

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**RİJİT DÜZLEME OTURAN VE RİJİT BLOKLAR ARACILIĞIYLA
YÜKLENMİŞ FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ TABAKALARIN
TEMAS PROBLEMİ**

DOKTORA TEZİ

Ayhan ÜSTÜN

KASIM 2025

TRABZON



KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**RİJİT DÜZLEME OTURAN VE RİJİT BLOKLAR ARACILIĞIYLA
YÜKLENMİŞ FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ TABAKALARIN
TEMAS PROBLEMİ**

Ayhan ÜSTÜN

ORCID :

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünce
"DOKTOR (İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ)"
Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 16 / 10 / 2025

Tezin Savunma Tarihi : 20 / 11 / 2025

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Talat Şükrü ÖZŞAHİN

ORCID :

Trabzon 2025

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalında
Ayhan ÜSTÜN Tarafından Hazırlanan

RİJİT DÜZLEME OTURAN VE RİJİT BLOKLAR ARACILIĞIYLA
YÜKLENMİŞ FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ TABAKALARIN
TEMAS PROBLEMİ

başlıklı bu çalışma, Enstitü Yönetim Kurulunun 30 / 10 / 2025 gün ve 2126 sayılı
kararıyla oluşturulan jüri tarafından yapılan sınavda
DOKTORA TEZİ
olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

Başkan : Prof. Dr. Talat Şükrü ÖZŞAHİN

Üye : Prof. Dr. Ahmet BİRİNCİ

Üye : Prof. Dr. Hasan GEDİKLİ

Üye : Prof. Dr. Murat YAYLACI

Üye : Prof, Dr. Ümit UZMAN

Prof. Dr. Asim KADIOĞLU

Enstitü Müdürü

ÖNSÖZ

Bu çalışma Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Doktora Tezi olarak hazırlanmıştır.

“Rijit Düzleme Oturan ve Rijit Bloklar Aracılığıyla Yüklenmiş Fonksiyonel Derecelendirilmiş Tabakaların Temas Problemi” isimli tez çalışmasını bana öneren ve her aşamasında gerek bilgi ve tecrübelerini gerekse manevi desteğini benden esirgemeyen Hocam Sayın Prof. Dr. Talat Şükrü ÖZŞAHİN'e en içten teşekkürlerimi sunarım.

Tez çalışmamı başından beri takip eden, inceleyen ve değerli görüş ve bilgilerini benimle paylaşan, değerli zamanını ve emeğini benim için harcamaktan kaçınmayan değerli Hocalarım Sayın Prof. Dr. Ahmet BİRİNCİ' ye, Prof. Dr. Volkan Kahya' ya, Prof. Dr. Murat Yaylacı' ya, Doç. Dr. Gökhan ADIYAMAN' a ve Dr. Öğr. Üyesi Yusuf Kaya'ya teşekkür etmeyi bir borç bilirim.

Tez çalışmamın her aşamasında bana yardımcı olan, değerli bilgi ve tecrübelerini benimle paylaşan Hocam Sayın Prof. Dr. İsa ÇÖMEZ' e çok teşekkür ederim.

Öğrenim hayatım boyunca emeği geçen tüm hocalarımı saygıyla anar, kendilerine teşekkürlerimi sunarım.

Öğrenim hayatım boyunca bana her türlü desteği veren babam Erdal ÜSTÜN' e, annem Özlem ÜSTÜN' e ve kardeşim Gökhan ÜSTÜN' e göstermiş oldukları sabırdan dolayı teşekkür eder, bu çalışmanın, yeni çalışmalara ışık tutmasını ve ülkemize faydalı olmasını temenni ederim.

Ayhan ÜSTÜN
Trabzon 2025

TEZ ETİK BEYANNAMESİ

Doktora Tezi olarak sunduğum “Rijit Düzleme Oturan ve Rijit Bloklar Aracılığıyla Yüklenmiş Fonksiyonel Derecelendirilmiş Tabakaların Temas Problemi” başlıklı bu çalışmayı baştan sona kadar danışmanım Prof. Dr. Talat Şükrü ÖZŞAHİN sorumluluğunda tamamladığımı, verileri/örnekleri kendim topladığımı, deneyleri/analizleri ilgili laboratuvarlarda yaptığımı/yaptırdığımı, başka kaynaklardan aldığım bilgileri metinde ve kaynakçada eksiksiz olarak gösterdiğimi, çalışma sürecinde bilimsel araştırma ve etik kurallara uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ederim. 20/11/2025

Ayhan ÜSTÜN

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ.....	III
TEZ ETİK BEYANNAMESİ.....	IV
İÇİNDEKİLER.....	V
ÖZET	VII
SUMMARY	VIII
ŞEKİLLER DİZİNİ	IX
TABLolar DİZİNİ.....	XVII
SEMBOLLER VE KISALTMALAR DİZİNİ	XXI
1. GENEL BİLGİLER	1
1.1. Giriş.....	1
1.2. Literatür Araştırması	2
1.3. Çalışmanın Kapsamı ve Amacı	19
1.4. FD Tabakalara Ait Genel Denklemlerin Elde Edilmesi.....	21
1.4.1. Kütle Kuvvetlerinin Dikkate Alınmaması Durumunda FD Tabakalara ait Genel Denklemlerin Elde Edilmesi	21
1.4.2. Kütle Kuvvetlerinin Dahil Edilmesi Durumunda FD Tabakalara ait Genel Denklemlerin Elde Edilmesi.....	28
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR.....	33
2.1. Problemin Tanımı.....	33
2.2. Sürekli Temas Durumunda Problemin Çözümü	34
2.2.1. Sürekli Temas Durumunda Sınır Şartları.....	34
2.2.2. Sürekli Temas Durumunda Katsayıların Elde Edilmesi	35
2.2.3. Sürekli Temas Durumu için İntegral Denklemlerin Elde Edilmesi	50
2.2.4. Sürekli Temas Durumu için İntegral Denklemlerin Sayısal Çözümü	52
2.2.5. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Tabaklar ve Alt FD Tabaka ile Rijit Düzlem Arasında İlk Ayrılma Yüğü ve İlk Ayrılma Mesafelerinin Elde Edilmesi	56
2.3. Süreksiz Temas Problemi.....	59
2.3.1. Tabakalar Arası Süreksiz Temas Olması Durumu.....	61
2.3.2. Tabakalar Arası Süreksiz Temas Olması Durumunda Sınır Şartları.....	62
2.3.3. Tabakalar Arası Süreksiz Temas Olması Durumunda Katsayıların Elde Edilmesi	62

2.3.4.	Tabakalar Arası Süreksiz Temas Olması Durumunda İntegral Denklemlerin Elde Edilmesi	76
2.3.5.	Tabakalar Arası Süreksiz Temas Olması Durumu İçin İntegral Denklemlerin Sayısal Çözümü.....	80
2.3.6.	Tabakalar Arası Süreksiz Temas Olması Durumu İçin Ayrılmanın Belirlenmesi	85
2.3.7.	Alt FD Tabaka ile Rijit Düzlem Arasında Süreksiz Temas Olması Durumu	85
2.3.8.	Alt FD Tabaka ile Rijit Düzlem Arasında Süreksiz Temas Olması Durumunda Sınır Şartları	86
2.3.9.	Alt FD Tabaka ile Rijit Düzlem Arasında Süreksiz Temas Olması Durumunda Katsayıların Elde Edilmesi	87
2.3.10.	Alt FD Tabaka ile Rijit Düzlem Arasında Süreksiz Temas Olması Durumunda İntegral Denklemlerin Elde Edilmesi.....	114
2.3.11.	Alt FD Tabaka ile Rijit Düzlem Arasında Süreksiz Temas Olması Durumu için İntegral Denklemlerin Sayısal Çözümü.....	118
2.3.12.	Alt FD Tabaka ile Rijit Düzlem Arasında Süreksiz Temas Olması Durumu için Ayrılmanın Belirlenmesi	123
2.4.	Sonlu Elemanlar Yöntemi	124
2.4.1.	Sonlu Elemanlar Yöntemiyle Problemin Çözümü.....	126
3.	BULGULAR VE İRDELEME	128
3.1.	Sürekli Temas Durumu için Bulgular	128
3.2.	Süreksiz Temas Durumu için Bulgular	168
3.2.1.	Fonksiyonel Derecelendirilmiş Tabakalar Arasında Süreksiz Temas Olması Durumu için Bulgular	168
3.2.2.	FD Tabakalar Arasında Süreksiz Temas Olması Durumunda Tabakalar Arasındaki Düşey Yer Değiştirmelerin Farkının İncelenmesi	175
3.2.3.	Alt FD Tabaka ile Rijit Düzlem Arasında Süreksiz Temas Olması Durumu İçin Bulgular	178
3.2.4.	Alt FD Tabaka ile Rijit Düzlem Arasında Süreksiz Temas Olması Durumunda Yer Değiştirmelerin Farkının İncelenmesi.....	182
3.2.5.	Sonlu Elemanlar Metodu Yardımıyla Elde Edilen Sonuçların Analitik Sonuçlarla Kıyaslanması.....	185
4.	SONUÇLAR.....	194
5.	ÖNERİLER.....	200
6.	KAYNAKLAR	202
ÖZGEÇMİŞ		

Doktora Tezi

ÖZET

RİJİT DÜZLEME OTURAN VE RİJİT BLOKLAR ARACILIĞIYLA YÜKLENMİŞ FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ TABAKALARIN TEMAS PROBLEMİ

Ayhan ÜSTÜN

Karadeniz Teknik Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı
Danışman: Prof. Dr. Talat Şükrü ÖZŞAHİN
2025, 231 Sayfa

Bu tez çalışmasında, rijit düzleme oturan ve iki rijit düz blokla yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş tabakaların temas problemi elastisite teorisine göre incelenmiştir. Doktora tezi çalışması dört bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde, temas problemlerine ait literatür çalışması verilmiş ve fonksiyonel derecelendirilmiş (FD) tabakalara ait gerilme ve yer değiştirme ifadeleri elde edilmiştir. İkinci bölümde sürekli temas ve süreksiz temas durumlarına ait sınır şartları FD tabakalara ait gerilme ve yer değiştirme ifadelerinde yerlerine yazılarak problem sürekli temas durumu için temas gerilmelerinin bilinmeyen olduğu iki tekil integral denkleme, süreksiz temas durumu için bunlara ek olarak FD tabakaların temas yüzeyleri arasında meydana gelen ayrılmaların eğimlerinin de bilinmeyen olduğu üç tekil integral denkleme indirgenmiştir. İntegral denklemlerin sayısal çözümü Gauss-Chebyshev integrasyon yöntemiyle yapılmıştır. Üçüncü bölümde; sürekli temas durumu için temas gerilmeleri, tabakalarda oluşan σ_x , σ_y ve τ_{xy} gerilmeleri, ilk ayrılma yükleri ve ilk ayrılma mesafeleri elde edilmiştir. Süreksiz temas durumunda ise tabakalar arasındaki ayrılma ve alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ayrılma ayrı ayrı ele alınmıştır. Ayrılmaların başlangıç ve bitiş noktaları, tabakalarda oluşan gerilmeler ve temas yüzeylerindeki açılmalar elde edilmiştir. Ayrıca ANSYS paket programı yardımıyla problemin sonlu elemanlar yöntemiyle de yapılmıştır. Dördüncü bölümde elde edilen sonuçlar ve son bölümde bu çalışma kapsamında öneriler verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Temas Problemi, Fonksiyonel Derecelendirilmiş Tabaka, Sonlu Elemanlar Yöntemi, Sürekli Temas, Süreksiz Temas, ANSYS

PhD. Thesis

SUMMARY

CONTACT PROBLEM OF FUNCTIONALLY GRADED LAYERS RESTING ON A RIGID PLANE AND LOADED VIA RIGID BLOCKS

Ayhan ÜSTÜN

Karadeniz Teknik Üniversitesi
The Graduate School of Natural and Applied Sciences
Civil Engineering Graduate Program
Supervisor: Prof. Dr. Talat Şükrü ÖZŞAHİN
2025, 231 Pages

In this thesis, the contact problem of two functionally graded layers resting on a rigid plane and loaded with two rigid flat blocks is investigated according to the theory of elasticity. The PhD. thesis consists of four sections. In the first section, a literature study on contact problems is given and the stress and displacement expressions of Functionally Graded (FG) layers are obtained. In the second section, the boundary conditions for continuous and discontinuous contact are substituted into the stress and displacement expressions for the FG layers. For the continuous contact case, the problem is reduced to two singular integral equations, where the contact stresses are unknown, and for the discontinuous contact case, the slopes of the separation between the contact surfaces of the FG layers are also unknown. The numerical solutions of the integral equations are carried out using the Gauss-Chebyshev integration method. In the third section, the contact stresses for the continuous contact case, the stresses σ_x , σ_y , and τ_{xy} occurring in the layers, the initial separation loads, and the initial separation distances are obtained. In the discontinuous contact case, the separation between the FG layers and the separation between the lower FG layer and the rigid plane are considered separately. The starting and ending points of the separations, the stresses in the layers and the openings in the contact surfaces are obtained. In addition, the problem is analyzed with the finite element method with the help of the ANSYS program. The results obtained in the fourth section and the recommendations for this study are presented in the final section.

Keywords: Contact Problem, Functionally Graded Layer, Finite Element Method, Continuous Contact Problem, Discontinuous Contact Problem, ANSYS

ŞEKİLLER DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1. Problemin geometrisi.....	33
Şekil 2. Tabakalar arasındaki süreksiz temas probleminin geometrisi	60
Şekil 3. Alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki süreksiz temas probleminin geometrisi	86
Şekil 4. Çeşitli sonlu eleman tipleri	125
Şekil 5. Problemin ANSYS modeli	127
Şekil 6. Modelin serbest üçgen ağlara bölünmesi.....	127
Şekil 7. Q/P oranının değişimine göre temas gerilmeleri dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$).....	129
Şekil 8. $\beta_1 h_1$ rijitlik parametresinin değişimine göre temas gerilmeleri dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$).....	130
Şekil 9. $\beta_2 h_1$ rijitlik parametresinin değişimine göre temas gerilmeleri dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$).....	130
Şekil 10. FD tabakaların kayma modülleri oranının μ_{20}/μ_{1-h_1} değişimine göre temas gerilmeleri dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$).....	131
Şekil 11. II. blok genişliğinin değişimine göre temas gerilmeleri dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$).....	131
Şekil 12. Bloklar arası mesafenin değişimine göre temas gerilmeleri dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)	132
Şekil 13. Üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre I. blokun solundaki kesitte meydana gelen $\sigma_y(2.5,y)/P/h_1$ gerilmelerinin FD tabakaların derinlikleri boyunca dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_2 h_1=-1.0986$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $h_1=h_2=1$)	134
Şekil 14. Üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre I. blokun ortasındaki kesitte meydana gelen $\sigma_y(3.25,y)/P/h_1$ gerilmelerinin FD tabakaların derinlikleri boyunca dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=0.5$, $(c-b)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_2 h_1=-1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $h_1=h_2=1$)	134

- Şekil 15. Alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre I. blokun solundaki kesitte meydana gelen $\sigma_y(2.5,y)/P/h_1$ gerilmelerinin FD tabakaların derinlikleri boyunca dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=0.5$, $(c-b)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $h_1=h_2=1$) 135
- Şekil 16. Alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre I. blokun ortasındaki kesitte meydana gelen $\sigma_y(3.25,y)/P/h_1$ gerilmelerinin FD tabakaların derinlikleri boyunca dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=0.5$, $(c-b)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $h_1=h_2=1$) 135
- Şekil 17. Blok genişliğinin değişimine göre blokların arasındaki kesitte meydana gelen $\sigma_y(5,y)/P/h_1$ gerilmelerinin FD tabakaların derinlikleri boyunca dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=0.6931$, $\beta_2 h_1=1.0986$, $\gamma_1 h_1=0.6931$, $\gamma_2 h_1=1.0986$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $h_1=h_2=1$)..... 136
- Şekil 18. Üst FD tabakanın yoğunluk parametresinin ($\gamma_1 h_1$) değişimine göre blokların arasındaki kesitte meydana gelen $\sigma_y(5,y)/P/h_1$ gerilmelerinin FD tabakaların derinlikleri boyunca dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=0.6931$, $\beta_2 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=1.0986$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $h_1=h_2=1$)..... 136
- Şekil 19. Üst FD tabakanın yoğunluk parametresinin ($\gamma_1 h_1$) değişimine göre I. blokun ortasındaki kesitte meydana gelen $\sigma_y(3.5,y)/P/h_1$ gerilmelerinin FD tabakaların derinlikleri boyunca dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=0.6931$, $\beta_2 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=1.0986$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $h_1=h_2=1$)..... 137
- Şekil 20. Alt FD tabakanın yoğunluk parametresinin ($\gamma_2 h_1$) değişimine göre I. blokun ortasındaki kesitte meydana gelen $\sigma_y(3.5,y)/P/h_1$ gerilmelerinin FD tabakaların derinlikleri boyunca dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=0.6931$, $\beta_2 h_1=1.0986$, $\gamma_1 h_1=0.6931$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $h_1=h_2=1$)..... 137
- Şekil 21. Alt FD tabakanın yoğunluk parametresinin ($\gamma_2 h_1$) değişimine göre blokların arasındaki kesitte meydana gelen $\sigma_y(5,y)/P/h_1$ gerilmelerinin FD tabakaların derinlikleri boyunca dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=0.6931$, $\beta_2 h_1=1.0986$, $\gamma_1 h_1=0.6931$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $h_1=h_2=1$)..... 138
- Şekil 22. Üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x,-h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $h_1=h_2=1$) 142
- Şekil 23. Üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x,-h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2=1$)..... 142

Şekil 24.	Alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$).....	144
Şekil 25.	Alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$).....	144
Şekil 26.	Bloklar arası mesafenin değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)	145
Şekil 27.	Bloklar arası mesafenin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$).....	146
Şekil 28.	II. blok genişliğinin değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)	147
Şekil 29.	II. blok genişliğinin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$).....	148
Şekil 30.	μ_{20}/μ_{1-h1} oranının değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=0.6931$, $\beta_2 h_1=-1.3869$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$).....	149
Şekil 31.	μ_{20}/μ_{1-h1} oranının değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=0.6931$, $\beta_2 h_1=-1.3869$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)	149
Şekil 32.	h_1/h oranının değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=0.001$, $\beta_2 h_1=0.001$, $\gamma_1 h_1=0.001$, $\gamma_2 h_1=0.001$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$).....	151
Şekil 33.	h_1/h oranının değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=0.001$, $\beta_2 h_1=0.001$, $\gamma_1 h_1=0.001$, $\gamma_2 h_1=0.001$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$).....	151
Şekil 34.	Üst FD tabakanın yoğunluk parametresinin ($\gamma_1 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$).....	153

Şekil 35.	Üst FD tabakanın yoğunluk parametresinin ($\gamma_1 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$) 153
Şekil 36.	Alt FD tabakanın yoğunluk parametresinin ($\gamma_2 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$) 155
Şekil 37.	Üst tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{x1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$) 158
Şekil 38.	Üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{x2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$) 158
Şekil 39.	Alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{x1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$) 159
Şekil 40.	Alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{x2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$) 159
Şekil 41.	II. blok genişliğinin değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{x1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$) 160
Şekil 42.	II. blok genişliğinin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{x2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$) 160
Şekil 43.	Bloklar arası mesafenin değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{x1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$) 161
Şekil 44.	Bloklar arası mesafenin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{x2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$) 161

- Şekil 45. μ_{20}/μ_{1-h1} oranının değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{x1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$)..... 162
- Şekil 46. μ_{20}/μ_{1-h1} oranının değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{x2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$)..... 162
- Şekil 47. Üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre I. blokun ortasındaki kesitte meydana gelen $\sigma_x(3.5, y)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_2 h_1=1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=1.0986$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$) 163
- Şekil 48. Alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre I. blokun ortasındaki kesitte meydana gelen $\sigma_x(3.5, y)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=1.0986$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$) 163
- Şekil 49. μ_{20}/μ_{1-h1} oranının değişimine göre bloklar arasındaki kesitte meydana gelen $\sigma_x(5, y)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1.5$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=-1.38629$, $\beta_2 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=1.0986$, $\kappa_1=\kappa_2=2$) 164
- Şekil 50. Üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre tabakaların derinlikleri boyunca meydana gelen $\tau_{xy}(4.5, y)$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=-1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$) 165
- Şekil 51. Alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre tabakaların derinlikleri boyunca meydana gelen $\tau_{xy}(4.5, y)$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=-1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$) 166
- Şekil 52. Bloklar arası mesafenin değişimine göre tabakaların derinlikleri boyunca II. blokun ortasındaki kesitte meydana gelen $\tau_{xy}(x, y)$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1.5$, $\beta_1 h_1=-1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$) 166
- Şekil 53. μ_{20}/μ_{1-h1} oranının değişimine göre tabakaların derinlikleri boyunca II. blokun ortasındaki kesitte meydana gelen $\tau_{xy}(6.75, y)$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1.5$, $\beta_1 h_1=-1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$)..... 167
- Şekil 54. Yük oranının Q/P değişimine göre tabakaların derinlikleri boyunca I. blokun altında meydana gelen $\tau_{xy}(3.5, y)$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1.5$, $\beta_1 h_1=-1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$)..... 167

- Şekil 55. Tabakalar arasında ayrılma olması durumunda üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$, $\lambda_{cr2} > \lambda=30 > \lambda_{cr1}$) 170
- Şekil 56. Tabakalar arasında ayrılma olması durumunda alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$, $\lambda_{cr2} > \lambda=40 > \lambda_{cr1}$) 171
- Şekil 57. Tabakalar arasında ayrılma olması durumunda bloklar arasındaki mesafenin değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$, $\lambda_{cr2} > \lambda=20 > \lambda_{cr1}$) 172
- Şekil 58. Tabakalar arasında ayrılma olması durumunda kayma modülü oranının (μ_{20}/μ_{1-h1}) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=0.6931$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$, $\lambda_{cr2} > \lambda=30 > \lambda_{cr1}$) 173
- Şekil 59. Üst FD tabakanın rijitlik parametresine ($\beta_1 h_1$) göre tabakalar arasında meydana gelen açılmadaki değişim ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$, $\lambda_{cr2} > \lambda=30 > \lambda_{cr1}$) 176
- Şekil 60. Alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen açılmadaki değişim ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$, $\lambda_{cr2} > \lambda=40 > \lambda_{cr1}$) 176
- Şekil 61. Bloklar arası mesafenin değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen açılmadaki değişim ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$, $\lambda_{cr2} > \lambda=20 > \lambda_{cr1}$) 177
- Şekil 62. Üst FD tabakanın yoğunluk parametresinin ($\gamma_1 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen açılmadaki değişim ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$, $\lambda_{cr2} > \lambda=55 > \lambda_{cr1}$) 177
- Şekil 63. Üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=3$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_2 h_1=1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=1.0986$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1/h_2=0.5$, $\lambda_{cr1} > \lambda=130 > \lambda_{cr2}$) 179

- Şekil 64. Alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=3$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.0986$, $\gamma_2 h_1=1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1/h_2=0.5$, $\lambda_{cr1}>\lambda=130>\lambda_{cr2}$)..... 180
- Şekil 65. Bloklar arası mesafenin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.0986$, $\beta_2 h_1=1.38629$, $\gamma_1 h_1=-1.0986$, $\gamma_2 h_1=1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1/h_2=0.5$, $\lambda_{cr1}>\lambda=130>\lambda_{cr2}$)..... 180
- Şekil 66. Üst FD tabakanın yoğunluk parametresinin ($\gamma_1 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=3$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.0986$, $\beta_2 h_1=1.38629$, $\gamma_2 h_1=1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1/h_2=0.5$, $\lambda_{cr1}>\lambda=60>\lambda_{cr2}$)..... 181
- Şekil 67. Alt FD tabakanın yoğunluk parametresinin ($\gamma_2 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=3$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.0986$, $\beta_2 h_1=1.38629$, $\gamma_1 h_1=-1.0986$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1/h_2=0.5$, $\lambda_{cr1}>\lambda=150>\lambda_{cr2}$)..... 181
- Şekil 68. Kayma modülü oranının (μ_{20}/μ_{1-h1}) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=3$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.0986$, $\beta_2 h_1=1.38629$, $\gamma_1 h_1=-1.0986$, $\gamma_2 h_1=1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1/h_2=0.5$, $\lambda_{cr1}>\lambda=130>\lambda_{cr2}$)..... 182
- Şekil 69. Üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen açılmadaki değişim ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=3$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_2 h_1=1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=1.0986$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1/h_2=0.5$, $\lambda_{cr1}>\lambda=130>\lambda_{cr2}$)..... 183
- Şekil 70. Alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen açılmadaki değişim ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=3$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.0986$, $\gamma_2 h_1=1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1/h_2=0.5$, $\lambda_{cr1}>\lambda=130>\lambda_{cr2}$)..... 184
- Şekil 71. Bloklar arası mesafenin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen açılmadaki değişim ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.0986$, $\beta_2 h_1=1.38629$, $\gamma_1 h_1=-1.0986$, $\gamma_2 h_1=1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1/h_2=0.5$, $\lambda_{cr1}>\lambda=130>\lambda_{cr2}$)..... 184
- Şekil 72. Kayma modülü oranının (μ_{20}/μ_{1-h1}) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen açılmadaki değişim ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=3$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.0986$, $\beta_2 h_1=1.38629$, $\gamma_1 h_1=-1.0986$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1/h_2=0.5$, $\lambda_{cr1}>\lambda=130>\lambda_{cr2}$) 185
- Şekil 73. Sürekli temas durumunda ANSYS programından elde edilen σ_y gerilme dağılışı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=1.0986$,

	$\beta_2 h_1 = -1.38629$, $\gamma_1 h_1 = 1.0986$, $\gamma_2 h_1 = -1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1} = 1$, $\kappa_1 = \kappa_2 = 2$, $h_1 = h_2$) 185
Şekil 74.	Sürekli temas durumunda üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre blok altında oluşan gerilme dağılışılarının ANSYS programından elde edilen sonuçlarla kıyaslanması ($a/h_1 = 3$, $Q = 2P$, $(b-a)/h_1 = 1$, $(d-c)/h_1 = 1$, $(c-b)/h_1 = 2$, $\beta_2 h_1 = -1.38629$, $\gamma_1 h_1 = 1.0986$, $\gamma_2 h_1 = -1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1} = 1$, $\kappa_1 = \kappa_2 = 2$, $h_1 = h_2$) 187
Şekil 75.	Sürekli temas durumunda alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre blokların altında oluşan gerilme dağılışılarının ANSYS programından elde edilen sonuçlarla kıyaslanması ($a/h_1 = 3$, $Q = 2P$, $(b-a)/h_1 = 1$, $(d-c)/h_1 = 1$, $(c-b)/h_1 = 2$, $\beta_1 h_1 = -1.38629$, $\gamma_1 h_1 = 1.0986$, $\gamma_2 h_1 = -1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1} = 1$, $\kappa_1 = \kappa_2 = 2$, $h_1 = h_2$) 188
Şekil 76.	Sürekli temas durumunda üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılımlarının kıyaslanması ($a/h_1 = 3$, $(b-a)/h_1 = 1$, $(c-b)/h_1 = 2$, $\beta_2 h_1 = -1.38629$, $\gamma_1 h_1 = 1.0986$, $\gamma_2 h_1 = -1.38629$, $\kappa_1 = \kappa_2 = 2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1} = 1$, $h_1 = h_2 = 1$) 188
Şekil 77.	Sürekli temas durumunda üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılımlarının kıyaslanması ($a/h_1 = 3$, $(b-a)/h_1 = 1$, $(c-b)/h_1 = 2$, $\beta_2 h_1 = -1.38629$, $\gamma_1 h_1 = 1.0986$, $\gamma_2 h_1 = -1.38629$, $\kappa_1 = \kappa_2 = 2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1} = 1$, $h_1 = h_2 = 1$) 189
Şekil 78.	Sürekli temas durumunda alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılımlarının kıyaslanması ($a/h_1 = 3$, $(b-a)/h_1 = 1$, $(c-b)/h_1 = 2$, $\beta_1 h_1 = -1.38629$, $\gamma_1 h_1 = 1.0986$, $\gamma_2 h_1 = -1.38629$, $\kappa_1 = \kappa_2 = 2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1} = 1$, $h_1 = h_2 = 1$) 190
Şekil 79.	Sürekli temas durumunda alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılımlarının kıyaslanması ($a/h_1 = 3$, $(b-a)/h_1 = 1$, $(c-b)/h_1 = 2$, $\beta_1 h_1 = -1.38629$, $\gamma_1 h_1 = 1.0986$, $\gamma_2 h_1 = -1.38629$, $\kappa_1 = \kappa_2 = 2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1} = 1$, $h_1 = h_2 = 1$) 191
Şekil 80.	Süreksiz temas durumunda ANSYS programından elde edilen σ_y temas gerilmesi dağılışı ($a/h_1 = 3$, $Q = 2P$, $(b-a)/h_1 = 1$, $(d-c)/h_1 = 1$, $(c-b)/h_1 = 2$, $\beta_1 h_1 = 1.0986$, $\beta_2 h_1 = -1.38629$, $\gamma_1 h_1 = 1.0986$, $\lambda_{cr2} > \lambda = 30 > \lambda_{cr1}$, $\gamma_2 h_1 = -1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1} = 1$, $\kappa_1 = \kappa_2 = 2$, $h_1 = h_2$) 192
Şekil 81.	Süreksiz temas durumunda üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılımlarının kıyaslanması ($a/h_1 = 3$, $(b-a)/h_1 = 1$, $(c-b)/h_1 = 2$, $\beta_2 h_1 = -1.38629$, $\gamma_1 h_1 = 1.0986$, $\gamma_2 h_1 = -1.38629$, $\lambda_{cr2} > \lambda = 30 > \lambda_{cr1}$, $\kappa_1 = \kappa_2 = 2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1} = 1$, $h_1 = h_2 = 1$) 192

TABLOLAR DİZİNİ

Sayfa No

Tablo 1a.	$\beta_1 h_1$ rijitlik parametresinin değişimine göre FD tabakalar arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$).....	143
Tablo 1b.	$\beta_1 h_1$ rijitlik parametresinin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)	143
Tablo 1c.	$\beta_1 h_1$ rijitlik parametresinin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıklarının literatürdeki bir çalışmayla kıyaslanması ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_2 h_1=0.001$, $\gamma_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=0.001$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$).....	143
Tablo 2a.	$\beta_2 h_1$ rijitlik parametresinin değişimine göre FD tabakalar arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$).....	145
Tablo 2b.	$\beta_2 h_1$ rijitlik parametresinin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)	145
Tablo 3a.	Bloklar arası mesafenin değişimine göre FD tabakalar arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$).....	146
Tablo 3b.	Bloklar arası mesafenin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)	146
Tablo 3c.	Bloklar arası mesafenin değişimine göre tabakalar arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıklarının literatürdeki bir çalışmayla kıyaslanması ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1.5$, $\beta_1 h_1=0.4055$, $\gamma_1 h_1=0.4055$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1/h_2=0.1111$)	147
Tablo 4a.	II. blok genişliğinin değişimine göre FD tabakalar arası ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$).....	148

Tablo 4b.	II. blok genişliğinin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)	148
Tablo 5a.	μ_{20}/μ_{1-h1} oranının değişimine göre FD tabakalar arası ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=0.6931$, $\beta_2 h_1=-1.3869$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)	150
Tablo 5b.	μ_{20}/μ_{1-h1} oranının değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=0.6931$, $\beta_2 h_1=-1.3869$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)	150
Tablo 5c.	μ_{20}/μ_{1-h1} oranının değişimine göre FD tabakalar arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıklarının literatürdeki bir çalışmayla kıyaslanması ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $h_1/h_2=0.1111$, $\beta_1 h_1=0.001$, $\gamma_1 h_1=0.001$, $\beta_2 h_1=0.001$, $\gamma_2 h_1=0.001$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)	150
Tablo 6a.	h_1/h değerinin değişimine göre FD tabakalar arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=0.001$, $\beta_2 h_1=0.001$, $\gamma_1 h_1=0.001$, $\gamma_2 h_1=0.001$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$)	152
Tablo 6b.	h_1/h değerinin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=0.001$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\beta_2 h_1=0.001$, $\gamma_1 h_1=0.001$, $\gamma_2 h_1=0.001$, $\kappa_1=\kappa_2=2$)	152
Tablo 6c.	h_1/h değerinin değişimine göre FD tabakalar arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıklarının literatürdeki bir çalışmayla kıyaslanması ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\beta_1 h_1=-1.0986$, $\beta_2 h_1=0.001$, $\gamma_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=0.001$, $\kappa_1=\kappa_2=2$)	152
Tablo 7a.	$\gamma_1 h_1$ yoğunluk parametresinin değişimine göre FD tabakalar arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$)	154
Tablo 7b.	$\gamma_1 h_1$ yoğunluk parametresinin değişimine göre alt FD tabaka ve rijit düzlem arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$)	154
Tablo 7c.	$\gamma_1 h_1$ yoğunluk parametresinin değişimine göre FD tabakalar arası ilk ayrılma yükleri ve uzaklıklarının literatürdeki bir çalışmayla kıyaslanması ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1.5$, $\beta_1 h_1=-0.6931$, $\beta_2 h_1=0.001$, $\gamma_2 h_1=0.001$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$)	154
Tablo 8a.	$\gamma_2 h_1$ yoğunluk parametresinin değişimine göre FD tabakalar arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$)	155

Tablo 8b.	$\gamma_2 h_1$ yoğunluk parametresinin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$)	155
Tablo 9a.	Tabakalar arasında ayrılma olması durumunda üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) ve yük faktörünün (λ) değişimine göre ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_2/\mu_{1-h_1}=1$, $h_1=h_2=1$, $\lambda_{cr2}>\lambda>\lambda_{cr1}$).....	170
Tablo 9b.	Tabakalar arasında ayrılma olması durumunda alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) ve yük faktörünün (λ) değişimine göre ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_2/\mu_{1-h_1}=1$, $h_1=h_2=1$, $\lambda_{cr2}>\lambda>\lambda_{cr1}$).....	171
Tablo 9c.	Tabakalar arasında ayrılma olması durumunda üst FD tabakanın yoğunluk parametresinin ($\gamma_1 h_1$) ve yük faktörünün (λ) değişimine göre ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_2/\mu_{1-h_1}=1$, $h_1=h_2=1$, $\lambda_{cr2}>\lambda>\lambda_{cr1}$).....	172
Tablo 9d.	Tabakalar arasında ayrılma olması durumunda bloklar arasındaki mesafenin ve yük faktörünün (λ) değişimine göre ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_2/\mu_{1-h_1}=1$, $h_1=h_2=1$, $\lambda_{cr2}>\lambda>\lambda_{cr1}$).....	173
Tablo 9f.	Tabakalar arasında ayrılma olması durumunda üst FD tabakanın yoğunluk parametresinin ($\gamma_1 h_1$) değişimine göre ayrılma başlangıç ve bitiş noktalarının literatürdeki bir çalışmayla kıyaslanması ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $Q=2P$, $\beta_1 h_1=0.4055$, $\beta_2 h_1=0.001$, $\gamma_2 h_1=0.001$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $y=-h_1$, $h_1/h=0.1$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $\lambda=105>\lambda_{cr1}$).....	174
Tablo 9g.	Tabakalar arasında ayrılma olması durumunda bloklar arası mesafenin değişimine göre ayrılma başlangıç ve bitiş noktalarının literatürdeki bir çalışmayla kıyaslanması ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1.5$, $Q=2P$, $\beta_1 h_1=0.4055$, $\beta_2 h_1=0.001$, $\gamma_1 h_1=0.4055$, $\gamma_2 h_1=0.001$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $y=-h_1$, $h_1/h=0.1$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $\lambda=90>\lambda_{cr1}$).....	174
Tablo 10a.	Üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen tabakalar arasındaki ilk ayrılma uzaklıklarının kıyaslanması ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $h_1=h_2=1$)	189
Tablo 10b.	Üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ilk ayrılma mesafelerinin kıyaslanması ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $h_1=h_2=1$).....	189

Tablo 10c. Sürekli temas durumunda alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ilk ayrılma mesafelerinin kıyaslanması ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $h_1=h_2=1$)	190
Tablo 10d. Sürekli temas durumunda alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ilk ayrılma mesafelerinin kıyaslanması ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $h_1=h_2=1$)	191
Tablo 10e. Süreksiz temas durumunda üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen ayrılma mesafelerinin kıyaslanması ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\lambda_{cr2}>\lambda=30>\lambda_{cr1}$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_2/\mu_{1-h_1}=1$, $h_1=h_2=1$)	193

SEMBOLLER VE KISALTMALAR DİZİNİ

a, b, c, d	: Rijit Blok Kenarlarının y Eksenine Uzaklıkları
P, Q	: Tekil Yüklerin Şiddeti
u, v	: Yer Değiştirme Bileşenleri
h_1	: Üst FD Tabakanın Yüksekliği
h_2	: Alt FD Tabakanın Yüksekliği
κ	: Kolosov Sabiti
ν	: Poisson Oranı
μ	: Kayma Modülü
E	: Elastite Modülü
σ_x, σ_y	: (x,y) Doğrultularındaki Normal Gerilmeler
τ_{xy}	: Kayma Gerilmesi
λ_{cr}	: Kritik Yük
ψ, ϕ	: Ters Fourier Dönüşüm Fonksiyonları

NOT: Bu listede bulunmayan bazı sembollerin tanımları metin içerisinde ilgili oldukları yerlerde yapılmıştır.

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Temas problemi, bir veya birden fazla cisim arasındaki mekanik etkileşimde ortaya çıkan gerilme ve şekil değiştirme durumlarını inceleyen elastisite teorisinin en önemli konulardan biridir. Ayrıca temas problemleri makine elemanları, yapı zemin etkileşimi, kaplama ve laminant yapılar, uçak ve uzay teknolojileri ve mikromekanik sistemler gibi geniş uygulama alanına sahiptir.

Mühendislik yapıları gelişen teknolojiyle birlikte giderek kompleks hale geldiğinden, elemanter teori yetersiz kalmış ve elastisite teorisine ihtiyaç duyulmuştur. Elastisite teorisi; dış yükler altında elastik olarak deforme olabilen katı bir cisim veya ortam içerisindeki yer değiştirme, gerilme ve birim şekil değişimin sürekli bir dağılım şeklinde belirlenmesini sağlayan mekaniğin bir alt bilim dalıdır. Elastisite teorisinde ifadeler uzun ve karmaşık olsa da gelişen bilgisayar teknolojisi sayesinde problemlerin çözümü oldukça kolaylaşmıştır.

Malzeme bilimindeki ilerlemeler ve araştırmalar, 21. yüzyılın yüksek teknoloji alanının temelini oluşturan malzemelerin bulunmasını sağlamıştır. Ancak bu gelişmelerle birlikte özel karakteristiklere sahip malzemelere olan ihtiyaç hızla artmıştır. Özellikle uzay araçlarında ihtiyaç duyulan yüksek mukavemet ve ısı direnci sağlayan homojen bir malzemenin bulunmaması araştırmacıları yeni arayışlara yöneltmiştir. 1984-1985 yıllarında Japonya’da bir üniversitede uzay araçları ve hava taşıtlarının ARGE çalışmaları sonucunda fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler (FDM) ortaya çıkmıştır. Fonksiyonel derecelendirilmiş (FD) kavramı, dereceli yapısal fonksiyonlara sahip metal/seramik kompozisyonlu yeni bir malzeme olarak tanımlanabilir. Bu malzeme çiftinden metal; tokluğa, elektrik iletkenliğine, işlenebilirliğe, seramik ise; düşük yoğunluğa, yüksek mukavemete ve ısı direncine sahiptir. FDM, tüm bu özellikleri bünyesinde taşır ve kademeli olarak değişir. FD malzemeler; yapısal malzeme ve enerji değişim malzemesi olarak roket yapımında ve uzay araçlarının motorlarının dış duvarlarında, kesici kalemlerin yapılmasında, kurşun geçirmez yelekler gibi birçok uygulama alanında kullanılır.

Bu çalışma kapsamında rijit düzleme oturan ve iki rijit düz blokla yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş iki tabakanın sürekli ve süreksiz temas problemi ele alınmıştır.

1.2. Literatür Araştırması

Çeşitli malzemelerden oluşan yapı elemanlarında meydana gelen temas problemlerine ilişkin birçok çalışma yapılmıştır. Temas problemleriyle ilgili yapılan ilk çalışma 1882 yılında Hertz tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada Hertz; elastik cisimler ve sürtünmesiz yüzeyleri ele almış, cisimlerin eliptik temas bölgelerine sahip olduğunu varsayarak cisimlerde meydana gelen şekil değiştirme ve gerilmeleri incelemiştir.

Lee ve Radok (1960), viskoelastik malzemelerdeki temas problemini ele almışlardır. Bu çalışmada Hertz'in ele aldığı problemin viskoelastik karşılığı olan çözümün elastik çözümden çıkarılabileceğini göstermişlerdir. Çözüm sonucunda viskoelastik malzemede oluşan basınç gerilmelerini elde etmişlerdir.

Popov (1961), elastisite teorisini kullanarak simetrik olmayan temas problemleri için bir çözüm metodu geliştirmiştir.

Graham (1965), değişken profile sahip blok ile yüklenmiş homojen ve izotropik viskoelastik yarım düzlemde temas problemini ele almıştır. Çalışmada değişen blok profillerine göre temas gerilmeleri elde edilmiştir.

Erdoğan ve Gupta (1971), elastik yarım düzleme bağlı farklı mekanik özelliklere sahip elastik şeritte temas problemini incelemiştir. Sayısal çözümler sonucunda değişen malzeme parametrelerine göre temas gerilmeleri belirlenmiştir.

Ratwani ve Erdoğan (1973), homojen yarım düzleme oturan homojen tabakanın sürtünmesiz temas problemini incelemiştir. Problem temas gerilmesinin ve temas mesafesinin bilinmeyen olduğu bir tekil integral denkleme dönüştürülmüştür. Problemin sayısal çözümü değişen yükleme durumları ve blok profilleri için gerçekleştirilmiştir. Sayısal çözüm sonucunda temas gerilmeleri ve temas mesafeleri elde edilmiştir.

Singh vd. (1974), homojen olmayan yarım düzlemde temas problemini ele almışlardır. Çalışmada, homojen olmayan tabakanın kayma modülünün bir fonksiyona bağlı olarak değiştiği varsayılmış ve temas gerilmeleri belirlenmiştir.

Gupta ve Walowit (1974), silindirik blokla yüklenmiş homojen tabakanın temas problemini incelemişlerdir. Çalışma sonucunda; blokun rijit, elastik ve elastisite modülünün tabakanın elastisite modülüne eşit olması durumlarında temas gerilme dağılımları elde edilmiş ve Hertz çözümüyle kıyaslanmıştır.

Erdöl ve Erdoğan (1976), iç çatlağı bulunan homojen tabakada temas ve çatlak problemini incelemişlerdir. Çalışmada homojen tabaka, uzunluğu $2c$ olan üniform yayılı yüklerle simetrik olarak yüklenmiştir. Çalışma sonucunda yayılı yükün uzunluğunun ve homojen tabakanın malzeme parametresinin değişimine göre temas gerilmeleri ve gerilme şiddeti faktörleri elde edilmiştir.

Geçit (1980), yarı sonsuz düzleme oturan homojen tabakanın temas problemini ele almıştır. Tabaka düzgün yayılı yüklerle yüklenmiş olup kütle kuvvetleri ihmal edilmiş ve tüm yüzeylerin sürtünmesiz olduğu varsayılmıştır. Problem sürekli ve süreksiz temas problemi olarak ayrı ayrı ele alınmıştır. Çalışma sonucunda yük faktörünün ve malzeme parametrelerinin değişimine göre temas gerilmeleri, ayrılma yükleri ve ayrılma bölgeleri belirlenmiştir.

Bakirtaş (1984), ortotropik ve homojen olmayan malzemeye sahip elastik bir yarım düzlemdeki temas problemini ele almıştır. Tabakanın rijitlik parametresi, seçilen kartezyen koordinat düzlemleri boyunca değişmekte olup integral dönüşüm yöntemleriyle problem tekil bir integral denkleme indirgenmiştir. Değişen blok boyutlarına göre problemin sayısal çözümü yapılmıştır.

Geçit (1986), yarı sonsuz bir silindirle yarı sonsuz düzlemin temas problemini ele almıştır. Çalışmada tüm yüzeylerin sürtünmesiz olduğu varsayılmıştır. İntegral dönüşümleri yardımıyla problem ikinci türden tekil integral denklem sistemine indirgenmiştir. Çeşitli malzeme parametreleri için temas gerilmeleri elde edilmiştir.

Chen ve Erdoğan (1996), homojen tabakaya oturan fonksiyonel derecelendirilmiş tabakada temas ve çatlak problemini incelemişlerdir. Sayısal çözümler sonucunda FD

tabakanın ve homojen tabakanın Poisson oranlarının oranının ve tabaka kalınlıkları oranının değişimine göre temas gerilmeleri ve gerilme şiddeti faktörleri incelenmiştir.

Birinci ve Erdöl (1999), rijit dairesel ve düz blok aracılığıyla yüklenmiş iki homojen tabakanın sürtünmesiz temas problemini ele almışlardır. Çalışmada, tabakalar basit mesnetler üzerine oturtulmuştur ve rijit blokun üstünden $2P$ kuvveti tabakalara etki etmektedir. Problemin sayısal çözümü Gauss-Chebyshev integrasyon formülasyonu yardımıyla gerçekleştirilmiştir. Çeşitli boyutsuz büyüklükler için temas gerilmeleri elde edilmiştir.

Birinci ve Erdöl (2001), iki basit mesnet üzerine oturan elastik sabitleri ve yükseklikleri farklı iki homojen tabakanın sürekli ve süreksiz temas problemini incelemişlerdir. Çalışmada, dış yük rijit blok vasıtasıyla tabakalara aktarılmakta olup tüm yüzeylerin sürtünmesiz olduğu varsayılmıştır. Çalışma sonucunda, temas gerilmeleri, ilk ayrılma yükleri ve ilk ayrılma mesafeleri çeşitli parametrelere göre elde edilmiştir.

Birinci vd. (2001), elastik temele oturan iki homojen tabakanın temas problemini ele almışlardır. Çalışmada üst homojen tabakaya uzunluğu $2a$ olan simetrik yayılı yük etki etmekte olup kütle kuvvetleri ihmal edilmiştir. Sayısal çözüm sonucunda temas gerilmeleri ve yer değiştirmeler elde edilmiştir.

Çakıroğlu vd. (2001), homojen yarı sonsuz düzleme oturan iki homojen tabakanın sürekli ve süreksiz temas problemini ele almışlardır. Problemde kütle kuvvetleri dikkate alınmış olup tüm yüzeylerin sürtünmesiz olduğu varsayılmıştır. Problemin sayısal çözümünde, Gauss-Chebyshev integrasyon formülasyonu kullanılmıştır. Çalışma sonucunda temas gerilmeleri, ilk ayrılma mesafeleri ve ilk ayrılma yükleri belirlenmiştir.

Kahya vd. (2001), rijit düzleme oturan homojen tabakada sürtünmesiz temas problemini incelemişlerdir. Problemin çözümünde tabakaya yüklenen rijit blokun profilinin dairesel ve düz olması durumları dikkate alınmıştır. Çalışma sonucunda, blokun boyutlarının ve tabakanın malzeme özelliklerinin değişimine bağlı olarak temas gerilmeleri ve temas uzunlukları elde edilmiştir.

Dağ ve Erdoğan (2002), fonksiyonel derecelendirilmiş yarı sonsuz düzlemde sürtünmeli temas ve çatlak problemini ele almışlardır. Çalışma sonucunda; malzeme

parametresinin, blokun boyutunun ve çatlak derinliğinin değişimine göre temas gerilmeleri ve gerilme şiddeti faktörleri belirlenmiştir.

Birinci ve Erdöl (2003), Winkler temele oturan homojen iki tabakanın sürekli ve süreksiz temas problemini incelemişlerdir. Çalışmada kütle kuvvetleri dikkate alınmıştır. Sayısal çözümler sonucunda yayılı yüklerin ve çeşitli boyutsuz büyüklüklerin değişimine göre temas gerilmeleri, ayrılmalar ve bu ayrılmalara karşılık gelen yük değerleri elde edilmiştir.

Birinci ve Çakıroğlu (2003), tabaka yüzeylerine paralel çatlak bulunan ve bir çift enine basınç kuvvetiyle yüklenmiş homojen tabakanın temas problemini ele almışlardır. Problemde çatlak yüzeyi düzgün basınç kuvvetiyle yüklenmiş olup kütle kuvvetleri ihmal edilmiştir. Çalışma sonunda değişen çeşitli boyutsuz parametrelere göre çatlak yüzeyinin kapanması için gerekli başlangıç yük faktörü, çatlak kapanma uzunlukları, gerilme şiddeti faktörleri ve temas gerilme dağılımları elde edilmiştir.

Özşahin vd. (2004), iki dairesel rijit blokla yüklenmiş homojen tabakanın temas problemini incelemişlerdir. Çalışmada, yük faktörünün ve blok yarıçaplarının değişimine göre temas uzunlukları elde edilmiştir. Analitik çalışmayla elde edilen temas uzunlukları yapay sinir ağıyla elde edilen temas uzunluklarıyla kıyaslanmıştır.

Birinci ve Erdöl (2004), iç çatlağı bulunan ve farklı elastik özelliklere sahip iki tabakadan oluşan kompozitteki temas ve çatlak problemini ele almışlardır. Çalışmada homojen tabakalar iki basit mesnet üzerinde oturmuş ve rijit düz blokla yüklenmiştir. Problemin sayısal çözümü Gauss-Chebyshev integrasyonu yardımıyla yapılmıştır. Değişen parametrelere göre normal gerilmeler ve gerilme şiddeti faktörleri irdelenmiştir.

Güler ve Erdoğan (2004), homojen yarım düzleme bağlı fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın sürtünmeli temas ve çatlak problemini incelemişlerdir. Çalışma sonucunda malzeme parametreleri, sürtünme katsayısı ve çeşitli boyutsuz büyüklüklerin değişimine göre temas gerilmeleri ve gerilme şiddeti faktörleri elde edilmiştir.

Çakıroğlu vd. (2005), rijit blokla yüklenmiş homojen iki elastik şeritteki sürtünmesiz temas problemini ele almışlardır. Problem hem analitik hem de maksimum temas gerilmesiyle ilgili boyutsuz büyüklükleri tahmin etmek için yapay sinir ağları yöntemiyle de

çözölmüştür. Çalışmada kütle kuvvetleri dikkate alınmamış olup analitik çözüm ve yapay sinir ağları kullanılarak elde edilen çözüm kıyaslanmıştır.

Kahya vd. (2006), üst ve alt tarafından basınç kuvvetiyle yüklenmiş ve iç kısmında çekme gerilmeleriyle yüklenmiş izotrop olmayan tabakada temas ve çatlak problemini ele almışlardır. Çalışmada, sürtünme ve kütle kuvvetleri ihmal edilmiştir. Malzeme parametresinin değişimine göre çatlak kapanma uzunluğu ve gerilme şiddeti faktörleri elde edilmiştir.

El-Borgi vd. (2006), homojen yarı sonsuz düzleme oturan fonksiyonel derecelendirilmiş bir tabakanın sürtünmesiz temas problemini ele almışlardır. FD tabaka belirli bir fonksiyona bağlı olarak değişen yayılı yükle yüklenmiştir. Problemin sayısal çözümü Gauss-Chebyshev integrasyonu yardımıyla yapılmıştır. FD tabakanın rijitlik parametresinin ve kalınlığının değişimine göre temas gerilmeleri ve temas uzunlukları belirlenmiştir.

Cheng ve Zhong (2007), homojen tabakalar arasında bulunan fonksiyonel derecelendirilmiş şeritte temas ve çatlak problemini incelemişlerdir. Problem, Fourier dönüşümü yöntemiyle tekil integral denklem sistemine indirgenmiştir. FD şeritin rijitlik parametresinin, homojen tabakaların kalınlıklarının ve çatlak boyutunun gerilme şiddeti faktörlerine etkisi gözlemlenmiştir.

Kahya vd. (2007), izotrop olmayan yarı düzleme oturan izotrop olmayan tabakanın temas problemini ele almışlardır. Problem temas gerilmeleri ve temas uzunluklarının bilinmeyen olduğu tekil integral denklem sistemine indirgenmiştir. Monoklinik ve ortotropik malzeme durumları için temas uzunlukları ve temas gerilmeleri elde edilmiştir.

Özşahin (2007), homojen yarı düzleme oturan ve iki rijit düz blokla yüklenmiş homojen tabakanın sürtünmesiz temas problemini ele almıştır. Çalışmada kütle kuvvetleri dikkate alınmıştır. Problemin sayısal çözümü Gauss-Chebyshev integrasyon yöntemiyle yapılmıştır. Çalışma sonucunda birçok boyutsuz parametrenin değişimine göre ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları, ayrılma bölgesindeki yer değiştirmeler ve temas gerilmeleri elde edilmiştir.

Yang ve Ke (2008), elastik düzleme oturan üzerinde fonksiyonel derecelendirilmiş tabaka bulunan homojen tabakadaki temas problemini incelemişlerdir. Problem Cauchy tipi

bir tekil integral denkleme indirgenmiştir. FD tabakanın kayma modülünün ve tabakaların kalınlıklarının oranının değişimine göre temas gerilmeleri ve temas uzunlukları elde edilmiştir.

Rhimi vd. (2009), homojen yarım düzleme oturan fonksiyonel derecelendirilmiş tabakada sürtünmesiz temas problemini incelemişlerdir. Problem Hankel integral dönüşümü kullanılarak temas gerilmesi ve temas yarıçapının bilinmeyen olduğu bir tekil integral denkleme dönüştürülmüştür. Problemin sayısal çözümü Gauss-Chebyshev integrasyonu yardımıyla yapılmış olup sayısal çözüm sonucunda değişen parametrelere göre temas gerilmeleri ve temas uzunlukları belirlenmiştir.

Dağ vd. (2009), keyfi profile sahip rijit blokla yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş yarım düzlemde sürtünmeli temas problemini incelemişlerdir. Kısmi türevli diferansiyel denklemler ve Fourier integral dönüşümü yardımıyla problem ikinci türden bir tekil integral denkleme indirgenmiştir. Problemin sayısal çözümü hem analitik olarak hem de sonlu elemanlar yöntemiyle yapılmış olup malzeme özelliklerinin ve çeşitli boyutsuz büyüklüklerin değişimine göre temas gerilmeleri elde edilmiştir.

Adıbelli vd. (2010), homojen yarım düzleme oturan iki homojen tabakanın sürtünmesiz temas problemini ele almışlardır. Homojen tabakalar rijit dairesel blokla yüklenmiştir. Fourier integral dönüşümleri yardımıyla problem bir tekil integral denklem sistemine indirgenmiş ve problemin sayısal çözümü Gauss-Chebyshev integrasyonu yardımıyla yapılmıştır. Dairesel blokun yarıçapının, tabakaların kayma modülleri oranının ve yük değerlerinin değişimine göre temas gerilmeleri ve temas uzunlukları irdelenmiştir.

Elloumi vd. (2010), temas yüzeyi değişken blokla yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş yarı sonsuz düzlemde temas problemini incelemişlerdir. Değişen rijitlik parametresi, sürtünme katsayısı ve blok boyutlarına göre temas gerilmeleri elde edilmiştir.

Kallel-Kamoun vd. (2010), temas alanı değişken profilli blok ile yüklenmiş homojen olmayan izotropik fonksiyonel derecelendirilmiş yarım düzlemde sürtünmeli temas problemini ele almışlardır. İntegral dönüşüm yöntemleri kullanılarak problem iki tekil integral denkleme indirgenmiştir. Gauss-Chebyshev integrasyonu yardımıyla problemin sayısal çözümü yapılmıştır. Derecelendirilmiş düzlemin rijitlik parametresinin, sürtünme katsayısının ve blok profillerinin değişimine göre temas gerilmeleri belirlenmiştir.

Rekik vd. (2010), homojen alt tabakaya oturan fonksiyonel derecelendirilmiş tabakada temas ve çatlak problemini ele almışlardır. Problemden çatlak FD tabakanın içinde yer almakta olup kütle kuvvetleri ihmal edilmiştir. Hankel dönüşümü kullanılarak problem tekil integral denklemlere indirgenmiştir. Çatlak konumunun ve FD tabakanın rijitlik parametresinin değişiminin gerilme şiddeti faktörlerine etkisi incelenmiştir.

Apatay vd. (2010), rijit düz blokla yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın sürtünmeli temas problemini incelemişlerdir. Problemin sayısal çözümü Jacobi polinomları yardımıyla yapılmıştır. Blok boyutunun, blok konumunun, sürtünme katsayısının ve malzeme özelliklerinin değişimine göre temas gerilmeleri elde edilmiştir.

Rhimi vd. (2011), homojen yarım düzleme oturan fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın sürtünmesiz temas problemini ele almışlardır. Problemin sayısal çözümü Gauss-Chebyshev integrasyon formülasyonu yardımıyla yapılmış olup değişen rijitlik parametresi, FD tabaka kalınlığı ve uygulanan yük büyüklüğüne göre temas gerilmeleri ve temas mesafeleri belirlenmiştir.

Çakıroğlu vd. (2011), iki elastik çeyrek düzleme oturan homojen tabakanın temas problemini incelemişlerdir. Çalışmada, kütle kuvvetleri ve sürtünme ihmal edilmiş olup homojen tabaka silindirik blokla yüklenmiştir. Homojen tabakanın malzeme özelliklerinin, rijit blokun yarıçapının ve dış yükün değişimine göre temas mesafeleri elde edilmiş olup yapay sınır ağlarıyla elde edilen çözümle kıyaslanmıştır.

Birinci (2011), alt ve üst yüzeylerinde iki simetrik rijit blok bulunan homojen tabakanın temas ve çatlak problemini ele almıştır. Çalışmada, homojen tabakada iç çatlak bulunmaktadır ve çatlak yüzeyi düzgün yayılı yüke maruz kalmaktadır. Çalışma sonucunda, çeşitli boyutsuz parametreler için gerilme şiddeti faktörleri ve temas gerilmeleri elde edilmiştir.

Dağ vd. (2012), homojen yarım düzleme bağlı ve yüzey çatlağı bulunan fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın sürtünmeli temas problemini incelemişlerdir. Problemin çözümünde temas ve çatlak problemleri ayrı ayrı ele alınmıştır. Çalışma sonucunda FD tabakanın rijitlik parametresinin ve sürtünme katsayısının değişimine göre temas gerilmeleri ve gerilme şiddeti faktörleri belirlenmiştir.

Güler vd. (2012), rijit blokla yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş yarım düzlemin sürtünmeli temas problemini incelemişlerdir. Sayısal çözümler sonucunda yarım düzlemin rijitlik parametresinin, sürtünme katsayısının ve blok profillerinin değişimine göre temas gerilmeleri elde edilmiştir.

Çömez (2013), Winkler temele oturan fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın temas problemini ele almıştır. Çalışmada FD tabaka rijit silindirik blokla yüklenmiş olup kütle kuvvetleri dikkate alınmamıştır. Problemin sayısal çözümü, Gauss-Chebyshev integrasyonu yardımıyla yapılmıştır. FD tabakanın ve Winkler temelin rijitlik parametresinin değişimine göre temas gerilmeleri ve temas uzunlukları elde edilmiştir.

Elloumi vd. (2013), manyeto-elektromekanik yüklere maruz kalan iletken rijit blokla yüklenen manyetik elastik tabakada sürtünmeli temas problemini ele almışlardır. Fourier integral dönüşümü kullanılarak problem; temas gerilmelerinin, elektriksel yer değiştirmenin ve manyetik indüksiyonun bilinmeyen olduğu üç tekil integral denkleme indirgenmiştir. Sürtünme katsayısının, elektriksel ve manyetik katsayıların ve blok boyutlarının değişimine göre manyetik indüksiyon dağılımları ve temas gerilmeleri incelenmiştir.

Çömez vd. (2013), homojen alt tabakaya bağlı elastik bir tabakanın sürtünmeli temas problemini incelemişlerdir. Çalışmada tabaka, rijit dairesel blokla yüklenmiştir. İntegral dönüşüm teknikleri ve sınır şartları kullanılarak problem, temas gerilmeleri ve temas alanlarının bilinmeyen olduğu ikincil türden tekil bir integral denkleme indirgenmiştir. Sayısal çözümler sonucunda temas gerilmeleri ve temas uzunlukları elde edilmiştir.

Dağ vd. (2013), rijit silindirik blokla yüklü fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın sürtünmeli temas problemini ele almışlardır. Çalışmada, Coulomb sürtünme yasasının geçerli olduğu kabul edilmiştir. Problem, Fourier integral dönüşümleri yardımıyla ikinci tür Cauchy tipi bir tekil integral denkleme indirgenmiştir. Analitik çözümle elde edilen sonuçlar, sonlu elemanlar yöntemiyle elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Vasiliev vd. (2014), homojen olmayan tabakalardaki temas problemlerinin analitik çözümü için bir yöntem geliştirmişlerdir. Çalışmada ele alınan yöntem, homojen olmayan (fonksiyonel derecelendirilmiş) tabaka veya farklı elastik özelliklere sahip homojen tabakalar kümesi şeklindeki tabakalar için geçerlidir. Ayrıca bu yöntemle, tabakaların kalınlıklarının veya blok profillerinin değişimine göre temas gerilmeleri elde edilmektedir.

Öner ve Birinci (2014), homojen yarı sonsuz düzleme oturan homojen iki tabakanın sürekli temas problemini incelemişlerdir. Çalışmada tüm yüzeylerin sürtünmesiz olduğu varsayılmış ve kütle kuvvetleri dikkate alınmıştır. Çalışma sonucunda; çeşitli boyutsuz büyüklükler için blok altı temas gerilmeleri, temas uzunlukları, ilk ayrılma yükleri ve ayrılma başlangıç mesafeleri elde edilmiştir.

El-Borgi vd. (2014), homojen yarı sonsuz düzleme oturan fonksiyonel derecelendirilmiş bir tabakanın sürtünmeli temas problemini ele almışlardır. Çalışmada FD tabaka, belirli bir fonksiyona bağlı olarak değişen yayılı yüklerle yüklenmiştir. Problemin sayısal çözümü Gauss-Chebyshev integrasyonu ile yapılmıştır. Değişen sürtünme katsayısı ve FD tabakanın rijitlik parametresine göre temas gerilmeleri ve temas uzunlukları belirlenmiştir.

Güler (2014), ortotropik ortamda iki boyutlu kayma bulunduran sürtünmeli temas problemini ele almıştır. Problemde, Coulomb sürtünme koşullarının geçerli olduğu varsayılmıştır. Fourier integral dönüşümü yardımıyla problem temas gerilmesinin bilinmeyen olduğu ikinci tür Cauchy tipi bir tekil integral denkleme indirgenmiştir. Problemin sayısal çözümü Jacobi polinomları yardımıyla yapılmıştır.

Yaylacı vd. (2014), iki elastik çeyrek düzleme oturan homojen iki tabakanın sürtünmesiz temas problemini ele almışlardır. Problemde homojen tabakalara düzgün yayılı yük etki etmektedir ve kütle kuvvetleri ihmal edilmiştir. Problemin sayısal çözümü Gauss-Chebyshev integrasyon yöntemiyle yapılmış olup elde edilen sonuçlar sonlu elemanlar yöntemiyle elde edilen sonuçlarla kıyaslanmıştır. Çalışma sonucunda, birçok boyutsuz büyüklüğe ait temas gerilmeleri elde edilmiştir.

Öner vd. (2014), Winkler temele oturan homojen iki tabakanın sürekli temas problemini hem analitik olarak hem de sonlu elemanlar yöntemiyle çözmüşlerdir. Çalışma sonucunda, ANSYS paket programından elde edilen sonuçlar analitik çözümlerle karşılaştırılmıştır.

Birinci vd. (2015), Winkler temeline oturan homojen iki tabakanın sürtünmesiz temas problemini incelemişlerdir. Çalışmada tüm yüzeylerin sürtünmesiz olduğu varsayılmıştır. Problemin sayısal çözümü, hem analitik olarak hem de sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak elde edilmiş ve birbiriyle kıyaslanmıştır. Çalışma sonucunda, çeşitli boyutsuz büyüklükler için temas gerilmeleri ve ilk ayrılma mesafeleri elde edilmiştir.

Arslan (2015), homojen yarım düzleme oturan ortotropik tabakada sürtünmeli temas problemini incelemiştir. Ortotropik tabaka temas yüzeyi değişken profilli blokla yüklenmiştir. Gauss Chebyshev integrasyon formülasyonu yardımıyla problemin sayısal çözümü yapılmıştır. Sonlu elemanlar yöntemiyle elde edilen sonuçlar, analitik sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Adıyaman vd. (2016), fonksiyonel derecelendirilmiş bir tabaka ile iki homojen çeyrek düzlem arasındaki sürtünmeli temas problemini ele almışlardır. Çalışmada temas uzunlukları ve temas gerilmeleri Gauss-Chebyshev integrasyon yöntemi kullanılarak elde edilmiştir.

Alinia vd. (2016), rijit silindirik blokla yüklü ve homojen alt tabakaya bağlı fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın sürtünmeli temas problemini incelemiştir. Problem, Fourier integral dönüşümü yardımıyla tekil integral denklem sistemine indirgenmiştir. Çalışma sonucunda FD tabakanın rijitlik parametresi, sürtünme katsayısı gibi parametrelerin değişimine göre temas gerilmeleri belirlenmiştir.

Çömez vd. (2016), rijit silindirik blokla yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş iki tabakanın sürtünmesiz temas problemini ele almışlardır. Problemin sayısal çözümü Gauss-Chebyshev integrasyonu yardımıyla yapılmıştır. Tabakaların rijitlik parametrelerinin değişimine göre temas gerilmeleri ve temas uzunlukları elde edilmiştir.

Küçüksucu vd. (2016), rijit silindirik blokla yüklenmiş ortotropik yarım düzlemdeki sürtünmeli temas problemini ele almışlardır. Blok ile yarım düzlem arasındaki sürtünmeyi modellemek için Coulumb sürtünme varsayımı kullanılmıştır. Problemin sayısal çözümü Jacobi polinomlarıyla yapılmıştır. Sayısal çözüm sonucunda ortotropik yarım düzlemin malzeme parametreleri ve sürtünme katsayısının değişimine göre temas gerilmeleri ve temas uzunlukları hesaplanmıştır.

Adıyaman vd. (2017), rijit düzleme oturan fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın temas problemini incelemiştir. Çalışmada, FD tabakanın üst kısmı sonlu bir bölgede çekme kuvvetine maruz kalmaktadır. Sayısal çözüm sonucunda, FD tabakanın rijitlik parametresi ve yoğunluk parametresinin değişimine göre ilk ayrılma yükleri ve ilk ayrılma mesafeleri belirlenmiştir.

El-Borgi ve Çömez (2017), homojen yarım düzleme oturan fonksiyonel derecelendirilmiş bir tabakanın sürtünmeli temas problemini ele almışlardır. FD tabaka rijit

dairesel blokla yüklenmiştir. Problemin sayısal çözümü, Gauss-Chebyshev integrasyon formülasyonu yardımıyla yapılmış olup değişen rijitlik parametresi, sürtünme katsayısı, blok boyutlarına göre bilinmeyen temas gerilmeleri ve temas uzunlukları elde edilmiştir.

Yan vd. (2017), homojen olmayan tabaka ile kaplanmış ve yarı sonsuz düzleme oturan homojen tabakanın temas problemi için çalışma yapmışlardır. Çalışmada, homojen olmayan kaplama dairesel blokla yüklenmiş olup bütün yüzeylerin sürtünmesiz olduğu varsayılmıştır. Kaplamanın rijitlik değişimi, geometrik özelliklerin değişimi, yük miktarının değişimi ve homojen tabakanın malzeme özelliklerinin değişimine göre temas gerilmeleri ve temas uzunlukları elde edilmiştir.

Çömez ve Güler (2017), rijit düzleme oturan ve rijit silindirik blokla yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş iki tabakanın temas problemini incelemişlerdir. Fourier integral dönüşümü yardımıyla problem temas gerilmeleri ve temas uzunluğunun bilinmeyen olduğu tekil integral denklem sistemine indirgenmiştir. Çalışma sonucunda FD tabakaların rijitlik parametresinin, sürtünme katsayısının, FD tabakaların kalınlıklarının değişimine göre temas gerilmeleri ve temas uzunlukları belirlenmiştir.

Alinia vd. (2017) rijit silindirik ve düz blokla yüklenmiş ortotropik yarım düzlemin temas problemini ele almışlardır. Problem ortotropik tabakanın malzeme parametresinin, sürtünme katsayısının değişimine göre temas gerilmeleri elde edilmiştir.

Kaya vd. (2017), üç rijit düz blokla yüklenmiş ve elastik yarı sonsuz düzleme oturan homojen tabakanın temas problemini ele almışlardır. Problem sonlu elemanlar metodu kullanılarak çözülmüştür. Analiz sonucunda ilk ayrılma yükü ve ilk ayrılma uzaklıkları belirlenmiştir.

Güler vd. (2017), fonksiyonel derecelendirilmiş ortotropik ortamda kayan rijit silindirik blokun temas problemini incelemişlerdir. Problem integral dönüşüm yöntemleriyle ikinci tip Cauchy tipi bir tekil integral denkleme indirgenmiştir. Analitik çözümle elde edilen bulgular sonlu elemanlar yöntemiyle elde edilen bulgularla kıyaslanmıştır.

Alinia vd. (2018), izotrop alt temele oturan ortotropik tabakanın sürtünmeli temas problemini ele almışlardır. Problem, ortotrop tabakaya yüklenen rijit blokun silindirik ve düz blok olması durumları için ayrı ayrı çözülmüştür. Problemin sayısal çözümü, Gauss-Chebyshev integrasyon formülasyonu yardımıyla yapılmıştır. Çalışma sonucunda;

ortotropik parametrelerin, sürtünme katsayısının ve tabaka kalınlığının değişimine göre temas gerilmeleri elde edilmiştir.

Arslan ve Dağ (2018), izotropik alt tabakaya bağlanmış ortotropik tabakada sürtünmeli temas problemini ele almışlardır. Çalışmada, ortotropik tabakaya yüklenen rijit blok değişken profillidir. Gauss-Cheyshev integrasyon yöntemiyle problemin sayısal çözümü yapılmıştır. Sürtünme katsayısının, FD tabakanın rijitlik parametresinin ve ortotropik tabakanın rijitlik parametresinin değişimine göre temas gerilmeleri elde edilmiştir. Analitik çözümden elde edilen sonuçlar, sonlu elemanlar yöntemiyle elde edilen çözümle kıyaslanmıştır.

Karabulut vd. (2018), homojen yarı sonsuz düzleme oturan ve belirli uzunlukta simetrik yayılı yüklerle yüklenmiş homojen tabakanın sürekli ve süreksiz temas problemini sonlu elemanlar yöntemiyle çözmüşlerdir. Sonlu elemanlar yöntemiyle elde edilen sonuçlar analitik sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Arslan (2019), homojen alt tabakaya bağlı fonksiyonel derecelendirilmiş ortotropik tabakanın temas problemini incelemiştir. Problemin sayısal çözümü Gauss-Chebyshev integrasyon ve sonlu elemanlar yöntemi yardımıyla yapılmıştır. Tabakaların malzeme parametrelerinin değişimine göre temas gerilmeleri elde edilmiştir.

Çömez vd. (2019), Winkler temele oturan ve rijit dairesel hareketli blokla yüklenmiş homojen tabakada temas problemini ele almışlardır. Galile ve Fourier integral dönüşümleri yardımıyla problem Cauchy tipi tekil bir integral denkleme indirgenmiştir. İntegral denklemin sayısal çözümü sonucunda Winkler temelin rijitlik parametresinin ve hız parametresinin değişimine göre temas gerilmeleri belirlenmiştir.

Abanoz vd. (2019), rijit düzleme oturan ve rijit dairesel blokla yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş tabakada temas problemini ele almışlardır. Problemin sayısal çözümü Gauss-Chebyshev integrasyonu yardımıyla yapılmıştır. FD tabakanın rijitlik parametresinin değişimine göre temas gerilmeleri ve temas uzunlukları elde edilmiştir.

Bora ve Özşahin (2019), rijit iki blokla yüklenmiş ve yarı sonsuz düzleme oturan homojen iki tabakanın sürtünmesiz temas problemini incelemişlerdir. Çalışmada kütle kuvvetleri dikkate alınmıştır. Problemin sayısal çözümü hem analitik olarak hem de ANSYS paket programı yardımıyla yapılmıştır ve elde edilen sonuçlar kıyaslanmıştır.

Çömez vd. (2019), rijit düzleme oturan ve rijit dairesel blokla yüklenmiş ortotropik bir tabakanın sürtünmeli temas problemini incelemişlerdir. İntegral dönüşüm yöntemleri kullanılarak problem tekil bir integral denkleme dönüştürülmüş olup integral denklemin sayısal çözümü Gauss-Jacobi integrasyon yöntemi kullanılarak elde edilmiştir. Analitik çözümün yanı sıra problemin sayısal çözümü sonlu elemanlar yöntemi (SEM) kullanılarak da yapılmış ve analitik çözümle kıyaslanmıştır.

Yılmaz vd. (2019), izotropik tabakaya oturan ve rijit dairesel blokla yüklenmiş ortotropik tabakanın sürtünmeli temas problemini ele almışlardır. Çalışmada izotropik tabakanın alt yüzeyi zemine bağlıdır. Problem hem analitik olarak hem de sonlu elemanlar yöntemi (SEM) kullanılarak çözülmüştür. Ortotropik ve izotropik malzeme özelliklerinin, yüzeyler arası sürtünme katsayısının ve geometrik özelliklerin değişimine göre temas gerilmeleri ve temas uzunlukları elde edilmiştir.

Güler ve Çömez (2020), izotropik yarım düzleme bağlı ortotropik tabakada sürtünmeli ve hareketli temas problemini incelemişlerdir. Çalışmada, ortotropik tabaka rijit silindirik blokla yüklü olup V hızıyla tabaka yüzeyinde hareket etmektedir. Problemin sayısal çözümü Gauss-Chebyshev integrasyon yöntemiyle yapılmış olup sayısal çözümler sonucunda temas gerilmeleri ve temas uzunlukları belirlenmiştir.

