

T.C.

AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ



RENKLİ GÖRÜNTÜLER İÇİN SFC YÖNTEMİYLE DİJİTAL DAMGALAMA

Naci ER

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

HAZİRAN 2022

ANTALYA

T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

RENKLİ GÖRÜNTÜLER İÇİN SFC YÖNTEMİYLE DİJİTAL DAMGALAMA

Naci ER

MATEMATİK ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

Bu tez 27/06/2022 tarihinde jüri tarafından oybirliği ile kabul edilmiştir.

Prof. Dr. İlham ALİYEV (Danışman)

Prof. Dr. Melih GÜNAY

Prof. Dr. Cafer ÇALIŞKAN

Doç. Dr. Taner DANIŞMAN

Dr. Öğr. Üyesi Aslı BAY

ÖZET

RENKLİ GÖRÜNTÜLER İÇİN SFC YÖNTEMİYLE DİJİTAL DAMGALAMA

Naci ER

Doktora Tezi, Matematik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. İlham ALİYEV

İkinci Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Murat AK

Haziran 2022, 70 sayfa

El yapımı kağıt üretiminde meydana gelen su izleri gibi dijital damga da, görüntünün ayrılmaz bir parçası olarak, dijital görüntünün kime ait olduğu hakkında bilgi saklar. Son zamanlarda geliştirilen yöntemlerle damgalama konusunda dayanıklılık ve hissedilmezlik yönünden iyi sonuçlar alınmıştır. Bu yöntemler başta gri tonlamalı görüntüler için önerilmiş, sonra renkli görüntüler için de uygulanmıştır.

Gri tonlamalı görüntüler reel matrislerle temsil edilir. Dijital görüntü damgalama için geliştirilen yöntemler görüntünün bu matris temsilini kullanır. Renkli görüntüler ise çoğu zaman 3 boyutlu tensörlerle temsil edilir. Bu damgalama yöntemlerini renkli görüntülere uygulayabilmek için bir şekilde bu tensörler reel matrislere dönüştürülür. Bazen de görüntü kuaterniyon girdili matrise dönüştürülür ya da yöntemler tensörlerle çalışacak şekilde genelleştirilir.

Biz bu tezde genelleştirilmiş Sierpiński eğrisinin yardımıyla renkli görüntüyü kompleks girdili bir matrise dönüştürmüş olduk. Bu sayede gri tonlamalı görüntülerde olduğu gibi renkli görüntüler de skaler girdili matrislere dönüşmüş oldu. Dolayısıyla damgalama için DCT, DWT, SVD gibi teknikleri kullanan bir çok yöntem hemen hemen hiç bir değişikliğe gerek duymadan renkli görüntülere uygulanmış oldu.

ANAHTAR KELİMELER: Alan kaplayan eğri (SFC), bilgi güvenliği, renk bilimi, sayısal filigran (damga), Sierpinski eğrisi, tekil değer ayrışımı (SVD).

JÜRİ: Prof. Dr. İlham ALİYEV

Prof. Dr. Melih GÜNAY

Prof. Dr. Cafer ÇALIŞKAN

Doç. Dr. Taner DANIŞMAN

Dr. Öğr. Üyesi Aslı BAY

ABSTRACT
COLOUR IMAGE WATERMARKING USING SFC

Naci ER

PhD Thesis in Mathematics

Supervisor: Prof. Dr. İlham ALİYEV

Second Supervisor: Asst. Prof. Dr. Murat AK

June 2022, 70 pages

Just like the watermarks that occur in handmade paper production, a digital watermark, as an integral part of the image, stores information about who owns the digital image. In the literature, good results were obtained in terms of robustness and imperceptibility in watermarking with the methods developed recently. These methods were initially proposed for grayscale images and then applied to color images.

Grayscale images are represented by real matrices. Methods developed for digital image watermarking use this matrix representation of the image. Color images are often represented by 3D tensors. In order to apply these watermarking methods to color images, these tensors are somehow converted to real matrices. Sometimes the image is converted to a matrix with quaternion inputs, or the methods are generalized to work with tensors.

In this thesis, we have transformed the color images into complex matrices with the help of the generalized Sierpiński curve. In this way, color images have been transformed into matrices with scalar inputs as well as grayscale images. Therefore, many techniques used for watermarking such as DCT, DWT, SVD, could be applied to color images without the need for any modifications.

KEYWORDS: Color science, digital watermark, information security, Sierpinski curve, singular value decomposition, space filling curve.

COMMITTEE: Prof. Dr. İlham ALİYEV

Prof. Dr. Melih GÜNAY

Prof. Dr. Cafer ÇALIŞKAN

Assoc. Prof. Dr. Taner DANIŞMAN

Asst. Prof. Dr. Aslı BAY

ÖNSÖZ

İnternet, görüntü alma ve görüntü işleme teknolojilerinin gelişmesiyle birlikte dijital görüntülerin sahiplik ve doğruluğunun kanıtlanması önemli bir konu haline almıştır. Bu duruma bir çözüm olarak bir çok dijital damgalama metodu geliştirilmiş ve hala da geliştirilmektedir. Bu konuda doksanların sonlarından itibaren matematiksel yöntemler kullanılarak önemli gelişmeler sağlanmıştır.

Özellikle renkli görüntüler için damgalama metodları hala geliştirilmesi gereken önemli çalışma alanlarından birisi olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu tezde damgalamada dayanıklılık ve hissedilmezlik arasındaki dengeyi gözeterek daha iyi yöntemlerin geliştirilmesi ihtiyacına cevap verilmeye çalışılmıştır.



İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
ÖNSÖZ	iii
SİMGELER VE KISALTMALAR	vi
AKADEMİK BEYAN	viii
ŞEKİLLER DİZİNİ	ix
ÇİZELGELER DİZİNİ	xi
1. GİRİŞ	1
1.1. Dijital Görüntü Damgalama	1
1.2. Sierpiński Eğrisi	3
1.3. Renklerin Matematiği	4
2. KAYNAK TARAMASI	6
2.1. Dijital Görüntü Damgalama	6
2.1.1. Piksel tabanlı metodlar	6
2.1.2. DCT (Discrete Cosine Transform) ve DWT (Discrete Wavelet Transform) tabanlı metodlar	6
2.1.3. Blok SVD (Singular Value Decompositon) tabanlı metodlar	7
2.1.4. SVD (Singular Value Decompositon) tabanlı metodlar	7
2.1.5. Diğer Yöntemler	9
2.2. Renkli Görüntü Damgalama	9
3. MATERYAL VE METOD	11
3.1. Python Programlama Dili ve Kullanılan Paketler	11
3.2. SVD (Singular Value Decompositon)	11
3.3. DCT (Discrete Cosine Transform)	15
3.4. DWT (Discrete Wavelet Transform)	17
3.5. ACM (Arnold Cat Map ya da Arnold Transform)	18
3.6. Görüntü Damgalama Teknikleri	20
3.6.1. Sınıflandırma	20
3.6.2. Blok-SVD tabanlı yöntemler	21
3.6.3. Doğrudan singüler değerleri değiştirmeye dayalı yöntemler	25
3.6.4. Hibrit-SVD (Singular Value Decompositon) yöntemler	34
3.6.5. Atak Yöntemleri ve Damgalama Ölçüleri	36
3.7. Ölçüler	36
3.7.1. MSE ve PSNR	36
3.7.2. NCC ve SSIM	36
3.8. SFC (Space Filling Curve)	38
3.8.1. Sierpiński Eğrisi	39
3.9. Renk Uzayı Dönüşümleri	40
3.9.1. XYZ ile xyY arası dönüşümler	40
3.9.2. Lineer RGB ile XYZ arası renk dönüşümleri	41
3.9.3. sRGB ile lineer RGB arası renk dönüşümleri	42
3.10. Renkli Görüntüyü Kompleks Girdili Matrise dönüştürme	42
4. BULGULAR VE TARTIŞMA	47
5. SONUÇLAR	50

6. KAYNAKLAR	51
ÖZGEÇMİŞ	



AKADEMİK BEYAN

Doktora Tezi olarak sunduğum “Renkli Görüntüler İçin SFC Yöntemiyle Dijital Damgalama” adlı bu çalışmanın, akademik kurallar ve etik değere uygun olarak bulunduğunu belirtir, bu tez çalışmasında bana ait olmayan tüm bilgilerin kaynağını gösterdiğimi beyan ederim.

27/06/2022

Naci ER



SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

$\Im(c)$	: c kompleks sayısının imajiner kısmı
$[t]$	: t 'nin tam değeri
$\mathbb{C}$	: Kompleks Sayılar Kümesi
$\mathbb{C}^{m \times n}$	: $m \times n$ Kompleks Matrisler Uzayı
$\mathbb{C}^{m \times n}$	: $m \times n$ kompleks matrisler uzayı
$\Re(c)$	: c kompleks sayısının reel kısmı
$\vee$	: ya da
A^H	: A 'nın Hermityen transpozu

Kisaltmalar

ABC	: Artificial Bee Colony
AC	: Alternating Current Terms
ACM	: Arnold Cat Map ya da Arnold Transform
CED	: Canny Edge Detection
CIE	: Commission Internationale De L'éclairage
CNN	: Convolution Neural Network
CT	: Contourlet Transform
DC	: Direct Current Term
DCT	: Discrete Cosine Transform
DE	: Differential Evolution
DnCNN	: Denoising Convolutional Neural Networks
DWT	: Discrete Wavelet Transform
EA	: Evolutionary Algorithm
ENOPV	: Essentially Non-Oscillatory point-value
EXIF	: Exchangeable Image File Format
FA	: Firefly Algorithm
FPP	: False Positive Problem
FRAT	: Finite Random Transform
FRT	: Finite Ridgelet Transform
GA	: Genetic Algorithm
HD	: Hessenberg Decomposition
IWT	: Integer Wavelet Transform

JPEG	: Joint Photographic Experts Group
LCC	: Linear Correlation Coefficient
LWT	: Lifting Wavelet Transform
MOACO	: Multi-Objective Ant Colony Optimization
MPEG	: Moving Experts Group
MSE	: Mean Square Error
MSF	: Multiple Scaling Factor
NCC	: Normalized Crossed Correlation ya da Normalized Correlatio Coefficient
OSA	: Optical Society of America
PC	: Principle Component
PSNR	: Peak Signal To Noice Ratio
PSO	: Particle Swarm Optimization
RDWT	: Redundant Discrete Wavelet Transform
SD	: Shur Decomposition
SF	: Scaling Factor
SFC	: Space Filling Curve
SFLCT	: sharp frequency localized contourlet transform
sRGB	: Standard Red Green Blue
SSF	: Single Scaling Factor
SSIM	: Structured Similarity Index Measure
SVD	: Singular Value Decompositon
SWT	: Stationary Wavelet Transform
TLBO	: Teaching Learning Based Optimization

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 3.1. $m \times n$ bir A matrisinin $A = USV^H$ ayrışmaları	14
Şekil 3.2. Host görüntü bloklara ayrılınca elde edilen singüler değerler ile oluşturulan görüntüler	15
Şekil 3.3. SVD'nin (a) ilk 64 öz değer ve (b) sonraki 64 öz değer ile oluşturulan görüntüler	16
Şekil 3.4. Görüntünün bloklara ayrılması ile elde edilen DCT (Discrete Cosine Transform) katsayıları.	17
Şekil 3.5. Görüntünün (a) seviye:1 (b)seviye:2 (c) seviye:3 DWT (Discrete Wavelet Transform) ayrışımındaki altbandları	18
Şekil 3.6. ACM kullanarak karıştırılmış damga görüntü	20
Şekil 3.7. R. Sun vd. (2002) metodu ile $\alpha = 0.0625$ ile eklenmiş damga	22
Şekil 3.8. Chang vd. (2005) metodu ile $\alpha = 0.005$ ile eklenmiş damga	23
Şekil 3.9. Guo ve Prasetyo (2014) metodu ile $\alpha = 0.0625$ ile eklenmiş damga	25
Şekil 3.10. R. Liu ve T. Tan (2002) metodu kullanılarak $\alpha = 0.1$ ile damgalama yapılmış görüntüden çıkarılan damga	27
Şekil 3.11. Hiç damgalama yapılmamış görüntüden R. Liu ve T. Tan (2002) metodu kullanılarak çıkarılan damga	27
Şekil 3.12. ACM kullanılarak ($k = 5$) R. Liu ve T. Tan (2002) metodu ile damgalama yapılmış görüntüden çıkarılan yanlış damgalar	28
Şekil 3.13. Chandra (2002) metodu ile $\alpha = 0.0625$ ile eklenmiş damga	29
Şekil 3.14. Chandra (2002) metodu ile çıkarılan yanlış damgalar	30
Şekil 3.15. Jain vd. (2008) metodu ile $\alpha = 0.02$ ile eklenmiş damga	31
Şekil 3.16. Jain vd. (2008) metodu ile çıkarılan yanlış damgalar	32
Şekil 3.17. Mohammad vd. (2008) metodu ile $\alpha = 0.02$ ile eklenmiş damga	33
Şekil 3.18. Mohammad vd. (2008) metodu ile çıkarılan doğru damgalar	34
Şekil 3.19. Ganic ve Eskicioğlu (2004) metodu ile $\alpha = 0.0625$ ile eklenmiş damga	35

Şekil 3.20. Yavuz ve Telatar (2007) metodu ile $\alpha_{LL} = 0.1, \alpha_{HL} = 0.015$ ile eklenmiş damga	35
Şekil 3.21. (a) Polya ve (b) Genelleştirilmiş Sierpiński eğrileri üzerinde $0_2, 11000 \dots$ sayılarına karşılık gelen üçgensel bölgeler (en koyu üçgenler).	39
Şekil 3.22. $0_2, 1\bar{0} = 0_2, 0\bar{1}$ sayısına karşılık gelen üçgensel bölgelerin limitleri üçgende aynı noktadır.	40
Şekil 3.23. xy -chromaticity diyagramı üzerinde g ve f fonksiyonları	43
Şekil 3.24. sRGB renk uzayındaki bir renk ile bir kompleks sayının birbirine dönüştürülmesi diyagramları	45
Şekil 3.25. sRGB (Standard Red Green Blue) uzayının kompleks düzlem üzerinde gösterilişi (Bit derinliği 10 alınmıştır.)	46

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 4.1. 16 bit olarak kaydedilmiş host görüntülerden çıkarılan damgaların NCC ve SSIM değerleri	47
Çizelge 4.2. 90° dönme uygulanmış host görüntülerden çıkarılan damgaların NCC ve SSIM değerleri	48
Çizelge 4.3. JPEG (Joint Photographic Experts Group) olarak kaydedilmiş host görüntülerden çıkarılan damgaların NCC ve SSIM değerleri	49



1. GİRİŞ

1.1. Dijital Görüntü Damgalama

Kağıt üretimi Çin'den Avrupa'ya müslüman Araplar tarafından getirildiğinde hala geleneksel yöntemlerle yapıyordu. Avrupada kağıt üretimi gelişmeye başladı ve kamış veya saz süzgeçler yerini metal süzgeçlere bıraktı. Bu teknik, kağıt üretiminin hızını arttırmakla beraber kağıt üzerinde, ışığa tutulunca görülebilen ve üretildiği süzgece has, enine ya da boyuna çizgiler bırakıyordu. Kısa sürede bu izler kağıdın yapıldığı yerin ve zamanın ya da bazen kağıdın kullanılacağı kurumun belirtildiği, kağıda daha üretim aşamasındayken basılan yazılara ve logolara dönüştü. Bu sayede Avrupa menşeli kağıtlara yazılan belgelerin -üzerinde tarih/yer bulunmasada- ne zaman, nerede, kimin için üretildikleri kıyaslamalı olarak tespit edilebilmektedir. Kağıdın suyu kururken kağıt üzerinde oluşan bu izlere "su izi" anlamında İngilizce "watermark" denir. Türkçede genelde *fligran* ya da *damga* terimleri kullanılır. Bilinen en eski damgalı kağıt 1282 yılına ait ve Fabriano, İtalya menşelidir (Hartung ve Kutter, 1999; Meggs, 2006; Saraç, 2012, 2017).

EXIF (Exchangeable Image File Format) bir görüntünün ne zaman, nerede, ne marka ve model bir cihazla ve hangi ayarlarla çekildiği gibi bilgilerin hatta varsa telif ile ilgili bilgilerin saklanması sağlayan bir standarttır. Fakat damga gibi görüntünün ayrılmaz bir parçası olmadığından kolayca silinebilir hatta değiştirilebilir.

Artık cep telefonları zamanı ve konumu çok hassas bir şekilde belirleyebilmekte ve çektiği görüntülere de bu bilgileri, çoğu zaman, sormadan kaydetmektedir. Bir çok insan bu durumdan habersizce ya da umursamadan cep telefonlarıyla çektikleri görüntüleri internette paylaşmaktadır. Ciddi gizlilik ihlallerine sebep olabilecek bu durumu engellemek için belli başlı sosyal medya uygulamaları yüklenen görüntülerdeki EXIF bilgilerini tamamen kaldırmayı tercih etmektedir. Bu da görüntünün kaynağının bulunmasını zorlaştırmaktadır.

1954 yılında Amerikan müzik şirketi Muzak, yayınladıkları parçaların illegal çoğaltılmasını engellemek amacıyla ses ve benzeri dalgalar üzerinde bir elektronik damgalama metodu geliştirdi (Frank, 1961; I. J. Cox ve Miller, 2002). Dijital görüntü damgalama fikri ise bağımsız olarak Tanaka vd. (1990), Caronni (1993) ve Tirkel vd. (1994)'te ortaya çıkmıştır. Dijital görüntü damgalama için "water mark" ifadesini ilk kullanan Tirkel vd. (1994)'tür.

Dönüşüm uzayında damgalama fikrini ilk J. Zhao ve Koch (1995) önermiştir. I. Cox vd. (1997) bu metodu iyileştirmiş ve her ne kadar Fourier dönüşümü tabanlı DCT metodu ile damgalama yapılmışsa da, herhangi bir dönüşüm uzayın kullanılabileceğinden ve wavelet tabanlı bir teknik üzerinde çalıştıklarından bahsetmiştir. Wavelet tabanlı damgalama tekniğini ilk C.-T. Hsu ve J.-L. Wu (1998) yapmıştır.

SVD tabanlı damgalama için Chandra (2002), R. Liu ve T. Tan (2002) ve R. Sun vd. (2002) üç farklı yöntem önermişlerdir. R. Liu ve T. Tan (2002)'nin metodu diğer metodlara göre daha iyi dayanıklılık ve hissedilmezlik sunsa da yanlış pozitif sonuç vermesi

söz konusu olmuştur (X.-P. Zhang ve K. Li, 2005; Rykaczewski, 2007). Bu problemi aşmak için Jain vd. (2008) ve Mohammad vd. (2008) yöntem üzerinde bazı değişiklikler önerdiyse de dayanıklılık ve hissedilmezlik açısından iyi sonuçlar vermemiştir.

SVD tabanlı hibrit damgalama yöntemleri genelde görüntüye önce Fourier ya da wavelet tabanlı bir dönüşüm uygulayarak görüntüyü frekansa göre alt bandlara ayırıp daha sonra uygun alt bandlara R. Liu ve T. Tan (2002) veya Chandra (2002)'nin yöntemini uygulamak şeklinde yapılmaktadır. Bu sayede damganın dayanıklılık ve güvenirliliği artırılmış olsa da hala yanlış pozitif problemi mevcuttur (Makbol, Khoo ve Rassem, 2018).

Damgalamanın güvenirliliğini artırmanın bir yolu damga görüntüyü ACM (Arnold Cat Map ya da Arnold Transform) ya da başka kaotik yöntemlerle karıştırıp tanınmaz hale getirmek ve sonra görüntüye eklemektir.

Dijital görüntülere yukarıdaki yöntemlerin uygulanabilmesi için görüntüler birer matris olarak ele alınır. Gri tonlamalı görüntüler genelde girdileri 0–255 arası sayılar olan matrisler halinde saklanır. Bazen de bu sayılar 255'e bölünerek $[0, 1]$ aralığında sayılara dönüştürülürler. Yani girdileri reel sayılar olan matrislerdir. Renkli görüntülerde ise durum biraz farklıdır. Çünkü renk genellikle 3 boyutla ifade edilen bir fenomendir. Dolayısıyla renkli görüntü

- girdileri reel sayılar olan 3 ayrı matris
- girdileri reel sayı olan birleştirilmiş tek bir matris
- 3 boyutlu tensör
- girdileri kuaterniyonlar olan bir matris
- girdileri vektörler olan bir matris

olarak ele alınabilir.

Renkli görüntülerde RGB kanalları arasındaki korelasyon yüksektir. Dolayısıyla renkli görüntüyü 3 ayrı kanala ayırıp her birine ayrı ayrı damgalama uygulamak bu korelasyonu bozabildiğinden dayanıklılık ve hissedilmezlik açısından tercih edilen bir yöntem değildir. Girdileri reel sayı olan birleştirilmiş tek bir matris için de bu durum söz konusudur.

Tensörler için SVD dönüşümünün genellemeleri ile renkli görüntülere damgalama yapılabilmektedir. Fakat wavelet ya da Fourier tabanlı dönüşümlerin tensörler için genellemeleri mevcut değildir. Bu da kullanılabilecek metodları sınırlandırmaktadır.

Girdileri kuaterniyonlar olan matrisler için DCT (Discrete Cosine Transform) (B. Chen vd. 2014; Ouyang vd. 2015; M. Li vd. 2020); DWT (Discrete Wavelet Transform) (H. Zhang vd. 2022); SVD (Singular Value Decomposition) (Y. Sun vd. 2022; H. Zhang vd. 2022) genellemeleri kullanılarak damgalama yapılabilmektedir. Fakat bu genellemeler de yaygın kullanılan, özellikleri iyi bilinen genellemeler değildir.

Girdileri vektörler olan matrisler üzerinde yapılabilecek cebirsel işlemler kısıtlı

olduğundan yukarıda sayılan yöntemler uygulanamaz.

Bu yöntemlerin dışında, RGB kanalları arasından bazıları;

sadece mavi kanalı seçip damgalama yapılmıştır. Burada amaç insan gözünün mavi renge olan hassasiyetinin düşüklüğünden faydalanmaktır. Fakat unutulmamalıdır ki bu görüntü sıkıştırılırken bazen mavi kanalın daha düşük bir kaliteyle saklanması sebebiyle bu kanala eklenen damga daha kolay kaybolabilir. Yani bu yöntemde dayanıklılık düşük fakat hissedilmezlik yüksektir.

sadece yeşil kanalı seçip damgalama yapılmıştır. Bu yöntemde ise mavinin tersine dayanıklılık yüksek fakat hissedilmezlik düşüktür.

sadece kırmızı kanalı seçip damgalama yapılmıştır. Bu yöntem yukarıdaki iki yöntem arasında bir denge sağlamaya çalışmıştır.

Yukarıda bahsedilen bütün yöntemlerde de kanallar arası korelasyon yüksektir. Dolayısıyla bazı yazarlar renkli görüntülere RGB uzayında damgalama yapmak yerine luminans ve krominanslarını ayırıp çoğu zaman luminansa bazen de krominansa damga uygulamışlardır.

RGB kanalları arasındaki yüksek korelasyona karşılık YCbCr, xyY, HSI gibi renk uzaylarında renklerin luminans ve krominansları ayrı bileşenlerde tutulur. Bu sayede sadece luminans (Santhi ve Arulmozhivarman, 2013; Su, Y. Niu, X. Liu vd. 2013; Su, Y. Niu, Q. Wang vd. 2013; Kalra vd. 2014; Patvardhan vd. 2017; Rangel-Espinoza vd. 2017; Roy ve Pal, 2017; S. ve R., 2017; He ve Y. Hu, 2018; X.-L. Liu vd. 2018; Loan vd. 2018; Pandey vd. 2018; Moosazadeh ve Ekbatanifard, 2019; S. Wang vd. 2019; Cheema vd. 2020; K vd. 2020; Sinhal vd. 2021; H. Zhang vd. 2022) ya da sadece krominansa (Lusson vd. 2013) damga uygulanabilir.

