

**TÜRKİYE CUMHURİYETİ
ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANA BİLİM DALI**

**SAYILAR VE İŞLEMLERLE İLGİLİ ÖĞRENCİ HATALARININ
İNCELENMESİ**

Canselin BALTALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ADANA / 2018

**TÜRKİYE CUMHURİYETİ
ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANA BİLİM DALI**

**SAYILAR VE İŞLEMLERLE İLGİLİ ÖĞRENCİ HATALARININ
İNCELENMESİ**

Canselin BALTALI

Danışman: Prof. Dr. Perihan DİNÇ ARTUT

Jüri Üyesi: Doç. Dr. Ayten Pınar BAL

Jüri Üyesi: Dr. Öğr. Üyesi Orkun COŞKUNTUNCEL

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ADANA / 2018

Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdürlüğüne;

Bu çalışma, jürimiz tarafından İlköğretim Ana Bilim Dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Başkan: Prof. Dr. Perihan DİNÇ ARTUT
(Danışman)

Üye: Doç. Dr. Ayten Pınar BAL

Üye: Dr. Öğr. Üyesi Orkun COŞKUNTUNCEL

ONAY

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim elemanlarına ait olduklarını onaylarım.
.../.../2018

Prof. Dr. H. Mahir FİSUNOĞLU
Enstitü Müdürü

NOT: Bu tezde kullanılan ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunu'ndaki hükümlere tabidir.

ETİK BEYANI

Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde ve ortaya çıkan sonuçlarda herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim. / / 2018

Canselin BALTALI

ÖZET

SAYILAR VE İŞLEMLERLE İLGİLİ ÖĞRENCİ HATALARININ İNCELENMESİ

Yüksek Lisans, İlköğretim Ana Bilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Perihan DİNÇ ARTUT

Temmuz 2018, 91 sayfa

Bu araştırmanın amacı sekizinci ve dokuzuncu sınıf öğrencilerinin üslü sayılar, köklü sayılar, rasyonel sayılar ve işlemlerle ilgili yaptıkları hataları belirlemek, bu hataları öğretmen görüşlerine dayalı olarak değerlendirmektir.

Araştırma 2017-2018 eğitim öğretim yılı içerisinde Adana ili Ceyhan ilçesinde bulunan Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı 37 ilköğretim okulu ve 33 ortaöğretim okulu arasından küme örnekleme yöntemi ile seçilen 3 ilköğretim okulu ve 3 ortaöğretim okulu ile yapılmıştır. Bu araştırma, seçilen resmi ilköğretim okullarına devam eden 302 sekizinci sınıf öğrencisi, ortaöğretim okullarına devam eden 309 dokuzuncu sınıf öğrencisi olmak üzere toplam 611 öğrenci ve bu okullarda görev yapan 11 matematik öğretmeni ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmaya katılan öğretmenler gönüllük esasına dayalı olarak belirlenmiştir. Araştırmada veri toplama araçları olarak öğrencilere uygulanan tanı testi ve öğretmenlere uygulanan görüşme formu kullanılmıştır. Tanı Testi, rasyonel sayılar, üslü sayılar ve köklü sayılarda doğal sayı önyargısının etkisini belirlemeye yönelik sıralama, işlem ve yoğunluk bölümlerinden oluşan 24 madde ve bazı maddelerde yer alan alt maddelerle birlikte toplam 44 maddeden oluşmaktadır. Görüşme formu ise öğrenci hatalarını daha iyi anlayabilmeyi sağlayacak sorulardan oluşturulmuştur. Tanı testinden elde edilen veriler nicel analiz teknikleri ile çözümlenmiştir. Bu bağlamda verilerin analizinde SPSS 16 paket programı kullanılarak betimsel istatistik yöntemleri (frekans, yüzde hesabı) ve t-testi kullanılmıştır. Görüşme formundan elde edilen veriler ise nitel analiz yöntemlerinden içerik analizi ile çözümlenmiştir.