Kaya vd. (2020), homojen tabakaya oturan ve iki rijit düz blokla yüklenen fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın sürekli temas problemini ele almışlardır. Çalışmada, homojen tabaka rijit düzleme oturmakta olup P ve Q yükleri rijit düz bloklar aracılığıyla tabakalara aktarılmaktadır. Gauss-Chebyshev integrasyonu yardımıyla problemin sayısal çözümü yapılmıştır. Değişen rijitlik parametreleri, blok genişlikleri, kayma modülleri oranına göre temas gerilmeleri, ilk ayrılma yükü ve ilk ayrılma mesafeleri elde edilmiştir. Ayrıca sonlu elemanlar yöntemi (SEM) kullanılarak analitik çözümle elde edilen sonuçlar kıyaslanmıştır.

Arslan (2020), temas alanı keyfi belirlenmiş blokla yüklenmiş çift yönlü fonksiyonel derecelendirilmiş yarım düzlemde sürtünmeli temas problemini ele almıştır. Problem hem analitik olarak hem de sonlu elemanlar yöntemiyle çözülmüştür. FD tabakanın her iki yönde rijitlik parametresinin değişimine göre temas gerilmeleri elde edilmiştir.

Çömez vd. (2020), homojen yarım düzleme oturan homojen tabaka ve fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın sürtünmeli temas problemini incelemişlerdir. En üstte bulunan FD tabaka rijit dairesel blokla yüklenmiştir. İntegral dönüşüm yöntemleri ve uygun sınır

şartları kullanılarak problem temas gerilmeleri ve temas uzunluklarının bilinmeyen olduğu iki tekil integral denklem sistemine indirgenmiştir. Sayısal çözümler sonucunda, FD tabakanın rijitlik parametresinin, sürtünme katsayısının, blok boyutunun, homojen tabakanın kayma modülünün ve homojen yarı sonsuz düzlemin kayma modülünün değişimine göre temas gerilmelerini ve temas uzunluklarını elde etmişlerdir.

Öner vd. (2020), yarı sonsuz düzleme oturan fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın süreksiz temas problemini incelemişlerdir. Problemin çözümünde kütle kuvvetleri dikkate alınmıştır ve FD tabaka rijit düz blok ile yüklenmiştir. İntegral dönüşüm yöntemleri ve elastisite teorisi yardımıyla problem, temas gerilmeleri ve FD tabaka ile homojen yarı sonsuz düzlemin ara yüzeyinde oluşan ayrılmanın eğiminin bilinmeyen olduğu iki tekil integral denkleme indirgenmiştir. Problemin sayısal çözümü Gauss-Chebyshev integrasyon yöntemiyle yapılmış olup temas gerilmeleri, ayrılma bölgesinin başlangıç ve bitiş noktaları elde edilmiştir.

Çömez vd. (2020), rijit düzleme oturan elektrik iletkenliği olan rijit düz blokla yüklenmiş homojen piyezoelektrik tabakanın sürekli ve süreksiz temas problemini ele almışlardır. Çalışmada, tabakanın kütle kuvvetleri dikkate alınmıştır. Problemin sayısal çözümünde Gauss-Chebyshev integrasyon yöntemi kullanılmıştır. Sayısal çözümler sonucunda temas gerilmeleri, ilk ayrılma yükleri, ilk ayrılma mesafeleri elde edilmiştir.

Vatulyan vd. (2021), dairesel blokla yüklenen homojen olmayan elastik şeritin sürtünmesiz temas problemini ele almışlardır. Problemin sayısal çözümü sonucunda rijitlik parametresinin değişimine göre temas gerilmeleri ve temas mesafeleri elde edilmiştir.

Birinci ve Eyüboğlu (2021), Winkler temel üzerine oturan fonksiyonel derecelendirilmiş iki tabakanın sürtünmesiz temas problemini incelemişlerdir. Tabakalar rijit silindirik blokla yüklenmiş olup kütle kuvvetleri ihmal edilmiştir. Gauss-Chebyshev integrasyonu yöntemiyle problemin sayısal çözümü yapılmış olup FD tabakaların rijitlik parametresinin, Winkler temelin elastik yay sabitinin, yük faktörünün ve rijit silindirik blokun yarıçapının değişimine göre temas gerilmeleri ve temas uzunlukları elde edilmiştir.

Yaylacı vd. (2021), düzgün yayılı yüklerle yüklenmiş FD tabaka ile homojen tabakanın sürekli ve süreksiz temas problemini incelemişlerdir. Problem hem analitik hem de sonlu elemanlar yöntemiyle çözülmüştür. Çalışma sonucunda tabakaların malzeme

parametrelerinin, yayılı yük genişliğinin ve yük faktörünün değişiminin temas gerilmelerine, ayrılma başlangıç ve bitiş noktalarına etkisi incelenmiştir.

Çömez ve Güler (2021), rijit silindirik blokla yüklenmiş ve homojen yarım düzleme bağlı fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik (FDPM) tabakada sürtünmeli temas problemini ele almışlardır. Çalışmada rijit blokun elektrik iletkenliği olduğu, termal olarak yalıtkan olduğu ve piyezoelektrik tabaka üzerinde sabit bir hızla hareket ettiği varsayılmıştır. Problem temas gerilmeleri, temas uzunluğunun, elektriksel yer değiştirmenin bilinmeyen olduğu ikinci Cauchy tipi tekil integral denklemlere indirgenmiş olup sayısal çözümler sonucunda elektriksel yer değiştirmeler ve temas gerilmeleri elde edilmiştir.

Öner (2021), rijit düzleme oturan ve rijit blokla yüklenmiş ortotropik tabakanın sürtünmesiz ve sürekli temas problemini ele almıştır. Problem blok şeklinin düz ve silindirik olması durumu için ayrı ayrı çözülmüş olup kütle kuvvetleri dikkate alınmıştır. Problemin sayısal çözümü Gauss-Chebyshev integrasyon yöntemiyle yapılmıştır. Tabakanın malzeme parametresinin, blok boyutunun ve yük faktörünün değişimine göre temas gerilmeleri, temas uzunlukları, ilk ayrılma yükü ve ilk ayrılma mesafeleri elde edilmiştir.

Yaylacı vd. (2022), Winkler temele oturan ve silindirik rijit blokla yüklenmiş homojen ve fonksiyonel derecelendirilmiş tabakaların temas problemini incelemişlerdir. Çalışmada kütle kuvvetleri ihmal edilmiş olup tüm yüzeylerin sürtünmesiz olduğu varsayılmıştır. Problem hem sonlu elemanlar yöntemiyle hem de yapay sinir ağlarıyla çözülmüştür. Çalışma sonucunda tabakaların rijitlik parametresinin, blok yarıçapının, kayma modülü oranının ve elastik yay sabitinin değişimine göre temas gerilmeleri ve temas uzunlukları elde edilmiştir.

Cao vd. (2022), elastik tabakaya oturan ve rijit düz blokla yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın sürtünmesiz temas problemini incelemişlerdir. Gauss-Chebyshev integrasyonu ile problemin sayısal çözümü yapılmıştır. Fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın rijitlik parametresinin, blok genişliğinin ve tabakaların kalınlık oranlarının değişimine göre temas gerilmeleri elde edilmiştir.

Bora ve Özşahin (2022), elastik yarı sonsuz düzleme oturan homojen iki tabakanın süreksiz temas problemini ele almışlardır. Problemde kütle kuvvetleri dikkate alınmıştır. Fourier integral dönüşümü yardımıyla problem tekil integral denklemlere indirgenmiştir. Gauss-Chebyshev integrasyon yöntemiyle problemin sayısal çözümü yapılmıştır. Bloklar arası mesafenin, blok genişliklerinin ve yük oranının değişimine göre temas gerilmeleri ve

tabakalar arasındaki açılmalar elde edilmiştir. Problem ayrıca sonlu elemanlar yöntemiyle çözülüp analitik çözümle kıyaslanmıştır.

Çömez vd. (2022), izotrop yarım düzleme oturan ve rijit silindirik blokla yüklenmiş monoklinik tabakanın temas problemini incelemişlerdir. Problemin sayısal çözümü Gauss-Chebyshev integrasyon yöntemiyle yapılmıştır. Malzeme parametrelerinin değişimine göre temas gerilmeleri elde edilmiştir.

Şengül Şabano vd. (2022), homojen yarı sonsuz düzleme oturan iki fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın temas problemini ele almışlardır. Çalışmada üst FD tabaka düzgün yayılı yüklerle simetrik olarak yüklenmiş olup kütle kuvvetleri ihmal edilmiştir. Problem analitik, sonlu elemanlar yöntemi ve yapay sinir ağları yardımıyla çözülmüş ve birbiriyle kıyaslanmıştır. Çalışma sonucunda FD tabakaların rijitlik parametresinin, yük uzunluğunun ve kayma modülleri oranının değişimine ait temas gerilmeleri elde edilmiştir.

Yaylacı vd. (2022), yarı sonsuz düzleme oturan ve rijit silindirik blokla yüklenmiş iki elastik tabakanın sürekli temas problemini incelemişlerdir. Problem hem analitik hem de yapay sinir ağları yardımıyla çözülmüştür. Çalışma sonucunda; blok yarıçapının, tabaka yüksekliklerinin, malzeme özelliklerinin ve dış yükün değişimine ait temas gerilmeleri, ilk ayrılma yükleri ve ilk ayrılma mesafeleri elde edilmiştir.

Adıyaman vd. (2023), ağırlık etkisi altında fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın sürekli ve süreksiz temas problemini ele almışlardır. FD tabakaya sonlu bir yayılı yük uygulanmakta ve tabaka rijit düzleme oturmaktadır. FD tabakanın rijitlik ve ağırlık parametresinin değişimine göre ilk ayrılma yükleri, ilk ayrılma mesafeleri ve temas gerilmeleri elde edilmiştir.

Aizikovich vd. (2023), derinlik boyunca homojen olmayan ve elastik bir zemine oturan tabaka için temas problemini ele almışlardır. İntegral dönüşüm yöntemleriyle problem tekil integral denkleme indirgenmiş olup sayısal çözümler sonucunda tabaka ve zeminin kayma modüllerinin oranına göre temas gerilmeleri elde edilmiştir.

Üstün vd. (2023), iki rijit düz blokla yüklenmiş yarım düzlemdeki temas ve çatlak problemini incelemişlerdir. Çalışmada temas ve çatlak problemleri ayrı ayrı çözülüp bu iki problemin çözümünün toplamı şeklinde ana çözüme ulaşılmıştır. Problem, temas gerilmeleri ve çatlak yer değiştirmelerinin bilinmeyen olduğu dört tekil integral denklemden oluşan

denklem sistemine indirgenmiştir. Problemin sayısal çözümü Jacobi polinomları kullanılarak elde edilmiş olup bu çözüm sonucunda değişen malzeme ve yük parametrelerine göre temas gerilmeleri ve gerilme şiddeti faktörleri elde edilmiştir.

Adıyaman (2023), yayılı yüklerle yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın sürekli ve süreksiz temas problemini ele almışlardır. Çalışmada kütle kuvvetleri dikkate alınmıştır. Çalışmanın sonucunda yük faktörünün, yayılı yükün genliğinin, rijitlik parametresinin değişimine göre temas gerilmeleri, ilk ayrılma yükü, ilk ayrılma mesafeleri, ayrılmanın başlangıç ve bitiş noktaları belirlenmiştir.

Zhang vd. (2023), iki rijit düz blokla yüklü ve rijit düzleme oturan termoelektrik tabakanın sürekli temas problemini incelemişlerdir. Problemde kütle kuvvetleri dikkate alınmıştır. Çalışmada, bloklar arasındaki etkileşimin akım enerjisi akışı ve termoelektrik tabakadaki temas gerilmeleri dağılımına etkisi incelenmiştir.

Çetinkaya vd. (2023), iç çatlak içeren ortotropik tabakanın sürtünmesiz temas ve çatlak problemini ele almışlardır. Çalışmada tabaka 2a uzunluğunda düz blok ve bir çift enine basınç kuvveti olan P ile yüklenmiştir. Fourier integral dönüşümüyle problem tekil integral denklemler sistemine indirgenmiştir. Problemin sayısal çözümü Gauss-Jacobi integrasyon yöntemiyle yapılmış olup tabakanın malzeme özelliklerinin değişimine göre temas gerilmeleri ve gerilme şiddeti faktörleri elde edilmiştir.

Balcı ve Arslan (2023), hareketli düz blokla yüklenmiş fonksiyonel dereceli ortotropik yarım düzlemdeki sürtünmeli temas problemini incelemişlerdir. Galile ve Fourier dönüşümleri kullanılarak problem ikinci türden tekil integral denkleme indirgenmiştir. Analitik çözümün yanı sıra problem sonlu elemanlar yöntemiyle de çözülüp elde edilen çözümler kıyaslanmıştır. Çalışma sonucunda sürtünme katsayısının, blok hızının, malzeme parametrelerinin değişimine göre temas gerilmeleri elde edilmiştir.

Çömez (2024), homojen alt tabakayla bağlı fonksiyonel derecelendirilmiş ortotropik tabakada hareketli temas porblemini ele almıştır. FD ortotropik tabaka dairesel rijit bir blokla yüklenmiştir. Dairesel blok tabaka boyunca hareket etmekte olup normal ve teğetsel kuvvetleri iletmektedir. Fourier ve Galilean integral dönüşümleri yardımıyla problem, temas gerilmeleri ve temas uzunluğunun bilinmeyen olduğu ikinci tür Cauchy tipi tekil integral denkleme indirgenmiştir. Problemin sayısal çözümü Gauss-Jacobi integrasyonu yöntemiyle yapılmıştır.

Yazıcıoğlu vd. (2024) Pasternak temele oturan fonksiyonel derecelendirilmiş ve homojen tabakanın sürtünmesiz temas problemini ele almışlardır. Çalışmada homojen tabakaya rijit dairesel blok vasıtasıyla dış yük etki etmekte ve kütle kuvvetleri ihmal edilmiştir. Gauss-Chebyshev integrasyonu yardımıyla problemin sayısal çözümü yapılmış olup temas gerilmeleri ve temas uzunlukları çeşitli boyutsuz büyüklükler için elde edilmiştir.

Yaylacı vd. (2024), rijit düzleme oturan ve rijit blokla yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın sürekli ve süreksiz temas problemini ele almışlardır. Çalışmada analitik çözümle sonlu elemanlar yönteminden elde edilen sonuçlar kıyaslanmıştır. Çalışma sonucunda değişen boyutsuz büyüklüklere göre temas gerilmeleri, temas uzunlukları, ilk ayrılma yükü, ilk ayrılma mesafesi, ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları elde edilmiştir.

Yazıcıoğlu vd. (2025), Pasternak temele oturan homojen ve fonksiyonel derecelendirilmiş tabakalar arasındaki temas problemini ele almışlardır. Tabakalar rijit dairesel blokla yüklenmiş olup kütle kuvvetleri ihmal edilmiştir. Analitik çözümle elde edilen sonuçlar, sonlu elemanlar yöntemiyle elde edilen sonuçlar ve yapay sinir ağları kullanılarak elde edilen sonuçlarla kıyaslanmıştır. Çalışma sonucunda temas uzunlukları ve temas gerilmeleri belirlenmiştir.

Literatür çalışmaları incelendiğinde bu çalışma kapsamında yer alan sınır şartlarında herhangi bir çalışma yapılmadığı görülmektedir.

1.3. Çalışmanın Kapsamı ve Amacı

Bu çalışmada rijit düzleme oturan fonksiyonel derecelendirilmiş iki tabakanın sürekli ve süreksiz temas problemi ele alınmıştır. FD tabakaların malzeme özellikleri ve kalınlıkları farklı olup rijit iki düz blokla yüklenmişlerdir. P ve Q yükleri rijit bloklar aracılığıyla tabakalara aktarılmaktadır. Çalışmaya kütle kuvvetleri dahil edilmiş olup tüm yüzeylerin sürtünmesiz olduğu varsayılmıştır.

Çalışmanın ilk bölümünde; yer değiştirmeler cinsinden yazılan bünve denklemleri ve denge denklemleri yardımıyla Navier denklemleri elde edilmiştir. FD tabakalara ait gerilme ve yer değiştirme ifadeleri Navier denklemleri, Fourier ve Ters Fourier integral dönüşümleri yardımıyla bilinmeyen katsayılarla bağlı olarak belirlenmiştir. Çalışma kapsamında ele alınan problem sürekli ve süreksiz temas olarak ayrı ayrı çözülmüştür.

İkinci bölümde problemin tanımı yapılmış, sürekli temas problemi için uygun sınır şartları, tabakalara ait gerilme ve yer değiştirme ifadelerinde yerlerine yazılarak bilinmeyen katsayılar elde edilmiştir. Katsayılar gerilme ve yer değiştirme ifadelerinde yerlerine yazıldıktan sonra bloklar ile üst FD tabaka arasındaki düşey yer değiştirme fonksiyonunun türevinin sıfır olması şartı kullanılarak integral denklemler elde edilmiştir. İntegral denklemler elde edildikten sonra integral denklemlerin sayısal çözümünün yapılması için gerekli boyutsuzlaştırmalar yapılmıştır. İntegral denklemlerin sayısal çözümü Gauss-Chebyshev integrasyon formülasyonu yardımıyla yapılmış ve bilinmeyen temas gerilmeleri elde edilmiştir. $\sigma_{y1}(x, -h_1)=0$ ve $\sigma_{y2}(x, -h_1-h_2)=0$ şartları kullanılarak tabakalar arasında ve alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında ayrılmayı meydana getirecek ilk yük ve ilk ayrılma mesafeleri elde edilmiştir. Süreksiz temas problemi; tabakalar arası ayrılma ve alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ayrılma durumları için ayrı ayrı ele alınmıştır. Her iki durum için sınır şartları FD tabakalara ait gerilme ve yer değiştirme ifadelerinde yerlerine yazılarak katsayılar elde edilmiştir. Rijit bloklarla üst FD tabakanın arasındaki düşey yer değiştirmenin türevi ve ayrılmanın meydana geldiği yerdeki düşey yer değiştirmelerin farkının türevi ifadeleri kullanılarak tekil integral denklemler sistemi elde edilmiştir. Bu denklem sisteminin sayısal çözümü Gauss-Chebyshev integrasyonu yardımıyla yapılmıştır.

Üçüncü bölümde tabakaların malzeme parametrelerinin, yük oranının, blok boyutlarının, tabaka yükseklikleri oranının değişimine göre temas gerilmeleri, düşey eksen boyunca blokların altlarında ve yakınlarında meydana gelen normal gerilmeler, tabakalara ait normal gerilme dağılışı, yüklemeden kaynaklı oluşan ayrılma bölgeleri için ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları, gerilme dağılışı elde edilmiştir. Ayrıca problemin sayısal çözümü, sonlu elemanlar yöntemini esas alan ANSYS paket programı yardımıyla da yapılmış olup elde edilen sonuçlar analitik sonuçlarla ve literatürde yer alan bir çalışmayla kıyaslanmıştır.

Dördüncü bölümde elde edilen sonuçlara, beşinci bölümde ise önerilere yer verilmiştir.

1.4. FD Tabakalara Ait Genel Denklemlerin Elde Edilmesi

Bu bölümde rijit düzleme oturan ve iki rijit düz blokla yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş iki tabakanın temas probleminin çözümünde kullanılacak genel gerilme ve yer değiştirme ifadeleri elastisite teorisi yardımıyla belirlenmiştir. Denge denklemleri ve bünye denklemleri kullanılarak Navier denklemleri elde edilmiştir. Navier denklemlerinde geçen yer değiştirme ifadelerinin gerekli türevleri alınıp Navier denklemlerinde yerlerine yazılarak adi diferansiyel denklem takımı oluşturulmuştur. Bu denklem takımının çözümüyle FD tabakalara ait genel gerilme ve yer değiştirme ifadeleri elde edilmiştir.

1.4.1. Kütle Kuvvetlerinin Dikkate Alınmaması Durumunda FD Tabakalara Ait Genel Denklemlerin Elde Edilmesi

Üç boyutlu halde denge konumunda olan bir cisim için gerilmeler cinsinden denge denklemleri;

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z = 0 \quad (3)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadelerde X, Y ve Z kütle kuvvetlerini; σ_x , σ_y , σ_z , τ_{xy} , τ_{xz} ve τ_{yz} gerilme bileşenlerini ifade etmektedir. Düzlem halde kütle kuvvetlerinin dikkate alınmaması durumunda denge denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\frac{\partial \sigma_{x_{1,2}}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy_{1,2}}}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \tau_{yx_{1,2}}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{y_{1,2}}}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

Bu ifadelerde geçen 1 ve 2 indisleri, gerilme ifadelerinin sırasıyla üst FD tabakaya veya alt FD tabakaya ait olduğunu göstermektedir. Yani 1,2 indisinin geçtiği bağıntılar her

iki FD tabaka için geçerlidir. (4) ve (5) bağıntılarında bulunan FD tabakalar için gerilme bileşenleri, bünye denklemleri ve yer değiştirme-şekil değiştirme bağıntılarından yararlanılarak aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\sigma_{x_i} = \frac{\mu_i(y)}{\kappa_i - 1} \left[(\kappa_i + 1) \frac{\partial u_i}{\partial x} + (3 - \kappa_i) \frac{\partial v_i}{\partial y} \right] \quad (6)$$

$$\sigma_{y_i} = \frac{\mu_i(y)}{\kappa_i - 1} \left[(3 - \kappa_i) \frac{\partial u_i}{\partial x} + (\kappa_i + 1) \frac{\partial v_i}{\partial y} \right] \quad (7)$$

$$\tau_{xy_i} = \mu_i(y) \left[\frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \right] \quad (i=1,2) \quad (8)$$

Bu bağıntılarda bulunan κ Kolosov sabitini, u ve v sırasıyla x ve y doğrultularında meydana gelen yer değiştirme fonksiyonlarını belirtmektedir. Kolosov sabiti; düzlem şekil değiştirme hali için $\kappa = 3 - 4\nu$, düzlem gerilme hali için $\kappa = \frac{3 - \nu}{1 + \nu}$ olarak ifade edilir.

$\mu_1(y)$ ve $\mu_2(y)$ sırasıyla üst ve alt FD tabakaların kayma modüllerini belirtmekte olup üstel bir fonksiyon olarak aşağıdaki gibi belirtilebilirler:

$$\mu_1(y) = \mu_{10} e^{\beta_1 y} \quad (9)$$

$$\mu_2(y) = \mu_{20} e^{\beta_2 (y + h_1)} \quad (10)$$

Bu ifadelerde μ_{10} , $y=0$ da yani üst FD tabakanın üst yüzeyindeki kayma modülünü, μ_{20} ise $y=-h_1$ de yani alt FD tabakanın üst yüzeyindeki kayma modülünü belirtmektedir. β_1 ve β_2 sırasıyla üst ve alt FD tabakaların kendi derinlikleri boyunca kayma modülünün değişimini belirleyen rijitlik parametreleridir.

(6), (7) ve (8) numaralı ifadelerde geçen gerilme bileşenlerinin gerekli türevleri alınıp (4) ve (5) numaralı denge denklemlerinde yerlerine yazılırsa FD tabakalar için Navier denklemleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$(\kappa_{1,2} + 1) \frac{\partial^2 u_{1,2}}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 v_{1,2}}{\partial x \partial y} + \beta_{1,2} (\kappa_{1,2} - 1) \frac{\partial u_{1,2}}{\partial y} + \beta_{1,2} (\kappa_{1,2} - 1) \frac{\partial v_{1,2}}{\partial x} + (\kappa_{1,2} - 1) \frac{\partial^2 u_{1,2}}{\partial y^2} = 0 \quad (11)$$

$$(\kappa_{1,2} - 1) \frac{\partial^2 v_{1,2}}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 u_{1,2}}{\partial x \partial y} + \beta_{1,2} (3 - \kappa_{1,2}) \frac{\partial u_{1,2}}{\partial x} + \beta_{1,2} (\kappa_{1,2} + 1) \frac{\partial v_{1,2}}{\partial y} + (\kappa_{1,2} + 1) \frac{\partial^2 v_{1,2}}{\partial y^2} = 0 \quad (12)$$

(11) ve (12) ifadelerinde görüldüğü üzere, Navier denklemleri kısmi türevli diferansiyel denklem takımından oluşmaktadır ve bu durum problemin çözümünü zorlaştırmaktadır. Bu zorluğu gidermek için kısmi türevli diferansiyel denklem takımını adi diferansiyel denklem takımına dönüştürmek gerekir. u ve v yer değiştirme fonksiyonları, bilinmeyen fonksiyonlar olan $\phi_{1,2}(\xi, y)$ ve $\psi_{1,2}(\xi, y)$ 'nin Fourier dönüşümleri olarak tanımlanırsa aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$u_{1,2}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{1,2}(\xi, y) e^{i\xi x} d\xi \quad (13)$$

$$v_{1,2}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{1,2}(\xi, y) e^{i\xi x} d\xi \quad (14)$$

(13) ve (14) numaralı yer değiştirme ifadelerinin ters Fourier dönüşümleri ise aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\phi_{1,2}(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} u_{1,2}(\xi, y) e^{-i\xi x} d\xi \quad (15)$$

$$\psi_{1,2}(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} v_{1,2}(\xi, y) e^{-i\xi x} d\xi \quad (16)$$

Bu ifadelerde ξ Fourier dönüşümünün değişkenidir. Bilinmeyen ters Fourier dönüşümü fonksiyonlarının elde edilebilmesi için (11) ve (12) numaralı bağıntılar $e^{-i\xi x}$ ile çarpılıp bu ifadelerin $(-\infty, \infty)$ aralığında integralleri alınırsa aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left[(\kappa_{1,2} + 1) \frac{\partial^2 u_{1,2}}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 v_{1,2}}{\partial x \partial y} + \beta_{1,2} (\kappa_{1,2} - 1) \frac{\partial u_{1,2}}{\partial y} + \beta_{1,2} (\kappa_{1,2} - 1) \frac{\partial v_{1,2}}{\partial x} + (\kappa_{1,2} - 1) \frac{\partial^2 u_{1,2}}{\partial y^2} \right] e^{-i\xi x} dx = 0 \quad (17)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left[(\kappa_{1,2} - 1) \frac{\partial^2 v_{1,2}}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 u_{1,2}}{\partial x \partial y} + \beta_{1,2} (3 - \kappa_{1,2}) \frac{\partial u_{1,2}}{\partial x} + \beta_{1,2} (\kappa_{1,2} + 1) \frac{\partial v_{1,2}}{\partial y} + (\kappa_{1,2} + 1) \frac{\partial^2 v_{1,2}}{\partial y^2} \right] e^{-i\xi x} dx = 0 \quad (18)$$

Bu integrallerin içindeki yer değiştirme ifadelerinin gerekli türevleri alınıp ayrı ayrı çözülmüşse aşağıdaki eşitlikler elde edilir:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 u_{1,2}}{\partial x^2} e^{-i\xi x} dx = -\xi^2 \phi_{1,2} \quad (19)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 v_{1,2}}{\partial x \partial y} e^{-i\xi x} dx = i\xi \psi_{1,2} ' \quad (20)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 u_{1,2}}{\partial y} e^{-i\xi x} dx = \phi_{1,2} ' \quad (21)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial v_{1,2}}{\partial x} e^{-i\xi x} dx = i\xi \psi_{1,2} \quad (22)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 u_{1,2}}{\partial y^2} e^{-i\xi x} dx = \phi_{1,2} '' \quad (23)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 v_{1,2}}{\partial x^2} e^{-i\xi x} dx = -\xi^2 \psi_{1,2} \quad (24)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 u_{1,2}}{\partial x \partial y} e^{-i\xi x} dx = i\xi \phi_{1,2} ' \quad (25)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial u_{1,2}}{\partial x} e^{-i\xi x} dx = i\xi \phi_{1,2} \quad (26)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial v_{1,2}}{\partial y} e^{-i\xi x} dx = \psi_{1,2} ' \quad (27)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 v_{1,2}}{\partial y^2} e^{-i\xi x} dx = \psi_{1,2} '' \quad (28)$$

(19) numaralı ifadeden (28) numaralı ifadeye kadar olan ifadeler (17) ve (18) numaralı bağıntılarda yerlerine yazıldığında aşağıdaki adi diferansiyel denklem takımı elde edilir:

$$-(\kappa_{1,2} + 1)\xi^2 \phi_{1,2} + 2i\xi \psi_{1,2} ' + \beta_{1,2}(\kappa_{1,2} - 1)\phi_{1,2} ' + \beta_{1,2}(\kappa_{1,2} - 1)i\xi \psi_{1,2} + (\kappa_{1,2} - 1)\phi_{1,2} '' = 0 \quad (29)$$

$$-(\kappa_{1,2} - 1)\xi^2 \psi_{1,2} + 2i\xi \phi_{1,2} ' + \beta_{1,2}(3 - \kappa_{1,2})i\xi \phi_{1,2} + \beta_{1,2}(\kappa_{1,2} + 1)\psi_{1,2} ' + (\kappa_{1,2} + 1)\psi_{1,2} '' = 0 \quad (30)$$

(29) ve (30) numaralı denklemlerden oluşan adi diferansiyel denklem takımı ele alındığında bu denklem takımının $y'' = ay' + by$ şeklinde bir denklem takımı olduğu görülmektedir. Bu denklem takımının çözümü için aşağıdaki tanımlamalar yapılabilir:

$$\phi_{1,2} = y_1 \quad (31)$$

$$\psi_{1,2} = y_2 \quad (32)$$

$$\frac{\partial \phi_{1,2}}{\partial y} = y_3 \quad (33)$$

$$\frac{\partial \psi_{1,2}}{\partial y} = y_4 \quad (34)$$

(31-34) ifadeleri (29) ve (30) bağıntılarında yerlerine yazılıp düzenlenirse aşağıdaki bağıntılar elde edilir:

$$y_3' = \frac{(\kappa_{1,2} + 1)}{(\kappa_{1,2} - 1)} \xi^2 y_1 - \beta_{1,2} i \xi y_2 - \beta_{1,2} y_3 - \frac{2i\xi}{(\kappa_{1,2} + 1)} y_4 \quad (35)$$

$$y_4' = -\frac{(3 - \kappa_{1,2})}{(\kappa_{1,2} + 1)} \beta_{1,2} i \xi y_1 + \frac{(\kappa_{1,2} - 1)}{(\kappa_{1,2} + 1)} \xi^2 y_2 - \frac{2i\xi}{(\kappa_{1,2} + 1)} y_3 - \beta_{1,2} y_4 \quad (36)$$

(35) ve (36) ifadeleri $y' = by$ olarak matris formatında yazıldığında aşağıdaki matris sistemi elde edilir:

$$\begin{bmatrix} y_1' \\ y_2' \\ y_3' \\ y_4' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{(\kappa_{1,2} + 1)\xi^2}{\kappa_{1,2} - 1} & -\beta_{1,2} i \xi & -\beta_{1,2} & \frac{-2i\xi}{\kappa_{1,2} - 1} \\ -\frac{\beta_{1,2}(3 - \kappa_{1,2})i\xi}{(\kappa_{1,2} + 1)} & \frac{(\kappa_{1,2} - 1)\xi^2}{\kappa_{1,2} + 1} & \frac{-2i\xi}{\kappa_{1,2} + 1} & -\beta_{1,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} \quad (37)$$

Bu matris sisteminde:

$$b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{(\kappa_{1,2} + 1)\xi^2}{\kappa_{1,2} - 1} & -\beta_{1,2} i \xi & -\beta_{1,2} & \frac{-2i\xi}{\kappa_{1,2} - 1} \\ -\frac{\beta_{1,2}(3 - \kappa_{1,2})}{(\kappa_{1,2} + 1)} & \frac{(\kappa_{1,2} - 1)\xi^2}{\kappa_{1,2} + 1} & \frac{-2i\xi}{\kappa_{1,2} + 1} & -\beta_{1,2} \end{bmatrix} \quad (38)$$

olarak tanımlanmıştır. $|b - nI| = 0$ şeklinde özdeğer problemi yazılıp düzenlemeler yapılırsa karakteristik denklem aşağıdaki gibi elde edilir:

$$n^4 + 2\beta_{1,2}n^3 + (\beta_{1,2}^2 - 2\xi^2)n^2 - 2\beta_{1,2}\xi^2 + \xi^4 + \xi^2\beta_{1,2}\left(\frac{3-\kappa_{1,2}}{\kappa_{1,2}+1}\right) = 0 \quad (39)$$

Bu karakteristik denklemin çözümünün $e^{\xi y}$ şeklinde olduğu kabul edilirse bilinmeyen fonksiyonlar aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$\phi_1 = \sum_{j=1}^4 A_{1j} e^{n_{1j}y} \quad (40)$$

$$\psi_1 = \sum_{j=1}^4 A_{1j} m_{1j} e^{n_{1j}y} \quad (41)$$

$$\phi_2 = \sum_{j=1}^4 A_{2j} e^{n_{2j}y} \quad (42)$$

$$\psi_2 = \sum_{j=1}^4 A_{2j} m_{2j} e^{n_{2j}y} \quad (43)$$

(40)-(43) ifadeleri ve gerekli türevleri (29) ve (30) numaralı eşitliklerde yerlerine yazılırsa:

$$m_{1j} = \frac{-2\xi i n_{1j} + \xi i \beta_1 (\kappa_1 - 3)}{-(\kappa_1 - 1)\xi^2 + (\kappa_1 + 1)(n_{1j}^2 + \beta_1 n_{1j})}, \quad (j=1, \dots, 4) \quad (44)$$

$$m_{2j} = \frac{-2\xi i n_{2j} + \xi i \beta_2 (\kappa_2 - 3)}{-(\kappa_2 - 1)\xi^2 + (\kappa_2 + 1)(n_{2j}^2 + \beta_2 n_{2j})}, \quad (j=1, \dots, 4) \quad (45)$$

ifadeleri elde edilir. Karakteristik denklemin kökleri FD tabakalar için aşağıdaki gibi elde edilir:

$$n_{i1} = -\frac{1}{2} \left(\beta_i - \sqrt{4\xi^2 + \beta_i^2 - 4i|\xi||\beta_i| \sqrt{\frac{3-\kappa_i}{\kappa_i+1}}} \right) \quad (46)$$

$$n_{i2} = -\frac{1}{2} \left(\beta_i - \sqrt{4\xi^2 + \beta_i^2 + 4i|\xi|\|\beta_i\|\sqrt{\frac{3-\kappa_i}{\kappa_i+1}}} \right) \quad (47)$$

$$n_{i3} = -\frac{1}{2} \left(\beta_i + \sqrt{4\xi^2 + \beta_i^2 + 4i|\xi|\|\beta_i\|\sqrt{\frac{3-\kappa_i}{\kappa_i+1}}} \right) \quad (48)$$

$$n_{i4} = -\frac{1}{2} \left(\beta_i + \sqrt{4\xi^2 + \beta_i^2 - 4i|\xi|\|\beta_i\|\sqrt{\frac{3-\kappa_i}{\kappa_i+1}}} \right) \quad (i=1,2) \quad (49)$$

(40)-(43) ifadeleri (13) ve (14) numaralı yer değiştirme denklemlerinde yerlerine yazılırsa üst FD tabakaya ait yer değiştirme ifadeleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$u_1(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^4 A_{1j} e^{n_{1j}y + i\xi x} d\xi \quad (50)$$

$$v_1(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^4 A_{1j} m_{1j} e^{n_{1j}y + i\xi x} d\xi \quad (51)$$

Alt FD tabakaya ait yer değiştirme ifadeleri de aşağıdaki gibi elde edilir:

$$u_2(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^4 A_{2j} e^{n_{2j}y + i\xi x} d\xi \quad (52)$$

$$v_2(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^4 A_{2j} m_{2j} e^{n_{2j}y + i\xi x} d\xi \quad (53)$$

Bu bağıntılarda yer alan A_{1j} , A_{2j} ($j=1, \dots, 4$) ifadeleri bilinmeyen katsayılar olup problemin sınır şartları yardımıyla elde edilecektir. (50)-(51) numaralı yer değiştirme ifadeleri (6)-(8) numaralı gerilme bağıntılarında yerlerine yazılırsa üst FD tabakaya ait gerilme ifadeleri aşağıdaki gibi bulunur:

$$\sigma_{x_1}(x, y) = \frac{\mu_1(y)}{(\kappa_1 - 1)} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^4 \left[i\xi(\kappa_1 + 1) + (3 - \kappa_1)n_{1j}m_{1j} \right] A_{1j} e^{n_{1j}y + i\xi x} d\xi \quad (54)$$

$$\sigma_{y_1}(x, y) = \frac{\mu_1(y)}{(\kappa_1 - 1)} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^4 \left[i\xi(3 - \kappa_1) + (\kappa_1 + 1)n_{1j}m_{1j} \right] A_{1j} e^{n_{1j}y + i\xi x} d\xi \quad (55)$$

$$\tau_{xy_1}(x, y) = \mu_1(y) \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^4 [n_{1j} + i\xi n_{1j}] A_{1j} e^{n_{1j}y + i\xi x} d\xi \quad (56)$$

Alt FD tabakaya ait gerilme bileşenleri de aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\sigma_{x_2}(x, y) = \frac{\mu_2(y)}{(\kappa_2 - 1)} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^4 [i\xi(\kappa_2 + 1) + (3 - \kappa_2)n_{2j}m_{2j}] A_{2j} e^{n_{2j}y + i\xi x} d\xi \quad (57)$$

$$\sigma_{y_2}(x, y) = \frac{\mu_2(y)}{(\kappa_2 - 1)} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^4 [i\xi(3 - \kappa_2) + (\kappa_2 + 1)n_{2j}m_{2j}] A_{2j} e^{n_{2j}y + i\xi x} d\xi \quad (58)$$

$$\tau_{xy_2}(x, y) = \mu_2(y) \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^4 [n_{2j} + i\xi n_{2j}] A_{2j} e^{n_{2j}y + i\xi x} d\xi \quad (59)$$

1.4.2. Kütle Kuvvetlerinin Dahil Edilmesi Durumunda FD Tabakalara ait Genel Denklemlerin Elde Edilmesi

Bu bölümde kütle kuvvetlerinin dikkate alınması durumunda FD tabakalara ait genel denklemler elde edilmiştir. Üst FD tabakaya ait kütle kuvvetleri $X=0$ ve $Y=-\rho_1(y)g$ olarak kabul edilmiştir. Bu ifadede g yer çekimi ivmesini, $\rho_1(y)$ üst FD tabakanın yoğunluğunu ifade etmektedir. Üst FD tabakanın yoğunluğu aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$\rho_1(y) = \rho_{10} e^{\gamma_1 y} \quad (60)$$

Bu ifadelerde geçen ρ_{10} üst FD tabakanın üst yüzeyindeki yoğunluğunu, γ_1 üst FD tabakanın yoğunluğunun kendi derinliği boyunca değişimini gösteren yoğunluk parametresini belirtmektedir. Düzlem halde ve kütle kuvvetlerinin dahil edilmesi durumunda denge denklemleri aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\frac{\partial(\sigma_{x_1})_{\rho}}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{xy_1})_{\rho}}{\partial y} + X = 0 \quad (61)$$

$$\frac{\partial(\tau_{yx_1})_{\rho}}{\partial x} + \frac{\partial(\sigma_{y_1})_{\rho}}{\partial y} + Y = 0 \quad (62)$$

Bünye denklemleri ve yer değiştirme-şekil değiştirme bağıntılarından yararlanarak kütle kuvvetleri dahil edilmiş halde üst FD tabakaya ait gerilme bileşenleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$(\sigma_{x_1})_\rho = \frac{\mu_1(y)}{\kappa_1 - 1} \left[(\kappa_1 + 1) \frac{\partial u_{1\rho}}{\partial x} + (3 - \kappa_1) \frac{\partial v_{1\rho}}{\partial y} \right] \quad (63)$$

$$(\sigma_{y_1})_\rho = \frac{\mu_1(y)}{\kappa_1 - 1} \left[(3 - \kappa_1) \frac{\partial u_{1\rho}}{\partial x} + (\kappa_1 + 1) \frac{\partial v_{1\rho}}{\partial y} \right] \quad (64)$$

$$(\tau_{xy_1})_\rho = \mu_1(y) \left[\frac{\partial u_{1\rho}}{\partial y} + \frac{\partial v_{1\rho}}{\partial x} \right] \quad (65)$$

Bu bağıntılarda geçen ρ indisi kütle kuvvetlerinin dikkate alınması durumunda denklemlerin elde edildiğini göstermektedir. (63-65) bağıntılarının gerekli türevleri alınıp denge denklemlerinde yerlerine yazılırsa kütle kuvvetlerinin dahil edilmesi durumunda Navier denklemleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$(\kappa_1 + 1) \frac{\partial^2 u_{1\rho}}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 v_{1\rho}}{\partial x \partial y} + \beta_1 (\kappa_1 - 1) \frac{\partial u_{1\rho}}{\partial y} + \beta_1 (\kappa_1 - 1) \frac{\partial v_{1\rho}}{\partial x} + (\kappa_1 - 1) \frac{\partial^2 u_{1\rho}}{\partial y^2} = 0 \quad (66)$$

$$(\kappa_1 - 1) \frac{\partial^2 v_{1\rho}}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 u_{1\rho}}{\partial x \partial y} + \beta_1 (3 - \kappa_1) \frac{\partial u_{1\rho}}{\partial x} + \beta_1 (\kappa_1 + 1) \frac{\partial v_{1\rho}}{\partial y} + (\kappa_1 + 1) \frac{\partial^2 v_{1\rho}}{\partial y^2} = \frac{\rho_{10} g e^{\gamma_1 y} (\kappa_1 - 1)}{\mu_{10} e^{\beta_1 y}} \quad (67)$$

Bu ifadelerde geçen yer değiştirme ifadelerinden $u_{1\rho}$ x'e bağlı bir fonksiyon ve $v_{1\rho}$ y'ye bağlı bir fonksiyon olarak kabul edilip gerekli türevleri alınırsa (66) numaralı eşitlikten aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$(\kappa_1 + 1) \frac{\partial^2 u_{1\rho}}{\partial x^2} = 0 \quad (68)$$

$$\frac{\partial u_{1\rho}}{\partial x} = M_1 \quad (69)$$

$$u_{1\rho}(x) = M_1 x + M_2 \quad (70)$$

(67) numaralı eşitlikten de aşağıdaki denklem yazılabilir:

$$\beta_1(3-\kappa_1)\frac{\partial u_{1\rho}}{\partial x} + \beta_1(\kappa_1+1)\frac{\partial v_{1\rho}}{\partial y} + (\kappa_1+1)\frac{\partial^2 v_{1\rho}}{\partial y^2} = \frac{\rho_{10}ge^{\gamma_1 y}(\kappa_1-1)}{\mu_{10}e^{\beta_1 y}} \quad (71)$$

(71) numaralı diferansiyel denklem çözülürse kütle kuvvetleri dikkate alınmış halde üst FD tabakaya ait düşey yer değiştirme fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir:

$$v_{1\rho}(y) = \frac{(\beta_1 - \gamma_1)\beta_1(\kappa_1 - 3)M_1\gamma_1\mu_{10} - \beta_1e^{\gamma_1 y - \beta_1 y}g(\kappa_1 - 1)\rho_{10} - (\beta_1 - \gamma_1)e^{-\beta_1 y}(\kappa_1 + 1)\gamma_1\mu_{10}N_1 + N_2(\kappa_1 + 1)\mu_{10}\gamma_1(\beta_1 - \gamma_1)\beta_1}{(\kappa_1 + 1)\mu_{10}\gamma_1(\beta_1 - \gamma_1)\beta_1} \quad (72)$$

Yer değiştirme fonksiyonları olan $u_{1\rho}(x)$ ve $v_{1\rho}(y)$ 'de geçen M_1 , M_2 , N_1 ve N_2 ifadeleri bilinmeyen katsayılardır. Kütle kuvveti $-\rho_{10}g$ ve yüksekliği h_1 olan üst FD tabaka için x eksen tabakanın üstünden geçecek şekilde kabul edilirse aşağıdaki sınır şartları yazılabilir:

$$u_{1\rho}(0) = 0 \quad (73)$$

$$v_{1\rho}(-h_1) = 0 \quad (74)$$

$$\sigma_{y_{1\rho}} = \int_y^0 -\rho_{10}ge^{\gamma_1 y} dy \quad (75)$$

$$\int_{-h_1}^0 \sigma_{x_{1\rho}} dy = 0 \quad (76)$$

(73)-(76) no.lu sınır şartları kütle kuvvetleri dikkate alınmış haldeki gerilme ve yer değiştirme ifadelerine uygulanırsa M_1 , M_2 , N_1 ve N_2 katsayıları aşağıdaki gibi elde edilir:

$$M_1 = -\frac{(\kappa_1 - 3)e^{h_1(\beta_1 - \gamma_1)}\beta_1\rho_{10}g[1 - e^{\gamma_1 h_1}(1 - \gamma_1 h_1)]}{8(e^{\beta_1 h_1} - 1)\gamma_1^2\mu_{10}} \quad (77)$$

$$M_2 = 0 \quad (78)$$

$$N_1 = \frac{\rho_{10}g - \rho_{10}g\kappa_1}{\gamma_1\mu_{10} + \gamma_1\mu_{10}\kappa_1} \quad (79)$$

$$N_2 = -\frac{\rho_{10}g[NN_1 + NN_2 + NN_3]}{8\mu_{10}\gamma_1(\kappa_1 + 1)} \quad (80)$$

(80) numaralı ifadede geçen büyüklükler:

$$NN_1 = \frac{[1 + e^{h_1 y}(\gamma_1 h_1 - 1)](\kappa_1 - 3)^2 e^{h_1(\beta_1 - \gamma_1)} h_1 \beta_1}{\gamma_1(\beta_1 h_1 - 1)} \quad (81)$$

$$NN_2 = \frac{8e^{\beta_1 h_1}(\kappa_1 - 1)}{\beta_1} \quad (82)$$

$$NN_3 = \frac{8e^{(\beta_1 - \gamma_1)h_1}(\kappa_1 - 1)}{\beta_1 - \gamma_1} \quad (83)$$

olarak elde edilmiştir. (77)-(83) ifadeleri (70) ve (72) numaralı yer değiştirme ifadelerinde yerlerine yazılırsa aşağıdaki eşitlikler yazılabilir:

$$u_{1\rho} = -\frac{(\kappa_1 - 3)e^{h_1(\beta_1 - \gamma_1)}\beta_1\rho_{10}g[1 + e^{\gamma_1 h_1}(1 - \gamma_1 h_1)]}{8(e^{\beta_1 h_1} - 1)\gamma_1^2\mu_{10}}x \quad (84)$$

$$v_{1\rho} = -\rho_{10}g \left\{ \begin{aligned} & \frac{(\kappa_1 - 3)^2 e^{h_1(\beta_1 - \gamma_1)}\beta_1 h_1 [1 - e^{\gamma_1 h_1}(1 - \gamma_1 h_1)]}{\gamma_1(e^{\beta_1 h_1} - 1)} + \frac{8e^{\beta_1 h_1}(\kappa_1 - 1)}{\beta_1} - \frac{8e^{h_1(\beta_1 - \gamma_1)}(\kappa_1 - 1)}{\beta_1 - \gamma_1} \\ & \frac{8\mu_{10}(\kappa_1 + 1)}{\gamma_1(e^{\beta_1 h_1} - 1)} + \frac{(\kappa_1 - 3)^2 e^{h_1(\beta_1 - \gamma_1)}\beta_1 [1 - e^{\gamma_1 h_1}(1 - \gamma_1 h_1)]}{\gamma_1(e^{\beta_1 h_1} - 1)} - \frac{e^{\beta_1 y}(\kappa_1 - 1)}{\beta_1} + \frac{e^{(\gamma_1 - \beta_1)y}(\kappa_1 - 1)}{\beta_1 - \gamma_1} \end{aligned} \right\} \quad (85)$$

(84) ve (85) numaralı yer değiştirme fonksiyonlarının gerekli türevleri alınıp gerilme ifadelerinde yerlerine yazılırsa üst FD tabakaya ait gerilme ifadeleri aşağıdaki gibi elde edilmiş olur:

$$\sigma_{x1\rho}(x, y) = -\rho_{10}g(\kappa_1 - 3) \left\{ \frac{e^{\beta_1(y+h_1)}[\beta_1(e^{-\gamma_1 h_1} + \gamma_1 h_1 - 1)] + \gamma_1[1 - e^{\beta_1 h_1} - e^{\gamma_1 y} + e^{\gamma_1 y + \beta_1 h_1}]}{\gamma_1^2(\kappa_1 + 1)(e^{\beta_1 h_1} - 1)} \right\} \quad (86)$$

$$\sigma_{y1\rho} = \frac{\rho_{10}g(e^{\gamma_1 y} - 1)}{\gamma_1} \quad (87)$$

$$\tau_{xy1\rho} = 0 \quad (88)$$

Aynı işlemler alt FD tabaka için de yapılırsa kütle kuvvetlerinin bulunması durumunda alt FD tabakaya ait gerilme ifadeleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\sigma_{x_2\rho}(x, y) = -\rho_{20}g(\kappa_2 - 3) \left\{ \frac{[1 - e^{\beta_2 h_2} - e^{\gamma_2(y+h_1)} + e^{\gamma_2(y+h_1)+\beta_2 h_2}]}{\gamma_2(\kappa_2 + 1)(e^{\beta_2 h_2} - 1)} + \frac{e^{\beta_2(y+2h_1)}[\beta_2(e^{-\gamma_2 h_2} + \gamma_2 h_2 - 1)]}{\gamma_2^2(\kappa_2 + 1)(e^{\beta_2 h_2} - 1)} \right\} \quad (89)$$

$$\sigma_{y_2\rho} = \frac{\rho_{20}g(e^{\gamma_2(y+h_1)} - 1)}{\gamma_2} \quad (90)$$

$$\tau_{xy_2\rho} = 0 \quad (91)$$

Bu ifadelerde ρ_{20} alt FD tabakanın üst yüzeyindeki yoğunluğunu; γ_2 alt FD tabakanın yoğunluğunun kendi derinliği boyunca değişimini gösteren yoğunluk parametresini göstermektedir. Problemin çözümünde kullanılacak olan en genel halde gerilme ve yer değiştirme ifadeleri, kütle kuvvetlerinin dikkate alınmaması halinde elde edilen gerilme ve yer değiştirme ifadelerine kütle kuvvetlerinin bulunması durumundaki gerilme ve yer değiştirme ifadelerinin eklenmesiyle aşağıdaki gibi elde edilirler:

$$u_g(x, y) = u_{1,2}(x, y) + u_{1,2\rho}(x, y) \quad (92)$$

$$v_g(x, y) = v_{1,2}(x, y) + v_{1,2\rho}(x, y) \quad (93)$$

$$\sigma_{xg}(x, y) = \sigma_{x_{1,2}}(x, y) + \sigma_{x_{1,2\rho}}(x, y) \quad (94)$$

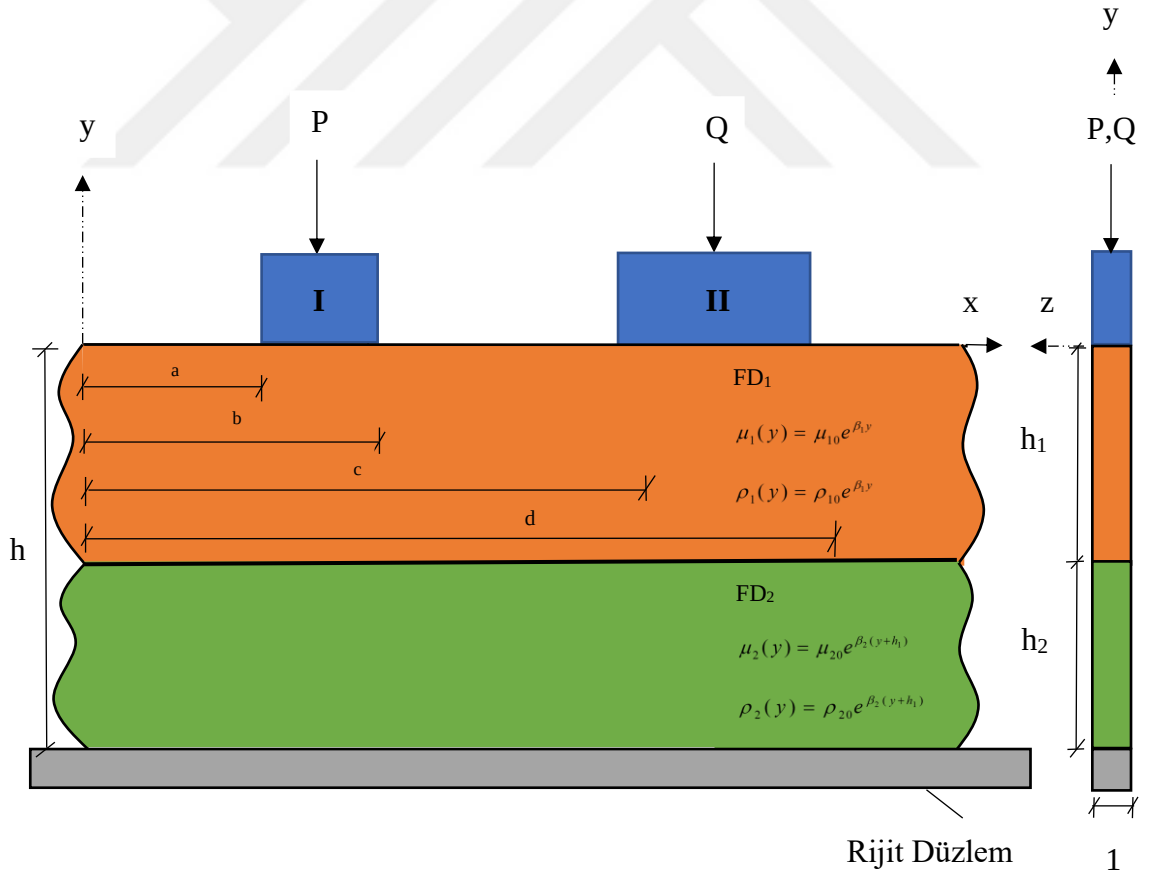
$$\sigma_{yg}(x, y) = \sigma_{y_{1,2}}(x, y) + \sigma_{y_{1,2\rho}}(x, y) \quad (95)$$

$$\tau_{xyg}(x, y) = \tau_{xy_{1,2}}(x, y) + \tau_{xy_{1,2\rho}}(x, y) \quad (96)$$

2.YAPILAN ÇALIŞMALAR

2.1. Problemin Tanımı

Çalışmada, rijit düzleme oturan fonksiyonel derecelendirilmiş iki tabakanın temas problemi ele alınmıştır. FD tabakaların rijitlik parametreleri, yoğunluk parametreleri ve yükseklikleri birbirinden farklıdır. Tabakalar rijit düz iki blokla yüklenmiş olup P ve Q yükleri bu bloklar vasıtasıyla tabakalara aktarılmaktadır. Rijit bloklar (a,b) ve (c,d) aralıklarında üst FD tabaka ile temas etmektedir. Tabakalar ve rijit düzlem $(-\infty, \infty)$ aralığında x eksenı boyunca uzanmaktadır. Üst ve alt FD tabakaların yükseklikleri sırasıyla h_1 ve h_2 ile gösterilmiştir. Problem düzlem halde olduğundan z eksenı boyunca tabaka kalınlıkları 1 birim alınmıştır.



Şekil 1. Problemin geometrisi

2.2. Sürekli Temas Olması Durumunda Problemin Çözümü

2.2.1. Sürekli Temas Olması Durumunda Problemin Sınır Şartları

Sürekli temas olması durumunda problemin sınır şartları aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\tau_{xy_1}(x, 0) = 0 \quad (-\infty, \infty) \quad (97)$$

$$\sigma_{y_1}(x, 0) = \begin{cases} -p(x); & a < x < b \\ -q(x); & c < x < d \\ 0; & \text{diğer} \end{cases} \quad (98)$$

$$\tau_{xy_1}(x, -h_1) = 0 \quad (-\infty, \infty) \quad (99)$$

$$\sigma_{y_1}(x, -h_1) = \sigma_{y_2}(x, -h_1) \quad (-\infty, \infty) \quad (100)$$

$$\tau_{xy_2}(x, -h_1) = 0 \quad (-\infty, \infty) \quad (101)$$

$$v_2(x, -h) = 0 \quad (-\infty, \infty) \quad (102)$$

$$\tau_{xy_2}(x, -h) = 0 \quad (-\infty, \infty) \quad (103)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} [v_2(x, -h_1) - v_1(x, -h_1)] = 0 \quad (-\infty, \infty) \quad (104)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} [v_1(x, 0)] = 0 \quad a < x < b \quad (105)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} [v_1(x, 0)] = 0 \quad c < x < d \quad (106)$$

Probleme ait denge şartları aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\int_a^b p(x) dx = P \quad (107)$$

$$\int_c^d q(x) dx = Q \quad (108)$$

Denge denklemlerindeki $p(x)$ ve $q(x)$, sırasıyla I. ve II. rijit blokların altında meydana gelen bilinmeyen temas gerilmeleridir.

2.2.2. Sürekli Temas Durumunda Katsayıların Elde Edilmesi

FD tabakalara ait genel gerilme ve yer değiştirme ifadelerine (97-104) numaralı ifadelerde geçen sınır şartları yerlerine yazılıp ters Fourier dönüşümleri alınırsa bilinmeyenleri A_{11} , A_{12} , A_{13} , A_{14} , A_{21} , A_{22} , A_{23} , A_{24} olan sekiz bilinmeyenli sekiz denklemden oluşan denklem takımı aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\sum_{j=1}^4 F_{1j} A_{1j} = 0 \quad (109)$$

$$\sum_{j=1}^4 E_{1j} A_{1j} = -\frac{1}{\mu_{10}} \int_a^b p(t) e^{-i\xi t} dt - \frac{1}{\mu_{10}} \int_a^b q(t) e^{-i\xi t} dt \quad (110)$$

$$\sum_{j=1}^4 F_{1j} A_{1j} e^{-h_1(n_{1j}+\beta_1)} = 0 \quad (111)$$

$$\mu_{10} \sum_{j=1}^4 E_{1j} A_{1j} e^{-h_1(n_{1j}+\beta_1)} - \mu_{20} \sum_{j=1}^4 E_{2j} A_{2j} e^{-n_{2j}h_1} = 0 \quad (112)$$

$$\mu_{20} \sum_{j=1}^4 F_{2j} A_{2j} e^{-n_{2j}h_1} = 0 \quad (113)$$

$$\sum_{j=1}^4 A_{2j} m_{2j} e^{-n_{2j}(h_1+h_2)} = 0 \quad (114)$$

$$\mu_{20} e^{-\beta_2 h_2} \sum_{j=1}^4 F_{2j} A_{2j} e^{-n_{2j}(h_1+h_2)} = 0 \quad (115)$$

$$i\xi \sum_{j=1}^4 A_{2j} m_{2j} e^{-n_{2j}h_1} - i\xi \sum_{j=1}^4 A_{1j} m_{1j} e^{-n_{1j}h_1} = 0 \quad (116)$$

Bu denklemlerde:

$$F_{1j} = n_{1j} + i\xi m_{1j} \quad (117)$$

$$F_{2j} = n_{2j} + i\xi m_{2j} \quad (118)$$

$$E_{1j} = \frac{i\xi(3 - \kappa_1) + n_{1j}m_{1j}(\kappa_1 + 1)}{\kappa_1 - 1} \quad (119)$$

$$E_{2j} = \frac{i\xi(3 - \kappa_2) + n_{2j}m_{2j}(\kappa_2 + 1)}{\kappa_2 - 1} \quad (120)$$

$$P = -\frac{1}{\mu_{10}} \int_a^b p(t) e^{-i\xi t} dt \quad (121)$$

$$Q = -\frac{1}{\mu_{10}} \int_c^d q(t) e^{-i\xi t} dt \quad (122)$$

olarak tanımlanmıştır. (109-116) ifadelerinden oluşan denklem takımının çözümüyle bilinmeyen A_{11} , A_{12} , A_{13} , A_{14} , A_{21} , A_{22} , A_{23} , A_{24} katsayıları aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned} A_{11} = & -R_{10}R_{11}(P+Q)\xi [-J_{14_1}F_{14}(E_{24}F_{23}-E_{23}F_{24})k(F_{13}M_{12}-F_{12}m_{13})(F_{22}M_{21}-F_{21}m_{22}) \\ & + J_{13_1}F_{13}(E_{24}F_{23}-E_{23}F_{24})k(F_{14}M_{12}-F_{12}m_{14})(F_{22}M_{21}-F_{21}m_{22}) \\ & - J_{12_1}F_{12}(E_{24}F_{23}-E_{23}F_{24})k(F_{14}m_{13}-F_{13}m_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22}) \\ & + J_{14_2}F_{14}(E_{24}F_{22}-E_{22}F_{24})k(F_{13}m_{12}-F_{12}m_{13})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23}) \\ & - J_{13_2}F_{13}(E_{24}F_{22}-E_{22}F_{24})k(F_{14}m_{12}-F_{12}m_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23}) \\ & + J_{12_2}F_{12}(E_{24}F_{22}-E_{22}F_{24})k(F_{14}m_{13}-F_{13}m_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23}) \\ & - J_{14_4}F_{14}(E_{24}F_{21}-E_{21}F_{24})k(F_{13}m_{12}-F_{12}m_{13})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23}) \\ & + J_{13_4}F_{13}(E_{24}F_{21}-E_{21}F_{24})k(F_{14}m_{12}-F_{12}m_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23}) \\ & - J_{12_4}F_{12}(E_{24}F_{21}-E_{21}F_{24})k(F_{14}m_{13}-F_{13}m_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23}) \\ & - J_{14_3}F_{14}(E_{23}F_{22}-E_{22}F_{23})k(F_{13}m_{12}-F_{12}m_{13})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\ & + J_{13_3}F_{13}(E_{23}F_{22}-E_{22}F_{23})k(F_{14}m_{12}-F_{12}m_{14})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -J_{12_3} F_{12} (E_{23} F_{22} - E_{22} F_{23}) k(F_{14} m_{13} - F_{13} m_{14}) (F_{24} m_{21} - F_{21} m_{24}) \\
& + J_{14_3} F_{14} (E_{13} F_{12} - E_{12} F_{13}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23}) (F_{24} m_{21} - F_{21} m_{24}) \\
& - J_{24_4} F_{14} (E_{13} F_{12} - E_{12} F_{13}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23}) (F_{24} m_{21} - F_{21} m_{24}) \\
& - J_{23_3} F_{13} (E_{14} F_{12} - E_{12} F_{14}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23}) (F_{24} m_{21} - F_{21} m_{24}) \\
& - J_{23_4} F_{13} (E_{14} F_{12} - E_{12} F_{14}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23}) (F_{24} m_{21} - F_{21} m_{24}) \\
& - J_{22_3} F_{12} (E_{14} F_{13} - E_{13} F_{14}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23}) (F_{24} m_{21} - F_{21} m_{24}) \\
& + J_{22_4} F_{12} (E_{14} F_{13} - E_{13} F_{14}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23}) (F_{24} m_{21} - F_{21} m_{24}) \\
& + J_{14_5} F_{14} (E_{23} F_{21} - E_{21} F_{23}) k(F_{13} m_{12} - F_{12} m_{13}) (F_{24} m_{22} - F_{22} m_{24}) \\
& - J_{12_5} F_{13} (E_{23} F_{21} - E_{21} F_{23}) k(F_{14} m_{12} - F_{12} m_{14}) (F_{24} m_{22} - F_{22} m_{24}) \\
& + J_{14_5} F_{14} (E_{23} F_{21} - E_{21} F_{23}) k(F_{13} m_{12} - F_{12} m_{13}) (F_{24} m_{22} - F_{22} m_{24}) \\
& + J_{12_5} F_{12} (E_{23} F_{21} - E_{21} F_{23}) k(F_{14} m_{13} - F_{13} m_{14}) (F_{24} m_{22} - F_{24} m_{23}) \\
& - J_{24_5} F_{14} (E_{13} F_{12} - E_{12} F_{13}) (F_{23} m_{21} - F_{21} m_{23}) (F_{24} m_{22} - F_{22} m_{24}) \\
& - J_{24_2} F_{14} (E_{13} F_{12} - E_{12} F_{13}) (F_{23} m_{21} - F_{21} m_{23}) (F_{24} m_{22} - F_{22} m_{24}) \\
& + J_{23_5} F_{13} (E_{14} F_{12} - E_{12} F_{14}) (F_{23} m_{21} - F_{21} m_{23}) (F_{24} m_{22} - F_{22} m_{24}) \\
& + J_{23_2} F_{13} (E_{14} F_{12} - E_{12} F_{14}) (F_{23} m_{21} - F_{21} m_{23}) (F_{24} m_{22} - F_{22} m_{24}) \\
& - J_{22_5} F_{12} (E_{14} F_{13} - E_{13} F_{14}) (F_{23} m_{21} - F_{21} m_{23}) (F_{24} m_{22} - F_{22} m_{24}) \\
& - J_{22_2} F_{12} (E_{14} F_{13} - E_{13} F_{14}) (F_{23} m_{21} - F_{21} m_{23}) (F_{24} m_{22} - F_{22} m_{24}) \\
& - J_{14_6} F_{14} (E_{22} F_{21} - E_{21} F_{22}) k(F_{13} m_{12} - F_{12} m_{13}) (F_{24} m_{23} - F_{23} m_{24}) \\
& + J_{13_6} F_{13} (E_{22} F_{21} - E_{21} F_{22}) k(F_{14} m_{12} - F_{12} m_{14}) (F_{24} m_{23} - F_{23} m_{24}) \\
& - J_{12_6} F_{12} (E_{22} F_{21} - E_{21} F_{22}) k(F_{14} m_{13} - F_{13} m_{14}) (F_{24} m_{23} - F_{23} m_{24}) \\
& + J_{12_4} F_{14} (E_{13} F_{12} - E_{12} F_{13}) k(F_{22} m_{21} - F_{21} m_{22}) (F_{24} m_{23} - F_{23} m_{24}) \\
& + J_{24_1} F_{14} (E_{13} F_{12} - E_{12} F_{13}) (F_{22} m_{21} - F_{21} m_{22}) (F_{24} m_{23} - F_{23} m_{24})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -J_{23_6} F_{13} (E_{14} F_{12} - E_{12} F_{14}) (F_{22} m_{21} - F_{21} m_{22}) (F_{24} m_{23} - F_{23} m_{24}) \\
& -J_{23_6} F_{13} (E_{14} F_{12} - E_{12} F_{14}) (F_{22} m_{21} - F_{21} m_{22}) (F_{24} m_{23} - F_{23} m_{24}) \\
& +J_{22_6} F_{12} (E_{14} F_{13} - E_{13} F_{14}) (F_{22} m_{21} - F_{21} m_{22}) (F_{24} m_{23} - F_{23} m_{24}) \\
& +J_{22_1} F_{12} (E_{14} F_{13} - E_{13} F_{14}) (F_{22} m_{21} - F_{21} m_{22}) (F_{24} m_{23} - F_{23} m_{24})]/\Delta \quad (123)
\end{aligned}$$

$$A_{12} = R_{10} R_{12} (P + Q) \xi [-J_{14} F_{14} (E_{24} F_{23} - E_{23} F_{24}) k(F_{13} m_{11} - F_{11} m_{13}) (F_{22} m_{21} - F_{21} m_{22})$$

$$\begin{aligned}
& +J_{13} F_{13} (E_{24} F_{23} - E_{23} F_{24}) k(F_{14} m_{11} - F_{11} m_{14}) (F_{22} m_{22} - F_{21} m_{22}) \\
& -J_{11} F_{11} (E_{24} F_{23} - E_{23} F_{24}) k(F_{14} m_{13} - F_{13} m_{14}) (F_{22} m_{21} - F_{21} m_{22}) \\
& +J_{14} F_{14} (E_{24} F_{22} - E_{22} F_{24}) k(F_{13} m_{11} - F_{11} m_{13}) (F_{23} m_{21} - F_{23} m_{22}) \\
& -J_{13} F_{13} (E_{24} F_{22} - E_{22} F_{24}) k(F_{14} m_{11} - F_{11} m_{14}) (F_{23} m_{21} - F_{21} m_{23}) \\
& -J_{14_4} F_{14} (E_{24} F_{21} - E_{21} F_{24}) k(F_{13} m_{11} - F_{11} m_{13}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23}) \\
& +J_{13_4} F_{13} (E_{24} F_{21} - E_{21} F_{24}) k(F_{14} m_{11} - F_{11} m_{14}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23}) \\
& -J_{11_4} F_{11} (E_{24} F_{21} - E_{21} F_{24}) k(F_{14} m_{13} - F_{13} m_{14}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23}) \\
& -J_{14_3} F_{14} (E_{23} F_{22} - E_{22} F_{23}) k(F_{13} m_{11} - F_{11} m_{13}) (F_{24} m_{21} - F_{21} m_{24}) \\
& +J_{13_3} F_{13} (E_{23} F_{22} - E_{22} F_{23}) k(F_{14} m_{11} - F_{11} m_{14}) (F_{24} m_{21} - F_{21} m_{24}) \\
& -J_{11_3} F_{11} (E_{23} F_{22} - E_{22} F_{23}) k(F_{14} m_{13} - F_{13} m_{14}) (F_{24} m_{21} - F_{21} m_{24}) \\
& +J_{24_3} F_{14} (E_{13} F_{11} - E_{11} F_{13}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23}) (F_{24} m_{21} - F_{21} m_{24}) \\
& +J_{24_4} F_{14} (E_{13} F_{11} - E_{11} F_{13}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23}) (F_{24} m_{21} - F_{21} m_{24}) \\
& -J_{23_3} F_{13} (E_{14} F_{11} - E_{11} F_{14}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23}) (F_{24} m_{21} - F_{21} m_{24}) \\
& -J_{23_4} F_{13} (E_{14} F_{11} - E_{11} F_{14}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23}) (F_{24} m_{21} - F_{21} m_{24})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +J_{21_3}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +J_{12_4}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +J_{14_5}F_{14}(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})k(F_{13}m_{11}-F_{11}m_{13})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{13_5}F_{13}(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})k(F_{14}m_{11}-F_{11}m_{14})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& +J_{11_5}F_{11}(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})k(F_{14}m_{13}-F_{13}m_{14})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{24_5}F_{14}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{24_2}F_{14}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})k(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& +J_{23_5}F_{13}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& +J_{23_2}F_{13}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{21_5}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{21_2}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{14_6}F_{14}(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})k(F_{13}m_{11}-F_{11}m_{13})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{13_6}F_{13}(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})k(F_{14}m_{11}-F_{11}m_{14})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{11_6}F_{11}(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})k(F_{14}m_{13}-F_{13}m_{14})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{24_6}F_{14}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{24_1}F_{14}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{23_6}F_{13}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{23_1}F_{13}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})k(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{23_1}F_{13}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +J_{21_6}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{21_1}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24})]/\Delta \quad (124)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{13} = & -R_{10}R_{13}(P+Q)\xi[-J_{14_1}F_{14}(E_{24}F_{23}-E_{23}F_{24})k(F_{12}m_{11}-F_{11}m_{12})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22}) \\
& +J_{12_1}F_{12}(E_{24}F_{23}-E_{23}F_{24})k(F_{14}m_{11}-F_{11}m_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22}) \\
& -J_{11_1}F_{11}(E_{24}F_{23}-E_{23}F_{24})k(F_{14}m_{12}-F_{12}m_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22}) \\
& -J_{14_2}F_{14}(E_{24}F_{22}-E_{22}F_{24})k(F_{12}m_{11}-F_{11}m_{12})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23}) \\
& -J_{12_2}F_{12}(E_{24}F_{22}-E_{22}F_{24})k(F_{14}m_{11}-F_{11}m_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23}) \\
& +J_{11_2}F_{11}(E_{24}F_{22}-E_{22}F_{24})k(F_{14}m_{12}-F_{12}m_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23}) \\
& -J_{14_4}F_{14}(E_{24}F_{21}-E_{21}F_{24})k(F_{12}m_{11}-F_{11}m_{12})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23}) \\
& +J_{12_4}F_{12}(E_{24}F_{21}-E_{21}F_{24})k(F_{14}m_{11}-F_{11}m_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23}) \\
& -J_{11_4}F_{11}(E_{24}F_{21}-E_{21}F_{24})k(F_{14}m_{12}-F_{12}m_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23}) \\
& -J_{14_3}F_{14}(E_{23}F_{22}-E_{22}F_{23})k(F_{12}m_{11}-F_{11}m_{12})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +J_{12_3}F_{12}(E_{23}F_{22}-E_{22}F_{23})k(F_{14}m_{11}-F_{11}m_{14})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& -J_{11_3}F_{11}(E_{23}F_{22}-E_{22}F_{23})k(F_{14}m_{12}-F_{12}m_{14})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +J_{24_3}F_{14}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +J_{24_4}F_{14}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& -J_{22_3}F_{12}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& -J_{22_4}F_{12}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +J_{21_3}F_{11}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +J_{21_4}F_{11}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +J_{14_5}F_{14}(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})k(F_{12}m_{11}-F_{11}m_{12})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{21_5}F_{12}(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})k(F_{14}m_{11}-F_{11}m_{14})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& +J_{11_5}F_{11}(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})(F_{14}m_{12}-F_{12}m_{14})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{14_5}F_{14}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{24_2}F_{14}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& +J_{22_5}F_{12}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& +J_{22_2}F_{12}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{21_5}F_{11}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{21_2}F_{11}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{14_6}F_{14}(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})k(F_{12}m_{11}-F_{11}m_{12})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{21_6}F_{12}(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})k(F_{14}m_{11}-F_{11}m_{12})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{11_6}F_{11}(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})k(F_{14}m_{12}-F_{12}m_{14})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{24_6}F_{14}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{24_1}F_{14}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{22_6}F_{12}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{22_1}F_{12}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{21_6}F_{11}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{21_1}F_{11}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24})]/\Delta \tag{125}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{14} = & R_{10}R_{14}(P+Q)\xi[-J_{13_1}F_{13}(E_{24}F_{23}-E_{23}F_{24})k(F_{12}m_{11}-F_{11}m_{12})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22}) \\
& -J_{12_1}F_{12}(E_{24}F_{23}-E_{23}F_{24})k(F_{13}m_{11}-F_{11}m_{13})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22}) \\
& +J_{12_1}F_{14}(E_{24}F_{23}-E_{23}F_{24})k(F_{13}m_{11}-F_{11}m_{13})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22}) \\
& -J_{11_1}F_{11}(E_{24}F_{23}-E_{23}F_{24})k(F_{13}m_{12}-F_{12}m_{13})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22}) \\
& +J_{13_2}F_{13}(E_{24}F_{22}-E_{22}F_{24})k(F_{12}m_{11}-F_{11}m_{12})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23}) \\
& -J_{12_2}F_{12}(E_{24}F_{22}-E_{22}F_{24})k(F_{13}m_{11}-F_{11}m_{13})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23}) \\
& +J_{11_2}F_{11}(E_{24}F_{22}-E_{22}F_{24})k(F_{13}m_{12}-F_{12}m_{13})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23}) \\
& -J_{13_4}F_{13}(E_{24}F_{21}-E_{21}F_{24})k(F_{12}m_{11}-F_{11}m_{12})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23}) \\
& +J_{12_4}F_{12}(E_{24}F_{21}-E_{21}F_{24})k(F_{13}m_{11}-F_{11}m_{13})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23}) \\
& -J_{11_4}F_{11}(E_{24}F_{21}-E_{21}F_{24})k(F_{13}m_{12}-F_{12}m_{13})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23}) \\
& -J_{13_3}F_{13}(E_{23}F_{22}-E_{22}F_{23})k(F_{12}m_{11}-F_{11}m_{12})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +J_{12_3}F_{12}(E_{23}F_{22}-E_{22}F_{23})k(F_{13}m_{11}-F_{11}m_{13})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& -J_{11_3}F_{11}(E_{23}F_{22}-E_{22}F_{23})k(F_{13}m_{12}-F_{12}m_{13})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +J_{23_3}F_{13}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +J_{23_4}F_{13}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& -J_{22_3}F_{12}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& -J_{22_4}F_{12}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +J_{21_2}F_{11}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +J_{21_4}F_{11}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +J_{13_5}F_{13}(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})k(F_{12}m_{11}-F_{11}m_{12})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{12_5}F_{12}(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})k(F_{13}m_{11}-F_{11}m_{13})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& +J_{11_4}F_{11}(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})k(F_{13}m_{12}-F_{12}m_{13})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{23_5}F_{13}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{23_2}F_{13}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& +J_{22_4}F_{12}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& +J_{22_2}F_{12}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{21_5}F_{11}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{21_2}F_{11}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{13_6}F_{13}(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})k(F_{12}m_{11}-F_{11}m_{12})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{12_6}F_{12}(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})k(F_{13}m_{11}-F_{11}m_{13})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{11_6}F_{11}(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})k(F_{13}m_{12}-F_{12}m_{13})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{23_6}F_{13}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{23_1}F_{13}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{22_6}F_{12}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{22_1}F_{12}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{21_6}F_{11}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{21_1}F_{11}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24})]/\Delta \tag{126}
\end{aligned}$$

$$A_{21} = iR_{21}(P+Q)\xi[(e^{h_{14}}F_{14}(E_{13}F_{12}m_{11}-E_{12}F_{13}m_{11}-E_{13}F_{11}m_{12}+E_{11}F_{13}m_{12}+E_{12}F_{11}m_{13}-E_{11}F_{12}m_{13})$$

$$\begin{aligned}
& -e^{h_1 n_{13}} F_{13} (E_{14} F_{12} m_{11} - E_{12} F_{14} m_{11} - E_{14} F_{11} m_{12} + E_{11} F_{14} m_{12} + E_{12} F_{11} m_{14} - E_{11} F_{12} m_{14}) \\
& + e^{h_1 n_{12}} F_{12} (E_{14} F_{13} m_{11} - E_{13} F_{14} m_{11} - E_{14} F_{11} m_{13} + E_{11} F_{14} m_{13} + E_{13} F_{11} m_{14} - E_{11} F_{13} m_{14}) \\
& - e^{h_1 n_{11}} F_{11} (E_{14} F_{13} m_{12} - E_{13} F_{14} m_{12} - E_{14} F_{12} m_{13} + E_{12} F_{14} m_{13} + E_{13} F_{12} m_{14} - E_{12} F_{13} m_{14})) \\
& (F_{23} m_{21} - F_{21} m_{23}) + e^{h_2 n_{23}} F_{23} (-F_{24} m_{21} + F_{21} m_{24}) + e^{h_2 n_{22}} F_{21} (F_{24} m_{23} - F_{23} m_{24})] / \Delta
\end{aligned} \tag{127}$$

$$\begin{aligned}
A_{22} = iR_{22} (P + Q) \xi [& (e^{h_1 n_{14}} F_{14} (E_{13} F_{12} m_{11} - E_{12} F_{13} m_{11} - E_{13} F_{11} m_{12} + E_{11} F_{13} m_{12} + E_{12} F_{11} m_{13} - E_{11} F_{12} m_{13}) \\
& - e^{h_1 n_{13}} F_{13} (E_{14} F_{12} m_{11} - E_{12} F_{14} m_{11} - E_{14} F_{11} m_{12} + E_{11} F_{14} m_{12} + E_{12} F_{11} m_{14} - E_{11} F_{12} m_{14}) \\
& + e^{h_1 n_{12}} F_{12} (E_{14} F_{13} m_{11} - E_{13} F_{14} m_{11} - E_{14} F_{11} m_{13} + E_{11} F_{14} m_{13} + E_{13} F_{11} m_{14} - E_{11} F_{13} m_{14}) \\
& - e^{h_1 n_{11}} F_{11} (E_{14} F_{13} m_{12} - E_{13} F_{14} m_{12} - E_{14} F_{12} m_{13} + E_{12} F_{14} m_{13} + E_{13} F_{12} m_{14} - E_{12} F_{13} m_{14})) \\
& (e^{h_2 n_{24}} (-F_{22} F_{24} m_{21} + F_{21} F_{24} m_{22}) + e^{h_2 n_{22}} F_{22} (F_{24} m_{21} - F_{21} m_{24}) + e^{h_2 n_{21}} F_{21} (-F_{24} m_{22} + F_{22} m_{24}))] / \Delta
\end{aligned} \tag{128}$$

$$\begin{aligned}
A_{23} = iR_{23} (P + Q) \xi [& (e^{h_1 n_{14}} F_{14} (E_{13} F_{12} m_{11} - E_{12} F_{13} m_{11} - E_{13} F_{11} m_{12} + E_{11} F_{13} m_{12} + E_{12} F_{11} m_{13} - E_{11} F_{12} m_{13}) \\
& - e^{h_1 n_{13}} F_{13} (E_{14} F_{12} m_{11} - E_{12} F_{14} m_{11} - E_{14} F_{11} m_{12} + E_{11} F_{14} m_{12} + E_{12} F_{11} m_{14} - E_{11} F_{12} m_{14}) \\
& + e^{h_1 n_{12}} F_{12} (E_{14} F_{13} M_{11} - E_{13} F_{14} M_{11} - E_{14} F_{11} M_{13} + E_{11} F_{14} M_{13} + E_{13} F_{11} M_{14} - E_{11} F_{13} M_{14}) \\
& - e^{h_1 n_{11}} F_{11} (E_{14} F_{13} M_{12} - E_{13} F_{14} M_{12} - E_{14} F_{12} M_{13} + E_{12} F_{14} M_{13} + E_{13} F_{12} M_{14} - E_{12} F_{13} M_{14})) \\
& (e^{h_2 n_{24}} (-F_{22} F_{24} m_{21} + F_{21} F_{24} m_{22}) + e^{h_2 n_{22}} F_{22} (F_{24} m_{21} - F_{21} m_{24}) + e^{h_2 n_{21}} F_{21} (-F_{24} m_{22} + F_{22} m_{24}))] / \Delta
\end{aligned} \tag{129}$$

$$\begin{aligned}
A_{24} = iR_{24} (P + Q) \xi [& (e^{h_1 n_{14}} F_{14} (E_{13} F_{12} m_{11} - E_{12} F_{13} m_{11} - E_{13} F_{11} m_{12} + E_{11} F_{13} m_{12} + E_{12} F_{11} m_{13} - E_{11} F_{12} m_{13}) \\
& - e^{h_1 n_{13}} F_{13} (E_{14} F_{12} m_{11} - E_{12} F_{14} m_{11} - E_{14} F_{11} m_{12} + E_{11} F_{14} m_{12} + E_{12} F_{11} m_{14} - E_{11} F_{12} m_{14}) \\
& + e^{h_1 n_{12}} F_{12} (E_{14} F_{13} m_{11} - E_{13} F_{14} m_{11} - E_{14} F_{11} m_{13} + E_{11} F_{14} m_{13} + E_{13} F_{11} m_{14} - E_{11} F_{13} m_{14})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -e^{h_1 n_{11}} F_{11} (E_{14} F_{13} m_{12} - E_{13} F_{14} m_{12} - E_{14} F_{12} m_{13} + E_{12} F_{14} m_{13} + E_{13} F_{12} m_{14} - E_{12} F_{13} m_{14})) \\
& (e^{h_2 n_{23}} F_{23} (F_{22} m_{21} - F_{21} m_{22}) + e^{h_2 n_{22}} F_{22} (-F_{23} m_{21} + F_{21} m_{23}) + e^{h_2 n_{21}} F_{21} (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23})))] / \Delta
\end{aligned}
\tag{130}$$

