 10 3 30 $30 + 15 = 45$ orantı kurarak buldum	Ö ₃₈ birinci çözümden 2 puan diğer çözümlerden 0 puan almıştır. Dolayısıyla problem çözme performansı düşük grupta yer almıştır.
Ö ₃₈ yol etkinliği problem 2	2. Şeyma Öğretmen 15 km'lik mesafe için kaç TL ödeme yapar? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız. 1 10 15 150 yine orantıya 12 10 km 1 de 10 lira 15 de 150 dir	

Tablo 8 (Devam). Örnek öğrenci çözümleri ve aldıkları puanlar

Ö₃₈ yol etkinliği
problem 3

3. Birinci ve ikinci sorudaki çözümlerinize dayanarak, gidilen yola bağlı olarak ödenecek ücreti gösteren kuralı cebirsel olarak yazınız ya da kuralı tarif eden sözel açıklamalar yazınız.

karşıya geçtim
katlara göre bittir
1'den 10'a on kat
3'den 30'a on kat
15'de 150'ye on kat

Ö₈ kumbara etkinliği
problem 1

Grafığe göre;

1. Ensar'ın 5. günün sonunda kaç TL'si olur? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

220 TL i dur her gün 20 artıyor

Ö₈ her bir çözümünden 2 puan almıştır. Dolayısıyla problem çözme performansı yüksek grupta yer almıştır.

Ö₈ kumbara etkinliği
problem 2

2. Ensar'ın 10. günün sonunda kaç TL'si olur? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

320 TL'si olur çünkü 120'den başlamasaydı,
5. günde 100 lirası olurdu o yüzden
üstüne 25 girdim

Ö₈ kumbara etkinliği
problem 3

3. Birinci ve ikinci sorudaki çözümlerinize dayanarak, herhangi bir gün için kumbarasında ne kadar parası olacağını veren kuralı cebirsel olarak yazınız ya da kuralı tarif eden sözel açıklamalar yazınız.

(başlangıç sayısı) + (artma sayısı) . (gün sayısı)

243 öğrencinin %20'sinden fazlasına karşılık gelen 50 öğrencinin toplam 450 yanıtı K_1 ve K_2 tarafından öncelikle birbirinden bağımsız olarak kodlanmış ve kodlayıcılar arası uyum indeksi etkinliklere göre ayrı ayrı hesaplanmıştır. Kodayıcılar arası uyum tiyatro etkinliğinde 0,9, yol etkinliğinde 0,91 ve kumbara etkinliğinde 0,89 olarak hesaplanmıştır. Analizlerinde farklılık görülen çözümler için kodlayıcılar bir araya gelerek nihai kararı vermiştir. Örneğin, $\bar{O}_5$ 'in tiyatro etkinliğinin üçüncü sorusuna verdiği yanıt şu şekildedir: "Sahnenin karşısında birinci sırada 6 koltuk vardır. Devamında ise 6 koltuğa 4 koltuk eklenmiştir. Bu sonuçta bizi geri kalan koltukların her seferinde dörder dörder arttığını gösterir." K_1 ve K_2 sırasıyla bu çözümü "1" ve "0" puan olarak kodlamıştır. K_2 , öğrencinin genel kuralı sözel ifadeyle açıklamak istediğini fakat yaptığı açıklamadaki sözel ifadenin genel kuralı karşılamadığını ifade etmiştir. K_1 'in ise açıklaması şu şekildedir:

"Öğrencinin yaptığı sözel ifade, örüntünün tekrarlı olduğunu ve artış miktarını doğru bir şekilde belirttiğini göstermektedir. Örüntünün tekrarlı ifadesi, kuralına ilişkin bilgi vermekle birlikte, genel kuralı tam olarak karşılamadığından, "2" puan yerine "1" puan verilmesi uygun olacaktır."

Yapılan tartışma sonucunda, etkinliklerdeki üçüncü sorunun tekrarlı örüntü ifadesi doğruysa, "1" puan verilmesine karar verilmiştir. Bir başka örnek olarak yol etkinliğinde $\bar{O}_9$ 'un üçüncü soruya yaptığı çözüm şu şekildedir: " $10n+25$ ". K_1 ve K_2 sırasıyla bu yanıtı "2" ve "0" puan ile kodlamıştır. K_2 öğrencinin işlem yapmadan cevabı yazdığını belirterek "0" puan verdiğini açıklamıştır. K_1 ise öğrencinin kağıdı incelendiğinde rastgele işlemler yapmadığını, birinci ve ikinci soruda üçüncü soruya ilişkin açıklamalar (başlangıç değeri ve örüntünün artış miktarı) yaptığını ve çözüme rastgele ulaşmadığını ifade etmiştir. Bunun için iki puan verilmesinin uygun olduğunu belirtmiştir. Yapılan tartışma sonucunda, üçüncü sorularda çözüm yapmadan cevaba ulaşan öğrencilerin, birinci ve ikinci sorulardaki yanıtları göz önünde bulundurularak, üçüncü yanıtı yönelik açıklamalar mevcutsa, çözümler incelenip puanlandırılmasına karar verilmiştir. Ardından K_2 kalan öğrenci yanıtlarını analiz etmiş ve analizinde tereddüt yaşadığı durumları K_1 ile paylaşmış ve birlikte tartışarak nihai kodlara karar vermişlerdir.

3.4. İstatistiksel Analizler

Ortaokul yedinci sınıf öğrencileri arasından, PÇT'den aldıkları puanlara göre PÇPvY olanlar belirlenmiştir. Bu grupların, PKT'deki her bir etkinlik için gösterdikleri performanslar; analiz şemasındaki matematiksel problem olup olmama, çıktı ve süreç bileşenleri açısından karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmalar, SPSS 31 istatistik programı aracılığıyla iki oranlı z testi kullanılarak yapılmıştır. İki oranlı z testi, bir kategorik değişkenin iki grup arasında anlamlı farklılık gösterip göstermediğini belirlemek için kullanılan yöntemlerden biridir ve p değerini üretmek amacıyla z dağılımından yararlanır (Penn State Department of Statistics web sitesi, t.y.; Sauro & Lewis, 2016; SocSciStats web sitesi, t.y.).

İki oranlı z testi; analiz şemasının her bir adımında yer alan analiz birimleri için, problem çözme performansı yüksek ve düşük öğrenci grupları arasında anlamlı fark olup olmadığını belirleme imkânı sunmaktadır. Örneğin, PKT'deki birinci etkinlikte, PÇPvY gruplarının MOP, MP ve İF kategorilerindeki yanıt oranları karşılaştırılarak, gruplar arasındaki farklılıklar incelenebilmektedir.

4. BULGULAR

Bu bölümde, ilk olarak öğrenci yanıtlarının matematiksel problem olup olmamasına ait dağılım sunulmuştur. Ardından sırasıyla Zhang vd'nin (2022) çerçevesindeki çıktı ve süreç bileşenlerine ait bulgulara yer verilmiştir.

4.1. Öğrenci Yanıtlarının Matematiksel Problem Olup Olmamasına Ait Bulgular

Tiyatro etkinliği: PÇDvY sırasıyla 59 ve 49 öğrencinin PKT'deki tiyatro etkinliğine vermiş oldukları üç yanıtın matematiksel problem olup olmamasına ait dağılım Tablo 9'da sunulmuştur. PÇDvY gruplarındaki öğrenciler birinci yanıtı “boş” bırakmamıştır. Aynı zamanda yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin yanıtları “İF” ve “MP-EİD” kategorilerinde yer almamaktadır. Yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin birinci yanıtlarının %96'sı “MP-Eİ” kategorisinde yer almaktadır. Bu oran düşük problem çözme performansına sahip öğrenci grubunda %84,7'ye kadar düşmüştür. “MP-Eİ” kategorisindeki oranlar arasında yüksek problem çözme grubu lehine fark anlamlı değildir ($z=1,911$, $p>,05$).

Yanıt 2'yi, düşük problem çözme performansına sahip öğrencilerin yaklaşık %5,1'i; yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin ise yaklaşık %8,2'si “boş” bırakmıştır. Yüksek problem çözme grubuna ait öğrenciler içerisinde “İF” ve “MOP” kategorilerinde yanıt görülmemişken, düşük problem çözme grubundaki öğrencilerin %10'undan fazlasında görülmüştür. Yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin yanıtlarının yaklaşık %92'si “MP” iken, bu oran düşük problem çözme grubunda yaklaşık %85'tir.

Tablo 13. PÇDvY gruplarının tiyatro etkinliğindeki yanıtlarının matematiksel problem olup olmamasına ait dağılımı

	Düşük Problem Çözme Grubu						Yüksek Problem Çözme Grubu					
	Boş	İF	MOP	MP		Toplam	Boş	İF	MOP	MP		Toplam
				MP-Eİ	MP-EİD					MP-Eİ	MP-EİD	
Yanıt 1	0(0)*	3(5,1)	3(5,1)	50(84,7)	3(5,1)	59(100)	0(0)	0(0)	2(4,1)	47(95,9)	0(0)	49(100)
Yanıt 2	3(5,1)	2(3,4)	4(6,8)	45(76,3)	5(8,5)	59(100)	4(8,2)	0(0)	0(0)	43(87,8)	2(4,1)	49(100)
Yanıt 3	11(18,6)	4(6,8)	2(3,4)	32(54,2)	10(16,9)	59(100)	5(10,2)	0(0)	1(2)	41(83,7)	2(4,1)	49(100)
Toplam	14(7,9)	9(5,1)	9(5,1)	127(71,8)	18(10,2)	177(100)	9(6,1)	0(0,0)	3(2)	131(89,1)	4(2,7)	147(100)

*Veriler f(%) şeklinde sunulmuştur.

İF: İfade

MOP: Matematiksel Olmayan Problem

MP: Matematiksel Problem

MP-Eİ: Etkinlikle İlişkili Matematiksel Problem

MP-EİD: Etkinlikle İlişkili Olmayan Matematiksel Problem

Bunun yanında, “MP-Eİ” kategorileri karşılaştırıldığında ise yüksek problem çözme grubundaki öğrencilerin yanıtlarının %87,8’si bu kategoride iken, bu oran düşük problem çözme grubunda %76,3 olmuştur. “MP-Eİ” kategorisindeki oranlar arasında yüksek problem çözme grubu lehine fark anlamlı değildir ($z=1,53$, $p>,05$).

Yanıt 3’ü, düşük problem çözme performansına sahip öğrencilerin yaklaşık %18,6’sı; yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin yaklaşık %10,2’si “boş” bırakmıştır. Yüksek problem çözme grubuna ait öğrencilerin sadece %2’sinde “İF” veya “MOP” kategorilerinde yanıt görülmüşken, bu oran düşük problem çözme grubunda %10’un üzerindedir. Yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin yanıtlarının yaklaşık %88’i “MP” iken, bu oran düşük problem çözme grubunda yaklaşık %71’dir. “MP-Eİ” kategorileri karşılaştırıldığında ise yüksek problem çözme grubundaki öğrencilerin yanıtlarının %83,7’si bu kategoride iken, bu oran düşük problem çözme grubunda %54,2 olmuştur. “MP-Eİ” kategorisindeki oranlar arasında yüksek problem çözme grubu lehine fark anlamlıdır ($z=3,254$, $p<,05$).

Toplam yanıtları inceleyecek olursak düşük problem çözme performansına sahip öğrenci grubunda 59 öğrenci olduğundan toplam 177 yanıt beklenmiştir. Bu yanıtların yaklaşık %8’i “boştur”. Yanıtların %10,2’si “İF” veya “MOP” kategorisindedir. Buna karşın yanıtların %82’si “MP” kategorisindedir. Ek olarak yanıtların %71,8’i “MP-Eİ” kategorisinde yer almıştır. Yüksek problem çözme performansına sahip 49 öğrenci olduğundan toplam 147 yanıt beklenmiştir. Bu yanıtların %6,1’i “boştur”. Yanıtların sadece %2’si “İF” veya “MOP” kategorisindedir. Buna karşın yanıtların yaklaşık %92’si MP kategorisindedir. Ek olarak yanıtların %89,1’i “MP-Eİ” kategorisinde yer almıştır. Toplam yanıtlar içerisinde “MP-Eİ” kategorisindeki oranlar arasında yüksek problem çözme grubu lehine fark anlamlıdır ($z=3,864$, $p<,05$).

Yol etkinliği: Düşük ve yüksek problem çözme performansına sahip sırasıyla 66 ve 88 öğrencinin PKT’deki yol etkinliğine vermiş oldukları üç yanıtın matematiksel problem olup olmamasına ait dağılım Tablo 10’da sunulmuştur. Yanıt 1’i, düşük problem çözme performansına sahip gruptaki öğrencilerin %3’ü “boş” bırakmışken, bu oran yüksek problem çözme grubunda %2,3’tür. Aynı zamanda yüksek problem çözme performansına sahip grupta yanıtları “İF” ve “MOP” kategorisinde bulunan öğrenci bulunmazken, düşük problem çözme grubunda bu kategorilerdeki öğrencilerin

oranı %12'nin üzerindedir. Yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin birinci yanıtlarının yaklaşık %98'i "MP" kategorisinde yer almaktayken, bu oran düşük problem çözme grubunda yaklaşık %85'e kadar düşmüştür. "MP-Eİ" kategorisindeki yanıtların oranı ise düşük ve yüksek problem çözme gruplarında sırasıyla %77,3 ve %94,3'tür. Bu oranlar arasında yüksek problem çözme grubu lehine fark anlamlıdır ($z=3,114$, $p<,05$).

Yanıt 2'yi düşük problem çözme performansına sahip öğrencilerin yaklaşık %12,1'i; yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin ise yaklaşık %6,8'i "boş" bırakmıştır. Yüksek problem çözme grubuna ait öğrenciler içerisinde "İF" kategorisinde yanıt görülmemişken "MOP" kategorisindeki yanıtların oranı %4,5'tir. Düşük problem çözme grubunda ise bu iki kategorideki öğrenci sayısı %10'un üzerindedir. Yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin yanıtlarının yaklaşık %89'u "MP" iken, bu oran düşük problem çözme grubunda %77 civarındadır. Bunun yanında "MP-Eİ" kategorileri karşılaştırıldığında ise yüksek problem çözme grubundaki öğrencilerin yanıtlarının yaklaşık %82'si bu kategoride iken bu oran düşük problem çözme grubunda yaklaşık %70 olmuştur. "MP-Eİ" kategorisindeki oranlar arasında yüksek problem çözme grubu lehine fark anlamlı değildir ($z=1,759$, $p>,05$).

Yanıt 3'ü düşük problem çözme performansına sahip öğrencilerin %12,1'i; yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin ise %13,6'sı "boş" bırakmıştır. Yüksek problem çözme grubuna ait öğrencilerin sadece %2,3'ü "İF" veya "MOP" kategorilerinde yanıt görülmüşken, bu oran düşük problem çözme grubunda %9'dur. Yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin yanıtlarının yaklaşık %84'ü "MP" iken, bu oran düşük problem çözme grubunda yaklaşık %79'dur. "MP-Eİ" kategorileri karşılaştırıldığında ise yüksek problem çözme grubundaki öğrencilerin yanıtlarının %72,7'si bu kategoride iken bu oran düşük problem çözme grubunda %68,2 olmuştur. "MP-Eİ" kategorisindeki oranlar arasında yüksek problem çözme grubu lehine fark anlamlı değildir ($z=0,614$, $p>,05$).

Tablo 14. PÇDvY gruplarının yol etkinliğindeki yanıtlarının matematiksel problem olup olmamasına ait dağılımı

	Düşük Problem Çözme Grubu						Yüksek Problem Çözme Grubu					
	Boş	İF	MOP	MP	MP-Eİ	MP-EİD	Boş	İF	MOP	MP	MP-Eİ	MP-EİD
Yanıt 1	2(3)*	4(6,1)	4(6,1)	51(77,3)	5(7,6)	66(100)	2(2,3)	0(0)	0(0)	83(94,3)	3(3,4)	88(100)
Yanıt 2	8(12,1)	3(4,5)	4(6,1)	46(69,7)	5(7,6)	66(100)	6(6,8)	0(0)	4(4,5)	72(81,8)	6(6,8)	88(100)
Yanıt 3	8(12,1)	3(4,5)	3(4,5)	45(68,2)	7(10,6)	66(100)	12(13,6)	0(0)	2(2,3)	64(72,7)	10(11,4)	88(100)
Toplam	18(9,1)	10(5,1)	11(5,6)	142(71,7)	17(8,6)	198(100)	20(7,6)	0(0)	6(2,3)	219(83)	19(7,2)	264(100)

*Veriler f(%) şeklinde sunulmuştur.

