

**REFERANS MODELLER VE MODEL SADELEŞTİRME İLE
DOĞRUDAN KONTROL SİSTEMİ TASARIMI ÜZERİNE**

76400

Çınar ÜLKÜLÜ

DOKTORA TEZİ

(MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ)

GAZİ ÜNİVERSİTESİ

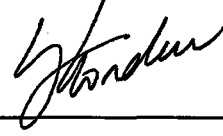
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MART 1998

ANKARA

76400
T.C. YÜKSEK ÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANASYON MERKEZİ

Çınar ÜLKÜLÜ tarafından hazırlanan REFERANS MODELLER VE MODEL SADELEŞTİRME İLE DOĞRUDAN KONTROL SİSTEMİ TASARIMI ÜZERİNE adlı tezin Doktora tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.



Prof. Dr. Yaşar T. HONDUR
Tez Yöneticisi

Bu çalışma, jürimiz tarafından Makina Mühendisliği Anabilim Dalında Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan: Prof. Dr. Yücel ERCAN

Üye : Prof. Dr. Yaşar T. HONDUR

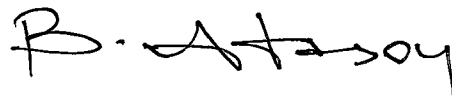
Üye : Prof. Dr. Kemal ÖZGÖREN

Üye : Prof. Dr. İbrahim UZMAY

Üye : Yrd.Doç.Dr. Mehmet EROĞLU



Bu tez, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygundur.



İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	i
ABSTRACT	iii
TEŞEKKÜR	v
ŞEKİLLERİN LİSTESİ	vi
SİMGELER VE KISALTMALAR	viii
1. GİRİŞ	1
<i>Kontrol Sistemi Tasarımı İle İlgili Bilinen Programları Kullanmamanın</i>	
<i>Gerekçeleri</i>	2
<i>Kontrol Sistemlerinin Tasarımına Yeni Bir Yaklaşım</i>	3
<i>"KONTROL" Programının İçeriği</i>	4
2 REFERANS MODELLERİN NORMALLEŞTİRME İŞLEMİ	
KULLANILARAK KATSAYI DÜZLEMİNDEKİ EN GENEL	
ŞEKLİ.....	7
2.1. İkinci Mertebe Referans Modelin Katsayı Düzlemi Vasıtasıyla İzah	
Edilmesi.....	7
2.2. Üçüncü Mertebe Referans Modellerin Katsayı Düzlemi Vasıtasıyla İzah	
Edilmesi	8
2.2.1.Üçüncü Mertebe Sıfır Hız Gecikmeli Referans Modellerin Katsayı	
Düzlemindeki Sınırlaması	11
3. REFERANS MODELLERİN HESAPLANMASINDA KULLANILAN	
TASARIM ŞARTLARI	15
3.1. Maksimum Aşma M_p	16

3.2. Geçiş Frekansı ω_c	16
3.2 Hız Hata Katsayısı k_v	17
4. TASARIM ŞARTLARINI SAĞLAYAN İKİNCİ MERTEBE REFERANS MODELLERİN BELİRLENMESİ	19
4.1. Maksimum Aşma M_p nin Hesaplanması	19
4.2. Geçiş Frekansı ω_c nin Hesaplanması.....	20
4.3. Hız Hata Katsayısı k_v nin Hesaplanması	21
4.4 Tasarım Şartlarından Elde Edilen Denklemlerin Birlikte Çözüm Yöntemi.....	22
5. TASARIM ŞARTLARINI SAĞLAYAN ÜÇÜNCÜ MERTEBE REFERANS MODELLERİN BELİRLENMESİ	24
5.1. Maksimum Aşma M_p nin Hesaplanması	24
5.2. Geçiş Frekansı ω_c nin Hesaplanması.....	26
5.3. Hız Hata Katsayısı k_v nin Hesaplanması	29
5.4. Tasarım Şartlarından Elde Edilen Denklemlerin Birlikte Çözüm Yöntemi	29
6. MODEL İNDİRGEME	31
6.1. Chen Yöntemi İle Model Mertebesi İndirgeme	33
6.2. Eğri Uydurma Yöntemi İle Model Mertebesi İndirgeme	36
7. CHEN VE SHIEH YÖNTEMİ İLE KOMPANSATÖR TASARIMI ..	37
7.1. Tasarım Yönteminin Açıklanması	37
7.2. İkinci Mertebe Referans Model Kullanılarak İkinci Mertebe Sistemler İçin Kompansatör Tasarımı	38
7.2.1. Seri kompansatör tasarımı	38

7.2.2. Geri beslemeli kompensatörü tasarımı	40
7.2.3. İç çevrimli kompensatör tasarımı	41
7.3. Üçüncü Mertebe İndirgenmiş Sistem Modelleri Kullanarak Kompensatör İlaveli Sistemlerin Transfer Fonksiyonlarının Hesaplanması	42
7.3.1. Üçüncü mertebe <u>tek sıfırlı</u> indirgenmiş sistem modelleri kullanarak kompensatör tasarımı	42
7.3.1.1. Seri kompensatör tasarımı	42
7.3.1.2. Geri beslemeli kompensatörü tasarımı	44
7.3.1.3. İç çevrimli kompensatör tasarımı	44
7.3.2. Üçüncü mertebe <u>çift sıfırlı</u> indirgenmiş sistem modelleri kullanarak kompensatör tasarımı	47
7.3.2.1. Seri kompensatör tasarımı	47
7.3.2.2. Geri beslemeli kompensatörü tasarımı	48
7.3.2.3. İç çevrimli kompensatör tasarımı	50
8. LEVENBERG MARQUART ALGORİTMASI İLE ELDE EDİLEN DENKLEM TAKIMLARININ ÇÖZÜMÜ	52
9. GELİŞTİRİLEN TASARIM YÖNTEMİ İLE BAZI DİĞER TASARIM YÖNTEMLERİNİN KARŞILAŞTIRMALI OLARAK ÖRNEKLERE UYGULANMASI	53
9.1. Seri Kompensatör Tasarımı Örnekleri.....	53
9.2. Geri Besleme Kompensatörü Tasarımı Örnekleri.....	78
9.3. İç Çevrim Kompensatörü Tasarımı Örnekleri	84
10. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	87
11. KAYNAKLAR	89
12. ÖZGEÇMİŞ	91

REFERANS MODELLER VE MODEL SADELEŞTİRME İLE DOĞRUDAN KONTROL SİSTEMİ TASARIMI ÜZERİNE

(Doktora Tezi)

Çınar ÜLKÜLÜ

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

Mart 1998

ÖZET

Bu çalışmada, kontrol sistemlerinin tasarımında ikinci ve üçüncü mertebeden referans modellerin istenilen tasarım şartlarına göre bilgisayarla hesaplanma yöntemi ve bu modellerden yararlanarak, kontrol sistemlerinin istenilen davranışlarını gerçekleştirecek çeşitli tipte kompensatörlerin parametrelerinin hesaplanabilmesini sağlayan bir bilgisayar programının hazırlanmasında kullanılan, ilgili konular açıklanarak, bu konular ile ilgili temel bilgiler de verilmiştir. Geliştirilen yöntem ile çözülen değişik tipte seçme örnek problemlerin sonuçları, aynı örnek problemler için bilinen tasarım yöntemlerinden elde edilen sonuçlarla da karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma

sonuçları geliştirilen yöntemin hızlı, doğru, sonuçlar üretmesi yanında alternatif çözümleri kısa sürede değerlendirme imkanı da oluşturduğunu kanıtlamaktadır.

Bilim Kodu : 625.01.03
Anahtar Kelimeler : Kontrol Sistemi Tasarımı, Kompansatör Tasarımı,
Referans Model, Model Sadeleştirme,
Sayfa Adedi : 91
Tez Yöneticisi : Prof. Dr. Yaşar T. Hondur



**ON DIRECT CONTROL SYSTEM DESIGN WITH REFERENCE
MODELS AND REDUCED ORDER MODELS**

(Ph.D. Thesis)

Çınar ÜLKÜLÜ

**GAZİ UNIVERSITY
INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY**

March 1998

ABSTRACT

In this thesis work, the basic work of Chen and Shieh on model order reduction and control system design via reduced order models, is extended and further developed to utilise reference models at the third order with one or two zeroes and a different set of design specifications.

Also, a computer program, called KONTROL, which greatly facilitates the application of the extended design method is developed.

The “Kontrol” program, can perform the following :

Determine reference models of the second or the third order which satisfy a given set of design specifications on maximum overshoot, cross-over frequency, and velocity error constant; calculate the undetermined

coefficients for the three common types of compensators; calculate and plot the time responses of the reference models and the compensated systems designed via the reference models. The program is tested by applying it to a number of example problems on system design selected from several well known textbooks.

The results indicate that the “program” is fast and accurate. It also represents an alternative design method which can produce results as good as those obtained by the Root-Locus or the Bode-plot method, and even better in some cases.

Science Code : 625.01.03
Keywords : Control System Design, Compensator Design,
Reference Model, Reduced Order Model
Page Number : 91
Supervisor : Prof. Dr. Yaşar T. Hondur

TEŞEKKÜR

Tez çalışmam boyunca, bilgi ve tecrübesiyle beni her aşamada yönlendiren ve yardım eden hocam Prof. Dr. Yaşar T. Hondur'a, ayrıca emeği geçen tüm arkadaşlarıma teşekkürlerimi sunarım.



ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 1.1 “KONTROL” programı’nın konu başlıkları	5
Şekil 3.1 Maksimum Aşma.....	15
Şekil 6.1 İleri ve geri beslemeli kontrol sistemi	32
Şekil 7.1 Seri kompensatörlü sistem	38
Şekil 7.2 Geri beslemeli kompensatör	39
Şekil 7.3 İç çevrim kompensatörü	40
Şekil 7.4 Seri kompensatör	42
Şekil 7.5 Geri beslemeli kompensatör.....	43
Şekil 7.6 İç çevrim kompensatörü.....	45
Şekil 7.7 Seri kompensatör	46
Şekil 7.8 Geri beslemeli kompensatör.....	48
Şekil 7.9 İç çevrim kompensatörü.....	49
Şekil 9.1 Seri Kompensatörlü Sistem	53
Şekil 9.2 Birinci örnekle ilgili birim basamak giriş cevapları	56
Şekil 9.3 İkinci örnekle ilgili birim basamak giriş cevapları	59
Şekil 9.4 Üçüncü örnekle ilgili birim basamak giriş cevapları.....	62
Şekil 9.5 Sistemin birim basamak giriş cevabı	64
Şekil 9.6 Dördüncü örnekle ilgili birim basamak giriş cevapları	67
Şekil 9.7 PID seri kompensatörlü sistem.....	68
Şekil 9.8 Beşinci örnekle ilgili birim basamak giriş cevapları	70
Şekil 9.9 Altıncı örnekle ilgili birim basamak giriş cevapları	74
Şekil 9.10 Chen yöntemi ile belirlenmiş eşdeğerli model kullanarak kompensatör tasarımı ile ilgili birim basamak giriş cevapları	78
Şekil 9.11 Geri besleme kompensatörlü sistem	79

Şekil 9.12	Chen yöntemi ile belirlenmiş eşdeğerli model kullanarak geri besleme kompensatörü tasarımı ile ilgili birim basamak giriş cevapları.....	81
Şekil 9.13	Eğri uydurma ile belirlenmiş eşdeğerli model kullanarak geri besleme kompensatörü tasarımı ile ilgili birim basamak giriş cevapları.....	83
Şekil 9.14	İç çevrim kompensatörü içeren sistem.....	84
Şekil 9.15	İç çevrim kompensatörü ilaveli sistem ve tasarımında kullanılan referans modelin basamak-giriş cevabı	86



SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış bazı simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklama
a	: Kompansatör parametresi
$a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$	: Referans modellere ait belirlenmemiş parametreler
B, b	: Katsayı, kompansatör parametresi
C, c	: Katsayı, kompansatör parametresi
D, d	: Katsayı, kompansatör parametresi
$F(s)$	: İleri besleme hattının T.F.
$G(s)$	: A.Ç.T.F.
$G_C(s)$	: Kompansatörün A.Ç.T.F.
$G_P(s)$	: Plant'ın A.Ç.T.F.
$H(s)$	: Geri besleme hattının T.F.
j	: Sanal birim $\sqrt{-1}$
H_i	: S.K.A.
K, k	: Katsayı, kompansatör parametresi
$k_v, k_v / \omega_0$	: Hız hata katsayısı, normalleştirilmiş hız hata katsayısı
M_p	: Maksimun aşma

$s, s / \omega_0$	: Laplace değişkeni, normalleştirilmiş laplace değişkeni
t, t_n	: Gerçek zaman, normalleştirilmiş zaman
$T_c(s)$	: Chen yöntemi ile tasarlanan sistemin K.Ç.T.F.
$T_{c2}(s)$	: İkinci mertebe modelden faydalanan Chen yöntemi ile tasarlanan sistemin K.Ç.T.F.
$T_{c3}(s)$	: Üçüncü mertebe modelden faydalanan Chen yöntemi ile tasarlanan sistemin K.Ç.T.F.
$T_{eu3}(s)$	: Üçüncü mertebe modelden faydalanan eğri uydurma yöntemi ile tasarlanan sistemin K.Ç.T.F.
$T_{epc}(s)$	: Chen yöntemi kullanılarak mertebesi indirilmiş eşdeğer plant'ın K.Ç.T.F.
$T_{epcu}(s)$	: Eğri uydurma yöntemi kullanılarak mertebesi indirilmiş eşdeğer plant'ın K.Ç.T.F.
$T_p(s)$	: Plant'ın K.Ç.T.F.
ϕ_{pm}	: Faz payı , faz açısı
$\omega_c, \omega_c / \omega_0$	: Geçiş frekansı, normalleştirilmiş geçiş frekansı
ω_n	: Doğal frekans
ω_0	: Normalleştirme açısal frekansı

5 : Sönüm oranı

Kısaltmalar

A.Ç.T.F. : Açık Çevrim Transfer Fonksiyonu

K.Ç.T.F. : Kapalı Çevrim Transfer
Fonksiyonu

T.F. : Transfer Fonksiyonu

S.K.A. : Sürekli Kesir Açılımı



1. GİRİŞ

Klasik yöntemler ile kontrol sistemlerinin tasarımında, genellikle transfer fonksiyonu tanımlamaları kullanılarak öngörülen şartlara göre tasarım yapılır. Doğrusal kontrol problemlerinin çözümü için MATLAB'a dayalı olan CTRL-C, MATRIX-x, CONTROL.Lab, PC-MATLAB gibi paket programlarla birlikte yine bu amaçla hazırlanmış FREDOM-TIMDOM-LSSPAK, CADACS, L-A-S, CC v.b. programlar, kullanıcıların hizmetine sunulmuştur [1]. Bu programların sunduğu pek çok kolaylıklar vardır. Ancak anılan programlara ait alt programlar bilinen tasarım yöntemlerinin çözümleri için hazırlanmıştır. Yeni geliştirilen bir tasarım yöntemi için, bu çalışmada kullanılan şartlara göre, bir kontrol probleminin bütünüyle çözülebilmesi, konu ile ilgili yeni alt programların ve bu alt programları birleştiren bir ana programın yazılması ile mümkündür. Ayrıca kontrol sistemi tasarımı konusunda bilinen programların kullanılmama gerekçeleri, sonraki bölümde ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Doğrusal kontrol sistemlerinin tasarımında çok sık kullanılan klasik tekniklerden, kök yer eğrisi (root-locus) veya Bode çizimi (Bode-plot) genellikle uğraştırıcı işlemler gerektirir. Bu da hata yapma ihtimalini arttırır. Hesaplanan değerlerin doğruluğu, ancak problemin nihai sonucu incelendiği zaman görülebildiği için hesaplama esnasında yapılan bir hata kullanıcıya zaman ve emek kaybettirebilir. Hatta aşırı sayıda deneme yanılma gerektiren problemlerle karşılaşılabilir. Bu tip zorluklar bizi hızlı, direk ve doğru sonuç verebilen bir yöntem ve geliştirilecek bir bilgisayar programı ile doğrusal kontrol sistemi tasarımına uygulanabilirliği konusunda çalışmaya yöneltti. Bu amaçla hazırladığımız bilgisayar programı, yukarıda bahsedilen zorlukların önemli ölçüde aşılmasını ve çeşitli tasarım seçeneklerinin kısa bir sürede değerlendirilmesini sağlamaktadır. Ayrıca, seçenek bir çözüm yöntemi oluşturması bakımından, bu konuda çalışanlar için diğer

yöntemlerle elde ettikleri tasarımları karşılaştırma ve daha önce çözülmüş problemler için daha iyi bir tasarım yapıp yapılamıyacağını kolayca deneme imkanını da sağlamaktadır.

Kontrol Sistemi Tasarımı İle İlgili Bilinen Programları Kullanmamanın Gerekçeleri

Burada diğer önemli bir konu da bilgisayar programlarının izinsiz kullanımıdır. Bilgisayar kullanıcıları, artık bilerek veya bilmeyerek lisanssız yazılım kullandıklarında yasal suç işlemiş sayılıyorlar. Türkiye tarafından da kabul edilen ve uluslararası telif hakkı yasalarıyla korunan yazılım ürünlerinin yetkisiz olarak kopyalanması, çoğaltılması, kullanılması ya da üretilmesi, 12 Haziran 1995 tarihinden itibaren yürürlüğe girerek değiştirilen 4110 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunu ile koruma altına alınmıştır. Bunun dışında bilgisayar programları, 1991 yılında Türk Ceza Kanunu'nun "Bilişim Suçları" adı altında düzenlediği 525. madde ile de korunmaktadır. İzinsiz olarak çoğaltılmış (korsan) yazılımları elde bulundurmak, kullanmak, kiralamak, satmak ve dağıtmak. Lisanslı (orjinal) yazılımları izin verilenden fazla sayıda çoğaltarak bunları kiralamak, satmak dağıtmak ve yasada ayrıntıları ile açıklanmış diğer durumlar suç teşkil ederler. Bu durumda yasalar, hem işverene hemde çalışana (kullanıcıya) cezai yaptırımlar getirir. Bahsedilen suçlara karşılık yasalarla 5 yıla kadar hapis cezası ve 600 milyon liraya kadar para cezası verilebilmektedir. Bu konu ile ilgili Türkiye tarafından da kabul edilen uluslararası telif hakkı yasaları, Hükümet tarafından Üniversitelere de resmen bildirilmiştir. Bu kararlardan sonra, artık bilgisayar programlarının herhangi bir şekilde izinsiz kullanılarak çalışmalarda ve yayınlarda sonuçlarının verilmesi bile suç teşkil etmektedir. Üniversiteler veya kullanıcılar tarafından lisanslı olarak alınmamış programlar ile bir çalışma yapmak ve bu çalışmayı yayınlarda kullanmak da mümkün değildir. Üniversitelerin çoğunda yeni bilgisayar programlarının

alınması ve alınmış olanların güncelleştirilmesi konusuna yeterli kaynak ayrılamaması sebebiyle, araştırmacıların ileride çok büyük sıkıntılarla karşılaşacakları şüphesizdir. Bu tip problemleri aşan Üniversitelerin diğer Üniversiteleri geride bırakması da kuvvetle muhtemeldir. Dünyada çeşitli konuda bilimsel çalışmaları program haline getirerek, bunları herkesin hizmetine sunan bir çok Üniversite mevcuttur. Ancak, bu programlar belli ücretler karşılığında elde edilebilmektedir. Kendi yazılımlarımızı geliştirmedeğimiz taktirde, her zaman dışarıya bağımlı kalacağımız da bir gerçektir. Ancak, bu konu kişisel olarak değil, Üniversite çapında bir organizasyonla desteklenerek geliştirilebilir. Konuya böyle yaklaşıldığında neden, hazır bir program kullanmayarak, bir kontrol sistemi tasarım programı geliştirilmesi yoluna gidildiği daha iyi anlaşılabilir.

Kontrol Sistemlerinin Tasarımına Yeni Bir Yaklaşım

Doğrusal kontrol sistemlerinin tasarım problemleri, günümüzde bilgisayar kullanımıyla daha kolay, anlaşılır, hızlı ve doğru bir şekilde çözülebilir hale gelmiştir. Uygulamada, bir mühendisin mümkün olan en iyi tasarımı yapabilmesi, sistemin yapısını tanımış olmasının yanında, seçenek tasarım yöntemlerini de kolaylıkla uygulayabilmesine bağlıdır. Seçenek yöntemlerin tasarım problemlerine uygulanabilirliği ve sonuçlarının birbirleriyle karşılaştırılabilmesi de başlı başına bir problem oluşturur.

Burada, yeni bir yaklaşım tarzı ile ortaya koyulmak istenen, tasarımcılar için elde ettikleri çözümlerin ne ölçüde iyi olduğu, ve daha iyi bir sonuç elde edilip edilemeyeceği konusunda farklı çözümler üreterek bu çözümler arasından daha iyi olanı seçebilmelerini kolaylaştırmaktır. Bu açıdan, geliştirilen yöntemin uygulanmasında en önemli problemlerden birisi, kompanse edilmiş sistemin gerçekleştirilmesi istenen tasarım şartlarını sağlayan bir referans modelin belirlenmesidir. Yüksek mertebeli sistemlerin

davranışlarının yeterli bir yaklaşıklıkla temsil edilebilmesi için, en düşük hangi mertebeden yaklaşık modelin yeterli olacağını belirlenmesi konusunda yapılmış çalışmalar, en iyi sonuçları üçüncü mertebeden modellerin verdiği kanıtlamıştır. Anılan çalışmaların sonuçları uyarınca bu çalışmada öncelikle kullanılanlar üçüncü mertebeden tek veya çift sıfırlı referans modellerdir [2]. Bunlara ek olarak, çalışmanın diğer temel bir amacı da, çeşitli tiplerde kompensatörler ilave edilmiş herhangi bir sistem (plant) için kompensatör parametrelerinin, istenilen tasarım şartlarını sağlayan referans modele dayanarak, kolayca hesaplanabilmesini gerçekleştirecek program yapısının oluşturulmasıdır.

Geliştirilen tasarım yönteminin temelini, Chen ve Shieh tarafından geliştirilen, hem kompensatör tasarımı, hemde sistem mertebesini indirmek için kullanılabilen sürekli kesir açılımına dayalı yöntem oluşturur [3]. Yönteme önemli katkısı olan diğer bir kavram da, Towill'in geliştirdiği katsayı düzlemidir [4]. Towill'in kullandığı normalleştirme işleminden yararlanarak, referans modellerin katsayı düzlemi vasıtasıyla izah edilmesiyle, referans modelin parametrelerinin hesaplanabilmesi için istenilen tasarım şartlarının birlikte çözülebilmesi de mümkün hale getirilmiştir.

"KONTROL" Programının İçeriği

Bu çalışmayla oluşturulan ve burada tanıtılan "KONTROL" programı, Quick Basic 4.5 programlama dilinde yazılmıştır. Program, 3 ana başlık altında toplanmıştır. Birinci bölümü Referans Model Seçimi, ikinci bölümü Model İndirgeme , üçüncü bölümü ise Kompensatör Tasarımı ile ilgilidir.

Referans Model Seçimi : Bu aşamada, üç ayrı referans modelden birisini seçmek mümkündür. Bunlar, ikinci mertebe tek sıfırlı, üçüncü mertebe tek veya çift sıfırlı modellerdir. Tasarım şartı olarak verilen değerleri sağlayan

referans modeller bilgisayar tarafından çok kısa sürede hesaplanabilmektedir.