Bu katsayılarda:

$$\begin{aligned}
\Delta = R_{20} \xi i [& J_{341_1} (E_{14} F_{13} - E_{13} F_{14}) (E_{24} F_{23} - E_{23} F_{24}) k(F_{12} m_{11} - F_{11} m_{12}) (F_{22} m_{21} - F_{21} m_{22}) \\
& - J_{241_1} (E_{14} F_{12} - E_{12} F_{14}) (E_{24} F_{23} - E_{23} F_{24}) k(F_{13} m_{11} - F_{11} m_{13}) (F_{22} m_{21} - F_{21} m_{22}) \\
& + J_{141_1} (E_{14} F_{11} - E_{11} F_{14}) (E_{24} F_{23} - E_{23} F_{24}) k(F_{13} m_{12} - F_{12} m_{13}) (F_{22} m_{21} - F_{21} m_{22}) \\
& + J_{231_1} (E_{13} F_{12} - E_{12} F_{13}) (E_{24} F_{23} - E_{23} F_{24}) k(F_{14} m_{11} - F_{11} m_{14}) (F_{22} m_{21} - F_{21} m_{22}) \\
& - J_{131_1} (E_{13} F_{11} - E_{11} F_{13}) (E_{24} F_{23} - E_{23} F_{24}) k(F_{14} m_{12} - F_{12} m_{14}) (F_{22} m_{21} - F_{21} m_{22}) \\
& + J_{121_1} (E_{12} F_{11} - E_{11} F_{12}) (E_{24} F_{23} - E_{23} F_{24}) k(F_{14} m_{13} - F_{13} m_{14}) (F_{22} m_{21} - F_{21} m_{22}) \\
& - J_{341_2} (E_{14} F_{13} - E_{13} F_{14}) (E_{24} F_{22} - E_{22} F_{24}) k(F_{12} m_{11} - F_{11} m_{12}) (F_{23} m_{21} - F_{21} m_{23}) \\
& + J_{241_2} (E_{14} F_{12} - E_{12} F_{14}) (E_{24} F_{22} - E_{22} F_{24}) k(F_{13} m_{11} - F_{11} m_{13}) (F_{23} m_{21} - F_{21} m_{23}) \\
& - J_{141_2} (E_{14} F_{11} - E_{11} F_{14}) (E_{24} F_{22} - E_{22} F_{24}) k(F_{13} m_{12} - F_{12} m_{13}) (F_{23} m_{21} - F_{21} m_{23}) \\
& - J_{231_2} (E_{13} F_{12} - E_{12} F_{13}) (E_{24} F_{22} - E_{22} F_{24}) k(F_{14} m_{11} - F_{11} m_{14}) (F_{23} m_{21} - F_{21} m_{23}) \\
& + J_{131_2} (E_{13} F_{11} - E_{11} F_{13}) (E_{24} F_{22} - E_{22} F_{24}) k(F_{14} m_{12} - F_{12} m_{14}) (F_{23} m_{21} - F_{21} m_{23}) \\
& - J_{121_2} (E_{12} F_{11} - E_{11} F_{12}) (E_{24} F_{22} - E_{22} F_{24}) k(F_{14} m_{13} - F_{13} m_{14}) (F_{23} m_{21} - F_{21} m_{23}) \\
& + J_{341_4} (E_{14} F_{13} - E_{13} F_{14}) (E_{24} F_{21} - E_{21} F_{24}) k(F_{12} m_{11} - F_{11} m_{12}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23}) \\
& - J_{241_4} (E_{14} F_{12} - E_{12} F_{14}) (E_{24} F_{21} - E_{21} F_{24}) k(F_{13} m_{11} - F_{11} m_{13}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23}) \\
& + J_{141_4} (E_{14} F_{11} - E_{11} F_{14}) (E_{24} F_{21} - E_{21} F_{24}) k(F_{13} m_{12} - F_{12} m_{13}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23}) \\
& + J_{231_4} (E_{13} F_{12} - E_{12} F_{13}) (E_{24} F_{21} - E_{21} F_{24}) k(F_{14} m_{11} - F_{11} m_{14}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23}) \\
& - J_{131_5} (E_{13} F_{11} - E_{11} F_{13}) (E_{24} F_{21} - E_{21} F_{24}) k(F_{14} m_{12} - F_{12} m_{14}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23}) \\
& + J_{121_5} (E_{12} F_{11} - E_{11} F_{12}) (E_{24} F_{21} - E_{21} F_{24}) k(F_{14} m_{13} - F_{13} m_{14}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +J_{131_3}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})k(F_{12}m_{11} - F_{11}m_{12})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -J_{241_3}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})k(F_{13}m_{11} - F_{11}m_{13})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +J_{141_3}(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})k(F_{13}m_{12} - F_{12}m_{13})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +J_{231_3}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})k(F_{14}m_{11} - F_{11}m_{14})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -J_{131_3}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})k(F_{14}m_{12} - F_{12}m_{14})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +J_{121_3}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})k(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -J_{232_3}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -J_{232_4}(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -J_{142_3}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -J_{142_4}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +J_{142_3}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +J_{132_4}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +J_{242_3}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +J_{242_4}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -J_{122_3}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -J_{122_4}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -J_{342_3}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -J_{342_4}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -J_{341_5}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(E_{23}F_{21} - E_{21}F_{23})k(F_{12}m_{11} - F_{11}m_{12})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +J_{241_5}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(E_{23}F_{21} - E_{21}F_{23})k(F_{13}m_{11} - F_{11}m_{13})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& -J_{141_5}(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(E_{23}F_{21} - E_{21}F_{23})k(F_{13}m_{12} - F_{12}m_{13})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& -J_{231_5}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{23}F_{21} - E_{21}F_{23})k(F_{14}m_{11} - F_{11}m_{14})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +J_{131_5}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{23}F_{21} - E_{21}F_{23})k(F_{14}m_{12} - F_{12}m_{14})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -J_{121_5}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{23}F_{21} - E_{21}F_{23})k(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +J_{232_4}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +J_{232_2}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +J_{142_5}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +J_{142_2}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& -J_{132_5}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& -J_{132_2}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& -J_{242_5}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& -J_{242_2}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +J_{122_5}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +J_{122_2}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +J_{342_5}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +J_{342_2}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +J_{341_6}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(E_{22}F_{21} - E_{21}F_{22})k(F_{12}m_{11} - F_{11}m_{12})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& -J_{241_6}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(E_{22}F_{21} - E_{21}F_{22})k(F_{13}m_{11} - F_{11}m_{13})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& +J_{141_6}(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(E_{22}F_{21} - E_{21}F_{22})k(F_{13}m_{12} - F_{12}m_{13})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& +J_{231_6}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{22}F_{21} - E_{21}F_{22})k(F_{14}m_{11} - F_{11}m_{14})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& +J_{341_5}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(E_{23}F_{21} - E_{21}F_{23})k(F_{14}m_{11} - F_{11}m_{14})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& -J_{131_6}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{22}F_{21} - E_{21}F_{22})k(F_{14}m_{12} - F_{12}m_{14})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& +J_{121_6}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{22}F_{21} - E_{21}F_{22})k(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& -J_{232_6}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& -J_{232_1}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& -J_{232_1}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -J_{142_6}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& -J_{141_1}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& +J_{132_6}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& +J_{132_1}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& +J_{242_6}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& +J_{242_1}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& -J_{122_6}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& -J_{122_1}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& -J_{342_6}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& -J_{342_1}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24})] \quad (131)
\end{aligned}$$

$$R_{10} = ie^{-3h_2(n_{21}+n_{22}+n_{23}+n_{24})-(h_1+h_2)\beta_2} \quad (132)$$

$$R_{11} = e^{-h_1(n_{12}+n_{13}+n_{14}+n_{21}+n_{22}+n_{23}+n_{24}+2\beta_1+2\beta_2)} \quad (133)$$

$$R_{12} = e^{-h_1(n_{11}+n_{13}+n_{14}+n_{21}+n_{22}+n_{23}+n_{24}+2\beta_1+2\beta_2)} \quad (134)$$

$$R_{13} = e^{-h_1(n_{11}+n_{12}+n_{14}+n_{21}+n_{22}+n_{23}+n_{24}+2\beta_1+2\beta_2)} \quad (135)$$

$$R_{14} = e^{-h_1(n_{11}+n_{12}+n_{13}+n_{21}+n_{22}+n_{23}+n_{24}+2\beta_1+2\beta_2)} \quad (136)$$

$$R_{21} = e^{-h_2(n_{22}+n_{23}+n_{24}+\beta_2)-h_1(n_{11}+n_{12}+n_{13}+n_{14}+n_{22}+n_{23}+n_{24}+2\beta_1+2\beta_2)} \quad (137)$$

$$R_{22} = e^{-h_2(n_{21}+n_{23}+n_{24}+\beta_2)-h_1(n_{11}+n_{12}+n_{13}+n_{14}+n_{21}+n_{23}+n_{24}+2\beta_1+2\beta_2)} \quad (138)$$

$$R_{23} = e^{-h_2(n_{21}+n_{22}+n_{24}+\beta_2)-h_1(n_{11}+n_{12}+n_{13}+n_{14}+n_{21}+n_{22}+n_{24}+2\beta_1+2\beta_2)} \quad (139)$$

$$R_{24} = e^{-h_2(n_{21}+n_{22}+n_{23}+\beta_2)-h_1(n_{11}+n_{12}+n_{13}+n_{14}+n_{21}+n_{22}+n_{23}+2\beta_1+2\beta_2)} \quad (140)$$

$$J_{1j_1} = e^{h_2(2n_{21}+2n_{22}+3n_{23}+3n_{24})+h_1(n_{1j}+\beta_1)} \quad (141)$$

$$J_{1j_2} = e^{h_2(2n_{21}+3n_{22}+2n_{23}+3n_{24})+h_1(n_{1j}+\beta_1)} \quad (142)$$

$$J_{1j_3} = e^{h_2(2n_{21}+3n_{22}+3n_{23}+2n_{24})+h_1(n_{1j}+\beta_1)} \quad (143)$$

$$J_{1j_4} = e^{h_2(3n_{21}+2n_{22}+2n_{23}+3n_{24})+h_1(n_{1j}+\beta_1)} \quad (144)$$

$$J_{1j_5} = e^{h_2(3n_{21}+2n_{22}+3n_{23}+2n_{24})+h_1(n_{1j}+\beta_1)} \quad (145)$$

$$J_{1j_6} = e^{h_2(3n_{21}+3n_{22}+2n_{23}+2n_{24})+h_1(n_{1j}+\beta_1)} \quad (146)$$

$$J_{2j_1} = e^{h_2(2n_{21}+2n_{22}+3n_{23}+3n_{24})+h_1(n_{1j}+\beta_2)} \quad (147)$$

$$J_{2j_2} = e^{h_2(2n_{21}+3n_{22}+2n_{23}+3n_{24})+h_1(n_{1j}+\beta_2)} \quad (148)$$

$$J_{2j_3} = e^{h_2(2n_{21}+3n_{22}+3n_{23}+2n_{24})+h_1(n_{1j}+\beta_2)} \quad (149)$$

$$J_{2j_4} = e^{h_2(3n_{21}+2n_{22}+2n_{23}+3n_{24})+h_1(n_{1j}+\beta_2)} \quad (150)$$

$$J_{2j_5} = e^{h_2(3n_{21}+2n_{22}+3n_{23}+2n_{24})+h_1(n_{1j}+\beta_2)} \quad (151)$$

$$J_{2j_6} = e^{h_2(3n_{21}+3n_{22}+2n_{23}+2n_{24})+h_1(n_{1j}+\beta_2)} \quad (152)$$

$$J_{ijp_1} = e^{h_2(2n_{21}+2n_{22}+3n_{23}+3n_{24})+h_1(n_{1i}+n_{1j}+\beta_p)} \quad (153)$$

$$J_{ijp_2} = e^{h_2(2n_{21}+3n_{22}+2n_{23}+3n_{24})+h_1(n_{1i}+n_{1j}+\beta_p)} \quad (154)$$

$$J_{ijp_3} = e^{h_2(2n_{21}+3n_{22}+3n_{23}+2n_{24})+h_1(n_{1i}+n_{1j}+\beta_p)} \quad (155)$$

$$J_{ijp_4} = e^{h_2(3n_{21}+2n_{22}+2n_{23}+3n_{24})+h_1(n_{1i}+n_{1j}+\beta_p)} \quad (156)$$

$$J_{ijp_5} = e^{h_2(3n_{21}+2n_{22}+3n_{23}+2n_{24})+h_1(n_{1i}+n_{1j}+\beta_p)} \quad (157)$$

$$J_{ijp_6} = e^{h_2(3n_{21}+3n_{22}+2n_{23}+2n_{24})+h_1(n_{1i}+n_{1j}+\beta_p)} \quad (158)$$

$$R_{20} = e^{-3h_2(n_{21}+n_{22}+n_{23}+n_{24})-h_2\beta_2-h_1(n_{11}+n_{12}+n_{13}+n_{14}+n_{21}+n_{22}+n_{23}+n_{24}+2\beta_1+3\beta_2)} \quad (159)$$

$$k = \frac{\mu_{20}}{\mu_{10}} \quad (160)$$

(i,j=1,...,4) (p=1,2) olarak tanımlanmıştır.

2.2.3. Sürekli Temas Durumu İçin İntegral Denklemlerin Elde Edilmesi

Yukarıda elde edilen katsayıların (105) ve (106) numaralı sınır şartlarında yerlerine yazılması sonucu sürekli temas durumuna ilişkin integral denklemler aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\frac{\partial v_1(x, 0)}{\partial x} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} i\xi \sum_{j=1}^4 A_{1j} m_{1j} e^{i\xi x} d\xi = 0, \quad (a < x_1 < b) \quad (161)$$

$$\frac{\partial v_1(x, 0)}{\partial x} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} i\xi \sum_{j=1}^4 A_{1j} m_{1j} e^{i\xi x} d\xi = 0, \quad (c < x_2 < d) \quad (162)$$

(161) ve (162) no.lu integral denklemler düzenlenirse:

$$\frac{1}{2\pi} \int_a^b p(t) dt e^{-i\xi t} \int_{-\infty}^{\infty} T_{11} e^{i\xi x} d\xi + \frac{1}{2\pi} \int_c^d q(t) dt e^{-i\xi t} \int_{-\infty}^{\infty} T_{11} e^{i\xi x} d\xi = 0, \quad (a < x_1 < b) \quad (163)$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_a^b p(t) dt e^{-i\xi t} \int_{-\infty}^{\infty} T_{11} e^{i\xi x} d\xi + \frac{1}{2\pi} \int_c^d q(t) dt e^{-i\xi t} \int_{-\infty}^{\infty} T_{11} e^{i\xi x} d\xi = 0, \quad (c < x_2 < d) \quad (164)$$

ifadeleri elde edilir. Bu ifadelerde:

$$T_{11} = i\xi \sum_{j=1}^4 A_{1j}' m_{1j} \quad (165)$$

olarak tanımlanmıştır. Bu ifadede A_{1j}' , A_{1j} ($j=1,...,4$) katsayılarından P ve Q çarpanlarının ayrılmış halidir. İntegral denklemler $(-\infty, \infty)$ aralığından $(0, \infty)$ aralığına dönüştürülürse aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$-\frac{1}{\pi} \frac{1}{\mu_{10}} \int_a^b p(t) dt \int_0^{\infty} T_{11} \sin \xi(t-x) d\xi - \frac{1}{\pi} \frac{1}{\mu_{10}} \int_c^d q(t) dt \int_0^{\infty} T_{11} \sin \xi(t-x) d\xi \quad a < x < b \quad (166)$$

$$-\frac{1}{\pi} \frac{1}{\mu_{10}} \int_a^b p(t) dt \int_0^{\infty} T_{11} \sin \xi(t-x) d\xi - \frac{1}{\pi} \frac{1}{\mu_{10}} \int_c^d q(t) dt \int_0^{\infty} T_{11} \sin \xi(t-x) d\xi \quad c < x < d \quad (167)$$

(166) ve (167) no.lu integral denklemlere bakıldığında çekirdeklerin $\xi \rightarrow \infty$ limitinde belirli bir sabite yakınsadığı ve bu durumun integral denklemlerde bulunan bilinmeyen temas gerilmelerinin hesaplanmasını zorlaştırdığı görülmektedir. Bu sabiti veren terimler singüler

terim olarak adlandırılmaktadır ve bu terimin integral denklemlerin sayısal çözümü için çekirdeklerden ayıklanıp kapalı integralinin integral denklemlere eklenmesi gerekmektedir. İntegral denklemlerin singüler terimi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\varphi_1 = \int_0^\infty \left(\frac{\kappa_1 + 1}{4} \right) \sin \xi(t - x) d\xi \quad (168)$$

İntegral dönüşüm tabloları yardımıyla singüler terimin kapalı integrali alındığında aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\varphi_1 = \left(\frac{\kappa_1 + 1}{4} \right) \frac{1}{t - x} \quad (169)$$

İntegral denklemlerde gerekli düzenlemeler ve sadeleştirmeler yapıldığında aşağıdaki gibi yazılabilirler:

$$-\frac{1}{\pi} \frac{1}{\mu_{10}} \int_a^b p(t_1) dt_1 \left[K_{11}(x_1, t_1) \left(\frac{\kappa_1 + 1}{4} \right) \frac{1}{t_1 - x_1} \right] - \frac{1}{\pi} \frac{1}{\mu_{10}} \int_c^d q(t_2) dt_2 \left[K_{12}(x_1, t_2) \left(\frac{\kappa_1 + 1}{4} \right) \frac{1}{t_2 - x_1} \right] = 0, \quad (a < x_1 < b) \quad (170)$$

$$-\frac{1}{\pi} \frac{1}{\mu_{10}} \int_a^b p(t_1) dt_1 \left[K_{13}(x_2, t_1) \left(\frac{\kappa_1 + 1}{4} \right) \frac{1}{t_1 - x_2} \right] - \frac{1}{\pi} \frac{1}{\mu_{10}} \int_c^d q(t_2) dt_2 \left[K_{14}(x_2, t_2) \left(\frac{\kappa_1 + 1}{4} \right) \frac{1}{t_2 - x_2} \right] = 0, \quad (c < x_2 < d) \quad (171)$$

Bu integral denklemlerdeki çekirdekler aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$K_{11}(x_1, t_1) = \int_0^\infty \left(T_{11} - \frac{\kappa_1 + 1}{4} \right) \sin \xi(t_1 - x_1) d\xi \quad (172)$$

$$K_{12}(x_1, t_2) = \int_0^\infty \left(T_{11} - \frac{\kappa_1 + 1}{4} \right) \sin \xi(t_2 - x_1) d\xi \quad (173)$$

$$K_{13}(x_2, t_1) = \int_0^\infty \left(T_{11} - \frac{\kappa_1 + 1}{4} \right) \sin \xi(t_1 - x_2) d\xi \quad (174)$$

$$K_{14}(x_2, t_2) = \int_0^{\infty} (T_{11} - \frac{\kappa_1 + 1}{4}) \sin \xi(t_2 - x_2) d\xi \quad (175)$$

2.2.4. Sürekli Temas Durumu için İntegral Denklemlerin Sayısal Çözümü

İntegral denklemlerin sayısal çözümü için singüler terimin ayıklanmasının yanı sıra integral denklemlerin boyutsuzlaştırılması gerekmektedir. Boyutsuz büyüklükler aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$\xi = \frac{z}{h_1} \quad (176)$$

$$d\xi = \frac{1}{h_1} dz \quad (177)$$

$$x_1 = \frac{b-a}{2} r_1 + \frac{b+a}{2} \quad (178)$$

$$x_2 = \frac{d-c}{2} r_2 + \frac{d+c}{2} \quad (179)$$

$$t_1 = \frac{b-a}{2} s_1 + \frac{b+a}{2} \quad (180)$$

$$t_2 = \frac{d-c}{2} s_2 + \frac{d+c}{2} \quad (181)$$

$$dt_1 = \frac{b-a}{2} ds_1 \quad (182)$$

$$dt_2 = \frac{d-c}{2} ds_2 \quad (183)$$

$$\alpha_1(s_1) = \frac{P \left(\frac{b-a}{2} s_1 + \frac{b+a}{2} \right)}{P / h_1} \quad (184)$$

$$\alpha_2(s_2) = \frac{Q \left(\frac{d-c}{2} s_2 + \frac{d+c}{2} \right)}{P / h_1} \quad (185)$$

Denge denklemleri boyutsuzlaştırıldığında aşağıdaki gibi elde edilirler:

$$-\int_{-1}^1 \alpha_1(s_1) \frac{b-a}{2h_1} ds_1 = 1 \quad (186)$$

$$-\int_{-1}^1 \alpha_2(s_2) \frac{d-c}{2h_1} ds_2 = \frac{Q}{P} \quad (187)$$

Boyutsuz büyüklükler (170) ve (171) no.lu integral denklemlerde yerlerine yazılırsa boyutsuzlaştırılmış integral denklemler aşağıdaki gibi olur:

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \alpha_1(s_1) \frac{b-a}{2h_1} ds_1 \left[l_{11}(r_1, s_1) + \left(\frac{\kappa_1+1}{4} \right) \frac{1}{\left(\frac{b-a}{2} \right) (s_1 - r_1)} \right] \\ & -\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \alpha_2(s_2) \frac{d-c}{2h_1} ds_2 \left[l_{12}(r_1, s_2) + \left(\frac{\kappa_1+1}{4} \right) \frac{1}{\left(\frac{d-c}{2} s_2 + \frac{d+c}{2} \right) - \left(\frac{b-a}{2} \right) r_1 - \left(\frac{b+a}{2} \right)} \right] = 0 \quad (188) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \alpha_1(s_1) \frac{b-a}{2h_1} ds_1 \left[l_{13}(r_2, s_1) + \left(\frac{\kappa_1+1}{4} \right) \frac{1}{\left(\frac{b-a}{2} \right) s_1 + \frac{b+a}{2} - \left(\frac{d-c}{2} \right) r_2 - \frac{d+c}{2}} \right] \\ & -\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \alpha_2(s_2) \frac{d-c}{2h_1} ds_2 \left[l_{14}(r_2, s_2) + \left(\frac{\kappa_1+1}{4} \right) \frac{1}{\left(\frac{d-c}{2} \right) (s_2 - r_2)} \right] = 0 \quad (189) \end{aligned}$$

Bu ifadelerde geçen $\alpha_1(s_1)$ ve $\alpha_2(s_2)$ bilinmeyen boyutsuz blok altı gerilmeleridir.

Ayrıca:

$$l_{11}(r_1, s_1) = K_{11}(x_1, t_1) \quad (190)$$

$$l_{12}(r_1, s_2) = K_{12}(x_1, t_2) \quad (191)$$

$$l_{13}(r_2, s_1) = K_{13}(x_2, t_1) \quad (192)$$

$$l_{14}(r_2, s_2) = K_{14}(x_2, t_2) \quad (193)$$

olarak tanımlanmıştır. (188) ve (189) numaralı integral denklemlerden oluşan denklem sisteminin sayısal çözümü Gauss-Chebyshev integrasyonu yardımıyla aşağıdaki gibi yapılacaktır. Bu integral denklem sisteminin çözümü aşağıdaki gibi aranabilir:

$$\alpha_i(s_i) = W_i(s_i)G_i(s_i) \quad -1 < s_i < 1 \quad (i = 1, 2) \quad (194)$$

$$G_i(s_i) = (1 - s_i)^\alpha (1 + s_i)^\beta \quad (195)$$

Tabakalar düz bloklarla yüklendiğinden blok kenarlarında temas gerilmelerinde singülarite ortaya çıkar. Bundan dolayı $\alpha = -0.5$, $\beta = -0.5$ ve integral denklemlerin indeksi +1 olarak kabul edilir. (194) ve (195) numaralı ifadeler (188) ve (189) integral denklemleri için yeniden düzenlenirse aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$\alpha_1(s_{1i}) = W_{1i}(s_{1i})G_1(s_{1i}) \quad -1 < s_{1i} < 1 \quad (i = 1, \dots, N) \quad (196)$$

$$G_{1i}(s_{1i}) = (1 - s_{1i}^2)^{-0.5} \quad (i = 1, \dots, N) \quad (197)$$

$$\alpha_2(s_{2i}) = W_{2i}(s_{2i})G_2(s_{2i}) \quad -1 < s_{2i} < 1 \quad (i = 1, \dots, N) \quad (198)$$

$$G_{2i}(s_{2i}) = (1 - s_{2i}^2)^{-0.5} \quad (i = 1, \dots, N) \quad (199)$$

Gauss-Chebyshev formülleri (188) ve (189) no.lu integral denklemlerde yerlerine yazılırsa aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$-\sum_{i=1}^N W_{1i} G_1(s_{1i}) \frac{b-a}{2h_1} \left[l_{11}(r_{1j}, s_{1i}) + \left(\frac{\kappa_1 + 1}{4} \right) \frac{1}{\left(\frac{b-a}{2} \right) (s_{1i} - r_{1j})} \right]$$

$$-\sum_{i=1}^N W_{2i} G_2(s_{2i}) \frac{d-c}{2h_1} \left[l_{12}(r_{1j}, s_{2i}) + \left(\frac{\kappa_1 + 1}{4} \right) \frac{1}{\left[\frac{d-c}{2} s_{2i} + \frac{d+c}{2} \right] - \left[\frac{b-a}{2} r_{1j} + \frac{b+a}{2} \right]} \right] = 0$$

$$(j=1, \dots, N-1) \quad (200)$$

$$\begin{aligned}
& -\sum_{i=1}^N W_{1i} G_1(s_{1i}) \frac{b-a}{2h_1} \left[l_{13}(r_{2j}, s_{1i}) + \left(\frac{\kappa_1 + 1}{4} \right) \frac{1}{\left[\frac{b-a}{2} s_{1i} + \frac{b+a}{2} \right] - \left[\frac{d-c}{2} r_{2j} + \frac{d+c}{2} \right]} \right] \\
& -\sum_{i=1}^N W_{2i} G_2(s_{2i}) \frac{d-c}{2h_1} \left[l_{14}(r_{2j}, s_{2i}) + \left(\frac{\kappa_1 + 1}{4} \right) \frac{1}{\left(\frac{d-c}{2} \right) (s_{2i} - r_{2j})} \right] = 0
\end{aligned}$$

(j=1,...,N-1) (201)

Gauss-Chebyshev integrasyon formülleri denge denklemlerine uygulanırsa aşağıdaki eşitlikler elde edilir:

$$\sum_{i=1}^N \pi W_{1i} G_1(s_{1i}) \frac{b-a}{2h_1} = 1 \quad (202)$$

$$\sum_{i=1}^N \pi W_{2i} G_2(s_{2i}) \frac{d-c}{2h_1} = \frac{Q}{P} \quad (203)$$

Bu ifadelerde:

$$W_1 = W_N = \frac{1}{2N-2} \quad (204)$$

$$W_i = \frac{1}{N-1} \quad (i=2, \dots, N-1) \quad (205)$$

$$s_{1i} = s_{2i} = \cos\left(\frac{i-1}{N-1} \pi\right) \quad (i=1, \dots, N) \quad (206)$$

$$r_{1j} = r_{2j} = \cos\left(\frac{2j-1}{2N-2} \pi\right) \quad (j=1, \dots, N-1) \quad (207)$$

olarak tanımlanmıştır. Böylece (200)-(203) no.lu ifadeler yardımıyla 2N bilinmeyenli 2N tane denklemden oluşan denklem takımı elde edilmiş olur. Bu denklem takımının çözümüyle bilinmeyen temas gerilmeleri hesaplanır.

2.2.5. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Tabakalar ve Alt Fonksiyonel Derecelendirilmiş Tabaka ile Rijit Düzlem Arası İlk Ayrılma Yüğü ve İlk Ayrılma Mesafelerinin Elde Edilmesi

Tabakalar arasında ve rijit düzlem ile alt FD tabaka arasındaki temas bölgelerinde meydana gelen ayrılmayı başlatan yüğü ve ilk ayrılma mesafesini bulmak için sırasıyla $\sigma_{y_1}(x, -h_1) = 0$ ve $\sigma_{y_2}(x, -h_1 - h_2) = 0$ şartları kullanılır. FD tabakalar arasında meydana gelen ayrılmanın başlangıç yükünü ve ilk ayrılma mesafesini bulmak için önceki bölümde elde edilen katsayılar FD tabakalar için kütle kuvvetleri dahil edilmiş gerilme ifadesi olan (102) no.lu denklemde yerine yazılırsa aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\begin{aligned} \sigma_{y_1}(x, -h_1) = & -\frac{1}{\mu_{10}} \int_a^b p(t) dt e^{-i\xi t} \mu_{10} e^{-\beta_1 h_1} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^4 E_{1j} A_{1j}' e^{-n_{1j} h_1} e^{i\xi x} d\xi \\ & -\frac{1}{\mu_{10}} \int_c^d q(t) dt e^{-i\xi t} \mu_{10} e^{-\beta_1 h_1} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^4 E_{1j} A_{1j}' e^{-n_{1j} h_1} e^{i\xi x} d\xi + \frac{\rho_{10} g (e^{-\gamma_1 h_1} - 1)}{\gamma_1} = 0 \end{aligned} \quad (208)$$

Bu integral denklem $(-\infty, \infty)$ aralığından $(0, \infty)$ aralığına indirgenip yeniden düzenlenirse aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\begin{aligned} \sigma_{y_1}(x, -h_1) = & -\frac{1}{\pi} \int_a^b p(t_1) dt_1 e^{-i\xi t_1} \int_0^{\infty} T_{12} \cos \xi(t_1 - x) d\xi \\ & -\frac{1}{\pi} \int_c^d q(t_2) dt_2 e^{-i\xi t_2} \int_0^{\infty} T_{12} \cos \xi(t_2 - x) d\xi + \frac{\rho_{10} g (e^{-\gamma_1 h_1} - 1)}{\gamma_1} = 0 \end{aligned} \quad (209)$$

Bu ifadede:

$$T_{12} = e^{-\beta_1 h_1} \sum_{j=1}^4 E_{1j} A_{1j}' e^{-n_{1j} h_1} \quad (210)$$

$$K_{15} = \int_0^{\infty} T_{12} \cos \xi(t_1 - x) d\xi \quad (211)$$

$$K_{16} = \int_0^{\infty} T_{12} \cos \xi(t_2 - x) d\xi \quad (212)$$

olarak tanımlanmıştır. (176)-(185) no.lu boyutsuz büyüklükler (209) numaralı ifadede yerlerine yazılırsa boyutsuz $\sigma_{y_1}(x, -h_1) / P / h_1$ gerilmesi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{y_1}(x, -h_1)}{P / h_1} = & -\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \alpha_1(s_1) \frac{b-a}{2h_1} ds_1 l_{15}(r_1, s_1) - \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \alpha_2(s_2) \frac{d-c}{2h_1} ds_2 l_{16}(r_2, s_2) \\ & + \frac{1}{\lambda_{cr_1}} \frac{e^{-\gamma_1 h_1} - 1}{\gamma_1} = 0 \end{aligned} \quad (213)$$

Bu denklemde aşağıdaki tanımlamalar yapılmıştır:

$$l_{15}(r_1, s_1) = K_{15}(x_1, t_1) \quad (214)$$

$$l_{16}(r_2, s_2) = K_{16}(x_2, t_2) \quad (215)$$

$$\lambda_{cr_1} = \frac{P_{cr_1}}{\rho_{10} g h_1^2} \quad (216)$$

Bu ifadede bulunan λ_{cr_1} FD tabakalar arasında ayrılmayı meydana getiren yük faktörünü, P_{cr_1} tabakalar arasında ayrılmayı meydana getiren yükü ifade etmektedir. Bu büyüklük belirli bir kritik değerin üstüne çıktığında tabakalar arasında ayrılma meydana gelir ve problem süreksiz temas problemi halini alır. Gauss-Chebyshev integrasyon formülleri (213) numaralı boyutsuz gerilme ifadesine uygulanırsa aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{y_1}(x, -h_1)}{P / h_1} = & -\sum_{j=1}^N W_j G_{1j}(s_{1j}) \frac{b-a}{2h_1} l_{15}(r_{1j}, s_{1j}) - \sum_{j=1}^N W_j G_{2j}(s_{2j}) \frac{d-c}{2h_1} l_{16}(r_{2j}, s_{2j}) \\ & + \frac{1}{\lambda_{cr_1}} \frac{e^{-\gamma_1 h_1} - 1}{\gamma_1} = 0, \quad (-1 < r_{1,2} < 1) \end{aligned} \quad (217)$$

Alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ilk ayrılma yükü ve ilk ayrılma mesafesini bulmak için katsayılar alt FD tabaka için kütle kuvvetleri dahil edilmiş gerilme ifadesi (95) numaralı denklemde yerlerine yazılırsa:

$$\sigma_{y_2}(x, -h_1 - h_2) = -\frac{1}{\mu_{10}} \int_a^b p(t) dt e^{-i\xi t} \mu_{20} e^{-\beta_2 h_2} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^4 E_{2j} A_{2j} e^{-n_{2j}(h_1+h_2)} e^{i\xi x} d\xi$$

$$-\frac{1}{\mu_{10}} \int_c^d q(t) dt e^{-i\xi t} \mu_{20} e^{-\beta_2 h_2} \sum_{j=1}^4 E_{2j} A_{2j}' e^{-n_{2j}(h_1+h_2)} e^{i\xi x} d\xi + \frac{\rho_{10} g(e^{-\gamma_1 h_1} - 1)}{\gamma_1} + \frac{\rho_{20} g(e^{-\gamma_2 h_2} - 1)}{\gamma_2} = 0 \quad (218)$$

Bu ifadede A_{2j}' , A_{2j} ($j=1, \dots, 4$) katsayılarından (P+Q) çarpanının ayrılmış halidir. Bu integral denklem $(-\infty, \infty)$ aralığından $(0, \infty)$ aralığına indirgenip yeniden düzenlenirse aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\sigma_{y_2}(x, -h_1 - h_2) = -\frac{1}{\pi} \int_a^b p(t_1) dt_1 e^{-i\xi t_1} \int_0^\infty T_{13} \cos \xi(t_1 - x) d\xi$$

$$-\frac{1}{\pi} \int_c^d q(t_2) dt_2 e^{-i\xi t_2} \int_0^\infty T_{13} \cos \xi(t_2 - x) d\xi + \frac{\rho_{10} g(e^{-\gamma_1 h_1} - 1)}{\gamma_1} + \frac{\rho_{20} g(e^{-\gamma_2 h_2} - 1)}{\gamma_2} = 0 \quad (219)$$

Bu ifadede:

$$T_{13} = \frac{\mu_{20}}{\mu_{10}} e^{-\beta_2 h_2} \sum_{j=1}^4 E_{2j} A_{2j}' e^{-n_{2j}(h_1+h_2)} \quad (220)$$

$$K_{17} = \int_0^\infty T_{13} \cos \xi(t_1 - x) d\xi \quad (221)$$

$$K_{18} = \int_0^\infty T_{13} \cos \xi(t_2 - x) d\xi \quad (222)$$

olarak tanımlanmıştır. (176)-(185) no.lu boyutsuz büyüklükler (219) numaralı integral denklemde yerlerine yazılırsa boyutsuz $\sigma_{y_2}(x, -h_1 - h_2)$ gerilmesi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\frac{\sigma_{y_2}(x, -h_1 - h_2)}{P / h_1} = -\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \alpha_1(s_1) \frac{b-a}{2h_1} ds_1 l_{17}(r_1, s_1) - \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \alpha_2(s_2) \frac{d-c}{2h_1} ds_2 l_{18}(r_2, s_2)$$

$$+ \frac{1}{\lambda_{cr_2}} \left(\frac{e^{-\gamma_1 h_1} - 1}{\gamma_1} + \frac{e^{-\gamma_2 h_2} - 1}{\gamma_2} \right) = 0, \quad (-1 < r_{1,2} < 1) \quad (223)$$

Bu denklemde aşağıdaki tanımlamalar yapılmıştır:

$$l_{17}(r_1, s_1) = K_{17}(x_1, t_1) \quad (224)$$

$$l_{18}(r_2, s_2) = K_{18}(x_2, t_2) \quad (225)$$

$$\lambda_{cr_2} = \frac{P_{cr2}}{(\rho_{10} + \rho_{20})gh_1^2} \quad (226)$$

Bu ifadede bulunan λ_{cr2} alt FD tabaka ile rijit düzlem arası ayrılmayı meydana getiren yük faktörünü, P_{cr2} alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ayrılmayı meydana getiren yükü ifade etmektedir. Bu büyüklük belirli bir kritik değerin üstüne çıktığında ayrılma meydana gelir ve problem süreksiz temas problemi halini alır. Gauss-Chebyshev integrasyon formülleri (223) numaralı boyutsuz gerilme ifadesine uygulanırsa aşağıdaki denklem elde edilir:

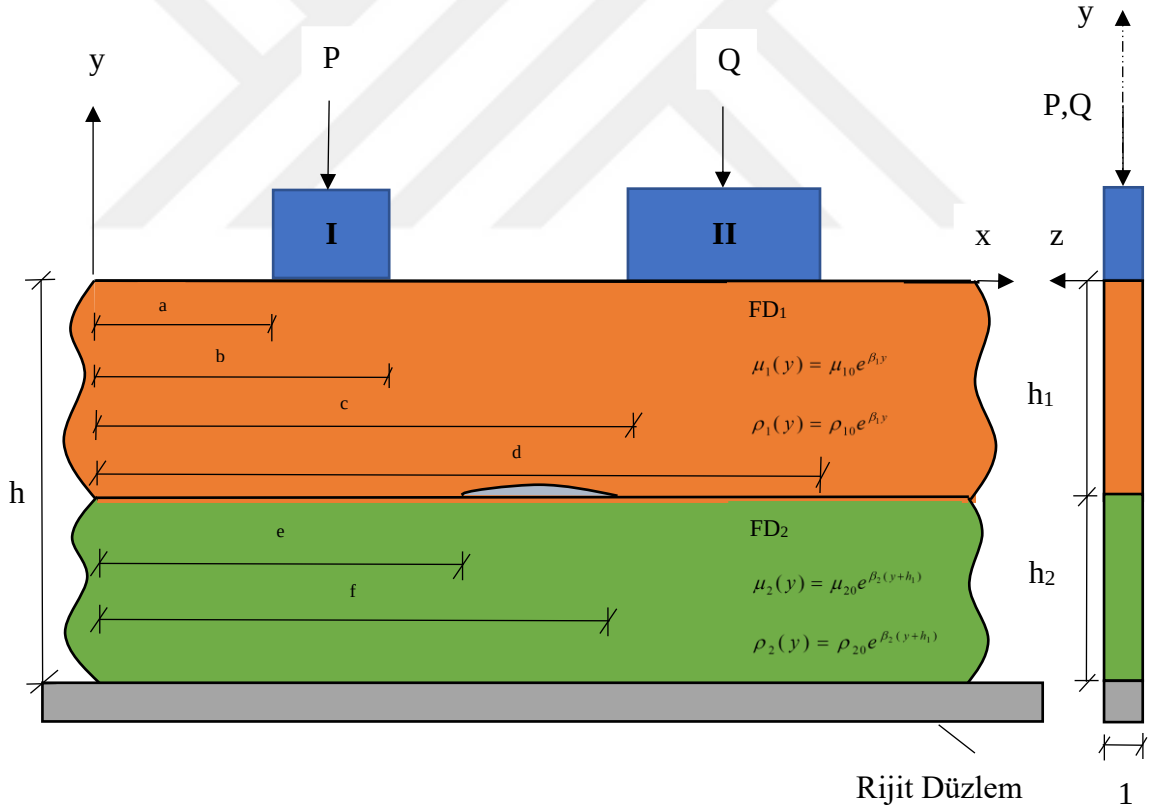
$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{y_2}(x, -h_1 - h_2)}{P / h_1} = & - \sum_{j=1}^N W_i G_{1i}(s_{1i}) \frac{b-a}{2h_1} l_{17}(r_{1j}, s_{1i}) - \sum_{j=1}^N W_i G_{2i}(s_{2i}) \frac{d-c}{2h_1} l_{18}(r_{2j}, s_{2i}) \\ & + \frac{1}{\lambda_{cr_2}} \left(\frac{e^{-\gamma_1 h_1} - 1}{\gamma_1} + \frac{e^{-\gamma_2 h_2} - 1}{\gamma_2} \right) = 0, \quad (-1 < r_{1,2} < 1) \end{aligned} \quad (227)$$

2.3. Süreksiz Temas Problemi

Süreksiz temas problemi, ayrılmanın FD tabakalar arasında ve alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında olması durumları için ayrı ayrı ele alınacaktır.

2.3.1. FD Tabakalar Arasında Süreksiz Temas Olması Durumu

FD tabakalar arasında ayrılma meydana gelmesi için etki eden yükün ilk ayrılmayı meydana getiren kritik yük değerinden büyük olması gerekir. Bu şartlar altında ayrılmanın (e,f) aralığında olduğu ve FD tabakalar arasında düşey doğrultuda meydana gelen yer değiştirmelerin farkının türevinin $\varphi(x)$ gibi bir fonksiyona bağlı olduğu kabul edilmiştir. Tüm yüzeyler sürtünmesiz kabul edilmiş olup kütle kuvvetleri hesaba katılmıştır.



Şekil 2. Tabakalar arasındaki süreksiz temas probleminin geometrisi

2.3.2. Tabakalar Arası Süreksiz Temas Olması Durumunda Sınır Şartları

FD tabakalar arasında süreksiz temas olması durumunda problemin sınır şartları aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\tau_{xy_1}(x, 0) = 0 \quad (-\infty, \infty) \quad (228)$$

$$\sigma_{y_1}(x, 0) = \begin{cases} -p(x); & a < x < b \\ -q(x); & c < x < d \\ 0; & \text{diğer} \end{cases} \quad (229)$$

$$\tau_{xy_1}(x, -h_1) = 0 \quad (-\infty, \infty) \quad (230)$$

$$\sigma_{y_1}(x, -h_1) = \sigma_{y_2}(x, -h_1) \quad e < x < f \quad (231)$$

$$\tau_{xy_2}(x, -h_1) = 0 \quad (-\infty, \infty) \quad (232)$$

$$v_2(x, -h) = 0 \quad (-\infty, \infty) \quad (233)$$

$$\tau_{xy_2}(x, -h) = 0 \quad (-\infty, \infty) \quad (234)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} [v_2(x, -h_1) - v_1(x, -h_1)] = \begin{cases} \varphi(x); & e < x < f \\ 0; & \text{diğer} \end{cases} \quad (235)$$

Bu ifadelerde $p(x)$ ve $q(x)$ sırasıyla I. ve II. rijit blokların altındaki bilinmeyen temas gerilmeleridir. Ayrıca probleme ait denge şartları (107) ve (108) no.lu ifadeler olup bu problem için tek değerlik şartı aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\int_e^f \varphi(x) dx = 0 \quad (236)$$

2.3.3. Tabakalar Arası Süreksiz Temas Olması Durumunda Katsayıların Elde Edilmesi

Problem için elde edilmiş (228)-(235) no.lu sınır şartları genel yer değiştirme ve şekil değiştirme ifadelerinde yerlerine yazılıp ters Fourier dönüşümleri alınırsa bilinmeyenleri A_{11}^* , A_{12}^* , A_{13}^* , A_{14}^* , A_{21}^* , A_{22}^* , A_{23}^* , A_{24}^* katsayılarının olduğu sekiz bilinmeyenli sekiz denklemden oluşan denklem takımı aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\sum_{j=1}^4 F_{1j} A_{1j}^* = 0 \quad (237)$$

$$\sum_{j=1}^4 E_{1j} A_{1j}^* = -\frac{1}{\mu_{10}} \int_a^b p(t) e^{-i\xi t} dt - \frac{1}{\mu_{10}} \int_c^d q(t) e^{-i\xi t} dt \quad (238)$$

$$\sum_{j=1}^4 F_{1j} A_{1j}^* e^{-h_1(\beta_1 + n_{1j})} = 0 \quad (239)$$

$$\mu_{10} \sum_{j=1}^4 E_{1j} A_{1j}^* e^{-h_1(\beta_1 + n_{1j})} - \mu_{20} \sum_{j=1}^4 E_{2j} A_{2j}^* e^{-h_1(\beta_2 + n_{2j})} = 0 \quad (240)$$

$$\mu_{20} \sum_{j=1}^4 F_{2j} A_{2j}^* e^{-h_1(\beta_2 + n_{2j})} = 0 \quad (241)$$

$$\sum_{j=1}^4 m_{2j} A_{2j}^* e^{-(h_1 + h_2)n_{2j}} = 0 \quad (242)$$

$$\mu_{20} \sum_{j=1}^4 F_{2j} A_{2j}^* e^{-(h_1 + h_2)(\beta_2 + n_{2j})} = 0 \quad (243)$$

$$\sum_{j=1}^4 m_{2j} A_{2j}^* - \sum_{j=1}^4 m_{1j} A_{1j}^* = \varphi \quad (244)$$

Bu ifadelerde aşağıdaki tanımlama yapılmıştır:

$$\varphi = \frac{1}{2\pi i \xi} \int_e^f \varphi(t) e^{-i\xi t} dt \quad (245)$$

Bu denklem sisteminin çözümüyle bilinmeyen katsayılar aşağıdaki gibi elde edilirler:

$$\begin{aligned}
A_{11}^* = & [R_{10}R_{11}(P+Q)\xi[iJ_{141}F_{14}(E_{24}F_{23}-E_{23}F_{24})k(F_{13}m_{12}-F_{12}m_{13})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22}) \\
& -iJ_{131}F_{13}(E_{24}F_{23}-E_{23}F_{24})k(F_{14}m_{12}-F_{12}m_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22}) \\
& +iJ_{121}F_{12}(E_{24}F_{23}-E_{23}F_{24})k(F_{14}m_{13}-F_{13}m_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22}) \\
& -iJ_{142}F_{12}(E_{24}F_{22}-E_{22}F_{24})k(F_{13}m_{12}-F_{12}m_{13})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23}) \\
& +iJ_{132}F_{13}(E_{24}F_{22}-E_{22}F_{24})k(F_{14}m_{12}-F_{12}m_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23}) \\
& -iJ_{121}F_{12}(E_{24}F_{22}-E_{22}F_{24})k(F_{14}m_{13}-F_{13}m_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23}) \\
& +iJ_{144}F_{14}(E_{24}F_{22}-E_{22}F_{24})k(F_{13}m_{12}-F_{12}m_{13})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23}) \\
& -iJ_{134}F_{13}(E_{24}F_{21}-E_{21}F_{24})k(F_{14}m_{12}-F_{12}m_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23}) \\
& +iJ_{124}F_{12}(E_{24}F_{21}-E_{21}F_{24})k(F_{14}m_{13}-F_{13}m_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23}) \\
& +iJ_{143}F_{14}(E_{23}F_{22}-E_{22}F_{23})k(F_{13}m_{12}-F_{12}m_{13})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& -iJ_{133}F_{13}(E_{23}F_{22}-E_{22}F_{23})k(F_{14}m_{12}-F_{12}m_{14})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +iJ_{123}F_{14}(E_{23}F_{22}-E_{22}F_{23})k(F_{14}m_{13}-F_{13}m_{14})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& -iJ_{243}F_{14}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& -iJ_{244}F_{14}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +iJ_{233}F_{13}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +iJ_{234}F_{13}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& -iJ_{223}F_{12}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& -iJ_{224}F_{12}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& -iJ_{145}F_{14}(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})k(F_{13}m_{12}-F_{12}m_{13})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23}) \\
& +iJ_{135}F_{13}(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})k(F_{14}m_{12}-F_{12}m_{14})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -iJ_{125}F_{12}(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})k(F_{14}m_{13}-F_{13}m_{14})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& +iJ_{245}F_{14}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +iJ_{242}F_{14}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& -iJ_{232}F_{13}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& -iJ_{225}F_{12}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +iJ_{222}F_{12}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +iJ_{146}F_{14}(E_{22}F_{21} - E_{21}F_{22})k(F_{13}m_{12} - F_{12}m_{13})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& -iJ_{136}F_{13}(E_{22}F_{21} - E_{21}F_{22})k(F_{14}m_{12} - F_{12}m_{14})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& +iJ_{126}F_{13}(E_{22}F_{21} - E_{21}F_{22})k(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& -iJ_{246}F_{14}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})k(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& -iJ_{241}F_{14}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& +iJ_{236}F_{13}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& +iJ_{231}F_{13}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& -iJ_{226}F_{12}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& -iJ_{221}F_{12}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24})] \\
& +R_{10}R_{11}[-J_{231_1}F_{12}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})k(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})\varphi \\
& +J_{241_1}F_{13}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})k(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})\varphi \\
& +J_{341_1}F_{12}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})k(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})\varphi \\
& +J_{341_1}F_{12}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})k(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})\varphi \\
& +J_{231_2}F_{14}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})k(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})\varphi \\
& -J_{241_2}F_{13}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})k(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})\varphi \\
& -J_{241_2}F_{13}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})k(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})\varphi \\
& +J_{341_2}F_{12}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})k(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})\varphi \\
& -J_{231_4}F_{14}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})k(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})\varphi \\
& +J_{241_4}F_{13}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})k(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})\varphi
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -J_{341_4} F_{12}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})k(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})\varphi \\
& -J_{231_3} F_{14}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})k(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24})\varphi \\
& +J_{241_3} F_{13}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})k(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24})\varphi \\
& -J_{341_3} F_{12}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})k(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24})\varphi \\
& +J_{231_5} F_{14}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})k(E_{23}F_{21} - E_{21}F_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24})\varphi \\
& +J_{231_5} F_{14}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})k(E_{23}F_{21} - E_{21}F_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24})\varphi \\
& -J_{241_5} F_{13}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})k(E_{23}F_{21} - E_{21}F_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24})\varphi \\
& +J_{341_5} F_{12}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})k(E_{23}F_{21} - E_{21}F_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24})\varphi \\
& -J_{231_6} F_{14}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})k(E_{22}F_{21} - E_{21}F_{22})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24})\varphi \\
& +J_{241_6} F_{13}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})k(E_{22}F_{21} - E_{21}F_{22})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24})\varphi \\
& +J_{341_6} F_{12}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})k(E_{22}F_{21} - E_{21}F_{22})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24})\varphi] / \Delta \quad (246)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{12}^* = & [R_{10}R_{12}(P+Q)\xi[-iJ_{141}F_{14}(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})k(F_{13}m_{11} - F_{11}m_{13})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& +iJ_{131}F_{13}(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})k(F_{14}m_{11} - F_{11}m_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& +iJ_{111}F_{11}(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})k(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& +iJ_{142}F_{14}(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})k(F_{13}m_{11} - F_{11}m_{13})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\
& -iJ_{132}F_{13}(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})k(F_{14}m_{11} - F_{11}m_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\
& +iJ_{112}F_{11}(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})k(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\
& -iJ_{144}F_{14}(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})k(F_{13}m_{11} - F_{11}m_{13})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23}) \\
& +iJ_{134}F_{13}(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})k(F_{14}m_{11} - F_{11}m_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23}) \\
& -iJ_{114}F_{11}(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})k(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23}) \\
& -iJ_{143}F_{14}(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})k(F_{13}m_{11} - F_{11}m_{13})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +iJ_{133}F_{13}(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})k(F_{14}m_{11} - F_{11}m_{14})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -iJ_{243}F_{14}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +iJ_{243}F_{14}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& -iJ_{233}F_{13}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& -iJ_{234}F_{13}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +iJ_{213}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +iJ_{214}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +iJ_{145}F_{14}(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})k(F_{13}m_{11}-F_{11}m_{13})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -iJ_{135}F_{13}(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})k(F_{14}m_{11}-F_{11}m_{14})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -iJ_{115}F_{11}(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})k(F_{14}m_{13}-F_{13}m_{14})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -iJ_{245}F_{14}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})k(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -iJ_{242}F_{14}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})k(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& +iJ_{235}F_{13}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& +iJ_{232}F_{13}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -iJ_{215}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -iJ_{212}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -iJ_{146}F_{14}(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})(F_{13}m_{11}-F_{11}m_{13})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +iJ_{136}F_{13}(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})(F_{14}m_{11}-F_{11}m_{14})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -iJ_{116}F_{11}(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})(F_{14}m_{13}-F_{13}m_{14})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +iJ_{246}F_{14}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +iJ_{241}F_{14}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -iJ_{236}F_{13}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -iJ_{231}F_{13}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +iJ_{216}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +iJ_{211}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +J_{131_1}F_{14}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})k(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})] \\
& +R_{10}R_{12}[J_{131_1}F_{14}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})k(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})\varphi \\
& -J_{141_1}F_{14}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})k(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})\varphi \\
& +J_{341_1}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})k(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})\varphi \\
& +J_{341_1}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})k(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})\varphi \\
& -J_{131_2}F_{14}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})k(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})\varphi \\
& +J_{141_2}F_{13}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})k(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})\varphi \\
& -J_{341_2}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})k(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})\varphi \\
& +J_{131_4}F_{14}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})k(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})\varphi \\
& -J_{141_4}F_{13}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})k(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})\varphi \\
& +J_{341_4}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})k(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})\varphi \\
& +J_{131_3}F_{14}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})k(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24})\varphi \\
& -J_{141_3}F_{13}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})k(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24})\varphi \\
& -J_{341_3}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})k(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24})\varphi \\
& -J_{341_3}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})k(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24})\varphi \\
& -J_{131_4}F_{14}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})k(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})\varphi \\
& -J_{141_5}F_{13}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})k(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24})\varphi \\
& -J_{341_5}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})k(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24})\varphi \\
& -J_{131_6}F_{14}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})k(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24})\varphi \\
& -J_{141_6}F_{13}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})k(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24})\varphi \\
& +J_{341_6}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})k(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24})\varphi]]/\Delta \quad (247)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{13}^* & = [R_{10}R_{13}(P+Q)\xi[-iJ_{141}F_{14}(E_{24}F_{23}-E_{23}F_{24})k(F_{12}m_{11}-F_{11}m_{12})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22}) \\
& +iJ_{141}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})k(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -iJ_{121}F_{12}(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})k(F_{14}m_{11} - F_{11}m_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& +iJ_{111}F_{11}(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})k(F_{14}m_{12} - F_{12}m_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& -iJ_{142}F_{14}(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})k(F_{12}m_{11} - F_{11}m_{12})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\
& +iJ_{122}F_{12}(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})k(F_{14}m_{11} - F_{11}m_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\
& -iJ_{111}F_{11}(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})k(F_{14}m_{12} - F_{12}m_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\
& +iJ_{144}F_{14}(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})k(F_{12}m_{11} - F_{11}m_{12})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23}) \\
& -iJ_{224}F_{12}(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})k(F_{14}m_{11} - F_{11}m_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23}) \\
& +iJ_{114}F_{11}(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})k(F_{14}m_{12} - F_{12}m_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23}) \\
& +iJ_{143}F_{14}(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})k(F_{12}m_{11} - F_{11}m_{12})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +iJ_{143}F_{14}(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})k(F_{12}m_{11} - F_{11}m_{12})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -iJ_{123}F_{12}(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})k(F_{14}m_{11} - F_{11}m_{14})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +iJ_{113}F_{11}(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})k(F_{14}m_{12} - F_{12}m_{14})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -iJ_{243}F_{14}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})k(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -iJ_{243}F_{14}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -iJ_{214}F_{14}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +iJ_{223}F_{12}(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +iJ_{224}F_{12}(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -iJ_{213}F_{11}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -iJ_{214}F_{11}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -iJ_{145}F_{14}(E_{23}F_{21} - E_{21}F_{23})k(F_{12}m_{11} - F_{11}m_{12})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +iJ_{125}F_{12}(E_{23}F_{21} - E_{21}F_{23})k(F_{14}m_{11} - F_{11}m_{14})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& -iJ_{115}F_{11}(E_{23}F_{21} - E_{21}F_{23})k(F_{14}m_{12} - F_{12}m_{14})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +iJ_{245}F_{14}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})k(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +iJ_{242}F_{14}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})k(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -iJ_{225}F_{12}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -iJ_{222}F_{12}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -iJ_{215}F_{11}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& +iJ_{212}F_{11}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& +iJ_{146}F_{14}(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})k(F_{12}m_{11}-F_{11}m_{12})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -iJ_{126}F_{12}(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})k(F_{14}m_{11}-F_{11}m_{14})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +iJ_{116}F_{11}(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})k(F_{14}m_{12}-F_{12}m_{14})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -iJ_{246}F_{14}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})k(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -iJ_{241}F_{14}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})k(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +iJ_{226}F_{12}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})k(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +iJ_{221}F_{12}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})k(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -iJ_{216}F_{11}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})k(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -iJ_{211}F_{11}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})k(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24})] \\
& +R_{10}R_{13}[-J_{121_1}F_{14}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})k(E_{24}F_{23}-E_{23}F_{24})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})\varphi \\
& +J_{141_1}F_{12}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})k(E_{24}F_{23}-E_{23}F_{24})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})\varphi \\
& -J_{241_1}F_{11}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})k(E_{24}F_{23}-E_{23}F_{24})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})\varphi \\
& +J_{121_2}F_{14}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})k(E_{24}F_{22}-E_{22}F_{24})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})\varphi \\
& -J_{141_2}F_{12}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})k(E_{24}F_{22}-E_{22}F_{24})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})\varphi \\
& +J_{241_2}F_{11}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})k(E_{24}F_{22}-E_{22}F_{24})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})\varphi \\
& -J_{121_4}F_{14}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})k(E_{24}F_{21}-E_{21}F_{24})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})\varphi \\
& +J_{141_4}F_{12}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})k(E_{24}F_{21}-E_{21}F_{24})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})\varphi \\
& -J_{241_4}F_{11}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})k(E_{24}F_{21}-E_{21}F_{24})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})\varphi]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -J_{121_3} F_{14} (E_{12} F_{11} - E_{11} F_{12}) k(E_{23} F_{22} - E_{22} F_{23}) (F_{24} m_{21} - F_{21} m_{24}) \varphi \\
& + J_{141_3} F_{12} (E_{14} F_{11} - E_{11} F_{14}) k(E_{23} F_{22} - E_{22} F_{23}) (F_{24} m_{21} - F_{21} m_{24}) \varphi \\
& - J_{241_3} F_{12} (E_{14} F_{12} - E_{12} F_{14}) k(E_{23} F_{22} - E_{22} F_{23}) (F_{24} m_{21} - F_{21} m_{24}) \varphi \\
& - J_{241_3} F_{12} (E_{14} F_{12} - E_{12} F_{14}) k(E_{23} F_{22} - E_{22} F_{23}) (F_{24} m_{21} - F_{21} m_{24}) \varphi \\
& - J_{121_5} F_{14} (E_{12} F_{11} - E_{11} F_{12}) k(E_{23} F_{21} - E_{21} F_{23}) (F_{24} m_{22} - F_{22} m_{24}) \varphi \\
& - J_{141_5} F_{12} (E_{14} F_{11} - E_{11} F_{14}) k(E_{23} F_{21} - E_{21} F_{23}) (F_{24} m_{22} - F_{22} m_{24}) \varphi \\
& + J_{241_5} F_{11} (E_{14} F_{12} - E_{12} F_{14}) k(E_{23} F_{21} - E_{21} F_{23}) (F_{24} m_{22} - F_{22} m_{24}) \varphi \\
& - J_{121_6} F_{14} (E_{12} F_{11} - E_{11} F_{12}) k(E_{22} F_{21} - E_{21} F_{22}) (F_{24} m_{23} - F_{23} m_{24}) \varphi \\
& + J_{141_6} F_{12} (E_{14} F_{11} - E_{11} F_{14}) k(E_{22} F_{21} - E_{21} F_{22}) (F_{24} m_{23} - F_{23} m_{24}) \varphi \\
& - J_{241_6} F_{11} (E_{14} F_{12} - E_{12} F_{14}) k(E_{22} F_{21} - E_{21} F_{22}) (F_{24} m_{23} - F_{23} m_{24}) \varphi] / \Delta \quad (248)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{14}^* = & [R_{10} R_{14} (P + Q) \xi [-iJ_{131} F_{13} (E_{24} F_{23} - E_{23} F_{24}) k(F_{12} m_{11} - F_{11} m_{12}) (F_{22} m_{21} - F_{21} m_{22}) \\
& + iJ_{121} F_{12} (E_{24} F_{23} - E_{23} F_{24}) k(F_{13} m_{11} - F_{11} m_{13}) (F_{22} m_{21} - F_{21} m_{22}) \\
& - iJ_{111} F_{11} (E_{24} F_{23} - E_{23} F_{24}) k(F_{13} m_{12} - F_{12} m_{13}) (F_{22} m_{21} - F_{21} m_{22}) \\
& + iJ_{132} F_{13} (E_{24} F_{22} - E_{22} F_{24}) k(F_{12} m_{11} - F_{11} m_{12}) (F_{23} m_{21} - F_{21} m_{23}) \\
& - iJ_{122} F_{12} (E_{24} F_{22} - E_{22} F_{24}) k(F_{13} m_{11} - F_{11} m_{13}) (F_{23} m_{21} - F_{21} m_{23}) \\
& + iJ_{112} F_{11} (E_{24} F_{22} - E_{22} F_{24}) k(F_{13} m_{12} - F_{12} m_{13}) (F_{23} m_{21} - F_{21} m_{23}) \\
& - iJ_{134} F_{13} (E_{24} F_{21} - E_{21} F_{24}) k(F_{12} m_{11} - F_{11} m_{12}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23}) \\
& + iJ_{124} F_{12} (E_{24} F_{21} - E_{21} F_{24}) k(F_{13} m_{11} - F_{11} m_{13}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23}) \\
& - iJ_{114} F_{11} (E_{24} F_{21} - E_{21} F_{24}) k(F_{13} m_{12} - F_{12} m_{13}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23}) \\
& - iJ_{133} F_{13} (E_{23} F_{22} - E_{22} F_{23}) k(F_{12} m_{11} - F_{11} m_{12}) (F_{24} m_{21} - F_{21} m_{24}) \\
& + iJ_{123} F_{12} (E_{23} F_{22} - E_{22} F_{23}) k(F_{13} m_{11} - F_{11} m_{13}) (F_{24} m_{21} - F_{21} m_{24}) \\
& - iJ_{113} F_{11} (E_{23} F_{22} - E_{22} F_{23}) k(F_{13} m_{12} - F_{12} m_{13}) (F_{24} m_{21} - F_{21} m_{24})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +iJ_{233}F_{13}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +iJ_{234}F_{13}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& -iJ_{223}F_{12}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& -iJ_{224}F_{12}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +iJ_{213}F_{11}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +iJ_{214}F_{11}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +iJ_{135}F_{13}(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})k(F_{12}m_{11}-F_{11}m_{12})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -iJ_{125}F_{13}(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})k(F_{13}m_{11}-F_{11}m_{13})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& +iJ_{115}F_{11}(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})k(F_{13}m_{12}-F_{12}m_{13})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -iJ_{235}F_{13}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -iJ_{232}F_{13}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& +iJ_{225}F_{12}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& +iJ_{222}F_{12}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -iJ_{215}F_{11}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -iJ_{212}F_{11}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -iJ_{136}F_{13}(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})k(F_{12}m_{11}-F_{11}m_{12})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +iJ_{126}F_{12}(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})k(F_{13}m_{11}-F_{11}m_{13})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -iJ_{116}F_{11}(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})k(F_{13}m_{12}-F_{12}m_{13})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +iJ_{236}F_{13}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +iJ_{231}F_{13}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -iJ_{226}F_{12}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -iJ_{221}F_{12}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +iJ_{216}F_{11}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +iJ_{211}F_{11}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24})] \\
& +R_{10}R_{14}[J_{121_1}F_{13}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})k(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})\varphi \\
& -J_{131_1}F_{12}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})k(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})\varphi \\
& -J_{131_1}F_{12}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})k(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})\varphi \\
& +J_{231_1}F_{11}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})k(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})\varphi \\
& -J_{121_2}F_{13}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})k(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})\varphi \\
& +J_{131_2}F_{12}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})k(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})\varphi \\
& -J_{231_2}F_{11}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})k(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})\varphi \\
& +J_{121_4}F_{13}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})k(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})\varphi \\
& -J_{131_4}F_{12}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})k(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})\varphi \\
& +J_{231_4}F_{11}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})k(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})\varphi \\
& +J_{121_3}F_{13}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})k(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24})\varphi \\
& +J_{131_3}F_{12}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})k(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24})\varphi \\
& +J_{231_3}F_{11}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})k(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24})\varphi \\
& -J_{121_5}F_{13}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})k(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24})\varphi \\
& +J_{131_5}F_{12}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})k(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24})\varphi \\
& -J_{231_5}F_{11}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})k(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24})\varphi \\
& -J_{121_6}F_{13}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})k(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24})\varphi \\
& -J_{131_6}F_{12}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})k(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24})\varphi \\
& +J_{231_6}F_{11}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})k(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24})\varphi]] / \Delta \quad (249)
\end{aligned}$$

