



**RİJİT TEMELE BAĞLI VE RİJİT PANÇ  
YÜKLEMESİ ALTINDA FONKSİYONEL  
DERECELENDİRİLMİŞ ORTOTROP VE İZOTROP  
TABAKALARDAN OLUŞAN SİSTEMİN SÜREKLİ**

**TEMAS PROBLEMİ**

**Pınar Tuğçe ARTAR**

**Yüksek Lisans Tezi**

**İnşaat Mühendisliği**

**Ana Bilim Dalı**

**Doç. Dr. Erdal ÖNER**

**2024**

**(Her Hakkı Saklıdır)**

**T.C.**  
**BAYBURT ÜNİVERSİTESİ**  
**LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**  
**İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANA BİLİM DALI**  
**İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ TEZLİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI**

**RİJİT TEMELE BAĞLI VE RİJİT PANÇ YÜKLEMESİ ALTINDA  
FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ ORTOTROP VE İZOTROP  
TABAKALARDAN OLUŞAN SİSTEMİN SÜREKLİ TEMAS PROBLEMİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Pınar Tuğçe ARTAR**

**Danışman: Doç. Dr. Erdal ÖNER**

**BAYBURT - 2024**

## KABUL VE ONAY

Doç. Dr. Erdal ÖNER danışmanlığında, Pınar Tuğçe ARTAR tarafından hazırlanan “Rijit Temele Bağlı ve Rijit Panç Yükleme Altında Fonksiyonel Derecelendirilmiş Ortotrop ve İzotrop Tabakalardan Oluşan Sistemin Sürekli Temas Problemi” başlıklı bu çalışma, 25.10.2024 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda oy birliği ile başarılı bulunarak jürimiz tarafından Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Doç. Dr. Gökhan ADIYAMAN .....

Üye : Doç. Dr. Muhittin TURAN .....

Üye : Doç. Dr. Erdal ÖNER .....

Bu tezin kabulü Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Yönetim Kurulu’nun ...../...../20... tarih ve 20...../.....-..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Murat KUL  
Enstitü Müdürü

## BEYANNAME

Bayburt Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre Doç. Dr. Erdal ÖNER danışmanlığında hazırlamış olduğum “Rijit Temele Bağlı ve Rijit Panç Yükleme Altında Fonksiyonel Derecelendirilmiş Ortotrop ve İzotrop Tabakalardan Oluşan Sistemin Sürekli Temas Problemi” başlıklı yüksek lisans tezimin bilimsel etik değerlere ve kurallara uygun, özgün bir çalışma olduğunu, aksinin tespit edilmesi halinde her türlü yasal yaptırımını kabul edeceğimi beyan ederim.

25.10.2024

Pınar Tuğçe ARTAR



## ÖN SÖZ

Bu tez çalışmasında Rijit Temele Bağlı ve Rijit Panç Yüklemesi Altında Fonksiyonel Derecelendirilmiş Ortotrop ve İzotrop Tabakalardan Oluşan Sistemin Sürekli Temas Problemi incelenmiştir.

Bu çalışmanın her aşamasında bana yol gösteren ve bilgi ile deneyimlerini cömertçe paylaşan Sayın Doç. Dr. Erdal ÖNER'e; bu çalışma boyunca sadece danışman değil, aynı zamanda bir mentor olarak sabırlı yaklaşımı ve bilimsel tutumuyla bu tezin kalitesini artırarak akademik gelişimime büyük katkılarda bulunduğu için teşekkür ederim.

Eğitim hayatım süresince üzerimde emeği bulunan tüm hocalarıma minnettarlığımı ifade etmek isterim.

Ayrıca, hayatım boyunca varlığı ile bana güç veren babam İsmail ARTAR'a, ilham kaynağım olan annem Güner ARTAR'a ve desteğini esirgemeyen kardeşim Hamdi İbrahim ARTAR'a bu süreçte de en büyük dayanağım oldukları için teşekkürlerimi sunar, çalışmamın ülkemize değerli katkılarda bulunmasını içtenlikle arzu ederim.

Pınar Tuğçe ARTAR

## ÖZET

### YÜKSEK LİSANS TEZİ

# RİJİT TEMELE BAĞLI VE RİJİT PANÇ YÜKLEMESİ ALTINDA FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ ORTOTROP VE İZOTROP TABAKALARDAN OLUŞAN SİSTEMİN SÜREKLİ TEMAS PROBLEMİ

**Pınar Tuğçe ARTAR**

**Bayburt Üniversitesi**

**Lisansüstü Eğitim Enstitüsü**

**İnşaat Mühendisliği Ana Bilim Dalı**

**Tez Danışmanı: Doç. Dr. Erdal ÖNER**

**Bayburt-2024, Sayfa: 93**

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler (FDM'ler), mikroyapısı ve/veya malzeme bileşimi kademeli olarak değişen, iki veya daha fazla fazdan oluşan yeni nesil heterojen kompozit malzemelerdir. Bu malzemelerin mühendislik uygulamalarındaki önemi nedeniyle temas mekaniği davranışları pek çok araştırmacı tarafından incelenmiştir. Bu tez çalışmasında, FD ortotrop ve FD izotrop tabakalardan oluşan iki tabakalı bir sistemin sürekli temas problemi, elastisite teorisi çerçevesinde incelenmiştir. FD ortotrop tabakaya rijit bir panç aracılığıyla sabit tekil bir yük uygulanmakta olup, FD izotrop tabaka alt yüzeyinde rijit bir temele bağlıdır. Panç profilinin düz veya silindirik olma durumları formülasyonda dikkate alınmıştır. Tabakalar birbirine bağlanmaksızın üst üste yerleştirilmiştir ve tüm yüzeyler sürtünmesiz olarak kabul edilmiştir. FD ortotrop tabakanın malzeme ortotropisini incelemek için beş farklı gerçek ortotropik malzeme kullanılmıştır. FD ortotrop tabakanın rijitlik katsayıları ve yoğunluğu, FD izotrop tabakanın kayma modülü ve yoğunluğu söz konusu tabakaların yükseklikleri boyunca üstel olarak değişmektedir. Fourier Kosinüs ve Sinüs dönüşümleri uygulanarak her iki tabaka için gerilmelerin ve yer değiştirmelerin genel ifadeleri elde edilmiştir. Düzlem temas problemi, problemin sınır koşulları kullanılarak tekil bir integral denkleme indirgenmiştir. Elde edilen bu integral denklemi sayısal olarak çözmek için Gauss-Chebyshev integrasyon formülleri kullanılmıştır. Çalışma sonucunda, boyutsuzlaştırılmış çeşitli parametrelere ve kullanılan farklı ortotrop malzemelere bağlı olarak temas uzunlukları, temas gerilmesi dağılımları, kritik yük faktörleri ve ilk ayrılma noktaları belirlenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Temas mekaniği, fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme, ortotrop tabaka, izotrop tabaka, rijit panç, kritik yük faktörü, ilk ayrılma noktası.

## **ABSTRACT**

### **M. SC. THESIS**

# **CONTINUOUS CONTACT PROBLEM OF A SYSTEM CONSISTING OF FUNCTIONALLY GRADED ORTHOTROPIC AND ISOTROPIC LAYERS BONDED TO A RIGID FOUNDATION AND UNDER RIGID PUNCH LOADING**

**Pınar Tuğçe ARTAR**

**Bayburt University**

**Institute of Graduate Studies**

**Department of Civil Engineering**

**Thesis Advisor: Assoc. Prof. Dr. Erdal ÖNER**

**Bayburt-2024, Pages: 93**

Functionally graded materials (FGMs) are a new generation of heterogeneous composite materials consisting of two or more phases with gradually varying microstructure and/or material composition. Due to the importance of these materials in engineering applications, their contact mechanics behaviour has been studied by numerous researchers. In this thesis, the continuous contact problem of a two-layer system consisting of FG orthotropic and FG isotropic layers is examined within the framework of elasticity theory. A static concentrated load is applied to the FG orthotropic layer via a rigid punch, while the FG isotropic layer is bonded to a rigid foundation at its lower surface. The formulation considers cases where the punch profile is either flat or cylindrical. The layers are placed on top of each other without being bonded, and all surfaces are assumed to be frictionless. To investigate the material orthotropy of the FG orthotropic layer, five different real orthotropic materials are used. The stiffness coefficients and density of the FG orthotropic layer, and the shear modulus and density of the FG isotropic layer vary exponentially along the heights of these layers. Using Fourier Cosine and Sine transforms, general expressions for stresses and displacements in both layers are obtained. The plane contact problem is reduced to a singular integral equation using the boundary conditions of the problem. Gauss-Chebyshev integration formulas are used to solve this integral equation numerically. As a result of the study, contact lengths, contact stress distributions, critical load factors and initial separation points are determined depending on various non-dimensionalized parameters and different orthotropic materials used.

**Keywords:** Contact mechanics, functionally graded material, orthotropic layer, isotropic layer, rigid punch, critical load factor, initial separation point.

## İÇİNDEKİLER

|                                                                                                             |      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| KABUL VE ONAY.....                                                                                          | II   |
| BEYANNAME .....                                                                                             | III  |
| ÖN SÖZ .....                                                                                                | IV   |
| ÖZET .....                                                                                                  | V    |
| ABSTRACT .....                                                                                              | VI   |
| İÇİNDEKİLER.....                                                                                            | VII  |
| TABLOLAR.....                                                                                               | VIII |
| ŞEKİLLER.....                                                                                               | X    |
| KISALTMALAR.....                                                                                            | XIII |
| SİMGELER.....                                                                                               | XIII |
| GİRİŞ.....                                                                                                  | 1    |
| Araştırmanın Konusu ve Problemi .....                                                                       | 3    |
| Araştırmanın Amacı .....                                                                                    | 3    |
| Araştırmanın Önemi ve Gerekçesi .....                                                                       | 3    |
| Araştırmanın Sınırlılıkları .....                                                                           | 3    |
| Varsayımlar .....                                                                                           | 4    |
| BİRİNCİ BÖLÜM.....                                                                                          | 5    |
| 1. KURAMSAL ÇERÇEVE.....                                                                                    | 5    |
| 1.1. LİTERATÜR ÖZETİ .....                                                                                  | 5    |
| 1.2. GENEL DENKLEMLERİN ELDE EDİLMESİ.....                                                                  | 18   |
| 1.2.1. Kütle Kuvvetlerinin Bulunmaması Durumunda Genel Denklemlerin Elde Edilmesi... 18                     |      |
| 1.2.1.1. FD ortotrop tabaka için genel denklemlerin elde edilmesi.....                                      | 18   |
| 1.2.1.2. FD izotrop tabaka için genel denklemlerin elde edilmesi .....                                      | 25   |
| 1.2.2. Kütle Kuvvetlerinin Bulunması Durumunda Genel Denklemlerin Elde Edilmesi .....                       | 28   |
| 1.2.2.1. FD ortotrop tabaka için genel denklemlerin elde edilmesi.....                                      | 28   |
| 1.2.2.2. FD izotrop tabaka için genel denklemlerin elde edilmesi .....                                      | 31   |
| İKİNCİ BÖLÜM .....                                                                                          | 35   |
| 2. YÖNTEM.....                                                                                              | 35   |
| 2.1. TEMAS PROBLEMİNİN TANIMI VE SINIR ŞARTLARI .....                                                       | 35   |
| 2.2. KATSAYILARIN BELİRLENMESİ .....                                                                        | 37   |
| 2.3. SİNGÜLER İNTEGRAL DENKLEM.....                                                                         | 39   |
| 2.4. SİNGÜLER İNTEGRAL DENKLEMİN SAYISAL ÇÖZÜMÜ .....                                                       | 40   |
| 2.4.1. Pañç Profilinin Düz Olması Hali .....                                                                | 41   |
| 2.4.2. Pañç Profilinin Silindirik Olması Hali .....                                                         | 42   |
| 2.5. FD ORTOTROP TABAKA İLE FD İZOTROP TABAKA ARASINDAKİ KRİTİK YÜK<br>FAKTÖRÜ VE İLK AYRILMA NOKTASI ..... | 43   |
| ÜÇÜNCÜ BÖLÜM.....                                                                                           | 45   |
| 3. BULGULAR .....                                                                                           | 45   |
| SONUÇ VE ÖNERİLER .....                                                                                     | 81   |
| Sonuç .....                                                                                                 | 81   |
| Öneriler.....                                                                                               | 84   |
| KAYNAKÇA.....                                                                                               | 85   |
| ÖZ GEÇMİŞ .....                                                                                             | 93   |

## TABLOLAR

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Tablo 1:</b> Çalışmada Kullanılan Ortotrop Malzemelerin Elastik Özellikleri.....                                                                                                                                                                                                                                                                       | <b>45</b> |
| <b>Tablo 2:</b> Düz Panç Durumunda Bu Çalışmanın Özel Halinin Literatür ile Karşılaştırılması<br>( $h_2/h_1=1$ , $\mu_2^0 \rightarrow \infty$ , $\Psi_1 \rightarrow 1$ , $\Psi_2 \rightarrow 1$ , $\Psi_3 \rightarrow 1$ , $E_x=E_y=E_z=25$ , $\mu_{xy}=\mu_{xz}=\mu_{yz}=10$ ,<br>$v_{xy}=v_{xz}=v_{yz}=0.25$ ).....                                     | <b>46</b> |
| <b>Tablo 3:</b> Düz Panç Durumunda Bu Çalışmanın Özel Halinin Literatür ile Karşılaştırılması<br>( $h_2/h_1=1$ , $\mu_2^0 \rightarrow \infty$ , $\Psi_1 \rightarrow 1$ , $\Psi_2 \rightarrow 1$ , $\Psi_3 \rightarrow 1$ , $E_x=E_y=E_z=25$ , $\mu_{xy}=\mu_{xz}=\mu_{yz}=10$ ,<br>$v_{xy}=v_{xz}=v_{yz}=0.25$ ).....                                     | <b>46</b> |
| <b>Tablo 4:</b> Düz Panç Durumunda Bu Çalışmanın Özel Halinin Literatür ile Karşılaştırılması<br>( $\kappa_1/\kappa_2=1$ , $\mu_2^0=20$ , $h_1=1$ , $h_2 \rightarrow \infty$ , $\Psi_1 \rightarrow 1$ , $\Psi_2 \rightarrow 1$ , $\Psi_3 \rightarrow 1$ , $E_x=E_y=E_z=25$ , $\mu_{xy}=\mu_{xz}=\mu_{yz}=10$ ,<br>$v_{xy}=v_{xz}=v_{yz}=0.25$ ).....      | <b>47</b> |
| <b>Tablo 5:</b> Düz Panç Durumunda Bu Çalışmanın Özel Halinin Literatür ile Karşılaştırılması<br>( $\kappa_1/\kappa_2=1$ , $\mu_2^0=10$ , $h_1=1$ , $h_2 \rightarrow \infty$ , $\Psi_1 \rightarrow 1$ , $\Psi_2 \rightarrow 1$ , $\Psi_3 \rightarrow 1$ , $E_x=E_y=E_z=25$ , $\mu_{xy}=\mu_{xz}=\mu_{yz}=10$ ,<br>$v_{xy}=v_{xz}=v_{yz}=0.25$ ).....      | <b>47</b> |
| <b>Tablo 6:</b> Düz Panç Durumunda Bu Çalışmanın Özel Halinin Literatür ile Karşılaştırılması<br>( $\kappa_1/\kappa_2=1$ , $\mu_2^0=10/3$ , $h_1=1$ , $h_2 \rightarrow \infty$ , $\Psi_1 \rightarrow 1$ , $\Psi_2 \rightarrow 1$ , $\Psi_3 \rightarrow 1$ , $E_x=E_y=E_z=25$ , $\mu_{xy}=\mu_{xz}=\mu_{yz}=10$ ,<br>$v_{xy}=v_{xz}=v_{yz}=0.25$ ).....    | <b>47</b> |
| <b>Tablo 7:</b> Düz Panç Durumunda Bu Çalışmanın Özel Halinin Literatür ile Karşılaştırılması<br>( $\kappa_1/\kappa_2=1$ , $h_1=1$ , $h_2 \rightarrow \infty$ , $\Psi_1 \rightarrow 1$ , $\Psi_2 \rightarrow 1$ , $\Psi_3 \rightarrow 1$ , $E_x=E_y=E_z=25$ , $\mu_{xy}=\mu_{xz}=\mu_{yz}=10$ ,<br>$v_{xy}=v_{xz}=v_{yz}=0.25$ , $a/h_1=10^{-10}$ ).....  | <b>47</b> |
| <b>Tablo 8:</b> Düz Panç Durumunda Bu Çalışmanın Özel Halinin Literatür ile Karşılaştırılması<br>( $\kappa_1/\kappa_2=1$ , $h_1=1$ , $h_2 \rightarrow \infty$ , $a/h_1=10^{-10}$ , $\Psi_1 \rightarrow 1$ , $\Psi_2 \rightarrow 1$ , $\Psi_3 \rightarrow 1$ , $E_x=E_y=E_z=25$ ,<br>$\mu_{xy}=\mu_{xz}=\mu_{yz}=10$ , $v_{xy}=v_{xz}=v_{yz}=0.25$ ) ..... | <b>48</b> |
| <b>Tablo 9:</b> Düz Panç Durumunda Bu Çalışmanın Özel Halinin Literatür ile Karşılaştırılması<br>( $h_2/h_1=1$ , $\mu_2^0 \rightarrow \infty$ , $a/h_1=0.5$ , $\Psi_1 \rightarrow 1$ , $\Psi_2 \rightarrow 1$ , $\Psi_3 \rightarrow 1$ ).....                                                                                                             | <b>48</b> |
| <b>Tablo 10:</b> Düz Panç Durumunda Bu Çalışmanın Özel Halinin Literatür ile Karşılaştırılması<br>( $h_2/h_1=1$ , $\mu_2^0 \rightarrow \infty$ , $a/h_1=0.8$ , $\Psi_1 \rightarrow 1$ , $\Psi_2 \rightarrow 1$ , $\Psi_3 \rightarrow 1$ ).....                                                                                                            | <b>48</b> |
| <b>Tablo 11:</b> Düz Panç Durumunda Bu Çalışmanın Özel Halinin Literatür ile Karşılaştırılması<br>( $h_2/h_1=1$ , $\mu_2^0 \rightarrow \infty$ , $a/h_1=1$ , $\Psi_1 \rightarrow 1$ , $\Psi_2 \rightarrow 1$ , $\Psi_3 \rightarrow 1$ ).....                                                                                                              | <b>49</b> |
| <b>Tablo 12:</b> Silindirik Panç Durumunda Bu Çalışmanın Özel Halinin Literatür ile Karşılaştırılması<br>( $h_2/h_1=2$ , $R/h_1=10$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ , $\Psi_2 \rightarrow 1$ , $Gl/Ep$ ).....                                                                                                                                                    | <b>49</b> |
| <b>Tablo 13:</b> Silindirik Panç Durumunda Bu Çalışmanın Özel Halinin Literatür ile Karşılaştırılması<br>( $h_2/h_1=2$ , $R/h_1=10$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ , $\Psi_2 \rightarrow 1$ , $Gl/Ep$ ).....                                                                                                                                                    | <b>49</b> |
| <b>Tablo 14:</b> Silindirik Panç Durumunda Bu Çalışmanın Özel Halinin Literatür ile Karşılaştırılması<br>( $h_2/h_1=2$ , $R/h_1=10$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ , $\Psi_2 \rightarrow 1$ , $Gl/Ep$ ).....                                                                                                                                                    | <b>50</b> |
| <b>Tablo 15:</b> Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Dış Yük Değerlerine Bağlı Olarak FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunluğunun Değişimi<br>( $R/h_1=20$ , $\Psi_1=2$ , $\Psi_2=2$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ , $h_2/h_1=1$ , $\kappa_2=2$ , $B/Al$ ).....                                                                                     | <b>55</b> |
| <b>Tablo 16:</b> Silindirik Panç Durumunda FD İzotrop Tabakanın Üst Yüzeyinin Kayma Modülünün Çeşitli Değerleri için Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunlukları<br>( $\Psi_1=2$ , $\Psi_2=0.5$ , $h_2/h_1=1$ , $P/(C_{55}^0 h_1)=0.005$ , $\kappa_2=2$ , $Gl/Ep$ ) .....                                                        | <b>56</b> |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Tablo 17:</b> Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Ortotrop Malzemeler için Panç Yarıçapına Bağlı Olarak Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunlukları ( $\Psi_1=2$ , $\Psi_2=2$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ , $P/(C_{55}^0 h_1)=0.005$ , $h_2/h_1=1$ , $\kappa_2=2$ ).....                                                            | <b>57</b> |
| <b>Tablo 18:</b> Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Panç Yarıçapı Değerleri için FD Ortotrop Tabakanın Rijitlik Katsayılarının Derecelendirilmesine Bağlı Olarak Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunlukları ( $\Psi_2=0.5$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ , $P/(C_{55}^0 h_1)=0.002$ , $h_2/h_1=1$ , $\kappa_2=2$ , Gr/Ep P75/934)..... | <b>58</b> |
| <b>Tablo 19:</b> Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Panç Yarıçapı Değerleri için FD İzotrop Tabakanın Kayma Modülünün Derecelendirilmesine Bağlı Olarak Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunlukları ( $\Psi_1=2$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ , $P/(C_{55}^0 h_1)=0.005$ , $h_2/h_1=1$ , $\kappa_2=2$ , Gr/Ep T300/934).....           | <b>59</b> |
| <b>Tablo 20:</b> Silindirik Panç Durumunda Dış Yüke Bağlı Olarak Çeşitli Panç Yarıçapı Değerleri için Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunlukları ( $\Psi_1=2$ , $\Psi_2=2$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ , $h_2/h_1=1$ , $\kappa_2=2$ , Gl/Ep) .....                                                                                  | <b>60</b> |
| <b>Tablo 21:</b> Silindirik Panç Durumunda Panç Yarıçapına Bağlı Olarak Çeşitli Tabaka Yükseklikleri Oranları için Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunlukları ( $\Psi_1=2$ , $\Psi_2=2$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ , $P/(C_{55}^0 h_1)=0.008$ , $\kappa_2=2$ , Gl/Ep).....                                                         | <b>61</b> |
| <b>Tablo 22:</b> Silindirik Panç Durumunda FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunluğunun Ortotrop Tabakanın x Yönündeki Elastisite Modülüne Bağlı Olarak Değişimi ( $R/h_1=20$ , $\Psi_1=2$ , $\Psi_2=0.5$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ , $P/(C_{55}^0 h_1)=0.005$ , $h_2/h_1=1$ , $\kappa_2=2$ , Gr/Ep P75/934).....                               | <b>62</b> |
| <b>Tablo 23:</b> Silindirik Panç Durumunda FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunluğunun Ortotrop Tabakanın y Yönündeki Elastisite Modülüne Bağlı Olarak Değişimi ( $R/h_1=50$ , $\Psi_1=0.5$ , $\Psi_2=2$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ , $P/(C_{55}^0 h_1)=0.002$ , $h_2/h_1=1$ , $\kappa_2=2$ , Gr/Al) .....                                      | <b>62</b> |
| <b>Tablo 24:</b> Silindirik Panç Durumunda FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunluğunun Ortotrop Tabakanın z Yönündeki Elastisite Modülüne Bağlı Olarak Değişimi ( $R/h_1=100$ , $\Psi_1=2$ , $\Psi_2=2$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ , $P/(C_{55}^0 h_1)=0.004$ , $h_2/h_1=1$ , $\kappa_2=2$ , Gr/Ep T300/934) .....                              | <b>62</b> |

## ŞEKİLLER

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Şekil 1:</b> Problemin Şematik Gösterimi (a) Düz Panç (b) Silindirik Panç .....                                                                                                                                                                                                                                                                      | <b>36</b> |
| <b>Şekil 2:</b> Düz Panç Durumunda Çeşitli Panç Uzunluğu Değerleri için FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılışı ( $\Psi_1=2$ , $\Psi_2=2$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ , $P/(C_{55}^0 h_1)=0.002$ , $h_2/h_1=1$ , $\kappa_2=2$ , Gr/Ep P75/934) .....                                                                               | <b>50</b> |
| <b>Şekil 3:</b> Düz Panç Durumunda Çeşitli Dış Yük Değerleri İçin FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılışı ( $a/h_1=0.8$ , $\Psi_1=2$ , $\Psi_2=2$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ , $h_2/h_1=1$ , $\kappa_2=2$ , Gl/Ep).....                                                                                                           | <b>51</b> |
| <b>Şekil 4:</b> Düz Panç Durumunda FD İzotrop Tabakanın Üst Yüzeyinin Kayma Modülüne Bağlı Olarak FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılışı ( $a/h_1=1.5$ , $\Psi_1=0.5$ , $\Psi_2=0.5$ , $P/(C_{55}^0 h_1)=0.008$ , $h_2/h_1=1$ , $\kappa_2=2$ , Gr/Al).....                                                                     | <b>52</b> |
| <b>Şekil 5:</b> Düz Panç Durumunda Çeşitli Ortotrop Malzemeler için FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılışı ( $a/h_1=1$ , $\Psi_1=2$ , $\Psi_2=2$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ , $P/(C_{55}^0 h_1)=0.005$ , $h_2/h_1=1$ , $\kappa_2=2$ ) .....                                                                                      | <b>52</b> |
| <b>Şekil 6:</b> Düz Panç Durumunda FD Ortotrop Tabakanın Rijitlik Katsayılarının Derecelendirilmesine Bağlı Olarak FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılışı ( $a/h_1=1$ , $\Psi_2=2$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ , $P/(C_{55}^0 h_1)=0.005$ , $h_2/h_1=1$ , $\kappa_2=2$ , Gr/Ep T300/934) .....                                    | <b>53</b> |
| <b>Şekil 7:</b> Düz Panç Durumunda Tabaka Yükseklikleri Oranına Bağlı Olarak FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılışı ( $a/h_1=0.8$ , $\Psi_1=2$ , $\Psi_2=2$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ , $P/(C_{55}^0 h_1)=0.004$ , $\kappa_2=2$ , Gr/Ep T300/934).....                                                                          | <b>54</b> |
| <b>Şekil 8:</b> Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Dış Yük Değerlerine Bağlı Olarak FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunluğunun Değişimi ( $R/h_1=20$ , $\Psi_1=2$ , $\Psi_2=2$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ , $h_2/h_1=1$ , $\kappa_2=2$ , B/Al).....                                                                                          | <b>54</b> |
| <b>Şekil 9:</b> Silindirik Panç Durumunda FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunluğunun FD İzotrop Tabakanın Üst Yüzeyinin Kayma Modülüne Bağlı Olarak Değişimi ( $\Psi_1=2$ , $\Psi_2=0.5$ , $h_2/h_1=1$ , $P/(C_{55}^0 h_1)=0.005$ , $\kappa_2=2$ , Gl/Ep) .....                                                                           | <b>56</b> |
| <b>Şekil 10:</b> Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Ortotrop Malzemeler için Panç Yarıçapına Bağlı Olarak FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunluğunun Değişimi ( $\Psi_1=2$ , $\Psi_2=2$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ , $P/(C_{55}^0 h_1)=0.005$ , $h_2/h_1=1$ , $\kappa_2=2$ ).....                                                            | <b>57</b> |
| <b>Şekil 11:</b> Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Panç Yarıçapı Değerleri için FD Ortotrop Tabakanın Rijitlik Katsayılarının Derecelendirilmesine Bağlı Olarak FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunluğunun Değişimi ( $\Psi_2=0.5$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ , $P/(C_{55}^0 h_1)=0.002$ , $h_2/h_1=1$ , $\kappa_2=2$ , Gr/Ep P75/934)..... | <b>58</b> |
| <b>Şekil 12:</b> Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Panç Yarıçapı Değerleri için FD İzotrop Tabakanın Kayma Modülünün Derecelendirilmesine Bağlı Olarak FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunluğunun Değişimi ( $\Psi_1=2$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ , $P/(C_{55}^0 h_1)=0.005$ , $h_2/h_1=1$ , $\kappa_2=2$ , Gr/Ep T300/934).....           | <b>59</b> |
| <b>Şekil 13:</b> Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Dış Yük Değerleri için FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunluğunun Panç Yarıçapı ile Değişimi ( $\Psi_1=2$ , $\Psi_2=2$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ , $h_2/h_1=1$ , $\kappa_2=2$ , Gl/Ep).....                                                                                             | <b>60</b> |

- Şekil 14:** Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Panç Yarıçapı Değerleri için FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunluğunun Tabaka Yükseklikleri Oranı ile Değişimi ( $\Psi_1=2, \Psi_2=2, \mu_2^0/C_{55}^0 = 2, P/(C_{55}^0 h_1)=0.008, \kappa_2=2, G/E_p$ ) ..... **61**
- Şekil 15:** Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Dış Yük Değerleri için FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı ( $R/h_1=20, \Psi_1=2, \Psi_2=2, \mu_2^0/C_{55}^0 = 1, h_2/h_1=1, \kappa_2=2, B/AI$ )..... **63**
- Şekil 16:** Silindirik Panç Durumunda FD İzotrop Tabakanın Üst Yüzeyinin Kayma Modülüne Bağlı Olarak FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı ( $\Psi_1=2, \Psi_2=0.5, P/(C_{55}^0 h_1)=0.005, h_2/h_1=1, \kappa_2=2, G/E_p$ ) ..... **64**
- Şekil 17:** Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Ortotrop Malzemeler için Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı ( $\Psi_1=2, \Psi_2=2, \mu_2^0/C_{55}^0 = 1, P/(C_{55}^0 h_1)=0.005, h_2/h_1=1, \kappa_2=2$ ) ..... **65**
- Şekil 18:** Silindirik Panç Durumunda FD Ortotrop Tabakanın Rijitlik Katsayılarının Derecelendirilmesine Bağlı Olarak FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı ( $\Psi_2=0.5, \mu_2^0/C_{55}^0 = 2, P/(C_{55}^0 h_1)=0.002, h_2/h_1=1, \kappa_2=2, G_r/E_p$  P75/934)..... **65**
- Şekil 19:** Silindirik Panç Durumunda FD İzotrop Tabakanın Kayma Modülünün Derecelendirilmesine Bağlı Olarak FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı ( $\Psi_1=2, \mu_2^0/C_{55}^0 = 2, P/(C_{55}^0 h_1)=0.005, h_2/h_1=1, \kappa_2=2, G_r/E_p$  T300/934) ..... **66**
- Şekil 20:** Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Panç Yarıçapı Değerleri için FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı ( $\Psi_1=2, \Psi_2=2, \mu_2^0/C_{55}^0 = 1, P/(C_{55}^0 h_1)=0.004, h_2/h_1=1, \kappa_2=2, G/E_p$ )..... **67**
- Şekil 21:** Silindirik Panç Durumunda Tabaka Yükseklikleri Oranının Çeşitli Değerleri için FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı ( $R/h_1=800, \Psi_1=2, \Psi_2=2, \mu_2^0/C_{55}^0 = 2, P/(C_{55}^0 h_1)=0.008, \kappa_2=2, G/E_p$ )..... **67**
- Şekil 22:** Silindirik Panç Durumunda FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımının FD Ortotrop Tabakanın x Yönündeki Elastisite Modülüne Bağlı Olarak Değişimi ( $R/h_1=20, \Psi_1=2, \Psi_2=0.5, \mu_2^0/C_{55}^0 = 2, P/(C_{55}^0 h_1)=0.005, h_2/h_1=1, \kappa_2=2, G_r/E_p$  P75/934)..... **68**
- Şekil 23:** Silindirik Panç Durumunda FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımının FD Ortotrop Tabakanın y Yönündeki Elastisite Modülüne Bağlı Olarak Değişimi ( $R/h_1=50, \Psi_1=0.5, \Psi_2=2, \mu_2^0/C_{55}^0 = 2, P/(C_{55}^0 h_1)=0.002, h_2/h_1=1, \kappa_2=2, G_r/AI$ )..... **69**
- Şekil 24:** Silindirik Panç Durumunda FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımının FD Ortotrop Tabakanın z Yönündeki Elastisite Modülüne Bağlı Olarak Değişimi ( $R/h_1=100, \Psi_1=2, \Psi_2=2, \mu_2^0/C_{55}^0 = 2, P/(C_{55}^0 h_1)=0.004, h_2/h_1=1, \kappa_2=2, G_r/E_p$  T300/934)..... **69**
- Şekil 25:** Düz Panç Durumunda Çeşitli Panç Uzunluğu Değerleri için Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile FD İzotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı, Kritik Yük Faktörü ve İlk Ayrılma Noktası ( $\Psi_1=0.5, \Psi_2=0.5, \Psi_3=0.5, \mu_2^0/C_{55}^0 = 1, h_2/h_1=1, \kappa_2=2, G_r/E_p$  P75/934)..... **71**
- Şekil 26:** Düz Panç Durumunda Tabaka Yükseklikleri Oranının Çeşitli Değerleri için Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile FD İzotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilmesi

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Yayılışı, Kritik Yük Faktörü ve İlk Ayrılma Noktası ( $a/h_1=1$ , $\Psi_1=2$ , $\Psi_2=2$ , $\Psi_3=2$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ , $\kappa_2=2$ , Gr/Ep P75/934) .....                                                                                                                                                                                                                           | 71 |
| <b>Şekil 27:</b> Düz Panç Durumunda FD İzotrop Tabakanın Üst Yüzeyinin Kayma Modülünün Çeşitli Değerleri için Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile FD İzotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılışı, Kritik Yük Faktörü ve İlk Ayrılma Noktası ( $a/h_1=0.6$ , $\Psi_1=2$ , $\Psi_2=2$ , $\Psi_3=2$ , $h_2/h_1=1$ , $\kappa_2=2$ , B/Al).....                                                | 72 |
| <b>Şekil 28:</b> Düz Panç Durumunda Çeşitli Ortotrop Malzemeler için Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile FD İzotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılışı, Kritik Yük Faktörü ve İlk Ayrılma Noktası .....                                                                                                                                                                                  | 72 |
| <b>Şekil 29:</b> Düz Panç Durumunda FD Ortotrop Tabakanın Rijitlik Katsayılarının Derecelendirilmesine Bağlı Olarak Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile FD İzotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılışı, Kritik Yük Faktörü ve İlk Ayrılma Noktası ( $a/h_1=0.8$ , $\Psi_2=0.5$ , $\Psi_3=0.5$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ , $h_2/h_1=1$ , $\kappa_2=2$ , Gl/Ep) .....                        | 74 |
| <b>Şekil 30:</b> Düz Panç Durumunda FD İzotrop Tabakanın Kayma Modülünün Derecelendirilmesine Bağlı Olarak Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile FD İzotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılışı, Kritik Yük Faktörü ve İlk Ayrılma Noktası ( $a/h_1=100$ , $\Psi_1=2$ , $\Psi_3=2$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ , $h_2/h_1=1$ , $\kappa_2=2$ , Gr/Ep T300/934).....                             | 74 |
| <b>Şekil 31:</b> Düz Panç Durumunda FD Ortotrop Tabakanın Yoğunluğunun Derecelendirilmesine Bağlı Olarak Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile FD İzotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılışı, Kritik Yük Faktörü ve İlk Ayrılma Noktası .....                                                                                                                                              | 75 |
| <b>Şekil 32:</b> Silindirik Panç Durumunda Tabaka Yükseklikleri Oranının Çeşitli Değerleri için Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile FD İzotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılışı, Kritik Yük Faktörü ve İlk Ayrılma Noktası ( $R/h_1=50$ , $\Psi_1=0.5$ , $\Psi_2=1.0001$ , $\Psi_3=0.6$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ , $C_{55}^0/(P/h_1)=500$ , $\kappa_2=2$ , Gr/Ep T300/934) .....       | 76 |
| <b>Şekil 33:</b> Silindirik Panç Durumunda FD İzotrop Tabakanın Üst Yüzeyinin Kayma Modülünün Çeşitli Değerleri için Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile FD İzotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılışı, Kritik Yük Faktörü ve İlk Ayrılma Noktası .....                                                                                                                                  | 77 |
| <b>Şekil 34:</b> Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Ortotrop Malzemeler için Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile FD İzotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılışı, Kritik Yük Faktörü ve İlk Ayrılma Noktası ( $R/h_1=40$ , $\Psi_1=2$ , $\Psi_2=2$ , $\Psi_3=2$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ , $C_{55}^0/(P/h_1)=500$ , $h_2/h_1=1$ , $\kappa_2=2$ ) .....                                      | 78 |
| <b>Şekil 35:</b> Silindirik Panç Durumunda FD Ortotrop Tabakanın Rijitlik Katsayılarının Derecelendirilmesine Bağlı Olarak Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile FD İzotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılışı, Kritik Yük Faktörü ve İlk Ayrılma Noktası ( $R/h_1=80$ , $\Psi_2=2$ , $\Psi_3=2$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ , $C_{55}^0/(P/h_1)=500$ , $h_2/h_1=1$ , $\kappa_2=2$ , Gl/Ep) . | 78 |
| <b>Şekil 36:</b> Silindirik Panç Durumunda FD İzotrop Tabakanın Kayma Modülünün Derecelendirilmesine Bağlı Olarak Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile FD İzotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılışı, Kritik Yük Faktörü ve İlk Ayrılma Noktası ( $R/h_1=100$ , $\Psi_1=2$ , $\Psi_3=2$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ , $C_{55}^0/(P/h_1)=250$ , $h_2/h_1=1$ , $\kappa_2=2$ , Gr/Al)           | 79 |
| <b>Şekil 37:</b> Silindirik Panç Durumunda FD Ortotrop Tabakanın Yoğunluğunun Derecelendirilmesine Bağlı Olarak Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile FD İzotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılışı, Kritik Yük Faktörü ve İlk Ayrılma Noktası ( $R/h_1=10$ , $\Psi_1=0.5$ , $\Psi_2=0.5$ , $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ , $C_{55}^0/(P/h_1)=100$ , $h_2/h_1=1$ , $\kappa_2=2$ , B/Al) .....     | 80 |

## KISALTMALAR

|              |                                         |
|--------------|-----------------------------------------|
| <b>FD</b>    | : Fonksiyonel Derecelendirilmiş         |
| <b>FDM</b>   | : Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme |
| <b>Gr/Ep</b> | : Grafit/Epoksi                         |
| <b>Gl/Ep</b> | : Cam/Epoksi                            |
| <b>Gr/Al</b> | : Grafit/Alüminyum                      |
| <b>B/Al</b>  | : Bor/ Alüminyum                        |

## SİMGELER

|                                                       |                                                                                                          |
|-------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>a</b>                                              | : Rijit panç ile FD ortotrop tabaka arasındaki temas uzunluğu                                            |
| <b>E<sub>x</sub>, E<sub>y</sub>, E<sub>z</sub></b>    | : x, y ve z eksenleri doğrultusundaki elastisite modülleri                                               |
| <b>X, Z</b>                                           | : x ve z doğrultularındaki kütle kuvveti bileşenleri                                                     |
| <b>g</b>                                              | : Yer çekimi ivmesi                                                                                      |
| <b>P</b>                                              | : Rijit pança uygulanan tekil yük                                                                        |
| <b>p(x)</b>                                           | : FD ortotrop tabaka ile rijit panç arasındaki temas gerilmesi fonksiyonu                                |
| <b>h<sub>1</sub></b>                                  | : FD ortotrop tabakanın yüksekliği                                                                       |
| <b>h<sub>2</sub></b>                                  | : FD izotrop tabakanın yüksekliği                                                                        |
| <b>R</b>                                              | : Silindirik pançın yarıçapı                                                                             |
| <b>x<sub>cr</sub></b>                                 | : İlk ayrılma noktası                                                                                    |
| <b>μ<sub>2</sub><sup>0</sup></b>                      | : FD izotrop tabakanın üst yüzeyinin kayma modülü                                                        |
| <b>μ<sub>2</sub><sup>-h<sub>2</sub></sup></b>         | : FD izotrop tabakanın alt yüzeyinin kayma modülü                                                        |
| <b>ε<sub>x</sub>, ε<sub>y</sub>, ε<sub>z</sub></b>    | : x, y ve z doğrultularındaki birim uzamalar                                                             |
| <b>γ<sub>xy</sub>, γ<sub>xz</sub>, γ<sub>yz</sub></b> | : Kayma şekil değiştirme bileşenleri                                                                     |
| <b>ρ<sub>1</sub><sup>0</sup></b>                      | : FD ortotrop tabakanın alt yüzeyinin yoğunluğu                                                          |
| <b>ρ<sub>2</sub><sup>0</sup></b>                      | : FD izotrop tabakanın üst yüzeyinin yoğunluğu                                                           |
| <b>ρ<sub>1</sub><sup>h<sub>1</sub></sup></b>          | : FD ortotrop tabakanın üst yüzeyinin yoğunluğu                                                          |
| <b>ρ<sub>2</sub><sup>-h<sub>2</sub></sup></b>         | : FD izotrop tabakanın alt yüzeyinin yoğunluğu                                                           |
| <b>ν<sub>2</sub></b>                                  | : FD izotrop tabakanın Poisson oranı                                                                     |
| <b>κ<sub>2</sub></b>                                  | : FD izotrop tabakanın Kolosov sabiti                                                                    |
| <b>λ</b>                                              | : Yük faktörü                                                                                            |
| <b>λ<sub>cr</sub></b>                                 | : Kritik yük faktörü                                                                                     |
| <b>α</b>                                              | : Fourier dönüşüm değişkeni                                                                              |
| <b>Ψ<sub>1</sub></b>                                  | : FD ortotrop tabakanın üst yüzeyinin rijitlik katsayılarının alt yüzeyinin rijitlik katsayılarına oranı |
| <b>Ψ<sub>2</sub></b>                                  | : FD izotrop tabakanın üst yüzeyinin kayma modülünün alt yüzeyinin kayma modülüne oranı                  |
| <b>Ψ<sub>3</sub></b>                                  | : FD ortotrop tabakanın üst yüzeyinin yoğunluğunun alt yüzeyinin yoğunluğuna oranı                       |

|                                   |                                                                                                                             |
|-----------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\Psi_4$                          | : FD izotrop tabakanın üst yüzeyinin yoğunluğunun alt yüzeyinin yoğunluğuna oranı                                           |
| $\Gamma_1$                        | : FD ortotrop tabakanın rijitlik katsayılarının tabaka yüksekliği boyunca değişimini kontrol eden homojensizlik parametresi |
| $\Gamma_2$                        | : FD izotrop tabakanın kayma modülünün tabaka yüksekliği boyunca değişimini kontrol eden homojensizlik parametresi          |
| $\Gamma_3$                        | : FD ortotrop tabakanın yoğunluğunun tabaka yüksekliği boyunca değişimini kontrol eden homojensizlik parametresi            |
| $\Gamma_4$                        | : FD izotrop tabakanın yoğunluğunun tabaka yüksekliği boyunca değişimini kontrol eden homojensizlik parametresi             |
| $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$    | : Kartezyen koordinatlarda normal gerilme bileşenleri                                                                       |
| $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ | : Kartezyen koordinatlarda kayma gerilmesi bileşenleri                                                                      |
| $N$                               | : Gauss-Chebyshev integrasyonunda alınan nokta sayısı                                                                       |
| $x, y, z$                         | : Kartezyen koordinatlar                                                                                                    |
| $f(x)$                            | : Rijit panç profilini tanımlayan fonksiyonun $x$ 'e göre türevi                                                            |

## GİRİŞ

Temas mekaniği, yapısal veya mekanik sistemlerde iki veya daha fazla katı cismin temas ettiği durumlarda meydana gelen gerilme, yer değiştirme, şekil değiştirme ve diğer birtakım etkileri araştıran önemli bir disiplin olarak kabul edilmektedir. Bu çalışma alanı, özellikle cisimlerin temas noktalarında meydana gelen gerilme dağılımlarını ve çeşitli parametrelerin bu gerilmeler üzerindeki etkilerini incelemeyi amaçlamakta olup; makine mühendisliği, havacılık, inşaat mühendisliği ve biyomedikal mühendisliği olmak üzere birçok alanda kayda değer uygulamalara sahiptir.

Temas mekaniği, elastisite teorisinin en temel uygulamaları arasında yer almaktadır. Zira, temas halindeki cisimler arasında meydana gelen gerilmeler ve şekil değişiklikleri genellikle elastik davranış prensiplerine dayanmaktadır. Bu alanda sunulan ilk ve en bilinen çalışma, 1882 yılında Heinrich Hertz tarafından incelenen temas problemidir. Hertz sonrası dönemde, temas alanı yalnızca düzgün eğrisel yüzeylerle sınırlı kalmamış; farklı malzeme türleri, çeşitli temas geometrileri ve daha karmaşık yükleme durumları dâhil edilerek temas problemleri daha karmaşık bir yapıya bürünmüştür.

Analitik çözümlerin, 20. yüzyılın ortalarına kadar temas mekaniği alanında hâkim olduğu gözlenmektedir. Bununla birlikte, söz konusu yöntemler yalnızca belirli basit geometriler ve malzeme modelleri için geçerlilik arz etmekteydi. Bilgisayar teknolojisindeki ilerlemelerle birlikte sonlu elemanlar yöntemi, sınır elemanlar yöntemi ve yapay sinir ağları gibi metotlar, karmaşık temas problemlerine yenilikçi çözümler sunmaya hızla yönelmiştir.

Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemeler (FDM'ler), yapısal özelliklerinin kademeli ve sürekli bir değişim gösterdiği modern kompozit malzemeler olarak tanımlanmaktadır. FDM'lerin Young modülü, kayma modülü, termal veya elektriksel iletkenlik gibi özellikleri bir veya daha fazla yönde kademeli olarak değişerek keskin sınırlar yerine daha yumuşak geçişler sağlamaktadır.