Biz bu tezde genelleştirilmiş Sierpiński eğrisinin yardımıyla renkli görüntüyü kompleks girdili bir matrise dönüştürmüş olduk. Bu sayede gri tonlamalı görüntülerde olduğu gibi renkli görüntüler de skaler girdili matrislere dönüşmüş oldu. Dolayısıyla damgalama için kullanılan bir çok yöntem hemen hemen hiç bir değişikliğe gerek duymadan renkli görüntülere uygulanmış oldu.

Bhatnagar ve Q. M. J. Wu (2013), host görüntüyü bloklara ayrılıp bu blokları Hilbert eğrisi kullanarak tarayarak damgalama yapmıştır. S. Kumar vd. (2020) ise Hilbert eğrisini damga görüntüyü karıştırmak, tanınmaz hale getirmek için kullanmıştır. İki yöntemin de SFC (Space Filling Curve) kullanması dışında bizim çalışmamızla bir benzerliği bulunmamaktadır.

1.2. Sierpiński Eğrisi

1878’de George Cantor’un $[0, 1]$ aralığından $[0, 1]^2$ birim karesine birebir eşleşme bulması üzerine, sonsuzluk ve boyut kavramları matematikçiler arasında sorgulanmaya başladı. Hemen ardından Netto (1879), böyle bir birebir eşleşmesinin sürekli olamayacağını gösterdi. Bunun üzerine, ”Birebir olmasa da örten eğri var mıdır?” sorusu akla

gelmiştir. Bunun ilk örneğini Peano (1890) verdi. Hilbert (1891) ise Peano'nun eğrisini geometrik olarak izah edip yeni bir alan kaplayan eğri örneği verdi. Sonraları başka alan kaplayan eğri örnekleri de bulundu.

Üçgensel bir alan kaplayan ilk eğri örneğini Cesàro (1905), Koch eğrisinin genellemesi olarak, vermiştir. Sierpinski (1912), ikizkenar bir dik üçgeni kaplayan eğrisini bir fonksiyonel denklem ile vermiş ve geometrik olarak inşa edilmişinden kısaca bahsetmiştir. Sierpiński eğrisinin geometrik olarak inşa edilmesini ise Knopp (1917) göstermiştir. Polya (1913), Sierpiński eğrisini herhangi bir dik üçgene genelleştirir. Alan kaplayan eğrileri herhangi bir boyuta genellemek mümkündür. Bu yüzden, daha genel olarak, bu tip eğrilere *SFC (Space Filling Curve)* denir.

Sierpiński ve Polya eğrilerinin herhangi bir üçgene genellemesi M. Bader (2013)'te bulunabilir.

1.3. Renklerin Matematiği

Aristo (MÖ 384–MÖ 322), bütün renklerin beyaz ve siyahtan oluştuğunu iddia etmiş ve renkleri beyaz-sarı-kırmızı-menekşe-yeşil-mavi-siyah şeklinde sıralamıştır. 4 element fikrinin de etkisiyle yapılan bu sıralama objektif olmaktan uzaktır.

Fakat Isaac Newton'un beyaz ışığı dalga boylarına ayırıp incelediği zamana kadar, renk konusunda çalışan herkes Aristo'nun bu fikrini esas almıştır. Renklerin sayısını ve sırasını değiştirmek haricinde renk konusunda kayda değer ilk farklı fikir rengin tek boyutlu olmadığı fikriydi. İbn-i Sina (980–1037), Aristo gibi, renkleri beyazdan siyaha sıralamış; fakat bu sıralamada kırmızı ve mavi renkleri ayrı birer yol üzerinde göstermiştir.

Isaac Newton (1642–1726), beyaz rengi bir prizma yardımıyla dalga boylarına ayırıp rengin ışığın farklı dalga boyları ile oluştuğunu gösterdi. Beyaz ışığın spektrumundan elde edilen bu renklere *spektral renk* diyoruz. O da Aristo gibi renklerin ilahi birer kavram olduğunu ve cennetten geldiğini düşündüğünden beyaz ışığın spektrumunu yedi renge böldü.

Aristo'nun renk teorisinin zıddına olarak Newton bütün renklerin beyaz ve siyahın birleşiminden değil, sadece beyaz renkten oluştuğunu ve sadece beyaz değil, bütün renklerin spektral renklerden elde edilebileceğini idda etti. Bu yedi renge boyanmış bir çark hızlıca çevirilince beyaz renge yakın bir renk oluşuyordu. Bu da beyaz rengin bu yedi renkten oluştuğunu ispatlıyordu.

Albert Henry Munsell (1858–1918) renkleri objektif bir şekilde isimlendirmek ve sınıflandırmak için Munsell Renk Sistemini geliştirdi. Kendi gözlemlerine dayanarak geliştirdiği bu sistem rengi hue, kroma ve value olmak üzere üç bileşenle ifade ediyordu (Brainard, 2003).

Renklerin tarihiyle ilgili ayrıntılı bilgi için Kuehni (2003)'e bakılabilir.

1931 yılında CIE (Commission Internationale De L'éclairage), XYZ ve xyY renk uzaylarını tanımladı. MacAdam (1942) yaptığı deneyler sonucu, xy uzayında renklerin, birbirine benzerlik yönünden düzgün bir şekilde dağılmadığını buldu. Renkler xy chromaticity diyagramı üzerinde değişik yön ve büyüklüklerdeki elipsler içinde birbirinden ayırt edilemiyordu. Bu elipslere MacAdams elipsleri deniyor (Schanda, 2007).

Bunun üzerine CIE, 1976'da renklerin daha düzgün dağıldığı Lab ve Luv uzayları ile $L_1a_1b_1$ ve $L_2a_2b_2$ renklerinin birbirinden uzaklığını tanımlayan

$$\Delta_{Lab} = \sqrt{(L_1 - L_2)^2 + (a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2}$$

renk fark formülünü tanımladı. Fakat Lab uzayı gerçek anlamda düzgün bir renk uzayı olmaktan uzaktır (G. Sharma ve Rodríguez-Pardo, 2012). Lab uzayının isteneni karşılamaması üzerine 1994'te CIE Lab ve Luv uzaylarının kutupsal verisyonları olan LCh_{Lab} ve LCh_{Luv} uzaylarını tanımlayarak renklerin üzerinde daha doğru bir uzaklık tanımladı. Ama bu da tam doğru sonuç vermiyordu. Son olarak 2001 yılında CIE, CIE2000 renk fark formülünü (Δ_{00}) tanımladı.

CIE'den farklı olarak OSA (Optical Society of America) da CIE2000 renk fark formülünden daha komplike olan OSAUCS renk fark formülünü tanımlamıştır.

Bunların yanında Björn Ottosson tarafından, hesaplaması hızlı olan, CIE200 ve OSAUCS renk fark formüllerine yakın sonuçlar veren OKLab ve OKLCH renk uzaylarını tanımlanmıştır. OKLab, CSS Color Module Level 4¹ de kullanılabilen renk uzaylarından biridir.

¹<https://drafts.csswg.org/css-color/#ok-lab>

2. KAYNAK TARAMASI

2.1. Dijital Görüntü Damgalama

2.1.1. Piksel tabanlı metodlar

Tanaka vd. (1990), Tirkel vd. (1994), Nikolaidis ve Pitas (1998), Karybali ve Berberidis (2006), Wenying ve Shih (2011), Cao vd. (2016), Abraham ve Paul (2019), Tohidi vd. (2021) ve X. Zhou vd. (2021) host görüntünün pikselleri doğrudan değiştirilerek damgalama yapmışlardır. Renkli görüntüler için, sRGB (Standard Red Green Blue) uzayında A. K. Singh (2016), Belferdi vd. (2018) ve X. Zhang vd. (2020) bütün kanallara, Fındık vd. (2011) ve Su ve B. Chen (2017b) ise sadece mavi kanala damgalama yapmıştır.

YC_bC_r uzayında ise Rangel-Espinoza vd. (2017) Y kanalına, Lusson vd. (2013) C_b ve C_r kanallarına damgalama yapmıştır.

2.1.2. DCT (Discrete Cosine Transform) ve DWT (Discrete Wavelet Transform) tabanlı metodlar

Host görüntüye DCT (Discrete Cosine Transform) uygulayarak J. Zhao ve Koch (1995), I. Cox vd. (1997), C.-T. Hsu ve J.-L. Wu (1999), Hernandez vd. (2000), Lie vd. (2000), S. Lin ve C.-F. Chen (2000), Chu (2003), S. Lin, Shie vd. (2003), D. Xu ve G. Zhu (2008), Yang (2008), S. D. Lin vd. (2010), Das vd. (2014), Ernawan ve Kabir (2018) ve S. P. Singh ve Bhatnagar (2018) damgalama yapmışlardır.

Su, Y. Niu, Q. Wang vd. (2013), Loan vd. (2018) ve Moosazadeh ve Ekbatanifard (2019) ise YC_bC_r uzayında Y kanalına, J. Wang vd. (2020) ise Y ile beraber C_b kanalına damgalama yapmışlardır. YC_bC_r uzayına benzer olarak Su, Y. Niu, X. Liu vd. (2013) YIQ uzayında yine Y kanalına damgalama yapmıştır.

Host görüntüye DWT (Discrete Wavelet Transform) uygulayarak C.-T. Hsu ve J.-L. Wu (1998), Barni vd. (2001), Phadikar vd. (2008), X. Huang ve S. Zhao (2012), Ramamurthy ve Varadarajan (2012), A. Ahmad vd. (2014), Vaidya ve Mouli (2015), Amini, M. O. Ahmad vd. (2016), H.-T. Hu ve L.-Y. Hsu (2016), Keshavarzian ve Aghagolzadeh (2016), Ambadekar vd. (2018) ve Gao ve Q. Chen (2021) damgalama yapmışlardır. Renkli görüntüler için, sRGB uzayında Khalifa ve Hamad (2012), Huynh-The vd. (2018) ve D. Liu vd. (2021b) damgalama yapmışlardır. Yine renkli görüntüler için Haribabu vd. (2016), X.-L. Liu vd. (2018) ve S. Wang vd. (2019) YC_bC_r , YIQ, HSI, uzaylarında Y kanalına damgalama yapmışlardır. Khalili ve Asatryan (2013) ise Lab uzayında damgalama yapmışlardır.

Bunların dışında Ravichandran vd. (2021) DWT yerine IWT (Integer Wavelet Transform) kullanmış, Verma ve Jha (2014) ise LWT (Lifting Wavelet Transform) kullanmışlardır.

Al-Haj (2007) ve N. R. Zhou vd. (2018) önce DWT sonra DCT uygulamışlardır.

Bu tekniği Abdulrahman ve Öztürk (2019) sRGB uzayında, Kalra vd. (2014) ise YC_bC_r uzayında Y kanalına uygulamışlardır.

Benzer şekilde Sinhal vd. (2021) DWT-DCT yerine IWT-DCT kullanarak YC_bC_r uzayında Y kanalına, S. Sharma vd. (2021) ise sRGB uzayında bütün kanallara uygulamışlardır.

2.1.3. Blok SVD (Singular Value Decompositon) tabanlı metodlar

Blok SVD (Singular Value Decompositon) metodlarında host görüntü bloklara ayırıp her bloğa SVD dönüşümü uygulanır. Her bir bloğun en büyük singüler değerine Gorodetski vd. (2001), R. Sun vd. (2002), Shieh vd. (2006), Xing ve J. Tan (2007), Mohan ve S. S. Kumar (2008), Golea vd. (2010), Guo ve Prasetyo (2014), Lei vd. (2017), He ve Y. Hu (2018), M. Swain ve D. Swain (2022) ve H. Zhang vd. (2022) değişik yöntemlerde damga eklemiştir.

Jagadeesh vd. (2010), R. Sun vd. (2002)'nin metodunu GA (Genetic Algorithm) kullanarak optimize etmiştir. T. Zhu vd. (2021) ise IWT uyguladıktan sonra R. Sun vd. (2002)'nin metodunu GA ile optimize ederek uygulamışlardır.

Chang vd. (2005) ise singüler değerleri değiştirmek yerine SVD dönüşümündeki U matrisinin ilk sütununu değiştirmeyi önermiştir. Daha sonra Chung vd. (2007) ve Fan vd. (2008) bu methodda U matrisinin ilk sütunuyla beraber V matrisini ilk sütunun da değiştirilmesinin daha iyi sonuçlar vereceğini ortaya koymuştur. Jia (2014) ve H.-T. Hu, L.-Y. Hsu ve Chou (2020) bu metodu sRGB uzayında uygulamışlardır. Bu metodu Jia (2014) ve H.-T. Hu, L.-Y. Hsu ve Chou (2020) sRGB uzayında uygulamışlardır.

Lai (2011) her bloğa önce DCT sonra Chang vd. (2005)'in metodunu uygulamıştır. Gong vd. (2020) da CT (Contourlet Transform) ile birlikte CED (Canny Edge Detection) kullanmıştır. Ahmadi vd. (2020) ise sadece mavi kanalına önce DWT sonra Chang vd. (2005)'in metodunu PSO (Particle Swarm Optimization) kullanarak uygulamıştır.

Bunların dışında da bir çok metod geliştirilmiştir (Shieh vd. 2006; Mohan ve S. S. Kumar, 2008; Golea vd. 2010; Xing ve J. Tan, 2010a; Seenivasagam ve Velumani, 2013; Guo ve Prasetyo, 2014; H.-T. Hu ve L.-Y. Hsu, 2015; D. Singh ve S. K. Singh, 2016; Lei vd. 2017; He ve Y. Hu, 2018; Darwish ve Al-Khafaji, 2019; M. Swain ve D. Swain, 2022)

2.1.4. SVD tabanlı metodlar

R. Liu ve T. Tan (2002) metodu

R. Liu ve T. Tan (2002) host görüntünün SVD dönüşümündeki singüler değerlerine damga ekleyerek tekrar SVD dönüşümü uygulamış, elde ettiği yeni singüler değerleri host görüntünün singüler değerleri ile değiştirerek kör olmayan bir damgalama metodu geliştirilmiştir. Bunu Lai, H.-C. Huang vd. (2008) micro-GA kullanarak, Aslantaş (2008) GA kullanarak, Aslantaş (2009) DE (Differential Evolution) kullanarak ve Amiri ve Ka-

nan (2022) DE-DnCNN (denoising convolutional neural networks) kullanarak optimize etmişlerdir.

Bu metodu Ali vd. (2014) ve S. Kumar vd. (2020) önce DCT uygulayıp sonra DE ile optimize ederek, Lai ve Tsai (2010), Jane vd. (2014), A. K. Singh vd. (2014) ve Y. Liu vd. (2018) ise önce DWT uygulayıp sonra DE ile optimize ederek geliştirmişlerdir. Benzer şekilde Makbol ve Khoo (2013a, 2014) ve Y. Luo vd. (2021) IWT ile, Makbol ve Khoo (2013b) RDWT (Redundant Discrete Wavelet Transform) ile geliştirmişlerdir.

Renkli görüntüler için, Ghafoor ve Imran (2012) sRGB uzayında, Lakrissi vd. (2017) YC_bC_r uzayında ve K. Wang vd. (2022) YIQ uzayında R. Liu ve T. Tan (2002)'nin metodunu DWT ile birlikte kullanmışlardır. Roy ve Pal (2017) YC_bC_r uzayında, Y kanalına bu metodu uygulamıştır.

Yaygın kullanılmasına rağmen bu metodun önemli bir problemi vardır. Bu metodu kullanılarak istenilen herhangi bir damga görüntü herhangi bir host görüntüden çıkarılabilir (Rykanzewski, 2007; Xing ve J. Tan, 2010b; Makbol, Khoo ve Rassem, 2018).

Chandra (2002) metodu

Chandra (2002) host görüntünün SVD dönüşümündeki singüler değerlerine görüntünün SVD dönüşümündeki singüler değerlerini ekleyerek yeni bir damgalama metodu önermiştir. Yine bu metod da, sadece damga görüntüye ait singüler değerleri taşıdığından ve anahtar olarak sadece damga görüntünün SVD dönüşümündeki U ve V matrislerini kullandığından R. Liu ve T. Tan (2002)'nin ki kadar olmasa da kullanışsızdır.

Yavuz ve Telatar (2006) bu metodu DCT kullanarak, Ganic ve Eskicioğlu (2004), Ganic (2005) ve Yavuz ve Telatar (2007) DWT kullanarak, Bhatnagar ve Q. M. J. Wu (2013) DCT-ENOPV (Essentially Non-Oscillatory point-value) kullanarak Zear vd. (2016) DWT-DCT kullanarak, Najafi ve Loukhaoukha (2019) SFLCT (sharp frequency localized contourlet transform) kullanarak, J. Liu vd. (2019) DWT-HD (Hessenberg Decomposition) kullanarak, Rastegar vd. (2011) FRAT (Finite Random Transform)-DWT kullanarak, Loukhaoukha vd. (2014) IWT kullanarak PSO ile optimize ederek Lagzian vd. (2011) RDWT kullanarak GA ile optimize ederek geliştirmiştir.

Renkli görüntüler için Dharwadkar vd. (2011) ve Y. Niu vd. (2015) sRGB uzayında mavi kanalına, Patvardhan vd. (2017) YC_bC_r uzayında, Y. Tan vd. (2019) YIQ uzayında, P. Singh vd. (2013) YIQ ve YUV uzaylarında, Ahmed vd. (2017) HSI uzayında, Pandey vd. (2018) SWT (Stationary Wavelet Transform) ile optimize ederek YC_bC_r uzayında, S. ve R. (2017) DWT-CT-SD (Shur Decomposition) kullanarak YC_bC_r uzayında, damgalama uygulamıştır.

Jain vd. (2008) metodu

Chandra (2002) ve R. Liu ve T. Tan (2002)'nin metodlarındaki yanlış pozitiflik problemini aşmak için Jain vd. (2008), host görüntünün singüler değerlerine damga gö-

rüntünün singüler değerlerinin değil PC (Principle Component) matrisinin eklenmesini önermiştir. Run vd. (2012) bu metodu DCT ya da DWT kullanarak PSO ile optimize ederek uygulamıştır.

Renkli görüntüler içinse S. Sharma vd. (2019) DWT kullanarak ve Cheema vd. (2020) FRT (Finite Ridgelet Transform)-DWT kullanıp PSO ile optimize ederek YC_bC_r uzayında Y kanalına uygulamıştır.

Mohammad vd. (2008) metodu

Jain vd. (2008)'e benzer olarak Mohammad vd. (2008) de host görüntünün singüler değerlerine PC matrisi yerine watermak görüntünün kendisini eklemeyi önermiştir. Alshoura, Zainol, Teh ve Alawida (2022) ise bu metodu IWT ile geliştirmiştir.

Renkli görüntüler için Pei vd. (2010) ve Dogan vd. (2011) sRGB uzayında bütün kanallara bu metodu uygulamışlardır. Rahman ve Rabbi (2015) DWT kullanarak sRGB uzayında kırmızı kanalına bu metodu uygulamışlardır.

Gupta ve Raval (2012) metodu

Gupta ve Raval (2012) DWT kullanarak altbandlara ayırdığı host görüntünün HH altbandı ile damga görüntüye SVD uygulamış LL bandının singüler değerlerini damga görüntünün singüler değerleri ile değiştirmiştir. Zheng vd. (2018) ise bu metodu CNN (Convolution Neural Network) ile optimize etmiştir.

2.1.5. Diğer Yöntemler

Amini, Sadreazami vd. (2019) ve Kazemi vd. (2020) CT metodu, Su, G. Wang vd. (2016) CT-Hessenberg metodu, Al-Otum (2018, 2020) DWPT metodu, D. Liu vd. (2021a) EVD metodu, Su ve B. Chen (2017a) Hessenberg metodu, R.-G. Zhou vd. (2018) NCQI metodu ve Su, Y. Niu, G. Wang vd. (2014) QR metodu ile sRGB uzayında bütün kanallara, P.-P. Niu vd. (2011) ise NSCT metodu ile yeşil kanalına damgalama yapmıştır.

Santhi ve Arulmozhivarman (2013) Hadamard Transform metodu ile YUV uzayında Y kanalına damgalama yapmıştır.

2.2. Renkli Görüntü Damgalama

Bazı görüntü dosyalama formatları kendilerine has renk uzaylarına sahiptir. Mesela JFIF (JPEG File Interchange Format), varsayılan olarak YC_bC_r renk uzayını kullanır (Hamilton, 2008). Fakat çoğu format renkli görüntüleri kaydetmek için artık sRGB uzayını kullanıyor.

Gorodetski vd. (2001), Amirtharajan ve Balaguru (2010), Golea vd. (2010), Pei vd. (2010), Xing ve J. Tan (2010a), Ghafoor ve Imran (2012), Khalifa ve Hamad (2012), Jia (2014), Su, Y. Niu, G. Wang vd. (2014), Feng vd. (2016), A. K. Singh (2016), Su, G.

Wang vd. (2016), Su ve B. Chen (2017a), Belferdi vd. (2018), Huynh-The vd. (2018), Al-Otum (2018), R.-G. Zhou vd. (2018), Abdulrahman ve Öztürk (2019), Amini, Sadreazami vd. (2019), H.-T. Hu, L.-Y. Hsu ve Chou (2020), Kazemi vd. (2020), Al-Otum (2020), X. Zhang vd. (2020), D. Liu vd. (2021a,b) ve S. Sharma vd. (2021) sRGB uzayında bütün kanallara damgalama uygulamışlardır.

sRGB uzayında; Dharwadkar vd. (2011), Fındık vd. (2011), Y. Niu vd. (2015), Su ve B. Chen (2017b), Ahmadi vd. (2020) ve Nha vd. (2021, 2022) sadece mavi kanalı, Rahman ve Rabbi (2015) kırmızı kanalı ve P.-P. Niu vd. (2011) yeşil kanalı kullanarak damgalama yapmışlardır.

K.-C. Liu (2012) YC_bC_r uzayında P. Singh vd. (2013), Y. Tan vd. (2019) ve K. Wang vd. (2022) ise YIQ uzayında bütün kanallara damgalama uygulamışlardır. Darwish ve Al-Khafaji (2019) ve J. Wang vd. (2020) ise YC_bC_r uzayında sadece Y ve C_b kanallarına, Lusson vd. (2013) ise sadece C_b ve C_r kanallarına damgalama uygulamışlardır.

YC_bC_r uzayında Su, Y. Niu, Q. Wang vd. (2013), Kalra vd. (2014), Lakrissi vd. (2017), Patvardhan vd. (2017), Rangel-Espinoza vd. (2017), Roy ve Pal (2017), S. ve R. (2017), X.-L. Liu vd. (2018), Loan vd. (2018), Pandey vd. (2018), Moosazadeh ve Ekbatanifard (2019), S. Sharma vd. (2019), Cheema vd. (2020), Sinhal vd. (2021) ve H. Zhang vd. (2022) YIQ uzayında Su, Y. Niu, X. Liu vd. (2013) ve S. Wang vd. (2019) YUV uzayında Santhi ve Arulmozhivarman (2013) ve He ve Y. Hu (2018) sadece Y kanalına damgalama uygulamışlardır. Benzer şekilde Haribabu vd. (2016) ve Ahmed vd. (2017) de HSI uzayını kullanmışlardır.

Bunlardan başka Khalili ve Asatryan (2013) Lab uzayında, Chareyron vd. (2006) ise xyY uzayında bütün kanallara damgalama uygulamışlardır.