Toplam yanıtları inceleyecek olursak düşük problem çözme performansına sahip öğrenci grubunda 66 öğrenci olduğundan toplam 198 yanıt beklenmiştir. Bu yanıtların yaklaşık %9,1'i "boştur". Yanıtların %10,7'si "İF" veya "MOP" kategorisindedir. Buna karşın yanıtların %80,3'ü "MP" kategorisindedir. Ek olarak yanıtların %71,7'si "MP-Eİ" kategorisinde yer almıştır. Yüksek problem çözme performansına sahip 88 öğrenci olduğundan toplam 264 yanıt beklenmiştir. Bu yanıtların %7,6'sı "boştur". Yanıtların sadece %2,3'ü "İF" veya "MOP" kategorisindedir. Buna karşın yanıtların %90,2'si "MP" kategorisindedir. Ek olarak yanıtların %83'ü "MP-Eİ" kategorisinde yer almıştır. Toplam yanıtlar içerisinde "MP-Eİ" kategorisindeki oranlar arasında yüksek problem çözme grubu lehine fark anlamlıdır ($z=2,892$, $p<,05$).

Kumbara etkinliği: Düşük ve yüksek problem çözme performansına sahip sırasıyla 90 ve 43 öğrencinin PKT'deki kumbara etkinliğine vermiş oldukları üç yanıtın matematiksel problem olup olmamasına ait dağılım Tablo 11'de sunulmuştur. Yanıt 1'i her iki grupta da "boş" bırakan öğrenci olmamıştır. Aynı zamanda yüksek problem çözme performansına sahip grupta öğrencilerin %4,7'si "İF" veya "MOP" kategorisinde yanıt vermişken, düşük problem çözme grubunda bu oranı %12'nin üzerindedir. Yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin birinci yanıtlarının yaklaşık %95'inden fazlası "MP" kategorisinde yer almaktayken bu oran düşük problem çözme grubunda yaklaşık %88'e kadar düşmüştür. "MP-Eİ" kategorisindeki yanıtların oranı ise düşük ve yüksek problem çözme gruplarında sırasıyla %81,1 ve %88,4'tür. Bu oranlar arasında yüksek problem çözme grubu lehine fark anlamlı değildir ($z=1,054$, $p>,05$).

Yanıt 2'yi düşük problem çözme performansına sahip öğrencilerin %13,3'ü; yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin ise %7'si "boş" bırakmıştır. Yüksek problem çözme grubuna ait öğrenciler içerisinde "İF" kategorisinde yanıt görülmemişken, "MOP" kategorisindeki yanıtların oranı %4,7'dir. Düşük problem çözme grubunda ise bu iki kategorideki öğrenci sayısı yaklaşık %9'dur. Yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin yanıtlarının %88,4'ü "MP" iken, bu oran düşük problem çözme grubunda yaklaşık %78'dir. Bunun yanında, "MP-Eİ" kategorileri karşılaştırıldığında ise yüksek problem çözme grubundaki öğrencilerin yanıtlarının %74,4'ü bu kategoride iken, bu oran düşük problem çözme grubunda

%64,4 olmuştur. “MP-Eİ” kategorisindeki oranlar arasında yüksek problem çözme grubu lehine fark anlamlı değildir ($z=1,15$, $p>,05$).

Yanıt 3’ü düşük problem çözme performansına sahip öğrencilerin %22,2’si, yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin ise %9,3’ü “boş” bırakmıştır. Yüksek problem çözme grubuna ait öğrencilerin sadece %4,7’si “İF” veya “MOP” kategorilerinde yanıt görülmüşken bu oran düşük problem çözme grubunda yaklaşık %7,7’dir. Yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin yanıtlarının %86’sı “MP” iken, bu oran düşük problem çözme grubunda %70’tir. “MP-Eİ” kategorileri karşılaştırıldığında ise yüksek problem çözme grubundaki öğrencilerin yanıtlarının %76,7’si bu kategoride iken, bu oran düşük problem çözme grubunda %57,8’i olmuştur. “MP-Eİ” kategorisindeki oranlar arasında yüksek problem çözme grubu lehine fark anlamlıdır ($z=2,13$, $p<,05$).

Toplam yanıtları inceleyecek olursak düşük problem çözme performansına sahip öğrenci grubunda 90 öğrenci olduğundan toplam 270 yanıt beklenmiştir. Bu yanıtların yaklaşık %12’si “boştur”. Yanıtların %9,7’si “İF” veya “MOP” kategorisindedir. Buna karşın yanıtların %78,5’i “MP” kategorisindedir. Ek olarak yanıtların %67,8’i “MP-Eİ” kategorisinde yer almıştır. Yüksek problem çözme performansına sahip 43 öğrenci olduğundan toplam 129 yanıt beklenmiştir. Bu yanıtların %5,4’ü “boştur”. Yanıtların sadece %4,7’si “İF” veya “MOP” kategorisindedir. Buna karşın yanıtların yaklaşık %90’ı “MP” kategorisindedir. Ek olarak yanıtların %79,8’i “MP-Eİ” kategorisinde yer almıştır. Toplam yanıtlar içerisinde “MP-Eİ” kategorisindeki oranlar arasında yüksek problem çözme grubu lehine fark anlamlıdır ($z=2,502$, $p<,05$).

Tablo 15. PÇDvY gruplarının kumbara etkinliğindeki yanıtlarının matematiksel problem olup olmamasına ait dağılımı

	Düşük Problem Çözme Grubu						Yüksek Problem Çözme Grubu					
	Boş	İF	MOP	MP		Toplam	Boş	İF	MOP	MP		Toplam
				MP-Eİ	MP-EİD					MP-Eİ	MP-EİD	
Yanıt 1	0(0)*	4(4,4)	7(7,8)	73(81,1)	6(6,7)	90(100)	0(0)	0(0)	2(4,7)	38(88,4)	3(7,0)	43(100)
Yanıt 2	12(13,3)	3(3,3)	5(5,6)	58(64,4)	12(13,3)	90(100)	3(7)	0(0)	2(4,7)	32(74,4)	6(14)	43(100)
Yanıt 3	20(22,2)	3(3,3)	4(4,4)	52(57,8)	11(12,2)	90(100)	4(9,3)	0(0)	2(4,7)	33(76,7)	4(9,3)	43(100)
Toplam	32(11,9)	10(3,7)	16(6)	183(67,8)	29(10,7)	270(100)	7(5,4)	0(0)	6(4,7)	103(79,8)	13(10,1)	129(100)

*Veriler f(%) şeklinde sunulmuştur.

4.2. Öğrenci Yanıtlarının Çıktı Bileşenlerine Ait Bulguları

Tiyatro etkinliği: Düşük ve yüksek problem çözme performansına sahip 59 ve 49 öğrencilerin üç yanıt için kurdukları problemler “çıktı” bileşenlerine göre incelendiğinde düşük problem çözme grubunda toplam 127 yanıt tiyatro etkinliğiyle ilişkili matematiksel problemdir. Bu yanıtların yaklaşık %11’i (14 yanıt) “anlaşılmaz”, %89’u (113 yanıt) “anlaşıldır”. Yüksek problem çözme grubunda ise toplam 131 yanıt tiyatro etkinliğiyle ilişkili matematiksel problemdir. Bu yanıtların tamamı “anlaşıldır”. Düşük ve yüksek problem çözme gruplarının anlaşılır problem kurma performansları arasında istatistiksel olarak anlamlı farklılık tespit edilmiştir ($z=5,252$, $p\leq,05$).

Öğrencilerin kurmuş oldukları anlaşılır problemler yapısal olarak incelendiğinde düşük problem çözme performansına sahip grupta “MP-Eİ” kategorisindeki 113 “anlaşıldır” yanıtın %24,8’i (28 yanıt) “aynı alanda”, %75,2 (85 yanıt) “farklı alandadır” (her bir öğrencinin farklı alanda kurduğu problem sayıları üzerinden hesaplanmıştır). Buna karşın yüksek problem çözme performansına sahip grupta “MP-Eİ” kategorisindeki 131 “anlaşıldır” yanıtın yaklaşık %13’ü (17 yanıt) “aynı alanda”, %87’si (114 yanıt) “farklı alanda” problemlere karşılık gelmektedir. Düşük ve yüksek problem çözme gruplarının farklı alanda problem kurma performansları arasında istatistiksel olarak anlamlı farklılık tespit edilmiştir ($z=5,436$, $p<,05$).

Öğrencilerin kurmuş oldukları farklı alandaki problemler çözülebilirliği incelendiğinde düşük problem çözme performansına sahip grupta 85 farklı alandaki problemin %80’i (68 yanıt) çözülebilir, %20’si (17 yanıt) ise çözülemezdir. Yüksek problem çözme performansına sahip grupta 114 farklı alandaki problemin %91,2’si (104 yanıt) “çözülebilir”, %8,8’i (10 yanıt) ise “çözülemezdir”. Düşük ve yüksek problem çözme gruplarının çözülebilir problem kurma performansları arasında istatistiksel olarak anlamlı farklılık tespit edilmiştir ($z=5,806$, $p<,05$).

Yol etkinliği: Düşük ve yüksek problem çözme performansına sahip 66 ve 88 öğrencinin üç yanıt için kurdukları problemler “çıktı” bileşenlerine göre incelendiğinde, düşük problem çözme grubunda toplam 142 yanıt yol etkinliğiyle ilişkili matematiksel problemdir. Bu yanıtların %3,5’i (5 yanıt) “anlaşılmaz”, %96,5’i (137 yanıt) “anlaşıldır”. Yüksek problem çözme grubunda ise toplam 219 yanıt yol

etkinliğiyle ilişkili matematiksel problemidir. Bu yanıtların %2,3'ü (5 yanıt) “anlaşılmaz”, %97,7'si (214 yanıt) “anlaşıldır”. Düşük ve yüksek problem çözme gruplarının anlaşılır problem kurma performansları arasında istatistiksel olarak anlamlı farklılık tespit edilmiştir ($z=2,955$, $p<,05$).

Öğrencilerin kurmuş oldukları “anlaşılır” problemler yapısal olarak incelendiğinde düşük problem çözme performansına sahip grupta 137 anlaşılır yanıtın %41,6'sı (57 yanıt) “aynı alanda”, %58,4 (80 yanıt) “farklı alandadır”. Buna karşın yüksek problem çözme performansına sahip grupta 214 “anlaşılır” yanıtın yaklaşık %24,3'ü (52 yanıt) “aynı alanda”, %75,7'si (162 yanıt) “farklı alanda” problemlere karşılık gelmektedir. Düşük ve yüksek problem çözme gruplarının farklı alanda problem kurma performansları arasında istatistiksel olarak anlamlı farklılık tespit edilmiştir ($z=4,464$, $p<,05$).

Öğrencilerin kurmuş oldukları farklı alanlardaki problemlerin çözülebilirliği incelendiğinde, düşük problem çözme performansına sahip grupta 80 farklı alandaki problemin %85'i (68 yanıt) “çözülebilir”, %15'i (12 yanıt) ise “çözülemezdir”. Yüksek problem çözme performansına sahip grupta 162 farklı alandaki problemin %94,4'ü (153 yanıt) “çözülebilir”, %5,6'sı (9 yanıt) ise “çözülemezdir”. Düşük ve yüksek problem çözme gruplarının çözülebilir problem kurma performansları arasında istatistiksel olarak anlamlı farklılık tespit edilmiştir ($z=5,028$, $p<,05$).

Kumbara etkinliği: Düşük ve yüksek problem çözme performansına sahip 90 ve 43 öğrencinin üç yanıt için kurdukları problemler “çıktı” bileşenlerine göre incelendiğinde ise, düşük problem çözme grubunda toplam 183 yanıt kumbara etkinliğiyle ilişkili matematiksel problemidir. Bu yanıtların yaklaşık %5'i (9) “anlaşılmaz”, %95'i (174) “anlaşıldır”. Yüksek problem çözme grubunda ise toplam 103 yanıt kumbara etkinliğiyle ilişkili matematiksel problemidir. Bu yanıtların % 1'i (1 yanıt) “anlaşılmaz” iken %99'u (102 yanıt) “anlaşıldır”. Düşük ve yüksek problem çözme gruplarının anlaşılır problem kurma performansları arasında istatistiksel olarak anlamlı farklılık tespit edilmiştir ($z=2,959$, $p<,05$).

Öğrencilerin kurmuş oldukları anlaşılır problemler yapısal olarak incelendiğinde düşük problem çözme performansına sahip grupta 174 anlaşılır yanıtın %32,8'i (57 yanıt) “aynı alanda”, %67,2'si (117 yanıt) “farklı alandadır”. Buna karşın yüksek problem çözme performansına sahip grupta 102 “anlaşılır” yanıtın yaklaşık

%16,7'si (17 yanıt) "aynı alanda", %83,3'ü (85 yanıt) "farklı alanda" problemlere karşılık gelmektedir. Düşük ve yüksek problem çözme gruplarının farklı alanda problem kurma performansları arasında istatistiksel olarak anlamlı farklılık tespit edilmiştir ($z=4,216$, $p<,05$).

Öğrencilerin kurmuş oldukları "farklı alanda" problemlerin çözülebilirliği incelendiğinde, düşük problem çözme performansına sahip grupta 117 farklı alandaki problemin %84,6'sı (99 yanıt) "çözülebilir", %15,4'ü (18 yanıt) ise "çözülemezdir". Yüksek problem çözme performansına sahip grupta 85 farklı alandaki problemin %95,3'ü (81 yanıt) "çözülebilir", %4,7'si (4 yanıt) ise "çözülemezdir". Düşük ve yüksek problem çözme gruplarının çözülebilir problem kurma performansları arasında istatistiksel olarak anlamlı farklılık tespit edilmiştir ($z=4,905$, $p<,05$).

4.3. Öğrenci Yanıtlarının Süreç Bileşenlerine Ait Bulguları

Tiyatro etkinliği: PÇDvY sırasıyla 59 ve 49 öğrencinin PKT'deki tiyatro etkinliğine kurdukları farklı alanda çözülebilir matematik problemlerinin "süreç" bileşenleri kapsamındaki dağılımı Tablo 12'de verilmiştir. Düşük problem çözme performansına sahip grupta toplam 68 yanıt ve yüksek problem çözme performansına sahip grupta toplam 104 yanıt farklı alanda çözülebilir matematiksel problemidir (Şekil 7). Düşük problem çözme performansına sahip gruptaki 68 çözülebilir matematik probleminin %82,4'ü (56 yanıt) "olgusaldır". Bu yanıtların yarısından fazlası (39 yanıt) "OL-MDİ" kategorisindedir, diğer bir ifadeyle mevcut durumun içerisinde gelmektedir. Yüksek problem çözme performansına sahip grupta 104 farklı alandaki çözülebilir matematik probleminin %76'sı (79 yanıt) "olgusaldır". Olgusal problemlerin ise yaklaşık beşte üçü (47 yanıt) "OL-MDİ" kategorisindedir. Farklı alanda çözülebilir matematiksel problemleri kapsamındaki olgusal problemlerinin oranları karşılaştırıldığında, gruplar arasında istatistiksel olarak farklılık tespit edilmemiştir ($z= -0,997$, $p>,05$).

Grupların "karşılaştırma" problem türlerine ilişkin dağılımları karşılaştırıldığında, düşük problem çözme performansına sahip grupta 68 farklı alanda çözülebilir matematik problemlerinin %16,2'si (11 yanıt) bu türde olup, bunların da neredeyse tamamı (10 yanıt) "Karş-MDİ" şeklindedir yani soru kökü mevcut durumun içerisinde gelmektedir. Yüksek problem çözme performansına sahip grupta ise 104

farklı alanda çözülebilir matematik probleminin %12,5'i (13 yanıt) “karşılaştırma” türüdür ve yine tamamında soru kökü mevcut durumun içinden gelmektedir (Karş-MDİ kategorisi). Farklı alanda çözülebilir matematiksel problemleri kapsamındaki karşılaştırma tipi problemlerinin oranları karşılaştırıldığında, gruplar arasında istatistiksel olarak farklılık tespit edilmemiştir ($z = -0,68$, $p > ,05$).

“Kural-temelli” kategorisindeki yanıtlar karşılaştırıldığında ise düşük problem çözme performansına sahip grupta sadece bir yanıt bu kategoridedir ve mevcut durumun içerisinde (Kt-MDİ kategorisi). Buna karşın, yüksek problem çözme performansına sahip grupta yanıtların %11,5'i (12 yanıt) bu kategoridedir ve bu yanıtların neredeyse tamamında (10 yanıt) soru kökü mevcut durumun içerisinden gelmektedir (Kt-MDİ kategorisi). Farklı alanda çözülebilir matematiksel problemleri kapsamındaki “kural-temelli” problemlerin oranları karşılaştırıldığında, gruplar arasında istatistiksel olarak farklılık tespit edilmiştir ($z = 2,442$, $p < ,05$).