FDM teknolojisi ilk olarak, 1980'lerin ortalarında Japonya'da çok katmanlı kompozitlerde meydana gelen ani malzeme geçişlerinin yol açtığı yerel gerilme yığılmalarını minimize etmek amacıyla geliştirilmiştir. Geleneksel kompozit malzemelerde, farklı tabakalar arasındaki ani malzeme geçişleri yerel bölgelerde gerilme yığılmalarına neden olarak malzemenin performansını olumsuz etkileyebilir. Ancak FDM'lerde bu geçişler kademeli bir şekilde gerçekleştiği için bu tür gerilme yığılmalarının önüne geçilmektedir.

FDM teknolojisi genellikle iki farklı malzemenin entegrasyonu ile gerçekleştirilmektedir. En yaygın form olarak metalden seramiğe geçiş gösteren bir yapı şekli

gözenmektedir. Metaller; yüksek tokluk, işleme kolaylığı ve bağ oluşturma kabiliyeti sağlaması nedeniyle tercih edilmektedir. Buna karşın seramikler ise; yüksek mukavemet, termal dayanım, aşınma ve oksitlenme direnci ile düşük yoğunluklarının malzemeye hafiflik sağlaması nedeniyle tercih edilmektedir.

FDM'lerin uygulama yelpazesi son derece geniştir. Başlangıçta havacılık ve uzay sektöründe uygulama alanı bulan bu teknoloji, günümüzde otomotiv, biyomedikal, enerji ve savunma sanayileri gibi pek çok alanda kendine önemli bir yer edinmiştir. Uzay aracı yapıları, türbin kanat kaplamaları, roket motoru bileşenleri ve ısı değişim panelleri gibi önemli bileşenler, FDM teknolojisinin yaygın olarak uygulandığı alanlar arasında yer almaktadır. Biyomedikal uygulamalarda, protezlerde ve implantlarda bu malzemeler kullanılmaktadır. Havaalanı yol kaplamalarında, inşaat mühendisliği alanında aşınma ve yüksek sıcaklık direncine sahip üst tabaka tasarımı için bu malzemeler tercih edilmektedir. Enerji sektöründe, enerji dönüşüm cihazları ve termal bariyerlerde FDM teknolojisinin kullanımında belirgin bir artış gözlenmektedir. Savunma sanayisinde, kurşungeçirmez yelekler ve zırh plakaları gibi yüksek dayanıklılık gerektiren ürünler için FDM'ler tercih edilmektedir. Ayrıca, denizcilik sektöründe, denizaltı bileşenleri ve dalış silindirlerinde bu yeni nesil kompozit malzemelerin kullanımı yaygınlaşmaktadır.

FDM'ler istenen özelliklere uygun olacak şekilde çeşitli üretim yöntemleri kullanılarak üretilmektedir. Bu yöntemler arasında toz metalurjisi, buhar biriktirme, plazma püskürtme, indüksiyonla yığma ve santrifüj yöntemi bulunmaktadır. Üretim metoduna bağlı olarak, malzemenin özellikleri kademeli şekilde değiştirilebilir. Bu durum malzemenin mekanik, elektriksel ve termal özelliklerinin istenilen seviyede kontrol edilmesine olanak tanır. Bu esneklik, FDM'lerin farklı mühendislik uygulamalarında yüksek performanslı çözümler sunmasını mümkün kılmaktadır.

FDM'lerin temas mekaniği analizi, malzeme özelliklerindeki kademeli değişimlerin kontrol edilmesi yoluyla temas gerilmelerinin değişiminin sağlanması ve böylece yüzeye ilişkin hasarların önlenmesi açısından kritik bir öneme sahiptir.

Sonuç itibarıyla FDM'ler, yenilikçi teknolojilere uyum sağlayabilen malzemeler olarak dikkat çekmekte ve mühendislik uygulamalarında son derece önemli çözümler sunmaktadır. Sahip oldukları mekanik, termal ve kimyasal özellikler dolayısıyla gelecekte daha geniş kullanım alanları bulması öngörülen bu malzemeler, birçok disiplinin yanı sıra temas mekaniği alanında da araştırmacılar için önemli bir inceleme alanı oluşturmuştur.

## **Araştırmanın Konusu ve Problemi**

Bu çalışmada, FD ortotrop ve FD izotrop tabakalardan oluşan iki tabakalı bir sistemin elastisite teorisi çerçevesinde sürekli temas problemi incelenmiştir. FD ortotrop tabaka rijit bir panç aracılığıyla yüklenmiş olup, FD izotrop tabaka rijit bir temele bağlıdır. Çalışmada, FD ortotrop tabakanın rijitlik katsayılarının ve yoğunluğunun, FD izotrop tabakanın kayma modülünün ve yoğunluğunun tabakaların yükseklikleri doğrultusunda üstel değişimleri dikkate alınmıştır. Çalışma sonunda çeşitli parametrelerin temas gerilmesi, temas uzunluğu, kritik yük faktörü ve ilk ayrılma noktası üzerindeki etkileri analiz edilmiştir.

## **Araştırmanın Amacı**

Bu çalışmanın amacı, rijit bir panç aracılığıyla yüklenen ve FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabakadan oluşan iki tabakalı bir sistemin sürekli temas probleminin elastisite teorisi kullanılarak analitik olarak incelenmesidir. Çalışmada, FD malzemelerin kademeli yapısal değişimlerinin ele alınan temas mekaniği problemindeki etkileri incelenerek, malzeme heterojenliğinin temas alanı, temas gerilme dağılımı, kritik yük faktörü ve ilk ayrılma noktası üzerindeki rolünün belirlenmesi amaçlanmaktadır. Çalışma, kütle kuvvetlerinin ve çeşitli malzeme özelliklerinin bu tür sistemlerin performansı üzerindeki etkilerini analiz ederek, mühendislik uygulamalarında daha dayanıklı ve verimli tasarımların geliştirilmesine katkıda bulunmayı hedeflemektedir.

## **Araştırmanın Önemi ve Gerekçesi**

Bu çalışma, literatürde mevcut olmayan bir temas mekaniği problemini ele alması bakımından önemli bir boşluğu doldurmaktadır. FD malzemelerin, özellikle mühendislik uygulamalarındaki üstün performansları göz önüne alındığında, bu malzemelerin temas mekaniğindeki davranışlarının incelenmesi büyük bir öneme sahiptir. FD malzemeler, kompozit yapılarındaki kademeli değişim sayesinde gerilme yığılmalarını azaltarak daha dayanıklı ve verimli tasarımlar sunar. Bu çalışma, FD ortotrop ve FD izotrop tabakaları aynı problemde bir araya getirerek, iki farklı malzeme türünün temas problemlerindeki etkilerini bütüncül bir şekilde analiz etmektedir. Ayrıca kütle kuvvetlerinin sisteme dâhil edilmesi, gerçek dünya uygulamalarında karşılaşılan yükleme koşullarının daha gerçekçi bir şekilde modellenmesini sağlamaktadır. Bu yönleriyle çalışma literatüre katkı sağlamaktadır.

## **Araştırmanın Sınırlılıkları**

Bu çalışmanın bazı sınırlılıkları bulunmaktadır. Öncelikle, inceleme sadece belirli geometriye sahip olan fonksiyonel derecelendirilmiş (FD) ortotrop ve izotrop tabakalar için

geçerlidir. Farklı geometrik yapıların ve yükleme koşullarının etkileri çalışmanın kapsamı dışında kalmıştır. Ayrıca, FD malzemelerin kademeli yapısının etkileri sadece belirli ortotrop malzemeler ile sınırlandırılmıştır. Bu nedenle farklı malzeme kombinasyonları ile elde edilebilecek potansiyel sonuçlar göz ardı edilmiştir. Sürtünmesiz yüzey varsayımı, temas mekaniği probleminin karmaşıklığını azaltmak için yapılmış bir tercihtir. Ancak gerçekteki uygulamalarda sürtünmenin etkileri önemli olabilir. Çözümde, ara yüzeylerde sadece basınç gerilmelerine izin verildiği varsayımı da yapılmıştır. Ayrıca, çalışma elastisite teorisi çerçevesinde gerçekleştirilmiştir. Viskoelastik veya plastik davranışların incelenmesi bu çalışmanın kapsamına dâhil edilmemiştir.

### **Varsayımlar**

Bu tez çalışmasında birkaç temel varsayım benimsenmiştir. İlk olarak, tüm yüzeylerin sürtünmesiz olduğu kabul edilmiştir. Bu durum, temas mekanizmasını basitleştirerek yalnızca normal yüklerin etkilerini incelemeye olanak tanımıştır. Ayrıca, FD ortotrop tabakanın rijitlik katsayılarının ve yoğunluğunun, FD izotrop tabakanın ise kayma modülünün ve yoğunluğunun tabaka yüksekliği boyunca üstel olarak değiştiği varsayılmıştır. Çözümde, ara yüzeylerde yalnızca basınç gerilmelerine izin verilmiştir.

## BİRİNCİ BÖLÜM

### 1. KURAMSAL ÇERÇEVE

#### 1.1. LİTERATÜR ÖZETİ

Temas mekaniği; yapısal ve mekanik sistemlerin modellenmesi, analizi ve sayısal simülasyonları açısından kritik bir öneme sahiptir ve bu nedenle bu alanda yoğun çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Oldukça kapsamlı bir literatüre sahip olan bu alan, mühendislik ve matematik dallarında farklı odak noktalarıyla ele alınmaktadır. Mühendislik literatüründeki çalışmalar, genellikle belirli ortamlar, geometriler veya malzemelere odaklanarak, problemlerin uygulamaya yönelik yönlerini incelemektedir. Buna karşılık, matematik literatüründeki çalışmalar, farklı yapısal kanunlar, çeşitli geometriler ve temas koşulları altında ortaya çıkan genel temas problemlerinin matematiksel temellerine odaklanmakta ve ilgili temas modellerinin varyasyonel analizini yapmaktadır (Han ve Sofonea, 2019).

Tarihsel olarak, konunun gelişimi Heinrich Hertz (1882)'in elipsoidal profilili iki elastik cismin sürtünmesiz teması için çözüm sunan ünlü makalesinden kaynaklanmaktadır. Hertz'in analizi halen elastik temas içeren birçok endüstriyel durumda kullanılan tasarım prosedürlerinin temelini oluşturmaktadır (Barber ve Ciavarella, 2000). Temas mekaniği, 1882 yılından itibaren önemli bir gelişim göstermiş ve ilerleyen yıllarda farklı geometriler, yükleme koşulları ve malzeme türlerine bağlı olarak bu alanda çok sayıda çalışma gerçekleştirilmiştir.

Birinci (1998) elastisite teorisine göre alt tabakasındaki simetri ekseninde dikey bir çatlğa sahip olan, elastik sabitleri ve yükseklikleri farklı iki tabakadan meydana gelen birleşik tabakada temas ve çatlak problemlerini incelemiştir.

Yang (2000) tarafından yapılan çalışmada, FD malzeme ile birleştirilmiş bir silindir ele alınmıştır. Malzemelerin elastik ve sürtünme davranışı, FD malzemedeki gerilmelerin hesaplanması için analitik bir çözüm sunmuştur. Bu analitik çözüm ile FD malzemeli bir yapıdaki gerilmelerin zamana ve sıcaklığa bağlılığını incelemek için kullanılabilir olduğu görülmüştür.

Çakıroğlu vd. (2001) yapmış oldukları çalışmada, elastik yarım düzlem üzerindeki iki tabakanın sürekli ve süreksiz temas problemlerini incelemiştir. Üst tabaka, üst yüzeyinin sonlu bir kısmına uygulanan düzgün yayılı yüke maruz bırakılmış ve tüm yüzeyler arasındaki temasın sürtünmesiz olduğu varsayılmıştır.

Fernandez-Garcia vd. (2002) yapmış oldukları çalışmada, elastik-viskoplastik bir cisim ile bir engel arasındaki sürtünmesiz temas problemini ele almışlardır. Çalışmada bir, iki ve üç boyutlu örnekleri içeren bazı sayısal sonuçlar sunmuşlardır.

Kagadii ve Pavlenko (2003) çalışmalarında, bir yarım şeride oturtulan rijit düztabanlı bir kalıp üzerindeki temas problemini ele almışlardır. Problem, geliştirilen asimptotik bir yöntemle çözülmüş ve bazı sayısal sonuçlar sunulmuştur.

Malits (2005) çalışmasında rijit bir taban üzerine oturtulmuş bir tabaka ile temas halindeki dairesel zımba problemi için yeni ve etkili bir algoritma önermiştir. Problem, ikinci tür Fredholm integral denklemlerine indirgenmiştir. Keyfi profilli bir panç tarafından girintilen ince homojen olmayan tabaka için asimptotik formüller belirtilmiştir.

Pompei vd. (2004) yapmış oldukları çalışmada, boşluklu doğrusal elastik izotropik bir malzemeden yapılmış bir yarı uzaya bastırılan rijit dikdörtgen zımbanın temas problemini incelemişlerdir. Kullandıkları iki farklı yöntemin sonuçlarını birbirleriyle ve Sivashinsky-Panek-Kalker çözümü ile karşılaştırmışlardır.

Ke ve Wang (2006) düzlem gerilme durumu deformasyonu altında keyfi olarak değişen elastisite modülüne sahip FD malzemelerin sürtünmesiz temas analizi için çok katmanlı bir model geliştirmişlerdir. Rastgele bir eğriye bir dizi sürekli fakat parçalı doğrusal eğri ile yaklaşılabileceği gerçeğine dayanarak, FD malzeme birkaç alt katmana bölünmüştür ve her bir alt katmanda kayma modülünün doğrusal bir fonksiyon olduğu varsayılırken Poisson oranı sabit olarak alınmıştır.

Han ve Sofoneo (2007) yaptıkları çalışmada, elastik-visko-plastik bir cisim ile bir engel arasındaki dinamik temas için matematiksel bir problem üzerinde çalışmışlardır. Temas yüzeyini sürtünmesiz olarak ele almışlardır ve problemi temas yüzeylerinin yapışma etkisini içeren normal bir uygunluk şartı ile modellemişlerdir.

Singh vd. (2007) yaptıkları çalışmada, FD piezoelektrik malzemelerin dinamik davranışını, düzlem karşıtı mekanik yükleme ve düzlem içi elektrik yüklemesi altında incelemişlerdir. Elde ettikleri sonuçların, FD piezoelektrik malzemenin yüzeyindeki hareketli temas probleminin bir çözümünü elde etmek için uygulanabildiği sonucuna varmışlardır.

Aleksandrov vd. (2008) yapmış oldukları çalışmada, Hertzian temas problemi çerçevesinde rijit cisimler için bir elastik temas modelinin analitik formülasyonu ve sayısal uygulaması için bir teknik tanımlamışlardır. Kuvvet fonksiyonu kullanılarak hesaplanan normal kuvvetlerin, elastik cisimlerin Hertzian olmayan teması için daha önce elde edilen sonuçlarla uyumlu olduğunu görmüşlerdir.

Yang ve Ke (2008) yaptıkları çalışmada bir yüzey kaplaması, FD bir kaplama ve bir alt tabakadan oluşan bir kaplama yapısının rijit silindirik bir panç altındaki iki boyutlu sürtünmesiz temas problemini incelemişlerdir.

Choi (2009) çalışmasında sürtünmeli kayan düz bir zımba ile yüklenen FD bir katmanın temas mekaniği problemini incelemiştir. Sürtünme katsayısının sabit olduğunu varsaymış ve derecelendirilmiş tabakanın alt tarafı rijit bir temele sıkıca tutturulmuştur. Çalışma sonucunda malzeme homojensizliğinin, sürtünme katsayısının, zımba genişliğinin, Poisson oranının, temas basıncı ve düzlem içi yüzey gerilme dağılımları üzerindeki etkilerini sunmuştur.

Usov ve Danilov (2009) tarafından yapılan çalışmada, kayan rijit bir silindir ve viskoelastik tabaka için temas problemi formülize edilerek incelenmiştir. Viskoelastik tabakanın temas problemini çözmek için geliştirilen bu yöntemin, viskoelastik özelliklere sahip kompozit malzemelerden yapılmış kaplamalarda sürtünme birimlerindeki temas parametrelerini hesaplamak için kullanılabilir olduğu görülmüştür.

Çömez (2010) homojen bir yarım düzlem üzerine oturan bir tabaka için sürtünmeli temas problemini doğrusal elastisite teorisini kullanarak incelemiştir. Temas basınçları ve temas alanları için sayısal sonuçları hem sürtünmeli hem de sürtünmesiz durumlar için çözüm olarak sunmuştur.

Aizikovich vd. (2011) çalışmalarında derinliği keyfi olarak değişen özelliklere sahip malzemeler için temas problemlerini önceden belirlenmiş bir doğrulukta verimli bir şekilde çözmeyi sağlayan yaklaşık bir analitik yöntem geliştirmişlerdir. Bu yöntemin olanaklarını, kalınlığı boyunca homojen olmayan bir kaplamaya sahip elastik bir yarı uzayın dairesel bir panç tarafından burulması örneğiyle göstermişlerdir.

Erbaş vd. (2011) yaptıkları çalışmada, bir zımbanın elastik bir ortotropik şerit ile temasını incelemişlerdir. Göreceli olarak değişen şerit kalınlığının çeşitli değerleri için sayısal örnekler sunmuşlardır.

Liu vd. (2011) çalışmalarında FD malzeme ile kaplı yarım düzlemin, düzlem gerilim deformasyonu altındaki iki boyutlu termoelastik kayma sürtünme temasını incelemişlerdir. Sayısal sonuçlar, temas gerilmesi dağılımının ve termoelastik temas hasarının; gradyan indeksi, Peclet sayısı ve sürtünme katsayısı ayarlanarak değiştirilebileceğini göstermiştir.

Öner (2011) elastisite teorisine göre rijit dairesel bir zımba aracılığıyla bastırılan ve elastik yarım uzaya oturan iki izotrop tabakanın kütle kuvvetlerinin etkisini de dikkate alarak sürekli temas problemini incelemiştir.

Trubchik vd. (2011) yapmış oldukları çalışmada, tabaka için temas problemini, ortamın elastik özelliklerinin ve kalınlığının keyfi sürekli olarak türevlenebilir fonksiyonlar olduğu durum için araştırmışlardır.

Long vd. (2012) yapmış oldukları çalışmada, yüzey gerilimli elastik bir yarı uzayda girinti yapan rijit bir silindirin iki boyutlu temas problemini incelemişlerdir. Elde ettikleri sonuçların, girinti tekniğine dayalı olarak malzemelerin mekanik özelliklerinin ölçülmesinde faydalı olacağını öngörmüşlerdir.

Adıbelli vd. (2013) kaplanmış bir tabaka ile bir yarım düzlem arasındaki sürtünmesiz temas problemini, rijit silindirik bir zımba tarafından bastırılırken incelemişlerdir. Elde edilen singüler denklem sistemi Gauss–Chebyshev integrasyon formülasyonu kullanılarak çözülmüştür.

Chidlow vd. (2013) çalışmalarında FD malzemeleri içeren yapışkan ve yapışkan özellikte olmayan temas problemleri sebebiyle oluşan yarı temas genişliğinin ve yüzey basıncının belirlenmesi için yarı analitik matematiksel çözümler sunmuşlardır. Bu yöntem kullanılarak bir dizi sayısal sonuç sunulmuş ve burada elde edilen sonuçların diğer yazarlarınkilerle olumlu bir şekilde karşılaştırıldığı görülmüştür.

Çömez (2013) Winkler temel üzerindeki FD tabaka için temas problemini lineer elastisite teorisini kullanarak incelemiştir. Malzeme homojensizliğinin, Winkler temelinin rijitliğinin ve panç yarıçapının temas uzunluğu, gerilmesi ve normal gerilmelere etkisi çalışma sonucunda verilmiştir.

Çömez ve Erdöl (2013) yapmış oldukları çalışmada, homojen bir alt tabakaya bağlanmış bir tabaka için sürtünmeli temas problemini, elastisite teorisine göre ele almışlardır. Çalışma sonucunda temas basınçları, temas alanları, normal gerilmeler ve kayma gerilmeleri için sayısal sonuçlar verilmiştir.

Hakobyan ve Dashtoyan (2013) yapmış oldukları çalışmada, ortotropinin asal doğrultularından biri üzerinde bir çatlak bulunan ortotropik bir düzlem için karışık sınır-değer probleminin kesin çözümünü, düz bir tabana sahip tamamen rijit bir pançın çatlağın bir yüzüne bastırıldığı durum için incelemişler ve sayısal analizler gerçekleştirmişlerdir.

Özşahin ve Taşkıner (2013) yaptıkları çalışmada, elastik yarı sonsuz düzlem üzerindeki izotrop bir tabaka için sürtünmesiz temas problemini incelemişlerdir. Problemin çözümünde elastisite teorisinden ve integral dönüşüm tekniklerinden yararlanmışlardır. Süreksiz temas durumu için ayrılma bölgesini belirleyen mesafe, ayrılma bölgesindeki düşey yer değiştirme,

tabaka ile yarı sonsuz düzlemin arayüzeyi boyunca temas gerilmesi yayılışları için sayısal sonuçlar elde etmişlerdir.

Volkov vd. (2013) çalışmalarında düztabanlı dairesel bir pançın FD yumuşak bir elastik tabakaya nüfuz etmesi durumunda oluşan temas mekaniği problemini ele almışlardır. Homojen tabaka durumunda sayısal sonuçlar, deforme olmayan temel sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

Zhang vd. (2013) çalışmalarında Cosserat malzemelerinin üç boyutlu elastoplastik sürtünmeli temas problemi için bir sonlu elemanlar modeli geliştirmişlerdir. Sayısal örnekler, geliştirilen modelin mikro-kutupsal özelliklere sahip malzemelerle oluşturulan yapıların temas problemlerini analiz etmek için uygulanabilir olduğunu göstermiştir.

Abhilash ve Murthy (2014) FD malzeme ile kaplı homojen yarı düzlem ile temas halindeki elastik pançların tepkisini incelemişlerdir. Sonlu elemanlar analizini, karmaşık geometri, malzeme ve sınır koşullarını işleme kabiliyeti nedeniyle kullanmışlardır. Farklı tipik yüzey profillerine sahip pançlar düşünülmüş ve problem sadece normal yükler dikkate alınarak iki boyutlu düzlem gerilme problemi olarak idealize edilmiştir.

Elloumi vd. (2014) yapmış oldukları çalışmada, homojen bir manyeto-elektro-elastik malzeme ile manyeto-elektro-mekanik yüklere maruz kalan mükemmel iletken rijit dairesel bir zimba arasındaki sürtünmeli kayma temas problemini ele almışlardır.

Adıyaman vd. (2015) elastisite teorisi ve sonlu elemanlar metoduna göre üstten yayılı yük ile bastırılan ve yarı sonsuz düzlem üzerindeki FD katmanın eksenel simetrik temas problemini irdelemişlerdir. Çalışmada, malzeme özelliklerinin fonksiyonel değişiminin ve yayılı yükün uygulama genişliğinin katmanda oluşabilecek gerilme dağılımlarına tesiri irdelenmiş olup çıkan sonuçların ANSYS programından bulunan sonuçlarla uyumlu olduğu görülmüştür.

Birinci vd. (2015) tarafından yapılan çalışmada, Winkler temeli üzerindeki iki izotrop tabaka için temas probleminin sürekli ve süreksiz durumları hem analitik yöntem hem de sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak analiz edilmiştir. Analitik sonuçlar sonlu eleman sonuçları ile karşılaştırılarak doğrulanmıştır.

Çömez (2015) çalışmasında FD bir tabaka ve rijit silindirik bir zimba için hareketli temas problemini ele almıştır. Zimba, tekil normal kuvvete maruzdur. Poisson oranının sabit olduğu, elastisite modülü ve kütle yoğunluğunun derinlik yönünde üstel olarak değiştiği varsayılmıştır.

Elloumi vd. (2015) çalışmalarında FD bir manyeto-elektro-elastik malzeme ile manyeto-elektro-mekanik yüklere maruz kalan mükemmel iletken bir rijit zimba arasındaki

sürtünmeli kayan temas problemini incelemişlerdir. Problem düzlem şekil değiştirme şartları altında formülize edilmiştir.

Li vd. (2015) tarafından yapılan çalışmada, Lagrange sonlu blok yönteminin güçlü formdaki sınır tipi formülasyonu sunulmuş ve statik veya dinamik yüklere maruz kalan FD malzemeler için uygun olmayan temas problemlerine uygulanmıştır. Açıklayıcı sayısal örnekler verilmiş ve analitik çözümlerle karşılaştırmalar yapılmıştır.

Katebi ve Selvadurai (2015) yaptıkları çalışmada, lineer elastik kayma modülünün derinlikle üstel olarak değiştiği, sıkıştırılabilir olmayan elastik bir yarı uzaya düzgün temas eden esnek dairesel bir plağın eksenel simetrik temas problemini incelemek için bir enerji yöntemi uygulamışlardır. Elde edilen sonuçları, bir hesaplama prosedüründen elde edilen eşdeğer sonuçlarla karşılaştırmışlardır.

Öner vd. (2015) yaptıkları çalışmada, her biri izotrop özellikte iki tabaka ve bir yarım düzlemin rijit silindirik bir blok ile bastırılması durumundaki temas problemini yarı analitik yöntem ve sonlu elemanlar yöntemini kullanarak karşılaştırmalı şekilde analiz etmişlerdir.

Yan ve Li (2015) çalışmalarında FD bir tabaka ile elastik bir tabaka birbirine bastırıldıklarında bir çift düzlem ayrılmalı temas problemini incelemişlerdir. Temas alanları ve temas basınçları için sayısal sonuçlar çeşitli boyutsuz büyüklükler için verilmiştir.

Adıyaman vd. (2016) tarafından yapılan çalışmada, FD izotrop bir tabaka ile iki homojen izotrop çeyrek düzlem arasındaki sürtünmesiz ayrılmalı temas problemi, FD tabakanın çeyrek düzlemlere bastırılması durumunda incelenmiştir.

Bora (2016) tarafından yapılan çalışmada, elastik yarı sonsuz uzay üzerindeki homojen izotrop iki tabakanın sürekli ve süreksiz temas problemleri elastisite teorisi esasına göre incelenmiştir. Çalışmada dış yük üst tabakaya rijit iki düz panç aracılığıyla uygulanmıştır. Daha sonra problem sonlu elemanlar yöntemi esasına göre analiz yapan ANSYS programı kullanılarak da ele alınmıştır.

Liu vd. (2016) çalışmalarında rijit silindirik bir zımba, rijit küresel bir zımba ve FD bir katman için eksenel simetrik çift temas problemini ele almışlardır. Sayısal sonuçlar, rijitlik oranı ve gradyan indeksinin temas bölgesi ve temas basıncı üzerinde büyük etkisi olduğunu göstermiştir.

Ma vd. (2016) yapmış oldukları çalışmada, mükemmel yalıtılmış rijit bir yarım düzlem üzerindeki FD bir manyetoelektroelastik katman ile mükemmel iletken rijit bir düz zımba arasındaki sürtünmeli kayma temas problemini ele almışlardır.

Turan vd. (2016) tarafından gerçekleştirilen çalışmada, homojen elastik bir alt tabaka üzerine yerleştirilmiş FD elastik bir tabakanın eksenel simetrik statik yükleme altında temas problemi analizi transfer matrisi yöntemi kullanılarak incelenmiştir. Gerilme ve yer değiştirme değerlerine ilişkin sayısal sonuçlar elde edilmiş ve bu sonuçlar, sonlu elemanlar yöntemi ve elastisite teorisine dayalı çözümlerle karşılaştırılmıştır. Çalışmanın bulguları, FD malzemelerin elasto-statik temas problemlerinde kullanılan bu yaklaşımın doğru ve etkili bir yöntem olduğunu göstermiştir.

Adıyaman vd. (2017) yapmış oldukları çalışmada, rijit temel üzerine oturan FD tabakanın sürekli ve süreksiz temas problemlerini incelemişlerdir. Tabakanın üst kısmındaki rijitliğin ve yoğunluğun azalmasının, hem sürekli temas durumunda kritik yükün hem de süreksiz temas durumunda ayrılma mesafesinin artmasına neden olduğu görülmüştür.

Çömez (2017) yapmış olduğu çalışmada, rijit silindirik bir zımba ve elastik bir tabaka için sürtünmeli hareketli temas problemini ele almıştır. Çıkan sonuçlar; göreceli hareket hızı değerlerinin artmasıyla, hareketli zımba ile tabaka arasındaki temas genişliğinin arttığını, temas gerilmesinin ise azaldığını göstermiştir.

Çömez ve Güler (2017) yapmış oldukları çalışmada, rijit silindirik bir zımba ve FD çift tabaka için düzlem temas problemini incelemişlerdir. Malzemenin homojensizliği, sürtünme katsayısı, tabakaların yüksekliği, ara yüzeydeki malzeme özelliklerindeki uyumsuzluk ve temas genişliği gibi çeşitli geometrik ve fiziksel parametrelerin düzlem içi gerilme ve temas gerilmesi üzerindeki etkisini ayrıntılı şekilde incelemişlerdir.

Çömez vd. (2018) iki çeyrek düzlem üzerine oturan FD bir tabaka için düzlemsel ayrılmalı temas problemini doğrusal elastisite teorisini kullanarak incelemişlerdir. Tabaka, normal yönde tekil bir kuvvet uygulayan rijit silindirik bir zımba ile girintilidir. Poisson oranı sabit tutulurken, kayma modülünün tabaka kalınlığı boyunca üstel olarak değiştiği varsayılmıştır.

Karabulut vd. (2017) elastisite teorisine göre FD tabaka ile izotrop yarım düzlem arasındaki ayrılmalı ve sürtünmesiz temas problemini irdelemişlerdir. Çalışmada rijit ve simetrik iki düz panç aracılığıyla FD tabaka yüklenmiştir. Temas gerilmelerinin ve uzunluklarının değişimi normalize edilmiş şekilde belirlenmiştir.

Öner (2017) tarafından yapılan çalışmada, FD izotrop tabaka ile homojen izotrop yarı sonsuz düzlem arasındaki sürekli ve süreksiz temas problemleri yarı analitik olarak incelenmiştir.

Pozharskii (2017) rijit bir zımbanın ortotropik bir yarı uzaya girintili olması durumundaki üç boyutlu temas probleminin sayısal ve analitik çözümlerini sürtünme kuvvetlerini göz ardı ederek çözümlemiştir.

Yaylacı (2017) yapmış olduğu çalışmada, homojen izotrop iki çeyrek düzleme oturan homojen izotrop iki tabakanın çift ayrılmalı temas problemini incelemiştir. Çalışmada tabakalı sistem yayılı yük ile yüklenmiştir. Temas gerilmeleri ve uzunlukları öncelikle yarı analitik yöntemle elde edilmiş daha sonra problemin sonlu eleman analizi gerçekleştirilmiştir. İki yöntemle elde edilen sonuçlar karşılaştırılarak birbiri ile uyumu araştırılmıştır.

Abanoz (2018) tarafından yapılan çalışmada, rijit düzleme yapışık FD izotrop tabakanın sürtünmesiz temas problemi ele alınmıştır. Çalışmada FD izotrop tabaka üst yüzeyinden rijit silindirik bir zımba ile bastırılmaktadır. Temas gerilmeleri ve uzunlukları çeşitli boyutsuz parametrelere bağlı olarak elde edilmiştir.

Çömez ve El-Borgi (2018) iki rijit silindirik zımba üzerine oturan ve rijit silindirik zımba vasıtasıyla tekil normal kuvvete maruz kalan FD bir tabakanın sürtünmesiz temas problemini ele almışlardır. Tabaka, üstel olarak değişen özelliklere sahip izotropik gerilme-şekil değiştirme yasasına sahip homojen olmayan bir malzemeden yapılmıştır. Çalışmada, geometrinin alt kısmında yer değiştirmelerin veya gerilmelerin yok olduğunu varsaymak yerine, desteklerin FD katman üzerindeki etkisini incelemişlerdir.

Panasenko ve Elbert (2018) yaptıkları çalışmada, elastisite denklemleri ile tanımlanan ince elastik rijit bir levha ve viskoelastik bir tabaka için temas problemini çözmüşlerdir. Çözümün asimptotik açılımını oluşturmuşlardır. Asimptotik yaklaşım hatasının tahmini üzerine bir teorem formüle etmişlerdir.

Patra vd. (2018) rijit bir zımba ile enine izotrop FD bir tabaka arasındaki sürtünmesiz teması incelemişlerdir. Ortamın fonksiyonel derecelendirmesinin ve uygulanan yükün tabakadaki gerilme dağılımı ve uygulanan yük ile temas alanı arasındaki ilişki üzerindeki etkilerini değerlendirmek için sayısal sonuçlar sunmuşlardır.

Polat vd. (2018) yapmış oldukları çalışmada, elastik yarım düzlem üzerindeki ve iki farklı blok ile bastırılan FD tabakanın sürekli temas problemini elastisite teorisini ve integral dönüşüm tekniklerini kullanarak çözümlemişlerdir.

Polat ve Kaya (2018) rijit iki panç ile bastırılmış homojen ve elastik yarım düzlem üzerinde bulunan tabakada sürekli temas probleminin karşılaştırmalı analizini gerçekleştirmişlerdir. Çalışmada yarı analitik yöntemin yanısıra sonlu elemanlar yöntemi kullanılmıştır. Bu iki yöntemle elde edilen sonuçlar birbiri ile karşılaştırılmıştır.

Yaretskaya (2018) tarafından yapılan çalışmada, rijit silindirik bir halka panç ve yarı uzayın başlangıç gerilmeleri ile temas etkileşimi problemi, karakteristik denklemin eşit olmayan kökleri durumunda sürtünme kuvvetleri göz ardı edilerek ele alınmıştır.

Yaylacı ve Terzi (2018) rijit blok ile yarım düzlem üzerine oturtulmuş birbirine bağlı iki katmanın simetrik temas problemini ABAQUS ve ANSYS yazılımlarını kullanarak incelemişlerdir. Temas gerilmeleri ve uzunlukları farklı yük, malzeme ve geometri parametrelerine göre elde edilip çıkan veriler tablo ve grafikler şeklinde sunulmuştur.

Yılmaz vd. (2018) yaptıkları çalışmada, rijit bir zımba tarafından bastırılan iki FD tabaka için ayrılmalı temas problemini sürtünmeyi dikkate alarak incelemişlerdir. Standart Fourier dönüşümü kullanılarak temas problemi, temas basınçları ve temas genişliklerinin bilinmeyenler olduğu iki tekil integral denklem sistemine dönüştürülmüştür. İntegral denklemler daha sonra Gauss-Jacobi entegrasyon formülü kullanılarak sayısal olarak çözülmüştür. Sonlu Elemanlar Yöntemi ek olarak kullanılmış ve elde edilen sayısal ve analitik sonuçların iyi bir uyum içinde olduğu görülmüştür.

Arslan (2019) tarafından yapılan çalışmada, tekil integral denklem yaklaşımı ve sonlu elemanlar yöntemi, düzlem şekil değiştirme varsayımı dikkate alınarak sonlu kalınlıkta yanal olarak derecelendirilmiş bir katı ile keyfi bir uç şekline sahip rijit bir damga arasındaki sürtünmeli kayma temas probleminin çözümü için geliştirilmiştir.

Chen ve Yue (2019) rastgele değişen kayma modülü ve Poisson oranı ile FD kaplamalarla güçlendirilmiş iki farklı elastik küre arasındaki normal sürtünmesiz nokta temasını incelemişlerdir. Çalışma sonucunda temas gerilmesi ve alanının derecelendirilmiş kayma modülünden önemli ölçüde etkilenebileceğini ve dereceli Poisson oranının etkilerinin ihmal edilebilir olmadığını gözlemlemişlerdir.

Eyüpoğlu (2019) elastisite teorisine göre Winkler temeli üzerine oturan malzeme özelliği ve yükseklikleri farklı biri FD iki katmanın temas problemini incelemiştir. Problemden üst katman FD özelliğe, alttaki katman ise homojen özelliğe sahiptir.

Gourgiotis vd. (2019) yaptıkları çalışmada, klasik üç boyutlu Hertz temas problemini, çift gerilmeli elastisite bağlamında yeniden incelemişlerdir. Bu çalışmada elde ettikleri sonuçların, makroskopik tepkileri mikroyapısal karakteristik uzunluklardan etkilenen polimerler, seramikler, kompozitler, hücresel malzemeler, köpükler, duvarcılık ve kemik dokuları gibi çeşitli malzemelerin nano/mikro girinti deneylerini modellemek için kullanılabilir olduğunu öngörmüşlerdir.

Maksymovych vd. (2019) yapmış oldukları çalışmada, çatlak yüzeylerinin teması ile ilgili olarak düzlemsel pürüzsüz bir zımba ile etkileşime giren anizotropik bir yarım düzlem için bir temas probleminin çözümünü irdelenmişlerdir. Anizotropi ve çatlak yüzeylerinin temasının gerilme şiddet faktörleri üzerindeki etkilerini analiz etmişlerdir.

Polat (2019) tarafından yapılan çalışmada, izotrop yarı sonsuz uzay üzerindeki FD izotrop tabakanın rijit iki düz blok aracılığıyla yüklenmesi sonucu oluşan sürekli ve süreksiz temas problemleri ele alınmıştır. Söz konusu temas problemlerinin çözümünde yarı analitik yöntem ve ANSYS yazılımı kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar karşılaştırılarak aralarındaki uyum gözlemlenmiştir.

Obodan vd. (2019) yapmış oldukları çalışmada, sürtünme ve yapışma, kayma ve ayrılma bölgelerinin varlığını göz önünde bulundurarak, bir zımbanın elastik bir yarı uzaya girintisinin temas problemini incelemiştir.

Yaylı (2019) simetrik iki yayılı yükle yüklenen ve elastik yarı sonsuz düzlem üzerindeki FD tabakanın temas problemini elastisite teorisi esasına göre incelemiştir. Çalışmada FD tabakanın kayma modülü, üstel fonksiyona bağlı olarak tabaka yüksekliği boyunca değişmektedir. Elastik yarı sonsuz düzlem ise homojen izotrop olarak dikkate alınmıştır.

Yıldırım vd. (2019) yaptıkları çalışmada, ortotropi etkisinin ve modelleme parametrelerinin temas modeli üzerindeki etkisini belirlemek için silindirik bir zımba ile yüklenen ortotropik bir çift tabakanın çift sürtünmeli temas problemini incelemiştir.

Çömez (2020) FD monoklinik bir katmanın sürtünmeli temas problemini, elastisite teorisinden faydalananarak çözmüştür. FD monoklinik katman hem normal hem de teğetsel tekil yükleri ileten rijit silindirik bir zımba ile yüklenmiştir.

Kaya (2020) iki düz rijit blok ile bastırılan ve rijit düzlem üzerinde bulunan biri FD biri homojen iki izotrop tabakanın sürekli ve süreksiz temas problemlerinin çözümünü gerçekleştirmiştir. Analizlerde ağırlık etkilerini dikkate almıştır.

Li ve Liu (2020) yapmış oldukları çalışmada, rijit silindirik bir zımba tarafından girintili bir yarım uzayın yapışkan temas problemini incelemiştir. İki boyutlu sürtünmesiz temas problemini analiz etmek için hem boyut etkisi hem de yapışma dikkate alınmıştır. Sonuçlar, boyut etkisinin yapışma ile temasta önemli bir rol oynadığını ve yapışma mekanizmasının anlaşılmasına yardımcı olabileceğini göstermiştir.

Öner ve Birinci (2020) yaptıkları çalışmada, rijit bir blok üzerinden P noktasal yükü ile simetrik olarak yüklenen FD bir tabaka ile homojen bir yarı uzay arasındaki süreksiz temas problemini yarı analitik yöntemle çözümlenmiştir.

Şengül Şabano (2020) düzgün yayılı yük etkisi altındaki elastik yarım uzay üzerine oturmuş malzeme parametreleri ve yükseklikleri birbirinden farklı, iki FD tabakanın temas problemini tabakaların ağırlıklarını ve sürtünmeyi ihmal ederek yarı analitik yöntemle incelemiştir.

Çömez (2021) yaptığı çalışmada, homojen bir manyeto-elektro-elastik yarım düzlem ile iletken rijit düz veya silindirik bir zımba arasındaki sürtünmeli hareketli temas problemini ele almıştır.

Çömez ve Omurtag (2021) doğrusal elastisite teorisi sınırları içinde Pasternak temeli üzerinde yer alan FD ortotropik bir tabaka ile rijit bir zımba arasındaki sürtünmesiz düzlem temas problemini incelemiştir.

Karabulut (2021) sonlu elemanlar yöntemini ve elastisite teorisini kullanarak rijit düzleme bağlı izotropik tabaka üzerine oturan FD ortotropik tabakanın sürekli ve süreksiz temas problemlerini çözümlenmiş ve her iki çözümden elde edilen sonuçları karşılaştırmıştır.

Yaylacı vd. (2021) yapmış oldukları çalışmada, üniform yayılı bir yük ile bastırılan FD izotrop tabaka ve homojen izotrop yarım düzlem arasındaki temasın sürekli ve süreksiz hallerine ilişkin çözümlerini yarı-analitik yöntem ve sonlu elemanlar yöntemini kullanarak incelemiştir.

Chenxi ve Shenghu (2021) yapmış oldukları çalışmada, rijit bir alt katman üzerine oturan ve rijit bir zımba ile yüklenen termoelektrik katmanın sürekli temas problemini incelemiştir. Elde ettikleri sonuçlar, daha büyük rijit zımba genişliğinin ve termoelektrik katmanın kütle kuvvetinin termoelektrik katmanı rijit alt tabakadan ayırmayı zorlaştırdığını göstermiştir.

Çömez (2022a) çalışmasında, harmonik düşey kuvvet ileten rijit düz bir zımba tarafından girintili ortotropik viskoelastik kaplamalı yarım düzlemin dinamik temas davranışını incelemek için analitik bir yöntem sunmuştur.

Çömez (2022b) tarafından yapılan çalışmada, rijit düz ve silindirik bir zımbanın derecelendirilmiş monoklinik bir tabaka üzerindeki hareketli değme problemi doğrusal elastisite teorisine dayalı olarak ele alınmıştır. Hareket hızının, fiber açısının, malzeme homojensizliğinin, sürtünme katsayısının, zımba uzunluğunun, zımba yarıçapının ve dış yükün temas gerilmesi ve düzlem içi gerilme üzerindeki etkisi incelenmiştir.

Çömez (2022c) yapmış olduğu çalışmada, bir manyeto-elektro-elastik tabaka ile rijit silindirik veya düz bir zımba arasındaki düzlemsel termoelastik sürtünme teması problemini incelemiştir. Sınır koşullarını uygulayarak, temas problemini Cauchy tipi tekil integral

denkleme indirgemiş ve daha sonra Gauss-Jacobi entegrasyon formülünü kullanarak sayısal olarak çözümünü yapmıştır.

Çömez ve Güler (2022) yapmış oldukları çalışmada, rijit silindirik bir zımba ile homojen yarı sonsuz düzleme yapıştırılmış olan FD piezoelektrik tabaka arasındaki düzlemsel kararlı durum termoelastik sürtünmeli temas problemini ele almışlardır. Malzeme homojensizlik parametresinin, hareket hızının, sürtünme katsayısının, dış yükün, elektrik yükünün, zımba yarıçapının temas gerilmesi, düzlem içi gerilme, elektrik yer değiştirmesi ve üretilen sıcaklık üzerindeki etkisi ayrıntılı olarak tartışılmıştır.

Çömez ve Karabulut (2022) yaptıkları çalışmada, manyeto-elektro-elastik bir tabakanın kütle kuvvetinin etkisi altında sürtünmesiz sürekli ve süreksiz temas problemlerini incelemiş ve sonuç olarak zımba altındaki temas genişliğini, ilk ayrılma mesafesini, kritik yükü, ayrılma bölgelerini, zımba altındaki ve tabaka ile alt tabaka arasındaki temas gerilmelerini sunmuşlardır.

Yaylacı vd. (2022a) tarafından yapılan çalışmada, FD malzemeler kullanılarak oluşturulan tabakalı sistemde temas probleminin analitik ve sayısal analizleri gerçekleştirilmiş, sonuçlar karşılıklı olarak değerlendirilmiştir. Sayısal analizler sonucu elde edilen temas alanlarının ve temas gerilmelerinin analitik yöntemden elde edilen sonuçlarla makul ölçüde uyumlu olduğu görülmüştür.

Yaylacı vd. (2022b) yapmış oldukları çalışmada, FD bir katman için sürtünmesiz temas problemini incelemişlerdir. FD katman rijit bir zımba aracılığıyla iletilen yüke maruz bırakılmış ve rijit bir temele bağlanmıştır. Bu temas probleminin analizi analitik yöntem, sonlu elemanlar yöntemi ve çok katmanlı algılayıcı yöntemi ile karşılaştırmalı olarak gerçekleştirilmiştir.

Babych vd. (2023) yapmış oldukları çalışmada, sürtünme kuvvetleri olmayan öngerilmeli elastik silindirik bir panç ile iki öngerilmeli yarı-uzayın etkileşiminin temas problemini karakteristik denklemin eşit olmayan kökleri durumunda çözmüşlerdir. Problemi; Hankel dönüşümü, eşleştirilmiş integral denklemler, ortogonal polinomlar ve doğrusallaştırılmış elastisite temas problemleri teorisinin diğer yöntemlerini kullanarak çözmüşlerdir.

Çömez ve El-Borgi (2023) yapmış oldukları çalışmada, rijit bir panç ile girintili homojen kaplamalı yarım düzlemin sürtünmeli temas problemini ele almışlardır. Karakteristik malzeme uzunluğunun, sürtünme katsayısının, tabaka yüksekliğinin, kayma modülünün, girinti yükünün ve Poisson oranının temas ve düzlem içi gerilmeler üzerindeki etkisini araştırmak için ayrıntılı sayısal bir çalışma gerçekleştirmişlerdir.