Bu katsayılar $\varphi(t)$ çarpanının bulunduğu kısımlar aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$A_{11}^{**} = R_{10}R_{11}[-J_{231_1}F_{12}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})k(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})$$

$$\begin{aligned}
& +J_{241_1}F_{13}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})k(E_{24}F_{23}-E_{23}F_{24})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22}) \\
& +J_{341_1}F_{12}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})k(E_{24}F_{23}-E_{23}F_{24})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22}) \\
& +J_{341_1}F_{12}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})k(E_{24}F_{23}-E_{23}F_{24})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22}) \\
& +J_{231_2}F_{14}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})k(E_{24}F_{22}-E_{22}F_{24})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23}) \\
& -J_{241_2}F_{13}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})k(E_{24}F_{22}-E_{22}F_{24})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23}) \\
& -J_{241_2}F_{13}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})k(E_{24}F_{22}-E_{22}F_{24})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23}) \\
& +J_{341_2}F_{12}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})k(E_{24}F_{22}-E_{22}F_{24})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23}) \\
& -J_{231_4}F_{14}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})k(E_{24}F_{21}-E_{21}F_{24})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23}) \\
& +J_{241_4}F_{13}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})k(E_{24}F_{21}-E_{21}F_{24})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23}) \\
& -J_{341_4}F_{12}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})k(E_{24}F_{21}-E_{21}F_{24})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23}) \\
& -J_{231_3}F_{14}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})k(E_{23}F_{22}-E_{22}F_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +J_{241_3}F_{13}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})k(E_{23}F_{22}-E_{22}F_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& -J_{341_3}F_{12}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})k(E_{23}F_{22}-E_{22}F_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +J_{231_5}F_{14}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})k(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& +J_{231_5}F_{14}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})k(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{241_5}F_{13}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})k(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& +J_{341_5}F_{12}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})k(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{231_6}F_{14}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})k(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{241_6}F_{13}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})k(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{341_6}F_{12}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})k(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24})\varphi]]/\Delta \quad (250)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{12}^{**} &= R_{10}R_{12}[J_{131_1}F_{14}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})k(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22}) \\
& -J_{141_1}F_{14}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})k(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +J_{341_1}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})k(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22}) \\
& +J_{341_1}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})k(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22}) \\
& -J_{131_2}F_{14}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})k(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23}) \\
& +J_{141_2}F_{13}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})k(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23}) \\
& -J_{341_2}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})k(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23}) \\
& +J_{131_4}F_{14}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})k(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23}) \\
& -J_{141_4}F_{13}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})k(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23}) \\
& +J_{341_4}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})k(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23}) \\
& +J_{131_3}F_{14}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})k(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& -J_{141_3}F_{13}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})k(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& -J_{341_3}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})k(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& -J_{341_3}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})k(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& -J_{131_4}F_{14}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})k(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23}) \\
& -J_{141_5}F_{13}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})k(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{341_5}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})k(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{131_6}F_{14}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})k(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{141_6}F_{13}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})k(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{341_6}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})k(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24})]]/\Delta \quad (251)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{13}^{**} &= R_{10}R_{13}[-J_{121_1}F_{14}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})k(E_{24}F_{23}-E_{23}F_{24})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22}) \\
& +J_{141_1}F_{12}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})k(E_{24}F_{23}-E_{23}F_{24})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22}) \\
& -J_{241_1}F_{11}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})k(E_{24}F_{23}-E_{23}F_{24})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22}) \\
& +J_{121_2}F_{14}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})k(E_{24}F_{22}-E_{22}F_{24})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -J_{141_2} F_{12} (E_{14} F_{11} - E_{11} F_{14}) k(E_{24} F_{22} - E_{22} F_{24}) (F_{23} m_{21} - F_{21} m_{23}) \\
& + J_{241_2} F_{11} (E_{14} F_{12} - E_{12} F_{14}) k(E_{24} F_{22} - E_{22} F_{24}) (F_{23} m_{21} - F_{21} m_{23}) \\
& - J_{121_4} F_{14} (E_{12} F_{11} - E_{11} F_{12}) k(E_{24} F_{21} - E_{21} F_{24}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23}) \\
& + J_{141_4} F_{12} (E_{14} F_{11} - E_{11} F_{14}) k(E_{24} F_{21} - E_{21} F_{24}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23}) \\
& - J_{241_4} F_{11} (E_{14} F_{12} - E_{12} F_{14}) k(E_{24} F_{21} - E_{21} F_{24}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23}) \\
& - J_{121_3} F_{14} (E_{12} F_{11} - E_{11} F_{12}) k(E_{23} F_{22} - E_{22} F_{23}) (F_{24} m_{21} - F_{21} m_{24}) \\
& + J_{141_3} F_{12} (E_{14} F_{11} - E_{11} F_{14}) k(E_{23} F_{22} - E_{22} F_{23}) (F_{24} m_{21} - F_{21} m_{24}) \\
& - J_{241_3} F_{11} (E_{14} F_{12} - E_{12} F_{14}) k(E_{23} F_{22} - E_{22} F_{23}) (F_{24} m_{21} - F_{21} m_{24}) \\
& - J_{241_3} F_{12} (E_{14} F_{12} - E_{12} F_{14}) k(E_{23} F_{22} - E_{22} F_{23}) (F_{24} m_{21} - F_{21} m_{24}) \\
& - J_{121_5} F_{14} (E_{12} F_{11} - E_{11} F_{12}) k(E_{23} F_{21} - E_{21} F_{23}) (F_{24} m_{22} - F_{22} m_{24}) \\
& - J_{141_5} F_{12} (E_{14} F_{11} - E_{11} F_{14}) k(E_{23} F_{21} - E_{21} F_{23}) (F_{24} m_{22} - F_{22} m_{24}) \\
& + J_{241_5} F_{11} (E_{14} F_{12} - E_{12} F_{14}) k(E_{23} F_{21} - E_{21} F_{23}) (F_{24} m_{22} - F_{22} m_{24}) \\
& - J_{121_6} F_{14} (E_{12} F_{11} - E_{11} F_{12}) k(E_{22} F_{21} - E_{21} F_{22}) (F_{24} m_{23} - F_{23} m_{24}) \\
& + J_{141_6} F_{12} (E_{14} F_{11} - E_{11} F_{14}) k(E_{22} F_{21} - E_{21} F_{22}) (F_{24} m_{23} - F_{23} m_{24}) \\
& - J_{241_6} F_{11} (E_{14} F_{12} - E_{12} F_{14}) k(E_{22} F_{21} - E_{21} F_{22}) (F_{24} m_{23} - F_{23} m_{24}) \big] / \Delta \quad (252)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{14}^{**} = & R_{10} R_{14} [J_{121_1} F_{13} (E_{12} F_{11} - E_{11} F_{12}) k(F_{24} m_{23} - F_{23} m_{24}) (F_{22} m_{21} - F_{21} m_{22}) \\
& - J_{131_1} F_{12} (E_{13} F_{11} - E_{11} F_{13}) k(F_{24} m_{23} - F_{23} m_{24}) (F_{22} m_{21} - F_{21} m_{22}) \\
& - J_{131_1} F_{12} (E_{13} F_{11} - E_{11} F_{13}) k(F_{24} m_{23} - F_{23} m_{24}) (F_{22} m_{21} - F_{21} m_{22}) \\
& + J_{231_1} F_{11} (E_{13} F_{12} - E_{12} F_{13}) k(F_{24} m_{23} - F_{23} m_{24}) (F_{22} m_{21} - F_{21} m_{22}) \\
& - J_{121_2} F_{13} (E_{12} F_{11} - E_{11} F_{12}) k(F_{24} m_{22} - F_{22} m_{24}) (F_{23} m_{21} - F_{21} m_{23}) \\
& + J_{131_2} F_{12} (E_{13} F_{11} - E_{11} F_{13}) k(F_{24} m_{22} - F_{22} m_{24}) (F_{23} m_{21} - F_{21} m_{23}) \\
& - J_{231_2} F_{11} (E_{13} F_{12} - E_{12} F_{13}) k(F_{24} m_{22} - F_{22} m_{24}) (F_{23} m_{21} - F_{21} m_{23})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +J_{121_4}F_{13}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})k(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23}) \\
& -J_{131_4}F_{12}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})k(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23}) \\
& +J_{231_4}F_{11}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})k(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23}) \\
& +J_{121_3}F_{13}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})k(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +J_{131_3}F_{12}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})k(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +J_{231_3}F_{11}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})k(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& -J_{121_5}F_{13}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})k(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& +J_{131_5}F_{12}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})k(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{231_5}F_{11}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})k(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{121_6}F_{13}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})k(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{131_6}F_{12}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})k(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{231_6}F_{11}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})k(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24})]]/\Delta \quad (253)
\end{aligned}$$

2.3.4. Tabakalar Arasında Süreksiz Temas Olması Durumunda İntegral Denklemlerin Elde Edilmesi

Tabakalar arasında süreksiz temas olması durumuna ilişkin integral denklemler aşağıdaki sınır şartlarından yararlanılarak elde edilecektir:

$$\frac{\partial}{\partial x}[v_1(x,0)] = 0, \quad (a < x < b) \quad (254)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}[v_1(x,0)] = 0, \quad (c < x < d) \quad (255)$$

$$\sigma_{y_1}(x, -h_1) + \frac{\rho_{10}g(e^{-\gamma_1 h_1} - 1)}{\gamma_1} = 0, \quad (e < x < f) \quad (256)$$

Katsayılar (255), (256) ve (257) numaralı sınır şartlarında yerlerine yazılırsa aşağıdaki integral denklemler elde edilir:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial v_1(x,0)}{\partial x} &= \frac{1}{2\pi} \left(-\frac{1}{\mu_{10}} \int_a^b p(t) e^{-i\xi t} dt \int_{-\infty}^{\infty} i\xi \sum_{j=1}^4 m_{1j} A_{1j} ' e^{i\xi x} d\xi \right) \\
&+ \frac{1}{2\pi} \left(-\frac{1}{\mu_{10}} \int_c^d q(t) e^{-i\xi t} dt \int_{-\infty}^{\infty} i\xi \sum_{j=1}^4 m_{1j} A_{1j} ' e^{i\xi x} d\xi \right) \\
&+ \frac{1}{2\pi\xi i} \left(\int_e^f \varphi(t) e^{-i\xi t} dt \int_{-\infty}^{\infty} i\xi \sum_{j=1}^4 m_{1j} A_{1j}^{**} e^{i\xi x} d\xi \right) = 0, \quad (a < x < b) \quad (257)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial v_1(x,0)}{\partial x} &= \frac{1}{2\pi} \left(-\frac{1}{\mu_{10}} \int_a^b p(t) e^{-i\xi t} dt \int_{-\infty}^{\infty} i\xi \sum_{j=1}^4 m_{1j} A_{1j} ' e^{i\xi x} d\xi \right) \\
&+ \frac{1}{2\pi} \left(-\frac{1}{\mu_{10}} \int_c^d q(t) e^{-i\xi t} dt \int_{-\infty}^{\infty} i\xi \sum_{j=1}^4 m_{1j} A_{1j} ' e^{i\xi x} d\xi \right) \\
&+ \frac{1}{2\pi\xi i} \left(\int_e^f \varphi(t) e^{-i\xi t} dt \int_{-\infty}^{\infty} i\xi \sum_{j=1}^4 m_{1j} A_{1j}^{**} e^{i\xi x} d\xi \right) = 0, \quad (c < x < d) \quad (258)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{y_1}(x, -h_1) &= \mu_{10} e^{-\beta_1 h_1} \left[-\frac{1}{2\pi} \frac{1}{\mu_{10}} \int_a^b p(t) e^{-i\xi t} dt \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^4 E_{1j} A_{1j} ' e^{-n_{1j} h_1} e^{i\xi x} d\xi \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\mu_{10}} \int_c^d q(t) e^{-i\xi t} dt \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^4 E_{1j} A_{1j} ' e^{-n_{1j} h_1} e^{i\xi x} d\xi \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2\pi\xi i} \int_e^f \varphi(t) e^{-i\xi t} dt \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^4 E_{1j} A_{1j}^{**} e^{i\xi x} d\xi \right] + \frac{\rho_{10} g(e^{-\gamma_1 h_1} - 1)}{\gamma_1} = 0, \quad (e < x < f) \quad (259)
\end{aligned}$$

Bu integraller $(-\infty, \infty)$ aralığından $(0, \infty)$ aralığına indirgenirse aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial v_1(x,0)}{\partial x} &= -\frac{1}{\pi} \int_a^b p(t) dt \int_0^{\infty} T_{11} \sin \xi(t_1 - x) d\xi - \frac{1}{\pi} \int_c^d q(t) dt \int_0^{\infty} T_{11} \sin \xi(t_2 - x) d\xi \\
&+ \frac{\mu_{10}}{\pi} \int_e^f \varphi(t) dt \int_0^{\infty} T_{21} \cos \xi(t_3 - x) d\xi = 0, \quad (a < x < b) \quad (260)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_1(x, 0)}{\partial x} = & -\frac{1}{\pi} \int_a^b p(t) dt \int_0^\infty T_{11} \sin \xi(t_1 - x) d\xi - \frac{1}{\pi} \int_c^d q(t) dt \int_0^\infty T_{11} \sin \xi(t_2 - x) d\xi \\ & + \frac{\mu_{10}}{\pi} \int_e^f \varphi(t) dt \int_0^\infty T_{21} \cos \xi(t_3 - x) d\xi = 0, \quad (c < x < d) \end{aligned} \quad (261)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{y_1}(x, -h_1) = & -\frac{1}{\pi} \int_a^b p(t) dt \int_0^\infty T_{12} \cos \xi(t_1 - x) d\xi - \frac{1}{\pi} \int_c^d q(t) dt \int_0^\infty T_{12} \cos \xi(t_2 - x) d\xi \\ & - \frac{\mu_{10}}{\pi} \int_e^f \varphi(t) dt \int_0^\infty T_{22} \sin \xi(t_3 - x) d\xi = -\frac{\rho_{10} g(e^{-\gamma_1 h_1} - 1)}{\gamma_1}, \quad (e < x < f) \end{aligned} \quad (262)$$

Bu integral denklemlerdeki T_{11} (165) no.lu ifadede, T_{12} çekirdeği (208) no.lu ifadede tanımlanmıştır. T_{21} ve T_{22} ifadeleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$T_{21} = \sum_{j=1}^4 m_{1j} A_{1j}^{**} \quad (263)$$

$$T_{22} = e^{-\beta_1 h_1} \sum_{j=1}^4 \frac{E_{1j} A_{1j}^{**} e^{-n_{1j} h_1}}{i\xi} \quad (264)$$

(260), (261) ve (262) nolu integral denklere ait çekirdekler incelendiğinde $\xi \rightarrow \infty$ limitinde çekirdekleri belli bir sabit değere yakınsadığı görülmektedir. (260) ve (261) no.lu integral denklemlerde $p(t)$ ve $q(t)$ 'nin çarpan olduğu çekirdekler sürekli temas durumunda elde edilen çekirdeklerle aynı olduğu için buradan elde edilecek singüler terim sürekli temas durumunda elde edilen singüler terimle aynı olacaktır. (262) no.lu integral denklemde $\varphi(t)$ 'nin çarpan olduğu integralin çekirdeğine ait singüler terim aşağıdaki gibi elde edilmiştir:

$$\varphi_2 = \int_0^\infty \left(-\frac{4k}{e^{\beta_1 h_1} k(\kappa_1 + 1) + (\kappa_2 + 1)} \right) e^{-\xi(y+h_1)} \sin \xi(t-x) d\xi \quad (265)$$

Singüler terimler çekirdeklerinden ayıklandıktan sonra kapalı integralleri alınıp integral denklemlere eklenirse aşağıdaki integral denklemler elde edilir:

1.İntegral denklem;

$$-\frac{1}{\pi} \int_a^b p(t) dt \left[K_{11}(x_1, t_1) + \left(\frac{\kappa_1 + 1}{4} \right) \frac{1}{t_1 - x_1} \right] - \frac{1}{\pi} \int_c^d q(t) dt \left[K_{12}(x_1, t_2) + \left(\frac{\kappa_1 + 1}{4} \right) \frac{1}{t_2 - x_1} \right] \\ + \frac{\mu_{10}}{\pi} \int_e^f \varphi(t) e^{-i\xi t} dt [K_{21}(x_1, t_3)] = 0, \quad (a < x_1 < b) \quad (266)$$

2.İntegral denklem;

$$-\frac{1}{\pi} \int_a^b p(t) dt \left[K_{13}(x_2, t_1) + \left(\frac{\kappa_1 + 1}{4} \right) \frac{1}{t_1 - x_2} \right] - \frac{1}{\pi} \int_c^d q(t) dt \left[K_{14}(x_2, t_2) + \left(\frac{\kappa_1 + 1}{4} \right) \frac{1}{t_2 - x_2} \right] \\ + \frac{\mu_{10}}{\pi} \int_e^f \varphi(t) e^{-i\xi t} dt [K_{22}(x_2, t_3)] = 0, \quad (c < x_2 < d) \quad (267)$$

3.İntegral denklem;

$$-\frac{1}{\pi} \int_a^b p(t) dt [K_{25}(x_3, t_1)] - \frac{1}{\pi} \int_c^d q(t) dt [K_{26}(x_3, t_2)] \\ - \frac{\mu_{10}}{\pi} \int_e^f \varphi(t) dt \left[K_{27}^*(x_3, t_3) - \frac{4k}{e^{\beta_1 h_1} k(\kappa_1 + 1) + (\kappa_2 + 1)} \frac{1}{t_3 - x_3} \right] = -\frac{\rho_{10} g(e^{-\gamma_1 h_1} - 1)}{\gamma_1}, \\ (e < x_3 < f) \quad (268)$$

(266), (267) ve (268) no.lu integral denklemlerdeki $K_{11}, K_{12}, K_{13}, K_{14}$ çekirdekleri (172)-(175) no.lu ifadelerde önceden tanımlanmıştır. Diğer ifadeler aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$K_{21}(x_1, t_3) = \int_0^\infty T_{21} \cos \xi(t_3 - x_1) d\xi \quad (269)$$

$$K_{22}(x_2, t_3) = \int_0^\infty T_{21} \cos \xi(t_3 - x_2) d\xi \quad (270)$$

$$K_{25}(x_3, t_1) = \int_0^\infty T_{12} \sin \xi(t_1 - x_3) d\xi \quad (271)$$

$$K_{26}(x_3, t_2) = \int_0^{\infty} T_{12} \sin \xi(t_2 - x_3) d\xi \quad (272)$$

$$K_{27}(x_3, t_3) = \int_0^{\infty} T_{22} \sin \xi(t_3 - x_3) d\xi \quad (273)$$

$$K_{27}^*(x_3, t_3) = \int_0^{\infty} \left[T_{22} - \left(-\frac{4k}{e^{\beta_1 h_1} k(\kappa_1 + 1) + (\kappa_2 + 1)} \right) \right] \sin \xi(t_3 - x_3) d\xi \quad (274)$$

2.3.5. Tabakalar Arasında Süreksiz Temas Olması Durumu İçin İntegral Denklemlerin Sayısal Çözümü

Sürekli temas durumunda olduğu gibi süreksiz temas durumunda da integral denklemlerin sayısal çözümü için boyutsuzlaştırılmaları gerekmektedir. Sürekli temas durumunda tanımlanan boyutsuz büyüklüklere ek olarak bazı boyutsuz büyüklükler aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$x_3 = \frac{f - e}{2} r_3 + \frac{f + e}{2} \quad (275)$$

$$t_3 = \frac{f - e}{2} s_3 + \frac{f + e}{2} \quad (276)$$

$$\alpha_3(s_3) = \mu_{10} \varphi \frac{\left(\frac{f - e}{2} s_3 + \frac{f + e}{2} \right)}{P / h_1} \quad (277)$$

Boyutsuz büyüklükler probleme ilişkin denge ve tek değerlik şartlarında yerlerine yazıldığında aşağıdaki eşitlikler elde edilir:

$$\int_{-1}^1 \alpha_1(s_1) \frac{b - a}{2h_1} ds_1 = 1 \quad (278)$$

$$\int_{-1}^1 \alpha_2(s_2) \frac{d - c}{2h_1} ds_2 = \frac{Q}{P} \quad (279)$$

$$\int_{-1}^1 \alpha_3(s_3) \frac{f - e}{2h_1} ds_3 = 0 \quad (280)$$

(176)-(185) ve (275)-(276) no.lu boyutsuz büyüklükler (266), (267) ve (268) no.lu integral denklemlerde yerlerine yazılırsa aşağıdaki integral denklemler elde edilir:

1. integral denklem,

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \alpha_1(s_1) \frac{b-a}{2h_1} ds_1 \left[l_{11}(r_1, s_1) + \left(\frac{\kappa_1+1}{4} \right) \frac{1}{\frac{b-a}{2}(s_1-r_1)} \right] \\
 & -\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \alpha_2(s_2) \frac{d-c}{2h_1} ds_2 \left[l_{12}(r_1, s_2) + \left(\frac{\kappa_1+1}{4} \right) \frac{1}{\left(\frac{d-c}{2}s_2 + \frac{d+c}{2} \right) - \left(\frac{b-a}{2}r_1 + \frac{b+a}{2} \right)} \right] \\
 & -\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \alpha_3(s_3) \frac{f-e}{2h_1} l_{21}(r_1, s_3) ds_3 = 0, \quad (-1 < r_1 < 1) \quad (281)
 \end{aligned}$$

2. integral denklem,

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \alpha_1(s_1) \frac{b-a}{2h_1} ds_1 \left[l_{13}(r_2, s_1) + \left(\frac{\kappa_1+1}{4} \right) \frac{1}{\left(\frac{b-a}{2}s_1 + \frac{b+a}{2} \right) - \left(\frac{d-c}{2}r_2 + \frac{d+c}{2} \right)} \right] \\
 & -\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \alpha_2(s_2) \frac{d-c}{2h_1} ds_2 \left[l_{14}(r_2, s_2) + \left(\frac{\kappa_1+1}{4} \right) \frac{1}{\frac{d-c}{2}(s_2-r_2)} \right] \\
 & -\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \alpha_3(s_3) \frac{f-e}{2h_1} l_{22}(r_2, s_3) ds_3 = 0, \quad (-1 < r_2 < 1) \quad (282)
 \end{aligned}$$

3. integral denklem,

$$-\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \alpha_1(s_1) \frac{b-a}{2h_1} l_{25}(r_3, s_1) ds_1 - \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \alpha_2(s_2) \frac{d-c}{2h_1} l_{26}(r_3, s_2) ds_2,$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \alpha_3(s_3) \frac{f-e}{2h_1} \left[l_{27}(r_3, s_3) - \frac{4k}{e^{\beta_1 h_1} k(\kappa_1 + 1) + (\kappa_2 + 1)} \frac{1}{\frac{f-e}{2h_1}(s_3 - r_3)} \right] ds_3 \\
& = -\frac{1}{\lambda} \frac{(e^{-\gamma_1 h_1} - 1)}{\gamma_1}, \quad (-1 < r_3 < 1) \quad (283)
\end{aligned}$$

Bu integrallerde $\alpha_1(s_1)$ ve $\alpha_2(s_2)$ bilinmeyen boyutsuz temas gerilmeleri, $\alpha_3(s_3)$ ise eğim fonksiyonudur. Blok uçlarında gerilmeler sonsuza gittiğinden yani $s_1 = \mp 1$ 'de $\alpha_1(s_1)$ 'de ve $s_2 = \mp 1$ 'de $\alpha_2(s_2)$ 'de tekillik olduğundan (281) ve (282) no.lu integral denklemlerin indeksi +1 'dir. $s_3 = \mp 1$ 'de yani ayrılmanın başlangıç ve bitiş noktasında eğim oldukça yatık olduğundan o noktalarda eğim sıfır yani $G_3(-1) = 0$ ve $G_3(+1) = 0$ 'dır. Bu durumda (283) no.lu integral denklemin indeksi -1 'dir. Ancak $G_3(-1) = 0$ ve $G_3(+1) = 0$ olduğu bilindiğinden integral denklemlerin birlikte çözümü için (283) no.lu integral denklemin indeksi de +1 alınabilir (Erdoğan ve Gupta 1972). İntegral denklemlerin çözümü (194) ve (195) no.lu ifadelerdeki gibi aranabilir. Gauss Chebyshev integrasyon formülleri integral denklemlerde yerlerine yazılırsa integral denklemler aşağıdaki denklem sistemine dönüşür:

1.İntegral Denklem;

$$\begin{aligned}
& -\sum_{i=1}^N W_{1i} G_1(s_{1i}) \frac{b-a}{2h_1} \left[l_{11}(r_{1j}, s_{1i}) + \frac{\kappa_1 + 1}{4} \frac{1}{\frac{b-a}{2}(s_{1i} - r_{1j})} \right] \\
& -\sum_{i=1}^N W_{2i} G_2(s_{2i}) \frac{d-c}{2h_1} \left[l_{12}(r_{1j}, s_{2i}) + \frac{\kappa_1 + 1}{4} \frac{1}{\left[\frac{d-c}{2} s_{2i} + \frac{d+c}{2} \right] - \left[\frac{b+a}{2} r_{1j} + \frac{b+a}{2} \right]} \right] \\
& -\sum_{i=2}^{N-1} W_{3i} G_3(s_{3i}) \frac{f-e}{2h_1} l_{21}(r_{1j}, s_{3i}) = 0, \quad (j = 1, \dots, N-1) \quad (284)
\end{aligned}$$

2.İntegral Denklem;

$$\begin{aligned}
 & -\sum_{i=1}^N W_{1i} G_1(s_{1i}) \frac{b-a}{2h_1} \left[l_{13}(r_{2j}, s_{1i}) + \frac{\kappa_1+1}{4} \frac{1}{\left[\frac{b-a}{2} s_{1i} + \frac{b+a}{2} \right] + \left[\frac{d-c}{2} r_{2i} + \frac{d+c}{2} \right]} \right] \\
 & -\sum_{i=1}^N W_{2i} G_2(s_{2i}) \frac{d-c}{2h_1} \left[l_{14}(r_{2j}, s_{2i}) + \frac{\kappa_1+1}{4} \frac{1}{\frac{d-c}{2}(s_{2i} - r_{2j})} \right] \\
 & -\sum_{i=2}^{N-1} W_{3i} G_3(s_{3i}) \frac{f-e}{2h_1} l_{22}(r_{2j}, s_{3i}) = 0, \quad (j = 1, \dots, N-1)
 \end{aligned} \tag{285}$$

3.İntegral Denklem;

$$\begin{aligned}
 & -\sum_{i=1}^N W_{1i} G_1(s_{1i}) \frac{b-a}{2h_1} l_{25}(r_{3j}, s_{1i}) - \sum_{i=1}^N W_{2i} G_2(s_{2i}) \frac{d-c}{2h_1} l_{26}(r_{3j}, s_{2i}) \\
 & -\sum_{i=2}^{N-1} W_{3i} G_3(s_{3i}) \frac{f-e}{2h_1} \left[l_{27}^*(r_{3j}, s_{3i}) - \frac{4k}{e^{\beta_1 h_1} (\kappa_1+1) + (\kappa_2+1)} \frac{1}{\frac{f-e}{2h_1} (s_{3i} - r_{3j})} \right] \\
 & = -\frac{1}{\lambda} \frac{(e^{-\gamma_1 h_1} - 1)}{\gamma_1}, \quad (j = 1, \dots, N-1)
 \end{aligned} \tag{286}$$

Bu denklemlerde yer alan çekirdekler aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$K_{21}(x_1, t_3) = l_{21}(r_1, s_3) \tag{287}$$

$$K_{22}(x_2, t_3) = l_{22}(r_2, s_3) \tag{288}$$

$$K_{25}(x_3, t_1) = l_{25}(r_3, s_1) \tag{289}$$

$$K_{26}(x_3, t_2) = l_{26}(r_3, s_2) \tag{290}$$

$$K_{27}^*(x_3, t_3) = l_{27}^*(r_3, s_3) \tag{291}$$

Gauss-Chebyshev integrasyon formülleri problemle ilgili denge denklemleri ve tek değerlik şartlarında yerlerine yazıldığında aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$\sum_{i=1}^N \pi W_{1i} \frac{b-a}{2h_1} G_1(s_{1i}) = 1 \quad (292)$$

$$\sum_{i=1}^N \pi W_{2i} \frac{d-c}{2h_1} G_2(s_{2i}) = \frac{Q}{P} \quad (293)$$

$$\sum_{i=2}^{N-1} \pi W_{3i} \frac{f-e}{2h_1} G_3(s_{3i}) = 0 \quad (294)$$

Yukarıdaki denklem sisteminde geçen diğer büyüklükler aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$W_1 = W_N = \frac{1}{2N-2} \quad (295)$$

$$W_i = \frac{1}{N-1} \quad (i=2, \dots, N-1) \quad (296)$$

$$s_{1i} = s_{2i} = \cos\left(\frac{i-1}{N-1}\pi\right) \quad (i=1, \dots, N) \quad (297)$$

$$s_{3i} = \cos\left(\frac{i-1}{N-1}\pi\right) \quad (i=2, \dots, N-1) \quad (298)$$

$$r_{1j} = r_{2j} = r_{3j} = \cos\left(\frac{2j-1}{2N-2}\pi\right) \quad (j=1, \dots, N-1) \quad (299)$$

Tüm bu işlemlerle bilinmeyenler olan $G_1(s_{1i})$, $G_2(s_{2i})$, $G_3(s_{3i})$, e ve f'nin bulunması için (284)-(286) no.lu denklemler ve (292)-(294) no.lu eşitliklerden biri kullanılarak $3N-2$ bilinmeyenli $3N-2$ denklemden oluşan bir denklem takımı elde edilmiş olur. $\lambda_{cr2} > \lambda > \lambda_{cr1}$ şartını sağlayan yük faktörü için e ve f değerleri seçilir. Seçilen e ve f değerleri için (292)-(294) şartlarından kullanılmayan ikisi aynı anda sağlanmalıdır. Eğer e ve f değerleri iki denklemi sağlamazsa uygun e ve f değerleri bulunana kadar işlemler tekrar edilir. Seçilen yük faktörü (λ) ile ayrılma yüzeyi harici temas bölgesindeki $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilme yayılımı elde edilir.

2.3.6. Tabakalar Arasında Süreksiz Temas Olması Durumu için Ayrılmanın Belirlenmesi

FD tabakalar arasında süreksiz temas olması durumunda ayrılmanın belirlenmesi için aşağıdaki sınır şartı kullanılacaktır.

$$\frac{\partial}{\partial x} [v_1(x, -h_1) - v_2(x, -h_1)] = \varphi(x), \quad (e < x < f) \quad (300)$$

Burada;

$$v_1^*(x, -h_1) = \frac{\partial}{\partial x} [v_1(x, -h_1) - v_2(x, -h_1)] = \int_e^x \varphi(t) dt, \quad (e < x < f) \quad (301)$$

olarak tanımlanıp boyutsuz büyüklükler yerlerine yazılırsa aşağıdaki ifade elde edilir:

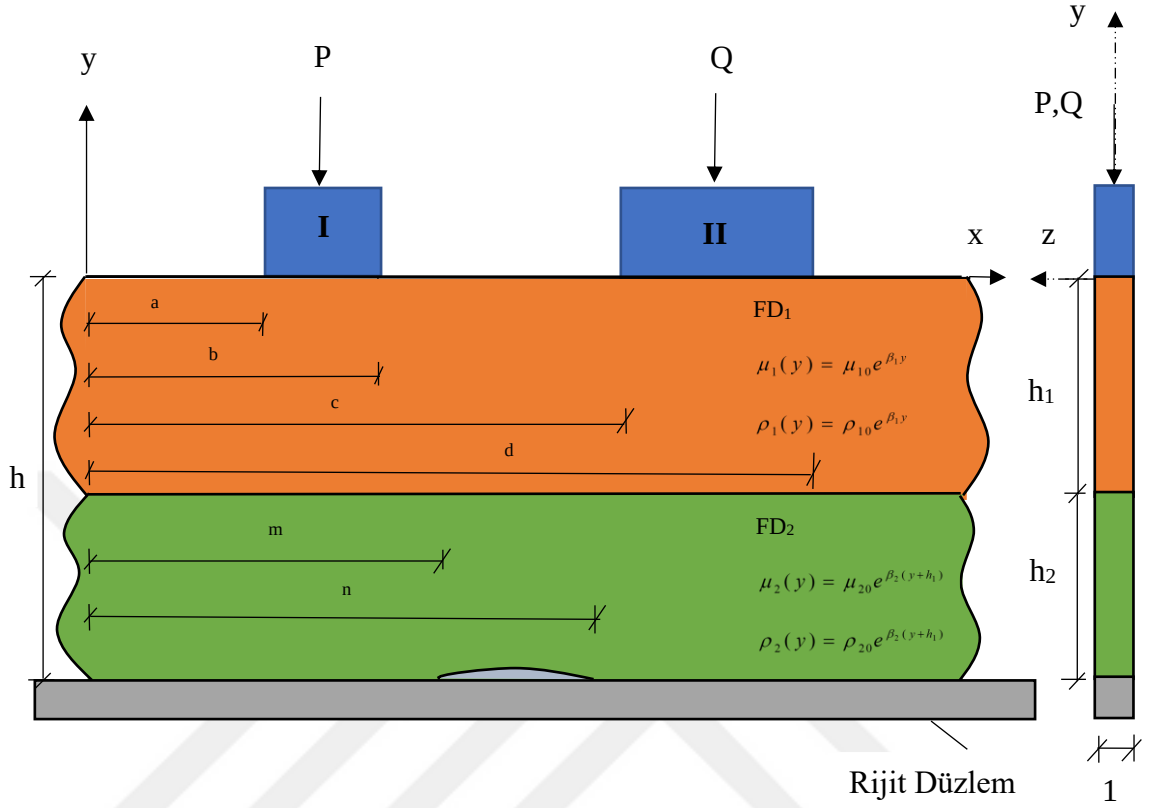
$$\frac{\mu_{10}}{P/h_1} v_1^*(x, -h_1) = \frac{f-e}{2h_1} \int_{-1}^{r_3} \alpha_3(s_3) ds_3, \quad (-1 < r_3 < 1) \quad (302)$$

(302) no.lu denklemin indeksi +1 alınıp uygun Gauss-Chebyshev integrasyon formülleri yerlerine yazılırsa denklemin çözümü aşağıdaki gibi aranabilir:

$$\frac{\mu_{10}}{P/h_1} v_1^*(x, -h_1) = \frac{f-e}{2h_1} \sum_{i=2}^{m-1} W_{3i} G_3(s_{3i}), \quad (m = 2, \dots, N-1) \quad (303)$$

2.3.7. Alt FD Tabaka ile Rijit Düzlem Arasında Süreksiz Temas Olması Durumu

Bu bölümde alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında süreksiz temas olması durumu ele alınmıştır. Alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında süreksizliği sağlayacak yük faktörünün $\lambda_{cr1} > \lambda > \lambda_{cr2}$ şartını sağlaması gerekir. Alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ayrılma bölgesinin (m,n) aralığında olduğu ve alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki düşey yer değiştirme farkının türevinin $\varphi^*(x)$ gibi bir fonksiyona eşit olduğu kabul edilmiştir. Tüm yüzeyler sürtünmesiz kabul edilmiş olup FD tabakaların kütle kuvvetleri dikkate alınmıştır.



Şekil 3. Alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki süreksiz temas probleminin geometrisi

2.3.8. Alt FD Tabaka ile Rijit Düzlem Arasında Süreksiz Temas Olması Durumunda Sınır Şartları

Alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında süreksiz temas olması durumunda sınır şartları aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\tau_{xy_1}(x, 0) = 0 \quad (-\infty, \infty) \quad (304)$$

$$\tau_{xy_1}(x, -h_1) = 0 \quad (-\infty, \infty) \quad (305)$$

$$\sigma_{y_1}(x, 0) = \begin{cases} -p(x); & a < x < b \\ -q(x); & c < x < d \\ 0; & \text{diğer} \end{cases} \quad (306)$$

$$\sigma_{y_1}(x, -h_1) = \sigma_{y_2}(x, -h_1) \quad (m < x < n) \quad (307)$$

$$\tau_{xy_2}(x, -h_1) = 0 \quad (-\infty, \infty) \quad (308)$$

$$\tau_{xy_2}(x, -h) = 0 \quad (-\infty, \infty) \quad (309)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} [v_2(x, -h_1) - v_1(x, -h_1)] = 0 \quad (310)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} [v_2(x, -h)] = \begin{cases} \varphi^*(x) & m < x < n \\ 0 & \end{cases} \quad (311)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} [v_1(x, 0)] = 0 \quad a < x < b \quad (312)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} [v_1(x, 0)] = 0 \quad c < x < d \quad (313)$$

$$\sigma_{y_2}(x, -h) + \frac{\rho_{10}g(e^{-\gamma_1 h_1} - 1)}{\gamma_1} + \frac{\rho_{20}g(e^{-\gamma_2 h_2} - 1)}{\gamma_2} = 0 \quad (314)$$

Bu ifadelerde yer alan $p(x)$ ve $q(x)$ bilinmeyen temas gerilmeleridir. Ayrıca probleme ait denge şartları (107) ve (108) no.lu ifadeler olup bu problem için tek değerlik şartı aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\int_m^n \varphi^*(x) dx = 0 \quad (315)$$

2.3.9. Alt FD Tabaka ile Rijit Düzlem Arasında Süreksiz Temas Olması Durumunda Katsayıların Elde Edilmesi

(304)-(311) no.lu sınır şartları FD tabakalar için elde edilen genel gerilme ve yer değiştirme denklemlerinde yerlerine yazıldığında bilinmeyenleri A_{11}^φ , A_{12}^φ , A_{13}^φ , A_{14}^φ , A_{21}^φ , A_{22}^φ , A_{23}^φ ve A_{24}^φ olduğu sekiz bilinmeyenli sekiz denklemden oluşan denklem takımı elde edilir. Bu denklem takımını oluşturan denklemler aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$\sum_{j=1}^4 F_{1j} A_{1j}^\varphi = 0 \quad (316)$$

$$\sum_{j=1}^4 F_{1j} A_{1j}^{\varphi} e^{-h_1(n_{1j}+\beta_1)} = 0 \quad (317)$$

$$\sum_{j=1}^4 E_{1j} A_{1j}^{\varphi} = -\frac{1}{\mu_{10}} \int_a^b p(t) e^{-i\xi t} dt - \frac{1}{\mu_{10}} \int_c^d q(t) e^{-i\xi t} dt \quad (318)$$

$$\mu_{10} \sum_{j=1}^4 E_{1j} A_{1j}^{\varphi} e^{-h_1(\beta_1+n_{1j})} e^{i\xi x} d\xi - \mu_{20} \sum_{j=1}^4 E_{2j} A_{2j}^{\varphi} e^{-n_{2j}h_1} e^{i\xi x} d\xi = 0 \quad (319)$$

$$\mu_{20} \sum_{j=1}^4 F_{2j} A_{2j}^{\varphi} e^{-n_{2j}h_1} = 0 \quad (320)$$

$$\mu_{20} e^{-\beta_2 h_2} \sum_{j=1}^4 F_{2j} A_{2j}^{\varphi} e^{-n_{2j}(h_1+h_2)} = 0 \quad (321)$$

$$i\xi \sum_{j=1}^4 A_{2j}^{\varphi} m_{2j} e^{-n_{2j}h_1} - i\xi \sum_{j=1}^4 A_{1j}^{\varphi} m_{1j} e^{-n_{2j}h_1} = 0 \quad (322)$$

$$\sum_{j=1}^4 A_{2j}^{\varphi} m_{2j} e^{-n_{2j}(h_1+h_2)} = \varphi^* \quad (323)$$

Bu ifadelerde aşağıdaki tanımlama yapılmıştır:

$$\varphi^* = \frac{1}{2\pi i \xi_m} \int \varphi^*(t) e^{-i\xi t} dt \quad (324)$$

(316)-(323) no.lu denklem takımının çözümüyle bilinmeyen A_{11}^{φ} , A_{12}^{φ} , A_{13}^{φ} , A_{14}^{φ} , A_{21}^{φ} , A_{22}^{φ} , A_{23}^{φ} ve A_{24}^{φ} katsayıları aşağıdaki gibi elde edilirler:

$$\begin{aligned} A_{11}^{\varphi} = & [R_{31}(P+Q)\xi[-J'_{1241} F_{14}(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})k(F_{13}m_{12} - F_{12}m_{13})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\ & + J_{1231}F_{13}(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})k(F_{14}E_{12} - F_{12}E_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\ & - J_{1221}F_{12}(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})k(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\ & + J_{1341}F_{14}(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})k(F_{13}m_{12} - F_{12}m_{13})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\ & - J_{1331}F_{13}(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})k(F_{14}m_{12} - F_{12}m_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\ & + J_{1321}F_{12}(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})k(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -J_{2341}F_{14}(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})k(F_{13}m_{12} - F_{12}m_{13})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23}) \\
& +J_{2331}F_{13}(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})k(F_{14}m_{12} - F_{12}m_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23}) \\
& -J_{2321}F_{12}(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})k(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23}) \\
& -J_{1441}F_{14}(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})k(F_{13}m_{12} - F_{12}m_{13})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +J_{1431}F_{13}(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})k(F_{14}m_{12} - F_{12}m_{14})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -J_{1221}F_{12}(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})k(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +J_{2342}F_{14}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +J_{1442}F_{14}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -J_{2332}F_{13}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -J_{1432}F_{13}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +J_{2322}F_{12}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +J_{1422}F_{12}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +J_{2441}F_{14}(E_{23}F_{21} - E_{21}F_{23})k(F_{13}m_{12} - F_{12}m_{13})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& -J_{2431}F_{13}(E_{23}F_{21} - E_{21}F_{23})k(F_{14}m_{12} - F_{12}m_{14})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +J_{2421}F_{12}(E_{23}F_{21} - E_{21}F_{23})k(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& -J_{1342}F_{14}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& -J_{2442}F_{14}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +J_{1332}F_{13}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +J_{2432}F_{13}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& -J_{1322}F_{12}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& -J_{2422}F_{12}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +J_{3441}F_{13}(E_{22}F_{21} - E_{21}F_{22})k(F_{14}m_{12} - F_{12}m_{14})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& -J_{3421}F_{12}(E_{22}F_{21} - E_{21}F_{22})k(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +J_{1242}F_{14}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})k(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{3442}F_{14}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{1232}F_{13}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{2432}F_{13}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{1221}F_{12}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{3422}F_{12}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24})] \\
& +R_{31}\xi[(-J'_{123_4}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})F_{14}F_{24}\varphi^*k(E_{23}F_{22}m_{21}-E_{23}F_{21}m_{22}) \\
& \quad -E_{23}F_{21}m_{22}+E_{21}F_{23}m_{22}+E_{22}F_{21}m_{23}-E_{21}F_{22}m_{23}) \\
& \quad +(J'_{124_4}F_{13}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})F_{24}\varphi^*k(E_{23}F_{22}m_{21}-E_{22}F_{23}m_{21}) \\
& \quad -E_{23}F_{21}m_{22}+E_{21}F_{23}m_{22}+E_{22}F_{21}m_{23}-E_{21}F_{22}m_{23}) \\
& \quad -(J'_{134_4}F_{12}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})F_{24}\varphi^*k(E_{23}F_{22}m_{21}-E_{22}F_{23}m_{21}) \\
& \quad -E_{23}F_{21}m_{22}+E_{21}F_{23}m_{22}+E_{22}F_{21}m_{23}-E_{21}F_{22}m_{23}) \\
& \quad +(J'_{123_3}F_{12}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})F_{23}\varphi^*k(E_{24}F_{22}m_{21}-E_{22}F_{24}m_{21}) \\
& \quad -E_{24}F_{21}m_{22}+E_{21}F_{24}m_{22}+E_{22}F_{21}m_{24}-E_{21}F_{22}m_{24}) \\
& \quad -(J'_{134_2}F_{12}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})F_{23}\varphi^*k(E_{24}F_{22}m_{21}-E_{22}F_{24}m_{21}) \\
& \quad -E_{24}F_{21}m_{22}+E_{21}F_{24}m_{22}+E_{22}F_{21}m_{24}-E_{21}F_{22}m_{24}) \\
& \quad +(J'_{123_2}F_{14}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})F_{22}\varphi^*k(E_{24}F_{23}m_{21}-E_{23}F_{24}m_{21}) \\
& \quad -E_{24}F_{21}m_{23}+E_{21}F_{24}m_{23}+E_{23}F_{21}m_{24}-E_{21}F_{23}m_{24}) \\
& \quad -(J'_{124_2}F_{13}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})F_{22}\varphi^*k(E_{24}F_{23}m_{21}-E_{23}F_{24}m_{21}) \\
& \quad -E_{24}F_{21}m_{23}+E_{21}F_{24}m_{23}+E_{23}F_{21}m_{24}-E_{21}F_{23}m_{24})]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +(J'_{134_2} F_{13}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{22}\varphi * k(E_{24}F_{23}m_{21} - E_{23}F_{24}m_{21} \\
& \quad - E_{24}F_{21}m_{23} + E_{21}F_{24}m_{23} + E_{23}F_{21}m_{24} - E_{21}F_{23}m_{24})) \\
& -(J'_{123_1} F_{14}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})F_{21}\varphi * k(E_{24}F_{23}m_{22} - E_{23}F_{24}m_{22} \\
& \quad - E_{24}F_{22}m_{23} + E_{22}F_{24}m_{23} + E_{23}F_{22}m_{24} - E_{22}F_{23}m_{24})) \\
& +(J'_{124_1} F_{13}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{21}\varphi * k(E_{24}F_{23}m_{22} - E_{23}F_{24}m_{22} \\
& \quad - E_{24}F_{22}m_{23} + E_{22}F_{24}m_{23} + E_{23}F_{22}m_{24} - E_{22}F_{23}m_{24})) \\
& +(J'_{134_3} F_{12}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{21}\varphi * k(E_{24}F_{22}m_{21} - E_{22}F_{24}m_{21} \\
& \quad - E_{24}F_{21}m_{22} + E_{21}F_{24}m_{22} + E_{22}F_{21}m_{24} - E_{21}F_{22}m_{24})) \\
& -(J'_{123_2} F_{14}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})F_{22}\varphi * k(E_{24}F_{23}m_{21} - E_{23}F_{24}m_{21} \\
& \quad - E_{24}F_{21}m_{23} + E_{21}F_{24}m_{23} + E_{23}F_{24}m_{21} - E_{24}F_{21}m_{23})) \\
& +(J'_{124_2} F_{13}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{22}\varphi * k(E_{24}F_{23}m_{21} - E_{23}F_{24}m_{21} \\
& \quad - E_{24}F_{21}m_{23} + E_{21}F_{24}m_{23} + E_{23}F_{24}m_{21} - E_{24}F_{21}m_{23})) \\
& -(J'_{134_2} F_{12}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{22}\varphi * k(E_{24}F_{23}m_{21} - E_{23}F_{24}m_{21} \\
& \quad - E_{24}F_{21}m_{23} + E_{21}F_{24}m_{23} + E_{23}F_{21}m_{24} - E_{21}F_{23}m_{24})) \\
& +(J'_{123_1} F_{14}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})F_{21}\varphi * k(E_{24}F_{23}m_{22} - E_{23}F_{24}m_{22} \\
& \quad - E_{24}F_{22}m_{23} + E_{22}F_{24}m_{23} + E_{23}F_{22}m_{24} - E_{22}F_{23}m_{24})) \\
& -(J'_{124_1} F_{13}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{21}\varphi * k(E_{24}F_{23}m_{22} - E_{23}F_{24}m_{22} \\
& \quad - E_{24}F_{22}m_{23} + E_{22}F_{24}m_{23} + E_{23}F_{22}m_{24} - E_{22}F_{23}m_{24})) \\
& +(J'_{134_1} F_{12}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{21}\varphi * k(E_{24}F_{23}m_{22} - E_{23}F_{24}m_{22}
\end{aligned}$$

$$-E_{24}F_{22}m_{23} + E_{22}F_{24}m_{23} + E_{23}F_{22}m_{24} - E_{22}F_{23}m_{24})]] / \Delta \quad (325)$$

$$\begin{aligned} A_{12}^{\varphi} = & [R_{32}(P+Q)\xi[J_{1241}F_{14}(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})k(F_{13}m_{11} - F_{11}m_{13})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\ & + J_{1231}F_{13}(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})k(F_{14}E_{11} - F_{11}E_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\ & + J_{1211}F_{11}(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})k(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\ & - J_{1341}F_{14}(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})k(F_{13}m_{11} - F_{11}m_{13})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\ & + J_{1331}F_{13}(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})k(F_{14}m_{11} - F_{11}m_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\ & - J_{1311}F_{11}(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})k(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\ & + J_{2341}F_{14}(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})k(F_{13}m_{11} - F_{11}m_{13})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23}) \\ & - J_{2331}F_{13}(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})k(F_{14}m_{11} - F_{11}m_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23}) \\ & + J_{1441}F_{11}(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})k(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23}) \\ & + J_{1441}F_{14}(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})k(F_{13}m_{11} - F_{11}m_{13})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\ & - J_{1431}F_{13}(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})k(F_{14}m_{11} - F_{11}m_{14})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\ & + J_{1211}F_{11}(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\ & - J_{2342}F_{14}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\ & - J_{2442}F_{14}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\ & + J_{2332}F_{13}(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\ & + J_{1432}F_{13}(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\ & - J_{2312}F_{11}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\ & - J_{1412}F_{11}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\ & - J_{2441}F_{14}(E_{23}F_{21} - E_{21}F_{23})k(F_{13}m_{11} - F_{11}m_{13})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\ & + J_{2431}F_{13}(E_{23}F_{21} - E_{21}F_{23})k(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\ & - J_{2411}F_{11}(E_{23}F_{21} - E_{21}F_{23})k(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +J_{1342}F_{14}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{1332}F_{13}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{2432}F_{13}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& +J_{1312}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& +J_{2412}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& +J_{2441}F_{14}(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})k(F_{13}m_{11}-F_{11}m_{13})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{3431}F_{13}(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})k(F_{14}m_{11}-F_{11}m_{14})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{3411}F_{11}(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})k(F_{14}m_{13}-F_{13}m_{14})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{1242}F_{14}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{3442}F_{14}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{1232}F_{13}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{2431}F_{13}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{1212}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{3412}F_{11}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24})] \\
& +R_{32}\xi[(J'_{113_4}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})F_{14}F_{24}\varphi*k(E_{23}F_{22}m_{21}-E_{22}F_{23}m_{21} \\
& \quad -E_{23}F_{21}m_{22}+E_{21}F_{23}m_{22}+E_{22}F_{21}m_{23}-E_{21}F_{22}m_{23}) \\
& +J'_{114_4}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})F_{13}F_{24}\varphi*k(E_{23}F_{22}m_{21}-E_{22}F_{23}m_{21} \\
& \quad -E_{23}F_{21}m_{22}+E_{21}F_{23}m_{22}+E_{22}F_{21}m_{23}-E_{21}F_{22}m_{23}) \\
& -J'_{134_4}(E_{14}F_{13}-E_{13}F_{14})F_{24}F_{11}\varphi*k(E_{23}F_{22}m_{21}-E_{22}F_{23}m_{21} \\
& \quad -E_{23}F_{21}m_{22}+E_{21}F_{23}m_{22}+E_{22}F_{21}m_{23}-E_{21}F_{22}m_{23}) \\
& +J'_{114_3}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})F_{13}F_{23}\varphi*k(E_{24}F_{22}m_{21}-E_{22}F_{24}m_{21} \\
& \quad -E_{24}F_{21}m_{22}+E_{21}F_{24}m_{22}+E_{22}F_{21}m_{24}-E_{21}F_{22}m_{24})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -J'_{113_3} (E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})F_{14}F_{23}\varphi^*k(E_{24}F_{22}m_{21} - E_{22}F_{24}m_{21} \\
& \quad - E_{24}F_{21}m_{22} + E_{21}F_{24}m_{22} + E_{22}F_{21}m_{24} - E_{21}F_{22}m_{24}) \\
& + J'_{114_3} (E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{13}F_{23}\varphi^*k(E_{24}F_{23}m_{21} - E_{23}F_{24}m_{21} \\
& \quad - E_{24}F_{21}m_{22} + E_{21}F_{24}m_{22} + E_{22}F_{21}m_{24} - E_{21}F_{22}m_{24}) \\
& - J'_{134_3} (E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{11}F_{23}\varphi^*k(E_{24}F_{22}m_{21} - E_{22}F_{24}m_{21} \\
& \quad - E_{24}F_{21}m_{22} + E_{21}F_{24}m_{23} + E_{22}F_{21}m_{24} - E_{21}F_{22}m_{24}) \\
& + J'_{113_2} (E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})F_{14}F_{22}\varphi^*k(E_{24}F_{23}m_{21} - E_{23}F_{24}m_{21} \\
& \quad - E_{24}F_{21}m_{23} + E_{21}F_{24}m_{23} + E_{23}F_{21}m_{24} - E_{21}F_{23}m_{24}) \\
& - J'_{114_2} (E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{13}F_{22}\varphi^*k(E_{24}F_{23}m_{21} - E_{23}F_{24}m_{21} \\
& \quad - E_{24}F_{21}m_{23} + E_{21}F_{24}m_{23} + E_{23}F_{21}m_{24} - E_{21}F_{23}m_{24}) \\
& + J'_{134_2} (E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{11}F_{22}\varphi^*k(E_{24}F_{23}m_{21} - E_{23}F_{24}m_{21} \\
& \quad - E_{24}F_{21}m_{23} + E_{21}F_{24}m_{23} + E_{23}F_{21}m_{24} - E_{21}F_{23}m_{24}) \\
& - J'_{131_1} (E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})F_{14}F_{21}\varphi^*k(E_{24}F_{23}m_{21} - E_{23}F_{24}m_{21} \\
& \quad - E_{24}F_{22}m_{23} + E_{22}F_{24}m_{23} + E_{23}F_{22}m_{24} - E_{22}F_{23}m_{24}) \\
& + J'_{114_1} (E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{13}F_{21}\varphi^*k(E_{24}F_{23}m_{22} - E_{23}F_{24}m_{22} \\
& \quad - E_{24}F_{22}m_{23} + E_{22}F_{24}m_{23} + E_{23}F_{22}m_{24} - E_{22}F_{23}m_{24}) \\
& - J'_{134_1} (E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{11}F_{21}\varphi^*k(E_{24}F_{23}m_{22} - E_{23}F_{24}m_{22} \\
& \quad - E_{24}F_{22}m_{23} + E_{22}F_{24}m_{23} + E_{23}F_{22}m_{24} - E_{22}F_{23}m_{24})] / \Delta \quad (326)
\end{aligned}$$

$$A_{13}^{\varphi} = [R_{33}(P+Q)\xi[-J_{1241}F_{14}(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})k(F_{12}m_{11} - F_{11}m_{12})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22})$$