Tablo 16. PÇDvY gruplarının tiyatro etkinliğiyle ilişkili farklı alanda çözülebilir problemlerinin süreç bileşenlerine ait dağılımı

Kategoriler		Düşük Problem Çözme Grubu	Yüksek Problem Çözme Grubu
Olgusal	OL-MDİ	39(57,4)*	47(45,2)
	OL-MDYKE	17(25)	32(30,8)
Karşılaştırma	Karş-MDİ	10(14,7)	13(12,5)
	Karş-MDYKE	1(1,5)	0(0)
Kural-Temelli	Kt-MDİ	1(1,5)	10(9,6)
	Kt-MDYKE	0(0)	2(1,9)
Toplam		68(100)	104(100)

*Veriler f(%) şeklinde sunulmuştur.

OL-MDİ: Mevcut durum içinde olgusal problem

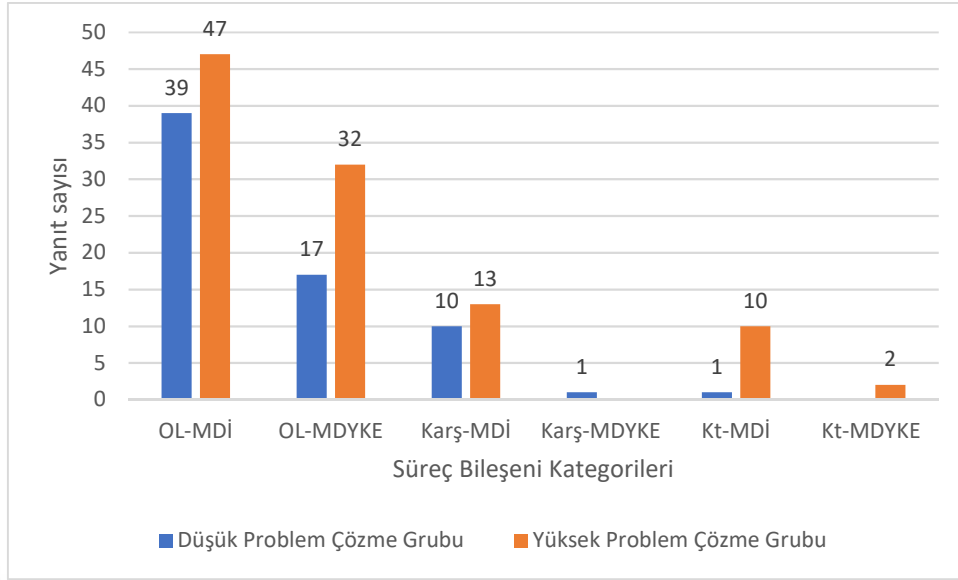
OL-MDYKE: Mevcut duruma yeni koşullar eklenen olgusal problem

Karş-MDİ: Mevcut durum içinde karşılaştırma problemi

Karş-MDYKE: Mevcut duruma yeni koşullar eklenen karşılaştırma problemi

Kt-MDİ: Mevcut durum içinde kural-temelli problem

Kt-MDYKE: Mevcut duruma yeni koşullar eklenen kural-temelli problem



Şekil 7. PÇDvY grupların tiyatro etkinliğiyle ilişkili farklı alanda çözülebilir problemlerinin süreç bileşenlerine göre dağılımına ait grafik

Yol etkinliği: PÇDvY sırasıyla 66 ve 88 öğrencinin PKT’deki yol etkinliğine kurdukları farklı alanda çözülebilir matematik problemlerinin süreç bileşenleri kapsamındaki dağılımı Tablo 13’te verilmiştir. Düşük problem çözme performansına sahip grupta toplam 68 yanıt ve yüksek problem çözme performansına sahip grupta toplam 153 yanıt farklı alanda çözülebilir matematiksel problemidir (Şekil 8). Düşük problem çözme performansına sahip gruptaki 68 çözülebilir matematik probleminin neredeyse tamamı (64 yanıt) “olgusaldır”. Bu yanıtların yarısından fazlası (42 yanıt) “OL-MDİ” kategorisindedir, diğer bir ifadeyle mevcut durumun içerisinde gelmektedir. Yüksek problem çözme performansına sahip grupta 153 farklı alandaki çözülebilir matematik probleminin %90,2’si (138 yanıt) “olgusaldır”. Olgusal problemlerin ise beşte ikisinden biraz fazlası (57 yanıt) “OL-MDİ” kategorisindedir. Farklı alanda çözülebilir matematiksel problemleri kapsamındaki olgusal problemlerinin oranları karşılaştırıldığında, gruplar arasında istatistiksel olarak farklılık tespit edilmemiştir ($z = -0,96$, $p > ,05$).

Grupların “karşılaştırma” problem türlerine ilişkin dağılımları karşılaştırıldığında, düşük problem çözme performansına sahip grupta 68 farklı alanda çözülebilir matematik problemlerinin %4,4’ü (3 yanıt) bu türde olup, bunların ikisinde soru kökü mevcut durumun içerisinde gelmektedir. Yüksek problem çözme performansına sahip grupta ise 153 farklı alanda çözülebilir matematik probleminin

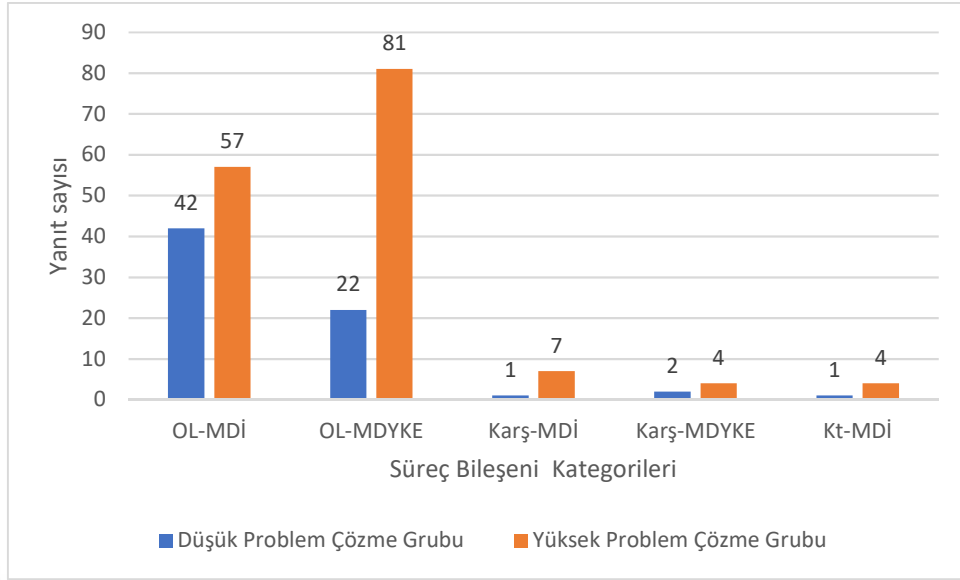
%7,2'si (11 yanıt) karşılaştırma türüdür ve bunların da yedisinde soru kökü mevcut durumun içinden gelmektedir (Karş-MDİ kategorisi). Farklı alanda çözülebilir matematiksel problemleri kapsamındaki karşılaştırma tipi problemlerinin oranları karşılaştırıldığında, gruplar arasında istatistiksel olarak farklılık tespit edilmemiştir ($z=0,782$, $p>,05$).

“Kural-temelli” kategorisindeki yanıtlar karşılaştırıldığında ise düşük problem çözme performansına sahip grupta sadece bir yanıt bu kategoridedir ve soru kökü mevcut durumun içerisinden gelmektedir. Buna karşın, yüksek problem çözme performansına sahip grupta dört yanıt bu kategoridedir ve yine tamamında soru kökü mevcut durumun içerisinden gelmektedir (Kt-MDİ kategorisi). Farklı alanda çözülebilir matematiksel problemleri kapsamındaki “kural-temelli” problemlerin oranları karşılaştırıldığında, gruplar arasında istatistiksel olarak farklılık tespit edilmemiştir ($z=0,528$, $p>,05$).

Tablo 17. PÇDvY gruplarının yol etkinliğiyle ilişkili farklı alanda çözülebilir problemlerinin süreç bileşenlerine ait dağılımı

Kategoriler		Düşük Problem Çözme Grubu	Yüksek Problem Çözme Grubu
Olgusal	OL-MDİ	42(61,8)*	57(37,3)
	OL-MDYKE	22(32,4)	81(53)
Karşılaştırma	Karş-MDİ	1(1,5)	7(4,6)
	Karş-MDYKE	2(2,9)	4(2,6)
Kural-Temelli	Kt-MDİ	1(1,5)	4(2,6)
	Kt-MDYKE	0(0)	0(0)
Toplam		68(100)	153(100)

*Veriler f(%) şeklinde sunulmuştur.



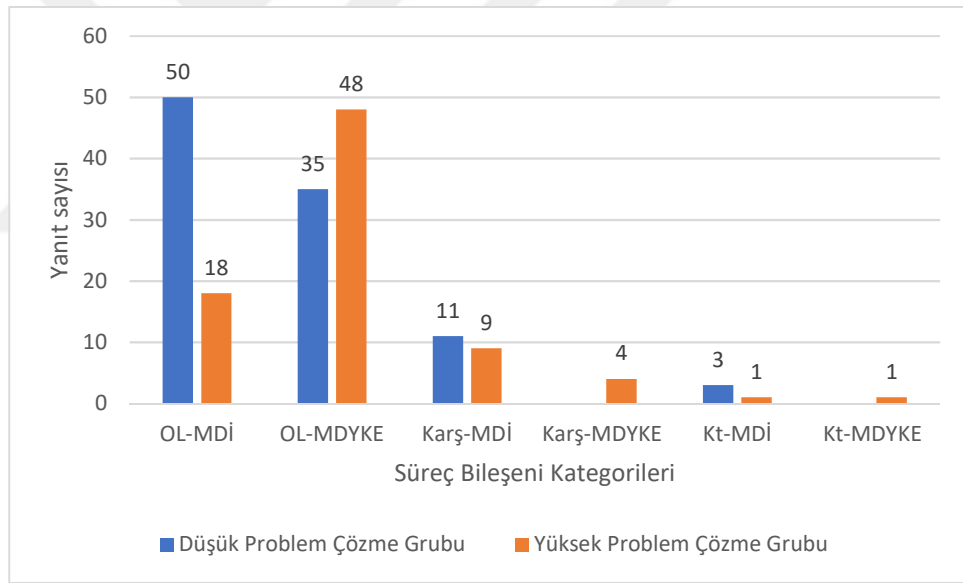
Şekil 8. PÇDvY grupların yol etkinliğiyle ilişkili farklı alanda çözülebilir problemlerinin süreç bileşenlerine göre dağılımına ait grafik

Kumbara etkinliği: PÇDvY sırasıyla 90 ve 43 öğrencinin kumbara etkinliğine kurdukları farklı alanda çözülebilir matematik problemlerinin “süreç” bileşenleri kapsamındaki dağılımı Tablo 14’te verilmiştir. Düşük problem çözme performansına sahip grupta toplam 99 yanıt ve yüksek problem çözme performansına sahip grupta toplam 81 yanıt farklı alanda çözülebilir matematiksel problemdir (Şekil 9). Düşük problem çözme performansına sahip gruptaki 99 çözülebilir matematik probleminin %85,9’u (85 yanıt) “olgusaldır”. Olgusal yanıtların yaklaşık beşte üçü (50 yanıt) “OL-MDİ” kategorisindedir, diğer bir ifadeyle mevcut durumun içerisinde gelmektedir. Yüksek problem çözme performansına sahip grupta 81 farklı alandaki çözülebilir matematik probleminin %81,5’i (66 yanıt) “olgusaldır”. Olgusal problemlerin ise %27,3’ü (18 yanıt) “OL-MDİ” kategorisindedir. Farklı alanda çözülebilir matematiksel problemleri kapsamındaki olgusal problemlerinin oranları karşılaştırıldığında, gruplar arasında istatistiksel olarak farklılık tespit edilmemiştir ($z = -0,795$, $p > ,05$).

Grupların “karşılaştırma” problem türlerine ilişkin dağılımları karşılaştırıldığında, düşük problem çözme performansına sahip grupta 99 farklı alanda çözülebilir matematik problemlerinin %11,1’i (11 yanıt) bu türde olup, bunların tamamında soru kökü mevcut durumun içerisinde gelmektedir. Yüksek problem çözme performansına sahip grupta ise 81 farklı alanda çözülebilir matematik

probleminin %16,1'i (13 yanıt) “karşılaştırma” türüdür ve bunların da dokuzunda soru kökü mevcut durumun içinden gelmektedir (Karş-MDİ kategorisi). Farklı alanda çözülebilir matematiksel problemleri kapsamındaki karşılaştırma tipi problemlerinin oranları karşılaştırıldığında, gruplar arasında istatistiksel olarak farklılık tespit edilmemiştir ($z=0,97$, $p>,05$).

“Kural-temelli” kategorisindeki yanıtlar karşılaştırıldığında ise düşük problem çözme performansına sahip grupta üç yanıt bu kategoridedir ve soru kökü mevcut durumun içerisinden gelmektedir. Buna karşın, yüksek problem çözme performansına sahip grupta iki yanıt bu kategoridedir ve birinde soru kökü mevcut durumun içerisinden gelmektedir (Kt-MDİ kategorisi). Farklı alanda çözülebilir matematiksel problemleri kapsamındaki “kural-temelli” problemlerin oranları karşılaştırıldığında, gruplar arasında istatistiksel olarak farklılık tespit edilmemiştir ($z= -0,228$, $p>,05$).



Şekil 9. PÇDvY grupların kumbara etkinliğiyle ilişkili farklı alanda çözülebilir problemlerinin süreç bileşenlerine göre dağılımına ait grafik

Tablo 18. PÇDvY gruplarının kumbara etkinliğiyle ilişkili farklı alanda çözülebilir problemlerinin süreç bileşenlerine ait dağılımı

Kategoriler		Düşük Problem Çözme Grubu	Yüksek Problem Çözme Grubu
Olgusal	OL-MDİ	50(50,5)*	18(22,2)
	OL-MDYKE	35(35,4)	48(59,3)
Karşılaştırma	Karş-MDİ	11(11,1)	9(11,1)
	Karş-MDYKE	0(0)	4(4,9)
Kural-Temelli	Kt-MDİ	3(3)	1(1,2)
	Kt-MDYKE	0(0)	1(1,2)
Toplam		99(100)	81(100)

*Veriler f(%) şeklinde sunulmuştur.

5. TARTIŞMA, SONUÇLAR VE ÖNERİLER

5.1. Tartışma ve Sonuçlar

Öğrencilerin problem kurma anlayışlarını değerlendirmek için kurdukları problemlerin incelenmesi yaygın bir yaklaşımdır (Leung & Silver, 1997; Silver & Cai, 2005) ve bu yaklaşım geniş katılımcı grupların davranış eğilimleri hakkında fikir sunabilmektedir (Silver & Cai, 1996; Zhang vd., 2022). Bu kapsamda bu çalışmada, problem çözme performansı yüksek ve düşük yedinci sınıf öğrencilerinin problem kurma süreçlerini, kurdukları problemler üzerinden incelenmiştir. Bu amaçla, Zhang vd. (2022) tarafından geliştirilen analiz çerçevesi, her iki grubun oluşturduğu problemlere uygulanarak benzerlik ve farklılıkların olduğu kısımlar tespit edilmiş ve böylece alanyazına katkıda bulunması hedeflenmiştir. Bu çalışmanın sonuçları gruplar arasındaki temel farkları göstermenin yanında, her iki grubun performansının geliştirilmesi gerektiği spesifik alanlara işaret etmektedir (Ellerton, 1986; Silver & Cai, 1996). Böylece problem kurmanın matematik sınıflarına dahil edilmesine destek sunma potansiyeli taşımaktadır.

Grupların performansları karşılaştırıldığında ise, yüksek ve düşük problem çözme performansına sahip öğrencilerin tiyatro, yol ve kumbara etkinliklerinde "boş" kategorisine verdikleri yanıtların genel olarak benzer oranda olduğu görülmüştür. Özellikle kumbara etkinliğinde gruplar arasındaki farklılık daha belirgin olmuştur bu da şeklin grafik içermesiyle açıklanabilecektir. Bu bulgu, yalnızca yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerin değil, aynı zamanda düşük performans gösteren öğrencilerin de problem kurma etkinliklerine anlamlı biçimde katılabildiğinin göstergesidir. Bu benzerlik, problem kurma etkinliklerinin farklı başarı düzeylerinden gelen öğrenciler için de etkili ve erişilebilir öğrenme fırsatları sunabileceğini göstermektedir. Özellikle düşük performanslı öğrencilerin de bu tür etkinliklerde problem kurma süreçlerine dâhil olabilmesi, problem kurmanın kapsayıcı bir öğrenme aracı olma potansiyelini desteklemektedir. Bu bulgu, Silver'ın (1997) problem kurma yaklaşımının yalnızca yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler için değil, aynı zamanda düşük başarı düzeyindeki öğrenciler için de etkili ve yararlı olabileceğine dair görüşlerini desteklemektedir. Böylece, problem kurma etkinliklerinin yalnızca belirli bir öğrenci grubuna yönelik değil, geniş bir öğrenci yelpazesine hitap eden öğretimsel pratikler

olarak değerlendirilmesi gerektiği anlaşılmaktadır (Akay ve Boz; 2009, Silver & Cai; 2005, Zhang & Cai, 2021).

