

T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ



**SANDVIÇ KİRİŞLERİN KRİTİK BURKULMA YÜKLERİ ÜZERİNDEKİ
BOYUT ETKİSİNİN ÖNEMİ**

M. Hussain AHMADI

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

Ocak 2022

ANTALYA

T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ



**SANDVIÇ KİRİŞLERİN KRİTİK BURKULMA YÜKLERİ ÜZERİNDEKİ
BOYUT ETKİSİNİN ÖNEMİ**

M. Hussain AHMADI

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ

ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Ocak 2022

ANTALYA

T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**SANDVIÇ KİRİŞLERİN KRİTİK BURKULMA YÜKLERİ ÜZERİNDEKİ
BOYUT ETKİSİNİN ÖNEMİ**

M. Hussain AHMADI
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

Bu tez 28/01/2022 tarihinde jüri tarafından Oybirliği / Oyçokluğu ile kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Bekir AKGÖZ
Prof. Dr. Ömer CİVALEK
Doç. Dr. Mehmet AVCAR

ÖZET

SANDVIÇ KİRİŞLERİN KRİTİK BURKULMA YÜKLERİ ÜZERİNDEKİ BOYUT ETKİSİNİN ÖNEMİ

M. Hussain AHMADİ

Yüksek Lisans Tezi, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Bekir AKGÖZ

Ocak 2022; 50 sayfa

Sandviç yapılar, yüksek rijitlik ve mukavemete karşılık hafif olma özelliklerine sahip oldukları için uçak-uzay, havacılık, denizcilik, elektrik-elektronik, otomotiv ve inşaat sektörleri gibi birçok endüstriyel uygulamalarda sıklıkla kullanılmaktadırlar. Son zamanlarda nanoteknolojide yaşanan hızlı gelişmelerle birlikte bu tip yapılar mikro ve nano elektro mekanik sistemlerde de kullanılmaya başlanmıştır. Bu yapılardan en iyi şekilde verim alabilmek için mekanik davranışlarının (eğilme, burkulma ve titreşim gibi) tam olarak biliniyor olması gerekmektedir.

Bu tezde basit mesnetli fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç mikro kirişin eksenel basınç yükü etkisi altında boyuta bağlı burkulma davranışı incelenmiştir. Homojen seramik çekirdek ve fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeylerden oluşan sandviç mikro kiriş dikkate alınmıştır. Yönetici diferansiyel denklemler ve ilgili sınır koşulları değiştirilmiş gerilme çifti teorisi ile Euler-Bernoulli, parabolik, Timoshenko ve geliştirilmiş Timoshenko kiriş teorilerine dayalı olarak minimum toplam potansiyel enerji ilkesi yardımıyla elde edilmiştir. Navier çözüm yöntemi kullanılarak basit mesnetli eksenel basınç yüküne maruz kalan sandviç mikro kirişin kritik burkulma yükü hesabı yapılmıştır. Kritik burkulma yükü değerleri üzerindeki boyut ölçek parametresi, malzeme değişim indeksi, narinlik oranı ve kayma deformasyonu etkileri detaylı bir biçimde incelenmiştir.

ANAHTAR KELİMELEER: Boyut etkisi, Burkulma, Değiştirilmiş gerilme çifti teorisi, Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme, Sandviç mikro kiriş.

JÜRİ: Doç. Dr. Bekir AKGÖZ

Prof. Dr. Ömer CİVALEK

Doç. Dr. Mehmet AVCAR

ABSTRACT

THE IMPORTANCE OF THE SIZE EFFECT ON THE CRITICAL BUCKLING LOADS OF SANDWICH BEAMS

M. Hussain AHMADI

MSc Thesis in Civil Engineering

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Bekir AKGÖZ

January 2022; 50 pages

Sandwich structures are frequently used in many industrial applications such as aerospace, aviation, maritime, electrical-electronics, automotive and construction sectors, as they have high rigidity and strength, while being light. Recently, with the rapid developments in nanotechnology, these types of structures have also been used in micro and nano electromechanical systems. In order to get the best efficiency from these structures, their mechanical behavior (such as bending, buckling and vibration) must be known exactly.

In this thesis, the buckling behavior of a simply supported functionally graded sandwich microbeam under the effect of axial compressive load is investigated. A sandwich microbeam consisting of homogeneous ceramic core and functionally graded surfaces is considered. The governing differential equations and related boundary conditions are obtained with the help of the modified couple stress theory and the minimum total potential energy principle based on Bernoulli-Euler, parabolic, Timoshenko and improved Timoshenko beam theories. Using the Navier solution method, the critical buckling load of a simply supported sandwich microbeam subjected to axial compressive load is calculated. The effects of size scale parameter, material change index, slenderness ratio and shear deformation on the critical buckling load values were investigated in detail.

KEYWORDS: Buckling, Functionally graded material, Modified couple stress theory, Sandwich micro beam, Size effect.

COMITTEE: Assoc. Prof. Dr. Bekir AKGÖZ

Prof. Dr. Ömer CİVALEK

Assoc. Prof. Dr. Mehmet AVCAR

ÖNSÖZ

Sandviç kompozitler, yüksek eğilme rijitliği/ağırlık ve yüksek mukavemet/ağırlık oranlarına sahip olmaları sebebiyle, başta uçak-uzay ve deniz sanayisi olmak üzere birçok endüstriyel uygulamalarda yer almaktadır. Son zamanlarda teknolojiye yaşanan gelişmelerle birlikte bu yapıların uygulama alanı giderek artmış olup bunların modellenmesi ve analizleri, bilim çevresinin yoğun ilgisini çeken bir araştırma konusu haline gelmiştir. Bu yapılardan en iyi şekilde verim alabilmek için mekanik davranışlarının (eğilme, burkulma, titreşim gibi) tam olarak biliniyor olması gerekmektedir.

Bu tez çalışmasında, fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç mikro kirişlerin değiştirilmiş gerilme çifti teorisine dayanan boyut etkili burkulma analizi gerçekleştirilmiştir. Elde edilen sonuçların, mikro ölçekli sandviç kirişlerin elastik stabilite davranışlarının anlaşılması için yol göstereceği düşünülmektedir.

Son olarak bu tez çalışmasının hazırlanmasında bana yardım eden değerli danışman hocam Doç. Dr. Bekir AKGÖZ'e teşekkür ediyorum. Tez yazımı esnasında fikir ve yardımlarından faydalandığım değerli arkadaşlarım Aydoğan YILDIZ'a ve Hoshang FIKRET'e teşekkür ederim. Hayatımın her aşamasında bana destek olan aileme çok teşekkür ediyorum.

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
ÖNSÖZ	iii
AKADEMİK BEYAN	vi
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	ix
ÇİZELGELER DİZİNİ	xii
1. GİRİŞ	1
1.1. Sandviç kirişlerin çekirdek tipleri	4
1.1.1. Köpük çekirdek.....	4
1.1.2. Alüminyum petek çekirdek.....	4
1.1.3. Oluklu çekirdek.....	4
2. KAYNAK TARAMASI	5
3. MATERYAL VE METOT	10
3.1. FD Sandviç Kirişler.....	10
3.2. Değiştirilmiş Gerilme Çifti Elastisite Teorisi (DGÇT)	15
3.3. Genel Kiriş Teorisi	16
3.3.1. Parabolik kiriş teorisi (PKT).....	17
3.3.2. Timoshenko kiriş teorisi (TKT).....	18
3.3.3. Euler-Bernoulli kiriş teori (EBKT).....	18
3.3.4. Yönetici denklemler.....	19
3.3.4.1. Genel kiriş teorisi	19
3.3.4.2. Parabolik kiriş teorisi	22
3.3.4.3. Timoshenko kiriş teorisi.....	24
3.3.4.4. Euler-Bernoulli kiriş teorisi	25
3.4. Sandviç FD Mikro Kirişlerin Analitik çözümü	26
3.4.1. FD Sandviç Mikro Kirişlerin Burkulma Problemleri	27
3.4.1.1. Parabolik kiriş teorisi	27
3.4.1.2. Timoshenko kiriş teorisi.....	28

3.4.1.3. Euler-Berboulli kiriş teorisi	28
4. BULGULAR VE TARTIŞMA	29
5. SONUÇLAR	47
6. KAYNAKLAR	48
ÖZGEÇMİŞ	



AKADEMİK BEYAN

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Sandviç Kirişlerin Kritik Burkulma Yükleri Üzerindeki Boyut Etkisinin Önemi” adlı bu çalışmanın, akademik kurallar ve etik değerlere uygun olarak yazıldığını belirtir, bu tez çalışmasında bana ait olmayan tüm bilgilerin kaynağını gösterdiğimi beyan ederim.

28/01/2022

M. Hussain AHMADI

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

A	: Kesit alanı
e_{ijk}	: Permütasyon sembolü
ε_{ij}	: Şekil değiştirme tansörü
h	: Kirişin kalınlığı
I	: Atalet momenti
k	: Malzeme özelliği değişim indeksi
k_s	: Kayma düzeltme faktörü
l	: Malzeme boyut ölçek parametresi
L	: Kirişin uzunluğu
m_{ij}	: Gerilme çifti tansörü
θ_i	: Dönme vektörü
$\bar{P}$	: Boyutsuz burkulma yükü
E	: Kayma modülü
U	: Şekil değiştirme enerjisi
ν	: Poisson oranı
V	: Hacim oranı
W	: Dış kuvvetlerin yaptığı iş potansiyeli
χ_{ij}	: Eğrilik tansörü
λ, μ	: Lamé sabitleri
σ_{ij}	: Gerilme tansörü
U_n, W_n, G_n	: Fourier katsayıları

Kısaltmalar

BMKDKT	: Birinci Mertebeden Kayma Deformasyonlu Kiriş Teorisi
DGÇT	: Değiştirilmiş Gerilme Çifti Teorisi
DŞDDT	: Değiştirilmiş Şekil Değiştirme Değişimi Teorisi
EBKT	: Euler–Bernoulli Kiriş Teorisi
FDM	: Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme
HKDKT	: Hiperbolik Kayma Deformasyonlu Kiriş Teorisi
MEMS	: Mikro Elektro Mekanik Sistemler
NEMS	: Nano Elektro Mekanik Sistemler
PKDKT	: Parabolik Kayma Deformasyonlu Kiriş Teorisi
TKDKT	: Trigonometrik Kayma Deformasyonlu Kiriş Teorisi
TKT	: Timoshenko Kiriş Teorisi
TKT*	: Geliştirilmiş Timoshenko Kiriş Teorisi
YDKT	: Yüksek Dereceden Kiriş Teorisi
ÜKDKT	: Üstel Kayma Deformasyonlu Kiriş Teorisi

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1. Sandviç kompozitin temel elemanları (Anonim 1).....	2
Şekil 1.2. Sandviç kompozitlerin çekirdek tipleri.....	3
Şekil tablosu ögesi bulunamadı.Şekil 3.2. Sandviç FD mikro kiriş (a) Model A (b) Model B (c) Model C	11
Şekil 3.3. FD mikro kirişin kalınlık boyunca farklı (k) indeksi ile seramik hacim oranı değişimi (kesit tipi: 1-0-1).....	13
Şekil 3.4. FD mikro kirişin kalınlık boyunca farklı (k) indeksi ile seramik hacim oranı değişimi (kesit tipi: 1-1-1).....	13
Şekil 3.5. FD mikro kirişin kalınlık boyunca farklı (k) indeksi ile seramik hacim oranı değişimi (kesit tipi: 1-2-1).....	14
Şekil 3.6. FD mikro kirişin kalınlık boyunca farklı (k) indeksi ile seramik hacim oranı değişimi (kesit tipi: 1-8-1).....	14
Şekil 3.7. Eksenel basınç yüküne maruz kalan sandviç mikro kirişin geometrisi.	27
Şekil 4.1. Euler-Bernoulli kiriş teorisine ait boyutsuz kritik burkulma yükleri ($L = 5h, l = 0$)	34
Şekil 4.2. Timoshenko kiriş teorisine ait boyutsuz kritik burkulma yükleri ($L = 5h, l = 0$)	34
Şekil 4.3. Parabolik kiriş teorisine ait boyutsuz kritik burkulma yükleri ($L = 5h, l = 0$) ..	35
Şekil 4.4. FD sandviç kirişe ait boyut etkisinin dikkate alındığı boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin boy/yüksekli (L/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-1-1, $k = 0, l = h$).....	36
Şekil 4.5. FD sandviç kirişe ait boyut etkisinin dikkate alındığı boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin boy/yüksekli (L/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-1-1, $k = 1, l = h$).....	36
Şekil 4.6. FD sandviç kirişe ait boyut etkisinin dikkate alındığı boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin boy/yüksekli (L/h)oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-1-1, $k = 0, l = h/2$).....	37

Şekil 4.7. FD sandviç kirişe ait boyut etkisinin dikkate alındığı boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin boy/yükseklik (L/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-1-1, $k = 1, l = h/2$)	37
Şekil 4.8. EBKT'ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-0-1, $L = 5h$)	39
Şekil 4.9. TKT'ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi /yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-0-1, $L = 5h$)	39
Şekil 4.10. TKT*'ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-0-1, $L = 5h$)	40
Şekil 4.11. PKT'ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-0-1, $L = 5h$)	40
Şekil 4.12. EBKT'ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-1-1, $L = 5h$)	41
Şekil 4.13. TKT'ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-1-1, $L = 5h$)	41
Şekil 4.14. TKT*'ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-1-1, $L = 5h$)	42
Şekil 4.15. PKT'ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-1-1, $L = 5h$)	42
Şekil 4.16. EBKT'ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-2-1, $L = 5h$)	43
Şekil 4.17. TKT'ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-2-1, $L = 5h$)	43
Şekil 4.18. TKT*'ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-2-1, $L = 5h$)	44
Şekil 4.19. PKT'ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-2-1, $L = 5h$)	44
Şekil 4.20. EBKT'ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-8-1, $L = 5h$)	45

Şekil 4.21. TKT’ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-8-1, $L = 5h$) 45

Şekil 4.22. TKT*’ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-8-1, $L = 5h$) 46

Şekil 4.23. PKT’ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-8-1, $L = 5h$) 46



ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 4.1. FD sandviç kirişlerin boyutsuz kritik burkulma yükleri ($L / h = 5, l = 0$)....	30
Çizelge 4.2. FD sandviç kirişlerin boyutsuz kritik burkulma yükleri ($L / h = 20, l = 0$)..	31
Çizelge 4.3. FD sandviç kirişlerin boyutsuz kritik burkulma yükleri ($Lh = 5, l = h/2$)....	32
Çizelge 4.4. FD sandviç kirişlerin boyutsuz kritik burkulma yükleri ($L / h = 20, l = h/2$)	33



1. GİRİŞ

Son yıllarda teknolojinin gelişmesi ile düşük ağırlıkta daha yüksek performans ile karakterize edilen yapılar keşfedilmeye başlanmıştır. Buna bağlı olarak temelde kara ve deniz araçlarında sıklıkla kullanılan sandviç yapıların geliştirilmesi mümkün olmuştur. Sandviç yapılar birbiri içinde çözünmeyen farklı malzemelerin bir araya getirilmesi ile oluşturulmaktadır. Daha basit tanımı ile sandviç yapılar iki ince ve rijit alt ve üst yüzey tabaka arasında kalın ama hafif çekirdek malzemesinin yerleştirilmesiyle elde edilir. Bu yapılar ağırlıkları düşük, yüksek dayanım ve rijitlik gibi özellikleri sayesinde uçak – uzay, otomotiv, denizcilik ve birçok sektörlerde geniş bir kullanım alanına sahiptir. Son yıllarda FD sandviç yapılar daha çok tercih edilmektedir çünkü FD malzemenin özellikleri sürekli olarak bir yüzeyden diğerine doğru değişmektedir. Delaminasyon olarak adlandırılan, bir yüzden diğerine doğru geçişte, özelliklerde ani değişikliklerin neden olduğu gerilme yoğunluğundan kaynaklanan problemler sandviç yapılarda FD malzemeleri kullanılarak ortadan kaldırılabılır.

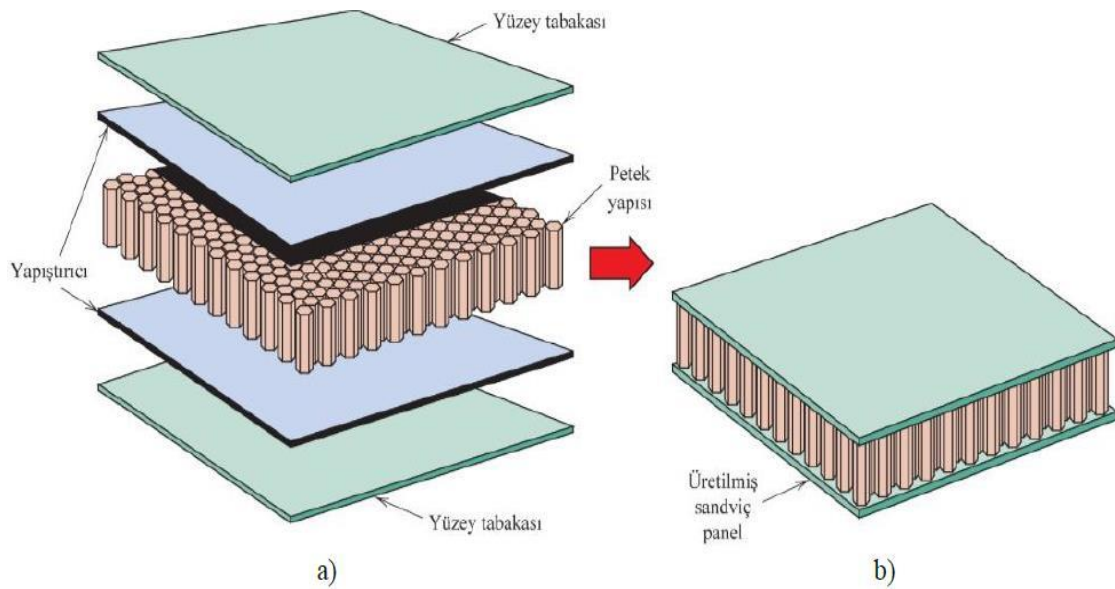
Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler (FDM), tanımlanmış bir fonksiyona bağlı olarak mekanik özellikleri bir noktadan diğer bir noktaya düzenli ve sürekli olarak değişen heterojen kompozitlerdir. Genellikle FDM'ler metal ve seramikten oluşur. Metal ısı ile gerilmeye maruz kaldığında malzemenin kırılmasını önlerken seramik ise yüksek ısıya dirençli, düşük mukavemetli ve aşırı sıcaklıklara direnç göstermektedir. Bu malzemeler birlikte tokluk, yüksek mukavemet, yüksek sıcaklık ve korozyona direnç ile karakterize edilir. FDM'ler ilk kez 1984 yılında Japon bilim insanları tarafından bir uzay projesi kapsamında geliştirilip kullanılmaya başlanmıştır. Daha sonra FDM'ler üzerine araştırmacıların ilgisi giderek artmış ve buna paralel olarak özellikle statik ve dinamik analizleri üzerine birçok çalışma gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmalar arasında kapalı formda analitik çözümlerin büyük çoğunluğunu basit mesnetli sınır şartlarıyla modellenmiş Navier tipi çözümler oluşturmaktadır. Sandviç FD yapılarında, çekirdek veya yüzler FDM'lerden oluşturulur. Bu durumda, kompozit malzemelerin özellikleri bir yüzeyden diğerine yumuşak bir şekilde değişir, bu nedenle genellikle tabakalı malzemelerde oluşan konsantre gerilme seviyelerinden kaçınılır. FDM'lerden yapılan sandviç yapılar daha yüksek sertlik, uzun yorulma ömrü ve termal dirençler gibi gelişmiş özellikler sergiler. Bu nedenle FD sandviç malzemeleri inşaat ve otomotiv endüstrilerinde yaygın olarak kullanılmaktadır.