$$\begin{aligned}
& +J_{1221}F_{12}(E_{24}F_{23}-E_{23}F_{24})k(F_{14}m_{11}-F_{11}m_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22}) \\
& -J_{1211}F_{11}(E_{24}F_{23}-E_{23}F_{24})k(F_{14}m_{12}-F_{12}m_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22}) \\
& +J_{1341}F_{14}(E_{24}F_{22}-E_{22}F_{24})k(F_{12}m_{11}-F_{11}m_{12})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23}) \\
& -J_{1321}F_{12}(E_{24}F_{22}-E_{22}F_{24})k(F_{14}m_{11}-F_{11}m_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23}) \\
& +J_{1311}F_{12}(E_{24}F_{22}-E_{22}F_{24})k(F_{14}m_{12}-F_{12}m_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23}) \\
& -J_{2341}F_{14}(E_{24}F_{21}-E_{21}F_{24})k(F_{12}m_{11}-F_{11}m_{12})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23}) \\
& +J_{2321}F_{12}(E_{24}F_{21}-E_{21}F_{24})k(F_{14}m_{11}-F_{11}m_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23}) \\
& -J_{2311}F_{11}(E_{24}F_{21}-E_{21}F_{24})k(F_{14}m_{12}-F_{12}m_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23}) \\
& -J_{1441}F_{14}(E_{23}F_{22}-E_{22}F_{23})k(F_{12}m_{11}-F_{11}m_{12})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +J_{1421}F_{12}(E_{23}F_{22}-E_{22}F_{23})k(F_{14}m_{11}-F_{11}m_{14})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& -J_{1411}F_{11}(E_{23}F_{22}-E_{22}F_{23})k(F_{14}m_{12}-F_{12}m_{14})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& -J_{2342}F_{14}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +J_{1442}F_{14}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& -J_{2322}F_{12}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& -J_{1422}F_{12}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +J_{2312}F_{11}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +J_{1412}F_{11}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21}-F_{21}m_{24}) \\
& +J_{2441}F_{14}(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})k(F_{12}m_{11}-F_{11}m_{12})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{2421}F_{12}(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})k(F_{14}m_{11}-F_{11}m_{14})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& +J_{2411}F_{11}(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})k(F_{14}m_{12}-F_{12}m_{14})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{1342}F_{14}(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})(F_{12}m_{11}-F_{11}m_{12})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{2442}F_{14}(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})(F_{12}m_{11}-F_{11}m_{12})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& +J_{1322}F_{12}(E_{23}F_{21}-E_{21}F_{23})(F_{14}m_{11}-F_{11}m_{14})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +J_{2422}F_{12}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& +J_{2422}F_{12}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{1312}F_{11}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{2412}F_{11}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})(F_{23}m_{21}-F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22}-F_{22}m_{24}) \\
& -J_{3441}F_{14}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})k(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{3421}F_{12}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})k(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{3411}F_{11}(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})k(F_{14}m_{12}-F_{12}m_{14})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{1242}F_{14}(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})(F_{12}m_{11}-F_{11}m_{12})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{3442}F_{14}(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})(F_{12}m_{11}-F_{11}m_{12})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{1222}F_{12}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{3422}F_{12}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{1212}F_{11}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{3412}F_{11}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})(F_{22}M_{21}-F_{21}M_{22})(F_{24}M_{23}-F_{23}M_{24})] \\
& +R_{10}R_{13}\xi[(-J'_{112_4}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})F_{14}F_{24}\varphi^*k(E_{23}F_{22}m_{21}-E_{22}F_{23}m_{21} \\
& \quad -E_{23}F_{21}m_{22}+E_{21}F_{23}m_{22}+E_{22}F_{21}m_{23}-E_{21}F_{22}m_{23}) \\
& \quad +J'_{114_4}(E_{14}F_{11}-E_{11}F_{14})F_{12}F_{24}\varphi^*k(E_{23}F_{22}m_{21}-E_{22}F_{23}m_{21} \\
& \quad -E_{23}F_{21}m_{22}+E_{21}F_{23}m_{22}+E_{22}F_{21}m_{23}-E_{21}F_{22}m_{23}) \\
& \quad -J'_{124_4}(E_{14}F_{12}-E_{12}F_{14})F_{11}F_{24}\varphi^*k(E_{23}F_{22}m_{21}-E_{22}F_{23}m_{21} \\
& \quad -E_{23}F_{21}m_{22}+E_{21}F_{23}m_{22}+E_{22}F_{21}m_{23}-E_{21}F_{22}m_{23}) \\
& \quad +J'_{112_3}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})F_{14}F_{23}\varphi^*k(E_{24}F_{22}m_{21}-E_{22}F_{24}m_{21} \\
& \quad -E_{24}F_{21}m_{22}+E_{21}F_{24}m_{22}+E_{22}F_{21}m_{24}-E_{21}F_{22}m_{24})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -J'_{114_3}(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{12}F_{23}\varphi^*k(E_{24}F_{22}m_{21} - E_{22}F_{24}m_{21} \\
& \quad - E_{24}F_{21}m_{22} + E_{21}F_{24}m_{22} + E_{22}F_{21}m_{24} - E_{21}F_{22}m_{24}) \\
& + J'_{124_3}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{11}F_{23}\varphi^*k(E_{24}F_{22}m_{21} - E_{22}F_{24}m_{21} \\
& \quad - E_{24}F_{21}m_{22} + E_{21}F_{24}m_{22} + E_{22}F_{21}m_{24} - E_{21}F_{22}m_{24}) \\
& - J'_{112_2}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})F_{11}F_{23}\varphi^*k(E_{24}F_{23}m_{21} - E_{23}F_{24}m_{21} \\
& \quad - E_{24}F_{21}m_{23} + E_{21}F_{24}m_{23} + E_{23}F_{21}m_{24} - E_{21}F_{23}m_{24}) \\
& + J'_{114_2}(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{12}F_{22}\varphi^*k(E_{24}F_{23}m_{21} - E_{23}F_{24}m_{21} \\
& \quad - E_{24}F_{21}m_{23} + E_{21}F_{24}m_{23} + E_{23}F_{21}m_{24} - E_{21}F_{23}m_{24}) \\
& + J'_{124_2}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{11}F_{22}\varphi^*k(E_{24}F_{23}m_{21} - E_{23}F_{24}m_{21} \\
& \quad - E_{24}F_{21}m_{23} + E_{21}F_{24}m_{23} + E_{23}F_{21}m_{24} - E_{21}F_{23}m_{24}) \\
& + J'_{112_1}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})F_{14}F_{21}\varphi^*k(E_{24}F_{23}m_{21} - E_{23}F_{24}m_{21} \\
& \quad - E_{24}F_{22}m_{23} + E_{22}F_{24}m_{23} + E_{23}F_{22}m_{24} - E_{22}F_{23}m_{24}) \\
& - J'_{114_1}(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{12}F_{21}\varphi^*k(E_{22}F_{24}m_{23} - E_{23}F_{24}m_{22} \\
& \quad - E_{24}F_{22}m_{23} + E_{22}F_{24}m_{23} + E_{23}F_{22}m_{24} - E_{22}F_{23}m_{24}) \\
& + J'_{124_1}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{11}F_{21}\varphi^*k(E_{24}F_{23}m_{22} - E_{23}F_{24}m_{22} \\
& \quad - E_{24}F_{22}m_{23} + E_{22}F_{24}m_{23} + E_{23}F_{22}m_{24} - E_{22}F_{23}m_{24})) / \Delta \tag{327}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{14}^\varphi = & [R_{34}(P + Q)\xi[J_{1231}F_{13}(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})k(F_{12}m_{11} - F_{11}m_{12})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& - J_{1221}F_{12}(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})k(F_{13}m_{11} - F_{11}m_{13})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& + J_{1211}F_{11}(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})k(F_{13}m_{12} - F_{12}m_{13})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& - J_{1331}F_{13}(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})k(F_{12}m_{11} - F_{11}m_{12})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +J_{1321}F_{12}(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})k(F_{13}m_{11} - F_{11}m_{13})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\
& -J_{1311}F_{11}(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})k(F_{13}m_{12} - F_{12}m_{13})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\
& +J_{2331}F_{13}(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})k(F_{12}m_{11} - F_{11}m_{12})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23}) \\
& -J_{2321}F_{12}(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})k(F_{13}m_{11} - F_{11}m_{13})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23}) \\
& +J_{2311}F_{11}(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})k(F_{13}m_{12} - F_{12}m_{13})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23}) \\
& +J_{1431}F_{13}(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})k(F_{12}m_{11} - F_{11}m_{12})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -J_{1421}F_{12}(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})k(F_{13}m_{11} - F_{11}m_{13})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +J_{1411}F_{11}(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})k(F_{13}m_{12} - F_{12}m_{13})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -J_{2332}F_{13}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -J_{1432}F_{13}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +J_{2322}F_{12}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +J_{1422}F_{12}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -J_{2312}F_{11}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -J_{1412}F_{11}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -J_{2431}F_{13}(E_{23}F_{21} - E_{21}F_{23})k(F_{12}m_{11} - F_{11}m_{12})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +J_{2421}F_{12}(E_{23}F_{21} - E_{21}F_{23})k(F_{13}m_{11} - F_{11}m_{13})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& -J_{2411}F_{11}(E_{23}F_{21} - E_{21}F_{23})k(F_{13}m_{12} - F_{12}m_{13})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +J_{1332}F_{13}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +J_{2432}F_{13}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& -J_{1322}F_{12}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& -J_{2422}F_{12}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +J_{1312}F_{11}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +J_{2412}F_{11}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +J_{3431}F_{13}(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})k(F_{12}m_{11}-F_{11}m_{12})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{3421}F_{12}(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})k(F_{13}m_{11}-F_{11}m_{13})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{3411}F_{11}(E_{22}F_{21}-E_{21}F_{22})k(F_{13}m_{12}-F_{12}m_{13})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{2132}F_{13}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{2432}F_{13}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{1222}F_{12}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& +J_{3422}F_{12}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{1212}F_{11}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24}) \\
& -J_{3412}F_{11}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})(F_{22}m_{21}-F_{21}m_{22})(F_{24}m_{23}-F_{23}m_{24})] \\
& +R_{34}\xi[(J'_{112_4}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})F_{13}F_{24}\varphi^*k(E_{23}F_{22}m_{21}-E_{22}F_{23}m_{21} \\
& \quad -E_{23}F_{21}m_{22}+E_{21}F_{23}m_{22}+E_{22}F_{21}m_{23}-E_{21}F_{22}m_{23}) \\
& \quad -J'_{113_4}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})F_{12}F_{24}\varphi^*k(E_{23}F_{22}m_{21}-E_{22}F_{23}m_{21} \\
& \quad -E_{23}F_{21}m_{22}+E_{21}F_{23}m_{22}+E_{22}F_{21}m_{23}-E_{21}F_{22}m_{23}) \\
& \quad +J'_{123_4}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})F_{11}F_{24}\varphi^*k(E_{23}F_{22}m_{21}-E_{22}F_{23}m_{21} \\
& \quad -E_{23}F_{21}m_{22}+E_{21}F_{23}m_{22}+E_{22}F_{21}m_{23}-E_{21}F_{22}m_{23}) \\
& \quad -J'_{112_3}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})F_{13}F_{23}\varphi^*k(E_{24}F_{22}m_{21}-E_{22}F_{24}m_{21} \\
& \quad -E_{24}F_{21}m_{22}+E_{21}F_{24}m_{22}+E_{22}F_{21}m_{24}-E_{21}F_{22}m_{24}) \\
& \quad +J'_{113_3}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})F_{12}F_{23}\varphi^*k(E_{24}F_{22}m_{21}-E_{22}F_{24}m_{21} \\
& \quad -E_{24}F_{21}m_{22}+E_{21}F_{24}m_{22}+E_{22}F_{21}m_{24}-E_{21}F_{22}m_{24}) \\
& \quad -J'_{123_3}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})F_{11}F_{23}\varphi^*k(E_{24}F_{22}m_{21}-E_{22}F_{24}m_{21} \\
& \quad -E_{24}F_{21}m_{22}+E_{21}F_{24}m_{22}+E_{22}F_{21}m_{24}-E_{21}F_{22}m_{24})]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +J'_{112_2}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})F_{13}F_{22}\varphi^*k(E_{24}F_{23}m_{21}-E_{23}F_{24}m_{21} \\
& \quad -E_{24}F_{21}m_{23}+E_{21}F_{24}m_{23}+E_{23}F_{21}m_{24}-E_{21}F_{23}m_{24}) \\
& -J'_{113_2}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})F_{12}F_{22}\varphi^*k(E_{24}F_{23}m_{21}-E_{23}F_{24}m_{21} \\
& \quad -E_{24}F_{21}m_{23}+E_{21}F_{24}m_{23}+E_{23}F_{21}m_{24}-E_{21}F_{23}m_{24}) \\
& +J'_{123_2}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})F_{11}F_{22}\varphi^*k(E_{24}F_{23}m_{21}-E_{23}F_{24}m_{21} \\
& \quad -E_{24}F_{21}m_{23}+E_{21}F_{24}m_{23}+E_{23}F_{21}m_{24}-E_{21}F_{23}m_{24}) \\
& -J'_{112_1}(E_{12}F_{11}-E_{11}F_{12})F_{13}F_{21}\varphi^*k(E_{24}F_{23}m_{22}-E_{23}F_{24}m_{22} \\
& \quad -E_{24}F_{22}m_{23}+E_{22}F_{24}m_{23}+E_{23}F_{22}m_{24}-E_{22}F_{23}m_{24}) \\
& +J'_{113_1}(E_{13}F_{11}-E_{11}F_{13})F_{12}F_{21}\varphi^*k(E_{24}F_{23}m_{22}-E_{23}F_{24}m_{22} \\
& \quad -E_{24}F_{22}m_{23}+E_{22}F_{24}m_{23}+E_{23}F_{22}m_{24}-E_{22}F_{23}m_{24}) \\
& -J'_{123_1}(E_{13}F_{12}-E_{12}F_{13})F_{11}F_{21}\varphi^*k(E_{24}F_{23}m_{22}-E_{23}F_{24}m_{22} \\
& \quad -E_{24}F_{22}m_{23}+E_{22}F_{24}m_{23}+E_{23}F_{22}m_{24}-E_{22}F_{23}m_{24}))]/\Delta \tag{328}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{21}^\varphi & = [R_{41}R_{35}(P+Q)\xi[R'_{51}J'_{42}F_{14}F_{24}(E_{13}F_{12}m_{11}-E_{12}F_{13}m_{11}-E_{13}F_{11}m_{12} \\
& \quad +E_{11}F_{13}m_{12}+E_{12}F_{11}m_{13}-E_{11}F_{12}m_{13})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23}) \\
& \quad -R'_{51}J'_{32}F_{13}F_{24}(E_{14}F_{12}m_{11}-E_{12}F_{14}m_{11}-E_{14}F_{11}m_{12} \\
& \quad +E_{11}F_{14}m_{12}+E_{12}F_{11}m_{14}-E_{11}F_{12}m_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23}) \\
& \quad +R'_{51}J'_{22}F_{12}F_{24}(E_{14}F_{13}m_{11}-E_{13}F_{14}m_{11}-E_{14}F_{11}m_{13} \\
& \quad +E_{11}F_{14}m_{13}+E_{13}F_{11}m_{14}-E_{11}F_{13}m_{14})(F_{23}m_{22}-F_{22}m_{23}) \\
& \quad -R'_{51}J'_{12}F_{11}F_{24}(E_{14}F_{13}m_{12}-E_{13}F_{14}m_{12}-E_{14}F_{12}m_{13}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +E_{12}F_{14}m_{13} + E_{13}F_{12}m_{14} - E_{12}F_{13}m_{14})(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23}) \\
& -R'_{52}J'_{42}F_{14}F_{23}(E_{13}F_{12}m_{11} - E_{12}F_{13}m_{11} - E_{13}F_{11}m_{12} \\
& +E_{11}F_{13}m_{12} + E_{12}F_{11}m_{13} - E_{11}F_{12}m_{13})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +R'_{52}J'_{32}F_{13}F_{23}(E_{14}F_{12}m_{11} - E_{12}F_{14}m_{11} - E_{14}F_{11}m_{12} \\
& +E_{11}F_{14}m_{12} + E_{12}F_{11}m_{14} - E_{11}F_{12}m_{14})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& -R'_{52}J'_{22}F_{12}F_{23}(E_{14}F_{13}m_{11} - E_{13}F_{14}m_{11} - E_{14}F_{11}m_{13} \\
& +E_{11}F_{14}m_{13} + E_{13}F_{11}m_{14} - E_{11}F_{13}m_{14})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +R'_{52}J'_{12}F_{11}F_{23}(E_{14}F_{13}m_{12} - E_{13}F_{14}m_{12} - E_{14}F_{12}m_{13} \\
& +E_{12}F_{14}m_{13} + E_{13}F_{12}m_{14} - E_{12}F_{13}m_{14})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +R'_{53}J'_{42}F_{14}F_{22}(E_{13}F_{12}m_{11} - E_{12}F_{13}m_{11} - E_{13}F_{11}m_{12} \\
& +E_{11}F_{13}m_{12} + E_{12}F_{11}m_{13} - E_{11}F_{12}m_{13})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& -R'_{53}J'_{32}F_{13}F_{22}(E_{14}F_{12}m_{11} - E_{12}F_{14}m_{11} - E_{14}F_{11}m_{12} \\
& +E_{11}F_{14}m_{12} + E_{12}F_{11}m_{14} - E_{11}F_{12}m_{14})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& +R'_{53}J'_{22}F_{12}F_{22}(E_{14}F_{13}m_{11} - E_{13}F_{14}m_{11} - E_{14}F_{11}m_{13} \\
& +E_{11}F_{14}m_{13} + E_{13}F_{11}m_{14} - E_{11}F_{13}m_{14})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& -R'_{53}J'_{12}F_{11}F_{22}(E_{14}F_{13}m_{12} - E_{13}F_{14}m_{12} - E_{14}F_{12}m_{13} \\
& +E_{12}F_{14}m_{13} + E_{13}F_{12}m_{14} - E_{12}F_{13}m_{14})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24})] \\
& +R_{41}R_{35}\xi[-R'_{13}R'_{341}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})F_{24}\varphi^*k(F_{12}m_{11} - F_{11}m_{12}) \\
& +R'_{12}R'_{341}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})F_{23}\varphi^*k(F_{12}m_{11} - F_{11}m_{12}) \\
& -R'_{11}R'_{341}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})F_{22}\varphi^*k(F_{12}m_{11} - F_{11}m_{12})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +R'_{13} R'_{241}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})F_{24}\varphi^*k(F_{13}m_{11} - F_{11}m_{13}) \\
& -R'_{12} R'_{241}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})F_{23}\varphi^*k(F_{13}m_{11} - F_{11}m_{13}) \\
& +R'_{11} R'_{241}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})F_{22}\varphi^*k(F_{13}m_{11} - F_{11}m_{13}) \\
& -R'_{13} R'_{141}(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})F_{24}\varphi^*k(F_{13}m_{12} - F_{12}m_{13}) \\
& +R'_{12} R'_{141}(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})F_{23}\varphi^*k(F_{13}m_{12} - F_{12}m_{13}) \\
& -R'_{11} R'_{141}(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})F_{22}\varphi^*k(F_{13}m_{12} - F_{12}m_{13}) \\
& +R'_{13} R'_{231}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})F_{24}\varphi^*k(F_{14}m_{11} - F_{11}m_{14}) \\
& -R'_{11} R'_{231}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})F_{23}\varphi^*k(F_{14}m_{11} - F_{11}m_{14}) \\
& +R'_{13} R'_{131}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})F_{24}\varphi^*k(F_{14}m_{12} - F_{12}m_{14}) \\
& -R'_{12} R'_{131}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})F_{23}\varphi^*k(F_{14}m_{12} - F_{12}m_{14}) \\
& +R'_{11} R'_{131}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})F_{22}\varphi^*k(F_{14}m_{12} - F_{12}m_{14}) \\
& -R'_{13} R'_{121}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})F_{24}\varphi^*k(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14}) \\
& +R'_{13} R'_{231}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{24}\varphi^*k(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23}) \\
& +R'_{13} R'_{142}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{24}\varphi^*k(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23}) \\
& -R'_{13} R'_{132}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{24}\varphi^*k(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23}) \\
& -R'_{13} R'_{242}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{24}\varphi^*k(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23}) \\
& +R'_{13} R'_{122}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{24}\varphi^*k(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23}) \\
& +R'_{13} R'_{342}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{24}\varphi^*k(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23}) \\
& -R'_{12} R'_{232}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{23}\varphi^*k(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& -R'_{12} R'_{142}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{23}\varphi^*k(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +R'_{12} R'_{132}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{23}\varphi^*k(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +R'_{12} R'_{242}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{23}\varphi^*k(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& -R'_{12} R'_{122}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{23}\varphi^*k(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& -R'_{12} R'_{342}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{23}\varphi^*k(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +R'_{11} R'_{232}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{22}\varphi^*k(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& +R'_{11} R'_{142}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{22}\varphi^*k(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& -R'_{11} R'_{132}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{22}\varphi^*k(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& -R'_{11} R'_{242}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{22}\varphi^*k(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& +R'_{11} R'_{122}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{22}\varphi^*k(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& +R'_{11} R'_{342}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{22}\varphi^*k(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24})]] / \Delta \quad (329)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{22}^{\varphi} = & [R_{42}R_{36}(P+Q)\xi[-R'_{54}J'_{42}F_{14}F_{24}(E_{13}F_{12}m_{11} - E_{12}F_{13}m_{11} - E_{13}F_{11}m_{12} \\
& + E_{11}F_{13}m_{12} - E_{12}F_{11}m_{13} - E_{11}F_{12}m_{13})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\
& + R'_{54}J'_{32}F_{13}F_{24}(E_{14}F_{12}m_{11} - E_{12}F_{14}m_{11} - E_{14}F_{11}m_{12} \\
& + E_{11}F_{14}m_{12} - E_{12}F_{11}m_{14} - E_{11}F_{12}m_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\
& - R'_{54}J'_{22}F_{12}F_{24}(E_{14}F_{13}m_{11} - E_{13}F_{14}m_{11} - E_{14}F_{11}m_{13} \\
& + E_{11}F_{14}m_{13} - E_{12}F_{11}m_{13} - E_{11}F_{12}m_{13})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\
& + R'_{54}J'_{12}F_{11}F_{24}(E_{14}F_{13}m_{12} - E_{13}F_{14}m_{12} - E_{14}F_{12}m_{13} \\
& + E_{12}F_{14}m_{13} - E_{13}F_{12}m_{13} - E_{12}F_{13}m_{13})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\
& + R'_{55}J'_{42}F_{14}F_{23}(E_{13}F_{12}m_{11} - E_{12}F_{13}m_{11} - E_{13}F_{11}m_{12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +E_{12}F_{11}m_{13} - E_{12}F_{11}m_{13} - E_{11}F_{12}m_{13})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\
& -R'_{55}J'_{32}F_{13}F_{23}(E_{14}F_{12}m_{11} - E_{12}F_{14}m_{11} - E_{11}F_{14}m_{12} \\
& +E_{11}F_{14}m_{12} - E_{12}F_{11}m_{14} - E_{11}F_{12}m_{14})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +R'_{55}J'_{22}F_{12}F_{23}(E_{14}F_{13}m_{11} - E_{13}F_{14}m_{11} - E_{14}F_{11}m_{13} \\
& +E_{11}F_{14}m_{13} - E_{13}F_{11}m_{14} - E_{11}F_{13}m_{14})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -R'_{55}J'_{12}F_{11}F_{23}(E_{14}F_{13}m_{12} - E_{13}F_{14}m_{12} - E_{14}F_{12}m_{13} \\
& +E_{12}F_{14}m_{13} + E_{13}F_{12}m_{14} - E_{12}F_{13}m_{14})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -R'_{56}J'_{42}F_{14}F_{21}(E_{13}F_{12}m_{11} - E_{12}F_{13}m_{11} - E_{13}F_{11}m_{12} \\
& +E_{11}F_{13}m_{12} + E_{12}F_{11}m_{13} - E_{11}F_{12}m_{13})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& +R'_{53}J'_{32}F_{13}F_{21}(E_{14}F_{12}m_{11} - E_{12}F_{14}m_{11} - E_{14}F_{11}m_{12} \\
& +E_{11}F_{14}m_{12} + E_{12}F_{11}m_{14} - E_{11}F_{12}m_{14})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& -R'_{56}J'_{22}F_{12}F_{21}(E_{14}F_{13}m_{11} - E_{13}F_{14}m_{11} - E_{14}F_{11}m_{13} \\
& +E_{11}F_{14}m_{13} + E_{13}F_{11}m_{14} - E_{11}F_{13}m_{14})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& +R'_{56}J'_{12}F_{11}F_{21}(E_{14}F_{13}m_{12} - E_{13}F_{14}m_{12} - E_{14}F_{12}m_{13} \\
& +E_{12}F_{14}m_{13} + E_{13}F_{12}m_{14} - E_{12}F_{13}m_{14})(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24})] \\
& +R_{42}R_{36}\xi[R'_{14}R'_{341}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})F_{24}\varphi^*k(F_{12}m_{11} - F_{11}m_{12}) \\
& -R'_{16}R'_{341}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})F_{23}\varphi^*k(F_{12}m_{11} - F_{11}m_{12}) \\
& +R'_{15}R'_{341}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})F_{21}\varphi^*k(F_{12}m_{11} - F_{11}m_{12}) \\
& -R'_{14}R'_{241}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(E_{23}F_{21} - E_{21}F_{23})F_{24}\varphi^*k(F_{13}m_{11} - F_{11}m_{13}) \\
& +R'_{16}R'_{241}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})F_{23}\varphi^*k(F_{13}m_{11} - F_{11}m_{13})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -R'_{16} R'_{241}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})F_{21}\varphi^*k(F_{13}m_{11} - F_{11}m_{13}) \\
& +R'_{14} R'_{141}(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})F_{24}\varphi^*k(F_{13}m_{12} - F_{12}m_{13}) \\
& +R'_{16} R'_{141}(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})F_{23}\varphi^*k(F_{13}m_{12} - F_{12}m_{13}) \\
& +R'_{14} R'_{231}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{23}F_{21} - E_{21}F_{23})F_{24}\varphi^*k(F_{14}m_{11} - F_{11}m_{14}) \\
& -R'_{16} R'_{231}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})F_{23}\varphi^*k(F_{14}m_{11} - F_{11}m_{14}) \\
& +R'_{14} R'_{231}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})F_{21}\varphi^*k(F_{14}m_{11} - F_{11}m_{14}) \\
& -R'_{14} R'_{131}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{23}F_{21} - E_{23}F_{24})F_{23}\varphi^*k(F_{14}m_{12} - F_{12}m_{14}) \\
& +R'_{16} R'_{131}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})F_{23}\varphi^*k(F_{14}m_{12} - F_{12}m_{14}) \\
& -R'_{16} R'_{121}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})F_{23}\varphi^*k(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14}) \\
& +R'_{15} R'_{121}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})F_{21}\varphi^*k(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14}) \\
& -R'_{14} R'_{232}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{24}\varphi^*(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\
& -R'_{14} R'_{142}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{24}\varphi^*(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\
& +R'_{14} R'_{132}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{24}\varphi^*(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\
& -R'_{14} R'_{122}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{24}\varphi^*(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\
& -R'_{14} R'_{342}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{24}\varphi^*(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\
& +R'_{16} R'_{232}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{24}\varphi^*(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +R'_{16} R'_{142}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{24}\varphi^*(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -R'_{16} R'_{132}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{23}\varphi^*(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -R'_{16} R'_{242}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{23}\varphi^*(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +R'_{16} R'_{122}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{23}\varphi^*(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +R'_{16} R'_{342} (E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{23}\varphi^*(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -R'_{15} R'_{232} (E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{24}\varphi^*(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& +R'_{15} R'_{132} (E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{21}\varphi^*(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& +R'_{15} R'_{242} (E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{21}\varphi^*(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& -R'_{15} R'_{122} (E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{21}\varphi^*(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \\
& -R'_{15} R'_{342} (E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{21}\varphi^*(F_{24}m_{23} - F_{23}m_{24}) \tag{330}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{23}^\varphi = & [R_{43}R_{37}(P+Q)\xi[R'_{57}J'_{42}F_{14}F_{24}(E_{13}F_{12}m_{11} - E_{12}F_{13}m_{11} - E_{13}F_{11}m_{12} \\
& + E_{11}F_{13}m_{12} + E_{12}F_{11}m_{13} - E_{11}F_{12}m_{13})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& - R'_{57}J'_{32}F_{13}F_{24}(E_{14}F_{12}m_{11} - E_{12}F_{14}m_{11} - E_{14}F_{11}m_{12} \\
& + E_{11}F_{14}m_{12} + E_{12}F_{11}m_{14} - E_{11}F_{12}m_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& + R'_{57}J'_{22}F_{12}F_{24}(E_{14}F_{13}m_{11} - E_{13}F_{14}m_{11} - E_{14}F_{11}m_{13} \\
& + E_{11}F_{14}m_{13} + E_{13}F_{11}m_{14} - E_{11}F_{13}m_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& - R'_{57}J'_{12}F_{11}F_{24}(E_{14}F_{13}m_{12} - E_{13}F_{14}m_{12} - E_{14}F_{12}m_{13} \\
& + E_{12}F_{14}m_{13} + E_{13}F_{12}m_{14} - E_{12}F_{13}m_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& - R'_{58}J'_{42}F_{14}F_{22}(E_{13}F_{12}m_{11} - E_{12}F_{13}m_{11} - E_{13}F_{11}m_{12} \\
& + E_{11}F_{13}m_{12} + E_{12}F_{11}m_{13} - E_{11}F_{12}m_{13})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& + R'_{58}J'_{32}F_{13}F_{22}(E_{14}F_{12}m_{11} - E_{12}F_{14}m_{11} - E_{14}F_{11}m_{12} \\
& + E_{11}F_{14}m_{12} + E_{12}F_{11}m_{14} - E_{11}F_{12}m_{14})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& - R'_{58}J'_{22}F_{12}F_{22}(E_{14}F_{13}m_{11} - E_{13}F_{14}m_{11} - E_{14}F_{11}m_{13}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +E_{11}F_{14}m_{13} + E_{13}F_{11}m_{14} - E_{11}F_{13}m_{14})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +R'_{58}J'_{12}F_{11}F_{22}(E_{14}F_{13}m_{12} - E_{13}F_{14}m_{12} - E_{14}F_{12}m_{13} \\
& +E_{12}F_{14}m_{13} + E_{13}F_{12}m_{14} - E_{12}F_{13}m_{14})(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +R'_{59}J'_{24}F_{14}F_{21}(E_{13}F_{12}m_{11} - E_{12}F_{13}m_{11} - E_{13}F_{11}m_{12} \\
& +E_{11}F_{13}m_{12} + E_{12}F_{11}m_{13} - E_{11}F_{12}m_{13})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& -R'_{59}J'_{22}F_{12}F_{21}(E_{14}F_{12}m_{11} - E_{12}F_{14}m_{11} - E_{14}F_{11}m_{12} \\
& +E_{11}F_{14}m_{12} + E_{12}F_{11}m_{14} - E_{11}F_{12}m_{14})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& +R'_{59}J'_{12}F_{12}F_{21}(E_{14}F_{13}m_{11} - E_{13}F_{14}m_{11} - E_{14}F_{11}m_{13} \\
& +E_{11}F_{14}m_{13} + E_{13}F_{11}m_{14} - E_{11}F_{13}m_{14})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& -R'_{59}J'_{12}F_{11}F_{21}(E_{14}F_{13}m_{12} - E_{13}F_{14}m_{12} - E_{14}F_{12}m_{13} \\
& +E_{12}F_{14}m_{13} + E_{13}F_{12}m_{14} - E_{12}F_{13}m_{14})(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24})] \\
& +R_{43}R_{37}\xi[R'_{19}R'_{341}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(E_{22}F_{21} - E_{21}F_{22})F_{24}\varphi^*k(F_{12}m_{11} - F_{11}m_{12}) \\
& +R'_{18}R'_{341}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})F_{22}\varphi^*k(F_{12}m_{11} - F_{11}m_{12}) \\
& -R'_{17}R'_{341}(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})(E_{24}F_{23} - E_{23}F_{24})F_{21}\varphi^*k(F_{12}m_{11} - F_{11}m_{12}) \\
& +R'_{19}R'_{241}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(E_{22}F_{21} - E_{21}F_{22})F_{24}\varphi^*k(F_{13}m_{11} - F_{11}m_{13}) \\
& -R'_{18}R'_{241}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})F_{22}\varphi^*k(F_{13}m_{11} - F_{11}m_{13}) \\
& +R'_{17}R'_{241}(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})F_{21}\varphi^*k(F_{13}m_{11} - F_{11}m_{13}) \\
& -R'_{19}R'_{141}(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(E_{22}F_{21} - E_{21}F_{22})F_{24}\varphi^*k(F_{13}m_{12} - F_{12}m_{13}) \\
& +R'_{18}R'_{141}(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})F_{22}\varphi^*k(F_{13}m_{12} - F_{12}m_{13}) \\
& -R'_{17}R'_{141}(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})F_{21}\varphi^*k(F_{13}m_{12} - F_{12}m_{13})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -R'_{19} R'_{231} (E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{22}F_{21} - E_{21}F_{22})F_{24}\varphi^* k(F_{14}m_{11} - F_{11}m_{14}) \\
& +R'_{18} R'_{231} (E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})F_{22}\varphi^* k(F_{14}m_{11} - F_{11}m_{14}) \\
& -R'_{17} R'_{231} (E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})F_{21}\varphi^* k(F_{14}m_{11} - F_{11}m_{14}) \\
& +R'_{19} R'_{131} (E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{22}F_{21} - E_{21}F_{22})F_{24}\varphi^* k(F_{14}m_{12} - F_{12}m_{14}) \\
& -R'_{18} R'_{131} (E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})F_{22}\varphi^* k(F_{14}m_{12} - F_{12}m_{14}) \\
& +R'_{17} R'_{131} (E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})F_{21}\varphi^* k(F_{14}m_{12} - F_{12}m_{14}) \\
& -R'_{19} R'_{121} (E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{22}F_{21} - E_{21}F_{22})F_{24}\varphi^* k(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14}) \\
& +R'_{18} R'_{121} (E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})F_{22}\varphi^* k(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14}) \\
& -R'_{17} R'_{121} (E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})F_{21}\varphi^* k(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14}) \\
& +R'_{19} R'_{232} (E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{24}\varphi^* (F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& +R'_{19} R'_{142} (E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{24}\varphi^* (F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& -R'_{19} R'_{132} (E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{24}\varphi^* (F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& -R'_{19} R'_{242} (E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{24}\varphi^* (F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& +R'_{19} R'_{122} (E_{12}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{24}\varphi^* (F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& +R'_{19} R'_{342} (E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{24}\varphi^* (F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& -R'_{18} R'_{232} (E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{22}\varphi^* (F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -R'_{18} R'_{142} (E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{22}\varphi^* (F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +R'_{18} R'_{132} (E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{22}\varphi^* (F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& +R'_{18} R'_{242} (E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{22}\varphi^* (F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& -R'_{18} R'_{122} (E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{22}\varphi^* (F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -R'_{18} R'_{342} (E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{22}\varphi^*(F_{24}m_{21} - F_{21}m_{24}) \\
& + R'_{17} R'_{232} (E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{21}\varphi^*(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& + R'_{17} R'_{142} (E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{21}\varphi^*(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& - R'_{17} R'_{132} (E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{21}\varphi^*(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& - R'_{17} R'_{242} (E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{21}\varphi^*(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& + R'_{17} R'_{122} (E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{21}\varphi^*(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24}) \\
& + R'_{17} R'_{342} (E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{21}\varphi^*(F_{24}m_{22} - F_{22}m_{24})]] / \Delta \quad (331)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{24}^{\varphi} = & [R_{44}R_{38}(P+Q)\xi[-R'_{61}J'_{42}F_{14}F_{23}(E_{13}F_{12}m_{11} - E_{12}F_{13}m_{11} - E_{13}F_{11}m_{12} \\
& + E_{11}F_{13}m_{12} + E_{12}F_{11}m_{13} - E_{11}F_{12}m_{13})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& + R'_{61}J'_{32}F_{13}F_{23}(E_{14}F_{12}m_{11} - E_{12}F_{14}m_{11} - E_{14}F_{11}m_{12} \\
& + E_{11}F_{14}m_{12} + E_{12}F_{11}m_{14} - E_{11}F_{12}m_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& - R'_{61}J'_{22}F_{12}F_{23}(E_{14}F_{13}m_{11} - E_{13}F_{14}m_{11} - E_{14}F_{11}m_{13} \\
& + E_{11}F_{14}m_{13} + E_{13}F_{11}m_{14} - E_{11}F_{13}m_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& + R'_{61}J'_{12}F_{11}F_{23}(E_{14}F_{13}m_{12} - E_{13}F_{14}m_{12} - E_{14}F_{12}m_{13} \\
& + E_{12}F_{14}m_{13} + E_{13}F_{12}m_{14} - E_{12}F_{13}m_{14})(F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& + R'_{62}J'_{42}F_{14}F_{22}(E_{13}F_{12}m_{11} - E_{12}F_{13}m_{11} - E_{13}F_{11}m_{12} \\
& + E_{11}F_{13}m_{12} + E_{12}F_{11}m_{13} - E_{11}F_{12}m_{13})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\
& - R'_{62}J'_{32}F_{13}F_{22}(E_{14}F_{12}m_{11} - E_{12}F_{14}m_{11} - E_{14}F_{11}m_{12} \\
& + E_{11}F_{14}m_{12} + E_{12}F_{11}m_{14} - E_{11}F_{12}m_{14})(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +R'_{62} J'_{22} F_{12} F_{22} (E_{14} F_{13} m_{11} - E_{13} F_{14} m_{11} - E_{14} F_{11} m_{13} \\
& + E_{11} F_{14} m_{13} + E_{13} F_{11} m_{14} - E_{11} F_{13} m_{14}) (F_{23} m_{21} - F_{21} m_{23}) \\
& -R'_{62} J'_{12} F_{11} F_{22} (E_{14} F_{13} m_{12} - E_{13} F_{14} m_{12} - E_{14} F_{12} m_{13} \\
& + E_{12} F_{14} m_{13} + E_{13} F_{12} m_{14} - E_{12} F_{13} m_{14}) (F_{23} m_{21} - F_{21} m_{23}) \\
& -R'_{63} J'_{42} F_{14} F_{21} (E_{13} F_{12} m_{11} - E_{12} F_{13} m_{11} - E_{13} F_{11} m_{12} \\
& + E_{11} F_{13} m_{12} + E_{12} F_{11} m_{13} - E_{11} F_{12} m_{13}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23}) \\
& +R'_{63} J'_{32} F_{13} F_{21} (E_{14} F_{12} m_{11} - E_{12} F_{14} m_{11} - E_{14} F_{11} m_{12} \\
& + E_{11} F_{14} m_{12} + E_{12} F_{11} m_{14} - E_{11} F_{12} m_{14}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23}) \\
& -R'_{63} J'_{22} F_{12} F_{21} (E_{14} F_{13} m_{11} - E_{13} F_{14} m_{11} - E_{14} F_{11} m_{13} \\
& + E_{11} F_{14} m_{13} + E_{13} F_{11} m_{14} - E_{11} F_{13} m_{14}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23}) \\
& -R'_{63} J'_{12} F_{11} F_{21} (E_{14} F_{13} m_{12} - E_{13} F_{14} m_{12} - E_{14} F_{12} m_{13} \\
& + E_{12} F_{14} m_{13} + E_{13} F_{12} m_{14} - E_{12} F_{13} m_{14}) (F_{23} m_{22} - F_{22} m_{23})] \\
& +R_{44} R_{38} \xi [R'_{23} R'_{341} (E_{14} F_{13} - E_{13} F_{14}) (E_{22} F_{21} - E_{21} F_{22}) F_{23} \varphi^* k(F_{12} m_{11} - F_{11} m_{12}) \\
& -R'_{23} R'_{341} (E_{14} F_{13} - E_{13} F_{14}) (E_{24} F_{21} - E_{21} F_{24}) F_{22} \varphi^* k(F_{12} m_{11} - F_{11} m_{12}) \\
& +R'_{21} R'_{341} (E_{14} F_{13} - E_{13} F_{14}) (E_{24} F_{23} - E_{23} F_{24}) F_{21} \varphi^* k(F_{12} m_{11} - F_{11} m_{12}) \\
& -R'_{23} R'_{241} (E_{14} F_{12} - E_{12} F_{14}) (E_{22} F_{21} - E_{21} F_{22}) F_{24} \varphi^* k(F_{13} m_{11} - F_{11} m_{13}) \\
& +R'_{22} R'_{241} (E_{14} F_{12} - E_{12} F_{14}) (E_{24} F_{21} - E_{21} F_{24}) F_{22} \varphi^* k(F_{13} m_{11} - F_{11} m_{13}) \\
& -R'_{21} R'_{241} (E_{14} F_{12} - E_{12} F_{14}) (E_{23} F_{22} - E_{22} F_{23}) F_{21} \varphi^* k(F_{13} m_{11} - F_{11} m_{13}) \\
& +R'_{23} R'_{141} (E_{14} F_{11} - E_{11} F_{14}) (E_{22} F_{21} - E_{21} F_{22}) F_{24} \varphi^* k(F_{13} m_{12} - F_{12} m_{13}) \\
& -R'_{22} R'_{141} (E_{14} F_{11} - E_{11} F_{14}) (E_{24} F_{21} - E_{21} F_{24}) F_{22} \varphi^* k(F_{13} m_{12} - F_{12} m_{13})]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +R'_{21} R'_{141}(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})F_{21}\varphi * k(F_{13}m_{12} - F_{12}m_{13}) \\
& +R'_{23} R'_{231}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{22}F_{21} - E_{21}F_{22})F_{24}\varphi * k(F_{14}m_{11} - F_{11}m_{14}) \\
& -R'_{22} R'_{231}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})F_{22}\varphi * k(F_{14}m_{11} - F_{11}m_{14}) \\
& +R'_{21} R'_{231}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})F_{21}\varphi * k(F_{14}m_{11} - F_{11}m_{14}) \\
& -R'_{23} R'_{131}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{22}F_{21} - E_{21}F_{22})F_{23}\varphi * k(F_{14}m_{12} - F_{12}m_{14}) \\
& +R'_{22} R'_{131}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{24}F_{21} - E_{21}F_{24})F_{22}\varphi * k(F_{14}m_{12} - F_{12}m_{14}) \\
& -R'_{21} R'_{131}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})F_{21}\varphi * k(F_{14}m_{12} - F_{12}m_{14}) \\
& +R'_{23} R'_{121}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{22}F_{21} - E_{21}F_{22})F_{23}\varphi * k(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14}) \\
& -R'_{22} R'_{121}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{24}F_{22} - E_{22}F_{24})F_{22}\varphi * k(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14}) \\
& +R'_{21} R'_{121}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{23}F_{22} - E_{22}F_{23})F_{21}\varphi * k(F_{14}m_{13} - F_{13}m_{14}) \\
& -R'_{23} R'_{232}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{24}\varphi * (F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& -R'_{23} R'_{142}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{23}\varphi * (F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& +R'_{23} R'_{132}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{23}\varphi * (F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& +R'_{23} R'_{242}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{23}\varphi * (F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& -R'_{23} R'_{122}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{23}\varphi * (F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& -R'_{23} R'_{342}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{23}\varphi * (F_{22}m_{21} - F_{21}m_{22}) \\
& +R'_{22} R'_{232}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{22}\varphi * (F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\
& +R'_{22} R'_{142}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{22}\varphi * (F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\
& -R'_{22} R'_{132}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{22}\varphi * (F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\
& -R'_{22} R'_{242}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{22}\varphi * (F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +R'_{22} R'_{122}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{22}\varphi^*(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\
& +R'_{22} R'_{342}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{22}\varphi^*(F_{23}m_{21} - F_{21}m_{23}) \\
& -R'_{21} R'_{232}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{21}\varphi^*(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23}) \\
& -R'_{21} R'_{142}(E_{13}F_{12} - E_{12}F_{13})(E_{14}F_{11} - E_{11}F_{14})F_{21}\varphi^*(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23}) \\
& +R'_{21} R'_{132}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{21}\varphi^*(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23}) \\
& +R'_{21} R'_{242}(E_{13}F_{11} - E_{11}F_{13})(E_{14}F_{12} - E_{12}F_{14})F_{21}\varphi^*(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23}) \\
& -R'_{21} R'_{122}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{21}\varphi^*(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23}) \\
& -R'_{21} R'_{342}(E_{12}F_{11} - E_{11}F_{12})(E_{14}F_{13} - E_{13}F_{14})F_{21}\varphi^*(F_{23}m_{22} - F_{22}m_{23})]] / \Delta \quad (332)
\end{aligned}$$

Elde edilen katsayılarda (P+Q) çarpanının olduğu kısım $A_{1i}^{\varphi^*}, A_{2i}^{\varphi^*}$ ($i=1,..,4$) ve $\varphi^*(t)$ çarpanının olduğu kısım $A_{1i}^{\varphi^{**}}, A_{2i}^{\varphi^{**}}$ ($i=1,..,4$) olarak tanımlanmıştır. Ayrıca bu katsayılarda aşağıdaki diğer tanımlamalar yapılmıştır:

$$J'_{ijp_n} = ie^{-h_2 n_{2n} + h_1 (n_{1j} + n_{1p} + \beta_i)} \quad (i=1,2)(j,p,n=1,..,4) \quad (333)$$

$$R'_{11} = ie^{h_2 (2n_{22} + 3n_{23} + 3n_{24})} \quad (334)$$

$$R'_{12} = ie^{h_2 (3n_{22} + 2n_{23} + 3n_{24})} \quad (335)$$

$$R'_{13} = ie^{h_2 (3n_{22} + 3n_{23} + 2n_{24})} \quad (336)$$

$$R'_{14} = ie^{h_2 (3n_{21} + 3n_{23} + 2n_{24})} \quad (337)$$

$$R'_{15} = ie^{h_2 (2n_{21} + 3n_{23} + 3n_{24})} \quad (338)$$

$$R'_{16} = ie^{h_2 (3n_{21} + 2n_{23} + 3n_{24})} \quad (339)$$

$$R'_{17} = ie^{h_2 (2n_{21} + 3n_{22} + 3n_{24})} \quad (340)$$

$$R'_{18} = ie^{h_2 (3n_{21} + 2n_{22} + 3n_{24})} \quad (341)$$

$$R'_{19} = ie^{h_2(3n_{21}+3n_{22}+2n_{24})} \quad (342)$$

$$R'_{21} = ie^{h_2(2n_{21}+3n_{22}+2n_{23})} \quad (343)$$

$$R'_{22} = ie^{h_2(3n_{21}+2n_{22}+3n_{23})} \quad (344)$$

$$R'_{23} = ie^{h_2(3n_{21}+3n_{22}+2n_{23})} \quad (345)$$

$$R'_{ijp} = e^{h_1(n_{1i}+n_{1j}+n_{1p})} \quad (i,j,p=1,..,4) \quad (346)$$

$$R_{31} = e^{-h_2\beta_2-h_1(n_{12}+n_{13}+n_{14}+n_{21}+n_{22}+n_{23}+n_{24}+2\beta_1+3\beta_2)} \quad (347)$$

$$R_{32} = e^{-h_2\beta_2-h_1(n_{11}+n_{13}+n_{14}+n_{21}+n_{22}+n_{23}+n_{24}+2\beta_1+3\beta_2)} \quad (348)$$

$$R_{33} = e^{-h_2\beta_2-h_1(n_{11}+n_{12}+n_{14}+n_{21}+n_{22}+n_{23}+n_{24}+2\beta_1+3\beta_2)} \quad (349)$$

$$R_{34} = e^{-h_2\beta_2-h_1(n_{11}+n_{12}+n_{13}+n_{21}+n_{22}+n_{23}+n_{24}+2\beta_1+3\beta_2)} \quad (350)$$

$$R_{35} = e^{-h_2\beta_2-h_1(n_{11}+n_{12}+n_{13}+n_{14}+n_{22}+n_{23}+n_{24}+2\beta_1+3\beta_2)} \quad (351)$$

$$R_{36} = e^{-h_2\beta_2-h_1(n_{11}+n_{12}+n_{13}+n_{14}+n_{21}+n_{23}+n_{24}+2\beta_1+3\beta_2)} \quad (352)$$

$$R_{37} = e^{-h_2\beta_2-h_1(n_{11}+n_{12}+n_{13}+n_{14}+n_{21}+n_{22}+n_{24}+2\beta_1+3\beta_2)} \quad (353)$$

$$R_{38} = e^{-h_2\beta_2-h_1(n_{11}+n_{12}+n_{13}+n_{14}+n_{21}+n_{22}+n_{23}+2\beta_1+3\beta_2)} \quad (354)$$

$$R_{41} = e^{-3h_2(n_{22}+n_{23}+n_{24})} \quad (355)$$

$$R_{42} = e^{-3h_2(n_{21}+n_{23}+n_{24})} \quad (356)$$

$$R_{43} = e^{-3h_2(n_{21}+n_{22}+n_{24})} \quad (357)$$

$$R'_{51} = e^{h_2(2n_{22}+2n_{23}+3n_{24})} \quad (358)$$

$$R'_{52} = e^{h_2(2n_{22}+3n_{23}+2n_{24})} \quad (359)$$

$$R'_{53} = e^{h_2(3n_{22}+2n_{23}+2n_{24})} \quad (360)$$

$$R'_{54} = e^{h_2(2n_{21}+2n_{23}+3n_{24})} \quad (361)$$

$$R'_{55} = e^{h_2(2n_{21}+3n_{23}+2n_{24})} \quad (362)$$

$$R'_{56} = e^{h_2(3n_{21}+2n_{23}+3n_{24})} \quad (363)$$

$$R'_{57} = e^{h_2(2n_{21}+2n_{23}+3n_{24})} \quad (364)$$

$$R'_{58} = e^{h_2(2n_{21}+3n_{23}+2n_{24})} \quad (365)$$

$$R'_{59} = e^{h_2(3n_{21}+2n_{23}+2n_{24})} \quad (366)$$

$$R'_{61} = e^{h_2(2n_{21}+2n_{23}+3n_{23})} \quad (367)$$

$$R'_{62} = e^{h_2(2n_{21}+3n_{22}+2n_{23})} \quad (368)$$

$$R'_{63} = e^{h_2(3n_{22}+2n_{23}+2n_{24})} \quad (369)$$

$$J'_{ij} = e^{h_1(n_{1i}+\beta_j)} \quad (i=1,..4)(j=1,2) \quad (370)$$

$$J_{ijpn} = ie^{-h_2(n_{2i}+n_{2j})+h_1(n_{1p}+\beta_n)} \quad (i,j,p=1,..,4)(n=1,2) \quad (371)$$

2.3.10. Alt FD Tabaka ile Rijit Düzlem Arasında Süreksiz Temas Olması Durumunda İntegral Denklemlerin Elde Edilmesi

Alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında süreksiz temas olması durumunda integral denklemler (312), (313) ve (314) no.lu sınır şartlarından elde edilecektir. Bir önceki bölümde elde edilmiş olan $A_{11}^\varphi, A_{12}^\varphi, A_{13}^\varphi, A_{14}^\varphi, A_{21}^\varphi, A_{22}^\varphi, A_{23}^\varphi, A_{24}^\varphi$ katsayıları bu sınır şartlarında yerlerine yazılırsa aşağıdaki integral denklemler elde edilir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_1(x,0)}{\partial x} = & \frac{1}{2\pi} \left(-\frac{1}{\mu_{10}} \int_a^b p(t) e^{-i\xi t} dt \int_{-\infty}^{\infty} i\xi \sum_{j=1}^4 m_{1j} A_{1j}^{\varphi*} e^{i\xi x} d\xi \right) \\ & + \frac{1}{2\pi} \left(-\frac{1}{\mu_{10}} \int_c^d q(t) e^{-i\xi t} dt \int_{-\infty}^{\infty} i\xi \sum_{j=1}^4 m_{1j} A_{1j}^{\varphi*} e^{i\xi x} d\xi \right) \end{aligned}$$

$$+\frac{1}{2\pi\xi i}\left(\int_m^n \varphi'(t)e^{-i\xi t}dt \int_{-\infty}^{\infty} i\xi \sum_{j=1}^4 m_{1j}A_{1j}^{\varphi^{**}}e^{i\xi x}d\xi\right)=0, \quad (a < x < b) \quad (372)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_1(x,0)}{\partial x} &= \frac{1}{2\pi}\left(-\frac{1}{\mu_{10}}\int_a^b p(t)e^{-i\xi t}dt \int_{-\infty}^{\infty} i\xi \sum_{j=1}^4 m_{1j}A_{1j}^{\varphi^*}e^{i\xi x}d\xi\right) \\ &+ \frac{1}{2\pi}\left(-\frac{1}{\mu_{10}}\int_c^d q(t)e^{-i\xi t}dt \int_{-\infty}^{\infty} i\xi \sum_{j=1}^4 m_{1j}A_{1j}^{\varphi^*}e^{i\xi x}d\xi\right) \\ &+ \frac{1}{2\pi\xi i}\left(\int_m^n \varphi'(t)e^{-i\xi t}dt \int_{-\infty}^{\infty} i\xi \sum_{j=1}^4 m_{1j}A_{1j}^{\varphi^{**}}e^{i\xi x}d\xi\right)=0, \quad (c < x < d) \end{aligned} \quad (373)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{y_2}(x, -h_1 - h_2) &= \mu_{20}e^{-\beta_1 h_1}\left[-\frac{1}{2\pi}\frac{1}{\mu_{10}}\int_a^b p(t)e^{-i\xi t}dt \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^4 E_{2j}A_{2j}^{\varphi^*}e^{-n_{2j}(h_1+h_2)}e^{i\xi x}d\xi\right. \\ &- \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\mu_{10}}\int_c^d q(t)e^{-i\xi t}dt \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^4 E_{2j}A_{2j}^{\varphi^*}e^{-n_{2j}(h_1+h_2)}e^{i\xi x}d\xi \\ &+ \left.\frac{1}{2\pi\xi i}\int_m^n \varphi'(t)e^{-i\xi t}dt \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^4 E_{2j}A_{2j}^{\varphi^{**}}e^{-n_{2j}(h_1+h_2)}e^{i\xi x}d\xi\right] \\ &+ \frac{\rho_{10}g(e^{-\gamma_1 h_1} - 1)}{\gamma_1} + \frac{\rho_{20}g(e^{-\gamma_2 h_2} - 1)}{\gamma_2} = 0, \quad (m < x < n) \end{aligned} \quad (374)$$

Yukarıdaki denklemlerde geçen integraller $(-\infty, \infty)$ aralığından $(0, \infty)$ aralığına indirgenirse aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_1(x,0)}{\partial x} &= -\frac{1}{\pi}\int_a^b p(t)dt \int_0^{\infty} T_{31} \sin \xi(t_1 - x_1)d\xi - \frac{1}{\pi}\int_c^d q(t)dt \int_0^{\infty} T_{31} \sin \xi(t_2 - x_1)d\xi \\ &+ \frac{\mu_{10}}{\pi}\int_m^n \varphi'(t)dt \int_0^{\infty} T_{32} \cos \xi(t_4 - x_1)d\xi = 0, \quad (a < x < b) \end{aligned} \quad (375)$$

$$\frac{\partial v_1(x,0)}{\partial x} = -\frac{1}{\pi}\int_a^b p(t)dt \int_0^{\infty} T_{31} \sin \xi(t_1 - x_2)d\xi - \frac{1}{\pi}\int_c^d q(t)dt \int_0^{\infty} T_{31} \sin \xi(t_2 - x_2)d\xi$$

$$+\frac{\mu_{10}}{\pi}\int_m^n\varphi'(t)dt\int_0^\infty T_{32}\cos\xi(t_4-x_2)d\xi=0, \quad (c < x < d) \quad (376)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{y_2}(x, -h_1 - h_2) = & -\frac{1}{\pi}\int_a^b p(t)dt\int_0^\infty T_{33}\cos\xi(t_1-x_4)d\xi - \frac{1}{\pi}\int_c^d q(t)dt\int_0^\infty T_{33}\cos\xi(t_2-x_4)d\xi \\ & -\frac{\mu_{20}}{\pi}\int_m^n\varphi'(t)dt\int_0^\infty T_{34}\sin\xi(t_4-x_4)d\xi = -\frac{\rho_{10}g(e^{-\gamma_1 h_1}-1)}{\gamma_1} - \frac{\rho_{20}g(e^{-\gamma_2 h_2}-1)}{\gamma_2}, \\ & (m < x < n) \end{aligned} \quad (377)$$

Bu integral denklemlerdeki T_{31} , T_{32} , T_{33} ve T_{34} çekirdekleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$T_{31} = i\xi \sum_{j=1}^4 m_{1j} A_{1j}^{\varphi^*} \quad (378)$$

$$T_{32} = \sum_{j=1}^4 m_{1j} A_{1j}^{\varphi^{**}} \quad (379)$$

$$T_{33} = \frac{\mu_{20}e^{-\beta_2 h_2}}{\mu_{10}} \sum_{j=1}^4 E_{2j} A_{2j}^{\varphi^*} e^{-n_{2j}(h_1+h_2)} \quad (380)$$

$$T_{34} = \frac{e^{-\beta_2 h_2}}{i\xi} \sum_{j=1}^4 E_{2j} A_{2j}^{\varphi^{**}} e^{-n_{2j}(h_1+h_2)} \quad (381)$$

(375), (376) ve (377) no.lu integral denklemlere ait çekirdekler incelendiğinde $\xi \rightarrow \infty$ limitinde çekirdeklerin belli bir sabit değere yakınsadığı görülmüştür. (375) ve (376) no.lu integral denklemlerde $p(t)$ ve $q(t)$ 'nin çarpan olduğu çekirdeklerdeki singüler terim sürekli temas durumunda elde edilen singüler terimle aynıdır.

(377) nolu integral denklemde $\varphi^*(t)$ 'nin çarpan olduğu integralin çekirdeğine ait singüler terim aşağıdaki gibi elde edilmiştir:

$$\varphi_3 = \int_0^\infty \left(-\frac{4k}{e^{\beta_2 h_2} k(\kappa_2 + 1) + (\kappa_1 + 1)} \right) e^{-\xi(y+h_1)} \sin \xi(t-x) d\xi \quad (382)$$

Singüler terimler çekirdeklerinden ayıklandıktan sonra kapalı integralleri alınıp integral denklemlere eklenirse integral denklemler aşağıdaki gibi düzenlenebilir:

1.İntegral denklem;

$$-\frac{1}{\pi} \int_a^b p(t) dt \left[K_{31}(x_1, t_1) + \left(\frac{\kappa_1 + 1}{4} \right) \frac{1}{t_1 - x_1} \right] - \frac{1}{\pi} \int_c^d q(t) dt \left[K_{32}(x_1, t_2) + \left(\frac{\kappa_1 + 1}{4} \right) \frac{1}{t_2 - x_1} \right] \\ + \frac{\mu_{10}}{\pi} \int_m^n \varphi'(t) e^{-i\xi t} dt [K_{33}(x_1, t_4)] = 0, \quad (a < x_1 < b) \quad (383)$$

2.İntegral denklem;

$$-\frac{1}{\pi} \int_a^b p(t) dt \left[K_{34}(x_2, t_1) + \left(\frac{\kappa_1 + 1}{4} \right) \frac{1}{t_1 - x_2} \right] - \frac{1}{\pi} \int_c^d q(t) dt \left[K_{35}(x_2, t_2) + \left(\frac{\kappa_1 + 1}{4} \right) \frac{1}{t_2 - x_2} \right] \\ + \frac{\mu_{10}}{\pi} \int_m^n \varphi'(t) e^{-i\xi t} dt [K_{36}(x_2, t_4)] = 0, \quad (c < x_2 < d) \quad (384)$$

3.İntegral denklem;

$$-\frac{1}{\pi} \int_a^b p(t) dt [K_{37}(x_4, t_1)] - \frac{1}{\pi} \int_a^b q(t) dt [K_{38}(x_4, t_2)] \\ - \frac{\mu_{10}}{\pi} \int_m^n \varphi'(t) dt \left[K_{39}^*(x_4, t_4) - \frac{4k}{e^{\beta_2 h_2} k(\kappa_2 + 1) + (\kappa_1 + 1)} \frac{1}{t_4 - x_4} \right] \\ = -\frac{\rho_{10} g(e^{-\gamma_1 h_1} - 1)}{\gamma_1} - \frac{\rho_{20} g(e^{-\gamma_2 h_2} - 1)}{\gamma_2}, \quad (n < x_4 < m) \quad (385)$$

(383), (384) ve (385) no.lu integral denklemlerdeki K_{31} , K_{32} , K_{33} , K_{34} , K_{35} , K_{36} , K_{37} , K_{38} , K_{39}^* çekirdekleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$K_{31}(x_1, t_1) = \int_0^\infty T_{31} \sin \xi(t_1 - x_1) d\xi \quad (386)$$

$$K_{32}(x_1, t_2) = \int_0^\infty T_{31} \sin \xi(t_2 - x_1) d\xi \quad (387)$$

$$K_{33}(x_1, t_4) = \int_0^{\infty} T_{32} \cos \xi(t_4 - x_1) d\xi \quad (388)$$

$$K_{34}(x_2, t_1) = \int_0^{\infty} T_{31} \sin \xi(t_1 - x_2) d\xi \quad (389)$$

$$K_{35}(x_2, t_2) = \int_0^{\infty} T_{31} \sin \xi(t_2 - x_2) d\xi \quad (390)$$

$$K_{36}(x_2, t_4) = \int_0^{\infty} T_{32} \cos \xi(t_4 - x_2) d\xi \quad (391)$$

$$K_{37}(x_4, t_1) = \int_0^{\infty} T_{33} \cos \xi(t_1 - x_4) d\xi \quad (392)$$

$$K_{38}(x_4, t_2) = \int_0^{\infty} T_{33} \sin \xi(t_2 - x_4) d\xi \quad (393)$$

$$K_{39}^*(x_4, t_4) = \int_0^{\infty} \left[T_{34} - \left(-\frac{4k}{e^{\beta_2 h_2} k(\kappa_2 + 1) + (\kappa_1 + 1)} \right) \right] \sin \xi(t_4 - x_4) d\xi \quad (394)$$

2.3.11. Alt FD Tabaka ile Rijit Düzlem Arasında Süreksiz Temas Olması Durumu İçin İntegral Denklemlerin Sayısal Çözümü

İntegral denklemlerin sayısal çözümünün yapılabilmesi için boyutsuzlaştırılmaları gerekmektedir. Sürekli temas durumunda tanımlanan boyutsuz büyüklüklere ek olarak aşağıdaki boyutsuz büyüklükler tanımlanmıştır:

$$x_4 = \frac{n-m}{2} r_4 + \frac{n+m}{2} \quad (396)$$

$$t_4 = \frac{n-m}{2} s_4 + \frac{n+m}{2} \quad (397)$$

$$\alpha_4(s_4) = \mu_{20} \varphi' \frac{\left(\frac{n-m}{2} s_4 + \frac{n+m}{2} \right)}{P / h_1} \quad (398)$$

Boyutsuz büyüklükler probleme ilişkin denge ve tek değerlik şartlarında yerlerine yazıldığında aşağıdaki eşitlikler elde edilir:

$$\int_{-1}^1 \alpha_1(s_1) \frac{b-a}{2h_1} ds_1 = 1 \quad (399)$$

$$\int_{-1}^1 \alpha_2(s_2) \frac{d-c}{2h_1} ds_2 = \frac{Q}{P} \quad (400)$$

$$\int_{-1}^1 \alpha_4(s_4) \frac{n-m}{2h_1} ds_4 = 0 \quad (401)$$

(176)-(185) ve (395)-(397) no.lu boyutsuz büyüklükler (383), (384) ve (385) no.lu ifadelerde yerlerine yazılırsa integral denklemler aşağıdaki gibi elde edilir:

1. integral denklem,

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \alpha_1(s_1) \frac{b-a}{2h_1} ds_1 \left[l_{31}(r_1, s_1) + \frac{\kappa_1+1}{4} \frac{1}{\frac{b-a}{2}(s_1-r_1)} \right] \\ & -\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \alpha_2(s_2) \frac{d-c}{2h_1} ds_2 \left[l_{32}(r_1, s_2) + \frac{\kappa_1+1}{4} \frac{1}{\left(\frac{d-c}{2}s_2 + \frac{d+c}{2} \right) - \left(\frac{b-a}{2}r_1 + \frac{b+a}{2} \right)} \right] \\ & -\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \alpha_4(s_4) \frac{n-m}{2h_1} l_{33}(r_1, s_4) ds_4 = 0, \quad (-1 < r_1 < 1) \end{aligned} \quad (402)$$

2. integral denklem,

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \alpha_1(s_1) \frac{b-a}{2h_1} ds_1 \left[l_{34}(r_2, s_1) + \frac{\kappa_1+1}{4} \frac{1}{\left(\frac{b-a}{2}s_1 + \frac{b+a}{2} \right) - \left(\frac{d-c}{2}r_2 + \frac{d+c}{2} \right)} \right] \\ & -\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \alpha_2(s_2) \frac{d-c}{2h_1} ds_2 \left[l_{35}(r_2, s_2) + \frac{\kappa_1+1}{4} \frac{1}{\frac{d-c}{2}(s_2-r_2)} \right] \end{aligned}$$

$$-\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \alpha_4(s_4) \frac{n-m}{2h_1} l_{36}(r_2, s_4) ds_4 = 0, \quad (-1 < r_2 < 1) \quad (402)$$

3. integral denklem,

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \alpha_1(s_1) \frac{b-a}{2h_1} l_{37}(r_4, s_1) ds_1 - \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \alpha_2(s_2) \frac{d-c}{2h_1} l_{26}(r_4, s_2) ds_2, \\ & -\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \alpha_4(s_4) \frac{n-m}{2h_1} \left[l_{27}(r_4, s_4) - \frac{4k}{e^{\beta_2 h_2} k(\kappa_2 + 1) + (\kappa_1 + 1)} \frac{1}{\frac{n-m}{2h_1} (s_4 - r_4)} \right] ds_4 \\ & = -\frac{1}{\lambda} \left(\frac{(e^{-\gamma_1 h_1} - 1)}{\gamma_1} + \frac{(e^{-\gamma_2 h_2} - 1)}{\gamma_2} \right), \quad (-1 < r_4 < 1) \end{aligned} \quad (403)$$

Bu integral denklemlerde $\alpha_1(s_1)$ ve $\alpha_2(s_2)$ bilinmeyen boyutsuz temas gerilmeleri, $\alpha_4(s_4)$ eğim fonksiyonudur. Blok uçlarında gerilmeler sonsuza gittiğinden yani $s_1 = \mp 1$ 'de $\alpha_1(s_1)$ 'de ve $s_2 = \mp 1$ 'de $\alpha_2(s_2)$ 'de tekillik olduğundan (401) ve (402) no.lu integral denklemlerin indeksi +1'dir. $s_4 = \mp 1$ 'de yani ayrılmanın başlangıç ve bitiş noktalarında eğim oldukça yatık olduğundan o noktalarda eğim sıfır yani $G_4(-1) = 0$ ve $G_4(+1) = 0$ 'dır. Bu durumda (403) no.lu integral denklemin indeksi -1'dir. Ancak $G_4(-1) = 0$ ve $G_4(+1) = 0$ olduğu bilindiğinden integral denklemlerin birlikte çözümü için (403) no.lu integral denklemin indeksi de +1 alınabilir (Erdoğan ve Gupta (1972)). İntegral denklemlerin çözümü (194) ve (195) no.lu ifadelerdeki gibi aranabilir. Gauss Chebyshev integrasyon formülleri integral denklemlerde yerlerine yazılırsa integral denklemler aşağıdaki gibi düzenlenebilir:

1.İntegral Denklem;

$$\begin{aligned}
 & -\sum_{i=1}^N W_{1i} G_1(s_{1i}) \frac{b-a}{2h_1} \left[l_{31}(r_{1j}, s_{1i}) + \frac{\kappa_1+1}{4} \frac{1}{\frac{b-a}{2}(s_{1i}-r_{1j})} \right] \\
 & -\sum_{i=1}^N W_{2i} G_2(s_{2i}) \frac{d-c}{2h_1} \left[l_{32}(r_{1j}, s_{2i}) + \frac{\kappa_1+1}{4} \frac{1}{\left[\frac{d-c}{2}s_{2i} + \frac{d+c}{2} \right] - \left[\frac{b+a}{2}r_{1j} + \frac{b+a}{2} \right]} \right] \\
 & -\sum_{i=2}^{N-1} W_{4i} G_4(s_{4i}) \frac{n-m}{2h_1} l_{33}(r_{1j}, s_{4i}) = 0, \quad (j=1, \dots, N-1) \quad (404)
 \end{aligned}$$

2.İntegral Denklem;

$$\begin{aligned}
 & -\sum_{i=1}^N W_{1i} G_1(s_{1i}) \frac{b-a}{2h_1} \left[l_{34}(r_{2j}, s_{1i}) + \frac{\kappa_1+1}{4} \frac{1}{\left[\frac{b-a}{2}s_{1i} + \frac{b+a}{2} \right] + \left[\frac{d-c}{2}r_{2j} + \frac{d+c}{2} \right]} \right] \\
 & -\sum_{i=1}^N W_{2i} G_2(s_{2i}) \frac{d-c}{2h_1} \left[l_{35}(r_{2j}, s_{2i}) + \frac{\kappa_1+1}{4} \frac{1}{\frac{d-c}{2}(s_{2i}-r_{2j})} \right] \\
 & -\sum_{i=2}^{N-1} W_{4i} G_4(s_{4i}) \frac{n-m}{2h_1} l_{36}(r_{2j}, s_{4i}) = 0, \quad (j=1, \dots, N-1) \quad (405)
 \end{aligned}$$

3.İntegral Denklem;

$$\begin{aligned}
 & -\sum_{i=1}^N W_{1i} G_1(s_{1i}) \frac{b-a}{2h_1} l_{37}(r_{4j}, s_{1i}) ds_3 - \sum_{i=1}^N W_{2i} G_2(s_{2i}) \frac{d-c}{2h_1} l_{38}(r_{4j}, s_{2i}) ds_3 \\
 & -\sum_{i=2}^{N-1} W_{4i} G_4(s_{4i}) \frac{n-m}{2h_1} \left[l_{39}^*(r_{4j}, s_{4i}) - \frac{4k}{e^{\beta_2 h_2}(\kappa_2+1) + (\kappa_1+1)} \frac{1}{\frac{n-m}{2h_1}(s_{4i}-r_{4j})} \right]
 \end{aligned}$$

$$= -\frac{1}{\lambda} \left(\frac{(e^{-\gamma_1 h_1} - 1)}{\gamma_1} + \frac{(e^{-\gamma_2 h_2} - 1)}{\gamma_2} \right), \quad (j=1, \dots, N-1) \quad (406)$$

Bu ifadelerde yer alan çekirdekler aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$K_{31}(x_1, t_1) = l_{31}(r_1, s_1) \quad (407)$$

$$K_{32}(x_1, t_2) = l_{32}(r_1, s_2) \quad (408)$$

$$K_{33}(x_1, t_4) = l_{33}(r_1, s_4) \quad (409)$$

$$K_{34}(x_2, t_1) = l_{34}(r_2, s_1) \quad (410)$$

$$K_{35}(x_2, t_2) = l_{35}(r_2, s_2) \quad (411)$$

$$K_{36}(x_2, t_4) = l_{36}(r_2, s_4) \quad (412)$$

$$K_{37}(x_4, t_1) = l_{37}(r_4, s_1) \quad (413)$$

$$K_{38}(x_4, t_2) = l_{38}(r_4, s_2) \quad (414)$$

$$K_{39}^*(x_4, t_4) = l_{39}^*(r_4, s_4) \quad (415)$$

Gauss-Chebyshev integrasyon formülleri probleme ait denge denklemleri ve tek değerlik şartlarında yerlerine yazıldığında aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$\sum_{i=1}^N \pi W_{1i} \frac{b-a}{2h_1} G_1(s_{1i}) = 1 \quad (416)$$

$$\sum_{i=1}^N \pi W_{2i} \frac{d-c}{2h_1} G_2(s_{2i}) = \frac{Q}{P} \quad (417)$$

$$\sum_{i=2}^{N-1} \pi W_{4i} \frac{n-m}{2h_1} G_4(s_{4i}) = 0 \quad (418)$$

(406)-(408) no.lu ifadelerde geçen diğer büyüklükler aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$W_1 = W_N = \frac{1}{2N-2} \quad (419)$$

$$W_i = \frac{1}{N-1} \quad (i=2, \dots, N-1) \quad (420)$$

$$s_{1i} = s_{2i} = \cos\left(\frac{i-1}{N-1}\pi\right) \quad (i=1, \dots, N) \quad (421)$$

$$s_{4i} = \cos\left(\frac{i-1}{N-1}\pi\right) \quad (i=2, \dots, N-1) \quad (422)$$

$$r_{1j} = r_{2j} = r_{4j} = \cos\left(\frac{2j-1}{2N-2}\pi\right) \quad (j=1, \dots, N-1) \quad (423)$$

Tüm bu işlemlerle $G_1(s_{1i}), G_2(s_{2i}), G_4(s_{4i})$, m ve n'nin bulunması için (404)-(406) no.lu integral denklemler ve (416)-(418) no.lu eşitliklerden biri kullanılarak 3N-2 bilinmeyenli 3N-2 denklemden oluşan bir denklem takımı elde edilmiş olur. $\lambda_{cr1} > \lambda > \lambda_{cr2}$ şartını sağlayan yük faktörü için m ve n değerleri seçilir. Seçilen m ve n değerleri için (416)-(418) şartlarından ikisi aynı anda sağlanmalıdır. Eğer sağlanmazlarsa (416)-(418) denklemlerden ikisini sağlayan uygun m ve n değerleri bulunana kadar işlemler tekrar edilir. Seçilen yük faktörü (λ) ile ayrılma yüzeyi harici temas bölgesindeki $\sigma_{y2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilme yayılımı elde edilir.

2.3.12. Alt FD Tabaka ile Rijit Düzlem Arasında Süreksiz Temas Olması Durumu İçin Ayrılmanın Belirlenmesi

FD tabakalar arasında süreksiz temas olması durumunda ayrılmanın belirlenmesi için aşağıdaki sınır şartı kullanılacaktır.

$$\frac{\partial}{\partial x}[v_2(x, -h_1 - h_2)] = \varphi^*(x), \quad (m < x < n) \quad (424)$$

Burada;

$$v_2^*(x, -h_1 - h_2) = \frac{\partial}{\partial x}[v_2(x, -h_1 - h_2)] = \int_m^x \varphi^*(t)dt, \quad (m < x < n) \quad (425)$$

olarak tanımlanıp boyutsuz büyüklükler yerlerine yazılırsa aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\frac{\mu_{20}}{P/h_1} v_2^*(x, -h_1 - h_2) = \frac{n-m}{2h_1} \int_{-1}^{r_4} \alpha_4(s_4) ds_4, \quad (-1 < r_4 < 1) \quad (426)$$

(437) no.lu denklemin indeksi +1 alınıp uygun Gauss-Chebyshev integrasyon formülleri yerlerine yazılırsa denklemin çözümü aşağıdaki gibi olur:

$$\frac{\mu_{20}}{P/h_1} v_2^*(x, -h_1 - h_2) = \frac{n-m}{2h_1} \sum_{i=2}^{m-1} W_{4i} G_4(s_{4i}), \quad (m=2, \dots, N-1) \quad (427)$$

2.4. Sonlu Elemanlar Yöntemi

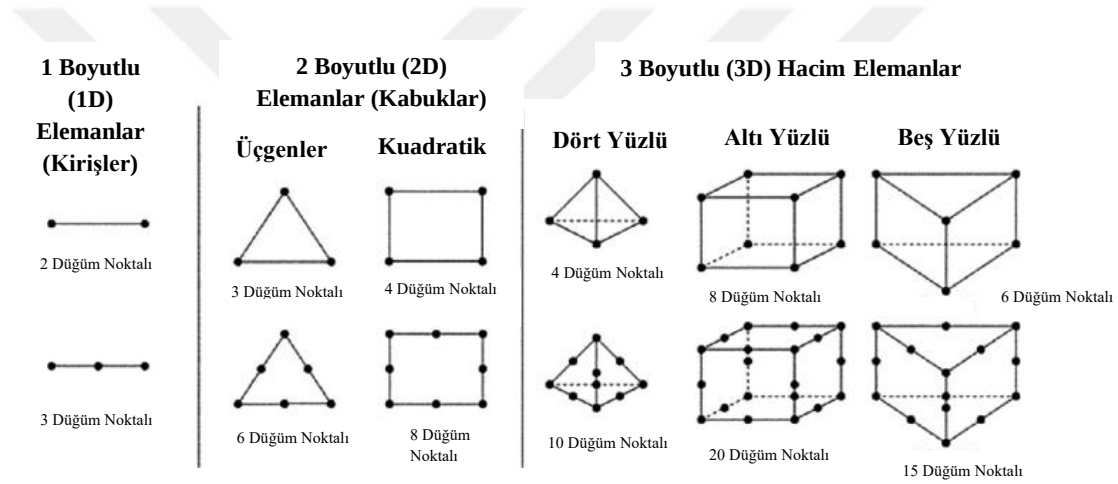
Sonlu elemanlar yöntemi, karmaşık mühendislik yapılarını daha basit alt yapılara ayırarak analiz etmeyi mümkün kılan sayısal bir çözümleme metodudur. Bu yöntem, parçadan bütüne gitme ilkesine dayanır. Ayrıca karmaşık geometriye, sınır koşullarına ve malzeme özelliklerine sahip sistemlerin çözümüne olanak sağlar. Sonlu elemanlarda genellikle çubuk, üçgen, dörtgen, tetrahedron ya da hexahedron gibi şekillere sahip iki veya üç boyutlu sistemin sınırlı bir alt bölgesidir. Sonlu elemanlar yönteminin ilk ve en yaygın uygulama alanı gerilme analizidir. Ancak sonraki süreçte ısı transferi, akışkanlar mekaniği, elektromanyetizma, piezoelektrik malzemeler ve biyomekanik gibi birçok farklı disiplinde de yaygınlaşmıştır.

Sonlu elemanlar yöntemi geniş bir yelpazedeki mühendislik problemlerinin sayısal çözümü için büyük bir araç haline gelmiş, bilgisayarların gelişmesiyle birlikte karmaşık problemler daha kolay modellenebilmiştir. Sonlu elemanlar metodu genel olarak, karmaşık yapının veya sürekli ortamın sonlu sayıda geometrik olarak basitleştirilmiş alt bölgelere ayırır. Bu elemanlar üzerinden oluşturulan yerel denklemler, uygun bir şekil fonksiyonu yardımıyla düğüm noktaları arasında ilişkilendirilir ve sistem genelini temsil eden küresel denklem sistemi oluşturulur. Bu denklem sistemi, sınır koşulları ve yükleme durumlarının modele uygulanmasıyla birlikte çözülerek fiziksel büyüklüklerin (yer değiştirme, gerilme, sıcaklık vb.) yaklaşık dağılımı elde edilir.

Yöntem ilk olarak 1943 yılında Richard Courant tarafından matematiksel bir yaklaşımla ortaya atılmıştır. Daha sonra Turner ve arkadaşları 1956 yılında havacılık mühendisliği uygulamalarını yapısal analizlere uyarlayarak sonlu elemanlar yöntemini mühendisliklerde kullanılabilir bir metot haline getirmişlerdir. Özellikle 1970'li yıllardan itibaren bilgisayar teknolojilerindeki gelişmelerle birlikte sonlu elemanlar yöntemi, büyük

boyutlu ve karmaşık yapıların çözümünde yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır. Günümüzde sonlu elemanlar yöntemi inşaat, makine, uçak, otomotiv, elektrik-eletronik, nükleer ve biyomedikal gibi birçok mühendislik alanında yer alan statik-dinamik gerilme analizlerinde, ısı transferi, akışkanlar mekaniği, elektromanyetik alan analizi ve piezoelektrik malzeme davranışlarının modellenmesi gibi uygulama alanlarında kullanılmaktadır.

Sonlu elemanlar yönteminde modellerin çözümü için problemlere uygun birçok eleman tipi kullanılmaktadır. Bir modelde sonlu eleman sayısı arttıkça sonuçlar, sistemin gerçek davranışına daha çok yakınsamaktadır. Yöntemde kullanılan eleman tiplerinin bazıları aşağıdaki şekilde verilmiştir.

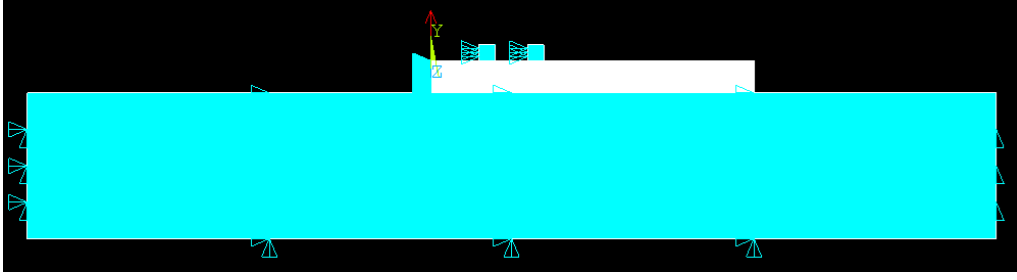


Şekil 4. Çeşitli sonlu eleman tipleri

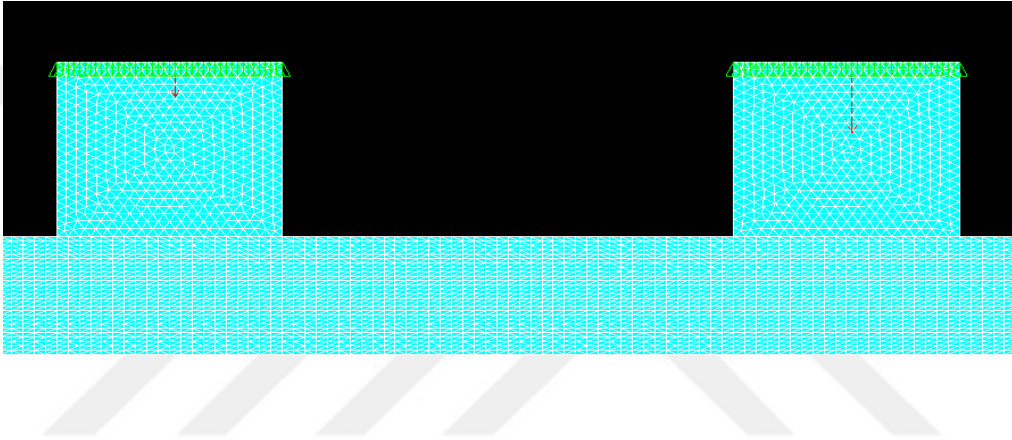
İlerleyen teknoloji ile birlikte sonlu elemanlar yöntemini esas alan birçok paket program geliştirilmiştir. Mühendislikte kullanılanlardan birkaçı ANSYS, NASTRAN, ABAQUS, LS-DYNA (ANSYS/LS-DYNA), PAM-STAMP'dır. Bu çalışma kapsamında problemin çözümü için kullanılan paket program ANSYS programının MECHANICAL APDL versiyonudur. Bu program model üzerinde analiz yapılırken, en yüksek von Mises gerilmelerinin elde edilmesine izin verdiği gibi, gerilmelerin yoğunlaşmasını, bulunduğu yerleri ve sebep olduğu yer değişimlerinin grafiksel olarak gösterilmesini de sağlamaktadır. (Güler ve Şen 2015).

2.4.1. Sonlu Elemanlar Yöntemiyle Problemin Çözümü

Problemin çözümünde izlenen yol sırayla; problemin geometrisinin oluşturulması, eleman ve malzeme özelliklerinin tanımlanması, eleman ve malzeme özelliklerinin atanması, sonlu elemanlara ayırma (mesh işlemi), analiz tipi ve mesnet koşullarının tanımlanması, yüklerin tanımlanması ve analiz sonuçlarının analitik sonuçlarla kıyaslanması şeklindedir. İlk olarak problemde kullanılacak birim sistemi SI olarak belirlenir. FD tabakaların ve rijit düzlemin geometrisi Preprocessor>Modeling>Create>Areas kısmından yapılır. Eleman ve malzeme özellikleri tanımlanırken iki boyutlu analizlerde kullanılabilen PLANE183 isimli eleman tipi kullanılmıştır. Tabakaların malzeme özellikleri tanımlanırken her tabaka yüz eş tabakaya bölünmüş ve bu parçaların elastisite modülü ve yoğunlukları sırasıyla $E = 2(1+\nu)\mu e^{\beta y}$ ve $\rho(y) = \rho e^{\gamma y}$ ifadeleri yardımıyla bulunmuştur. Tabakaların malzeme özellikleri tanımlanıp atandıktan sonra sonlu elemanlara bölme işlemi yapılmıştır ve bu işlem yapılırken sonuçların elde edilmesine büyük kolaylık sağlayacak serbest mesh (Free Triangular Mesh) kullanılmıştır. Problem sonlu elemanlara ayrıldıktan sonra mesnet koşulları gerekli yüzeylere, sınır şartlarına uygun olarak atanmıştır. Blokların üzerindeki yüzeyde düşey yer değiştirmelerin birbirine bağlanması için Coupling işlemi uygulanmıştır. Bu işlemden sonra rijit bloklar ve üst tarafta bulunan fonksiyonel derecelendirilmiş tabaka arasında, FD tabakalar arasında ve alt kısımda bulunan FD tabaka ile rijit düzlem arasında temas çiftleri tanımlanmıştır. Temas çiftleri tanımlanırken hedef yüzeyde TARGE169, temas yüzeyinde de CONTA172 elemanları kullanılmıştır. Bu bölümde önemli olan nokta Pick Target butonu tıklandığında hedef yüzey belirlenirken elastisite modülünün büyük olan elemanın temas çizgisinin seçilmesi, Pick Contact butonu tıklandığında temas yüzeyi belirlenirken ise elastisite modülü küçük olan elemanın temas ettiği çizginin seçilmesidir. Ayrıca temas çifti atanırken sonuçların yakınsama problemini engelleyecek uygun temas algoritması Augmented Lagrange Metodu olarak seçilmelidir. Bu bölümden sonra probleme özgün yükleme durumları tanımlanmış ve problemin analizi yapılmıştır.



Şekil 5. Problemin ANSYS Modeli



Şekil 6. Modelin Serbest Üçgen Ağlara Bölünmesi

3.BULGULAR VE İRDELEME

3.1. Sürekli Temas Durumu için Bulgular

Bu bölümde rijit düzleme oturan fonksiyonel derecelendirilmiş iki tabakanın sürekli temas problemine ilişkin sonuçlar elde edilmiştir. FD tabakaların rijitlik parametrelerinin ($\beta_1 h_1$, $\beta_2 h_1$), kayma modülleri oranının (μ_{20}/μ_{1-h1}), tabaka kalınlıklarının oranının (h_1/h), II. blok genişliğinin ($(d-c)/h_1$), yük oranının (Q/P) ve bloklar arası mesafenin ($(c-b)/h_1$) değişimine göre temas gerilmeleri, ilk ayrılma yükleri ve ilk ayrılma mesafeleri tablo ve grafikler yardımıyla verilmiştir.

Şekil 7’de Q/P oranının değişimine göre blok altlarında oluşan temas gerilmeleri elde edilmiştir. Q/P oranı arttıkça soldaki blok altında oluşan gerilmelerde çok fazla bir değişiklik olmamasına rağmen sağdaki blok altında oluşan gerilmelerde artış meydana gelmiştir. Bunun sebebi soldaki blok için P arttırılsa bile $p(x)/P/h_1$ ifadesinde boyutsuzlaştırma P ile yapıldığı için ve pay ile payda aynı oranda artacağından I.blok altındaki temas gerilmesinde çok fazla bir değişiklik olmamıştır. Ayrıca her iki blok için blok kenarlarındaki gerilmelerin sonsuza gittiği görülmektedir.

Şekil 8’de üst FD tabakanın rijitlik parametresinin değişimine göre bloklar altında oluşan temas gerilmeleri verilmiştir. $\beta_1 h_1$ değerinin negatif olması rijitliğin üst FD tabakanın derinliği boyunca arttığını, pozitif olması ise üst FD tabakanın derinliği boyunca tabaka rijitliğinin azaldığını ifade etmektedir. Üst FD tabakanın derinlik boyunca rijitliği arttıkça yani $\beta_1 h_1$ değeri azaldıkça blokların kenarlarında oluşan temas gerilmeleri azalmış, blokların ortalarında oluşan temas gerilmeleri artmıştır.

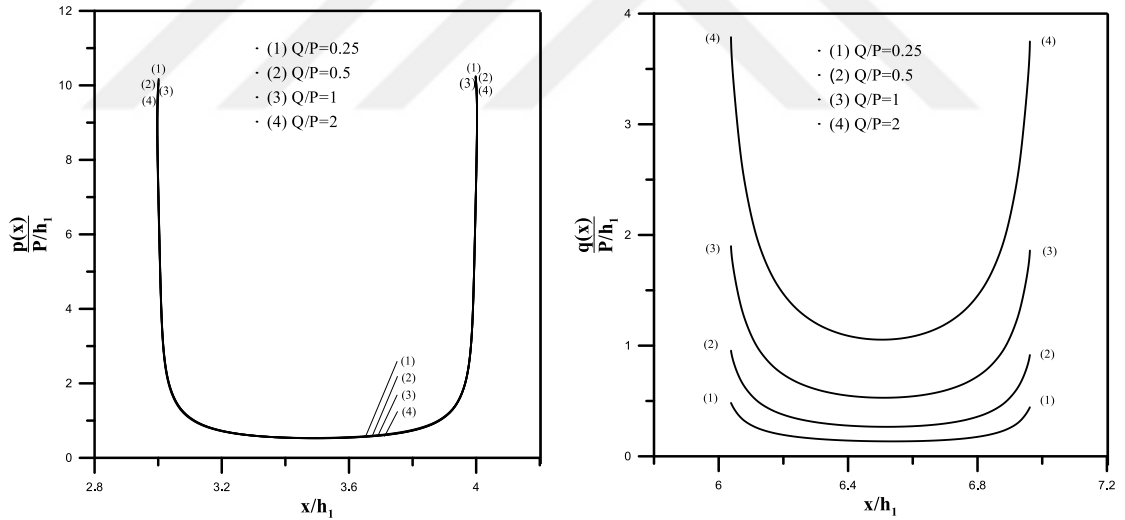
Şekil 9’da alt FD tabakanın rijitlik parametresinin değişimine göre bloklar altında oluşan temas gerilmeleri verilmiştir. $\beta_2 h_1$ değerinin negatif olması rijitliğin alt FD tabakanın derinliği boyunca arttığını, pozitif olması ise alt FD tabakanın derinliği boyunca tabaka rijitliğinin azaldığını ifade etmektedir. Alt FD tabakanın derinlik boyunca rijitliği arttıkça yani $\beta_2 h_1$ değeri azaldıkça blokların kenarlarında oluşan temas gerilmelerinde az da olsa azalma, blokların ortalarında oluşan temas gerilmelerinde artış meydana gelmiştir.

Şekil 10’da FD tabakaların kayma modülleri oranının değişimine göre blokların altlarında oluşan temas gerilmeleri verilmiştir. μ_{20}/μ_{1-h1} oranı arttıkça yani alt FD tabakanın

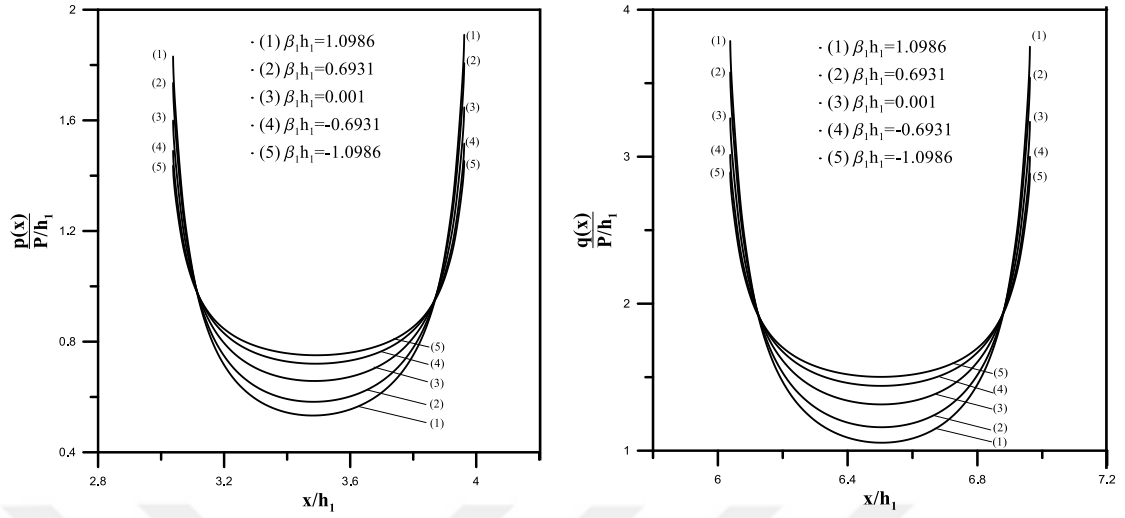
üst yüzeyi üst FD tabakanın alt yüzeyinden daha rijit hale geldikçe I. blokun sol ucundaki temas gerilmeleri azalırken sağ ucundaki temas gerilmelerinde artıştır. Ayrıca bu oran arttıkça II. blokun her iki ucunda temas gerilmelerinde azalma görülmüştür. Buna ek olarak kayma modülü oranı arttıkça blokların ortalarında meydana gelen temas gerilmelerinde az da olsa artış meydana gelmiştir.