Yüksek ve düşük problem çözme performansına sahip öğrenciler arasında tiyatro, yol ve kumbara etkinliklerinde “İF” ve “MOP” kategorilerinin yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerde toplamda %5’in altında kaldığı, düşük performans grupta ise %10 civarında olduğu tespit edilmiştir. Zhang ve Cai (2021) problem kurmayı herkesin teşebbüste bulunabileceği kadar kolay, ancak ileri düzey düşünmeyi teşvik edecek kadar açık uçlu bir görev olarak tanımlamıştır. Düşük problem çözme performansına sahip öğrencilerin de matematiksel problemler kurmakta yüksek performans sergilemesi problem kurmanın düşük başarılı öğrencilerin de teşebbüste bulunabileceği bir etkinlik olduğunu desteklemektedir. “İF” ve “MOP” kategorilerinin yüksek problem çözme performans grubunda oldukça sınırlı düzeyde temsil edilmesi ya da bazı durumlarda hiç yer almaması, bu öğrencilerin problem kurma sürecinde daha sistematik bir yaklaşım benimsediklerini göstermektedir. Bu öğrencilerin, genellikle verilenlerle istenenler arasındaki ilişkinin açıkça tanımlandığı, problem kurarken soru kökü içeren problemlere yöneldikleri görülmektedir. Bu eğilim, ders kitaplarında sık karşılaşılan yapılandırılmış problem türlerine olan aşinalıkla ilişkilendirilebilir. Bu durum, problem kurmada bilişsel yeterlik düzeyinin ve geçmişte edinilen öğrenme deneyimlerinin etkisini ortaya koymaktadır.

Yüksek ve düşük problem çözme performansına sahip öğrencilerin katıldığı tiyatro, yol ve kumbara etkinliklerinde en fazla yanıtın yer aldığı kategori “MP” olmuştur. Ancak, yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin yanıtlarının tiyatro etkinliğinde yaklaşık %89’u, yol etkinliğinde %83’ü ve kumbara etkinliğinde yaklaşık %80’i etkinlikle ilişkili matematiksel problemlerden oluşmaktadır. Buna karşılık, düşük problem çözme performansına sahip öğrencilerde bu oran tiyatro ve yol etkinliklerinde %72, kumbara etkinliğinde ise %68 civarındadır. Problem kurma literatürü genel olarak öğrencilerin ve öğretmenlerin matematiksel problemler kurmakta yetenekli olduklarını vurgulamaktadır (Cai vd., 2013, 2015). Bu çalışmamızda öğrencilerin kurdukları matematiksel problemlerin oranları bu görüşü desteklemektedir. Aynı zamanda bu bulgu, iki öğrenci grubu arasında “MP-Eİ” kategorisinde belirgin farklılıklar olduğunu ortaya koymaktadır. Üç etkinliğin

tamamında, yüksek problem çözme performansına sahip öğrenciler lehine istatistiksel olarak anlamlı farklar gözlemlenmiştir. Bu durum, öğrencilerin problem kurma sürecinde etkinlik bağlamını ve verilen yönergeleri ne düzeyde anlamlandırdıkları konusunda önemli ipuçları sunmaktadır. Etkinlikle doğrudan ilişkili matematiksel problemler kurabilmek, öğrencinin hem bağlamı hem de yönergeyi doğru anlayarak, bu anlayışı matematiksel problem kurma becerisiyle ilişkilendirebilmesiyle yakından ilişkilidir. Nitekim, Cai ve Rott (2024), geliştirdikleri problem kurma modeli kapsamında yönelim aşamasını problem kurma sürecinin ilk adımı olarak tanımlamış ve bu aşamada hem etkinlik bağlamının hem de yönergenin anlamının kavranmasının önemine dikkat çekmişlerdir. Araştırmamızda elde edilen bulgular da bu görüşü desteklemektedir. Yüksek problem çözme performansı gösteren öğrencilerin, problem kurma sürecine başlarken etkinliğin amacı, bağlamı ve içeriğini daha derinlemesine analiz edebildikleri söylenebilir. Bu öğrenciler, sunulan bilgileri matematiksel açıdan anlamlı yapılar hâlinde yeniden yapılandırma eğilimindedir. Bu sonuçlar, Silver ve Cai'nin (1996) çalışmasında da, yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin kurdukları problemleri doğru yorumladığı ve bu grup lehine anlamlı farklar gözlemlendiği rapor edilmiştir. Ayrıca bu sonuçlar, NCTM'nin (2000) “yüksek problem çözme performansına sahip öğrenciler, genellikle verilen durumları dikkatlice analiz ederek matematiksel terimlerle ifade eder ve bu durumları temel alarak problem kurma eğilimi gösterirler” (s. 52) yönündeki açıklamalarını da desteklemektedir. Aparı vd. (2022), öğrencilerin sunulan problem kurma etkinliğinin hangi konuya ait olduğunu fark ettiklerinde, ilgili kazanım üzerinde düşünerek problem kurduklarını ve bu durumun, öğrencilerin farklı konulara ait problemler kurma eğiliminden uzaklaşmalarını belirtmiştir. Benzer şekilde, bu çalışmada da yüksek performans grubundaki öğrencilerin, verilen bilgilerin hangi kazanıma yönelik olduğunu fark ederek bu doğrultuda problem kurdukları; düşük performans grubundaki öğrencilerin ise yanıtları yüksek gruba göre kazanımdan daha uzak olsa da, oluşturdukları matematiksel problemlerin çoğunluğunun etkinlikle ilişkili olduğu görülmektedir. Dolayısıyla, problem kurma etkinlikleri tasarlanırken, özellikle düşük başarı düzeyindeki öğrencilerin etkinliğin bağlamını ve yönergelerini kavrama becerilerini destekleyecek şekilde etkinliklerin geliştirilmesi, bu öğrencilerin sürece daha etkin katılımını teşvik edebilir.

“Çıktı” aşamasında, etkinlikle ilişkili matematiksel problemler; anlaşılır olup olmamasına, aynı alanda veya farklı alanda bulunmasına ve çözülebilirliğine göre analiz edilmiştir. Problemin ne ifade ettiği belirsizse veya farklı şekillerde yorumlanabiliyorsa “anlaşılmaz”, problem açık ve net bir şekilde ifade edilmiş, belirsizlik veya farklı yorumlara yer vermiyorsa “anlaşılır” olarak kodlanmıştır. Yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin kurmuş oldukları etkinlikle ilişkili matematiksel problemlerin; tiyatro etkinliğinde tamamının, yol etkinliğinde yaklaşık %98’inin ve kumbara etkinliğinde ise yaklaşık %99’unun “anlaşılır” bulunması, bu öğrencilerin yalnızca etkinlikle ilişkili matematiksel problem kurma becerilerinin değil, aynı zamanda düşüncelerini açık, mantıklı ve yapılandırılmış bir şekilde ifade etme yeterliliklerinin de yüksek olduğunu göstermektedir. Buna karşılık, düşük problem çözme performansına sahip grubun kurmuş olduğu etkinlikle ilişkili matematiksel problemlerin; tiyatro etkinliğinde %89, yol etkinliğinde %96,5 ve kumbara etkinliğinde %95 oranında anlaşılır problem olarak değerlendirildiği görülmüştür. Bu oranlar yüksek olsa da, iki grup arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık göstermektedir. Bu bulgu, problem kurma sürecinde ifade netliğinin, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açık biçimde yapılandırabilme yetisiyle yakından ilişkili olduğunu ortaya koymaktadır. Nitekim Leung ve Silver (1997), başarılı problem kurucuların yalnızca uygun içerik üretmekle kalmayıp, aynı zamanda bu içeriği başkalarının anlayabileceği biçimde sunabildiklerini vurgulamaktadır. Bu durum, problem kurma becerisinin yalnızca bilişsel yeterlilikleri değil, aynı zamanda iletişimsel yeterlilikleri de içerdiğini göstermektedir. Bulgular, ayrıca Silver ve Cai’nin (1996), yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin oluşturduğu problemlerin hem daha anlamlı hem de daha açık yapılar içerdiği yönündeki sonuçlarıyla da tutarlıdır.

Problem kurma sürecinin “çıktı” aşamasında elde edilen bir diğer dikkat çekici bulgu, öğrencilerin oluşturdukları “anlaşılır” problemlerin yapısal özelliklerine ilişkindir. “Anlaşılır” yanıtlar matematiksel yapılarına göre “aynı alanda” ve “farklı alanda” olmak üzere iki kategoriye ayrılarak incelenmiştir. Bu bağlamda, yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin, tiyatro etkinliğinde %87’si, yol etkinliğinde dörtte üçünden ve kumbara etkinliğinde yaklaşık %83’ünden fazlası farklı alanlarda problem kurmuştur. Düşük problem çözme performansına sahip

öğrencilerde ise bu oranlar tiyatro etkinliğinde yaklaşık dörtte üç, yol etkinliğinde yarıdan biraz fazla ve kumbara etkinliğinde yaklaşık %67 olarak belirlenmiştir. Bu sonuçlar, üç etkinlikte de yüksek problem çözme performansına sahip grubun lehine istatistiksel olarak anlamlı farklar olduğunu göstermektedir. Bu bulgu, problem kurma sürecinde bağlamsal çeşitliliğin ve yapısal esnekliğin, öğrencinin problem çözme yeterliğiyle ilişkili olduğunu ortaya koymaktadır (Zhang vd., 2022). Yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin, aynı etkinlik bağlamından hareketle farklı matematiksel alanlara yönelerek problem oluşturabilmeleri, onların durumu analiz etme ve bilgiyi yeniden yapılandırma becerilerinin gelişmiş olduğuna işaret etmektedir. Zhang vd. (2022) çalışmasında da benzer biçimde, öğrencilerin farklı alanlara yönelik problem kurabilme yeterliğinin, yüksek düzeyde bilişsel esneklik ve yapısal farkındalıkla ilişkili olduğunu vurgulanmıştır. Dolayısıyla, bu sonuçlar, yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin problem kurma bağlamında da daha çeşitli ve esnek düşünme stratejileri geliştirdiklerini desteklemektedir.

Problem kurma sürecinin “çıktı” aşamasında elde edilen bir diğer önemli bulgu, öğrencilerin farklı alandaki matematiksel problemlerin çözülebilirlik düzeyi ile ilgilidir. Yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin, tiyatro, yol ve kumbara etkinliklerindeki farklı alanda matematiksel problemlerinin %90’ından fazlası matematiksel olarak çözülebilir bulunmuştur. Buna karşın, düşük problem çözme performansına sahip öğrencilerin, farklı alanda kurduğu matematiksel problemlerin çözülebilirlik oranı tiyatro etkinliğinde %80, yol ve kumbara etkinliklerinde ise yaklaşık %85 olarak belirlenmiştir. Bu fark, istatistiksel olarak yüksek performans grubu lehine anlamlıdır. Bu sonuç, yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin yalnızca bağlamı anlamlandırma ve çeşitli problem kurma konusunda değil, aynı zamanda kurdukları problemlerin geçerliliği ve matematiksel çözüm uygunluğu açısından da daha yetkin olduklarını ortaya koymaktadır. Leung ve Silver (1997) problem kurulabilmesi için kişinin sunulan durum içerisine gömülen olgular ve ilişkilerin farkında olması, bunları matematikselleştirebilmesi ve problem formuna dönüştürebilmesi gerektiğini belirtmiştir. Bu bakımdan yüksek problem çözme grubundaki öğrencilerin bu üç durum için daha derin anlayışlar geliştirdiğini söylemek mümkündür. Zhang vd. (2022) çalışmasında da belirtildiği gibi, öğrencilerin kurdukları problemlerin

çözülebilirliği, onların problem durumunu ne ölçüde kavradıkları ve bunu matematiksel yapılara dönüştürme becerileriyle yakından ilişkilidir. Yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin bilişsel süreçlerinde hem bağlamı analiz etme hem de bu bağlamdan anlamlı, tutarlı ve çözüm içeren matematiksel yapılar üretme becerilerinin ön planda olduğu söylenebilir. Bu bulgu, problem kurma sürecinde yalnızca özgünlük değil, matematiksel geçerlilik açısından da belirgin performans farklarının bulunduğunu göstermektedir.

Problem kurma sürecinin “süreç” aşamasında, etkinlikle ilişkili farklı alanlardaki çözülebilir matematiksel problemler, Cai’nin (1998) çerçevesine göre “olgusal”, “karşılaştırma” ve “kural-temelli” olmak üzere üç kategoriye ayrılarak analiz edilmiştir. Olgusal problemler örüntünün belirli bir adıma odaklanırken; karşılaştırma problemleri iki adımın kıyaslanmasını içerir. Kural-temelli problemler ise adımlar arasındaki ilişkilerin genellenmesine yöneliktir. Bu aşamada, yüksek ve düşük problem çözme performansına sahip öğrenciler arasında dikkate değer benzerliklerin ortaya çıktığı görülmektedir. Özellikle tiyatro etkinliğinde, her iki grubun verdiği yanıtların üçte ikisinden fazlasının; yol etkinliğinde yanıtların %90’ından fazlasının ve kumbara etkinliğinde ise yanıtların %80’inden fazlasının “olgusal” problem türü kapsamında yer aldığı belirlenmiştir. Bu bulgu, öğrencilerin problem kurma sürecinde belirli problem türüne ortak bir eğilim gösterdiğini ortaya koymaktadır. Düşük problem çözme performansına sahip öğrencilerin, tüm etkinliklerde özellikle yol etkinliğinde “olgusal” problem türüne daha fazla yöneldikleri gözlenmiş olması beklenen bir durumdur. Problem çözme performansı düşük olan öğrencilerin, problem kurarken çoğunlukla kendi yaşantılarından ya da daha önce karşılaştıkları benzer durumlara dayalı problem kurmaları muhtemeldir. Bu durum, öğrencilerin bilişsel olarak aşina oldukları bağlamlarda daha rahat problem kurabildiklerini göstermektedir. Nitekim literatürde de, öğrencilerin problem kurma sürecinde kişisel deneyimlerini ve daha önce karşılaştıkları problem durumlarını temel alma eğiliminde oldukları ifade edilmektedir (Silver, 1994; Kılıç & Sağlam Arslan, 2013). Fakat bu çalışmada yüksek performans grubuna sahip öğrencilerde de aynı durum gözlenmektedir. Bu bulgu, farklı problem çözme performans düzeylerine sahip öğrencilerin süreç aşamasında problem türü seçimi bakımından benzer davranışlar sergilediklerini, dolayısıyla problem kurmanın süreç aşamasında performans

düzeyinin belirleyici bir faktör olmadığını düşündürmektedir. Benzer durum Xu vd. (2020) çalışmasında da gözlemlenmiştir. Söz konusu çalışmada, öğrencilerin örüntüyle ilişkili problem kurma sürecinde genellikle daha basit, sayma, toplama ve çıkarma gibi işlemler gerektiren problemler kurdukları belirtilmiştir. Bu durum öğrencilerin problem kurarken özellikle örüntünün her bir adımını sorgulayan problem türlerine yönelme eğilimi gösterdiklerini ortaya koymaktadır. Bu benzerlik, öğrencilerin problem kurma sürecinde çoğunlukla ders kitaplarında yer alan hazır problem türlerini model aldıklarını ve özgünlükten uzaklaştıklarını göstermektedir. Nitekim Cai (2003) ve Silver (1994) da öğrencilerin sıklıkla karşılaştıkları problemlerin, kurdukları problemlerin niteliğini etkilediğini ifade etmektedir.

Örüntü etkinliği kapsamında öğrenciler tarafından oluşturulan problemlerin önemli bir bölümünün “karşılaştırma” nitelikte olduğu belirtilmektedir (Cai, 1998). Ancak, bu çalışmada tiyatro ve kumbara etkinliklerinde her iki grubun kurduğu “karşılaştırma” türünde problemlerin oranı %10’un üzerinde seyretmekte; yol etkinliğinde ise bu oran %10’un oldukça altında kalmaktadır. Yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin “karşılaştırma” problem kurma oranının düşük performans grubuna kıyasla daha yüksek olduğu gözlenmekle birlikte, bu farkın istatistiksel açıdan anlamlı olmadığı belirlenmiştir. Bu durum, “karşılaştırma” problem kurma eğiliminin öğrencilerin problem çözme performansından bağımsız olarak ortaya çıktığını ve bu tür problemlerin hem yüksek hem de düşük performanslı öğrenciler tarafından benzer oranlarda tercih edildiğini göstermektedir.