Kaya (2023) yapmış olduğu çalışmada, iki rijit panç ile bastırılmış FD tabakanın temas problemini ağırlık etkisini hesaba katarak irdelenmiştir. Yapay zekâ ve sonlu elemanlar yöntemi problemin çözümünde kullanılmış ve sonuçlar birbiri ile karşılaştırılmıştır.

Oktay (2023) yapmış olduğu çalışmada, homojen izotrop yarım düzlem ile homojen ortotrop tabaka arasındaki sürekli temas problemini elastisite teorisi esasına göre yarı analitik yöntemle incelemiştir. Temas gerilmelerini ve uzunluklarını, kritik ayrılma yükünü ve noktasını çeşitli boyutsuz parametrelere bağlı olarak elde etmiştir.

Karabulut vd. (2024) yaptıkları çalışmada, rijit silindirik bir zımba ile bastırılan FD ortotropik bir katman için sürtünmeli hareketli temas modeli geliştirmişlerdir. Çalışma sonucunda bazı parametrelerin ve malzeme özelliklerinin temas genişliği, temas gerilmesi ve düzlem içi gerilme üzerindeki etkisi grafiksel olarak verilmiş ve ayrıntılı sayısal yorumları sunulmuştur.

Yang vd. (2024) gözenekli bir yarı-uzaya ve eş simetriye sahip iki rijit düz zımba ile mükemmel bir şekilde tutturulmuş elastik bir tabakanın temas problemini incelemiştir. Çalışmada araştırma bulgularının potansiyel uygulamalarının, gözenekli yapıların temasla ilgili deformasyona ve hasara karşı korunmasını kapsadığı belirtilmiştir.

Al-Qado (2024) çalışmasında, rijit temele oturan ve rijit bir panç ile bastırılan FD ortotrop tabakanın sürekli temas problemini incelemiştir. Çalışmada pançın geometrik özelliklerinin, dış yükün, homojensizlik parametrelerinin ve kütle kuvvetinin temas uzunluğu, temas gerilmesi, kritik ayrılma yükü ve uzaklığı, FD ortotrop tabakada meydana gelen normal gerilmeler ve kayma gerilmelerine etkisini araştırmıştır.

Çömez (2024) yaptığı çalışmada, rijit bir panç ve homojen izotrop bir tabakaya bağlı FD ortotrop bir tabaka için hareketli temas problemini yarı analitik olarak çözmüştür. Fourier ve Galilean dönüşümlerini kullanarak temas problemini, temas gerilmesinin ve temas genişliğinin bilinmeyenler olduğu ikinci türden Cauchy tipi tekil integral denkleme dönüştürmüştür. Tekil integral denklemin sayısal çözümünü Gauss-Jacobi integrasyon formüllerini kullanarak elde etmiş; temas gerilmesi, düzlem içi gerilme ve temas genişliği için sayısal sonuçlar vermiştir.

Zhang vd. (2024) tarafından yapılan çalışmada, rijit bir panç tarafından yüklenen termoelektrik tabakanın sürtünmeli sürekli temas problemi ele alınmıştır. Sürtünme ve boyut etkisinin karmaşıklığı göz önüne alındığında doğrusal olmayan temas problemi, konvolüsyon formülü ve süperpozisyon prensibi kullanılarak ikinci tür Cauchy tekil integral denkleminin çözülmesine dönüştürülmüştür.

## 1.2. GENEL DENKLEMLERİN ELDE EDİLMESİ

Bu bölümde, elastisite teorisinin temel denklemlerine dayalı olarak, integral dönüşüm teknikleri kullanılarak FD ortotrop ve FD izotrop tabakaların yer değiştirme ve gerilme ifadeleri türetilenektir. İlk olarak, gerilme-yer değiştirme bağıntıları kullanılarak denge denklemleri yer değiştirmeler cinsinden yeniden formüle edilip Navier denklemleri elde edilecektir. Kısmi türevli bu denklem takımının çözümünü kolaylaştırmak adına, yer değiştirme ifadelerine Fourier sinüs ve kosinüs dönüşümleri uygulanarak denklemler adi diferansiyel denklemlere indirgenecektir. Adi diferansiyel denklem takımının çözülmesi sonucunda, her iki tabakaya ait yer değiştirme ve gerilme bileşenlerinin genel çözümleri elde edilecektir.

### 1.2.1. Kütle Kuvvetlerinin Bulunmaması Durumunda Genel Denklemlerin Elde Edilmesi

#### 1.2.1.1. FD ortotrop tabaka için genel denklemlerin elde edilmesi

Dengede olan FD ortotrop bir tabaka için x, y ve z kartezyen koordinat sisteminde  $\sigma$  ve  $\tau$  gerilme bileşenlerini göstermek üzere, kütle kuvvetsiz hal için gerilmelerin bir nokta civarındaki değişimlerini tanımlayan denge denklemleri aşağıdaki gibidir:

$$\frac{\partial \sigma_{1xh}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{1xyh}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{1xzh}}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tau_{1yxh}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{1yh}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{1yzh}}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \tau_{1zxh}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{1zyh}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{1zh}}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

Burada “1” alt indisi FD ortotrop tabakayı, “h” alt indisi ise kütle kuvvetlerinin bulunmaması durumuna ilişkin çözümü temsil etmektedir. (1-3) denge denklemlerini yer değiştirme bileşenleri cinsinden yazabilmek için şekil değiştirme bileşenleri ile yer değiştirme bileşenleri arasındaki türev bağıntılarını (4-9) ve Hooke kanunlarını (10-15) kullanmak gerekmektedir.

$$\epsilon_{1xh} = \frac{\partial u_{1h}}{\partial x} \quad (4)$$

$$\epsilon_{1yh} = \frac{\partial v_{1h}}{\partial y} \quad (5)$$

$$\epsilon_{1zh} = \frac{\partial w_{1h}}{\partial z} \quad (6)$$

$$\gamma_{1yzh} = \frac{\partial v_{1h}}{\partial z} + \frac{\partial w_{1h}}{\partial y} \quad (7)$$

$$\gamma_{1xzh} = \frac{\partial u_{1h}}{\partial z} + \frac{\partial w_{1h}}{\partial x} \quad (8)$$

$$\gamma_{1xyh} = \frac{\partial u_{1h}}{\partial y} + \frac{\partial v_{1h}}{\partial x} \quad (9)$$

$$\sigma_{1xh} = C_{11}(z)\varepsilon_{1xh} + C_{12}(z)\varepsilon_{1yh} + C_{13}(z)\varepsilon_{1zh} \quad (10)$$

$$\sigma_{1yh} = C_{12}(z)\varepsilon_{1xh} + C_{22}(z)\varepsilon_{1yh} + C_{23}(z)\varepsilon_{1zh} \quad (11)$$

$$\sigma_{1zh} = C_{13}(z)\varepsilon_{1xh} + C_{23}(z)\varepsilon_{1yh} + C_{33}(z)\varepsilon_{1zh} \quad (12)$$

$$\tau_{1yzh} = C_{44}(z)\gamma_{1yzh} \quad (13)$$

$$\tau_{1xzh} = C_{55}(z)\gamma_{1xzh} \quad (14)$$

$$\tau_{1xyh} = C_{66}(z)\gamma_{1xyh} \quad (15)$$

Burada  $u$ ,  $v$  ve  $w$  sırasıyla  $x$ ,  $y$  ve  $z$  doğrultularındaki yer değiştirme alanlarını;  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  ve  $\varepsilon_z$  sırasıyla  $x$ ,  $y$  ve  $z$  doğrultularındaki birim uzamaları,  $\gamma_{yz}$ ,  $\gamma_{xz}$  ve  $\gamma_{xy}$  ise kayma şekil değiştirme bileşenlerini ifade etmektedir. (10-15) ifadelerinde geçen  $C_{ij}(z)$ , FD ortotrop tabaka için rijitlik matrisinin elemanları olup bunların tabaka yüksekliği boyunca değişimi aşağıdaki gibi üstel bir fonksiyon ile tanımlanmaktadır:

$$C_{11}(z) = C_{11}^0 e^{\Gamma_1 z} \quad (0 \leq z \leq h_1) \quad (16)$$

$$C_{12}(z) = C_{12}^0 e^{\Gamma_1 z} \quad (0 \leq z \leq h_1) \quad (17)$$

$$C_{13}(z) = C_{13}^0 e^{\Gamma_1 z} \quad (0 \leq z \leq h_1) \quad (18)$$

$$C_{22}(z) = C_{22}^0 e^{\Gamma_1 z} \quad (0 \leq z \leq h_1) \quad (19)$$

$$C_{23}(z) = C_{23}^0 e^{\Gamma_1 z} \quad (0 \leq z \leq h_1) \quad (20)$$

$$C_{33}(z) = C_{33}^0 e^{\Gamma_1 z} \quad (0 \leq z \leq h_1) \quad (21)$$

$$C_{44}(z) = C_{44}^0 e^{\Gamma_1 z} \quad (0 \leq z \leq h_1) \quad (22)$$

$$C_{55}(z) = C_{55}^0 e^{\Gamma_1 z} \quad (0 \leq z \leq h_1) \quad (23)$$

$$C_{66}(z) = C_{66}^0 e^{\Gamma_1 z} \quad (0 \leq z \leq h_1) \quad (24)$$

Burada  $C_{ij}^0$ , FD ortotrop tabakanın alt yüzeyindeki ortotropik rijitlik katsayılarıdır.  $\Gamma_1$  ise FD ortotrop tabakanın rijitlik katsayılarının tabaka yüksekliği boyunca değişimini kontrol eden homojensizlik parametresidir.

$$\Psi_1 = \frac{C_{ij}^{h_1}}{C_{ij}^0} = e^{\Gamma_1 h_1} \quad (25a)$$

ifadesi tanımlanırsa homojensizlik parametresi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\Gamma_1 = \frac{\ln(\Psi_1)}{h_1} \quad (25b)$$

(25a) ifadesinde geçen  $C_{ij}^{h_1}$ , FD ortotrop tabakanın üst yüzeyindeki rijitlik katsayılarıdır.

FD ortotrop tabakanın alt yüzeyindeki rijitlik katsayıları aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$C_{11}^0 = \frac{E_x (1 - \nu_{yz} \nu_{zy})}{1 - \nu_{xy} \nu_{yx} - \nu_{yz} \nu_{zy} - \nu_{zx} \nu_{xz} - 2\nu_{yx} \nu_{zy} \nu_{xz}} \quad (26)$$

$$C_{12}^0 = \frac{E_x (\nu_{yx} + \nu_{zx} \nu_{yz})}{1 - \nu_{xy} \nu_{yx} - \nu_{yz} \nu_{zy} - \nu_{zx} \nu_{xz} - 2\nu_{yx} \nu_{zy} \nu_{xz}} = \frac{E_y (\nu_{xy} + \nu_{zy} \nu_{xz})}{1 - \nu_{xy} \nu_{yx} - \nu_{yz} \nu_{zy} - \nu_{zx} \nu_{xz} - 2\nu_{yx} \nu_{zy} \nu_{xz}} \quad (27)$$

$$C_{13}^0 = \frac{E_x (\nu_{zx} + \nu_{yx} \nu_{zy})}{1 - \nu_{xy} \nu_{yx} - \nu_{yz} \nu_{zy} - \nu_{zx} \nu_{xz} - 2\nu_{yx} \nu_{zy} \nu_{xz}} = \frac{E_z (\nu_{xz} + \nu_{xy} \nu_{yz})}{1 - \nu_{xy} \nu_{yx} - \nu_{yz} \nu_{zy} - \nu_{zx} \nu_{xz} - 2\nu_{yx} \nu_{zy} \nu_{xz}} \quad (28)$$

$$C_{22}^0 = \frac{E_y (1 - \nu_{zx} \nu_{zx})}{1 - \nu_{xy} \nu_{yx} - \nu_{yz} \nu_{zy} - \nu_{zx} \nu_{xz} - 2\nu_{yx} \nu_{zy} \nu_{xz}} \quad (29)$$

$$C_{23}^0 = \frac{E_y (\nu_{zy} + \nu_{xy} \nu_{zx})}{1 - \nu_{xy} \nu_{yx} - \nu_{yz} \nu_{zy} - \nu_{zx} \nu_{xz} - 2\nu_{yx} \nu_{zy} \nu_{xz}} = \frac{E_z (\nu_{yz} + \nu_{yx} \nu_{xz})}{1 - \nu_{xy} \nu_{yx} - \nu_{yz} \nu_{zy} - \nu_{zx} \nu_{xz} - 2\nu_{yx} \nu_{zy} \nu_{xz}} \quad (30)$$

$$C_{33}^0 = \frac{E_z (1 - \nu_{xy} \nu_{yx})}{1 - \nu_{xy} \nu_{yx} - \nu_{yz} \nu_{zy} - \nu_{zx} \nu_{xz} - 2\nu_{yx} \nu_{zy} \nu_{xz}} \quad (31)$$

$$C_{44}^0 = \mu_{yz} \quad (32)$$

$$C_{55}^0 = \mu_{xz} \quad (33)$$

$$C_{66}^0 = \mu_{xy} \quad (34)$$

(26-34) denklemlerinde geçen E elastisite modülü,  $\nu$  Poisson oranı ve  $\mu$  ise kayma modülüdür. Ortotropik malzemelerin elastik sabitleri arasında aşağıdaki bağıntılar kurulabilir:

$$E_x \nu_{yx} = E_y \nu_{xy} \quad (35)$$

$$E_y \nu_{zy} = E_z \nu_{yz} \quad (36)$$

$$E_z \nu_{xz} = E_x \nu_{zx} \quad (37)$$

(4-9) numaralı denklemler ile (16-24)'te tanımlanan rijitlik matrisinin elemanları, (10-15) denklemlerine yerleştirildiğinde FD ortotrop tabaka için gerilme-yer değiştirme ilişkileri aşağıdaki gibi elde edilirler:

$$\sigma_{1xh} = C_{11}^0 e^{\Gamma_{1z}} \frac{\partial u_{1h}}{\partial x} + C_{12}^0 e^{\Gamma_{1z}} \frac{\partial v_{1h}}{\partial y} + C_{13}^0 e^{\Gamma_{1z}} \frac{\partial w_{1h}}{\partial z} \quad (38)$$

$$\sigma_{1yh} = C_{12}^0 e^{\Gamma_{1z}} \frac{\partial u_{1h}}{\partial x} + C_{22}^0 e^{\Gamma_{1z}} \frac{\partial v_{1h}}{\partial y} + C_{23}^0 e^{\Gamma_{1z}} \frac{\partial w_{1h}}{\partial z} \quad (39)$$

$$\sigma_{1zh} = C_{13}^0 e^{\Gamma_{1z}} \frac{\partial u_{1h}}{\partial x} + C_{23}^0 e^{\Gamma_{1z}} \frac{\partial v_{1h}}{\partial y} + C_{33}^0 e^{\Gamma_{1z}} \frac{\partial w_{1h}}{\partial z} \quad (40)$$

$$\tau_{1yzh} = C_{44}^0 e^{\Gamma_{1z}} \left( \frac{\partial v_{1h}}{\partial z} + \frac{\partial w_{1h}}{\partial y} \right) \quad (41)$$

$$\tau_{1xzh} = C_{55}^0 e^{\Gamma_{1z}} \left( \frac{\partial u_{1h}}{\partial z} + \frac{\partial w_{1h}}{\partial x} \right) \quad (42)$$

$$\tau_{1xyh} = C_{66}^0 e^{\Gamma_{1z}} \left( \frac{\partial u_{1h}}{\partial y} + \frac{\partial v_{1h}}{\partial x} \right) \quad (43)$$

(38-43) denklemlerinin gerekli türevleri alındıktan sonra (1-3) numaralı denge denklemlerine yerleştirildiğinde Navier denklemleri aşağıdaki gibi ortaya çıkmaktadır:

$$C_{11}^0 \frac{\partial^2 u_{1h}}{\partial x^2} + C_{66}^0 \frac{\partial^2 u_{1h}}{\partial y^2} + C_{55}^0 \frac{\partial^2 u_{1h}}{\partial z^2} + (C_{12}^0 + C_{66}^0) \frac{\partial^2 v_{1h}}{\partial x \partial y} + (C_{13}^0 + C_{55}^0) \frac{\partial^2 w_{1h}}{\partial x \partial z} + C_{55}^0 \Gamma_1 \left( \frac{\partial w_{1h}}{\partial x} + \frac{\partial u_{1h}}{\partial z} \right) = 0 \quad (44)$$

$$C_{66}^0 \frac{\partial^2 v_{1h}}{\partial x^2} + C_{22}^0 \frac{\partial^2 v_{1h}}{\partial y^2} + C_{44}^0 \frac{\partial^2 v_{1h}}{\partial z^2} + (C_{66}^0 + C_{12}^0) \frac{\partial^2 u_{1h}}{\partial x \partial y} + (C_{23}^0 + C_{44}^0) \frac{\partial^2 w_{1h}}{\partial y \partial z} + C_{44}^0 \Gamma_1 \left( \frac{\partial w_{1h}}{\partial y} + \frac{\partial v_{1h}}{\partial z} \right) = 0 \quad (45)$$

$$C_{55}^0 \frac{\partial^2 w_{1h}}{\partial x^2} + C_{44}^0 \frac{\partial^2 w_{1h}}{\partial y^2} + C_{33}^0 \frac{\partial^2 w_{1h}}{\partial z^2} + (C_{13}^0 + C_{55}^0) \frac{\partial^2 u_{1h}}{\partial x \partial z} + (C_{23}^0 + C_{44}^0) \frac{\partial^2 v_{1h}}{\partial y \partial z} + \Gamma_1 (C_{13}^0 \frac{\partial u_{1h}}{\partial x} + C_{23}^0 \frac{\partial v_{1h}}{\partial y} + C_{33}^0 \frac{\partial w_{1h}}{\partial z}) = 0 \quad (46)$$

Düzlem şekil değiştirme halinde  $u_{1h}=u_{1h}(x, z)$ ,  $v_{1h}=0$ ,  $w_{1h}=w_{1h}(x, z)$  şeklinde tanımlı olduğundan  $\varepsilon_{1yh}=\gamma_{1yzh}=\gamma_{1xyh}=0$  olarak elde edilir. Dolayısıyla (38-43)'te verilen gerilme-yer değiştirme bağıntıları,

$$\sigma_{1xh} = C_{11}^0 e^{\Gamma_{1z}} \frac{\partial u_{1h}}{\partial x} + C_{13}^0 e^{\Gamma_{1z}} \frac{\partial w_{1h}}{\partial z} \quad (47)$$

$$\sigma_{1yh} = C_{12}^0 e^{\Gamma_{1z}} \frac{\partial u_{1h}}{\partial x} + C_{23}^0 e^{\Gamma_{1z}} \frac{\partial w_{1h}}{\partial z} \quad (48)$$

$$\sigma_{1zh} = C_{13}^0 e^{\Gamma_{1z}} \frac{\partial u_{1h}}{\partial x} + C_{33}^0 e^{\Gamma_{1z}} \frac{\partial w_{1h}}{\partial z} \quad (49)$$

$$\tau_{1xzh} = C_{55}^0 e^{\Gamma_1 z} \left( \frac{\partial u_{1h}}{\partial z} + \frac{\partial w_{1h}}{\partial x} \right) \quad (50)$$

$$\tau_{1xyh} = \tau_{1yzh} = 0 \quad (51)$$

haline ve Navier denklemleri de,

$$C_{11}^0 \frac{\partial^2 u_{1h}}{\partial x^2} + C_{55}^0 \frac{\partial^2 u_{1h}}{\partial z^2} + (C_{13}^0 + C_{55}^0) \frac{\partial^2 w_{1h}}{\partial x \partial z} + C_{55}^0 \Gamma_1 \left( \frac{\partial u_{1h}}{\partial z} + \frac{\partial w_{1h}}{\partial x} \right) = 0 \quad (52)$$

$$C_{33}^0 \frac{\partial^2 w_{1h}}{\partial z^2} + C_{55}^0 \frac{\partial^2 w_{1h}}{\partial x^2} + (C_{13}^0 + C_{55}^0) \frac{\partial^2 u_{1h}}{\partial x \partial z} + \Gamma_1 (C_{13}^0 \frac{\partial u_{1h}}{\partial x} + C_{33}^0 \frac{\partial w_{1h}}{\partial z}) = 0 \quad (53)$$

haline indirgenirler. Simetrik problemler için  $u_{1h}(x, z) = -u_{1h}(-x, z)$  ve  $w_{1h}(x, z) = w_{1h}(-x, z)$  olduğu bilinmektedir.  $u_{1h}$  ve  $w_{1h}$  yer değiştirmeleri aşağıdaki gibi Fourier sinüs ve Fourier kosinüs dönüşümleri şeklinde tarif edilebilir:

$$u_{1h}(x, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \phi_{1h}(\alpha, z) \sin(\alpha x) d\alpha \quad (54)$$

$$w_{1h}(x, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \Upsilon_{1h}(\alpha, z) \cos(\alpha x) d\alpha \quad (55)$$

ve bunların ters Fourier dönüşümleri ise;

$$\phi_{1h}(\alpha, z) = \int_0^\infty u_{1h}(x, z) \sin(\alpha x) dx \quad (56)$$

$$\Upsilon_{1h}(\alpha, z) = \int_0^\infty w_{1h}(x, z) \cos(\alpha x) dx \quad (57)$$

olacaktır. (54-55) nolu denklemlerdeki  $\phi_{1h}(\alpha, z)$  ve  $\Upsilon_{1h}(\alpha, z)$  fonksiyonları bilinmemektedir. Bu fonksiyonları belirleyebilmek için (52) nolu ifade  $\sin(\alpha x) dx$  ve (53) nolu ifade de  $\cos(\alpha x) dx$  ile çarpılır akabinde her iki ifadenin sıfırdan sonsuza kadar integrali alınırsa aşağıdaki denklemler elde edilir:

$$\int_0^\infty \left[ C_{11}^0 \frac{\partial^2 u_{1h}}{\partial x^2} + C_{55}^0 \frac{\partial^2 u_{1h}}{\partial z^2} + (C_{13}^0 + C_{55}^0) \frac{\partial^2 w_{1h}}{\partial x \partial z} + C_{55}^0 \Gamma_1 \left( \frac{\partial u_{1h}}{\partial z} + \frac{\partial w_{1h}}{\partial x} \right) \right] \sin(\alpha x) dx = 0 \quad (58)$$

$$\int_0^\infty \left[ C_{33}^0 \frac{\partial^2 w_{1h}}{\partial z^2} + C_{55}^0 \frac{\partial^2 w_{1h}}{\partial x^2} + (C_{13}^0 + C_{55}^0) \frac{\partial^2 u_{1h}}{\partial x \partial z} + \Gamma_1 (C_{13}^0 \frac{\partial u_{1h}}{\partial x} + C_{33}^0 \frac{\partial w_{1h}}{\partial z}) \right] \cos(\alpha x) dx = 0 \quad (59)$$

(58-59) denklemlerinde geçen  $u_{1h}$  ve  $w_{1h}$  yer değiştirme bileşenlerinin çeşitli türevlerinin Fourier sinüs ve Fourier kosinüs transformasyonlarının (Sneddon, 1972; Çakıroğlu, 1979) göz önünde bulundurulması ile aşağıdaki adi diferansiyel denklem takımı elde edilir:

$$-C_{11}^0 \alpha^2 \phi_{1h}(\alpha, z) + C_{55}^0 \frac{d^2 \phi_{1h}(\alpha, z)}{dz^2} - \alpha (C_{13}^0 + C_{55}^0) \frac{d\Upsilon_{1h}(\alpha, z)}{dz} + C_{55}^0 \Gamma_1 \frac{d\phi_{1h}(\alpha, z)}{dz} - C_{55}^0 \Gamma_1 \alpha \Upsilon_{1h}(\alpha, z) = 0 \quad (60)$$

$$C_{33}^0 \frac{d^2 Y_{1h}(\alpha, z)}{dz^2} - C_{55}^0 \alpha^2 Y_{1h}(\alpha, z) + \alpha(C_{55}^0 + C_{13}^0) \frac{d\phi_{1h}(\alpha, z)}{dz} + C_{13}^0 \Gamma_1 \alpha \phi_{1h}(\alpha, z) + C_{33}^0 \Gamma_1 \frac{dY_{1h}(\alpha, z)}{dz} = 0 \quad (61)$$

(60-61) denklemleri  $\ddot{z} = \Theta_1 \dot{z} + \iota_1 z$  şeklinde bir diferansiyel denklem takımıdır (Apatay, 2010). Bu denklem sisteminin çözümü için aşağıdaki ifadeler tanımlanmıştır:

$$\phi_{1h} = z_1 \quad \text{ve} \quad \frac{d\phi_{1h}}{dz} = z_3 \quad (62)$$

$$Y_{1h} = z_2 \quad \text{ve} \quad \frac{dY_{1h}}{dz} = z_4 \quad (63)$$

(62-63) numaralı ifadelerde verilen tanımlamalar kullanılarak diferansiyel denklem sistemi,  $\dot{z} = \Theta_1 z$  şeklinde aşağıdaki matris formunda yazılabilir:

$$\begin{Bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{\alpha^2 C_{11}^0}{C_{55}^0} & \Gamma_1 \alpha & -\Gamma_1 & -\frac{\alpha(C_{13}^0 + C_{55}^0)}{C_{55}^0} \\ -\frac{C_{13}^0 \Gamma_1 \alpha}{C_{33}^0} & \frac{C_{55}^0 \alpha^2}{C_{33}^0} & -\frac{\alpha(C_{55}^0 + C_{13}^0)}{C_{33}^0} & -\Gamma_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{Bmatrix} \quad (64)$$

Burada;

$$\Theta_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{\alpha^2 C_{11}^0}{C_{55}^0} & \Gamma_1 \alpha & -\Gamma_1 & -\frac{\alpha(C_{13}^0 + C_{55}^0)}{C_{55}^0} \\ -\frac{C_{13}^0 \Gamma_1 \alpha}{C_{33}^0} & \frac{C_{55}^0 \alpha^2}{C_{33}^0} & -\frac{\alpha(C_{55}^0 + C_{13}^0)}{C_{33}^0} & -\Gamma_1 \end{bmatrix} \quad (65)$$

olarak tanımlanırsa,  $|\Theta_1 - nI| = 0$  yazılarak;

$$n^4 + 2\Gamma_1 n^3 + (L_1 \alpha^2 + \Gamma_1^2) n^2 + L_1 \Gamma_1 \alpha^2 n + (L_2 \alpha^2 + L_3 \Gamma_1^2) \alpha^2 = 0 \quad (66)$$

şeklinde diferansiyel denklem sisteminin karakteristik denklemi elde edilir. (66)'da geçen  $L_1$ ,  $L_2$  ve  $L_3$  ifadeleri (67-69)'da verildiği gibi tanımlanmıştır:

$$L_1 = \frac{C_{13}^{0^2} - C_{11}^0 C_{33}^0 + 2C_{13}^0 C_{55}^0}{C_{33}^0 C_{55}^0} \quad (67)$$

$$L_2 = \frac{C_{11}^0}{C_{33}^0} \quad (68)$$

$$L_3 = \frac{C_{13}^0}{C_{33}^0} \quad (69)$$

(66) nolu karakteristik denklemin kökleri aşağıdaki gibi hesaplanmıştır:

$$n_i = \frac{1}{2}(-\Gamma_1 \mp \sqrt{\Gamma_1^2 - 2\alpha^2 L_1 \mp 2\sqrt{\alpha^4 L_1^2 - 4\alpha^4 L_2 - 4\Gamma_1^2 \alpha^2 L_3}}) \quad (i=1, \dots, 4) \quad (70)$$

Karakteristik denklemin köklerine bağlı olarak (60-61)'in çözümü aşağıdaki gibi belirlenmiştir:

$$\phi_{1h}(\alpha, z) = \sum_{i=1}^4 A_i e^{n_i z} \quad (71)$$

$$Y_{1h}(\alpha, z) = \sum_{i=1}^4 A_i k_i e^{n_i z} \quad (72)$$

(72) nolu denklemdeki  $k_i$  ( $i=1, \dots, 4$ ) aşağıda verilmiştir:

$$k_i = \frac{((C_{55}^0 n_i + C_{13}^0 (\Gamma_1 + n_i))(\alpha^2 C_{13}^0 - \alpha^2 C_{11}^0 C_{33}^0 + 2\alpha^2 C_{13}^0 C_{55}^0 + C_{55}^0 (\alpha^2 C_{55}^0 + C_{33}^0 n_i (\Gamma_1 + n_i))))}{(\alpha C_{55}^0 (\alpha^2 C_{13}^0 + \alpha^2 C_{55}^0 + C_{13}^0 (\Gamma_1^2 C_{33}^0 + 2\alpha^2 C_{55}^0)))} \quad (73)$$

(71-72) ifadelerinin (54-55)'te yerine yazılması ile kütle kuvvetlerinin olmaması durumunda FD ortotrop tabaka için yer değiştirme bileşenleri;

$$u_{1h}(x, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \sum_{i=1}^4 A_i e^{n_i z} \sin(\alpha x) d\alpha \quad (74)$$

$$w_{1h}(x, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \sum_{i=1}^4 A_i k_i e^{n_i z} \cos(\alpha x) d\alpha \quad (75)$$

olarak elde edilir. (74-75) numaralı denklemlerde geçen  $A_i$  ( $i=1, \dots, 4$ ) bilinmeyen katsayıları problemin sınır şartları yardımıyla belirlenecektir.  $u_{1h}$  ve  $w_{1h}$  yer değiştirme bileşenlerinin gerekli türevleri alınır ve (47), (49) ve (50) ifadelerinde yerlerine yerleştirilirse FD ortotrop tabakanın kütle kuvvetsiz hal için gerilme bileşenleri aşağıdaki gibi elde edilirler:

$$\sigma_{1xh} = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \sum_{i=1}^4 A_i (C_{11}^0 \alpha + C_{13}^0 k_i n_i) e^{z(\Gamma_1 + n_i)} \cos(\alpha x) d\alpha \quad (76)$$

$$\sigma_{1zh} = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \sum_{i=1}^4 A_i (C_{13}^0 \alpha + C_{33}^0 k_i n_i) e^{z(\Gamma_1 + n_i)} \cos(\alpha x) d\alpha \quad (77)$$

$$\tau_{1xzh} = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \sum_{i=1}^4 A_i C_{55}^0 (n_i - \alpha k_i) e^{z(\Gamma_1 + n_i)} \sin(\alpha x) d\alpha \quad (78)$$

### 1.2.1.2. FD izotrop tabaka için genel denklemlerin elde edilmesi

Kütle kuvvetsiz FD izotrop tabaka için düzlem şekil değiştirme halinde denge denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\frac{\partial \sigma_{2xh}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{2xzh}}{\partial z} = 0 \quad (79)$$

$$\frac{\partial \tau_{2xzh}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{2zh}}{\partial z} = 0 \quad (80)$$

(79) ve (80) numaralı denklemlerdeki “2” alt indisi FD izotrop tabakayı temsil etmektedir. FD izotrop tabaka için lineer elastik gerilme-yer değiştirme ilişkileri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\sigma_{2xh} = \frac{\mu_2(z)}{\kappa_2 - 1} \left[ (1 + \kappa_2) \frac{\partial u_{2h}}{\partial x} + (3 - \kappa_2) \frac{\partial w_{2h}}{\partial z} \right] \quad (81)$$

$$\sigma_{2zh} = \frac{\mu_2(z)}{\kappa_2 - 1} \left[ (3 - \kappa_2) \frac{\partial u_{2h}}{\partial x} + (1 + \kappa_2) \frac{\partial w_{2h}}{\partial z} \right] \quad (82)$$

$$\tau_{2xzh} = \mu_2(z) \left[ \frac{\partial u_{2h}}{\partial z} + \frac{\partial w_{2h}}{\partial x} \right] \quad (83)$$

Burada  $\kappa_2$ , FD izotrop tabakanın Poisson oranı  $\nu_2$ 'ye bağlı olup Kolosov sabiti olarak adlandırılır ve düzlem şekil değiştirme halinde  $\kappa_2 = 3 - 4\nu_2$  olarak tanımlıdır. Poisson oranı  $\nu_2$ 'nin sabit olduğu varsayılırken FD izotrop tabakadaki kayma modülünün tabaka yüksekliği boyunca değişimi, aşağıda belirtilen üstel bir fonksiyonla temsil edilmiştir:

$$\mu_2(z) = \mu_2^0 e^{\Gamma_2 z} \quad (-h_2 \leq z \leq 0) \quad (84)$$

Burada  $\mu_2^0$ , FD izotrop tabakanın üst yüzeyindeki ( $z=0$ ) kayma modülüdür.  $\Gamma_2$  ise FD izotrop tabakada kayma modülünün değişimini kontrol eden homojensizlik parametresidir.

$$\Psi_2 = \frac{\mu_2^0}{\mu_2^{-h_2}} = e^{\Gamma_2 h_2} \quad (85)$$

olduğu tanımlanırsa homojensizlik parametresi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\Gamma_2 = \frac{\ln(\Psi_2)}{h_2} \quad (86)$$

(85) numaralı denklemde geçen  $\mu_2^{-h_2}$ , FD izotrop tabakanın alt yüzeyindeki ( $z=-h_2$ ) kayma modülüdür. (81-83) gerilme-yer değiştirme bağıntıları (79-80) denge denklemlerinde yerlerine yerleştirilirse, FD izotrop tabaka için Navier denklemleri aşağıdaki gibi türetilirler:

$$\Gamma_2(\kappa_2 - 1) \left[ \frac{\partial u_{2h}}{\partial z} + \frac{\partial w_{2h}}{\partial x} \right] + (\kappa_2 - 1) \frac{\partial^2 u_{2h}}{\partial z^2} + (1 + \kappa_2) \frac{\partial^2 u_{2h}}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 w_{2h}}{\partial x \partial z} = 0 \quad (87)$$

$$\Gamma_2(1 + \kappa_2) \frac{\partial w_{2h}}{\partial z} + (\kappa_2 - 1) \frac{\partial^2 w_{2h}}{\partial x^2} + (1 + \kappa_2) \frac{\partial^2 w_{2h}}{\partial z^2} + \Gamma_2(3 - \kappa_2) \frac{\partial u_{2h}}{\partial x} + 2 \frac{\partial^2 u_{2h}}{\partial x \partial z} = 0 \quad (88)$$

Simetrik problemler için  $u_{2h}(x, z) = -u_{2h}(-x, z)$  ve  $w_{2h}(x, z) = w_{2h}(-x, z)$  olduğu düşünülür ve  $u_{2h}$  ve  $w_{2h}$  yer değiştirme bileşenlerinin Fourier sinüs ve Fourier kosinüs dönüşümleri;

$$u_{2h}(x, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \phi_{2h}(\alpha, z) \sin(\alpha x) d\alpha \quad (89)$$

$$w_{2h}(x, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \Upsilon_{2h}(\alpha, z) \cos(\alpha x) d\alpha \quad (90)$$

olarak tarif edilirse ve FD ortotrop tabaka için yapılan işlemler, benzer şekilde FD izotrop tabakada da uygulanırsa (87-88) denklemleri aşağıdaki adi diferansiyel denklem takımına dönüştürülürler:

$$\begin{aligned} & -(1 + \kappa_2) \alpha^2 \phi_{2h}(\alpha, z) + \Gamma_2(\kappa_2 - 1) \frac{d\phi_{2h}(\alpha, z)}{dz} + (\kappa_2 - 1) \frac{d^2 \phi_{2h}(\alpha, z)}{dz^2} \\ & - \Gamma_2(\kappa_2 - 1) \alpha \Upsilon_{2h}(\alpha, z) - 2\alpha \frac{d\Upsilon_{2h}(\alpha, z)}{dz} = 0 \end{aligned} \quad (91)$$

$$\begin{aligned} & \Gamma_2(3 - \kappa_2) \alpha \phi_{2h}(\alpha, z) + 2\alpha \frac{d\phi_{2h}(\alpha, z)}{dz} - (\kappa_2 - 1) \alpha^2 \Upsilon_{2h}(\alpha, z) \\ & + \Gamma_2(1 + \kappa_2) \frac{d\Upsilon_{2h}(\alpha, z)}{dz} + (1 + \kappa_2) \frac{d^2 \Upsilon_{2h}(\alpha, z)}{dz^2} = 0 \end{aligned} \quad (92)$$

(91) ve (92) denklemleri  $\dot{\mathbf{z}} = \Theta_2 \mathbf{z} + \mathbf{1}_2 z$  şeklinde bir diferansiyel denklem takımıdır (Apatay, 2010). Bu denklem sisteminin çözümü için,

$$\phi_{2h} = z_1 \quad \text{ve} \quad \frac{d\phi_{2h}}{dz} = z_3 \quad (93)$$

$$\Upsilon_{2h} = z_2 \quad \text{ve} \quad \frac{d\Upsilon_{2h}}{dz} = z_4 \quad (94)$$

tanımlamaları yapılarak diferansiyel denklem sistemi,  $\dot{\mathbf{z}} = \Theta_2 \mathbf{z}$  şeklindeki aşağıdaki matris formunda yazılabilir:

$$\begin{Bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{1+\kappa_2}{\kappa_2-1}\alpha^2 & \Gamma_2\alpha & -\Gamma_2 & \frac{2\alpha}{\kappa_2-1} \\ \frac{-\Gamma_2\alpha(3-\kappa_2)}{1+\kappa_2} & \frac{\kappa_2-1}{1+\kappa_2}\alpha^2 & -\frac{2\alpha}{1+\kappa_2} & -\Gamma_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{Bmatrix} \quad (95)$$

Burada,

$$\Theta_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{1+\kappa_2}{\kappa_2-1}\alpha^2 & \Gamma_2\alpha & -\Gamma_2 & \frac{2\alpha}{\kappa_2-1} \\ \frac{-\Gamma_2\alpha(3-\kappa_2)}{1+\kappa_2} & \frac{\kappa_2-1}{1+\kappa_2}\alpha^2 & -\frac{2\alpha}{1+\kappa_2} & -\Gamma_2 \end{bmatrix} \text{ olarak tanımlanır ve } |\Theta_2 - \eta I| = 0$$

yazılırsa,

$$\eta^4 + 2\Gamma_2\eta^3 + (\Gamma_2^2 - 2\alpha^2)\eta^2 - 2\Gamma_2\alpha^2\eta + \left(\alpha^4 + \alpha^2\Gamma_2^2 \frac{3-\kappa_2}{1+\kappa_2}\right) = 0 \quad (96)$$

şeklinde diferansiyel denklem sisteminin karakteristik denklemi elde edilir. Diferansiyel denklem sisteminin çözümünün  $e^{\eta z}$  olduğu kabul edilirse;

$$\phi_{2h}(\alpha, z) = \sum_{i=1}^4 B_i e^{\eta_i z} \quad (97)$$

$$Y_{2h}(\alpha, z) = \sum_{i=1}^4 B_i m_i e^{\eta_i z} \quad (98)$$

olarak yazılabilir. (97) ve (98) numaralı ifadeler Navier denklemlerinde yerlerine yerleştirilirse

$$m_i = \frac{(3\Gamma_2 + 2\eta_i - \Gamma_2\kappa_2)[\eta_i(\Gamma_2 + \eta_i)(1+\kappa_2) - \alpha^2(3+\kappa_2)]}{\alpha[4\alpha^2 - \Gamma_2^2(\kappa_2-3)(1+\kappa_2)]}, \quad (i=1, \dots, 4) \quad (99)$$

olarak elde edilir. (96) numaralı karakteristik denklemin  $\eta_1, \eta_2, \eta_3$  ve  $\eta_4$  olarak gösterilen kökleri  $\eta_3 = \bar{\eta}_1$  ve  $\eta_4 = \bar{\eta}_2$  olmak üzere ikişer ikişer karmaşık eşleniktir.  $\eta_1$  ve  $\eta_2$  kökleri aşağıda verilmiştir:

$$\eta_1 = \frac{1}{2} \left( -\Gamma_2 + \sqrt{\Gamma_2^2 + 4\alpha^2 + 4i|\alpha||\Gamma_2|\sqrt{\frac{3-\kappa_2}{1+\kappa_2}}} \right) \quad (100)$$

$$\eta_2 = \frac{1}{2} \left( -\Gamma_2 - \sqrt{\Gamma_2^2 + 4\alpha^2 + 4i|\alpha||\Gamma_2| \sqrt{\frac{3-\kappa_2}{1+\kappa_2}}} \right) \quad (101)$$

(89-90)'da verilen yer değiştirme bileşenleri (97-98) eşitlikleri yardımı ile aşağıdaki gibi belirlenmiştir:

$$u_{2h}(x, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \sum_{i=1}^4 B_i e^{\eta_i z} \sin(\alpha x) d\alpha \quad (102)$$

$$w_{2h}(x, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \sum_{i=1}^4 B_i m_i e^{\eta_i z} \cos(\alpha x) d\alpha \quad (103)$$

(102-103) denklemlerinde geen  $B_i$  ( $i=1, \dots, 4$ ) bilinmeyen katsayıları problemin sınır şartlarından elde edilecektir. (102-103) yer değiştirme bileşenleri (81-83) gerilme bileşenlerini veren ifadelerde yerlerine yerleştirilirse FD izotrop tabaka iin ktl kuvvetlerinin olmaması durumunda gerilme bileşenleri aşağıdaki gibi belirlenir:

$$\sigma_{2xh} = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\mu_2(z)}{\kappa_2 - 1} \sum_{i=1}^4 p_i e^{\eta_i z} B_i \cos(\alpha x) d\alpha \quad (104)$$

$$\sigma_{2zh} = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\mu_2(z)}{\kappa_2 - 1} \sum_{i=1}^4 q_i e^{\eta_i z} B_i \cos(\alpha x) d\alpha \quad (105)$$

$$\tau_{2xzh} = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \mu_2(z) \sum_{i=1}^4 v_i e^{\eta_i z} B_i \sin(\alpha x) d\alpha \quad (106)$$

Burada bilinen fonksiyonlar  $p_i$ ,  $q_i$  ve  $v_i$  ( $i=1, \dots, 4$ ) aşağıda verilmiştir.

$$p_i = (3 - \kappa_2) m_i \eta_i + \alpha(1 + \kappa_2) \quad (107)$$

$$q_i = (1 + \kappa_2) m_i \eta_i + \alpha(3 - \kappa_2) \quad (108)$$

$$v_i = \eta_i - \alpha m_i \quad (109)$$

## 1.2.2. Ktl Kuvvetlerinin Bulunması Durumunda Genel Denklemlerin Elde Edilmesi

### 1.2.2.1. FD ortotrop tabaka iin genel denklemlerin elde edilmesi

FD ortotrop tabakanın ktl kuvvetleri hesaba katıldığında ktl kuvvetsiz haldeki genel denklemlere eklenmesi gereken yer değiştirme ve gerilme bileşenlerine ait zel zmlerin elde edilişine ilişkin detaylar bu kısımda sunulmuştur. FD ortotrop tabakaya dşey FD ktl kuvvetlerinin etkimesi durumunda  $X=0$  ve  $Z=\rho_1(z)g$  olacaktır. Burada  $X$  ve  $Z$  sırasıyla  $x$  ve  $z$  doğrultularındaki ktl kuvveti bileşenleridir. Bu durumda FD ortotrop tabaka iin dzlem haldeki denge denklemleri aşağıdaki gibi formle edilebilir:

$$\frac{\partial \sigma_{1xp}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{1xzp}}{\partial z} = 0 \quad (110)$$

$$\frac{\partial \tau_{1xzp}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{1zp}}{\partial z} = \rho_1(z) g \quad (111)$$

(110-111)'de geçen “p” alt indisi ve g sırasıyla kütle kuvvetlerinin bulunması durumuna ilişkin özel çözümü ve yer çekimi ivmesini temsil etmektedir.  $\rho_1(z)$  ise FD ortotrop tabakanın yoğunluğu olup, FD ortotrop tabakadaki yoğunluğun tabaka yüksekliği boyunca değişimi aşağıdaki üstel fonksiyonla ifade edilmiştir:

$$\rho_1(z) = \rho_1^0 e^{\Gamma_3 z} \quad (0 \leq z \leq h_1) \quad (112)$$

Burada  $\rho_1^0$ , FD ortotrop tabakanın alt yüzeyindeki ( $z=0$ ) yoğunluğudur.  $\Gamma_3$  ise FD ortotrop tabakada yoğunluğun değişimini kontrol eden homojensizlik parametresidir.

$$\Psi_3 = \frac{\rho_1^{h_1}}{\rho_1^0} = e^{\Gamma_3 h_1} \quad (113)$$

olduğu tanımlanırsa homojensizlik parametresi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\Gamma_3 = \frac{\ln(\Psi_3)}{h_1} \quad (114)$$

(113) numaralı denklemde geçen  $\rho_1^{h_1}$ , FD ortotrop tabakanın üst yüzeyindeki ( $z=h_1$ ) yoğunluğudur.