Kinematik açıdan, FD kiriş yapılarının davranışını incelemek için yaygın olarak kullanılan birçok kiriş teorisi vardır. Bunlardan ilki Euler-Bernoulli kiriş teorisi (EBKT), kirişin düzlem enine kesitlerinin eğilmeden sonra kirişin deforme eksenine düz ve normal kaldığı varsayımına dayanmaktadır. Bu varsayımlar kullanılarak enine kayma ve enine normal şekil değiştirme ihmal edilir. Bu etkiyi dahil etmek için Timoshenko kiriş teorisi (TKT) veya birinci mertebeden kayma deformasyonlu kiriş teorisi (BMKDKT) önerildi. Timoshenko kiriş teorisinde, eğilmeden önce tarafsız eksene dik ve düzlem olan kesitler, eğilmeden sonra yine düzlem kalır, ancak tarafsız eksene dik kalmazlar. Kayma gerilmesi dağılımındaki değişikliklerin varsayımıyla ek bir gelişme önerilmiştir. Yüksek dereceden kayma deformasyonlu kiriş teorisi, kesitin eğrilikliğini hesaba kattıkları ve kirişin üst ve alt serbest yüzeylerinin enine kayma gerilmesini sağladıkları için bu etkiyi dikkate alırlar.

Kayma gerilmesi dağılımı varsayımına bağlı olarak çeşitli kiriş teorileri vardır. Parabolik kayma deformasyon kiriş teorisi (PKDKT) Reddy (1984), trigonometrik kayma deformasyon kiriş teorisi (TKDKT) Touratier (1991), hiperbolik kayma deformasyon kiriş teorisi (HKDKT) Saldatos (1992) ve üstel kayma deformasyon kiriş teorisidir (ÜKDT) (Karma ve Afaq 2003).

Mikro-kirişler, Mikro Elektromekanik Sistemler (MEMS) ve Nano Elektromekanik Sistemler (NEMS) içinde en yaygın yapılardır. Mikro ve nano ölçekli alaşımlar, element yapılarını ince film şekil hafızası olarak, Dresselhaus vd. (2004) tarafından oluşturulmuştur ve Nano-elektro-mekanik sistem cihazları Hong ve Myung (2007) tarafından geliştirilmiştir. Bu uygulamalarda boyut etkisi çok önemlidir ve bu nedenle bu küçük ölçekli konfigürasyonların özelliklerini anlamak için çalışmalar yapılmalıdır. Klasik süreklilik teorisi, mikro yapılarda görülen boyut etkisini hesaba katamaz, çünkü bu ölçeğin yapılarını tanımlamak için herhangi bir ek mikro ölçek düşüncesi yoktur. Boyut etkisini dikkate almak için Eringen (1972), boyuta bağlı süreklilik teorileri arasında yer alan yerel olmayan esneklik teorisini önermiştir. Eringen'in teorisine göre, bir referans noktasındaki gerilim alanı, bu noktadaki gerilmeye değil, aynı zamanda süreklilikteki komşu noktalardaki gerilimlere de bağlıdır. Son on yıldır Eringen teorisi, mikro yapıların statik, burkulma ve serbest titreşim analizini araştırmak için boyuta bağlı kirişlerin davranışını incelemek için özellikle kullanılmıştır.

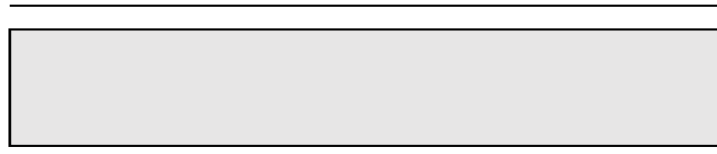
Sandviç yapılar üç temel elemandan meydana gelmektedir. Merkezde çekirdek tabakası, çekirdek tabakasının alt ve üst yüzeylerinde yüzey tabakası ve yapıştırıcı tabakası. Sandviç yapılar çekirdek tabakasının alt ve üst yüzeylerine yapıştırıcı malzemesi kullanılarak yüzey tabakası ile yapıştırılması sonucu elde edilir. Tabaka sayısı istenilen performans ve yapılan tasarıma göre artırabilmektedir.



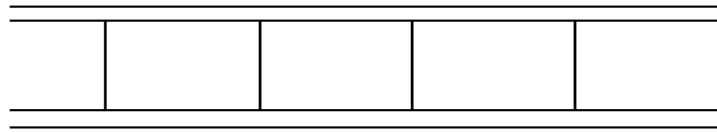
Şekil 1.1. Sandviç kompozitin temel elemanları (Anonim 1)

Sandviç yapılarda yapıyı oluşturan her bir parça bir birim olarak kedisine ait olan spesifik fonksiyonunu yerine getirmektedir. Dış yüzeyler daha sert ve yüksek dayanım/ağırlık oranı sahip olduğundan dolayı sıklıkla fiber takviyeli kompozitler tercih edilmektedir. Fazla ağırlık artışı meydana gelmeden daha rijit ve mukavemetli bir yapı elde etmek için yüzey tabakalar birbirinden belirli bir mesafede yerleştirilir. Dolayısıyla atalet momenti ve eğilme rijitliği artırılmış olur. Böylece aynı ağırlıkta, genişlikte ve malzemeden oluşan sandviç kirişler katı bir kirişe göre daha yüksek atalet momenti ve eğilme rijitliğine sahip olur. Sandviç kirişin yükleme durumu incelediğinde yüzeylerden biri basınç etkisinde kalırken diğeri çekme etkisine maruz kalır. Bu durumda eğilme yükleri yüzey tabakaları tarafından taşınır çekirdek ise kayma yükleri ve yapıya gelen çapraz yüklere karşı direnç oluşturup ve lokal burkulmaları önler. Aynı zamanda yapının stabilizasyonunu sağlar. Bu nedenle çekirdek tabakası sandviç yapıların değerli bir parçasıdır. Sandviç yapılarda kullanılan çekirdek malzemesi dört parça altında kategorize edilebilir.

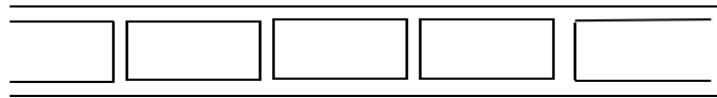
- a) Köpük veya katı çekirdek, b) bal peteği çekirdek, c) ağ çekirdek, d) oluklu veya kirişli çekirdek



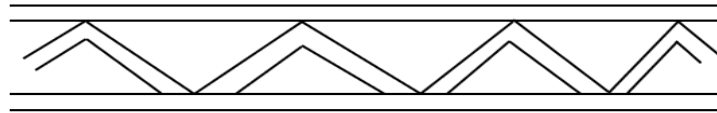
a) Köpük çekirdek



b) Bal peteği çekirdek



c) Ağ çekirdek



d) Oluklu çekirdek

Şekil 1.2. Sandviç kompozitlerin çekirdek tipleri.

1.1. Sandviç kirişlerin çekirdek tipleri

1.1.1. Köpük çekirdek

Yapısal bir eleman ve yük taşıyıcı bileşen olarak hücresel köpüklerin kullanılması sayesinde sandviç yapılar daha yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. En uygun sertlik / ağırlık oranına sahip olup iyi darbe dayanımı, su direnci, ısı yalıtımı ve yüksek yorulma direncine sahiptir. Kendine söndürme özelliğinden dolayı yüksek yangın etkinliğine sahiptir. Bal peteği hücrelerinin köpükle doldurulması durumunda bal peteği ve köpük göbeklerin faydalarını birleştirir. Doğal frekansların büyüklüklerinde yeterli azalmaya neden olur.

1.1.2. Alüminyum petek çekirdek

Alüminyum petek çekirdek, çok katmanlı alüminyum metal yongadan oluşur ve geometrik şekilli delik yüzeyine sahiptir ve diğer amaçlara ek olarak yüksek kaliteli plakaya bağlanmaya uygundur. Sağlam mekanik özelliklere sahip hafif, geri dönüştürülebilir bir malzemedir; sertlik, korozyon önleyici, yüzey / hacim oranı ve ayrıca yüksek mukavemet ve sertlik ağırlığı oranına sahiptir.

1.1.3. Oluklu çekirdek

Oluklu çekirdekli bir sandviç yapının önemli özelliği yüksek mukavemet/ağırlık oranıdır. Oluklu göbek, yüz tabakalarını ayrı tutar ve dikey olarak direnç göstererek onları dengeler. Deformasyonlara ve ayrıca tüm yapının kesme mukavemetinin bir özelliği olarak tek bir kalın levha olarak hareket etmesine olanak tanır. Sandviç yapılara daha iyi mukavemet kazandırır. Yüksek sertliği/ağırlık oranı nedeniyle oluklu çekirdekli sandviç paneller genellikle havacılık, inşaat mühendisliği ve ağırlığın olduğu diğer uygulamalarda kullanılmaktadır.

Bu yüksek lisans tezi çalışmasında değiştirilmiş gerilme çifti, parabolik kiriş, Euler-Bernoulli kiriş ve geliştirilmiş Timoshenko kiriş modelleri kullanılarak fonksiyonel derecelendirilmiş basit mikro sandviç kirişin boyut etkili burkulma analizi incelenmiştir. Türetilen yönetici denklemler basit mesnetli mikro kiriş için Navier çözüm yöntemi ile çözülmüştür.

2. KAYNAK TARAMASI

Mikro sandviç kirişlerin statik yükler altındaki davranışları birçok araştırmacı tarafından analitik ve deneysel olarak araştırılmıştır.

Douville ve Grogneç (2013) çoklu yükler altında sandviç kiriş ve kolonların burkulma davranışını incelemişlerdir. Burkulma yükleri altındaki kolon ve kirişlerin genel ve bölgesel olarak iki tip burkulma hali incelenmiştir. Yükleme durumunda çekirdek ve yüzeylerin kalınlık etkileri dikkate alınmış ve çekirdek tabakasının ince olduğu durumlarda genel burkulma, çekirdek tabakasının yeterince kalın olduğu durumlarda ise yerel burkulma olduğu görülmüştür.

Huang ve Kardomateas (2002) enine kayma etkisini göz önünde bulundurarak sandviç kirişlerin burkulma ve burkulma sonrası davranışını incelemişlerdir. Yaklaşık çözüm, doğrusal olmayan kiriş denklemiindeki sapma sürecine bağlıdır. Uygulanan yüke ilişkin sonuçları, malzeme sisteminin (ön levha, çekirdek) kritik yüke, orta nokta enine sapmasının ve eksenel kısalmaya karşı önemini göstermiştir.

Leotoing vd. (2002) tarafından analitik ve nümerik olarak bir sandviç kirişin burkulmasının yanı sıra, kusurların ve çekirdek elasto-plastik kuralının burkulma sonrası aşamadaki etkilerine ilişkin bu iki ölçekteki kararsızlık arasındaki etkileşimler global ve lokal olarak araştırıldı. İlk olarak, analitik bir kiriş modeli geliştirildi. Modelden elde edilen kritik yükler, lokal olayların büyük sandviç kirişlerde görünme olasılığının daha yüksek olduğunu ortaya çıkaran tasarım diyagramlarının çizilmesine izin verdi. Zayıf ve kalın çekirdekler dahil global burkulma ise ince kirişlerde baskın olmuştur.

Vo vd. (2014), sonlu eleman modeli ile birlikte YDKT'ler ile sandviç FD kiriş birleşiminin burkulma analizini ve serbest titreşimini araştırmışlardır. FD sandviç kiriş yapısının kabukları, FDM ve çekirdek ise homojen seramik veya metaldir. Yönetici denklemi ve karşılık gelen sınır şartları Hamilton ilkesine göre elde etmişlerdir. En/boy oranı, malzeme değişim indeksi, farklı sınır koşulları ve çeşitli kesit şekillerinin burkulma yükü ve FD sandviç kirişlerin temel frekansı üzerindeki etkisi incelenmiştir.

Yerel olmayan şekil değiştirme değişimi teorisine ve çeşitli yüksek dereceli kayma deformasyonlu kiriş teorilerine dayalı olarak, Winkler-Pasternak iki parametrelili elastik zemin üzerindeki FD sandviç mikro kirişlerin burkulması ve serbest titreşimi, Al-shujairi ve Mollamahmutoğlu (2018) tarafından incelenmiştir. Genelleştirilmiş diferansiyel kuadratür yöntemi ile farklı sınır koşullarındaki mikro kirişler için kritik burkulma ve doğal frekans değerleri elde edilmiştir.

Reddy (2007) Timoshenko, Euler-Bernoulli, Reddy ve yerel olmayan elastisite teorilerini kullanarak kirişlerin burkulma, serbest titreşim ve statik analizini yapmıştır. Hamilton prensibini kullanarak yerel olmayan kiriş teorisinin yönetici denklemlerini ve ona bağlı sınır şartlarını elde etmiştir. Deplasman, kritik burkulma yükü ve doğal frekans değerlerini Navier çözüm yöntemi ile elde etmiştir.

Vo vd. (2015) yarı-üç boyutlu kayma deformasyonlu kiriş teorisine dayanan sonlu eleman modeliyle fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç kirişin burkulma ve serbest titreşim analizini incelemişlerdir. Yönetici denklemi ve sınır şartları Hamilton ilkesine göre elde etmişlerdir. FD sandviç kirişini iki tipte kabul etmişler. Birincisi seramik çekirdekli ve FD yüzey tabakalı ikincisi ise FD çekirdekli üst ve alt yüzey tabakası için homojen seramik ve metal malzemeledir. Fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç kirişinin malzeme değişim indeksi, farklı sınır koşulları, mod ve kesit şeklinin temel frekans ve burkulma yükü değerleri üzerindeki etkisini incelemişlerdir.

Yang vd. (2002) çalışmalarında mikro ölçeğindeki malzemelerin deformasyon davranışının boyuta bağlı olduğunu deneysel olarak göstermişlerdir. Silindirik bir çubuğun ve sonsuz genişlikte düz bir levhanın burkulması değiştirilmiş gerilme çifti teorisi ile analiz edilmiştir. Klasik gerilme çifti teorisini modifiye ederek geliştirmişlerdir. Bu modifiye edilmiş teoride iki yerine sadece bir tane boyut ölçek parametresi bulunur. Bu sebepten de kullanışlıdır.

Akgöz ve Civalek (2017) tarafından fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerden yapılmış homojen olmayan mikro kirişlerin titreşim davranışı üzerindeki termal ve kayma deformasyon etkileri incelenmiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş mikro kirişlerin sıcaklığa bağlı malzeme özelliklerinin yükseklik boyunca yumuşak ve kademeli olarak değiştiği varsayılmaktadır. Diferansiyel denklemler ve ilgili sınır koşulları, hiperbolik kayma deformasyonlu kiriş ve değiştirilmiş gerilme çifti teorileri temelinde Hamilton ilkesi uygulanarak türetilmiş ve analitik olarak çözülmüştür. Narinlik oranı, malzeme boyut ölçek parametresi, malzeme değişim indeksi, kayma düzeltme faktörleri ve sıcaklık artışının fonksiyonel derecelendirilmiş mikro kirişlerin doğal frekansları üzerindeki etkilerini belirtmek için ayrıntılı bir parametrik çalışma yapılmıştır.

Aydoğdu (2009) çeşitli kiriş teorilerini içeren YDKT'ler ile nano kirişlerin statik eğilme, burkulma ve serbest titreşimini incelemiştir. Her bir durum için kiriş uzunluğunun ve yerel olmayan parametrenin statik eğilme, burkulma ve serbest titreşim davranışı üzerindeki etkisi araştırılmıştır.

Nateghi vd. (2012) DGÇ teorisine dayalı olarak Bernoulli-Euler, Timoshenko ve Reddy mikro kiriş modellerine ait burkulma problemi için yönetici denklemleri ve ilgili sınır koşullarını minimum toplam potansiyel enerji ilkesi yardımıyla elde etmişlerdir. Çeşitli mesnet koşulları altında FD mikro kirişlerin burkulma yükü değerlerini DGÇ teorisine dayalı olarak genelleştirilmiş diferansiyel quadratür yöntemiyle hesaplamışlardır.

Akgöz ve Civalek (2011) tarafından ise DŞDD ve DGÇ teorilerine dayalı bir mikro kirişin burkulma problemi incelenmiştir. Euler-Bernoulli kiriş modeline göre basit mesnetli ve bir ucu ankastre mesnetli diğer ucu serbest durumlar için burkulma yükü değerleri elde edilmiştir. İlave boyut ölçek parametrelerinin burkulma davranışı üzerindeki etkilerini irdelenmiştir. Bu parametrelerin değerleri arttıkça burkulma yükü değerlerinin de artmakta olduğunu ve kiriş boyutlarının artmasıyla üç model arasındaki farkın giderek azaldığını belirtmişlerdir.

Şimşek ve Reddy (2013) çalışmalarında değiştirilmiş gerilme çifti teorisine göre elastik Pasternak zemine oturan fonksiyonel derecelendirilmiş bir mikro kirişin burkulması için özel durumları kapsayan çeşitli kiriş teorilerini içeren birleşik bir yüksek dereceli kiriş teorisi önermişlerdir. Klasik olmayan kiriş modeli, malzeme boyut ölçek parametresi sıfır alındığında klasik kiriş modeline indirgenir. FD mikro kirişin malzeme özelliklerinin kalınlık boyunca değiştiği varsayılmış ve Mori–Tanaka homojenizasyon tekniği ve klasik karışım kuralı ile tahmin edilmiştir. Yönetici denklemler ve ilgili sınır koşulları, minimum toplam potansiyel enerji prensibi kullanılarak türetilmiştir. Navier tipi çözüm, basit mesnetli sınır koşulları için geliştirilmiştir. Farklı etkileri araştırmak için sayısal sonuçlar sunulmuştur. Mevcut formülasyonu doğrulamak için karşılaştırma çalışması da yapılmıştır.

Thai vd. (2015) TKT teorisi ile değiştirilmiş gerilme çifti teorisine (DGÇT) dayalı küçük boyutlu FD sandviç mikro kirişin burkulma analizini, serbest titreşimini ve statığını inceledi. Mori-Tanaka homojenizasyonuna göre, malzeme özellikleri, sandviç FD mikro kirişin FD kısmı için kalınlık yönüne göre kademeli olarak değişir. Sandviç FD mikro kiriş için homojen yüzlere sahip FD çekirdek ve seramik çekirdekli FD yüzleri dikkate alınır. Analitik çözüm, basitçe desteklenen sınır koşullarına sahip sandviç FD mikro kirişi için sapma, kritik burkulma ve doğal frekansı bulmak için kullanılır.