“Kural temelli” problemlere ilişkin veriler, her iki performans grubunda da bu tür problemlerin oldukça nadir üretildiğini ortaya koymaktadır. Üç etkinlik genelinde belirgin bir eğilim gözlenmemiştir. Tiyatro etkinliğinde yüksek problem çözme performansına sahip öğrenciler lehine küçük bir farklılık görülmekle birlikte, yol ve kumbara etkinliklerinde böyle bir farkın bulunmadığı tespit edilmiştir. Bu bulgular, “kural temelli” problem kurmanın her iki öğrenci grubunda da sınırlı bir tercih olduğunu ve problem kurma süreçlerinde bu tür problemlerin yaygın olarak üretilmediğini göstermektedir. Dolayısıyla, öğrencilerin problem kurma davranışları bağlamında “kural temelli” problemlerin rolünün sınırlı kaldığı söylenebilir.

Dikkat çeken bir diğer bulgu, her iki öğrenci grubunda da tüm problem türlerinde (olgusal, karşılaştırma ve kural temelli) öğrencilerin büyük çoğunluğunun

yeni veri ya da koşul eklemeden problem oluşturdıklarıdır. Yeni veri veya koşul ekleme davranışı, en çok “olgusal” problemler kapsamında gözlemlenmekle birlikte, “karşılaştırma” ve “kural temelli” problemler söz konusu olduğunda bu tür eklemeler ya çok nadir görülmüş ya da tamamen yoktur. Bu durum, öğrencilerin problem kurma sürecinde genellikle verilen bilgileri değiştirmeden veya genişletmeden kullanmayı tercih ettiklerini göstermektedir. Cai’nin (1998) çalışmasında da benzer bir durum dikkat çekmektedir. ABD’li ve Çinli öğrencilere, ilk dört adımı verilen şekilsel bir örüntü üzerinden problem kurma etkinliği verildiğinde, her iki gruptaki öğrencilerin yalnızca yaklaşık üçte biri, verilen bilgilerin ötesine geçerek örüntüye dayalı genişletilmiş problemler kurmuştur. Ancak bu tür problemler, her iki grubun ürettiği toplam problem sayısının yalnızca küçük bir kısmını oluşturmaktadır. Benzer şekilde, Xu vd. (2020) çalışmasında Çinli ortaokul öğrencilerinin problem kurma becerileri ile öğretmenlerin bu becerilere ilişkin öngörülerini incelenmiştir. Öğretmenler, özellikle üst sınıf düzeylerindeki öğrenciler için fonksiyonel ilişkiler içeren daha karmaşık problemler kurmalarını beklemelerine rağmen, öğrencilerin çoğunlukla sayma, toplama ve çıkarma gibi temel işlemlere dayalı problemler kurma eğiliminde oldukları görülmüştür. Ayrıca, problem türüne bağlı olarak yeni veri ekleme eğiliminin farklılaşması, problem yapısının ve öğrencilerin bilişsel stratejilerinin bu süreçte etkili olduğunu düşündürmektedir. Problem kurma becerisi, öğrencilerin yalnızca mevcut bilgileri kullanmanın ötesine geçerek, etkinliğin yapısı ve amacı üzerine derinlemesine düşüncelerini gerektiren karmaşık bir süreçtir (Zhang & Cai, 2021). Bu bağlamda, “karşılaştırma” ve “kural temelli” problemlerde yeni veri veya koşul ekleme sıklığının düşük olması, söz konusu problem türlerinin daha yüksek bilişsel çaba, soyutlama ve yaratıcı düşünme gerektirmesinden kaynaklanıyor olabilir. Buna ek olarak, öğrencilerin problem kurma deneyimlerinin sınırlı olması veya öğretim materyallerinde bu tür problem türlerine yeterince yer verilmemesi de bu durumu etkileyen önemli faktörler arasında yer almaktadır. Bu nedenlerle, öğrencilerin yeni veri ya da koşul ekleme konusunda çekingen davranışları ve problem kurma süreçlerinde çeşitlilik göstermekte zorlanmaları anlaşılır bir durumdur.

Sonuç olarak, bu çalışma, yüksek ve düşük problem çözme performansına sahip öğrenciler arasında etkinlikle ilişkili matematiksel problem kurma ve problem kurma sürecinin “çıktı” aşamasında belirgin farklılıklar olduğunu ortaya koymuştur.

Buna karşın, “süreç” aşamasında her iki grubun benzer eğilimler sergilediği görülmüştür. Araştırmanın birinci hipotezi, her iki grubun etkinlikle ilişkili matematiksel problem kurma performansları arasında anlamlı bir farklılık olmayacağı yönündeydi. Ancak elde edilen bulgular bu hipotezi desteklememektedir. Üç etkinlikte de etkinlikle ilişkili toplam matematiksel yanıtlar dikkate alındığında, gruplar arasında yüksek problem çözme performansına sahip öğrenciler lehine anlamlı bir fark olduğu bulunmuştur. Bu doğrultuda, etkinlikle ilişkili matematiksel problem kurma performansı bakımından gruplar arasında anlamlı bir farklılık olduğu sonucuna varılmış ve birinci hipotez reddedilmiştir. Araştırmanın ikinci hipotezi, Zhang vd.’nin (2022) süreç bileşenlerine dayalı sınıflandırmasına göre, iki grup arasında anlamlı bir farklılık olacağı yönündeydi. Ancak elde edilen bulgular bu hipotezi desteklememektedir. Süreç bileşenlerinden tiyatro etkinliğinde yalnızca “kural-temelli” analiz biriminde, yüksek problem çözme performansına sahip öğrenciler lehine küçük bir fark gözlemlenmiştir. Bununla birlikte, tiyatro, yol ve kumbara etkinliklerine ait diğer analiz birimlerinde bu tür bir farkın bulunmadığı belirlenmiştir. Bu sonuç, süreç bileşenleri (problemin içerdiği öğeler ile bu öğeler arasındaki ilişkiler) açısından genel anlamda gruplar arasında anlamlı bir fark bulunmamıştır. Bu nedenle, ikinci hipotez reddedilmiştir. Araştırmanın üçüncü hipotezi, Zhang vd.’nin (2022) çıktı bileşenlerine dayalı sınıflandırmasına göre, iki grup arasında anlamlı bir farklılık olacağı yönündeydi. Elde edilen bulgular, bu hipotezi desteklemektedir. Üç etkinlikte de öğrenci yanıtlarının çıktı (problemi ifade etme) bileşenlerine ait analiz birimlerinin hepsinde gruplar arasında anlamlı farklılıklar olduğunu göstermektedir. Bu nedenle, üçüncü hipotez kabul edilmiştir.

5.2. Öneriler ve Sınırlılıklar

Araştırma bulguları doğrultusunda, öğretim uygulamalarına ve gelecekte yapılacak çalışmalara yönelik çeşitli öneriler sunulabilir. Bu çalışmanın sonuçları, yüksek problem çözme performansına sahip öğrencilerin problemi daha kolay anlayıp düzenlediklerini, çözüm sürecini planlı bir şekilde yürüttüklerini ve daha anlamlı problemler kurabildiklerini göstermiştir. Buna karşılık, düşük problem çözme performansı gösteren öğrencilerin verilen bilgileri anlamakta, problem kurmada kritik olan veriyi diğerlerinden ayırt etmekte ve çözüm sürecini planlamada zorlandıkları

görülmüştür. Bu durum, öğretim sürecinde farklı öğrenci gruplarına yönelik farklı stratejilerin geliştirilmesini gerekli kılmaktadır. Düşük performanslı öğrenciler için, adım adım rehberlik içeren ve düşünme süreçlerini yönlendiren yapılandırılmış etkinliklerin kullanılması önerilmektedir. Bu tür rehberlik temelli uygulamalar, öğrencilerin hem problem kurma hem de matematiksel düşünme becerilerini geliştirmeye katkı sağlayabilir. Yüksek problem çözme performansına sahip öğrenciler için ise, daha karmaşık, çok adımlı ve genellemeye açık problem türlerinin kurulması teşvik edilmelidir. Xu vd. (2020) çalışmasında örüntülere dayalı problem türleri sınıflandırılmış ve özellikle fonksiyonel ilişki kurma becerisinin geliştirilmesinin önemi vurgulanmıştır. Bu doğrultuda, yüksek problem çözme performansına sahip öğrenciler için açık ve yapılandırılmış yönergeler sunularak, sınıf içi tartışmalarla fonksiyonel ilişki kavramı derinlemesine ele alınmalı ve öğrencilerden bu kavramı içeren problemler oluşturmaları istenmelidir. Böylece, hem düşük hem de yüksek performanslı öğrencilerin problem kurma becerileri çok yönlü ve etkili bir biçimde desteklenmiş olacaktır.

Elde edilen bulgular, düşük problem çözme performansına sahip öğrencilerin özellikle “etkinlikle ilişkili problem kurma”, problemleri “anlaşılır” biçimde ifade etme, “farklı alanlarda” problem yapılandırma ve kurdukları problemlerin “çözülebilirliğini sağlama” konularında güçlük yaşadıklarını ve bu alanlarda ek öğretimsel desteğe ihtiyaç duyduklarını ortaya koymuştur. Bu durum, söz konusu öğrencilerin problem kurma sürecine aktif katılımını desteklemek amacıyla daha yapılandırılmış öğretim yaklaşımlarının geliştirilmesini gerekli kılmaktadır. Örneğin, öğrenciler problem kurduktan sonra, bu problemler sınıf ortamında tartışmaya açılabilir; bu süreçte problem ifadelerinin açık-anlaşılır olup olmadığı, problemin matematiksel olarak çözülebilirliği ve diğer öğrencilerin kurduğu problemlerle yapısal benzerlik ya da farklılıkları ele alınabilir. Böylece öğrencilerin sadece problem kurma deneyimleri değil, aynı zamanda matematiksel düşünme süreçleri de derinleşmiş olur. Çalışmamız, bu tür etkileşimli değerlendirme süreçlerinin, özellikle düşük performanslı öğrencilerin problem kurma becerilerini geliştirmede kritik bir rol oynayabileceğini göstermektedir. Ayrıca, problem kurmaya başlamadan önce benzer yapıdaki problemlerin birlikte incelenmesi, bu problemlerin çözüm yollarının değerlendirilmesi ve ardından öğrencilerin kendi problemlerini oluşturmaları yönünde

aşamalı bir öğretim planı benimsenmesi, öğrencilerin düşünme süreçlerini destekleyici nitelikte olabilir.

PÇDvY grubundaki öğrencilerin yalnızca “olgusal” değil, aynı zamanda “karşılaştırma” ve “kural temelli” problemler üretmeleri yönünde teşvik edilmeleri gerektiği, elde edilen bulgularla desteklenmektedir. Bu tür problem türlerinin kurulması, öğrencilerin daha üst düzey bilişsel süreçlere katılmalarını sağlayarak problem kurma becerilerinin çeşitliliğini ve derinliğini artırabilir. Ayrıca, özellikle “karşılaştırma” ve “kural temelli” problem kurma sürecinde yeni veri ya da koşul eklenmesinin, öğrencilerin özgünlük ve problem çözme esnekliğini geliştirme açısından önemli bir unsur olduğu vurgulanmalıdır. Bu doğrultuda öğretmenler, öğrencileri bu tür problemleri kurmaya yönlendirecek açık ve yapılandırılmış yönergeler içeren etkinlikler tasarlayabilir. Örneğin, öğrencilere şu şekilde bir yönerge sunulabilir: “karşılaştırma problemi kurunuz” veya “bir koşul değiştiğinde sonucun nasıl etkileneceğini içeren, kural temelli bir problem kurunuz.” Bu tür yönlendirmelerle desteklenen problem kurma etkinlikleri, öğrencilerin daha derinlemesine düşünmelerini sağlarken, aynı zamanda onların matematiksel ifadeler arasında bağlantı kurma, analiz etme ve sonuç çıkarma becerilerini geliştirmelerine de katkı sağlayabilir.

Bu çalışmada problem kurma süreçleri, öğrencilerin kurdukları problemler üzerinden incelenmiştir. Buna karşın, öğrencilerin problem kurma süreçleri hakkında anlayış geliştirmenin yollarından birisi de süreci doğrudan gözlemlemektir. Bu kapsamda öğrencilerle yürütülebilecek etkinlik-temelli görüşmeler problem çözme performansı yüksek ve düşük gruplar arasındaki benzerlik ve farklılıklar hakkında daha ayrıntılı sonuçlar sunabilecektir. Çünkü çalışmamız gruplar arasındaki benzerlik ve farklılıkların problem kurma durumlarına ve analiz birimlerine göre çeşitlilik gösterdiğine işaret etmektedir. Bu bakımdan problem kurma sürecinin doğrudan gözlemlenmesi aynı zamanda bu farklılıkların nedenlerini de açıklayarak gruplar arasındaki farklılıkların doğası hakkında daha ayrıntılı sonuçlar ortaya koyabilecektir.

Bu çalışmadan elde edilen bulgular, öğrencilerin problem kurma süreçlerine ilişkin önemli ipuçları sunmakla birlikte, bazı sınırlılıklar da içermektedir. Yaklaşık 250 öğrencinin katılımına rağmen, araştırmamızın ana odağını oluşturan problem çözme performansı yüksek ve düşük öğrencilerin sayısı nispeten azdır. Daha büyük

örneklerle benzer çalışmaların yapılması, özellikle problem kurma sürecinin süreç bileşenleri kapsamında gözlemlenen benzerlikler ve farklılıklar açısından daha güçlü sonuçlar elde edilmesini sağlayabilir. Ayrıca, etkinlik değişkenleri olarak problem kurma durumlarındaki (Christou vd., 2005; Silber & Cai, 2017) ve yönergelerdeki (Cai vd., 2022) farklılıklar öğrenenlerin problem kurma performansları üzerinde etkili olmaktadır. Dolayısıyla farklı problem kurma durumlarının (örneğin, gerçek hayat bağlamı barındırmak veya artarak genişleyen ya da tekrarlı örüntü içermek) ve problem kurma yönergelerinin (örneğin, kolay bir problem, orta zorlukta bir problem ve zor bir problem kurunuz ya da mümkün olduğunca çok matematik problemi kurunuz) gruplar arasındaki benzerlik ve farklılıkları nasıl etkilediğinin araştırılmasına ilerideki araştırmalarda odaklanılabilir. Problem kurma, erişilebilirliği nedeniyle farklı matematiksel anlayışa sahip öğrenciler için etkili bir araç olarak kabul edilmektedir (Xu vd., 2020). Ulaştığımız sonuçlar, farklı problem çözme yeterliklerine sahip grupların performanslarını inceleyerek problem kurmanın matematik derslerine dahil edilmesi girişimlerine katkı sağlayabilecektir.