B. Chen vd. (2014) ve Ouyang vd. (2015) QDFT tekniğini, J. Li vd. (2017) QHT-SD tekniğini, Lang vd. (2012) QPCA tekniğini, Xia vd. (2019) QPHT tekniğini, M. Li vd. (2020) QDFT-QQR tekniğini, Bhatti vd. (2020) QFT tekniğini, Y. Sun vd. (2022) QSVD tekniğini kullanarak renkli görüntüleri kuaterniyon matrisi olarak ele alıp damga uygulamışlardır.

H. Xu vd. (2018), T. Luo vd. (2019) ve F. Zhang vd. (2019) SVD'nin bir tensör genellemesi olan Tucker dönüşümü yardımıyla damgalama uygulamışlardır.

3. MATERYAL VE METOD

3.1. Python Programlama Dili ve Kullanılan Paketler

Python (Van Rossum ve Drake, 2009), hem açık kaynak kodlu olması hem de kolay öğrenilebilen ve yazılabilen bir programlama dili olması sayesinde son zamanlarda çok popüler olmuştur. NumPy (Harris vd. 2020) paketi sayesinde python programlama dilinde bir çok bilimsel hesaplama kolayca yapılabilmektedir. SciPy (Virtanen vd. 2020) paketi ise, NumPy paketinin bir genişlemesi olarak öne çıkmaktadır. PyWavelets (Lee vd. 2019) paketi ile DWT (Discrete Wavelet Transform) ve ters DWT işlemleri yapılabilmektedir.

Bu tezde kullanılan metodlar Python 3.10.2 programlama dili ile NumPy 1.22.2, SciPy 1.8.0 ve PyWavelets 1.2.0 paketleri kullanılarak test edilmiştir. Python programlama dili ve NumPy paketine kısa bir giriş için Stewart (2009)'a bakılabilir.

3.2. SVD (Singular Value Decompositon)

Tanım 3.1. Bir $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$ matrisinin eşleniğinin transpozuna Hermityen transpoz ya da eşlenik transpoz denir ve A^H ile gösterilir. Eğer

$$A^{-1} = A^H$$

oluyorsa A matrisine birimsel matris denir.

Birimsel matrisler, reel matrislerdeki ortogonal matrislerin genellemesidir. Ortogonal matrisler gibi iç çarpımı korur.

Tanım 3.2. δ Kronecker delta¹ fonksiyonu ve $[a_{ij}] = A \in \mathbb{C}^{m \times n}$ olmak üzere,

- her $i, j \in 1, 2, \dots, m$ için

$$\sum_{k=0}^n a_{ik} \overline{a_{jk}} = \delta_{ij}$$

oluyorsa, A matrisine satırca ortonormaldir denir.

- her $i, j \in 1, 2, \dots, n$ için

$$\sum_{k=0}^m a_{ki} \overline{a_{kj}} = \delta_{ij} \tag{3.1}$$

oluyorsa, A matrisine sütunca ortonormaldir denir.

Lemma 3.3. $[a_{ij}] = A \in \mathbb{C}^{m \times n}$ matrisinin sütunca ortonormal olması için gerek ve yeter şart $A^H A = I_m$ olmasıdır. Benzer şekilde satırca ortonormal olması için gerek ve yeter

$$^1 \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \text{ ise} \\ 0, & i \neq j \text{ ise} \end{cases}$$

şart $AA^H = I_n$ olmasıdır.

Genel olarak $A^H A = I_m$ iken $AA^H = I_n$ olmak zorunda değildir². Fakat kare matrisler için bu doğrudur. Şöyle ki;

Önerme 3.4. Bir $A \in \mathbb{C}^{m \times m}$ kare matrisi için, aşağıdaki ifadeler denktir.

1. A sütunca ortonormaldir.
2. A satırca ortonormaldir.
3. A birimseldir.

Tanım 3.5. Bir $[a_{ij}] = A \in \mathbb{C}^{m \times n}$ matrisinin köşegen olması demek, $i \neq j$ ise $a_{ij} = 0$ olmasıdır.

Tanım 3.6. Bir $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ kare matrisi verildiğinde

$$Au = \lambda u$$

olacak şekilde, varsa, $\lambda \in \mathbb{C}$ sayısına A 'nın bir öz değeri ve $0 \neq u \in \mathbb{C}^n$ 'ya bir öz vektörü denir. Eğer A 'nın öz vektörleri $\mathbb{C}^n$ uzayını üretiyorsa, diğer bir ifade ile $\mathbb{C}^n$ uzayının her vektörü A 'nın bir öz vektörü ise, o zaman A 'ya köşegenleştirilebilir matris denir.

Önerme 3.7. Bir $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ matrisinin köşegenleştirilebilir olması için gerek ve yeter şart $U \in \mathbb{C}^{n \times n}$ birimsel ve $E \in \mathbb{C}^{n \times n}$ köşegen matrisler olmak üzere,

$$A = UEU^H \tag{3.2}$$

şeklinde yazılabilmektedir.

Tanım 3.8. Eşitlik 3.2 ile verilen ayrışım öz değer ayrışımı denir.

Öz değer ayrışımı matrisler üzerindeki işlemleri skalerlere taşınması açısından önemlidir. Mesela $A = UEU^H$ şeklinde öz değer ayrışımı varsa, A 'nın tersi

$$A^{-1} = UE^{-1}U^H = U[\lambda_{ij}^{-1}]U^H$$

şeklinde kolayca hesaplanabilir. Ya da benzer şekilde A 'nın tamsayı kuvveti

$$A^k = UE^kU^H = U[\lambda_{ij}^k]U^H$$

olur.

Öz değer ayrışımının bir genellemesi olarak;

²Mesela $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ fakat $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ olur.

Teorem 3.9. $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$ bir kompleks matris olsun; $U \in \mathbb{C}^{m \times m}$ ve $V \in \mathbb{C}^{n \times n}$ birer birimsel matris ve $S \in \mathbb{C}^{m \times n}$ negatif olmayan bir reel köşegen matris olmak üzere,

$$A = USV^H \quad (3.3)$$

şeklinde yazılabilir. Bu yazılıştta S , büyükten küçüğe sıralanmış olmak şartıyla, tektir.

Teorem 3.10. $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$ bir kompleks matris ve $r = \min(m, n)$ olsun; $U \in \mathbb{C}^{m \times r}$ ve $V \in \mathbb{C}^{n \times r}$ birer sütunca ortonormal matris ve $S \in \mathbb{C}^{r \times r}$ negatif olmayan bir reel köşegen kare matris olmak üzere,

$$A = USV^H \quad (3.4)$$

şeklinde yazılabilir. Bu yazılıştta S , büyükten küçüğe sıralanmış olmak şartıyla, tektir.

Tanım 3.11. Teorem 3.9 ile verilen ayrışım tam SVD ve Teorem 3.10 ile verilen ayrışım kompakt ya da ekonomik SVD denir. Çoğu zaman tam veya ekonomik SVD demek yerine kısaca SVD (Singular Value Decompositon) denir.

SVD'nin öz değer ayrışımından üç önemli üstünlüğü vardır. Bunlar; kare olmayan matrisler için de geçerli olması, her kompleks matris için geçerli olması ve köşegen matrisin her zaman negatif olmayan reel sayı girdili olmasıdır.

Öz değer ayrışımına benzer olarak SVD, matrisler üzerindeki işlemleri negatif olmayan reel sayılara taşır. Mesela A kare matris ve $A = USV^H$ ise

$$A^{-1} = VS^{-1}U^H = V[\sigma_{ij}^{-1}] U^H$$

olur³.

SVD'den matrisi tekrar hesaplamak için

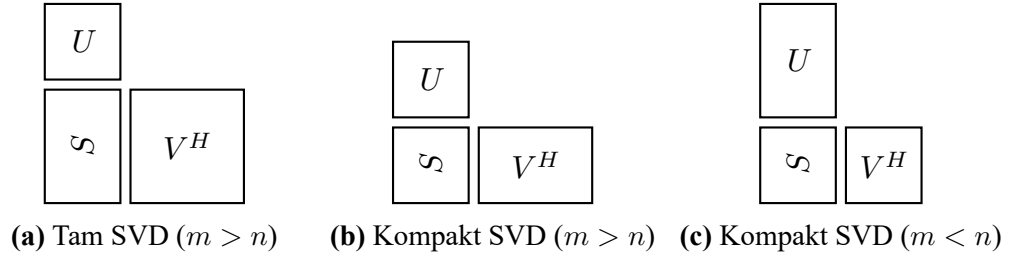
$$A = USV^H = \sum_{i=1}^{\min(m,n)} \sigma_i u_i v_i^H \quad (3.5)$$

eşitliği kullanılabilir. Ya da sadece belirli bir v_j sağ singular vektörüne karşılık gelen σ_j ve u_j biliniyorsa

$$Av_j = \sum_{i=1}^{\min(m,n)} \sigma_i u_i v_i^H v_j = \sum_{i=1}^{\min(m,n)} \sigma_i u_i \delta_{ij} = \sigma_j u_j$$

şeklinde hesaplanabilir.

³Kompakt SVD tanımında, her ne kadar U ve V 'nin sütunca ortonormal olduğu ifade edilmiş olsa da $r = \min(m, n)$ olduğundan aslında U ve V matrislerinden biri her zaman kare matrisdir. Bu özelliği sayesinde, kare olmasa da A matrisinin $m < n$ ise sağ ve $m > n$ ise sol tersi SVD kullanarak hesaplanır.



Şekil 3.1. $m \times n$ bir A matrisinin $A = USV^H$ ayrışmaları

Tanım 3.12. Eşitlik 3.5 deki σ_0 sayısına A matrisinin spektral normu denir.

$AA^H = USV^H(USV^H)^H = USV^HVSU^H = US^2U^H$ ve benzer şekilde $A^HA = VS^2V^H$ olduğundan AA^H ve A^HA matrislerinin öz değer ayrışmaları kullanarak SVD hesaplanabilir.

Teorem 3.13. A bir kompleks matris ve $A \stackrel{SVD}{=} USV^H$ olsun. U , V ve S matrisleri AA^H ve A^HA matrislerinin öz değer ayrışmaları kullanılarak

$$\begin{aligned} AA^H &= US^2U^H & V &= A^HUS^{-1} \\ A^HA &= VS^2V^H & U &= AVS^{-1} \end{aligned}$$

eşitliklerinden herhangi biri ile hesaplanabilir.

SVD hakkında ayrıntılı bilgi için Y. Zhang ve G. Xu (2016)e bakılabilir.

SVD, *python* programlama dilinde *NumPy* paketi kullanılarak şöyle hesaplanabilir;

```

1 from numpy import isclose, linalg, random, diag
2
3 A = random.random((4, 6))          # A rastgele 4x6 bir matris
4 U, s, Vh = linalg.svd(A,
5                       full_matrices=False,    # kompakt SVD
6                       )
7 B = U * s @ Vh
8 # B = U @ diag(s) @ Vh
9
10 print(isclose(A, B).all())

```

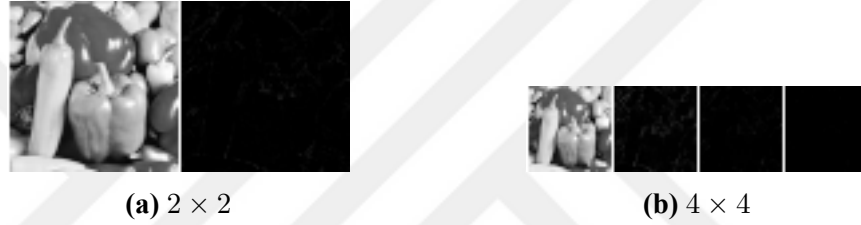
$$A = USV^H = \sum_{i=1}^{\min(m,n)} \sigma_i u_i v_i^H$$

ayrışımını herhangi bir tensöre bir çok şekilde genellemek mümkündür (Kolda ve B. W. Bader, 2009).

Aslında SVD herhangi bir matrisi vektörlerin dış çarpımlarının bir toplamı olarak ifade eder. Bunu 3 boyutlu tensörlere genellerken;

CP vektörlerin dış çarpımlarının bir toplamı olarak
Tucker matrislerin çarpımlarının bir toplamı olarak

yazılabilir.



Şekil 3.2. Host görüntü bloklara ayrılınca elde edilen singüler değerler ile oluşturulan görüntüler

Bir matrisin singüler normu görüntü hakkında en fazla bilgi taşıyan parçasıdır. **Şekil 3.2**'de görüldüğü gibi her bloğun sadece ilk singüler değerleriyle (spektral norm) yeniden oluşturulan görüntü, geri kalan singüler değerler ile yeniden oluşturulan görüntü(ler)den esas görüntüye daha yakındır. Bu yüzden blok tabanlı damgalama yöntemlerinde her bloğun sadece spektral normu değiştirilerek ya da ilk singüler vektör(ler)i değiştirilerek damga eklemek dayanıklılık açısından iyi sonuçlar verir.

Şekil 3.3'te 128×128 görüntünün ilk 64 ve sonraki 64 singüler değeri ile yeniden oluşturulmuş görüntüler verilmiştir. Görüldüğü gibi sonraki 64 singüler değer ve vektörlerin görüntü üzerinde hissedilir pek fazla etkisi yoktur.

3.3. DCT (Discrete Cosine Transform)

DCT (Discrete Cosine Transform) genelde blok tabanlı bir sıkıştırma tekniği olarak kullanılır. JPEG (Joint Photographic Experts Group), MPEG (Moving Experts Group) H.261, ve H.263 gibi bir çok görüntü sıkıştırma formatının temelini oluşturur.



(a) İlk 64 öz görüntü toplamı



(b) Sonraki 64 öz görüntü toplamı

Şekil 3.3. SVD'nin (a) ilk 64 öz değeri ve (b) sonraki 64 öz değeri ile oluşturulan görüntüler

Bir kaç farklı şekilde tanımı vardır. Genelde **Tip II** kullanılır.

$$D(i, j) = \frac{\alpha(i)\alpha(j)}{\sqrt{MN}} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} I(x, y) \cos \frac{(2x+1)i\pi}{2M} \cos \frac{(2y+1)j\pi}{2N} \quad (3.6)$$

Burada

$$\alpha(i) = \begin{cases} 1 & i = 0 \\ \sqrt{2} & i \neq 0 \end{cases}$$

(Alshoura, Zainol, Teh, Alawida ve Alabdulatif, 2021)

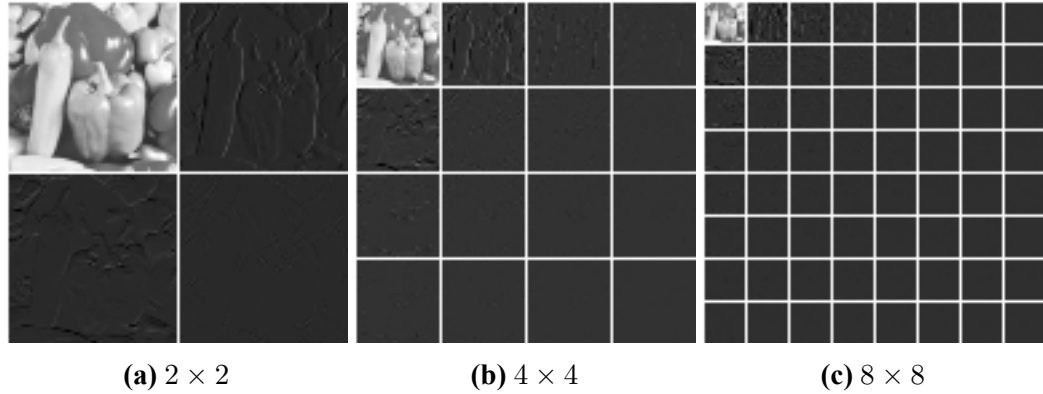
Görüntü, genelde, 8×8 bloklara ayrılır ve her blok zigzag tarama denilen bir yöntemle 64 uzunluğunda bir diziye dönüştürülür. Bu dizinin ilk terimine *DC (Direct Current Term)* ve sonraki terimlerine de *AC (Alternating Current Terms)* denir. Çoğu zaman AC değerleri değiştirilerek damga eklenir.

DCT ve ters DCT, python programlama dilinde *SciPy (Virtanen vd. 2020)* paketi kullanılarak aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

```

1 from numpy import isclose, random
2 from scipy.fft import dctn, idctn
3
4 A = random.random((4, 6))           # A rastgele 4x6 bir matris
5 B = dctn(A, norm="ortho")
6 C = idctn(B, norm="ortho")
7
8 print(isclose(A, C).all())

```



Şekil 3.4. Görüntünün bloklara ayrılması ile elde edilen DCT katsayıları

3.4. DWT (Discrete Wavelet Transform)

Önceleri dalgaları matematiksel olarak ifade etmenin iyi bir yolu Fourier dönüşümü olarak görülürken artık wavelet dönüşümlerinin doğadaki ses, görüntü gibi sinyalleri daha iyi temsil ettiği anlaşılmıştır (Lee vd. 2019). Mesela klasik JPEG dosya formatı olan JFIF (JPEG File Interchange Format)'ta DCT kullanılmışken, JPEG 2000 de DWT kullanılmıştır (Hamilton, 2008).

Bir çok wavelet dönüşümü tanımlanmış olmasına rağmen, görüntü damgalamada çoğu zaman Haar wavelet kullanılır.

DWT'de amaç görüntüyü yüksek ve düşük frekanslı bileşenlere ayırmaktır. DWT görüntüyü herbiri orjinal görüntünün dörtte biri olan LL, LH, HL ve HH olmak üzere dört alt banda ayırır. LL frekansı en düşük olan ayrıntılar, HH ise frekansı en yüksek olan ayrıntılardan oluşturulur. LL bandına eklenen damga genellikle daha dayanıklı iken HH bandına eklenen damga genellikle daha hissedilmez olur. LL bandına tekrar DWT uygulanarak 2. seviye DWT alt bandları elde edilebilir. Bu işlemi tekrar ederek her biri orjinal görüntünün n^2 'de biri olan dört tane n . seviye DWT alt bandı hesaplanabilir. Şekil 3.5'te LL bandının diğer bandlara göre orjinal görüntüye daha yakın olduğu görülebilir.

DWT Python programlama dilinde PyWavelets paketi kullanılarak aşağıdaki şekilde hesaplanabilir. (Lee vd. 2019)

```

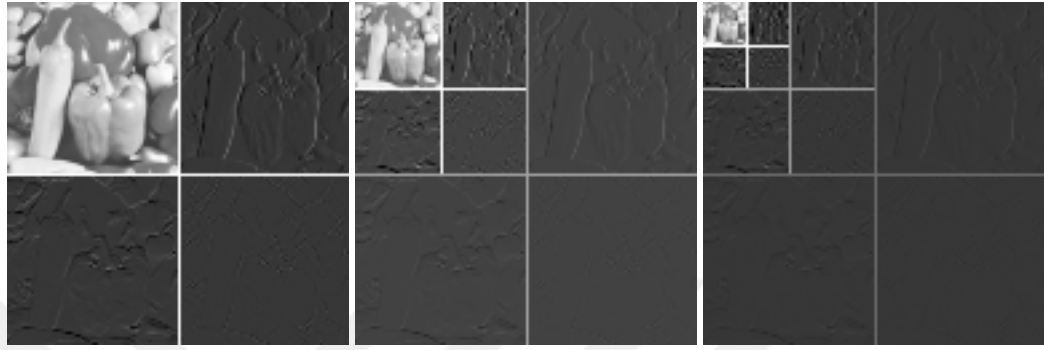
1 from numpy import isclose, random
2 from pywt import dwt2, idwt2
3
4 A = random.random((4, 6))           # A rastgele 4x6 bir matris
5 LL, (LH, HL, HH) = dwt2(A,
6                             wavelet="haar"

```

```

7         )
8 B = idwt2((LL, (LH, HL, HH)),
9         wavelet="haar"
10        )
11
12 print(isclose(A, B).all())

```



(a) seviye:1

(b) seviye:2

(c) seviye:3

Şekil 3.5. Görüntünün (a) seviye:1 (b)seviye:2 (c) seviye:3 DWT ayrışımındaki altbandları

3.5. ACM (Arnold Cat Map ya da Arnold Transform)

Damganın gizliliğini artırmak için, damgalamadan önce, bazı şifreleme teknikleri kullanılır. Bunlardan en yaygını *ACM (Arnold Cat Map ya da Arnold Transform)*dir. ACM, çoğu görüntü şifreleme tekniği gibi, terslenebilen bir koordinat dönüşümüdür. Arnold ve Avez (1968) tarafından ilk tanımlandığı şekliyle birim karenin otomorfizmalarına bir örnek olarak verilmiştir. Bizim kullandığımız haliyle klasik tanımı şöyledir; $k \in \mathbb{N}$ olmak üzere, k -inci ACM, her (x_0, y_0) koordinatını

$$\begin{bmatrix} x_k \\ y_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k-1} \\ y_{k-1} \end{bmatrix} \pmod{N}$$

eşitliğiyle (x_k, y_k) koordinatına dönüştürür. ACM periyodik bir dönüşümdür. Yani

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^p = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \pmod{N}$$

olacak şekilde N 'ye bağlı bir $p \in \mathbb{N}$ vardır. Eğer p biliniyorsa k -inci ACM'yi tersine almak için $(p - k)$ -inci ACM'yi hesaplamak yeterlidir. Diğer yandan bazı sınırlar bulunmuş olsa da p 'yi tam olarak hesaplamamanın tek yolu, başa dönünceye kadar her k için denemektir. Oysa ki, determinanı 1 olan bir $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ matrisinin tersini hesaplamak zaten çok kolaydır.

Ayrıca ACM'yi

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^k = \begin{bmatrix} F_{2k-1} & F_{2k} \\ F_{2k} & F_{2k+1} \end{bmatrix} \pmod{N}$$

eşitliği kullanılarak Fibonacci sayılarıyla⁴ hesaplamak da mümkündür (Qi vd. 2000).

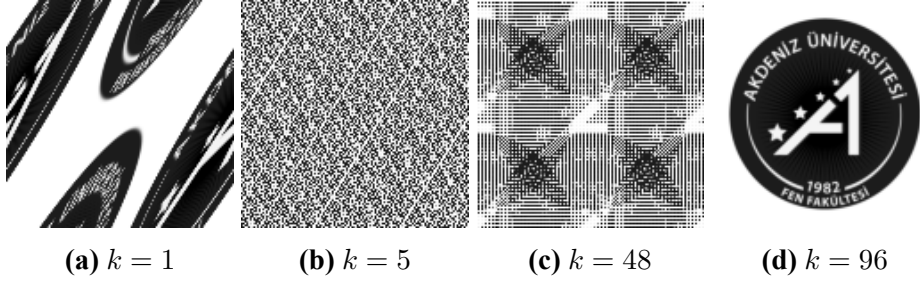
ACM, NumPy paketiyle aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

```

1 from numpy import asarray, eye, indices
2 from numpy.typing import ArrayLike
3
4
5 def arnold_transform1(img: ArrayLike, k: int) -> ArrayLike:
6     T = eye(2, dtype=int)           # 2x2 Birim matris
7
8     for _ in range(2*k):
9         T[:] = [[T[1, 0], T[1, 1]],
10                [T[1, 1], T[1, 0]+T[1, 1]]]
11
12     key = asarray([[T[1, 1], -T[0, 1]],      # T nin tersi
13                  [-T[1, 0], T[0, 0]]])
14
15     return coordinate_transform(img, T), key
16
17
18 def coordinate_transform(img: ArrayLike,
19                          T: ArrayLike) -> ArrayLike:
20
21     cs = indices(img.shape)
22     cs = (asarray(T) @ cs.reshape(2, -1)).reshape(cs.shape)
23
24     return img[cs[0] % img.shape[0], cs[1] % img.shape[1]]
25
26
27 if __name__ == "__main__":           # Test
28     from numpy import random
29     A = random.random((512, 512))    # Rastgele bir kare matris
30     B, key = arnold_transform1(A, k=3)      # ACM
31     C = coordinate_transform(B, key)        # Ters ACM
32     print((A == C).all())

```

⁴ $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}; F_0 = 1; F_1 = 1$



Şekil 3.6. ACM kullanarak karıştırılmış damga görüntü

ACM'nin bir genellemesi olarak bazen aşağıdaki tanımlar da kullanılır.

$$\begin{bmatrix} x_k \\ y_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & p \\ 1 & p+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k-1} \\ y_{k-1} \end{bmatrix} \pmod{N} \quad (\text{Bhatti vd. (2020)})$$

$$\begin{bmatrix} x_k \\ y_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ q & q+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k-1} \\ y_{k-1} \end{bmatrix} \pmod{N} \quad (\text{Ahmed vd. (2017)})$$

$$\begin{bmatrix} x_k \\ y_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & p \\ q & pq+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k-1} \\ y_{k-1} \end{bmatrix} \pmod{N} \quad (3.7)$$

determinantı 1 olduğundan, Eşitlik 3.7 deki dönüşümün tersi

$$\begin{bmatrix} x_{k-1} \\ y_{k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} pq+1 & -p \\ -q & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \end{bmatrix} \pmod{N}$$

şeklinde kolayca hesaplanabilir.