Yu vd. (2013) enine kesme ile sandviç kirişlerin ilk burkulma sonrası deformasyonunu belirlemek için bir araştırma yaptılar. Yeni süreç, kirişin ilk burkulma sonrası deformasyonuna süper analitik yaklaşık çözümler sağlamak için bir yönetici denklem doğrusallaştırması ve harmonik denge yöntemini birleştirdi. Yaklaşım prosedürü, prensipte basit olduğu, çalıştırılması kolay olduğu ve silindir fonksiyonları olarak bilinen Bessel fonksiyonlarının ve bu fonksiyonların Laplace denklemi silindirik koordinatlarının çözümünde gösterdiği kullanımının engellenmesi nedeniyle büyük fayda sağladı. Dahası, bazı yapıların büyük burkulma sonrası deformasyonlarını keşfetmek için önerilen yöntem kullanılabilir.

Ebrahimi ve Mahmoodi (2019) gözenekli FD mikro kirişin burkulma davranışını değiştirilmiş gerilme çifti teorisi ile incelemiştir. Gözenekler, FD mikro kirişin içinde eşit ve eşit olmayan bir şekilde dağıtılmıştır. FD mikro kirişlerin malzeme özellikleri, gözeneklerin hacim fraksiyonunun dikkate alındığı modifiye edilmiş bir kuvvet kanunu dağılımı yoluyla kalınlık yönünde değiştiği varsayılmıştır. Yönetici denklemleri Hamilton ilkesi kullanılarak türetilmiş ve bu denklemleri çeşitli sınır koşulları için çözmek için analitik bir yöntem kullanılmıştır. Kuvvet yasası indeksi, gözenek dağılımları, gözenekli hacim oranı, narinlik oranı ve çeşitli sınır koşulları gibi birçok önemli parametrenin, gözenekli FD mikro kirişlerin burkulma yükleri üzerindeki etkileri araştırılmış ve ayrıntılı olarak tartışılmıştır.

Şimşek vd. (2013) yerel olmayan bir elastisite teorisine dayalı EBKT ve TKT ile küçük ölçekli bir FD mikro kirişin statik ve burkulma analizini yapmışlardır. Yönetici ve ilgili sınır şartları minimum toplam potansiyel ilkesi yardımıyla elde etmişlerdir. FD mikro kirişin analitik çözümünü bulmak için Navier çözüm yöntemini kullanmışlardır. Kuvvet yasası formu kalınlık boyunca küçük ölçekli FD mikro kirişin özelliklerinin değişimini göstermek için kullanmışlardır. Çalışmalarında boyuta bağlı FD mikro kirişlerin statik ve

burkulma davranışı üzerinde etkisi olan birçok parametreleri örneğin narinlik oranı ve yerel olmayan parametreler incelenmiştir.

Reddy (2011) Euler-Bernoulli ile Timoshenko kiriş teorilerine ve DGÇ teorisine göre fonksiyonel değişimli malzemelerden imal edilmiş mikro kirişin eğilme, burkulma ve titreşim hallerine ait yönetici denklemleri türetmiştir.

Nguyen vd. (2016) yarı-üç boyutlu kayma deformasyonlu kiriş teorisine dayanarak çeşitli sınır koşullarında FD sandviç kirişlerin serbest titreşim ve burkulma analizlerini incelemiştir. Yönetici denklemi ve sınır şartları Lagrange denklemini kullanarak elde etmiştir. Kritik burkulma yüklerini ve doğal frekans değerlerini elde etmek için Ritz tipi analitik yöntemi ile çözmüştür. Sandviç FD kirişinin iki çeşidi vardır: birincisi FD iki yüzü kaplamalı ve seramik çekirdekli, ikincisi FD çekirdekli ve homojen kaplamalıdır.

Akgöz (2016) Mikro boyutlu kiriş ve plak şeklindeki yapısal elemanların mekanik davranış karakteristikleri, yüksek mertebeden (klasik olmayan) elastisite teorilerine dayalı olarak incelemiştir. Bir boyutlu yapıların modellenmesinde Euler-Bernoulli, Timoshenko ve sinüzoidal kayma deformasyonlu kiriş teorileri kullanılmıştır. İki boyutlu yapıların modellenmesinde Kirchhoff kiriş teorisi ve Mindlin plak kiriş teorisini kullanılmıştır. Çalışmada eğilme, burkulma ve serbest titreşim için yönetici diferansiyel denklemler ile ilgili sınır koşulları varyasyonel ilkesi yardımıyla elde edilmiştir.

Hebbar vd. (2020) İki boyutlu, yarı-üç boyutlu ve kayma deformasyon teorilerini kullanarak basit mesnetli fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç kirişlerin eğilme, burkulma ve titreşim davranışlarını incelemiştir. FD sandviç kirişin hareket denklemini hesaplamak için Hamilton prensibini kullanmıştır.

Asghari vd. (2010) tarafından DGÇ teorisini kullanarak fonksiyonel değişimli malzemeden yapılmış mikro boyutlu kirişlerin statik eğilme ve serbest titreşim analizleri gerçekleştirilmiştir. Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre eğilmede bir ucu ankastre diğer ucu serbest bir mikro kiriş için çözüm elde edilmiş olup serbest titreşim problemi için ise mikro kirişin hem bir ucu ankastre mesnetli diğer ucu serbest hem de iki ucu basit mesnetli olması durumlarına ait çözüm gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın sonucunda, ele alınan kirişin kalınlığı ile ilave malzeme boyut parametresi arasındaki oranın bire yakın olduğu durumlarda hem eğilme hem de titreşim durumu için ulaşılan sonuçlar ile klasik sonuçlar arasında önemli bir fark bulunduğu tespit edilmiştir. Bunun dışında, mikro kirişin doğrusal homojen olması durumundaki gibi bu oranın artmasıyla sonuçlar arasındaki farkın da giderek azaldığına dikkat çekilmiştir. Aynı yazarlar tarafından yapılan bir başka çalışmada aynı analizler bu kez Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

Turan ve Kahya (2021) tarafından fonksiyonel derecelendirilmiş FDM sandviç kirişlerin serbest titreşim ve burkulma analizleri Navier yöntemiyle incelenmiştir. Yer değiştirme alanı, birinci mertebeden kayma deformasyonlu kiriş teorisine göre ifade edilmiştir. Çalışmada, a) Homojen seramik çekirdek ve FDM yüzeylerden oluşturulan sandviç kiriş ve b) FDM çekirdek ve homojen yüzeylerden oluşturulan sandviç kiriş olmak

üzere iki durum ele alınmıştır. Hareket denklemleri Lagrange prensibi kullanılarak elde edilmiştir. Hacimsel seramik oranı, bir kuvvet fonksiyonu şeklinde tanımlanmıştır.

Abadi ve Daneshmehr (2014) değiştirilmiş gerilme çifti teorisine dayalı kompozit katmanlı kirişlerin burkulma analizi yapmıştır. Euler-Bernoulli, Timoshenko ve Reddy kiriş teorileri kullanılarak kayma deformasyonunun etkisi araştırılmıştır. Sınır koşulunun etkisini incelemek için üç farklı sınır koşulu dikkate alınmıştır. Poisson etkisiyle birleştirilen bu klasik olmayan mikro kiriş modelleri, bir malzeme uzunluğu ölçek parametresi içerir ve boyut etkisini yakalayabilmiştir. Hem malzeme uzunluğu ölçeği parametresi hem de Poisson oranı sıfır olarak alınırsa, bu modeller klasik modellere dönüşebilmektedir.

Park ve Gao (2006) Euler-Bernoulli kiriş teorisini ve değiştirilmiş gerilme çifti teorisini kullanarak yeni bir model geliştirmişlerdir. Bu yeni modelin bir iç malzeme uzunluk ölçek parametresi içerdiğini ve boyut etkisinin çözümlerde önemli ölçüde etkili olduğunu göstermişlerdir. Yeni geliştirilmiş modelleme ile klasik kiriş teorisine göre kirişin daha büyük eğilme rijitliğine sahip olduğunu bulmuşlardır. Bu iki modelde meydana gelen sapma miktarları arasındaki fark kiriş kalınlığı azaldıkça artmıştır. Kirişin kalınlığı arttıkça iki yöntemde de birbirine yakın sonuçlar alındığı görülmüştür.

Kong vd. (2008) tarafından DGÇ teorisi ile Bernoulli-Euler kiriş modelinin Hamilton prensibi yardımıyla serbest titreşim analizi gerçekleştirilmiştir. Her iki ucu basit mesnetli ve bir ucu ankastre diğer ucu serbest durumları için doğal frekans değerleri elde etmişlerdir. Her iki durum için de ilave boyut parametresi değerin artmasıyla doğal frekans değerlerinin de arttığını göstermişlerdir.

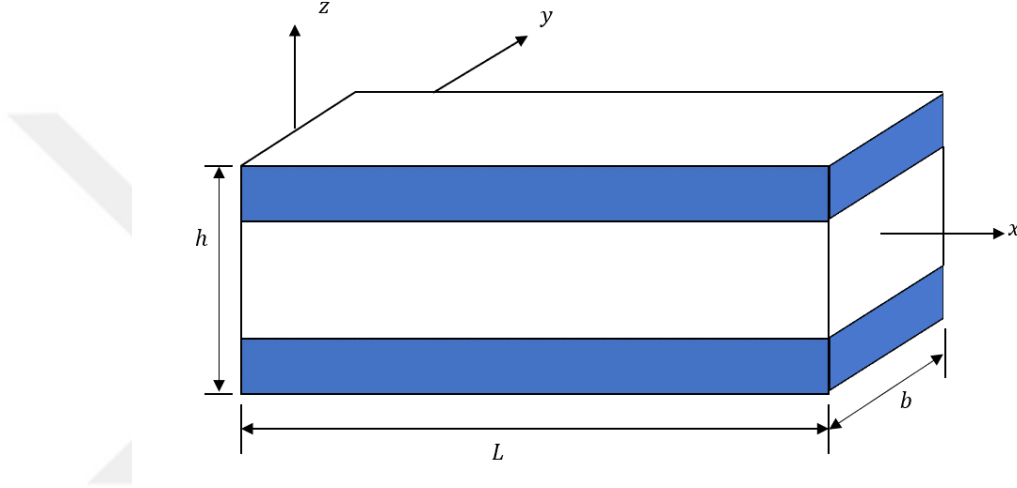
Luan vd. (2016) tarafından EBKT, TKT ve YDKT kullanılarak FD sandviç kirişin serbest titreşim analizi gerçekleştirilmiştir. Hamilton ilkesine göre yönetici denklemleri, klasik ve klasik olmayan sınır şartlarını elde etmiştir. Ayrıca fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç kirişinin doğal frekans değerlerini bulmak için analitik çözümü kullanmışlardır.

Zhang vd. (2014) Winkler-Pasternak elastik zemini üzerindeki FD mikro kirişlerin eğilme, titreşim ve burkulma davranışlarını incelemek için geliştirilmiş üçüncü mertebeden kayma deformasyonlu kiriş teorisi ve DŞDD teorisi kullanmışlardır. Basit mesnetli kirişin analitik çözümü Navier çözüm yöntemi ile elde edilmiştir.

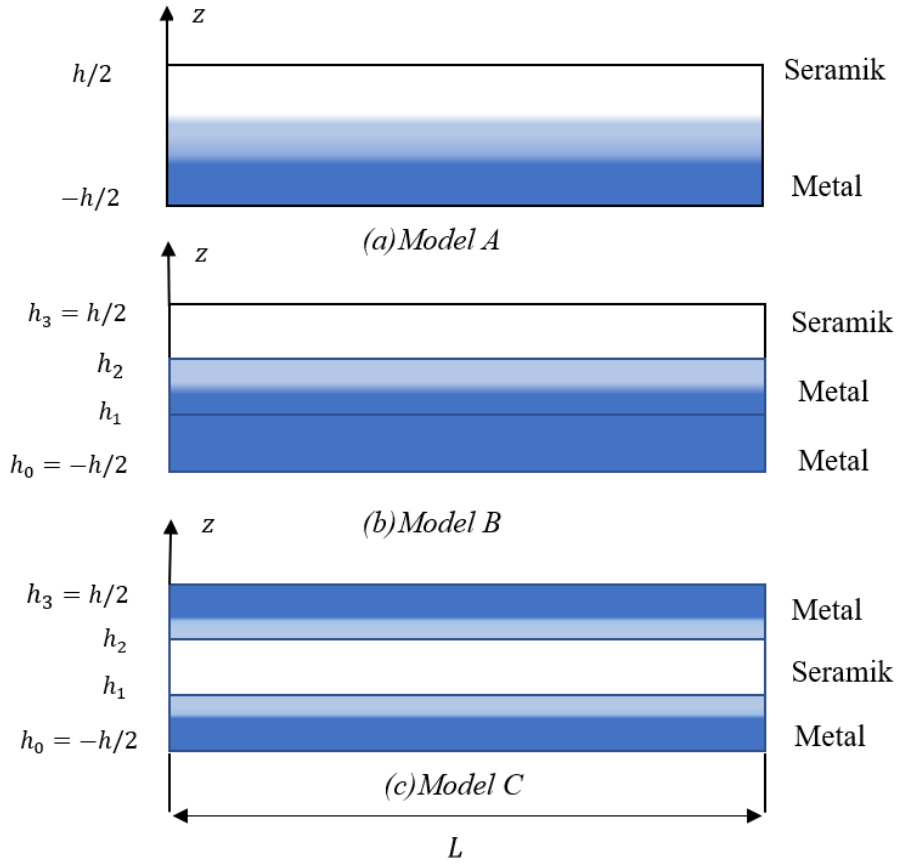
3. MATERYAL VE METOT

3.1. FD Sandviç Kirişler

Tezde incelenen FD kirişlerin geometrisi ve koordinat sistemleri şekil 3.1’de ve şekil 3.2’de gösterilmiştir. Şekil de x yönündeki uzunluk L , y yönündeki genişlik b , z yönündeki kalınlık h ve h_0, h_1, h_2, h_3 ise z eksenindeki tabaka koordinatlarını göstermektedir.



Şekil 3.1. FD sandviç mikro kirişlerin koordinat sistem



Şekil 3.2. Sandviç FD mikro kiriş (a) Model A (b) Model B (c) Model C

Bu çalışmada eksenel basınç yükü etkisi altında (P) üç farklı FD sandviç mikro kiriş tabakalanma şeması dikkate alınmıştır.

1. Model A, tek tabakalı fonksiyonel derecelendirilmiş mikro kiriş
2. Model B, sandviç kirişlerin üst ve alt yüzeyleri metal ve seramiktir, çekirdek ise FD malzemeden yapılmıştır.
3. Model C, sandviç kirişlerin alt ve üst yüzeyleri bir FD malzemesi, çekirdek ise seramikten yapılmıştır.

Kalınlık boyunca FD kirişlerin karışım kuralına göre değişimi

$$E(z) = E_m + (E_s - E_m)V_s(z) \quad (3.1)$$

Model A için seramik hacim oranı şu şekilde elde edilir

$$V_s(z) = \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h}\right)^k \quad z \in \left[-h/2, h/2\right], (0 \leq k \leq \infty) \quad (3.2)$$

Model B için seramik hacim oranı şu şekilde yazılır

$$V_s(z) = \begin{cases} 0 & z \in [h_0, h_1] \\ \left(\frac{z - h_0}{h_1 - h_0}\right)^k & z \in [h_1, h_2] \\ 1 & z \in [h_2, h_3] \end{cases} \quad (3.3)$$

Model C için seramik hacim oranı şu şekilde elde edilir

$$V_s(z) = \begin{cases} \left(\frac{z - h_0}{h_1 - h_0}\right)^k & z \in [h_0, h_1] \\ 1 & z \in [h_1, h_2] \\ \left(\frac{z - h_3}{h_2 - h_3}\right)^k & z \in [h_2, h_3] \end{cases} \quad (3.4)$$

Burada E_s , seramik bileşenin elastisite modülü E_m , metal bileşenin elastisite modülü ve k , malzeme değişim indekssidir. Bu tez çalışmasında (Model C) dikkate alınmıştır.

Sunulan tez çalışmasında fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç mikro kirişin çekirdek ve yüzey bölgeleri kalınlık oranları (1-0-1), (1-1-1), (1-2-1), (1-8-1) kesit tipleri alınmıştır.

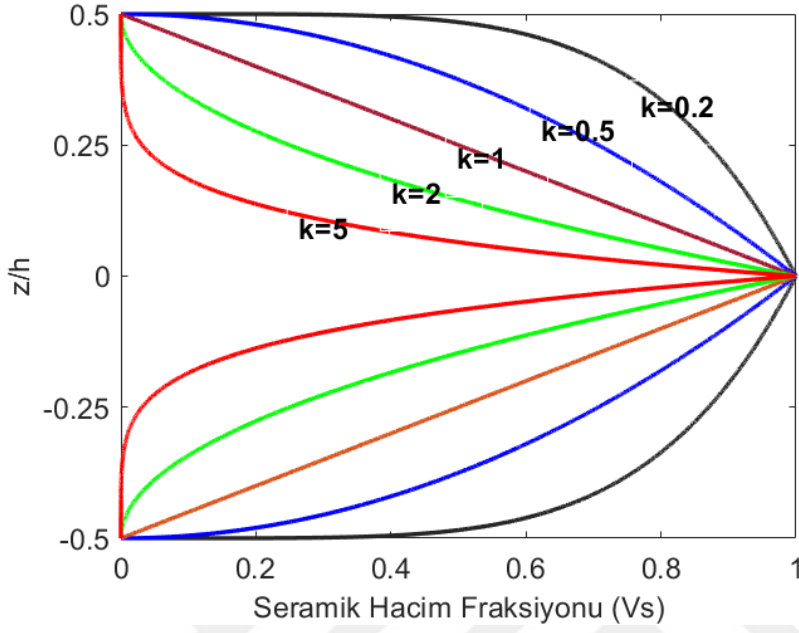
Kesitlerde kalınlık oranı alt yüzeyden üst yüze sırasıyla ($z = h_0 = -h/2$) ve ($z = h_3 = h/2$) şeklindedir.

Kesit (1-0-1)'de $h_1 = -h/6$, $h_1 = h/6$ FD mikro sandviç kirişin çekirdek kalınlığı yüzey kalınlığını yarıdır.

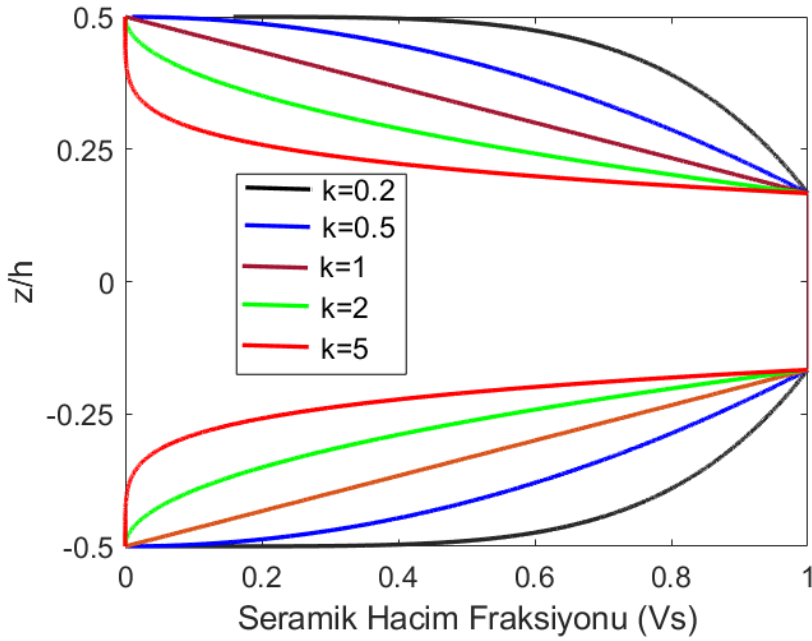
Kesit (1-1-1)'de $h_1 = -h/6$, $h_1 = h/6$ FD mikro sandviç kirişin çekirdek ve yüzey kalınlığını aynı kalınlığa sahiptir.