FD ortotrop tabaka için gerilme-yer değiştirme bağıntıları düzlem şekil değiştirme hali için aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\sigma_{1xp} = C_{11}^0 e^{\Gamma_3 z} \frac{\partial u_{1p}}{\partial x} + C_{13}^0 e^{\Gamma_3 z} \frac{\partial w_{1p}}{\partial z} \quad (115)$$

$$\sigma_{1zp} = C_{13}^0 e^{\Gamma_3 z} \frac{\partial u_{1p}}{\partial x} + C_{33}^0 e^{\Gamma_3 z} \frac{\partial w_{1p}}{\partial z} \quad (116)$$

$$\tau_{1xzp} = C_{55}^0 e^{\Gamma_3 z} \left( \frac{\partial u_{1p}}{\partial z} + \frac{\partial w_{1p}}{\partial x} \right) \quad (117)$$

(115-117) numaralı gerilme bileşenlerinin gerekli türevleri alınıp (110-111) numaralı denge denklemlerine yerleştirildiğinde, kütle kuvvetlerinin olması durumunda Navier denklemleri aşağıdaki gibi belirlenirler:

$$C_{11}^0 \frac{\partial^2 u_{1p}}{\partial x^2} + C_{55}^0 \frac{\partial^2 u_{1p}}{\partial z^2} + (C_{13}^0 + C_{55}^0) \frac{\partial^2 w_{1p}}{\partial x \partial z} + C_{55}^0 \Gamma_3 \left( \frac{\partial u_{1p}}{\partial z} + \frac{\partial w_{1p}}{\partial x} \right) = 0 \quad (118)$$

$$C_{33}^0 \frac{\partial^2 w_{1p}}{\partial z^2} + C_{55}^0 \frac{\partial^2 w_{1p}}{\partial x^2} + (C_{13}^0 + C_{55}^0) \frac{\partial^2 u_{1p}}{\partial x \partial z} + \Gamma_1 (C_{13}^0 \frac{\partial u_{1p}}{\partial x} + C_{33}^0 \frac{\partial w_{1p}}{\partial z}) = \rho_1^0 e^{z(\Gamma_3 - \Gamma_1)} g \quad (119)$$

Kütle kuvvetlerinin hesaba katıldığı durumda, yer değiştirme bileşenlerinin belirlenmesinde literatürde daha önce benimsenmiş bir yaklaşım kullanılacaktır. Bu yaklaşım, yer değiştirme bileşenlerini  $u_{1p}=u_{1p}(x)$  ve  $w_{1p}=w_{1p}(z)$  şeklinde tanımlamaktadır (Civelek ve Erdoğan, 1975). Bu varsayımların sadece düşey kütle kuvvetlerinin etkisi altındaki tabakalar için geçerli olduğu belirtilmelidir. Bu çerçevede Navier denklemleri aşağıda gösterildiği şekilde sadeleştirilmiştir:

$$C_{11}^0 \frac{\partial^2 u_{1p}}{\partial x^2} = 0 \quad (120)$$

$$C_{33}^0 \frac{\partial^2 w_{1p}}{\partial z^2} + \Gamma_1 (C_{13}^0 \frac{\partial u_{1p}}{\partial x} + C_{33}^0 \frac{\partial w_{1p}}{\partial z}) = \rho_1^0 e^{z(\Gamma_3 - \Gamma_1)} g \quad (121)$$

(120-121) denklemlerinden yer değiştirmeler  $u_{1p}$  ve  $w_{1p}$  aşağıdaki gibi belirlenmiştir:

$$u_{1p} = Z_1 x + Z_2 \quad (122)$$

$$w_{1p} = -\frac{z C_{13}^0 Z_1}{C_{33}^0} - \frac{e^{-z\Gamma_1} Y_1}{\Gamma_1} + Y_2 + \frac{\rho_1^0 e^{z(-\Gamma_1 + \Gamma_3)} g}{C_{33}^0 \Gamma_3 (-\Gamma_1 + \Gamma_3)} \quad (123)$$

$u_{1p}$  ve  $w_{1p}$  yer değiştirme bileşenleri (115-117) numaralı gerilme bileşenlerinde yerlerine yerleştirilirse gerilme bileşenleri:

$$\sigma_{1xp} = \frac{e^{z\Gamma_1} (-C_{13}^0 + C_{11}^0 C_{33}^0)}{C_{33}^0} Z_1 + C_{13}^0 Y_1 + \frac{\rho_1^0 e^{z\Gamma_3} g C_{13}^0}{C_{33}^0 \Gamma_3} \quad (124)$$

$$\sigma_{1zp} = C_{33}^0 Y_1 + \frac{\rho_1^0 e^{z\Gamma_3} g}{\Gamma_3} \quad (125)$$

$$\tau_{1xzp} = 0 \quad (126)$$

olarak elde edilir. (122-125) numaralı denklemlerde yer alan  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Y_1$  ve  $Y_2$  integrasyon sabitlerini belirlemek amacıyla aşağıdaki sınır koşulları kullanılacaktır:

$$u_{1p}(0) = 0 \quad (127)$$

$$w_{1p}(0) = 0 \quad (128)$$

$$\int_0^{h_1} \sigma_{1xp} dz = 0 \quad (129)$$

$$\int_z^{h_1} -\rho_1^0 e^{\Gamma_3 z} g dz = \sigma_{1zp} \quad (130)$$

(127-130) numaralı sınır koşulları uygulanırsa  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Y_1$  ve  $Y_2$  ifadeleri aşağıdaki gibi elde edilirler:

$$Z_1 = \frac{\rho_1^0 g C_{13}^0 \Gamma_1 (1 - e^{h_1 \Gamma_3} + e^{h_1 \Gamma_3} h_1 \Gamma_3)}{(1 - e^{h_1 \Gamma_1}) (C_{13}^{0\ 2} - C_{11}^0 C_{33}^0) \Gamma_3^2} \quad (131)$$

$$Z_2 = 0 \quad (132)$$

$$Y_1 = -\frac{\rho_1^0 g e^{h_1 \Gamma_3}}{C_{33}^0 \Gamma_3} \quad (133)$$

$$Y_2 = \frac{\rho_1^0 g ((1 - e^{h_1 \Gamma_3}) \Gamma_1 + e^{h_1 \Gamma_3} \Gamma_3)}{C_{33}^0 \Gamma_1 (\Gamma_1 - \Gamma_3) \Gamma_3} \quad (134)$$

(131-134) ifadeleri (122-125) numaralı denklemlerde yerlerine yerleştirilerek FD ortotrop tabaka için kütle kuvvetlerinin bulunması durumuna ilişkin yer değiştirme ve gerilme bileşenleri aşağıdaki gibi elde edilirler:

$$u_{1p} = \frac{\rho_1^0 g C_{13}^0 \Gamma_1 (1 - e^{h_1 \Gamma_3} + e^{h_1 \Gamma_3} h_1 \Gamma_3)}{(1 - e^{h_1 \Gamma_1}) (C_{13}^{0\ 2} - C_{11}^0 C_{33}^0) \Gamma_3^2} x \quad (135)$$

$$w_{1p} = \frac{\rho_1^0 g \left( \frac{e^{-z \Gamma_1} ((e^{z \Gamma_1} - e^{z \Gamma_3} + e^{h_1 \Gamma_3} - e^{z \Gamma_1 + h_1 \Gamma_3}) \Gamma_1 + e^{h_1 \Gamma_3} (-1 + e^{z \Gamma_1}) \Gamma_3)}{\Gamma_1 (\Gamma_1 - \Gamma_3) \Gamma_3} + \frac{C_{13}^{0\ 2} \Gamma_1 (1 - e^{h_1 \Gamma_3} + e^{h_1 \Gamma_3} h_1 \Gamma_3)}{(-1 + e^{h_1 \Gamma_1}) (C_{13}^{0\ 2} - C_{11}^0 C_{33}^0) \Gamma_3^2} z \right)}{C_{33}^0} \quad (136)$$

$$\sigma_{1xp} = \frac{\rho_1^0 g C_{13}^0 ((-1 + e^{h_1 \Gamma_1}) (e^{z \Gamma_3} - e^{h_1 \Gamma_3}) \Gamma_3 + e^{z \Gamma_1} \Gamma_1 (1 - e^{h_1 \Gamma_3} + e^{h_1 \Gamma_3} h_1 \Gamma_3))}{(-1 + e^{h_1 \Gamma_1}) C_{33}^0 \Gamma_3^2} \quad (137)$$

$$\sigma_{1zp} = -\frac{\rho_1^0 g (e^{h_1 \Gamma_3} - e^{z \Gamma_3})}{\Gamma_3} \quad (138)$$

$$\tau_{1xzp} = 0 \quad (139)$$

#### 1.2.2.2. FD izotrop tabaka için genel denklemlerin elde edilmesi

FD izotrop tabakanın kütle kuvvetleri hesaba katıldığında kütle kuvvetsiz haldeki genel denklemlere eklenmesi gereken yer değiştirme ve gerilme bileşenlerine ait özel çözümlerin elde edilmesine ilişkin detaylar bu kısımda sunulmuştur. FD izotrop tabakaya düşey FD kütle kuvvetlerinin etkimesi durumunda  $X=0$  ve  $Z=\rho_2(z)g$  olacaktır. Bu durumda FD izotrop tabaka için düzlem haldeki denge denklemleri aşağıdaki gibi formüle edilebilir:

$$\frac{\partial \sigma_{2xp}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{2xzp}}{\partial z} = 0 \quad (140)$$

$$\frac{\partial \tau_{2xzp}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{2zp}}{\partial z} = \rho_2(z) g \quad (141)$$

Burada  $\rho_2(z)$ , FD izotrop tabakanın yoğunluğu olup, FD izotrop tabakadaki yoğunluğun tabaka yüksekliği boyunca değişimi aşağıdaki üstel fonksiyonla ifade edilmiştir:

$$\rho_2(z) = \rho_2^0 e^{\Gamma_4 z} \quad (-h_2 \leq z \leq 0) \quad (142)$$

Burada  $\rho_2^0$ , FD izotrop tabakanın üst yüzeyindeki ( $z=0$ ) yoğunluğudur.  $\Gamma_4$  ise FD izotrop tabakada yoğunluğun değişimini kontrol eden homojensizlik parametresidir.

$$\Psi_4 = \frac{\rho_2^0}{\rho_2^{-h_2}} = e^{\Gamma_4 h_2} \quad (143)$$

olduğu tanımlanırsa homojensizlik parametresi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\Gamma_4 = \frac{\ln(\Psi_4)}{h_2} \quad (144)$$

(143) numaralı denklemde geçen  $\rho_2^{-h_2}$ , FD izotrop tabakanın alt yüzeyindeki ( $z=-h_2$ ) yoğunluğudur.

FD izotrop tabaka için gerilme-yer değiştirme bağıntıları düzlem şekil değiştirme hali için aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\sigma_{2xp} = \frac{\mu_2^0 e^{\Gamma_4 z}}{\kappa_2 - 1} \left[ (1 + \kappa_2) \frac{\partial u_{2p}}{\partial x} + (3 - \kappa_2) \frac{\partial w_{2p}}{\partial z} \right] \quad (145)$$

$$\sigma_{2zp} = \frac{\mu_2^0 e^{\Gamma_4 z}}{\kappa_2 - 1} \left[ (3 - \kappa_2) \frac{\partial u_{2p}}{\partial x} + (1 + \kappa_2) \frac{\partial w_{2p}}{\partial z} \right] \quad (146)$$

$$\tau_{2xzp} = \mu_2^0 e^{\Gamma_4 z} \left[ \frac{\partial u_{2p}}{\partial z} + \frac{\partial w_{2p}}{\partial x} \right] \quad (147)$$

(145-147) numaralı gerilme bileşenlerinin gerekli türevleri alınıp (140-141) numaralı denge denklemlerine yerleştirildiğinde, kütle kuvvetlerinin olması durumunda Navier denklemleri aşağıdaki gibi belirlenirler:

$$(\kappa_2 + 1) \frac{\partial^2 u_{2p}}{\partial x^2} + (\kappa_2 - 1) \frac{\partial^2 u_{2p}}{\partial z^2} + 2 \frac{\partial^2 w_{2p}}{\partial x \partial z} + \Gamma_4 (\kappa_2 - 1) \frac{\partial u_{2p}}{\partial z} + \Gamma_4 (\kappa_2 - 1) \frac{\partial w_{2p}}{\partial x} = 0 \quad (148)$$

$$\begin{aligned}
& (\kappa_2 - 1) \frac{\partial^2 w_{2p}}{\partial x^2} + (\kappa_2 + 1) \frac{\partial^2 w_{2p}}{\partial z^2} + 2 \frac{\partial^2 u_{2p}}{\partial x \partial z} + \Gamma_2 (3 - \kappa_2) \frac{\partial u_{2p}}{\partial x} + \Gamma_2 (\kappa_2 + 1) \frac{\partial w_{2p}}{\partial z} \\
& = (\kappa_2 - 1) \frac{\rho_2^0}{\mu_2^0} e^{(\Gamma_4 - \Gamma_2)z} g
\end{aligned} \tag{149}$$

Yer değiştirme fonksiyonlarının  $u_{2p}=u_{2p}(x)$  ve  $w_{2p}=w_{2p}(z)$  şeklinde olduğu kabul edilirse (Civelek ve Erdoğan, 1975) Navier denklemleri aşağıdaki hale dönüşürler:

$$(1 + \kappa_2) \frac{d^2 u_{2p}}{dx^2} = 0 \quad (150)$$

$$(1+\kappa_2)\frac{\partial^2 w_{2p}}{\partial z^2} + \Gamma_2(3-\kappa_2)\frac{\partial u_{2p}}{\partial x} + \Gamma_2(1+\kappa_2)\frac{\partial w_{2p}}{\partial z} = (\kappa_2-1)\frac{\rho_2^0}{\mu_2^0}e^{(\Gamma_4-\Gamma_2)z}g \quad (151)$$

(150-151) denklemlerinden yer değiştirme fonksiyonları  $u_{2p}$  ve  $w_{2p}$  aşağıdaki gibi belirlenmiştir:

$$u_{2p} = M_1 x + M_2 \quad (152)$$

$$w_{2p} = \frac{zM_1(-3+\kappa_2)}{1+\kappa_2} - \frac{e^{-z\Gamma_2}T_1}{\Gamma_2} + T_2 + \frac{\rho_2^0 e^{z(-\Gamma_2+\Gamma_4)}g(-1+\kappa_2)}{\mu_2^0\Gamma_4(-\Gamma_2+\Gamma_4)(1+\kappa_2)} \quad (153)$$

$u_{2p}$  ve  $w_{2p}$  yer değiştirme bileşenleri (145-147) numaralı gerilme bileşenlerinde yerlerine yerleştirilirse gerilme bileşenleri:

$$\sigma_{2\text{xp}} = -\frac{\mu_2^0(-3+\kappa_2)T_1}{-1+\kappa_2} + \frac{8\mu_2^0 e^{z\Gamma_2} M_1}{1+\kappa_2} - \frac{\rho_2^0 e^{z\Gamma_4} g(-3+\kappa_2)}{\Gamma_4(1+\kappa_2)} \quad (154)$$

$$\sigma_{2zp} = \frac{\mu_2^0(1+\kappa_2)T_1}{-1+\kappa_2} + \frac{\rho_2^0 e^{z\Gamma_4} g}{\Gamma_4} \quad (155)$$

$$\tau_{2\text{xzp}} = 0 \quad (156)$$

olarak elde edilir. (152-155) numaralı denklemlerde yer alan  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $T_1$  ve  $T_2$  integrasyon sabitlerini belirlemek amacıyla aşağıdaki sınır koşulları kullanılacaktır:

$$u_{2p}(0) = 0 \quad (157)$$

$$w_{2D}(-h_2)=0 \tag{158}$$

$$\int_{-h_0}^0 \sigma_{2xp} dz = 0 \quad (159)$$

$$\int_z^0 -\rho_2^0 e^{\Gamma_4 z} g dz = \sigma_{2zp} \quad (160)$$

(157-160) numaralı sınır koşulları uygulanırsa  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $T_1$  ve  $T_2$  ifadeleri aşağıdaki gibi elde edilirler:

$$M_1 = \frac{\rho_2^0 e^{h_2(\Gamma_2 - \Gamma_4)} g \Gamma_2 (1 - e^{h_2 \Gamma_4} + e^{h_2 \Gamma_4} h_2 \Gamma_4) (-3 + \kappa_2)}{8 \Gamma_4^2 \mu_2^0 (1 - e^{h_2 \Gamma_2})} \quad (161)$$

$$M_2 = 0 \quad (162)$$

$$T_1 = -\frac{\rho_2^0 g (-1 + \kappa_2)}{\mu_2^0 \Gamma_4 (1 + \kappa_2)} \quad (163)$$

$$T_2 = \frac{\rho_2^0 e^{h_2(\Gamma_2 - \Gamma_4)} g (\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3)}{8 \mu_2^0 (-1 + e^{h_2 \Gamma_2}) \Gamma_2 \Gamma_4^2 (-\Gamma_2 + \Gamma_4) (1 + \kappa_2)} \quad (164)$$

Burada;

$$\Delta_1 = (-1 + e^{h_2 \Gamma_4}) h_2 \Gamma_2^2 (-\Gamma_2 + \Gamma_4) (-3 + \kappa_2)^2 \quad (165)$$

$$\Delta_2 = -e^{h_2 \Gamma_4} h_2^2 \Gamma_2^2 \Gamma_4 (-\Gamma_2 + \Gamma_4) (-3 + \kappa_2)^2 \quad (166)$$

$$\Delta_3 = -8 (-1 + e^{h_2 \Gamma_2}) \Gamma_4 (-(-1 + e^{h_2 \Gamma_4}) \Gamma_2 + e^{h_2 \Gamma_4} \Gamma_4) (-1 + \kappa_2) \quad (167)$$

olarak tanımlanmaktadır. (161-167) ifadeleri (152-155) numaralı denklemlerde yerlerine yerleştirilerek FD izotrop tabaka için kütle kuvvetlerinin bulunması durumuna ilişkin yer değiştirme ve gerilme bileşenleri aşağıdaki gibi elde edilirler:

$$u_{2p} = \frac{\rho_2^0 e^{h_2(\Gamma_2 - \Gamma_4)} g \Gamma_2 (1 + e^{h_2 \Gamma_4} (-1 + h_2 \Gamma_4)) (-3 + \kappa_2)}{8 \Gamma_4^2 \mu_2^0 (1 - e^{h_2 \Gamma_2})} x \quad (168)$$

$$w_{2p} = \frac{\rho_2^0 e^{-z \Gamma_2 - h_2 \Gamma_4} g \left[ \begin{aligned} &-e^{(z+h_2)\Gamma_2} (z+h_2) \Gamma_2^3 (1 + e^{h_2 \Gamma_4} (-1 + h_2 \Gamma_4)) (-3 + \kappa_2)^2 \\ &+ e^{(z+h_2)\Gamma_2} (z+h_2) \Gamma_2^2 \Gamma_4 (1 + e^{h_2 \Gamma_4} (-1 + h_2 \Gamma_4)) (-3 + \kappa_2)^2 \\ &- 8 (-1 + e^{h_2 \Gamma_2}) (-e^{(z+h_2)\Gamma_2} - e^{h_2 \Gamma_4} + e^{(z+h_2)\Gamma_4} + e^{(z+h_2)\Gamma_2 + h_2 \Gamma_4}) \Gamma_2 \Gamma_4 (-1 + \kappa_2) \\ &+ 8 e^{h_2 \Gamma_4} (-1 + e^{h_2 \Gamma_2}) (-1 + e^{(z+h_2)\Gamma_2}) \Gamma_4^2 (-1 + \kappa_2) \end{aligned} \right]}{(8 (-1 + e^{h_2 \Gamma_2}) \Gamma_2 (\Gamma_2 - \Gamma_4) \Gamma_4^2 (1 + \kappa_2) \mu_2^0)} \quad (169)$$

$$\sigma_{2xp} = \frac{\rho_2^0 g ((-1 + e^{h_2 \Gamma_2}) (-1 + e^{z \Gamma_4}) \Gamma_4 + e^{(z+h_2)\Gamma_2} \Gamma_2 (-1 + e^{-h_2 \Gamma_4} + h_2 \Gamma_4)) (-3 + \kappa_2)}{(1 - e^{h_2 \Gamma_2}) \Gamma_4^2 (1 + \kappa_2)} \quad (170)$$

$$\sigma_{2zp} = -\frac{\rho_2^0 g (1 - e^{z \Gamma_4})}{\Gamma_4} \quad (171)$$

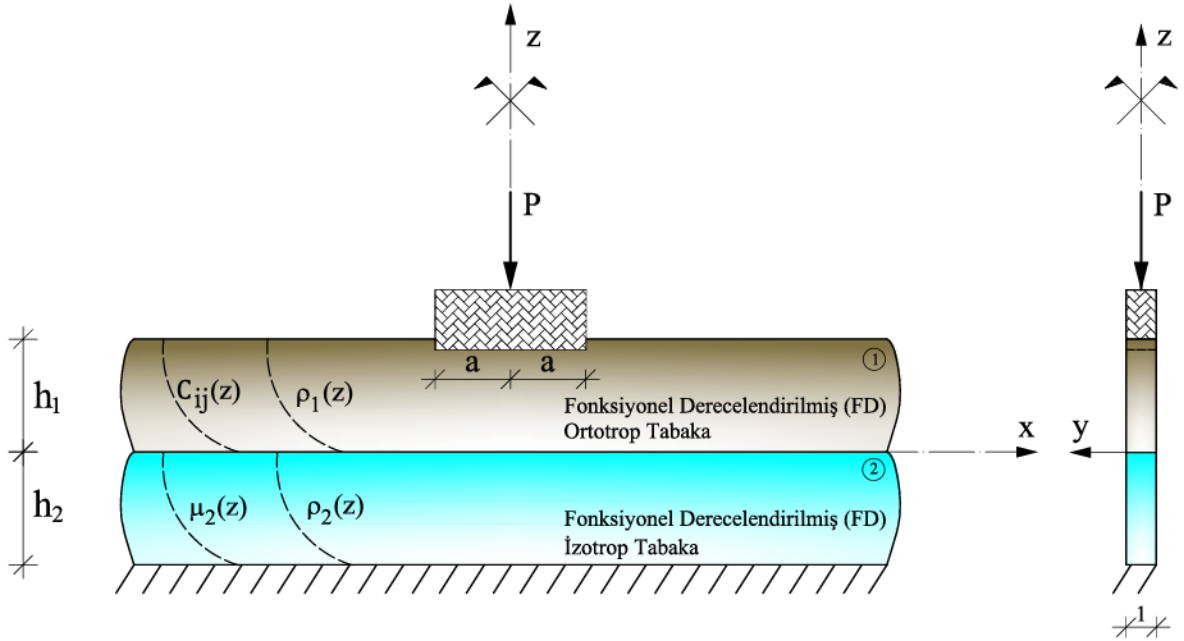
$$\tau_{2xzp} = 0 \quad (172)$$

## İKİNCİ BÖLÜM

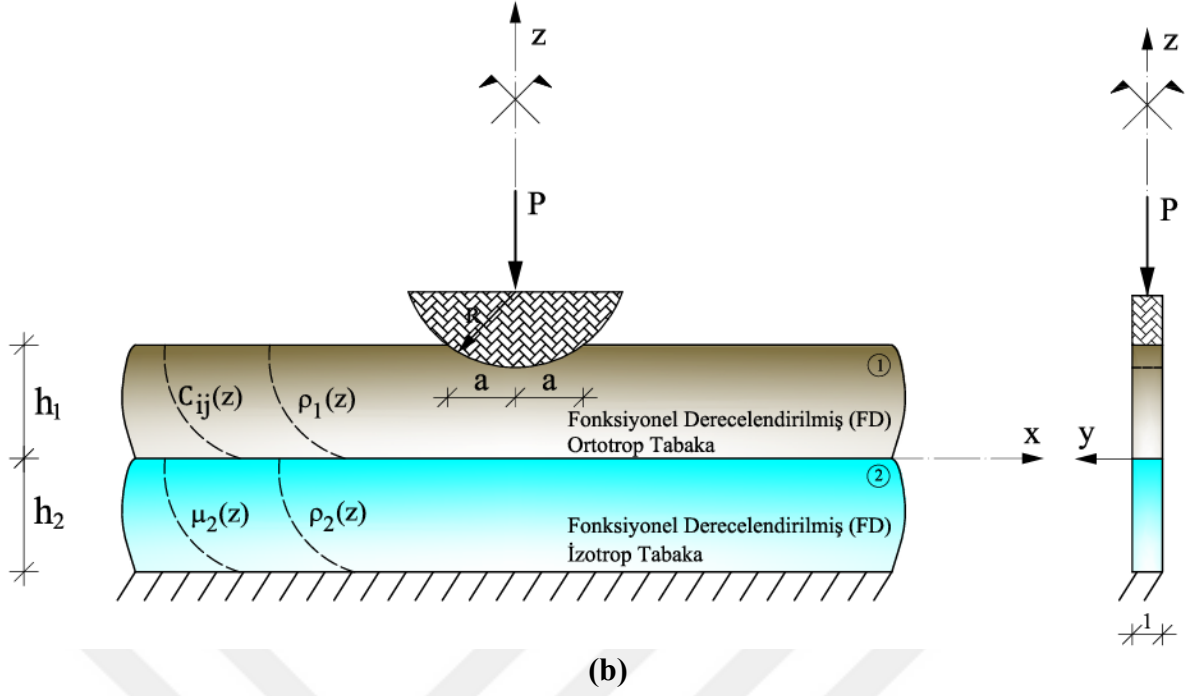
### 2. YÖNTEM

#### 2.1. TEMAS PROBLEMİNİN TANIMI VE SINIR ŞARTLARI

Bu çalışmada ele alınan sürekli temas probleminin şematik gösterimi Şekil 1’de verilmiştir. Çalışmada, rijit temele bağlı ve rijit bir panç aracılığıyla bastırılan FD ortotrop ve FD izotrop tabakalardan oluşan sistemin sürekli temas problemi incelenmiştir. Sabit tekil bir  $P$  yükü rijit bir panç aracılığıyla FD ortotrop tabakaya etki etmektedir. Tabakalar, birbirlerine bağlı olmaksızın üst üste yerleştirilmiştir. FD ortotrop tabakanın yüksekliği  $h_1$ , FD izotrop tabakanın yüksekliği ise  $h_2$ ’dir. Çalışmada düz ve silindirik panç profilleri incelenmiştir. Temas yüzeylerinin sürtünmesiz olduğu varsayılmıştır. Tabakaların kütle kuvvetlerinin etkisi hesaba katılmıştır. FD ortotrop tabakanın rijitlik katsayılarının, FD izotrop tabakanın kayma modülünün ve her iki tabakanın yoğunluklarının yükseklikleri boyunca değişimleri üstel fonksiyonlarla tanımlanmıştır. Problem düzlem şekil değiştirme problemi olarak ele alınmış olup  $y$  doğrultusundaki kalınlık birim olarak hesaba katılmıştır. Problemin  $z$  eksenine göre simetrik olması nedeniyle hesaplamalar  $(0, +\infty)$  aralığında gerçekleştirilmiştir.



(a)



**Şekil 1:** Problemin Şematik Gösterimi (a) Düz Panç (b) Silindirik Panç

FD ortotrop ve FD izotrop tabakalara ait yer değıştirme ve gerilme bileşenleri genel haliyle, kütle kuvvetlerinin olmadığı çözüm ile yalnızca kütle kuvvetlerinin etkisi altında elde edilen özel çözümün toplamı olarak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$u_i(x, z) = u_{ih} + u_{ip} \quad (i = 1, 2) \quad (173)$$

$$w_i(x, z) = w_{ih} + w_{ip} \quad (i = 1, 2) \quad (174)$$

$$\sigma_{ix}(x, z) = \sigma_{ixh} + \sigma_{ixp} \quad (i = 1, 2) \quad (175)$$

$$\sigma_{iz}(x, z) = \sigma_{izh} + \sigma_{izp} \quad (i = 1, 2) \quad (176)$$

$$\tau_{ixz}(x, z) = \tau_{ixzh} + \tau_{ixzp} \quad (i = 1, 2) \quad (177)$$

Probleme ilişkin aşağıdaki sınır şartları ve denge şartı yazılabilir:

$$\tau_{2xz}(x, 0) = 0 \quad (-\infty < x < \infty) \quad (178)$$

$$\sigma_{1z}(x, 0) = \sigma_{2z}(x, 0) \quad (-\infty < x < \infty) \quad (179)$$

$$\sigma_{1z}(x, h_1) = \begin{cases} -p(x) & ; \quad (-a < x < a) \\ 0 & ; \quad (x \leq -a), (x \geq a) \end{cases} \quad (180)$$

$$\tau_{1xz}(x, h_1) = 0 \quad (-\infty < x < \infty) \quad (181)$$

$$\tau_{1xz}(x, 0) = 0 \quad (-\infty < x < \infty) \quad (182)$$

$$u_2(x, -h_2) = 0 \quad (-\infty < x < \infty) \quad (183)$$

$$w_2(x, -h_2) = 0 \quad (-\infty < x < \infty) \quad (184)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} [w_1(x, 0) - w_2(x, 0)] = 0 \quad (-\infty < x < \infty) \quad (185)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} w_1(x, h_1) = f(x) \quad (|x| < a) \quad (186)$$

$$\int_{-a}^a \sigma_{1z}(x, h_1) dx = - \int_{-a}^a p(x) dx = -P \quad (187)$$

Burada  $a$ , rijit panç ile FD ortotrop tabaka arasındaki temas uzunluğunun yarısını göstermekte olup, kısaca temas uzunluğu olarak adlandırılacaktır.  $p(x)$  ve  $f(x)$  ise sırasıyla rijit panç ile FD ortotrop tabaka arasındaki bilinmeyen temas gerilmesi fonksiyonunu ve rijit panç profilini tanımlayan fonksiyonun  $x$ 'e göre türevini göstermektedir.

## 2.2. KATSAYILARIN BELİRLENMESİ

(178-185) numaralı sınır şartları kullanılarak (74-78) ve (102-106) ifadelerinde bulunan bilinmeyen  $A_i$  ve  $B_i$  ( $i=1, \dots, 4$ ) katsayıları henüz belirlenmemiş olan  $p(x)$  fonksiyonu cinsinden elde edilebilir. Bunun için (178-185) numaralı sınır koşulları, (173-177) numaralı yer değiştirme ve gerilme ifadelerine uygulandığında ve ters Fourier dönüşümleri kullanıldığında, aşağıda matris formda gösterilen sekiz bilinmeyenli sekiz adet cebirsel denklem elde edilir:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \Lambda_1 & \Lambda_2 & \Lambda_3 & \Lambda_4 \\ \Lambda_5 & \Lambda_6 & \Lambda_7 & \Lambda_8 & \Lambda_9 & \Lambda_{10} & \Lambda_{11} & \Lambda_{12} \\ \Lambda_{13} & \Lambda_{14} & \Lambda_{15} & \Lambda_{16} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Lambda_{17} & \Lambda_{18} & \Lambda_{19} & \Lambda_{20} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Lambda_{21} & \Lambda_{22} & \Lambda_{23} & \Lambda_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Lambda_{25} & \Lambda_{26} & \Lambda_{27} & \Lambda_{28} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Lambda_{29} & \Lambda_{30} & \Lambda_{31} & \Lambda_{32} \\ \Lambda_{33} & \Lambda_{34} & \Lambda_{35} & \Lambda_{36} & \Lambda_{37} & \Lambda_{38} & \Lambda_{39} & \Lambda_{40} \end{pmatrix}}_{\mathbf{D}} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -P \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{b}} \quad (188)$$

Burada;

$$\Lambda_1 = (\eta_1 - \alpha m_1) \quad (189)$$

$$\Lambda_2 = (\eta_2 - \alpha m_2) \quad (190)$$

$$\Lambda_3 = (\eta_3 - \alpha m_3) \quad (191)$$

$$\Lambda_4 = (\eta_4 - \alpha m_4) \quad (192)$$

$$\Lambda_5 = (\alpha \frac{C_{13}^0}{C_{55}^0} + \frac{C_{33}^0}{C_{55}^0} k_1 n_1) \quad (193)$$

$$\Lambda_6 = (\alpha \frac{C_{13}^0}{C_{55}^0} + \frac{C_{33}^0}{C_{55}^0} k_2 n_2) \quad (194)$$

$$\Lambda_7 = (\alpha \frac{C_{13}^0}{C_{55}^0} + \frac{C_{33}^0}{C_{55}^0} k_3 n_3) \quad (195)$$

$$\Lambda_8 = (\alpha \frac{C_{13}^0}{C_{55}^0} + \frac{C_{33}^0}{C_{55}^0} k_4 n_4) \quad (196)$$

$$\Lambda_9 = -\frac{\mu_2^0 / C_{55}^0}{(\kappa_2 - 1)} (((1 + \kappa_2) m_1 \eta_1) + (\alpha(3 - \kappa_2))) \quad (197)$$

$$\Lambda_{10} = -\frac{\mu_2^0 / C_{55}^0}{(\kappa_2 - 1)} (((1 + \kappa_2) m_2 \eta_2) + (\alpha(3 - \kappa_2))) \quad (198)$$

$$\Lambda_{11} = -\frac{\mu_2^0 / C_{55}^0}{(\kappa_2 - 1)} (((1 + \kappa_2) m_3 \eta_3) + (\alpha(3 - \kappa_2))) \quad (199)$$

$$\Lambda_{12} = -\frac{\mu_2^0 / C_{55}^0}{(\kappa_2 - 1)} (((1 + \kappa_2) m_4 \eta_4) + (\alpha(3 - \kappa_2))) \quad (200)$$

$$\Lambda_{13} = e^{h_1(\Gamma_1 + n_1)} (\alpha \frac{C_{13}^0}{C_{55}^0} + \frac{C_{33}^0}{C_{55}^0} k_1 n_1) \quad (201)$$

$$\Lambda_{14} = e^{h_1(\Gamma_1 + n_2)} (\alpha \frac{C_{13}^0}{C_{55}^0} + \frac{C_{33}^0}{C_{55}^0} k_2 n_2) \quad (202)$$

$$\Lambda_{15} = e^{h_1(\Gamma_1 + n_3)} (\alpha \frac{C_{13}^0}{C_{55}^0} + \frac{C_{33}^0}{C_{55}^0} k_3 n_3) \quad (203)$$

$$\Lambda_{16} = e^{h_1(\Gamma_1 + n_4)} (\alpha \frac{C_{13}^0}{C_{55}^0} + \frac{C_{33}^0}{C_{55}^0} k_4 n_4) \quad (204)$$

$$\Lambda_{17} = e^{h_1(\Gamma_1 + n_1)} (n_1 - \alpha k_1) \quad (205)$$

$$\Lambda_{18} = e^{h_1(\Gamma_1 + n_2)} (n_2 - \alpha k_2) \quad (206)$$

$$\Lambda_{19} = e^{h_1(\Gamma_1 + n_3)} (n_3 - \alpha k_3) \quad (207)$$

$$\Lambda_{20} = e^{h_1(\Gamma_1 + n_4)} (n_4 - \alpha k_4) \quad (208)$$

$$\Lambda_{21} = (n_1 - \alpha k_1) \quad (209)$$

$$\Lambda_{22} = (n_2 - \alpha k_2) \quad (210)$$

$$\Lambda_{23} = (n_3 - \alpha k_3) \quad (211)$$

$$\Lambda_{24} = (n_4 - \alpha k_4) \quad (212)$$

$$\Lambda_{25} = e^{-h_2 \eta_1} \quad (213)$$

$$\Lambda_{26} = e^{-h_2 \eta_2} \quad (214)$$

$$\Lambda_{27} = e^{-h_2 \eta_3} \quad (215)$$

$$\Lambda_{28} = e^{-h_2 \eta_4} \quad (216)$$

$$\Lambda_{29} = m_1 e^{-h_2 \eta_1} \quad (217)$$

$$\Lambda_{30} = m_2 e^{-h_2 \eta_2} \quad (218)$$

$$\Lambda_{31} = m_3 e^{-h_2 \eta_3} \quad (219)$$

$$\Lambda_{32} = m_4 e^{-h_2 \eta_4} \quad (220)$$

$$\Lambda_{33} = -\alpha k_1 \quad (221)$$

$$\Lambda_{34} = -\alpha k_2 \quad (222)$$

$$\Lambda_{35} = -\alpha k_3 \quad (223)$$

$$\Lambda_{36} = -\alpha k_4 \quad (224)$$

$$\Lambda_{37} = \alpha m_1 \quad (225)$$

$$\Lambda_{38} = \alpha m_2 \quad (226)$$

$$\Lambda_{39} = \alpha m_3 \quad (227)$$

$$\Lambda_{40} = \alpha m_4 \quad (228)$$

$$\tilde{P} = \frac{1}{C_{55}^0} \int_0^a p(t) \cos(\alpha t) dt \quad (229)$$

Cramer Kuralı kullanılarak  $A_i$  ve  $B_i$  ( $i=1, \dots, 4$ )'ler aşağıdaki gibi belirlenebilir:

$$A_i = \frac{\det(D_i)}{\det(D)} \quad (230)$$

$$B_i = \frac{\det(D_{i+4})}{\det(D)} \quad (231)$$

Burada  $\det(D)$  (188) numaralı denklemin katsayılar matrisinin determinanı,  $\det(D_i)$  ve  $\det(D_{i+4})$  ise sırasıyla katsayılar matrisinde  $i$ -inci ve  $i+4$ -üncü sütunun  $b$  vektörü ile değiştirilmesi ile elde edilen matrisin determinantıdır.

### 2.3. SİNGÜLER İNTEGRAL DENKLEM

Problem, (186)'da verilen panç profili yer değiştirme türev koşulunun kullanılmasıyla bir singüler integral denkleme indirgenir.  $A_i$  ( $i=1, \dots, 4$ ) katsayıları (186) numaralı sınır şartında

yerlerine yazılır, ortaya çıkan integral denklemin çekirdeğinin yakınsamasını bozan terimler ayıklanır ve bunların kapalı integralleri hesaplandıktan sonra limit işlemine geçilir ve  $p(t)=p(-t)$  olduğu göz önünde bulundurulursa (186) ifadesi aşağıdaki gibi bir singüler integral denkleme indirgenmiş olur:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-a}^a p(t) \left[ \frac{1}{t-x} + T(x, t) \right] dt = \frac{C_{55}^0}{\varphi} f(x) \quad (-a < x < a) \quad (232)$$

Burada;

$$T(x, t) = \frac{1}{\varphi} \int_0^\infty (V(\alpha) - \varphi) \sin[\alpha(t-x)] d\alpha \quad (233)$$

$$V(\alpha) = \frac{\sum_{i=1}^4 -\alpha A_i k_i e^{n_i h_1}}{\int_0^a p(t) dt} \quad (234)$$

$$\varphi = \lim_{\alpha \rightarrow \infty} V(\alpha) \quad (235)$$

olarak tanımlanmaktadır.

## 2.4. SİNGÜLER İNTEGRAL DENKLEMİN SAYISAL ÇÖZÜMÜ

İntegral denklemin normalizasyonu için aşağıdaki boyutsuz büyüklükler tarif edilmiştir:

$$x = ar \quad (236)$$

$$t = as \quad (237)$$

$$\omega(s) = \frac{p(as)}{C_{55}^0} \quad (238)$$

(238)'de geçen  $\omega(s)$  boyutsuzlaştırılmış temas gerilmesini göstermektedir. (236-238) ifadeleri (187) nolu denge şartında ve (232) nolu integral denklemde yerlerine yazılırsa söz konusu denge şartı ve integral denklem boyutsuzlaştırılmış olarak aşağıdaki gibi elde edilirler:

$$\frac{a}{h_1} \int_{-1}^1 \omega(s) ds = \frac{P}{C_{55}^0 h_1} \quad (239)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \omega(s) \left[ \frac{1}{s-r} + T^*(r, s) \right] ds = \frac{1}{\varphi} f(ar) \quad (-1 < r < 1) \quad (240)$$

Burada;

$$T^*(r, s) = \frac{a}{h_1} T(x, t) \quad (241)$$

olarak tanımlanmaktadır.

#### 2.4.1. Panç Profilinin Düz Olması Hali

Düz kenarlı panç durumunda pançın kenarlarında temas gerilmeleri singülariteye sahip olduğundan,  $\omega(\pm 1) \rightarrow \infty$ , (240) numaralı integral denklemin indisi “+1” dir (Erdoğan ve Gupta, 1972) ve bu integral denklemin sayısal çözümü aşağıdaki gibi aranabilir:

$$\omega(s) = \varpi(s)(1-s^2)^{-1/2} \quad (-1 < s < 1) \quad (242)$$

Ayrıca panç profilinin düz olması durumunda (232) nolu ifadede geçen  $f(x)=0$  olacaktır (Long vd., 2018). Uygun Gauss-Chebyshev integrasyon formülü kullanılırsa düz kenarlı panç durumunda denge şartı ve integral denklem aşağıdaki cebrik denklem takımına dönüştürülürler (Erdoğan ve Gupta, 1972):

$$\frac{a}{h_1} \sum_{k=1}^N W_k \varpi(s_k) = \frac{1}{\pi} \frac{P}{C_{55}^0 h_1} \quad (243)$$

$$\sum_{k=1}^N W_k \varpi(s_k) \left[ \frac{1}{s_k - r_i} + T^*(r_i, s_k) \right] = 0 \quad (i=1, \dots, N-1) \quad (244)$$

Burada:

$$W_1 = W_N = \frac{1}{2(N-1)} \quad (246)$$

$$W_k = \frac{1}{N-1} \quad (k=2, \dots, N-1) \quad (247)$$

$$s_k = \cos\left(\pi \frac{k-1}{N-1}\right) \quad (k=1, \dots, N) \quad (248)$$

$$r_i = \cos\left(\pi \frac{2i-1}{2(N-1)}\right) \quad (i=1, \dots, N-1) \quad (249)$$

olarak tanımlanmaktadır.

(243) ve (244) nolu denklemler incelendiğinde N bilinmeyenli N tane denklemden oluşan bir denklem sistemi görülmektedir. Bu denklem sisteminin çözülmesi sonucu  $\varpi(s_k)$  ( $k=1, \dots, N$ ) değerleri hesaplanabilir. Elde edilen  $\varpi(s_k)$  değerlerinin (242) nolu denklemde yerine yazılmasıyla boyutsuz temas gerilmesi yayılımı belirlenmiş olur.

#### 2.4.2. Panç Profilinin Silindirik Olması Hali

Panç profilinin silindirik olması durumunda  $\omega(\pm 1)=0$  olduğundan (240) numaralı integral denklemin indisi “-1” dir (Erdoğan ve Gupta, 1972) ve bu integral denklemin sayısal çözümü aşağıdaki gibi aranabilir:

$$\omega(s) = \varpi(s)(1-s^2)^{1/2} \quad (-1 < s < 1) \quad (250)$$

Ayrıca panç profilinin silindirik olması durumunda (232) nolu ifadede geçen  $f(x)=x/R$  olacaktır (Long vd., 2018). Uygun Gauss-Chebyshev integrasyon formülü kullanılırsa silindirik panç durumunda denge şartı ve integral denklem aşağıdaki cebrik denklem takımına dönüştürülürler (Erdoğan ve Gupta, 1972):

$$\frac{a}{h_1} \sum_{k=1}^N \frac{1-s_k^2}{N+1} \varpi(s_k) = \frac{1}{\pi} \frac{P}{C_{55}^0 h_1} \quad (251)$$

$$\sum_{k=1}^N \frac{1-s_k^2}{N+1} \left[ \frac{1}{s_k - r_i} + T^*(r_i, s_k) \right] \varpi(s_k) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{\phi} \frac{a/h_1}{R/h_1} r_i \quad (i=1, \dots, N+1) \quad (252)$$

Burada;

$$s_k = C \cos \left( \frac{k\pi}{N+1} \right) \quad (k = 1, \dots, N) \quad (253)$$

$$r_i = C \cos \left( \frac{\pi}{2} \frac{(2i-1)}{N+1} \right) \quad (i = 1, \dots, N+1) \quad (254)$$

olarak yazılabilir.

(251) ve (252) numaralı denklemler bilinmeyenler  $\varpi(s_k)$  ve  $a/h_1$ ’i belirlemek için birlikte çözülmelidir. (252)’de  $N+1$  adet denklem bulunmaktadır. Ek denklem, singüler integral denklemin uygunluk koşuluna karşılık gelir ve temas uzunluğu  $a/h_1$ ’i denge şartı (251) ile belirlemek için (252) numaralı denklemden çıkarılmalıdır. Böylece (251) ve (252) numaralı denklemler  $N+1$  adet bilinmeyeni (yani  $\varpi(s_k)$  ve  $a/h_1$ ) belirlemek için  $N+1$  adet cebirsel denklem sağlar. Denklem sistemi temas uzunluğu olan  $a/h_1$  değişkeni açısından doğrusal olmadığı için bilinmeyen temas uzunluğunu elde etmek amacıyla iteratif bir çözüm yöntemi uygulanmalıdır. Bu iteratif yöntemde öncelikle temas uzunluğu  $a/h_1$  için başlangıç değeri seçilir. Bu başlangıç değeri ile (252) numaralı denklem çözülür ve  $\varpi(s_k)$  belirlenir. Ardından (252) numaralı denklemden çıkarılmış olan denklem ( $N/2+1$ ’inci denklem) ve denge şartının (251) sağlanıp sağlanmadığı kontrol edilir. Eğer sağlanmazsa  $a/h_1$  için yeni değer seçilir. Söz konusu denklemler sağlanana kadar iterasyon devam eder.