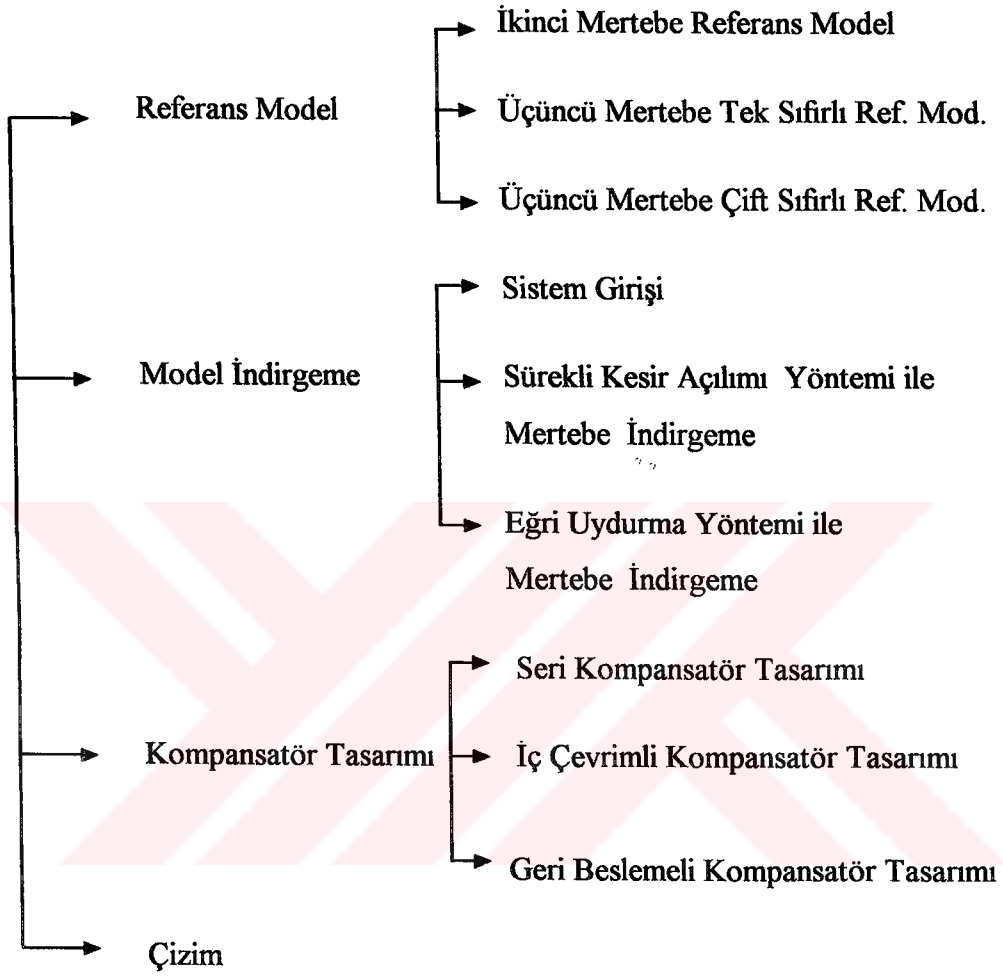
Model İndirgeme Yöntemi : Bu aşamada, plant olarak girilen sistemin mertebesi eğer 3'ün üzerinde ise, mertebesi iki ayrı çözüm yöntemi ile 3'üncü ye indirgenebilir. Burada kullanılan model indirgeme yöntemleri, sürekli kesir açılımı yöntemi [5] ve eğri uydurma yöntemidir [6].

Yüksek mertebeden bir sistemin, kaçınıcı mertebeden bir referans modelle tanımlanabileceği konusunda daha önce birçok araştırmacının farklı çözüm yöntemleri uygulayarak yaptıkları çalışmaların sonuçları, böyle sistemlerin en az üçüncü mertebeden tek sıfırlı, ve daha iyi sonuçlar verdiği için yine üçüncü mertebe çift sıfırlı modellerle tarif edilebileceğini göstermektedir. Yüksek mertebeli sistemlerin ikinci mertebe modellerle yeterli yakınlıkla temsil edilmesi genellikle mümkün olmasına rağmen, bu modellerin çalışmaya dahil edilmesinin nedeni mertebe indirmek değil, sadece ikinci mertebe bir kontrol sisteminin de tasarımının yapılabilmesi içindir.

Kompansatör Tasarımı : Bu aşamada ise, seri kompansatör, geri beslemeli kompansatör veya iç çevrimli kompansatörlerden tasarım için denenecek olanı seçilir ve kompansatör ilaveli sistemin K.Ç.T.F. bilinmeyen kompansatör parametrelerine bağlı olarak hesaplanır. Elde edilen K.Ç.T.F. nun katsayıları S.K.A. sabitlerine ait denklemlere yerleştirilip, referans modelden elde edilen S.K.A. sabitlerine eşitlenmeleriyle elde edilen denklemlerin Levenberg-Marquardt Algoritması ile çözülmesiyle bilinmeyen kompansatör parametrelerinin sayısal değerleri elde edilir.

Çizim: Kompansatör ilaveli sistem ile tasarımında kullanılan referans modelin basamak cevabı bilgisayara çizdirilen grafik üzerinde karşılaştırılarak öngörülen tasarım şartlarının sağlanıp sağlanmadığı görülür.

“KONTROL programı”nın aşamaları ve alt başlıkları Şekil 1.1 de verilmiştir.



Şekil 1.1 “KONTROL Programı”nın konu başlıkları

2. REFERANS MODELLERİN NORMALLEŞTİRME İŞLEMİ KULLANILARAK KATSAYI DÜZLEMİNDEKİ EN GENEL ŞEKLİ

2.1. İkinci Mertebe Referans Modelin Katsayı Düzlemi Vasıtasıyla İzah Edilmesi

İkinci mertebeden,

$$s^2 + a_1s + a_2 = 0 \quad (2.1.1)$$

şeklinde bir polinom,

$$\frac{1}{a_2}s^2 + \frac{a_1}{a_2}s + \frac{a_2}{a_2} = 0 \quad (2.1.2)$$

şeklinde de yazılabilir.

$$\text{Burada, normalleştirme açısal frekansı } \omega_0 = (a_2)^{1/2}, \quad (2.1.3)$$

denklem (2.1.2) de yerine konulursa,

$$\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \frac{a_1}{a_2}\omega_0\left(\frac{s}{\omega_0}\right) + 1 = 0 \quad (2.1.4)$$

elde edilir. Burada, normalleştirilmiş Laplace değişkeni $\tau = s/\omega_0$ kullanılır, ve yukarıdaki katsayıları yerine yeni katsayılar tanımlanarak basitleştirilmesi için,

$$b = \frac{a_1}{a_2}\omega_0 \quad (2.1.5)$$

gibi bir katsayı tanımlanarak, ikinci mertebe normalleştirilmiş polinom,

$$\tau^2 + b\tau + 1 = 0 \quad (2.1.6)$$

şeklinde elde edilir.

İkinci mertebe tek sıfırlı referans modellerin en genel şekli,

$$T_{m2}(s) = \frac{b_1 s + b_2}{s^2 + a_1 s + a_2} \quad (2.1.7)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Yukarı açıklanan normalleştirme işlemi (2.1.7) denkleminde uygulanarak,

$$T_{m2}(s) = \frac{\frac{b_1}{b_2} \omega_0 \left(\frac{s}{\omega_0} \right) + 1}{\left(\frac{s}{\omega_0} \right)^2 + \frac{a_1}{a_2} \omega_0 \left(\frac{s}{\omega_0} \right) + 1} \quad (2.1.8)$$

elde edilir. Aşağıda tanımlanan iki katsayının,

$$b = \frac{a_1}{a_2} \omega_0 \quad (2.1.9)$$

$$c = \frac{b_1}{b_2} \omega_0 \quad (2.1.10)$$

(2.1.8) denkleminde yerine konulmasıyla, normalleştirme işlemi ile katsayı düzlemi şeklinde izah edilen ikinci mertebe referans model,

$$T_{m2}(s) = \frac{c\tau + 1}{\tau^2 + b\tau + 1} \quad (2.1.11)$$

elde edilir.

Burada, normalleştirilmiş zaman ile gerçek zaman arasındaki bağıntı ise,

$$t_n = \omega_0 t \quad (2.1.12)$$

denkleminde tanımlanır.

2.2. Üçüncü Mertebe Referans Modellerin Katsayı Düzlemi Vasıtasıyla İzah Edilmesi

Üçüncü mertebeden

$$s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3 = 0 \quad (2.2.1)$$

şeklinde bir polinom,

$$\frac{1}{a_3} s^3 + \frac{a_1}{a_3} s^2 + \frac{a_2}{a_3} s + \frac{a_3}{a_3} = 0 \quad (2.2.2)$$

olarak da yazılabilir.

Burada, normalleştirme frekansı, $\omega_0 = (a_3)^{1/3}$, (2.2.3)

denklem (2.2.2) de yerine konularak,

$$\left(\frac{s}{\omega_0} \right)^3 + \frac{a_1}{a_3} \omega_0^2 \left(\frac{s}{\omega_0} \right)^2 + \frac{a_2}{a_3} \omega_0 \left(\frac{s}{\omega_0} \right) + 1 = 0 \quad (2.2.4)$$

elde edilir. Aşağıdaki tanımlanan iki katsayı,

$$b = \frac{a_1}{a_3} \omega_0^2 \quad (2.2.5)$$

$$c = \frac{a_2}{a_3} \omega_0 \quad (2.2.6)$$

nın (2.2.4) denkleminde kullanılmasıyla, üçüncü mertebe normalleştirilmiş polinom,

$$\tau^3 + b\tau^2 + c\tau + 1 = 0 \quad (2.2.7)$$

şeklinde elde edilir. Normalleştirilmiş zamanla gerçek zaman arasındaki bağıntı, (2.1.12), üçüncü mertebe modeller için de geçerlidir.

Böylece, (2.2.1) polinomu normalleştirilerek katsayı düzlemi şekline konulur [7]. Bu işlemin amacı, (2.2.1) denkleminin bilinmeyen parametrelerinden olan a_3 ü, normalleştirme frekansı ω_0 ın hesaplanmasında kullanılarak, bilinmeyen parametre sayısını bir azaltmak ve parametrelerin belirlenmesini kolaylaştırmaktır. Ayrıca, (2.1.12) bağıntısı gerçek zaman ile normalleştirilmiş zaman arasındaki ilişkiyi belirlediğine göre sistem için istenen frekans değeri ω_c kolayca hesaplanabilmektedir. Parametrelerin hesaplanması işleminde (2.1.12) bağıntısı tasarım şartlarından M_p (zaman bölgesi) ve ω_c (frekans bölgesi) arasında ilişkiyi sağlayan önemli bir bağıntı olarak ortaya çıkmaktadır. Normalleştirme işleminin kullanılması ile hem zaman cevabı, hem de frekans cevabının birbirinden bağımsız olarak belirlenmesi ve istenilen tasarım şartlarını sağlayan parametrelerin hesaplanması mümkün olmaktadır. Bu konuda daha önceki çalışmalarda, denklemler normalleştirmeden yararlanarak katsayı düzleminin her bölgesi için tasarım özelliklerini birer birer sağlayacak şekilde çözülerek grafikler üzerinde gösterilmiştir [4].

Üçüncü mertebe referans modellerin en genel şekli aşağıda verilmiştir :

$$T_{m3}(s) = \frac{b_1 s^2 + b_2 s + b_3}{s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3} \quad (2.2.8)$$

(2.2.8) denkleminde normalleştirme işlemi uygulanarak, modelin katsayı düzlemine uyarlanmış en genel şekli,

$$T_{m3}(s) = \frac{\beta b \tau^2 + \alpha c \tau + 1}{\tau^3 + b \tau^2 + c \tau + 1} \quad (2.2.9)$$

olarak elde edilir.

Ayrıca, α ve β nın değerlerine göre, (2.2.9) modelinin üç ayrı tipi olarak da,

$\alpha = \beta = 0$ ise Tip 1:

$$T_{m3}(s) = \frac{1}{\tau^3 + b\tau^2 + c\tau + 1} \quad (2.2.10)$$

$\alpha = 1$ ve $\beta = 0$ ise Tip 2 :

$$T_{m3}(s) = \frac{c\tau + 1}{\tau^3 + b\tau^2 + c\tau + 1} \quad (2.2.11)$$

$\alpha = 1$ ve $\beta = 1$ ise Tip 3 :

$$T_{m3}(s) = \frac{b\tau^2 + c\tau + 1}{\tau^3 + b\tau^2 + c\tau + 1} \quad (2.2.12)$$

tarif edilmiştir [4].

2.2.1. Üçüncü Mertebe Sıfır Hız Gecikmeli Referans Modellerin Katsayı Düzlemindeki Sınırlaması

Yukarıda verilen Tip 1, Tip 2 ve Tip 3 referans modeller, üçüncü mertebe sıfır hız gecikmeli modellerdir. Kontrol mühendisliğinde, bu modeller bazı sistemlerin rampa giriş fonksiyonlarını yeterli doğrulukta takip etmeleri istendiği zaman kullanılırlar Rampa giriş için sürekli durum hataları 0 dır. Ancak, diğer pek çok uygulamada, sürekli durum hatasının belirli bir değeri aşmaması yeterlidir. Bahsedilen sıfır hız gecikmesinin nasıl bir sınırlama getirdiğini göstermek için, transfer fonksiyonu (2.2.9) deki gibi belirlenmiş ise,

$$T_{m3}(s) = \frac{\beta b\tau^2 + \alpha c\tau + 1}{\tau^3 + b\tau^2 + c\tau + 1} \quad (2.2.9)$$

sistemin hata/giriş oranı :

$$\frac{E(s)}{\theta_i(s)} = [1 - T_{m3}(s)] = \left[\frac{(1-\alpha)c\tau + (1-\beta)b\tau^2 + \tau^3}{1 + c\tau + b\tau^2 + \tau^3} \right] \quad (2.2.1.1)$$

şeklini alır.

Rampa girişler,

$$\theta_i(t) = \Omega \cdot t \quad \text{veya} \quad \theta_i(s) = \left[\Omega / s^2 \right] \quad (2.2.1.2)$$

için (2.2.1.1) denkleminde, son değer teoremi uygulanarak, sürekli durum hatası,

$$e_{ss}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s\Omega}{s^2} \left[\frac{(1-\alpha)c(s/\omega_0) + (1-\beta)b(s/\omega_0)^2 + (s/\omega_0)^3}{1 + c(s/\omega_0) + b(s/\omega_0)^2 + (s/\omega_0)^3} \right] \quad (2.2.1.3)$$

bazı terimlerin sifira gitmesi ile

$$e_{ss}(t) = \left[\frac{\Omega \cdot c}{\omega_0} (1 - \alpha) \right] \quad (2.2.1.4)$$

olarak bulunur.

Buna göre, sürekli durum hatasının, (2.2.1.4) sifira eşit olması için $\alpha = 1$ olması gereklidir. Böylece sifir hatası için, modelin katsayı düzlemi şekli :

$$T_{m3}(s) = \frac{c\tau + 1}{\tau^3 + b\tau^2 + c\tau + 1} \quad (2.2.11)$$

olarak belirlenmiş olur.

Towill' in çalışmalarında kullandığı (2.2.11) denkleminde, $\alpha = 1$ kabul edilmesi halinde referans modelin S.K.A. sabitleri hesaplanamamaktadır. S.K.A. sabitlerinin hesaplanamaması kompensatör tasarımı yönteminin

işletilememesine neden olmaktadır. Bu durum referans modellerin en genel şekliyle hesaplanmasını zorunlu kılmaktadır. Oysaki Towill'in ele aldığı tek sıfırlı üçüncü mertebe referans model, bu kısıtlama kullanılmadan elde edilmiştir. Literatürde, üçüncü mertebe sabit katsayılı veya tek sıfırlı modeller, normalleştirme işlemine tabi tutularak ve yukarıda bahsedilen kısıtlama probleme ilave edilmeden iki parametre ile tanımlanmış hale getirilerek çözülmüş ve grafikler halinde yayınlanmıştır [4]. Bu yönteme katsayı düzlemi denmesinin sebebi iki parametre içeren modelin matematiksel ifadesinin iki eksenli bir grafikte, başka bir deyişle X-Y koordinatlarında gösterilebilmesidir. Bu biçimde gösterimin en önemli yararı, belirli tasarım şartlarını sağlayan bir modelin davranışının grafiklerle ifade edilebilmesidir. Ancak grafiksel çözümün yapılabilmesi sadece iki parametreye bağlı olduğuna göre, üçüncü parametre için sabit bir değer kabul edilerek sistemin diğer iki parametreye bağlı olarak davranış özelliklerinin hesaplanabilmesi mümkün olmaktadır. Literatürde üçüncü mertebe tek sıfırlı modellerle ilgili bu yöntemi kullanan grafiksel çalışmalar mevcuttur. Ancak üçüncü mertebe çift sıfırlı modellerle ilgili ne analitik ne de grafiksel herhangi bir çalışmaya rastlanılmamış, çözümler üçüncü mertebe payı sabit (sıfırı olmayan) veya tek sıfırlı modellerle sınırlı kalmıştır. Bu çalışmada ele aldığımız üçüncü mertebe çift sıfırlı model, Tip3, üzerinde yapılmış çalışma sonuçlarına literatürde rastlanılmamıştır. Kaynaklarda ele alınan üçüncü mertebe tek sıfırlı model, Tip 2, $\alpha=1$ sabit kabul edilerek grafik çözümlerde kullanılabilmektedir. Bunun nedeni, tek sıfırlı modelde bilinmeyen üç parametre bulunması ve bilinmeyen üç parametreye göre grafiksel çözüm yapılamamasıdır. Çift sıfırlı modelin ise dört parametresi (α, β, c ve b) bilinmemektedir, dört parametreye bağlı grafik çözüm oluşturmak çok uğraştırıcı olacağı için literatürde bu modeli kullanan herhangi bir grafiksel çözüme de rastlanılmamıştır. Bunun sebebi α ve β nin

her farklı değeri için yeni bir grafik çözüm oluşturulması gereği, dolayısıyla de grafik sayısının aşırı rakamlara yükselmesidir.

Yukarıda konu edilen problem üzerinde grafiksel çözümler üreten bir çalışmamız vardır [8]. O çalışmada tek sıfırlı üçüncü mertebe referans modellerde α için 0.0 ile 1.0 aralığında 1'e çok yakın farklı değerler kullanılmıştı. Ancak o tür bir yaklaşımdaki en büyük olumsuzluk, α 'nın farklı değeri için yeni bir grafik çözüm üretilmesi gereğinin yaklaşımın pratikliğini azaltmasıdır. Tasarım esnasında anılan grafikler yoluyla en iyi çözümün belirlenmesi de oldukça zor olabilmektedir. Bu nedenlerle, genel üçüncü mertebe referans modellerin grafik yoluyla belirlenmesi pratik bir çözüm sunmamaktadır. Bunun yerine, daha pratik ve hızlı çözüm yöntemi geliştirmek amacıyla öngörülen tasarım şartlarını sağlayan referans modelleri sayısal yöntemlerle hesaplayabilen bir bilgisayar programı hazırlanmasına girişilmiştir.

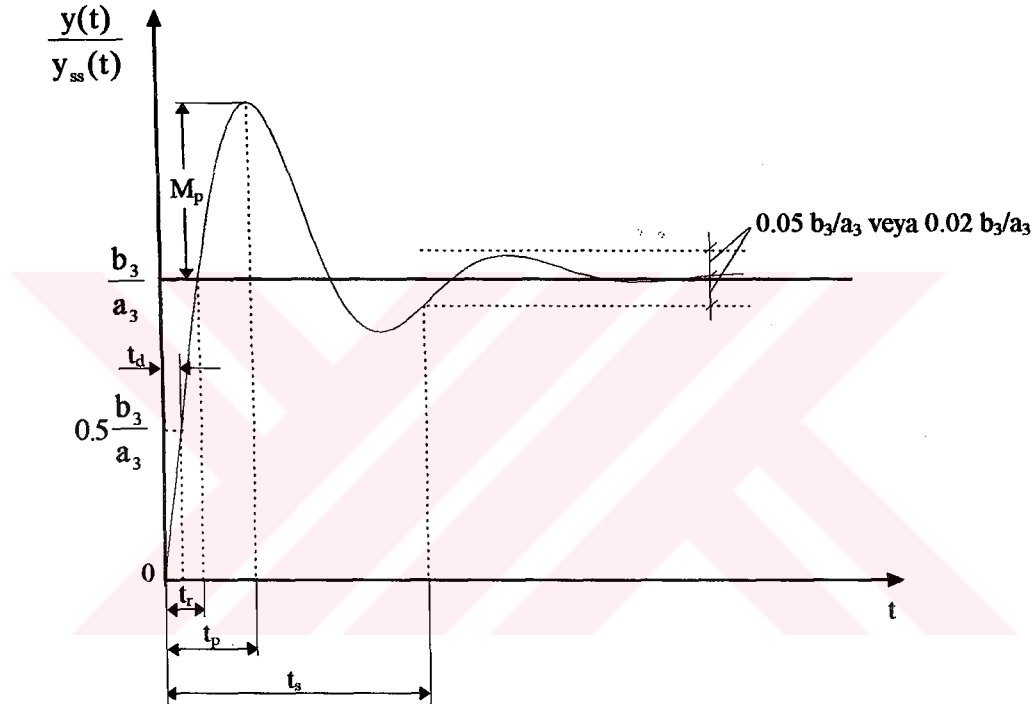
3. REFERANS MODELLERİN HESAPLANMASINDA KULLANILAN TASARIM ŞARTLARI

Mekanik sistemlerin davranışları kontrol mühendisliğinde belli özelliklerle tarif edilmiştir. Bu özelliklerle tarif edilmek istenen, genellikle sistemin kararlılığı, cevap hızı ve verilen bir giriş fonksiyonunu ne ölçüde takip edebildiğidir. Bu çalışmada tasarım şartları olarak maksimum aşma M_p , geçiş frekansı ω_c ve hız hata katsayısı k_v tercih edilmiştir. Bu özellikler bir sistemin hem kararlılığı hem de hızını iyi düzeyde gösterebilen en önemli özelliklerdir. Sistem kararlılığını ve cevap hızını yansıtan önemli bir özelliği M_p dir. Kontrol literatüründe faz payı ϕ_{pm} ve sönüm oranı ζ nın tasarım şartı olarak yaygın biçimde kullanılmaları, genellikle doğrudan istenilen özellikler olmasalar da, M_p ye oranla çok daha kolay hesaplanmaları nedeniyledir [3,9,10,11]. Ancak daha önce yapılan çalışmalarda M_p şartı yerine bu şartı yaklaşık sağlamak amacıyla, ϕ_{pm} ile ζ birlikte şart koşularak M_p değeri belli sınırlar içinde tutulmaya çalışılmıştır. ϕ_{pm} ve ζ nın yaygın kullanımının temel bir nedeni, M_p bir tasarım şartı olarak kullanılmak istendiğinde elde edilen denklemlerin hem zaman hem de frekans bölgesinde birlikte çözülememesidir. M_p yerine ϕ_{pm} ile ζ nın tasarım şartı olarak özelliklerinin kullanılması halinde denklem takımları çözülebilmektedir [3]. Bu çalışmada kullanılan tasarım şartlarından M_p yi diğer tasarım özellikleri ile birlikte ele alan bir çözüme kaynaklarda rastlanılmamıştır. M_p şartı her ne kadar literatürdeki tasarım problemlerinde genellikle sağlanması istenen bir şart olarak ifade edilirse de problem çözümüne direk olarak girmemektedir. Yukarıda ifade edildiği gibi, denklem takımlarının çözümünde karşılaşılan en büyük zorluk, belirlenmesi istenen referans modelin kısmen zaman bölgesinde,

tasarım şartları ile kontrol sistemi tasarımı mevcut yöntemlerin dışında ilk defa denenen yeni bir yaklaşımdır.

3.1. Maksimum Aşma M_p

Bir kontrol sisteminin birim basamak bir girişe verdiği cevaptaki en büyük değer olarak tanımlanır. Bu değer, Şekil 3.1 de gösterildiği gibi, cevabın sürekli durum değerinden en büyük sapmasıdır .



Şekil 3.1 Maksimum Aşma

M_p bir zaman bölgesi özelliğidir. Bu özelliğin hesaplanması, hazır bir paket program kullanılmıyorsa, oldukça uğraştırıcıdır. Genellikle iki ayrı yöntemle belirlenir. Birinci yöntem, ilgili sistemin çıkış fonksiyonunun ters Laplace dönüşümünden elde edilen fonksiyonu belirli bir zaman aralığı için sayısal olarak çözmektir. Örneğin, en genel haliyle, üçüncü mertebe bir polinomun üç gerçek kökü veya bir gerçek ile iki kompleks kökü olabildiğine göre, tek

olarak çözmektir. Örneğin, en genel haliyle, üçüncü mertebeye bir polinomun üç gerçek kökü veya bir gerçek ile iki kompleks kökü olabildiğine göre, tek sıfırlı bir referans model için iki ayrı çözüm olabilir. Çift sıfırlı referans modelin, ikinci mertebeden payının iki gerçek veya iki kompleks kökü olabilir. Bu modelin basamak giriş cevabı en genel şekilde bilinmeyen parametrelerle tanımlanmışsa, kök yerleşim durumuna göre modelin cevabının ve karşılık gelen 4 farklı ters Laplace dönüşümünün ayrı ayrı hesaplanması gerekir. Bu da işlemleri karmaşıktır ve fonksiyonların hesaplanmasını oldukça zorlaştırır. Bu zorluk diğer yöntemin kullanılması, modellerin zaman cevaplarının bulunması için transfer fonksiyonuna karşılık gelen diferansiyel denklemin belirlenerek, Runge-Kutta 4 sayısal diferansiyel denklem çözümü ile ortadan kaldırılabilir.