Kesit (1-2-1)'de $h_1 = -h/4$, $h_1 = h/4$ FD mikro sandviç kirişin çekirdek kalınlığı yüzey kalınlığını iki katıdır.

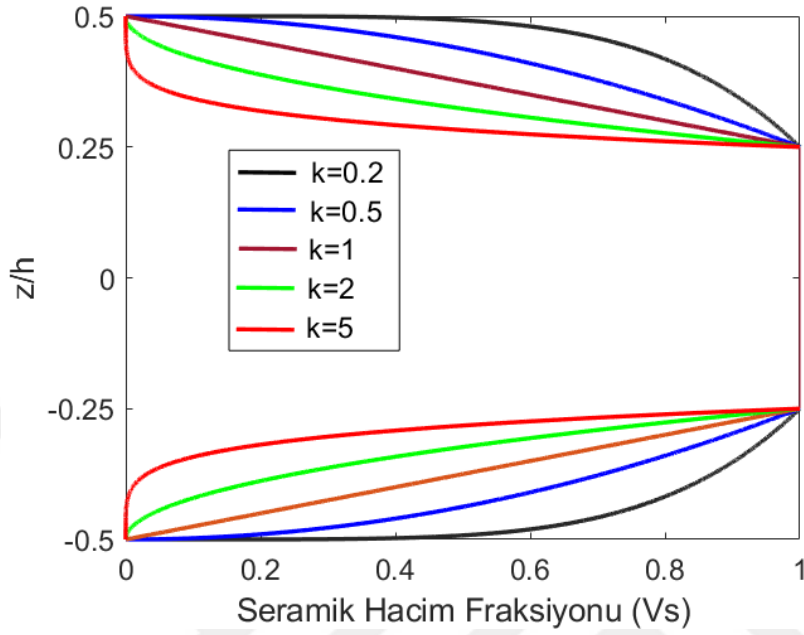
Kesit (1-8-1)'de $h_1 = -2h/5$, $h_1 = 2h/5$ FD mikro sandviç kirişin çekirdek kalınlığı yüzey kalınlığını sekiz katıdır.



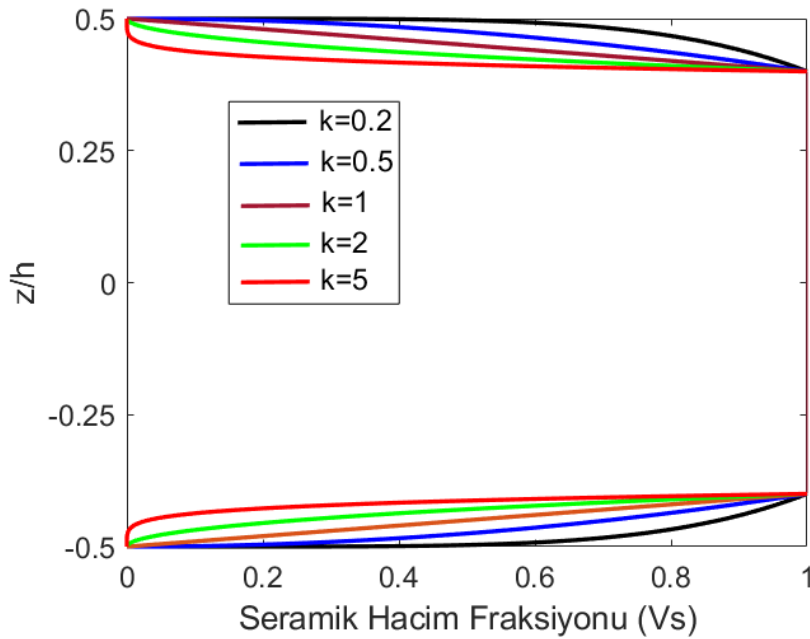
Şekil 3.3. FD mikro kirişin kalınlık boyunca farklı (k) indeksi ile seramik hacim oranı değişimi (kesit tipi: 1-0-1)



Şekil 3.4. FD mikro kirişin kalınlık boyunca farklı (k) indeksi ile seramik hacim oranı değişimi (kesit tipi: 1-1-1)



Şekil 3.5. FD mikro kirişin kalınlık boyunca farklı (k) indeksi ile seramik hacim oranı değişimi (kesit tipi: 1-2-1)



Şekil 3.6. FD mikro kirişin kalınlık boyunca farklı (k) indeksi ile seramik hacim oranı değişimi (kesit tipi: 1-8-1)

3.2. Değiştirilmiş Gerilme Çifti Elastisite Teorisi (DGCT)

Yang ve çalışma arkadaşları, şekil değiştirme enerjisi yoğunluğunu eğrilik tansörü ve gerinim tansörünün fonksiyonu cinsinden elde ederek değiştirilmiş gerilme çifti teorisini ifade etmişlerdir. Lineer elastik izotropik malzeme özelliğine sahip kırılgan hacminde meydana gelen şekil değiştirme enerjisi değiştirilmiş gerilme çifti teorisi kullanılarak yazılmıştır.

Değiştirilmiş gerilme çifti teorisinde, şekil değiştirme enerjisi hem şekil değiştirme hem de eğriliğin bir fonksiyonu olarak ifade eder. Lineer elastik malzeme için şekil değiştirme enerjisi U şöyledir (Yang vd. 2002).

$$U = \frac{1}{2} \int_V (\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} + m_{ij} \chi_{ij}) dv \quad (3.5)$$

Burada σ_{ij} gerilme tansörü, ε_{ij} şekil değiştirme tansörü, m_{ij} gerilme çifti tansörünün deviatorik (fark) tansörü ve χ_{ij} ise eğrilik simetrik tansörüdür.

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (3.6)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (3.7)$$

$$m_{ij} = 2\mu l^2 \chi_{ij} \quad (3.8)$$

$$\chi_{ij} = \frac{1}{2} (\theta_{i,j} + \theta_{j,i}) \quad (3.9)$$

ve θ_i dönme vektörünün bileşenleri olup şöyle ifade edilebilir:

$$\theta_i = \frac{1}{2} e_{ijk} u_{k,j} \quad (3.10)$$

Burada λ ve μ Lamé sabitlerini, l malzeme boyut ölçek parametresini ve u deplasman vektörünü temsil etmektedir. Lamé sabitleri elastisite modülü ve Poisson oranı cinsinden şöyle yazılabilirler:

$$\lambda = \frac{Ev}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (3.11)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.12)$$

3.3. Genel Kiriş Teorisi

Genel kiriş teorisine göre yer değiştirme bileşenleri şu şekilde yazılabilir (Şimşek ve Reddy, 2013)

$$u_x(x, z) = u(x) - z \frac{dw(x)}{dx} + f(z)\gamma(x) \quad (3.13)$$

$$u_y(x, z) = 0 \quad (3.14)$$

$$u_z(x, z) = w(x) \quad (3.15)$$

Burada u_x, u_y, u_z sırasıyla x, y ve z eksenleri boyunca yer değiştirmeleri temsil eder. u ve w , tarafsız eksen üzerindeki herhangi bir noktanın eksenel ve enine yer değiştirmesidir. γ ise tarafsız eksen üzerindeki herhangi bir noktanın enine kayma şekil değiştirmesidir.

$$\gamma(x) = \frac{dw(x)}{dx} - \phi(x) \quad (3.16)$$

Burada ϕ tarafsız ekseninde herhangi bir noktada kesitin toplam eğilme dönmesidir. ϕ ise kalınlık boyunca enine kayma gerinmesinin dağılımını belirleyen fonksiyondur. Farklı kiriş teorilerinin yer değiştirme bileşenleri, f_z aşağıdaki gibi seçilerek elde edilebilir.

$$\text{EBKT: } f(z) = 0 \quad (3.17a)$$

$$\text{TKT: } f(z) = z \quad (3.17b)$$

$$\text{PKT: } f(z) = z(1 - \frac{4z^2}{3h^2}) \quad (3.17c)$$

Denklemler (3.7), (3.13) ve (3.15)'ten sıfır olmayan şekil değiştirme bileşenleri

$$\varepsilon_{xx} = \frac{du}{dx} - z \frac{d^2w}{dx^2} + f(z) \frac{d\gamma}{dx} \quad (3.18)$$

$$\gamma_{xz} = 2\varepsilon_{xz} = f_{,z} \gamma \quad (3.19)$$

gibi elde edilir. Burada (), z z 'ye göre kısmi türevi belirtir. Denklemler (3.10), (3.13) ve (3.15)'ten

$$\theta_y = \frac{1}{2} f_{,z} \gamma - \frac{dw}{dx} \quad (3.20)$$

ulaşılır. Denklem (3.20), Denklem (3.9)'da kullanarak aşağıdaki sonuç elde edilir.

$$\chi_{xy} = \frac{1}{4} f_{,z} \frac{d\gamma}{dx} - \frac{1}{2} \frac{d^2 w}{dx^2}, \chi_{yz} = \frac{1}{4} f_{,zz} \gamma \quad (3.21)$$

3.3.1. Parabolik kiriş teorisi (PKT)

Düzlem içi yer değiştirmelerin kalınlık boyunca yüksek mertebeden (parabolik) değiştiği ve kirişin alt ile üst yüzeylerinde kayma gerilmelerinin sıfır olması şartını sağlayan bu üçüncü mertebeden kayma deformasyonlu kiriş teorisi Reddy (1984) tarafından geliştirilmiştir.

PKT yer değiştirme alanı şu şekilde verilmiştir.

$$u_x(x, z) = u(x) - z \frac{dw(x)}{dx} + \left(z - \frac{4z^3}{3h^2} \right) \gamma(x) \quad (3.22)$$

$$u_y(x, z) = 0 \quad (3.23)$$

$$u_z(x, z) = w(x) \quad (3.24)$$

Yukarıdaki denklemlere göre PKT için makro ve mikro şekil değiştirme bileşenleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{du}{dx} - z \frac{d^2 w}{dx^2} + \left(z - \frac{4z^3}{3h^2} \right) \frac{d\gamma}{dx} \quad (3.25)$$

$$\gamma_{xz} = 2\varepsilon_{xz} = \left(1 - \frac{4z^2}{h^2} \right) \gamma \quad (3.26)$$

$$\theta_y = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{4z^2}{h^2} \right) \gamma - \frac{dw}{dx} \quad (3.27)$$

$$\chi_{xy} = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{4z^2}{h^2} \right) \frac{d\gamma}{dx} - \frac{1}{2} \frac{d^2w}{dx^2}, \chi_{yz} = 2 \frac{z}{h^2} \gamma \quad (3.28)$$

3.3.2. Timoshenko kiriş teorisi (TKT)

Bu teori kirişteki kayma ve dönmenin oluşturduğu eylemsizlik momentini faktörlerinin Euler-Bernoulli teorisine ilave edilmiş halidir. Euler-Bernoulli kiriş teorisi, uygulanan kuvvet sonucu kirişte meydana gelen dönme ve kayma faktörlerinin oluşturmuş olduğu etkileri içermemektedir. Ancak Timoshenko kiriş teorisi ile bu faktörler hesaplamalara katılmıştır. Timoshenko (birinci dereceden kayma deformasyonlu) kiriş teorisine göre yer değiştirme bileşenleri şu şekilde yazılabilir.

$$u_x(x, z) = u(x) - z\varphi(x), \quad u_y(x, z) = 0, \quad u_z(x, z) = w(x) \quad (3.29)$$

Denklem (3.29)'ye göre TKT için makro ve mikro şekil değiştirme bileşenleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{du}{dx} - z \frac{d\varphi}{dx} \quad (3.30)$$

$$\varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left(-\varphi + \frac{dw}{dx} \right) \quad (3.31)$$

$$\theta_y = -\frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} + \varphi \right) \quad (3.32)$$

$$\chi_{xy} = -\frac{1}{4} \left(\frac{d\varphi}{dx} + \frac{d^2w}{dx^2} \right) \quad (3.33)$$

3.3.3. Euler-Bernoulli kiriş teorisi (EBKT)

Euler-Bernoulli (kayma deformasyonsuz) kiriş teorisine dayanarak, yer değiştirme bileşenleri şu şekilde ifade edilir.

$$u_x(x, z) = u(x) - z \frac{dw}{dx}, \quad u_y(x, z) = 0, \quad u_z(x, z) = w(x) \quad (3.34)$$

Denklem (3.34)'ye göre makro ve mikro şekil değiştirme bileşenleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{du}{dx} - z \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \quad (3.35)$$

$$\theta_y = -\frac{dw(x)}{dx} \quad (3.36)$$

$$\chi_{xy} = -\frac{1}{2} \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \quad (3.37)$$

3.3.4. Yönetici denklemler

3.3.4.1. Genel giriş teorisi

Yönetici denklemler minimum toplam potansiyel enerji ilkesi prensibini kullanılarak elde edilir (Şimşek ve Reddy 2013).

$$\delta \int_0^T (U - W) dt = 0 \quad (3.38)$$

Burada W dış kuvvetler tarafından yapılan iş, U ise şekil değiştirme enerjisidir. Şekil değiştirme enerjisi birinci varyasyonu şu şekilde ifade edilebilir (Şimşek ve Reddy, 2013).

$$\begin{aligned} \delta U &= \int_{\Omega} (\sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} + m_{ij} \delta \chi_{ij}) dV \\ &= \int_{\Omega} (\sigma_{xx} \delta \varepsilon_{xx} + 2\sigma_{xz} \delta \varepsilon_{xz} + 2m_{xy} \delta \chi_{xy} + 2m_{yz} \delta \chi_{yz}) dV \\ &= \int_0^L \left[N \frac{d\delta u}{dx} - (M_c + Y_1) \frac{d^2 \delta w}{dx^2} + \left(M_{nc} + \frac{1}{2} Y_2 \right) \frac{\delta \gamma}{dx} + \left(Q + \frac{1}{2} Y_3 \right) \delta \gamma \right] dx \end{aligned} \quad (3.39)$$

Burada δ değişken operatör, L girişin uzunluğu. Gerilme sonuçları şu şekilde ifade edilir.

$$N = \int_A \sigma_{xx} dA = A_{xx} \frac{du}{dx} - B_{xx} \frac{d^2 w}{dx^2} + E_{xx} \frac{d\gamma}{dx} \quad (3.40)$$

$$M_c = \int_A z \sigma_{xx} dA = B_{xx} \frac{du}{dx} - D_{xx} \frac{d^2 w}{dx^2} + F_{xx} \frac{d\gamma}{dx} \quad (3.41)$$

$$M_{nc} = \int_A f(z) \sigma_{xx} dA = E_{xx} \frac{du}{dx} - F_{xx} \frac{d^2 w}{dx^2} + H_{xx} \frac{d\gamma}{dx} \quad (3.42)$$

$$Q = \int_A f_{,z}(z) \sigma_{xx} dA = B_{xz} \gamma \quad (3.43)$$

$$Y_1 = \int_A m_{xy} dA = \frac{1}{2} D_{xz} l^2 \frac{d\gamma}{dx} - A_{xz} l^2 \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.44)$$

$$Y_2 = \int_A f_{,z}(z) m_{xy} dA = \frac{1}{2} B_{xz} l^2 \frac{d\gamma}{dx} - D_{xz} l^2 \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.45)$$

$$Y_3 = \int_A f_{,zz}(z) m_{yz} dA = \frac{1}{2} E_{xz} l^2 \gamma \quad (3.46)$$

Burada.

$$(A_{xx}, B_{xx}, D_{xx}) = \int_A E(z) (1, z, z^2) dA \quad (3.47)$$

$$(E_{xx}, F_{xx}, H_{xx}) = \int_A E(z) f(z) [1, z, f(z)] dA \quad (3.48)$$

$$A_{xz} = \int_A \mu(z) dA = \int_A \frac{E(z)}{2[1 + v(z)]} dA \quad (3.49)$$

$$B_{xz} = \int_A \mu(z) [f_{,z}(z)]^2 dA \quad (3.50)$$

$$D_{xz} = \int_A \mu(z) f_{,z}(z) dA \quad (3.51)$$

$$E_{xz} = \int_A \mu(z) [f_{,zz}(z)]^2 dA \quad (3.52)$$

Dış kuvveller tarafından yapılan iş genel denklemi şu şekilde ifade edilebilir.

$$\delta W = \int_0^L \left[f \delta u + \left(q + \frac{dc}{dx} - P \frac{d^2 w}{dx^2} \right) \delta w + \frac{1}{2} ac \delta \gamma \right] dx - \left(c - P \frac{dw}{dx} \right) \delta w \Big|_0^L \quad (3.53)$$

Burada f ve q sırasıyla x ve z bileşenlerin birim uzunluk kuvvetidir. c ise y bileşenin birim uzunluk kuvvetidir ve $a = \int_A f_{,z}(z) dA$. Denklem (3.39) ve Denklem (3.53)'ü denklem (3.38)'te kullanıp kısmi integral uygulanarak δu , δw , $\delta \gamma$ katsayıları sıfıra eşitleyerek yönetici denklemler şu şekilde elde edilir.

$$\frac{dN}{dx} + f = 0 \quad (3.54)$$

$$\frac{d^2 M_c}{dx^2} + \frac{d^2 Y_1}{dx^2} + \frac{dc}{dx} + q - P \frac{d^2 w}{dx^2} = 0 \quad (3.55)$$

$$\frac{dM_{nc}}{dx} + \frac{1}{2} \frac{dY_2}{dx} - \frac{1}{2} Y_3 - Q + \frac{1}{2} ac = 0 \quad (3.56)$$

Kiriş uçlarındaki ($x = 0$ ve $x = L$ 'de) karşılık gelen sınır koşulları.

$$N = 0 \text{ veya } u = 0 \quad (3.57)$$

$$\frac{dM_c}{dx} + \frac{dY_1}{dx} + c - P \frac{dw}{dx} = 0 \text{ veya } w = 0 \quad (3.58)$$

$$M_{nc} + \frac{1}{2} Y_2 = 0 \text{ veya } \gamma = 0, \quad (3.59)$$

$$M_c + Y_1 = 0 \text{ veya } \frac{dw}{dx} = 0, \quad (3.60)$$

Denklem (3.40)-(3.46) ve (3.54)-(3.56) kullanarak eksenel basınç yükü altındaki FD sandviç mikro kirişe ait yönetici denklemler (f ve c sıfır alınarak) aşağıdaki gibi elde edilir.