## 2.5. FD ORTOTROP TABAKA İLE FD İZOTROP TABAKA ARASINDAKİ KRİTİK YÜK FAKTÖRÜ VE İLK AYRILMA NOKTASI

FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki ilk ayrılmayı meydana getirecek kritik yük faktörünün ve ilk ayrılma noktasının belirlenmesi için söz konusu tabakalara ait temas yüzeyi boyunca birbirine eşit olan  $\sigma_{1z}(x,0)$  veya  $\sigma_{2z}(x,0)$  gerilmelerinden herhangi birinin incelenmesi gerekmektedir. Bu çalışmada  $\sigma_{1z}(x,0)$  gerilmesi incelenmiştir. Bölüm 2.2.'de hesaplanmış olan  $A_i$  ( $i=1,\dots,4$ ) katsayıları (176) nolu denklemde yerlerine yazılır ve  $z=0$  alınırsa  $\sigma_{1z}(x,0)$  normal gerilmesi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\sigma_{1z}(x,0) = -\frac{\rho_1^0 g(e^{h_1 \Gamma_3} - 1)}{\Gamma_3} - \frac{1}{\pi} \int_0^a V(x,t) p(t) dt \quad (255)$$

Burada,

$$V(x,t) = \int_0^\infty \hat{B}(\alpha,0) [\cos \alpha(t+x) + \cos \alpha(t-x)] d\alpha \quad (256)$$

$$\hat{B}(\alpha,0) = \sum_{i=1}^4 \frac{A_i (C_{13}^0 \alpha + C_{33}^0 k_i n_i)}{\frac{1}{C_{55}^0} \int_0^a p(t) dt} \quad (257)$$

$p(t)=p(-t)$  olduğu göz önünde bulundurulur ve  $\zeta=ah_1$  değişken dönüşümü yapılırsa  $\sigma_{1z}(x,0)$  gerilmesi aşağıdaki hale dönüşür:

$$\sigma_{1z}(x,0) = -\frac{\rho_1^0 g(e^{h_1 \Gamma_3} - 1)}{\Gamma_3} - \frac{1}{\pi h_1} \int_{-a}^a V^*(x,t) p(t) dt \quad (258)$$

Kritik yük faktörünün ve ilk ayrılma noktasının belirlenmesinde aşağıdaki boyutsuz büyüklükler tanımlanmıştır:

$$x = ar \quad (259)$$

$$t = as \quad (260)$$

$$\omega(s) = \frac{p(as)}{(P/h_1)} \quad (261)$$

Bu boyutsuz büyüklüklerin (258) nolu denklemde yerlerine yazılması ve gerekli düzenlemelerin yapılması sonucunda ara yüzeydeki gerilme ifadesi aşağıdaki gibi boyutsuz olarak elde edilir:

$$\frac{\sigma_{1z}(x,0)}{P/h_1} = -\frac{1}{\lambda} \frac{(e^{h_1 \Gamma_3} - 1)}{\Gamma_3 h_1} - \frac{a}{\pi h_1} \int_{-1}^1 V^*(x,as) \omega(s) ds \quad (262)$$

Burada,

$$\lambda = \frac{P}{\rho_1^0 g h_1^2} \quad (263)$$

şeklinde tanımlanmış olup yük faktörü olarak adlandırılır.

Bölüm 2.4'te açıklandığı şekilde hesaplanan  $\omega(s)$  temas gerilmesi değerlerinin (262) nolu ifade de yerlerine yazılması ve Gauss-Chebyshev integrasyon formülünün kullanılması ile FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki değme yüzeyi boyunca  $\sigma_{1z}(x,0)/(P/h_1)$  boyutsuz gerilmeleri belirlenmiş olur. FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki kritik yük faktörünün ve ilk ayrılma noktasının belirlenmesi için (262) numaralı denklemin sıfıra eşitlenmesi gerekir.

$$\frac{\sigma_{1z}(x,0)}{P/h_1} = -\frac{1}{\lambda} \frac{(e^{h_1 \Gamma_3} - 1)}{\Gamma_3 h_1} - \frac{a}{\pi h_1} \int_{-1}^1 V^*(x, as) \omega(s) ds = 0 \quad (0 \leq x < \infty) \quad (264)$$

(264) ifadesi kullanılarak kritik yük faktörü ve ilk ayrılma noktası hesaplanabilir. (264) eşitliğini sağlayan boyutsuz  $(x_{cr}/h_1)$  uzaklığı ilk ayrılma noktası, buna karşılık gelen yük faktörü de kritik yük faktörü  $(\lambda_{cr})$ 'dür. Kritik yük faktörü aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\lambda_{cr} = \frac{P_{cr}}{\rho_1^0 g h_1^2} \quad (265)$$

## ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

### 3. BULGULAR

Bu bölümde, FD ortotrop ve FD izotrop tabakalardan oluşan tabakalı bir sistemin, rijit bir panç aracılığıyla tekil yükle yüklenmesi durumundaki sürekli temas probleminin çözümü sonucunda elde edilen bulgular analiz edilmiştir. FD izotrop tabaka alt yüzeyinden rijit temele bağlıdır. Çalışmada, düz panç ve silindirik panç olmak üzere iki farklı panç profili durumu ayrı ayrı ele alınmıştır. FD ortotrop tabaka ile rijit panç arasındaki temas gerilmesi dağılımları ve temas uzunlukları ile FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki kritik yük faktörü ve ilk ayrılma noktası, çeşitli boyutsuz parametreler ve ortotrop malzemelere bağlı olarak belirlenmiştir. Kullanılan ortotrop malzemelerin elastik özellikleri Tablo 1’de sunulmuştur.

**Tablo 1:** Çalışmada Kullanılan Ortotrop Malzemelerin Elastik Özellikleri (Binienda ve Pindera, 1994)

| Elastik Özellik  | Grafit/Epoksi (Gr/Ep P75/934) | Grafit/Epoksi (Gr/Ep T300/934) | Cam/Epoksi (Gl/Ep) | Grafit/Alüminyum (Gr/Al) | Bor/Alüminyum (B/Al) |
|------------------|-------------------------------|--------------------------------|--------------------|--------------------------|----------------------|
| $E_x$ (GPa)      | 243.0                         | 144.8                          | 42.7               | 402.6                    | 227.5                |
| $E_y$ (GPa)      | 7.2                           | 10.3                           | 11.7               | 24.1                     | 137.9                |
| $E_z$ (GPa)      | 7.2                           | 10.3                           | 11.7               | 24.1                     | 137.9                |
| $\mu_{xy}$       | 3.929                         | 5.515                          | 8.238              | 16.75                    | 55.152               |
| $\mu_{xz}$       | 3.929                         | 5.515                          | 8.238              | 16.75                    | 55.152               |
| $\mu_{yz}$       | 2.406                         | 3.447                          | 3.778              | 8.34                     | 49.244               |
| $\nu_{xy}$       | 0.33                          | 0.30                           | 0.27               | 0.29                     | 0.24                 |
| $\nu_{xz}$       | 0.33                          | 0.30                           | 0.27               | 0.29                     | 0.24                 |
| $\nu_{yz}$       | 0.49                          | 0.50                           | 0.55               | 0.45                     | 0.40                 |
| $C_{11}^0$ (GPa) | 246.114                       | 148.605                        | 46.860             | 410.108                  | 257.464              |
| $C_{13}^0$ (GPa) | 4.719                         | 6.342                          | 7.704              | 12.944                   | 62.425               |
| $C_{33}^0$ (GPa) | 9.565                         | 14.004                         | 18.041             | 30.628                   | 179.302              |
| $C_{55}^0$ (GPa) | 3.929                         | 5.515                          | 8.238              | 16.750                   | 55.152               |

Tablo 2’de bu çalışmanın bulgularını doğrulamak amacıyla Civelek ve Erdoğan (1976) tarafından gerçekleştirilen çalışmayla bir karşılaştırma sunulmuştur. Civelek ve Erdoğan (1976), rijit bir düzleme oturan homojen izotrop bir tabakanın tekil yük etkisi altındaki temas problemini incelemişlerdir. Bu literatür çalışması, mevcut çalışmanın belirli bir özel bir durumunu kapsamaktadır. Malzeme özelliklerine uygun değerler atanarak ve düz panç durumunda panç uzunluğu çok küçük seçilerek mevcut çalışma, Civelek ve Erdoğan’ın (1976) çalışmasının koşullarına uyarlanmıştır. Karşılaştırmada kritik yük faktörü ve ilk ayrılma noktası

incelenmiştir. Karşılaştırma sonucunda her iki çalışmanın sonuçlarının yüksek düzeyde uyum gösterdiği ve maksimum rölatif farkın % 0.025416 olduğu belirlenmiştir.

**Tablo 2:** Düz Panç Durumunda Bu Çalışmanın Özel Halinin Literatür ile Karşılaştırılması ( $h_2/h_1=1$ ,  $\mu_2^0 \rightarrow \infty$ ,  $\Psi_1 \rightarrow 1$ ,  $\Psi_2 \rightarrow 1$ ,  $\Psi_3 \rightarrow 1$ ,  $E_x=E_y=E_z=25$ ,  $\mu_{xy}=\mu_{xz}=\mu_{yz}=10$ ,  $\nu_{xy}=\nu_{xz}=\nu_{yz}=0.25$ )

| a/h <sub>1</sub> | Bu Çalışma     |              | Civelek ve Erdoğan (1976) |              | Fark (%)       |              |
|------------------|----------------|--------------|---------------------------|--------------|----------------|--------------|
|                  | $\lambda_{cr}$ | $x_{cr}/h_1$ | $\lambda_{cr}$            | $x_{cr}/h_1$ | $\lambda_{cr}$ | $x_{cr}/h_1$ |
| $\rightarrow 0$  | 44.1392        | 1.771        | 44.13924                  | 1.77055      | 0.000091       | 0.025416     |

Tablo 3'te bu çalışmanın sonuçlarını teyit etmek amacıyla Civelek vd. (1978) tarafından yapılan çalışma ile bir karşılaştırma gerçekleştirilmiştir. Civelek vd. (1978), rijit bir düzleme oturan homojen izotrop bir tabakanın rijit düz bir pançla bastırılması durumundaki temas problemini ele almışlardır. Karşılaştırılan literatür çalışması, mevcut çalışmanın özel bir durumunu yansıtmaktadır. Malzeme özelliklerine uygun değerler atanarak, mevcut çalışma Civelek vd. (1978) çalışmasının koşullarına entegre edilmiştir. Yapılan karşılaştırmada, kritik yük faktörü ve ilk ayrılma noktası dikkate alınmış ve bu çalışma ile Civelek vd. (1978) sonuçları arasındaki maksimum rölatif farkın % 2.040816 olduğu tespit edilmiştir. Bu bulgular sonuçların oldukça uyumlu olduğunu göstermektedir.

**Tablo 3:** Düz Panç Durumunda Bu Çalışmanın Özel Halinin Literatür ile Karşılaştırılması ( $h_2/h_1=1$ ,  $\mu_2^0 \rightarrow \infty$ ,  $\Psi_1 \rightarrow 1$ ,  $\Psi_2 \rightarrow 1$ ,  $\Psi_3 \rightarrow 1$ ,  $E_x=E_y=E_z=25$ ,  $\mu_{xy}=\mu_{xz}=\mu_{yz}=10$ ,  $\nu_{xy}=\nu_{xz}=\nu_{yz}=0.25$ )

| a/h <sub>1</sub> | Bu Çalışma     |              | Civelek vd. (1978) |              | Fark (%)       |              |
|------------------|----------------|--------------|--------------------|--------------|----------------|--------------|
|                  | $\lambda_{cr}$ | $x_{cr}/h_1$ | $\lambda_{cr}$     | $x_{cr}/h_1$ | $\lambda_{cr}$ | $x_{cr}/h_1$ |
| 0.5              | 58.8885        | 2.0          | 58.88              | 1.96         | 0.014436       | 2.040816     |
| 1                | 92.404         | 2.461        | 92.40              | 2.42         | 0.004329       | 1.694215     |
| 2                | 169.579        | 3.458        | 169.57             | 3.42         | 0.005308       | 1.111111     |

Tablo 4-7'de bu çalışmanın sonuçlarını doğrulamak amacıyla literatürde Çakıroğlu (1979) tarafından yapılan çalışma ile bir karşılaştırma sunulmuştur. Çakıroğlu (1979) çalışmasında homojen izotrop yarım düzleme oturan homojen izotrop tabakanın rijit düz bir panç ile bastırılması durumundaki temas problemini ele almıştır. Karşılaştırılan literatür çalışması, bu çalışmanın özel bir durumunu temsil etmektedir. Malzeme özelliklerine çeşitli değerler atanarak bu çalışma, Çakıroğlu (1979) tarafından yapılan çalışmanın koşullarına dönüştürülmüştür. Karşılaştırma kritik yük faktörü ve ilk ayrılma noktası açısından yapılmış, sonuçların birbirine oldukça yakın olduğu ve maksimum rölatif farkın % 0.152912 olduğu tespit edilmiştir.

**Tablo 4:** Düz Panç Durumunda Bu Çalışmanın Özel Halinin Literatür ile Karşılaştırılması ( $\kappa_1/\kappa_2=1$ ,  $\mu_2^0=20$ ,  $h_1=1$ ,  $h_2 \rightarrow \infty$ ,  $\Psi_1 \rightarrow 1$ ,  $\Psi_2 \rightarrow 1$ ,  $\Psi_3 \rightarrow 1$ ,  $E_x=E_y=E_z=25$ ,  $\mu_{xy}=\mu_{xz}=\mu_{yz}=10$ ,  $v_{xy}=v_{xz}=v_{yz}=0.25$ )

| a/h <sub>1</sub> | Bu Çalışma     |              | Çakıroğlu (1979) |              | Fark (%)       |              |
|------------------|----------------|--------------|------------------|--------------|----------------|--------------|
|                  | $\lambda_{cr}$ | $x_{cr}/h_1$ | $\lambda_{cr}$   | $x_{cr}/h_1$ | $\lambda_{cr}$ | $x_{cr}/h_1$ |
| 0.5              | 120.424        | 2.584        | 120.396          | 2.584        | 0.023257       | 0.0000       |
| 1                | 168.076        | 3.029        | 168.017          | 3.029        | 0.035115       | 0.0000       |
| 2                | 273.586        | 4.044        | 273.489          | 4.044        | 0.035468       | 0.0000       |
| 4                | 439.167        | 6.060        | 438.900          | 6.060        | 0.060834       | 0.0000       |

**Tablo 5:** Düz Panç Durumunda Bu Çalışmanın Özel Halinin Literatür ile Karşılaştırılması ( $\kappa_1/\kappa_2=1$ ,  $\mu_2^0=10$ ,  $h_1=1$ ,  $h_2 \rightarrow \infty$ ,  $\Psi_1 \rightarrow 1$ ,  $\Psi_2 \rightarrow 1$ ,  $\Psi_3 \rightarrow 1$ ,  $E_x=E_y=E_z=25$ ,  $\mu_{xy}=\mu_{xz}=\mu_{yz}=10$ ,  $v_{xy}=v_{xz}=v_{yz}=0.25$ )

| a/h <sub>1</sub> | Bu Çalışma     |              | Çakıroğlu (1979) |              | Fark (%)       |              |
|------------------|----------------|--------------|------------------|--------------|----------------|--------------|
|                  | $\lambda_{cr}$ | $x_{cr}/h_1$ | $\lambda_{cr}$   | $x_{cr}/h_1$ | $\lambda_{cr}$ | $x_{cr}/h_1$ |
| 0.5              | 158.358        | 3.073        | 158.305          | 3.074        | 0.033480       | 0.032531     |
| 1                | 209.848        | 3.506        | 209.738          | 3.506        | 0.052446       | 0.0000       |
| 2                | 326.059        | 4.532        | 325.881          | 4.532        | 0.054621       | 0.0000       |
| 4                | 503.116        | 6.555        | 502.854          | 6.555        | 0.052103       | 0.0000       |

**Tablo 6:** Düz Panç Durumunda Bu Çalışmanın Özel Halinin Literatür ile Karşılaştırılması ( $\kappa_1/\kappa_2=1$ ,  $\mu_2^0=10/3$ ,  $h_1=1$ ,  $h_2 \rightarrow \infty$ ,  $\Psi_1 \rightarrow 1$ ,  $\Psi_2 \rightarrow 1$ ,  $\Psi_3 \rightarrow 1$ ,  $E_x=E_y=E_z=25$ ,  $\mu_{xy}=\mu_{xz}=\mu_{yz}=10$ ,  $v_{xy}=v_{xz}=v_{yz}=0.25$ )

| a/h <sub>1</sub> | Bu Çalışma     |              | Çakıroğlu (1979) |              | Fark (%)       |              |
|------------------|----------------|--------------|------------------|--------------|----------------|--------------|
|                  | $\lambda_{cr}$ | $x_{cr}/h_1$ | $\lambda_{cr}$   | $x_{cr}/h_1$ | $\lambda_{cr}$ | $x_{cr}/h_1$ |
| 0.5              | 206.721        | 4.211        | 206.577          | 4.212        | 0.069708       | 0.023742     |
| 1                | 255.658        | 4.629        | 255.514          | 4.630        | 0.056357       | 0.021598     |
| 2                | 370.713        | 5.678        | 370.147          | 5.679        | 0.152912       | 0.017609     |
| 4                | 545.647        | 7.717        | 546.273          | 7.718        | 0.114595       | 0.012957     |

**Tablo 7:** Düz Panç Durumunda Bu Çalışmanın Özel Halinin Literatür ile Karşılaştırılması ( $\kappa_1/\kappa_2=1$ ,  $h_1=1$ ,  $h_2 \rightarrow \infty$ ,  $\Psi_1 \rightarrow 1$ ,  $\Psi_2 \rightarrow 1$ ,  $\Psi_3 \rightarrow 1$ ,  $E_x=E_y=E_z=25$ ,  $\mu_{xy}=\mu_{xz}=\mu_{yz}=10$ ,  $v_{xy}=v_{xz}=v_{yz}=0.25$ ,  $a/h_1=10^{-10}$ )

| $\mu_2^0$ | Bu Çalışma     |              | Çakıroğlu (1979) |              | Fark (%)       |              |
|-----------|----------------|--------------|------------------|--------------|----------------|--------------|
|           | $\lambda_{cr}$ | $x_{cr}/h_1$ | $\lambda_{cr}$   | $x_{cr}/h_1$ | $\lambda_{cr}$ | $x_{cr}/h_1$ |
| 70        | 60.0739        | 1.943        | 60.078           | 1.944        | 0.006824       | 0.051440     |
| 10        | 139.035        | 2.903        | 139.030          | 2.903        | 0.003596       | 0.0000       |
| 6         | 164.919        | 3.394        | 164.900          | 3.394        | 0.011522       | 0.0000       |
| 10/7      | 230.163        | 5.318        | 230.022          | 5.320        | 0.061298       | 0.037594     |

Tablo 8’de bu çalışmanın sonuçlarını doğrulamak amacıyla Geçit (1980) tarafından gerçekleştirilen çalışmayla bir karşılaştırma sunulmuştur. Geçit (1980) çalışmasında homojen izotrop yarım düzleme oturan homojen izotrop bir tabakanın tekil bir yük etkisindeki temas

problemini incelemiştir. Bu literatür çalışması, mevcut çalışmanın özel bir halini içermektedir. Malzeme özelliklerine uygun değerler atanarak ve düz panç durumunda panç uzunluğu çok küçük seçilerek mevcut çalışma, Geçit (1980) tarafından yapılan çalışmaya dönüştürülmüştür. Kritik yük faktörü ve ilk ayrılma noktası karşılaştırmada incelenen parametrelerdir. Karşılaştırma sonucunda her iki çalışmanın sonuçlarının oldukça uyumlu olduğu ve maksimum rölatif farkın % 2.361219 olduğu belirlenmiştir.

**Tablo 8:** Düz Panç Durumunda Bu Çalışmanın Özel Halinin Literatür ile Karşılaştırılması ( $\kappa_1/\kappa_2=1$ ,  $h_1=1$ ,  $h_2 \rightarrow \infty$ ,  $a/h_1=10^{-10}$ ,  $\Psi_1 \rightarrow 1$ ,  $\Psi_2 \rightarrow 1$ ,  $\Psi_3 \rightarrow 1$ ,  $E_x=E_y=E_z=25$ ,  $\mu_{xy}=\mu_{xz}=\mu_{yz}=10$ ,  $v_{xy}=v_{xz}=v_{yz}=0.25$ )

| $\mu_2^0$ | Bu Çalışma     |              | Geçit (1980)   |              | Fark (%)       |              |
|-----------|----------------|--------------|----------------|--------------|----------------|--------------|
|           | $\lambda_{cr}$ | $x_{cr}/h_1$ | $\lambda_{cr}$ | $x_{cr}/h_1$ | $\lambda_{cr}$ | $x_{cr}/h_1$ |
| 100       | 55.0878        | 1.890        | 56.42          | 1.86         | 2.361219       | 1.612903     |
| 10        | 139.035        | 2.903        | 140.39         | 2.94         | 0.965168       | 1.258503     |
| 1         | 249.949        | 5.960        | 250.67         | 5.87         | 0.287629       | 1.533220     |

Tablo 9-11’de bu çalışmanın sonuçlarını doğrulamak amacıyla Öner (2021) tarafından gerçekleştirilen çalışma ile bir karşılaştırma yapılmıştır. Öner (2021) çalışmasında, rijit düzleme oturan homojen ortotrop bir tabakanın rijit düz bir pançla bastırılması durumundaki temas problemini ele almıştır. Karşılaştırılan literatür çalışması, mevcut çalışmanın özel bir durumunu temsil etmektedir. Malzeme özelliklerine uygun değerler atanarak, mevcut çalışma Öner (2021) tarafından yapılan çalışmaya dönüştürülmüştür. Yapılan karşılaştırmada, kritik yük faktörü ve ilk ayrılma noktası incelenmiş ve bu çalışma ile Öner (2021) sonuçları arasındaki maksimum rölatif farkın % 0.141343 olduğu belirlenmiştir. Bu bulgular sonuçların birbiriyle oldukça uyumlu olduğunu ortaya koymaktadır.

**Tablo 9:** Düz Panç Durumunda Bu Çalışmanın Özel Halinin Literatür ile Karşılaştırılması ( $h_2/h_1=1$ ,  $\mu_2^0 \rightarrow \infty$ ,  $a/h_1=0.5$ ,  $\Psi_1 \rightarrow 1$ ,  $\Psi_2 \rightarrow 1$ ,  $\Psi_3 \rightarrow 1$ )

| Ortotrop<br>Malzeme Türü | Bu Çalışma     |              | Öner (2021)    |              | Fark (%)       |              |
|--------------------------|----------------|--------------|----------------|--------------|----------------|--------------|
|                          | $\lambda_{cr}$ | $x_{cr}/h_1$ | $\lambda_{cr}$ | $x_{cr}/h_1$ | $\lambda_{cr}$ | $x_{cr}/h_1$ |
| Gr/Ep(P75/934)           | 585.912        | 3.316        | 585.918        | 3.32         | 0.001024       | 0.120482     |
| Gl/Ep                    | 84.4841        | 2.401        | 84.4842        | 2.40         | 0.000118       | 0.041667     |
| B/Al                     | 81.6953        | 2.111        | 81.6957        | 2.11         | 0.000490       | 0.047393     |

**Tablo 10:** Düz Panç Durumunda Bu Çalışmanın Özel Halinin Literatür ile Karşılaştırılması ( $h_2/h_1=1$ ,  $\mu_2^0 \rightarrow \infty$ ,  $a/h_1=0.8$ ,  $\Psi_1 \rightarrow 1$ ,  $\Psi_2 \rightarrow 1$ ,  $\Psi_3 \rightarrow 1$ )

| Ortotrop<br>Malzeme Türü | Bu Çalışma     |              | Öner (2021)    |              | Fark (%)       |              |
|--------------------------|----------------|--------------|----------------|--------------|----------------|--------------|
|                          | $\lambda_{cr}$ | $x_{cr}/h_1$ | $\lambda_{cr}$ | $x_{cr}/h_1$ | $\lambda_{cr}$ | $x_{cr}/h_1$ |
| Gr/Ep(P75/934)           | 641.249        | 3.534        | 641.256        | 3.53         | 0.001092       | 0.113314     |
| Gl/Ep                    | 103.922        | 2.643        | 103.923        | 2.64         | 0.000962       | 0.113636     |
| B/Al                     | 103.895        | 2.369        | 103.895        | 2.37         | 0.0000         | 0.042194     |

**Tablo 11:** Düz Panç Durumunda Bu Çalışmanın Özel Halinin Literatür ile Karşılaştırılması ( $h_2/h_1=1$ ,  $\mu_2^0 \rightarrow \infty$ ,  $a/h_1=1$ ,  $\Psi_1 \rightarrow 1$ ,  $\Psi_2 \rightarrow 1$ ,  $\Psi_3 \rightarrow 1$ )

| Ortotrop<br>Malzeme Türü | Bu Çalışma     |              | Öner (2021)    |              | Fark (%)       |              |
|--------------------------|----------------|--------------|----------------|--------------|----------------|--------------|
|                          | $\lambda_{cr}$ | $x_{cr}/h_1$ | $\lambda_{cr}$ | $x_{cr}/h_1$ | $\lambda_{cr}$ | $x_{cr}/h_1$ |
| Gr/Ep(P75/934)           | 683.768        | 3.698        | 683.769        | 3.70         | 0.000146       | 0.054054     |
| Gl/Ep                    | 119.450        | 2.826        | 119.454        | 2.83         | 0.003349       | 0.141343     |

Tablo 12-14'te bu çalışmanın sonuçlarını doğrulamak amacıyla literatürde Karabulut (2021) tarafından yapılan çalışma ile bir karşılaştırma sunulmuştur. Karabulut (2021) çalışmasında rijit düzleme bağlanmış FD ortotrop ve homojen izotrop tabakanın rijit silindirik bir panç aracılığıyla yüklenmesi durumundaki temas problemini incelemiştir. Malzeme özelliklerine çeşitli değerler atanarak bu çalışma, Karabulut (2021) tarafından yapılan çalışmanın koşullarına dönüştürülmüştür. Karşılaştırma FD ortotrop tabaka ile rijit silindirik panç arasındaki temas uzunluğu bağlamında gerçekleştirilmiş olup, sonuçların mükemmel bir uyum gösterdiği ve maksimum rölatif farkın % 0.782802 olduğu belirlenmiştir.

**Tablo 12:** Silindirik Panç Durumunda Bu Çalışmanın Özel Halinin Literatür ile Karşılaştırılması ( $h_2/h_1=2$ ,  $R/h_1=10$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ ,  $\Psi_2 \rightarrow 1$ , Gl/Ep)

| $P/(C_{55}^0 h_1)$       | $\Psi_1$ | $a/h_1$    |                  |          |
|--------------------------|----------|------------|------------------|----------|
|                          |          | Bu Çalışma | Karabulut (2021) | Fark (%) |
| $0.63221 \cdot 10^{-3}$  | 0.1      | 0.162899   | 0.16353          | 0.385862 |
| $0.452193 \cdot 10^{-3}$ | 0.2      | 0.103717   | 0.10384          | 0.118451 |
| $0.328401 \cdot 10^{-3}$ | 0.5      | 0.058426   | 0.058471         | 0.076961 |
| $0.294316 \cdot 10^{-3}$ | 0.75     | 0.045643   | 0.045666         | 0.050366 |
| $0.274714 \cdot 10^{-3}$ | 1        | 0.038399   | 0.038383         | 0.041685 |
| $0.239049 \cdot 10^{-3}$ | 2        | 0.025561   | 0.025504         | 0.223494 |
| $0.214902 \cdot 10^{-3}$ | 4        | 0.017252   | 0.017118         | 0.782802 |

**Tablo 13:** Silindirik Panç Durumunda Bu Çalışmanın Özel Halinin Literatür ile Karşılaştırılması ( $h_2/h_1=2$ ,  $R/h_1=10$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ ,  $\Psi_2 \rightarrow 1$ , Gl/Ep)

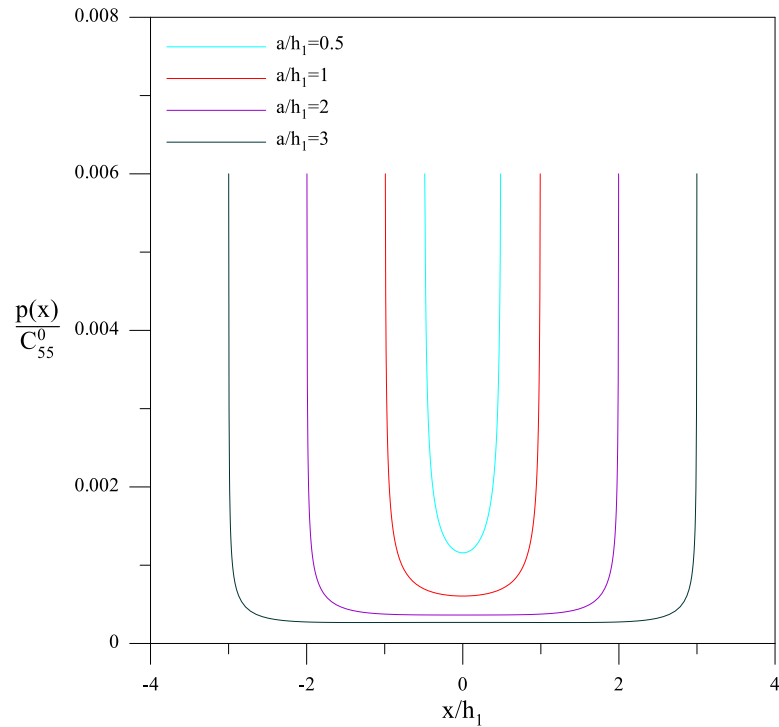
| $P/(C_{55}^0 h_1)$       | $\Psi_1$ | $a/h_1$    |                  |           |
|--------------------------|----------|------------|------------------|-----------|
|                          |          | Bu Çalışma | Karabulut (2021) | Fark (%)  |
| $0.942654 \cdot 10^{-3}$ | 0.1      | 0.194950   | 0.195112         | 0.083029  |
| $0.668577 \cdot 10^{-3}$ | 0.2      | 0.124780   | 0.124893         | 0.090477  |
| $0.485059 \cdot 10^{-3}$ | 0.5      | 0.0707805  | 0.0708444        | 0.0901977 |
| $0.434637 \cdot 10^{-3}$ | 0.75     | 0.0554082  | 0.0554373        | 0.0524917 |
| $0.405656 \cdot 10^{-3}$ | 1        | 0.0466599  | 0.0466457        | 0.0304422 |
| $0.352951 \cdot 10^{-3}$ | 2        | 0.0310920  | 0.0310455        | 0.1497802 |
| $0.317282 \cdot 10^{-3}$ | 4        | 0.0209875  | 0.0208588        | 0.6170058 |

**Tablo 14:** Silindirik Panç Durumunda Bu Çalışmanın Özel Halinin Literatür ile Karşılaştırılması ( $h_2/h_1=2$ ,  $R/h_1=10$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ ,  $\Psi_2 \rightarrow 1$ ,  $G/E_p$ )

| $P/(C_{55}^0 h_1)$       | $\Psi_1$ | $a/h_1$    |                  |           |
|--------------------------|----------|------------|------------------|-----------|
|                          |          | Bu Çalışma | Karabulut (2021) | Fark (%)  |
| $1.452454 \cdot 10^{-3}$ | 0.1      | 0.236105   | 0.236282         | 0.0749105 |
| $1.02701 \cdot 10^{-3}$  | 0.2      | 0.152539   | 0.152657         | 0.077297  |
| $0.743994 \cdot 10^{-3}$ | 0.5      | 0.0873048  | 0.0873537        | 0.0559793 |
| $0.666482 \cdot 10^{-3}$ | 0.75     | 0.0685173  | 0.0685323        | 0.0218875 |
| $0.621969 \cdot 10^{-3}$ | 1        | 0.0577817  | 0.0577591        | 0.0391280 |
| $0.541081 \cdot 10^{-3}$ | 2        | 0.0385594  | 0.0385204        | 0.1012451 |
| $0.486371 \cdot 10^{-3}$ | 4        | 0.0260276  | 0.0259142        | 0.4375979 |

Şekil 2-7’de düz panç durumu için boyutsuzlaştırılmış çeşitli parametrelere ve çeşitli ortotrop malzemelere bağlı olarak FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas gerilmesi yayılışları verilmiştir. Şekiller incelendiğinde söz konusu temas gerilmelerinin pançın keskin kenarlarında sonsuza yaklaştığı minimum değerini ise simetri ekseninde aldığı görülmektedir.

Şekil 2’de düz panç durumunda çeşitli panç uzunluğu değerleri için FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas gerilmesi yayılışı verilmiştir. İncelenen şekil, panç uzunluğundaki artışın temas gerilmesinde azalmaya yol açtığını göstermektedir. Bu azalma, panç uzunluğundaki artışın yükün daha geniş bir yüzeye yayılmasına neden olmasından kaynaklanmaktadır.

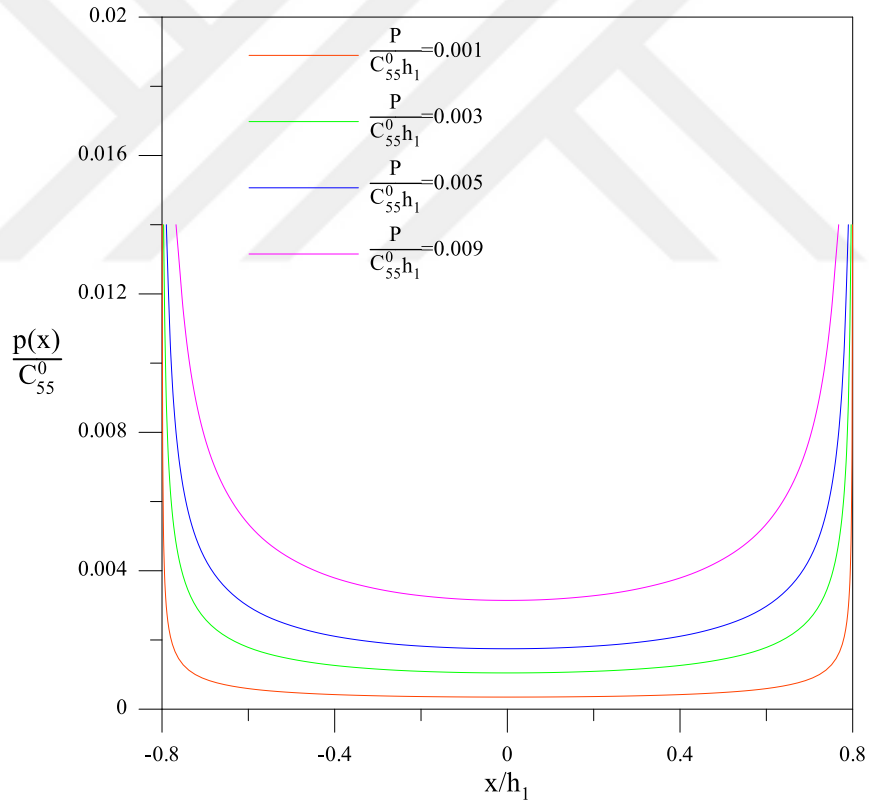


**Şekil 2:** Düz Panç Durumunda Çeşitli Panç Uzunluğu Değerleri için FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılışı ( $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ ,  $P/(C_{55}^0 h_1)=0.002$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ ,  $G_r/E_p$  P75/934)

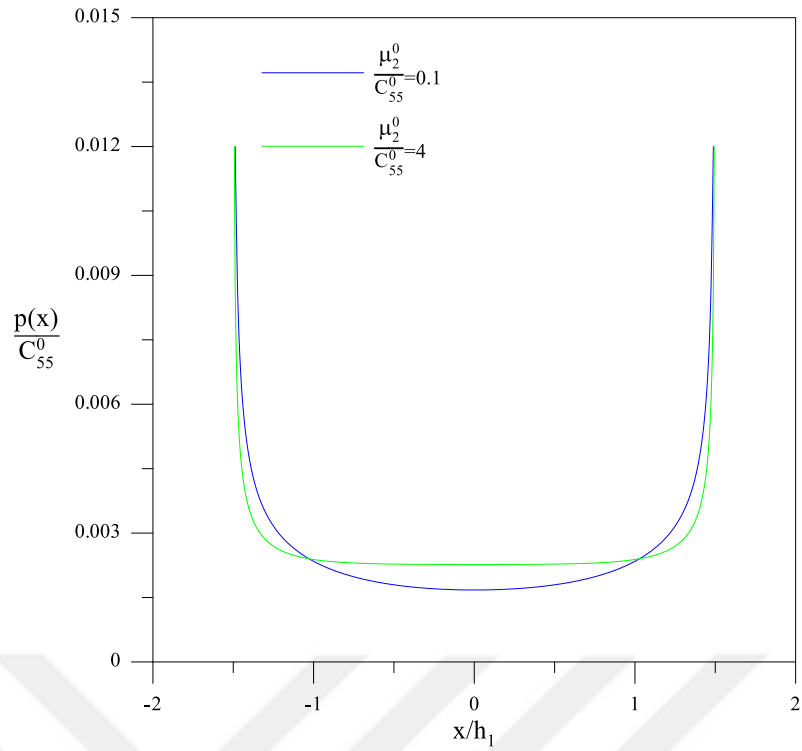
Şekil 3'te düz panç durumunda çeşitli dış yük değerleri için FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas gerilmesi yayılımı gösterilmiştir. Şekil incelendiğinde pança uygulanan dış yükün artması durumunda temas gerilmesinin de arttığı görülmektedir.

Şekil 4'te düz panç durumunda FD izotrop tabakanın üst yüzeyinin kayma modülüne bağlı olarak FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas gerilmesi yayılımı sunulmuştur. Şekilden de görülebileceği gibi diğer parametreler sabit tutularak FD izotrop tabakanın üst yüzeyinin kayma modülünün artırılması durumunda FD izotrop tabakanın üst yüzeyi daha rijit hale gelmekte, bu durum da minimum temas gerilmesinde artışa neden olmaktadır.

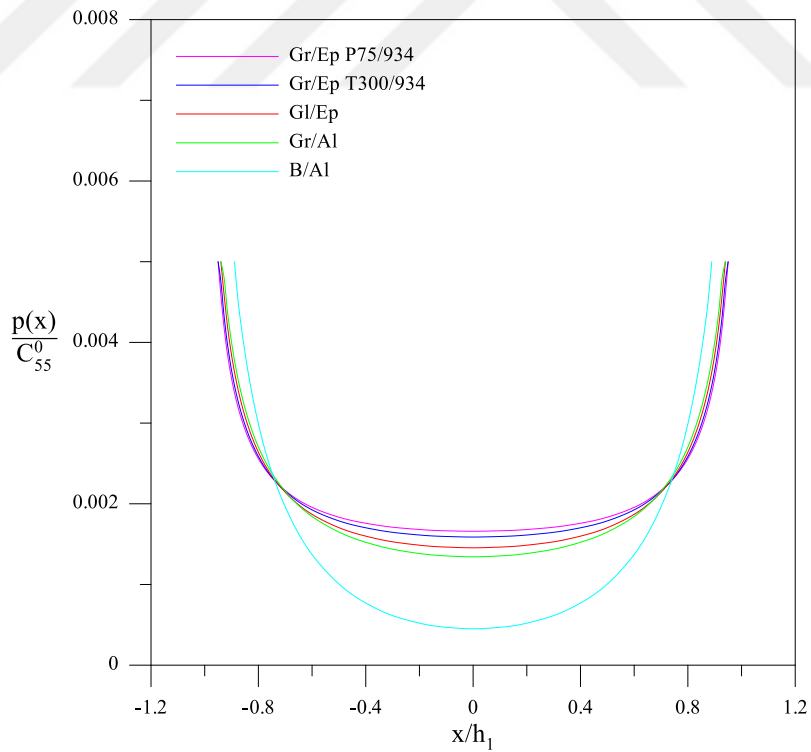
Şekil 5'te düz panç durumunda kullanılan çeşitli ortotrop malzemeler için FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas gerilmesi yayılımı sunulmuştur. Şekil incelendiğinde görülmektedir ki kullanılan beş farklı ortotrop malzeme arasından B/Al malzemesi kullanılması durumunda minimum temas gerilmesi ortaya çıkmaktadır.



**Şekil 3:** Düz Panç Durumunda Çeşitli Dış Yük Değerleri için FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı ( $a/h_1=0.8$ ,  $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ ,  $G/E_p$ )

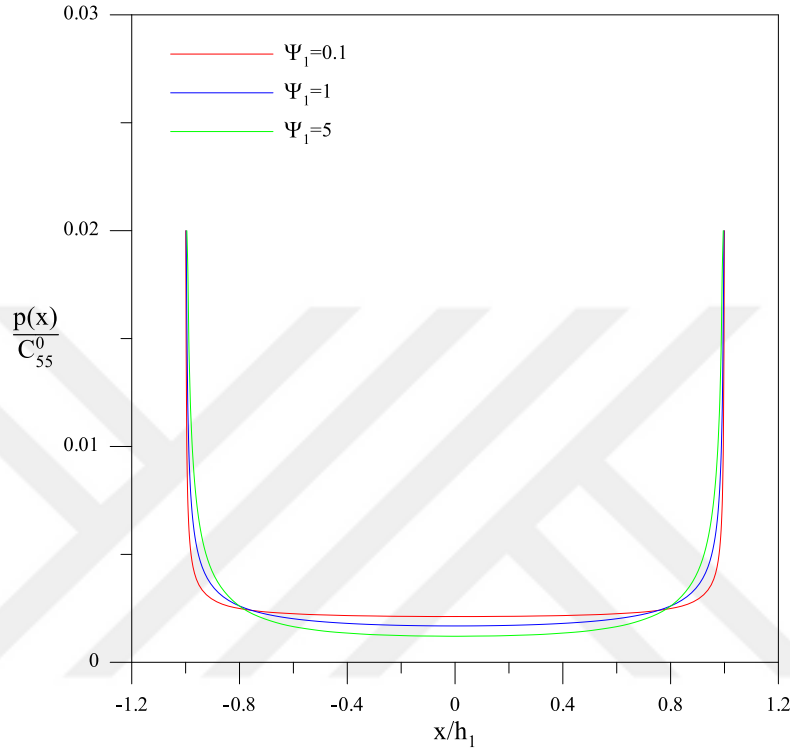


**Şekil 4:** Düz Panç Durumunda FD İzotrop Tabakanın Üst Yüzeyinin Kayma Modülüne Bağlı Olarak FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı ( $a/h_1=1.5$ ,  $\Psi_1=0.5$ ,  $\Psi_2=0.5$ ,  $P/(C_{55}^0 h_1)=0.008$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ , Gr/Al)



**Şekil 5:** Düz Panç Durumunda Çeşitli Ortotrop Malzemeler için FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı ( $a/h_1=1$ ,  $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ ,  $P/(C_{55}^0 h_1)=0.005$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ )

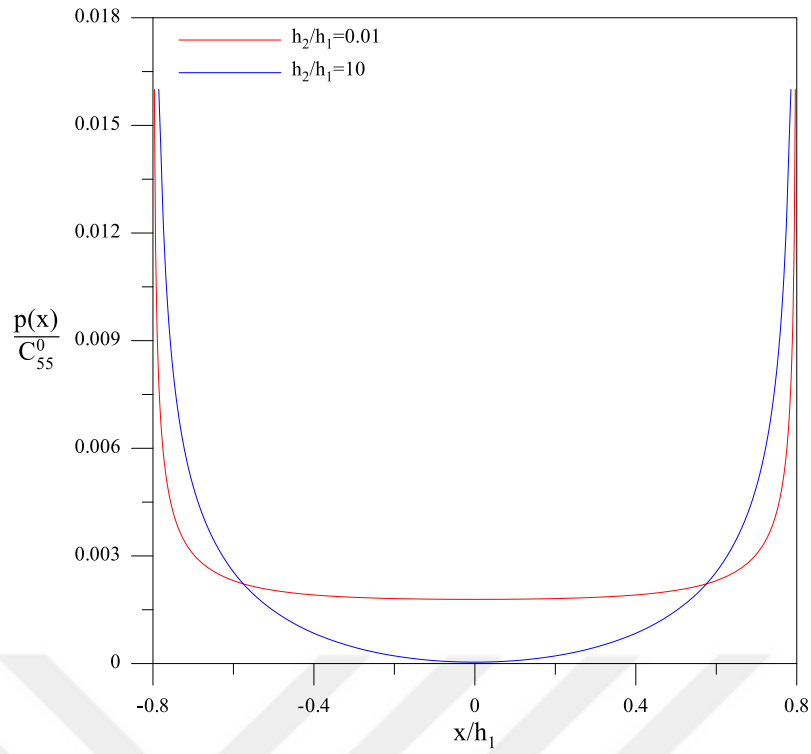
Şekil 6’da düz panç durumunda FD ortotrop tabakanın rijitlik katsayılarının derecelendirilmesine bağlı olarak FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas gerilmesi yayılımı verilmiştir. Şekilden de kolaylıkla görülebileceği gibi FD ortotrop tabakanın rijitliği asal doğrultularda alt yüzeyinden üst yüzeyine doğru arttıkça minimum temas gerilmesi azalmaktadır.



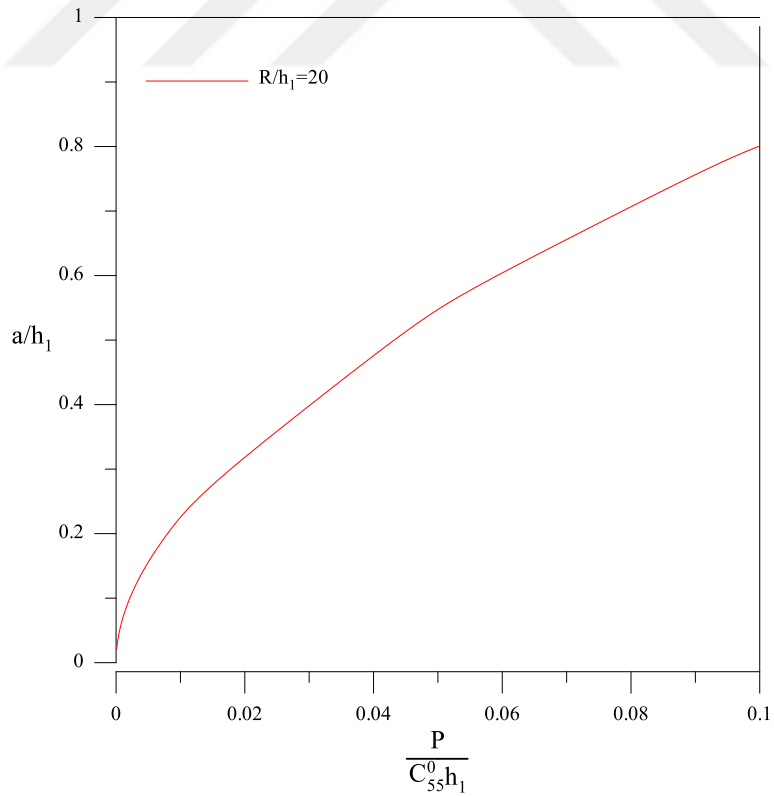
**Şekil 6:** Düz Panç Durumunda FD Ortotrop Tabakanın Rijitlik Katsayılarının Derecelendirilmesine Bağlı Olarak FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı ( $a/h_1=1$ ,  $\Psi_2=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ ,  $P/(C_{55}^0 h_1)=0.005$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ , Gr/Ep T300/934)

Şekil 7’de düz panç durumunda tabaka yükseklikleri oranına bağlı olarak FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas gerilmesi yayılımı gösterilmiştir. Şekilden de görülebileceği gibi FD izotrop tabakanın yüksekliği FD ortotrop tabakanın yüksekliğine oranla artırıldıkça minimum temas gerilmesi azalmaktadır.