3.2. Geçiş Frekansı ω_c

Geçiş frekansı ω_c , bir sistemin A.Ç.T.F.'nin genliğinin sıfır db değerini aldığı frekans olarak tanımlanır. Bu değer sistemin takip edebileceği en yüksek frekans değeridir. Bu çalışmada ω_c nin tasarımı şartı olarak kullanılmasının nedeni tasarlanan sistemin cevap hızını istenilen bir değere yaklaştırmak ve bu şartı sağlayan referans modelin katsayılarını elde edebilmektir.

3.3. Hız Hata Katsayısı k_v

Hız hata katsayısı k_v , sisteme bir rampa giriş fonksiyonu uygulandığında oluşan sistemin sürekli durum hatası $e_{ss}(t)$ nin bir fonksiyonu olarak hesaplanır [11],

$$e_{ss}(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s(A/s^2)}{1+G(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{A}{s+sG(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{A}{sG(s)} \quad (3.3.1)$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \left\{ \frac{A}{\left[K \prod (s + z_i) \right] / \left[s^N \prod (s + p_k) \right]} \right\}$$

ve Tip 1 sistemler, $N=1$, için,

$$e_{ss} = \frac{A}{(K \prod Z_i / \prod p_k)} = \frac{A}{k_v} \quad (3.3.2)$$

Tip 0 sistemler, $N=0$ için, sürekli durum hatası sonsuzdur. Sistem Tipi 1 den büyük ise sonlu bir değere sahiptir.

İstenilen tasarım şartlarını sağlayan referans modellerin hesaplanabilmesi için, önce tasarım özelliklerinin nasıl hesaplandıkları aşağıda her model için ayrı ayrı açıklanmaktadır.

4. TASARIM ŞARTLARINI SAĞLAYAN İKİNCİ MERTEBE REFERANS MODELLERİN BELİRLENMESİ

4.1. Maksimum Aşma M_p nin Hesaplanması

İkinci mertebe tek sıfırlı referans modellerin en genel şekli,

$$T_{m2}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{b_1s + b_2}{s^2 + a_1s + a_2} \quad (2.1.1)$$

olarak verilmişti [9].

Modelin zaman cevabının Runge-Kutta 4 yöntemi ile belirlenmesi için, cevap fonksiyonunun karşılığı olan diferansiyel denklem aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_2y = b_0\ddot{u} + b_1\dot{u} + b_2u \quad (4.1.1)$$

Burada durum değişkenleri,

$$\begin{aligned} x_1 &= y - \beta_0 u \\ x_2 &= \dot{x}_1 - \beta_1 u \end{aligned} \quad (4.1.2)$$

olarak ve

$$\begin{aligned} \beta_0 &= b_0 = 0 \\ \beta_1 &= b_1 - a_1\beta_0 \\ \beta_2 &= b_2 - a_1\beta_1 - a_2\beta_0 \end{aligned} \quad (4.1.3)$$

olarak belirlenirse, $\dot{x}_1$ ve $\dot{x}_2$,

$$\dot{x}_1 = x_2 + \beta_1 u \quad (4.1.4)$$

$$\dot{x}_2 = -a_2 x_1 - a_1 x_2 + \beta_2 u \quad (4.1.5)$$

olarak elde edilebilir.

(4.1.4) ve (4.1.5) denklemleri, bir vektör-matris diferansiyel eşitliğine yerleştirilerek, durum ve çıkış denklemleri de sırası ile aşağıdaki gibi matris formunda verilebilir,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} u \quad (4.1.6)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \beta_0 u \quad (4.1.7)$$

(4.1.6) ve (4.1.7) denklemleri Runge-Kutta 4 (RK-4) yöntemi [9] ile çözülerek, modelin zaman cevabı ve maksimum aşması M_p hesaplanmaktadır. Bu hesaplamalarda $b_2 = a_2$ kabul edilmiştir.

4.2. Geçiş Frekansı ω_c nin Hesaplanması

İkinci mertebe tek sıfırlı referans modelin K.Ç.T.F. na, (2.1.1), karşılık gelen birim geri beslemeli A.Ç.T.F., $a_2 = b_2$ kabul edilerek,

$$G_{m2}(s) = \frac{b_1 s + a_2}{s^2 + (a_1 - b_1)s} \quad (4.2.1)$$

şeklinde elde edilir.

Geçiş frekansı ω_c , sistemin A.Ç.T.F.'nin sıfır db değerini aldığı frekans olduğuna göre, denklem (4.2.1)' in frekans cevabının bulunması için s yerine $j\omega_c$ yazılırsa denklem aşağıdaki şekli alır,

$$G_{m2}(j\omega_c) = \frac{b_1(j\omega_c) + a_2}{(j\omega_c)^2 + (a_1 - b_1)j\omega_c} \quad (4.2.2)$$

buradan,

$$1 = \frac{|b_1(j\omega_c) + a_2|}{\left|[(j\omega_c)^2 + a_1j\omega_c + a_2] - [(b_1j\omega_c) + a_2]\right|} \quad (4.2.3)$$

elde edilir. (4.2.3) eşitliğinden elde edilen [3],

$$\omega_c^4 + \omega_c^2(a_1^2 - 2a_1b_1) - a_2^2 = 0 \quad (4.2.4)$$

denkleminin çözümü, ikinci mertebe modelin geçiş frekansı ω_c 'yi verir.

(4.2.4) denklemi normalleştirilerek,

$$\left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^4 + \left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^2 [b^2 - 2bc] - 1 = 0 \quad (4.2.5)$$

elde edilir.

4.3. Hız Hata Katsayısı k_v nin Hesaplanması

İkinci mertebe tek sıfırlı referans model, (2.1.1) in

$$T_{m2}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{b_1s + b_2}{s^2 + a_1s + a_2} \quad (2.1.7)$$

hız hata katsayısı k_v ,

$$k_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG_{m2}(s) = \frac{a_2}{(a_1 - b_1)} \quad (4.3.1)$$

olarak belirlenir. (4.3.1) denklemi normalleştirilerek

$$\frac{k_v}{\omega_0} = \frac{1}{(b - c)} \quad (4.3.2)$$

şekline konulabilir.

4.4. Tasarım Şartlarından Elde Edilen Denklemlerin Birlikte Çözüm

Yöntemi

İkinci mertebe bir model için, yukarıda elde edilen (4.1.6), (4.1.7) denklemleri ile M_p , (4.2.5) denklemi ile ω_c , ve (4.3.2) denklemi k_v değerleri hesaplanabilir. İstenilen M_p , ω_c ve k_v şartlarını sağlayan referans modelin bilinmeyen parametreleri ise bu denklemlerin birlikte çözümü ile belirlenir. Önce, normalleştirme işlemi uygulanarak normalleştirilmiş model (2.1.8) elde edilmişti. Normalleştirme işlemi ile, model (2.1.7) nin bir parametresi normalleştirme için kullanılan açısız frekans değerinin içinde yer aldığı için bilinmeyen parametre sayısı 2'ye inmektedir. İşlemin en önemli yanı gerçek zamanla normalleştirilmiş zaman arasındaki bağıntının belli olmasıdır. Bu işlem ile zaman cevabı fonksiyonu da normalleştirildiği için basamak cevabı fonksiyonunun hesaplanması işleminde de zaman ekseninde esneklik sağlanır. Yani, sistemin hızını zaman bölgesinde belirlemeye artık gerek yoktur. Maksimum aşma M_p yi sağlayan referans modelin normalleştirilmiş parametreleri sayısal olarak hesaplanır. Elde edilen normalleştirilmiş parametreler geçiş frekansı fonksiyonunda kullanılarak normalleştirme frekansı ω_0 hesaplanır. Normalleştirme frekansı kullanılarak modelin bilinmeyen parametreleri hesaplanır. Bu işlem modelin zaman cevabı ile geçiş frekansı cevabı arasındaki ilişkiyi sağlaması ve denklemlerin birbirinden bağımsız çözülebilmesi bakımından çok faydalıdır. Aksi halde, kısmen frekans kısmen de zaman bölgesinde öngörülen şartları sağlayan bir modelin parametrelerinin hesaplanabilmesi mümkün olmaz. (4.3.2) geçiş

frekansı fonksiyonunun çözümünden elde edilen normalleştirilmiş geçiş frekansının bulunması ile bütün parametreler bu değere bağlı olarak belirlenir. Denklem (4.3.1) ile tanımlanan hız hata katsayısı k_v , referans modelin zaman cevabının belirlenmesi için gerekli olan parametrelerden birinin k_v değerine bağlı olarak belirlenmesinde kullanılır. Böylece k_v şartı için elde edilen denklem, denklem takımının çözümünde değil sadece parametrelerden birinin k_v şartına bağlı olarak belirlenmesinde sınırlayıcı bir denklem olarak çözüme girer. Bilinmeyen parametrelerden birisi olan a_2 nin normalleştirme açısal frekansı ω_0 ın hesaplanmasında kullanılması ve diğer iki parametre a_1 ile b_1 e normalleştirme uygulanması ile bilinmeyen parametre sayısı 3'den 2'ye indirilir. a_1 ve b_1 normalleştirme sonunda b ve c gibi iki yeni parametre ile tanımlanır. Denklem takımının çözümü, yeniden tanımlanan 2 bilinmeyen parametre ile, daha kolaydır. Anılan çözümde k_v şartının kullanılması ile, eşitlikten b parametresinin c parametresine bağlı olarak çekilmesi ile, sadece c bilinmeyen parametresi ile denklem takımının çözülebileceği görülür. Bu işlem sayesinde bilinmeyen bir parametrenin denklem takımının çözülmesinde yer almaması hem çözümü kolaylaştırmış, hem de bir tasarım şartı olan k_v denklem takımının çözümüne dahil edilmiştir.

Modelin bilinmeyen parametrelerinin hesaplanması "Sınırlamalı Hooke & Jeeves optimizasyon yöntemi [12]" ile, zaman cevabı RK-4 [9] sayısal diferansiyel denklem çözümü yöntemi ile, geçiş frekansı da Newton-Raphson yöntemi ile, ve aynı program içinde çok kısa bir sürede yapılabilmektedir.

5. TASARIM ŞARTLARINI SAĞLAYAN ÜÇÜNCÜ MERTEBE REFERANS MODELLERİN BELİRLENMESİ

5.1. Maksimum Aşma M_p nin Hesaplanması

Üçüncü mertebe tek-sıfırlı referans model,

$$T_{m3}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{b_2s + b_3}{s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3} \quad (5.1.1)$$

olarak, üçüncü mertebe çift-sıfırlı referans model ise

$$T_{m3}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{b_1s^2 + b_2s + b_3}{s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3} \quad (2.2.8)$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

Örneğin (2.2.8) modelinin zaman cevabının Runge-Kutta 4 yöntemi ile belirlenmesi için transfer fonksiyonu (2.2.8) in karşılığı olan diferansiyel denklem aşağıdaki şekilde yazılabilir,

$$\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_2y + a_3y = b_0\ddot{u} + b_1\dot{u} + b_2\dot{u} + b_3u \quad (5.1.2)$$

Burada durum değişkenleri,

$$x_1 = y - \beta_0 u$$

$$x_2 = \dot{y} - \beta_0\dot{u} - \beta_1u = \dot{x}_1 - \beta_1u \quad (5.1.3)$$

$$x_3 = \ddot{y} - \beta_0\ddot{u} - \beta_1\dot{u} - \beta_2u = \dot{x}_2 - \beta_2u$$

olarak, ve

$$\beta_0 = b_0$$

$$\beta_1 = b_1 - a_1\beta_0 \quad (5.1.4)$$

$$\beta_2 = b_2 - a_1\beta_1 - a_2\beta_0$$

$$\beta_3 = b_3 - a_1\beta_2 - a_2\beta_1 - a_3\beta_0$$

olarak tanımlanabilir.

$\dot{x}_1$ ve $\dot{x}_2$ durum değişkenlerinin tanımından,

$$\dot{x}_1 = x_2 + \beta_1 u \quad (5.1.5)$$

$$\dot{x}_2 = x_3 + \beta_2 u \quad (5.1.6)$$

şeklinde elde edilebilir. $\dot{x}_3$ ün elde edilmesi için, (5.1.3) deki son denklemin türevi alınarak,

$$\dot{x}_3 = \ddot{y} - \beta_0 \ddot{u} - \beta_1 \dot{u} - \beta_2 \dot{u} \quad (5.1.7)$$

ve (5.1.7) de $\ddot{y}$ için (5.1.2) den yerine koyma yapılarak,

$$\dot{x}_3 = (-a_1 \ddot{y} - a_2 \dot{y} - a_3 y) + b_0 \ddot{u} + b_1 \dot{u} + b_2 \dot{u} + b_3 u - \beta_0 \ddot{u} - \beta_1 \dot{u} - \beta_2 \dot{u} \quad (5.1.8)$$

bulunur. Ayrıca, aşağıdaki işlemler de yapılarak,

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 &= -a_1 (\ddot{y} - \beta_0 \ddot{u} - \beta_1 \dot{u} - \beta_2 \dot{u}) - a_2 \beta_0 \ddot{u} - a_2 \beta_1 \dot{u} - a_2 \beta_2 \dot{u} \\ &\quad - a_3 (\dot{y} - \beta_0 \dot{u} - \beta_1 u) - a_3 \beta_0 \dot{u} - a_3 \beta_1 u - a_3 \beta_2 u \\ &\quad + b_0 \ddot{u} + b_1 \dot{u} + b_2 \dot{u} + b_3 u - \beta_0 \ddot{u} - \beta_1 \dot{u} - \beta_2 \dot{u} \end{aligned}$$

veya,

$$\begin{aligned}\ddot{x}_3 = & -a_1x_3 - a_2x_2 - a_3x_1 + (b_0 - \beta_0)\ddot{u} + (b_1 - \beta_1 - a_1\beta_0)\dot{u} \\ & + (b_2 - \beta_2 - a_1\beta_1 - a_2\beta_0)\dot{u} + (b_3 - a_1\beta_2 - a_2\beta_1 - a_3\beta_0)u\end{aligned}$$

veya,

$$\begin{aligned}\dot{x}_3 = & -a_1x_3 - a_2x_2 - a_3x_1 + (b_3 - a_1\beta_2 - a_2\beta_1 - a_3\beta_0)u \\ \dot{x}_3 = & -a_3x_1 - a_2x_2 - a_1x_3 + \beta_3u\end{aligned}\quad (5.1.9)$$

olarak elde edilir. (5.1.5), (5.1.6) ve (5.1.9) denklemlerinin, bir vektör-matris diferansiyel eşitliğine yerleştirilmesiyle, durum ve çıkış denklemleri de sırası ile aşağıdaki gibi matris formunda gösterilebilir,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_3 & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} u \quad (5.1.10)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \beta_0 u \quad (5.1.11)$$

(5.1.10) ve (5.1.11) denklemleri RK-4 yöntemi ile çözülerek, modelin zaman cevabı ve maksimum aşması M_p hesaplanabilir. Bu hesaplamalarda $b_3 = a_3$ kabul edilmektedir.

5.2. Geçiş Frekansı ω_c nin Hesaplanması

Üçüncü mertebe tek-sıfırlı referans model,

$$T_{m3}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{b_2s + b_3}{s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3} \quad (5.1.1)$$

olarak tanımlanmıştır. Bu modelin karşılığı olan birim geri beslemeli sistemin A.Ç.T.F., $a_3 = b_3$ kabul edilerek,

$$G_{m3}(s) = \frac{b_2s + a_3}{s^3 + a_1s^2 + (a_2 - b_2)s} \quad (5.2.1)$$

şeklinde elde edilir. Geçiş frekansı ω_c nin belirlenmesi için s yerine $j\omega_c$ yerleştirilerek (5.2.1) denklemi,

$$1 = \frac{|b_2(j\omega_c) + a_3|}{|(j\omega_c)^3 + a_1(j\omega_c)^2 + (a_2 - b_1)j\omega_c|} \quad (5.2.2)$$

şekline konulur. (5.2.2) den,

$$1 = \frac{|b_1(j\omega_c) + a_2|}{\left| \left[(j\omega_c)^2 + a_1j\omega_c + a_2 \right] - \left[(b_1j\omega_c) + a_2 \right] \right|} \quad (5.2.3)$$

(5.2.3) eşitliği, (5.2.3) den de,

$$\omega_c^6 + \omega_c^4(a_1^2 - 2(a_2 - b_2)) + \omega_c^2((a_2 - b_2)^2 - b_2^2) - a_3^2 = 0 \quad (5.2.4)$$

(5.2.4) denklemi elde edilebilir [8]. (5.2.4) denklemi normalleştirilerek,

$$\left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^6 + \left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^4 [b^2 - 2(c - \alpha c)] + \left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^2 [c^2 - 2c^2\alpha] - 1 = 0 \quad (5.2.5)$$

üçüncü mertebe tek sıfırlı referans modelin normalleştirilmiş geçiş frekansı denklemi, (5.2.5) elde edilir.

(5.1.1) modeli için geçiş frekansı (5.2.5) denklemi ile hesaplanır. Üçüncü mertebe çift sıfırlı referans model (2.2.8) için, geçiş frekansı cevabının hesaplanması için, (5.2.5) denkleminin eşdeğerlisinin benzer şekilde bulunması gereklidir. Üçüncü mertebe çift sıfırlı model, daha önce,

$$T_{m3}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{b_1 s^2 + b_2 s + b_3}{s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3} \quad (2.2.8)$$

olarak tanımlanmıştır. (2.2.8) modelinin karşılığı olan açık çevrimli sistemin T.F. , $a_3 = b_3$ kabul edilerek,

$$G_{m3}(s) = \frac{b_1 s^2 + b_2 s + b_3}{s^3 + (a_1 - b_1)s^2 + (a_2 - b_2)s} \quad (5.2.6)$$

elde edilir. Geçiş frekansı ω_c nin belirlenmesi için ,

$$1 = \frac{|b_1(j\omega_c)^2 + b_2(j\omega_c) + b_3|}{|(j\omega_c)^3 + (a_1 - b_1)(j\omega_c)^2 + (a_2 - b_2)(j\omega_c)|}$$

veya,

$$1 = \frac{(b_3 - b_1\omega_c^2)^2 - (b_2\omega_c)^2}{[(b_1 - a_1)\omega_c^2]^2 + [(a_2 - b_2)\omega_c - \omega_c^3]^2} \quad (5.2.7)$$

eşitlikleri yazılabilir. (5.2.7) eşitliğinden,

$$\omega_c^6 + \omega_c^4 \left((b_1 - a_1)^2 - 2(b_2 - a_2) - b_1^2 \right) + \omega_c^2 \left((a_2 - b_2)^2 + b_2^2 + 2b_1b_3 \right) - b_3^2 = 0 \quad (5.2.8)$$

(5.2.8) denklemi elde edilebilir. (5.2.8) denklemi normalleştirilerek,

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^6 + \left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^4 [(\beta b - b)^2 + 2(c - \alpha c) - \beta b] \\ & + \left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^2 [(c - \alpha c)^2 + (\alpha c)^2 + 2\beta b] - 1 = 0 \end{aligned} \quad (5.2.9)$$

(2.2.8) modeli için normalleştirilmiş geçiş frekansı denklemi,(5.2.9), elde edilir.

5.3. Hız Hata Katsayısı k_v nin Hesaplanması

Üçüncü mertebe tek sıfırlı ve çift sıfırlı modeller için hız hata katsayısı k_v ,

$$k_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G_{m3}(s) = \frac{a_3}{(a_2 - b_2)} \quad (5.3.1)$$

olarak elde edilir.

(5.3.1) nolu denklem normalleştirilerek,

$$\frac{k_v}{\omega_0} = \frac{1}{c(1 - \alpha)} \quad (5.3.2)$$

şekline konulabilir.

Üçüncü mertebe tek sıfırlı ve çift sıfırlı referans modeller için k_v tasarım şartı (5.3.2) denklemi ile belirlenmektedir.

5.4. Tasarım Şartlarından Elde Edilen Denklemlerin Birlikte Çözülmesi

Üçüncü mertebe referans modellerin parametrelerinin hesaplanma yöntemi, ikinci mertebe referans modeller için kullanılan yöntemle aynıdır (bakınız

Bölüm 4.4.). Ancak , burada bilinmeyen parametre sayısı tek sıfırlı model için 4 , çift sıfırlı model için 5 'dir. Normalleştirme işlemi ile, bilinmeyen parametrelerden birisi normalleştirme için kullanılan açısal frekans değerinin içinde yer aldığından hesaplama işlemine bilinmeyen parametre sayısı 1 azaltılmış olarak başlanır. İstenilen maksimum aşma M_p değerine göre modelin normalleştirilmiş parametreleri hesaplanır. Belirlenen parametreler tek sıfırlı veya çift sıfırlı referans modellerin normalleştirilmiş geçiş frekansı denklemleri, (5.2.5) ve (5.2.9) da kullanılarak, geçiş frekansı fonksiyonunun çözümünden normalleştirilmiş geçiş frekans değeri $\left(\frac{\omega_c}{\omega_0} = \text{sabit} \right)$ hesaplanır.

Tasarım şartı olarak istenilen ω_c değerine, normalleştirilmiş geçiş frekansı değerinin bölünmesi ile normalleştirme açısal frekansı ω_0 elde edilir. Modelin parametreleri bu değere bağlı olarak belirlenir.

6. MODEL İNDİRGEME

Sistemlerin mertebelerinin indirgenmesi (azaltılması) üzerine bir çok çalışma mevcuttur. Yaklaşık otuz yıldır yüksek mertebeden doğrusal, kararlı sistemlerin dinamik cevapları ve sürekli durum değerlerine yakın davranış gösteren düşük mertebeden modeller elde edilebilmesi için yoğun çalışmalar yapılmıştır. İndirgenmiş modeller kullanımı sadece sistemlerin simülasyon ve analizi için kullanılmakla kalmamakta, kontrol sistemi tasarımında karşılaşılan zorluk ve karmaşıklık düzeylerini de azaltmaktadır. Yüksek mertebeli sistem yerine, zaman ve frekans bölgesinde çok yakın davranışlar gösteren indirgenmiş düşük mertebeden bir modeli kullanılarak daha basit ve hızlı çözümler elde edebilmektedir. Bu amacı gerçekleştirmek için farklı yaklaşımlar kullanılmıştır. Bunlara örnek olarak; Zaman Momentleri yöntemi (Zakian, 1973), Markov Parametreleri (Bosley ve Lees, 1972; Hickin ve Sinha, 1976), Sürekli Kesir Açılımı yöntemi (Chen ve Shieh, 1968; Chen, 1974; Shih ve Wu, 1973; Shamash, 1974; Parthasarathy ve Jayasimha, 1983) ve Pade uyarlaması (Baker, 1965) sayılabilir. Bu yöntemlerin en önemli bir dezavantajı ise belirledikleri yaklaşık modelin kararsız olabilmesidir. Orijinal sistemin hakim özdeğerlerinin korunması üzerine kurulu yöntemler (Davison, 1966; Aoki, 1968; Hickin ve Sinha, 1975 vd.) ile elde edilen indirgenmiş modeller ise daima kararlı olmaktadır. Sistemin hakim kutuplarının saklanması temeline dayalı çok sayıda indirgeme yöntemi vardır (Chidimbara, 1969; Davison, 1966; Nagarajan, 1971 vd.). Bu yöntemlerin en önemli özelliği, eğer yüksek mertebeden sistem kararlı ise indirgenmiş modelinin de kararlı, eğer sistem kararsızsa modelinin de kararsız olmasıdır. Bu yöntemlerin çok büyük bir bölümü durum vektörleri formunda tanımlandığı için yüksek mertebeli durum matrisinin öz değerleri ve öz vektörlerinin hesaplanmasını içermektedir. Bu da yöntemlerin uygulanmasını oldukça karmaşıktırmaktadır. İndirgeme

konusundaki bazı çalışmalarda üçüncü mertebe tek veya çift sıfırlı modellerin yüksek mertebeli sistemleri yeterli yaklaşıklıkla tanımladıkları gösterilmiştir [2]. Yüksek mertebeli sistemler yerine, hangi yöntemlerle üçüncü mertebe tek veya çift sıfırlı modellerin belirlenebileceğini gözden geçirmeden önce bu işlemin kompansatör tasarımına getirdiği kolaylığı kısaca açıklamakta fayda vardır. Geliştirilen yöntemde, kompansatör ilaveli bir sistemin kompansatör parametrelerinin hesaplanabilmesi için, bu sistemin K.Ç.T.F.'na ait sürekli kesir açılımlarının (S.K.A.) kolayca hesaplanabilmesi gerekmektedir. Aslında bu hesaplama çok uğraştırıcı ve zaman alıcı bir işlemdir. Tasarlanan her değişik sistem için aynı işlemlerin tekrarlanması oldukça uğraştırıcıdır. Çok sayıda sembolik ve cebirsel işlemler içermesi hata yapılması ihtimalini yükseltir. Anılan sembolik ve cebirsel işlemlerle tasarlanan her sistem için yeniden uğraşmak yerine sadece önceki bölümlerde açıklanan sınırlı sayıdaki indirgenmiş modeller için seri, iç çevrimli ve geri beslemeli kompansatör tiplerine göre yapılmış çözümlerden denklem takımlarının bulunması ve “program” içine dahil edilmesi çok büyük bir tasarım kolaylığı getirmektedir. Böylece tasarım problemleri yüksek bir doğruluk ile çözüldüğü gibi uğraştırıcı cebirsel işlemlerden kaçınılarak çözüme daha kısa bir sürede ulaşılmaktadır.