$$A_{xx} \frac{d^2 u}{dx^2} - B_{xx} \frac{d^3 w}{dx^3} + E_{xx} \frac{d^2 \gamma}{dx^2} = 0 \quad (3.61)$$

$$-B_{xx} \frac{d^3 u}{dx^3} + (D_{xx} + A_{xz} l^2) \frac{d^4 w}{dx^4} - \left(F_{xx} + \frac{1}{2} D_{xz} l^2 \right) \frac{d^3 \gamma}{dx^3} + P \frac{d^2 w}{dx^2} = 0 \quad (3.62)$$

$$E_{xx} \frac{d^2 u}{dx^2} - \left(F_{xx} + \frac{1}{2} D_{xz} l^2 \right) \frac{d^3 w}{dx^3} + \left(H_{xx} + \frac{1}{4} B_{xz} l^2 \right) \frac{d^2 \gamma}{dx^2} - \left(B_{xz} + \frac{1}{4} E_{xz} l^2 \right) \gamma = 0 \quad (3.63)$$

3.3.4.2. Parabolik kiriş teorisi

$$N^P = \int_A \sigma_{xx} dA = A_{xx} \frac{du}{dx} - B_{xx} \frac{d^2 w}{dx^2} + E_{xx} \frac{d\gamma}{dx} \quad (3.64)$$

$$M_c^P = \int_A z \sigma_{xx} dA = B_{xx} \frac{du}{dx} - D_{xx} \frac{d^2 w}{dx^2} + F_{xx} \frac{d\gamma}{dx} \quad (3.65)$$

$$M_{nc}^P = \int_A f(z) \sigma_{xx} dA = E_{xx} \frac{du}{dx} - F_{xx} \frac{d^2 w}{dx^2} + H_{xx} \frac{d\gamma}{dx} \quad (3.66)$$

$$Q^P = \int_A \left(1 - \frac{4z^2}{h^2} \right) \sigma_{xz} dA = B_{xz} \gamma \quad (3.67)$$

$$Y_1^P = \int_A m_{xy} dA = \frac{1}{2} D_{xz} l^2 \frac{d\gamma}{dx} - A_{xz} l^2 \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.68)$$

$$Y_2^P = \int_A \left(1 - \frac{4z^2}{h^2} \right) m_{xy} dA = \frac{1}{2} B_{xz} l^2 \frac{d\gamma}{dx} - D_{xz} l^2 \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.69)$$

$$Y_3^P = \int_A \left(-\frac{8z}{h^2} \right) m_{yz} dA = \frac{1}{2} E_{xz} l^2 \gamma \quad (3.70)$$

Burada

$$(A_{xx}, B_{xx}, D_{xx}) = \int_A E(z)(1, z, z^2) dA \quad (3.71)$$

$$(E_{xx}, F_{xx}, H_{xx}) = \int_A E(z) \left(1 - \frac{4z^3}{3h^2}\right) \left[1, z, \left(1 - \frac{4z^3}{3h^2}\right)\right] dA \quad (3.72)$$

$$A_{xz} = \int_A \mu(z) dA = \int_A \frac{E(z)}{2[1 + \nu(z)]} dA \quad (3.73)$$

$$B_{xz} = \int_A \mu(z) \left[\left(1 - \frac{4z^2}{h^2}\right) \right]^2 dA \quad (3.74)$$

$$D_{xz} = \int_A \mu(z) \left(1 - \frac{4z^2}{h^2}\right) dA \quad (3.75)$$

$$E_{xz} = \int_A \mu(z) \left[\left(-\frac{8z}{h^2}\right) \right]^2 dA \quad (3.76)$$

Denklem (3.54)-(3.56) ve (3.64)-(3.70) kullanarak aksenal basınç yükü altındaki FD sandviç mikro kirişe ait yönetici denklemler (f ve c sıfır alınarak) aşağıdaki gibi elde edilir.

$$A_{xx} \frac{d^2 u}{dx^2} - B_{xx} \frac{d^3 w}{dx^3} + E_{xx} \frac{d^2 \gamma}{dx^2} = 0 \quad (3.77)$$

$$-B_{xx} \frac{d^3 u}{dx^3} + (D_{xx} + A_{xz} l^2) \frac{d^4 w}{dx^4} - \left(F_{xx} + \frac{1}{2} D_{xz} l^2\right) \frac{d^3 \gamma}{dx^3} + P \frac{d^2 w}{dx^2} = 0 \quad (3.78)$$

$$E_{xx} \frac{d^2 u}{dx^2} - \left(F_{xx} + \frac{1}{2} D_{xz} l^2\right) \frac{d^3 w}{dx^3} + \left(H_{xx} + \frac{1}{4} B_{xz} l^2\right) \frac{d^2 \gamma}{dx^2} - \left(B_{xz} + \frac{1}{4} E_{xz} l^2\right) \gamma = 0 \quad (3.79)$$

3.3.4.3. Timoshenko kiriş teorisi

$$N^T = \int_A \sigma_{xx} dA = A_{xx} \frac{du}{dx} - B_{xx} \frac{d\varphi}{dx} \quad (3.80)$$

$$M_c^T = \int_A z \sigma_{xx} dA = B_{xx} \frac{du}{dx} - D_{xx} \frac{d\varphi}{dx} \quad (3.81)$$

$$Y_1^T = \int_A m_{xy} dA = -\frac{1}{2} A_{xz} l^2 \left(\frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{d\varphi}{dx} \right) \quad (3.82)$$

$$Q^T = \int_A k_s \sigma_{xz} dA = k_s A_{xz} \left(\frac{dw}{dx} - \varphi \right) \quad (3.83)$$

Burada k_s , kayma düzeltme faktörüdür. Denklem (3.39) ve denklem (3.53)'ü denklem (3.38)'te kullanıp kısmi integral uygulanarak δu , δw , $\delta \varphi$ katsayıları sıfıra eşitleyerek Timoshenko kiriş teorisine ait yönetici denklemler şu şekilde elde edilir.

$$\frac{dN^T}{dx} + f = 0 \quad (3.84)$$

$$\frac{dQ^T}{dx} + \frac{1}{2} \frac{d^2 Y_1^T}{dx^2} + \frac{1}{2} \frac{dc}{dx} + q - P \frac{d^2 w}{dx^2} = 0 \quad (3.85)$$

$$\frac{dM_c^T}{dx} + \frac{1}{2} \frac{dY_1^T}{dx} - Q^T + \frac{1}{2} c = 0 \quad (3.86)$$

Denklem (3.80)-(3.82), (3.83) ve (3.84)-(3.86) kullanarak FD sandviç mikro kirişin yer değiştirmelerini aşağıdaki gibi elde edilir.

$$A_{xx} \frac{d^2 u}{dx^2} - B_{xx} \frac{d^2 \varphi}{dx^2} = 0 \quad (3.87)$$

$$K_s A_{xz} \left(\frac{d^2 w}{dx^2} - \frac{d\varphi}{dx} \right) - \frac{1}{4} A_{xz} l^2 \left(\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{d^3 \varphi}{dx^3} \right) - P \frac{d^2 w}{dx^2} = 0 \quad (3.88)$$

$$B_{xx} \frac{d^2 u}{dx^2} - D_{xx} \frac{d^2 \varphi}{dx^2} - K_s A_{xz} \left(\frac{dw}{dx} - \varphi \right) - \frac{1}{4} A_{xz} l^2 \left(\frac{d^3 w}{dx^3} + \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \right) = 0 \quad (3.89)$$

3.3.4.4. Euler-Bernoulli kiriş teorisi

$$N^E = \int_A \sigma_{xx} dA = A_{xx} \frac{du}{dx} - B_{xx} \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.90)$$

$$M_c^E = \int_A z \sigma_{xx} dA = B_{xx} \frac{du}{dx} - D_{xx} \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.91)$$

$$Y_1^E = \int_A m_{xy} dA = -A_{xz} l^2 \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.92)$$

EBK teorisine ait yönetici denklemleri şu şekilde elde edilir $f(z) = 0$.

$$\frac{dN^E}{dx} + f = 0 \quad (3.93)$$

$$\frac{d^2 M_c^E}{dx^2} + \frac{d^2 Y_1^E}{dx^2} - P \frac{d^2 w}{dx^2} = 0 \quad (3.94)$$

Burada $E_{xx} = F_{xx} = H_{xx} = B_{xz} = D_{xz} = E_{xz} = 0$

Denklem (3.90)-(3.92) ve (3.93)-(3.94) kullanarak FD sandviç mikro kirişin yer değiştirmelerini aşağıdaki gibi elde edilir.

$$A_{xx} \frac{d^2 u}{dx^2} - B_{xx} \frac{d^3 w}{dx^3} = 0 \quad (3.95)$$

$$-B_{xx} \frac{d^3 u}{dx^3} + (D_{xx} + A_{xz} l^2) \frac{d^4 w}{dx^4} + P \frac{d^2 w}{dx^2} = 0 \quad (3.96)$$

3.4. Sandviç FD Mikro Kirişlerin Analitik çözümü

Bu kısımda, yönetici denklemler basit mesnetli FD sandviç mikro kirişin burkulma yükü analizi analitik olarak çözülmüştür. Navier çözümü yöntemi, basit mesnetli durum için analitik çözümleri belirlemek için kullanılır. Basit mesnetli sandviç mikro kirişin sınır şartları şu şekilde ifade edilmiştir.

$$A_{xx} \frac{du}{dx} - B_{xx} \frac{d^2 w}{dx^2} + E_{xx} \frac{d\gamma}{dx} = 0 \quad (3.97)$$

$$w = 0 \quad (3.98)$$

$$M_{nc} + \frac{1}{2} Y_2 = E_{xx} \frac{du}{dx} - \left(F_{xx} + \frac{1}{2} D_{xz} l^2 \right) \frac{d^2 w}{dx^2} + \left(H_{xx} + \frac{1}{4} B_{xz} l^2 \right) \frac{d\gamma}{dx} = 0 \quad (3.99)$$

$$M_c + Y_1 = B_{xx} \frac{du}{dx} - (D_{xx} + A_{xz} l^2) \frac{d^2 w}{dx^2} + \left(F_{xx} + \frac{1}{2} D_{xz} l^2 \right) \frac{d\gamma}{dx} = 0 \quad (3.100)$$

Bu çalışmada basit mesnetli sandviç mikro kirişin çözümü elde etmek için Navier çözüm yaklaşımı kullanılmıştır.

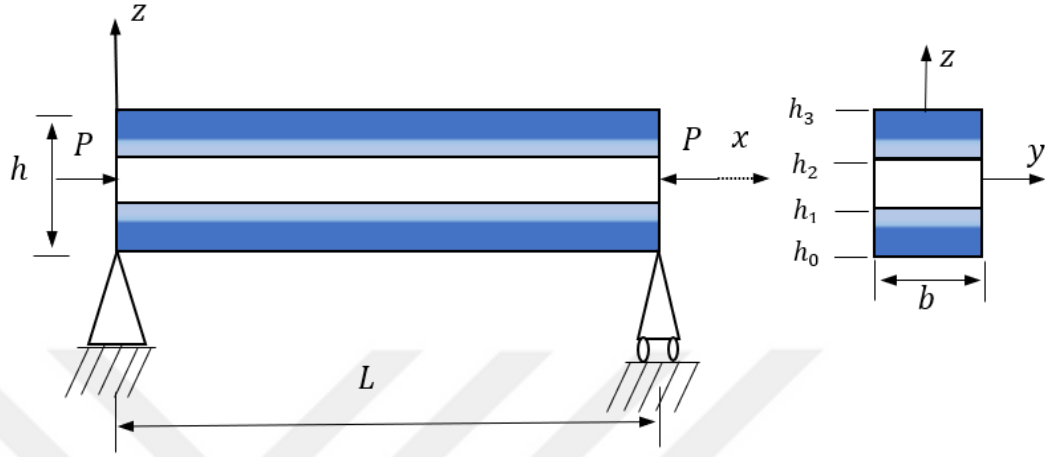
$$u(x) = \sum_{n=1}^N U_n \cos \beta x \quad (3.101)$$

$$w(x) = \sum_{n=1}^N W_n \sin \beta x \quad (3.102)$$

$$\gamma(x) = \sum_{n=1}^N R_n \cos \beta x \quad (3.103)$$

Burada (U_n, W_n, R_n) her n , değeri için belirlenecek bilinmeyen Fourier katsayılarıdır ve $\beta = n\pi/L$

3.4.1. FD Sandviç Mikro Kirişlerin Burkulma Problemleri



Şekil 3.7. Eksenel basınç yüküne maruz kalan sandviç mikro kirişin geometrisi.

3.4.1.1. Parabolik kiriş teorisi

Denklem (3.101), (3.103)'ü denklem (3.77) ve (3.79)'da yazılırsa aşağıdaki bağıntı elde edilir:

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_n \\ W_n \\ R_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.104)$$

$$\begin{aligned} k_{11} &= \beta^2 A_{xx}, & k_{12} &= k_{21} = -\beta^3 B_{xx}, & k_{13} &= k_{31} = \beta^2 E_{xx}, \\ k_{22} &= \beta^4 (D_{xx} + A_{xz} l^2) - \beta^2 P, & k_{23} &= k_{32} = -\beta^3 \left(F_{xx} + \frac{1}{2} D_{xz} l^2 \right), \\ k_{33} &= \beta^2 \left(H_{xx} + \frac{1}{4} B_{xz} l^2 \right) + \left(B_{xz} + \frac{1}{4} E_{xz} l^2 \right) \end{aligned} \quad (3.105)$$

Bu katsayılar matrisinin determinantını sıfıra eşitleyerek probleme ait özdeğerler elde edilmiş olur. Bunlardan en küçük olanı bize kritik burkulma yükü değerini verir.

3.4.1.2. Timoshenko kiriş teorisi

$$\begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} U_n \\ W_n \\ R_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.106)$$

Denklem (3.101), (3.103)'ü denklem (3.87) ve (3.89)'da yazılırsa aşağıdaki bağıntı elde edilir:

$$\begin{aligned} k_{11} &= \beta^2 A_{xx}, & k_{12} &= k_{21} = 0, & k_{13} &= k_{31} = -\beta^2 B_{xx}, \\ k_{22} &= \beta^2 A_{xx} \left(k_s + \frac{1}{4} \beta^2 l^2 \right) - \beta^2 P, & k_{23} &= A_{xx} \beta \left(\frac{1}{4} \beta^2 l^2 - k_s \right), \\ k_{32} &= A_{xx} \beta \left(k_s - \frac{1}{4} \beta^2 l^2 \right), & k_{33} &= -\beta^2 D_{xx} - A_{xz} \left(k_s + \frac{1}{4} \beta^2 l^2 \right) \end{aligned} \quad (3.107)$$

3.4.1.3. Euler-Berboulli kiriş teorisi

Denklem (3.101), (3.103)'ü denklem (3.87) ve (3.89)'da yazılırsa aşağıdaki bağıntı elde edilir:

$$\begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} U_n \\ W_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.108)$$

Denklem (3.101), (3.103)'ü denklem (3.95) ve (3.96)'da yazılırsa aşağıdaki sonuç elde edilir:

$$k_{11} = \beta^2 A_{xx}, \quad k_{12} = k_{21} = -\beta^3 B_{xx}, \quad k_{22} = (D_{xx} + A_{xz} l^2) \beta^4 + \beta^2 P \quad (3.109)$$

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde FDM sandviç kirişlerin eksenel basınç yükü etkisi altında burkulma davranışları incelenip ve kritik burkulma yüklerinin malzeme değişim indeksi (k), boy/yükseklik (L/h) oranı ve boyut ölçek parametresi/kiriş yüksekliği (l/h) oranı parametrelerine göre değişimi ile ilgili tartışılmış ve sayısal sonuçlar sunulmuştur.

FD sandviç kirişte kullanılan malzeme özellikleri metal (Al) için $E_m = 70Gpa$, $\rho_m = 2702Kg/m^3$, $\nu_m = 0.3$; seramik (Al_2O_3) için $E_s = 380Gpa$, $\rho_s = 3960Kg/m^3$, $\nu_s = 0.3$ şeklindedir.

Sonuçlarda kullanılan boyutsuz kritik burkulma değeri aşağıdaki gibidir.

$$\bar{P} = \frac{PL^2}{E_m I} \quad (4.1)$$

Çizelge 4.1 ve 4.2’de iki ucu basit mesnetli FD sandviç kirişlerin klasik boyutsuz kritik burkulma yükü ($\bar{P} = \frac{Pl^2}{E_m I}$) değerlerinin farklı kiriş teorilerine dayalı olarak karşılaştırılması yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar Turan ve Kahya (2021) ve Vo vd. (2014) tarafından verilen sonuçları ile son derece uyumludur. Çizelge 4.1 ve 4.2’de FD sandviç kirişin burkulma yükleri ($L/h = 5$) ve ($L/h = 20$) boy/yüksekli oranı için verilmiştir. Çizelgelerden çekirdek tabakasının yüksekliğinin artması ile boyutsuz kritik burkulma yüklerin artmasına sebep olduğu görülmektedir. Malzeme değişim indeksi (k) değeri arttıkça boyutsuz kritik burkulma yükleri azalmaktadır. $k = 0$ ’da kiriş seramik olduğu için en büyük elastisite modülüne sahiptir. Bu yüzden bu hal için en büyük kritik burkulma yükü elde edilmektedir. k ’nin değeri sonsuza gittiğinde kiriş kesiti tamamen metalden oluştuğu için en küçük elastisite modülüne sahiptir. Bu nedenle kirişin taşıyabileceği maksimum burkulma kuvveti en küçük olmaktadır.

Çizelge 4.1. FD sandviç kirişlerin boyutsuz kritik burkulma yükleri ($L / h = 5, l = 0$)

Teori	k	1-0-1	1-1-1	1-2-1	1-8-1
EBKT	0	53.5779	53.5779	53.5779	53.5779
	0.5	29.8505	34.2445	37.4995	45.8352
	1	20.7967	26.0578	30.3578	42.1263
	5	10.6501	14.2636	18.9430	35.2516
TKT	0	48.5904	48.9504	48.9504	48.5904
	0.5	27.6766	31.7040	34.6209	41.9406
	1	19.4855	24.3858	28.2909	38.7235
	5	10.0121	13.5847	17.9558	32.6960
PKT	0	48.5959	48.5959	48.5959	48.5959
	0.5	27.8574	31.8783	34.7653	41.9897
	1	19.6525	24.5595	28.4446	38.7838
	5	10.1460	13.7212	18.0914	32.7725
Turan ve Kahya (2021)	0	48.5904	48.5904	48.5904	48.5904
	0.5	27.6766	31.7142	34.6209	41.9406
	1	19.4855	23.3992	28.2909	38.7838
	5	10.0121	13.5978	17.9558	32.6960
Vo vd. (2014)	0	48.5959	48.5959	48.5959	48.5959
	0.5	27.8574	31.8784	34.7653	41.9897
	1	19.6525	24.5596	28.4447	38.7838
	5	10.1460	13.7212	19.0914	32.7725

Çizelge 4.2. FD sandviç kirişlerin boyutsuz kritik burkulma yükleri ($L / h = 20, l = 0$)

Teori	k	1-0-1	1-1-1	1-2-1	1-8-1
EBKT	0	53.5779	53.5779	53.5779	53.5779
	0.5	29.8505	34.2445	37.4995	45.8352
	1	20.7967	26.0578	30.3578	42.1263
	5	10.6501	14.2636	18.9430	35.2516
TKT	0	53.2363	53.2363	53.2363	53.2363
	0.5	29.7047	34.0738	37.3056	45.5708
	1	20.7096	25.9467	30.2199	41.8962
	5	10.6079	14.2191	18.8781	35.0802
PKT	0	53.2364	53.2364	53.2364	53.2364
	0.5	29.7175	34.0862	37.3159	45.5742
	1	20.7212	25.9588	30.2307	41.9004
	5	10.6171	14.2284	18.8874	35.0856
Turan ve Kahya (2021)	0	53.2364	53.2364	53.2364	53.2364
	0.5	29.7047	34.0851	37.3056	45.5708
	1	20.7096	25.9611	20.2199	41.8962
	5	10.6079	14.2329	18.8781	35.0802
Vo vd. (2014)	0	53.2364	53.2364	53.2364	53.2364
	0.5	29.7175	34.0862	37.3159	45.5742
	1	20.7212	25.9588	30.2307	41.9004
	5	10.6171	14.2282	18.8874	35.0856

Çizelge 4.3 ve 4.4'te FD sandviç kirişin farklı (k) değerine malzeme boyut ölçek parametresi kiriş yüksekliğine yarısı seçilerek boyut etkisi dikkate alınmıştır. Boyut etkisine bağlı olarak elde edilen kritik burkulma değerlerinin klasik kritik burkulma yükü değerlerinden yüksek olduğu görülmektedir. TKT*'de boyut ölçek parametresini içeren Timoshenko kiriş teorisi için geliştirilmiş yeni kayma düzeltme faktörü kullanılmıştır. Yeni kayma düzeltme faktörü (k_s^*) şöyledir.

$$k_s^* = \frac{5}{6} \left(4^{l^a/h^a} \right) \quad (4.2)$$

Burada

$$a = 9\left(\frac{h}{l}\right)^{0.08} - 0.45 \quad (4.3)$$

Sonuçlara bakıldığında k değeri arttıkça kritik burkulma yükü azalmaktadır. PKT ve TKT* genel kiriş teorisine dayalı kritik burkulma yükü değerleri arasında çok iyi bir uyum olduğu görülmektedir. TKT'ye bağlı burkulma yükü diğerlerinden düşük kalmaktadır.