ACM'nin determinantının 1 olması tersinin tamsayılı olmasını garanti eder. Khalili ve Asatryan (2013), buradan hareketle, determinantı 1 olan herhangi bir 2×2 tamsayılı matrisi genelleştirilmiş ACM olarak almıştır. Y. Sun vd. (2022) ve Tora vd. (2022) ise daha genel olarak determinantı ± 1 olan 2×2 tamsayılı matrisleri kullanmıştır. Aslında $N \times N \mapsto N \times N$ herhangi birebir bir dönüşüm $N \times N$ bir görüntüyü şifrelemek için kullanılabilir.

3.6. Görüntü Damgalama Teknikleri

3.6.1. Sınıflandırma

Görüntü damgalama metodları, damga çıkarma şekline göre dörde ayrılır.

kör damgalama damga çıkarmak için sadece hangi metodun hangi parametrelerle uygu-

landığını bilmek yeterlidir.

yarı kör damgalama damga çıkarmak için hangi metodun hangi parametrelerle uygulandığının yanında damga hakkında da bilgi gereklidir.

kör olmayan damgalama damga çıkarmak için hangi metodun hangi parametrelerle uygulandığının yanında host ve damga hakkında da bilgi gereklidir.

0-damgalama kör olmayan damgalama gibidir. Fakat diğer metodlardan farklı olarak host görüntü üzerinde değişiklik yapılmaz.

Görüntü damgalama metodları, damga ekleme şekline göre ikiye ayrılır.

piksel bazında damgalama saldırılara karşı dayanıklı değildir.

frekans bazında damgalama saldırılara karşı daha dayanıklıdır.

Dijital görüntüleri önemli ve önemsiz bileşenlere ayırma görüntü işleme konusunda büyük kolaylıklar sağlar.

Bunun için en çok üç yöntem kullanılıyor. DCT, DWT ve SVD.

SVD tabanlı yöntemleri genel olarak üçe ayırmak mümkündür. Blok tabanlı yöntemler, doğrudan singüler değerleri değiştirmeye yönelik yöntemler ve hibrit yöntemler.

3.6.2. Blok-SVD tabanlı yöntemler

Blok tabanlı yöntemlerde H host görüntü belli büyüklükte, çoğu zaman kare, bloklara ayrılır ve bu blokların singüler değerleri veya vektörlerinde değişiklik yapılarak her bir bloğa bir piksel olmak üzere siyah beyaz ya da gri tonlamalı bir damga görüntü eklenir. Eklenebilecek damga büyüklüğü blok sayısıyla sınırlıdır.

Host blokların spektral normuna quantization ile damga ekleme (R. Sun vd. 2002)

Host görüntü eşit bloklara ayrılır. Her bir bloğa SVD dönüşümü uygulanıp her bloğun ilk singüler değerine (spektral norm) birer piksel olmak üzere siyah-beyaz ya da gri tonlamalı damga eklenir. $Q \in \mathbb{R}^+$ Damgalamanın dayanıklılık ile hissedilmezlik arasını dengeleyen bir sayıdır.

$$\begin{aligned}
 H &\xRightarrow{blok} H_{ij} \\
 H_{ij} &\xRightarrow{SVD} U_{ij} S_{ij} V_{ij}^H \\
 Z &\leftarrow S_{ij}[0] \pmod{Q} \\
 S_{ij}[0] &\leftarrow S_{ij}[0] - Z + \begin{cases} -Q/4 + \begin{cases} 0, & \text{eğer } Z < Q/4 \\ Q, & \text{eğer } Z \geq Q/4 \end{cases}, & \text{eğer } W_{ij} = 1 \text{ ise} \\ Q/4 + \begin{cases} 0, & \text{eğer } Z < 3Q/4 \\ Q, & \text{eğer } Z \geq 3Q/4 \end{cases}, & \text{eğer } W_{ij} = 0 \text{ ise} \end{cases} \\
 H_{ij} &\leftarrow U_{ij} S_{ij} V_{ij}^H
 \end{aligned}$$

$$H \xleftarrow{blok} H_{ij}$$

Damga görüntüsünü - bozulmuş da olabilir - damgalanmış host görüntüden çıkarmak için, sadece host görüntünün nasıl bloklara ayrıldığını ve Q sayısını bilmek yeterlidir. Bu yüzden bu yöntem kör yöntemdir.

$$\begin{aligned} H' &\xRightarrow{blok} H'_{ij} \\ H'_{ij} &\xRightarrow{SVD} U_{ij} S_{ij} V_{ij}^H \\ Z &\leftarrow S_{ij}[0] \pmod{Q} \\ W_{ij} &\leftarrow \begin{cases} 1 & Z < Q/2 \\ 0 & Z \geq Q/2 \end{cases} \\ W &\xleftarrow{blok} W_{ij} \end{aligned}$$

Jagadeesh vd. (2010) bu metodu GA (Genetic Algorithm) ile optimize etmiştir.



PSNR:46.9dB

NCC:96.5%

Şekil 3.7. R. Sun vd. (2002) metodu ile $\alpha = 0.0625$ ile eklenmiş damga

Host blokların singüler vektörlerine damga ekleme (Chang vd. 2005)

Bu yöntemde host görüntü belli büyüklükte bloklara ayrılır. watermarking için uygun bloklar singüler değerlere bakılarak seçilir. watermarking, ilk sol singüler vektörlerinin (U) terimleri arasındaki büyük ya da küçük olma ilişkisini kullanarak, şu şekilde yapılır.

$$\begin{aligned} H &\xRightarrow{blok} H_{ij} \\ H_{ij} &\xRightarrow{SVD} U_{ij} S_{ij} V_{ij}^H \\ \mu_{ij} &\leftarrow \frac{|U_{ij}(2,1)| + |U_{ij}(3,1)|}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta_{ij} &\Leftarrow |U(2, 1)| - |U(3, 1)| \\
U_{ij}(2, 1) &\Leftarrow \begin{cases} \text{sgn}(U_{ij}(2, 1)) (\mu_{ij} + T/2), & \text{eğer } W_{ij} = 1 \text{ ve } \delta_{ij} < T \text{ ise} \\ \text{sgn}(U_{ij}(2, 1)) (\mu_{ij} - T/2), & \text{eğer } W_{ij} = 0 \text{ ve } \delta_{ij} > -T \text{ ise} \end{cases} \\
U_{ij}(3, 1) &\Leftarrow \begin{cases} \text{sgn}(U_{ij}(3, 1)) (\mu_{ij} - T/2), & \text{eğer } W_{ij} = 1 \text{ ve } \delta_{ij} < T \text{ ise} \\ \text{sgn}(U_{ij}(3, 1)) (\mu_{ij} + T/2), & \text{eğer } W_{ij} = 0 \text{ ve } \delta_{ij} > -T \text{ ise} \end{cases} \\
H_{ij} &\Leftarrow U_{ij} S_{ij} V_{ij}^H \\
H &\stackrel{blok}{\Leftarrow} H_{ij}
\end{aligned}$$

Damga görüntüsünü - bozulmuş da olabilir - damgalanmış host görüntüden çıkarmak için, sadece host görüntünün nasıl bloklara ayrıldığını bilme yeterlidir. Bu yüzden bu yöntem kör yöntemdir.

$$\begin{aligned}
H' &\stackrel{blok}{\Rightarrow} H'_{ij} \\
H'_{ij} &\stackrel{SVD}{\Rightarrow} U_{ij} S_{ij} V_{ij}^H \\
W_{ij} &\Leftarrow \begin{cases} 1 & U_{ij}(2, 1) > U_{ij}(3, 1) \\ 0 & U_{ij}(2, 1) < U_{ij}(3, 1) \end{cases} \\
W &\stackrel{blok}{\Leftarrow} W_{ij}
\end{aligned}$$

Chung vd. (2007), bu metodun hissedilmezlik ve kapasitesini artırmak için, U matrisinin yanında V matrisinin de değiştirilmesi gerektiğini bulmuştur. Fan vd. (2008) ise V ya da U matrisinin damgalama için kullanılabileceğini ve diğer matrisin de hissedilmezlik ve kapasitesini artırmak için kullanılabileceğini göstermiştir. Bu yöntemin şimdiye kadarki diğer yöntemlerden önemli farkı, kompleks matrislere doğrudan uygulanamamasıdır. Çünkü kompleks matrislerin singüler vektörleri kompleks sayılardır ve kompleks sayılar kısmi sıralı değildir.



PSNR:36.3dB



NCC:96.5%

Şekil 3.8. Chang vd. (2005) metodu ile $\alpha = 0.005$ ile eklenmiş damga

Host blokların spektral normuna SF (Scaling Factor) ile damga ekleme (Xing ve J. Tan, 2007)

$$\begin{aligned}
 H &\xRightarrow{blok} H_{ij} \\
 H_{ij} &\xRightarrow{SVD} U_{ij} S_{ij} V_{ij}^H \\
 S'_{ij}[0] &\leftarrow S_{ij}[0] + \alpha W_{ij} \\
 H_{ij} &\leftarrow U_{ij} S'_{ij} V_{ij}^H \\
 H &\xleftarrow{blok} H_{ij}
 \end{aligned}$$

Damga görüntüsünü - bozulmuş da olabilir - damgalanmış host görüntüden çıkarmak için, host görüntünün nasıl bloklara ayrıldığını ve bu blokların spektral normu ile α sayısını bilmek gerekir. Bu yüzden bu yöntem yarı kör bir yöntemdir.

$$\begin{aligned}
 H' &\xRightarrow{blok} H'_{ij} \\
 H'_{ij} &\xRightarrow{SVD} U_{ij} S'_{ij} V_{ij}^H \\
 W_{ij} &\leftarrow \frac{1}{\alpha} (S'_{ij}[0] - S_{ij}[0]) \\
 W &\xleftarrow{blok} W_{ij}
 \end{aligned}$$

Host blokların spektral normuna SF ile damganın PC (Principle Component) matrisini ekleme (Guo ve Prasetyo, 2014)

$$\begin{aligned}
 W &\xRightarrow{SVD} U_W S_W V_W^H \\
 P &\leftarrow U_W S_W \\
 H &\xRightarrow{blok} H_{ij} \\
 H_{ij} &\xRightarrow{SVD} U_{ij} S_{ij} V_{ij}^H \\
 S'_{ij}[0] &\leftarrow S_{ij}[0] + \alpha P_{ij} \\
 H_{ij} &\leftarrow U_{ij} S'_{ij} V_{ij}^H \\
 H &\xleftarrow{blok} H_{ij}
 \end{aligned}$$

Damga görüntüsünü - bozulmuş da olabilir - damgalanmış host görüntüden çıkarmak için, host görüntünün nasıl bloklara ayrıldığını ve bu blokların spektral normlarını,

ayrıca watermark görüntünün V_W^H matrisini ve α sayısını bilmek gerekir. Bu yüzden bu yöntem kör olmayan bir yöntemdir.

$$\begin{aligned}
 H' &\xRightarrow{blok} H'_{ij} \\
 H'_{ij} &\xRightarrow{SVD} U_{ij} S'_{ij} V_{ij}^H \\
 P_{ij} &\Leftarrow \frac{1}{\alpha} (S'_{ij}[0] - S_{ij}[0]) \\
 W &\Leftarrow P_W V_W^H \\
 W &\xRightarrow{blok} W_{ij}
 \end{aligned}$$



PSNR:55.2dB

NCC:100.0%

Şekil 3.9. Guo ve Prasetyo (2014) metodu ile $\alpha = 0.0625$ ile eklenmiş damga

3.6.3. Doğrudan singüler değerleri değiştirmeye dayalı yöntemler

H host görüntü ve W , H ile aynı boyutta bir damga görüntüyü temsil etsin. SF tabanlı yöntemlerde H 'nin singüler değerlerine *SF (Scaling Factor)* denen bir(er) $\alpha \in (0, 1)$ katsayısı ile eklemeler yapılır. Bu katsayı damgalamanın dayanıklılık-hissedilmezlik dengesini belirler. α ne kadar büyükse damganın dayanıklılık derecesi o kadar yüksektir. α ne kadar küçükse damganın hissedilmezlik derecesi o kadar yüksektir.

I. Cox vd. (1997) α 'nın SF olarak üç şekilde kullanılabileceğinden bahsetmiştir. Bunlar:

$$S' \Leftarrow S + \alpha X \quad (3.8)$$

$$S' \Leftarrow S(1 + \alpha X) \quad (3.9)$$

$$S' \Leftarrow S e^{\alpha X} \quad (3.10)$$

şeklindedir. Fakat çoğu zaman Eşitlik 3.8 kullanılır. Bunların dışında Ambadekar vd. (2019)

$$S' \Leftarrow S(1 - \alpha) + \alpha X$$

şeklinde kullanmıştır.

α çoğu zaman sabit bir değer seçilir. O zaman α 'ya *SSF (Single Scaling Factor)* denir. Bazen de her singüler değere karşılık bir değer alır. O zaman da *MSF (Multiple Scaling Factor)* denir. MSF değerlerinin hesaplanmasında GA, PSO (Particle Swarm Optimization), MOACO (Multi-Objective Ant Colony Optimization), FA (Firefly Algorithm), ABC (Artificial Bee Colony), EA (Evolutionary Algorithm), CNN (Convolution Neural Network) ve TLBO (Teaching Learning Based Optimization) gibi optimizasyon yöntemleri kullanılır.

Host görüntüsünün singüler değerlerine damga görüntüsünü doğrudan ekleyip elde edilen görüntünün singüler değerlerini host görüntüsünde kullanma (R. Liu ve T. Tan, 2002)

$$\begin{aligned} H &\xRightarrow{SVD} USV^H \\ D &\Leftarrow S + \alpha W \\ D &\xRightarrow{SVD} U_D S_D V_D^H \\ H' &\Leftarrow US_W V^H \end{aligned}$$

Damga görüntüsünü - bozulmuş da olabilir - damgalanmış host görüntüden çıkarmak için, U_D ve V_D^H matrislerine ve α değerine ihtiyaç vardır. Bu yüzden kör olmayan bir yöntemdir.

$$\begin{aligned} H' &\xRightarrow{SVD} US_D V^H \\ D &\Leftarrow U_D S_D V_D^H \\ W &\Leftarrow \frac{1}{\alpha}(W' - S_D) \end{aligned}$$

Bu yöntemde FPP (False Positive Problem) var. Şöyle ki; **Şekil 3.11**'de görülebileceği gibi, birisi bu yöntemle damga eklenmemiş bir görüntüden istediği damgayı sadece köşegendeki değerler hariç çıkarabilir (Rykaczewski, 2007).



PSNR:34.3dB



NCC:100.0%

Şekil 3.10. R. Liu ve T. Tan (2002) metodu kullanılarak $\alpha = 0.1$ ile damgalama yapılmış görüntüden çıkarılan damga



PSNR:infdB



NCC:96.4%

Şekil 3.11. Hiç damgalama yapılmamış görüntüden R. Liu ve T. Tan (2002) metodu kullanılarak çıkarılan damga



PSNR:infdB



NCC:94.1%

(a) Hiç damgalama yapılmamış görüntüden çıkarılan damga

PSNR:32.0dB



NCC:83.8%

(b) Başka bir damga kullanılmış görüntüden çıkarılan yanlış damga**Şekil 3.12.** ACM kullanılarak ($k = 5$) R. Liu ve T. Tan (2002) metodu ile damgalama yapılmış görüntüden çıkarılan yanlış damgalar

Host görüntüsünün singüler değerlerine damga görüntüsünün singüler değerlerini ekleme (Chandra, 2002)



PSNR:27.0dB



NCC:100.0%

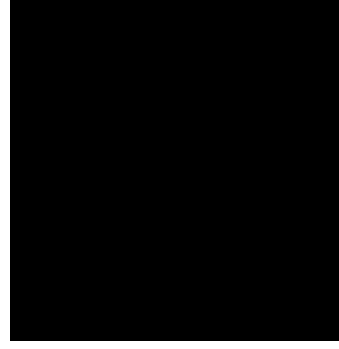
Şekil 3.13. Chandra (2002) metodu ile $\alpha = 0.0625$ ile eklenmiş damga

$$\begin{aligned} H &\xRightarrow{SVD} USV^H \\ W &\xRightarrow{SVD} U_W S_W V_W^H \\ S' &\leftarrow S + \alpha S_W \\ H' &\leftarrow US'V^H \end{aligned}$$

Damga görüntüsünü - bozulmuş da olabilir - damgalanmış host görüntüden çıkarmak için, host görüntünün S matrisine, damga görüntünün U_W, V_W^H matrislerine ve α değerine ihtiyaç vardır. Bu yüzden bu yöntem kör olmayan bir yöntemdir.

$$\begin{aligned} H' &\xRightarrow{SVD} US'V^H \\ S_W &\leftarrow \frac{1}{\alpha}(S' - S) \\ W &\leftarrow U_W S_W V_W^H \end{aligned}$$

Bu yöntemde önceki yöntemdeki FPP problemi kısmen çözülmüş olsa da **Şekil 3.14b**'de görülebileceği gibi X.-P. Zhang ve K. Li (2005)'te bahsedilen durum burada da söz konusudur.



PSNR:infdB

NCC:18.8%

(a) Hiç damgalama yapılmamış görüntüden çıkarılan damga



PSNR:27.0dB

NCC:82.6%

(b) Başka damgalama yapılmış görüntüden çıkarılan yanlış damga

Şekil 3.14. Chandra (2002) metodu ile çıkarılan yanlış damgalar

Host görüntüsünün singüler değerlerine damga görüntüsünün PC matrisini ekleme (Jain vd. 2008)

Bu, FPP'yi çözmeye yönelik bir yöntemdir. Her ne kadar FPP'yi çözmüşse de dayanıklılık ve hissedilmezlik açısından iyi sonuçlar vermemiştir.

$$\begin{aligned}
 H &\xrightarrow{SVD} U S V^H \\
 W &\xrightarrow{SVD} U_W S_W V_W^H \\
 P_W &\leftarrow U_W S_W \\
 S' &\leftarrow S + \alpha P_W \\
 H' &\leftarrow U S' V^H
 \end{aligned}$$

Damga görüntüsünü - bozulmuş da olabilir - damgalanmış host görüntüden çıkarmak için, orjinal görüntü H ve V_W^H matrisine ve α değerine ihtiyaç vardır. Bu yüzden bu yöntem kör

olmayan bir yöntemdir.

$$H \xrightarrow{SVD} USV^H$$

$$P_W \Leftarrow \frac{1}{\alpha} U^H (H' - H) V$$

$$W \Leftarrow P_W V_W^H$$



PSNR:36.9dB



NCC:100.0%

Şekil 3.15. Jain vd. (2008) metodu ile $\alpha = 0.02$ ile eklenmiş damga



PSNR:inf dB

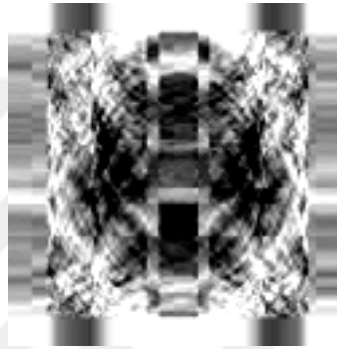


NCC:nan%

(a) Hiç damgalama yapılmamış görüntüden çıkarılan damga



PSNR:36.9 dB



NCC:80.3%

(b) Başka damgalama yapılmış görüntüden yanlış damga

Şekil 3.16. Jain vd. (2008) metodu ile çıkarılan yanlış damgalar

Host görüntüsünün singüler değerlerine damga görüntüsünü doğrudan ekleme(Mohammad vd. 2008)

Bu da FPP'yi çözmeye yönelik bir yöntemdir. Bu yöntem de dayanıklılık açısından iyi sonuçlar vermemiştir. Fakat FPP'ye karşı daha iyidir.

$$\begin{aligned}
 H &\xrightarrow{SVD} USV^H \\
 D &\leftarrow S + \alpha W \\
 H' &\leftarrow UDV^H
 \end{aligned}$$

Damga görüntüsünü - bozulmuş da olabilir - damgalanmış host görüntüden çıkarmak için, damga görüntüsünün USV^H matrislerine ve α değerine ihtiyaç vardır.

$$D \leftarrow U^H H' V$$

$$W \Leftarrow \frac{1}{\alpha}(D - \mathbf{S})$$



PSNR:36.9dB



NCC:100.0%

Şekil 3.17. Mohammad vd. (2008) metodu ile $\alpha = 0.02$ ile eklenmiş damga



PSNR:inf dB



NCC:1.0%

(a) Hiç damgalama yapılmamış görüntüden çıkarılan damga



PSNR:36.9 dB



NCC:100.0%

(b) Başka damgalama yapılmış görüntüden çıkarılan doğru damga

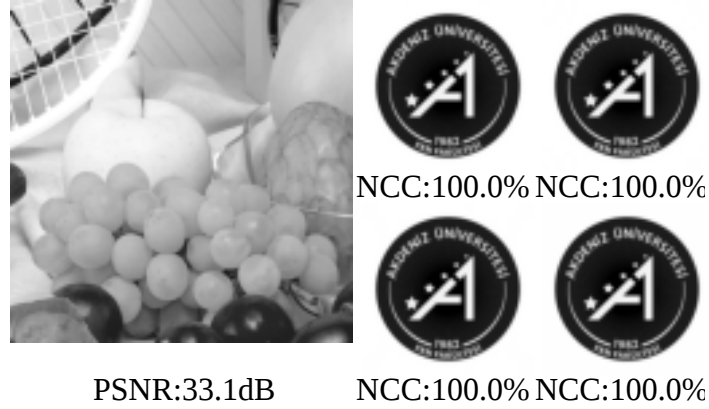
Şekil 3.18. Mohammad vd. (2008) metodu ile çıkarılan doğru damgalar

3.6.4. Hibrit-SVD yöntemler

Hibrit-SVD yöntemlerde host görüntüye önce DCT, DWT, CT (Contourlet Transform) gibi bir dönüşüm uygulayarak görüntünün düşük ve yüksek frekanslı bileşenleri ayrılır. Sonra uygun bileşen ya da bileşenlere önceki bölümde bahsedilen yöntemlerden birini uygulayarak damgalama yapılır. Eklenebilecek damga boyutu uygulanan dönüşüme göre değişir.