Şekil 8 ve Tablo 15’te silindirik panç durumunda çeşitli dış yük değerlerine bağlı olarak FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğunun değişimi görülmektedir. Şekil ve tablo incelendiğinde dış yükteki artışın temas uzunluğunda artışa neden olduğu görülmektedir. Silindirik pança daha büyük bir yük uygulanmasının pançın FD ortotrop tabakaya daha fazla girintilenmesine neden olacağı bu sonucun ortaya çıkmasında etkili olmuştur.



**Şekil 7:** Düz Panç Durumunda Tabaka Yükseklikleri Oranına Bağlı Olarak FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı ( $a/h_1=0.8$ ,  $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ ,  $P/(C_{55}^0 h_1)=0.004$ ,  $\kappa_2=2$ , Gr/Ep T300/934)



**Şekil 8:** Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Dış Yük Değerlerine Bağlı Olarak FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunluğunun Değişimi ( $R/h_1=20$ ,  $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ , B/Al)

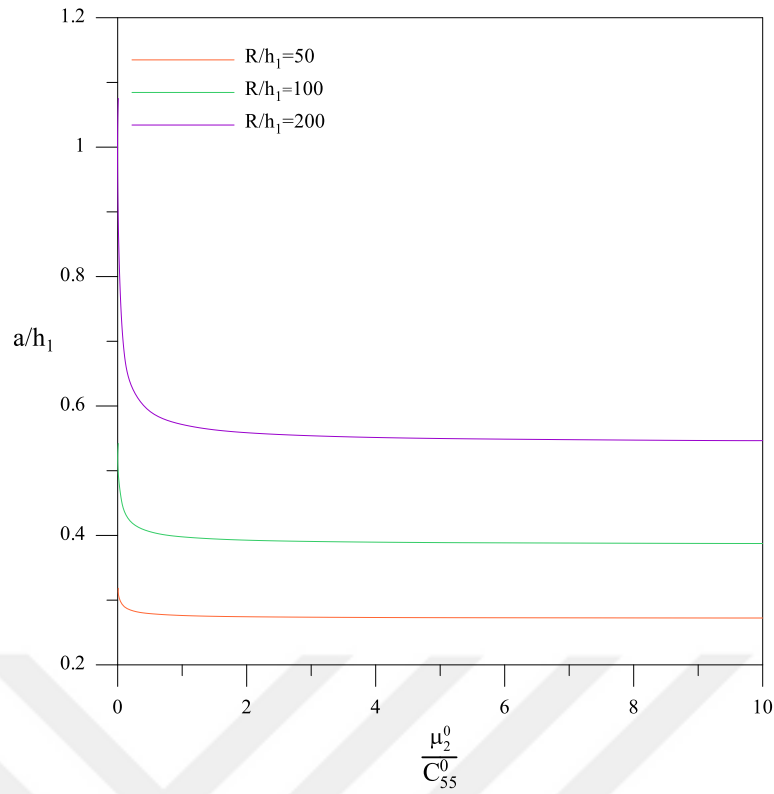
**Tablo 15:** Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Dış Yük Değerlerine Bağlı Olarak FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunluğunun Değişimi ( $R/h_1=20$ ,  $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ ,  $B/Al$ )

| $P/(C_{55}^0 h_1)$ | $a/h_1$       |
|--------------------|---------------|
| 0.0001             | 0.02112682948 |
| 0.0002             | 0.02989488079 |
| 0.0005             | 0.04751335327 |
| 0.001              | 0.06765237566 |
| 0.002              | 0.09662292396 |
| 0.004              | 0.1385991087  |
| 0.005              | 0.1558607196  |
| 0.008              | 0.2000326635  |
| 0.01               | 0.225474995   |
| 0.05               | 0.5474101584  |
| 0.1                | 0.8007734548  |

Şekil 9 ve Tablo 16’da silindirik panç durumunda panç yarıçapına bağlı olarak FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğunun FD izotrop tabakanın üst yüzeyinin kayma modülüne bağlı olarak değişimi görülmektedir. Şekil ve tablo incelendiğinde FD izotrop tabakanın üst yüzeyinin kayma modülündeki artışın yani üst yüzeyindeki rijitlik artışının daha küçük temas uzunluğuna neden olduğu görülmektedir.

Şekil 10 ve Tablo 17’de silindirik panç durumunda çeşitli ortotrop malzemeler için panç yarıçapına bağlı olarak FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğunun değişimi görülmektedir. Tablo 1 incelendiğinde kullanılan ortotrop malzemelerin yükleme doğrultusundaki rijitliklerine göre büyükten küçüğe doğru sıralanışının  $B/Al$ ,  $Gr/Al$ ,  $Gl/Ep$ ,  $Gr/Ep$  T300/934 ve  $Gr/Ep$  P75/934 olduğu görülmektedir. Hem şekilden hem de tablodan yükleme doğrultusunda daha rijit bir ortotrop malzeme kullanılmasının, FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğunu azalttığı anlaşılmaktadır.

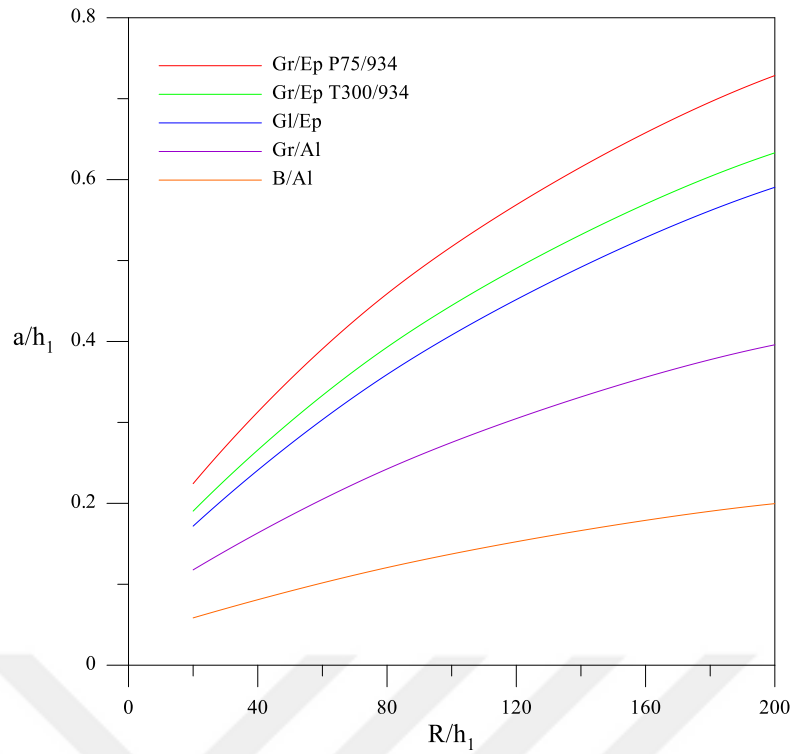
Şekil 11 ve Tablo 18’de silindirik panç durumunda çeşitli panç yarıçapı değerleri için FD ortotrop tabakanın rijitlik katsayılarının derecelendirilmesine bağlı olarak FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğunun değişimi verilmiştir. Şekilden ve tablodan kolaylıkla görülebileceği gibi FD ortotrop tabakanın rijitliğinin alt yüzeyinden üst yüzeyine doğru giderek artması durumunda FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğu azalmaktadır. FD ortotrop tabakanın üst yüzeyinin alt yüzeyine göre daha rijit olması pançın FD ortotrop tabakaya daha az girinti yapmasına yol açmaktadır.



**Şekil 9:** Silindirik Panç Durumunda FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunluğunun FD İzotrop Tabakanın Üst Yüzeyinin Kayma Modülüne Bağlı Olarak Değişimi ( $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=0.5$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $P/(C_{55}^0 h_1)=0.005$ ,  $\kappa_2=2$ ,  $G/E_p$ )

**Tablo 16:** Silindirik Panç Durumunda FD İzotrop Tabakanın Üst Yüzeyinin Kayma Modülünün Çeşitli Değerleri için Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunlukları ( $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=0.5$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $P/(C_{55}^0 h_1)=0.005$ ,  $\kappa_2=2$ ,  $G/E_p$ )

| $\mu_2^0/C_{55}^0$ | $a/h_1$      |              |              |
|--------------------|--------------|--------------|--------------|
|                    | $R/h_1=50$   | $R/h_1=100$  | $R/h_1=200$  |
| 0.01               | 0.318363619  | 0.5420997857 | 1.075252349  |
| 0.05               | 0.2967159053 | 0.4595880613 | 0.7523441249 |
| 0.1                | 0.2901043485 | 0.4380868144 | 0.6830879479 |
| 0.2                | 0.2846785537 | 0.4215559142 | 0.6344565963 |
| 0.5                | 0.2791933223 | 0.4057938901 | 0.5917211638 |
| 1                  | 0.2762881061 | 0.3978244119 | 0.5714235843 |
| 2                  | 0.2743544496 | 0.3926640578 | 0.5587379007 |
| 4                  | 0.2731863803 | 0.3895958768 | 0.5513627903 |
| 5                  | 0.2729308718 | 0.3889299973 | 0.5497782387 |
| 10                 | 0.272393706  | 0.3875362277 | 0.5464808944 |

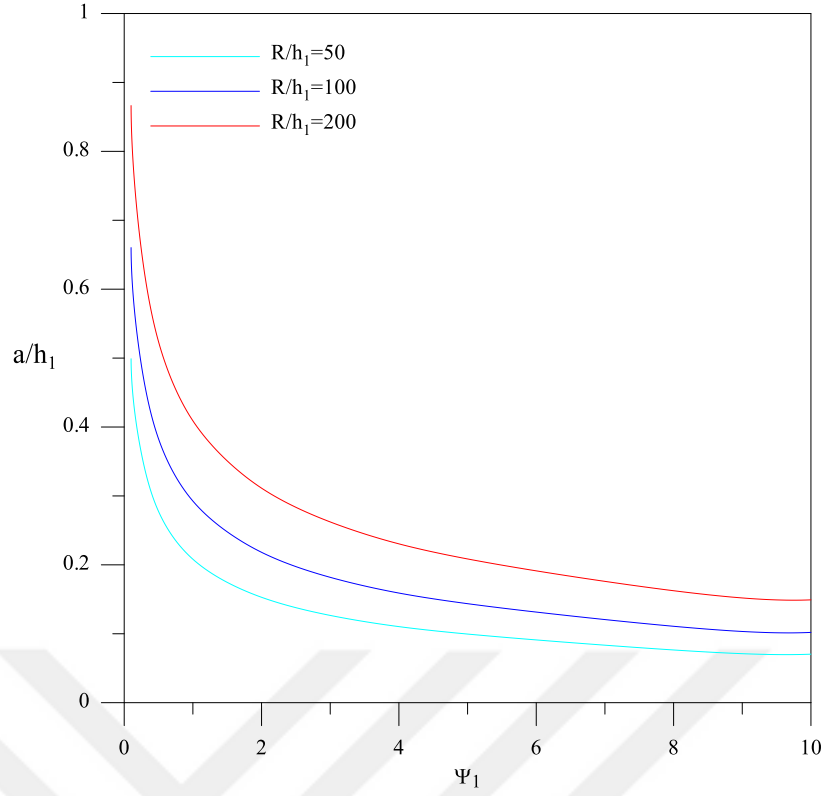


**Şekil 10:** Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Ortotrop Malzemeler için Panç Yarıçapına Bağlı Olarak FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunluğunun Değişimi ( $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ ,  $P/(C_{55}^0 h_1)=0.005$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ )

**Tablo 17:** Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Ortotrop Malzemeler için Panç Yarıçapına Bağlı Olarak Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunlukları ( $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ ,  $P/(C_{55}^0 h_1)=0.005$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ )

| Malzeme Türü     | a/h <sub>1</sub>     |                      |                       |
|------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|
|                  | R/h <sub>1</sub> =20 | R/h <sub>1</sub> =80 | R/h <sub>1</sub> =200 |
| Gr/Ep (P75/934)  | 0.2243450632         | 0.4589019216         | 0.7285816056          |
| Gr/Ep (T300/934) | 0.1903912267         | 0.3928787599         | 0.6330830643          |
| Gl/Ep            | 0.1718523203         | 0.3591384597         | 0.5904861383          |
| Gr/Al            | 0.1177922415         | 0.2423889013         | 0.3958990735          |
| B/Al             | 0.05847079787        | 0.1206075534         | 0.1996566645          |

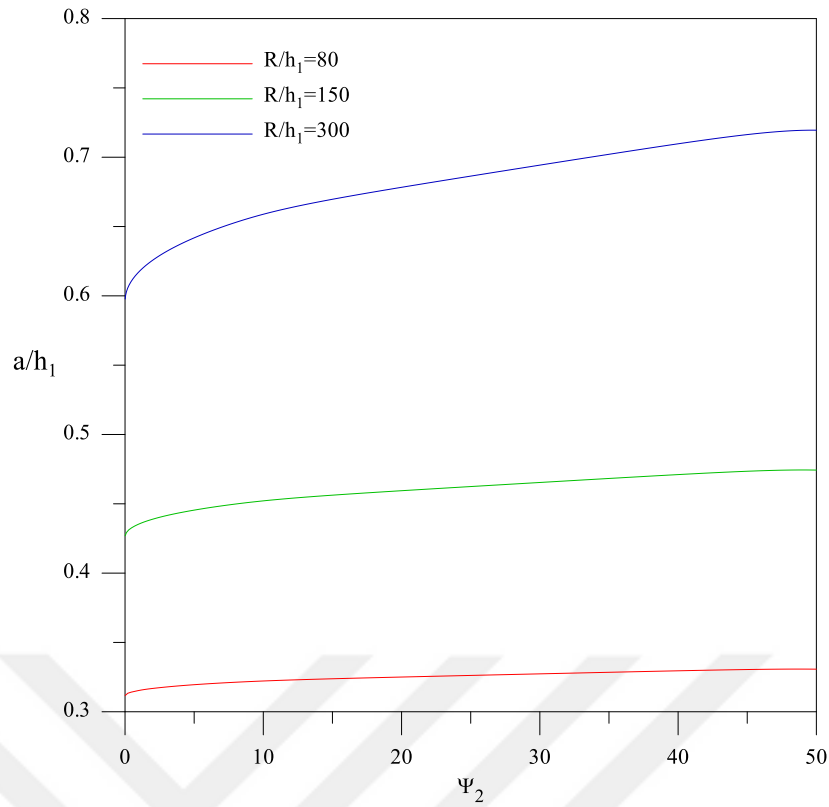
Şekil 12 ve Tablo 19’da silindirik panç durumunda çeşitli panç yarıçapı değerleri için FD izotrop tabakanın kayma modülünün derecelendirilmesine bağlı olarak FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğunun değişimi görülmektedir. Şekilden ve tablodan görülebileceği gibi FD izotrop tabakanın kayma modülünün üst yüzeyinden alt yüzeyine doğru giderek azalması durumunda yani üst yüzeyinden alt yüzeyine doğru tabakanın rijitliğinin azalması durumunda FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğu artmaktadır.



**Şekil 11:** Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Panç Yarıçapı Değerleri için FD Ortotrop Tabakanın Rijitlik Katsayılarının Derecelendirilmesine Bağlı Olarak FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunluğunun Değişimi ( $\Psi_2=0.5$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ ,  $P/(C_{55}^0 h_1)=0.002$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ , Gr/Ep P75/934)

**Tablo 18:** Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Panç Yarıçapı Değerleri için FD Ortotrop Tabakanın Rijitlik Katsayılarının Derecelendirilmesine Bağlı Olarak Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunlukları ( $\Psi_2=0.5$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ ,  $P/(C_{55}^0 h_1)=0.002$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ , Gr/Ep P75/934)

| $\Psi_1$ | $a/h_1$       |              |              |
|----------|---------------|--------------|--------------|
|          | $R/h_1=50$    | $R/h_1=100$  | $R/h_1=200$  |
| 0.1      | 0.4990780609  | 0.6603579664 | 0.8664414658 |
| 0.25     | 0.3618979865  | 0.4897861243 | 0.6566401842 |
| 0.5      | 0.2774753788  | 0.3828052804 | 0.5237136574 |
| 0.75     | 0.2351575583  | 0.3280477085 | 0.454564959  |
| 1.0001   | 0.2081522772  | 0.2925356862 | 0.4090117308 |
| 2        | 0.1529134304  | 0.2181917369 | 0.3112870165 |
| 4        | 0.1103603528  | 0.1590704905 | 0.2304381802 |
| 10       | 0.07037153109 | 0.1019622943 | 0.1491954433 |

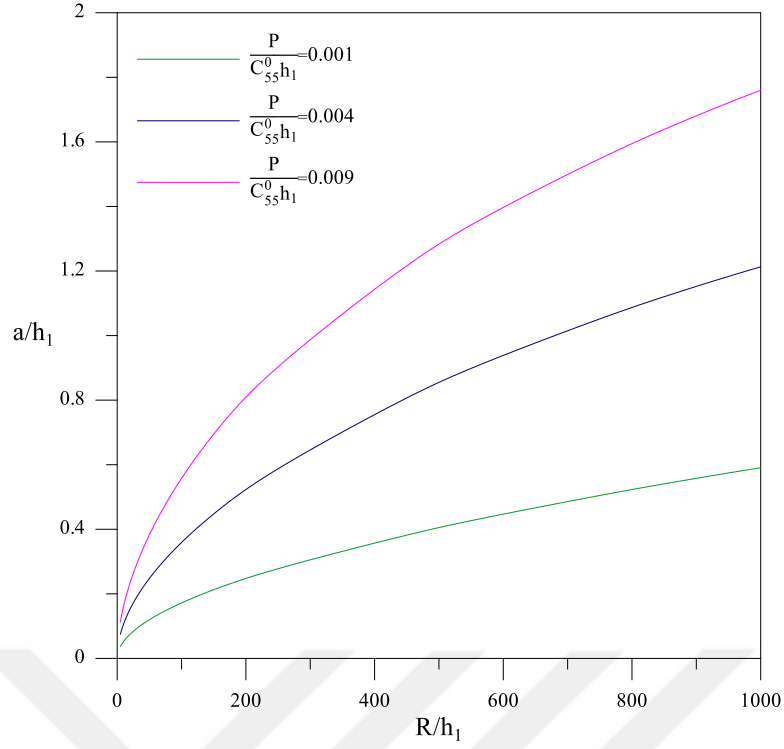


**Şekil 12:** Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Panç Yarıçapı Değerleri için FD İzotrop Tabakanın Kayma Modülünün Derecelendirilmesine Bağlı Olarak FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunluğunun Değişimi ( $\Psi_1=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ ,  $P/(C_{55}^0 h_1)=0.005$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ , Gr/Ep T300/934)

**Tablo 19:** Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Panç Yarıçapı Değerleri için FD İzotrop Tabakanın Kayma Modülünün Derecelendirilmesine Bağlı Olarak Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunlukları ( $\Psi_1=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ ,  $P/(C_{55}^0 h_1)=0.005$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ , Gr/Ep T300/934)

| $\Psi_2$ | $a/h_1$      |              |              |              |
|----------|--------------|--------------|--------------|--------------|
|          | $R/h_1=20$   | $R/h_1=80$   | $R/h_1=150$  | $R/h_1=300$  |
| 0.01     | 0.1537943026 | 0.3116959466 | 0.4269140965 | 0.5977178365 |
| 0.1      | 0.1539318306 | 0.3127110537 | 0.4292315263 | 0.6029426207 |
| 0.5      | 0.1541398875 | 0.3142639191 | 0.4328436647 | 0.6112515302 |
| 1.00001  | 0.1542821546 | 0.3153523674 | 0.4353998254 | 0.6173085601 |
| 2        | 0.1544724363 | 0.3168215395 | 0.4389065525 | 0.6257102022 |
| 4        | 0.1547202907 | 0.3187597846 | 0.443613427  | 0.6372709101 |
| 10       | 0.1551483605 | 0.322192356  | 0.4521263618 | 0.6588653381 |
| 50       | 0.1561585289 | 0.3307170023 | 0.4743211973 | 0.719486172  |

Şekil 13 ve Tablo 20’de silindirik panç durumunda çeşitli dış yük değerleri için FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğunun panç yarıçapı ile değişimi görülmektedir. Daha büyük yarıçaplı panç kullanılması durumunda FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğunun büyüdüğü şekil ve tablodan kolaylıkla görülmektedir.

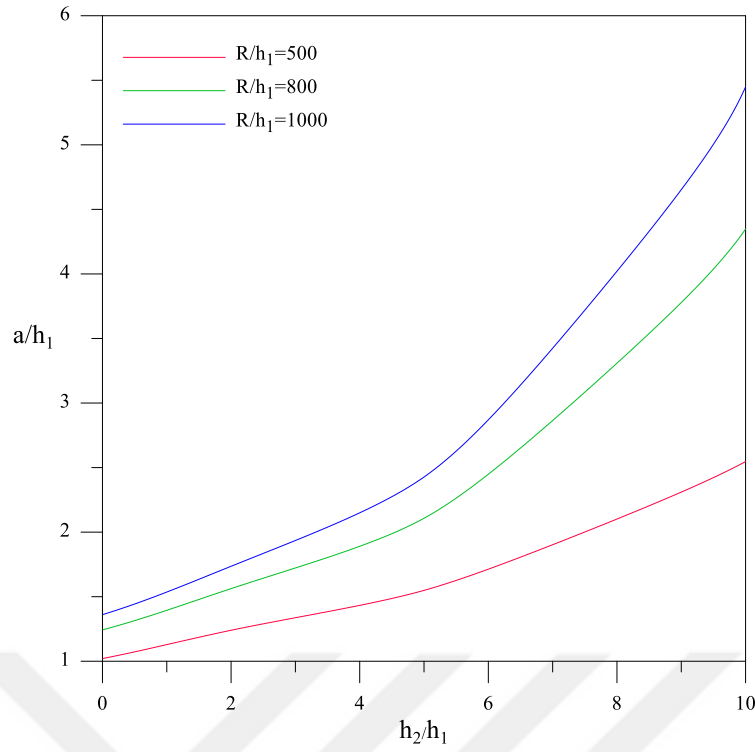


**Şekil 13:** Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Dış Yük Değerleri için FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunluğunun Panç Yarıçapı ile Değişimi ( $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ ,  $G_I/E_p$ )

**Tablo 20:** Silindirik Panç Durumunda Dış Yüke Bağlı Olarak Çeşitli Panç Yarıçapı Değerleri için Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunlukları ( $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ ,  $G_I/E_p$ )

| R/h <sub>1</sub> | a/h <sub>1</sub>                                       |                                                        |                                                        |
|------------------|--------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
|                  | P/(C <sub>55</sub> <sup>0</sup> h <sub>1</sub> )=0.001 | P/(C <sub>55</sub> <sup>0</sup> h <sub>1</sub> )=0.004 | P/(C <sub>55</sub> <sup>0</sup> h <sub>1</sub> )=0.009 |
| 5                | 0.037061097                                            | 0.0748809079                                           | 0.1135035855                                           |
| 10               | 0.05262269467                                          | 0.1068196787                                           | 0.162639163                                            |
| 20               | 0.0748797245                                           | 0.1529473469                                           | 0.2342100333                                           |
| 50               | 0.1198480439                                           | 0.2476946246                                           | 0.3827478405                                           |
| 100              | 0.1718508056                                           | 0.3591309073                                           | 0.5576862424                                           |
| 200              | 0.2476856675                                           | 0.5231192542                                           | 0.8090717533                                           |
| 500              | 0.4052306472                                           | 0.855072056                                            | 1.283361601                                            |
| 800              | 0.5231190853                                           | 1.087024207                                            | 1.594544016                                            |
| 1000             | 0.5905324232                                           | 1.212809018                                            | 1.759748768                                            |

Şekil 14 ve Tablo 21’de silindirik panç durumunda çeşitli panç yarıçapı değerleri için FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğunun tabaka yükseklikleri oranı ile değişimi verilmiştir. FD izotrop tabakanın yüksekliği FD ortotrop tabakanın yüksekliğine oranla artırıldıkça FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğu büyümektedir.



**Şekil 14:** Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Panç Yarıçapı Değerleri için FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunluğunun Tabaka Yükseklikleri Oranı ile Değişimi ( $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ ,  $P/(C_{55}^0 h_1)=0.008$ ,  $\kappa_2=2$ ,  $GI/Ep$ )

**Tablo 21:** Silindirik Panç Durumunda Panç Yarıçapına Bağlı Olarak Çeşitli Tabaka Yükseklikleri Oranları için Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunlukları ( $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ ,  $P/(C_{55}^0 h_1)=0.008$ ,  $\kappa_2=2$ ,  $GI/Ep$ )

| $h_2/h_1$ | $a/h_1$      |              |             |             |              |
|-----------|--------------|--------------|-------------|-------------|--------------|
|           | $R/h_1=100$  | $R/h_1=200$  | $R/h_1=500$ | $R/h_1=800$ | $R/h_1=1000$ |
| 0.01      | 0.4874400032 | 0.6788041127 | 1.021812095 | 1.244229682 | 1.362491519  |
| 0.1       | 0.4893575975 | 0.6828713342 | 1.03066598  | 1.256392586 | 1.376420222  |
| 0.5       | 0.498007827  | 0.701642684  | 1.072667953 | 1.314586384 | 1.443267158  |
| 1         | 0.5080934221 | 0.724991993  | 1.128945113 | 1.394564351 | 1.535933312  |
| 2         | 0.5237136702 | 0.7647795325 | 1.239886599 | 1.562513333 | 1.735572706  |
| 5         | 0.5518712296 | 0.8480549516 | 1.5489445   | 2.107531738 | 2.42698691   |
| 10        | 0.5954627515 | 1.007843905  | 2.546496538 | 4.347846775 | 5.449157621  |

Tablo 22’de silindirik panç durumunda FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğunun ortotrop tabakanın x yönündeki elastisite modülüne bağlı olarak değişimi görülmektedir. Tablodan da görülebileceği gibi x yönündeki elastisite modülü arttıkça FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğu artmaktadır.

Tablo 23’te silindirik panç durumunda FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğunun ortotrop tabakanın y yönündeki elastisite modülüne bağlı olarak değişimi

verilmiştir. Tablo incelendiğinde ortotrop tabakanın y yönündeki elastisite modülündeki artışın FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğunu artırdığı görülmektedir.

Tablo 24'te silindirik panç durumunda FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğunun ortotrop tabakanın z yönündeki elastisite modülüne bağlı olarak değişimi görülmektedir. Tablodan da görülebileceği gibi ortotrop tabakanın z yönündeki elastisite modülü arttıkça ortotrop tabaka yükleme doğrultusunda daha rijit hale gelmekte, FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğu buna bağlı olarak azalmaktadır.

**Tablo 22:** Silindirik Panç Durumunda FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunluğunun Ortotrop Tabakanın x Yönündeki Elastisite Modülüne Bağlı Olarak Değişimi ( $R/h_1=20$ ,  $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=0.5$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ ,  $P/(C_{55}^0 h_1)=0.005$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ , Gr/Ep P75/934)

| $E_x$             | $a/h_1$      |
|-------------------|--------------|
| $0.01 \times E_x$ | 0.1466272557 |
| $4 \times E_x$    | 0.1502539273 |

**Tablo 23:** Silindirik Panç Durumunda FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunluğunun Ortotrop Tabakanın y Yönündeki Elastisite Modülüne Bağlı Olarak Değişimi ( $R/h_1=50$ ,  $\Psi_1=0.5$ ,  $\Psi_2=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ ,  $P/(C_{55}^0 h_1)=0.002$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ , Gr/Al)

| $E_y$             | $a/h_1$      |
|-------------------|--------------|
| $0.25 \times E_y$ | 0.2058135803 |
| $0.5 \times E_y$  | 0.2819551365 |
| $1 \times E_y$    | 0.3064103078 |
| $2 \times E_y$    | 0.3170528858 |
| $4 \times E_y$    | 0.3220045149 |
| $10 \times E_y$   | 0.3246636983 |

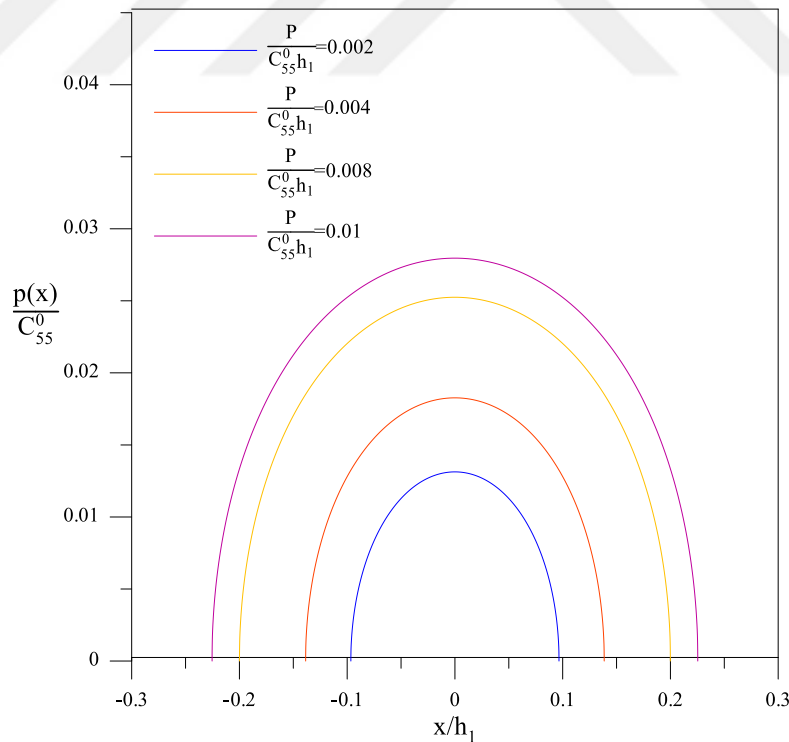
**Tablo 24:** Silindirik Panç Durumunda FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Uzunluğunun Ortotrop Tabakanın z Yönündeki Elastisite Modülüne Bağlı Olarak Değişimi ( $R/h_1=100$ ,  $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ ,  $P/(C_{55}^0 h_1)=0.004$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ , Gr/Ep T300/934)

| $E_z$             | $a/h_1$      |
|-------------------|--------------|
| $0.01 \times E_z$ | 1.408826568  |
| $0.1 \times E_z$  | 0.6565951191 |
| $0.25 \times E_z$ | 0.4929996007 |
| $0.5 \times E_z$  | 0.3972173227 |
| $1 \times E_z$    | 0.3168190621 |
| $2 \times E_z$    | 0.2421188439 |
| $4 \times E_z$    | 0.1129664135 |

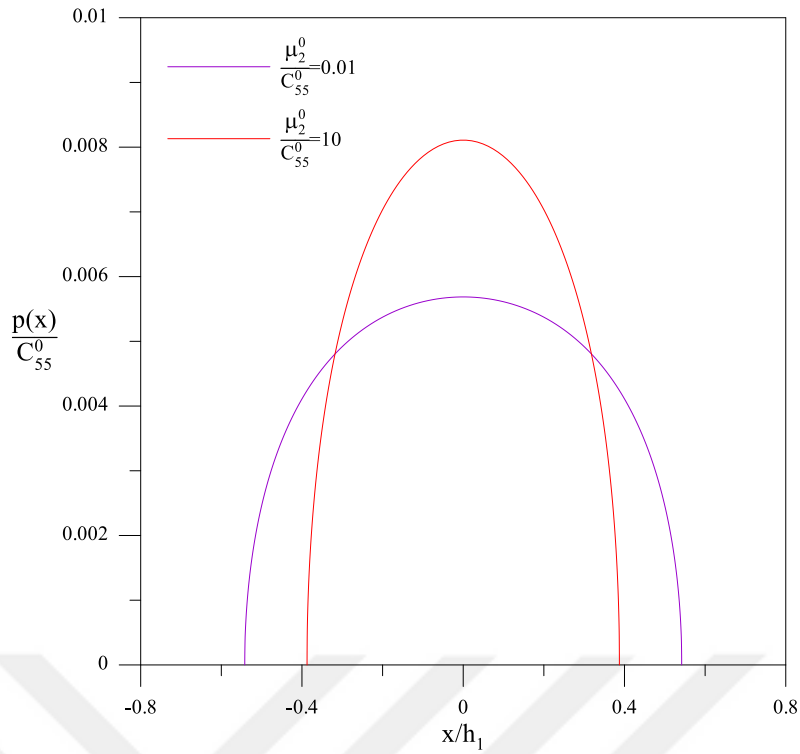
Şekil 15-24'te silindirik panç durumunda çeşitli boyutsuz parametrelere ve kullanılan farklı ortotrop malzemelere bağlı olarak FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas gerilmesi yayılışları verilmiştir. Şekiller incelendiğinde silindirik panç durumunda maksimum temas gerilmesinin simetri ekseninde meydana geldiği, simetri ekseninden uzaklaştıkça gerilmelerin azaldığı ve panç-FD ortotrop tabakanın temasının sona erdiği noktalarda gerilmelerin sıfır olduğu görülmektedir.

Şekil 15'te silindirik panç durumunda çeşitli dış yük değerleri için FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas gerilmesi yayılışı sunulmuştur. Şekil incelendiğinde rijit pança uygulanan dış yük değerinde meydana gelen artışın daha büyük temas gerilmelerine neden olduğu açıkça görülmektedir.

Şekil 16'da silindirik panç durumunda FD izotrop tabakanın üst yüzeyinin kayma modülüne bağlı olarak FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas gerilmesi yayılışı sunulmuştur. Şekil incelendiğinde FD izotrop tabakanın üst yüzeyinin boyutsuzlaştırılmış kayma modülü değeri arttıkça yani FD izotrop tabakanın üst yüzeyi daha rijit hale geldikçe FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki maksimum temas gerilmesinin de arttığı gözlemlenmektedir.



**Şekil 15:** Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Dış Yük Değerleri için FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılışı ( $R/h_1=20$ ,  $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ ,  $B/Al$ )

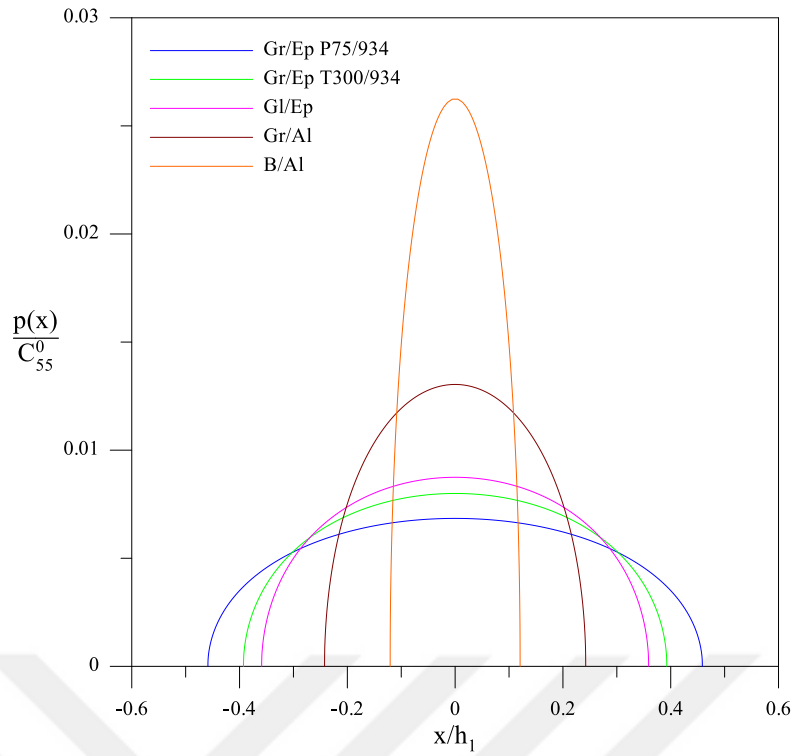


**Şekil 16:** Silindirik Panç Durumunda FD İzotrop Tabakanın Üst Yüzeyinin Kayma Modülüne Bağlı Olarak FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı ( $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=0.5$ ,  $P/(C_{55}^0 h_1)=0.005$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ ,  $G_I/E_p$ )

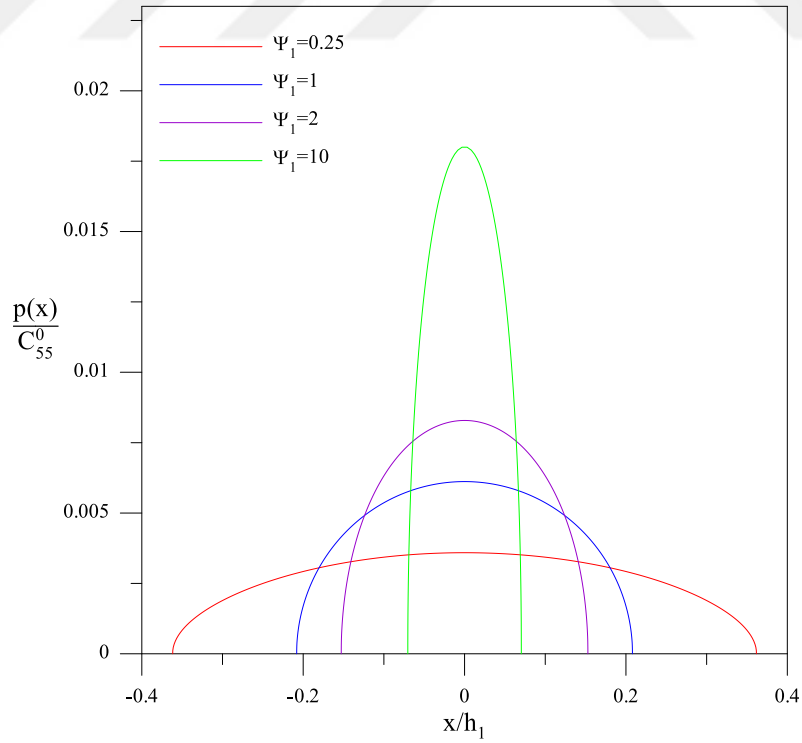
Şekil 17’de silindirik panç durumunda çeşitli ortotrop malzemeler için elde edilen FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas gerilmesi yayılımı görülmektedir. Şekilden de görülebileceği gibi yükleme doğrultusunda yani z doğrultusunda daha rijit bir ortotrop malzeme kullanılması FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki maksimum temas gerilmesinin artmasına neden olmaktadır.

Şekil 18’de silindirik panç durumunda FD ortotrop tabakanın rijitlik katsayılarının derecelendirilmesine bağlı olarak FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas gerilmesi yayılımı görülmektedir. Şekil incelendiğinde FD ortotrop tabakanın rijitliğinin alt yüzeyinden üst yüzeyine doğru giderek artması durumunda FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki maksimum temas gerilmesinin büyüdüğü gözlenmektedir.

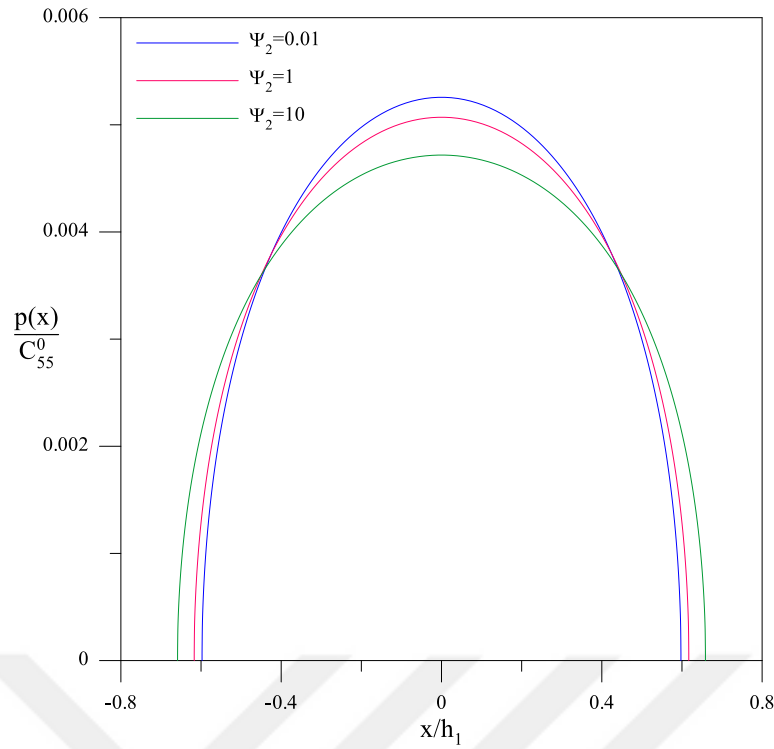
Şekil 19’da silindirik panç durumunda FD izotrop tabakanın kayma modülünün derecelendirilmesine bağlı olarak FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas gerilmesi yayılımı görülmektedir. Şekil incelendiğinde FD izotrop tabakanın kayma modülünün üst yüzeyinden alt yüzeyine doğru azalması durumunda yani rijitliğinin üst yüzeyinden alt yüzeyine doğru azalması durumunda FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki maksimum temas gerilmesinin azaldığı gözlenmektedir.



**Şekil 17:** Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Ortotrop Malzemeler için Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı ( $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ ,  $P/(C_{55}^0 h_1)=0.005$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ )



**Şekil 18:** Silindirik Panç Durumunda FD Ortotrop Tabakanın Rijitlik Katsayılarının Derecelendirilmesine Bağlı Olarak FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı ( $\Psi_2=0.5$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ ,  $P/(C_{55}^0 h_1)=0.002$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ , Gr/Ep P75/934)

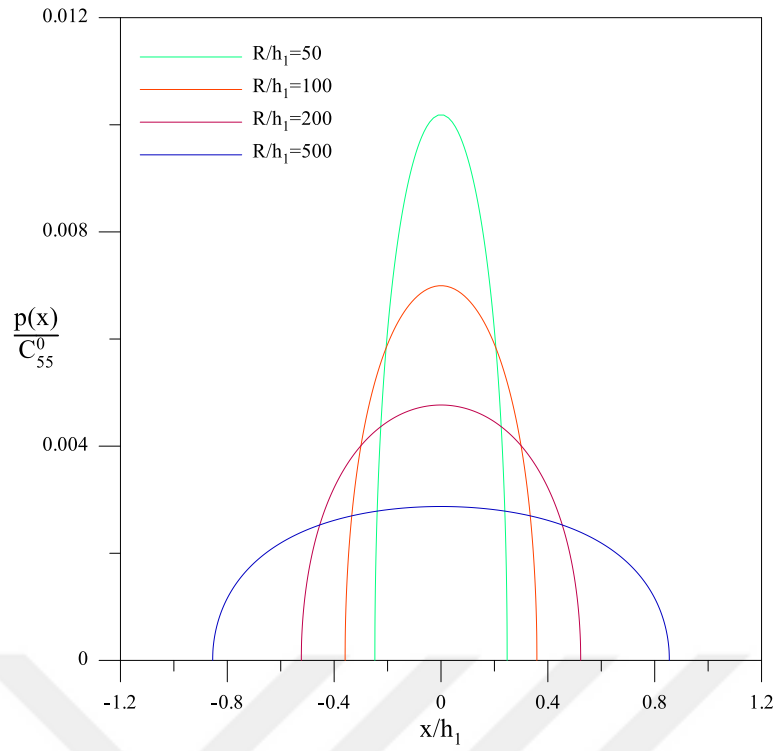


**Şekil 19:** Silindirik Panç Durumunda FD İzotrop Tabakanın Kayma Modülünün Derecelendirilmesine Bağlı Olarak FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı ( $\Psi_1=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ ,  $P/(C_{55}^0 h_1)=0.005$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ , GR/Ep T300/934)

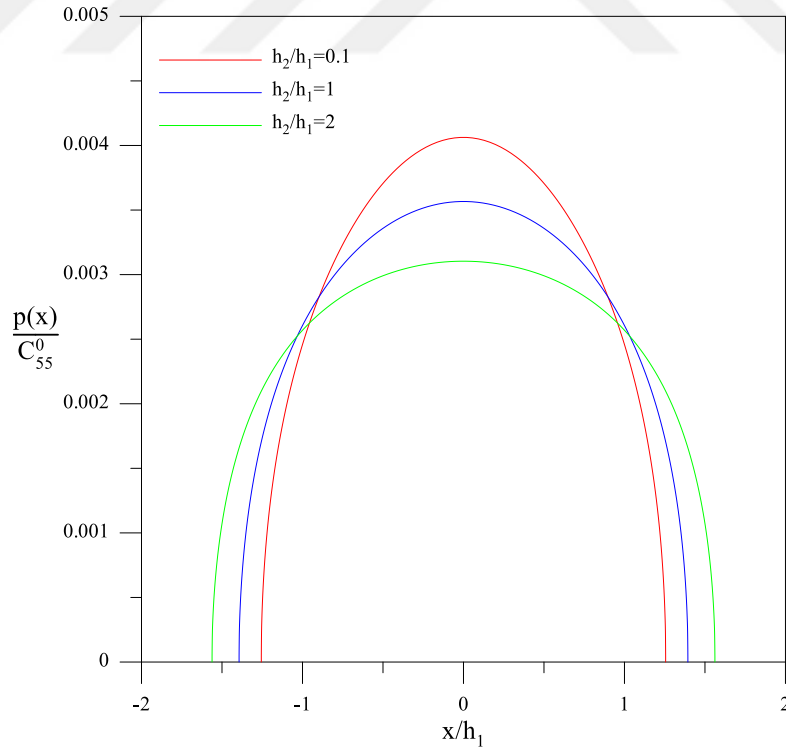
Şekil 20’de silindirik panç durumunda çeşitli panç yarıçapı değerleri için FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas gerilmesi yayılımı görülmektedir. Şekilden de görülebileceği gibi daha büyük yarıçaplı panç kullanılması durumunda FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki maksimum temas gerilmesi değeri azalmaktadır.