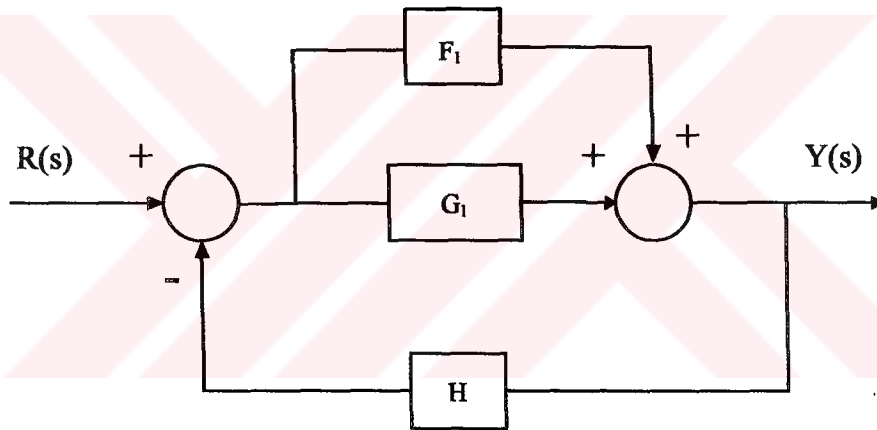
Bu çalışmada, transfer fonksiyonu ile modellenen tek girdi ve tek çıktılı sistemlerin model indirgenmesinde, sadece Chen ve Shieh'in geliştirdiği sürekli kesir açılımına dayalı yöntem [5] ile eğri uydurma yöntemi [6] kullanılmıştır. Durum denklemleri ile tanımlanan sistemler, çok girdi çok çıktılı sistemler, gecikme süresi içeren sistemlerle ilgili indirgeme yöntemleri çalışmaya dahil edilmemiştir. Çalışmanın sadece bir bölümü sistemlerin mertebe indirgenmesi ile ilgilidir. Bu konuda çok sayıda ve kapsamlı çalışmaların varlığı, anılan sistemleri de kapsayacak ilerideki bir çalışmanın konusunu oluşturabilir.

6.1. Chen Yöntemi İle Model Mertebesi İndirgeme

Chen yöntemi ile mertebesi indirgenmiş bir modelin katsayıları, yüksek mertebeden bir sistemin sürekli kesir açılımını (S.K.A) oluşturan bölümlerden, belirli sayıdaki ilk birkaçından elde edilir, sonraki bölümler ihmal edilir [5,13]. Şekil 6.1 de gösterilen ileri ve geri beslemeli sistemin K.Ç.T.F.,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1 + F_1}{1 + (G_1 + F_1)H} \quad (6.1.1)$$

şeklindedir.



Şekil 6.1 İleri ve geri beslemeli kontrol sistemi

(6.1.1) fonksiyonunun S.K.A.,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{H + \frac{1}{G_1 + F_1}} \quad (6.1.2)$$

şeklinde gösterilebilir. G_1 alt sistemi (6.1.2) denkleminde yüksek mertebeden bir transfer fonksiyonuysa, açılıma devam edilerek,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{H_1 + \frac{1}{\frac{H_2}{s} + \frac{1}{H_3 + \frac{1}{\frac{H_4}{s} + \ddots}}}} \quad (6.1.3)$$

şeklinde bir S.K.A. elde edilebilir. Bu açılım çok sayıda geri ve ileri besleme bloklarından oluşan birleşime karşılık gelir [5]. Açılımdaki H_i katsayıları Routh tipinde bir algoritma ile bulunur. Açılımın sabit terimlerden başlatılabilmesi için $Y(s)/R(s)$,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{A_{21} + A_{22}s + \dots + A_{2,n-1}s^{n-2} + A_{2,n}s^{n-1}}{A_{11} + A_{12}s + \dots + A_{1,n}s^n + A_{1,n+1}s^n} \quad (6.1.4)$$

şeklinde yazılır.

Açılımın sabit terimleri aşağıdaki denklem ile bulunabilir,

$$A_{j,k} = A_{j-2,k+1} - \frac{(A_{j-2,1})(A_{j-1,k+1})}{A_{j-1,1}} \quad (6.1.5)$$

Açılım katsayıları H_i ler,

$$H_i = A_{i,1} / A_{i+1,1} \quad , \quad i = 1, 2, \dots, 2n \quad (6.1.6)$$

olarak elde edilir. (6.1.6) denklemi kullanılarak ilk altı bölüme ait katsayılar,

$$H_1 = A_{11} / A_{21}$$

$$H_2 = A_{21} / (A_{12} - H_1 A_{22})$$

$$H_3 = (A_{12} - H_1 A_{22}) / (A_{22} - H_2 (A_{13} - H_1 A_{23})) \quad (6.1.7)$$

$$H_4 = (A_{22} - H_2(A_{13} - H_1A_{23})) / (A_{13} - H_1A_{23} - H_3(A_{23} - H_2(A_{14} - H_1A_{24})))$$

$$H_5 = (A_{13} - H_1A_{23} - H_3(A_{23} - H_2(A_{14} - H_1A_{24}))) / (A_{23} - H_2(A_{14} - H_1A_{24}) - H_4(A_{14} - H_1A_{24} - H_3(A_{24} - H_2(A_{15} - H_1A_{25}))))$$

$$H_6 = (A_{23} + A_{25} H_1 H_2 H_3 H_4 + A_{24} (H_1 H_2 + H_1 H_4 + H_3 H_4) - A_{15} H_2 H_3 H_4 - A_{14} (H_2 + H_4)) / (A_{14} - A_{24} (H_1 + H_3 + H_5) + A_{15} (H_4 H_5 + H_2 H_5 + H_2 H_3) - A_{25} (H_1 H_2 H_3 + H_1 H_2 H_5 + H_1 H_4 H_5 + H_3 H_4 H_5 + H_2 H_3 H_4 H_5 A_{16} - H_1 H_2 H_3 H_4 H_5 A_{26}))$$

olarak hesaplanabilir.

m inci mertebeden yaklaşık bir model bulunması istendiği zaman açılımın ilk 2m sayıda bölümü alınıp diğerleri ihmal edilir. Böylece ikinci mertebeden yaklaşık model, $T_{c2}(s)$, açılımın ilk dört bölümüne yukarıdaki işlemlerin uygulanmasıyla ,

$$T_{c2}(s) = \frac{H_2 H_3 H_4 + (H_2 + H_4)s}{H_1 H_2 H_3 H_4 + (H_1 H_2 + H_1 H_4 + H_3 H_4)s + s^2} \quad (6.1.8)$$

olarak bulunur. Benzer bir şekilde, açılımın ilk altı bölümünü kullanılarak üçüncü mertebeden yaklaşık model,

$$T_{c3}(s) = \frac{H_2 H_3 H_4 H_5 H_6 + (H_2 H_3 H_4 + H_2 H_3 H_6 + H_4 H_5 H_6)s + (H_2 + H_4 + H_6)s^2}{H_1 H_2 H_3 H_4 H_5 H_6 + (H_1 H_2 H_3 H_4 + H_1 H_2 H_3 H_6 + H_1 H_2 H_5 H_6 + H_1 H_4 H_5 H_6 + H_3 H_4 H_5 H_6)s + (H_1 H_2 + H_1 H_4 + H_1 H_6 + H_3 H_4 + H_3 H_6 + H_5 H_6)s^2 + s^3} \quad (6.1.9)$$

olarak bulunur [13].

6.2. Eğri Uydurma Yöntemi İle Model Mertebesi İndirgeme

En küçük kareler yöntemine göre eğri uydurma yöntemi ile mertebe indirgemenin esası, istenilen düşük mertebeden modelin transfer fonksiyonundaki belirlenmemiş katsayıları, modelin basamak cevabının yüksek mertebeden sistemin basamak cevabına uygun ve cevaplar arasındaki farkların kareleri toplamını minimuma indirecek şekilde sayısal olarak hesaplanması. Bu amaçla,

$$M(t) = \sum_{i=1}^n [a(t_i) - y(t_i)]^2 \quad (6.2.1)$$

şeklinde tanımlanan bir $M(t)$ kriter fonksiyonunu minimuma indiren parametreler belirlenir. Burada,

$y(t)$: yaklaşık modelin basamak cevabı,

$a(t)$: sistemin basamak cevabı,

$M(t)$: n sayıda rastgele seçilebilen t değeri için, $a(t_i)$ ile $y(t_i)$ değerleri arasındaki farkların kareleri toplamıdır.

Yaklaşık modelleri tanımlayan kutup ve sıfırların bulunmasında, "Sınırlamalı Hooke & Jeeves optimizasyon yöntemi [12]", basamak cevabı fonksiyonunun hesaplanmasında RK-4 yöntemi kullanılmıştır.

7. CHEN VE SHIEH YÖNTEMİ İLE KOMPANSATÖR TASARIMI

7.1. Tasarım Yönteminin Açıklanması

Chen ve Shieh [5] in geliştirdiği sürekli kesir açılımına dayalı model sadeleştirme yöntemi, geriye dönülebilen cebirsel yapısı ile aynı zamanda kompensatör tasarımı yöntemi olarak da kullanılabilen yegane model sadeleştirme yöntemidir. Anılan tasarım yöntemi dört ana işlemi içermektedir [3].

1. İşlem : Davranışının düzeltilmesi istenilen plant için kompensatör veya kompensatörler ilavesiyle oluşturulacak sistem için öngörülen, tasarım şartlarını gerçekleştiren düşük mertebeli referans modelin bulunması.

2. İşlem : Denenmesi istenen kompensatör tipinin seçilmesi ve plant ile oluşturdukları sistemin K.Ç.T.F. nun kompensatör parametrelerine bağlı olarak belirlenmesi.

3. İşlem :

- a) 1. İşlemde belirlenen referans modele (üçüncü mertebe) ait 6 tane S.K.A. katsayısının sayısal değerlerinin hesaplanması.
- b) 2. İşlem ile belirlenen K.Ç.T.F. ait 6 tane S.K.A. katsayısını, belirlenmemiş kompensatör parametrelerine bağlı olarak tanımlayan, 6 ifadenin elde edilmesi.
- c) (a) da hesaplanan sayısal değerler ile bunlara karşılık gelen (b) de hesaplanan ifadelerin eşitlenmesiyle 6 denklem elde edilmesi.

4. İşlem : 3. İşlemde elde edilen altı denklemin Levenberg-Marquardt Algoritması [14] ile çözülmesiyle kompensatör parametrelerinin sayısal değerlerinin bulunması.

7.2. İkinci Mertebe Referans Model Kullanılarak İkinci Mertebe Sistemler İçin Kompansatör Tasarımı

Burada ikinci mertebe tek sıfırlı referans model kullanılmasının nedeni, kompansatör tasarımı işlemlerini kolaylaştırması yanında ikinci mertebe bir sistemin yine ikinci mertebe bir model ile daha iyi tanımlanabilmesidir. Ancak üçüncü mertebe ve daha yüksek mertebe sistemler için kompansatör tasarımında üçüncü mertebe modeller tercih edilmelidir. İkinci mertebe referans modellerle, ikinci mertebeden sistemler için nasıl kompansatör tasarımı yapıldığı aşağıda açıklanmaktadır.

İkinci mertebeden tek sıfırlı bir referans model, veya sistem

$$T_{m2}(s) = T_p(s) = \frac{b_1 s + b_2}{s^2 + a_1 s + a_2} \quad (2.1.7)$$

olarak tanımlanırsa, bu modele karşılık gelen A.Ç.T.F., $a_2=b_2$ kabul edilerek,

$$G_p(s) = \frac{T_p(s)}{1 - T_p(s)} \quad (7.2.1)$$

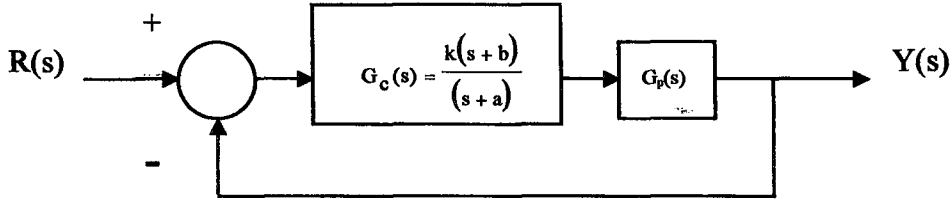
(7.2.1) denkleminde yararlanarak,

$$G_{m2}(s) = G_p(s) = \frac{b_1 s + a_2}{s^2 + (a_1 - b_1)s} \quad (7.2.2)$$

şeklinde belirlenir.

7.2.1. Seri kompansatör tasarımı

Verilen ikinci mertebe bir plant için Şekil 7.1 de gösterildiği gibi bir seri kompansatörün tasarımının istendiği varsayalım.



Şekil 7.1 Seri kompensatörlü sistem

Burada, tasarlanması istenen seri kompensatör,

$$G_c(s) = k(s + b) / (s + a) \quad (7.2.1.1)$$

olarak tanımlanmıştır.

Kompensatör ilaveli sistemin K.Ç.T.F.,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_c G_p}{1 + G_c G_p} \quad (7.2.1.2)$$

denklemini ile belirlenebilir. K.Ç.T.F., kompensatör ve plant fonksiyonları (7.2.1.2) denklemine yerleştirilerek gerekli sadeleştirmelerin yapılmasıyla,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{b_1 k s^2 + s(b b_1 k + b_2 k) + b b_2 k}{s^3 + s^2(a + a_1 + b_1(k - 1)) + s(a(a_1 - b_1) + a_2 + b b_1 k + b_2(k - 1)) + a(a_2 - b_2) + b b_2 k} \quad (7.2.1.3)$$

olarak elde edilir.

(7.2.1.3) ikinci mertebeden kompensatör ilaveli bir sistem için seri kompensatör tasarımında kullanılır.

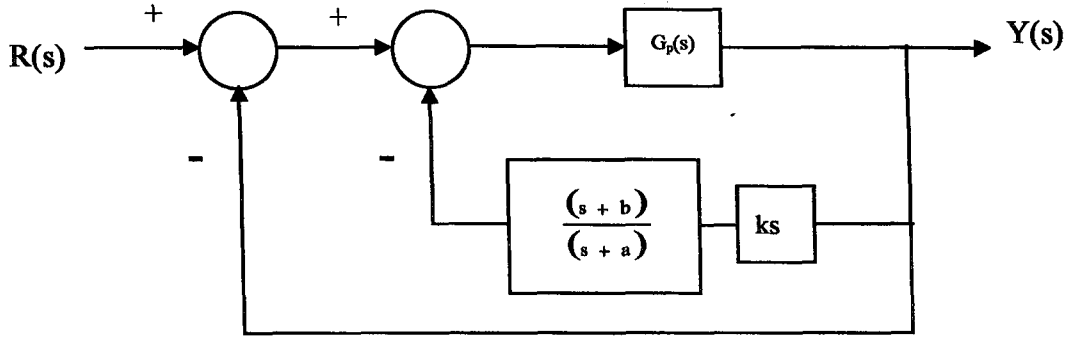
Kompensatör parametrelerinin belirlenmesi için, (7.2.1.3) denkleminin katsayılarından elde edilen sisteme ait ilk dört S.K.A. katsayı ifadesinin, referans modelin karşılık gelen ilk dört S.K.A. sabitine eşitlenmesiyle elde edilen dört denklem birlikte çözülür.

7.2.2. Geri besleme kompansatörü tasarımı

Verilen bir plant için, Şekil 7.2 de gösterildiği gibi,

$$G_c(s) = (s + b) / (s + a) \quad (7.2.2.1)$$

olarak tanımlanan bir geri besleme kompansatörünün tasarımı istendiği varsayılın.



Şekil 7.2 Geri beslemeli kompansatör

Şekil 7.2 deki kompansatör ilaveli sistemin K.Ç.T.F.,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{G_p}{1 + G_c G_p k s}}{1 + \frac{G_p}{1 + G_c G_p k s}} \quad (7.2.2.2)$$

(7.2.2.2) denkleminde plant ve kompansatör fonksiyonları yerleştirildikten sonra gerekli sadeleştirmeler yapılarak elde edilir :

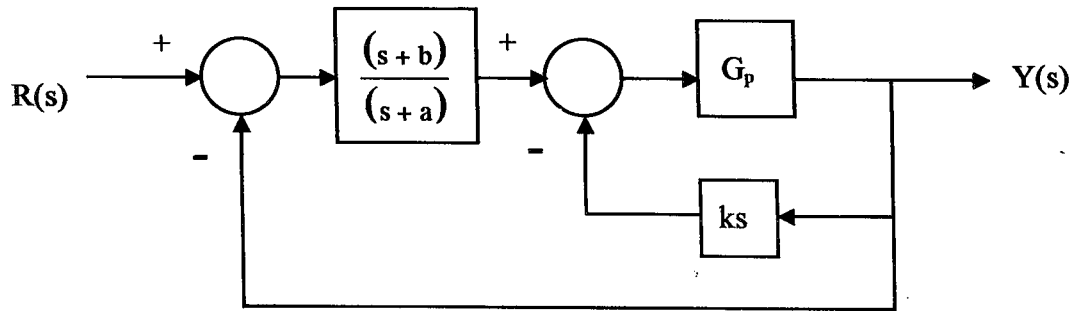
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{b_1 s^2 + s(ab_1 + b_2) + ab_2}{s^3(b_1 k + 1) + s^2(a + a_1 + k(bb_1 + b_2)) + s(aa_1 + bb_2 k) + aa_2} \quad (7.2.2.3)$$

Kompansatör parametrelerinin belirlenmesi için, (7.2.2.3) denkleminin katsayılarından elde edilen ilk dört S.K.A. katsayısının ifadesinin, referans

modelin karşılık gelen ilk dört S.K.A. sabitine eşitlenmesiyle elde edilen dört denklem birlikte çözülür.

7.2.3. İç çevrimli kompensatör tasarımı

Verilen bir plant için, Şekil 7.3 de gösterildiği gibi iç çevrimli bir kompensatörün tasarımı istendiği varsayalım .



Şekil 7.3 İç çevrimli kompensatör içeren sistem

Burada, üçüncü mertebe iç çevrimli bir sistem için, tasarlanması istenen kompensatör,

$$G_c(s) = (s + b) / (s + a) \quad (7.2.2.1)$$

olarak tanımlanmıştır. Kompensatör ilaveli sistemin K.Ç.T.F.,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{G_c G_p}{1 + G_p k_s}}{1 + \frac{G_c G_p}{1 + G_p k_s}} \quad (7.2.3.1)$$

(7.2.3.1) denkleminde kompensatör ve plant fonksiyonları yerleştirilerek gerekli sadeleştirmelerin yapılmasıyla,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{b_1 s^2 + s(bb_1 + b_2) + bb_2}{s^3(b_1 k + 1) + s^2(a(b_1 k + 1) + a_1 + b_2 k) + s(a(a_1 - b_1 + b_2 k) + a_2 + bb_1) + a(a_2 - b_2) + bb_2} \quad (7.2.3.2)$$

olarak elde edilir.

Kompansatör parametreleri, (7.2.3.2) denkleminin katsayılarından elde edilen ilk dört S.K.A. katsayısının, referans modelin karşılık gelen ilk dört S.K.A. sabitine eşitlenmesiyle elde edilen dört denklemin birlikte çözümüyle belirlenir.

7.3. Üçüncü Mertebe İndirgenmiş Sistem Modelleri Kullanarak Kompansatör İlaveli Sistemlerin Transfer Fonksiyonlarının Hesaplanması

7.3.1. Üçüncü mertebe tek sıfırlı indirgenmiş sistem modelleri kullanarak kompansatör tasarımı

7.3.1.1. Seri kompansatör tasarımı

Üçüncü mertebeden tek sıfırlı indirgenmiş sistem modelleri kullanarak kompansatör tasarımı için,

$$T_{m3}(s) = T_p(s) = \frac{b_2 s + b_3}{s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3} \quad (5.1.1)$$

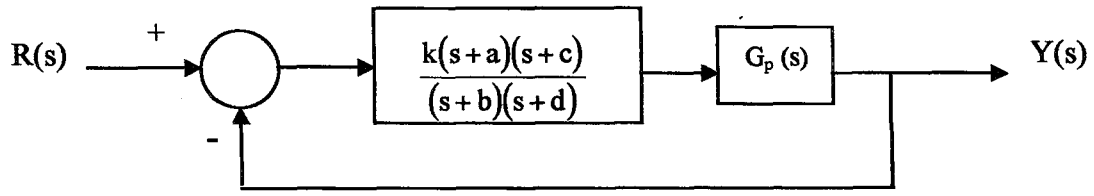
modeli kabul edilsin.

$a_3=b_3$ kabul edilerek, (5.1.1) modeline karşılık gelen birim geri beslemeli sistemin üçüncü mertebeden plantının T.F.,

$$G_{m3}(s) = G_p(s) = \frac{b_2 s + a_3}{s^3 + a_1 s^2 + (a_2 - b_2)s} \quad (7.3.1.1.1)$$

olarak hesaplanabilir.

Verilen yüksek mertebeden bir plant modelinin, üçüncü mertebeden tek sıfırlı bir modele indirgendiği ve sistem için Şekil 7.4 de gösterildiği gibi bir seri kompensatörün tasarımı istendiği varsayılın,



Şekil 7.4 Seri kompensatörlü sistem

Burada, üçüncü mertebe bir sistem için, tasarlanması istenen seri kompensatör $G_c(s)$,

$$G_c(s) = \frac{k(s+a)(s+c)}{(s+b)(s+d)} \quad (7.3.1.1.2)$$

olarak tanımlanmıştır. Kompensatör ilaveli sistemin K.Ç.T.F.,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_c G_p}{1 + G_c G_p} \quad (7.3.1.1.3)$$

(7.3.1.1.3) denklemin kompensatör ve plant fonksiyonları yerleştirilerek gerekli sadeleştirmelerin yapılmasıyla,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{k(b_2 s^3 + s^2(ab_2 + a_3 + b_2 c) + s(a(a_3 + b_2 c) + a_3 c) + aa_3 c)}{s^5 + s^4(a_1 + b + d) + s^3(a_1(b + d) + a_2 + bd + b_2(k - 1)) + s^2(ab_2 k + a_1 bd + a_2(b + d) + a_3 k - b_2(b + d - ck)) + s(ak(a_3 + b_2 c) + a_2 bd + a_2 ck - bb_2 d) + aa_3 ck}$$

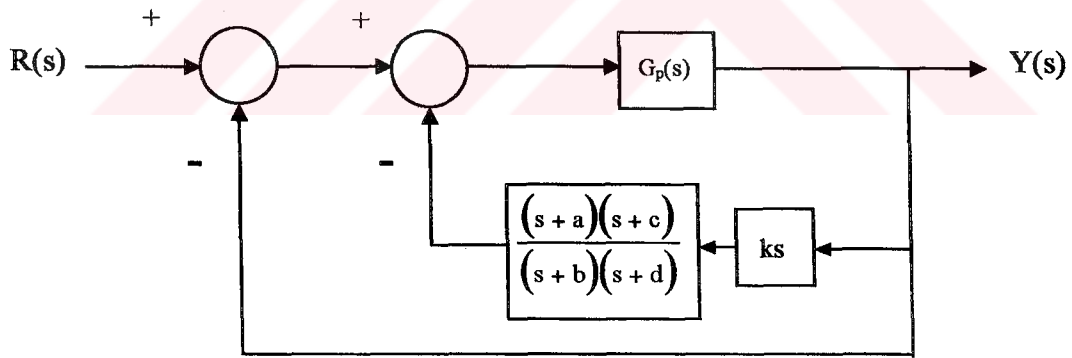
(7.3.1.1.4)

olarak elde edilir.