DWT-SVD yöntemi

Ganic ve Eskicioğlu (2004), host görüntüye önce DWT ile, herbiri host görüntünün dörde biri olan LL, LH, HL, HH altbandlarına ayırıp herbir alt banda Chandra (2002)'nin tekniği ile damgalama yapıp ters DWT ile damgalı görüntüyü elde etmiştir. SSF olarak LL bandı için SSF olarak 0.05 ve diğer bandlar için 0.001 almıştır. Farklı bandlar farklılık yöntemlerine karşı daha iyi sonuç vermektedir.



Şekil 3.19. Ganic ve Eskicioğlu (2004) metodu ile $\alpha = 0.0625$ ile eklenmiş damga



Şekil 3.20. Yavuz ve Telatar (2007) metodu ile $\alpha_{LL} = 0.1, \alpha_{HL} = 0.015$ ile eklenmiş damga

Chandra (2002)'nin tekniğindeki FPP'yi çözmek için, Yavuz ve Telatar (2007), LL ve LH altbandlarını damgalama için kullanıp, HL ve HH altbandlarını U matrisini saklamak için kullanmıştır.

$$\begin{aligned} LH' &\Leftarrow LH + \alpha U_W \\ HH' &\Leftarrow HH + \alpha U_W \end{aligned}$$

damga çıkarmadan önce

$$U'_W \Leftarrow \frac{LH' + HH' - LH - HH}{2\alpha}$$

ile U_W matrisindeki bozulmaya bakılır. Eğer benzerlik 20%'nin üzerinde değilse damga geçersiz sayılır. Ayrıca Ganic ve Eskicioğlu (2004)'ten farklı olarak Yavuz ve Telatar (2007) host görüntüye 3. seviye DWT uygulamışlardır.

Lai ve Tsai (2010) tekniğinde ise watermarked görüntünün hissedilmezlik ve dayanıklılık değerlerini artırmak için R. Liu ve T. Tan (2002)'nin yöntemi kullanılır. Damga görüntüyü $W = W_1 + W_2$ şeklinde ikiye ayırıp biri LH diğeri HL bandına eklenir. R. Liu ve T. Tan (2002)'nin yöntemi FPP'li olduğundan iyi bir yöntem sayılmaz.

3.6.5. Atak Yöntemleri ve Damgalama Ölçüleri

Damgalama işlemini geçersiz kılmak için çeşitli yöntemler kullanılır. Bunlardan bazıları; kırpma, kesme, bükme, öteleme, kaydırma, döndürme, büyütme-küçültme, medial filtreleme, gamma düzeltme, Weiner filtreleme, histogram eşitleme, tuz biber ekleme, speckle gürültü ekleme, Gaussyen gürültü ekleme ve JPEG sıkıştırma şeklindedir.

Damgalamanın hissedilmezlik derecesini ölçmek için genelde PSNR (Peak Signal To Noise Ratio), MSE (Mean Square Error) ya da SSIM (Structured Similarity Index Measure) kullanılır. Damgalamanın dayanıklılık derecesini ölçmek için ise genelde NCC (Normalized Crossed Correlation ya da Normalized Correlation Coefficient) kullanılır (Alshoura, Zainol, Teh, Alawida ve Alabdulatif, 2021).

3.7. Ölçüler

3.7.1. MSE ve PSNR

$I, I' \in \mathbb{R}^{m \times n}$ birer görüntü olmak üzere, aralarındaki benzerliğin bir ölçüsü olarak, MSE

$$\frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (I(i, j) - I'(i, j))^2$$

ve $PSNR$

$$10 \log_{10} \frac{\max(I)^2}{MSE}$$

şeklinde hesaplanır. MSE ve PSNR *python* programlama dilinde *scikit-image* paketiyle şöyle hesaplanabilir (Walt vd. 2014).

Çoğu zaman, PSNR bir görüntüye damga eklenirken meydana gelen bozulmayı ölçmek için kullanılır. Genelde $PSNR > 40$ kabul edilebilir bir değerdir.

3.7.2. NCC ve SSIM

$X, Y \in \mathbb{R}^{m \times n}$ olsun,

$$\mu_X = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n X_{ij}$$

$$\mu_Y = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n Y_{ij}$$

olmak üzere, X ve Y nin varyansları

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{mn-1} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \mu_X)^2}$$

$$\sigma_Y = \sqrt{\frac{1}{mn-1} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (Y_{ij} - \mu_Y)^2}$$

ve aralarındaki kovaryans

$$\sigma_{XY} = \frac{1}{mn-1} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \mu_X)(Y_{ij} - \mu_Y)$$

şeklinde hesaplanır.

LCC (Linear Correlation Coefficient)

Pearson LCC (Linear Correlation Coefficient) aşağıdaki şekilde hesaplanır (Bull, 2014):

$$\frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \mu_X)(Y_{ij} - \mu_Y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \mu_X)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (Y_{ij} - \mu_Y)^2}}$$

NCC

NCC aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$\frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n X_{ij} Y_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n X_{ij}^2} \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n Y_{ij}^2}}$$

SSIM

Z. Wang vd. (2004) bir görüntüdeki benzerliği ölçmek için MSE veya PSNR'de olduğu gibi sadece pikselleri arasındaki farka bakmak yerine iki görüntüyü yapısal olarak karşılaştıran SSIM'i geliştirmiştir. Bir x ve y görüntüsü arasındaki SSIM şu şekilde

hesaplanır;

$$\text{SSIM} : S(x, y) = [l(x, y)]^\alpha [c(x, y)]^\beta [s(x, y)]^\gamma$$

Burada,

$$\begin{aligned} l(x, y) &= \frac{2\mu_x\mu_y + C_1}{\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1} \\ c(x, y) &= \frac{2\sigma_x\sigma_y + C_2}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2} \\ s(x, y) &= \frac{2\sigma_{xy} + C_3}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_3} \end{aligned}$$

$\alpha = \beta = \gamma = 1$ ve $C_3 = C_2/2$ alınırsa, SSIM;

$$\frac{(2\mu_x\mu_y + C_1)(2\sigma_x\sigma_y + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2)}$$

olur. $L = 255$, $K_1 = 0.01$ ve $K_2 = 0.03$ alınarak $C_1 = (K_1 L)^2 = 6.5025$ ve $C_2 = (K_2 L)^2 = 58.523$ hesaplanır.

Hassan ve Bhagvati (2012) ise SSIM'i renkli görüntülere uygulamıştır.

3.8. SFC (Space Filling Curve)

Tanım 3.14. *Birebir ve örten $f : A \rightarrow B$ fonksiyonuna birebir eşleşme denir. Eğer A kümesi ile B kümesi arasında birebir eşleşme varsa, A ile B kümeleri eş güçlüdür denir.*

Tanım 3.15 (Eğri). $I = [0, 1]$ kapalı aralığı olmak üzere $f : I \rightarrow \mathbb{R}^n$ sürekli fonksiyonuna bir eğri ve $f(I) \subset \mathbb{R}^n$ kümesine yol denir.

Eğri tanımı farklı kaynaklarda farklı şekillerde verilir. Bazıları, burada olduğu gibi, $[0, 1]$ kapalı aralığından $\mathbb{R}^n$ 'ye sürekli fonksiyona *eğri* ve bu fonksiyonun görüntüsüne *yol* derken, bazıları $\mathbb{R}$ 'nin bir kompakt alt kümesinden herhangi bir topolojik uzaya sürekli fonksiyona *eğri* ve görüntüsüne *yol* der. Bazen de eğri ve yol tanımları buradakinin tersi şekilde tanımlanır. Yani fonksiyona yol ve görüntüsüne eğri denir.

Burada kullanışlılık açısından bu tanım seçilmiştir. Bu tanıma göre eğrilerin birer başlangıç ve bitiş noktası vardır. Diğer bir ifadeyle aynı yola sahip iki eğri eşit olmayabilir.

Tanım 3.16. $f(I) \subset \mathbb{R}^n$ yolunun Jordan ölçümü ($\mathbb{R}^2$ için kapladığı alan, $\mathbb{R}^3$ için kapladığı hacim vs.) sıfırdan büyükse, $f : I \rightarrow \mathbb{R}^n$ eğrisine SFC (Space Filling Curve) denir.

SFC ile ilgili ayrıntılı bilgi için Sagan (1994) ve M. Bader (2013)'e bakılabilir.

3.8.1. Sierpiński Eğrisi

Tanım 3.17. Sierpinski-Knopp eğrisi ikizkenar bir dik üçgenin uzun kenarını dik keserek, başlangıçtaki üçgene benzer iki dik üçgen oluşturulması fikrine dayanır. Bu şekilde oluşturulan her bir üçgen tekrar aynı şekilde iki dik üçgene bölünerek çevresi sıfıra giden sonsuz tane üçgen elde edilmiş olur. Elde edilen bu üçgenlerin merkezlerinden geçen eğriye Sierpiński eğrisi denir. Eğer dik üçgen ikizkenar değilse bu eğriye Polya eğrisi denir. Bu işlem herhangi bir üçgen üzerinde yapılırsa, elde edilen eğriye genelleştirilmiş Sierpiński eğrisi denir.

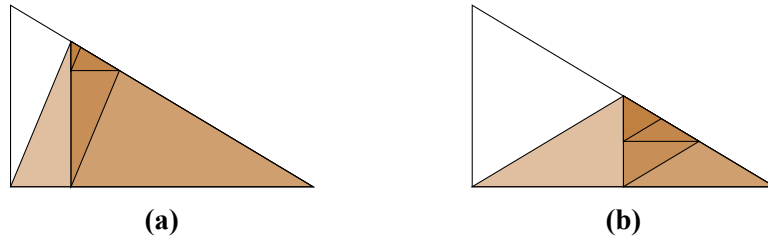
Polya eğrisi $P : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ fonksiyonu olmak üzere, $x \in [0, 1]$ sayısına karşılık gelen $P(x)$ noktasını bulmak için, x noktasının $x = 0_2, a_1 a_2 \dots$ şeklinde 2 tabanındaki açılımı kullanılabilir. İkizkenar olmayan bir A üçgeni için, A 'nın uzun kenarından dik açılı köşesine çizilen dikme, A üçgenini biri büyük, biri küçük iki dik üçgene böler.

$$A_1 = \begin{cases} \text{büyük üçgen,} & a_1 = 1 \text{ ise} \\ \text{küçük üçgen,} & a_1 = 0 \text{ ise} \end{cases}$$

şeklinde tanımlansın. A_1 de bir dik üçgen olduğuna göre benzer şekilde A_2 hesaplanabilir. Böylece çevresi sürekli azalarak sıfıra giden, dolayısıyla bir tek ortak noktası olan $(A_i)_{i=1,2,\dots}$ dizisi elde edilmiş olur. $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n = \{X\}$ ise $\lim_{n \rightarrow \infty} A_n := X$ şeklinde gösterilsin ve

$$P(x) = P\left(\sum_{i=1}^{\infty} a_i 2^{-i}\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} A_n$$

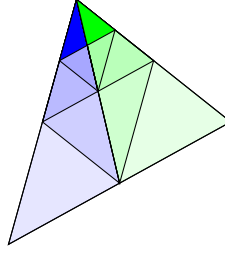
şeklinde tanımlansın. Böylece her $x \in [0, 1]$ sayısına karşılık dik üçgen üzerinde bir X noktası belirlenmiş olur (Lax, 1973).



Şekil 3.21. (a) Polya ve (b) Genelleştirilmiş Sierpiński eğrileri üzerinde $0_2, 11000 \dots$ sayılarına karşılık gelen üçgensel bölgeler (en koyu üçgenler)

Polya eğrisinin inşası geometrik olarak kolay olsa da küçülen üçgenlerin alanının kaçınıcı adımda ne kadar olacağı seçilen sayıdan bağımsız değildir.

Dik üçgeni daha küçük dik üçgenlere bölmek yerine, her hangi bir üçgeni kenar or-



Şekil 3.22. $0_2, 1\bar{0} = 0_2, 0\bar{1}$ sayısına karşılık gelen üçgensel bölgelerin limitleri

ayla ikiye bölmek renk uzayları açısından daha faydalıdır. Çünkü üçgenin kaçınıcı adımda ne büyüklükte olacağını kolayca hesaplayabiliriz. Buradaki zorluk, ikiye bölündüğünde üçgenlerden hangisinin seçileceğidir.

Bunun için önce üçgenin bir köşesi başlangıç olarak belirlenip bu köşeden kenarortay çizilir. Kenarortay, üçgeni alanları eşit iki üçgene böler. Bu üçgenleri şöyle isimlendirelim; başlangıç köşesi aşağı gelecek şekilde başlangıçtaki üçgeni döndürdüğümüz zaman kenarortayın sağındaki üçgene sağ üçgen, solundaki üçgene sol üçgen diyelim. Bu isimlendirme Polya eğrisindeki büyük ve küçük üçgen isimlendirmeleriyle uyumlu değildir. Ama büyük üçgenler bir adımda sağ ise diğer adımda sol üçgenler yerine gelir. Bu durumu düzeltmek için

$$A_n = \begin{cases} \text{sağ üçgen,} & a_n = n \pmod{2} \\ \text{sol üçgen,} & a_n \neq n \pmod{2} \end{cases}$$

şeklinde tanımlansın. Böylece daha önce tanımlanan $P : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ fonksiyonu herhangi bir A üçgeni için de tanımlanmış olur.

Aslında başlangıçta yazılan $x = 0_2, a_1 a_2 \dots$ açılımı tek değildir. Mesela $1/2$ sayısının iki farklı açılımı $0_2, 1\bar{0}$ ve $0_2, 0\bar{1}$ 'dir. Fakat P fonksiyonu bu açılımın seçiminden bağımsız yani iyi tanımlıdır Lax (1973).

3.9. Renk Uzayı Dönüşümleri

3.9.1. XYZ ile xyY arası dönüşümler

$S = X + Y + Z$ olmak üzere, $S \neq 0$ ise

$$x = X/S$$

$$y = Y/S$$

$$z = Z/S = 1 - x - y$$

şeklinde tanımlıdır. xyY uzayından XYZ ye dönüşüm için

$$X = \frac{x}{y}Y \quad (3.11)$$

$$Z = \frac{z}{y}Y = \frac{1-x-y}{y}Y = \frac{Y}{y} - X - Y \quad (3.12)$$

eşitlikleri kullanılır. $S = 0$ durumunda (siyah renk) $Y = 0$ olduğundan x ve y 'nin değerinin bir anlamı yoktur.

3.9.2. Lineer RGB ile XYZ arası renk dönüşümleri

XYZ uzayı ile lineer RGB uzayı arasındaki dönüşüm bir lineer dönüşümdür (lineer RGB denilmesinin sebebi de budur). Dolayısıyla dönüşüm bir matrisle hesaplanır. Bunun için sRGB (Standard Red Green Blue) uzayına ait 3 ana rengin XYZ koordinatlarının bilinmesi yeterlidir. sRGB ana renklerinin ve referans beyaz noktanın xy değerleri IEC 61966-2-1'de tanımlanmıştır. Bunlar;

referans kırmızı (0.64, 0.33)

referans yeşil (0.30, 0.60)

referans mavi (0.15, 0.06)

referans beyaz (D65) (0.312727, 0.329023)

şeklindeir. 3.11 ve 3.12 kullanılarak dönüşüm matrisi

$$M = \begin{bmatrix} 0.64/0.33 & 1 & (1 - 0.64 - 0.33)/0.33 \\ 0.30/0.60 & 1 & (1 - 0.30 - 0.60)/0.60 \\ 0.15/0.06 & 1 & (1 - 0.15 - 0.06)/0.06 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Y_k & 0 & 0 \\ 0 & Y_y & 0 \\ 0 & 0 & Y_m \end{bmatrix}$$

şeklinde hesaplanır.

Y_k, Y_y, Y_m değerlerini bulmak için beyaz rengin lineer RGB uzayında (1, 1, 1) noktasına karşılık geldiğini kullanacağız. Bunun için önce 3.11 ve 3.12'den beyaz rengin XYZ uzayında (0.95047, 1, 1.0888) noktasına karşılık geldiği bulunur. Sonra,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 0.95047 \\ 1 \\ 1.0888 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0.64/0.33 & 1 & (1 - 0.64 - 0.33)/0.33 \\ 0.30/0.60 & 1 & (1 - 0.30 - 0.60)/0.60 \\ 0.15/0.06 & 1 & (1 - 0.15 - 0.06)/0.06 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Y_k & 0 & 0 \\ 0 & Y_y & 0 \\ 0 & 0 & Y_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0.64/0.33 & 1 & (1 - 0.64 - 0.33)/0.33 \\ 0.30/0.60 & 1 & (1 - 0.30 - 0.60)/0.60 \\ 0.15/0.06 & 1 & (1 - 0.15 - 0.06)/0.06 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Y_k \\ Y_y \\ Y_m \end{bmatrix} \end{aligned}$$

eşitliğinden

$$\begin{bmatrix} Y_k \\ Y_y \\ Y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.21267395 \\ 0.71515107 \\ 0.07217497 \end{bmatrix}$$

bulunur.

M matrisi bu değerlerle tekrar hesaplanırsa

$$M = \begin{bmatrix} 0.41245857 & 0.35757554 & 0.18043743 \\ 0.21267395 & 0.71515107 & 0.07217497 \\ 0.01933399 & 0.11919185 & 0.95030377 \end{bmatrix}$$

bulunur. Linear RGB uzayındaki bir $v \in \mathbb{R}^3$ rengini XYZ renk uzayına dönüştürmek için

$$V = Mv \quad (3.13)$$

Eşitlik 3.13deki matris çarpımını hesaplamak yeterlidir. Tersine XYZ renk uzayındaki bir $V \in \mathbb{R}^3$ rengini linear RGB uzayına dönüştürmek için yine Eşitlik 3.13deki lineer denklemini çözmek yeterlidir.

3.9.3. sRGB ile linear RGB arası renk dönüşümleri

Linear RGB uzayındaki bir $(v_1, v_2, v_3) \in \mathbb{R}^3$ rengini sRGB uzayına dönüştürmek için her bir $i = 1, 2, 3$ için aşağıdaki işlem uygulanır. $S_0 = 3.1308 \times 10^{-3}$ olmak üzere,

$$V_i = \begin{cases} 12.92v_i & \text{eğer } v_i \leq S_0 \\ 1.055v_i^{1/2,4} - 0.055 & \text{değilse} \end{cases}$$

bu işleme *gama sıkıştırma* denir.

Tersine sRGB uzayındaki bir $(V_1, V_2, V_3) \in \mathbb{R}^3$ rengini linear RGB uzayına dönüştürmek için her bir $i = 1, 2, 3$ için aşağıdaki işlem uygulanır. $E_0 = 12.92S_0 = 0.04045$ olmak üzere,

$$v_i = \begin{cases} V_i/12.92 & \text{eğer } V_i \leq E_0 \\ (V_i + 0.055/1.055)^{2.4} & \text{değilse} \end{cases}$$

3.10. Renkli Görüntüyü Kompleks Girdili Matrise dönüştürme

Bu tezde sRGB uzayındaki bir renkli görüntüyü kompleks girdili bir matrise dönüştürmek için rengin luminans değeri herhangi bir dönüşüme tabi tutulmadan, krominans değeri ise SFC kullanılarak 2-boyuttan tek boyuta düşürülerek kullanıldı. Bu sayede renk 2-boyutlu olarak temsil edilmiş oldu.

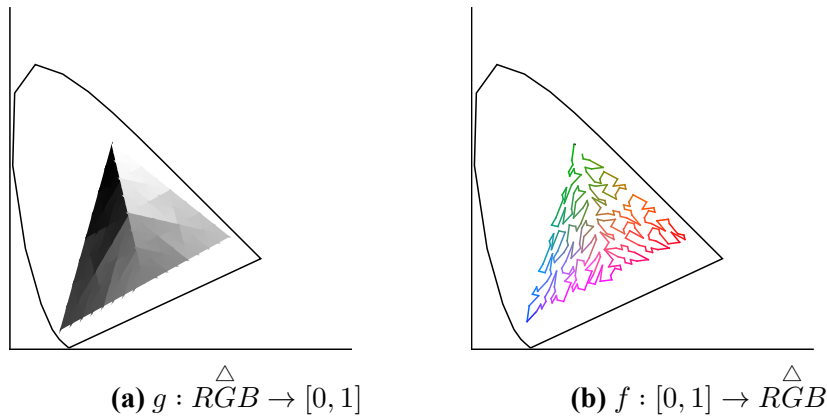
Damgalama yaparken görüntünün matris temsili üzerinde az da olsa değişiklikler yapılır. Bir metodun dijital damgalamaya, hissedilmezlik açısından, uygun olması için yapılan bu değişikliğin görüntü üzerinde çok fazla bir değişikliğe sebep olmaması gerekir. Bu açıdan SFC, özel olarak da genelleştirilmiş Sierpinski eğrisi, sürekli olduğundan, damgalama için uygun bir metoddur.

Algoritma 2 ile tanımlanan f fonksiyonu sRGB uzayını kaplayan genelleştirilmiş Sierpinski eğrisidir. f fonksiyonu sayesinde $[0, 1]$ aralığındaki her bir sayıyı sRGB uzayında bir rengin krominans değerine karşılık getirdik. Algoritma 1 ile tanımlanan g fonksiyonu ile de bu işlemi tersine çevirerek, sRGB uzayındaki her bir rengin krominans değerine karşılık $[0, 1]$ aralığında bir reel sayı karşılık getirdik.

Aslında bu şekilde tanımlanan f ve g fonksiyonları birbirinin tersi değildir. Zira f fonksiyonu sürekli ve örten olduğundan tersi yoktur (Netto, 1879; M. Bader, 2013). Bu f fonksiyonu $[0, 1]$ aralığının alt aralıklarını sRGB üçgeninin alt üçgenlerine dönüştürüp, bu üçgenlerin ortasını verir. g fonksiyonu ise sRGB üçgeni içinde verilen bir noktanın (krominansın) içinde bulunduğu üçgene karşılık gelen $[0, 1]$ aralığının alt aralığını verir. MacAdam (1937)'nin çalışmaları, insan gözünün sonsuz farklı rengi algılayamayacağını ortaya çıkarmıştır. Dolayısıyla tanımlanan bu f ve g fonksiyonlarının sonlu durumda birbirinin tersi olarak çalışmaları bizim için yeterlidir.

Her ne kadar görüntünün krominans değeri $[0, 1]$ aralığına dönüştürülmüş olsa da Damgalama işlemi sonucu bu değer rahatlıkla bu aralığın dışına çıkıp geçersiz bir renge karşılık gelebilir. Bu durumu önlemek için genelleştirilmiş Sierpinski eğrisi aynı noktada başlayıp bidecek şekilde modifiye edildi. Algoritma 1'de 2-8 arasındaki ve Algoritma 2'de 22-26 arasındaki satırlar bu yüzden eklenmiştir.

sRGB uzayında 228 noktadan geçen f fonksiyonunun görünümü **Şekil 3.23b**'de verilmiştir. Uygulamada ise bu değeri, 32 bit float sayılar kullandığımız için, 2^{23} olarak kullandık. **Şekil 3.23a**'da f fonksiyonunun sürekliliği görülebilir.