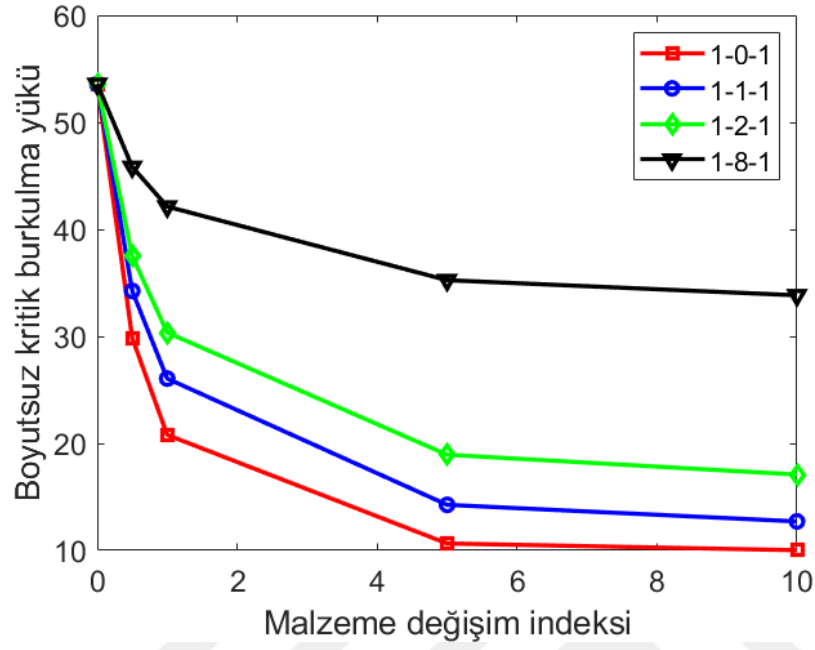
Çizelge 4.3. FD sandviç kirişlerin boyutsuz kritik burkulma yükleri ($L/h = 5, l = h/2$)

Teori	k	1-0-1	1-1-1	1-2-1	1-8-1
EBKT	0	115.3985	115.3985	115.3985	115.3985
	0.5	74.8603	84.8578	90.9146	104.2937
	1	57.4010	71.0676	79.5703	98.9036
	5	30.4435	48.0660	59.7500	88.6668
TKT	0	103.3204	103.3204	103.3204	103.3204
	0.5	68.3515	77.3800	82.7001	94.1235
	1	52.8917	65.4168	72.9768	89.6219
	5	28.1331	44.9139	55.6072	80.9829
TKT*	0	109.0682	109.0682	109.0682	109.0682
	0.5	71.4839	80.9761	86.6449	98.9854
	1	55.0733	68.1490	76.1581	94.0694
	5	29.2528	46.4515	57.6232	84.6815
PKT	0	108.5218	108.5218	108.5218	108.5218
	0.5	70.8547	80.2494	85.8712	98.2228
	1	54.5417	67.4510	75.3662	93.2278
	5	29.0354	45.9820	56.9675	83.7550

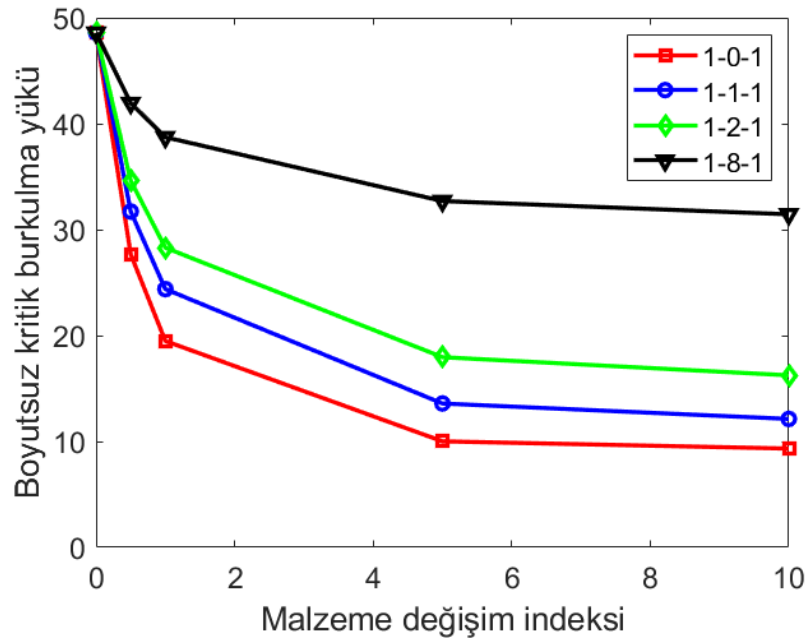
Çizelge 4.4. FD sandviç kirişlerin boyutsuz kritik burkulma yükleri ($L/h = 20, l = h/2$)

	k	1-0-1	1-1-1	1-2-1	1-8-1
EBKT	0	115.3985	115.3985	115.3985	115.3985
	0.5	74.8603	84.8578	90.9146	104.2937
	1	57.4010	71.0676	79.5703	98.9036
	5	30.4435	48.0660	59.7500	88.6668
TKT	0	114.5507	114.5507	114.5507	114.5507
	0.5	74.4125	84.3427	90.3473	103.5856
	1	57.0937	70.6821	79.1188	98.2601
	5	30.2866	47.8544	59.4706	88.1383
TKT*	0	114.9787	114.9787	114.9787	114.9787
	0.5	74.6387	84.6029	90.6339	103.9432
	1	57.2490	70.8769	79.3469	98.5851
	5	30.3659	47.9614	59.6119	88.4053
PKT	0	114.9369	114.9369	114.9369	114.9369
	0.5	74.5938	84.5510	90.5783	103.8872
	1	57.2117	70.8279	79.2910	98.5241
	5	30.3508	47.9293	59.5667	88.3393

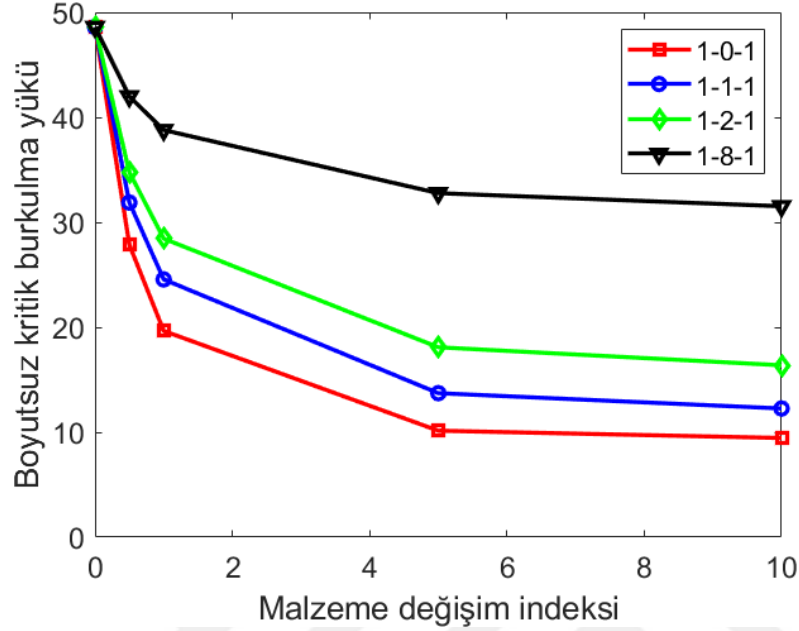
Şekil 4.1, Şekil 4.2 ve Şekil 4.3 sırasıyla Euler-Bernoulli, Timoshenko ve Parabolik kiriş teorisine bağlı olarak boy/yüksekli (L/h) oranı eşit seçilerek FD mikro sandviç kirişe ait klasik boyutsuz kritik burkulma yükleri farklı kesit tipleri ve farklı malzeme değişim indeksi (k) değeri için çizdirilmiştir. Şekillerde'de görüldüğü gibi $k = 0$ değeri için tüm kesitler ve teoriler'de burkulma yükü değerleri sabit kalmaktadır. k Değeri arttıkça boyutsuz kritik burkulma yükleri azalmaktadır.



Şekil 4.1. Euler-Bernoulli kiriş teorisine ait boyutsuz kritik burkulma yükleri ($L = 5h, l = 0$)

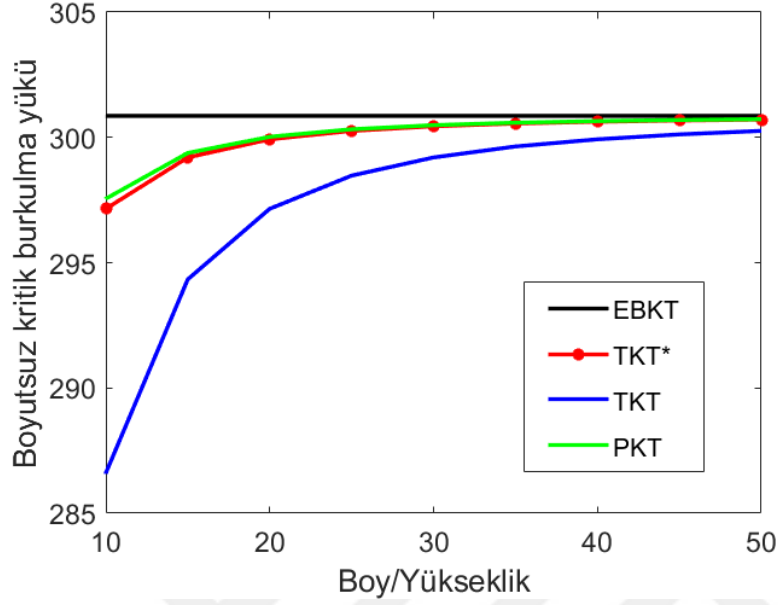


Şekil 4.2. Timoshenko kiriş teorisine ait boyutsuz kritik burkulma yükleri ($L = 5h, l = 0$)

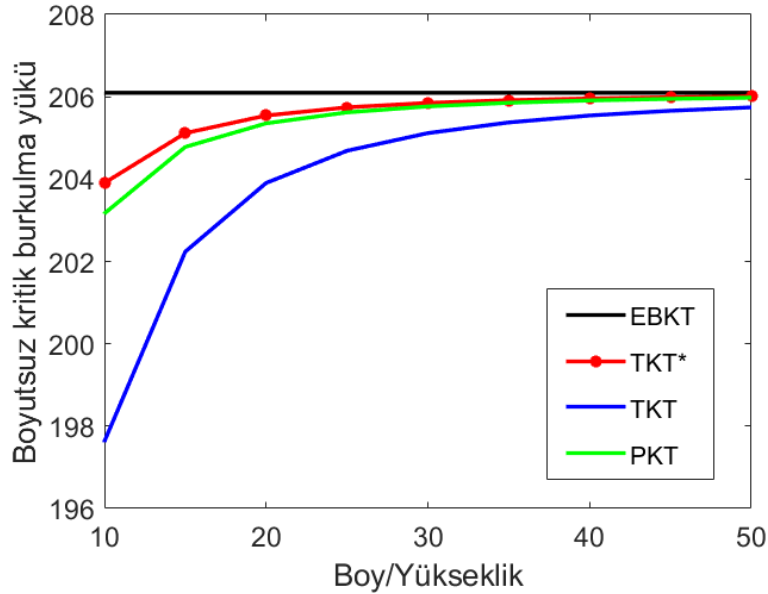


Şekil 4.3. Parabolik kiriş teorisine ait boyutsuz kritik burkulma yükleri ($L = 5h, l = 0$)

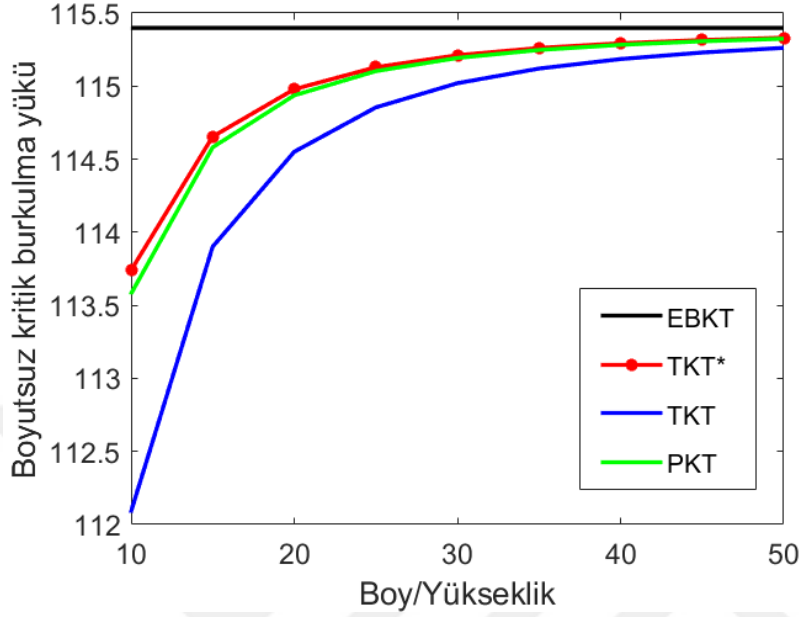
Şekil 4.4, Şekil 4.5, Şekil 4.6 ve Şekil 4.7’de çekirdek tabakası eşit seçilerek farklı kiriş teorilerine dayalı FD mikro sandviç kirişin boyut etkili boyutsuz kritik burkulma yükü ($\bar{P} = \frac{Pl^2}{E_m l}$) boy/yükseklik (L/h) oranına bağlı olarak değişimi çizdirilmiştir. Elde edilen boyut etkili kritik burkulma yükü değerlerinin klasik burkulma yükü değerlerinden büyük olduğu görülmektedir. Şekillerde’de görüldüğü gibi boy/yükseklik oranı arttıkça TKT, TKT* ve PKT’ye dayalı burkulma yükü değerleri artarken EBKT’ye dayalı burkulma yükü değerleri sabit kalmaktadır. TKT’ye göre elde edilen değerlerin diğerlerinden küçüktür özellikle boy/yükseklik (L/h) oranı küçük ve malzeme değişim indeksi ($k = 0$) olduğu durumlarda belirgin bir biçimde farklı olmasıdır. Yeni boyut etkili kayma düzeltme faktörüne sahip TKT*’a göre elde edilen sonuçlar PKT ile iyi uyum içeresine olduğu söylenebilir.



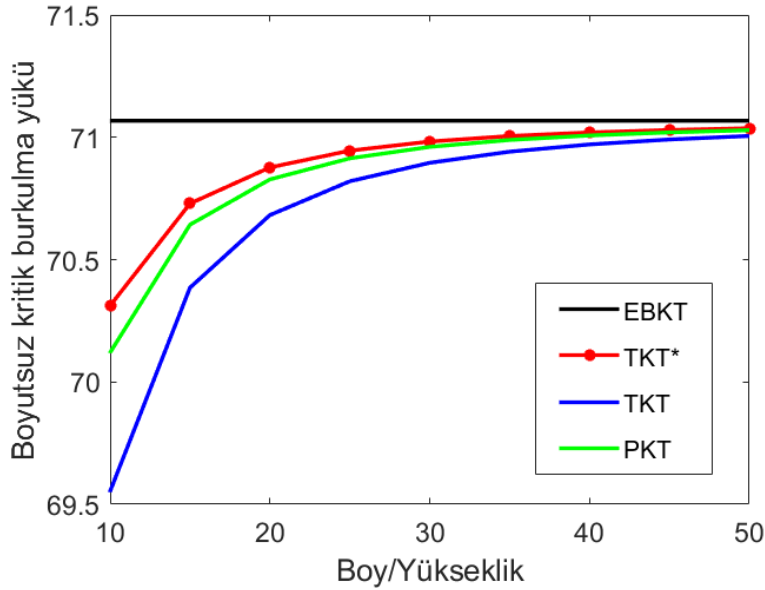
Şekil 4.4. FD sandviç kirişe ait boyut etkisinin dikkate alındığı boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin boy/yüksekli (L/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-1-1, $k = 0, l = h$)



Şekil 4.5. FD sandviç kirişe ait boyut etkisinin dikkate alındığı boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin boy/yüksekli (L/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-1-1, $k = 1, l = h$)



Şekil 4.6. FD sandviç kirişe ait boyut etkisinin dikkate alındığı boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin boy/yüksekli (L/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-1-1, $k = 0, l = h/2$)



Şekil 4.7. FD sandviç kirişe ait boyut etkisinin dikkate alındığı boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin boy/yüksekli (L/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-1-1, $k = 1, l = h/2$)

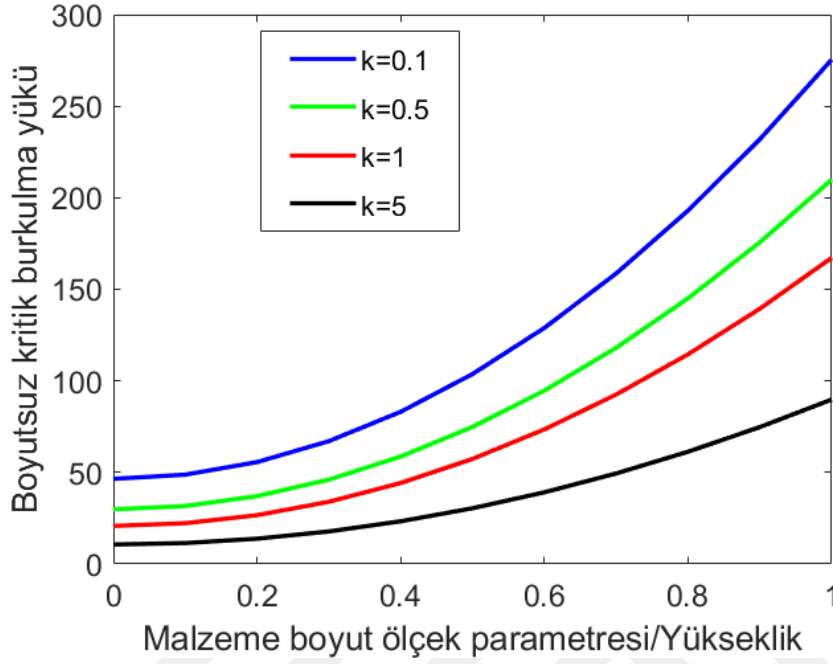
Şekil 4.8- 4.11’de sırasıyla EBKT, TKT, TKT* ve PKT’ye dayalı kesit tipi (1-0-1) için farklı k değerine ait boyutsuz kritik burkulma yükü ($PL^2/E_m I$) değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi çizdirilmiştir. Malzeme değişim indeksi k değeri arttıkça boyutsuz kritik burkulma yükü değerleri azaldığını görülmektedir. Malzeme boyut ölçek parametresi artması ile boyutsuz kritik burkulma yükü değerleri de gözle görülür biçimde artmaktadır. Bu oran sıfır olması durumunda elde edilen burkulma yükü değerleri klasik burkulma yükü değerlerine karşılık gelmektedir.