Şekil 21’de silindirik panç durumunda tabaka yükseklikleri oranının çeşitli değerleri için FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas gerilmesi yayılımı görülmektedir. Şekil incelendiğinde FD izotrop tabakanın yüksekliğinin FD ortotrop tabakanın yüksekliğine oranının artması durumunda FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki maksimum temas gerilmesinin azaldığı sonucu ortaya çıkmaktadır.

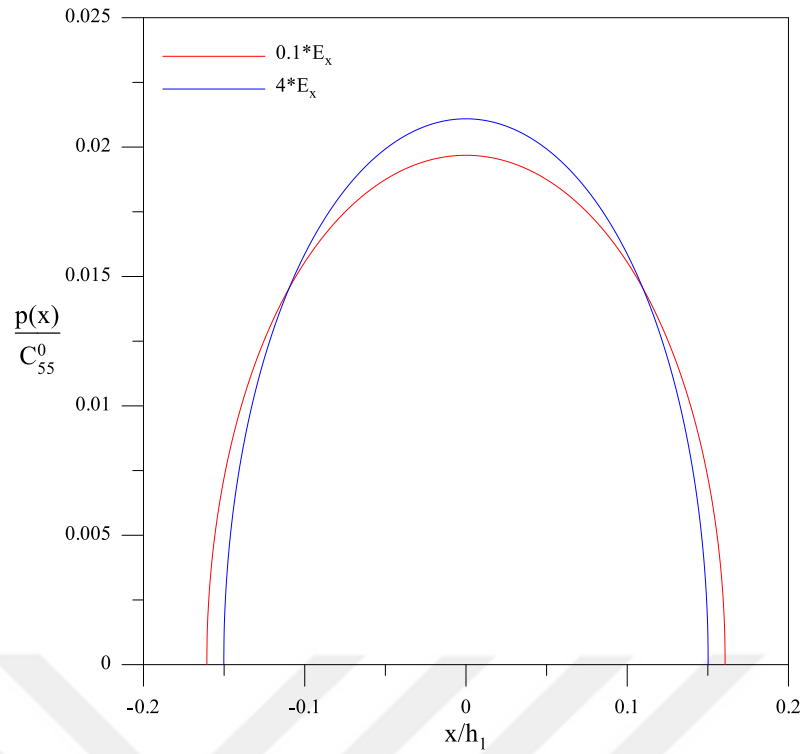
Şekil 22’de silindirik panç durumunda FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas gerilmesi yayılımının FD ortotrop tabakanın x yönündeki elastisite modülüne bağlı olarak değişimi görülmektedir. Şekilden de kolaylıkla görülebileceği gibi x yönündeki elastisite modülündeki artış FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki maksimum temas gerilmesi değerinde artışa neden olmaktadır.



**Şekil 20:** Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Panç Yarıçapı Değerleri için FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı ( $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ ,  $P/(C_{55}^0 h_1)=0.004$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ ,  $GI/Ep$ )



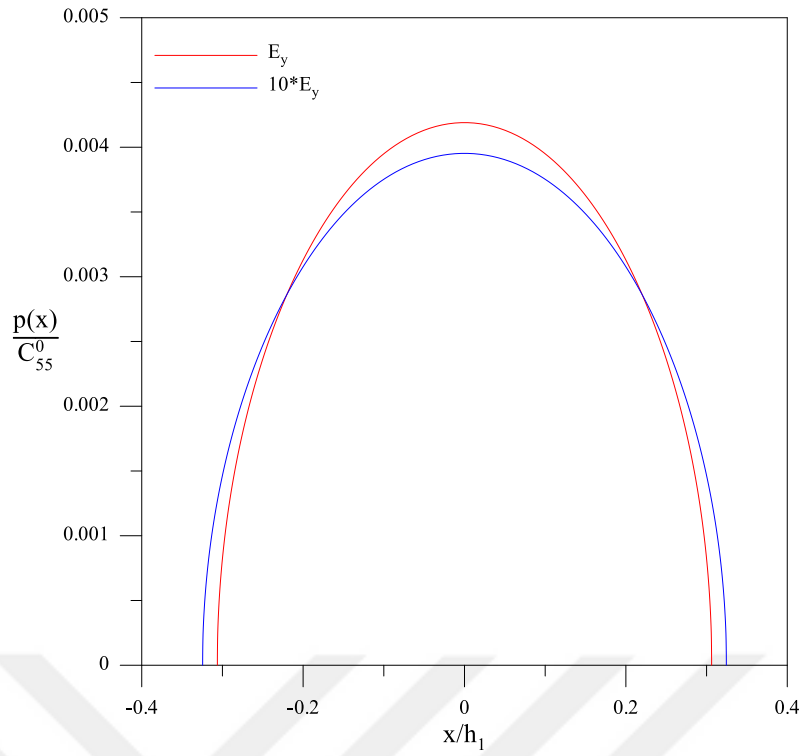
**Şekil 21:** Silindirik Panç Durumunda Tabaka Yükseklikleri Oranının Çeşitli Değerleri için FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı ( $R/h_1=800$ ,  $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ ,  $P/(C_{55}^0 h_1)=0.008$ ,  $\kappa_2=2$ ,  $GI/Ep$ )



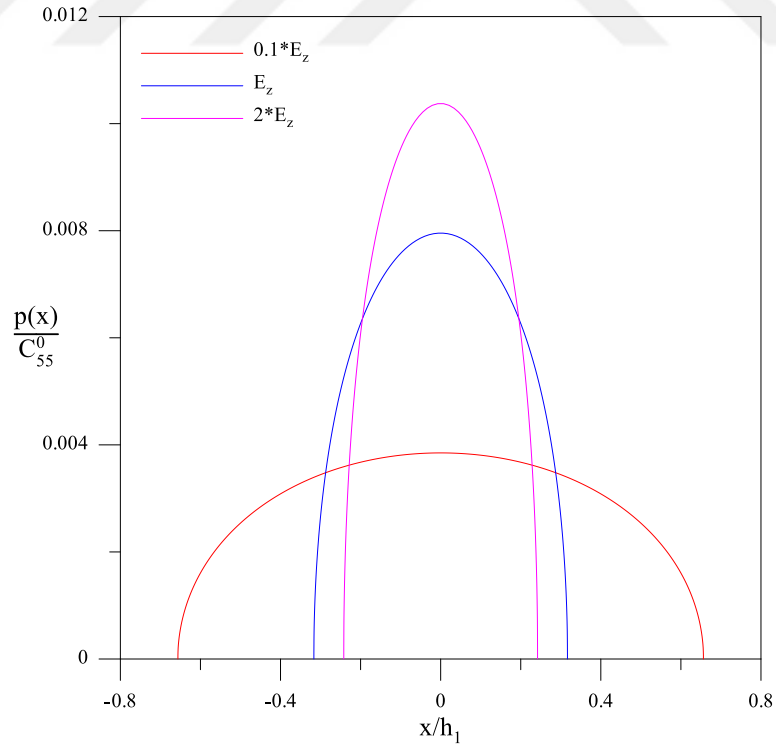
**Şekil 22:** Silindirik Panç Durumunda FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılışının FD Ortotrop Tabakanın x Yönündeki Elastisite Modülüne Bağlı Olarak Değişimi ( $R/h_1=20$ ,  $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=0.5$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ ,  $P/(C_{55}^0 h_1)=0.005$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ , Gr/Ep P75/934)

Şekil 23'te silindirik panç durumunda FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas gerilmesi yayılışının FD ortotrop tabakanın y yönündeki elastisite modülüne bağlı olarak değişimi sunulmuştur. Şekil incelendiğinde FD ortotrop tabakanın y yönündeki elastisite modülü arttıkça FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki maksimum temas gerilmesi değerinin azaldığı görülmektedir.

Şekil 24'te silindirik panç durumunda FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas gerilmesi yayılışının FD ortotrop tabakanın z yönündeki elastisite modülüne bağlı olarak değişimi görülmektedir. FD ortotrop tabakanın z yönündeki yani yükleme yönündeki elastisite modülü arttıkça FD ortotrop tabaka yükleme doğrultusunda daha rijit hale gelmekte ve bunun sonucu olarak da FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki maksimum temas gerilmesi değeri artmaktadır.



**Şekil 23:** Silindirik Panç Durumunda FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılışının FD Ortotrop Tabakanın y Yönündeki Elastisite Modülüne Bağlı Olarak Değişimi ( $R/h_1=50$ ,  $\Psi_1=0.5$ ,  $\Psi_2=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ ,  $P/(C_{55}^0 h_1)=0.002$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ ,  $Gr/Al$ )

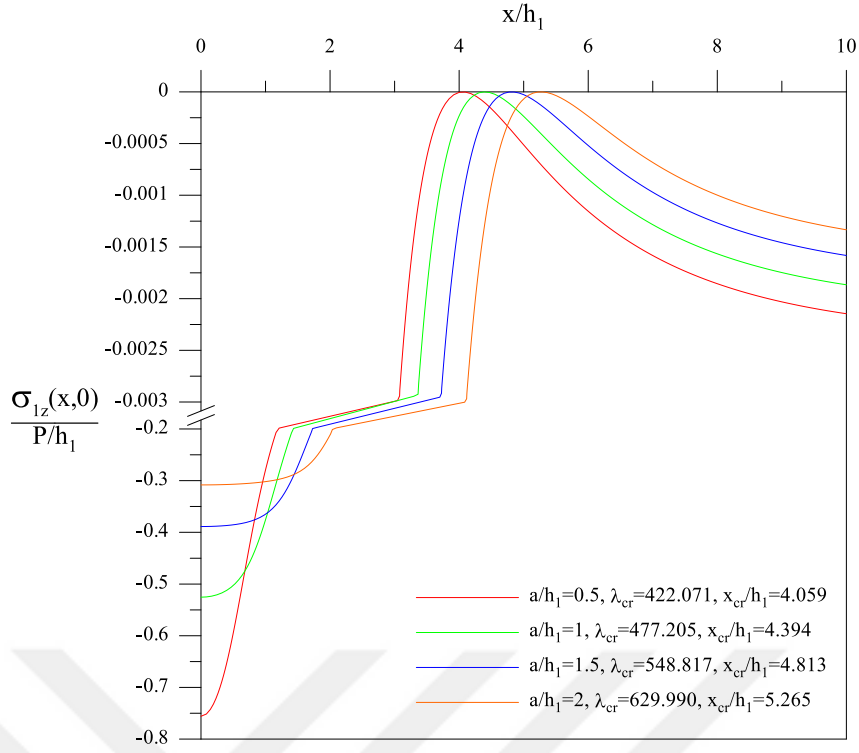


**Şekil 24:** Silindirik Panç Durumunda FD Ortotrop Tabaka ile Panç Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılışının FD Ortotrop Tabakanın z Yönündeki Elastisite Modülüne Bağlı Olarak Değişimi ( $R/h_1=100$ ,  $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 2$ ,  $P/(C_{55}^0 h_1)=0.004$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ ,  $Gr/Ep$  T300/934)

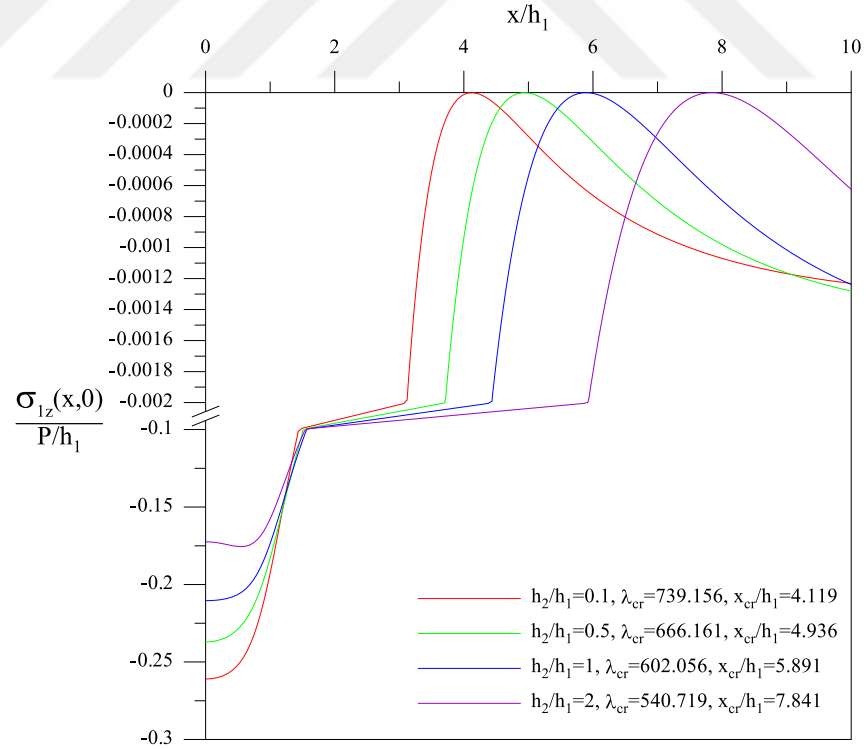
Şekil 25’te düz panç durumunda boyutsuzlaştırılmış çeşitli panç uzunluğu değerleri için elde edilen FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki temas gerilmesi yayılımı, kritik yük faktörü ve ilk ayrılma noktası görülmektedir. Düz panç durumunda daha uzun panç kullanılması FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki maksimum temas gerilmesinde azalışa neden olmaktadır. Ayrıca panç uzunluğundaki artış FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki kritik yük faktöründe artışa neden olmaktadır. Bu durum daha uzun panç kullanılması durumunda FD ortotrop tabakanın FD izotrop tabakadan ayrılması için daha büyük yük gerektiği sonucunu ortaya koymaktadır. Şekilden ortaya çıkan bir başka sonuç ise panç uzunluğundaki artışın ilk ayrılmanın meydana geldiği noktanın simetri ekseninden uzaklaşmasına neden olduğudur.

Şekil 26’da düz panç durumunda tabaka yükseklikleri oranının çeşitli değerleri için elde edilen FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki temas gerilmesi yayılımı, kritik yük faktörü ve ilk ayrılma noktası görülmektedir. Şekil incelendiğinde FD izotrop tabakanın yüksekliğinin FD ortotrop tabakanın yüksekliğine oranının artması ile FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki maksimum temas gerilmesinin azaldığı görülmektedir. FD izotrop tabakanın yüksekliği FD ortotrop tabakanın yüksekliğine oranla arttıkça FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasında ilk ayrılmaya neden olan kritik yük de azalmaktadır. Yani FD izotrop tabakanın yüksekliği FD ortotrop tabakanın yüksekliğine oranla arttıkça ilk ayrılma daha küçük yük uygulanmasıyla meydana gelmekte ve bu durum ayrılmayı daha kolay hale getirmektedir. Tabaka yükseklikleri oranındaki artış ilk ayrılmanın simetri ekseninden daha uzak bir noktada gerçekleşmesine yol açmaktadır.

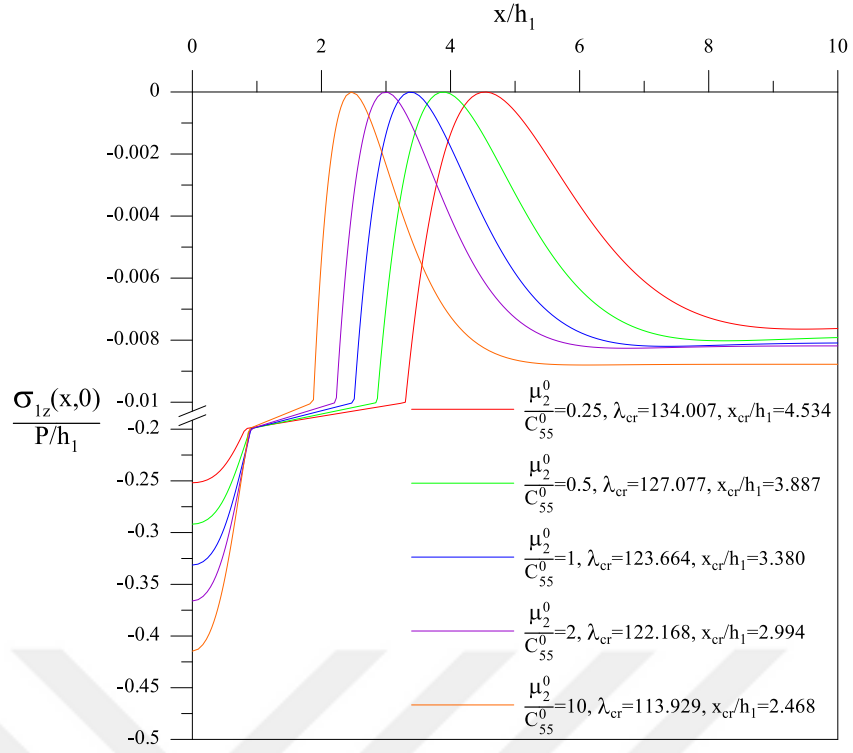
Şekil 27’de düz panç durumunda FD izotrop tabakanın üst yüzeyinin kayma modülünün boyutsuzlaştırılmış çeşitli değerleri için elde edilen FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki temas gerilmesi yayılımı, kritik yük faktörü ve ilk ayrılma noktası görülmektedir. Şekil incelendiğinde FD izotrop tabakanın üst yüzeyinin kayma modülünün artması durumunda yani FD izotrop tabakanın üst yüzeyinin daha rijit hale gelmesi durumunda FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki maksimum temas gerilmesinin arttığı görülmektedir. Şekilden ortaya çıkan diğer bir sonuç ise FD izotrop tabakanın üst yüzeyinin rijitleşmesi durumunda FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki kritik yük faktörünün azalmasıdır. Bu durum da FD izotrop tabakanın üst yüzeyinin daha rijit hale gelmesiyle FD ortotrop tabakayı FD izotrop tabakadan ayırmak için daha küçük bir yük uygulamak gerektiğini ortaya koymaktadır. Yani söz konusu yüzey rijitleştikçe ayrılma daha kolay hale gelmektedir. İlk ayrılmanın meydana geldiği kritik nokta ise FD izotrop tabakanın üst yüzeyi rijitleştikçe simetri eksenine daha yakın bir konumda ortaya çıkmaktadır.



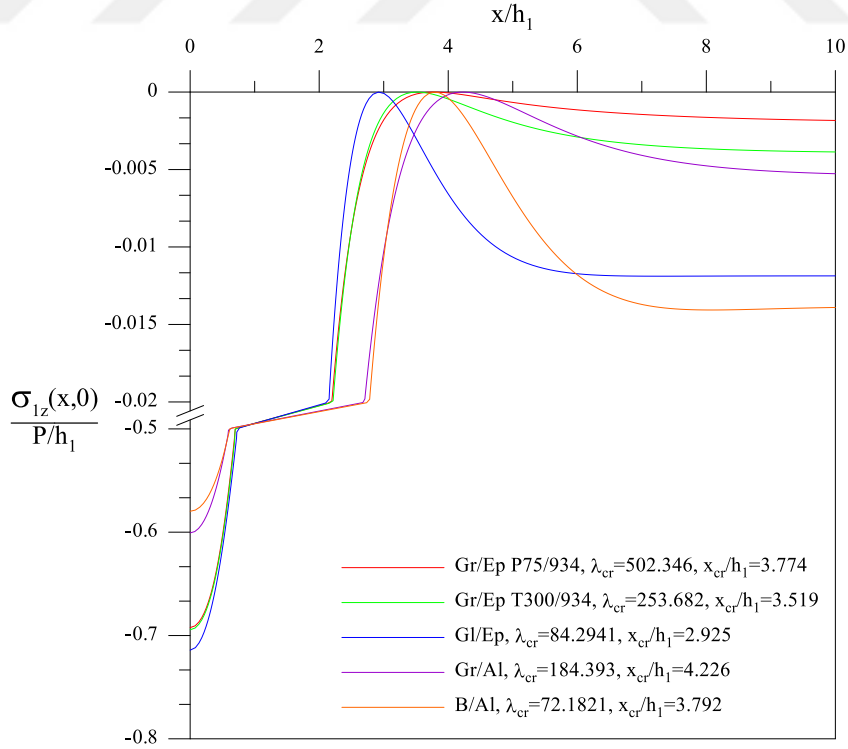
**Şekil 25:** Düz Panç Durumunda Çeşitli Panç Uzunluğu Değerleri için Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile FD İzotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı, Kritik Yük Faktörü ve İlk Ayrılma Noktası ( $\Psi_1=0.5$ ,  $\Psi_2=0.5$ ,  $\Psi_3=0.5$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ , Gr/Ep P75/934)



**Şekil 26:** Düz Panç Durumunda Tabaka Yükseklikleri Oranının Çeşitli Değerleri için Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile FD İzotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı, Kritik Yük Faktörü ve İlk Ayrılma Noktası ( $a/h_1=1$ ,  $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=2$ ,  $\Psi_3=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ ,  $\kappa_2=2$ , Gr/Ep P75/934)



**Şekil 27:** Düz Panç Durumunda FD İzotrop Tabakanın Üst Yüzeyinin Kayma Modülünün Çeşitli Değerleri için Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile FD İzotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı, Kritik Yük Faktörü ve İlk Ayrılma Noktası ( $a/h_1=0.6$ ,  $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=2$ ,  $\Psi_3=2$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ ,  $B/AI$ )

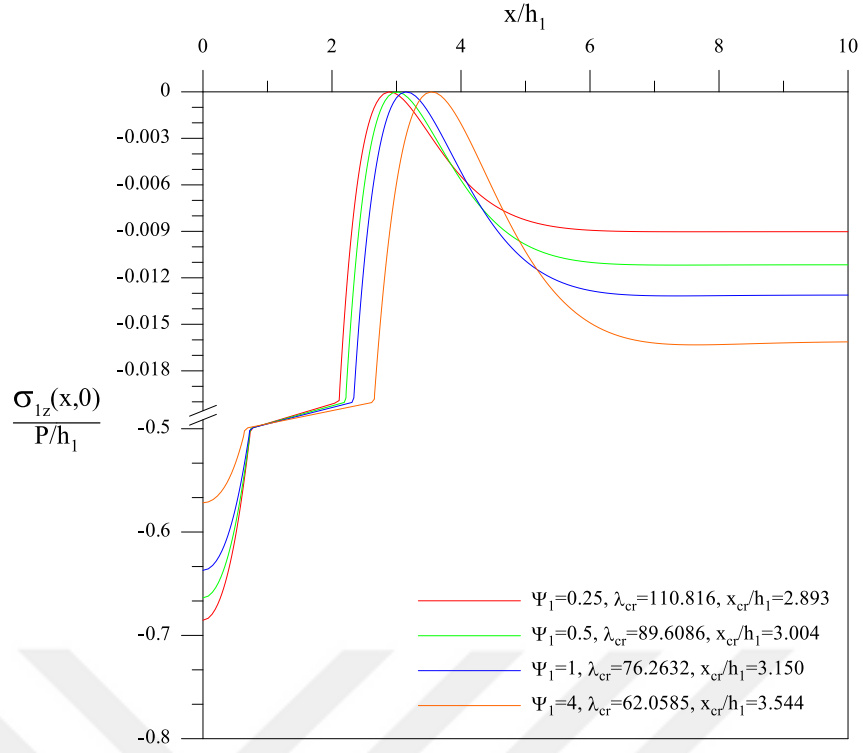


**Şekil 28:** Düz Panç Durumunda Çeşitli Ortotrop Malzemeler için Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile FD İzotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı, Kritik Yük Faktörü ve İlk Ayrılma Noktası ( $a/h_1=0.7$ ,  $\Psi_1=0.5$ ,  $\Psi_2=0.5$ ,  $\Psi_3=0.5$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ )

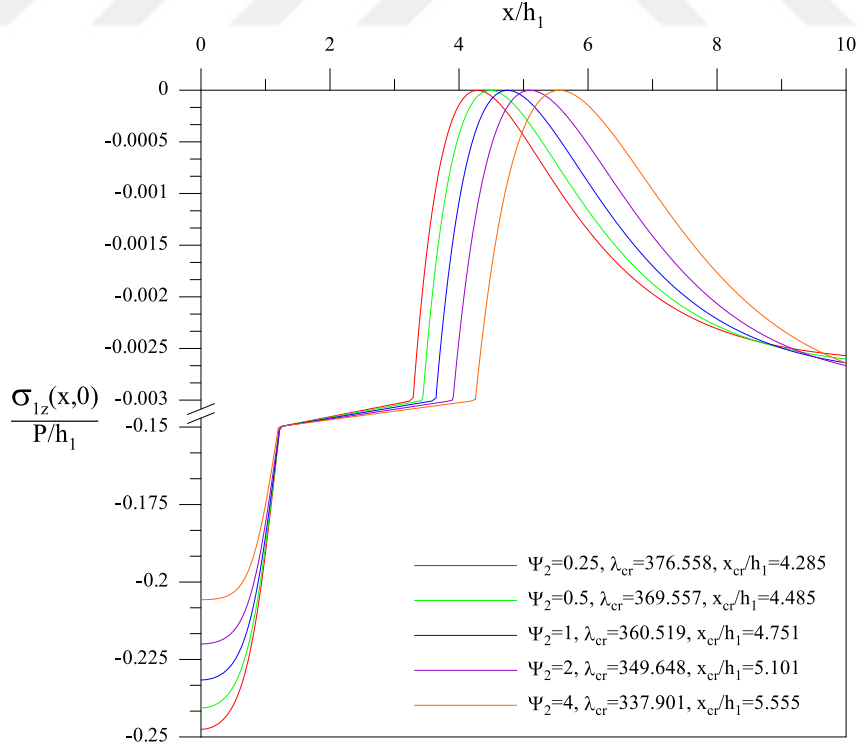
Şekil 28’de düz panç durumunda FD ortotrop tabaka için farklı ortotrop malzemeler kullanılması durumunda elde edilen FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki temas gerilmesi yayılımı, kritik yük faktörü ve ilk ayrılma noktası görülmektedir. Şekil incelendiğinde FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki maksimum temas gerilmesinin GI/Ep malzemesi kullanılması durumunda ortaya çıktığı gözlenmektedir. Ayrıca FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki kritik yük faktörünün en büyük değeri Gr/Ep (P75/934) ortotrop malzemesi kullanılması durumunda meydana gelmektedir. İlk ayrılma noktasının ise Gr/Al malzemesi kullanılması durumunda simetri ekseninden en uzak konumda olduğu görülmektedir.

Şekil 29’da düz panç durumunda FD ortotrop tabakanın rijitlik katsayılarının derecelendirilmesine bağlı olarak elde edilen FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki temas gerilmesi yayılımı, kritik yük faktörü ve ilk ayrılma noktası görülmektedir. Şekil incelendiğinde FD ortotrop tabakanın rijitliğinin alt yüzeyinden üst yüzeyine doğru artması durumunda FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki maksimum temas gerilmesinin azaldığı ortaya çıkmaktadır. Ayrıca FD ortotrop tabakanın alt yüzeyinden üst yüzeyine doğru daha rijit olacak şekilde derecelendirilmesi durumunda FD izotrop tabakadan ayrılması için gerekli kritik yük azalmaktadır. Dolayısıyla FD ortotrop tabakanın üst yüzeyi alt yüzeyine oranla rijitleştikçe tabakalar arasındaki ayrılma daha kolay hale gelmekte yani daha küçük bir yükte ilk ayrılma gerçekleşmektedir. Bunun yanı sıra FD ortotrop tabakanın rijitliğinin alt yüzeyinden üst yüzeyine doğru artacak şekilde derecelendirilmesi ilk ayrılmanın simetri ekseninden daha uzak bir noktada meydana gelmesine yol açmaktadır.

Şekil 30’da düz panç durumunda FD izotrop tabakanın kayma modülünün derecelendirilmesine bağlı olarak elde edilen FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki temas gerilmesi yayılımı, kritik yük faktörü ve ilk ayrılma noktası görülmektedir. FD izotrop tabakanın kayma modülünün üst yüzeyinden alt yüzeyine doğru azalacak şekilde derecelendirilmesi, alt yüzeyin üst yüzeye kıyasla daha yumuşak hale gelmesi anlamına gelmektedir. Şekilden de açıkça görüldüğü üzere, FD izotrop tabakanın rijitliği alt yüzeye doğru azaldıkça, bu tür bir derecelendirme, FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki maksimum temas gerilmesinin azalmasına neden olmaktadır. Ayrıca, tabakalar arasında ilk ayrılmayı meydana getiren kritik yük, FD izotrop tabakanın alt yüzeyine doğru azalan rijitlik gradasyonu ile birlikte azalmakta, dolayısıyla ilk ayrılma daha küçük bir yükte gerçekleşmektedir. İlk ayrılmanın meydana geldiği nokta, FD izotrop tabakanın alt yüzeyinin üst yüzeyine göre daha yumuşak hale gelmesiyle simetri ekseninden daha uzak bir lokasyonda gözlemlenmektedir.

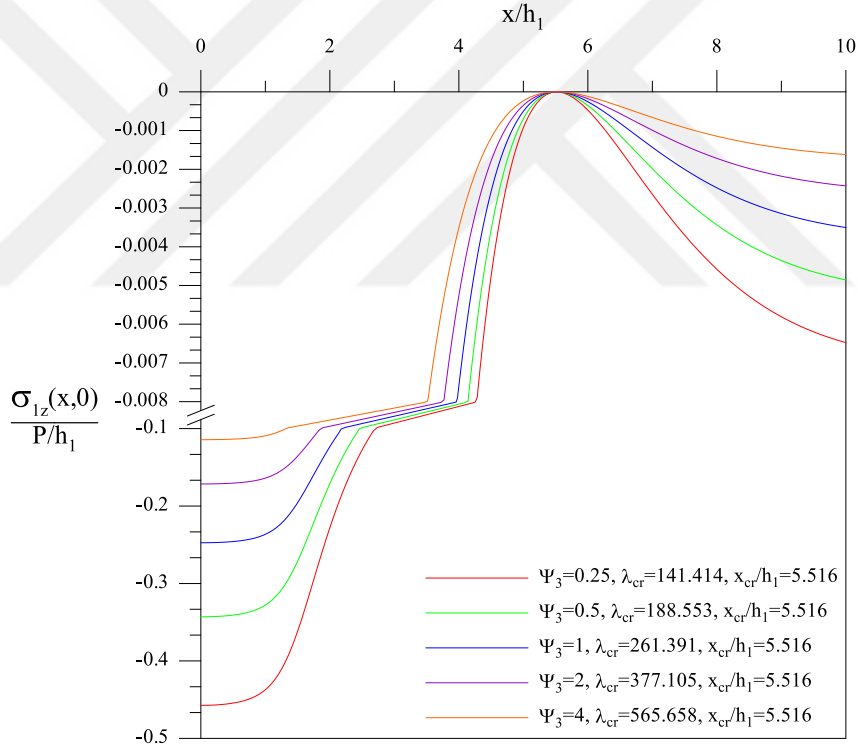


**Şekil 29:** Düz Panç Durumunda FD Ortotrop Tabakanın Rijitlik Katsayılarının Derecelendirilmesine Bağlı Olarak Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile FD İzotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı, Kritik Yük Faktörü ve İlk Ayrılma Noktası ( $a/h_1=0.8$ ,  $\Psi_2=0.5$ ,  $\Psi_3=0.5$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ ,  $G/E_p$ )



**Şekil 30:** Düz Panç Durumunda FD İzotrop Tabakanın Kayma Modülünün Derecelendirilmesine Bağlı Olarak Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile FD İzotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı, Kritik Yük Faktörü ve İlk Ayrılma Noktası ( $a/h_1=100$ ,  $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_3=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ ,  $G_r/E_p$  T300/934)

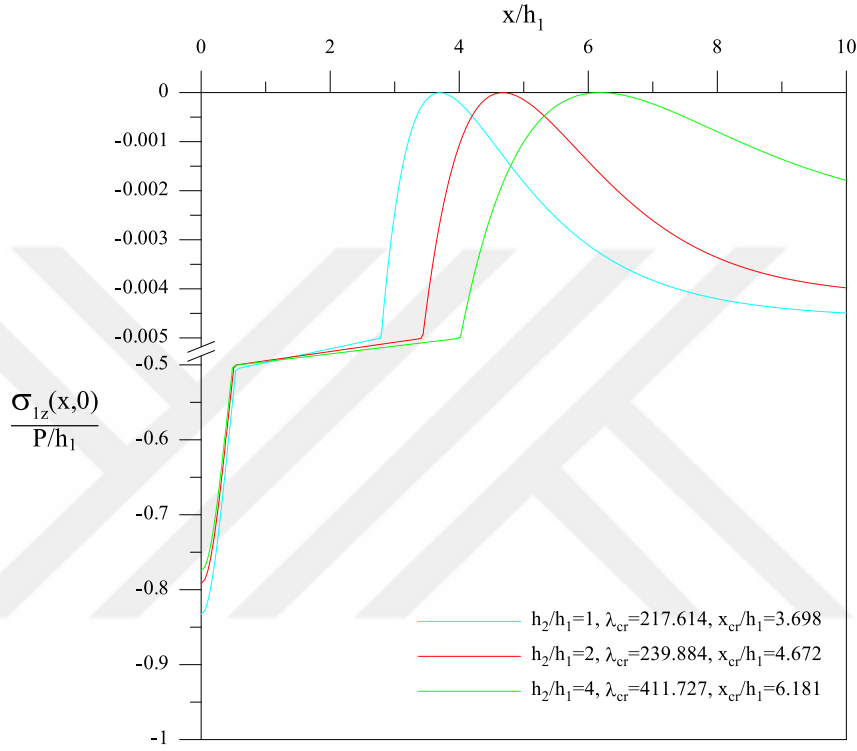
Şekil 31’de düz panç durumunda FD ortotrop tabakanın yoğunluğunun derecelendirilmesine bağlı olarak elde edilen FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki temas gerilmesi yayılımı, kritik yük faktörü ve ilk ayrılma noktası görülmektedir. Şekilden de görüleceği üzere FD ortotrop tabakanın yoğunluğunun alt yüzeyinden üst yüzeyine doğru artacak şekilde derecelendirilmesi FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki maksimum temas gerilmesinde azalışa neden olmaktadır. Ayrıca FD ortotrop tabakanın üst yüzeyinin yoğunluğu alt yüzeyine oranla arttıkça FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki kritik yük faktörü artmaktadır. FD ortotrop tabakanın yoğunluğunun alt yüzeyinden üst yüzeyine doğru artacak şekilde yapılan derecelendirme tabakanın ağırlaşmasına yol açmaktadır. Bu durum FD ortotrop tabakanın FD izotrop tabakadan ayrılması için uygulanması gereken kritik yükü artırmaktadır. FD ortotrop tabakanın yoğunluğunun tabaka yüksekliği boyunca derecelendirilmesi ilk ayrılmanın meydana geldiği noktanın konumunu etkilememektedir.



**Şekil 31:** Düz Panç Durumunda FD Ortotrop Tabakanın Yoğunluğunun Derecelendirilmesine Bağlı Olarak Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile FD İzotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı, Kritik Yük Faktörü ve İlk Ayrılma Noktası ( $a/h_1=1.5$ ,  $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ ,  $Gr/Al$ )

Şekil 32’de silindirik panç durumunda tabaka yükseklikleri oranının çeşitli değerleri için elde edilen FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki temas gerilmesi yayılımı, kritik yük faktörü ve ilk ayrılma noktası görülmektedir. Şekilden de görülebileceği gibi FD

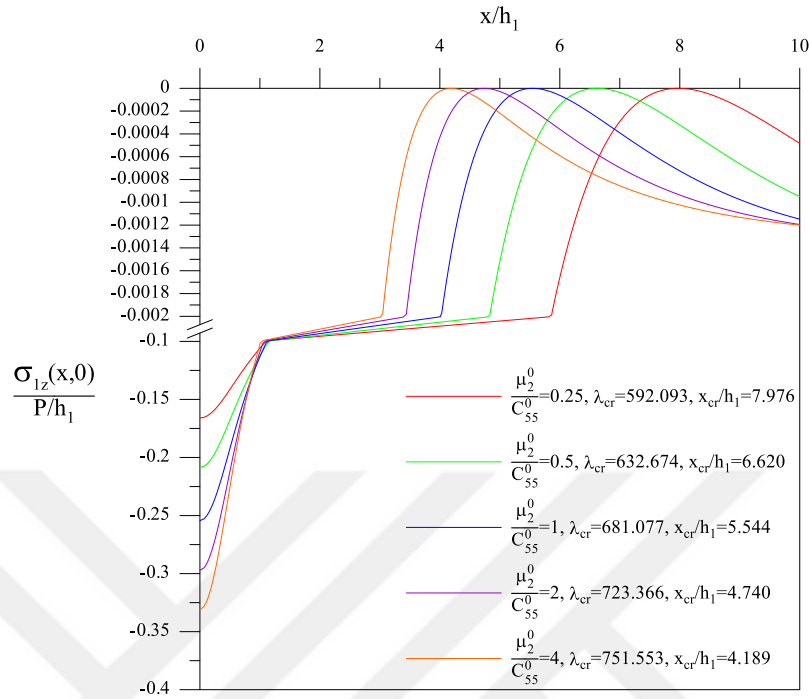
izotrop tabakanın yüksekliğinin FD ortotrop tabakanın yüksekliğine oranının artırılması durumunda FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki maksimum temas gerilmesi azalmaktadır. Ayrıca FD izotrop tabakanın FD ortotrop tabakaya göre daha yüksek olması durumunda tabakalar arasındaki kritik yük faktörü büyümekte bu durum daha büyük bir yükün uygulanması durumunda ilk ayrılmanın gerçekleşeceğini göstermektedir. Kısacası ayrılma daha zorlaşmaktadır. İlk ayrılma noktası ise FD izotrop tabakanın FD ortotrop tabakaya oranla daha yüksek olması durumunda simetri ekseninden uzaklaşmaktadır.



**Şekil 32:** Silindirik Panç Durumunda Tabaka Yükseklikleri Oranının Çeşitli Değerleri için Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile FD İzotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılışı, Kritik Yük Faktörü ve İlk Ayrılma Noktası ( $R/h_1=50$ ,  $\Psi_1=0.5$ ,  $\Psi_2=1.0001$ ,  $\Psi_3=0.6$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ ,  $C_{55}^0/(P/h_1)=500$ ,  $\kappa_2=2$ , Gr/Ep T300/934)

Şekil 33'te silindirik panç durumunda FD izotrop tabakanın üst yüzeyinin kayma modülünün boyutsuzlaştırılmış çeşitli değerleri için elde edilen FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki temas gerilmesi yayılışı, kritik yük faktörü ve ilk ayrılma noktası görülmektedir. Şekil incelendiğinde FD izotrop tabakanın kayma modülü değeri arttıkça FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki maksimum temas gerilmesinin arttığı görülmektedir. Şekilden ortaya çıkan diğer bir sonuç ise FD izotrop tabakanın üst yüzeyinin kayma modülü arttıkça yani üst yüzeyi daha rijit hale geldikçe tabakaların birbirinden ayrılması için gerekli kritik yükün arttığıdır. Bir başka deyişle FD izotrop tabakanın üst yüzeyi rijitleştikçe tabakaları birbirinden ayırmak için daha büyük bir yük uygulamak gerekmektedir.

Tabakalar arasındaki ilk ayrılmanın meydana geldiği kritik nokta ise FD izotrop tabakanın üst yüzeyinin rijitliğinin artmasıyla birlikte simetri eksenine daha yakın bir konumda gözlenmektedir.

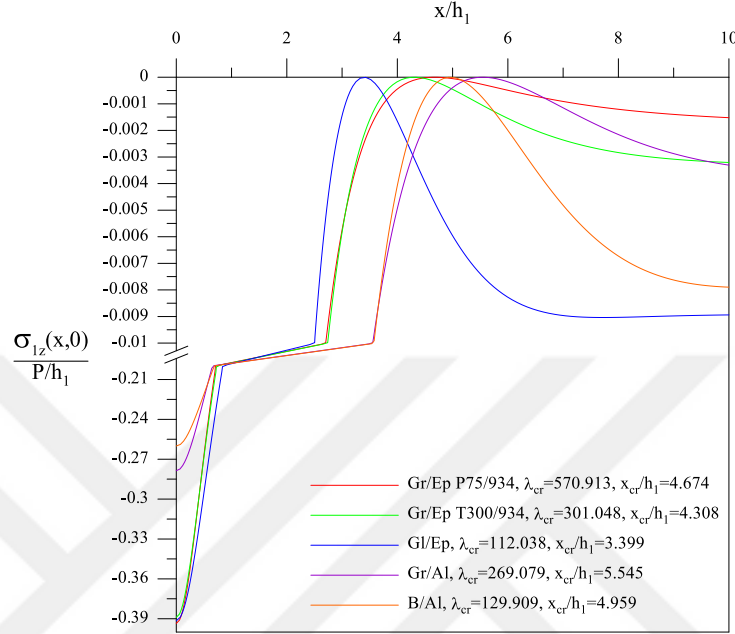


**Şekil 33:** Silindirik Panç Durumunda FD İzotrop Tabakanın Üst Yüzeyinin Kayma Modülünün Çeşitli Değerleri için Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile FD İzotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı, Kritik Yük Faktörü ve İlk Ayrılma Noktası ( $R/h_1=50$ ,  $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=2$ ,  $\Psi_1=3$ ,  $C_{55}^0/(P/h_1)=100$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ , Gr/Ep T75/934)

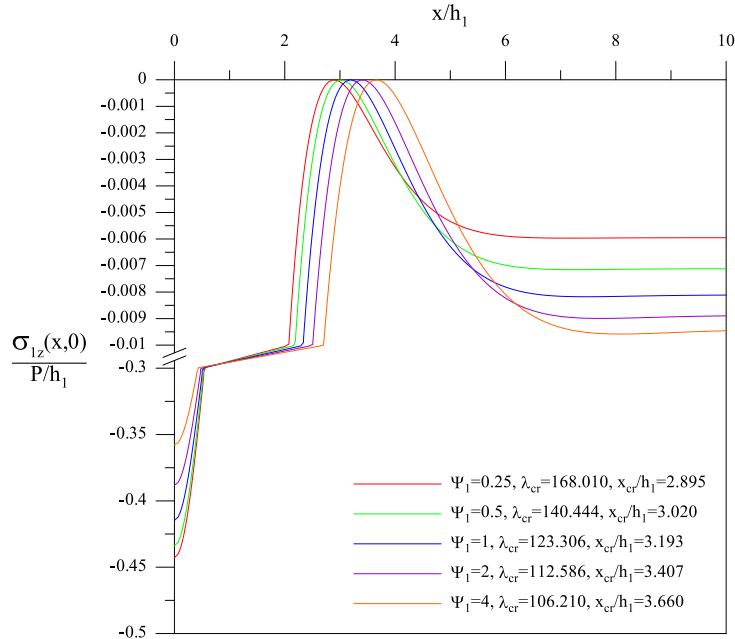
Şekil 34'te silindirik panç durumunda FD ortotrop tabaka için farklı ortotrop malzemeler kullanılması durumunda elde edilen FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki temas gerilmesi yayılımı, kritik yük faktörü ve ilk ayrılma noktası görülmektedir. Şekilden de görülebileceği gibi FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki maksimum temas gerilmesi ile kritik yük faktörü değeri Gr/Ep (P75/934) ortotrop malzemesinin kullanılması durumunda ortaya çıkmaktadır. Gr/Al malzemesi kullanılması durumunda ise ilk ayrılma noktası simetri ekseninden en uzak konumda meydana gelmektedir.

Şekil 35'te silindirik panç durumunda FD ortotrop tabakanın rijitlik katsayılarının derecelendirilmesine bağlı olarak elde edilen FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki temas gerilmesi yayılımı, kritik yük faktörü ve ilk ayrılma noktası gösterilmektedir. Şekil incelendiğinde FD ortotrop tabakanın rijitlik katsayılarının alt yüzeyden üst yüzeye doğru artan şekilde derecelendirilmesi durumunda FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki maksimum temas gerilmesinin azaldığı görülmektedir. FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki kritik yük faktörü ise FD ortotrop tabakanın rijitlik katsayılarının dolayısıyla

rijitliğinin alt yüzeyden üst yüzeye doğru artan şekilde derecelendirilmesiyle azalmaktadır. Yani FD ortotrop tabakanın üst yüzeyi alt yüzeyine oranla rijitleştikçe tabakaları birbirinden ayırmak için gerekli kritik yük azalmakta ve ayrılma daha kolay gerçekleşmektedir. FD ortotrop tabakanın alt yüzeyden üst yüzeye doğru rijitliği artacak şekilde derecelendirilmesi ilk ayrılmanın simetri ekseninden daha uzak bir noktada meydana gelmesine neden olmaktadır.