Şekil 3.23. xy -chromaticity diyagramı üzerinde g ve f fonksiyonları

Algoritma 1: g fonksiyonu

Veri: $\triangle RGB$ ve $bitdepth$
Girdi: $P \in \triangle RGB$
Çıktı: $t \in [0, 1]$

```

1  $t \leftarrow 0$ ;
2  $D \leftarrow (R + B)/2$ ;
3 if  $(P_y - G_y)(G_x - D_x) >$ 
    $(G_y - D_y)(P_x - G_x)$  then
4    $R, G, B \leftarrow G, R, D$ ;
5    $t \leftarrow 2^{-1}$ ;
6 else
7    $R, G, B \leftarrow D, B, G$ ;
8 end
9 for  $i \leftarrow 1$  to  $bitdepth$  do
10   $D \leftarrow (R + B)/2$ ;
11  if  $(P_y - G_y)(G_x D_x) >$ 
     $(G_y - D_y)(P_x - G_x) \vee i|2$ 
    then
12     $B \leftarrow G$ ;
13     $t \leftarrow t + 2^{-i-1}$ ;
14  else
15     $R \leftarrow G$ ;
16  end
17   $G \leftarrow D$ ;
18 end
19 return  $t$ 

```

Algoritma 2: f fonksiyonu

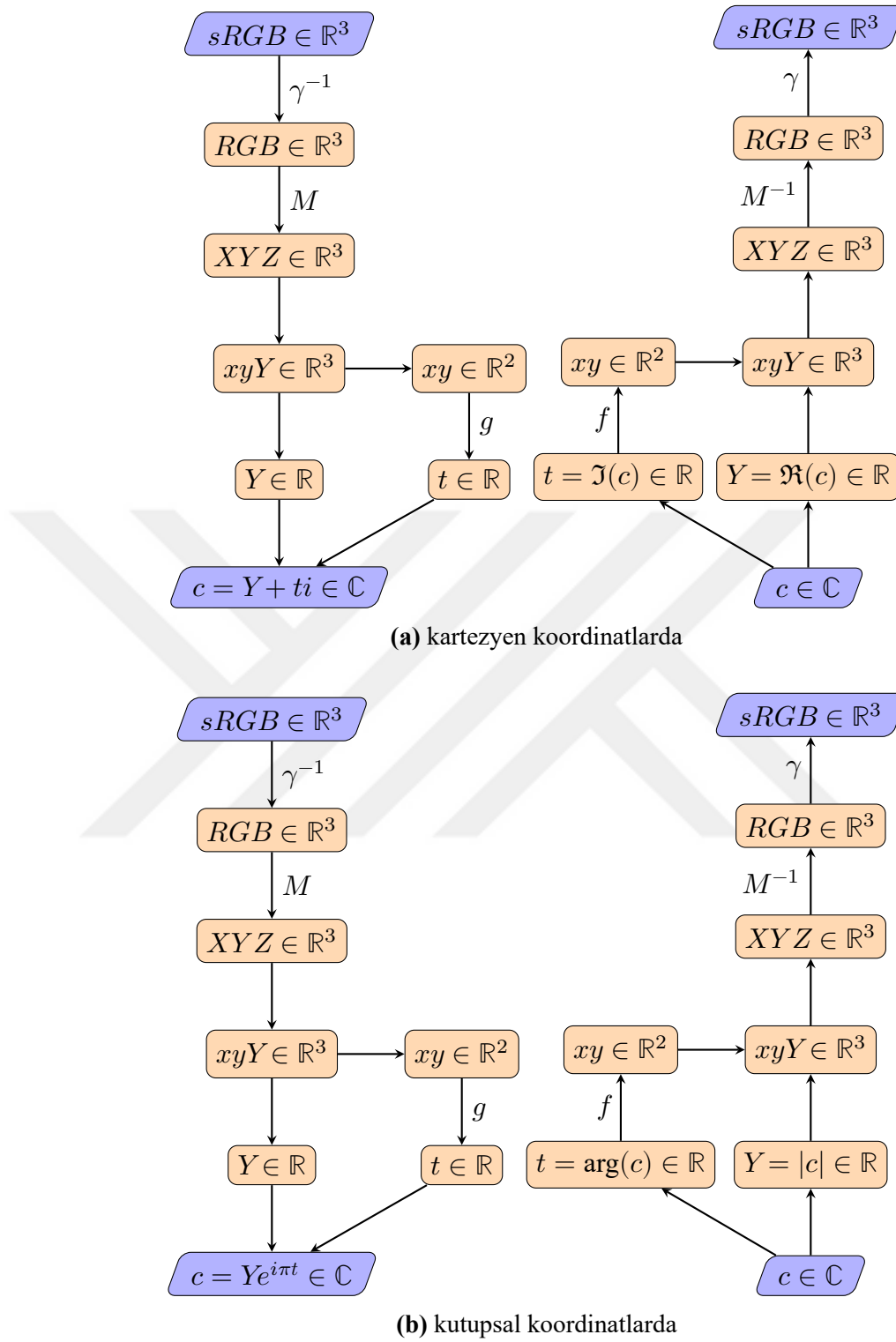
Veri: $\triangle RGB$ ve $bitdepth$
Girdi: $t \in [0, 1]$
Çıktı: $P \in \triangle RGB$

```

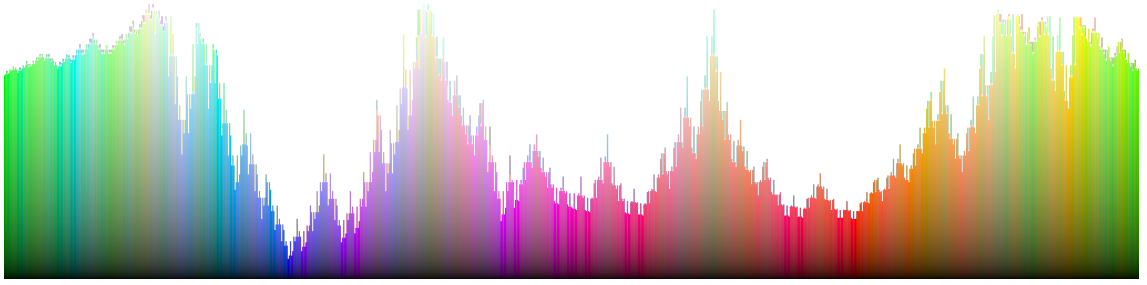
20  $t \leftarrow 2t$ ;
21  $D \leftarrow (R + B)/2$ ;
22 if  $\lfloor t \rfloor \equiv 1 \pmod{2}$  then
23    $R, G, B \leftarrow G, R, D$ ;
24 else
25    $R, G, B \leftarrow D, B, G$ ;
26 end
27 for  $i \leftarrow 1$  to  $bitdepth$  do
28    $t \leftarrow 2t$ ;
29    $D \leftarrow (R + B)/2$ ;
30   if  $\lfloor t \rfloor \equiv 1 \pmod{2}$  then
31      $B \leftarrow G$ ;
32   else
33      $R \leftarrow G$ ;
34   end
35    $G \leftarrow D$ ;
36 end
37  $P \leftarrow (B + G + R)/3$ ;
38 return  $P$ 

```

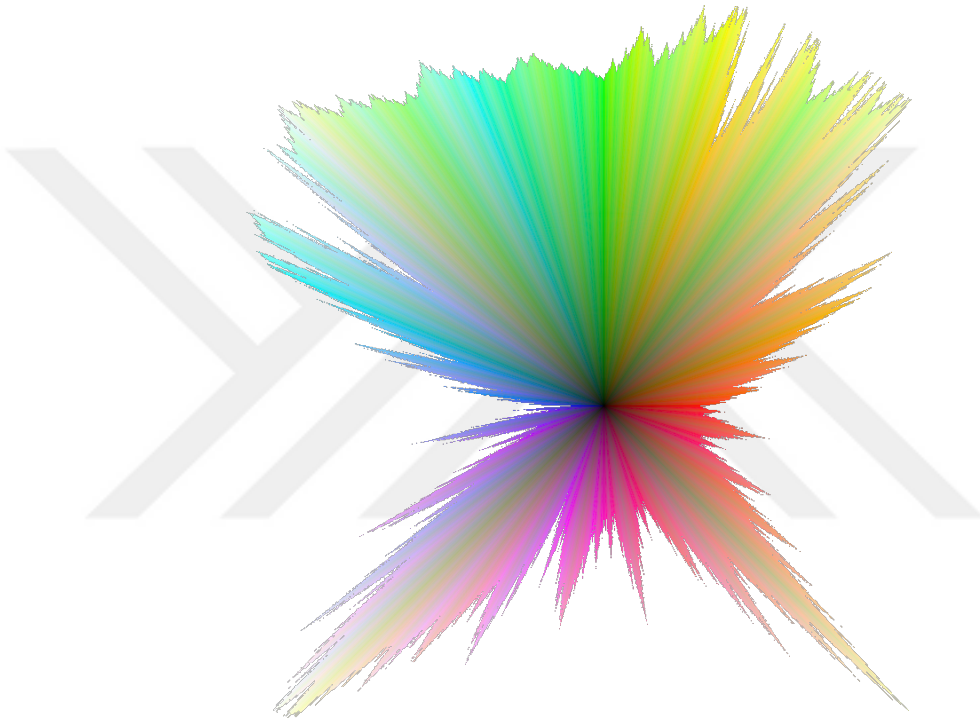
Bir kompleks sayı, kartezyen koordinatlarda $z = a + bi$ şeklinde ya da kutupsal koordinatlarda $z = re^{i\theta}$ şeklinde 2 reel sayı ile ifade edilebilir. sRGB uzayı üzerinde tanımladığımız genelleştirilmiş Sierpinski eğrisinin başladığı noktaya dönmesi, periyodik bir şekilde ifade edilebilmesini kolaylaştırmaktadır. Bu yüzden kutupsal formu daha uygun görünmektedir. Diğer yandan kutupsal form daha fazla hesaplama gerektirdiğinden, bazen kutupsal form, bazen de kartezyen form tercih edilebilir. Bu yüzden renkli görüntüyü kompleks matrise dönüştürürken iki farklı yöntem kullandık.



Şekil 3.24. sRGB renk uzayındaki bir renk ile bir kompleks sayının birbirine dönüştürülmesi diyagramları



(a) kartezyen koordinatlarda



(b) kutupsal koordinatlarda

Şekil 3.25. sRGB uzayının kompleks düzlem üzerinde gösterilişi (Bit derinliği 10 alınmıştır)

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Çizelge 4.1. 16 bit olarak kaydedilmiş host görüntülerden çıkarılan damgaların NCC ve SSIM değerleri

Metod	SF	Host		Damga	
		PSNR	SSIM	NCC	SSIM
Chandra (2002)	0.0625	27.2dB	98.1%	100.0%	97.8%
R. Liu ve T. Tan (2002)	0.1	32.1dB	97.7%	100.0%	99.8%
Mohammad vd. (2008)	0.02	36.9dB	96.9%	99.9%	90.6%
Jain vd. (2008)	0.02	36.9dB	96.9%	99.9%	89.9%
Ganic ve Eskicioğlu (2004)	0.05	35.2dB	99.7%	100.0%	99.2%

(a) Gri tonlamalı görüntü

Metod	SF	Host		Damga	
		PSNR	SSIM	NCC	SSIM
Chandra (2002)	0.00390625	40.3dB	99.0%	97.1%	56.1%
R. Liu ve T. Tan (2002)	0.00625	44.6dB	99.6%	99.9%	96.9%
Mohammad vd. (2008)	0.00125	38.8dB	98.7%	83.6%	5.4%
Jain vd. (2008)	0.00125	38.7dB	98.7%	83.2%	5.3%
Ganic ve Eskicioğlu (2004)	0.003125	43.9dB	99.5%	96.7%	51.8%

(b) Kompleks renkli görüntü

Metod	SF	Host		Damga	
		PSNR	SSIM	NCC	SSIM
Chandra (2002)	0.0078125	23.0dB	87.9%	42.6%	14.7%
R. Liu ve T. Tan (2002)	0.0125	31.4dB	97.0%	92.2%	89.4%
Mohammad vd. (2008)	0.0025	28.9dB	94.6%	-20.9%	-0.0%
Jain vd. (2008)	0.0025	28.5dB	94.5%	-21.2%	-0.0%
Ganic ve Eskicioğlu (2004)	0.00625	26.5dB	92.6%	72.6%	19.8%

(c) Kompleks (kutupsal formda) renkli görüntü

Çizelge 4.2. 90° dönme uygulanmış host görüntülerden çıkarılan damgaların NCC ve SSIM değerleri

Metod	SF	Host		Damga	
		PSNR	SSIM	NCC	SSIM
Chandra (2002)	0.0625	10.6dB	42.2%	100.0%	100.0%
R. Liu ve T. Tan (2002)	0.1	10.9dB	42.1%	100.0%	100.0%
Mohammad vd. (2008)	0.02	11.2dB	44.7%	-1.6%	-0.0%
Jain vd. (2008)	0.02	11.2dB	45.9%	-4.0%	0.0%
Ganic ve Eskicioğlu (2004)	0.05	11.0dB	44.9%	100.0%	100.0%

(a) Gri tonlamalı görüntü

Metod	SF	Host		Damga	
		PSNR	SSIM	NCC	SSIM
Chandra (2002)	0.00390625	11.3dB	32.0%	100.0%	100.0%
R. Liu ve T. Tan (2002)	0.00625	11.3dB	32.2%	100.0%	100.0%
Mohammad vd. (2008)	0.00125	11.3dB	31.9%	76.4%	0.0%
Jain vd. (2008)	0.00125	11.3dB	31.9%	75.2%	0.0%
Ganic ve Eskicioğlu (2004)	0.003125	11.3dB	32.2%	100.0%	100.0%

(b) Kompleks renkli görüntü

Metod	SF	Host		Damga	
		PSNR	SSIM	NCC	SSIM
Chandra (2002)	0.0078125	7.2dB	28.7%	100.0%	100.0%
R. Liu ve T. Tan (2002)	0.0125	7.1dB	31.1%	100.0%	100.0%
Mohammad vd. (2008)	0.0025	7.1dB	30.4%	-17.9%	-0.0%
Jain vd. (2008)	0.0025	7.1dB	30.4%	-22.0%	0.0%
Ganic ve Eskicioğlu (2004)	0.00625	7.1dB	29.9%	100.0%	100.0%

(c) Kompleks (kutupsal formda) renkli görüntü

Çizelge 4.3. JPEG (Joint Photographic Experts Group) olarak kaydedilmiş host görüntülerden çıkarılan damgaların NCC ve SSIM değerleri

Metod	SF	Host		Damga	
		PSNR	SSIM	NCC	SSIM
Chandra (2002)	0.0625	26.7dB	94.6%	99.3%	60.8%
R. Liu ve T. Tan (2002)	0.1	30.1dB	94.3%	99.6%	70.2%
Mohammad vd. (2008)	0.02	33.0dB	95.1%	22.4%	1.0%
Jain vd. (2008)	0.02	32.2dB	93.6%	47.9%	1.8%
Ganic ve Eskicioğlu (2004)	0.05	31.8dB	95.9%	99.7%	78.1%

(a) Gri tonlamalı görüntü

Metod	SF	Host		Damga	
		PSNR	SSIM	NCC	SSIM
Chandra (2002)	0.00390625	32.0dB	95.0%	70.9%	0.4%
R. Liu ve T. Tan (2002)	0.00625	32.2dB	95.1%	92.5%	80.2%
Mohammad vd. (2008)	0.00125	32.0dB	95.0%	76.0%	0.0%
Jain vd. (2008)	0.00125	31.9dB	94.9%	74.7%	-0.0%
Ganic ve Eskicioğlu (2004)	0.003125	32.2dB	95.2%	74.0%	-1.1%

(b) Kompleks renkli görüntü

Metod	SF	Host		Damga	
		PSNR	SSIM	NCC	SSIM
Chandra (2002)	0.0078125	22.9dB	88.6%	-3.7%	0.9%
R. Liu ve T. Tan (2002)	0.0125	27.5dB	94.6%	10.9%	67.3%
Mohammad vd. (2008)	0.0025	27.1dB	94.0%	-27.4%	0.0%
Jain vd. (2008)	0.0025	26.6dB	93.5%	-30.7%	-0.0%
Ganic ve Eskicioğlu (2004)	0.00625	25.4dB	92.0%	-11.8%	-0.1%

(c) Kompleks (kutupsal formda) renkli görüntü

5. SONUÇLAR

Bu tezde daha önce gri tonlamalı görüntülere uygulanmış olan metodları renkli görüntülere uygulayabilmek için, renkli görüntüleri kompleks matrislere dönüştüren bir dönüşüm bulundu.

Renkli görüntüler 3 boyutlu tensörlerle temsil edilir. Burada ilk iki boyut görüntünün eni ve boyu iken 3. boyut renk boyutudur. sRGB (Standard Red Green Blue) uzayındaki renkli görüntü önce lineer RGB uzayına, ardından XYZ uzayına ve nihayet xyY uzayına dönüştürüldü. Bu aşamaya kadar renk hala 3 bileşenle ifade edildi. xy uzayında, sRGB uzayında oluşturulabilen bütün renkler üçgensel bir bölge içindedir. Genelleştirilmiş Sierpiński eğrisi sayesinde bu üçgensel bölge $[0, 1]$ kapalı aralığına dönüştürüldü. Y bileşeni ise aynen alındı. Bu şekilde görüntüdeki renkler reel kısmı Y bileşeni ve imajiner kısmı xy bileşeni olan kompleks sayılara dönüşmüş oldu. Başlangıçtaki 3 boyutlu tensör ise bir kompleks matrise dönüşmüş oldu.

Benzer şekilde Y bileşeni kompleks sayının mutlak değeri ve xy bileşeni de argümanı ile eşleştirilerek ayrıca bir de kutupsal form geliştirildi.

Bu sayede örnek olarak seçtiğimiz Chandra (2002), R. Liu ve T. Tan (2002), Ganic ve Eskicioğlu (2004), Xing ve J. Tan (2007), Jain vd. (2008) ve Mohammad vd. (2008) yöntemlerini hem gri tonlamalı görüntülere hem de renkli görüntülere uyguladık.

Kompleks matrisleri tekrar sRGB uzayına dönüştürmek için genelleştirilmiş Sierpiński eğrisinin tersi kullanılarak reel ve imajiner kısımlar 3 boyutlu tensöre dönüştürüldü. xyY uzayından XYZ uzayına, oradan lineer RGB uzayına ve en son sRGB uzayına dönüştürülerek watermarking işlemi tamamlandı.

Elde edilen sonuçlar PSNR (Peak Signal To Noice Ratio), NCC (Normalized Crossed Correlation ya da Normalized Correlatio Coefficient) ve SSIM (Structured Similarity Index Measure) ile ölçüldü.

Elde edilen sonuçlar Bölüm 4'te verilmiştir.

6. KAYNAKLAR

- Netto, E. (1879). Beitrag zur Mannigfaltigkeitslehre. *Journal für die reine und angewandte Mathematik (Crelles Journal)* 1879.86, pp. 263–268. <https://doi.org/10.1515/crll.1879.86.263>.
- Peano, G. (1890). Sur une courbe, qui remplit toute une aire plane. *Mathematische Annalen* 36.1, pp. 157–160. <https://doi.org/10.1007/bf01199438>.
- Hilbert, D. (1891). Ueber die stetige Abbildung einer Line auf ein Flächenstück. *Mathematische Annalen* 38.3, pp. 459–460. <https://doi.org/10.1007/bf01199431>.
- Cesàro, E. (1905). Remarques sur la courbe de von Koch. *Atti della Reale Accademia delle Scienze in Cesaro* 2, pp. 464–479.
- Sierpinski, W. (1912). Sur une nouvelle courbe continue qui remplit toute une aire plane. *Bull. Acad. Sci. Cracovie (Sci. math. et nat. Serie A)*, pp. 462–478.
- Polya, G. (1913). Über eine Peanosche kurve. *Bull. Acad. Sci. Cracovie (Sci. math. et nat. Série A)*, pp. 305–313.
- Knopp, K. (1917). Einheitliche Erzeugung und Darstellung der Kurven von Peano, Osgood und von Koch. *Archiv der Mathematik und Physik* 26, pp. 103–115.
- MacAdam, D. L. (1937). Projective Transformations of I C I Color Specifications. *Journal of the Optical Society of America* 27.8, p. 294. <https://doi.org/10.1364/josa.27.000294>.
- MacAdam, D. L. (1942). Visual Sensitivities to Color Differences in Daylight. *Journal of the Optical Society of America* 32.5, p. 247. <https://doi.org/10.1364/josa.32.000247>.
- Frank, H. E. (1961). Identification of sound and like signals. US Patent 3004104 A.
- Arnold, V. I. and Avez, A. (1968). Ergodic problems of classical mechanics. Vol. 9. Benjamin.
- Lax, P. D. (1973). The differentiability of Pólya's function. *Advances in Mathematics* 10.3, pp. 456–464. [https://doi.org/10.1016/0001-8708\(73\)90125-4](https://doi.org/10.1016/0001-8708(73)90125-4).
- Tanaka, K., Nakamura, Y., and Members, K. M. (1990). Embedding the attribute information into a dithered image. *Systems and Computers in Japan* 21.7, pp. 43–50. <https://doi.org/10.1002/scj.4690210705>.
- Caronni, G. (1993). Ermitteln unauthorisierter Verteiler von maschinenlesbaren Daten. *Ermitteln unauthorisierter Verteiler von maschinenlesbaren Daten*.

- Sagan, H. (1994). *Space-Filling Curves*. Springer New York. <https://doi.org/10.1007/978-1-4612-0871-6>.
- Tirkel, A. Z., Technology, S., Rankin, G. A., and Schyndel, R. G. V. (1994). *Electronic Watermark*. July 2016.
- Zhao, J. and Koch, E. (1995). Towards Robust and Hidden Image Copyright Labelling. *Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing*, pp. 20–23.
- Cox, I., Kilian, J., Leighton, F., and Shamoon, T. (1997). Secure spread spectrum watermarking for multimedia. *IEEE Transactions on Image Processing* 6.12, pp. 1673–1687. <https://doi.org/10.1109/83.650120>.
- Hsu, C.-T. and Wu, J.-L. (1998). Multiresolution watermarking for digital images. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing* 45.8, pp. 1097–1101. <https://doi.org/10.1109/82.718818>.
- Nikolaidis, N. and Pitas, I. (1998). Robust image watermarking in the spatial domain. *Signal Processing* 66.
- Hartung, F. and Kutter, M. (1999). Multimedia watermarking techniques. *Proceedings of the IEEE* 87.7, pp. 1079–1107. <https://doi.org/10.1109/5.771066>.
- Hsu, C.-T. and Wu, J.-L. (1999). Hidden digital watermarks in images. *IEEE Transactions on Image Processing* 8.1, pp. 58–68. <https://doi.org/10.1109/83.736686>.
- Hernandez, J., Amado, M., and Perez-Gonzalez, F. (2000). DCT-domain watermarking techniques for still images: detector performance analysis and a new structure. *IEEE Transactions on Image Processing* 9.1, pp. 55–68. <https://doi.org/10.1109/83.817598>.
- Lie, W.-N., Lin, G.-S., Wu, C.-L., and Wang, T.-C. (2000). Robust image watermarking on the DCT domain. *2000 IEEE International Symposium on Circuits and Systems. Emerging Technologies for the 21st Century. Proceedings (IEEE Cat No.00CH36353)*. Presses Polytech. Univ. Romandes. <https://doi.org/10.1109/iscas.2000.857069>.
- Lin, S. and Chen, C.-F. (2000). A robust DCT-based watermarking for copyright protection. *IEEE Transactions on Consumer Electronics* 46.3, pp. 415–421. <https://doi.org/10.1109/30.883387>.
- Qi, D., Zou, J., and Han, X. (2000). A new class of scrambling transformation and its application in the image information covering. *Science in China Series E: Technological Sciences* 43.3, pp. 304–312. <https://doi.org/10.1007/bf02916835>.