Şekil 4.12- 4.15’te (1-1-1) kesit tipi için EBKT, TKT, TKT* ve PKT’ye dayalı farklı k değerine ait boyutsuz kritik burkulma yükü ($PL^2/E_m I$) değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi sunulmuştur. Genel olarak bir önceki paragrafta verilen tartışmaların aynısı bu analizler için de belirtilebilir. Ancak (1-1-1) kesitin kritik burkulma yükleri (1-0-1) kesitinden daha büyüktür.

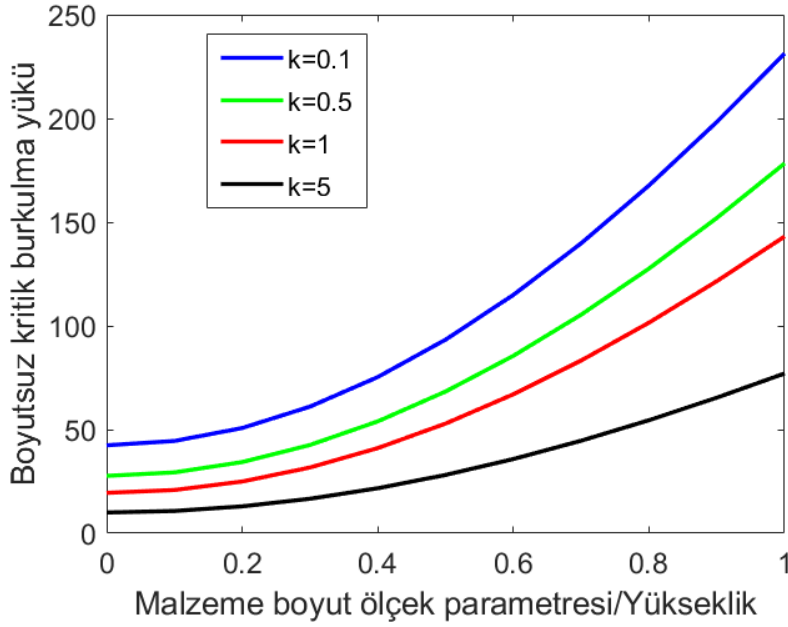
Şekil 4.16- 4.19’da (1-2-1) kesit tipi için EBKT, TKT, TKT* ve PKT’ye dayalı farklı k değerine ait boyutsuz kritik burkulma yükü ($PL^2/E_m I$) değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi gösterilmiştir. (1-2-1) kesitin kritik burkulma yükleri (1-1-1) kesitinden daha büyüktür. Bunun haricinde boyut ölçek parametresi ve malzeme değişim indeksi k etkisi için önceki yorumlarda belirtilen benzer etkiler bu analizlerden de anlaşılmaktadır.

Şekil 4.20- 4.23’te (1-8-1) kesit tipi için EBKT, TKT, TKT* ve PKT’ye dayalı farklı k değerine ait boyutsuz kritik burkulma yükü ($PL^2/E_m I$) değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi gösterilmiştir. EBKT, TKT, TKT* ve PKT’ye ve çekirdek tabakasına bağlı olarak elde edilen en küçük ve en büyük kritik burkulma yükü değerleri kesit (1-0-1) ve kesit (1-8-1)’de görülmektedir.

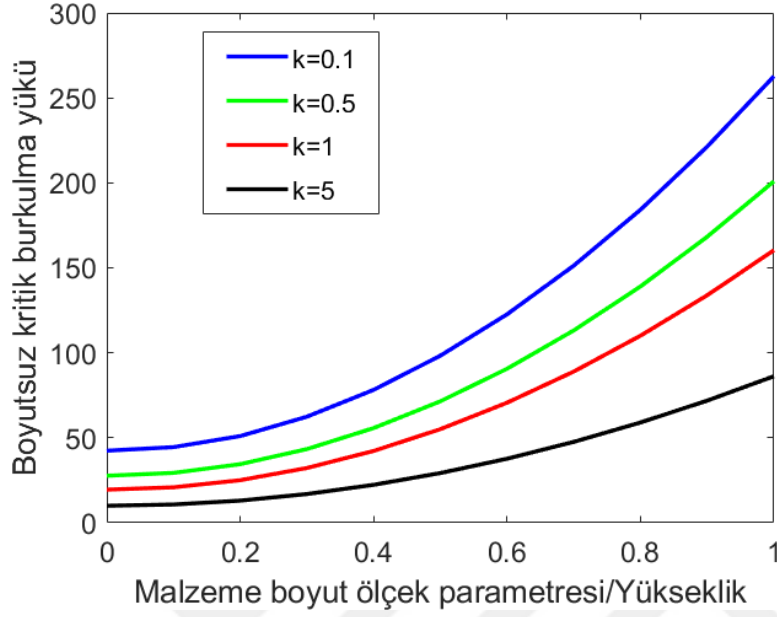
Sandviç mikro kirişin çekirdek kısmı yani seramik tabakasının yüksekliği arttıkça boyutsuz burkulma yükleri de şekillerde görüldüğü gibi artmaktadır. Ancak $k = 0$ için kiriş tamamen seramik olduğundan boyutsuz kritik burkulma yükler çekirdek tabakasının yüksekliğinin değişmesinden etkilenmemektedir.



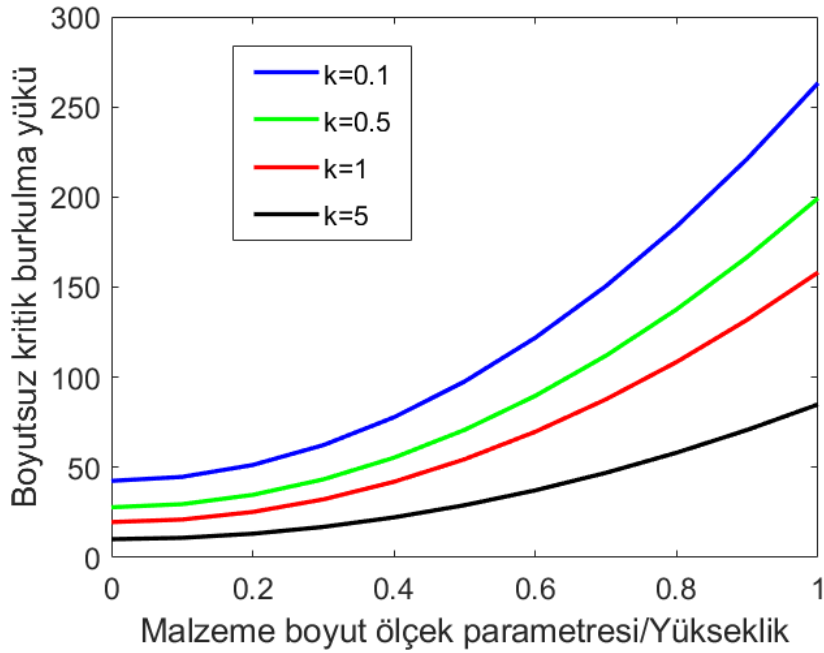
Şekil 4.8. EBKT'ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-0-1, $L = 5h$)



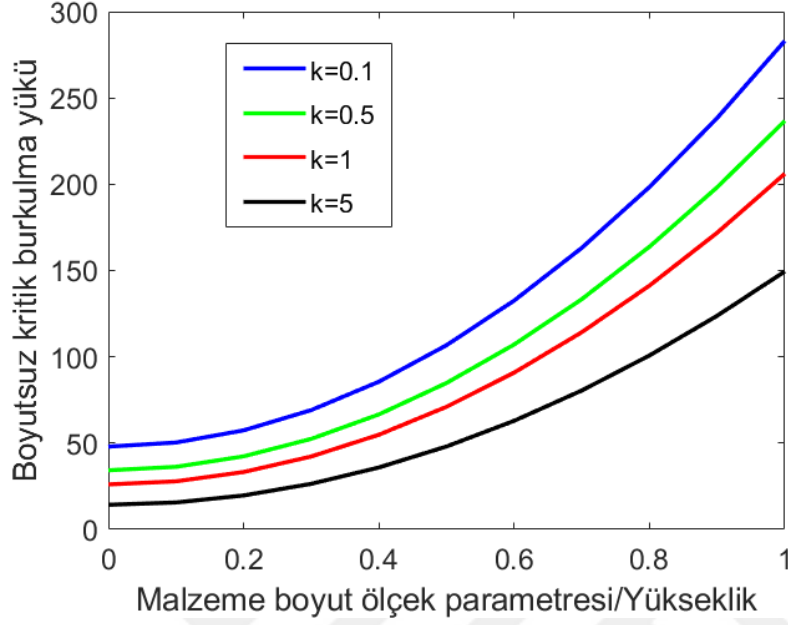
Şekil 4.9. TKT'ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi /yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-0-1, $L = 5h$)



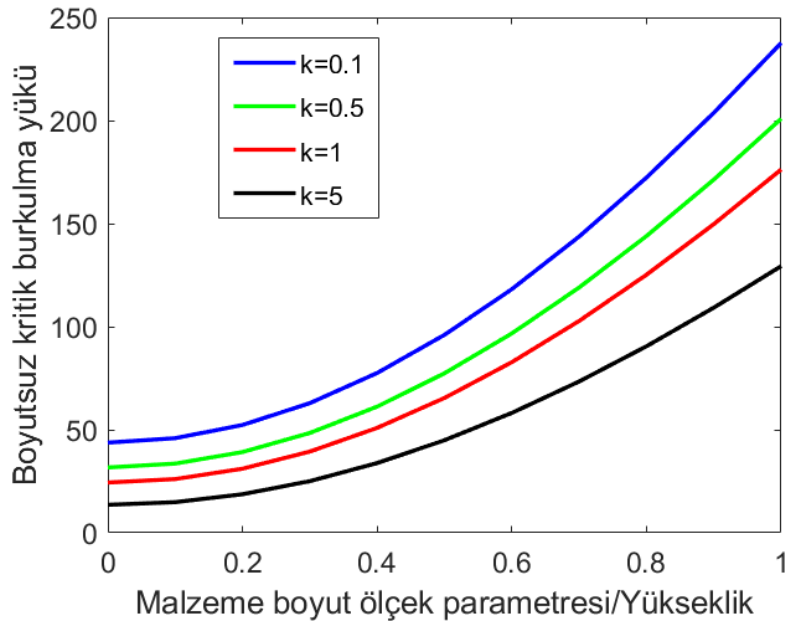
Şekil 4.10. TKT*’ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-0-1, $L = 5h$)



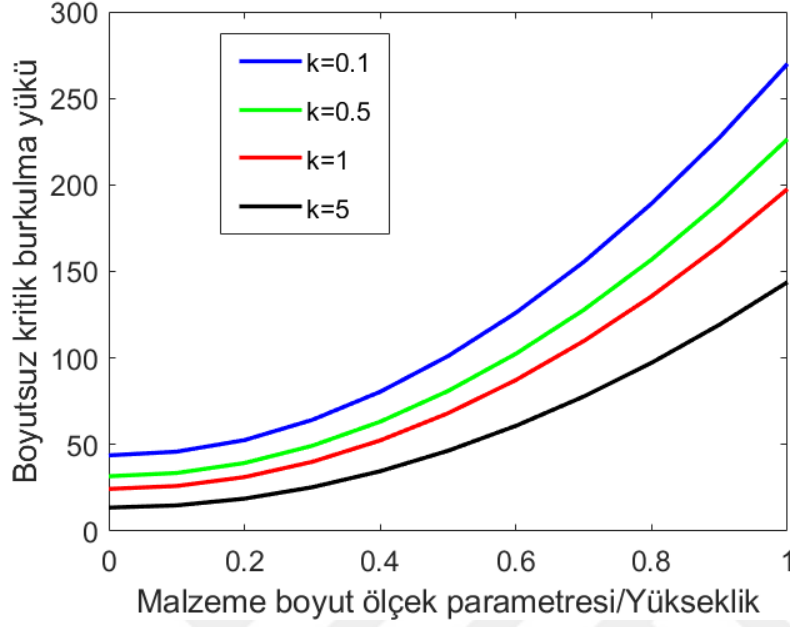
Şekil 4.11. PKT’ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-0-1, $L = 5h$)



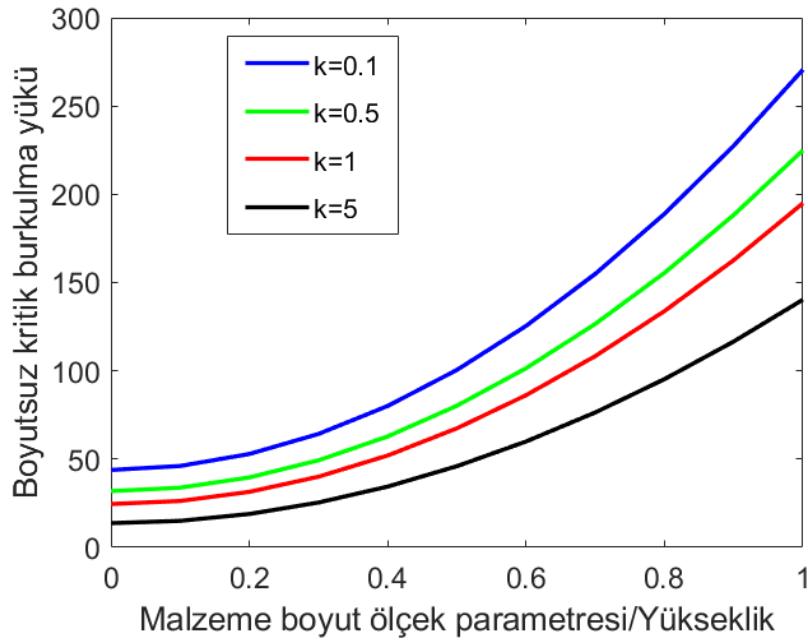
Şekil 4.12. EBKT'ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-1-1, $L = 5h$)



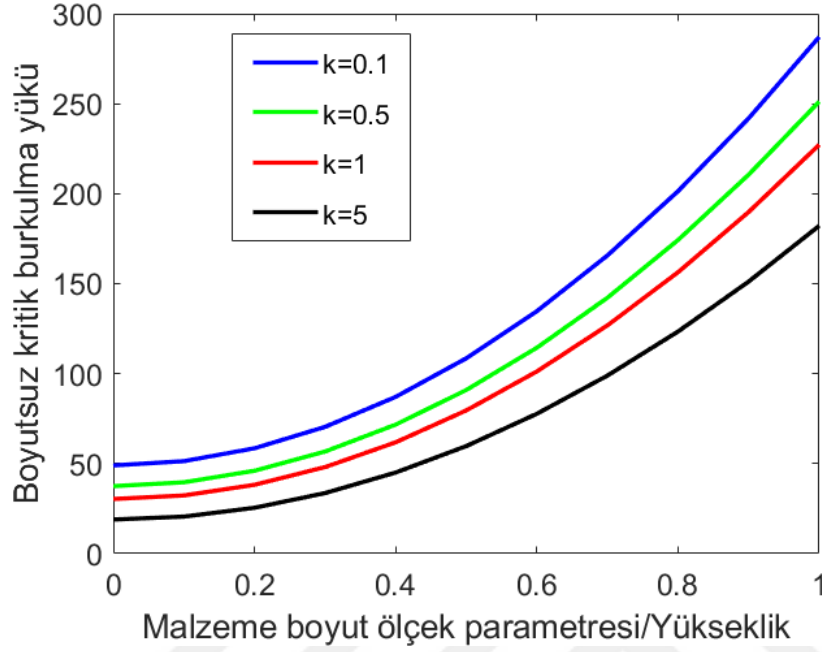
Şekil 4.13. TKT'ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-1-1, $L = 5h$)



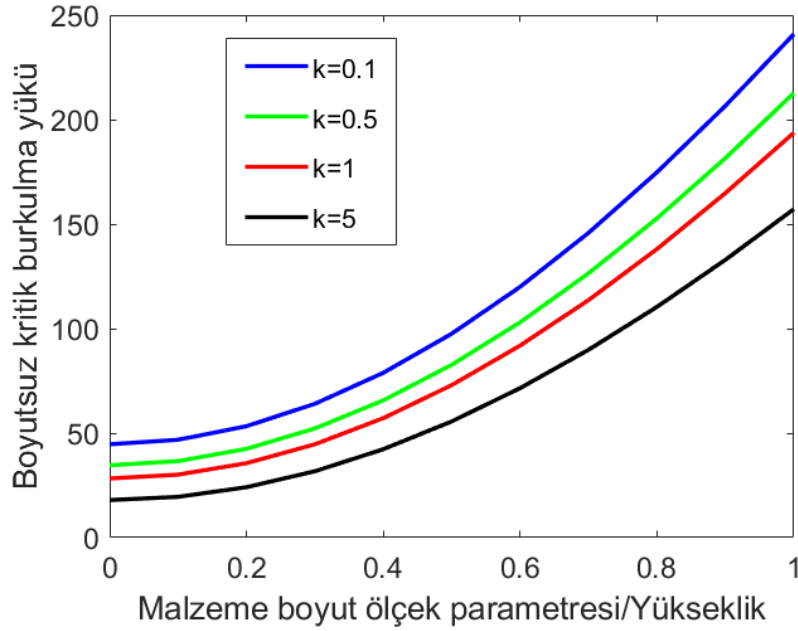
Şekil 4.14. TKT*'ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-1-1, $L = 5h$)