Kompansatörün parametrelerinin belirlenmesi için, (7.3.1.1.4) denkleminin katsayılarından elde edilen modelin altı S.K.A. katsayısının, referans modelin bunlara karşılık gelen altı S.K.A. sabitine eşitlenmesiyle elde edilen altı denklem birlikte çözülür.

7.3.1.2. Geri besleme kompansatörü tasarımı

Verilen bir plant için, Şekil 7.5 de gösterildiği gibi bir geri beslemeli kompansatörünün tasarımı istendiği varsayılınsın,



Şekil 7.5 Geri besleme kompansatörlü sistem

Burada, üçüncü mertebe bir sistem için tasarlanması istenen, geri besleme kompansatörü $G_c(s)$,

$$G_c(s) = \frac{(s+a)(s+c)}{(s+b)(s+d)} \quad (7.3.1.2.1)$$

olarak tanımlanmıştır. Kompansatör ilaveli sistemin K.Ç.T.F.,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{G_p}{1 + G_c G_p k s}}{1 + \frac{G_p}{1 + G_c G_p k s}} \quad (7.3.1.2.2)$$

(7.3.1.2.2) denkleminde plant ve kompansatör fonksiyonları yerleştirildikten sonra gerekli sadeleştirmeler yapılmasıyla,

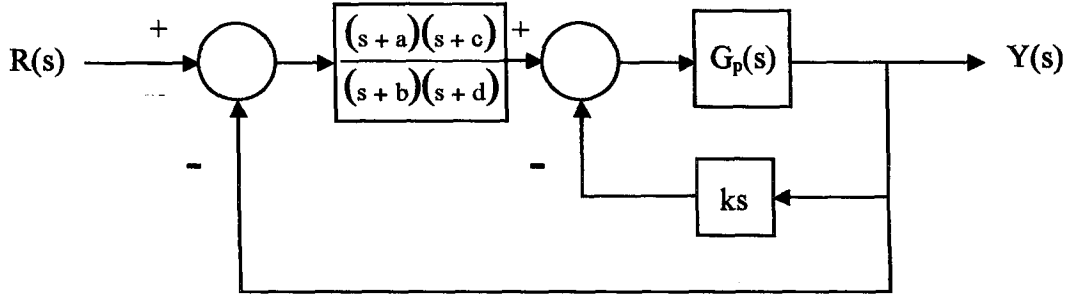
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{b_2 s^3 + s^2(a_3 + b_2(b+d)) + s(a_3(b+d) + b b_2 d) + a_3 b d}{s^5 + s^4(a_1 + b + b_2 k + d) + s^3(a b_2 k + a_1(b+d) + a_2 + a_3 k + b d + b_2 c k) + s^2(a k(a_3 + b_2 c) + a_1 b d + a_2(b+d) + a_3)(c k + 1)) + s(a a_3 c k + a_2 b d + a_3(b+d)) + a_3 b d} \quad (7.3.1.2.3)$$

olarak elde edilir.

Sistemin, (7.3.1.2.3) denkleminin katsayılarından elde edilen, ilk altı S.K.A. katsayısının, referans modelin bunlara karşılık gelen ilk altı sürekli kesir açılımı sabitine eşitlenmesiyle elde edilen altı denklemin çözülmesiyle kompansatör parametreleri belirlenir.

7.3.1.3. İç çevrimli kompansatör tasarımı

Verilen bir plant için, üçüncü mertebe tek sıfırlı bir referans model kullanarak, Şekil 7.6 da gösterildiği gibi bir iç çevrimli kompansatörün tasarımı istendiği varsayılın.



Şekil 7.6 İç çevrimli kompensatör içeren sistem

Burada, üçüncü mertebe iç çevrimli bir sistem için, tasarlanması istenen kompensatör,

$$G_c(s) = \frac{(s+a)(s+c)}{(s+b)(s+d)} \quad (7.3.1.3.1)$$

olarak tanımlanmıştır. Kompensatör ilaveli sistemin K.Ç.T.F.,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{G_c G_p}{1 + G_p k s}}{1 + \frac{G_c G_p}{1 + G_p k s}} \quad (7.3.1.3.2)$$

(7.3.1.3.2) denkleminde kompensatör ve plant fonksiyonları yerleştirilerek gerekli sadeleştirmelerin yapılmasıyla,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{b_2 s^3 + s^2(ab_2 + a_3 + b_2 c) + s(a(a_3 + b_2 c) + a_3 c) + aa_3 c}{s^5 + s^4(a_1 + b + b_2 k + d) + s^3(a_1(b + d) + a_2 + a_3 k + b(b_2 k + d) + b_2 dk) + s^2(ab_2 + a_1 bd + a_2(b + d) + a_3(bk + dk + 1) + b_2(b(dk - 1) + c - d) + s(a(a_3 + b_2 c) + a_2 bd + a_3(bdk + c) - bb_2 d) + aa_3 c} \quad (7.3.1.3.3)$$

olarak elde edilir.

Sistemin, (7.3.1.3.3) denkleminin katsayılarından elde edilen, ilk altı S.K.A. katsayısının, referans modelin bunlara karşılık gelen ilk altı S.K.A. sabitine

eşitlenmesiyle elde edilen altı denklemin birlikte çözülmesiyle istenilen kompensatör parametreleri belirlenir.

7.3.2. Üçüncü mertebe çift sıfırlı indirgenmiş sistem modelleri kullanarak kompensatör tasarımı

7.3.2.1. Seri kompensatör tasarımı

Üçüncü mertebe çift sıfırlı indirgenmiş sistem modeli kullanarak kompensatör tasarımı için,

$$T_{m3}(s) = T_p(s) = \frac{b_1 s^2 + b_2 s + b_3}{s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3} \quad (2.2.8)$$

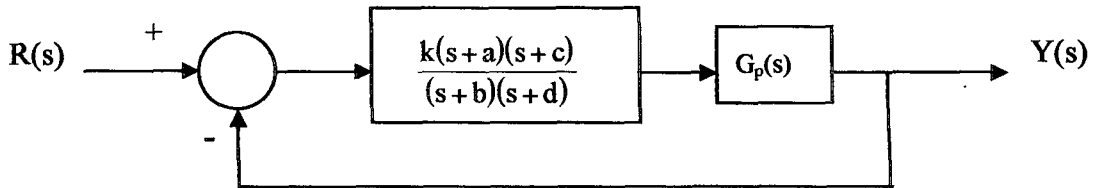
referans modeli kabul edilmişti.

$a_3=b_3$ kabul edilerek, (2.2.8) modeline karşılık gelen birim geri beslemeli sistemin plant'ının T.F.,

$$G_{m3}(s) = G_p(s) = \frac{b_1 s^2 + b_2 s + b_3}{s^3 + (a_1 - b_1)s^2 + (a_2 - b_2)s} \quad (7.3.2.1.1)$$

olarak hesaplanabilir.

Verilen yüksek mertebeden bir plant'ın, üçüncü mertebeden çift sıfırlı indirgenmiş bir modelle temsil edildiği ve sistem için Şekil 7.7 de gösterildiği gibi bir seri kompensatörün tasarımı istendiği varsayılın,



Şekil 7.7 Seri kompensatörlü sistem

Burada, üçüncü mertebe bir sistem için, tasarlanması istenen seri kompensatör,

$$G_c(s) = \frac{k(s+a)(s+c)}{(s+b)(s+d)} \quad (7.3.1.1.2)$$

olarak tanımlanmıştır. Kompensatör ilaveli sistemin K.Ç.T.F.,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_c G_p}{1 + G_c G_p} \quad (7.3.2.1.2)$$

(7.3.2.1.2) denkleminde kompensatör ve plant fonksiyonları yerleştirilerek gerekli sadeleştirmelerin yapılmasıyla,

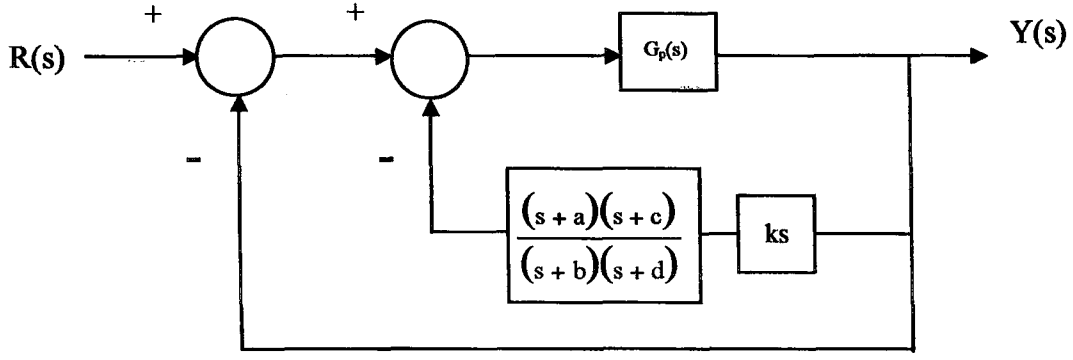
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{k(b_1 s^4 + s^3(ab_1 + b_1 c + b_2) + s^2(a(b_1 c + b_2) + a_3 + b_2 c) + s(a(a_3 + b_2 c) + a_3 c)) + aa_3 c}{s^5 + s^4(a_1 + b + b_1(k-1) + d) + s^3(ab_1 k + a_1(b+d) + a_2 + (b_1(ck-d) + b_2(k-1)) - b(b_1-d)) + s^2(ak(b_1 c + b_2) + a_1 b d + a_2(b+d) + a_3 k - (b(b_1 d + b_2) + b_2)(d-ck))) + s(ak(a_3 + b_2 c) + a_2 b d + a_3 c k - b b_2 d) + aa_3 c k} \quad (7.3.2.1.3)$$

olarak elde edilir.

Sistemin, (7.3.2.1.3) denkleminin katsayılarından elde edilen, ilk altı S.K.A. katsayısının, referans modelin bunlara karşılık gelen ilk altı S.K.A. sabitine eşitlenmesiyle elde edilen altı denklemin birlikte çözümü istenilen kompensatör parametrelerini verir.

7.3.2.2. Geri besleme kompensatörü tasarımı

Verilen bir plant için, Şekil 7.8 de gösterildiği gibi bir geri besleme kompensatörünün, çift sıfırlı üçüncü mertebe bir referans model kullanarak, yapılması istendiği varsayılın.



Şekil 7.8 Geri besleme kompansatörlü sistem

Burada, tasarlanması istenen geri beslemeli kompansatör,

$$G_c(s) = \frac{(s+a)(s+c)}{(s+b)(s+d)} \quad (7.3.1.2.1)$$

olarak tanımlanmıştır. Kompansatör ilaveli sistemin K.Ç.T.F.,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{G_p}{1 + G_c G_p k s}}{1 + \frac{G_p}{1 + G_c G_p k s}} \quad (7.3.2.2.1)$$

(7.3.2.2.1) denklemin plant ve kompansatör fonksiyonları yerleştirilerek gerekli sadeleştirmelerin yapılmasıyla,

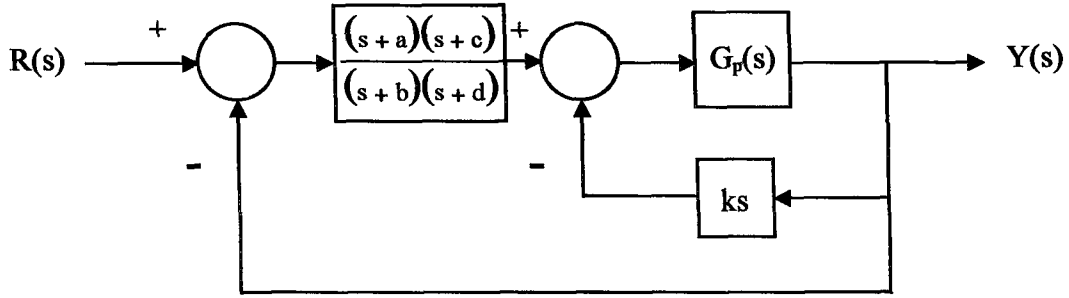
$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{R(s)} = & \frac{b_1 s^4 + s^3 (b b_1 + b_1 d + b_2) + s^2 (a_3 + b(b_1 d + b_2) + b_2 d) + s(a_3(b+d) + b b_2 d) + a_3 b d}{s^5 (b_1 k + 1) + s^4 (a b_1 k + a_1 + b + b_1 c k + b_2 k + d) + s^3 (a k(b_1 c + b_2) + a_1(b+d) + a_2} \\ & + a_3 k + b d + b_2 c k + s^2 (a k(a_3 + b_2 c) + a_1 b d + a_2(b+d) + a_3(c k + 1)) \\ & + s(a a_3 c k + a_2 b d + a_3(b+d)) + a_3 b d \end{aligned} \quad (7.3.2.2.2)$$

olarak elde edilir.

Kompansatör parametreleri Bölüm 7.3.2.1 ve 7.3.2.2 de açıklandığı şekilde belirlenir.

7.3.2.3. İç çevrimli kompansatör tasarımı

Verilen bir plant için, Şekil 7.9 da gösterildiği gibi iç çevrimli bir kompansatörün tasarımı istendiği varsayalım ,



Şekil 7.9 İç çevrimli kompansatör içeren sistem

Burada, üçüncü mertebe iç çevrimli bir sistem için, tasarlanması istenen kompansatör,

$$G_c(s) = \frac{(s+a)(s+c)}{(s+b)(s+d)} \quad (7.3.1.2.1)$$

olarak tanımlanmıştır. Kompansatör ilaveli sistemin K.Ç.T.F.,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{G_c G_p}{1 + G_p k_s}}{1 + \frac{G_c G_p}{1 + G_p k_s}} \quad (7.3.2.3.1)$$

(7.3.2.3.1) denkleminde kompansatör ve plant fonksiyonları yerleştirilerek gerekli sadeleştirmelerin yapılmasıyla,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{b_1 s^4 + s^3(ab_1 + b_1 c + b_2) + s^2(a(b_1 c + b_2) + a_3 + b_2 c) + s(a(a_3 + b_2 c) + a_3 c) + aa_3 c}{s^5(b_1 k + 1) + s^4(a_1 + b(b_1 k + 1) + b_1 dk + b_2 k + d) + s^3(ab_1 + a_1(b + d) + a_2 + a_3 k + b(b_1(dk - 1) + b_2 k + d) + b_1(c - d) + b_2 dk) + s^2(a(b_1 c + b_2) + a_1 bd + a_2(b + d) + a_3(bk + dk + 1) - (b(b_1 d + b_2(1 - dk)) + b_2(d - c))) + s(a(a_3 + b_2 c) + a_2 bd + a_3(bdk + c) - bb_2 d) + aa_3 c}$$

(7.3.2.3.2)

olarak elde edilir.

Kompansatör parametreleri Bölüm 7.3.2.1 ve 7.3.2.2 de açıklandığı şekilde belirlenir.

8. LEVENBERG MARQUART ALGORİTASI İLE ELDE EDİLEN DENKLEM TAKIMLARININ ÇÖZÜMÜ

Levenberg-Marquardt Algoritması, B. S. Garbow, K. E. Hillstrom ve J. J. More tarafından, Minpack Projesi içinde A.B.D. deki Ulusal Argonne Laboratuvarlarında 1980 yılında yazılmıştır. Proje kapsamında, minimizasyon problemlerinin sayısal çözümleri için çeşitli alt programlar geliştirilmiştir. Bu amaçla yazılmış olan Levenberg-Marquardt Algoritması, doğrusal olmayan denklem takımlarının çözümü için geliştirilmiştir. Fortran programlama dili ile yazılmış olan bu algoritma, daha kullanışlı olan ve “KONTROL programı”nın yazıldığı QBASIC 4.5 programlama diline çevrilerek KONTROL programına dahil edilmiştir. Bu algoritmanın çalışması ise kısaca şöyle açıklanabilir. Elde edilen denklem takımının çözümü için, $A \cdot X = B$ veya $D \cdot X = 0$ şeklinde N bilinmeyenli M fonksiyonla belirlenmiş bir problemde, M ve N boyutlu jakobiye matrisi R ileri farklar yaklaşımı kullanılarak hesaplanır ve elde edilen R matrisi Householder transformasyonu kullanılarak bir üst üçgen matrisi A haline dönüştürülür. Bu işlem için takip edilen yol $A \cdot P = Q \cdot R$ şeklindedir. Burada P matrisi A'nın permütasyon matrisidir, Q bir ortogonal matris, R ise bir üst üçgen matrisidir. Gauss-Newton metodu kullanılarak, N bilinmeyen için girilen tahmini değerlerden bilinmeyenlerin yönleri belirlenir. Elde edilen değerler bir önceki çözüm değerleri ile karşılaştırılarak önceden belirlenmiş doğruluk hassasiyet değerine yaklaşıncaya kadar işlemlere devam edilerek, denklemlerin hepsini sağlayan bilinmeyen kompensatör parametre değerleri hesaplanır [14].

9.GELİŞTİRİLEN TASARIM YÖNTEMİ İLE BAZI DİĞER TASARIM YÖNTEMLERİNİN KARŞILAŞTIRMALI OLARAK ÖRNEKLERE UYGULANMASI

Önceki bölümlerde açıklanan tasarım yönteminin bilinen bazı tasarım yöntemleri ile karşılaştırıldığı bu bölümde, diğer yöntemler ile elde edilmiş çeşitli tasarım örneklerinden yararlanılmıştır. Anılan tasarım örnekleri ve içerdikleri sonuçlar alıntı yapılan kaynaklardan oldukları gibi alınarak herhangi bir değişiklik yapılmadan kullanılmışlardır.

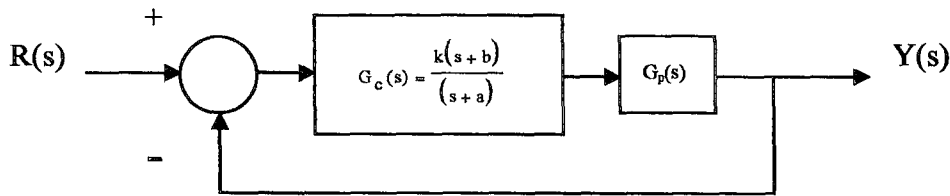
9.1. Seri Kompansatör Tasarımı Örnekleri

BİRİNCİ ÖRNEK : İkinci mertebeli bir plant için bir seri kompansatörün tasarlanması istenmektedir. Ele alınan tasarım probleminin çözümü kaynak eserinde kök yer eğrisi yöntemi ile yapılmıştır.

Davranışının iyileştirilmesi istenilen plant'ın T.F. (s.551,[9]) ,

$$G_p(s) = \frac{4}{s(s+2)} \quad (9.1.1)$$

olarak verilmiştir. Şekil 9.1 deki gibi seri kompansatörlü bir sistemin tasarlanması istenmektedir.



Şekil 9.1 Seri kompansatörlü sistem

$G_p(s)$ ile oluşturulan birim geri beslemeli sistemin K.Ç.T.F. ,

$$T_p(s) = \frac{4}{s^2 + 2s + 4} \quad (9.1.2)$$

olarak verilmektedir.

Kök yer eğrisi yöntemi ile tasarlanacak seri kompansatörlü sistemin gerçekleştirilmesi istenilen tasarım şartları,

K.Ç.T.F. nun kutuplarının sönüm oranı $\zeta = 0.5$,

sönümsüz doğal frekansı $\omega_n = 2$ rad/sn ve hız hata katsayısı $k_v = 2$ sn⁻¹

olarak verilmiştir.

Tasarlanan kompansatör,

$$G_c(s) = 4.68(s + 2.9) / (s + 5.4) \quad (9.1.3)$$

olarak, kompansatör ilaveli sistemin K.Ç.T.F.da,

$$T_{rl}(s) = \frac{2340s + 6786}{125s^3 + 925s^2 + 3690s + 6786} \quad (9.1.4)$$

olarak verilmiştir (s.551,[9]).

“KONTROL” programı kullanılarak kompanse edilecek sistemin gerçekleştirilmesi istenilen tasarım şartlarının belirlenmesi için, yukarıdaki kök yer eğrisi yöntemi ile tasarlanmış sistemin K.Ç.T.F.'nün basamak cevabına yakın bir cevap veren ikinci mertebe tek sıfırlı referans model, bir kaç deneme sonunda, aşağıdaki değerlerin “programa” girilmesi ile elde edilmiştir. Burada böyle bir yaklaşım kullanılmasının nedeni, iki tasarım yönteminde de farklı tasarım şartları kullanılması ve bu nedenle yöntemlerin birbirileri ile doğrudan doğruya karşılaştırılamamasıdır. Bu karşılaştırma zorluğunu ortadan kaldırabilmek için, (9.1.4) deki sisteminkine yakın bir basamak cevabı verecek bir referans model belirlenerek yöntemin birbirilerine olan üstünlükleri veya en azından eşdeğerlilikleri araştırılabilir.

Aynı plant, (9.1.1), için “KONTROL” programı ile tasarlanacak sistemin gerçekleştirilmesi istenilen tasarım şartları,

$$M_p = \%16, \omega_c = 3 \text{ rad/sn}, k_v = 3 \text{ sn}^{-1} \quad (9.1.5)$$

olarak belirlenmiştir.

Orjinal örnekte verilen tasarım şartlarına karşılık olarak belirlenen bu değerler, kök yer eğrisi yöntemi ile tasarlanan sistemin basamak cevabına yakın bir basamak cevabı üreten ikinci mertebe referans model ile elde edilmiştir. Tasarımda ikinci mertebe bir plant ele alındığına göre kullanılabilir en düşük referans model mertebesi de ikinci mertebedir. Belirlenen karşılık tasarım şartları “KONTROL” programı’na veri olarak girilerek, bu tasarım değerlerini sağlayan ikinci mertebe bir referans model olup olmadığı araştırılmıştır. Programdan elde edilen modelin istenen M_p ve ω_c için istenilen değerleri sağladığı, k_v için ise istenilenden daha büyük bir değer gerektirdiği görülmüştür. Hız hata katsayısının istenilen değerinin üzerinde belirlenmesi, sistemin rampa giriş fonksiyonunu istenilenden daha küçük hata ile takip edebileceğini göstermektedir. “KONTROL” programı, istenilen M_p ve ω_c tasarım şartlarını kabul edilebilir büyüklükte bir hata ile çok yaklaşık olarak, k_v tasarım şartını gerçekleştirirken ise istenilen değere bağlı olmaksızın çözüme ulaşmaktadır. Hız hata katsayısı k_v , geçiş frekansı denkleminin çözümü olan ω_c/ω_0 değerinin belirlenmesi ve buradan normalleştirme için kullanılan açısal frekans değeri ω_0 ın bulunması yoluyla hesaplanmaktadır. Normalleştirme için kullanılan açısal frekans, istenilen geçiş frekansı değeri ω_c ye bağlı olarak hesaplanmaktadır. Ancak ω_c değerinin çok küçük seçilmesi ($\omega_c \leq 1$) durumunda, k_v değeri istenilenden daha küçük bir değer olarak hesaplanmaktadır. Kısaca, ω_c değerinin büyük seçilmesi, k_v değerinin de büyümesine, aynı şekilde ω_c değerinin küçük seçilmesi, k_v değerinin de küçülmesine neden olmaktadır.