Şekil 11’de II. blokun genişliğinin değişimine göre blok altlarında meydana gelen temas gerilmeleri verilmiştir. Sağdaki blok genişliği arttıkça I. blok altında meydana gelen temas gerilmelerinde çok küçük bir azalma meydana gelmişken II. blok altında meydana gelen temas gerilmelerinde kayda değer ölçüde azalma meydana gelmiştir.

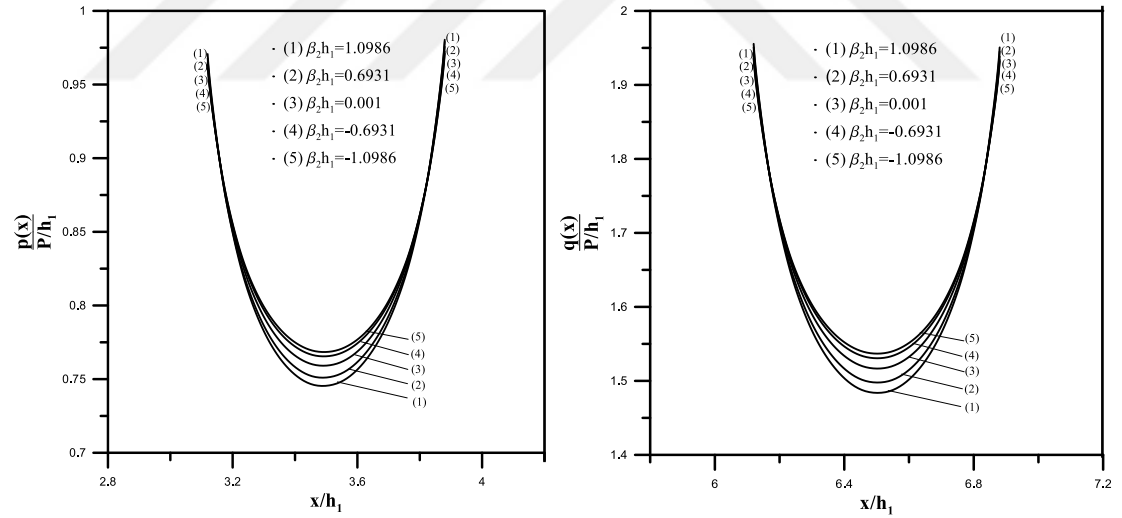
Şekil 12’de bloklar arası mesafenin değişimine göre blokların altında meydana gelen temas gerilmelerinin dağılımı verilmiştir. Bloklar arası mesafe açıldıkça blokların birbirine en uzak kesitlerinde ve blok ortalarında meydana gelen temas gerilmeleri azalmış, blokların birbirine en yakın kesitlerinde meydana gelen temas gerilmeleri artmıştır.



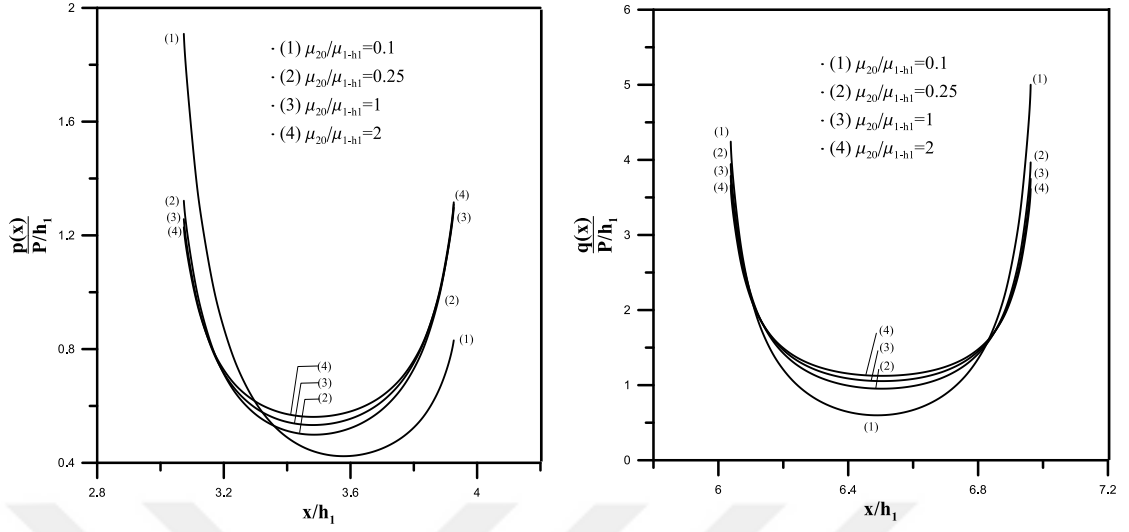
Şekil 7. Q/P oranının değişimine göre temas gerilmeleri dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, (b-a)/ $h_1=1$, (d-c)/ $h_1=1$, (c-b)/ $h_1=2$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)



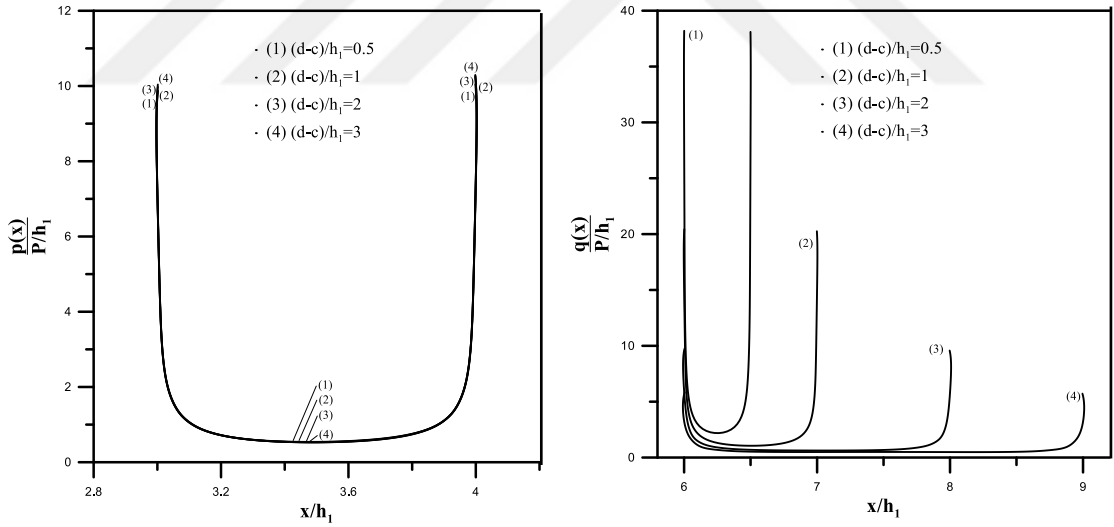
Şekil 8. $\beta_1 h_1$ rijitlik parametresinin değişimine göre temas gerilmeleri dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)



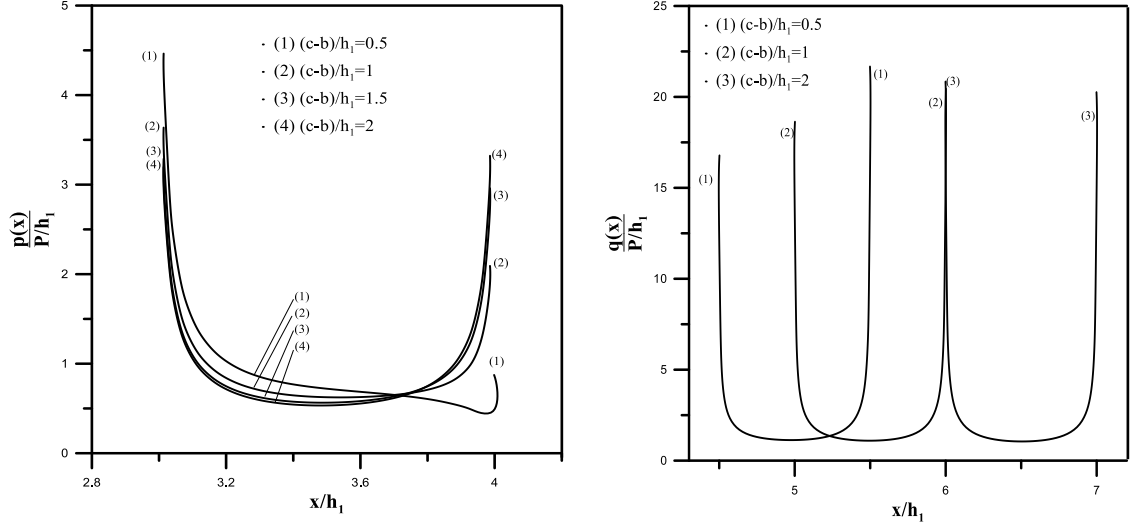
Şekil 9. $\beta_2 h_1$ rijitlik parametresinin değişimine göre temas gerilmeleri dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)



Şekil 10. FD tabakaların kayma modülleri oranının μ_{20}/μ_{1-h1} değişimine göre temas gerilmeleri dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)



Şekil 11. II. blokun genişliğinin değişimine göre temas gerilmeleri dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $Q=2P$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)



Şekil 12. Bloklar arası mesafenin değişimine göre temas gerilmeleri dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_1=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)

Şekil 13'te üst FD tabakanın rijitlik parametresinin değişimine göre I. blokun solundaki kesitte boyutsuz $\sigma_y(x,y)/P/h_1$ gerilmesi dağılışı verilmiştir. Sınır şartları ele alındığında, üst FD tabakanın üst yüzeyindeki gerilmelerin sıfır olması şartı ve $y=-h_1$ de yani FD tabakaların temas yüzeylerinde meydana gelen σ_y gerilmelerinin birbirine eşit olması şartı vardır. Şekil 13 incelendiğinde bu sınır şartlarının sağlandığı görülmektedir. Üst FD tabakaya ait rijitlik parametresi azaldıkça yani üst FD tabakanın rijitliği tabakanın derinliği boyunca arttıkça boyutsuz $\sigma_y(x,y)/P/h_1$ gerilmelerinde artış görülmüştür.

Şekil 14'de üst FD tabakanın rijitlik parametresinin değişimine göre I. blokun ortasına gelen kesitte meydana gelen boyutsuz $\sigma_y(x,y)/P/h_1$ gerilmeleri incelenmiştir. Üst FD tabakanın rijitliği tabaka derinliği boyunca arttıkça blokun ortasındaki kesitte meydana gelen boyutsuz $\sigma_y(x,y)/P/h_1$ gerilmelerinde artış gözlemlenmiştir.

Şekil 15'te alt FD tabakanın rijitlik parametresinin değişimine göre elde edilen I. blokun solundaki kesite ait boyutsuz $\sigma_y(x,y)/P/h_1$ gerilmeleri incelenmiştir. Alt FD tabakanın derinlik boyunca rijitlik parametresi azaldıkça yani tabaka derinliği boyunca rijitlik arttıkça boyutsuz $\sigma_y(x,y)/P/h_1$ gerilmelerinde azalma meydana gelmiştir.

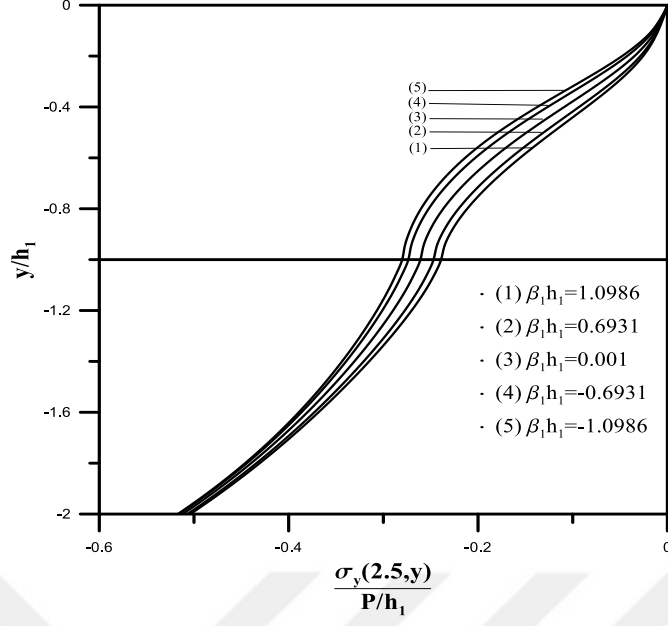
Şekil 16'da alt FD tabakanın rijitlik parametresinin değişimine göre I. blokun ortasındaki kesitte meydana gelen $\sigma_y(x,y)/P/h_1$ boyutsuz gerilmeleri incelenmiştir. Alt

tabakanın derinlik boyunca rijitlik parametresi azaldıkça yani alt tabakanın derinlik boyunca rijitliği arttıkça $\sigma_y(x,y)/P/h_1$ boyutsuz gerilmelerinde artış meydana gelmiştir.

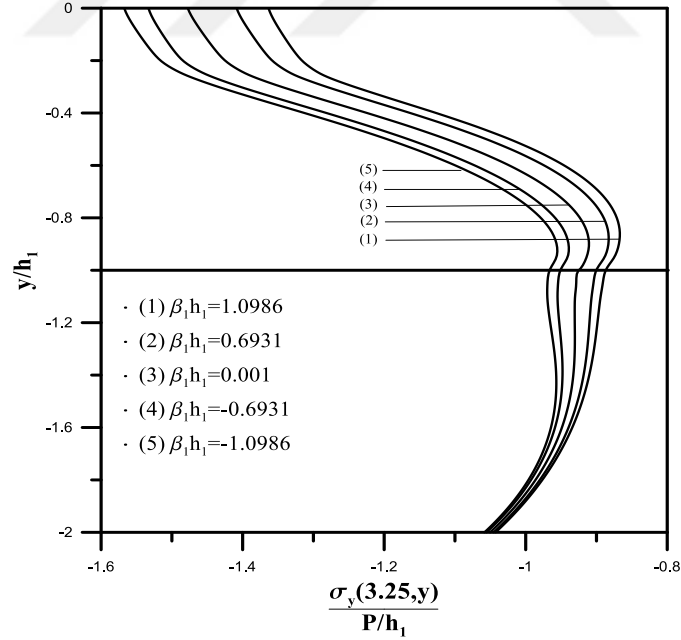
Şekil 17’de II. blokun genişliğinin değişimine göre blokların arasındaki orta kesitte meydana gelen $\sigma_y(x,y)/P/h_1$ gerilmeleri incelenmiştir. Beklenildiği gibi blok genişliği arttıkça $\sigma_y(x,y)/P/h_1$ gerilmelerinde azalma meydana gelmiştir.

Şekil 18’de üst FD tabakanın yoğunluk parametresinin değişimine göre blokların arasındaki orta kesitte meydana gelen $\sigma_y(x,y)/P/h_1$ gerilmeleri ve Şekil 19’da I. blokun ortasındaki kesitte meydana gelen $\sigma_y(x,y)/P/h_1$ gerilmeleri incelenmiştir. Üst FD tabakanın yoğunluk parametresi azaldıkça yani üst FD tabakanın ağırlığı tabaka derinliği boyunca arttıkça bloklar arasındaki kesitte ve soldaki blokun ortasındaki kesitte meydana gelen $\sigma_y(x,y)/P/h_1$ gerilmelerinde artış gözlemlenmiştir.

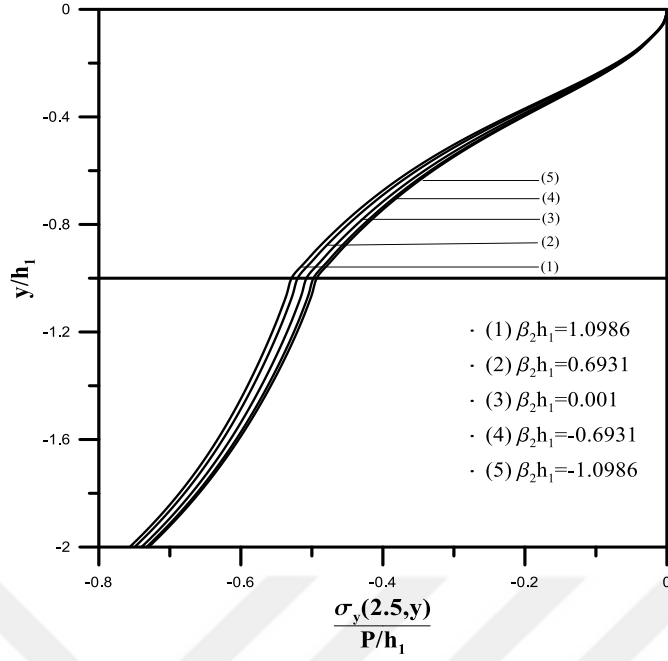
Şekil 20’de alt FD tabakanın yoğunluk parametresinin değişimine göre I. blokun ortasındaki kesitte meydana gelen $\sigma_y(x,y)/P/h_1$ gerilmeleri ve Şekil 21’de blokların arasındaki orta kesitte meydana gelen $\sigma_y(x,y)/P/h_1$ gerilmeleri incelenmiştir. Alt FD tabakanın yoğunluk parametresi azaldıkça yani alt FD tabakanın ağırlığı tabaka derinliği boyunca arttıkça üst FD tabakada her iki durumda $\sigma_y(x,y)/P/h_1$ gerilmelerinde bir değişiklik olmadığı alt FD tabakada ise her iki durumda $\sigma_y(x,y)/P/h_1$ gerilmelerinde artış meydana geldiği gözlemlenmiştir.



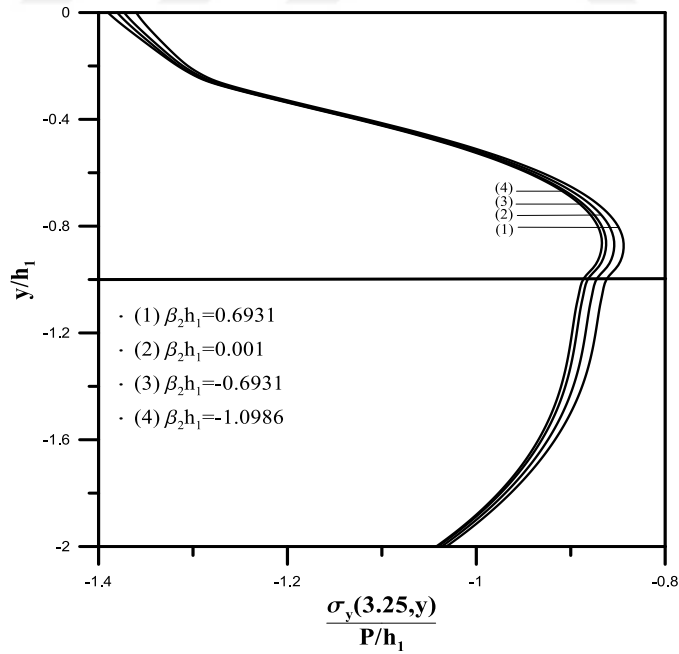
Şekil 13. Üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre I. blokun solundaki kesitte meydana gelen $\sigma_y(2.5,y)/P/h_1$ gerilmelerinin FD tabakaların derinlikleri boyunca dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_2 h_1=-1.0986$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$)



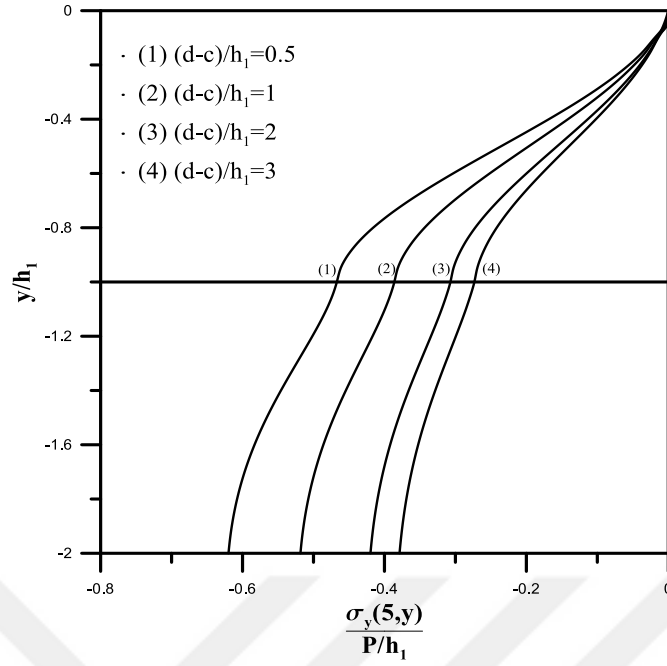
Şekil 14. Üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre I. blokun ortasındaki kesitte meydana gelen $\sigma_y(3.5,y)/P/h_1$ gerilmelerinin FD tabakaların derinlikleri boyunca dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=0.5$, $(c-b)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_2 h_1=-1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$)



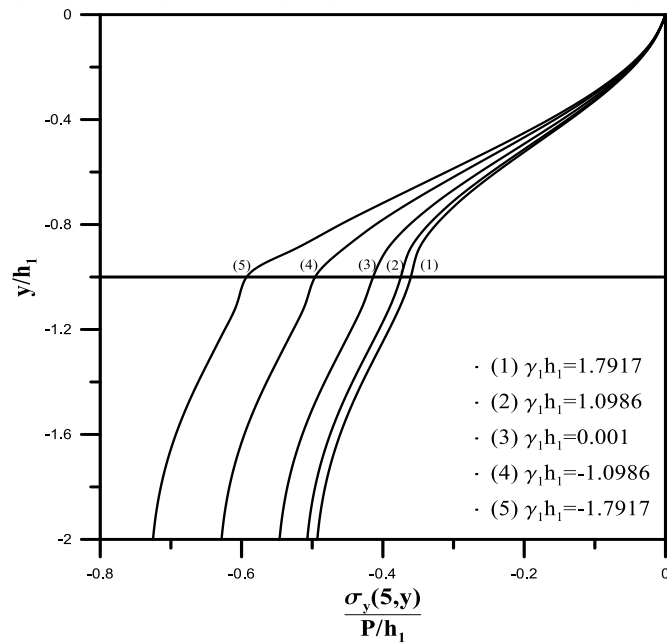
Şekil 15. Alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre soldaki blokun solundaki kesitte meydana gelen $\sigma_y(2.5,y)/P/h_1$ gerilmelerinin FD tabakaların derinlikleri boyunca dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=0.5$, $(c-b)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$)



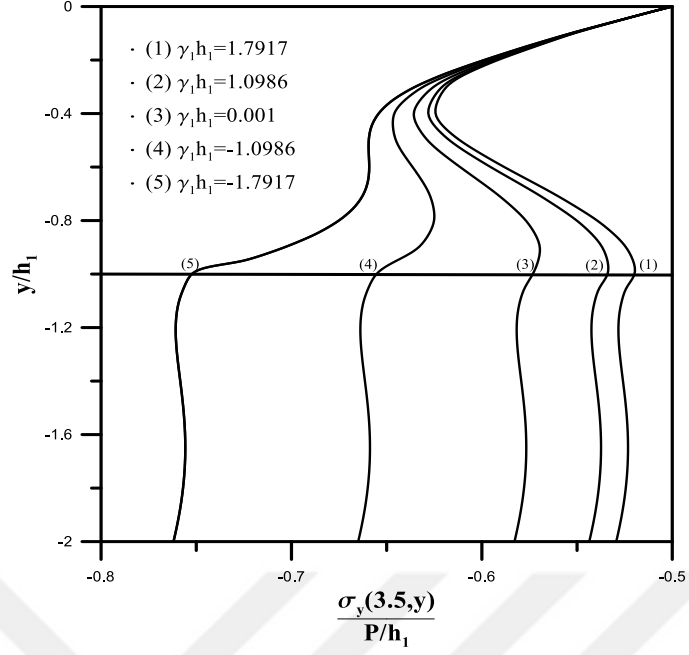
Şekil 16. Alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre soldaki blokun ortasındaki kesitte meydana gelen $\sigma_y(3.25,y)/P/h_1$ gerilmelerinin FD tabakaların derinlikleri boyunca dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=0.5$, $(c-b)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$)



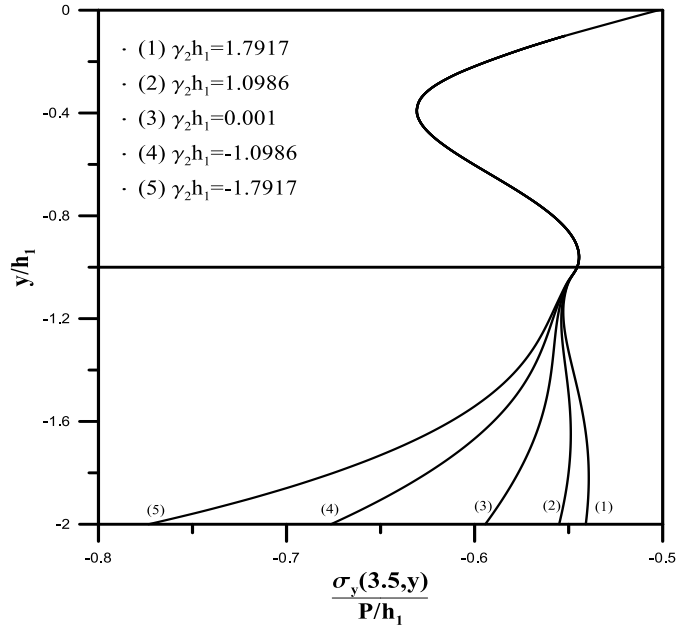
Şekil 17. II. blokun genişliğinin değişimine göre blokların arasının ortasındaki kesitte meydana gelen $\sigma_y(5,y)/P/h_1$ gerilmelerinin FD tabakaların derinlikleri boyunca dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=0.6931$, $\beta_2 h_1=1.0986$, $\gamma_1=0.6931$, $\gamma_2=1.0986$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$)



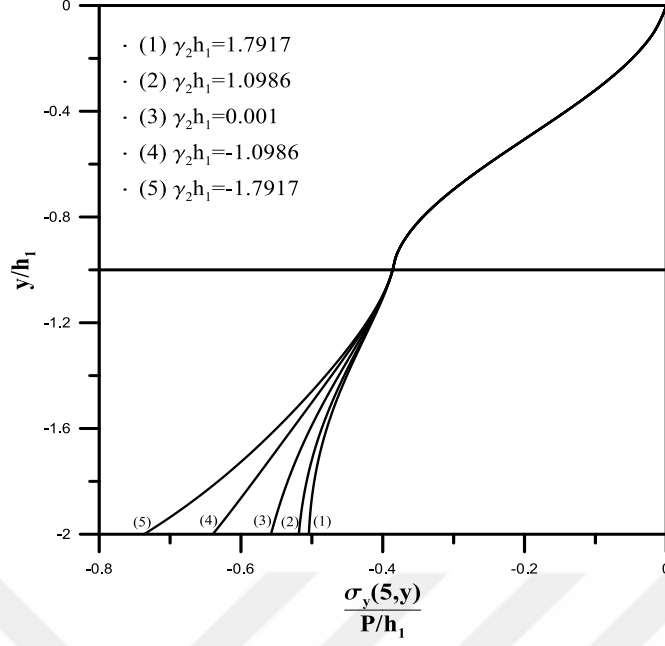
Şekil 18. Üst FD tabakanın yoğunluk parametresinin ($\gamma_1 h_1$) değişimine göre blokların arasının ortasındaki kesitte meydana gelen $\sigma_y(5,y)/P/h_1$ gerilmelerinin FD tabakaların derinlikleri boyunca dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=0.6931$, $\beta_2 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=1.0986$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$)



Şekil 19. Üst FD tabakanın yoğunluk parametresinin ($\gamma_1 h_1$) değişimine göre I. blokun ortasındaki kesitte meydana gelen $\sigma_y(3.5,y)/P/h_1$ gerilmelerinin FD tabakaların derinlikleri boyunca dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=0.6931$, $\beta_2 h_1=1.0986$, $\gamma_2=1.0986$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$)



Şekil 20. Alt FD tabakanın yoğunluk parametresinin ($\gamma_2 h_1$) değişimine göre I. blokun ortasındaki kesitte meydana gelen $\sigma_y(3.5,y)/P/h_1$ gerilmelerinin FD tabakaların derinlikleri boyunca dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=0.6931$, $\beta_2 h_1=1.0986$, $\gamma_1=0.6931$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$)



Şekil 21. Alt FD tabakanın yoğunluk parametresinin ($\gamma_2 h_1$) değişimine göre blokların arasındaki orta kesitte meydana gelen $\sigma_y(5,y)/P/h_1$ gerilmelerinin FD tabakaların derinlikleri boyunca dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=0.6931$, $\beta_2 h_1=1.0986$, $\gamma_1=0.6931$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$)

Şekil 22’ de üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen boyutsuz $\sigma_{y1}(x,-h_1)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılışı, Şekil 23’ te aynı parametreye bağlı olarak alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen boyutsuz $\sigma_{y2}(x,-h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılışı verilmiştir. Tablo 1a’da üst FD tabakanın rijitlik parametresinin değişimine göre tabakalar arasında ayrılmayı meydana getiren ilk yük ve ilk ayrılma mesafeleri, Tablo 1b’de de aynı parametreye bağlı olarak alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında ayrılmayı meydana getiren ilk yük ve ilk ayrılma mesafeleri verilmiştir. Veriler incelendiğinde II. bloka yakın yerlerde ayrılmayı başlatan yük I. bloka yakın yerlerde ayrılmayı başlatan yükün neredeyse yarısı kadardır. Bu sebeple ilk ayrılma II. bloka yakın yerlerde meydana gelir. Bloklar arasındaki bölgede ayrılma meydana gelme ihtimali ise daha düşüktür. Üst FD tabakanın rijitliği kendi derinliği boyunca arttıkça yani $\beta_1 h_1$ değeri azaldıkça tabakalar arası ve alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen ilk ayrılmalar II. bloktan gittikçe daha yakın bir noktada ortaya çıkarken benzer şekilde I. blok yakınlarında oluşan ayrılmalar I. bloka daha yakın noktalarda meydana gelmiştir. Ayrıca her iki ayrılma durumu için üst FD tabakanın rijitliği kendi derinliği boyunca arttıkça ilk ayrılma yüklerinde ve gerilmelerde artış meydana gelmiştir. Tablo 1c.’de yine bu parametreye bağlı

olarak elde edilen ilk ayrılma yükleri ve ilk ayrılma mesafeleri literatürde yer alan bir çalışma ile kıyaslanmıştır. Alt FD tabakanın rijitlik ve yoğunluk parametreleri sıfır olduğunda yani $\beta_2 h_1 = 0.001$ ve $\gamma_2 h_1 = 0.001$ olduğunda alt FD tabaka, homojen tabaka gibi varsayılabilir. Bu durum göz önüne alınarak çalışmalar kıyaslandığında sonuçların birbirine oldukça yakın olduğu görülmüştür.

Şekil 24' te alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen boyutsuz $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılışı, Şekil 25' de aynı parametreye bağlı olarak alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen boyutsuz $\sigma_{y2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılışı verilmiştir. Tablo 2a'da üst FD tabakanın rijitlik parametresinin değişimine göre tabakalar arasında ayrılmayı meydana getiren ilk yük ve ilk ayrılma mesafeleri, Tablo 2b'de aynı parametreye bağlı olarak alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında ayrılmayı meydana getiren ilk yük ve ilk ayrılma mesafeleri verilmiştir. Alt tabakanın rijitliği kendi derinliği boyunca arttıkça yani $\beta_2 h_1$ değeri azaldıkça alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında ayrılmayı başlatan ilk yüklerde artış görülürken tabakalar arasında ayrılmayı başlatan ilk yüklerde azalma görülmüştür. Her iki durum için gerilmelerde artış meydana gelmiştir. Ayrıca alt tabakanın rijitliği arttıkça ilk ayrılmalar II. blok kenarına daha yakın noktalarda görülmüştür.

Şekil 26' da bloklar arası mesafenin değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen boyutsuz $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılışı, Şekil 27' de aynı parametreye bağlı olarak alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen boyutsuz $\sigma_{y2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılışı verilmiştir. Tablo 3a'da bloklar arası mesafenin değişimine göre tabakalar arasında ayrılmayı meydana getiren ilk yük ve ilk ayrılma mesafeleri, Tablo 3b'de aynı parametreye bağlı olarak alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında ayrılmayı meydana getiren ilk yük ve ilk ayrılma mesafeleri verilmiştir. Bloklar arası mesafe arttıkça ilk ayrılma mesafeleri ve ilk ayrılma noktasının II. blok kenarına olan uzaklığı da az da olsa artmıştır. Ayrıca ilk ayrılma yüklerinde artış görülmüştür. Tablo 3c.'de bu parametreye bağlı olarak elde edilen ilk ayrılma yükleri ve ilk ayrılma mesafeleri literatürde yer alan bir çalışma ile kıyaslanmış ve sonuçların birbiriyle uyumlu olduğu görülmüştür.

Şekil 28' de II. blokun genişliğinin değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen boyutsuz $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılışı, Şekil 29' da aynı parametreye bağlı olarak alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen boyutsuz $\sigma_{y2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılışı verilmiştir. Tablo 4a'da blok genişliklerinin değişimine göre

tabakalar arasında ayrılmayı meydana getiren ilk yük ve ilk ayrılma mesafeleri, Tablo 4b’de aynı parametreye bağlı olarak alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında ayrılmayı meydana getiren ilk yük ve ilk ayrılma mesafeleri verilmiştir. II. blokun genişliği arttıkça, x_{cr} beklenildiği gibi artmış ancak ayrılma noktası II. blokun kenarına az da olsa yaklaşmıştır. Ayrıca blok genişliği arttıkça gerilmelerde azalma, ilk ayrılma yüklerinde artış gözlemlenmiştir.

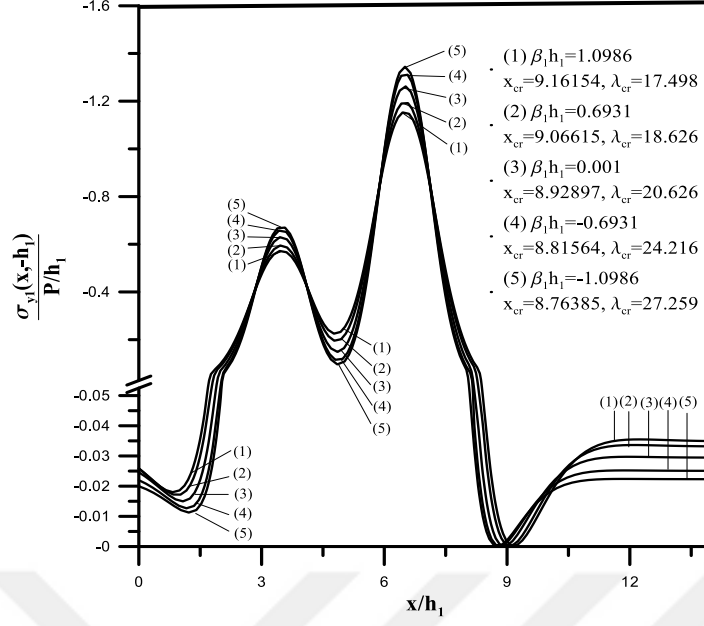
Şekil 30’ da tabakaların kayma modülleri oranının (μ_{20}/μ_{1-h1}) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen boyutsuz $\sigma_{y1}(x,-h_1)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılışı, Şekil 31’ de aynı parametreye bağlı olarak alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen boyutsuz $\sigma_{y2}(x,-h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılışı verilmiştir. Tablo 5a’da kayma modülleri oranının değişimine göre tabakalar arasında ayrılmayı meydana getiren ilk yük ve ilk ayrılma mesafeleri, Tablo 5b’de aynı parametreye bağlı olarak alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında ayrılmayı meydana getiren ilk yük ve ilk ayrılma mesafeleri verilmiştir. μ_{20}/μ_{1-h1} oranı arttıkça ilk ayrılmalar bloklara daha yakın noktalarda meydana gelmiştir. Ayrıca μ_{20}/μ_{1-h1} oranı arttıkça maksimum gerilmelerde artış, ilk ayrılma yüklerinde azalma gözlemlenmiştir. Tablo 5c.’de bu parametreye bağlı olarak elde edilen ilk ayrılma yükleri ve ilk ayrılma mesafeleri literatürde yer alan bir çalışma ile kıyaslanmıştır. Alt FD tabakanın yoğunluk ve rijitlik parametrelerini sıfır alıp alt FD tabakanın yüksekliği yeterince arttırıldığında alt tabaka homojen yarım düzlem gibi varsayılabilir. Bu koşul göz önüne alınarak çalışmalar kıyaslandığında sonuçların birbiriyle oldukça yakın olduğu görülmektedir.

Şekil 32’ de tabakaların yüksekliklerinin oranının (h_1/h) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen boyutsuz $\sigma_{y1}(x,-h_1)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılışı, Şekil 33’ te aynı parametreye bağlı olarak alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen boyutsuz $\sigma_{y2}(x,-h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılışı verilmiştir. Tablo 6a’da h_1/h oranının değişimine göre tabakalar arasında ayrılmayı meydana getiren ilk yük ve ilk ayrılma mesafeleri, Tablo 6b’de aynı parametreye bağlı olarak alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında ayrılmayı meydana getiren ilk yük ve ilk ayrılma mesafeleri verilmiştir. Bu parametreye göre ilk ayrılma mesafelerine, ilk ayrılma yüklerine ve gerilmelere bakılırken boyutsuzlaştırmalar h_1 ile yapıldığı için $h_1=1$ olarak alınmış ve h_2 ’nin değeri değiştirilmiştir. h_1/h oranı arttıkça yani h_2 ’nin değeri azaldıkça ayrılmalar bloklara daha yakın noktalarda meydana gelmekte ve ilk ayrılma yüklerinde azalma görülmüştür. Tablo 6c.’de bu parametreye bağlı olarak elde

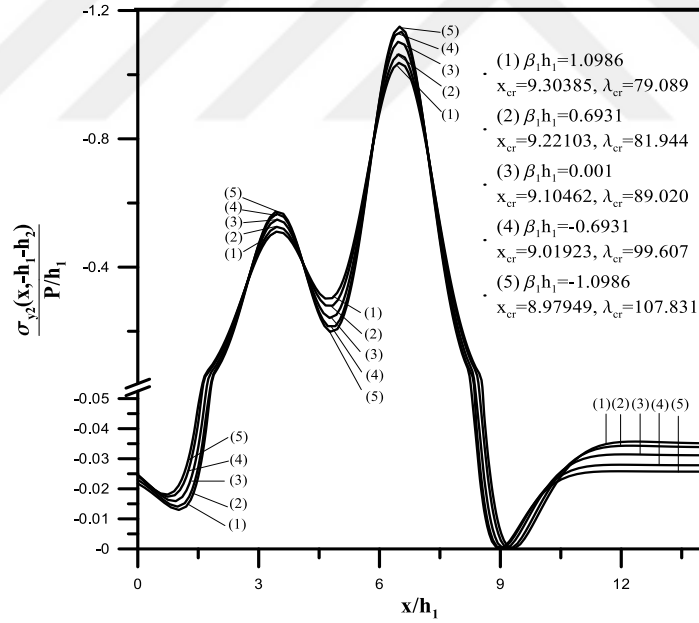
edilen ilk ayrılma yükleri ve ilk ayrılma mesafeleri literatürde yer alan bir çalışma ile kıyaslanmış sonuçların oldukça uyumlu olduğu görülmüştür.

Şekil 34’ te üst FD tabakanın yoğunluk parametresi ($\gamma_1 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen boyutsuz $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılışı, Şekil 35’ te aynı parametreye bağlı olarak alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen boyutsuz $\sigma_{y2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılışı verilmiştir. Tablo 7a’da $\gamma_1 h_1$ değerinin değişimine göre tabakalar arasında ayrılmayı meydana getiren ilk yük ve ilk ayrılma mesafeleri, Tablo 7b’de aynı parametreye bağlı olarak alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında ayrılmayı meydana getiren ilk yük ve ilk ayrılma mesafeleri verilmiştir. Üst FD tabakanın yoğunluğu kendi derinliği boyunca arttıkça yani yoğunluk parametresi $\gamma_1 h_1$ azaldıkça gerilmelerde meydana gelen artış ihmal edilecek düzeydedir. Ayrıca $\gamma_1 h_1$ değeri azaldıkça ilk ayrılma yükünde artış meydana gelmesine rağmen ilk ayrılma mesafeleri sabit kalmıştır. Tablo 7c.’de bu parametreye bağlı olarak elde edilen ilk ayrılma yükleri ve ilk ayrılma mesafeleri literatürde yer alan bir çalışma ile kıyaslanmış sonuçların oldukça uyumlu olduğu görülmüştür.

Şekil 36’ da alt FD tabakanın yoğunluk parametresi ($\gamma_2 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen boyutsuz $\sigma_{y2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılışı verilmiştir. Tablo 8a’da $\gamma_2 h_1$ değerinin değişimine göre tabakalar arasında ayrılmayı meydana getiren ilk yük ve ilk ayrılma mesafeleri, Tablo 8b’de aynı parametreye bağlı olarak alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında ayrılmayı meydana getiren ilk yük ve ilk ayrılma mesafeleri verilmiştir. Alt FD tabakanın yoğunluğu kendi derinliği boyunca arttıkça yani yoğunluk parametresi $\gamma_2 h_1$ azaldıkça gerilmelerde ufak da olsa artış meydana gelmiştir. Ayrıca $\gamma_2 h_1$ değeri azaldıkça ilk ayrılma yükünde artış meydana gelmiş ve ilk ayrılma mesafeleri sabit kalmıştır. Alt FD tabakanın yoğunluğu kendi derinliği boyunca arttıkça yani yoğunluk parametresi $\gamma_2 h_1$ azaldıkça tabakalar arasındaki gerilmelerde meydana gelen artış ihmal edilecek düzeydedir.



Şekil 22. Üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$)



Şekil 23. Üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $Q=2P$, $h_1=h_2$)

Tablo 1a. $\beta_1 h_1$ rijitlik parametresinin değişimine göre FD tabakalar arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)

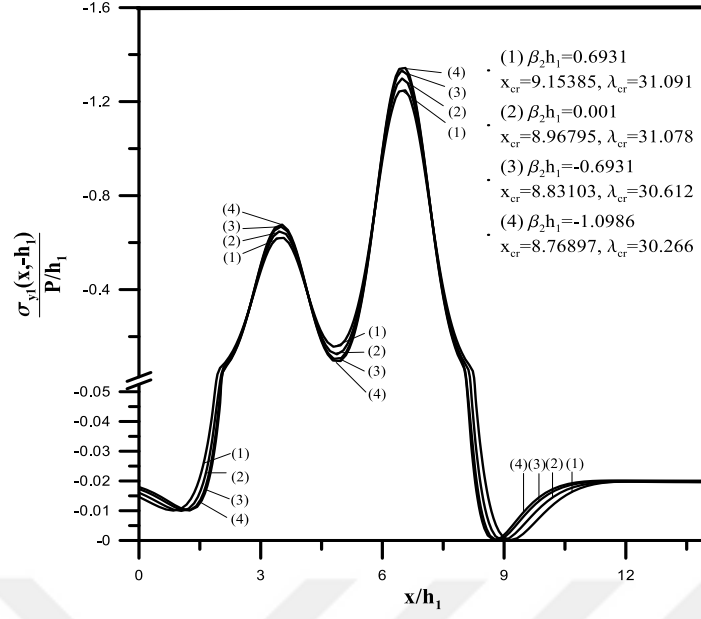
$\beta_1 h_1$	x_{crsol}/h_1	λ_{crsol}	$x_{crsağ}/h_1$	$\lambda_{crsağ}$
1.0986	0.84692	35.967	9.16154	17.498
0.6931	0.93923	37.605	9.06615	18.384
0.001	1.07641	41.871	8.92897	20.626
-0.6931	1.18718	48.861	8.81564	24.216
-1.0986	1.23897	54.857	8.76385	27.259

Tablo 1b. $\beta_1 h_1$ rijitlik parametresinin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)

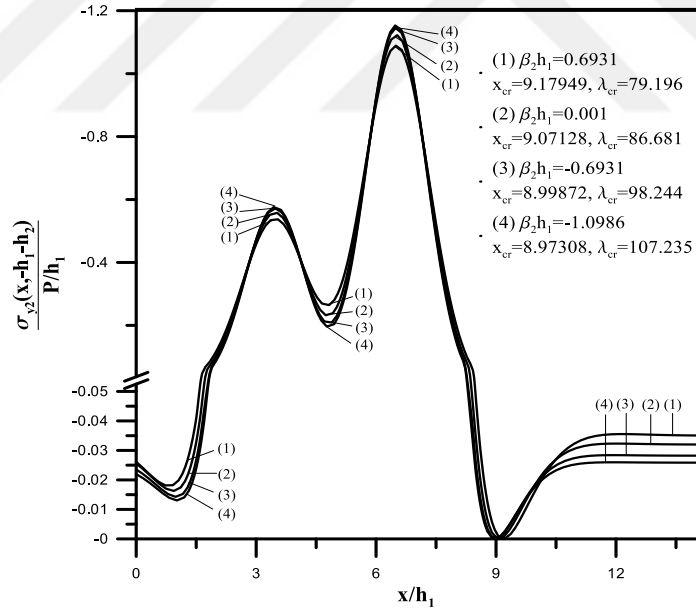
$\beta_1 h_1$	x_{crsol}/h_1	λ_{crsol}	$x_{crsağ}/h_1$	$\lambda_{crsağ}$
1.0986	0.70462	162.715	9.30385	79.089
0.6931	0.78436	167.812	9.22103	81.944
0.001	0.89564	180.966	9.10462	89.020
-0.6931	0.98333	201.318	9.01923	99.607
-1.0986	1.02179	217.382	8.97949	107.831

Tablo 1c. $\beta_1 h_1$ rijitlik parametresinin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıklarının literatürdeki bir çalışmayla kıyaslanması ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_2 h_1=0.001$, $\gamma_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=0.001$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)

$\beta_1 h_1$	x_{crsol}/h_1		λ_{crsol}		$x_{crsağ}/h_1$		$\lambda_{crsağ}$	
	Bu çalışma	Kaya (2020)	Bu çalışma	Kaya (2020)	Bu çalışma	Kaya (2020)	Bu çalışma	Kaya (2020)
0.6931	0.5484	0.6	177.072	177.092	9.436	9.435	86.0488	86.0350
0.001	0.6923	0.7	181.324	181.502	9.2839	9.3077	88.5151	88.5294
-0.6931	0.8397	0.8	189.115	189.586	9.161	9.162	92.7416	92.7448



Şekil 24. Alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, (b-a)/ $h_1=1$, (d-c)/ $h_1=1$, (c-b)/ $h_1=2$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)



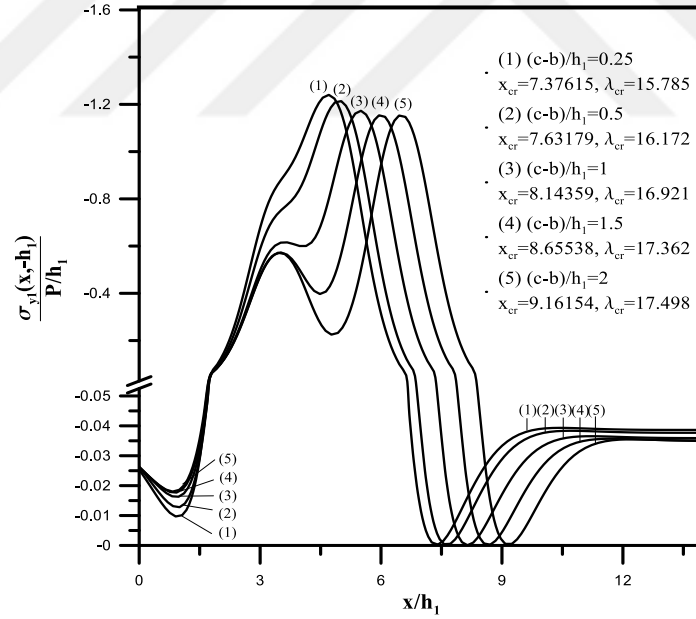
Şekil 25. Alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki $\sigma_{y2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, (b-a)/ $h_1=1$, (d-c)/ $h_1=1$, (c-b)/ $h_1=2$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)

Tablo 2a. $\beta_2 h_1$ rijitlik parametresinin değişimine göre FD tabakalar arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)

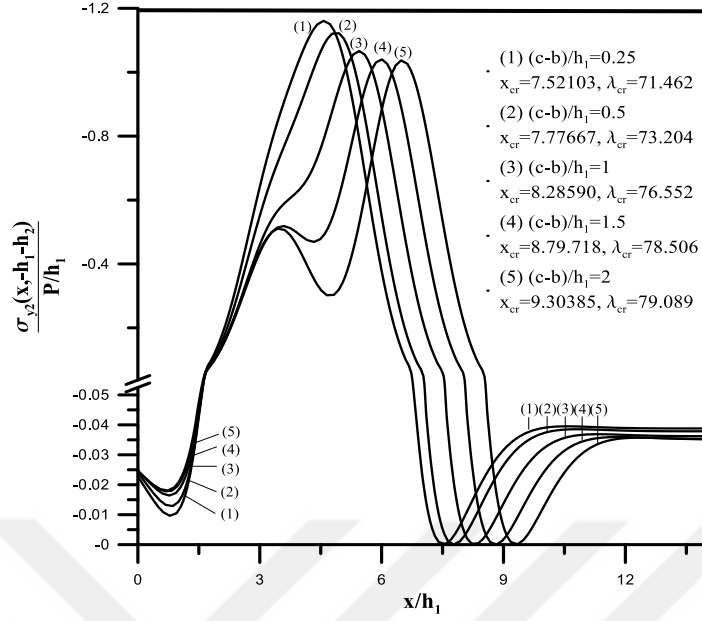
$\beta_2 h_1$	x_{crsol}/h_1	λ_{crsol}	$x_{crsağ}/h_1$	$\lambda_{crsağ}$
0.6931	0.84897	63.194	9.15385	31.091
0.001	1.03205	62.916	8.96795	31.078
-0.6931	1.17179	61.617	8.83103	30.612
-1.0986	1.23385	60.872	8.76897	30.266

Tablo 2b. $\beta_2 h_1$ rijitlik parametresinin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)

$\beta_2 h_1$	x_{crsol}/h_1	λ_{crsol}	$x_{crsağ}/h_1$	$\lambda_{crsağ}$
0.6931	0.82128	161.999	9.17949	79.196
0.001	0.92897	176.022	9.07128	86.681
-0.6931	1.00128	198.447	8.99872	98.244
-1.0986	1.02949	216.130	8.97308	107.235



Şekil 26. Bloklar arası mesafenin değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)



Şekil 27. Bloklar arası mesafenin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)

Tablo 3a. Bloklar arası mesafenin değişimine göre FD tabakalar arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)

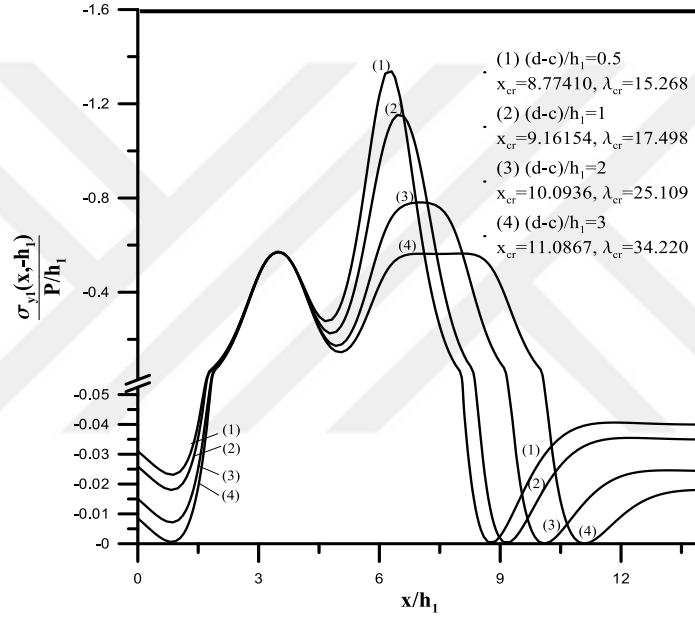
$(c-b)/h_1$	x_{crsol}/h_1	λ_{crsol}	$x_{crsağ}/h_1$	$\lambda_{crsağ}$
0.25	0.95718	20.8767	7.37615	15.785
0.5	0.92308	24.3018	7.63179	16.172
1	0.91872	30.7682	8.14359	16.921
1.5	0.87462	34.7481	8.65538	17.362
2	0.84641	35.9669	9.16154	17.498

Tablo 3b. Bloklar arası mesafenin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)

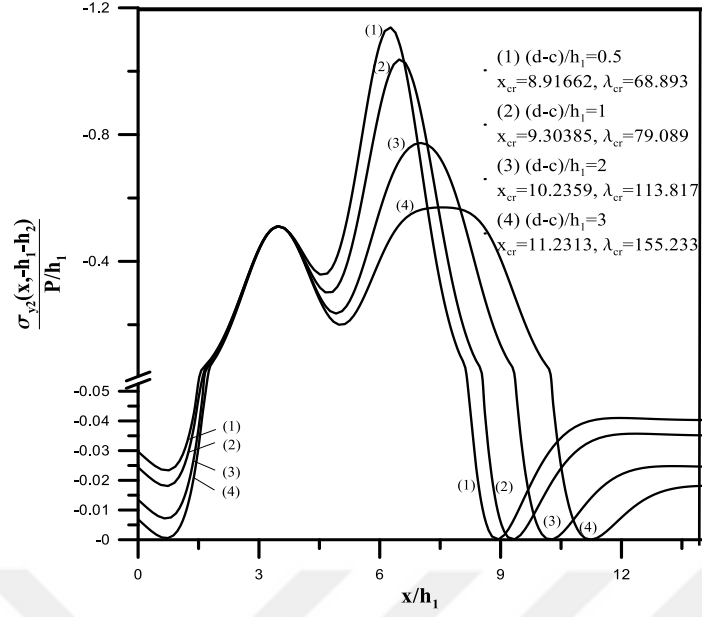
$(c-b)/h_1$	x_{crsol}/h_1	λ_{crsol}	$x_{crsağ}/h_1$	$\lambda_{crsağ}$
0.25	0.81308	94.863	7.52103	71.462
0.5	0.81128	110.497	7.77667	73.204
1	0.77154	139.768	8.28590	76.552
1.5	0.72974	157.485	8.79718	78.506
2	0.70411	162.715	9.30385	79.089

Tablo 3c. Bloklar arası mesafenin değişimine göre tabakalar arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıklarının literatürdeki bir çalışmayla kıyaslanması ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1.5$, $\beta_1 h_1=0.4055$, $\beta_2 h_1=0.001$, $\gamma_1 h_1=0.4055$, $\gamma_2 h_1=0.001$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1/h=0.1$)

(c-b)/ h_1	x_{crsol}/h_1		λ_{crsol}		$x_{crsağ}/h_1$		$\lambda_{crsağ}$	
	Bu çalışma	Polat (2020)	Bu çalışma	Polat (2020)	Bu çalışma	Polat (2020)	Bu çalışma	Polat (2020)
1	0.317	0.356	93.115	92.630	9.154	9.151	66.0101	65.4789
2	0.268	0.291	111.505	111.487	10.192	10.161	69.0581	68.5433
4	0.259	0.264	121.348	121.124	12.169	12.162	70.6968	69.9886



Şekil 28. II. blok genişliğinin değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)



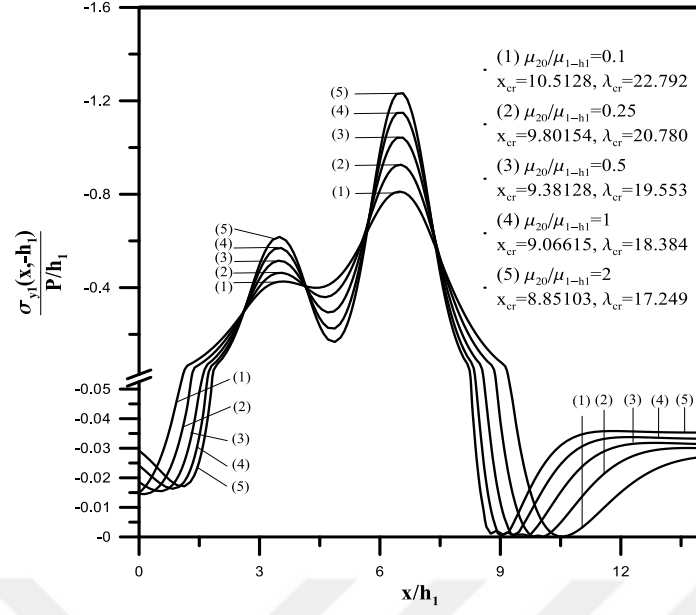
Şekil 29. II. blok genişliğinin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)

Tablo 4a. II. blok genişliğinin değişimine göre FD tabakalar arası ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)

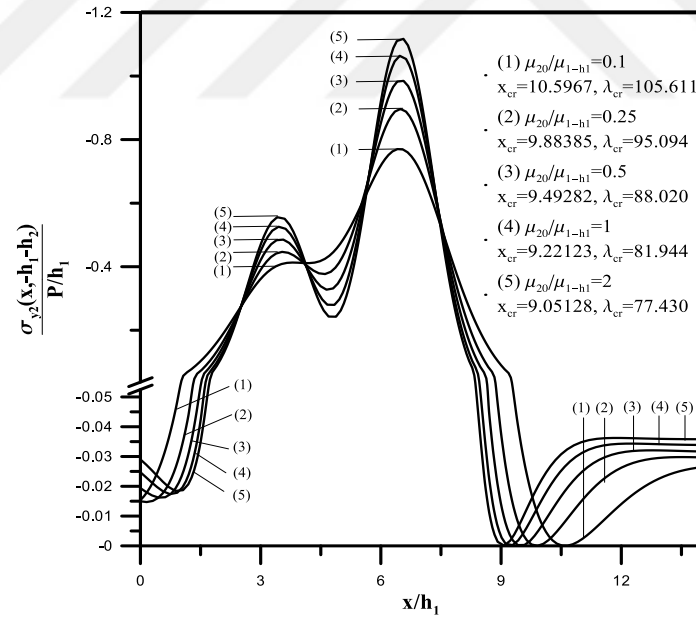
$(d-c)/h_1$	x_{crsol}/h_1	λ_{crsol}	$x_{crsağ}/h_1$	$\lambda_{crsağ}$
0.5	0.85410	36.031	8.77410	15.268
1	0.84641	35.967	9.16154	17.498
2	0.84154	35.593	10.0936	25.109
3	0.84128	35.351	11.0867	34.220

Tablo 4b. II. blok genişliğinin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)

$(d-c)/h_1$	x_{crsol}/h_1	λ_{crsol}	$x_{crsağ}/h_1$	$\lambda_{crsağ}$
0.5	0.70923	163.097	8.91662	68.893
1	0.70410	162.715	9.30385	79.089
2	0.69897	160.942	10.2359	113.817
3	0.69894	159.815	11.2313	155.233



Şekil 30. μ_{20}/μ_{1-h_1} oranının değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=0.6931$, $\beta_2 h_1=-1.3869$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)



Şekil 31. μ_{20}/μ_{1-h_1} oranının değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=0.6931$, $\beta_2 h_1=-1.3869$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)

Tablo 5a. μ_{20}/μ_{1-h1} oranının değişimine göre FD tabakalar arası ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=0.6931$, $\beta_2 h_1=-1.3869$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)

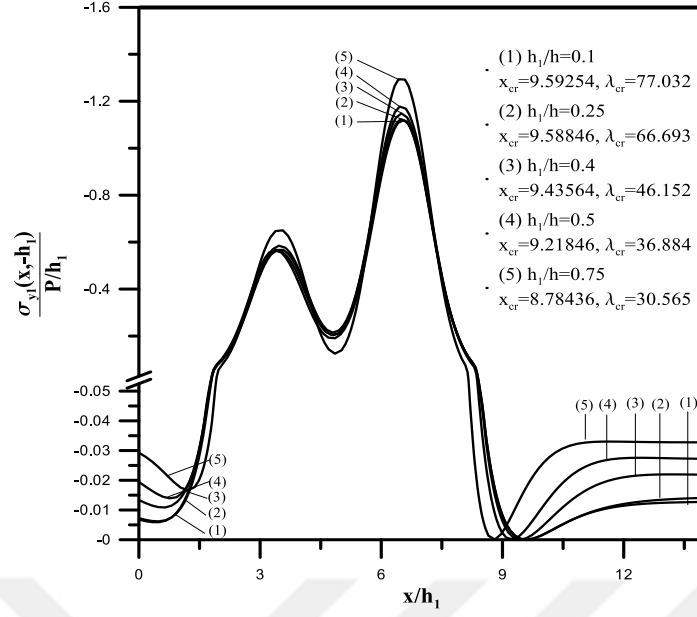
μ_{20}/μ_{1-h1}	x_{crsol}/h_1	λ_{crsol}	$x_{crsağ}/h_1$	$\lambda_{crsağ}$
0.1	-	-	10.5128	22.792
0.25	0.23128	41.941	9.80154	20.780
0.5	0.63205	40.032	9.38128	19.553
1	0.93923	37.605	9.06615	18.384
2	1.15128	35.129	8.85103	17.249

Tablo 5b. μ_{20}/μ_{1-h1} oranının değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=0.6931$, $\beta_2 h_1=-1.3869$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)

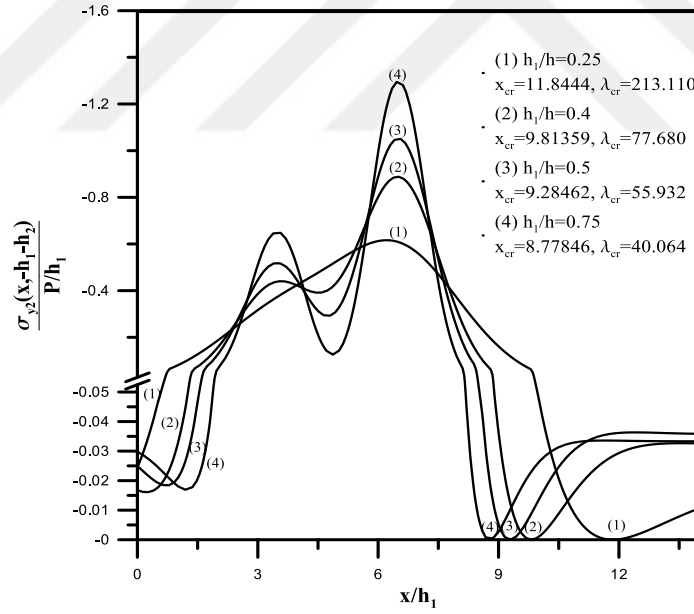
μ_{20}/μ_{1-h1}	x_{crsol}/h_1	λ_{crsol}	$x_{crsağ}/h_1$	$\lambda_{crsağ}$
0.1	-	-	10.5967	105.611
0.25	0.14615	191.993	9.88385	95.094
0.5	0.51846	180.341	9.49282	88.020
1	0.78359	167.812	9.22123	81.944
2	0.95205	157.909	9.05128	77.430

Tablo 5c. μ_{20}/μ_{1-h1} oranının değişimine göre FD tabakalar arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıklarının literatürdeki bir çalışmayla kıyaslanması ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $h_1/h=0.1$, $\beta_1 h_1=0.001$, $\gamma_1 h_1=0.001$, $\beta_2 h_1=0.001$, $\gamma_2 h_1=0.001$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)

μ_{20}/μ_{1-h1}	Q=P				Q=2P			
	x_{cr}/h_1		λ_{cr}		x_{cr}/h_1		λ_{cr}	
	Bu çalışma	Özşahin (2007)	Bu çalışma	Özşahin (2007)	Bu çalışma	Özşahin (2007)	Bu çalışma	Özşahin (2007)
0.1	12.58	12.58	201.992	199.258	12.59	12.58	116.820	116.93
1	9.58	9.58	149.151	146.663	9.58	9.58	77.032	76.137
5	8.74	8.74	83.479	83.005	8.73	8.74	41.965	41.827



Şekil 32. h_1/h oranının değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=0.001$, $\beta_2 h_1=0.001$, $\gamma_1 h_1=0.001$, $\gamma_2 h_1=0.001$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$)



Şekil 33. h_1/h oranının değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=0.001$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\beta_2 h_1=0.001$, $\gamma_1 h_1=0.001$, $\gamma_2 h_1=0.001$, $\kappa_1=\kappa_2=2$)

Tablo 6a. h_1/h değerinin değişimine göre FD tabakalar arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=0.001$, $\beta_2 h_1=0.001$, $\gamma_1 h_1=0.001$, $\gamma_2 h_1=0.001$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$)

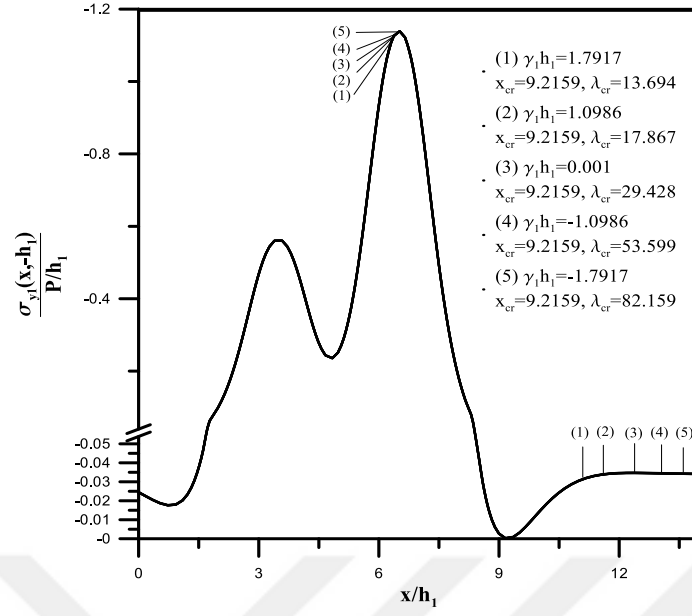
h_1/h	x_{crsol}/h_1	λ_{crsol}	$x_{crsağ}/h_1$	$\lambda_{crsağ}$
0.1	0.41974	140.207	9.59254	77.032
0.25	0.45615	122.142	9.58846	69.693
0.4	0.59615	92.101	9.43564	46.152
0.5	0.78949	75.384	9.21846	36.884
0.75	1.21846	61.908	8.78436	30.565

Tablo 6b. h_1/h değerinin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=0.001$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $\beta_2 h_1=0.001$, $\gamma_1 h_1=0.001$, $\gamma_2 h_1=0.001$, $\kappa_1=\kappa_2=2$)

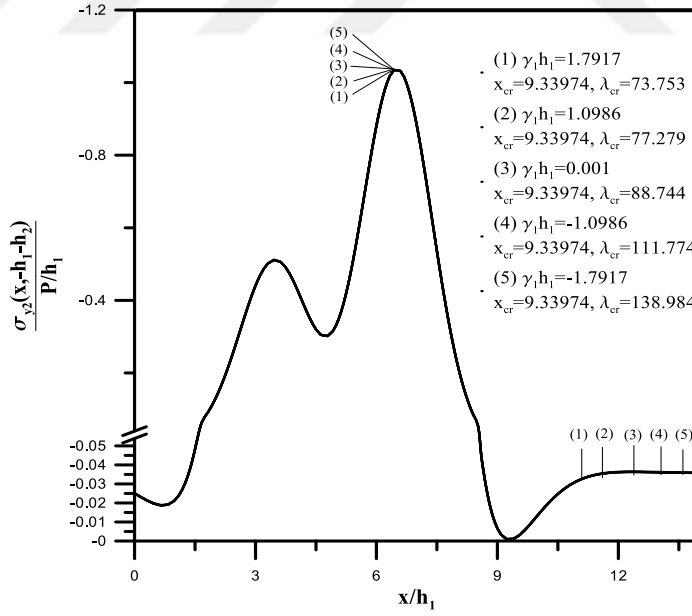
h_1/h	x_{crsol}/h_1	λ_{crsol}	$x_{crsağ}/h_1$	$\lambda_{crsağ}$
0.1	-	-	-	-
0.25	-	-	11.8444	213.110
0.4	0.22359	155.022	9.81359	77.680
0.5	0.72256	114.590	9.28462	55.932
0.75	1.22359	81.145	8.77846	40.064

Tablo 6c. h_1/h değerinin değişimine göre FD tabakalar arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıklarının literatürdeki bir çalışmayla kıyaslanması ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $\beta_1 h_1=-1.0986$, $\beta_2 h_1=0.001$, $\gamma_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=0.001$, $\kappa_1=\kappa_2=2$)

h_1/h	x_{crsol}/h_1		λ_{crsol}		$x_{crsağ}/h_1$		$\lambda_{crsağ}$	
	Bu çalışma	Kaya (2020)	Bu çalışma	Kaya (2020)	Bu çalışma	Kaya (2020)	Bu çalışma	Kaya (2020)
0.2	0.7413	0.7425	359.758	359.165	9.273	9.274	199.587	199.218
0.5	0.991	0.992	206.778	206.658	9.011	9.011	101.970	101.910
0.75	1.359	1.360	177.859	177.749	8.641	8.641	88.588	88.507



Şekil 34. Üst FD tabakanın yoğunluk parametresinin ($\gamma_1 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$)



Şekil 35. Üst FD tabakanın yoğunluk parametresinin ($\gamma_1 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$)

Tablo 7a. $\gamma_1 h_1$ yoğunluk parametresinin değişimine göre FD tabakalar arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$)

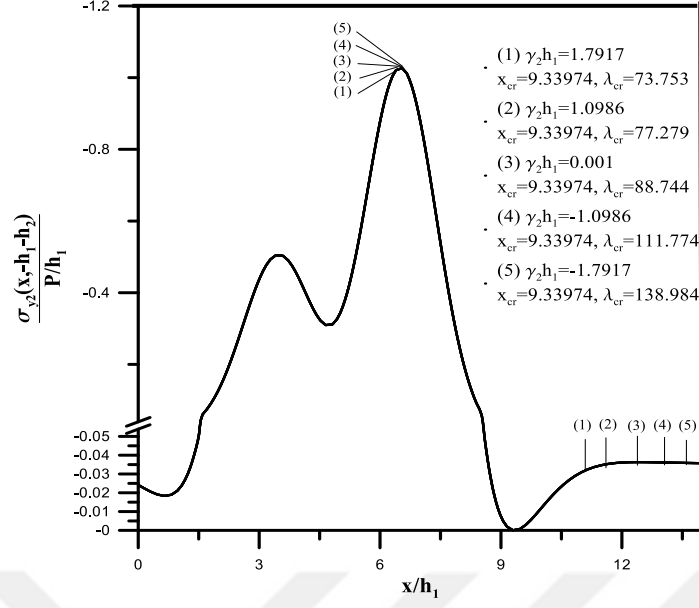
$\gamma_1 h_1$	x_{crsol}/h_1	λ_{crsol}	$x_{crsağ}/h_1$	$\lambda_{crsağ}$
1.7917	0.79462	28.159	9.2159	13.694
1.0986	0.79462	36.741	9.2159	17.867
0.001	0.79462	60.515	9.2159	29.428
-1.0986	0.79462	110.220	9.2159	53.599
-1.7917	0.79462	168.948	9.2159	82.159

Tablo 7b. $\gamma_1 h_1$ yoğunluk parametresinin değişimine göre alt FD tabaka ve rijit düzlem arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$)

$\gamma_1 h_1$	x_{crsol}/h_1	λ_{crsol}	$x_{crsağ}/h_1$	$\lambda_{crsağ}$
1.7917	0.66821	151.830	9.33974	73.753
1.0986	0.66821	160.014	9.33974	77.279
0.001	0.66821	182.691	9.33974	88.744
-1.0986	0.66821	230.100	9.33974	111.774
-1.7917	0.66821	286.116	9.33974	138.984

Tablo 7c. $\gamma_1 h_1$ yoğunluk parametresinin değişimine göre FD tabakalar arası ilk ayrılma yükleri ve uzaklıklarının literatürdeki bir çalışmayla kıyaslanması ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1.5$, $\beta_1 h_1=-0.6931$, $\beta_2 h_1=0.001$, $\gamma_2 h_1=0.001$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$)

$\gamma_1 h_1$	x_{crsol}/h_1		λ_{crsol}		$x_{crsağ}/h_1$		$\lambda_{crsağ}$	
	Bu çalışma	Kaya (2020)	Bu çalışma	Kaya (2020)	Bu çalışma	Kaya (2020)	Bu çalışma	Kaya (2020)
1,0986	0.921	0.9182	52.292	52.233	9.514	9.514	30.606	30.558
0.001	0.921	0.9182	86.129	86.086	9.514	9.514	50.4101	50.3628
-1.0986	0.921	0.9182	156.873	156.989	9.514	9.514	91.8161	91.7691



Şekil 36. Alt FD tabakanın yoğunluk parametresinin $\gamma_2 h_1$ değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y_2}(x, h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$)

Tablo 8a. $\gamma_2 h_1$ yoğunluk parametresinin değişimine göre FD tabakalar arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$)

$\gamma_2 h_1$	x_{crsol}/h_1	λ_{crsol}	$x_{crsağ}/h_1$	$\lambda_{crsağ}$
1.7917	0.79462	131.022	9.21590	63.715
1.0986	0.79462	131.022	9.21590	63.715
0.001	0.79462	131.022	9.21590	63.715
-1.0986	0.79462	131.022	9.21590	63.715
-1.7917	0.79462	131.022	9.21590	63.715

Tablo 8b. $\gamma_2 h_1$ yoğunluk parametresinin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$)

$\gamma_2 h_1$	x_{crsol}/h_1	λ_{crsol}	$x_{crsağ}/h_1$	$\lambda_{crsağ}$
1.7917	0.66949	151.829	9.33974	73.753
1.0986	0.66949	160.014	9.33974	77.729
0.001	0.66949	182.690	9.33974	88.744
-1.0986	0.66949	230.102	9.33974	111.774
-1.7917	0.66949	286.115	9.33974	138.984

Şekil 37’de üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{x1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı verilmiştir. En büyük basınç gerilmesi bloklar arasındaki kesitte meydana gelirken en büyük çekme gerilmeleri her iki blokun altındaki kesitlerde meydana gelmiştir. Tüm parametrelere göre $\sigma_{x1}(x, -h_1)/P/h_1$ ve $\sigma_{x2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılımı incelendiğinde çoğu parametre için bu durum geçerlidir. Üst FD tabakanın rijitlik parametresi azaldıkça yani tabakanın derinliği boyunca rijitliği arttıkça blokların altındaki kesitte oluşan en büyük çekme gerilmelerinde artış meydana gelirken bloklar arasındaki kesitte meydana gelen en büyük basınç gerilmelerinde artış meydana gelmiştir. Şekil 38’te aynı parametrenin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{x2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılışı verilmiştir. Benzer şekilde üst FD tabakanın rijitliği kendi derinliği boyunca arttıkça en büyük çekme gerilmelerinde artış, en büyük basınç gerilmelerinde ise artış olduğu görülmüştür.