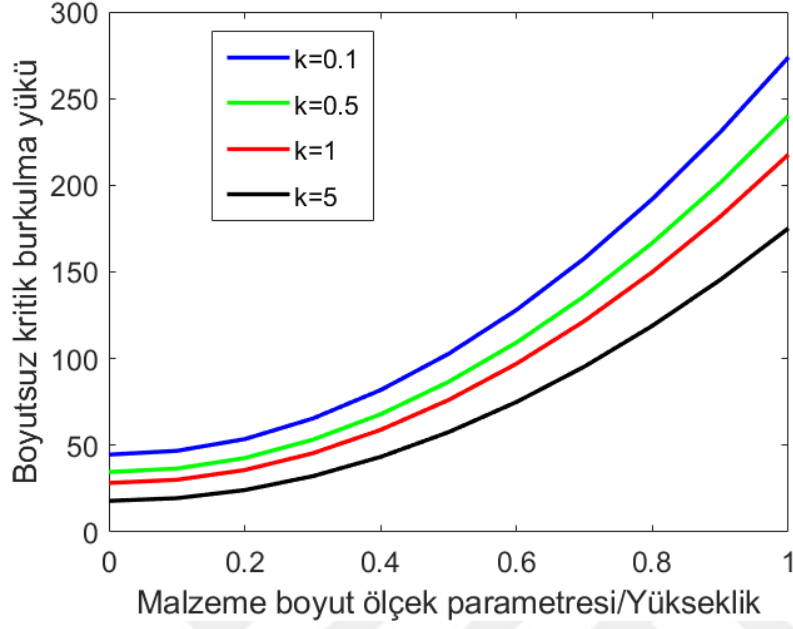
Şekil 4.15. PKT'ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-1-1, $L = 5h$)



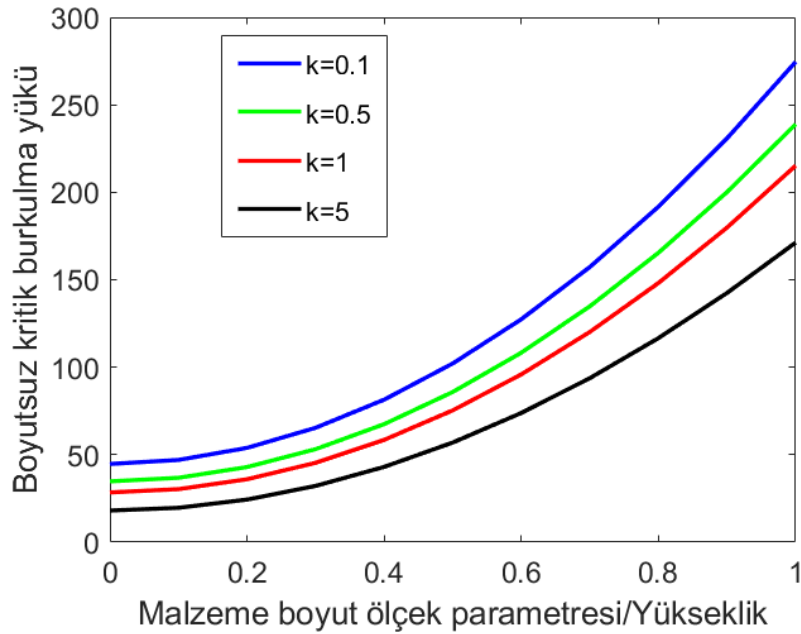
Şekil 4.16. EBKT'ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-2-1, $L = 5h$)



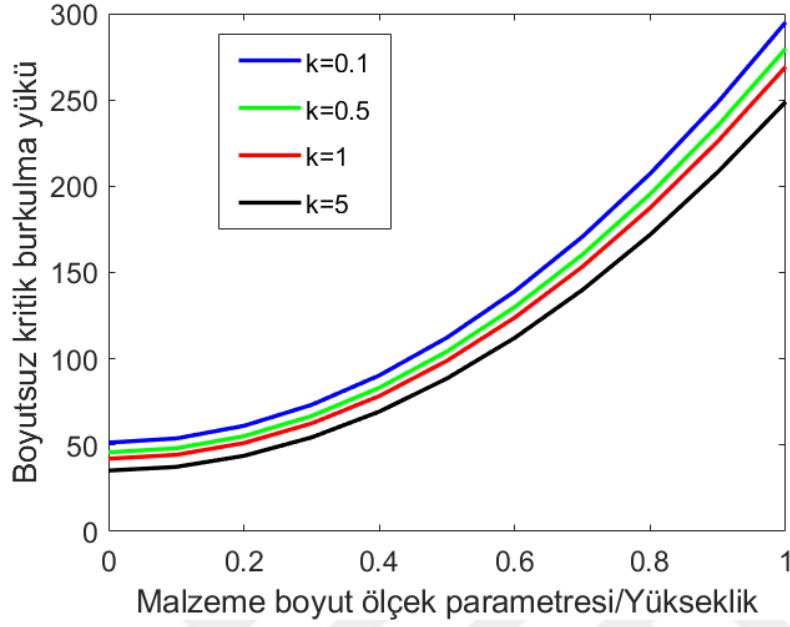
Şekil 4.17. TKT'ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-2-1, $L = 5h$)



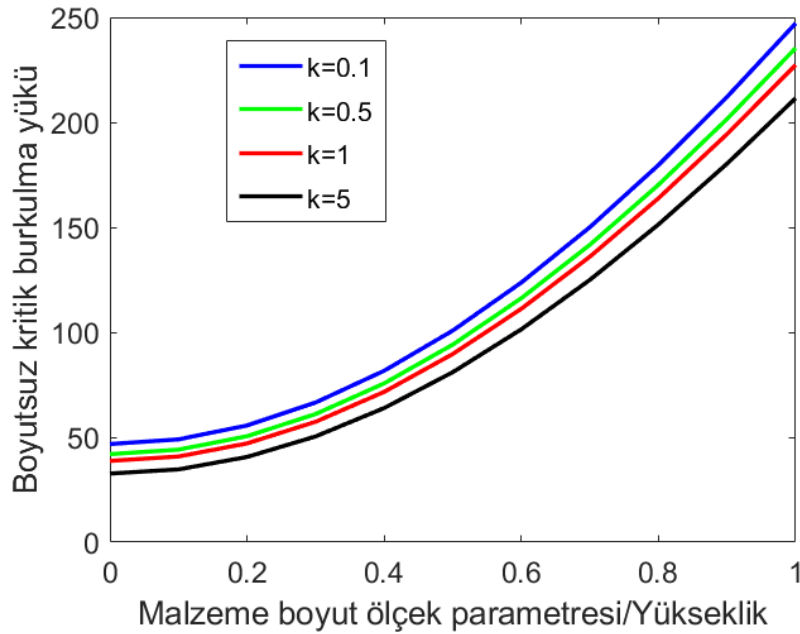
Şekil 4.18. TKT*'ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-2-1, $L = 5h$)



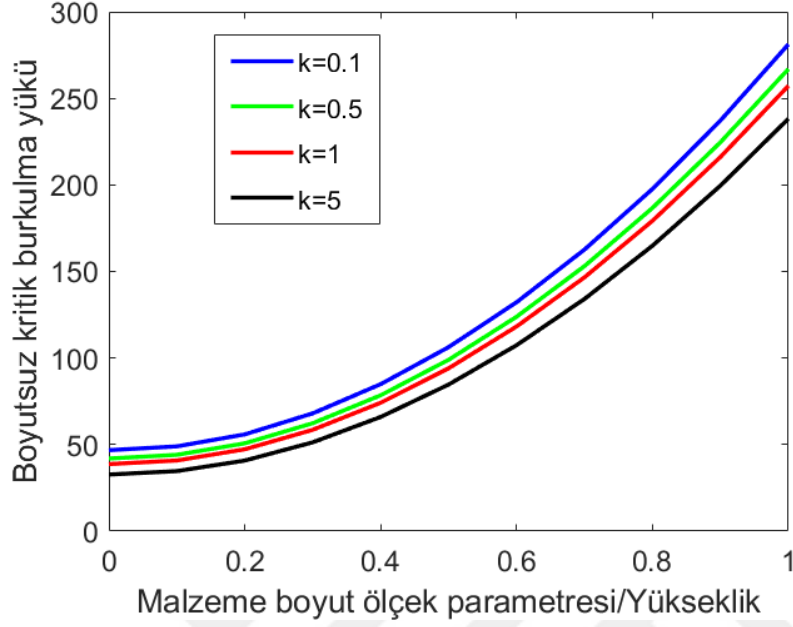
Şekil 4.19. PKT'ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-2-1, $L = 5h$)



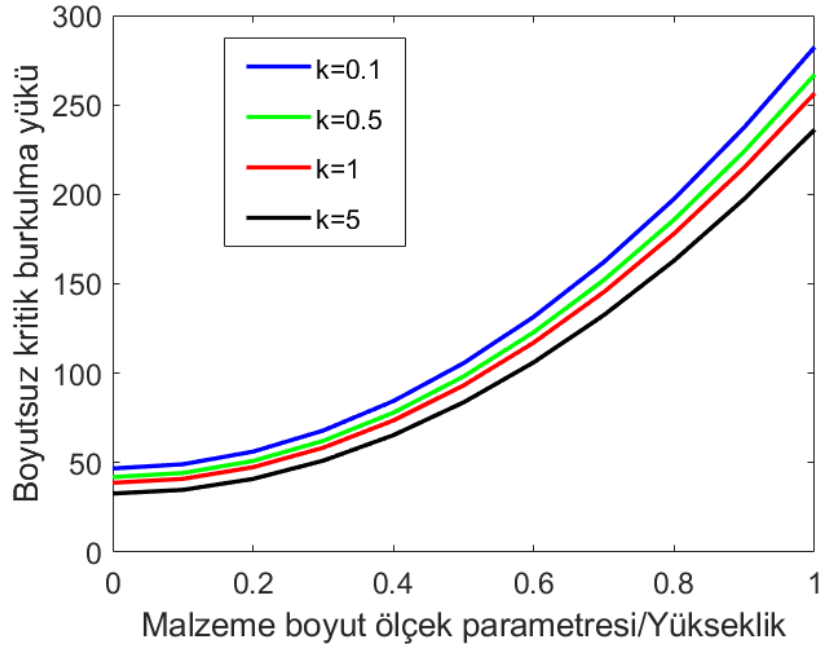
Şekil 4.20. EBKT'ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-8-1, $L = 5h$)



Şekil 4.21. TKT'ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-8-1, $L = 5h$)



Şekil 4.22. TKT*’ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-8-1, $L = 5h$)



Şekil 4.23. PKT’ye ait boyutsuz kritik burkulma yükü değerlerinin malzeme boyut ölçek parametresi/yükseklik (l/h) oranına bağlı olarak değişimi (Kesit tipi: 1-8-1, $L = 5h$)

5. SONUÇLAR

Bu tezde basit mesnetli fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç mikro kirişin eksenel basınç yükü etkisi altında boyuta bağlı burkulma davranışı incelenmiştir. Homojen seramik çekirdek ve fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeylerden oluşan sandviç mikro kiriş dikkate alınmıştır. Yönetici diferansiyel denklemler ve ilgili sınır koşulları değiştirilmiş gerilme çifti teorisi ile Euler-Bernoulli, parabolik, Timoshenko ve geliştirilmiş Timoshenko kiriş teorilerine dayalı olarak minimum toplam potansiyel enerji ilkesi yardımıyla elde edilmiştir. Navier çözüm yöntemi kullanılarak basit mesnetli eksenel basınç yüküne maruz kalan sandviç mikro kirişin kritik burkulma yükü hesabı yapılmıştır. Kritik burkulma yükü değerleri üzerindeki boyut ölçek parametresi, malzeme değişim indeksi, narinlik oranı ve kayma deformasyonu etkileri detaylı bir biçimde incelenmiştir.

FD mikro sandviç kirişlerde malzeme değişim indeksinin artmasıyla boyutsuz kritik burkulma yükleri azalmaktadır. Boy/yükseklik oranı küçük olduğu durumlarda boyutsuz kritik burkulma yükleri de artmaktadır. Boyut etkisi hesaba katılmasıyla boyutsuz kritik burkulma yükü değerleri de gözle görülür biçimde artmaktadır.

FDM sandviç kirişlerde seramik özelliği hâkim olması durumunda burkulma yüklerinin arttığı, metal özelliği hâkim olması durumunda ise burkulma yüklerinin azaldığı görülmektedir.

6. KAYNAKLAR

- Abadi, M. M. and Daneshmehr, A. R. 2014. An investigation of modified couple stress theory in buckling analysis of micro composite laminated Euler–Bernoulli and Timoshenko beams. *International Journal of Engineering Science*, 75: 40-53.
- Akgöz, B. and Civalek, Ö. 2011. Strain gradient elasticity and modified couple stress models for buckling analysis of axially loaded micro-scaled beams. *International Journal of Engineering Science*, 49(11): 1268-1280.
- Akgöz, B. 2016. Bir ve iki boyutlu mikro yapıların yüksek mertebeden elastisite teorileri ile statik ve dinamik analizleri. Doktora tezi, Akdeniz Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Antalya, 153 s.
- Akgöz, B. and Civalek, Ö. 2017. Effects of thermal and shear deformation on vibration response of functionally graded thick composite microbeams. *Composites Part B: Engineering*, 129: 77-87.
- Al-shujairi, M. and Mollamahmutoglu, Ç. 2018. Buckling and free vibration analysis of functionally graded sandwich micro-beams resting on elastic foundation by using nonlocal strain gradient theory in conjunction with higher order shear theories under thermal effect. *Composites Part B: Engineering*, 154: 292-312.
- Anonim 1: <https://insapedia.com/bal-petegi-honeycomb-kompozit-paneller-ve-ozellikleri> [son erişim tarihi :05.09.2021].
- Asghari, M., Kahrobaiyan, M. H. and Ahmadian, M. 2010. A nonlinear Timoshenko beam formulation based on the modified couple stress theory. *International Journal of Engineering Science*, 48(12): 1749-1761.
- Aydogdu, M. 2009. A general nonlocal beam theory: its application to nanobeam bending, buckling and vibration. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 41(9): 1651-1655.
- Douville, M. A. and Le Grogne, P. 2013. Exact analytical solutions for the local and global buckling of sandwich beam-columns under various loadings. *International Journal of Solids and Structures*, 50(16-17): 2597-2609.
- Dresselhaus, M. S., Dresselhaus, G., Charlier, J. C. and Hernandez, E. 2004. Electronic, thermal and mechanical properties of carbon nanotubes. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 362(1823): 2065-2098.
- Ebrahimi, F. and Mahmoodi, F. 2019. A modified couple stress theory for buckling analysis of higher order inhomogeneous microbeams with porosities. *Proceedings of the*

- Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 233(8): 2855-2866.
- Eringen, A. C. 1972. Nonlocal polar elastic continua. *International Journal of Engineering Science*, 10(1): 1-16
- Hebbar, N., Hebbar, I., Ouinas, D. and Bourada, M. 2020. Numerical modeling of bending, buckling, and vibration of functionally graded beams by using a higher-order shear deformation theory. *Frattura ed Integrità Strutturale*, 14(52): 230-246.
- Hong, S. and Myung, S. 2007. A flexible approach to mobility. *Nature Nanotechnology*, 2(4): 207-208.
- Huang, H. and Kardomateas, G. A. 2002. Buckling and initial postbuckling behavior of sandwich beams including transverse shear. *AIAA journal*, 40(11): 2331-2335.
- Karama, M., Afaq, K. S. and Mistou, S. 2003. Mechanical behaviour of laminated composite beam by the new multi-layered laminated composite structures model with transverse shear stress continuity. *International Journal of Solids and Structures*, 40(6): 1525-1546.
- Kong, S., Zhou, S., Nie, Z. and Wang, K. 2008. The size-dependent natural frequency of Bernoulli–Euler micro-beams. *International Journal of Engineering Science*, 46(5): 427-437.
- Leotoing, L., Drapier, S. and Vautrin, A. 2002. Global, local and interactive buckling in sandwich structures. In *10th European Conference on Composite Materials, Brugge* (pp. 3-7).
- Luan, T., Thuc, V., Adelaja, O. and Jaehong, L. 2016. Fundamental frequency analysis of functionally graded sandwich beams based on the state space approach. *Composite Structures*, 156: 263–275.
- Nateghi, A., Salamat-talab, M., Rezapour, J. and Daneshian, B. 2012. Size dependent buckling analysis of functionally graded micro beams based on modified couple stress theory. *Applied Mathematical Modelling*, 36(10): 4971-4987.
- Nguyen, T. K., Vo, T. P., Nguyen, B. D., and Lee, J. 2016. An analytical solution for buckling and vibration analysis of functionally graded sandwich beams using a quasi-3D shear deformation theory. *Composite Structures*, 156: 238-252.
- Park, S. K. and Gao, X. L. 2006. Bernoulli–Euler beam model based on a modified couple stress theory. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 16(11): 2355.
- Reddy, J.N 1984. A simple higher-order theory for laminated composite plates. *Journal of Applied Mechanics*, 51(4): 745-752.

- Reddy, J.N. 2007. Nonlocal theories for bending, buckling and vibration of beams. *International Journal of Engineering Science*, 45(2-8): 288-307.
- Reddy, J.N. 2011. Microstructure-dependent couple stress theories of functionally graded beams. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 59(11): 2382-2399.
- Soldatos, K.P. 1992. A transverse shear deformation theory for homogeneous monoclinic plates. *Acta Mechanica*, 94(3): 195-220.
- Şimşek, M. And Reddy, J.N. 2013. A unified higher order beam theory for buckling of a functionally graded microbeam embedded in elastic medium using modified couple stress theory. *Composite Structures*, 101: 47-58.
- Şimşek, M. and Yurtcu, H. H. 2013. Analytical solutions for bending and buckling of functionally graded nanobeams based on the nonlocal Timoshenko beam theory. *Composite Structures*, 97: 378-386.
- Thai, H. T., Vo, T. P., Nguyen, T. K. and Lee, J. 2015. Size-dependent behavior of functionally graded sandwich microbeams based on the modified couple stress theory. *Composite Structures*, 123: 337-349.
- Touratier, M. 1991. An efficient standard plate theory. *International Journal of Engineering Science*, 29(8): 901-916.
- Turan, M. and Kahya, V. 2021. Free vibration and buckling analysis of functionally graded sandwich beams by Navier's method. *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 36(2): 743-757.
- Vo, T. P., Thai, H. T., Nguyen, T. K., Maheri, A. and Lee, J. 2014. Finite element model for vibration and buckling of functionally graded sandwich beams based on a refined shear deformation theory. *Engineering Structures*, 64: 12-22.
- Vo, T. P., Thai, H. T., Nguyen, T. K., Inam, F. and Lee, J. 2015. A quasi-3D theory for vibration and buckling of functionally graded sandwich beams. *Composite Structures*, 119: 1-12.
- Yang, F., Chong, A.C.M., Lam, D.C.C., Tong, P. 2002. Couple stress based strain gradient theory for elasticity. *Int. J. Solids Struct.*, 39: 2731-2743.
- Yu, Y., Sun, Y. and Zang, L. 2013. Analytical solution for initial postbuckling deformation of the sandwich beams including transverse shear. *Journal of Engineering Mechanics*, 139(8): 1084-1090.
- Zhang, B., He, Y., Liu, D., Gan, Z. and Shen, L. 2014. Size-dependent functionally graded beam model based on an improved third-order shear deformation theory. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 47: 211-230.

ÖZGEÇMİŞ

Mohammad Hussain AHMADI

ÖĞRENİM BİLGİLERİ

Yüksek Lisans	Akdeniz Üniversitesi
2018-2022	Fen Bilimler Enstitüsü, İnşaat Mühendislik Bölümü, Antalya
Lisans	Akdeniz Üniversitesi
2014-2018	Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendislik Bölümü, Antalya