“KONTROL” programı, modelin gerçekleştirebildiği şartları,

$$M_p = \%16, \omega_c = 3 \text{ rad/sn}, k_v = 7.148 \text{ sn}^{-1} \quad (9.1.6)$$

olarak, (9.1.6) daki tasarım değerlerini sağlayan ikinci mertebe referans modeli,

$$T_{m2}(s) = \frac{2.12073s + 5.677938}{s^2 + 2.915011s + 5.677938} \quad (9.1.7)$$

olarak, ve model (9.1.7) nin S.K.A. katsayılarını da,

$$H_1 = 1, H_2 = 7.148528, H_3 = -0.157977, H_4 = -5.027798 \quad (9.1.8)$$

olarak hesaplamıştır. Seri kompensatörün bilinmeyen parametrelerini ise,

$a = 3, b = 6, k = 8$ ilk değerlerini kullanarak,

$a = 7.2495, b = 2.827011, k = 9.10940$ olarak belirlenmiştir.

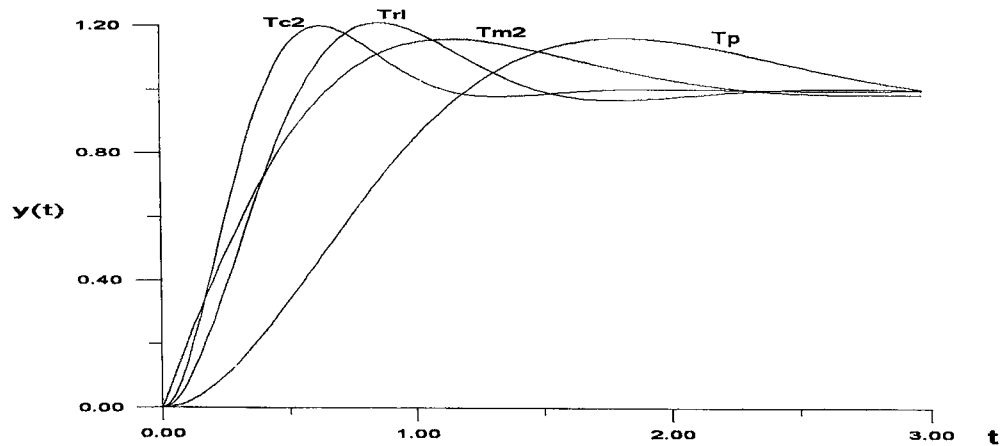
Parametrelerin (9.1.3) de yerine konulmasıyla, seri kompensatör,

$$G_c(s) = 9.10940(s + 2.827011) / (s + 7.2495) \quad (9.1.9)$$

olarak, seri kompensatör ilaveli sistemin K.Ç.T.F. da,

$$T_{c2}(s) = \frac{36.438s + 103.010}{s^3 + 9.2050s^2 + 50.9375s + 103.010} \quad (9.1.10)$$

olarak elde edilir.



Şekil 9.2 Birinci örnekle ilgili birim basamak giriş cevapları

Şekil 9.2 deki cevaplara bakılarak şunlar söylenebilir. Kök yer eğrisi ile tasarlanan sistemin cevabı orjinal sisteminkine göre daha çabukdur, ancak sistemin M_p si plant'ın M_p sinden biraz yüksektir. Kök yer eğrisi yönteminde M_p ile ilgili bir tasarım şartı bulunmadığı için bu şartın ne kadar sağlanabildiği konusunda bir açıklama yapmak mümkün değildir. “KONTROL” programı ile tasarlanan sistemin istenilenden önemli ölçüde daha çabuk hızlı olduğu, ve M_p sinin plant'ın M_p sini çok az farkla ve kök yer eğrisi ile tasarlanankinden daha küçük olduğu görülmektedir. Ancak M_p değerleri arasındaki bu fark kabul edilebilir sınırlar içindedir.

İKİNCİ ÖRNEK : Seri kompensatör tasarımı (s.557,[9])

Bu örnekte, 1. Örnekte ele alınan tasarım probleminin Bode yöntemi ile çözümü ve “KONTROL” programı ile çözümü sonuçları karşılaştırılmıştır. Kullanılan seri kompensatör 1. Örnekte kullanılanla aynıdır. Seri kompensatörün Bode yöntemi ile tasarlanmasında sistemin gerçekleştirmesi istenilen tasarım şartları,

$k_v = 20 \text{ sn}^{-1}$, Faz payı en az 50° ve Kazanç payı en az 10 db olarak,

bu şartları sağlayan seri kompensatör,

$$G_c(s) = 41.7(s + 4.41) / (s + 18.4) \quad (9.1.11)$$

olarak, ve seri kompensatör ilaveli sistemin K.Ç.T.F. da,

$$T_{bp}(s) = \frac{41700s + 183897}{250s^3 + 5100s^2 + 50900s + 183897} \quad (9.1.12)$$

olarak verilmiştir (s.557,[9]).

“KONTROL” Programı ile Tasarım

Burada sonuçları karşılaştırılan her iki yöntemde de tasarım şartları birbirlerinden farklı olduğu ve aralarında bir bağıntı bulunmadığı için Bode yöntemi ile tasarlanan sistemin, (9.1.12), nin basamak giriş cevabına yakın bir basamak giriş cevabı veren ikinci mertebe bir referans modelin belirlenmesi yoluna gidilmiştir. “KONTROL” programı ile tasarlanacak sistemin gerçekleştirilmesi istenilen tasarım şartlarının belirlenmesi için, yukarıdaki Bode yöntemi ile tasarlanmış sistemin basamak giriş cevabına en yakın cevabı veren ikinci mertebe tek sıfırlı referans model, bir kaç deneme sonucunda,

$$T_{m2}(s) = \frac{6.51477s + 53.58189}{s^2 + 7.978763s + 53.58189} \quad (9.1.13)$$

olarak belirlenmiştir.

Program, referans model (9.1.3) ün sağladığı tasarım değerlerini

$$M_p = \% 22.05 \quad , \quad \omega_c = 9 \text{ rad/sn} \quad , \quad k_v = 36.6 \text{ sn}^{-1} \quad (9.1.14)$$

olarak belirlemiştir, bu belirleme işleminde ilk değerler olarak,

$$M_p = \%22 \quad , \quad \omega_c = 9 \text{ rad/sn} \quad , \quad k_v = 5 \text{ sn}^{-1} \quad (9.1.15)$$

kullanılmıştır.

Referans modelin S.K.A. katsayıları,

$$H_1 = 1, \quad H_2 = 36.59981, \quad H_3 = -0.04866184, \quad H_4 = -30.08504 \quad (9.1.16)$$

olarak, seri kompensatörün bilinmeyen parametreleri de,

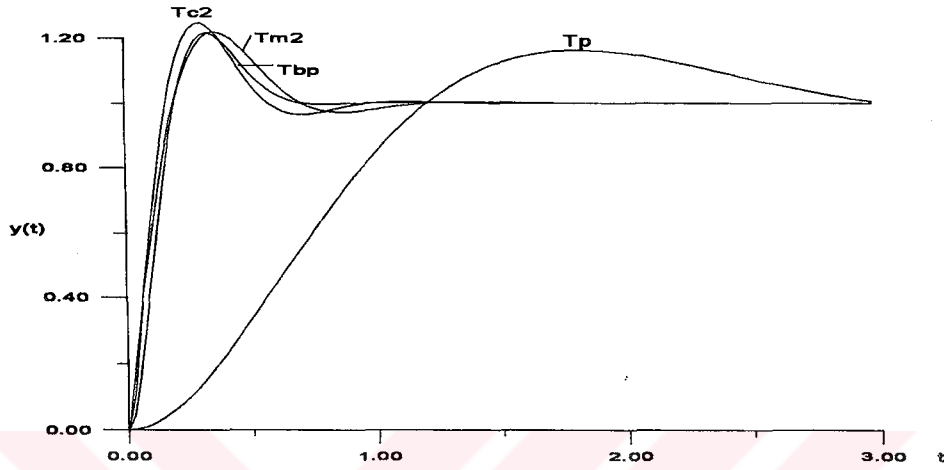
$a = 4$, $b = 2$, $k = 5$ ilk değerleri kullanılarak,

$a = 71.5530$, $b = 9.4740$, $k = 138.21093$ olarak hesaplanmıştır.

Seri kompensatör ilaveli sistemin K.Ç.T.F.,

$$T_{c2}(s) = \frac{552.844s + 5237.658}{s^3 + 73.553s^2 + 695.950s + 5237.658} \quad (9.1.17)$$

olarak belirlenmiştir.



Şekil 9.3 İkinci örnekle ilgili birim basamak giriş cevapları

İkinci örnekle ilgili Şekil 9.3 de gösterilen birim basamak giriş cevaplarına bakılarak şunlar gözlemlenebilir. Bode yöntemiyle yapılan çözümde M_p ile ilgili bir tasarım şartı direk olarak kullanılmamasına rağmen “KONTROL” programı’nda öngörülen M_p şartını biraz daha iyi düzeyde sağlamıştır; T_{c2} nin M_p si biraz daha fazladır. Her iki sistem de, T_{c2} ve T_{bp} , referans modelin basamak cevabına çok yakın cevap üretmişlerdir; ancak T_{bp} nin cevabı biraz daha yakındır.

ÜÇÜNCÜ ÖRNEK : Seri kompensatör tasarımı (s.583,[9])

Üçüncü örnekte ele alınan problem, Örnek 1. ve 2. de ele alınan plantın sadece bir kutbu değiştirilmiş şeklidir. Sistemin davranışının kök yer eğrisi yöntemi ile tasarlanacak seri bir faz geriletici-faz ilerletici (lag-lead) kompensatör ilavesi ile iyileştirilmesi ele alınmaktadır.

Kök Yer Eğrisi ile Tasarım

Davranışının iyileştirilmesi istenilen plant,

$$G_p(s) = \frac{4}{s(s+0.5)} \quad (9.1.18)$$

olarak, sadece $G_p(s)$ ile oluşturulan birim geri beslemeli sistemin K.Ç.T.F. ,

$$T_p(s) = \frac{4}{s^2 + 0.5s + 4} \quad (9.1.19)$$

olarak verilmiştir.

(9.1.19) nun kutuplarının sönüm oranı $\zeta = 0.125$,

sönümsüz doğal frekansı $\omega_n = 2$ rad/sn, ve

hız hata katsayısı $k_v = 8$ sn⁻¹ olduğu belirtilmiştir.

Seri kompensatör ilaveli sistemin gerçekleştirmesi istenilen tasarım şartları :

K.Ç.T.F. nun kutuplarının sönüm oranı $\zeta = 0.5$,

sönümsüz doğal frekansı $\omega_n = 5$ rad/sn, ve

hız hata katsayısı $k_v = 80$ sn⁻¹ olarak verilmiştir (s.583,[9]).

Tasarlanan seri kompensatör,

$$G_c(s) = 6.26 \left(\frac{s+0.5}{s+5.02} \right) \left(\frac{s+0.2}{s+0.01247} \right) \quad (9.1.20)$$

ve kompensatör ilaveli sistemin K.Ç.T.F.

$$T_{rl}(s) = \frac{125200000s + 25040000}{5000000s^3 + 25162350s^2 + 125512997s + 25040000} \quad (9.1.21)$$

olarak verilmiştir.

Denklem (9.1.20) ile tanımlanan seri kompensatör, orjinal örnekte kök yer eğrisi yöntemiyle tasarlanmış, 5 bilinmeyen parametrelili bir kompensatördür. Ancak bu örnekte ele alınan plant ikinci mertebe olduğundan “KONTROL” programı ile tasarım yapılabilmesi için, Şekil 9.1 gösterildiği gibi, en çok 3 parametrelili bir seri kompensatör kullanılabilmektedir. Böylece, iki değişik tasarım yöntemi ve kompensatör tipi ile tasarlanan sistemlerin cevapları karşılaştırılabilecektir.

“KONTROL” Programı ile Tasarım

3.örnek probleme “KONTROL” programı’nın uygulanmasında öngörülen tasarım şartları,

$$M_p = \%21, \quad \omega_c = 5 \text{ rad/sn}, \quad k_v = 10 \text{ sn}^{-1} \quad (9.1.22)$$

olarak seçilmiştir.

Örnekteki plant ikinci mertebe olduğu için, ikinci mertebe referans model seçilerek, yukarıdaki şartların “program” a veri olarak girilmesiyle, öngörülen tasarım şartlarını yaklaşık sağlayan referans model,

$$T_{m2}(s) = \frac{3.96696s + 11.89927}{s^2 + 4.311913s + 11.89927} \quad (9.1.23)$$

olarak, gerçekleştirdiği tasarım şartları da,

$$M_p = \%20.97, \omega_c = 5 \text{ rad/sn}, k_v = 34.49 \text{ sn}^{-1} \quad (9.1.24)$$

olarak elde edilmiştir.

Refrans model (9.1.23) ün S.K.A. katsayıları,

$$H_1 = 1, H_2 = 34.4953194$$

$$H_3 = -0.0112994, H_4 = -30.5283604 \quad (9.1.25)$$

olarak, seri kompensatörün bilinmeyen üç parametre ise, başlangıç değeri olarak

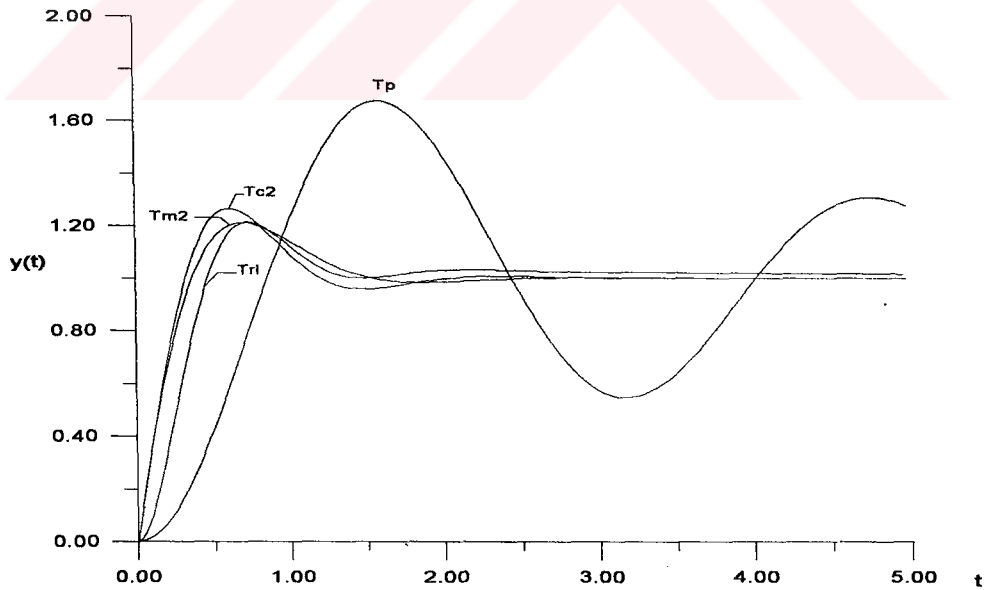
$a = 15, b = 1, k = 3$ kullanılmasıyla

$a = 640.16087, b = 4.66074, k = 589.604755$ olarak,

ve seri kompensatör ilaveli sistemin K.Ç.T.F. da,

$$T_{e2}(s) = \frac{2358.419s + 10992}{s^3 + 640.661s^2 + 2678.499s + 10992} \quad (9.1.26)$$

olarak hesaplanmıştır.



Şekil 9.4 Üçüncü örnekle ilgili birim basamak giriş cevapları

Şekil 9.3 incelenerek “KONTROL” programı ile tasarlanan sistemin, T_{c2} , cevap hızının referans model, T_{m2} , ile hemen hemen aynı olduğu söylenebilir. T_{c2} nin M_p sinin ise T_{m2} nin M_p sinden yüksek olduğu görülmektedir. Ancak M_p değerleri arasındaki bu fark aşırı değildir. T_{c2} sisteminin basamak cevabı ile T_{r1} sisteminin cevabı birbirlerine oldukça yakın cevap olsalar da, ikincisinin M_p si daha küçüktür. Kök yer eğrisi yönteminde, M_p ile ilgili doğrudan doğruya bir tasarım şartı ileri sürülmemesine rağmen M_p deki bu üstünlük kullanılan beş parametrelilikte ilişkendirilebilir. Ayrıca istenilen cevap hızının sağlanıp sağlanmadığı konusun da orjinal örnekte de bir açıklama mevcut değildir. Kontrol yönteminin öngörülen tasarım şartlarına çok yakın bir zaman cevabını, daha basit bir kompansatörle, ürettiği gerçeği de gözden kaçırılmamalıdır.

DÖRDÜNCÜ ÖRNEK : Seri kompansatör tasarımı (s.590,[9])

Orjinal örnekte, seri yerleştirilmiş bir lag-lead kompansatörün frekans bölgesi yöntemleri ile tasarımı ele alınmaktadır.

Bode Yöntemi ile Tasarım

Davranışının iyileştirilmesi istenen plant'ın T.F.,

$$G_p(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)} \quad (9.1.27)$$

ve sistemin sağlaması istenen tasarım şartları,

$$k_v = 10 \text{ s}^{-1}$$

$$\text{Faz payı} = 50^\circ \quad (9.1.28)$$

$$\text{Kazanç payı} = 10 \text{ db}$$

olarak verilmiştir.

k_v şartının sağlanması için gerekli kazanç, K nın,

$$k_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G_c(s) G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s G_c(s) \frac{K}{s(s+1)(s+2)} = \frac{K}{2} = 10 \quad (9.1.29)$$

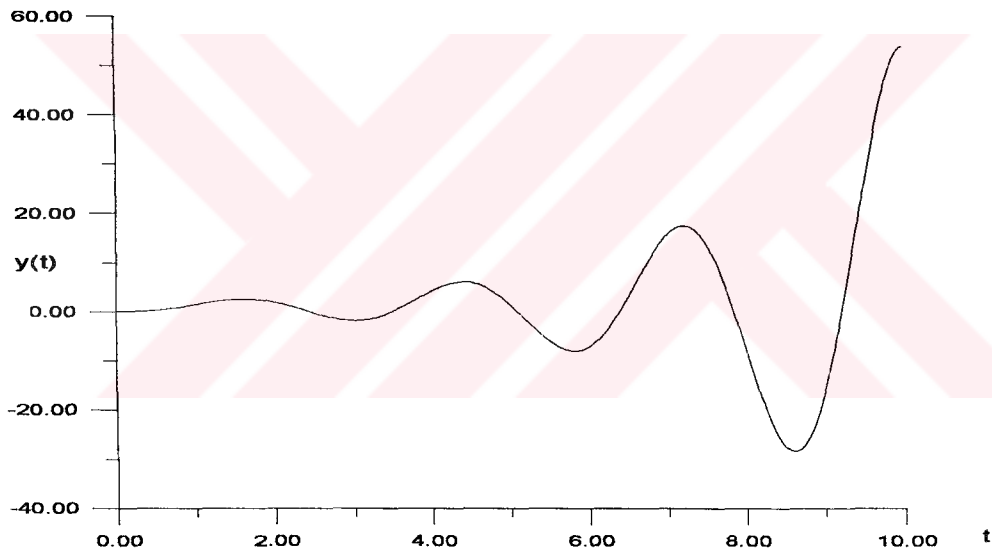
$K = 20$,

ve G_p ile oluşturulan birim geri beslemeli sistemin K.Ç.T.F. nun,

$$T_p(s) = \frac{20}{s^3 + 3s^2 + 2s + 20} \quad (9.1.30)$$

olduğu belirtilmiştir.

Şekil 9.5 de de gösterildiği gibi, sistem (9.1.30) kararsızdır.



Şekil 9.5 Sistemin birim basamak giriş cevabı

Örnekde, Bode tasarımı ile elde edilen lag-lead kompensatör,

$$G_c(s) = \left(\frac{s+0.7}{s+7} \right) \left(\frac{s+0.15}{s+0.015} \right) \quad (9.1.31)$$

olarak,

kompensatör ilaveli sistemin K.Ç.T.F.,

$$T_{bp}(s) = \frac{4000s^2 + 3400s + 420}{200s^5 + 2003s^4 + 4630s^3 + 6869s^2 + 3442s + 420} \quad (9.1.32)$$

olarak, ve kompensatörlü sistemin gerçekleştirdiği şartlar,

$$k_v = 10 \text{ s}^{-1}$$

$$\text{Faz payı} = 50^0 \quad (9.1.33)$$

$$\text{Kazanç payı} = 16 \text{ db}$$

olarak verilmiştir.

“KONTROL” Programı ile Tasarım

“KONTROL” programı ile yapılacak kompensatör tasarımı ile Bode yöntemi tasarımının karşılaştırılabilmesi için, önceki örneklerde de uygulandığı gibi, kompensatör ilaveli sistem (9.1.32) nin cevabına çok yakın bir cevap üreten modelin belirlenmesi yoluna gidilmiştir. Bu, üçüncü mertebe tek sıfırlı referans model, bir kaç denemeden sonra, tasarım şartları için ilk değerler olarak,

$$M_p = \%17, \omega_c = 1.2 \text{ rad/sn}, k_v = 15 \text{ sn}^{-1} \quad (9.1.34)$$

in programa girilmesiyle,

$$T_{m3}(s) = \frac{2.867096s + 0.286322}{s^3 + 2.089348s^2 + 2.896057s + 0.286322} \quad (9.1.35)$$

olarak belirlenmiştir.

Referans model (9.1.35) in, tam gerçekleştirdiği şartlar,

$$M_p = \%16, \omega_c = 1.2 \text{ rad/sn}, k_v = 9.8865 \text{ sn}^{-1} \quad (9.1.36)$$

olarak, S.K.A. katsayıları da,

$$H_1 = 1, \quad H_2 = 9.88648, \quad H_3 = -0.01628$$

$$H_4 = -8.58034, \quad H_5 = -1.5873056, \quad H_6 = -1.3061461 \quad (9.1.37)$$

olarak hesaplanmıştır.

İkinci ve üçüncü mertebe "sıfırı olmayan" sistemler için, Bölüm (7.2) ve (7.3) de incelendiği gibi, değişik kompensatör tiplerine göre, T.F. ları türetilmemiştir., "Sıfırsız" bir sisteme çok küçük değerli bir sıfır ilavesi ile mertebesi yükseltilmeden, tek sıfırlı bir sistem haline getirilmesinin sistem davranışı üzerinde önemli bir etkisi olmamaktadır. Bu nedenle, ikinci ve üçüncü mertebe "sabit pay"lı sistemler için kompensatör ilaveli sistemin K.Ç.T.F. türetilmemiştir. "KONTROL" programı ile "Model İndirgeme" bölümünde S.K.A. yöntemi kullanılarak "sıfırsız" sistemlere tek sıfır ilave edilebilmektedir. Bu özelliğin kullanılması ile, ikinci mertebe tek sıfırlı ve üçüncü mertebe tek veya çift sıfırlı referans modellerle seri veya geri besleme ve iç çevrimli kompensatör tasarımında kullanılmak üzere 9 ayrı K.Ç.T.F. nun türetilmesine gerek kalmamaktadır.

Bu örnekteki üçüncü sıfırsız plant'a, S.K.A. yöntemi ile tek sıfır ilavesi edilerek,

$$T_{epc}(s) = T_p(s) = \frac{-0.0000007032939s + 20}{s^3 + 3s^2 + 2s + 20} \quad (9.1.38)$$

eşdeğerli tek sıfırlı plant (9.1.38) elde edilir.

Plant (9.1.38) i kullanarak, bilinmeyen kompensatör parametrelerinin belirlenmesi için, "KONTROL" programında,

$$a = 1.55, \quad b = 0.05, \quad c = 0.00892, \quad d = 5, \quad k = 1.84$$

ilk değerlerinin kullanılmasıyla,

$$a = 1.71848, \quad b = 0.104009, \quad c = 0.000195354, \quad d = 3.753262, \quad k = 1.335776$$

değerleri hesaplanmıştır.