Şekil 39’da alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{x1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı verilmiştir. Alt FD tabakanın rijitlik parametresi azaldıkça yani tabakanın kendi derinliği boyunca rijitliği arttıkça çekme ve basınç gerilmelerinde azalma meydana gelmiştir. Şekil 40’ta aynı parametrenin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{x2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı verilmiştir. Alt FD tabakanın rijitliği kendi derinliği boyunca arttıkça meydana gelen çekme gerilmeleri artmış, basınç gerilmeleri azalmıştır.

Şekil 41’de II. blokun genişliğinin değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{x1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı verilmiştir. II. blokun genişliği arttıkça I. blokun altında meydana gelen çekme gerilmelerinde çok az da olsa artış meydana gelirken II. blok altında meydana gelen çekme gerilmeleri azalırken bloklar arasındaki kesitte meydana gelen basınç gerilmeleri az da olsa artmıştır. Şekil 42’de aynı parametrenin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{x2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı verilmiştir. Benzer şekilde, II. blokun genişliği arttıkça I. blokun altında meydana gelen çekme gerilmelerinde çok az da olsa artış meydana gelirken II. blok altında meydana gelen çekme gerilmeleri ve II. blokun sağında meydana gelen basınç gerilmeleri azalmıştır.

Şekil 43’te bloklar arası mesafenin değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{x1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı verilmiştir. Bloklar arası mesafe arttıkça bloklar altında oluşan çekme gerilmeleri ve bloklar arasındaki kesitte meydana gelen basınç gerilmeleri artmıştır. Şekil 44’te aynı parametrenin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem

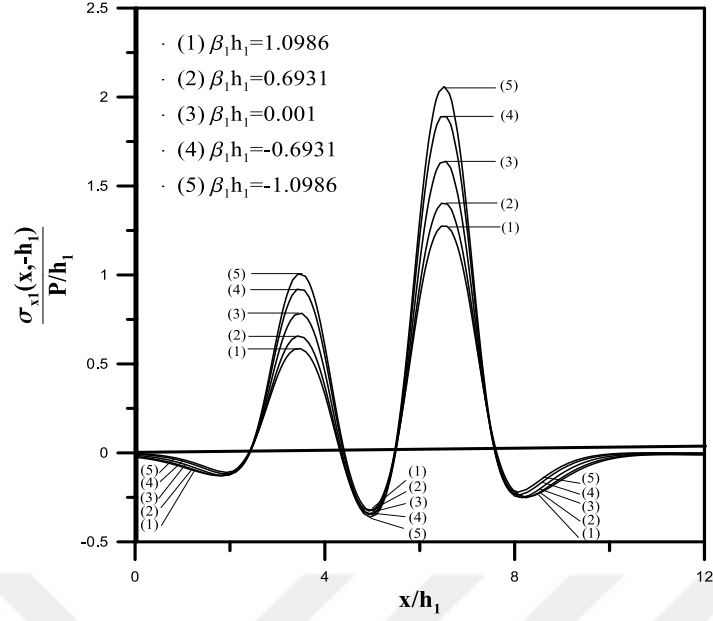
arasında meydana gelen $\sigma_{x2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı verilmiştir. Bloklar arası mesafe arttıkça bloklar altında oluşan çekme gerilmeleri artmış bloklar arasındaki orta kesitte bloklar arası mesafenin küçük değerlerinde çekme olan gerilmeler mesafe arttıkça basınca dönüşmüştür.

Şekil 45'te kayma modülü oranının (μ_{20}/μ_{1-h1}) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{x1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı verilmiştir. Bu oran arttıkça yani alt FD tabakanın üst yüzeyi üst FD tabakanın alt yüzeyinden daha rijit oldukça I. blokun altındaki kesitte oluşan çekme gerilmeleri artmış II. blokun altındaki kesitte oluşan çekme gerilmeleri ve bloklar arasındaki kesitte oluşan basınç gerilmeleri azalmıştır. Şekil 46'da aynı parametrenin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{x2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılımı verilmiştir. Kayma modülü oranı arttıkça I. ve II. blokun altında meydana gelen çekme gerilmeleri artmış, bloklar arası kesitte meydana gelen basınç gerilmeleri azalmıştır.

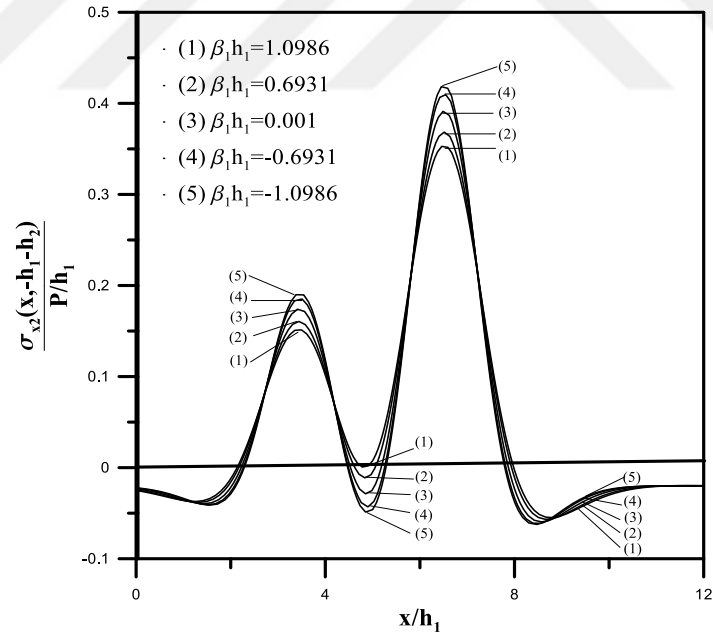
Şekil 47'de üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre I. blokun ortasındaki kesitte meydana gelen $\sigma_{x1}(3.5, y)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı verilmiştir. Üst FD tabakanın rijitlik parametresi azaldıkça yani tabaka derinliği boyunca rijitlik arttıkça her iki tabakada oluşan çekme ve basınç gerilmelerinde azalma olmuştur.

Şekil 48'te alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre I. blokun ortasındaki kesitte meydana gelen $\sigma_{x1}(3.5, y)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı verilmiştir. Alt FD tabakanın rijitlik parametresi azaldıkça yani tabaka derinliği boyunca rijitlik arttıkça her iki tabakada oluşan çekme ve basınç gerilmelerinde azalma meydana gelmiştir.

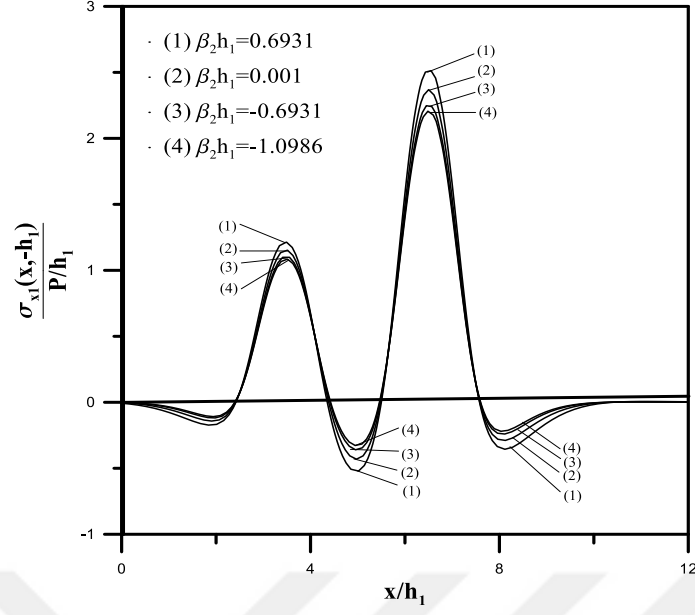
Şekil 49'da kayma modülü oranının (μ_{20}/μ_{1-h1}) değişimine göre bloklar arası kesitte meydana gelen $\sigma_{x1}(5, y)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı verilmiştir. Kayma modülü oranı arttıkça yani alt FD tabakanın üst yüzeyi üst FD tabakanın alt yüzeyinden daha rijit oldukça üst FD tabakada meydana gelen çekme ve basınç gerilmelerinde azalma alt FD tabakada meydana gelen çekme ve basınç gerilmelerinde artış meydana gelmiştir.



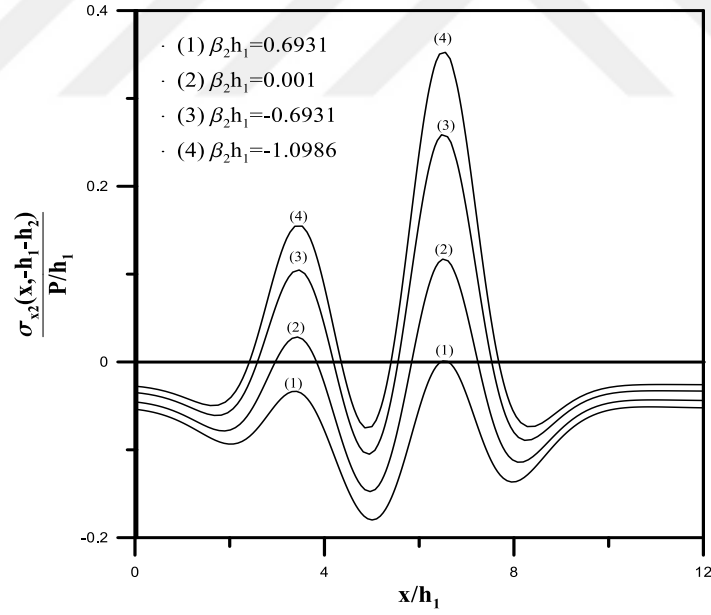
Şekil 37. Üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{x1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$)



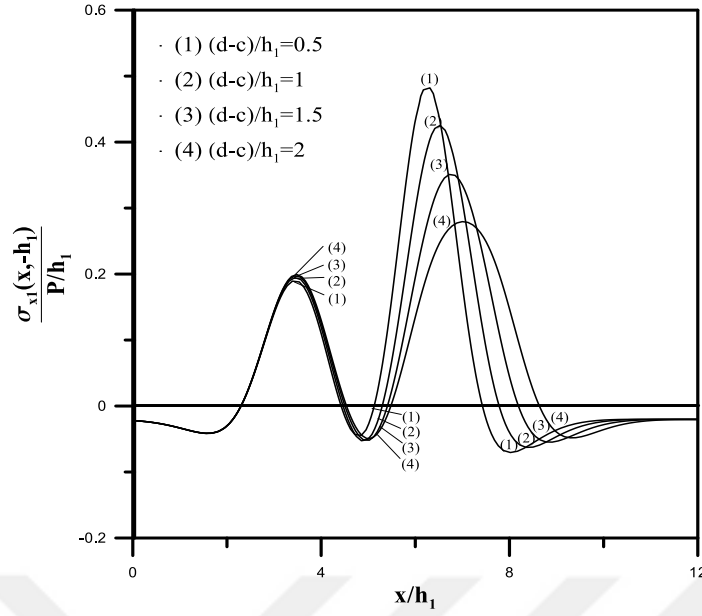
Şekil 38. Üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{x2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$)



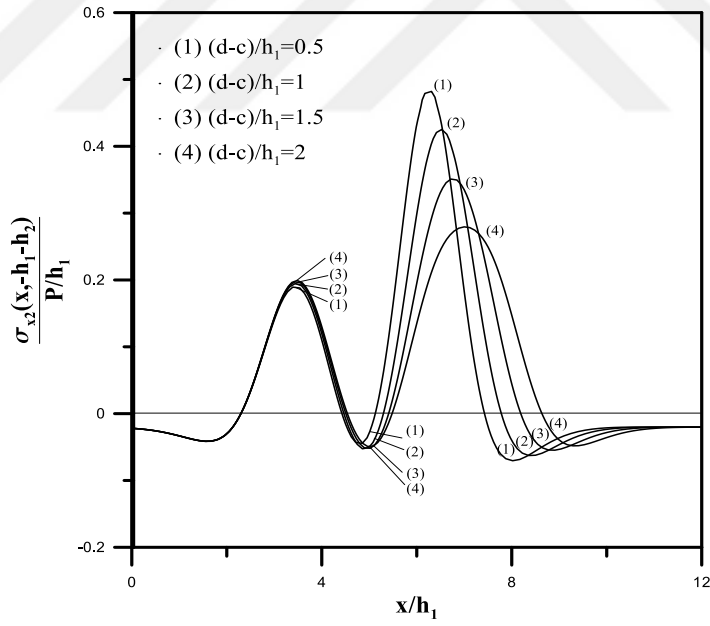
Şekil 39. Alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{x1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$)



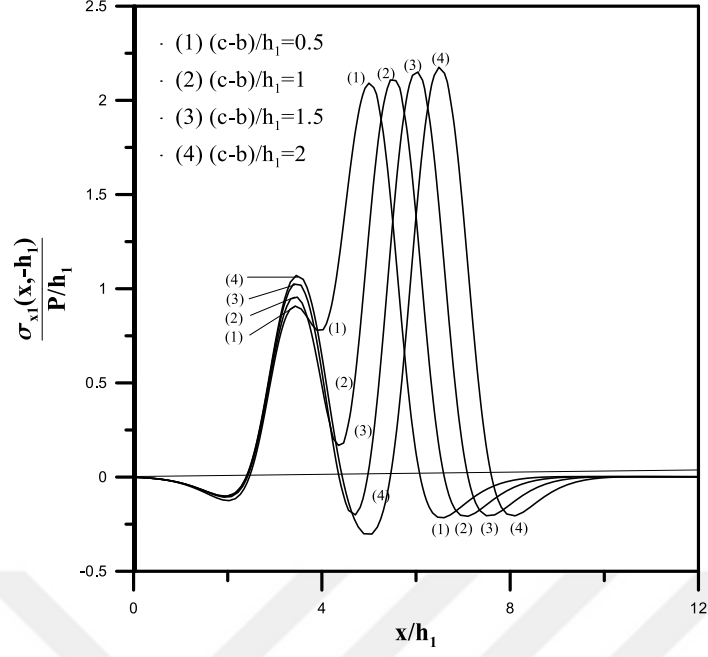
Şekil 40. Alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{x2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$)



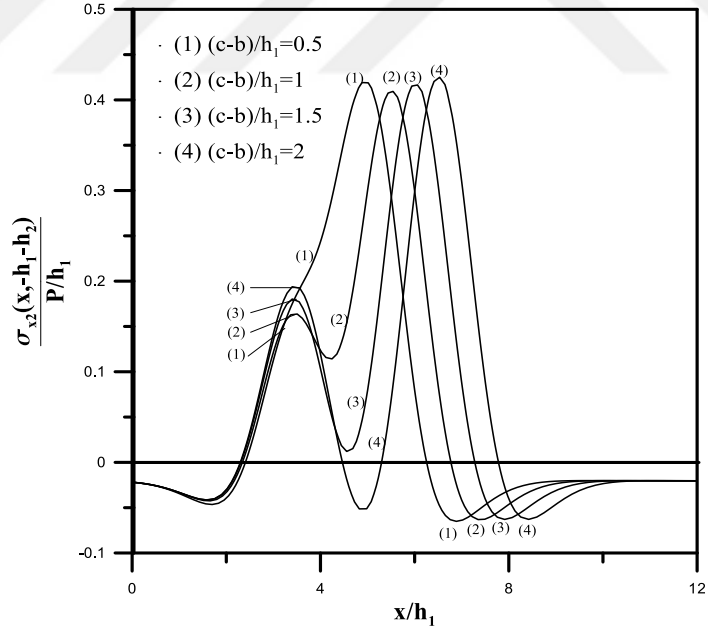
Şekil 41. II. blokun genişliğinin değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{x1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$)



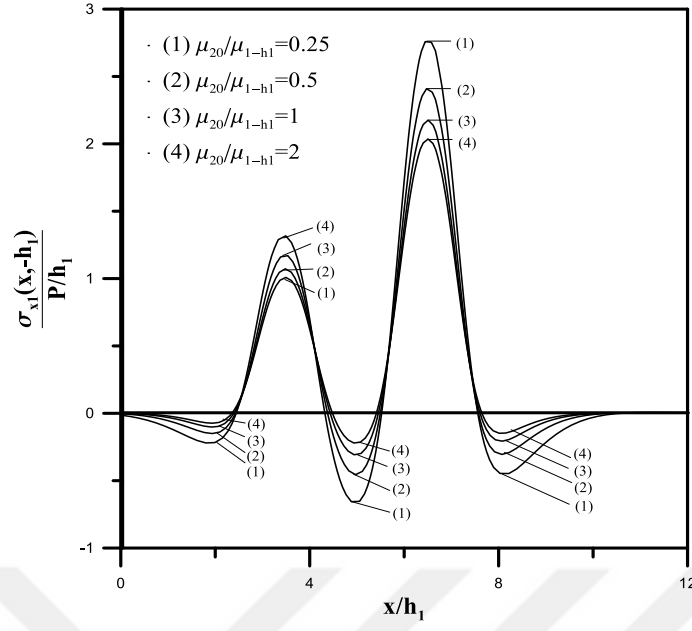
Şekil 42. II. blokun genişliğinin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{x2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$)



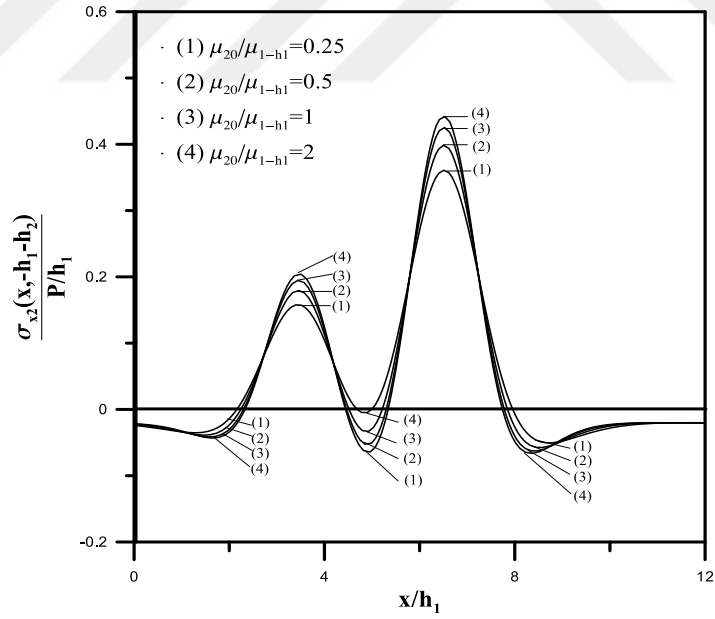
Şekil 43. Bloklar arası mesafenin değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{x1}(x, h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$)



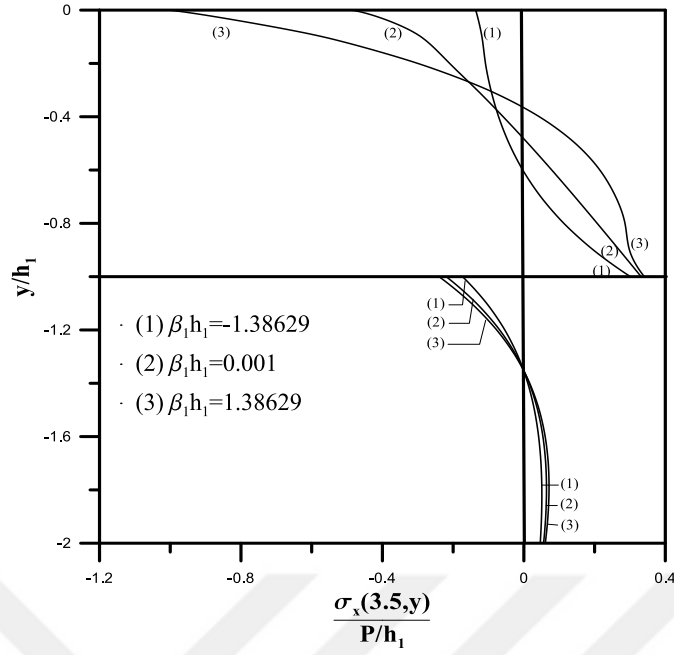
Şekil 44. Bloklar arası mesafenin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{x2}(x, h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$)



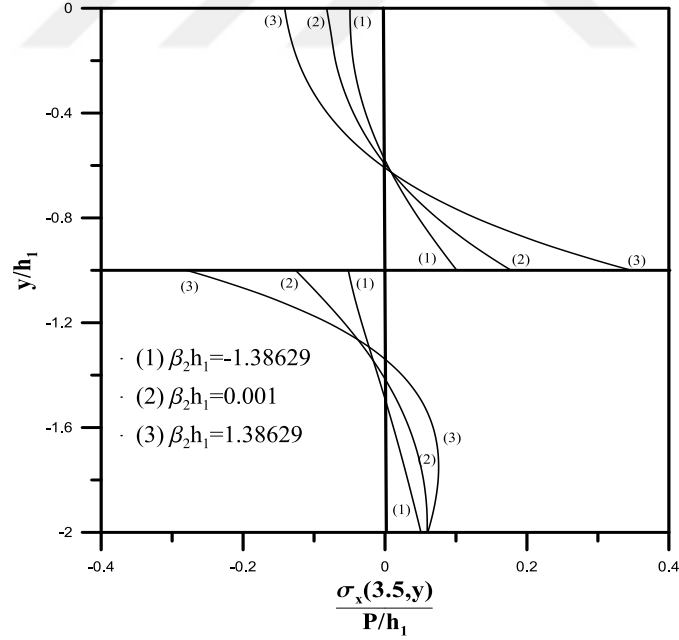
Şekil 45. μ_{20}/μ_{1-h_1} oranının değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{x1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$)



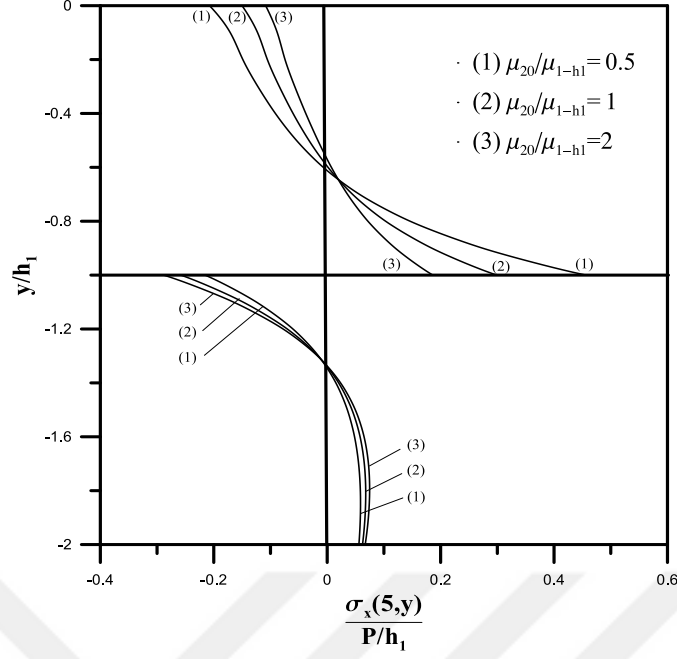
Şekil 46. μ_{20}/μ_{1-h_1} oranının değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{x2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$)



Şekil 47. Üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre soldaki blokun ortasındaki kesitte meydana gelen $\sigma_x(3.5,y)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_2 h_1=1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=1.0986$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$)



Şekil 48. Alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre soldaki blokun ortasındaki kesitte meydana gelen $\sigma_x(3.5,y)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=1.0986$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$)



Şekil 49. μ_{20}/μ_{1-h_1} oranının değişimine göre bloklar arasındaki kesitte meydana gelen $\sigma_x(5,y)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1.5$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=-1.38629$, $\beta_2 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=1.0986$, $\kappa_1=\kappa_2=2$)

Şekil 50’de üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre tabakaların derinlikleri boyunca bloklar arasındaki kesitte meydana gelen boyutsuz $\tau_{xy}(4.5,y)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı verilmiştir. Üst FD tabakanın kendi derinliği boyunca rijitliği arttıkça üst FD tabakadaki kayma gerilmelerinde azalma alt FD tabakadaki kayma gerilmelerinde artış görülmüştür.

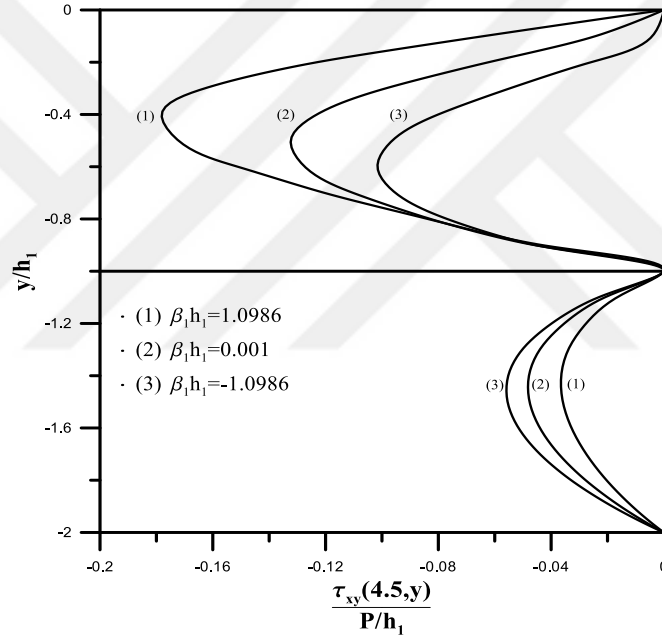
Şekil 51’de alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre tabakaların derinlikleri boyunca bloklar arasındaki kesitte meydana gelen boyutsuz $\tau_{xy}(4.5,y)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı verilmiştir. Alt FD tabakanın kendi derinliği boyunca rijitliği arttıkça alt ve üst FD tabakadaki kayma gerilmeleri azalmıştır.

Şekil 52’de bloklar arası mesafenin değişimine göre tabakaların derinlikleri boyunca bloklar arasının ortasındaki kesitte meydana gelen boyutsuz $\tau_{xy}(x,y)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılımı verilmiştir. Bloklar birbirinden uzaklaştıkça kayma gerilmelerinde genel olarak azalma meydana gelmiştir.

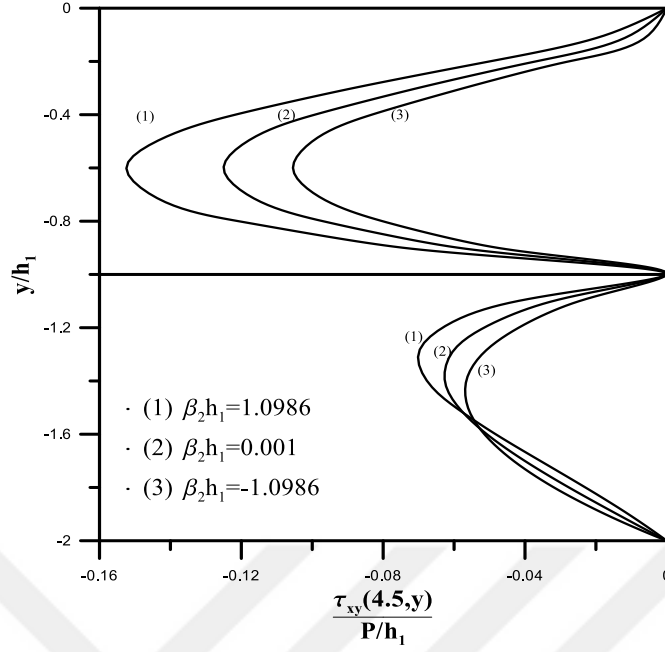
Şekil 53’de μ_{20}/μ_{1-h1} oranının değişimine göre tabakaların derinlikleri boyunca bloklar arasının ortasındaki kesitte meydana gelen boyutsuz $\tau_{xy}(4.5,y)/P/h_1$ gerilmelerinin yayılımı verilmiştir. μ_{20}/μ_{1-h1} oranı arttıkça kayma gerilmelerinde azalma gözlemlenmiştir.

Şekil 54’te yük oranının (Q/P) değişimine göre bloklar arası kesitte meydana gelen boyutsuz $\tau_{xy}(4.5,y)/P/h_1$ gerilmelerinin yayılımı verilmiştir. Yük oranı arttıkça bu kesitte kayma gerilmelerinde artış gözlemlenmiştir.

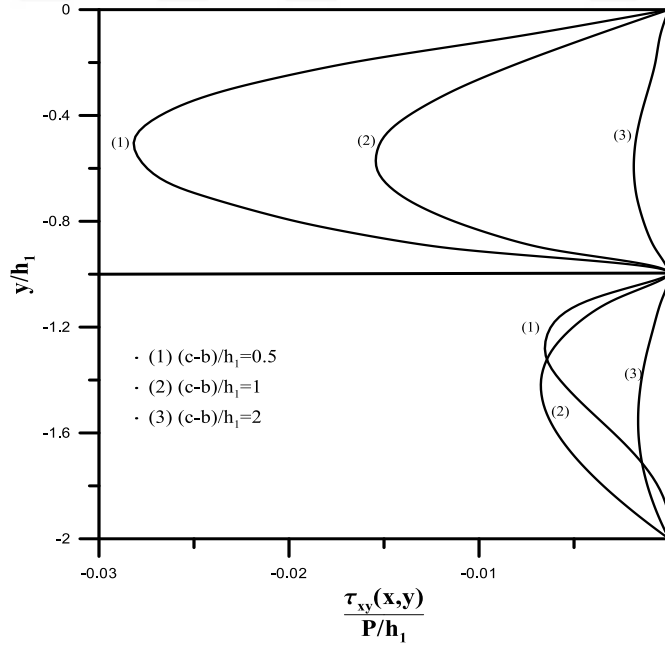
Şekil 50, 51, 52, 53, 54’teki gerilme dağılımları incelendiğinde tabakaların en üst, en alt ve tabakaların ara yüzeyinde (97), (99), (101) ve (103) numaralı sınır şartlarının sağlandığı görülmektedir.



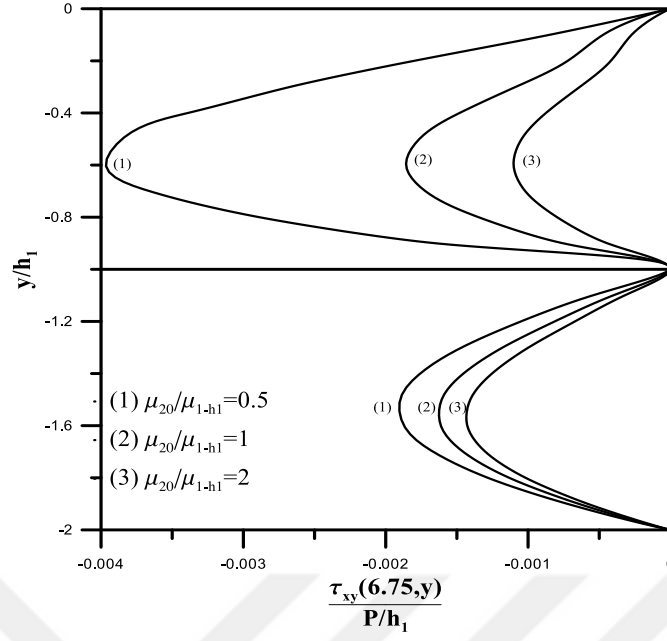
Şekil 50. Üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre tabakaların derinlikleri boyunca meydana gelen $\tau_{xy}(4.5,y)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_2 h_1 = -1.38629$, $\gamma_1 h_1 = -1.0986$, $\gamma_2 h_1 = -1.38629$, $\kappa_1 = \kappa_2 = 2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$)



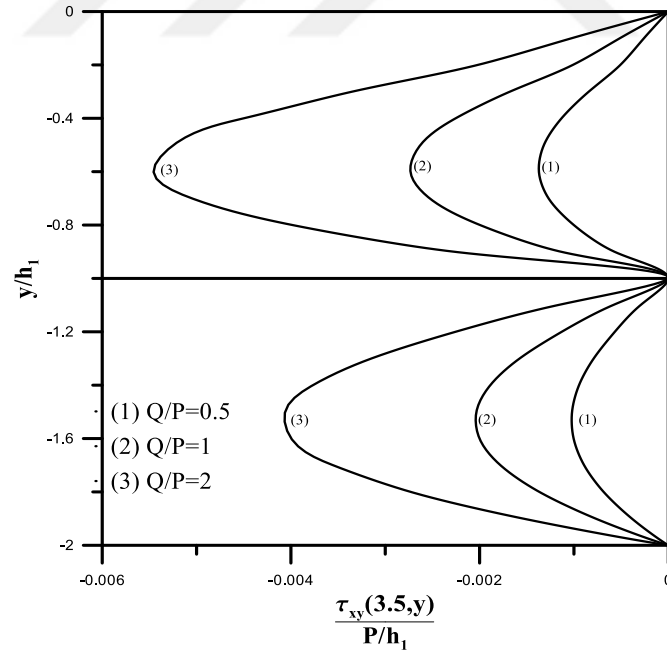
Şekil 51. Alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre tabakaların derinlikleri boyunca meydana gelen $\tau_{xy}(4.5,y)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=-1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$)



Şekil 52. Bloklar arası mesafenin değişimine göre tabakaların derinlikleri boyunca II. blokun ortasındaki kesitte meydana gelen $\tau_{xy}(x,y)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1.5$, $\beta_1 h_1=-1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$)



Şekil 53. μ_{20}/μ_{1-h1} oranının değişimine göre tabakaların derinlikleri boyunca II. blokun ortasındaki kesitte meydana gelen $\tau_{xy}(6.75,y)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, (b-a)/ $h_1=1$, (c-b)/ $h_1=2$, (d-c)/ $h_1=1.5$, $\beta_1 h_1=-1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$)



Şekil 54. Yük oranının (Q/P) değişimine göre tabakaların derinlikleri boyunca I. blokun altında meydana gelen $\tau_{xy}(3.5,y)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, (b-a)/ $h_1=1$, (c-b)/ $h_1=2$, (d-c)/ $h_1=1.5$, $\beta_1 h_1=-1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$)

3.2. Süreksiz Temas Durumu için Bulgular

3.2.1. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Tabakalar Arasında Süreksiz Temas Olması Durumu İçin Bulgular

Bu bölümde fonksiyonel derecelendirilmiş tabakalar arasında ayrılma olması durumunda çeşitli parametrelere göre tabakalar arasındaki yüzeyde meydana gelen boyutsuz $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilme dağılışı ve ayrılma mesafeleri elde edilmiştir. Bu bölümdeki bulgular elde edilirken yük faktörünün; belirlenen parametreler için tabakalar arasında ilk ayrılmayı başlatan yükten büyük, alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında ilk ayrılmayı başlatan yükten küçük olmasına dikkat edilmiştir ($\lambda_{cr2} > \lambda > \lambda_{cr1}$). Tüm durumlar için en büyük gerilmeler blok altlarında meydana gelmekte olup ayrılma bölgesinde gerilmeler sıfır değerini almıştır.

Şekil 55'te üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilme dağılışı ile ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları verilmiştir. Üst FD tabakanın rijitlik parametresi azaldıkça yani üst FD tabakanın kendi derinliği boyunca rijitliği arttıkça ayrılma bölgesi küçülmektedir. Ayrıca rijitlik arttıkça ayrılmanın başlangıç noktası II. bloka önce yaklaşır sonra uzaklaşırken bitiş noktası II. bloka yaklaşmıştır. Tablo 9a'da aynı parametreye ve yük faktörüne bağlı ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları elde edilmiştir. Yük faktörü arttıkça ayrılmanın başlangıcı II. bloka daha yakın yerlerde meydana gelirken ayrılmanın bitişi II. bloktan daha uzak yerlerde meydana gelmiştir. Yani yük faktörü arttıkça ayrılma bölgesi büyümektedir.

Şekil 56'da alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilme dağılışı ile ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları verilmiştir. Benzer şekilde, alt FD tabakanın rijitlik parametresi azaldıkça yani alt FD tabakanın kendi derinliği boyunca rijitliği arttıkça ayrılma bölgesi küçülmektedir. Ayrıca rijitlik arttıkça ayrılmanın başlangıcı ve bitişi II. bloka gittikçe yaklaşmaktadır. Tablo 9b'de aynı parametreye ve yük faktörüne bağlı ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları elde edilmiştir. Yük faktörü arttıkça ayrılma bölgesi artmaktadır.

Tablo 9c'de üst FD tabakanın yoğunluk parametresinin ($\gamma_1 h_1$) ve yük faktörünün değişimine göre ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları elde edilmiştir. Üst FD tabakanın yoğunluk parametresi azaldıkça yani tabakanın kendi derinliği boyunca yoğunluğu arttıkça ayrılmanın başlangıç noktası II. blokun kenarından uzaklaşırken bitiş noktası II. bloka daha

yakın yerlerde meydana gelmektedir. Yani üst FD tabakanın yoğunluğu kendi derinliği boyunca arttıkça ayrılma bölgesi küçülmektedir. Ayrıca yük faktörü arttıkça ayrılma bölgesi artmaktadır.

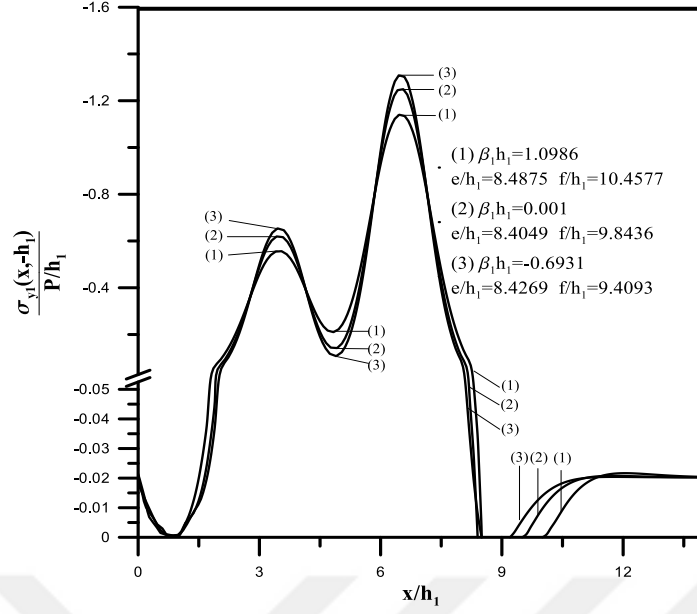
Şekil 57’de bloklar arası mesafenin değişimine göre $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilme dağılışı ile ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları verilmiştir. Bloklar arası mesafe arttıkça ayrılmanın başlangıcı ve bitiş sağdaki bloktan daha uzak yerlerde meydana gelmekle birlikte ayrılma bölgesi küçülmüştür. Tablo 9d.’de bloklar arasındaki mesafenin ve yük faktörünün değişimine göre ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları verilmiştir. Tabloda görüldüğü gibi yük faktörü arttıkça ayrılma bölgesinde büyüme meydana gelmektedir.

Şekil 58’te kayma modülleri oranının değişimine göre $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilme dağılışı ile ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları verilmiştir. Alt tabakanın üst yüzeyinin rijitliği üst tabakanın alt yüzeyinden daha büyük oldukça ayrılmanın başlangıcı ve bitiş II. bloka daha yakın yerlerde meydana gelmektedir. Ayrıca kayma modülü oranı arttıkça ayrılma bölgesi küçülmektedir.

Tablo 9e’de üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre elde edilen ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları literatürdeki bir çalışmayla (Polat 2019) kıyaslanmıştır. Kıyaslama yapılırken alt FD tabakanın yüksekliği artırılmış rijitlik ve yoğunluk parametreleri sıfır alınmıştır. Böylece üst FD tabakanın altında homojen yarı sonsuz düzlemin olması durumu ele alınmıştır. Ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları incelendiğinde elde edilen sonuçların literatürdeki çalışmayla uyumlu olduğu görülmektedir.

Tablo 9f’de üst FD tabakanın yoğunluk parametresinin ($\gamma_1 h_1$) değişimine göre elde edilen ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları literatürdeki bir çalışmayla (Polat 2019) kıyaslanmıştır. Elde edilen sonuçlara bakıldığında, ayrılma başlangıç ve bitiş noktalarının literatürde elde edilen sonuçlarla oldukça yakın olduğu görülmektedir.

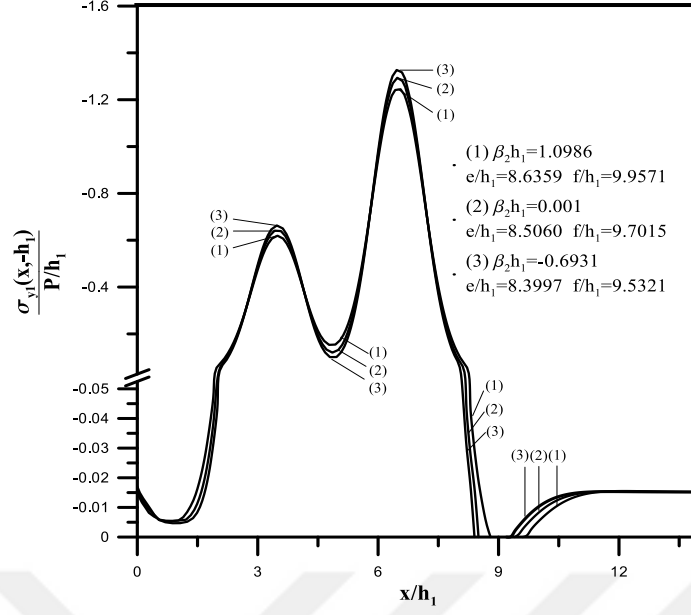
Tablo 9g’de bloklar arası mesafenin değişimine göre ayrılma başlangıç ve bitiş noktalarının literatürdeki bir çalışmayla (Polat 2019) kıyaslanmıştır. Benzer şekilde, elde edilen sonuçların literatürdeki çalışmayla oldukça yakın olduğu görülmüştür.



Şekil 55. Tabakalar arasında ayrılma olması durumunda üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$, $\lambda_{cr2}>\lambda=30>\lambda_{cr1}$)

Tablo 9a. Tabakalar arasında ayrılma olması durumunda üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) ve yük faktörünün (λ) değişimine göre ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$, $\lambda_{cr2}>\lambda>\lambda_{cr1}$)

$\beta_1 h_1$	$\lambda=50$		$\lambda=55$		$\lambda=60$	
	e/h_1	f/h_1	e/h_1	f/h_1	e/h_1	f/h_1
1.0986	8.2965	11.4769	8.2701	11.6824	8.2477	11.8749
0.6931	8.2510	11.2216	8.2253	11.4174	8.2027	11.6038
0.001	8.1991	10.7687	8.1725	10.9459	8.1501	11.1206
-0.6931	8.1834	10.2868	8.1551	10.4542	8.1309	10.6113
-1.0986	8.1958	9.9951	8.1625	10.1549	8.1386	10.3019



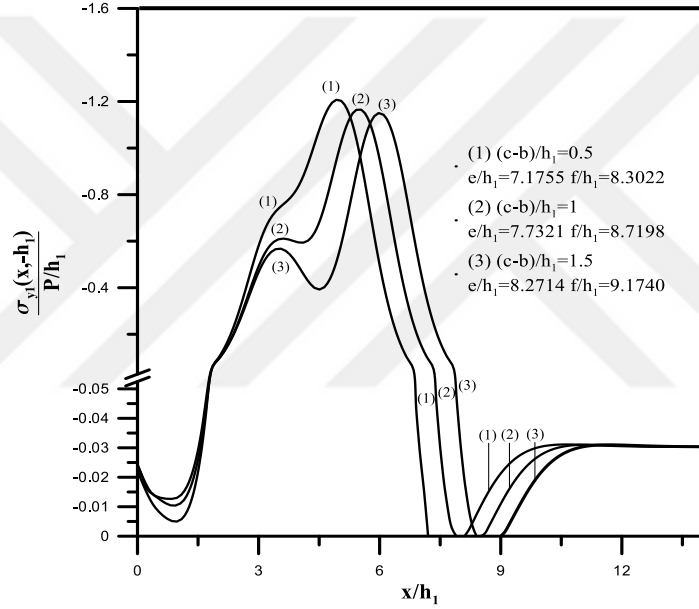
Şekil 56. Tabakalar arasında ayrılma olması durumunda alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$, $\lambda_{cr2}>\lambda=40>\lambda_{cr1}$)

Tablo 9b. Tabakalar arasında ayrılma olması durumunda alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) ve yük faktörünün (λ) değişimine göre ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$, $\lambda_{cr2}>\lambda>\lambda_{cr1}$)

$\beta_2 h_1$	$\lambda=50$		$\lambda=55$		$\lambda=60$	
	e/h_1	f/h_1	e/h_1	f/h_1	e/h_1	f/h_1
1.0986	8.5584	10.6103	8.5071	10.7984	8.4658	10.9692
0.6931	8.4833	10.3976	8.4348	10.5794	8.3928	10.7469
0.001	8.3698	10.1151	8.3267	10.2867	8.2914	10.4451
-0.6931	8.2807	9.9180	8.2462	10.0803	8.2113	10.2303
-1.0986	8.2404	9.8327	8.2046	9.9903	8.1753	10.1359

Tablo 9c. Tabakalar arasında ayrılma olması durumunda üst FD tabakanın yoğunluk parametresinin ($\gamma_1 h_1$) ve yük faktörünün (λ) değişimine göre ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{-h_1}=1$, $h_1=h_2=1$, $\lambda_{cr2}>\lambda>\lambda_{cr1}$)

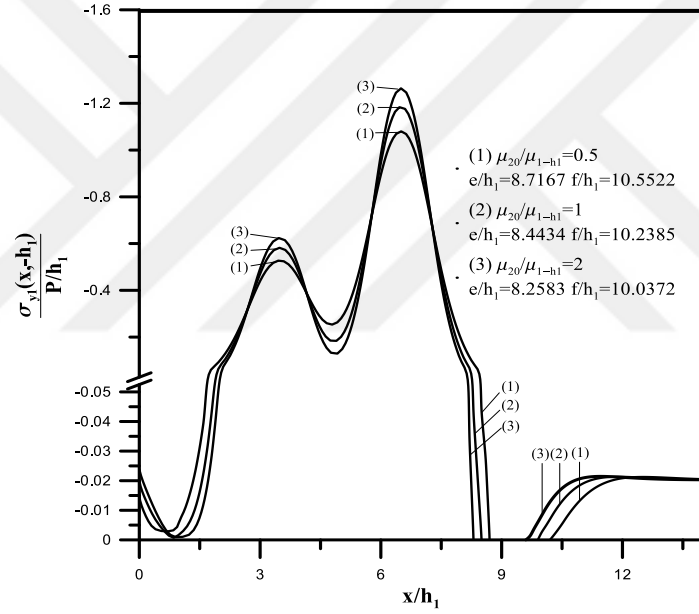
$\gamma_1 h_1$	$\lambda=55$		$\lambda=60$		$\lambda=65$	
	e/h_1	f/h_1	e/h_1	f/h_1	e/h_1	f/h_1
1.7917	8.2062	12.2869	8.1878	12.4955	8.1718	12.6929
1.0986	8.2701	11.6824	8.2477	11.8749	8.2284	12.0566
0.001	8.4381	10.6625	8.4024	10.8317	8.3725	10.9901
-1.0986	8.9278	9.4366	8.7871	9.6629	8.7023	9.8330



Şekil 57. Tabakalar arasında ayrılma olması durumunda bloklar arasındaki mesafenin değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $h_1=h_2=1$, $\lambda_{cr2}>\lambda=20>\lambda_{cr1}$)

Tablo 9d. Tabakalar arasında ayrılma olması durumunda bloklar arasındaki mesafenin ve yük faktörünün (λ) değişimine göre ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_2/\mu_{-h_1}=1$, $h_1=h_2=1$, $\lambda_{cr2}>\lambda>\lambda_{cr1}$)

$(c-b)/h_1$	$\lambda=50$		$\lambda=55$		$\lambda=60$	
	e/h_1	f/h_1	e/h_1	f/h_1	e/h_1	f/h_1
0.25	6.4849	9.9146	6.4607	10.1262	6.4401	10.3245
0.5	6.7470	10.1178	6.7225	10.3269	6.6701	10.5249
1	7.2708	10.5318	7.2453	10.7385	7.2232	10.9337
1.5	7.7885	10.9859	7.7618	11.1932	7.7396	11.3862
2	8.2965	11.4757	8.2703	11.6817	8.2477	11.8749



Şekil 58. Tabakalar arasında ayrılma olması durumunda kayma modülü oranının (μ_{20}/μ_{1-h_1}) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=0.6931$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2=1$, $\lambda_{cr2}>\lambda=30>\lambda_{cr1}$)

Tablo 9e. Tabakalar arasında ayrılma olması durumunda üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre ayrılma başlangıç ve bitiş noktalarının literatürdeki bir çalışmayla kıyaslanması ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $Q=2P$, $\beta_2 h_1=0.001$, $\gamma_1 h_1=0.4055$, $\gamma_2 h_1=0.001$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $y=-h_1$, $h_1/h=0.1$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\lambda=105>\lambda_{cr1}$)

$\beta_1 h_1$	e/h_1		Fark (%)	f/h_1		Fark (%)
	Bu çalışma	Polat (2019)		Bu çalışma	Polat (2019)	
0.4055	8.8657	8.8873	0.225	11.5514	11.5634	0.008
0.001	8.8175	8.8065	0.114	11.2066	11.2348	0.003
-0.4055	8.7305	8.7472	0.114	10.8853	10.8996	0.001

Tablo 9f. Tabakalar arasında ayrılma olması durumunda üst FD tabakanın yoğunluk parametresinin ($\gamma_1 h_1$) değişimine göre ayrılma başlangıç ve bitiş noktalarının literatürdeki bir çalışmayla kıyaslanması ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $Q=2P$, $\beta_1 h_1=0.4055$, $\beta_2 h_1=0.001$, $\gamma_2 h_1=0.001$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $y=-h_1$, $h_1/h=0.1$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\lambda=105>\lambda_{cr1}$)

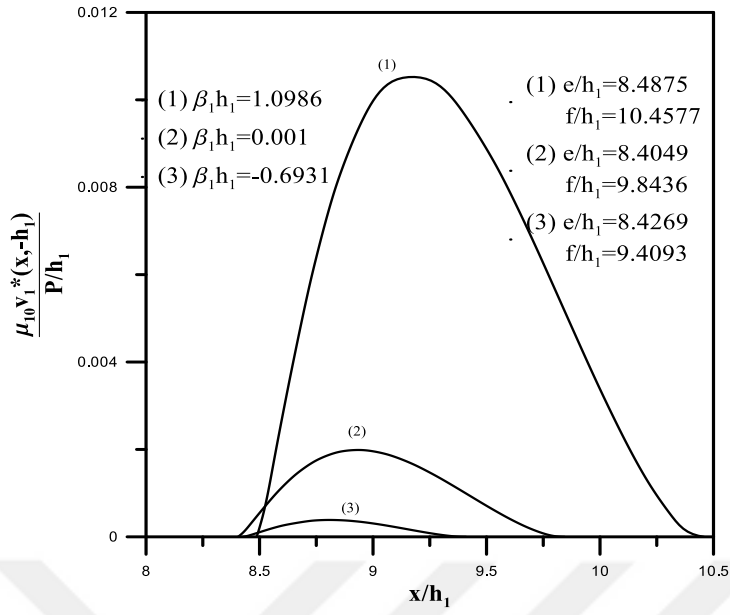
$\gamma_1 h_1$	e/h_1		Fark (%)	f/h_1		Fark (%)
	Bu çalışma	Polat (2019)		Bu çalışma	Polat (2019)	
0.4055	8.8628	8.8873	0.225	11.5503	11.5634	0.008
0.001	9.0059	9.0206	0.221	11.0101	11.0235	0.001
-0.4055	9.2392	9.2373	0.001	10.4076	10.4307	0.287

Tablo 9g. Tabakalar arasında ayrılma olması durumunda bloklar arası mesafenin değişimine göre ayrılma başlangıç ve bitiş noktalarının literatürdeki bir çalışmayla kıyaslanması ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1.5$, $Q=2P$, $\beta_1 h_1=0.4055$, $\beta_2 h_1=0.001$, $\gamma_1 h_1=0.4055$, $\gamma_2 h_1=0.001$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $y=-h_1$, $h_1/h=0.1$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\lambda=90>\lambda_{cr1}$)

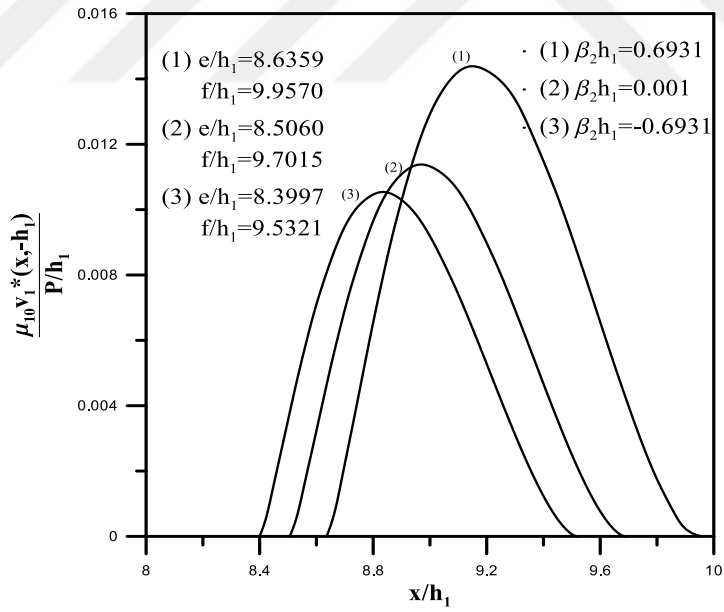
$\frac{c-b}{h_1}$	e/h_1		Fark (%)	f/h_1		Fark (%)
	Bu çalışma	Polat (2019)		Bu çalışma	Polat (2019)	
1	8.4956	8.5076	0.118	10.3547	10.3738	0.192
2	9.5459	9.5546	0.104	11.2302	11.2542	0.177
4	11.5675	11.5757	0.086	13.1559	13.1857	0.227

3.2.2. FD Tabakalar Arasında Süreksiz Temas Olması Durumunda Tabakalar Arasındaki Düşey Yer Değiştirmelerin Farkının İncelenmesi

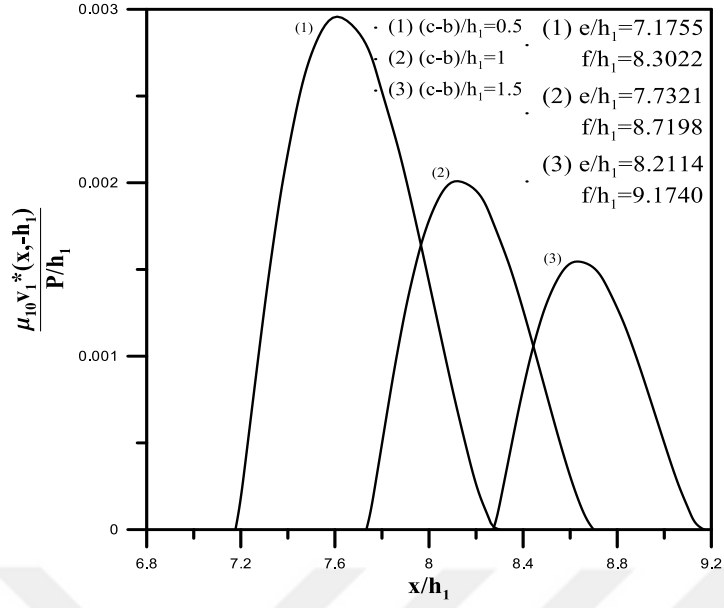
Bu bölümde FD tabakalar arasında ayrılma olması durumunda tabakalar arasında meydana gelen düşey yer değiştirmelerin farkı çeşitli parametrelere göre incelenmiştir. Yer değiştirmeler elde edilirken uygulanan yükün $\lambda_{cr2} > \lambda > \lambda_{cr1}$ olmasına dikkat edilmiştir. Şekil 59'da üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen açılma grafiği verilmiştir. Üst FD tabakanın rijitlik parametresi azaldıkça yani üst tabakanın rijitliği kendi derinliği boyunca arttıkça ayrılma bölgesi küçülmüş ve ayrılmalar bloklara daha yakın yerlerde meydana gelmiştir. Şekil 60'da alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen açılma grafiği verilmiştir. Alt FD tabakanın rijitlik parametresi azaldıkça yani alt FD tabakanın rijitliği kendi derinliği boyunca arttıkça ayrılma bölgesinde azalma meydana gelmiştir. Ayrıca alt FD tabakanın rijitliği arttıkça ayrılmalar bloklara daha yakın yerlerde meydana gelmiştir. Şekil 61'de bloklar arasındaki mesafesinin değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen açılmaların grafiği verilmiştir. Bloklar arası mesafe arttıkça ayrılma bölgesinde küçülme meydana gelmekte olup ayrılmalar bloklardan daha uzak yerlerde meydana gelmiştir. Şekil 62'de üst FD tabakanın yoğunluk parametresinin değişimine göre açılmaların grafiği verilmiştir. Üst tabakanın yoğunluğu kendi derinliği boyunca arttıkça ayrılma bölgesi küçülmekte olup ayrılmanın başlangıç noktası bloklardan daha uzak yerlerde ortaya çıkmıştır.



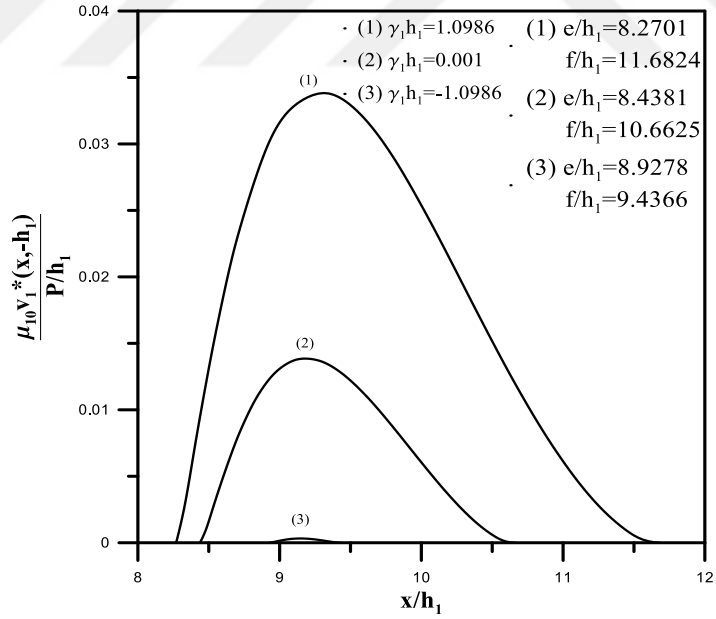
Şekil 59. Üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen açılma ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$, $\lambda_{cr2} > \lambda=30 > \lambda_{cr1}$)



Şekil 60. Alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen açılma ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$, $\lambda_{cr2} > \lambda=40 > \lambda_{cr1}$)



Şekil 61. Bloklar arası mesafenin değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen açılma ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$, $\lambda_{cr2} > \lambda=20 > \lambda_{cr1}$)



Şekil 62. Üst FD tabakanın yoğunluk parametresinin ($\gamma_1 h_1$) değişimine göre tabakalar arasında meydana gelen açılma ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$, $\lambda_{cr2} > \lambda=55 > \lambda_{cr1}$)

3.2.3. Alt FD Tabaka ile Rijit Düzlem Arasında Süreksiz Temas Olması Durumu İçin Bulgular

Bu bölümde alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında süreksiz temas olması durumunda alt FD tabaka ile rijit düzlem ara yüzeyinde meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilme dağılımları ile ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları elde edilmiştir. Bu bölümdeki bulgular elde edilirken yük faktörünün; belirlenen parametreler için alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında ilk ayrılmayı başlatan yükten büyük, tabakalar arasında ilk ayrılmayı başlatan yükten küçük olmasına dikkat edilmiştir ($\lambda_{cr1} > \lambda > \lambda_{cr2}$). Tüm durumlar için en büyük gerilmeler blok altlarında meydana gelmekte olup ayrılma bölgesinde gerilmeler sıfır değerini almıştır.

Şekil 63’de üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilme dağılışı ile ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları verilmiştir. Üst FD tabakanın rijitlik parametresi azaldıkça yani üst FD tabakanın kendi derinliği boyunca rijitliği arttıkça ayrılma bölgesinde küçülme meydana gelmiştir. Ayrıca bu tabakanın rijitliği arttıkça ayrılmanın başlangıcı ve bitiş II. bloka gittikçe yaklaşmaktadır.

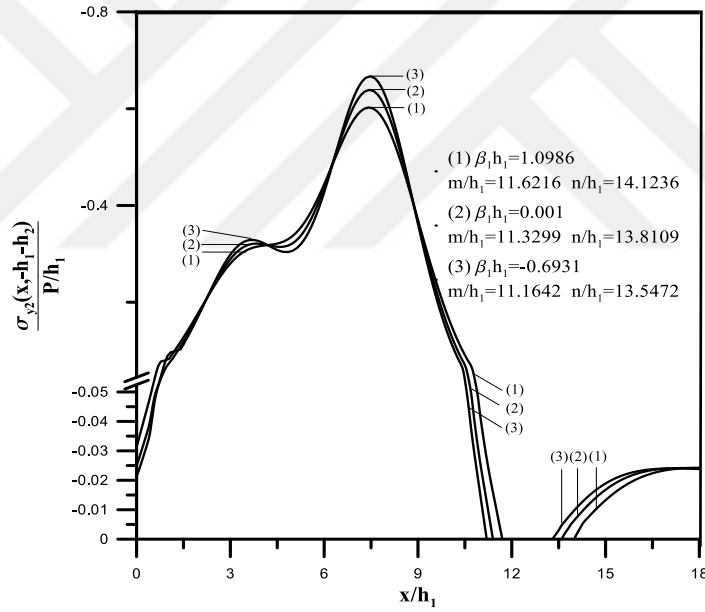
Şekil 64’ de alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilme dağılışı ile ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları verilmiştir. Alt FD tabakanın rijitliği kendi derinliği boyunca arttıkça ayrılma bölgesi küçülmüş, ayrılmanın başlangıç ve bitiş noktaları II. bloka daha yakın yerlerde ortaya çıkmıştır.

Şekil 65’te bloklar arası mesafenin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilme dağılışı ile ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları verilmiştir. Bloklar birbirinden uzaklaştıkça gerilmelerde azalma meydana gelmiştir. Ayrıca bloklar birbirinden uzaklaştıkça ayrılmanın başlangıç ve bitiş noktaları y ekseninden uzaklaşmış, ayrılma bölgesi küçülmüştür.

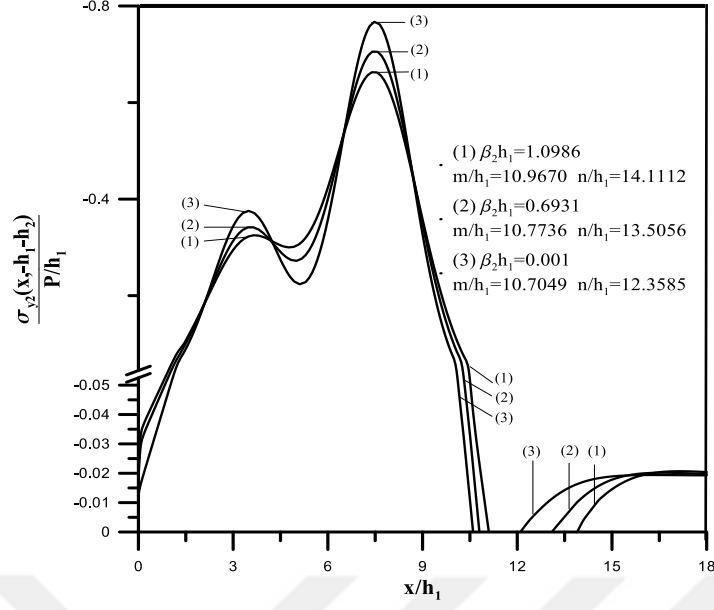
Şekil 66’da üst FD tabakanın yoğunluk parametresinin ($\gamma_1 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilme dağılışı görülmektedir. Üst FD tabakanın yoğunluk parametresi azaldıkça yani tabakanın kendi derinliği boyunca yoğunluğu arttıkça ayrılma başlangıç mesafelerinde artış ayrılmanın bitiş mesafesinde ise azalma meydana gelmiştir. Yani yoğunluk arttıkça ayrılma bölgesi II. bloktan daha uzak yerlerde ortaya çıkarken bölge küçülmektedir.

Şekil 67’de alt FD tabakanın yoğunluk parametresinin ($\gamma_2 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilme dağılışı verilmiştir. Benzer şekilde, alt FD tabakanın kendi derinliği boyunca yoğunluğu arttıkça ayrılma başlangıç mesafelerinde artış ve bitiş mesafelerinde azalma meydana gelmiştir. Yani ayrılma bölgesinde küçülme görülmüştür.

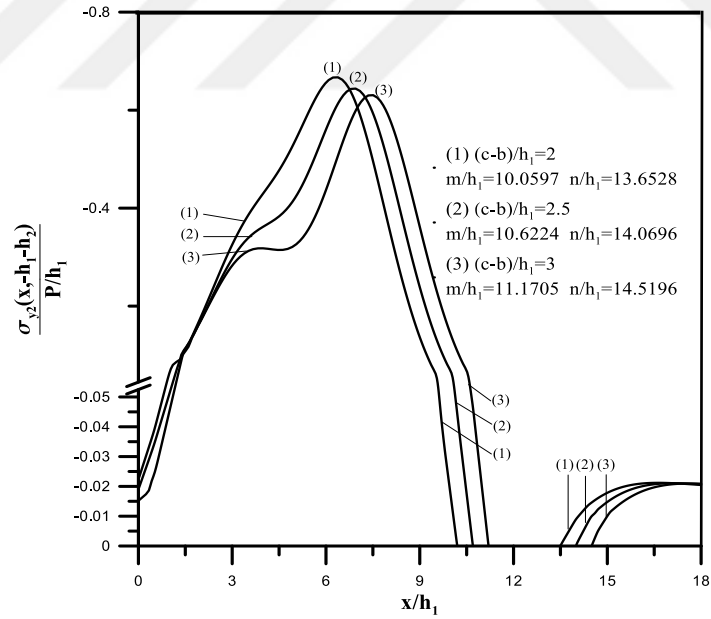
Şekil 68’te kayma modülü oranının (μ_{20}/μ_{1-h1}) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilme dağılışı görülmektedir. Alt FD tabakanın üst yüzeyi üst FD tabakanın alt yüzeyinden daha rijit oldukça ayrılma başlangıç ve bitiş mesafelerinde azalma meydana gelmiştir. Yani ayrılmalar II. bloka daha yakın yerlerde ortaya çıkmış ve ayrılma bölgesi nerdeyse değişmemiştir.



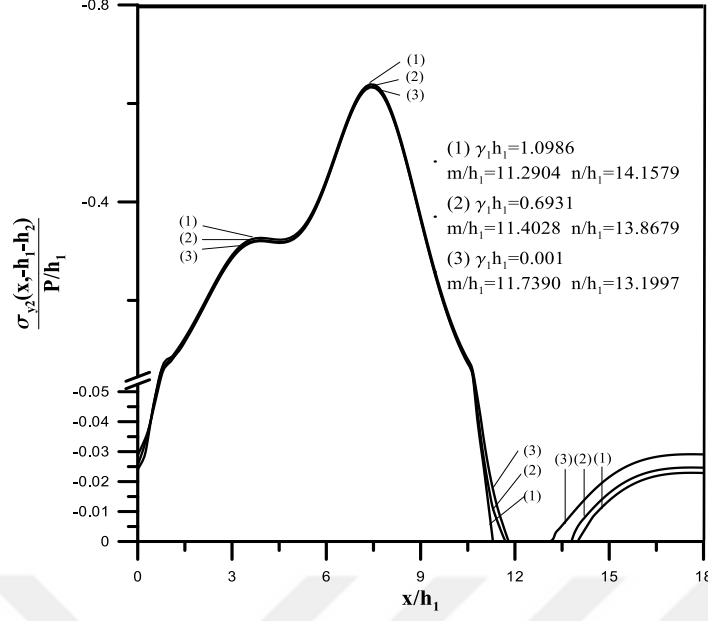
Şekil 63. Üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, (b-a)/ $h_1=1$, (c-b)/ $h_1=3$, (d-c)/ $h_1=1$, $\beta_2 h_1=1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=1.0986$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1/h_2=0.5$, $\lambda_{cr1}>\lambda=130>\lambda_{cr2}$)



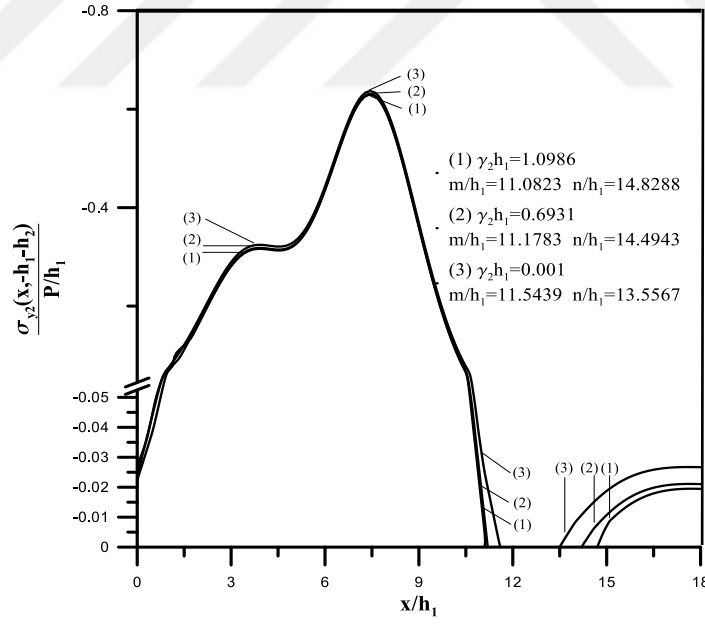
Şekil 64. Alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, (b-a)/ $h_1=1$, (c-b)/ $h_1=3$, (d-c)/ $h_1=1$, $\beta_1 h_1 = -1.0986$, $\gamma_1 h_1 = -1.0986$, $\gamma_2 h_1 = 1.38629$, $\kappa_1 = \kappa_2 = 2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1/h_2=0.5$, $\lambda_{cr1} > \lambda = 130 > \lambda_{cr2}$)



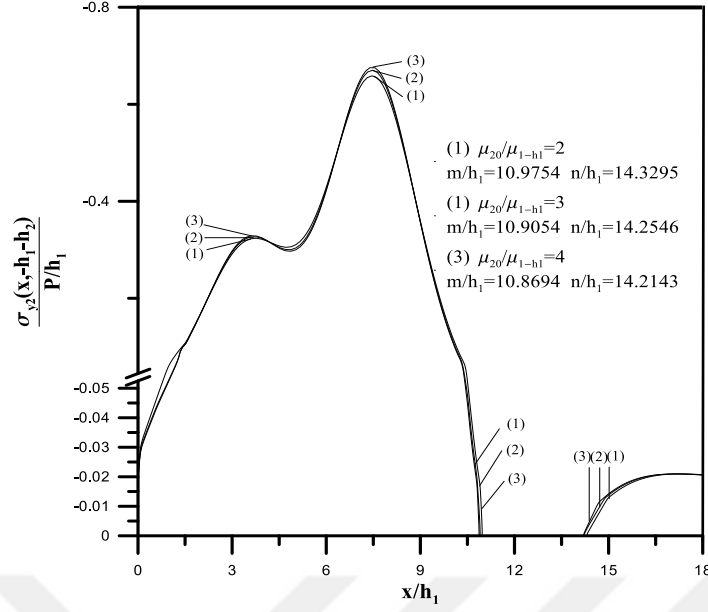
Şekil 65. Bloklar arası mesafenin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, (b-a)/ $h_1=1$, (d-c)/ $h_1=1$, $\beta_1 h_1 = -1.0986$, $\beta_2 h_1 = 1.38629$, $\gamma_1 h_1 = -1.0986$, $\gamma_2 h_1 = 1.38629$, $\kappa_1 = \kappa_2 = 2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1/h_2=0.5$, $\lambda_{cr1} > \lambda = 130 > \lambda_{cr2}$)



Şekil 66. Üst FD tabakanın yoğunluk parametresinin ($\gamma_1 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1 - h_2) / P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=3$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.0986$, $\beta_2 h_1=1.38629$, $\gamma_2 h_1=1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1/h_2=0.5$, $\lambda_{cr1}>\lambda=60>\lambda_{cr2}$)



Şekil 67. Alt FD tabakanın yoğunluk parametresinin ($\gamma_2 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1 - h_2) / P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=3$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.0986$, $\beta_2 h_1=1.38629$, $\gamma_1 h_1=-1.0986$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1/h_2=0.5$, $\lambda_{cr1}>\lambda=150>\lambda_{cr2}$)

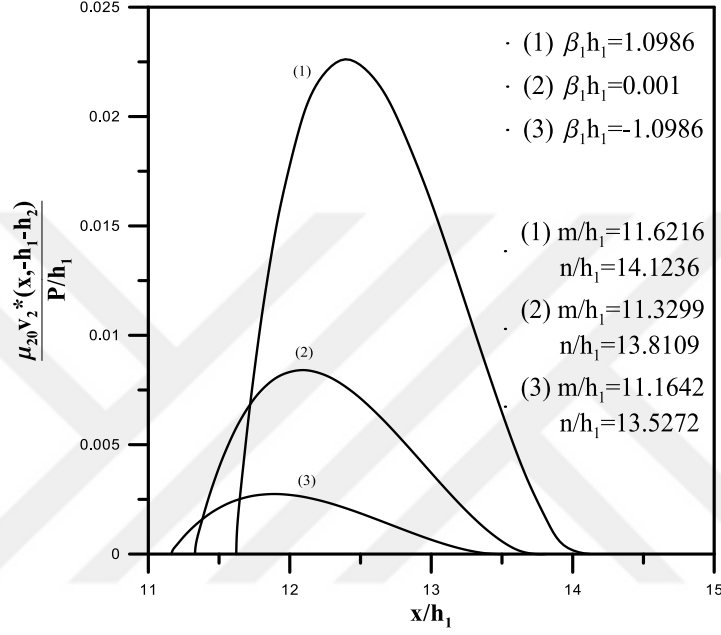


Şekil 68. Kayma modülü oranının (μ_{20}/μ_{1-h1}) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilmesinin dağılımı ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=3$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.0986$, $\beta_2 h_1=1.38629$, $\gamma_1 h_1=-1.0986$ $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1/h_2=0.5$, $\lambda_{cr1}>\lambda=130>\lambda_{cr2}$)

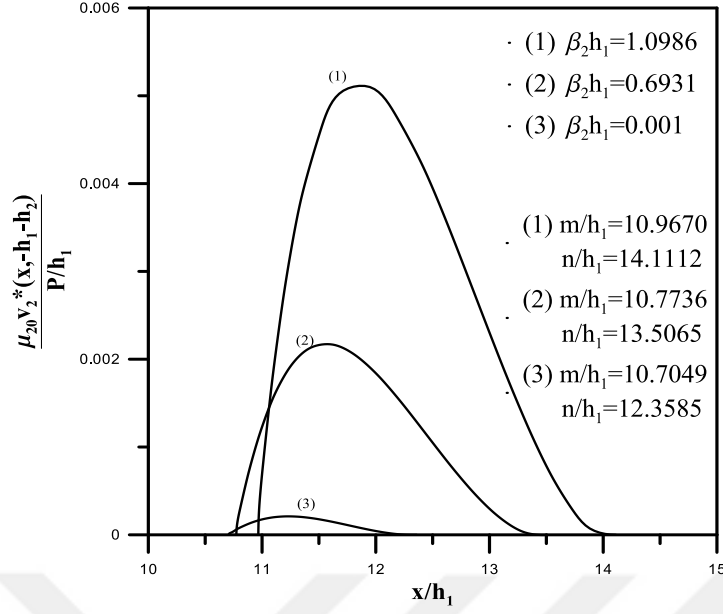
3.2.4. Alt FD Tabaka ile Rijit Düzlem Arasında Süreksiz Temas Olması Durumunda Düşey Yer Değiştirmelerin Farkının İncelenmesi

Alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında ayrılma olması halinde alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen düşey yer değiştirmelerin farkı çeşitli parametrelere göre incelenmiştir. Yer değiştirmeler elde edilirken uygulanan yükün $\lambda_{cr1}>\lambda>\lambda_{cr2}$ olmasına dikkat edilmiştir. Şekil 69’da üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen açılma grafiği verilmiştir. Üst FD tabakanın rijitlik parametresi azaldıkça yani üst tabakanın rijitliği kendi derinliği boyunca arttıkça ayrılma bölgesi küçülmüş ayrıca ayrılmanın başlangıç ve bitiş noktaları bloklara yakın yerlerde ortaya çıkmıştır. Şekil 70’te alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen açılma grafiği verilmiştir. Alt FD tabakanın rijitlik parametresi azaldıkça yani alt FD tabakanın rijitliği kendi derinliği boyunca arttıkça ayrılma bölgesinde azalma ortaya çıkmıştır. Ayrıca alt FD tabakanın rijitliği arttıkça ayrılmalar bloklara daha yakın yerlerde görülmüştür. Şekil 71’de bloklar arasındaki mesafesinin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen açılma grafiği verilmiştir. Bloklar arası mesafe arttıkça ayrılma bölgesinde küçülme meydana gelmiş ayrılmalar bloklardan daha uzak yerlerde ortaya çıkmıştır. Şekil

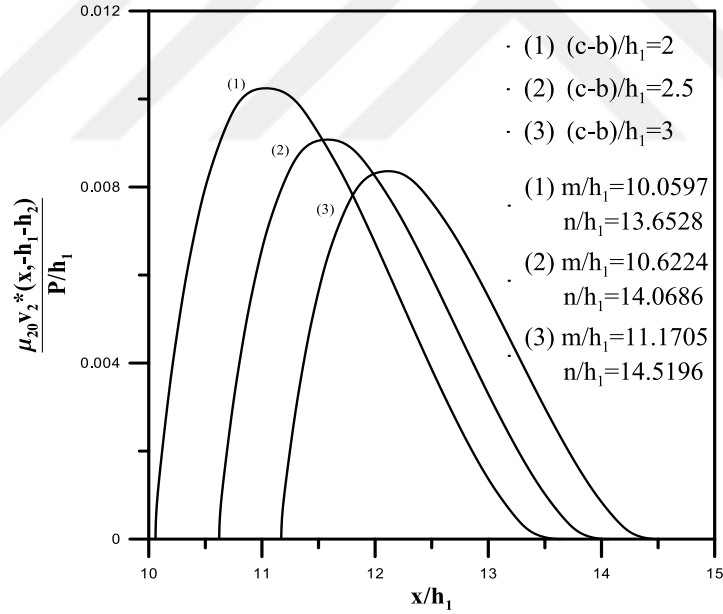
72’de kayma modülü oranının (μ_{20}/μ_{1-h1}) değişimine göre açılma grafiği verilmiştir. Kayma modülü oranı arttıkça yani alt tabakanın üst yüzeyi üst tabakanın alt yüzeyinden daha rijit oldukça ayrılma bölgesinde az da olsa küçülme meydana gelmekte olup ayrılmalar bloklara daha yakın yerlerde meydana gelmiştir.