- Barni, M., Bartolini, F., and Piva, A. (2001). Improved wavelet-based watermarking through pixel-wise masking. *IEEE Transactions on Image Processing* 10.5, pp. 783–791. <https://doi.org/10.1109/83.918570>.
- Gorodetski, V. I., Popyack, L. J., Samoilov, V., and Skormin, V. A. (2001). SVD-Based Approach to Transparent Embedding Data into Digital Images. *Information Assurance in Computer Networks*. Springer Berlin Heidelberg, pp. 263–274. https://doi.org/10.1007/3-540-45116-1_26.
- Chandra, D. (2002). Digital image watermarking using singular value decomposition. *The 2002 45th Midwest Symposium on Circuits and Systems, 2002. MWSCAS-2002*. IEEE. <https://doi.org/10.1109/mwscas.2002.1187023>.
- Cox, I. J. and Miller, M. L. (2002). The First 50 Years of Electronic Watermarking. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing* 2002.2. <https://doi.org/10.1155/s1110865702000525>.
- Liu, R. and Tan, T. (2002). An SVD-based watermarking scheme for protecting rightful ownership. *IEEE Transactions on Multimedia* 4.1, pp. 121–128. <https://doi.org/10.1109/6046.985560>.
- Sun, R., Sun, H., and Yao, T. (2002). A SVD- and quantization based semi-fragile watermarking technique for image authentication. *6th International Conference on Signal Processing, 2002*. IEEE. <https://doi.org/10.1109/icosp.2002.1180102>.
- Brainard, D. H. (2003). Color Appearance and Color Difference Specification. *The Science of Color*. Elsevier, pp. 191–216. <https://doi.org/10.1016/b978-044451251-2/50006-4>.
- Chu, W. (2003). DCT-based image watermarking using subsampling. *IEEE Transactions on Multimedia* 5.1, pp. 34–38. <https://doi.org/10.1109/tmm.2003.808816>.
- Kuehni, R. G. (2003). Color Space and Its Divisions. John Wiley & Sons, Inc. <https://doi.org/10.1002/0471432261>.
- Lin, S., Shie, S., and Chen, C. (2003). A Dct-Based Image Watermarking With Threshold Embedding. *International Journal of Computers and Applications* 25.2, pp. 130–135. <https://doi.org/10.1080/1206212x.2003.11441694>.
- Ganic, E. and Eskicioğlu, A. M. (2004). Robust DWT-SVD domain image watermarking. *Proceedings of the 2004 multimedia and security workshop on Multimedia and security - MM&Sec '04*. ACM Press. <https://doi.org/10.1145/1022431.1022461>.

- Wang, Z., Bovik, A., Sheikh, H., and Simoncelli, E. (2004). Image Quality Assessment: From Error Visibility to Structural Similarity. *IEEE Transactions on Image Processing* 13.4, pp. 600–612. <https://doi.org/10.1109/tip.2003.819861>.
- Chang, C.-C., Tsai, P., and Lin, C.-C. (2005). SVD-based digital image watermarking scheme. *Pattern Recognition Letters* 26.10, pp. 1577–1586. <https://doi.org/10.1016/j.patrec.2005.01.004>.
- Ganic, E. (2005). Robust embedding of visual watermarks using discrete wavelet transform and singular value decomposition. *Journal of Electronic Imaging* 14.4, p. 043004. <https://doi.org/10.1117/1.2137650>.
- Zhang, X.-P. and Li, K. (2005). Comments on "An SVD-based watermarking scheme for protecting rightful Ownership". *IEEE Transactions on Multimedia* 7.3, pp. 593–594. <https://doi.org/10.1109/tmm.2005.843357>.
- Chareyron, G., Coltuc, D., and Trémeau, A. (2006). Watermarking and Authentication of Color Images Based on Segmentation of the *Color Space*. *Journal of Imaging Science and Technology* 50.5, pp. 411–423. [https://doi.org/10.2352/j.imagingsci.technol.\(2006\)50:5\(411\)](https://doi.org/10.2352/j.imagingsci.technol.(2006)50:5(411)).
- Karybali, I. G. and Berberidis, K. (2006). Efficient spatial image watermarking via new perceptual masking and blind detection schemes. *IEEE Transactions on Information Forensics and security* 1.
- Meggs, P. B. M. (2006). *History of Graphic Design*.—4th ed. Hoboken, nj: John Wiley & Sons, Inc.
- Shieh, J.-M., Lou, D.-C., and Chang, M.-C. (2006). A semi-blind digital watermarking scheme based on singular value decomposition. *Computer Standards & Interfaces* 28.4, pp. 428–440. <https://doi.org/10.1016/j.csi.2005.03.006>.
- Yavuz, E. and Telatar, Z. (2006). SVD Adapted DCT Domain DC Subband Image Watermarking Against Watermark Ambiguity. *Multimedia Content Representation, Classification and Security*. Springer Berlin Heidelberg, pp. 66–73. https://doi.org/10.1007/11848035_11.
- Chung, K.-L., Yang, W.-N., Huang, Y.-H., Wu, S.-T., and Hsu, Y.-C. (2007). On SVD-based watermarking algorithm. *Applied Mathematics and Computation* 188.1, pp. 54–57. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2006.09.117>.
- Al-Haj, A. (2007). Combined DWT-DCT Digital Image Watermarking. *Journal of Computer Science* 3.9, pp. 740–746. <https://doi.org/10.3844/jcssp.2007.740.746>.

- Rydzaczewski, R. (2007). Comments on “An SVD-Based Watermarking Scheme for Protecting Rightful Ownership”. *IEEE Transactions on Multimedia* 9.2, pp. 421–423. <https://doi.org/10.1109/tmm.2006.886297>.
- Schanda, J., ed. (2007). *Colorimetry*. John Wiley & Sons, Inc. <https://doi.org/10.1002/9780470175637>.
- Xing, Y. and Tan, J. (2007). A Color Watermarking Scheme Based on Block-SVD and Arnold Transformation. *Second Workshop on Digital Media and its Application in Museum & Heritages (DMAMH 2007)*. IEEE. <https://doi.org/10.1109/dmamh.2007.15>.
- Yavuz, E. and Telatar, Z. (2007). Improved SVD-DWT based digital image watermarking against watermark ambiguity. *Proceedings of the 2007 ACM symposium on Applied computing - SAC '07*. ACM Press. <https://doi.org/10.1145/1244002.1244232>.
- Aslantaş, V. (2008). A singular-value decomposition-based image watermarking using genetic algorithm. *AEU - International Journal of Electronics and Communications* 62.5, pp. 386–394. <https://doi.org/10.1016/j.aeue.2007.02.010>.
- Fan, M.-Q., Wang, H.-X., and Li, S.-K. (2008). Restudy on SVD-based watermarking scheme. *Applied Mathematics and Computation* 203.2, pp. 926–930. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2008.05.003>.
- Hamilton, E. (2008). JFIF (JPEG File Interchange Format). *Encyclopedia of Multimedia*. Springer US, pp. 377–377. https://doi.org/10.1007/978-0-387-78414-4_97.
- Jain, C., Arora, S., and Panigrahi, P. K. (2008). A Reliable SVD based Watermarking Schem. <https://doi.org/10.48550/ARXIV.0808.0309>.
- Lai, C.-C., Huang, H.-C., and Tsai, C.-C. (2008). Image Watermarking Scheme Using Singular Value Decomposition and Micro-genetic Algorithm. *2008 International Conference on Intelligent Information Hiding and Multimedia Signal Processing*. IEEE. <https://doi.org/10.1109/iih-msp.2008.168>.
- Mohammad, A. A., Alhaj, A., and Shaltaf, S. (2008). An improved SVD-based watermarking scheme for protecting rightful ownership. *Signal Processing* 88.9, pp. 2158–2180. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2008.02.015>.
- Mohan, B. and Kumar, S. S. (2008). A Robust Image Watermarking Scheme using Singular Value Decomposition. *Journal of Multimedia* 3.1. <https://doi.org/10.4304/jmm.3.1.7-15>.
- Phadikar, A., Maity, S. P., and Kundu, M. K. (2008). Quantization Based Data Hiding Scheme for Efficient Quality Access Control of Images Using DWT via Lifting. *2008*

- Sixth Indian Conference on Computer Vision, Graphics & Image Processing*. IEEE. <https://doi.org/10.1109/icvgip.2008.23>.
- Xu, D. and Zhu, G. (2008). QIM-based digital image watermarking scheme. *Huazhong Keji Daxue Xuebao (Ziran Kexue Ban)/Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition)*.
- Yang, Y. (2008). Removable visible image watermarking algorithm in the discrete cosine transform domain. *Journal of Electronic Imaging* 17.3, p. 033008. <https://doi.org/10.1117/1.2952843>.
- Aslantaş, V. (2009). An optimal robust digital image watermarking based on SVD using differential evolution algorithm. *Optics Communications* 282.5, pp. 769–777. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2008.11.024>.
- Kolda, T. G. and Bader, B. W. (2009). Tensor Decompositions and Applications. *SIAM Review* 51.3, pp. 455–500. <https://doi.org/10.1137/07070111x>.
- Stewart, J. M. (2009). Python for Scientists. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/cbo9781107447875>.
- Van Rossum, G. and Drake, F. L. (2009). Python 3 Reference Manual. Scotts Valley, CA: CreateSpace.
- Amirtharajan, R. and Balaguru, R. B. (2010). Constructive Role of SFC & RGB Fusion versus Destructive Intrusion. *International Journal of Computer Applications* 1.20, pp. 34–40. <https://doi.org/10.5120/426-629>.
- Golea, N. E.-H., Seghir, R., and Benzid, R. (2010). A bind RGB color image watermarking based on singular value decomposition. *ACS/IEEE International Conference on Computer Systems and Applications - AICCSA 2010*. IEEE. <https://doi.org/10.1109/aiccsa.2010.5586967>.
- Jagadeesh, B., Kumar, S. S., and Rajeswari, K. R. (2010). Image Watermarking Scheme Using Singular Value Decomposition, Quantization and Genetic Algorithm. *2010 International Conference on Signal Acquisition and Processing*. IEEE. <https://doi.org/10.1109/icsap.2010.71>.
- Lai, C.-C. and Tsai, C.-C. (2010). Digital Image Watermarking Using Discrete Wavelet Transform and Singular Value Decomposition. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 59.11, pp. 3060–3063. <https://doi.org/10.1109/tim.2010.2066770>.
- Lin, S. D., Shie, S.-C., and Guo, J. (2010). Improving the robustness of DCT-based image watermarking against JPEG compression. *Computer Standards & Interfaces* 32.1-2, pp. 54–60. <https://doi.org/10.1016/j.csi.2009.06.004>.

- Pei, S.-C., Liu, H.-H., Liu, T.-J., and Liu, K.-H. (2010). Color image watermarking using SVD. *2010 IEEE International Conference on Multimedia and Expo*. IEEE. <https://doi.org/10.1109/icme.2010.5583883>.
- Xing, Y. and Tan, J. (2010a). A color image watermarking scheme resistant against geometrical attacks. *Radioengineering* 19.1, pp. 62–67.
- Xing, Y. and Tan, J. (2010b). Mistakes in the paper entitled “A singular-value decomposition-based image watermarking using genetic algorithm”. *AEU - International Journal of Electronics and Communications* 64.1, pp. 80–81. <https://doi.org/10.1016/j.aeue.2008.09.007>.
- Dharwadkar, N. V., Amberker, B. B., and Gorai, A. (2011). Non-blind watermarking scheme for color images in RGB space using DWT-SVD. *2011 International Conference on Communications and Signal Processing*. IEEE. <https://doi.org/10.1109/iccsp.2011.5739368>.
- Dogan, S., Tuncer, T., Avci, E., and Gulden, A. (2011). A robust color image watermarking with Singular Value Decomposition method. *Advances in Engineering Software* 42.6, pp. 336–346. <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2011.02.012>.
- Fındık, O., Babaoğlu, İ., and Ülker, E. (2011). A color image watermarking scheme based on artificial immune recognition system. *Expert Systems with Applications* 38.3, pp. 1942–1946. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2010.07.126>.
- Lagzian, S., Soryani, M., and Fathy, M. (2011). A New Robust Watermarking Scheme Based on RDWT-SVD. *International Journal of Intelligent Information Processing* 2.1, pp. 22–29. <https://doi.org/10.4156/ijiip.vol2.issue1.3>.
- Lai, C.-C. (2011). An improved SVD-based watermarking scheme using human visual characteristics. *Optics Communications* 284.4, pp. 938–944. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2010.10.047>.
- Niu, P.-P., Wang, X.-Y., Yang, Y.-P., and Lu, M.-Y. (2011). A novel color image watermarking scheme in nonsampled contourlet-domain. *Expert Systems with Applications* 38.3, pp. 2081–2098. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2010.07.147>.
- Rastegar, S., Namazi, F., Yaghmaie, K., and Aliabadian, A. (2011). Hybrid watermarking algorithm based on Singular Value Decomposition and Radon transform. *AEU - International Journal of Electronics and Communications* 65.7, pp. 658–663. <https://doi.org/10.1016/j.aeue.2010.09.008>.
- Wenyin, Z. and Shih, F. Y. (2011). Semi-fragile spatial watermarking based on local binary pattern operators. *Optics Communication* 284.

- Ghafoor, A. and Imran, M. (2012). A non-blind color imagewatermarking scheme resistant against geometric attacks. *Radioengineering* 21.4, pp. 1246–1251.
- Gupta, A. K. and Raval, M. S. (2012). A robust and secure watermarking scheme based on singular values replacement. *Sadhana* 37.4, pp. 425–440. <https://doi.org/10.1007/s12046-012-0089-x>.
- Hassan, M. and Bhagvati, C. (2012). Structural Similarity Measure for Color Images. *International Journal of Computer Applications* 43.14, pp. 7–12. <https://doi.org/10.5120/6169-8590>.
- Huang, X. and Zhao, S. (2012). An Adaptive Digital Image Watermarking Algorithm Based on Morphological Haar Wavelet Transform. *Physics Procedia* 25, pp. 568–575. <https://doi.org/10.1016/j.phpro.2012.03.127>.
- Khalifa, A. and Hamad, S. (2012). A Robust non-Blind Algorithm for Watermarking Color Images using Multi-resolution Wavelet Decomposition. *International Journal of Computer Applications* 37.8, pp. 33–39. <https://doi.org/10.5120/4631-6666>.
- Lang, F., Zhou, J., Cang, S., Yu, H., and Shang, Z. (2012). A self-adaptive image normalization and quaternion PCA based color image watermarking algorithm. *Expert Systems with Applications* 39.15, pp. 12046–12060. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2012.03.070>.
- Liu, K.-C. (2012). Colour image watermarking for tamper proofing and pattern-based recovery. *IET Image Processing* 6.5, p. 445. <https://doi.org/10.1049/iet-ipr.2011.0574>.
- Ramamurthy, N. and Varadarajan, S. (2012). The robust digital image watermarking scheme with back propagation neural network in DWT domain. *Procedia Engineering* 388.
- Run, R.-S., Horng, S.-J., Lai, J.-L., Kao, T.-W., and Chen, R.-J. (2012). An improved SVD-based watermarking technique for copyright protection. *Expert Systems with Applications* 39.1, pp. 673–689. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2011.07.059>.
- Saraç, E. (2012). Kağıdın Gizli Kimliği: Filigran. *Batman Üniversitesi Yaşam Bilimleri Dergisi* 1.1, pp. 323–330.
- Sharma, G. and Rodríguez-Pardo, C. E. (2012). The dark side of CIELAB. *SPIE Proceedings*. SPIE. <https://doi.org/10.1117/12.909960>.
- Bader, M. (2013). Space-Filling Curves. Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-31046-1>.

- Bhatnagar, G. and Wu, Q. M. J. (2013). A new robust and efficient multiple watermarking scheme. *Multimedia Tools and Applications* 74.19, pp. 8421–8444. <https://doi.org/10.1007/s11042-013-1681-8>.
- Khalili, M. and Asatryan, D. (2013). Colour spaces effects on improved discrete wavelet transform-based digital image watermarking using Arnold transform map. *IET Signal Processing* 7.3, pp. 177–187. <https://doi.org/10.1049/iet-spr.2012.0380>.
- Lusson, F., Bailey, K., Leeney, M., and Curran, K. (2013). A novel approach to digital watermarking, exploiting colour spaces. *Signal Processing* 93.5, pp. 1268–1294. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2012.10.018>.
- Makbol, N. M. and Khoo, B. E. (2013a). A Hybrid Robust Image Watermarking Scheme Using Integer Wavelet Transform, Singular Value Decomposition and Arnold Transform. *Advances in Visual Informatics*. Springer International Publishing, pp. 36–47. https://doi.org/10.1007/978-3-319-02958-0_4.
- Makbol, N. M. and Khoo, B. E. (2013b). Robust blind image watermarking scheme based on Redundant Discrete Wavelet Transform and Singular Value Decomposition. *AEU - International Journal of Electronics and Communications* 67.2, pp. 102–112. <https://doi.org/10.1016/j.aeue.2012.06.008>.
- Santhi, V. and Arulmozhivarman, P. (2013). Hadamard transform based adaptive visible/invisible watermarking scheme for digital images. *Journal of Information Security and Applications* 18.4, pp. 167–179. <https://doi.org/10.1016/j.istr.2013.01.001>.
- Seenivasagam, V. and Velumani, R. (2013). A QR Code Based Zero-Watermarking Scheme for Authentication of Medical Images in Teleradiology Cloud. *Computational and Mathematical Methods in Medicine* 2013, pp. 1–16. <https://doi.org/10.1155/2013/516465>.
- Singh, P., Agarwal, S., and Pandey, A. (2013). A hybrid DWT-SVD based robust watermarking scheme for color images and its comparative performance in YIQ and YUV Color Spaces. *2013 3rd IEEE International Advance Computing Conference (IACC)*. IEEE. <https://doi.org/10.1109/iadcc.2013.6514400>.
- Su, Q., Niu, Y., Liu, X., and Yao, T. (2013). A novel blind digital watermarking algorithm for embedding color image into color image. *Optik - International Journal for Light and Electron Optics* 124.18, pp. 3254–3259. <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2012.10.005>.
- Su, Q., Niu, Y., Wang, Q., and Sheng, G. (2013). A blind color image watermarking based on DC component in the spatial domain. *Optik* 124.23, pp. 6255–6260. <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2013.05.013>.

- Ahmad, A., Sinha, G., and Kashyap, N. (2014). 3-Level DWT Image Watermarking Against Frequency and Geometrical Attacks. *International Journal of Computer Network and Information Security* 6.12, pp. 58–63. <https://doi.org/10.5815/ijcnis.2014.12.07>.
- Ali, M., Ahn, C. W., and Pant, M. (2014). A robust image watermarking technique using SVD and differential evolution in DCT domain. *Optik* 125.1, pp. 428–434. <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2013.06.082>.
- Bull, D. R. (2014). Measuring and Managing Picture Quality. *Communicating Pictures*. Elsevier, pp. 317–360. <https://doi.org/10.1016/b978-0-12-405906-1.00010-6>.
- Chen, B., Coatrieux, G., Chen, G., Sun, X., Coatrieux, J. L., and Shu, H. (2014). Full 4-D quaternion discrete Fourier transform based watermarking for color images. *Digital Signal Processing* 28, pp. 106–119. <https://doi.org/10.1016/j.dsp.2014.02.010>.
- Das, C., Panigrahi, S., Sharma, V. K., and Mahapatra, K. (2014). A novel blind robust image watermarking in DCT domain using inter-block coefficient correlation. *AEU - International Journal of Electronics and Communications* 68.3, pp. 244–253. <https://doi.org/10.1016/j.aeue.2013.08.018>.
- Guo, J.-M. and Prasetyo, H. (2014). False-positive-free SVD-based image watermarking. *Journal of Visual Communication and Image Representation* 25.5, pp. 1149–1163. <https://doi.org/10.1016/j.jvcir.2014.03.012>.
- Jane, O., Elbaşı, E., and İlk, H. (2014). Hybrid Non-Blind Watermarking Based on DWT and SVD. *Journal of Applied Research and Technology* 12.4, pp. 750–761. [https://doi.org/10.1016/s1665-6423\(14\)70091-4](https://doi.org/10.1016/s1665-6423(14)70091-4).
- Jia, S.-l. (2014). A novel blind color images watermarking based on SVD. *Optik* 125.12, pp. 2868–2874. <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2014.01.002>.
- Kalra, G. S., Talwar, R., and Sadawarti, H. (2014). Adaptive digital image watermarking for color images in frequency domain. *Multimedia Tools and Applications* 74.17, pp. 6849–6869. <https://doi.org/10.1007/s11042-014-1932-3>.
- Loukhaoukha, K., Nabti, M., and Zebbiche, K. (2014). A robust SVD-based image watermarking using a multi-objective particle swarm optimization. *Opto-Electronics Review* 22.1. <https://doi.org/10.2478/s11772-014-0177-z>.
- Makbol, N. M. and Khoo, B. E. (2014). A new robust and secure digital image watermarking scheme based on the integer wavelet transform and singular value decomposition. *Digital Signal Processing* 33, pp. 134–147. <https://doi.org/10.1016/j.dsp.2014.06.012>.

- Singh, A. K., Dave, M., and Mohan, A. (2014). Hybrid technique for robust and imperceptible dual watermarking using error correcting codes for application in telemedicine. *International Journal of Electronic Security and Digital Forensics* 6.4, p. 285. <https://doi.org/10.1504/ijesdf.2014.065739>.
- Su, Q., Niu, Y., Wang, G., Jia, S., and Yue, J. (2014). Color image blind watermarking scheme based on QR decomposition. *Signal Processing* 94, pp. 219–235. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2013.06.025>.
- Verma, V. S. and Jha, R. K. (2014). Improved watermarking technique based on significant difference of lifting wavelet coefficients. *Signal, Image and Video Processing* 9.6, pp. 1443–1450. <https://doi.org/10.1007/s11760-013-0603-6>.
- Walt, S. van der, Schönberger, J. L., Nunez-Iglesias, J., Boulogne, F., Warner, J. D., Yager, N., Gouillart, E., and Yu, T. (2014). scikit-image: image processing in Python. *PeerJ* 2, e453. <https://doi.org/10.7717/peerj.453>.
- Hu, H.-T. and Hsu, L.-Y. (2015). Exploring DWT–SVD–DCT feature parameters for robust multiple watermarking against JPEG and JPEG2000 compression. *Computers & Electrical Engineering* 41, pp. 52–63. <https://doi.org/10.1016/j.compeleceng.2014.08.001>.
- Niu, Y., Cui, X., Li, Q., and Ding, J. (2015). A SVD-Based Color Image Watermark Algorithm in DWT Domain. *Advanced Graphic Communications, Packaging Technology and Materials*. Springer Singapore, pp. 303–309. https://doi.org/10.1007/978-981-10-0072-0_39.
- Ouyang, J., Coatrieux, G., Chen, B., and Shu, H. (2015). Color image watermarking based on quaternion Fourier transform and improved uniform log-polar mapping. *Computers & Electrical Engineering* 46, pp. 419–432. <https://doi.org/10.1016/j.compeleceng.2015.03.004>.
- Rahman, M. A. and Rabbi, M. F. (2015). DWT-SVD based New Watermarking Idea in RGB Color Space. *International Journal of Signal Processing, Image Processing and Pattern Recognition* 8.6, pp. 193–198. <https://doi.org/10.14257/ijssip.2015.8.6.20>.
- Vaidya, S. P. and Mouli, P. C. (2015). Adaptive Digital Watermarking for Copyright Protection of Digital Images in Wavelet Domain. *Procedia Computer Science* 58, pp. 233–240. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2015.08.063>.
- Amini, M., Ahmad, M. O., and Swamy, M. N. S. (2016). Digital watermark extraction in wavelet domain using hidden Markov model. *Multimedia Tools and Applications* 76.3, pp. 3731–3749. <https://doi.org/10.1007/s11042-016-3975-0>.