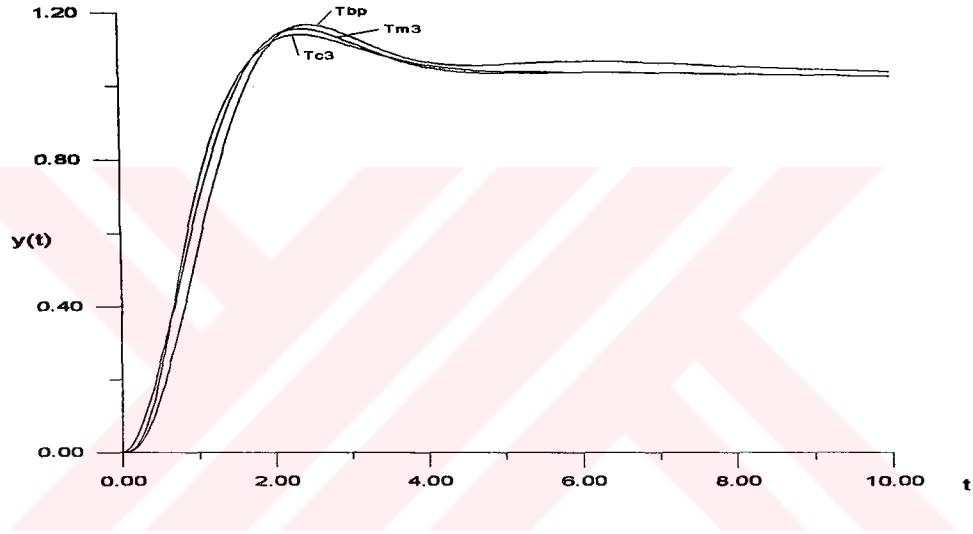
Hesaplanan kompensatör parametrelerinin denklem (7.3.1.1.2) de yerine konulmasıyla kompensatör,

$$G_c(s) = \frac{1.335776(s + 1.71848)(s + 0.000195354)}{(s + 0.104009)(s + 3.753262)} \quad (9.1.49)$$

olarak, seri kompensatör ilaveli sistemin K.Ç.T.F. da,

$$T_{c3}(s) = \frac{20s^2 + 77.145s + 7.808}{s^5 + 6.857s^4 + 40.678s^3 + 74.801s^2 + 77.935s + 7.808} \quad (9.1.39)$$

olarak belirlenir.



Şekil 9.6 Dördüncü örnekle ilgili birim basamak giriş cevapları

Şekil 9.6 da her üç cevabın da birbirine çok yakın olduğu görülmektedir. “KONTROL” programı ile tasarlanan sistem, T_{c3} ün M_p si referans model, T_{m3} ün M_p sinden (% 2) kadar düşüktür ve bu fark yeterince iyi bir sonuçtur. Her üç sistemin cevap hızı da birbirine yakın olmakla beraber T_{c3} ün cevap hızı, referans modelin cevap hızına, T_{bp} ninkinden daha yakındır. “KONTROL” ile elde edilen sonuçlar, Bode yönteminin sonuçları referans alınarak elde edildiği için, Bode yöntemi sonuçları ile çok iyi bir uyum da sağlanmıştır.

BEŞİNCİ ÖRNEK : Seri kompensatör tasarımı (s.599,[9])

Orjinal örnekte, Ziegler-Nichols'un ikinci ayar kuralı kullanılarak bir PID kontrolcü tasarımı ele alınmaktadır, ancak herhangi bir tasarım şartı belirtilmemiştir.

Ziegler-Nichols Kuralı ile Tasarım

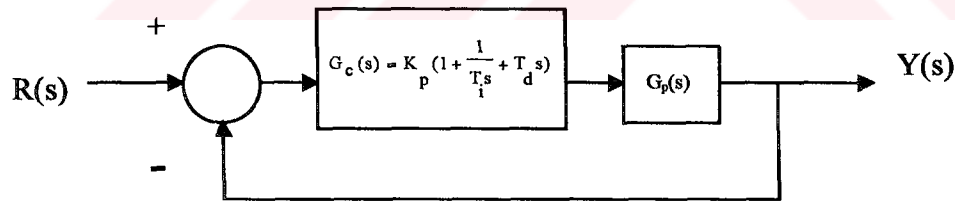
Davranışının iyileştirilmesi istenen plant,

$$G_p(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+5)} \quad (9.1.40)$$

olarak, ve sadece $G_p(s)$ ile oluşturulan birim geri beslemeli sistemin K.Ç.T.F.,

$$T_p(s) = \frac{1}{s^3 + 6s^2 + 5s + 1} \quad (9.1.41)$$

olarak verilmiştir. Tasarlanması istenilen seri kompensatör bir PID kontrolcüdür.



Şekil 9.7 PID seri kompensatörlü sistem

Tasarlanan PID kontrolcü,

$$G_c(s) = 18\left(1 + \frac{1}{1.405s} + 0.35124s\right) \quad (9.1.42)$$

olarak, ve PID kontrolcü ilaveli sistemin K.Ç.T.F.,

$$T_z(s) = \frac{6.3223s^2 + 18s + 12.811}{s^4 + 6s^3 + 11.3223s^2 + 18s + 12.811} \quad (9.1.43)$$

olarak verilmektedir, (s.599,[9]).

“KONTROL” Programı ile Tasarım

Üçüncü mertebe tek sıfırlı bir referans modelin belirlenmesi için,

$$M_p = \%15, \omega_c = 0.6 \text{ rad/sn}, k_v = 5 \text{ sn}^{-1} \quad (9.1.44)$$

tasarım şartları olarak seçilerek programa girilmiş ve bu şartları yaklaşık sağlayan referans model,

$$T_{m3}(s) = \frac{0.6280074s + 0.01622226}{s^3 + 0.8733523s^2 + 0.640824s + 0.01622226} \quad (9.1.45)$$

olarak elde edilmiştir. (9.1.45) modelinin tam gerçekleştirdiği tasarım şartları,

$$M_p = \%15, \omega_c = 0.6 \text{ rad/sn}, k_v = 1.2657 \text{ sn}^{-1} \quad (9.1.46)$$

olarak, S.K.A. katsayılarıda,

$$\begin{aligned} H_1 &= 1, H_2 = 1.265728, H_3 = -0.02684551 \\ H_4 &= -0.5687801, H_5 = -1.204356, H_6 = -0.6969476 \end{aligned} \quad (9.1.47)$$

olarak hesaplanmıştır.

Üçüncü mertebe sıfırsız plant’a Chen yöntemi ile bir sıfır ilave edilmesiyle, tek sıfırlı eşdeğerli plant,

$$T_{epc}(s) = T_p(s) = \frac{-7.133782E - 08s + 1}{s^3 + 6s^2 + 5s + 1} \quad (9.1.48)$$

olarak hesaplanmıştır. Seri kompensatörün bilinmeyen parametreleri, “KONTROL” programı ile,

$a = 0.3$, $b = 0.1$, $c = 4$, $d = 50$, $k = 25$ ilk değerleri kullanılarak,

$a = 0.06929552$, $b = 0.0457076$, $c = 3.974246$, $d = 35.97593$

$k = 38.82869$

olarak elde edilir.

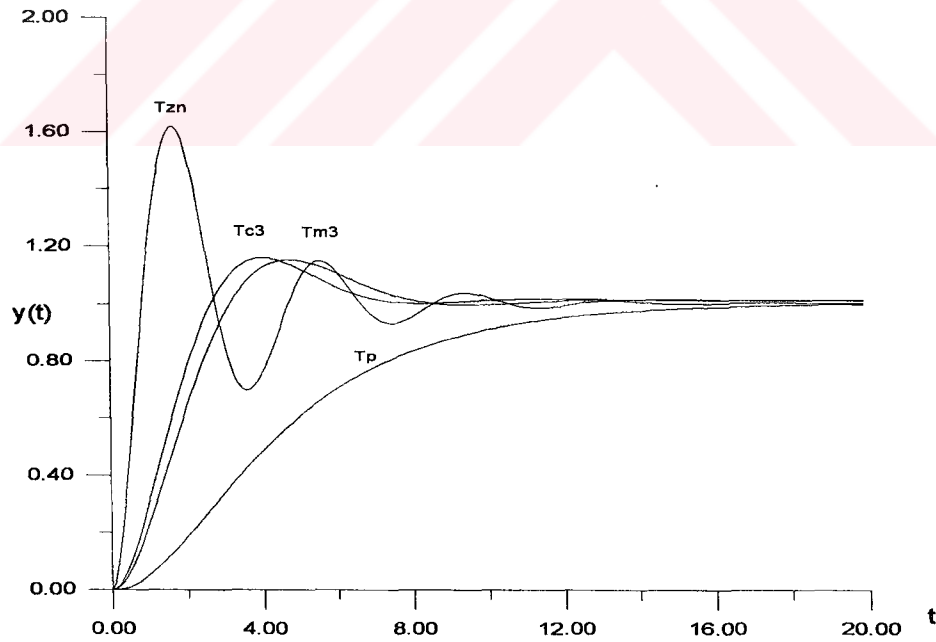
Hesaplanan kompensatör parametreleri denklem (7.3.1.1.2) yerine konulmasıyla, kompensatör,

$$G_c(s) = \frac{38.82869(s + 0.06929552)(s + 3.974246)}{(s + 0.0457076)(s + 35.97593)} \quad (9.1.49)$$

olarak, ve seri kompensatör ilaveli sistemin K.Ç.T.F.da,

$$T_{c3}(s) = \frac{38.829s^2 + 157.005s + 10.693}{s^5 + 42.022s^4 + 222.774s^3 + 228.803s^2 + 165.227s + 10.693} \quad (9.1.50)$$

olarak belirlenir.



Şekil 9.8 Beşinci örnekle ilgili birim basamak giriş cevapları

Şekil 9.8, “KONTROL” ile tasarlanan sistem, T_{c3} , ün cevabının referans model, T_{m3} , ün cevabına çok yakın olduğunu göstermektedir.

ALTINCI ÖRNEK : Seri kompensatör tasarımı (s.163,[15])

Orjinal örnekte, verilen plant için sistem tasarımı Matrix-x programı kullanılarak iki ayrı yöntem ile yapılmıştır. Bu iki yöntemden birincisi Ziegler-Nichols yöntemi diğeri “Analitik yöntem”dir.

Ziegler-Nichols Yöntemi ile Tasarım

Davranışının iyileştirilmesi istenilen üçüncü mertebe plant,

$$G_p(s) = \frac{400}{s^3 + 30s^2 + 200s} \quad (9.1.51)$$

için tasarlanan seri PID kontrolcünün parametrelerinin Ziegler-Nichols yöntemi ile belirlenmesinde, bağıntıları kullanılmıştır.

$$K_p = 0.6K_m, \quad K_d = \frac{K_p PI}{4w_m}, \quad K_i = \frac{K_p w_m}{PI} \quad (9.1.52)$$

Yöntemini ayrıntıları ilgili kaynakta verilmektedir. Burada sadece örneğe uygulanması ile elde edilen sonuçlar verilmiştir. Bu örnek için, PID kontrolcünün bilinmeyen parametreleri,

$$K_p = 9, \quad K_d = 0.5, \quad K_i = 40 \quad (9.1.53)$$

olarak, dolayısıyla PID kontrolcü,

$$G_c(s) = \left(9 + 0.5s + \frac{40}{s}\right) \quad (9.1.54)$$

olarak, ve PID kontrolcü ilaveli sisteminde,

$$T_{zn}(s) = \frac{200s + 1600}{s^3 + 20s^2 + 200s + 1600} \quad (9.1.55)$$

olarak hesaplandığı belirtilmektedir.

“Analitik Yöntem” ile Tasarım

PID kontrolcünün adı geçen “analitik yöntem” ile, Matrix-x kullanılarak, tasarımında aşağıdaki tasarım şartları verilmiştir.:

Rampa giriş için sürekli durum hatası $e_{ss} = 0.1$,

$$M_p = \%10, \quad (9.1.56)$$

Yerleşme süresi $t_s = 2$ sn.

Bu şartları sağlayan PID kontrolcünün parametrelerinin

$$K_p = 2.02, \quad K_d = 0.52, \quad K_i = 5 \quad (9.1.57)$$

olarak, PID kontrolcünün,

$$G_c(s) = \left(2.02 + 0.52s + \frac{5}{s}\right) \quad (9.1.58)$$

olarak, ve PID kontrolcü ilaveli sistemin K.Ç.T.F nun da,

$$T_{ay}(s) = \frac{208s^2 + 808s + 2000}{s^4 + 30s^3 + 408s^2 + 808s + 2000} \quad (9.1.59)$$

olarak hesaplandığı belirtilmektedir [15]).

“KONTROL” Programı ile Tasarım

“KONTROL” programı ile seri kompensatör tasarımı için, örnekte verilen (9.1.51) plantı ile oluşturulan birim geri beslemeli sistemin K.Ç.T.F.,

$$T_p(s) = \frac{400}{s^3 + 30s^2 + 200s + 400} \quad (9.1.60)$$

olarak bulunur.

Bu örnek için, kompanse edilmiş sistemin gerçekleştirmesi istenilen tasarım şartları,

$$M_p = \%10, \omega_c = 7 \text{ rad/sn}, k_v = 10 \text{ sn}^{-1} \quad (9.1.61)$$

olarak seçilmiştir. “Program”, bu değerleri yeterli yakınlıkla sağlayan, üçüncü mertebe tek sıfırlı referans modeli,

$$T_{m3}(s) = \frac{106.2208s + 35.14541}{s^3 + 13.56094s^2 + 107.2937s + 35.14541} \quad (9.1.62)$$

olarak, gerçekleştirdiği tasarım şartlarını ise,

$$M_p = \%9.9868, \omega_c = 7 \text{ rad/sn}, k_v = 32.7559 \text{ sn}^{-1} \quad (9.1.63)$$

olarak hesaplamıştır.

Model (9.1.62) nin S.K.A. katsayıları,

$$H_1 = 1, H_2 = 32.7558, H_3 = -0.0031746115$$

$$H_4 = -25.11554, H_5 = -1.76132, H_6 = -7.640257 \quad (9.1.64)$$

olarak, kompensatörün belirlenmemiş,

$a = 1.5, b = 0.1, c = 10, d = 20, k = 5$ ilk değerlerinin kullanılmasıyla,

$a = 0.42306, b = 0.10138, c = 12.222, d = 100.16907, k = 32.1035$

olarak hesaplanmıştır.

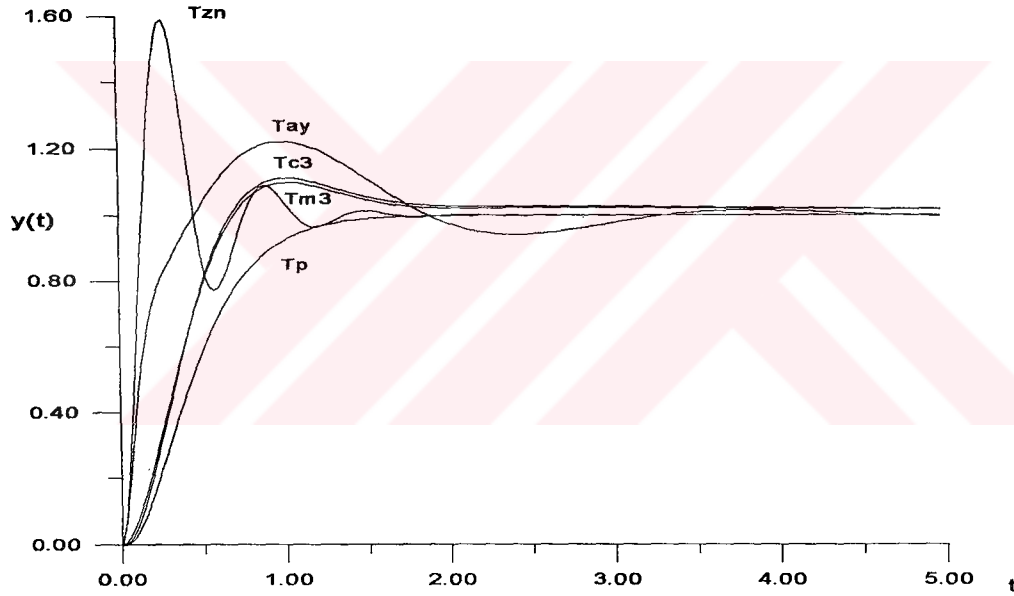
kompanseör, belirlenen parametreleri denklem (7.3.1.1.2) de yerine konulmasıyla,

$$G_c(s) = \frac{32.1035(s + 0.42306)(s + 12.222)}{(s + 0.10138)(s + 100.16907)} \quad (9.1.65)$$

olarak, ve seri kompanseör ilaveli sistemin K.Ç.T.F.da,

$$T_{c3}(s) = \frac{12841.424s^2 + 162392.941s + 66404.909}{s^5 + 130.270s^4 + 3218.270s^3 + 33200.187s^2 + 164424.084s + 66404.909} \quad (9.1.66)$$

olarak elde edilir.



Şekil 9.9 Altıncı örnekle ilgili birim basamak giriş cevapları

Şekil 9.9 “KONTROL” ile tasarlanan sistem, T_{c3} ün cevabının referans model, T_{m3} ün cevabına tıtatıp aynı denebilecek kadar yakın olması yanında, “analitik yöntemin” Ziegler-Nichols yönteminden çok daha iyi, “KONTROL” ün de diğer ikisinden oldukça daha iyi sonuç verdiğini göstermektedir. Ayrıca, “analitik yöntem” in tasarım başlangıcında M_p için

öngörülen % 10 şartını %22 olarak, ve yerleşme süresi için öngörülen 2 sn şartını da 3.5 sn'nin üzerinde olarak gerçekleştirdiğini göstermektedir.

YEDİNCİ ÖRNEK : Seri Kompansatör Tasarımı (s. 733, [3])

Bu örnek, model sadeleştirme konusuyla ilgili temel bir kaynak niteliğinde bir tebliğden [3], özellikle ikinci ve üçüncü mertebe modellerle tasarım sonuçlarının karşılaştırılması amacıyla seçilmiştir. Anılan tebliğde, davranışının iyileştirilmesi istenilen üçüncü mertebe plant,

$$G_p(s) = \frac{20}{s(1+s/10)(1+s/30)} \quad (9.1.67)$$

olarak, $G_p(s)$ ile oluşturulan birim geri beslemeli sistemin K.Ç.T.F.,

$$T_p(s) = \frac{6000}{s^3 + 40s^2 + 300s + 6000} \quad (9.1.68)$$

olarak, kompanse edilmiş sistemin gerçekleştirmesi istenen tasarım şartları,

$$k_v = 20 \text{ sn}^{-1}, \quad \omega_c = 5 \text{ rad/sn}, \quad \zeta = 0.7 \quad (9.1.69)$$

olarak, ve bu tasarım şartlarını sağlayan ikinci mertebe tek sıfırlı model de,

$$T_{m2}(s) = \frac{4.35s + 12.674}{s^2 + 4.984s + 12.674} \quad (9.1.70)$$

olarak verilmiştir.

Ayrıca, Newton yöntemi ile seri kompansatör parametrelerinin,

$$a = 0.616, \quad b = 1.914, \quad k = 0.3218,$$

olarak, seri kompansatörün,

$$G_c(s) = 0.3218(s + 1.914) / (s + 0.616) \quad (9.1.71)$$

olarak, ve seri kompensatör ilaveli sistemin K.Ç.T.F. nun da,

$$T_{c2}(s) = \frac{1930.8s + 3695.5}{s^4 + 40.6s^3 + 324.64s^2 + 2115.6s + 3695.5} \quad (9.1.72)$$

olarak belirlendiği açıklanmaktadır [3].

“KONTROL” Programı ile Tasarım

“KONTROL” programı kullanılarak, sıfırsız olan $T_p(s)$, (9.1.68) Chen yöntemiyle [5] bir sıfır ilave edilmesiyle, tek sıfırlı üçüncü mertebe eşdeğerli plant modeli,

$$T_{epc}(s) = T_p(s) = \frac{-6.150917E-06s + 6000}{s^3 + 40s^2 + 300s + 6000} \quad (9.1.73)$$

olarak belirlenir. Eşdeğerli sistem (9.1.73) in, birim basamak giriş cevabı (9.1.68) in birim basamak giriş cevabına tam olarak uymaktadır.

Orjinal örnekteki plant, (9.1.67), için seri bir kompensatör tasarımının üçüncü mertebe çift sıfırlı bir referans model kullanılarak yapılacağı ve kompanse edilmiş sistemin sağlaması istenilen tasarım şartlarının,

$$M_p = \%16, \quad \omega_c = 4.5 \text{ rad/sn}, \quad k_v = 20 \text{ sn}^{-1} \quad (9.1.74)$$

olarak seçildiği varsayılın.

“KONTROL” programı, öngörülen tasarım şartları (9.1.74) nı yaklaşık sağlayan referans modeli,

$$T_{m3}(s) = \frac{1.190644s^2 + 35.58163s + 19.27216}{s^3 + 7.885063s^2 + 35.94104s + 19.27216} \quad (9.1.75)$$

olarak, model (9.1.74) tam gerçekleştirdiği tasarım şartlarını ise,

$$M_p = \%16, \omega_c = 4.5 \text{ rad/sn}, k_v = 53.62 \text{ sn}^{-1} \quad (9.1.76)$$

olarak hesaplar.

Referans model (9.1.75) nin S.K.A. katsayılarını,

$$H_1 = 1, H_2 = 53.62176, H_3 = -1.111398E-03$$

$$H_4 = -48.73082, H_5 = -1.793409, H_6 = -3.700298 \quad (9.1.77)$$

olarak, bilinmeyen kompensatör parametrelerini de

$$a = 1, b = 0.1, c = 10, d = 50, k = 2 \quad \text{ilk değerlerinin kullanılmasıyla,}$$

$$a = 1.03345, b = 0.0978, c = 13.5761, d = 63.8613, k = 1.191236$$

olarak hesaplar.

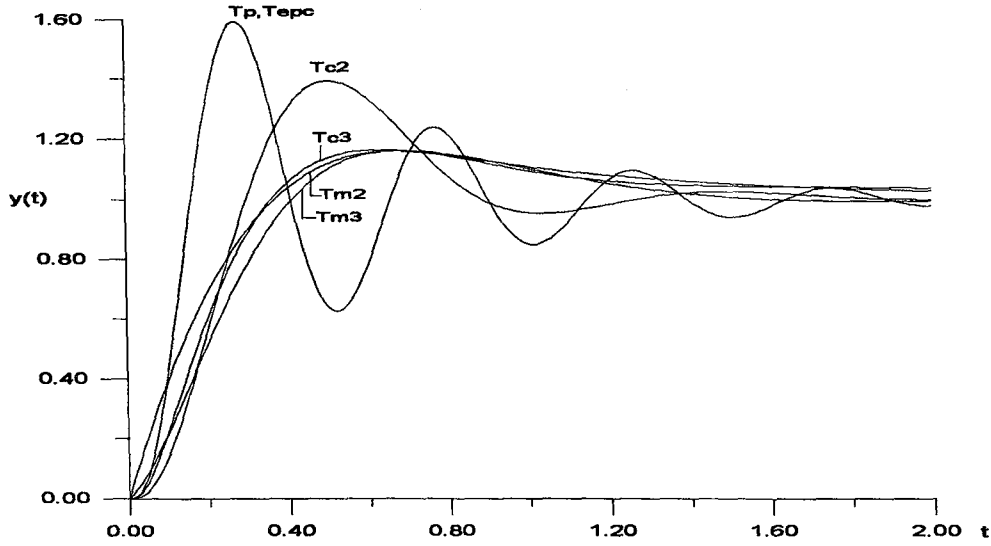
Böylece, tasarlanması istenen seri kompensatör,

$$G_c(s) = \frac{1.191236(s + 1.03345)(s + 13.5761)}{(s + 0.0978)(s + 63.8613)} \quad (9.1.78)$$

olarak, ve kompensatör ilaveli sistemin K.Ç.T.F. da,

$$T_{c3}(s) = \frac{7147.417s^2 + 104420.672s + 100280.586}{s^5 + 103.959s^4 + 2864.614s^3 + 26585.106s^2 + 106295.320s + 100280.586} \quad (9.1.79)$$

olarak belirlenir.