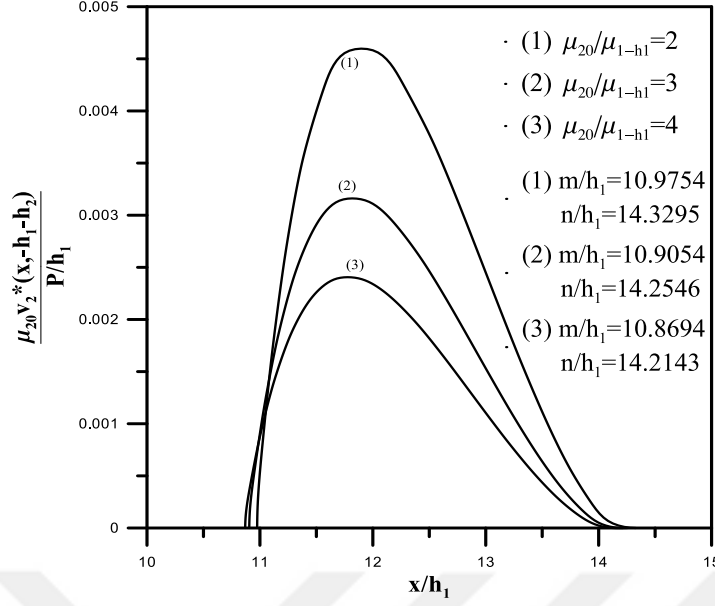
Şekil 69. Üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana açılma ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=3$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_2 h_1=1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_2 h_1=1.0986$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1/h_2=0.5$, $\lambda_{cr1}>\lambda=130>\lambda_{cr2}$)



Şekil 70. Alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana açılma ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=3$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.0986$, $\gamma_1 h_1=-1.0986$, $\gamma_2 h_1=1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $h_1/h_2=0.5$, $\lambda_{cr1}>\lambda=130>\lambda_{cr2}$)



Şekil 71. Bloklar arası mesafenin değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana açılma ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.0986$, $\beta_2 h_1=1.38629$, $\gamma_1 h_1=-1.0986$, $\gamma_2 h_1=1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $h_1/h_2=0.5$, $\lambda_{cr1}>\lambda=130>\lambda_{cr2}$)



Şekil 72. Kayma modülü oranının (μ_{20}/μ_{1-h1}) değişimine göre alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana açılma ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=3$, $(d-c)/h_1=1$, $\beta_1 h_1=-1.0986$, $\beta_2 h_1=1.38629$, $\gamma_1 h_1=-1.0986$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1/h_2=0.5$, $\lambda_{cr1}>\lambda=130>\lambda_{cr2}$)

3.2.5. Sonlu Elemanlar Metodu Yardımıyla Elde Edilen Sonuçların Analitik Sonuçlarla Kıyaslanması

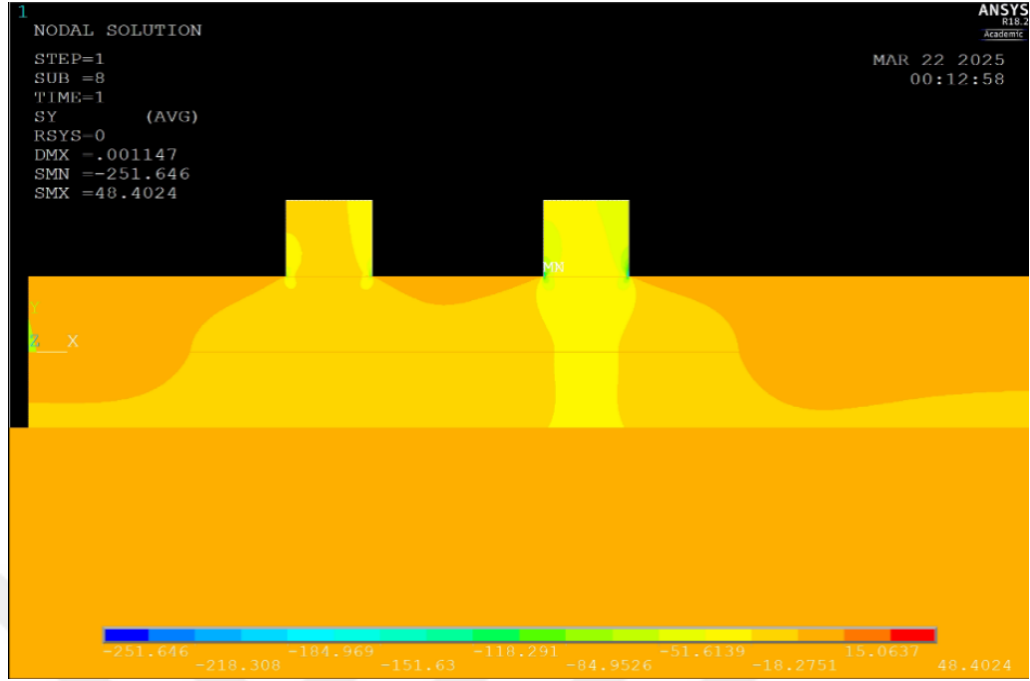
Bu bölümde rijit düzleme oturan ve rijit iki blokla yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş iki tabakanın temas problemi, sonlu elemanlar yöntemini esas alan ANSYS programı ile analiz edilmiş ve elde edilen sonuçlar analitik çözümle kıyaslanmıştır. Tüm yüzeylerdeki sürtünmeler yapılan analizlerde ihmal edilmiştir ve kütle kuvvetleri dikkate alınmıştır. Sürekli temas durumu için blok altı gerilme dağılımları ve yük faktörünün kritik yük faktörüne eşit olması durumunda ilk ayrılma mesafelerinin kıyaslanması yapılmıştır. Elde edilen bulgular tablo ve grafikler yardımıyla sunulmuştur.

Şekil 73'te sürekli temas problemi için ANSYS programı analizi sonucunda elde edilen tabakalarda oluşan σ_y gerilme dağılımı verilmiştir. Şekil 74'te üst tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre blok altı temas gerilme dağılımları analitik çözümde elde edilen bulgularla karşılaştırılmış ve sonuçların oldukça yakın olduğu gözlemlenmiştir. Şekil 75'de alt tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre blok altı temas gerilme dağılımları analitik çözümde elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmış olup sonuçların oldukça uyumlu olduğu görülmüştür.

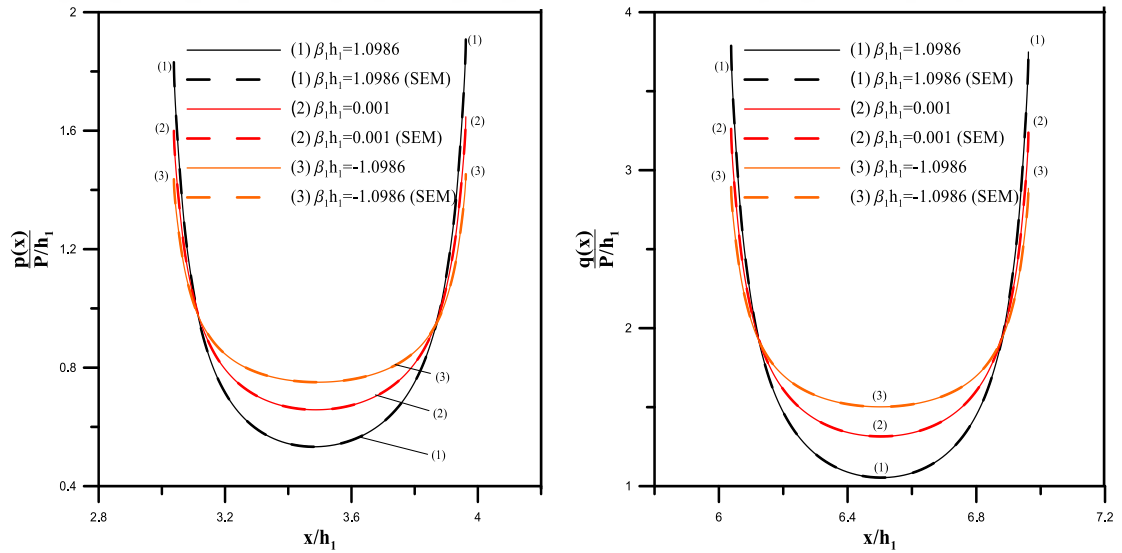
Şekil 76’da üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen tabakalar arasındaki $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılımlarının kıyaslanması yapılmış ve sonuçların yakın olduğu görülmüştür. Tablo 10a.’da aynı parametreye göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen tabakalar arasındaki ilk ayrılma uzaklıkları ve yükleri kıyaslanmış ve sonuçların oldukça yakın olduğu görülmüştür. Şekil 77’de üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki $\sigma_{y2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılımlarının kıyaslanması yapılmıştır. Tablo 10b.’de aynı parametreye göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ilk ayrılma uzaklıkları ve yükleri kıyaslanmış ve sonuçların oldukça uyumlu olduğu görülmüştür.

Şekil 78’te alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen tabakalar arasındaki $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılımlarının kıyaslanması yapılmış ve sonuçların oldukça yakın olduğu görülmüştür. Tablo 10c.’de aynı parametreye göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen tabakalar arasındaki ilk ayrılma uzaklıkları ve yükleri kıyaslanmış ve sonuçların oldukça uyumlu olduğu görülmüştür. Şekil 79’da alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki $\sigma_{y2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılımlarının kıyaslanması yapılmıştır. Tablo 10d.’de aynı parametreye göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ilk ayrılma uzaklıkları ve yükleri kıyaslanmış ve sonuçların oldukça yakın olduğu görülmüştür.

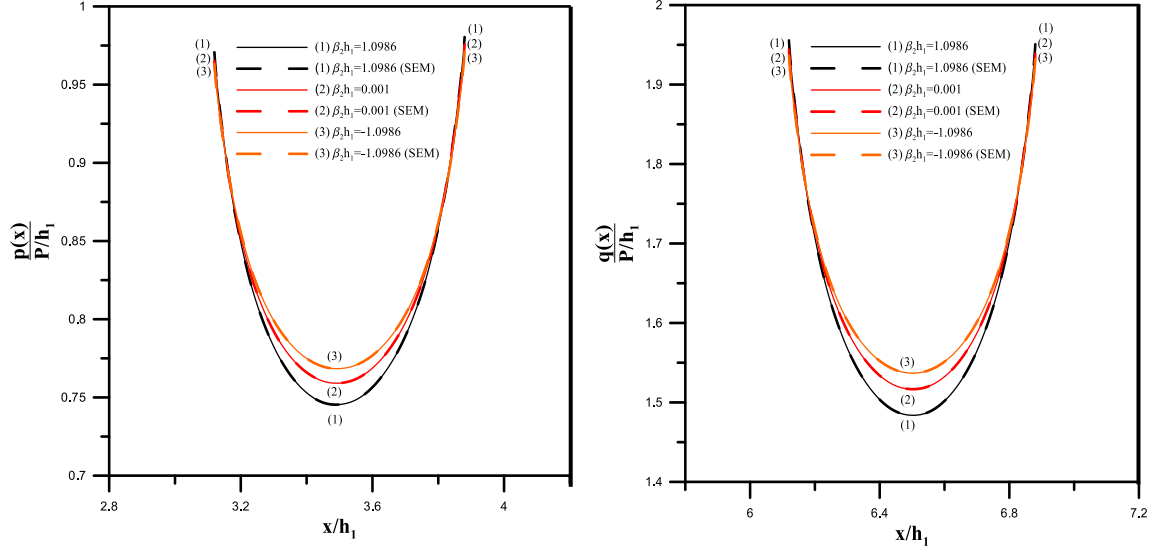
Şekil 80’de süreksiz temas olması durumunda ANSYS programından elde edilen σ_y temas gerilmesi dağılışı ve ayrılma bölgesi verilmiştir. Şekil 81’de süreksiz temas durumunda üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen tabakalar arasındaki $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılımlarının kıyaslanması yapılmış ve sonuçların oldukça yakın olduğu gözlemlenmiştir. Tablo 10e’de aynı parametreye göre analitik ve SEM çözümlerinden elde edilen ayrılmanın başlangıç ve bitiş noktalarının kıyaslanması yapılmıştır ve sonuçların birbirine çok yakın olduğu görülmüştür.



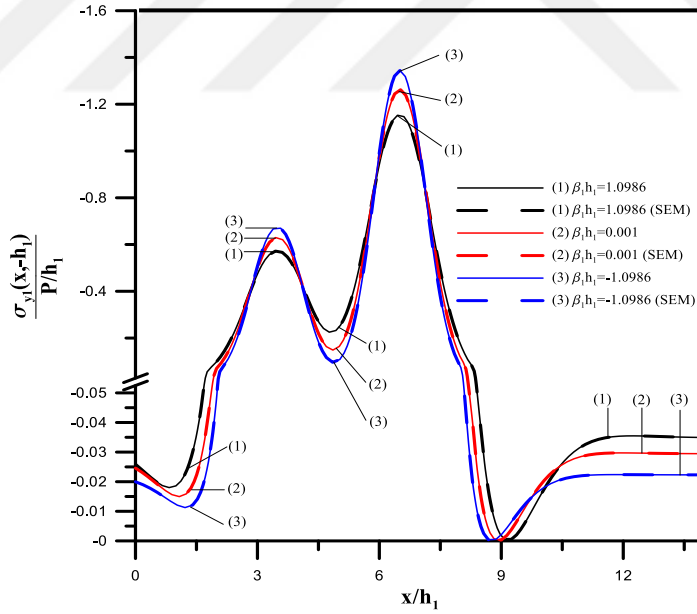
Şekil 73. Sürekli temas durumunda ANSYS programından elde edilen σ_y gerilme dağılışı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)



Şekil 74. Sürekli temas durumunda, üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre blok altında oluşan gerilme dağılışılarının ANSYS programından elde edilen sonuçlarla kıyaslanması ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)



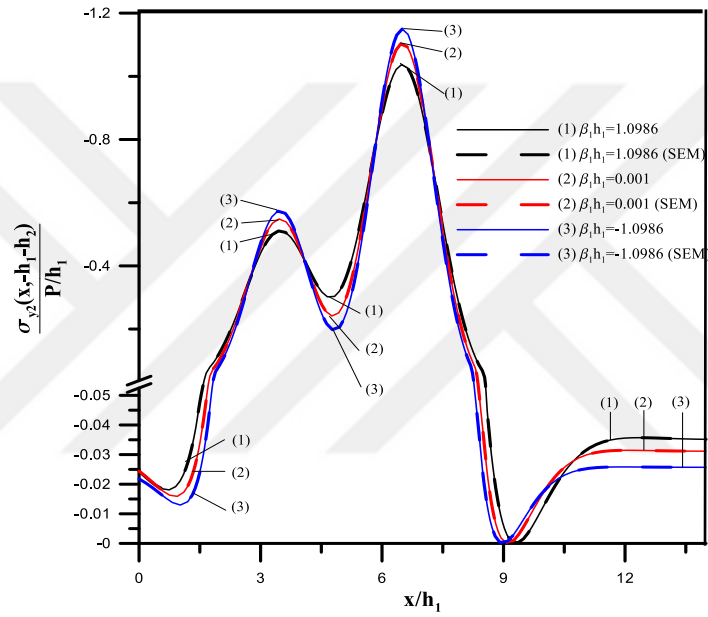
Şekil 75. Sürekli temas durumunda, alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre blokların altında oluşan gerilme dağılımlarının ANSYS programından elde edilen sonuçlarla kıyaslanması (a/h₁=3, Q=2P, (b-a)/h₁=1, (d-c)/h₁=1, (c-b)/h₁=2, $\beta_1 h_1 = -1.38629$, $\gamma_1 h_1 = 1.0986$, $\gamma_2 h_1 = -1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1} = 1$, $\kappa_1 = \kappa_2 = 2$, $h_1 = h_2$)



Şekil 76. Sürekli temas durumunda üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen tabakalar arasındaki $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılımlarının kıyaslanması (a/h₁=3, (b-a)/h₁=1, (c-b)/h₁=2, $\beta_2 h_1 = -1.38629$, $\gamma_1 h_1 = 1.0986$, $\gamma_2 h_1 = -1.38629$, $\kappa_1 = \kappa_2 = 2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1} = 1$, $h_1 = h_2 = 1$)

Tablo 10a. Sürekli temas durumunda üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen tabakalar arasındaki ilk ayrılma uzaklıklarının kıyaslanması ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $h_1=h_2=1$)

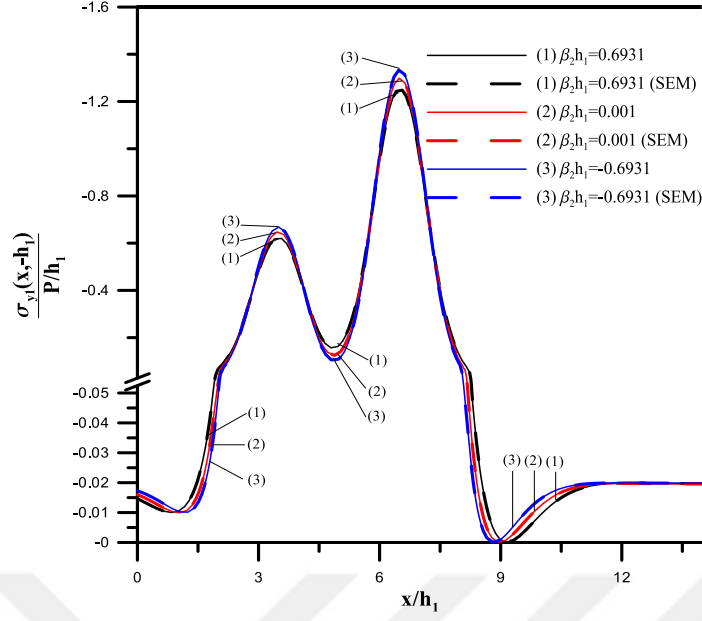
$\beta_1 h_1$	x_{cr}/h_1			λ_{cr}		
	Analitik	SEM	Fark(%)	Analitik	SEM	Fark(%)
1.0986	9.16	9.20	0.43	17.498	17.468	0.017
0.001	8.93	8.95	0.11	20.626	20.681	0.026
-1.0986	8.76	8.80	0.45	27.259	27.458	0.110



Şekil 77. Sürekli temas durumunda üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki $\sigma_{y2}(x, -h_1 - h_2)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılımlarının kıyaslanması ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $h_1=h_2=1$)

Tablo 10b. Sürekli temas durumunda üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ilk ayrılma mesafelerinin kıyaslanması ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h_1}=1$, $h_1=h_2=1$)

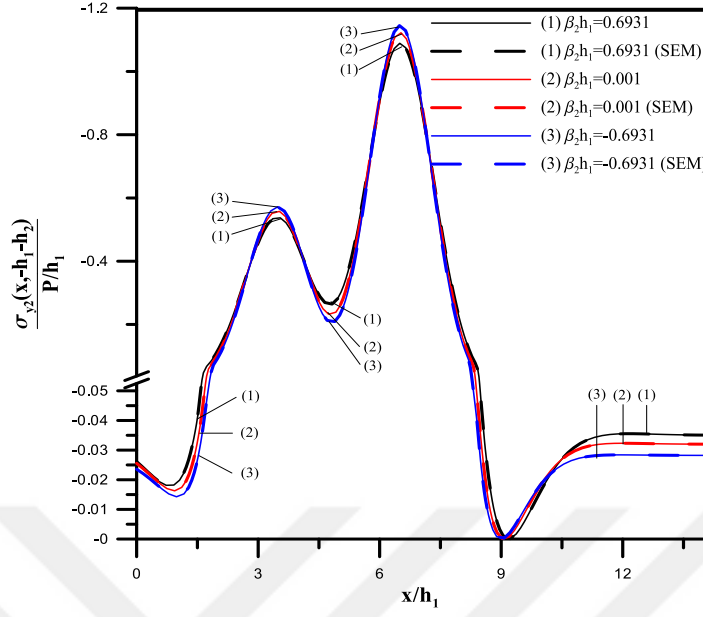
$\beta_1 h_1$	x_{cr}/h_1			λ_{cr}		
	Analitik	SEM	Fark(%)	Analitik	SEM	Fark(%)
1.0986	9.30	9.30	-	79.089	79.196	0.13
0.001	9.20	9.15	0.54	89.020	89.129	0.12
-1.0986	8.98	9.00	0.22	107.831	107.937	0.09



Şekil 78. Sürekli temas durumunda alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılımlarının kıyaslaması ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$)

Tablo 10c. Sürekli temas durumunda alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen tabakalar arasındaki ilk ayrılma mesafelerinin kıyaslanması ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$)

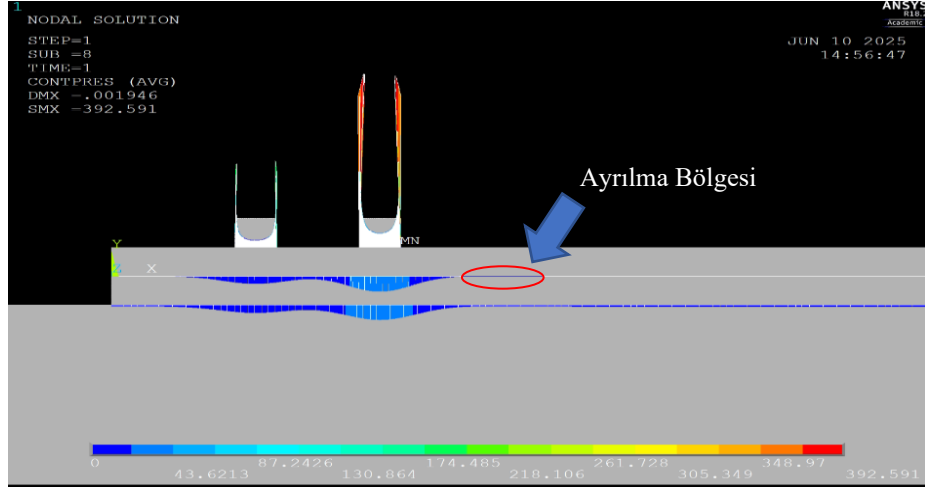
$\beta_2 h_1$	x_{cr}/h_1			λ_{cr}		
	Analitik	SEM	Fark(%)	Analitik	SEM	Fark(%)
0.6931	9.15	9.15	-	31.091	31.197	0.37
0.001	8.96	8.95	0.11	31.078	31.144	0.21
-0.6931	8.83	8.80	0.33	30.612	30.716	0.34



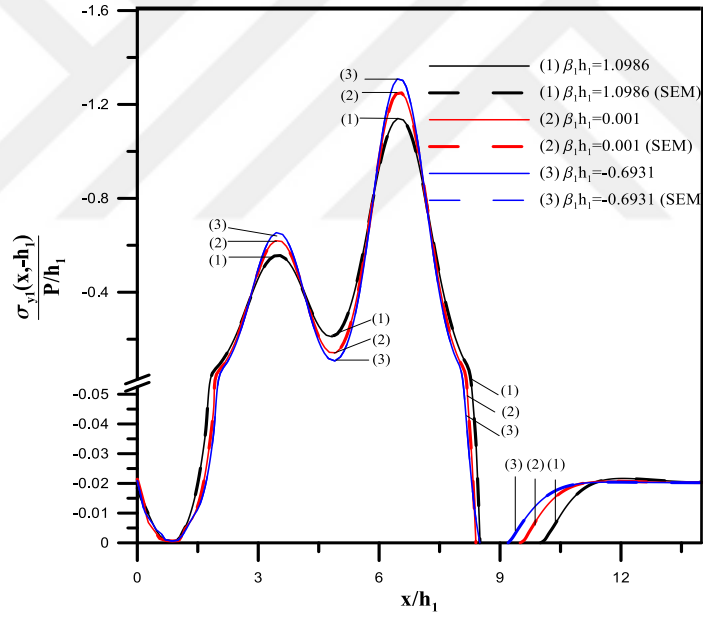
Şekil 79. Sürekli temas durumunda alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılımının kıyaslanması ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$)

Tablo 10d. Sürekli temas durumunda alt FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_2 h_1$) değişimine göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen alt FD tabaka ile rijit düzlem arasındaki ilk ayrılma mesafelerinin kıyaslanması ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$)

$\beta_2 h_1$	x_{cr}/h_1			λ_{cr}		
	Analitik	SEM	Fark(%)	Analitik	SEM	Fark(%)
0.6931	9.17	9.15	0.21	79.196	79.261	0.08
0.001	9.07	9.05	0.22	86.681	86.753	0.09
-0.6931	8.99	9.00	0.11	98.244	98.325	0.08



Şekil 80. Süreksiz temas durumunda ANSYS programından elde edilen σ_y temas gerilmesi dağılımı ($a/h_1=3$, $Q=2P$, $(b-a)/h_1=1$, $(d-c)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_1 h_1=1.0986$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\lambda_{cr2} > \lambda = 30 > \lambda_{cr1}$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $h_1=h_2$)



Şekil 81. Süreksiz temas durumunda üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmelerinin dağılımlarının kıyaslanması ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\lambda_{cr2} > \lambda = 30 > \lambda_{cr1}$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$)

Tablo 10e. Süreksiz temas durumunda üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) değişimine göre SEM ve analitik çözümlerden elde edilen ayrılma mesafelerinin kıyaslanması ($a/h_1=3$, $(b-a)/h_1=1$, $(c-b)/h_1=2$, $\beta_2 h_1=-1.38629$, $\gamma_1 h_1=1.0986$, $\gamma_2 h_1=-1.38629$, $\lambda_{cr2}>\lambda=30>\lambda_{cr1}$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_{20}/\mu_{1-h1}=1$, $h_1=h_2=1$)

$\beta_1 h_1$	e/h_1			f/h_1		
	Analitik	SEM	Fark(%)	Analitik	SEM	Fark(%)
1.0986	8.48	8.50	0.23	10.46	10.50	0.38
0.001	8.40	8.40	-	9.84	9.85	0.10
-0.6931	8.42	8.45	0.36	9.41	9.40	0.11

4. SONUÇLAR

Bu çalışmada, rijit düzleme oturan fonksiyonel derecelendirilmiş iki FD tabakanın sürekli ve süreksiz temas problemi ele alınmıştır. FD tabakaların rijitlik ve yoğunluk parametreleri farklı olup üst FD tabaka iki rijit düz blokla yüklenmiştir. Problemin çözümü rijit bloklara uygulanan yüklerin ve blok genişliklerinin farklı olması durumları için yapıldığından problem simetrik değildir. Problemin çözümünde kütle kuvvetleri dikkate alınmakta olup bütün yüzeylerdeki sürtünme ihmal edilmiştir. Sürekli temas probleminde uygulanan yükün ilk ayrılma yüküne eşit veya küçük olması durumu dikkate alınmıştır. Bu şart göz önüne alınarak değişen rijitlik parametreleri, yoğunluk parametreleri, bloklar arası mesafe, blok genişlikleri için blok altı gerilmeleri, her iki eksene göre tabakalarda oluşan temas gerilmeleri, tabakalar arası ve alt FD tabaka ile rijit düzlem arası ilk ayrılma yükler ve ilk ayrılma mesafeleri elde edilmiştir. Süreksiz temas problemi; tabakalar arasında süreksizlik olması durumu ve alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında süreksizlik olması durumu olarak ayrı ayrı ele alınmıştır. Tabakalar arasında süreksiz temas olması durumunda yüklemenin sadece tabakalar arasında ayrılmayı sağlamasına dikkat edilmiştir. Çeşitli parametreler için tabakalar arasında ayrılma olması durumunda ayrılmanın başlangıç ve bitiş noktaları, ayrılmanın şekli ve tabakalar arasında meydana gelen $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ boyutsuz gerilmeleri elde edilmiştir. Alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında ayrılma olması durumunda yüklemenin sadece alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında ayrılma olması durumunu sağlamasına dikkat edilmiştir. Çeşitli parametreler için alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında ayrılma olması durumunda ayrılmanın başlangıç ve bitiş noktaları, ayrılmanın şekli ve alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen $\sigma_{y2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ boyutsuz gerilmeleri elde edilmiştir. Çalışmada ayrıca, analitik çözümle elde edilen sonuçlar sonlu elemanlar yöntemiyle (SEM) elde edilen sonuçlarla kıyaslanmıştır. Yapılan çalışmadan aşağıdaki sonuçlar çıkartılabilir:

Yük oranı (Q/P) arttıkça I. blok altında oluşan gerilmelerde çok fazla bir değişiklik olmamasına rağmen II. blok altında oluşan gerilmelerde artış görülmüştür. Üst FD tabakanın rijitlik parametresinin ($\beta_1 h_1$) azalması durumunda yani tabakanın kendi derinliği boyunca rijitliği arttıkça blokların kenarlarında oluşan temas gerilmeleri azalmış, blokların ortalarında oluşan temas gerilmeleri ise artmıştır. Alt FD tabakanın derinlik boyunca rijitliği

arttıkça yani $(\beta_2 h_1)$ değeri azaldıkça blokların kenarlarında oluşan temas gerilmelerinde az da olsa azalma, blokların ortalarında oluşan temas gerilmelerinde ise artış meydana gelmektedir. Kayma modülü oranı μ_{20}/μ_{1-h_1} arttıkça yani üst FD tabakanın alt yüzeyi alt FD tabakanın üst yüzeyinden daha rijit hale geldikçe I. blokun sol ucundaki temas gerilmelerinde artış görülürken sağ ucundaki temas gerilmelerinde azalma olmuştur. Ayrıca bu oran arttıkça II. blokun her iki ucunda temas gerilmelerinde azalma meydana gelmiştir. II. blokun genişliği $((d-c)/h_1)$ arttıkça blok altında meydana gelen temas gerilmelerinde azalma olmuştur. Bloklar arası mesafe $((c-b)/h_1)$ arttıkça blokların birbirine en uzak kesitlerinde ve blok ortalarında meydana gelen temas gerilmeleri azalmış, blokların birbirine en yakın kesitlerinde meydana gelen temas gerilmeleri artmıştır.

Sürekli temas durumu için tabakaların derinlikleri boyunca meydana gelen boyutsuz $\sigma_{y1}(x,-h_1)/P/h_1$ ve $\sigma_{y2}(x,-h_1,-h_2)/P/h_1$ gerilmeleri çeşitli parametrelere göre incelenmiştir. Tüm durumlarda üst FD tabakanın alt yüzeyinde meydana gelen gerilmeler alt FD tabakanın üst yüzeyinde meydana gelen gerilme değerlerine eşittir ve bloklar dışındaki kesitlerde boyutsuz $\sigma_{y1}(x,-h_1)/P/h_1$ gerilmeleri sıfırdır. Üst FD tabakanın rijitlik parametresi $(\beta_1 h_1)$ azaldıkça yani üst FD tabakanın rijitliği kendi derinliği boyunca arttıkça düşey eksen boyunca oluşan boyutsuz $\sigma_{y1}(x,y)/P/h_1$ ve $\sigma_{y2}(x,y)/P/h_1$ gerilmelerinde artış görülmüştür. Alt FD tabakanın rijitlik parametresi $(\beta_2 h_1)$ azaldıkça yani alt FD tabakanın rijitliği kendi derinliği boyunca arttıkça düşey eksen boyunca I. blokun solundaki kesitte meydana gelen boyutsuz $\sigma_{y1}(x,y)/P/h_1$ ve $\sigma_{y2}(x,-h_1,-h_2)/P/h_1$ gerilmelerinde azalma görülürken I. blokun ortasındaki kesitte oluşan boyutsuz $\sigma_{y1}(x,y)/P/h_1$ ve $\sigma_{y2}(x,y)/P/h_1$ gerilmelerinde artış görülmüştür. II. blokun genişliği arttıkça düşey eksen boyunca oluşan boyutsuz $\sigma_{y1}(x,y)/P/h_1$ ve $\sigma_{y2}(x,y)/P/h_1$ gerilmelerinde azalma meydana gelmiştir. Üst FD tabakanın yoğunluk parametresi $(\gamma_1 h_1)$ azaldıkça yani tabakanın kendi derinliği boyunca yoğunluğu arttıkça düşey eksen boyunca meydana gelen boyutsuz $\sigma_{y1}(x,y)/P/h_1$ ve $\sigma_{y2}(x,y)/P/h_1$ gerilmeleri artmıştır. Alt FD tabakanın yoğunluk parametresi $(\gamma_2 h_1)$ azaldıkça yani tabakanın kendi derinliği boyunca yoğunluğu arttıkça üst FD tabakada oluşan $\sigma_{y1}(x,y)/P/h_1$ düşey gerilmesi sabit kalırken alt FD tabakada düşey eksen boyunca meydana gelen boyutsuz $\sigma_{y2}(x,y)/P/h_1$ gerilmesi artmıştır.

Sürekli temas durumu için tabakaların en alt yüzeylerinde yatay eksen boyunca meydana gelen boyutsuz $\sigma_{y1}(x,-h_1)/P/h_1$ ve $\sigma_{y2}(x,-h_1,-h_2)/P/h_1$ gerilmeleri, ilk ayrılma yükü ve ilk ayrılma mesafeleri çeşitli parametrelerin değişimine göre irdelenmiştir. Üst FD

tabakanın rijitlik parametresi ($\beta_1 h_1$) azaldıkça yani üst FD tabakanın rijitliği kendi derinliği boyunca arttıkça yatay eksen boyunca oluşan boyutsuz $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ ve $\sigma_{y2}(x, -h_1, -h_2)/P/h_1$ gerilmelerinde ve ilk ayrılma yüklerinde artış meydana gelmekte olup ilk ayrılma mesafelerinde azalma meydana gelmiştir. Alt FD tabakanın rijitlik parametresi ($\beta_2 h_1$) azaldıkça yani üst FD tabakanın rijitliği kendi derinliği boyunca arttıkça boyutsuz $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ ve $\sigma_{y2}(x, -h_1, -h_2)/P/h_1$ gerilmelerinde, tabakalar arasında ilk ayrılma yükünde azalma görülmekte olup alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında ilk ayrılma yükünde artış görülmüştür. Ayrıca bu parametre azaldıkça tabakalar arasında ve alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında ilk ayrılma mesafelerinde artış meydana gelmiştir. Bloklar arası mesafe $((c-b)/h_1)$ arttıkça boyutsuz $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ ve $\sigma_{y2}(x, -h_1, -h_2)/P/h_1$ gerilmelerinde azalma görülürken ilk ayrılma yükü ve ilk ayrılma mesafelerinde artış görülmüştür. Blok genişliği $((c-b)/h_1)$ arttıkça boyutsuz $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ ve $\sigma_{y2}(x, -h_1, -h_2)/P/h_1$ gerilmelerinde azalma meydana gelmiştir. Ayrıca bu değer arttıkça ilk ayrılma yükü ve ilk ayrılma mesafelerinde artış meydana gelmiştir. Kayma modülü oranı (μ_{20}/μ_{1-h_1}) arttıkça ilk ayrılma yükü ve ilk ayrılma mesafelerinde azalma meydana gelirken boyutsuz $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ ve $\sigma_{y2}(x, -h_1, -h_2)/P/h_1$ gerilmelerinde artış meydana gelmiştir. Tabaka yükseklikleri oranı (h_1/h) arttıkça boyutsuz $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ ve $\sigma_{y2}(x, -h_1, -h_2)/P/h_1$ gerilmelerinde artış meydana gelmiştir. Ayrıca bu oran arttıkça ilk ayrılma yükleri ve ilk ayrılma mesafelerinde azalma meydana gelmiştir. Üst FD tabakanın yoğunluk parametresi ($\gamma_1 h_1$) arttıkça yani üst FD tabakanın kendi derinliği boyunca yoğunluğu azaldıkça hem boyutsuz $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmelerinde hem de $\sigma_{y2}(x, -h_1, -h_2)/P/h_1$ gerilmelerinde çok az bir artış meydana gelmiştir. Ayrıca bu parametre arttıkça ilk ayrılma yüklerinde artış meydana gelmiş olup ilk ayrılma mesafeleri sabit kalmıştır. Alt FD tabakanın yoğunluk parametresi ($\gamma_2 h_1$) arttıkça yani alt FD tabakanın kendi derinliği boyunca yoğunluğu azaldıkça boyutsuz $\sigma_{y2}(x, -h_1, -h_2)/P/h_1$ gerilmelerinde çok az bir azalma meydana gelmiştir. Ayrıca bu parametre arttıkça ilk ayrılma yüklerinde artış meydana gelmiş olup ilk ayrılma mesafeleri sabit kalmıştır.

Sürekli temas durumu için tabakaların en alt yüzeylerinde yatay eksen boyunca meydana gelen boyutsuz $\sigma_{x1}(x, -h_1)/P/h_1$ ve $\sigma_{x2}(x, -h_1, -h_2)/P/h_1$ gerilmeleri irdelenmiştir. Üst FD tabakanın rijitlik parametresi ($\beta_1 h_1$) azaldıkça yani üst FD tabakanın rijitliği kendi derinliği boyunca arttıkça çekme gerilmeleri artmış basınç gerilmeleri azalmıştır. Alt FD tabakanın rijitlik parametresi ($\beta_2 h_1$) azaldıkça yani üst FD tabakanın rijitliği kendi derinliği boyunca arttıkça üst FD tabakada meydana gelen çekme ve basınç gerilmeleri azalmış alt

FD tabakada meydana gelen çekme ve basınç gerilmeleri artmıştır. II. blok genişliği $((d-c)/h_1)$ arttıkça I. blok altında çekme gerilmeleri az da olsa artmış II. blok altında oluşan çekme gerilmeleri azalmıştır. Bloklar arası mesafe arttıkça çekme gerilmeleri artmış basınç gerilmeleri azalmıştır. Kayma modülü oranı (μ_{20}/μ_{1-h1}) arttıkça hem I. blok ortasındaki kesitte yatay eksen boyunca oluşan çekme gerilmeleri hem de bloklar arasındaki kesitte ve blok yakınlarındaki kesitlerde yatay eksen boyunca oluşan basınç gerilmeleri artmış, II. blok ortasındaki kesitte oluşan çekme gerilmeleri azalmıştır. Ayrıca bu parametre arttıkça düşey eksen boyunca üst FD tabakada oluşan çekme ve basınç gerilmelerinde azalma, alt FD tabakada oluşan çekme ve basınç gerilmelerinde artış görülmüştür.

Sürekli temas durumu için tabakaların derinlikleri boyunca meydana gelen boyutsuz $\sigma_{x1}(x,y)/P/h_1$ ve $\sigma_{x2}(x,y)/P/h_1$ gerilmeleri incelenmiştir. Üst FD tabakanın rijitliği kendi derinliği boyunca azaldıkça düşey eksen boyunca meydana gelen boyutsuz $\sigma_{x1}(x,y)/P/h_1$ ve $\sigma_{x2}(x,y)/P/h_1$ gerilmelerinde artış meydana gelmiştir. Alt FD tabakanın rijitliği kendi derinliği boyunca azaldıkça düşey eksen boyunca meydana gelen boyutsuz $\sigma_{x1}(x,y)/P/h_1$ ve $\sigma_{x2}(x,y)/P/h_1$ gerilmeleri artmıştır. Kayma modülü oranı (μ_{20}/μ_{1-h1}) arttıkça üst FD tabaka boyunca meydana gelen boyutsuz $\sigma_{x1}(x,y)/P/h_1$ gerilmeleri azalmış alt FD tabaka boyunca meydana gelen boyutsuz $\sigma_{x2}(x,y)/P/h_1$ gerilmeleri artmıştır.

Sürekli temas durumu için tabakaların derinlikleri boyunca meydana gelen boyutsuz $\tau_{xy}(x,y)$ gerilmeleri irdelenmiştir. Üst FD tabakanın rijitliği kendi derinliği boyunca arttıkça yani $\beta_1 h_1$ değeri azaldıkça düşey eksen boyunca üst FD tabakada oluşan boyutsuz $\tau_{xy}(x,y)$ gerilmelerinde azalma alt FD tabakada oluşan boyutsuz $\tau_{xy}(x,y)$ gerilmelerinde artış görülmüştür. Alt FD tabakanın rijitliği kendi derinliği boyunca arttıkça yani $\beta_2 h_1$ değeri azaldıkça düşey eksen boyunca her iki tabakada meydana gelen boyutsuz $\tau_{xy}(x,y)$ gerilmeleri azalmıştır. Bloklar arası mesafe $((c-b)/h_1)$ arttıkça her iki tabakada meydana gelen boyutsuz $\tau_{xy}(x,y)$ gerilmeleri azalmıştır. Kayma modülü oranı (μ_{20}/μ_{1-h1}) arttıkça her iki tabakada meydana gelen boyutsuz $\tau_{xy}(x,y)$ gerilmeleri azalmıştır. Yük oranı (Q/P) arttıkça her iki tabakada meydana gelen boyutsuz $\tau_{xy}(x,y)$ gerilmeleri artmıştır.

Tabakalar arasında süreksiz temas olması durumunda $(\lambda_{cr1} < \lambda < \lambda_{cr2})$ tabakalar arasında meydana gelen boyutsuz $\sigma_{y1}(x,-h_1)/P/h_1$ gerilmesi, ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları; alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında süreksiz temas olması durumunda $(\lambda_{cr2} < \lambda < \lambda_{cr1})$ alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen boyutsuz $\sigma_{y2}(x,-h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmesi, ayrılma başlangıç ve bitiş noktaları incelenmiştir. Tabakalar arasında ayrılma olması durumunda

tabakalar arasında meydana gelen boyutsuz $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesi ve alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında süreksiz temas olması durumunda alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında meydana gelen boyutsuz $\sigma_{y2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmesi blokların ortasındaki kesitte maksimum değerlerine ulaşmakta olup hem tabakalar arası ayrılma olması durumunda hem de alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında ayrılma olması durumu için ayrılmanın başlangıç ve bitiş noktaları arasında sıfır değerini almaktadır. Ayrıca her iki durum için ayrılmanın bitiş noktalarından itibaren gerilmeler artarak λ yük faktörüne yakınsamıştır. Üst FD tabakanın rijitliği kendi derinliği boyunca arttıkça yani $\beta_1 h_1$ değeri azaldıkça hem tabakalar arası ayrılma olması durumunda hem de alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında ayrılma olması durumunda meydana gelen gerilmeler artmıştır. Alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında ayrılma olması durumunda üst FD tabakanın rijitlik parametresi $\beta_1 h_1$ arttıkça ayrılmanın başlangıç ve bitiş mesafelerinde azalma görülmüştür. Tabakalar arası ayrılma olması durumunda $\beta_1 h_1$ parametresi azaldıkça ayrılma başlangıç noktasında önce azalma sonra artış görülmüş olup ayrılma bitiş noktasında azalma görülmüştür. Ayrıca $\beta_1 h_1$ parametresi azaldıkça her iki ayrılma durumu için ayrılma büyüklüğü yani açılmalar azalmıştır. Alt FD tabakanın rijitliği kendi derinliği boyunca arttıkça yani $\beta_2 h_1$ değeri azaldıkça her iki ayrılma durumu için meydana gelen gerilmeler artmıştır; ayrılmanın başlangıç ve bitiş noktaları, ayrılma büyüklüğü azalmıştır. Üst FD tabakanın yoğunluğu kendi derinliği boyunca arttıkça yani $\gamma_1 h_1$ değeri azaldıkça her iki ayrılma durumu için ayrılmanın başlangıç noktası bloklardan daha uzak yerlerde meydana gelirken ayrılmanın bitiş noktası bloklara daha yakın yerlerde meydana gelmiştir yani açılmalar azalmıştır. Bloklar arası mesafe $((c-b)/h_1)$ arttıkça her iki ayrılma durumu için gerilmeler azalmış ayrılmanın başlangıç ve bitiş noktaları bloklardan daha uzak yerlerde meydana gelmiştir. Ayrıca bu parametre azaldıkça her iki ayrılma durumu için ayrılma bölgesi küçülmüştür. Kayma modülü oranı (μ_{20}/μ_{1-h1}) arttıkça her iki ayrılma durumu için gerilmeler artmıştır ayrılmanın başlangıcı ve bitiş noktaları bloklara daha yakın yerlerde meydana gelmiştir. Ayrıca kayma modülü oranı arttıkça açılmalarda azalma meydana gelmiştir. Alt FD tabakanın yoğunluğu kendi derinliği boyunca arttıkça yani $\gamma_2 h_1$ değeri azaldıkça alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında süreksiz temas olması durumu için meydana gelen boyutsuz $\sigma_{y2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmesi artmıştır. Ayrıca bu parametre azaldıkça alt FD tabaka ile rijit düzlem arasında ayrılma olması durumunda ayrılmanın başlangıç noktası bloklardan daha uzak yerlerde meydana gelirken ayrılmanın bitiş noktası bloklara daha yakın yerlerde meydana gelmiştir yani açılmalar azalmıştır.

Sürekli temas problemi ve süreksiz temas problemi sonlu elemanlar yöntemini (SEM) esas alan ANSYS programı yardımıyla çözülmüştür. Sürekli temas problemi için analitik çalışmada çeşitli parametrelere göre elde edilen boyutsuz blok altı gerilmeleri, $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ ve $\sigma_{y2}(x, -h_1-h_2)/P/h_1$ gerilmeleri ve ilk ayrılma mesafeleri SEM çözümüyle elde edilen sonuçlarla kıyaslanmıştır. Sonuçların birbirine oldukça yakın olduğu görülmüştür. Süreksiz temas problemi için analitik çözümden elde edilen boyutsuz $\sigma_{y1}(x, -h_1)/P/h_1$ gerilmesi, ayrılmanın başlangıç ve bitiş noktaları SEM çözümüyle elde edilen sonuçlarla kıyaslanmıştır. Sonuçların oldukça yakın olduğu görülmüştür.



5. ÖNERİLER

Bu tez kapsamında rijit düzleme oturan fonksiyonel derecelendirilmiş iki tabakanın sürekli ve süreksiz temas probleminin hem analitik hem de sonlu elemanlar yöntemiyle çözümü yapılmıştır. Bu tez kapsamında yapılan çalışmalar göz önüne alınarak gelecekte yapılabilecek çalışmalar aşağıda öneri olarak verilmiştir.

- Bu problemde yer alan iki blok yerine tek blok alınıp bu bloğun hareketli olması durumu için problem çözümü yapılabilir.
- Bu problemde yer alan rijit düz bloklar yerine tek dairesel blok kullanılarak problem çözülebilir.
- Tabakalar ortotrop tabaka olarak alınıp problem çözülebilir.

6. KAYNAKLAR

- Abanoz, M., Yaylacı, M., & Birinci, A. (2019). Contact problems between a functionally graded layer and a rigid support. *Journal of Structural Engineering & Applied Mechanics*, 2(1), 25-35.
- Adıbelli, H., Çömez, İ., & Erdöl, R. (2009). Rijit Panç İle Bastırılmış Elastik Yarım Düzlemc Oturmuş Ağırılıksız Çift Şeritte Değme Problemi. *XVI. Ulusal Mekanik Kongresi*, 71-82.
- Adıyaman, G., Birinci, A., Öner, E., & Yaylacı, M. (2016). A receding contact problem between a functionally graded layer and two homogeneous quarter planes. *Acta Mechanica*, 227(6), 1753-1766.
- Adıyaman, G., Öner, E., & Birinci, A. (2017). Continuous and discontinuous contact problem of a functionally graded layer resting on a rigid foundation. *Acta Mechanica*, 228, 3003-3017.
- Adıyaman, G., Oner, E., Yaylaci, M., & Birinci, A. (2023). The contact problem of a functionally graded layer under the effect of gravity. *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 103(11), e202200560.
- Adıyaman, G., Öner, E., Yaylacı, M., & Birinci, A. (2023). A study on the contact problem of a layer consisting of functionally graded material (FGM) in the presence of body force. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, 18(1), 125-141.
- Aizikovich, S. M., Lapina, P. A., & Volkov, S. S. (2023). Advance approximate analytical solutions of the contact problem for an inhomogeneous layer. *Sixty Shades of Generalized Continua*, 170, 13-20.
- Alinia, Y., Beheshti, A., Guler, M. A., El-Borgi, S., & Polycarpou, A. A. (2016). Sliding contact analysis of functionally graded coating/substrate system. *Mechanics of Materials*, 94, 142-155.
- Alinia, Y., Zakerhaghighi, H., Adibnazari, S., & Güler, M. (2017). Rolling contact problem for an orthotropic medium. *Acta Mechanica*, 228, 447-464.
- Alinia, Y., Hosseini-Nasab, M., & Güler, M. (2018). The sliding contact problem for an orthotropic coating bonded to an isotropic substrate. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 70, 156-171.
- ANSYS (2013), Swanson Analysis Systems Inc., Houston, PA, USA.
- Apatay, T., Dağ, S., Güler, M. A., & Gülgeç, M. (2010). Subsurface contact stresses in functionally graded coatings loaded by a frictional flat stamp. *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 25(3), 611-623.

- Arslan, O. (2015). Contact mechanics of graded orthotropic coatings. Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Doktora Tezi.
- Arslan, O., & Dag, S. (2018). Contact mechanics problem between an orthotropic graded coating and a rigid punch of an arbitrary profile. *International Journal of Mechanical Sciences*, 135, 541-554.
- Arslan, O., (2019). Solution of the plane contact problem between a finite-thickness laterally graded solid and a rigid stamp of an arbitrary tip-profile. *Archives of Mechanics*, 71(6), 531-565.
- Arslan, O. (2020). Plane contact problem between a rigid punch and a bidirectional functionally graded medium. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 80, 103925.
- Bakirtaş, İ. (1984). The contact problem of an orthotropic non-homogeneous elastic half space. *International Journal of Engineering Science*, 22(4), 347-359.
- Balci M.N., Arslan O. (2023). Dynamic frictional contact mechanics between a functionally graded orthotropic medium and a moving flat punch. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 237(1):53-75.
- Birinci, A., & Erdöl, R. (1999). Frictionless contact between a rigid stamp and an elastic layered composite resting on simple supports. *Mathematical and Computational Applications*, 4(3), 261-272.
- Birinci, A., & Erdol, R. (2001). Continuous and discontinuous contact problem for a layered composite resting on simple supports. *Structural Engineering and Mechanics: An International Journal*, 12(1), 17-34.
- Birinci, A., Çakıroğlu, M., & Erdöl, R. (2002). Two Strips Problem Resting on an Elastic Foundation. *Mathematical and Computational Applications*, 7(3), 275-286.
- Birinci, A., & Cakiroglu, F. L. (2003). Partial closure of a crack located in an infinite elastic layer. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 22(4), 583-590.
- Birinci, A., & Erdol, R. (2003). A frictionless contact problem for two elastic layers supported by a Winkler foundation. *Structural Engineering and Mechanics: An International Journal*, 15(3), 331-344.
- Birinci, A., & Erdol, R. (2004). A layered composite containing a crack in its lower layer loaded by a rigid stamp. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 23(6), 909-924.
- Birinci, A. (2011). Crack-contact problem for an elastic layer with rigid stamps. *Structural Engineering and Mechanics, An International Journal*, 37(3), 285-296.
- Birinci, A., Adıyaman, G., Yaylacı, M., & Öner, E. (2015). Analysis of continuous and discontinuous cases of a contact problem using analytical method and FEM. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 12(9), 1771-1789.

- Birinci, A., & Eyuboglu, A. (2021). A double receding contact problem of a functionally graded layer and a homogeneous elastic layer resting on a Winkler foundation. *Sigma Journal of Engineering and Natural Sciences*, 38(2), 667-686.
- Bora, P., & Özşahin, T. Ş. (2019). Elastik Yarı Sonsuz Düzlem Üzerine Oturan İki Tabakanın Analitik Yöntem ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Sürekli Temas Problemi Analizi. *International Journal of Innovative Engineering Applications*, 3(2), 39-47.
- Bora, P., & Özşahin, T. Ş. (2022). Discontinuous Contact Problem of Elastic Two Layers Loaded With Two Rigid Rectangular Blocks. *International Journal of Pure and Applied Sciences*, 8(2), 266-278.
- Cao, R., & Mi, C. (2022). On the receding contact between a graded and a homogeneous layer due to a flat-ended indenter. *Mathematics and Mechanics of Solids*, 27(5), 775-793.
- Chen, Y. F., & Erdogan, F. (1996). The interface crack problem for a nonhomogeneous coating bonded to a homogeneous substrate. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 44(5), 771-787.
- Cheng, Z., & Zhong, Z. (2007). Analysis of a moving crack in a functionally graded strip between two homogeneous layers. *International Journal of Mechanical Sciences*, 49(9), 1038-1046.
- Çakıroğlu, F. L., Çakıroğlu, M., & Erdöl, R. (2001). Contact problems for two elastic layers resting on elastic half-plane. *Journal of engineering mechanics*, 127(2), 113-118.
- Çakiroglu, E., Comez, I., & Erdol, R. (2005). Application of artificial neural networks to a double receding contact problem with a rigid stamp. *Structural engineering and mechanics: An International Journal*, 21(2), 205-220.
- Çakıroğlu, E., Çömez, İ., & Erdöl, R. (2011). İki elastik çeyrek düzleme oturan ve dairesel rijit bir panç ile bastırılan elastik tabaka probleminde temas mesafelerinin yapay sinir ağı ile hesabı. *XVII. Ulusal Mekanik Kongresi*, 182-191.
- Çetinkaya, İ. T., Oğuz, H., & Çömez, İ. (2023). Partial closure of a crack located in an infinite orthotropic layer indented by flat punches. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering*, 48, 1087-1100.
- Çömez, İ., & Erdöl, R. (2013). Frictional contact problem of a rigid stamp and an elastic layer bonded to a homogeneous substrate. *Archive of Applied Mechanics*, 83, 15-24.
- Çömez, İ. (2013). Contact problem of a functionally graded layer resting on a Winkler foundation. *Acta Mechanica* 224, 2833-2843.
- Çömez, İ., El-Borgi, S., Kahya, V., & Erdöl, R. (2016). Receding contact problem for two-layer functionally graded media indented by a rigid punch. *Acta Mechanica*, 227(9), 2493-2504.
- Çömez, I., & Guler, M. A. (2017). The contact problem of a rigid punch sliding over a functionally graded bilayer. *Acta Mechanica*, 228, 2237-2249.

- Comez, I., Yilmaz, K. B., Güler, M. A., & Yildirim, B. (2019). On the plane frictional contact problem of a homogeneous orthotropic layer loaded by a rigid cylindrical stamp. *Archive of Applied Mechanics*, 89, 1403-1419.
- Çömez, I., Yilmaz, K. B., Güler, M. A., & Yildirim, B. (2019). On the plane frictional contact problem of a homogeneous orthotropic layer loaded by a rigid cylindrical stamp. *Archive of Applied Mechanics*, 89, 1403-1419.
- Çömez, İ., Yilmaz, K. B., Güler, M. A., & Yıldırım, B. (2019). Frictionless contact problem between a rigid moving punch and a homogeneous layer resting on a Winkler foundation. *Journal of Structural Engineering*, 2(2), 75-87.
- Çömez, I., El-Borgi, S., & Yildirim, B. (2020). Frictional receding contact problem of a functionally graded layer resting on a homogeneous coated half-plane. *Archive of Applied Mechanics*, 90, 2113-2131.
- Çömez, İ., Güler, M. A., & El-Borgi, S. (2020). Continuous and discontinuous contact problems of a homogeneous piezoelectric layer pressed by a conducting rigid flat punch. *Acta Mechanica*, 231(3), 957-976.
- Çömez, İ., & Güler, M. A. (2022). Thermoelastic contact problem of a rigid punch sliding on a functionally graded piezoelectric layered half plane with heat generation. *Journal of Thermal Stresses*, 45(3), 191-213.
- Çömez, I., Alinia, Y., & Güler, M. A. (2022). The partial slip contact problem for a monoclinic coated half plane. *Archives of Mechanics*, 74(1), 13-37.
- Çömez, İ. (2024). Sliding moving contact problem between a rigid cylindrical punch and a functionally graded orthotropic layer bonded to an isotropic homogeneous layer. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 52(3), 1211-1224.
- Dag, S., & Erdogan, F. (2002). A surface crack in a graded medium loaded by a sliding rigid stamp. *Engineering Fracture Mechanics*, 69(14-16), 1729-1751.
- Dag, S., Guler, M. A., Yildirim, B., & Ozatag, A. C. (2009). Sliding frictional contact between a rigid punch and a laterally graded elastic medium. *International Journal of Solids and Structures*, 46(22-23), 4038-4053.
- Dag, S., Apatay, T., Guler, M. A., & Gulgeç, M. (2012). A surface crack in a graded coating subjected to sliding frictional contact. *Engineering Fracture Mechanics*, 80, 72-91.
- Dag, S., Guler, M. A., Yildirim, B., & Ozatag, A. C. (2013). Frictional Hertzian contact between a laterally graded elastic medium and a rigid circular stamp. *Acta Mechanica*, 224(8), 1773-1789.
- Erdogan, F., and Gupta, G. D. (1971). "The Problem of an elastic stiffener bonded to a half plane." ASME. *Journal of Applied Mechanics*. December 1971; 38(4): 937–941.
- Erdol, R., & Erdogan, F. (1976). *A note on the bending of a cracked strip* (No. NASA-CR-149584).

- El-Borgi, S., Abdelmoula, R., & Keer, L. (2006). A receding contact plane problem between a functionally graded layer and a homogeneous substrate. *International Journal of Solids and Structures*, 43(3-4), 658-674.
- El-Borgi, S., Usman, S., & Güler, M. A. (2014). A frictional receding contact plane problem between a functionally graded layer and a homogeneous substrate. *International Journal of Solids and Structures*, 51(25-26), 4462-4476.
- El-Borgi, S., & Çömez, I. (2017). A receding frictional contact problem between a graded layer and a homogeneous substrate pressed by a rigid punch. *Mechanics of Materials*, 114, 201-214.
- Elloumi, R., Kallel-Kamoun, I., & El-Borgi, S. (2010). A fully coupled partial slip contact problem in a graded half-plane. *Mechanics of Materials*, 42(4), 417-428.
- Elloumi, R., Guler, M. A., Kallel-Kamoun, I., & El-Borgi, S. (2013). Closed-form solutions of the frictional sliding contact problem for a magneto-electro-elastic half-plane indented by a rigid conducting punch. *International Journal of Solids and Structures*, 50(24), 3778-3792.
- Graham, G. (1965). The contact problem in the linear theory of viscoelasticity. *International Journal of Engineering Science*, 3(1), 27-46.
- Gecit, M. R. (1980). A tensionless contact without friction between an elastic layer and an elastic foundation. *International Journal of Solids and Structures*, 16(5), 387-396.
- Gecit, M. R. (1986). Axisymmetric contact problem for a semiinfinite cylinder and a half space. *International Journal of Engineering Science*, 24(8), 1245-1256.
- Gupta, P. K., and Walowit, J. A. (1974). Contact stresses between an elastic cylinder and a layered elastic solid. *Journal of Lubrication Technology*, 96(2), 250-257.
- Güler, M. A., & Erdogan, F. (2004). Contact mechanics of graded coatings. *International Journal of Solids and Structures*, 41(14), 3865-3889.
- Güler, M. A. (2014). Closed-form solution of the two-dimensional sliding frictional contact problem for an orthotropic medium. *International Journal of Mechanical Sciences*, 87, 72-88.
- Güler, M. A., Ozturk, M., & Kucuksucu, A. (2016). The frictional contact problem of a rigid stamp sliding over a graded medium. *Key Engineering Materials*, 681, 155-174.
- Güler, M. A., Kucuksucu, A., Yilmaz, K. B., & Yildirim, B. (2017). On the analytical and finite element solution of plane contact problem of a rigid cylindrical punch sliding over a functionally graded orthotropic medium. *International Journal of Mechanical Sciences*, 120, 12-29.
- Hertz, H. (1882). On the contact of elastic solids, *Journal für die Reine und Angewandte Mathematik*, 92, 156-171.

- Kahya, V., Birinci, A., & Erdöl, R. (2001). Frictionless contact problem between an elastic layer bonded to a rigid support and a rigid stamp. *Mathematical and Computational Applications*, 6(1), 13-22.
- Kahya, V., Birinci, A., Ozsahin, T. S., & Erdol, R. (2006). Partial closure of a crack located in an anisotropic infinite elastic layer. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 25(5), 819-833.
- Kahya, V., Ozsahin, T. S., Birinci, A., & Erdol, R. (2007). A receding contact problem for an anisotropic elastic medium consisting of a layer and a half plane. *International Journal of Solids and Structures*, 44(17), 5695-5710.
- Kallel-Kamoun, I., Elloumi, R., & El-Borgi, S. (2010). Partial slip contact problem in a graded half plane. *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*, 7(2), 367-378.
- Karabulut, P. M., Yaylacı, M., & Birinci, A. (2018). Finite element solution of the contact problem. *Turkish Journal of Science and Technology*, 13(1), 113-117.
- Kaya, Y., Polat, A., & Özşahin, T. Ş. (2017). Analysis of continuous contact problem of homogeneous plate loaded with three rigid blocks by using finite element method. IV. In *International Multidisciplinary Congress of Eurasia*, 23-25.
- Kaya, Y., Polat, A., & Özşahin, T. Ş. (2020). Analytical and finite element solutions of continuous contact problem in functionally graded layer. *The European Physical Journal Plus*, 135(1), 89.
- Kucuksucu, A., & Guler, M. A. (2016). Analytical solution of the frictional contact problem of a semi-circular punch sliding over a homogeneous orthotropic half-plane. *Hittite Journal of Science and Engineering*, 3(2), 61-72.
- Lee, E. H., and Radok, J. R. M. (1960). The Contact Problem for Viscoelastic Bodies. ASME. *Journal of Applied Mechanics*, 27(3), 438-444.
- Öner, E., Yaylacı, M., & Birinci, A. (2014). Solution of a receding contact problem using an analytical method and a finite element method. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, 9(3), 333-345.
- Öner, E., & Birinci, A. (2014). Continuous contact problem for two elastic layers resting on an elastic half-infinite plane. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, 9(1), 105-119.
- Öner, E., & Birinci, A. (2020). Investigation of the solution for discontinuous contact problem between a functionally graded (FG) layer and homogeneous half-space. *Archive of Applied Mechanics*, 90, 2799-2819.
- Öner, E. (2021). Two-dimensional frictionless contact analysis of an orthotropic layer under gravity. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, 16(4), 573-594.

- Öner, E., Şengül Şabano, B., Uzun Yaylacı, E., Adıyaman, G., Yaylacı, M., & Birinci, A. (2022). On the plane receding contact between two functionally graded layers using computational, finite element and artificial neural network methods. *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 102(2), e202100287.
- Özsahin, T. S., Birinci, A., & Cakiroglu, A. O. (2004). Prediction of contact lengths between an elastic layer and two elastic circular punches with neural networks. *Structural Engineering and Mechanics: An International Journal*, 18(4), 441-459.
- Özsahin, T. S. (2007). Frictionless contact problem for a layer on an elastic half plane loaded by means of two dissimilar rigid punches. *Structural Engineering and Mechanics: An International Journal*, 25(4), 383-403.
- Popov, G. I. (1961). On a method of solution of the axisymmetric contact problem of the theory of elasticity. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 25(1), 105-118.
- Polat, A. (2019). Elastik yarım düzleme oturan ve iki rijit blok aracılığıyla yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın temas problemi, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Ratwani, M., & Erdogan, F. (1973). On the plane contact problem for a frictionless elastic layer. *International Journal of Solids and Structures*, 9(8), 921-936.
- Rekik, M., Neifar, M., & El-Borgi, S. (2010). An axisymmetric problem of an embedded crack in a graded layer bonded to a homogeneous half-space. *International Journal of Solids and Structures*, 47(16), 2043-2055.
- Rhimi, M., El-Borgi, S., Said, W. B., & Jemaa, F. B. (2009). A receding contact axisymmetric problem between a functionally graded layer and a homogeneous substrate. *International Journal of Solids and Structures*, 46(20), 3633-3642.
- Rhimi, M., El-Borgi, S., & Lajnef, N. (2011). A double receding contact axisymmetric problem between a functionally graded layer and a homogeneous substrate. *Mechanics of Materials*, 43(12), 787-798.
- Singh, Krishna P., and Burton Paul (1974). Numerical solution of non-Hertzian elastic contact problems. *Journal of Applied Mechanics*, 41(2), 484-490.
- Üstün, A., Adıyaman, G., & Özşahin T. Ş. (2023). Analytical solution for contact and crack problem in homogeneous half-plane. *Archive of Applied Mechanics*, 93(12), 4399-4423.
- Vasiliev, A., Volkov, S., Aizikovich, S., & Jeng, Y. R. (2014). Axisymmetric contact problems of the theory of elasticity for inhomogeneous layers. *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 94(9), 705-712.
- Vatulyan, A. O., & Plotnikov, D. K. (2021). On a study of the contact problem for an inhomogeneous elastic strip. *Mechanics of Solids*, 56, 1379-1387.

- Yan, J., & Mi, C. (2017). On the receding contact between an inhomogeneously coated elastic layer and a homogeneous half-plane. *Mechanics of Materials*, 112, 18-27.
- Yang, J., & Ke, L. L. (2008). Two-dimensional contact problem for a coating–graded layer–substrate structure under a rigid cylindrical punch. *International Journal of Mechanical Sciences*, 50(6), 985-994.
- Yazıcıoğlu, A., Birinci, A., & Adıyaman, G. (2024). A receding contact problem of two layers one of functionally graded, loaded by circular rigid block and resting on a Pasternak foundation. *Turkish Journal of Civil Engineering*, 35(5), 115-132.
- Yaylacı, E. U., Öner, E., Yaylacı, M., Özdemir, M. E., Abushattal, A., & Birinci, A. (2022). Application of artificial neural networks in the analysis of the continuous contact problem. *Structural Engineering and Mechanics, An Int'l Journal*, 84(1), 35-48.
- Yaylacı, M., Öner, E., & Birinci, A. (2014). Comparison between analytical and ANSYS calculations for a receding contact problem. *Journal of Engineering Mechanics*, 140(9), e04014070.
- Yaylacı, M., Eyüboğlu, A., Adıyaman, G., Yaylacı, E. U., Öner, E., & Birinci, A. (2021). Assessment of different solution methods for receding contact problems in functionally graded layered mediums. *Mechanics of Materials*, 154, e103730.
- Yaylacı, M., Adıyaman, G., Öner, E., & Birinci, A. (2021). Investigation of continuous and discontinuous contact cases in the contact mechanics of graded materials using analytical method and FEM. *Computers and Concrete*, 27(3), 199-210.
- Yaylacı, M., Öner, E., Adıyaman, G., Öztürk, Ş., Uzun Yaylacı, E., & Birinci, A. (2024). Analyzing of continuous and discontinuous contact problems of a functionally graded layer: theory of elasticity and finite element method. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 52(8), 5720-5738.
- Yaylacı, M., Yazıcıoğlu, A., Yaylacı, E.U, Terzi M., Birinci A., (2025). Evaluation of the contact problem of two layers one of functionally graded, loaded by circular rigid block and resting on a Pasternak foundation by analytical and numerical (FEM and MLP) methods. *Archive of Applied Mechanics*, 95, 78 (2025).
- Yilmaz, K. B., Çömez, I., Güler, M. A., & Yildirim, B. (2019). Analytical and finite element solution of the sliding frictional contact problem for a homogeneous orthotropic coating-isotropic substrate system. *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 99(3), e201800117.
- Zhang, C., Zhang, B., Zhou, Y., & Ding, S. (2023). Continuous contact problem of interaction between two arbitrarily positioned flat stamps on the thermoelectric material. *Acta Mechanica*, 234(10), 4719-4732.

ÖZGEÇMİŞ

İlköğrenimini İskenderpaşa İlköğretim Okulu'nda bitirdikten sonra lise eğitimine 2006 yılında Yomra Anadolu Lisesi'nde başladı. 2010-2011 öğretim yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği bölümünde lisans eğitimine başladı. 2015 yılında bu bölümden mezun oldu. Aynı yıl Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim dalında tezli yüksek lisans programına başladı. 2019 yılında “Yükleme ve Geometriye göre Simetrik Olmayan İki Rijit Blok ile Yüklenen Homojen Yarı Sonsuz Tabakada Temas ve Çatlak Problemi” başlıklı yüksek lisans tezini sunmasının ardından doktora eğitime başladı. 2017 yılından itibaren Karadeniz Teknik Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Bölümü'nde araştırma görevlisi olarak görev yapmaktadır.