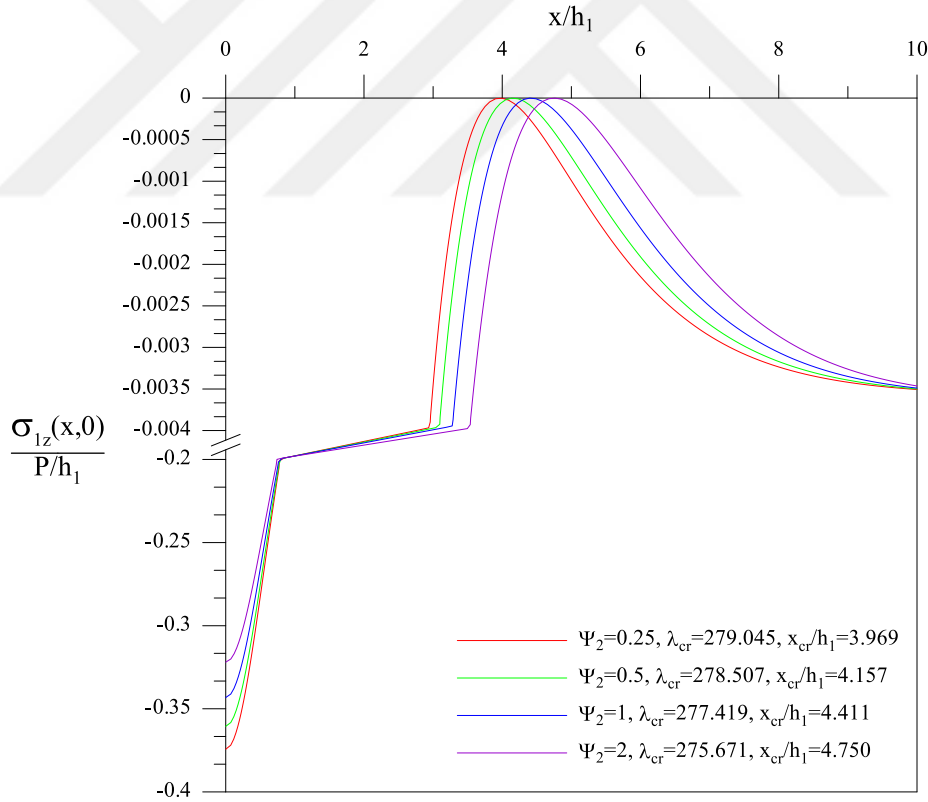


**Şekil 34:** Silindirik Panç Durumunda Çeşitli Ortotrop Malzemeler için Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile FD İzotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı, Kritik Yük Faktörü ve İlk Ayrılma Noktası ( $R/h_1=40$ ,  $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_2=2$ ,  $\Psi_3=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ ,  $C_{55}^0/(P/h_1)=500$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ )



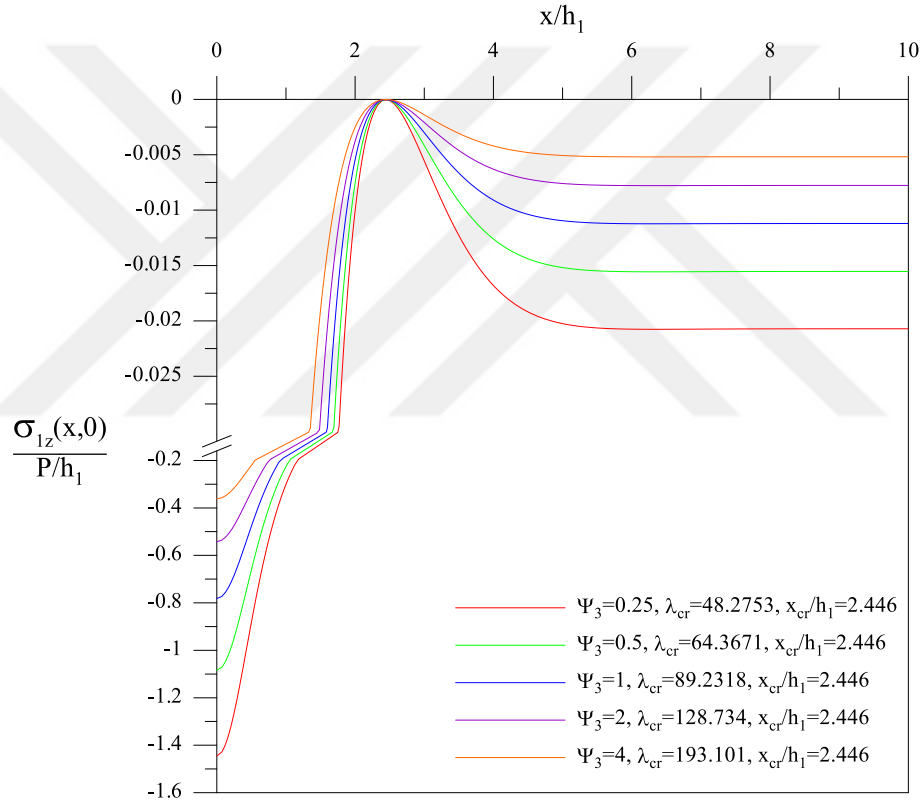
**Şekil 35:** Silindirik Panç Durumunda FD Ortotrop Tabakanın Rijitlik Katsayılarının Derecelendirilmesine Bağlı Olarak Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile FD İzotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı, Kritik Yük Faktörü ve İlk Ayrılma Noktası ( $R/h_1=80$ ,  $\Psi_2=2$ ,  $\Psi_3=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ ,  $C_{55}^0/(P/h_1)=500$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ , Gl/Ep)

Şekil 36’da silindirik panç durumunda FD izotrop tabakanın kayma modülünün derecelendirilmesine bağlı olarak elde edilen FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki temas gerilmesi yayılımı, kritik yük faktörü ve ilk ayrılma noktası gösterilmektedir. Şekilden de görülebileceği gibi FD izotrop tabakanın kayma modülünün üst yüzeyinden alt yüzeyine doğru azalacak şekilde derecelendirilmesi durumunda FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki maksimum temas gerilmesi azalmaktadır. Şekilden elde edilen diğer bir bulgu ise FD izotrop tabakanın kayma modülünün dolayısıyla da rijitliğinin üst yüzeyinden alt yüzeyine doğru azalacak şekilde derecelendirilmesinin FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki kritik yük faktörü değerini azalttığıdır. Yani FD izotrop tabakanın alt yüzeyi üst yüzeyine oranla daha yumuşak hale geldikçe tabakaları ayırmak için uygulanması gereken kritik yük değeri azalmaktadır. Kısacası söz konusu derecelendirme ilk ayrılmayı daha kolay hale getirmektedir. FD izotrop tabakanın rijitliğinin üst yüzeyinden alt yüzeyine doğru azalacak şekilde yapılan derecelendirme, tabakalar arasında meydana gelecek ilk ayrılmanın simetri eksenine göre daha uzakta oluşmasına sebebiyet vermektedir.



**Şekil 36:** Silindirik Panç Durumunda FD İzotrop Tabakanın Kayma Modülünün Derecelendirilmesine Bağlı Olarak Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile FD İzotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı, Kritik Yük Faktörü ve İlk Ayrılma Noktası ( $R/h_1=100$ ,  $\Psi_1=2$ ,  $\Psi_3=2$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ ,  $C_{55}^0/(P/h_1)=250$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ ,  $Gr/Al$ )

Şekil 37’de silindirik panç durumunda FD ortotrop tabakanın yoğunluğunun derecelendirilmesine bağlı olarak elde edilen FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki temas gerilmesi yayılımı, kritik yük faktörü ve ilk ayrılma noktası görülmektedir. Şekil incelendiğinde, FD ortotrop tabakanın yoğunluğunun alt yüzeyinden üst yüzeyine doğru artacak şekilde derecelendirilmesinin FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki maksimum temas gerilmesini azalttığı görülmektedir. FD ortotrop tabakanın üst yüzeyinin yoğunluğu alt yüzeyine oranla arttıkça tabaka daha ağır hale gelmekte fiziksel olarak da beklendiği üzere FD ortotrop tabakayı FD izotrop tabakadan ayırmak için uygulanması gereken kritik yük artmaktadır. FD ortotrop tabakanın yoğunluğunun tabaka yüksekliği boyunca derecelendirilmesi ilk ayrılmanın gerçekleştiği noktanın konumunu etkilememektedir.



**Şekil 37:** Silindirik Panç Durumunda FD Ortotrop Tabakanın Yoğunluğunun Derecelendirilmesine Bağlı Olarak Elde Edilen FD Ortotrop Tabaka ile FD İzotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilmesi Yayılımı, Kritik Yük Faktörü ve İlk Ayrılma Noktası ( $R/h_1=10$ ,  $\Psi_1=0.5$ ,  $\Psi_2=0.5$ ,  $\mu_2^0/C_{55}^0 = 1$ ,  $C_{55}^0/(P/h_1)=100$ ,  $h_2/h_1=1$ ,  $\kappa_2=2$ ,  $B/Al$ )

## SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, rijit temele bağlı FD ortotrop ve FD izotrop tabakalardan oluşan tabakalı sistemin rijit bir panç ile yüklenmesi durumundaki sürekli temas problemi analitik olarak ele alınmıştır. Yapılan analizler sonucunda; panç geometrisinin, farklı ortotrop malzeme kullanımının, dış yükün ve malzeme özelliklerinin tabaka yükseklikleri boyunca derecelendirilmesinin temas gerilme yayılışları, temas uzunlukları, kritik yük faktörü ve ilk ayrılma noktası üzerindeki etkileri detaylı olarak incelenmiştir. Çalışmada iki farklı panç profili (düz ve silindirik) ele alınmış, çalışmanın bazı özel hallerine ilişkin elde edilen sonuçlar literatürdeki çeşitli çalışmalarla karşılaştırılarak doğruluğu teyit edilmiştir. Bu çalışmadan elde edilen sonuçlar aşağıda özetlenmiştir:

### Sonuç

- Düz panç durumunda panç uzunluğu arttıkça FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas gerilmesi değerlerinin azaldığı görülmüştür.
- Hem düz panç hem de silindirik panç durumunda dış yük değerindeki artış ile birlikte FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas gerilmesi değerlerinin arttığı görülmüştür.
- Düz panç durumunda diğer parametreler sabit tutularak FD izotrop tabakanın üst yüzeyinin rijitliğinin artması durumunda FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki minimum temas gerilmesi değerinin arttığı görülmüştür.
- Silindirik panç durumunda diğer parametreler sabit tutularak FD izotrop tabakanın üst yüzeyinin rijitliğinin artması durumunda FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki maksimum temas gerilmesi değerinin arttığı gözlenmiştir.
- Düz panç profili için farklı ortotrop malzemelere göre FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas gerilmesi yayılışı incelendiğinde, yükleme doğrultusunda daha rijit bir ortotrop malzeme kullanımında minimum temas gerilmesinin azaldığı görülmüştür.
- Silindirik panç profili için farklı ortotrop malzemelere göre FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas gerilmesi yayılışı incelendiğinde, yükleme doğrultusunda daha rijit bir ortotrop malzeme kullanımında maksimum temas gerilmesinin arttığı görülmüştür.
- Düz panç durumunda FD ortotrop tabakanın rijitliğinin alt yüzeyinden üst yüzeyine doğru artması durumunda FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki minimum temas gerilmesinin azaldığı görülmüştür.
- Silindirik panç durumunda FD ortotrop tabakanın rijitliğinin alt yüzeyinden üst yüzeyine doğru artması durumunda FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki maksimum temas gerilmesinin arttığı görülmüştür.

- Silindirik panç durumunda FD izotrop tabakanın rijitliğinin üst yüzeyinden alt yüzeyine doğru azalması durumunda FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki maksimum temas gerilmesinin azaldığı görülmüştür.
- Düz panç durumunda FD izotrop tabakanın yüksekliğinin FD ortotrop tabakanın yüksekliğine oranının artmasıyla FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki minimum temas gerilmesinin azaldığı görülmüştür.
- Silindirik panç durumunda FD izotrop tabakanın yüksekliğinin FD ortotrop tabakanın yüksekliğine oranının artmasıyla FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki maksimum temas gerilmesinin azaldığı görülmüştür.
- Silindirik panç durumunda panç yarıçapının artması durumunda FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki maksimum temas gerilmesinin azaldığı görülmüştür.
- Silindirik panç durumunda FD ortotrop tabakanın x yönündeki elastisite modülünün artması FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki maksimum temas gerilmesi değerinde artışa neden olmuştur.
- Silindirik panç durumunda FD ortotrop tabakanın y yönündeki elastisite modülünün artması FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki maksimum temas gerilmesi değerinde azalışa neden olmuştur.
- Silindirik panç durumunda FD ortotrop tabakanın z yönündeki yani yükleme yönündeki elastisite modülünün artması FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki maksimum temas gerilmesinde artışa neden olmuştur.
- Silindirik panç durumunda dış yük değerindeki artış FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğunun büyümesine neden olmuştur.
- Silindirik panç durumunda diğer parametreler sabit tutularak FD izotrop tabakanın üst yüzeyinin rijitliğinin artmasıyla FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğu azalmaktadır.
- Silindirik panç durumunda yükleme doğrultusunda daha rijit bir ortotrop malzeme kullanılması ile FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğunun azaldığı görülmüştür.
- Silindirik panç durumunda FD ortotrop tabakanın rijitliğinin alt yüzeyinden üst yüzeyine doğru giderek artması ile FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğunun azaldığı görülmüştür.
- Silindirik panç durumunda FD izotrop tabakanın rijitliğinin üst yüzeyinden alt yüzeyine doğru giderek azalması ile FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğunun arttığı görülmüştür.

- Silindirik panç durumunda daha büyük yarıçaplı panç kullanıldığında FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğu artmaktadır.
- Silindirik panç durumunda FD izotrop tabakanın yüksekliğinin FD ortotrop tabakanın yüksekliğine oranı arttıkça FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğunun arttığı görülmüştür.
- Silindirik panç durumunda FD ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğu FD ortotrop tabakanın x ve y yönündeki elastisite modülleri arttıkça artarken, z yönündeki elastisite modülü arttıkça azalmaktadır.
- Düz panç durumunda panç uzunluğunun artması FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki maksimum temas gerilmesinde azalışa, kritik yük faktöründe ise artışa neden olmuştur. Yani daha uzun düz panç kullanılması durumunda FD ortotrop tabakanın FD izotrop tabakadan ayrılması için daha büyük yük gerekmektedir. Panç uzunluğunun artması ilk ayrılma noktasını simetri ekseninden uzaklaştırmıştır.
- Düz panç durumunda FD izotrop tabakanın yüksekliğinin FD ortotrop tabakanın yüksekliğine oranının artması ile FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki maksimum temas gerilmesi ve kritik yük faktörü azalmaktadır. Söz konusu oranın artması ilk ayrılma noktasının simetri ekseninden uzaklaşmasına neden olmuştur.
- Silindirik panç durumunda FD izotrop tabakanın yüksekliğinin FD ortotrop tabakanın yüksekliğine oranının artması ile FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki maksimum temas gerilmesi azalırken, kritik yük faktörü değeri artmaktadır. Söz konusu oranın artması ilk ayrılma noktasının simetri ekseninden uzaklaşmasına neden olmuştur.
- Hem düz panç hem de silindirik panç durumunda FD izotrop tabakanın üst yüzeyinin boyutsuzlaştırılmış kayma modülünün artmasıyla FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki maksimum temas gerilmesi değeri artmıştır. Kritik yük faktörü değeri ise düz panç durumunda azalma gösterirken silindirik panç durumunda artış göstermiştir. Bununla birlikte, ilk ayrılma noktası her iki durumda da simetri eksenine yaklaşmıştır.
- Düz panç durumunda FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki maksimum temas gerilmesinin G1/Ep malzemesi, maksimum kritik yük faktörünün Gr/Ep (P75/934) malzemesi ve ilk ayrılma noktasının konumunun simetri eksenine en uzak olduğu durumun Gr/Al malzemesi kullanılması durumunda ortaya çıktığı gözlenmiştir.
- Silindirik panç durumunda FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki maksimum temas gerilmesi ile maksimum kritik yük faktörünün Gr/Ep (P75/934) malzemesi ve ilk ayrılma noktasının konumunun simetri eksenine en uzak olduğu durumun Gr/Al malzemesi kullanılması durumunda ortaya çıktığı gözlenmiştir.

- Hem düz panç hem de silindirik panç durumunda FD ortotrop tabakanın rijitlik katsayılarının alt yüzeyinden üst yüzeyine doğru artacak şekilde derecelendirilmesi durumunda, yani FD ortotrop tabakanın rijitliğinin alt yüzeyinden üst yüzeyine doğru artması durumunda FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki maksimum temas gerilmesi ve kritik yük faktörü değerleri azalmaktadır. Bahsedilen derecelendirme durumunda ilk ayrılmanın gerçekleştiği konum ise simetri ekseninden uzaklaşmaktadır.
- Hem düz panç hem de silindirik panç durumunda FD izotrop tabakanın kayma modülünün üst yüzeyinden alt yüzeyine doğru azalacak şekilde derecelendirilmesi halinde FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki maksimum temas gerilmesi ve kritik yük faktörü değerleri azalmaktadır. Söz konusu derecelendirme durumunda ilk ayrılmanın gerçekleştiği nokta ise simetri ekseninden uzaklaşmaktadır.
- Hem düz panç hem de silindirik panç durumunda FD ortotrop tabakanın yoğunluğunun alt yüzeyinden üst yüzeyine doğru artacak şekilde derecelendirilmesi FD ortotrop tabaka ile FD izotrop tabaka arasındaki maksimum temas gerilmesi değerinde azalışa neden olurken kritik yük faktörü değerinde ise artışa neden olmuştur. Söz konusu derecelendirme ilk ayrılma noktasının konumunu her iki panç durumunda da etkilememiştir.
- Bu çalışmanın belirli özel hallerine ilişkin sonuçlar, literatürdeki benzer çalışmalarla karşılaştırılmış ve sonuçların büyük ölçüde uyumlu olduğu görülmüştür.

## Öneriler

Bu çalışmanın bulguları ve elde edilen sonuçlar, temas mekaniği alanındaki mevcut literatüre önemli katkılarda bulunmaktadır. Çalışmada elde edilen verilerin analizi, gelecekte yapılacak çalışmalar için yeni yönelimler ve geliştirme fırsatları sunmaktadır. Bu bağlamda, gelecekteki araştırmalarda dikkate alınması gereken bazı öneriler aşağıda sıralanmıştır:

- Problemin süreksiz temas hali de incelenebilir.
- Problem sürtünme etkileri dikkate alınarak çözülebilir.
- Farklı yöntemler kullanılarak problemin analizi gerçekleştirilebilir ve elde edilen sonuçlar karşılaştırılabilir. Örneğin, sonlu elemanlar yöntemi ve yapay sinir ağları gibi sayısal ve yapay zeka tabanlı yöntemler ile elde edilen sonuçların karşılaştırılması, elde edilen verilerin doğruluğunu artırabilir ve daha kapsamlı bir analiz sunabilir.
- Kayan panç durumu için problem incelenebilir.
- Farklı malzeme türleri (piezoelektrik, termoelektrik, magnetoelektrik malzemeler vb.) için bu temas problemi çözülebilir.
- Dinamik yükleme etkisi altında problem ele alınabilir.

## KAYNAKÇA

- Abanoz, M. (2018). *Rijit bir panç aracılığıyla yüklenmiş ve rijit temele bağlanmış fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın temas problemi*. (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 540504)
- Abhilash, M. N., & Murthy, H. (2014). Finite element analysis of 2-D elastic contacts involving FGMs. *International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics*, 15(3), 253-257. <https://doi.org/10.1080/15502287.2014.882445>
- Adıbelli, H., Çömez, İ., & Erdol, R. (2013). Receding contact problem for a coated layer and a half-plane loaded by a rigid cylindrical stamp. *Archives of Mechanics*, 65(3) 219-236.
- Adıyaman, G., Birinci, A., Turan, M., & Kahya, V. (2015). Yarım düzlem üzerine oturan (yapıştırılmış) fonksiyonel derecelendirilmiş bir tabakanın eksenel simetrik temas problemi. *XIX. Ulusal Mekanik Kongresi*, 16-25. Trabzon: Karadeniz Teknik Üniversitesi.
- Adıyaman, G., Birinci, A., Öner, E., & Yaylacı, M. (2016). A receding contact problem between a functionally graded layer and two homogeneous quarter planes. *Acta Mechanica*, 227(6), 1753-1766. <https://doi.org/10.1007/s00707-016-1580-y>
- Adıyaman, G., Öner, E., & Birinci, A. (2017). Continuous and discontinuous contact problem of a functionally graded layer resting on a rigid foundation. *Acta Mechanica*, 228(9), 3003-3017. <https://doi.org/10.1007/s00707-017-1871-y>
- Aizikovich, S. M., Vasil'ev, A. S., Krenev, L. I., Trubchik, I. S., & Seleznev, N. M. (2011). Contact problems for functionally graded materials of complicated structure. *Mechanics of Composite Materials*, 47(5), 539-548. <https://doi.org/10.1007/s11029-011-9232-8>
- Aleksandrov, E. B., Vil'ke, V. G., & Kosenko, I. I. (2008). Hertzian contact problem: Numerical reduction and volumetric modification. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 48(12), 2226-2240. <https://doi.org/10.1134/s0965542508120129>
- Al-Qado, A. W. H. (2024). *Fonksiyonel derecelendirilmiş ortotrop tabakanın temas mekaniği*. (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 884216)
- Apatay, T., Dağ, S., Güler, M., & Gülgeç, M. (2010). Fonksiyonel derecelendirilmiş kaplamalarda sürtünmeli rijit zımba etkisiyle oluşan yüzey altı temas gerilmeleri. *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 25(3), 611-623.
- Arslan, O. (2019). Solution of the plane contact problem between a finite-thickness laterally graded solid and a rigid stamp of an arbitrary tip-profile. *Archives of Mechanics*, 71(6), 531-565. <https://doi.org/10.24423/aom.3207>
- Babych, S. Y., Yarets'ka, N. O., & Dehtyar, S. V. (2023). Contact problem for half-spaces and elastic cylinder with initial (residual) stresses. *International Applied Mechanics*, 59, 442-454. <https://doi.org/10.1007/s10778-023-01234-w>
- Barber, J. R., & Ciavarella, M. (2000). Contact mechanics. *International Journal of Solids and Structures*, 37(1-2), 29-43.

- Binienda W. K., & Pindera, M. J. (1994). Frictionless contact of layered metal-matrix and polymer-matrix composite half planes. *Composites Science and Technology*, 50(1), 119-128. [https://doi.org/10.1016/0266-3538\(94\)90131-7](https://doi.org/10.1016/0266-3538(94)90131-7)
- Birinci, A. (1998). *Alt tabakasında düşey bir çatlak bulunan ve rijit bir blok aracılığı ile yüklenen bileşik tabaka problemi*. (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 78101)
- Birinci, A., Adıyaman, G., Yaylacı, M., & Öner, E. (2015). Analysis of continuous and discontinuous cases of a contact problem using analytical method and FEM. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 12(9), 1771-1789. <https://doi.org/10.1590/1679-78251574>
- Bora, P. (2016). *İki rijit dikdörtgen blok ile yüklenmiş elastik yarı sonsuz düzlem üzerine oturan iki elastik tabakanın temas problemi*. (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 435042)
- Chen, X. W., & Yue, Z. Q. (2019). Contact mechanics of two elastic spheres reinforced by functionally graded materials (FGM) thin coatings. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 109, 57-69. <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2019.09.009>
- Chenxi Z., & Shenghu, D. (2021). Continuous contact problem of thermoelectric layer pressed by rigid punch. *Applied Mathematical Modelling*, 100, 536-548. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2021.07.029>
- Chidlow, A. J., Chong W. W. F., & Teodorescu, M. (2013). On the two-dimensional solution of both adhesive and non-adhesive contact problems involving functionally graded materials. *European Journal of Mechanics A Solids*, 39, 86-103. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2012.10.008>
- Choi, H. J. (2009). On the plane contact problem of a functionally graded elastic layer loaded by a frictional sliding flat punch. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 23, 2703-2713. <https://doi.org/10.1007/s12206-009-0734-4>
- Civelek, M. B., & Erdogan, F. (1975). The frictionless contact problem for an elastic layer under gravity. *Journal of Applied Mechanics*, 42(1), 136-140. <https://doi.org/10.1115/1.3423504>
- Civelek, M. B., & Erdoğan, F. (1976). Interface separation in a frictionless contact problem for an elastic layer. *Journal of Applied Mechanics*, 43(1), 175-177. <https://doi.org/10.1115/1.3423775>
- Civelek, M. B., Erdoğan, F., & Çakiroğlu, A. O. (1978). Interface separation for an elastic layer loaded by a rigid stamp. *International Journal of Engineering Science*, 16(9), 669-679. [https://doi.org/10.1016/0020-7225\(78\)90044-7](https://doi.org/10.1016/0020-7225(78)90044-7)
- Çakiroğlu, A. O. (1979). *Elastik yarım düzleme oturan plaklarda temas problemi*. (Doçentlik tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Çakiroğlu, F. L., Çakiroğlu, M., & Erdöl, R. (2001). Contact problems for two elastic layers resting on elastic half-plane. *Journal of Engineering Mechanics*, 127(2), 113-118. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9399\(2001\)127:2\(113\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9399(2001)127:2(113))
- Çömez, İ. (2010). Frictional contact problem for a rigid cylindrical stamp and an elastic layer resting on a half plane. *International Journal of Solids and Structures*, 47(7-8), 1090-1097. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2010.01.003>

- Çömez, İ. (2013). Contact problem of a functionally graded layer resting on a winkler foundation. *Acta Mechanica*, 224(11), 2833-2843. <https://doi.org/10.1007/s00707-013-0903-5>
- Çömez, İ., & Erdöl, R. (2013). Frictional contact problem of a rigid stamp and an elastic layer bonded to a homogeneous substrate. *Archive of Applied Mechanics*, 83, 15-24. <https://doi.org/10.1007/s00419-012-0626-4>
- Çömez, İ. (2015). Contact problem for a functionally graded layer indented by a moving punch. *International Journal of Mechanical Sciences*, 100, 339-344. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2015.07.006>
- Çömez, İ. (2017). Frictional moving contact problem for a layer indented by a rigid cylindrical punch. *Archive of Applied Mechanics*, 87(12), 1993-2002. <https://doi.org/10.1007/s00419-017-1306-1>
- Çömez, İ., & Güler, M. A. (2017). The contact problem of a rigid punch sliding over a functionally graded bilayer. *Acta Mechanica*, 228(6), 2237-2249. <https://doi.org/10.1007/s00707-017-1827-2>
- Çömez, İ., & El-Borgi, S. (2018). Contact problem of a graded layer supported by two rigid punches. *Archive of Applied Mechanics*, 88(10), 1893-1903. <https://doi.org/10.1007/s00419-018-1416-4>
- Çömez, İ., Kahya, V., & Erdöl, R. (2018). Plane receding contact problem for a functionally graded layer supported by two quarter-planes. *Archives of Mechanics*, 70(6), 485-504. <https://doi.org/10.24423/aom.2846>
- Çömez, İ. (2020). Contact mechanics of the functionally graded monoclinic layer. *European Journal of Mechanics A Solids*, 83(104018), 104018. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2020.104018>
- Çömez, İ. (2021). Frictional moving contact problem of a magneto- electro- elastic half plane. *Mechanics of Materials: An International Journal*, 154(103704), 103704. <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2020.103704>
- Çömez, İ., & Omurtag, M.H. (2021). Contact problem between a rigid punch and a functionally graded orthotropic layer resting on a Pasternak foundation. *Archive of Applied Mechanics*, 91(9), 3937-3958. <https://doi.org/10.1007/s00419-021-01988-0>
- Çömez, İ. (2022a). Dynamic contact problem for a viscoelastic orthotropic coated isotropic half plane. *Acta Mechanica*, 233(12), 5241-5253. <https://doi.org/10.1007/s00707-022-03366-5>
- Çömez, İ. (2022b). Frictional moving contact problem between a functionally graded monoclinic layer and a rigid punch of an arbitrary profile. *Acta Mechanica*, 233(4), 1435-1453. <https://doi.org/10.1007/s00707-022-03178-7>
- Çömez, İ. (2022c). Thermoelastic contact problem of a magneto-electro-elastic layer indented by a rigid insulating punch. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 29(28), 7231-7245. <https://doi.org/10.1080/15376494.2021.1995087>
- Çömez İ., & Güler, M. A. (2022). Thermoelastic contact problem of a rigid punch sliding on a functionally graded piezoelectric layered half plane with heat generation. *Journal of Thermal Stresses*, 45(3), 191-213. <https://doi.org/10.1080/01495739.2021.2009747>

- Çömez, İ., & Karabulut, P. M. (2022). Continuous and discontinuous contact problem of a magneto-electro-elastic layer. *Structural Engineering and Mechanics*, 83(1), 67-77. <https://doi.org/10.12989/sem.2022.83.1.067>
- Çömez, İ., & El-Borgi, S. (2023). Frictional contact problem of a coated half plane pressed by a rigid punch with coupled stress elasticity. *Archive of Applied Mechanics*, 93, 3533-3552. <https://doi.org/10.1007/s00419-023-02452-x>
- Çömez, İ. (2024). Sliding moving contact problem between a rigid cylindrical punch and a functionally graded orthotropic layer bonded to an isotropic homogeneous layer. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 52(3), 1211-1224. <https://doi.org/10.1080/15397734.2022.2138913>
- Elloumi, R., Kallel-Kamoun, I., El-Borgi, S., & Güler, M. A. (2014). On the frictional sliding contact problem between a rigid circular conducting punch and a magneto-electro-elastic half-plane. *International Journal of Mechanical Sciences*, 87, 1-17. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2014.04.024>
- Elloumi, A., El-Borgi, A., Güler, M. A., & Kallel-Kamoun, I. (2015). The contact problem of a rigid stamp with friction on a functionally graded magneto-elektro-elastic half-plane. *Acta Mechanica*, 227, 1123-1156. <https://doi.org/10.1007/s00707-015-1504-2>
- Erbaş, B., Yusufoglu, E., & Kaplunov, J. (2011). A plane contact problem for an elastic orthotropic strip. *Journal of Engineering Mathematics*, 70(4), 399-409. <https://doi.org/10.1007/s10665-010-9422-8>
- Erdoğan F., & Gupta, G. D. (1972). On the numerical solution of singular integral equations. *Quarterly of Applied Mathematics*, 29(4), 525-534. <https://doi.org/10.1090/qam/408277>
- Eyüpoğlu, A. (2019). *Winkler temele oturan ve rijit dairesel blok aracılığıyla yüklenen biri fonksiyonel derecelendirilmiş iki tabakanın temas problemi*. (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 556176)
- Fernandez-Garcia, J. R., Sofoneo, M., & No, J. M. V. (2002). A frictionless contact problem for elastic-viscoplastic materials with normal compliance: Numerical analysis and computational experiments. *Numerische Mathematik*, 90(4), 689-719, <https://doi.org/10.1007/s002110100306>
- Geçit, M. R. (1980). A tensionless contact without friction between an elastic layer and an elastic foundation. *International Journal of Solids and Structures*, 16(5), 387-396. [https://doi.org/10.1016/0020-7683\(80\)90037-2](https://doi.org/10.1016/0020-7683(80)90037-2)
- Gourgiotis, P. A., Zisis, T., Giannakopoulos, A. E., & Georgiadis, H. G. (2019). The hertz contact problem in couple-stress elasticity. *International Journal of Solids and Structures*, 168, 228-237. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2019.03.032>
- Hakobyan, V. N., & Dashtoyan, L. L. (2013). Contact problem for an orthotropic plane with a slit. *Mechanics of Composite Materials*, 49(5), 507-518. <https://doi.org/10.1007/s11029-013-9367-x>
- Han, W., & Sofoneo, M. (2007). On a dynamic contact problem for elastic-visco-plastic materials. *Applied Numerical Mathematics: Transactions of IMACS*, 57(5-7), 498-509. <https://doi.org/10.1016/j.apnum.2006.07.003>
- Han, W., & Sofonea, M. (2019). Numerical analysis of hemivariational inequalities in contact mechanics. *Acta Numerica*, 28, 175-286. <https://doi.org/10.1017/S0962492919000023>

- Hertz, H. (1882). On the contact of elastic solids. *Journal für die Reine und Angewandte Mathematik*, 92, 156-171.
- Kagadii T. S., & Pavlenko, A. V. (2003). Contact problem for an elastic orthotropic half-strip. *International Applied Mechanics*, 39(10), 1179-1187. <https://doi.org/10.1023/b:inam.0000010369.53309.1d>
- Karabulut, P. M., Yaylacı, M., & Birinci, A. (2017). Fonksiyonel derecelendirilmiş tabaka ve yarım düzlem arasındaki sürtünmesiz ve ayrılmalı temas problemi. 20. *Ulusal Mekanik Kongresi*, Bursa: Uludağ Üniversitesi. <http://hdl.handle.net/11527/18330>
- Karabulut, P. M. (2021). *Rijit düzleme bağlı izotropik tabakaya oturan fonksiyonel derecelendirilmiş ortotrop tabakanın sürekli ve süreksiz temas problemi*. (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 698453)
- Karabulut, P. M., Çetinkaya, İ. T., Oğuz, H., & Çömez, İ. (2024). Moving contact problem of a functionally graded orthotropic coated half plane. *Acta Mechanica*, 235(6), 3989-4004. <https://doi.org/10.1007/s00707-024-03927-w>
- Katebi, A., & Selvadurai, A. P. S. (2015). A frictionless contact problem for a flexible circular plate and an incompressible non-homogeneous elastic halfspace. *International Journal of Mechanical Sciences*, 90, 239-245. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2014.10.017>
- Kaya, Y. (2020). *Rijit düzlem üzerine oturan ve iki rijit düz blok aracılığıyla yüklenmiş biri fonksiyonel derecelendirilmiş iki tabakanın temas problemi*. (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 654298)
- Kaya, F. (2023). *Yapay zeka tekniğiyle fonksiyonel derecelendirilmiş tabakalardaki temas probleminin analizi*. (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 835674)
- Ke, L. L., & Wang Y. S. (2006). Two-dimensional contact mechanics of functionally graded materials with arbitrary spatial variations of material properties. *International Journal of Solids and Structures*, 43(18-19), 5779-5798. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2005.06.081>
- Li, M., Lei, M., Munjiza, A., & Wen, P. H. (2015). Frictional contact analysis of functionally graded materials with Lagrange finite block method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 103(6), 391-412. <https://doi.org/10.1002/nme.4894>
- Li, P., & Liu, T. J. (2020). The two-dimensional adhesive contact problem in the theory of couple stress elasticity. *Journal of Adhesion Science and Technology*, 34(10), 1062-1082. <https://doi.org/10.1080/01694243.2019.1693168>
- Liu, J., Ke, L. L., & Wang, Y. S. (2011). Two-dimensional thermoelastic contact problem of functionally graded materials involving frictional heating. *International Journal of Solids and Structures*, 48(18), 2536-2548. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2011.05.003>
- Liu, T. J., Zhang, C., Wang, Y. S., & Xing, Y. M. (2016). The axisymmetric stress analysis of double contact problem for functionally graded materials layer with arbitrary graded materials properties. *International Journal of Solids and Structures*, 96, 229-239. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2016.06.006>
- Long, J. M., Wang, G. F., Feng, X. Q., & Yu, S. W. (2012). Two-dimensional Hertzian contact problem with surface tension. *International Journal of Solids and Structures*, 49(13), 1588-1594. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2012.03.017>

- Long, J., Yuan, W., Chen, W., & Wang, G. (2018). Analytic relations for two-dimensional indentations with surface tension. *Mechanics of Materials: An International Journal*, 119, 34-41. <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2018.01.003>
- Ma, J., El-Borgi, S., Ke, L. L., & Wang, Y. S. (2016). Frictional contact problem between a functionally graded magneto-electroelastic layer and a rigid conducting flat punch with frictional heat generation. *Journal of Thermal Stresses*, 39(3), 245-277. <https://doi.org/10.1080/01495739.2015.1124648>
- Maksymovych, O. V., Lavrenchuk, S. V., & Soliar, T. Y. (2019). Contact problem for an anisotropic half plane with cracks. *Journal of Mathematical Sciences*, 240(2), 173-183. <https://doi.org/10.1007/s10958-019-04345-3>
- Malits, P. (2005). Effective approach to the contact problem for a stratum. *International Journal of Solids and Structures*, 42(5-6), 1271-1285. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2004.08.008>
- Obodan, N. I., Zaitseva, T. A., & Fridman, O. D. (2019). Contact problem for a rigid punch and an elastic half space as an inverse problem. *Journal of Mathematical Sciences*, 240(2), 184-193. <https://doi.org/10.1007/s10958-019-04346-2>
- Oktay, M. G. (2023). *İzotrop yarım düzleme oturan ortotrop tabakanın sürekli temas problemi*. (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 821026)
- Öner, E. (2011). *Rijit dairesel bir panç aracılığıyla yüklenmiş ve elastik yarı sonsuz düzleme oturan iki elastik tabakanın sürekli temas problemi*. (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 287206)
- Öner, E., Yaylacı, M., & Birinci, A. (2015). Analytical solution of a contact problem and comparison with the results from FEM. *Structural Engineering and Mechanics*, 54(4), 607-622. <https://doi.org/10.12989/sem.2015.54.4.607>
- Öner, E. (2017). *Rijit bir blok aracılığıyla yüklenmiş ve elastik yarım düzleme oturan fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın sürekli ve süreksiz temas problemi*. (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 467966)
- Öner, E., & Birinci, A. (2020). Investigation of the solution for discontinuous contact problem between a functionally graded (FG) layer and homogeneous half-space. *Archive of Applied Mechanics*, 90(12), 2799-2819. <https://doi.org/10.1007/s00419-020-01750-y>
- Öner, E. (2021). Two-dimensional frictionless contact analysis of an orthotropic layer under gravity. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, 16(4), 573-594. <https://doi.org/10.2140/jomms.2021.16.573>
- Özşahin, T. S., & Taşkır, O. (2013). Contact problem for an elastic layer on an elastic half plane loaded by means of three rigid flat punches. *Mathematical Problems in Engineering*, 2013, 1-14. <https://doi.org/10.1155/2013/137427>
- Panasenko, G. P., & Elbert, A. E. (2018). Asymptotic of the solution of the contact problem for a thin elastic plate and a viscoelastic layer. *Doklady Mathematics*, 97(2), 109-112. <https://doi.org/10.1134/S1064562418020023>
- Patra, R., Barik, S. P., & Chaudhuri, P. K. (2018). Frictionless contact between a rigid indenter and a transversely isotropic functionally graded layer. *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*, 23(3), 655-671. <https://doi.org/10.2478/ijame-2018-0036>

- Polat, A., & Kaya, Y. (2018). Elastik yarı sonsuz düzlem üzerine oturan ağırlıklı tabakanın sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak sürtünmesiz temas problemi analizi. *Düzce University Journal of Science and Technology*, 6(2), 357-368.
- Polat, A., Kaya, Y., & Özşahin, T. Ş. (2018). Analytical solution to continuous contact problem for a functionally graded layer loaded through two dissimilar rigid punches. *Meccanica*, 53(14), 3565-3577. <https://doi.org/10.1007/s11012-018-0902-7>
- Polat, A. (2019). *Elastik yarım düzleme oturan ve iki rijit blok aracılığıyla yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın temas problemi*. (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 543937)
- Pompei, A., Rigano A., & Sumbatyan, M. A. (2004). Contact problem for a rectangular punch on the porous elastic half-space. *Journal of Elasticity*, 76,1-19. <https://doi.org/10.1007/s10659-004-0043-1>
- Pozharskii, D. A. (2017). Contact problem for an orthotropic half-space. *Mechanics of Solids*, 52(3), 315-322. <https://doi.org/10.3103/S0025654417030086>
- Singh, B. M., Rokne, J., & Dhaliwal, R. S. (2007). The study of dynamic behavior of functionally graded piezoelectric materials and an application to a contact problem. *Quarterly of Applied Mathematics*, 65(1), 155-162. <https://doi.org/10.1090/S0033-569X-07-01029-0>
- Sneddon, I. N. (1972). The transmission of force between two half-planes. *Journal of Elasticity*, 2(4), 283-295. <https://doi.org/10.1007/bf00045713>
- Şengül Şabano, B. (2020). *Elastik yarı düzleme oturan ve yayılı yük ile yüklenen fonksiyonel derecelendirilmiş iki tabakanın temas problemi*. (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 635588)
- Trubchik, I. S., Evich, L. N., & Mitrin, B. I. (2011). The analytical solution of the contact problem for the functionally graded layer of complicate structure. *Procedia Engineering*, 10, 1754-1759. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2011.04.292>
- Turan, M., Adıyaman, G., Kahya, V., & Birinci, A. (2016). Axisymmetric analysis of a functionally graded layer resting on elastic substrate. *Structural Engineering and Mechanics*, 58(3), 423-442. <https://doi.org/10.12989/sem.2016.58.3.423>
- Usov, P. P., & Danilov, V. D. (2009). The contact problem for a viscoelastic layer and rigid cylinder during regular sliding. *Journal of Friction and Wear*, 30(4), 246-257. <https://doi.org/10.3103/s1068366609040047>
- Volkov, S., Aizikovich, S., Wang, Y. S., & Fedotov, I. (2013). Analytical solution of axisymmetric contact problem about indentation of a circular indenter into a soft functionally graded elastic layer. *Acta Mechanica Sinica*, 29, 196-201. <https://doi.org/10.1007/s10409-013-0022-5>
- Yan, J., & Li, X. (2015). Double receding contact plane problem between a functionally graded layer and an elastic layer. *European Journal of Mechanics A Solids*, 53, 143-150. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2015.04.001>
- Yang, Y. Y. (2000). Time-dependent stress analysis in functionally graded materials. *International Journal of Solids and Structures*, 37(51), 7593-7608. [https://doi.org/10.1016/s0020-7683\(99\)00310-8](https://doi.org/10.1016/s0020-7683(99)00310-8)

- Yang, J., & Ke, L. L. (2008). Two-dimensional contact problem for a coating– graded layer– substrate structure under a rigid cylindrical punch. *International Journal of Mechanical Sciences*, 50(6), 985-994. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2008.03.002>
- Yang, Y., Ding, S., Li, X., & Wang, W. (2024). Contact problem of two punches in an elastic coating attached to a porous material. *International Journal of Fracture*, 246(2-3), 265-291. <https://doi.org/10.1007/s10704-023-00761-4>
- Yaretskaya, N. F. (2018). Contact problem for the rigid ring stamp and half-space with initial (residual) stresses. *International Applied Mechanics*, 54(5), 539-543. <https://doi.org/10.1007/s10778-018-0906-y>
- Yaylacı, M. (2017). Comparison between numerical and analytical solutions for the receding contact problem. *Sigma Journal of Engineering and Natural Sciences*, 35(2), 333-346.
- Yaylacı, M., & Terzi, C. (2018). Temas problemlerinde sonlu elemanlar yönteminin doğruluğunun incelenmesi. *Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi*, 6(3), 511-519. <https://doi.org/10.21923/jesd.407121>.
- Yaylacı, M., Adıyaman, G., Öner, E., & Birinci, A. (2021). Investigation of continuous and discontinuous contact cases in the contact mechanics of graded materials using analytical method and FEM. *Computers and Concrete*, 27(3), 199-210. <https://doi.org/10.12989/cac.2021.27.3.199>
- Yaylacı, M., Abanoz, M., Uzun Yaylacı, E., Ölmez, H., Sekban, D. M., & Birinci, A. (2022a). The contact problem of the functionally graded layer resting on rigid foundation pressed via rigid punch. *Steel and Composite Structures*, 43(5), 661-672. <https://doi.org/10.12989/scs.2022.43.5.661>
- Yaylacı, M., Abanoz, M., Uzun Yaylacı, E., Ölmez, H., Sekban, D. M., & Birinci, A. (2022b). Evaluation of the contact problem of functionally graded layer resting on rigid foundation pressed via rigid punch by analytical and numerical (FEM and MLP) methods. *Archive of Applied Mechanics*, 92(6), 1953-1971. <https://doi.org/10.1007/s00419-022-02159-5>
- Yaylı, M. (2019). *Yarım düzlem üzerine oturan fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın temas problemi*. (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 564012)
- Yıldırım, B., Yılmaz, K. B., Çömez, İ., & Güler, M. A. (2019). Double frictional receding contact problem for an orthotropic layer loaded by normal and tangential forces. *Meccanica*, 54(14), 2183-2206. <https://doi.org/10.1007/s11012-019-01058-4>
- Yılmaz, K. B., Çömez, İ., Yıldırım, B., Güler, M. A., & El-Borgi, S. (2018). Frictional receding contact problem for a graded bilayer system indented by a rigid punch. *International Journal of Mechanical Sciences*, 141, 127-142. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2018.03.041>
- Zhang, S., Xie, Z. Q., Chen, B. S., & Zhang, H. W. (2013). Finite element analysis of 3D elastic–plastic frictional contact problem for Cosserat materials. *Computational Mechanics*, 51(6), 911-925. <https://doi.org/10.1007/s00466-012-0773-z>
- Zhang, C., Zhang, Y., Zhou, Y., & Ding, S. (2024). Frictional continuous contact problem of thermoelectric materials loaded by a rigid indenter. *Zeitschrift Für Angewandte Mathematik Und Physik*, 75(1), 5. <https://doi.org/10.1007/s00033-023-02143-1>

## ÖZ GEÇMİŞ

Pınar Tuğçe ARTAR, ... tarihinde ...'ta doğdu. İlköğrenimini Şairzihni İlköğretim Okulunda ve Şehit Nevzat Kaya İlköğretim Okulunda tamamladı. Ortaöğrenimini 2013 yılında Şehit Sebahattin Bozo Anadolu Lisesinde tamamladı. 2017 yılında Bayburt Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Bölümünden mezun oldu. 2022 yılında Bayburt Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Ana Bilim Dalı'nda yüksek lisans eğitimine başladı.