Şekil 9.10 Chen yöntemi ile belirlenmiş eşdeğerli model kullanarak kompansatör tasarımı ile ilgili birim basamak giriş cevapları

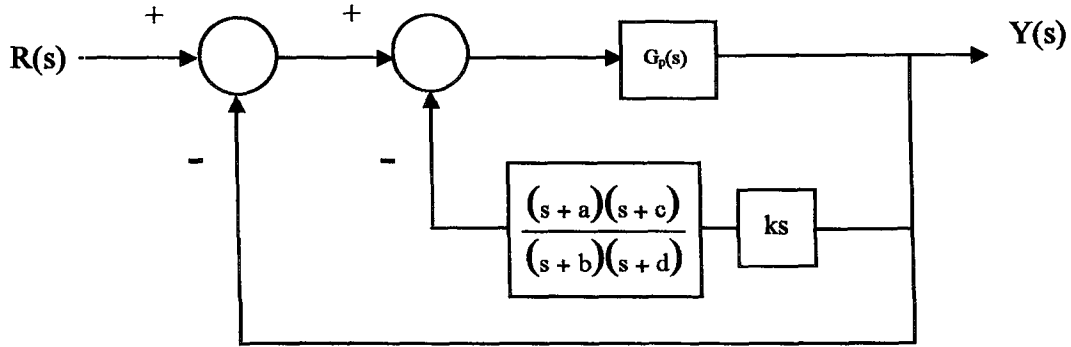
Şekil 9.10, üçüncü mertebe referans model, T_{m3} , kullanarak tasarlanmış sistemin, T_{c3} , referans modeline yeterince yakın bir cevap verdiğini, ikinci mertebe referans model, T_{m2} , kullanılarak tasarlanan, T_{c2} , sisteminin ise modelin cevabından, öncekine göre çok daha farklı bir basamak cevabı verdiğini göstermektedir. Bu sonuç üçüncü mertebe referans modellerle, ikinci mertebeden modellere oranla, genellikle bariz ölçüde daha iyi tasarımlar yapılabileceği konusundaki önceki bulgularla uyumludur [8].

9.2. Geri Besleme Kompansatörü Tasarımı Örnekleri

SEKİZİNCİ ÖRNEK : Geri besleme kompansatörü tasarımı (s. 734, [3])

Bu örnekte, Yedinci Örnekte ele alınan plant, (9.1.67) ın davranışının aynı tasarım şartlarına göre ikinci mertebe tek sıfırlı bir referans modeli

kullanarak tasarlanmış bir geri besleme kompensatörü kullanılarak iyileştirilmesi ele alınmıştır.



Şekil 9.11 Geri besleme kompensatörlü sistem

Orjinal örnekte, ikinci mertbe referans model kullanılarak, Newton yöntemi ile elde edilen geri besleme kompensatörünün parametreleri,

$$a = 2.579, \quad b = 0, \quad k = 0.142 \quad \text{olarak,}$$

geri besleme kompensatörü,

$$G_c(s) = 0.142 / (s + 2.579) \quad (9.2.1)$$

olarak, geri besleme kompensatörü ilaveli sistemin K.Ç.T.F. da,

$$T_{c2}(s) = \frac{6000s + 15474}{s^4 + 42.579s^3 + 1255.16s^2 + 6773.7s + 15474} \quad (9.2.2)$$

olarak verilmiştir.

“KONTROL” Programı ile Tasarım

Üçüncü mertbe tek sıfırlı bir referans model kullanılarak tasarlanacak geri besleme kompensatörlü sistemin sağlaması istenen tasarım şartları olarak,

$$M_p = \%16, \quad \omega_c = 4.5 \text{ rad/sn}, \quad k_v = 8 \text{ sn}^{-1} \quad (9.2.3)$$

değerlerinin “program” a girilmesiyle, bu şartları yaklaşık gerçekleştiren üçüncü mertebe referans model,

$$T_{m3}(s) = \frac{39.25789s + 16.22687}{s^3 + 7.6204s^2 + 40.059s + 16.22687} \quad (9.2.4)$$

olarak, modelin tam gerçekleştirdiği şartlar ise,

$$M_p = \%15.94, \quad \omega_c = 4.5 \text{ rad/sn}, \quad k_v = 20.25 \text{ sn}^{-1} \quad (9.2.5)$$

olarak hesaplanmıştır,

“Program”, referans model (9.2.4) nin S.K.A. katsayılarını,

$$\begin{aligned} H_1 &= 1, \quad H_2 = 20.25357, \quad H_3 = -6.96183E-03 \\ H_4 &= -15.38659, \quad H_5 = -1.536765, \quad H_6 = -4.866979 \end{aligned} \quad (9.2.6)$$

olarak, tek sıfır ilave edilmiş eşdeğerli sistem modeli (9.1.73) kullanılarak geri besleme kompansatörünün bilinmeyen parametrelerini,

$a = 1.3, \quad b = 0.1, \quad c = 0.2, \quad d = 55.6, \quad k = 1.2$ ilk değerlerinin kullanılmasıyla,

$$a = 7.07016, \quad b = 0.422537, \quad c = -1.8737E-03, \quad d = 111.6978$$

$$k = 2.22892$$

olarak hesaplanmıştır.

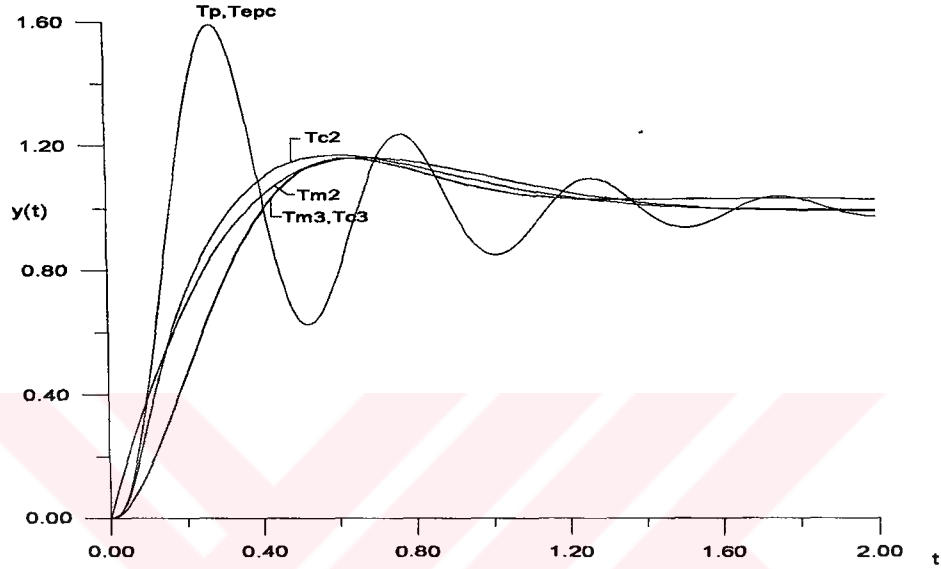
Kompansatör, yukarıdaki hesaplanan parametreleri (7.3.1.1.2) de yerine konularak,

$$G_c(s) = \frac{2.22892(s + 7.07016)(s - 0.0018737)}{(s + 0.422537)(s + 111.6978)} \quad (9.2.7)$$

olarak, kompansatör ilaveli sistemin K.Ç.T.F. da,

$$T_{c3}(s) = \frac{6000s^2 + 672720.377s + 282988.891}{s^5 + 152.120s^4 + 18205.483s^3 + 136050.584s^2 + 686692.657s + 282988.891} \quad (9.2.8)$$

olarak belirlenmiştir.



Şekil 9.12 Chen yöntemi ile belirlenmiş eşdeğerli model kullanarak geri besleme kompensatörü tasarımı ile ilgili birim basamak giriş cevapları

Şekil 9.12, Chen yöntemi ile belirlenmiş eşdeğerli plant modeli T_{epc} ile gerçek plant T_p nin cevaplarının çakıştığını göstermektedir. Üçüncü mertebe referans model T_{m3} kullanılarak tasarlanan sistem T_{c3} ün cevapları çakışmaktadır. Ancak ikinci mertebe referans modelle elde edilen T_{c2} nin cevabının modelinin cevabına yakınlığı, elde edilen T_{c3} ün cevabında olduğu kadar yakın değildir. Bu husus, üçüncü mertebe modellerle genellikle daha iyi tasarım sonuçları elde edildiğini teyid etmektedir.

Sıfırı olmayan bir modele, tek sıfır ilavesinin [8] ile de yapılabileceği önceki bölümlerde belirtilmişti. Program, bu örnekteki (9.1.67) plant'ı için, eğri uydurma yöntemiyle $t_{\max} = 3$ sn alınarak, tek sıfır ilave edilmiş eşdeğerli plant modelini,

$$T_{\text{epcu}}(s) = T_p(s) = \frac{-4.178724s + 6000.662}{s^3 + 46.43463s^2 + 300.1727s + 6000.662} \quad (9.2.9)$$

olarak hesaplamıştır.

Bu örnekte “Kontrol” ile tasarım için kullanılan tüm diğer şartlar saklı tutularak, kompensatörün belirlenmemiş parametreleri

$a = 1.3$, $b = 0.1$, $c = 0.2$, $d = 55.6$, $k = 1.2$ ilk değerlerinin kullanılmasıyla,

$$a = 9.21986235 , \quad b = 0.34795113 , \quad c = 0.0319132 , \quad d = 43.052525$$

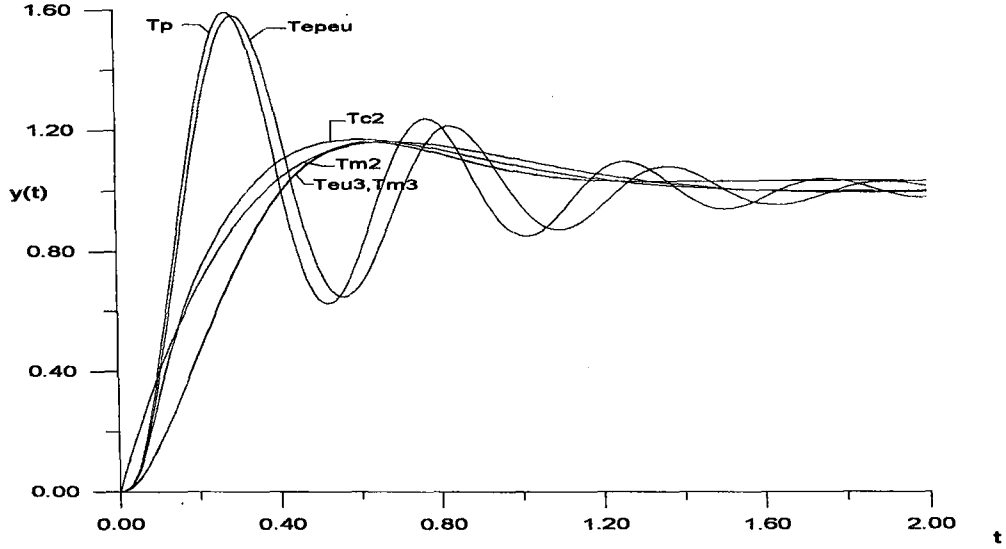
$$k = 0.4096387$$

olarak, kompensatör ilaveli sistemin K.Ç.T.F.,

$$T_{\text{eu3}}(s) = \frac{5819.303s^2 + 260368.987s + 89890.968}{s^5 + 88.123s^4 + 4773.705s^3 + 42508.619s^2 + 265666.466s + 89890.968}$$

(9.2.10)

olarak belirlenmiştir.



Şekil 9.13 Eğri uydurma ile belirlenmiş eşdeğerli model kullanarak geri besleme kompansatörü tasarımı ile ilgili birim basamak giriş cevapları

Şekil 9.13 de gösterilen, eğri uydurma yöntemi ile sıfır ilave edilmiş (9.2.9) sistemi ile gerçek sistem (9.1.68) in cevapları, Chen yönteminin (Şekil 9.12 de gösterilen) aynı konudaki sonucu kadar iyi olmasa da birbirine çok yakındır. Ancak aradaki bu fark, üçüncü mertebe referans model (9.2.4) ile tasarlanan sistem (9.2.10) un cevabına herhangi bir etki yapmamıştır. Eğri uydurma ile sıfır ilave edilerek elde edilen sonuç, Chen yöntemi ile elde edilen sonuçla aynıdır; her iki yöntemle de tasarlanan sistemin cevabı referans modelin cevabıyla çakışmaktadır.

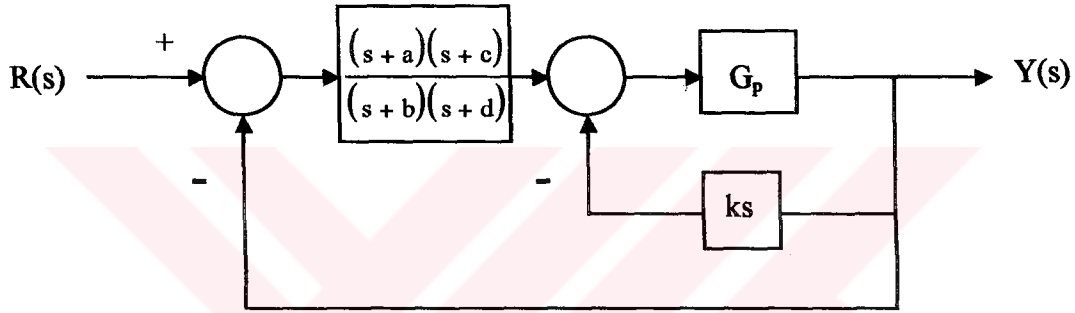
9.3. İç Çevrim Kompansatörü Tasarımı Örnekleri

Dokuzuncu Örnek : İç çevrim kompansatörü tasarımı (s. 735 ,[3])

Belirtilen kaynaktaki örnekte, davranışının iyileştirilmesi istenilen üçüncü mertebe plant,

$$G_p(s) = \frac{20(1 + s/1.5)}{s(1 + s/4.5)(1 + s/10)(1 + s/30)} \quad (9.3.1)$$

olarak,



Şekil 9.14 İç çevrim kompansatörü içeren sistem

olarak, $G_p(s)$ ile oluşturulan birim geri beslemeli sistemin K.Ç.T.F. da,

$$T_p(s) = \frac{18000s + 27000}{s^4 + 44.5s^3 + 480s^2 + 19350s + 27000} \quad (9.3.2)$$

olarak verilmiştir. (9.3.2) sistemi kararsızdır.

“KONTROL” Programı ile Tasarım

Kompanse edilmiş sistemin gerçekleştirmesi istenilen tasarım şartları,

$$M_p = \%13, \quad \omega_c = 4.5 \text{ rad/sn}, \quad k_v = 10 \text{ sn}^{-1} \quad (9.3.3)$$

olarak seçildiğinde, “KONTROL” programı bu şartları yaklaşık sağlayan üçüncü mertebe çift sıfırlı referans modeli

$$T_{m3}(s) = \frac{1.611446s^2 + 35.95462s + 19.87638}{s^3 + 8.481294s^2 + 36.68839s + 19.87638} \quad (9.3.4)$$

olarak, referans modelin tam sağladığı tasarım şartlarını da,

$$M_p = \%12.99, \quad \omega_c = 4.5 \text{ rad/sn}, \quad k_v = 27.088 \text{ sn}^{-1} \quad (9.3.5)$$

olarak hesaplanmıştır.

Referans model (9.3.4) ün S.K.A. katsayıları,

$$H_1 = 1, \quad H_2 = 27.088, \quad H_3 = -0.004887347$$

$$H_4 = -22.25781, \quad H_5 = -2.035588, \quad H_6 = -3.218826 \quad (9.3.6)$$

olarak hesaplanmıştır.

Dördüncü mertebeden olan (9.3.2) sistemi, Chen yöntemi [3] ile üçüncü mertebe tek sıfırlı eşdeğerli bir modele indirgenerek,

$$T_{euc}(s) = \frac{510.4315s + 791.5754}{s^3 + 1.737809s^2 + 550.0103s + 791.5754} \quad (9.3.7)$$

elde edilir. İndirgenmiş model (9.3.7) de orjinal sistem (9.3.2) gibi kararsızdır.

“KONTROL” programı, kompensatörün belirlenmemiş parametrelerini,

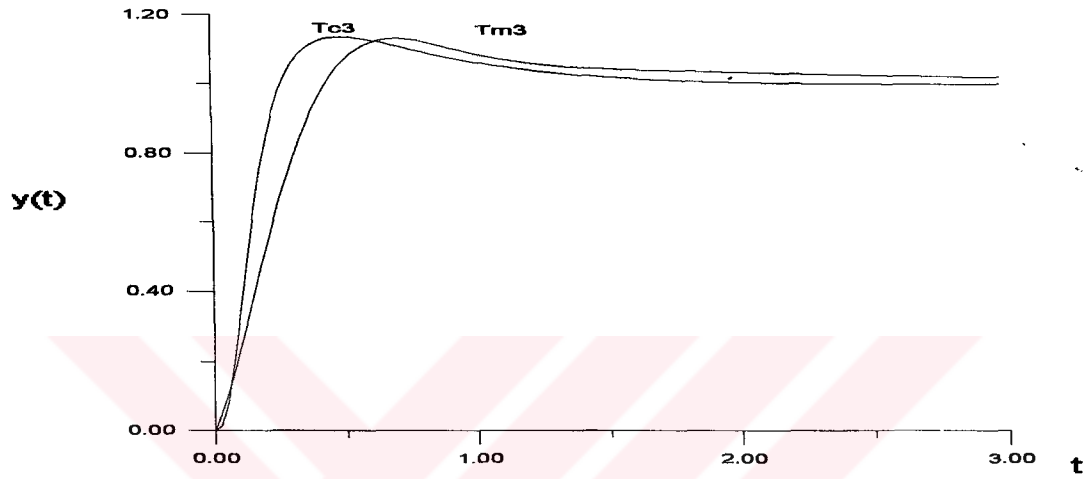
$a = 1.3, \quad b = 0.1, \quad c = 0.2, \quad d = 55.6, \quad k = 1.2$ ilk değerlerinin kullanılmasıyla,

$$a = 10.850, \quad b = 0.37161, \quad c = 1.6965, \quad d = 14.07, \quad k = 0.0707718$$

olarak, seri kompensatör ilaveli sistemin K.Ç.T.F.nü da,

$$T_{c3}(s) = \frac{7195.857s^2 + 19327.807s + 14571.391}{s^5 + 52.284s^4 + 1157.851s^3 + 8774.484s^2 + 19827.696s + 14571.391} \quad (9.3.8)$$

olarak hesaplamıştır.



Şekil 9.15 İç çevrim kompensatörü ilaveli sistem ve tasarımında kullanılan referans modelin basamak-giriş cevabı

Şekil 9.15 tasarlanan sistem (9.3.8) in M_p sinin, tasarımında kullanılan referans model (9.3.4) inki ile hemen hemen aynı olduğunu, ancak (9.3.8) sisteminin cevap hızının referans modelinkinden oldukça yüksek olduğunu göstermektedir.

10. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Tanıtilan yöntemin sistem tasarımına getirdiği katkı, tasarımların kısa bir sürede gerçekleştirilebilmesi yanında tasarım problemlerine seçenek çözümler üretebilmesi ve daha da önemli olarak bu güne kadar yapılmış çalışmalardan elde edilen teorik bilgilerin daha geniş bir çerçevede ve birbirileri ile aralarındaki ilişkiler birleştirilerek yeni bir yaklaşım ortaya konmasıdır. Tek giriş ve tek çıkışlı kontrol sistemlerinin tasarımı için hazırlanan “Kontrol” programının, kaynaklarda mevcut sistem tasarımı örnek problemlerinden seçilen dokuz farklı probleme uygulanmasıyla elde edilen sonuçlar son bölümde özetlenmiş ve grafiklerle gösterilmiştir.

Anılan grafiklerin genel değerlendirmesi, “Kontrol” programı ile tasarlanan sistemlerin tasarımlarında öngörülen şartları yaklaşık sağlayan referans modellerin zaman cevaplarına genellikle çok yakın cevaplar ürettiklerini, dolayısıyla da tasarım şartlarını tasarım şartlarını çok yakın bir düzeyde sağladıklarını göstermekte hatta kanıtlamaktadır.

Ayrıca, örnek problem uygulamalarının çoğunda “kontrol” ile elde edilen tasarım sonuçlarının diğer yöntemlerin sonuçlarından daha iyi olduğu, daha iyi olmadığı az örnekte ise başabaş olduğu görülmektedir.

“Kontrol” programı’nın üçüncü mertebe referans modellerle, ikinci mertebeden modellerle tasarlananlara oranla, bekleneceği gibi, öngörülen tasarım şartlarına çok daha yakınlıkla sağlayan tasarımlar ürettiği gözden kaçmamaktadır. “Kontrol” programı’nın sergilediği bu özellikler dikkate alındığında, Bode yöntemi ve Kök Yer Eğrisi yöntemi gibi yerleşmiş tasarım yöntemleriyle eşdeğerli ve seçenek bir tasarım yöntemi oluşturduğu söylenebilir.

Bu çalışma sonunda, “Yöntem”le ilgili, kolay uygulanabilmesi açısından tek kısıtlama, “kompansatör ilaveli sistemin Kapalı Çevrimli Transfer Fonksiyonu modelleri”nin en sık kullanılan kompansatör tipleri için “türetilmiş” olmasıdır.

İlerideki çalışmalar için, “kontrol” programının anılan “türetim”in bu çalışmada ele alınmamış kompensatör tiplerini ,ve referans modellerin hesaplanması işleminde kullanılan tasarım şartları M_p , ω_c , k_v üçlüsü dışında tasarım şartlarını da içerecek şekilde genişletilmesi konuları öncelikle önerilebilir



KAYNAKLAR

1. Jamshidi, M., Tarokh M., and Shafai B., Computer-Aided Analysis and Design of Linear Control Systems, Prentice Hall Information and Sciences Series, 1992.
2. Hondur, Y.T., Linear Model Simplification : A Comparison of Some Methods, 1. International Ain Shams Univ. Conf. On Prod. Eng. And Design, Paper No. Dy. AU. C.5. , Cairo, 1984.
3. Chen, C.F., Shieh, L. S., An Algebraic Method for Control Systems Design, Int.J. Cont., Cilt 11, No.5, s.717-739, 1970.
4. Towill, D. R., Coefficient Plane Models for Control System Analysis and Design, Research Studies Press, 1981.
5. Chen, C.F., Shieh, L.S., A Novel Approach to linear Model Simplification, Int.J. Cont., Cilt 8, s.561-570, 1968.
6. Özgören, K., System Simplification via Curve-Fitting, M. Sc. Tezi, O.D.T.Ü., 1972
7. Towill, D. R., Analysis and Synthesis of Feedback Compensated Third-order Control System via the Coefficient Plane , Radio and Electronic Engineer, Cilt 32, s. 119-131, 1966.
8. Ülkülü, Ç., Katsayı Düzlemi ve Model Sadeleştirme Yöntemi ile Kontrol Sistemi (Kompansatör Tasarımı), Y.Lisans Tezi ,Gazi Üniv., 1990.
9. Ogata, K., Modern Control Engineering, Prentice-Hall International Editions, 1990.
10. Kuo ,B. C., Automatic Control Systems, 6th Ed., Prentice-Hall of India, 1991.
11. Dorf ,R. C. and Bishop R. H. , Modern Control Systems, 7th Ed., Addison-Wesley Publishing Company, 1995.
12. Bunday, B. D., Basic Optimisation Methods, Edward Arnold (Publishers) Ltd., 1984.
13. Hondur, Y. T., Doğrusal Sistem Modellerini Sadeleştirme Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Doçentlik Tezi, M.E.T.U., 1977.

14. Burton S. G., Hillstrom K. E., More J. J., Argonne National Laboratory Linpack Project, March 1980.
15. Shahian B., Hassul M., Control System Design Using Matrix-X, Prentice-Hall, 1992.
16. Golten, J., and Andy, V., Control Design and Simulation, McGraw Hill, New York, 1991.



ÖZGEÇMİŞ

Çınar ÜLKÜLÜ 1964 yılında Ankara’da doğdu. İlk ve Orta öğrenimi Ankara’da bitirdi. 1983 yılında Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümü’nde öğrenime başlayarak Ekim 1987 Lisans ve Ekim 1990 da Yüksek Lisans programından mezun oldu. Mart 1988’den bu yana, Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümü’nde Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır. Evlidir ve bir çocuk babasıdır.



TC MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI
DOKÜMAN YAYIN KURULU
DOKÜMAN YAYIN MERKEZİ