- Cao, X., Fu, Z., and Sun, X. (2016). A Privacy-Preserving Outsourcing Data Storage Scheme with Fragile Digital Watermarking-Based Data Auditing. *Journal of Electrical and Computer Engineering* 2016, pp. 1–7. <https://doi.org/10.1155/2016/3219042>.
- Feng, B., Lu, W., Sun, W., Huang, J., and Shi, Y.-Q. (2016). Robust image watermarking based on Tucker decomposition and Adaptive-Lattice Quantization Index Modulation. *Signal Processing: Image Communication* 41, pp. 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.image.2015.10.007>.
- Haribabu, M., Bindu, C. H., and Swamy, K. V. (2016). A Secure & Invisible Image Watermarking Scheme Based on Wavelet Transform in HSI Color Space. *Procedia Computer Science* 93, pp. 462–468. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2016.07.234>.
- Hu, H.-T. and Hsu, L.-Y. (2016). Collective blind image watermarking in DWT-DCT domain with adaptive embedding strength governed by quality metrics. *Multimedia Tools and Applications* 76.5, pp. 6575–6594. <https://doi.org/10.1007/s11042-016-3332-3>.
- Keshavarzian, R. and Aghagolzadeh, A. (2016). ROI based robust and secure image watermarking using DWT and Arnold map. *AEU - International Journal of Electronics and Communications* 70.3, pp. 278–288. <https://doi.org/10.1016/j.aeue.2015.12.003>.
- Singh, A. K. (2016). Improved hybrid algorithm for robust and imperceptible multiple watermarking using digital images. *Multimedia Tools and Applications* 76.6, pp. 8881–8900. <https://doi.org/10.1007/s11042-016-3514-z>.
- Singh, D. and Singh, S. K. (2016). DWT-SVD and DCT based robust and blind watermarking scheme for copyright protection. *Multimedia Tools and Applications* 76.11, pp. 13001–13024. <https://doi.org/10.1007/s11042-016-3706-6>.
- Su, Q., Wang, G., Lv, G., Zhang, X., Deng, G., and Chen, B. (2016). A novel blind color image watermarking based on Contourlet transform and Hessenberg decomposition. *Multimedia Tools and Applications* 76.6, pp. 8781–8801. <https://doi.org/10.1007/s11042-016-3522-z>.
- Zear, A., Singh, A. K., and Kumar, P. (2016). A proposed secure multiple watermarking technique based on DWT, DCT and SVD for application in medicine. *Multimedia Tools and Applications* 77.4, pp. 4863–4882. <https://doi.org/10.1007/s11042-016-3862-8>.
- Zhang, Y. and Xu, G. (2016). Singular Value Decomposition. *Encyclopedia of Database Systems*. Springer New York, pp. 1–3. https://doi.org/10.1007/978-1-4899-7993-3_538-2.

- Ahmed, R., Riaz, M. M., and Ghafoor, A. (2017). Attack resistant watermarking technique based on fast curvelet transform and Robust Principal Component Analysis. *Multimedia Tools and Applications* 77.8, pp. 9443–9453. <https://doi.org/10.1007/s11042-017-5128-5>.
- Lakrissi, Y., Saaidi, A., and Essahlaoui, A. (2017). Novel dynamic color image watermarking based on DWT-SVD and the human visual system. *Multimedia Tools and Applications* 77.11, pp. 13531–13555. <https://doi.org/10.1007/s11042-017-4974-5>.
- Lei, B., Zhao, X., Lei, H., Ni, D., Chen, S., Zhou, F., and Wang, T. (2017). Multipurpose watermarking scheme via intelligent method and chaotic map. *Multimedia Tools and Applications* 78.19, pp. 27085–27107. <https://doi.org/10.1007/s11042-017-4743-5>.
- Li, J., Yu, C., Gupta, B. B., and Ren, X. (2017). Color image watermarking scheme based on quaternion Hadamard transform and Schur decomposition. *Multimedia Tools and Applications* 77.4, pp. 4545–4561. <https://doi.org/10.1007/s11042-017-4452-0>.
- Patvardhan, C., Kumar, P., and Lakshmi, C. V. (2017). Effective Color image watermarking scheme using YCbCr color space and QR code. *Multimedia Tools and Applications* 77.10, pp. 12655–12677. <https://doi.org/10.1007/s11042-017-4909-1>.
- Rangel-Espinoza, K., Fragoso-Navarro, E., Cruz-Ramos, C., Reyes-Reyes, R., Nakano-Miyatake, M., and Pérez-Meana, H. M. (2017). Adaptive removable visible watermarking technique using dual watermarking for digital color images. *Multimedia Tools and Applications* 77.11, pp. 13047–13074. <https://doi.org/10.1007/s11042-017-4931-3>.
- Roy, S. and Pal, A. K. (2017). An SVD Based Location Specific Robust Color Image Watermarking Scheme Using RDWT and Arnold Scrambling. *Wireless Personal Communications* 98.2, pp. 2223–2250. <https://doi.org/10.1007/s11277-017-4971-z>.
- S., P. V. and R., C. M. P. V. S. S. (2017). A robust semi-blind watermarking for color images based on multiple decompositions. *Multimedia Tools and Applications* 76.24, pp. 25623–25656. <https://doi.org/10.1007/s11042-017-4355-0>.
- Saraç, E. (2017). Ankara Etnografya Müzesi el yazmalarında filigran. PhD thesis, pp. 5–9.
- Su, Q. and Chen, B. (2017a). A novel blind color image watermarking using upper Hessenberg matrix. *AEU - International Journal of Electronics and Communications* 78, pp. 64–71. <https://doi.org/10.1016/j.aeue.2017.05.025>.
- Su, Q. and Chen, B. (2017b). Robust color image watermarking technique in the spatial domain. *Soft Computing* 22.1, pp. 91–106. <https://doi.org/10.1007/s00500-017-2489-7>.

- Ambadekar, S. P., Jain, J., and Khanapuri, J. (2018). Digital Image Watermarking Through Encryption and DWT for Copyright Protection. *Recent Trends in Signal and Image Processing*. Springer Singapore, pp. 187–195. https://doi.org/10.1007/978-981-10-8863-6_19.
- Belferdi, W., Behloul, A., and Noui, L. (2018). A Bayer pattern-based fragile watermarking scheme for color image tamper detection and restoration. *Multidimensional Systems and Signal Processing* 30.3, pp. 1093–1112. <https://doi.org/10.1007/s11045-018-0597-x>.
- Ernawan, F. and Kabir, M. N. (2018). A Robust Image Watermarking Technique With an Optimal DCT-Psychovisual Threshold. *IEEE Access* 6, pp. 20464–20480. <https://doi.org/10.1109/access.2018.2819424>.
- He, Y. and Hu, Y. (2018). A Proposed Digital Image Watermarking Based on DWT-DCT-SVD. *2018 2nd IEEE Advanced Information Management, Communicates, Electronic and Automation Control Conference (IMCEC)*. IEEE. <https://doi.org/10.1109/imcec.2018.8469626>.
- Huynh-The, T., Hua, C.-H., Tu, N. A., Hur, T., Bang, J., Kim, D., Amin, M. B., Kang, B. H., Seung, H., and Lee, S. (2018). Selective bit embedding scheme for robust blind color image watermarking. *Information Sciences* 426, pp. 1–18. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2017.10.016>.
- Liu, X.-L., Lin, C.-C., and Yuan, S.-M. (2018). Blind Dual Watermarking for Color Images' Authentication and Copyright Protection. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology* 28.5, pp. 1047–1055. <https://doi.org/10.1109/tcsvt.2016.2633878>.
- Liu, Y., Tang, S., Liu, R., Zhang, L., and Ma, Z. (2018). Secure and robust digital image watermarking scheme using logistic and RSA encryption. *Expert Systems with Applications* 97, pp. 95–105. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2017.12.003>.
- Loan, N. A., Hurrah, N. N., Parah, S. A., Lee, J. W., Sheikh, J. A., and Bhat, G. M. (2018). Secure and Robust Digital Image Watermarking Using Coefficient Differencing and Chaotic Encryption. *IEEE Access* 6, pp. 19876–19897. <https://doi.org/10.1109/access.2018.2808172>.
- Makbol, N. M., Khoo, B. E., and Rassem, T. H. (2018). Security analyses of false positive problem for the SVD-based hybrid digital image watermarking techniques in the wavelet transform domain. *Multimedia Tools and Applications* 77.20, pp. 26845–26879. <https://doi.org/10.1007/s11042-018-5891-y>.
- Al-Otum, H. M. (2018). Wavelet packets-based watermarking with preserved high color image quality and enhanced robustness for copyright protection applications. *Multi-*

- media Tools and Applications* 78.2, pp. 2199–2225. <https://doi.org/10.1007/s11042-018-6328-3>.
- Pandey, M. K., Parmar, G., Gupta, R., and Sikander, A. (2018). Non-blind Arnold scrambled hybrid image watermarking in YCbCr color space. *Microsystem Technologies* 25.8, pp. 3071–3081. <https://doi.org/10.1007/s00542-018-4162-1>.
- Singh, S. P. and Bhatnagar, G. (2018). A new robust watermarking system in integer DCT domain. *Journal of Visual Communication and Image Representation* 53, pp. 86–101. <https://doi.org/10.1016/j.jvcir.2018.03.006>.
- Xu, H., Jiang, G., Yu, M., and Luo, T. (2018). A Color Image Watermarking Based on Tensor Analysis. *IEEE Access* 6, pp. 51500–51514. <https://doi.org/10.1109/access.2018.2866287>.
- Zheng, W., Mo, S., Jin, X., Qu, Y., Deng, F., Shuai, J., Xie, Z., Zheng, C., and Long, S. (2018). Robust and high capacity watermarking for image based on DWT-SVD and CNN. *2018 13th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA)*. IEEE. <https://doi.org/10.1109/iciea.2018.8397898>.
- Zhou, R.-G., Hu, W., Fan, P., and Luo, G. (2018). Quantum color image watermarking based on Arnold transformation and LSB steganography. *International Journal of Quantum Information* 16.03, p. 1850021. <https://doi.org/10.1142/s0219749918500211>.
- Zhou, N. R., Hou, W. M. X., Wen, R. H., and Zou, W. P. (2018). Imperceptible digital watermarking scheme in multiple transform domains. *Multimedia Tools and Applications* 77.23, pp. 30251–30267. <https://doi.org/10.1007/s11042-018-6128-9>.
- Abdulrahman, A. K. and Öztürk, S. (2019). A novel hybrid DCT and DWT based robust watermarking algorithm for color images. *Multimedia Tools and Applications* 78.12, pp. 17027–17049. <https://doi.org/10.1007/s11042-018-7085-z>.
- Abraham, J. and Paul, V. (2019). An imperceptible spatial domain color image watermarking scheme. *Journal of King Saud University - Computer and Information Sciences* 31.1, pp. 125–133. <https://doi.org/10.1016/j.jksuci.2016.12.004>.
- Ambadekar, S. P., Jain, J., and Khanapuri, J. (2019). Digital image watermarking through encryption and DWT for copyright protection. *Recent trends in signal and image processing*. Singapore: Springer.
- Amini, M., Sadreazami, H., Ahmad, M. O., and Swamy, M. N. S. (2019). A Channel-Dependent Statistical Watermark Detector for Color Images. *IEEE Transactions on Multimedia* 21.1, pp. 65–73. <https://doi.org/10.1109/tmm.2018.2851447>.
- Darwish, S. M. and Al-Khafaji, L. D. S. (2019). Dual Watermarking for Color Images: A New Image Copyright Protection Model based on the Fusion of Successive and Seg-

- mented Watermarking. *Multimedia Tools and Applications* 79.9-10, pp. 6503–6530. <https://doi.org/10.1007/s11042-019-08290-w>.
- Lee, G., Gommers, R., Waselewski, F., Wohlfahrt, K., and O’Leary, A. (2019). PyWavelets: A Python package for wavelet analysis. *Journal of Open Source Software* 4.36, p. 1237. <https://doi.org/10.21105/joss.01237>.
- Liu, J., Huang, J., Luo, Y., Cao, L., Yang, S., Wei, D., and Zhou, R. (2019). An Optimized Image Watermarking Method Based on HD and SVD in DWT Domain. *IEEE Access* 7, pp. 80849–80860. <https://doi.org/10.1109/access.2019.2915596>.
- Luo, T., Jiang, G., Yu, M., Xu, H., and Gao, W. (2019). Robust high dynamic range color image watermarking method based on feature map extraction. *Signal Processing* 155, pp. 83–95. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2018.09.024>.
- Moosazadeh, M. and Ekbatanifard, G. (2019). A new DCT-based robust image watermarking method using teaching-learning-Based optimization. *Journal of Information Security and Applications* 47, pp. 28–38. <https://doi.org/10.1016/j.jisa.2019.04.001>.
- Najafi, E. and Loukhaoukha, K. (2019). Hybrid secure and robust image watermarking scheme based on SVD and sharp frequency localized contourlet transform. *Journal of Information Security and Applications* 44, pp. 144–156. <https://doi.org/10.1016/j.jisa.2018.12.002>.
- Sharma, S., Sharma, H., and Sharma, J. B. (2019). An adaptive color image watermarking using RDWT-SVD and artificial bee colony based quality metric strength factor optimization. *Applied Soft Computing* 84, p. 105696. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2019.105696>.
- Tan, Y., Qin, J., Xiang, X., Ma, W., Pan, W., and Xiong, N. N. (2019). A Robust Watermarking Scheme in YCbCr Color Space Based on Channel Coding. *IEEE Access* 7, pp. 25026–25036. <https://doi.org/10.1109/access.2019.2896304>.
- Wang, S., Meng, X., Yin, Y., Wang, Y., Yang, X., Zhang, X., Peng, X., He, W., Dong, G., and Chen, H. (2019). Optical image watermarking based on singular value decomposition ghost imaging and lifting wavelet transform. *Optics and Lasers in Engineering* 114, pp. 76–82. <https://doi.org/10.1016/j.optlaseng.2018.10.014>.
- Xia, Z., Wang, X., Zhou, W., Li, R., Wang, C., and Zhang, C. (2019). Color medical image lossless watermarking using chaotic system and accurate quaternion polar harmonic transforms. *Signal Processing* 157, pp. 108–118. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2018.11.011>.

- Zhang, F., Luo, T., Jiang, G., Yu, M., Xu, H., and Zhou, W. (2019). A novel robust color image watermarking method using RGB correlations. *Multimedia Tools and Applications* 78.14, pp. 20133–20155. <https://doi.org/10.1007/s11042-019-7326-9>.
- Ahmadi, S. B. B., Zhang, G., Rabbani, M., Boukela, L., and Jelodar, H. (2020). An intelligent and blind dual color image watermarking for authentication and copyright protection. *Applied Intelligence* 51.3, pp. 1701–1732. <https://doi.org/10.1007/s10489-020-01903-0>.
- Bhatti, U. A., Yu, Z., Li, J., Nawaz, S. A., Mehmood, A., Zhang, K., and Yuan, L. (2020). Hybrid Watermarking Algorithm Using Clifford Algebra With Arnold Scrambling and Chaotic Encryption. *IEEE Access* 8, pp. 76386–76398. <https://doi.org/10.1109/access.2020.2988298>.
- Cheema, A. M., Adnan, S. M., and Mehmood, Z. (2020). A Novel Optimized Semi-Blind Scheme for Color Image Watermarking. *IEEE Access* 8, pp. 169525–169547. <https://doi.org/10.1109/access.2020.3024181>.
- Gong, L.-H., Tian, C., Zou, W.-P., and Zhou, N.-R. (2020). Robust and imperceptible watermarking scheme based on Canny edge detection and SVD in the contourlet domain. *Multimedia Tools and Applications* 80.1, pp. 439–461. <https://doi.org/10.1007/s11042-020-09677-w>.
- Harris, C. R., Millman, K. J., Walt, S. J. van der, Gommers, R., Virtanen, P., Cournapeau, D., Wieser, E., Taylor, J., Berg, S., Smith, N. J., et al. (2020). Array programming with NumPy. *Nature* 585.7825, pp. 357–362. <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2649-2>.
- Hu, H.-T., Hsu, L.-Y., and Chou, H.-H. (2020). An improved SVD-based blind color image watermarking algorithm with mixed modulation incorporated. *Information Sciences* 519, pp. 161–182. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2020.01.019>.
- K, S., K, M., and Kora, P. (2020). An optimized blind dual medical image watermarking framework for tamper localization and content authentication in secured telemedicine. *Biomedical Signal Processing and Control* 55, p. 101665. <https://doi.org/10.1016/j.bspc.2019.101665>.
- Kazemi, M. F., Pourmina, M. A., and Mazinan, A. H. (2020). Analysis of watermarking framework for color image through a neural network-based approach. *Complex & Intelligent Systems* 6.1, pp. 213–220. <https://doi.org/10.1007/s40747-020-00129-4>.
- Kumar, S., Singh, M. K., Ali, M., and Saini, D. (2020). A robust medical image watermarking framework based on SVD and DE in Integer DCT domain (Workshop Paper). *2020 IEEE Sixth International Conference on Multimedia Big Data (BigMM)*. IEEE. <https://doi.org/10.1109/bigmm50055.2020.00064>.

- Li, M., Yuan, X., Chen, H., and Li, J. (2020). Quaternion Discrete Fourier Transform-Based Color Image Watermarking Method Using Quaternion QR Decomposition. *IEEE Access* 8, pp. 72308–72315. <https://doi.org/10.1109/access.2020.2987914>.
- Al-Otum, H. M. (2020). Secure and robust host-adapted color image watermarking using inter-layered wavelet-packets. *Journal of Visual Communication and Image Representation* 66, p. 102726. <https://doi.org/10.1016/j.jvcir.2019.102726>.
- Virtanen, P., Gommers, R., Oliphant, T. E., Haberland, M., Reddy, T., Cournapeau, D., Burovski, E., Peterson, P., Weckesser, W., Bright, J., et al. (2020). SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python. *Nature Methods* 17.3, pp. 261–272. <https://doi.org/10.1038/s41592-019-0686-2>.
- Wang, J., Wan, W. B., Li, X. X., Sun, J. D., and Zhang, H. X. (2020). Color image watermarking based on orientation diversity and color complexity. *Expert Systems with Applications* 140, p. 112868. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2019.112868>.
- Zhang, X., Su, Q., Yuan, Z., and Liu, D. (2020). An efficient blind color image watermarking algorithm in spatial domain combining discrete Fourier transform. *Optik* 219, p. 165272. <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2020.165272>.
- Alshoura, W. H., Zainol, Z., Teh, J. S., Alawida, M., and Alabdulatif, A. (2021). Hybrid SVD-Based Image Watermarking Schemes: A Review. *IEEE Access* 9, pp. 32931–32968. <https://doi.org/10.1109/access.2021.3060861>.
- Gao, H. and Chen, Q. (2021). A robust and secure image watermarking scheme using SURF and improved Artificial Bee Colony algorithm in DWT domain. *Optik* 242, p. 166954. <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2021.166954>.
- Liu, D., Su, Q., Yuan, Z., and Zhang, X. (2021a). A blind color digital image watermarking method based on image correction and eigenvalue decomposition. *Signal Processing: Image Communication* 95, p. 116292. <https://doi.org/10.1016/j.image.2021.116292>.
- Liu, D., Su, Q., Yuan, Z., and Zhang, X. (2021b). A fusion-domain color image watermarking based on Haar transform and image correction. *Expert Systems with Applications* 170, p. 114540. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2020.114540>.
- Luo, Y., Li, L., Liu, J., Tang, S., Cao, L., Zhang, S., Qiu, S., and Cao, Y. (2021). A multi-scale image watermarking based on integer wavelet transform and singular value decomposition. *Expert Systems with Applications* 168, p. 114272. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2020.114272>.
- Nha, P. T., Thanh, T. M., and Phong, N. T. (2021). Consideration of A Robust Watermarking Algorithm for Color Image Using Improved QR Decomposition. <https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-423766/v1>.

- Ravichandran, D., Praveenkumar, P., Rajagopalan, S., Rayappan, J. B. B., and Amirtharajan, R. (2021). ROI-based medical image watermarking for accurate tamper detection, localisation and recovery. *Medical & Biological Engineering & Computing* 59.6, pp. 1355–1372. <https://doi.org/10.1007/s11517-021-02374-2>.
- Sharma, S., Sharma, H., and Sharma, J. B. (2021). Artificial bee colony based perceptually tuned blind color image watermarking in hybrid LWT-DCT domain. *Multimedia Tools and Applications* 80.12, pp. 18753–18785. <https://doi.org/10.1007/s11042-021-10610-y>.
- Sinhal, R., Jain, D. K., and Ansari, I. A. (2021). Machine learning based blind color image watermarking scheme for copyright protection. *Pattern Recognition Letters* 145, pp. 171–177. <https://doi.org/10.1016/j.patrec.2021.02.011>.
- Tohidi, F., Paul, M., and Hooshmandasl, M. R. (2021). Detection and Recovery of Higher Tampered Images Using Novel Feature and Compression Strategy. *IEEE Access* 9, pp. 57510–57528. <https://doi.org/10.1109/access.2021.3072314>.
- Zhou, X., Ma, Y., Zhang, Q., Mohammed, M. A., and Damaševičius, R. (2021). A Reversible Watermarking System for Medical Color Images: Balancing Capacity, Imperceptibility, and Robustness. *Electronics* 10.9, p. 1024. <https://doi.org/10.3390/electronics10091024>.
- Zhu, T., Qu, W., and Cao, W. (2021). An optimized image watermarking algorithm based on SVD and IWT. *The Journal of Supercomputing* 78.1, pp. 222–237. <https://doi.org/10.1007/s11227-021-03886-2>.
- Alshoura, W. H., Zainol, Z., Teh, J. S., and Alawida, M. (2022). An FPP-resistant SVD-based image watermarking scheme based on chaotic control. *Alexandria Engineering Journal* 61.7, pp. 5713–5734. <https://doi.org/10.1016/j.aej.2021.10.052>.
- Amiri, A. and Kanan, H. R. (2022). Non-blind Arnold Scrambled Hybrid Digital Image Watermarking Scheme based on Differential Evolution and DnCNN. <https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-1531091/v1>.
- Nha, P. T., Thanh, T. M., and Phong, N. T. (2022). Consideration of a robust watermarking algorithm for color image using improved QR decomposition. *Soft Computing* 26.11, pp. 5069–5093. <https://doi.org/10.1007/s00500-022-06975-3>.
- Sun, Y., Su, Q., Wang, H., and Wang, G. (2022). A blind dual color images watermarking based on quaternion singular value decomposition. *Multimedia Tools and Applications* 81.5, pp. 6091–6113. <https://doi.org/10.1007/s11042-021-11815-x>.
- Swain, M. and Swain, D. (2022). An effective watermarking technique using BTC and SVD for image authentication and quality recovery. *Integration* 83, pp. 12–23. <https://doi.org/10.1016/j.vlsi.2021.11.004>.

- Tora, H., Gokcay, E., Turan, M., and Buker, M. (2022). A generalized Arnold's Cat Map transformation for image scrambling. *Multimedia Tools and Applications*. <https://doi.org/10.1007/s11042-022-11985-2>.
- Wang, K., Gao, T., You, D., Wu, X., and Kan, H. (2022). A secure dual-color image watermarking scheme based 2D DWT, SVD and Chaotic map. *Multimedia Tools and Applications* 81.5, pp. 6159–6190. <https://doi.org/10.1007/s11042-021-11725-y>.
- Zhang, H., Li, Z., Liu, X., Wang, C., and Wang, X. (2022). Robust image watermarking algorithm based on QWT and QSVD using 2D Chebyshev-Logistic map. *Journal of the Franklin Institute* 359.2, pp. 1755–1781. <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2021.11.027>.



ÖZGEÇMİŞ

Naci ER

ÖĞRENİM BİLGİLERİ

Doktora 2014-2022	Akdeniz Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Anabilim Dalı, Antalya
Yüksek Lisans 2012-2014	Akdeniz Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Anabilim Dalı, Antalya
Lisans 2002-2009	Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü, Samsun