KAYNAKÇA

- Ainsworth, S., & Van Labeke, N. (2004). Multiple forms of dynamic representation. In J. K. Gilbert (Ed.), *Visualization in science education* (ss. 211–231). Springer. https://doi.org/10.1007/1-4020-3613-2_13
- Akay, H. (2006). *Problem kurma yaklaşımı ile yapılan matematik öğretiminin öğrencilerin akademik başarısı, problem çözme becerisi ve yaratıcılığı üzerindeki etkisinin incelenmesi* [Doktora tezi, Gazi Üniversitesi-Ankara]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Akay, H., & Boz, N. (2009). The effect of problem posing oriented Calculus-II instruction on academic success. *Journal of the Korea Society of Mathematical Education Series D: Research in Mathematical Education*, 13(2), 75–90.
- Akay, H., Soybaş, D., & Argün, Z. (2006). Problem kurma deneyimleri ve matematik öğretiminde açık uçlu soruların kullanımı. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 14(1), 129–146.
- Akbulut, B. (2021). *7. Sınıf Matematik Ders Kitabı*. Berkay Yayıncılık.
- Akkan, Y., Öztürk, M., & Akkan, P. (2017). Pre-service elementary mathematics teachers' generalization processes of patterns: Strategies and justifications. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 8(3), 513–550. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.323384>
- Aparı, B., Özgen, K., & Zengin, Y. (2022). Developing students' problem posing skills with dynamic geometry software and active learning framework. *Turkish Journal of Education*, 11(2), 93–125. <https://doi.org/10.19128/turje.880173>
- Arıkan, E. E., & Ünal, H. (2013). Problem posing and problem solving ability of students with different socio economics levels. *International Journal of Social Science Research*, 2(2), 16–25.
- Aydoğdu, A. S., & Tüknüklü, E. (2023). Geometride problem kurmaya dayalı çalışmaların yaratıcılıkla olan ilişkisinin incelenmesi. *Trakya Eğitim Dergisi*, 13(1), 1–17. <https://doi.org/10.24315/tred.1257745>
- Baumanns, L., & Rott, B. (2018). Is problem posing about posing “problems”? A terminological framework for researching problem posing and problem solving. In A. Kuzle, I. Gebel, & B. Rott (Eds.), *Proceedings of the 2018 Joint Conference of ProMath and the GDM Working Group on Problem Solving* (ss. 21–31). WTM-Verlag.
- Baumanns, L., & Rott, B. (2022). Problem kurma süreci: Tanımlayıcı bir aşama modeli geliştirme. *Eğitimde Matematik Çalışmaları*, 110(2), 251–269. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10136-y>

- Bonotto, C., & Santo, M. (2015). Problem posing and problem solving: Different but complementary approaches in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 90(2), 183–195. <https://doi.org/10.1007/s10649-015-9594-5>
- Bozkurt, A., & Karslıgil Ergin, G. (2018). Öğrencilerin problem çözme ve kurma süreçlerindeki başarı ve matematiksel düşüncülerinin incelenmesi. *E-Uluslararası Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 9(3), 1–33. <https://doi.org/10.19160/ijer.393529>
- Cai, J. (1998). ABD’li ve Çinli öğrencilerin matematiksel problem kurma ve problem çözme çalışmalarına dair bir inceleme. *Mathematics Education Research Journal*, 10(1), 37–50. <https://doi.org/10.1007/BF03217121>
- Cai, J. (2003). Singapore students’ mathematical thinking in problem solving and problem posing: An exploratory study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34(5), 719–737. <https://doi.org/10.1080/00207390310001595401>
- Cai, J., & Hwang, S. (2002). Generalized and generative thinking in U.S. and Chinese students’ mathematical problem solving and problem posing. *Journal of Mathematical Behavior*, 21(4), 401–421. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(02\)00142-6](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(02)00142-6)
- Cai, J., & Hwang, S. (2020). Learning to teach mathematics through problem posing: Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research*, 102, 101420. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2020.101420>
- Cai, J., & Hwang, S. (2021). Teachers as redesigners of curriculum to teach mathematics through problem posing: Conceptualization and initial findings of a problem posing project. *ZDM–Mathematics Education*, 53(6), 1403–1416. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01252-3>
- Cai, J., & Leikin, R. (2020). Affect in mathematical problem posing: Conceptualization, advances, and future directions for research. *Educational Studies in Mathematics*, 105, 287–301. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-10008-x>
- Cai, J., & Rott, B. (2024). On understanding mathematical problem-posing processes. *ZDM – Mathematics Education*, 56(1), 61–71. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01490-6>
- Cai, J., Chen, T., Li, X., Xu, R., Zhang, S., Hu, Y., Zhang, L., & Song, N. (2020). Exploring the impact of a problem-posing workshop on elementary school mathematics teachers’ problem posing and lesson design. *International Journal of Educational Research*, 102, 101404. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2020.101404>

- Cai, J., Hwang, S., Jiang, C., & Silber, S. (2015). Problem-posing research in mathematics education: Some answered and unanswered questions. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, & J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing: From research to effective practice* (ss. 3–34). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6214-6_258-3
- Cai, J., Koichu, B., Rott, B., Zazkis, R., & Jiang, C. (2022). Mathematical problem posing: Task variables, processes, and products. In C. Fernández, S. Llinares, Á. Gutiérrez, & N. Planas (Eds.), *Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, ss. 119–145). PME.
- Cai, J., Moyer, J. C., Wang, N., Hwang, S., Nie, B., & Garber, T. (2013). Mathematical problem posing as a measure of curricular effect on students' learning. *Educational Studies in Mathematics*, 83, 57–69. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9429-3>
- Calabrese, J., Kopparla, M., & Capraro, M. M. (2020). Examining young children's multiplication understanding through problem posing. *Educational Studies*, 48(1), 59–74. <https://doi.org/10.1080/03055698.2020.1740976>
- Cankoy, O., & Darbaz, S. (2010). Problem kurma temelli problem çözme öğretiminin problem anlama başarısına etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 38, 11–24.
- Chen, L. C., Van Dooren, W., & Verschaffel, L. (2015). Enhancing the development of Chinese fifth-graders' problem-posing and problem-solving abilities, beliefs, and attitudes: A design experiment. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, & J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing: From research to effective practice* (ss. 309–329). Springer.
- Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., Pitta-Pantazi, D., & Sriraman, B. (2005). An empirical taxonomy of problem posing processes. *ZDM Mathematics Education*, 37(2), 149–158. <https://doi.org/10.1007/s11858-005-0004-6>
- Cifarelli, V. V., & Sevim, V. (2015). Problem kurma, problem çözme içinde yeniden formüle etme ve anlamlandırma süreci olarak. F. M. Singer, N. F. Ellerton, & J. Cai (Ed.), *Matematiksel problem kurma: Araştırmadan etkili uygulamaya* (ss. 177–194). Springer.
- Çayır, M. Y., & Akyüz, G. (2015). Determining pattern generalization problem solving strategies of 9th grade students. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)*, 9(2), 205–229.
- Çelik, S., & Kul, Ü. (2021). Türkiye ve Kanada Matematik ders kitaplarında yer alan problem kurma etkinliklerinin incelenmesi: Bir karşılaştırma araştırması. *Studies in Educational Research and Development*, 5(2), 148–179.

- Ellerton, N. F. (1986). Children's made-up mathematics problems—a new perspective on talented mathematicians. *Educational Studies in Mathematics*, 17(3), 261–271. <https://doi.org/10.1007/BF00305073>
- Ellerton, N. F. (2013). Engaging pre-service middle-school teacher-education students in mathematical problem posing: Development of an active learning framework. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 87–101. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9449-z>
- English, L. D. (1997). Promoting a problem-posing classroom. *Teaching Children Mathematics*, 4(3), 172–179. <https://doi.org/10.5951/TCM.4.3.0172>
- English, L. D. (1998). Mathematical problem posing: From research to effective practice. In F. M. Singer, N. Ellerton, & J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing: From research to effective practice* (ss. 3–12). Lawrence Erlbaum Associates.
- Erenkuş, M. A., & Eren-Savaşkan, D. (2018). *Ortaokul ve imam hatip ortaokulu 7. sınıf matematik ders kitabı* (1. baskı). KOZA Yayın AŞ.
- Erkan, B., & Kar, T. (2022). Pre-service mathematics teachers' problem-formulation processes: Development of the revised active learning framework. *The Journal of Mathematical Behavior*, 65, 100918. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2021.100918>
- Ev Çimen, E., & Yıldız, Ş. (2017). Ortaokul matematik ders kitaplarında yer verilen problem kurma etkinliklerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 8(3), 378–407. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.291814>
- Fidan, S. (2008). *İlköğretim 5. sınıf matematik dersinde öğrencilerin problem kurma çalışmalarının problem çözme başarısına etkisi* [Yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi. <https://tez.yok.gov.tr>
- Halmos, P. R. (1980). The heart of mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 87(7), 519–524. <https://doi.org/10.1080/00029890.1980.11995081>
- Işık, C., & Kar, T. (2015). Altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlerle ilgili açık-uçlu sözel hikâyeye yönelik kurdukları problemlerin incelenmesi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 6(2), 230–249. Doi: 10.16949/turcomat.57055
- Işık, C., Işık, A., & Kar, T. (2011). Matematik öğretmeni adaylarının sözel ve görsel temsillere yönelik kurdukları problemlerin analizi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 39–49.
- Janasson, L. (2000). *Learning in adulthood: A comprehensive guide* (İkinci baskı). Jossey-Bass.

- Kar, T., Işık, C., & Yıldız, C. (2010). The relation between the problem posing and problem solving skills of prospective elementary mathematics teachers. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 2(2), 157–161.
- Kılıç, Ç., & Sağlam Arslan, A. (2013). İlköğretim öğrencilerinin matematiksel problem kurma becerilerinin incelenmesi. *Eğitim ve Bilim*, 38(170), 234–246.
- Karataş, İ., & Güven, B. (2004). 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerinin belirlenmesi: Bir özel durum çalışması. *Milli Eğitim Dergisi*, 163, 132–143.
- Kilpatrick, J. (1987). Formulating the problem: Where do good problems come from? In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (ss. 123–147). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kopparla, M., Bicer, A., Vela, K., Lee, Y., Bevan, D., Kwon, H., Caldwell, C., Capraro, M. M., & Capraro, R. M. (2019). The effects of problem-posing intervention types on elementary students' problem-solving. *Educational Studies*, 45(6), 708–725. <https://doi.org/10.1080/03055698.2018.1509785>
- Kumar, A. (2022). *Statistical hypothesis testing: A comprehensive guide*. Academic Press.
- Lannin, J. K. (2005). Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(3), 231–258. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0703_4
- Lannin, J. K., Barker, D., & Townsend, B. E. (2006). Recursive and explicit rules: How can we build student algebraic understanding? *The Journal of Mathematical Behavior*, 25(4), 299–317. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2006.11.004>
- Leavy, A., & Hourigan, M. (2020). Posing mathematically worthwhile problems: Developing the problem-posing skills of prospective teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 23(4), 341–361. <https://doi.org/10.1007/s10857-018-09425-w>
- Lester, F. K. (2013). Thoughts about research on mathematical problem-solving instruction. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1-2), 245-278.
- Lester, F. K. Jr. (1994). Musings about mathematical problem-solving research: 1970–1994. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 660–675. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.25.6.0660>
- Leung, A. (2001). Mathematics problem posing by students. *Mathematics Education Research Journal*, 13(2), 117–130. <https://doi.org/10.1007/BF03217316>
- Leung, S. S. (2013). Teachers implementing mathematical problem posing in the classroom: Challenges and strategies. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 103–116. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9436-4>

- Leung, S. S., & Silver, E. A. (1997). *The role of task format, mathematics knowledge, and creative thinking on the arithmetic problem posing of prospective elementary school teachers*. *Mathematics Education Research Journal*, 9(1), 5–24. <https://doi.org/10.1007/BF03217299>
- Li, Y., Cai, J., & Hwang, S. (2022). Learning to teach mathematics through problem posing. *The Journal of Mathematical Behavior*, 68, 100977. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2022.100977>
- Liljedahl, P., & Cai, J. (2021). Empirical research on problem solving and problem posing: A look at the state of the art. *ZDM – Mathematics Education*, 53(4), 723–735. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01291-w>
- Ma, Y., & Cai, J. (2024). Teaching mathematics through problem posing: Four practices for handling students' posed problems. *Revemop*, 6, 1–18. <https://doi.org/10.33532/revemop.e2024009>
- Mayer, R. E. (1992). *Thinking, problem solving, cognition* (2. Baskı). W. H. Freeman.
- McMillan, J. H., & Schumacher, S. (2010). *Research in education: Evidence-based inquiry* (7. Baskı). Pearson Education.
- Mersin, N., & Kılıç, Ç. (2021). Ortaokul matematik ders kitaplarında bulunan problem kurma etkinliklerinin uluslararası düzeyde karşılaştırılması. *Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(4), 1259–1279. <https://doi.org/10.17240/aibuefd.2021..-926658>
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2. baskı). Sage Publications.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Ankara: MEB Yayınları.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2022). *Kazanım kavrama testi: Matematik 7. sınıf Ölçme, Değerlendirme ve Sınav Hizmetleri Genel Müdürlüğü*. <https://odsgm.meb.gov.tr>
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Virginia, USA.
- Özgen, K., Aydın, M., Ertürk Geçici, M., & Bayram, B. (2017). Sekizinci sınıf öğrencilerinin problem kurma becerilerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 8(2), 323–351.
- Papic, M., & Mulligan, J. (2005). Preschoolers' mathematical patterning. In P. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, A. McDonough, R. Pierce, & A. Roche (Eds.), *Building connections: Theory, research and practice* (Proceedings of the 28th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 609–616). MERGA.

- Penn State Department of Statistics. (t.y.). *9.4 – Comparing two proportions* [Ders notu]. STAT 415 – Statistics Online. Penn State World Campus. Erişim tarihi 12 Haziran 2025, <https://online.stat.psu.edu/stat415/lesson/9/9.4>
- Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2. Baskı). New Jersey: Princeton University Press.
- Rivera, F. D., & Becker, J. R. (2007). Middle school children's cognitive perceptions of constructive and deconstructive generalizations involving linear figural patterns. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 39(1–2), 191–203. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0009-5>
- Rosli, R., Capraro, M. M., Goldsby, D., Gonzalez, E. G., Onwuegbuzie, A. J., & Capraro, R. M. (2015). Middle grade preservice teachers' mathematical problem solving and problem posing. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, & J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing: From research to effective practice* (ss. 333–354). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3_17
- Sauro, J., & Lewis, J. R. (2016). *Quantifying the user experience: Practical statistics for user research* (2. Baskı). Morgan Kaufmann.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (1987). *Cognitive science and mathematics education*. Lawrence Erlbaum Associates.
- Silber, S., & Cai, J. (2017). Pre-service teachers' free and structured mathematical problem posing. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48(2), 163–184. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2016.1232843>
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19–28.
- Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM – Mathematics Education*, 29(3), 75–80.
- Silver, E. A. (2013). Problem-posing research in mathematics education: Looking back, looking around, and looking ahead. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 157–162. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9477-3>
- Silver, E. A., & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(5), 521–539. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.27.5.0521>
- Silver, E. A., & Cai, J. (2005). Assessing students' mathematical problem posing. *Teaching Children Mathematics*, 12(3), 129–135.

- Silver, E. A., Mamona-Downs, J., Leung, S. S., & Kenney, P. A. (1996). Posing mathematical problems: An exploratory study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(3), 293–309. <https://doi.org/10.2307/749366>
- Singer, F. M., Ellerton, N. F., & Cai, J. (Eds.). (2015). *Mathematical problem posing: From research to effective practice*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-11017-4>
- SocSciStats. (t.y.). Z-test hesaplayıcısı [Web sayfası]. Social Science Statistics. Erişim tarihi 12 Haziran 2025, <https://www.socscistatistics.com/tests/ztest/>
- Sosa-Martín, D., Perdomo-Díaz, J., Bruno, A., Almeida, R., & García-Alonso, I. (2024). The influence of problem-posing task situation: Prospective primary teachers working with fractions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 73, 101139. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2024.101139>
- Stoyanova, E., & Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing. In P. Clarkson (Ed.), *Technology in mathematics education* (pp. 343–350). Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Terzi, A., & Kar, T. (2024). Development of Turkish sixth-grade students' problem-posing and-solving skills: An application of the extended active learning framework. *Education 3-13*, 52(3), 342–360. <https://doi.org/10.1080/03004279.2022.2090592>
- Toluk-Uçar, Z. (2009). Developing pre-service teachers understanding of fractions through problem posing. *Teaching and Teacher Education*, 25(1), 166–175. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2008.08.003>
- Turhan, B., & Güven, M. (2014). Problem kurma yaklaşımıyla gerçekleştirilen matematik öğretiminin problem çözme başarısı, problem kurma becerisi ve matematiğe yönelik görüşlere etkisi. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 43(2), 217–234.
- Ulusoy, F. (2025). Pre-service mathematics teachers' competencies in posing problems based on linear graphs: An analysis of general-mathematical and content-specific elements. *Journal of Mathematics Teacher Education*. Advance online publication. <https://doi.org/10.1007/s10857-025-09697-z>
- Van Harpen, X. Y., & Sriraman, B. (2013). *Creativity and mathematical problem posing: An analysis of high school students' mathematical problem posing in China and the USA*. *Educational Studies in Mathematics*, 82(2), 201–221. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9419-5>
- Wang, H., Liu, X., & Chen, Z. (2022). A meta-analysis on the effects of problem-posing in mathematics education on performance and dispositions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(5), 757–775. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2022.2105104>

- Xie, J., & Masingila, J. O. (2017). Prospektif ilkokul öğretmenleri ile problem kurma ve problem çözme etkileşimlerinin incelenmesi: Kesirler kullanımı örneği. *Educational Studies in Mathematics*, 96(1), 101–118. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9760-9>
- Xu, B., Cai, J., Liu, Q., & Hwang, S. (2020). Teachers' predictions of students' mathematical thinking related to problem posing. *International Journal of Educational Research*, 102, 101427. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.04.005>
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (11. baskı). Seçkin Yayıncılık.
- Zhang, H., & Cai, J. (2021). Teaching mathematics through problem posing: Insights from an analysis of teaching cases. *ZDM – Mathematics Education*, 53(4), 961–973. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01291>
- Zhang, L., Cai, J., Song, N., Zhang, H., Chen, T., Zhang, Z., & Guo, F. (2022). İlkokul öğrencilerinin matematiksel problem kurma becerisi: Görev formatının etkisi ve problem çözme ile ilişkisi. *ZDM–Mathematics Education*, 54(3), 497–512. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01324-4>
- Zhang, L., Stylianides, G. J., & Stylianides, A. J. (2024). Enhancing mathematical problem posing competence: A meta-analysis of intervention studies. *International Journal of STEM Education*, 11(1), 48. <https://doi.org/10.1186/s40594-024-00507-1>

EKLER

Ek-1. Tez çalışma izni



T.C.
RİZE VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü



Sayı : E-57774812-605.01-88620832
Konu : Tez Çalışması İzni

01.11.2023

VALİLİK MAKAMINA

İlgi : a) Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsünün 23.10.2023 tarihli ve 12124 sayılı yazısı.
b) Millî Eğitim Bakanlığının 21/01/2020 tarihli ve 1563890 (2020/2) sayılı Genelgesi.

Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programı öğrencisi Halime OKUMUŞ'un * Problem Çözme Performansı Yüksek ve Düşük Yedinci Sınıf Öğrencilerin Problem Kurma Performanslarının İncelenmesi * konulu bilimsel araştırması kapsamında ekte sunulan Test formlarını 2023-2024 Eğitim Öğretim Yılında ilimiz ve ilçelerindeki ortaokullarda öğrenim gören öğrencilerine uygulama isteği ilgi yazı ile bildirilmektedir.

Söz konusu Test formlarını 2023-2024 Eğitim Öğretim Yılında denetimi okul idaresinde olmak üzere, kurum faaliyetlerini aksatmadan, gönüllülük esasına göre ilimiz ve ilçelerindeki ortaokullarda öğrenim gören öğrencilerine uygulanması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınıza da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Resul KUL
Müdür a.
Şube Müdürü

Yazı Etiler

Adres : İl Millî Eğitim Müdürlüğü RİZE

Tel/Fax No : 0 (464) 280 53 00
E-Posta : rize@meb.gov.tr
Kapı Adresi : mebh@il.meb.gov.tr

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.meb.gov.tr/mdb-ehys>

Bilgi İçin: İlhan GÖMELİKSİZ

Ünvan : Şef

İletişim Adresi : rize.meb.gov.tr

Faks: 4642805516

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://resim.meb.gov.tr> adresinden 1098-df5c-32e7-9e95-5279 kodu ile teyit edilebilir.

Ek-2. Veli onam formu

Sayın Veli;

Çocuğunuzun katılacağı bu çalışma, Prof. Dr. Tuğrul KAR danışmanlığında Rize'nin Pazar ilçesinde matematik öğretmenliği olarak görev yapan Halime OKUMUŞ tarafından 2023-2024 eğitim öğretim yılını kapsayan tarihleri arasında yapılacak bir yüksek lisans tezinin araştırma uygulamasıdır.

Araştırmanın Hedefi: Problem çözme performansı düşük ve yüksek olan 7. Sınıf öğrencilerinin problem kurma performansları arasındaki benzerliklerin ve farklılıkların incelenmesi hedeflenmiştir.

Araştırma Uygulaması: Araştırmanın uygulaması sırasıyla problem çözme testi ve problem kurma testi üzere 2 aşamadan oluşmaktadır.

Araştırma T.C. Milli Eğitim Bakanlığı'nın ve okul yönetiminin de izni ile gerçekleştirilmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çocuğunuz çalışmaya katılıp katılmamakta özgürdür. Araştırma çocuğunuz için herhangi bir istenmeyen etki ya da risk taşımamaktadır. Çocuğunuzun katılımı **tamamen sizin isteğinize bağlıdır**, reddedebilir ya da herhangi bir aşamasında ayrılabilirsiniz. Araştırmaya katılmamama veya araştırmadan ayrılma durumunda öğrencilerin akademik başarıları, okul ve öğretmenleriyle olan ilişkileri etkilemeyecektir.

Çalışmada öğrencilerden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir.

Uygulamalar, genel olarak kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden çocuğunuz kendisini rahatsız hissederse cevaplama işini yarıda bırakıp çıkmakta özgürdür. Bu durumda rahatsızlığın giderilmesi için gereken yardım sağlanacaktır. Çocuğunuz çalışmaya katıldıktan sonra istediği an vazgeçebilir. Böyle bir durumda veri toplama aracını uygulayan kişiye, çalışmayı tamamlamayacağını söylemesi yeterli olacaktır. Anket çalışmasına katılmamak ya da katıldıktan sonra vazgeçmek çocuğunuza hiçbir sorumluluk getirmeyecektir.

Onay vermeden önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımızla,

Araştırmacı : Halime OKUMUŞ

İletişim bilgileri :

Danışman :Prof. Dr. Tuğrul KAR

İletişim Bilgileri :

Ek-2 (Devam). Veli onam formu

***Velisi bulunduğum sınıfı numaralı öğrencisi
.....'in yukarıda açıklanan araştırmaya katılmasına izin
veriyorum. (Lütfen formu imzaladıktan sonra çocuğunuzla okula geri gönderiniz*).***

....../...../.....

İsim-Soyisim İmza:

Veli Adı-Soyadı :

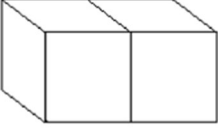
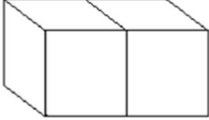
Telefon Numarası :

Ek-3. Problem çözme ve problem kurma etkinliklerin oluşturulması amacıyla hazırlanan problemler

Etkinlikler	Problem Çözme Etkinliği	Problem Kurma Etkinliği	Öğrenme Alanı	Sunum Şekli	Öğrenci Seviyesine Uygunluk	Zengin Problemler Kurmaya İmkân Tanıma
Etkinlik 1 (F1)	Bir tiyatro salonunda birinci sırada 6 koltuk bulunmaktadır. Sonraki her sırada ise, bir önceki sıraya göre 4 koltuk fazlası yer almaktadır. Tiyatro salonunda koltuklar bu şekilde sıralanmaya devam etmektedir. Aşağıda, tiyatrodaki ilk üç sıranın görüntüsü bulunmaktadır.	Bir tiyatro salonunda birinci sırada 6 koltuk bulunmaktadır. Sonraki her sırada ise, bir önceki sıraya göre 4 koltuk fazlası yer almaktadır. Tiyatro salonunda koltuklar bu şekilde sıralanmaya devam etmektedir. Aşağıda, tiyatrodaki ilk üç sıranın görüntüsü bulunmaktadır.	-Cebir	-Görsel temsil içermektedir -Günlük yaşamla ilişkilidir.	-7.Sınıf düzeyidir. M.7.2.1.3. kazanımına uygundur.	-Bilet ücreti dikkati alınarak maliyet hesabı yapılabilir. -Koltuk sayısı verilerek sıra sayısı bulunabilir. -Koltuklara numara vererek veya yeni veriler ekleyerek problem zenginleştirilebilir.
	- Tiyatronun 4. sırasında kaç koltuk vardır? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız. - Tiyatronun 12. sırasında kaç koltuk vardır? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız. - Birinci ve ikinci sorudaki çözümlerinize dayanarak, herhangi bir sıradaki koltuk sayısını veren kuralı cebirsel olarak yazınız ya da her bir sıradaki koltuk sayısını veren kuralı tarif eden sözler açıklayınız.	Bu duruma dayanarak 7. Sınıf öğrencileri için <u>üç tane ilginç ve zor problem</u> kurunuz. Problem 1: Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız. Problem 2: Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız. Problem 3: Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.				

(Lannin vd. (2006) çalışmasından uyarlanmıştır.)

Ek-3 (Devam). Problem çözme ve problem kurma etkinliklerin oluşturulması amacıyla hazırlanan problemler

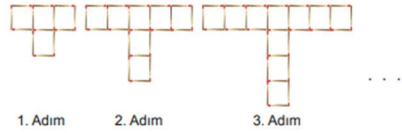
Etkinlik 2 (E2)	Bir şirket, çıkartma makinesi kullanarak yan yana birleştirdiği her küplerin görünen yüzüne bir çıkartma yapıştırmaktadır. Yani küpün açıkta kalan her yüzünün bir çıkartması olmalıdır. Örneğin aşağıda verilen iki küp için 10 çıkartmaya ihtiyaç duyulmaktadır.	Bir şirket, çıkartma makinesi kullanarak yan yana birleştirdiği her küplerin görünen yüzüne bir çıkartma yapıştırmaktadır. Yani küpün açıkta kalan her yüzünün bir çıkartması olmalıdır. Örneğin aşağıda verilen iki küp için 10 çıkartmaya ihtiyaç duyulmaktadır.	-Cebir	- Görsel temsil içermektedir.	- 7. Sınıf düzeyidir. M.7.2.1.3. kazanımına uygundur.	-Çıkartma ücreti dikkati alınarak maliyet hesabı yapılabilir.
	 Buna göre; 1. 3 tane küpün kullanıldığı çubuk için kaç tane çıkartmaya ihtiyaç vardır? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız. 2. 12 tane küpün kullanıldığı çubuk için kaç tane çıkartmaya ihtiyaç vardır? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız. 3. Birinci ve ikinci sorudaki çözümlerinize dayanarak, herhangi bir sayıdaki küpün kullanıldığı bir çubuktaki çıkartma sayısını veren kuralı cebirsel olarak yazınız ya da herhangi bir çubuktaki küp sayısı ile çıkartma sayısı arasındaki ilişkiyi tarif eden sözel açıklamalar yazınız. (Lannin vd. (2006) çalışmasından uyarlanmıştır.)	 Bu duruma dayanarak 7. Sınıf öğrencilere uygun <u>üç tane ilginç ve zor</u> problem kurunuz. Problem 1: Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız. Problem 2: Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız. Problem 3: Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.	-Cebir	- Görsel temsil içermektedir.	- 7. Sınıf düzeyidir. M.7.2.1.3. kazanımına uygundur.	-Çıkartma ücreti dikkati alınarak maliyet hesabı yapılabilir.

Ek-3 (Devam). Problem çözme ve problem kurma etkinliklerin oluşturulması amacıyla hazırlanan problemler

Etkinlik 3 (E3)	Bir telefon şirketi herhangi bir telefon görüşmesi için ilk 5 dakikasında 10 TL'ye mal olan bir arama planı sunuyor. Herhangi bir ek dakikada, dakika başına 2 TL olacak şekilde ücretlendirme yapmaktadır. Buna göre aşağıda verilen soruları cevaplayınız. 1. Bu telefon şirketi 3 dakikalık bir telefon görüşmesi için ne kadar ücretlendirme yapmaktadır? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız. 2. Bu telefon şirketi 15 dakikalık bir telefon görüşmesi için ne kadar ücretlendirme yapmaktadır? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız. 3. Birinci ve ikinci sorudaki çözümlerinize dayanarak, herhangi bir dakika için ne kadar ücretlendirme yapılacağını veren kuralı cebirsel olarak yazınız ya da herhangi bir dakika ile ödenen ücret arasındaki ilişkiyi tarif eden sözel açıklamalar yazınız. (Lannin vd. (2006) çalışmasından uyarlanmıştır.)	Bir telefon şirketi herhangi bir telefon görüşmesi için ilk 5 dakikasında 10 TL'ye mal olan bir arama planı sunuyor. Herhangi bir ek dakikada, dakika başına 2 TL olacak şekilde ücretlendirme yapmaktadır. Bu duruma dayanarak 7. Sınıf öğrencileri için <u>üç tane ilginç ve zor</u> problem kurunuz. Problem 1: Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız. Problem 2: Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız. Problem 3: Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.	-Cebir	-Günlük yaşamla ilişkilidir	-7.Sınıf düzeyidir. M.7.2.1.3. kazanımına uygundur.	-Belli bir ücrette kaç dakikalık görüşme yapılacağı ile ilgili problem kurulabilir. -Farklı bir plan sunularak mevcut planla ilişkili toplam,fark, karşılaştırma gibi problemler kurulabilir. -Farklı veriler eklenerek kurulan problem zenginleştirilebilir.

Ek-3 (Devam). Problem çözme ve problem kurma etkinliklerin oluşturulması amacıyla hazırlanan problemler

Aşağıdaki şekilde, kibrit çöpleri kullanarak oluşturulan bir örüntünün ilk üç adımı verilmiştir.

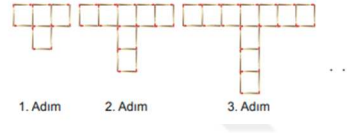


1. Adım 2. Adım 3. Adım

1. Bu adımlara göre, 4. adımda toplam kaç adet kibrit çöpü kullanılacağını bulunuz. Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
2. Bu adımlara göre, 24. adımda toplam kaç adet kibrit çöpü kullanılacağını bulunuz. Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
3. Birinci ve ikinci sorudaki çözümlerinize dayanarak, herhangi bir adımda kullanılan kibrit çöpü sayısını veren kuralı cebirsel olarak yazınız ya da herhangi bir adım ile kibrit çöpü sayısı arasındaki ilişkiyi tarif eden sözel açıklamalar yazınız.

(MEB'den (2022) uyarlanmıştır.)

Aşağıdaki şekilde, kibrit çöpleri kullanarak oluşturulan bir örüntünün ilk üç adımı verilmiştir.



1. Adım 2. Adım 3. Adım

Bu duruma dayanarak 7. Sınıf öğrencileri için üç tane ilginç ve zor problem kurunuz.

Problem 1:

Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.

Problem 2:

Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.

Problem 3:

Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.

-Cebir

-Görsel temsil içermektedir
-Günlük yaşamla ilişkilidir.

-7.Sınıf düzeyidir.
M.7.2.1.3. kazanımına uygundur.

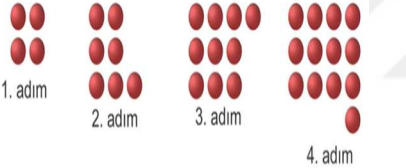
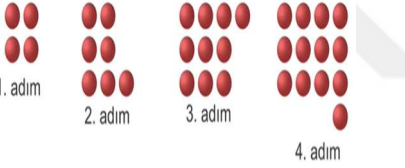
-Kullanılan kibrit çöpü sayısı verilerek kaçınıcı adımda olduğu istenebilir.
-Kibrit çöplerinin maliyeti dikkate alınarak bir problem kurulabilir.
-Herhangi bir adıma karşılık gelen kibrit çöpleri sayıları ile ilgili karşılaştırma, toplam, fark gibi durumları içeren problem kurulabilir.
-Kibrit çöpleriyle oluşturan karelerle, karelerin köşegenleri ile ilgili farklı problem kurulabilir.
-Farklı veriler de eklenerek kurulan problem zenginleştirilebilir.

Etkinlik 4 (E4)

Ek-3 (Devam). Problem çözme ve problem kurma etkinliklerin oluşturulması amacıyla hazırlanan problemler

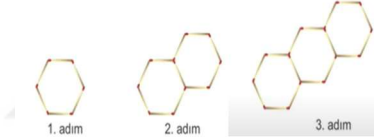
Etkinlik 5 (E5)	Aşağıdaki şekilde, altıgen şekiller kullanılarak oluşturulan bir örüntünün ilk üç adımı verilmiştir. 1.Adım 2. Adım 3. Adım Buna göre; 1. 4. adımda kaç tane altıgen vardır? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız. 2. 16. adımda kaç tane altıgen vardır? Cevabınızı nasıl bulduğunuzu açıklayınız. 3. Birinci ve ikinci sorudaki çözümlerinize dayanarak, herhangi bir adımda bulunan altıgen sayısını veren kuralı cebirsel olarak yazınız ya da herhangi bir adım ile altıgen sayısı arasındaki ilişkiyi tarif eden sözel açıklamalar yazınız. (Akkan vd. (2017) çalışmasından uyarlanmıştır.)	Aşağıdaki şekilde, altıgen şekiller kullanılarak oluşturulan bir örüntünün ilk üç adımı verilmiştir. 1.Adım 2. Adım 3. Adım Bu duruma dayanarak 7. Sınıf öğrencileri için <u>üç tane ilginç ve zor</u> problem kurunuz. Problem 1: Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız. Problem 2: Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız. Problem 3: Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.	-Cebir	-Görsel temsil içermektedir	-7.Sınıf düzeyidir. M.7.2.1.3. kazanımına uygundur.	-Herhangi bir adımdaki altıgen sayısı verilerek kaçınıcı adımda olduğu istenbilir. -Maliyet hesabı ile ilgili problemler kurulabilir. -Farklı adımlarındaki altıgen sayıları ile ilgili karşılaştırma, toplama, çıkarma gibi işlemleri içeren problemler kurulabilir. -Altıgenlerin köşegenleri ilgili farklı problem kurulabilir. - Farklı veriler eklenerek kurulan problemler zenginleştirilebilir.
-----------------	--	--	--------	-----------------------------	---	---

Ek-3 (Devam). Problem çözme ve problem kurma etkinliklerin oluşturulması amacıyla hazırlanan problemler

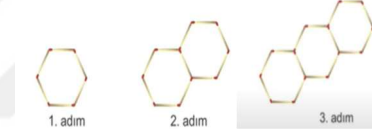
Etkinlik 6 (E6)	Aşağıdaki şekilde, daireler kullanılarak oluşturulan bir örüntünün ilk dört adımı verilmiştir. 	Aşağıdaki şekilde, daireler kullanılarak oluşturulan bir örüntünün ilk dört adımı verilmiştir. 	-Cebir	-Görsel temsil içermektedir.	-7.Sınıf düzeyidir. M.7.2.1.3. kazanımına uygundur.	-Herhangi bir adımdaki daire sayısı kaçınıcı adımda olduğu istenebilir.
	Buna göre; 1. 5. adımında kaç tane daire vardır? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız. 2. 15. adımda kaç tane daire vardır? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız. 3. Birinci ve ikinci sorudaki çözümlerinize dayanarak, herhangi bir adımda bulunan daire sayısını veren kuralı cebirsel olarak yazınız ya da herhangi bir adım ile daire sayısı arasındaki ilişkiyi tarif eden sözel açıklamalar yazınız. (MEB, 2022'den uyarlanmıştır.)	Bu duruma dayanarak 7. Sınıf öğrencileri için <u>üç tane ilginç ve zor</u> problem kurunuz. Problem 1: Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız. Problem 2: Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız. Problem 3: Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.				-Farklı adımlarındaki daire sayıları ile ilgili karşılaştırma, toplama, çıkarma işlemlerini içeren problemler kurulabilir. -Farklı veriler de eklenerek kurulan problem zenginleştirilebilir.

Ek-3 (Devam). Problem çözme ve problem kurma etkinliklerin oluşturulması amacıyla hazırlanan problemler

Aşağıdaki şekilde, kibrit çöpleri kullanarak oluşturulan bir örüntünün ilk üç adımı verilmiştir.



Aşağıdaki şekilde, kibrit çöpleri kullanarak oluşturulan bir örüntünün ilk üç adımı verilmiştir.



Etkinlik 7 (E7)

1. Bu adımlara göre, 4. adımda toplam kaç adet kibrit çöpü kullanılacağını bulunuz. Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
2. Bu adımlara göre, 20. adımda toplam kaç adet kibrit çöpü kullanılacağını bulunuz. Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
3. Birinci ve ikinci sorudaki çözümlerinize dayanarak, herhangi bir adımda kullanılan kibrit çöpü sayısını veren kuralı cebirsel olarak yazınız ya da herhangi bir adım ile kibrit çöpü sayısı arasındaki ilişkiyi tarif eden sözel açıklamalar yazınız.

(MEB'den (2022) uyarlanmıştır.)

Bu duruma dayanarak 7. Sınıf öğrencileri için üç tane ilginç ve zor problem kurunuz.

Problem 1:

Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.

Problem 2:

Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.

Problem 3:

Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.

-Cebir

-Görsel temsil içermektedir

-Günlük yaşamla ilişkilidir.

-7.Sınıf düzeyidir. M.7.2.1.3. kazanımına uygundur.

-Kullanılan kibrit çöpü sayısı verilerek kaçınıcı adımda olduğu istenilebilir.
-Kibrit çöplerinin maliyeti dikkate alınarak bir problem kurulabilir.
-Adım sayılarına karşılık gelen kibrit çöpleri ile ilgili karşılaştırma, toplam, fark gibi problem kurulabilir.
-Kibrit çöpleriyle oluşturan altıgenlerle, altıgenlerin köşegenleri ile ilgili farklı problem kurulabilir.
-Farklı veriler de eklenerek kurulan problem zenginleştirilebilir

Ek-3 (Devam). Problem çözme ve problem kurma etkinliklerin oluşturulması amacıyla hazırlanan problemler

Etkinlik 8 (E8)	Şeyma Öğretmen taksimetre açılış ücreti 25 TL olan bir taksiye binerek yolculuk yapmaktadır. Gidilen her km için 10 TL ücretlendirme yapılmaktadır. Buna göre;	Şeyma Öğretmen taksimetre açılış ücreti 25 TL olan bir taksiye binerek yolculuk yapmaktadır. Gidilen her km için 10 TL ücretlendirme yapılmaktadır.	-Cebir	- Günlük yaşamla ilişkilidir.	- 7. Sınıf düzeyidir. M.7.2.1.3. kazanımına uygundur.	- Ücret tutarı farklı durumlar verilerek alınan yolla ilgili işlem problemleri kurulabilir.
	1. Şeyma Öğretmen 3 km'lik mesafe için kaç TL ödeme yapar? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.	Bu duruma dayanarak 7. Sınıf öğrencileri için <u>üç tane ilginç ve zor</u> problem kurunuz. Problem 1:				-Bu duruma uygun farklı bir durum ele alınarak karşılaştırma yapılabilir.
	2. Şeyma Öğretmen 15 km'lik mesafe için kaç TL ödeme yapar? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.	Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız. Problem 2: Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.				-Farklı veriler de eklenerek kurulan problem zenginleştirilebilir.
	3. Birinci ve ikinci sorudaki çözümlerinize dayanarak, herhangi bir sıradaki koltuk sayısını veren kuralı cebirsel olarak yazınız ya da her bir sıradaki koltuk sayısını veren kuralı tarif eden sözel açıklamalar yazınız.	Problem 3: Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız				

Ek-3 (Devam). Problem çözme ve problem kurma etkinliklerin oluşturulması amacıyla hazırlanan problemler

Etkinlik 9 (E9)	Bir tur şirketi düzenleyeceği bir gezi için kişi başı ücretlendirmeyi aşağıda verilen durumlara göre farklı şekilde belirlemektedir. • Öğrenci için kişi başı 200 TL olarak belirlemiştir. • Öğrenci olmayan herhangi bir kişi için kişi başı 250 TL olarak belirlemiştir. Buna göre; 1. Bu geziye sadece 12 öğrenci katılımı olursa tur şirketi ne kadar gelir elde eder? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız. 2. Bu geziye sadece öğrenci olmayan 12 kişi katılımı olursa tur şirketi ne kadar gelir elde eder? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız. 3. Birinci ve ikinci sorudaki çözümlerinize dayanarak, geziye sadece öğrenci katılımı olduğu durumda katılımcı sayısı ile tur şirketinin elde ettiği gelir arasındaki ilişkiyi gösteren kuralı cebirsel olarak yazınız ya da kuralı tarif eden sözel açıklamalar yazınız. 4. Birinci ve ikinci sorudaki çözümlerinize dayanarak, geziye sadece öğrenci olmayan kişilerin katılımı olduğu durumda katılımcı sayısı ile tur şirketinin elde ettiği gelir arasındaki ilişkiyi gösteren kuralı cebirsel olarak yazınız ya da kuralı tarif eden sözel açıklamalar yazınız.	Bir tur şirketi düzenleyeceği bir gezi için kişi başı ücretlendirmeyi aşağıda verilen durumlara göre farklı şekilde belirlemektedir. • Öğrenci için kişi başı 200 TL olarak belirlemiştir. • Öğrenci dışındaki herhangi bir kişi için kişi başı 250 TL olarak belirlemiştir. Bu duruma dayanarak 7. Sınıf öğrencileri için <u>üç tane ilginç ve zor</u> problem kurunuz. Problem 1: Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız. Problem 2: Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız. Problem 3: Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.	-Cebir	-Günlük yaşamla ilişkilidir	-7.Sınıf düzeyidir. M.7.2.1.3. kazanımına uygundur.	-Tura katılan kişi sayılarında değişiklik yapılarak problem kurulabilir. -Belirlenen iki farklı durum için karşılaştırma, oran, işlem(toplama, çıkarma, çarpma, bölme) içeren problemler kurulabilir. -Farklı veriler eklenerek (mesela bu şirketin kampanya yaptığı günler olsun) dikkate alınarak problemler kurulabilir.

Ek-3 (Devam). Problem çözme ve problem kurma etkinliklerinin oluşturulması amacıyla hazırlanan problemler

Etkinlik 10 (E10)

Bir elektrik şirketi yeni düzenlemelerle kullanıcılara aşağıdaki gibi bir tarife sunuyor.

Saat Aralığı	
07.00 – 18.00	5 saati 25 TL’dir. 5 saat üzeri kullanımda her saat başı 1,5 TL ücret almaktadır.
18.00 – 07.00	3 saati 10 TL’dir. 3 saat üzeri kullanımda her saat başı 0,75 TL ücret almaktadır.

Buna göre;

1. 07.00 – 18.00 saatleri arasında aralıksız elektrik kullanan biri kaç TL ödeme yapar? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

2. 18.00 – 07.00 saatleri arasında aralıksız elektrik kullanan biri kaç TL ödeme yapar? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

3. Birinci ve ikinci sorudaki çözümlerinize dayanarak, 07.00 - 18.00 saatleri arasında kullanılan elektrik süresi ile ödenecek ücret arasındaki ilişkiyi gösteren kuralı cebirsel olarak yazınız ya da kuralı tarif eden sözel açıklamalar yazınız.

4. Birinci ve ikinci sorudaki çözümlerinize dayanarak, 18.00 - 07.00 saatleri arasında kullanılan elektrik süresi ile ödenecek ücret arasındaki ilişkiyi gösteren kuralı cebirsel olarak yazınız ya da kuralı tarif eden sözel açıklamalar yazınız.

Bir elektrik şirketi yeni düzenlemelerle kullanıcılara aşağıdaki gibi bir tarife sunuyor.

Saat Aralığı	
07.00 – 18.00	5 saati 25 TL’dir. 5 saat üzeri kullanımda her saat başı 1,5 TL ücret almaktadır.
18.00 – 07.00	3 saati 10 TL’dir. 3 saat üzeri kullanımda her saat başı 0,75 TL ücret almaktadır.

Bu duruma dayanarak 7. Sınıf öğrencileri için üç tane ilginç ve zor problem kurunuz.

Problem 1:

Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.

Problem 2:

Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.

Problem 3:

Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.

Cebir

-Günlük yaşamla ilişkilidir.

-7.Sınıf düzeyidir. M.7.2.1.3. kazanımına uygundur.

- Duruma uygun ücret tutarı verilerek kullanım saati ile ilgili problemler kurulabilir.

-Verilen iki durum ile ilgili karşılaştırma veya oran kullanılarak problemler kurulabilir.

-Farklı veriler (örneğin; bazı durumlarda saatin bozuk olduğu gibi) eklenerek kurulan problem zenginleştirilebilir.

Ek-3 (Devam). Problem çözme ve problem kurma etkinliklerin oluşturulması amacıyla hazırlanan problemler

Etkinlik 11 (E11)

Dikkat! Hava yolu firmamız, bilet türüne göre belirlenen bagaj sınırını aşan yolculardan, uçağa binış öncesinde fazla her kilogram için 16 TL ek ücret almaktadır.

Bilet Türü	Bilet Fiyatı (TL)	Bagaj Hakkı (kg)
Promosyon	750	8
Ekonomi	900	16

Bu firmadan bilet alan Betül Hanım'ın bagajı 15 kg gelmektedir. Bu bilgilere göre aşağıda verilen soruları cevaplayınız.

1. Betül Hanım promosyon bileti satın alırsa ne kadar ödeme yapar? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
2. Betül Hanım ekonomi bileti satın alırsa ne kadar ödeme yapar? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
3. Birinci ve ikinci sorudaki çözümlerinize dayanarak barajı 20 kg olan ve promosyon bileti ile yolculuk yapan kişi sayısı ile ödenecek ücret arasındaki ilişkiyi gösteren kuralı cebirsel olarak yazınız ya da kuralı tarif eden sözel açıklamalar yazınız.
4. Birinci ve ikinci sorudaki çözümlerinize dayanarak barajı 20 kg olan ve ekonomi bileti ile yolculuk yapan kişi sayısı ile ödenecek ücret arasındaki ilişkiyi gösteren kuralı cebirsel olarak yazınız ya da kuralı tarif eden sözel açıklamalar yazınız.

Dikkat! Hava yolu firmamız, bilet türüne göre belirlenen bagaj sınırını aşan yolculardan, uçağa binış öncesinde fazla her kilogram için 16 TL ek ücret almaktadır.

Bilet Türü	Bilet Fiyatı (TL)	Bagaj Hakkı (kg)
Promosyon	750	8
Ekonomi	900	16

Bu duruma dayanarak 7. Sınıf öğrencileri için üç tane ilginç ve zor problem kurunuz

Problem 1:

Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.

Problem 2:

Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.

Problem 3:

Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.

-Cebir

-Günlük yaşamla ilişkilidir

-7.Sınıf düzeyidir. M.7.2.1.3. kazanımına uygundur.

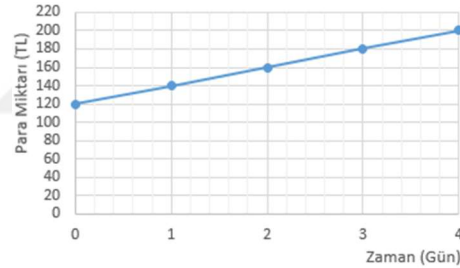
- Duruma uygun bilet ücreti verilerek hangi sınıfa ait olduğu ilgili problemler kurulabilir.

-Verilen iki durum ile ilgili karşılaştırma yapılarak kar-zarar durumu ile ilgili problemler kurulabilir.

-Farklı veriler (örneğin; belli bir ağırlık üzerine fazladan bagaj hakkı verildiği gibi durumlar) eklenerek kurulan problem zenginleştirilebilir.

Ek-3 (Devam). Problem çözme ve problem kurma etkinliklerin oluşturulması amacıyla hazırlanan problemler

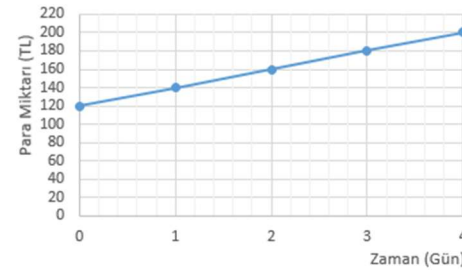
Aşağıdaki grafik, başlangıçta kumbarasında 120 TL bulunan Ensar'ın parasının zamana bağlı miktarının değişimini göstermektedir. Benzer şekilde Ensar para biriktirmeye devam etmektedir.



Grafiğe göre;

1. Ensar'ın 5. günün sonunda kaç TL'si olur? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
2. Ensar'ın 10. günün sonunda kaç TL'si olur? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
3. Birinci ve ikinci sorudaki çözümlerinize dayanarak, herhangi bir gün için kumbarasında ne kadar parası olacağını veren kuralı cebirsel olarak yazınız ya da kuralı tarif eden sözel açıklamalar yazınız.

Aşağıdaki grafik, başlangıçta kumbarasında 120 TL bulunan Ensar'ın parasının zamana bağlı miktarının değişimini göstermektedir. Benzer şekilde Ensar para biriktirmeye devam etmektedir.



Bu duruma dayanarak 7. Sınıf öğrencileri için üç tane ilginç ve zor problem kurunuz.

Problem 1:

Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.

Problem 2:

Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.

Problem 3:

Problemi kurarken neler düşündüğünüzü açıklayınız.

-Cebir

-Günlük yaşamla ilişkilidir

-7.Sınıf düzeyidir. M.7.2.1.3. kazanımına uygundur.

- Duruma uygun para miktarı ile gün arasındaki ilişkiyi içeren problemler kurulabilir. -Verilen iki durum ile ilgili günler karşılaştırılarak problemler kurulabilir. -Farklı veriler (örneğin; bazı günlerde ise kumbarasına para attığı durumlar gibi) eklenerek kurulan problem zenginleştirilebilir.

ETİK KURUL KARARI



T.C.

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURULU

DEĞERLENDİRME RAPORU

Toplantı Tarihi : 12/07/2023
Toplantı K. Sayısı : 2023/203

Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Öğrencisi Halime OKUMUŞ'un "Problem Çözme Performansı Yüksek ve Düşük Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Problem Kurma Performanslarının İncelenmesi" isimli projesi kapsamında yürütülecek çalışmalar için izin talebi kurulumuzca değerlendirilmiş olup;

- ☒ Etik açıdan uygun bulunmuştur.
- ☐ Etik açıdan uygun bulunmamıştır.
- ☐ Etik açıdan önerilen değişikliklerin yapılmasıyla uygun bulunmuştur.

Prof. Dr. Nebi GÜMÜŞ
Başkan

Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi, Zülal Derin Yerleşkesi 53100 R1Z1
Tel: 0464 223 81 00 Faks: 0464 223 63 28
www.erdogan.edu.tr

YERİNDEN KONTROLÜNE TABİDİR.