Veri toplama aracından elde edilen bulgulara göre öğrencilerin, üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayılarla ilgili başarılarının orta düzeyde olduğu, öğrencilerin genel olarak sayılarla ilgili hatalarını bir sonraki sınıf seviyesine de taşıdıkları görülmüştür. Sekizinci ve dokuzuncu sınıf öğrencilerinin üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel

sayılarla ilgili sorulardaki başarıları arasında anlamlı bir fark görülmüştür. Öğrencilerin genel olarak üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayıların arasında bulunan sayıların hep tam sayı olabileceğini düşündükleri ve payları aynı olan rasyonel sayılarda toplama işlemi yaparken payda eşitlemek yerine aynı olan payı yazıp paydaları tıpkı doğal sayılarla toplama işlemi yapar gibi topladıkları görülmüştür. Bunun yanı sıra öğrencilerin, rasyonel sayıların yoğunluğu konusunda yanılgılara sahip oldukları görülmüştür. Öğretmen görüşleri de bu bulguları desteklemektedir.

Anahtar kelimeler: Üslü sayılar, köklü sayılar, rasyonel sayılar, matematik öğretimi



ABSTRACT**ANALYSIS OF THE STUDENTS' ERRORS RELATED TO NUMBERS AND OPERATIONS****Canselin BALTALI****Master Thesis, Department of Elementary****Supervisor: Prof. Dr. Perihan DİNÇ ARTUT****July 2018, 91 pages**

The purpose of this study is to determine the errors of the eighth and ninth grade students regarding to rational numbers, exponential numbers, root numbers and mathematical operations and to evaluate these errors based on teacher's opinions.

The cluster sampling method was used for the determining schools which are the members of Turkish Ministry of National Education in Ceyhan/ADANA. This study was applied to 611 students which 302 of them are eight grade students in 3 schools among 37 Elementary schools and 309 of them are ninth grade students in 3 schools among 33 High Schools and 11 mathematics teachers in the 2017-2018 of academic year. As a data collection tool, Diagnosis Test was applied for the determine the density, operation and size of numbers which are rational numbers, exponential numbers, root numbers. In the test in this research there are 24 questions was formed by density, operation and size parts in rational numbers, exponential numbers, root numbers in naturel numbers bias. Totally 44 questions were asked with their lower entry items. Interview form has been applied to teachers to understand what type of errors students do. In this context, SPSS 16 package program was used in the analysis of data. The method of descriptive statistics (frequency, percentage calculation) and t-test have been used in analysis of quantitative data. Content analysis was used in qualitative data analysis.

According to the datas which are collected by the data collection tools, the succeed of the students are observed on medium level for rational numbers, exponential numbers, root numbers. Although generally students pass their class, they have errors in next levels, too.

There was significant difference between the achievements of students in the eighth and ninth grades in the questions about rational numbers, exponential numbers, root numbers. It is seen that the students generally think that the numbers in the rational numbers, exponential numbers, root numbers can always be whole numbers, and when collecting the rational numbers with the same shares, it is seen that instead of equaling the denominator, the same share is written and the borrowers collect as if they are collecting with natural numbers. Besides this, it has been seen that students have error about the density of rational numbers. Teacher views also support these findings.

Keywords: Rational numbers, exponential numbers, root numbers, mathematic teaching



ÖN SÖZ

Sürekli değişen ve gelişen dünyada bilimin temelini oluşturan eğitimin önemi de giderek artmıştır. Birçok bilimin temelini oluşturan matematik öğretimi ise eğitimdeki önemini korumaktadır. Geçmişten bugüne insanlar farkında olarak veya olmayarak matematiği kullanmışlardır. Matematik, insanların ihtiyacı sonucu ortaya çıkarak gelişmiştir. Matematik öğretimi, karşılaştığı problemleri akıl yürüterek çözebilen, irdeleyen, düşünen, akıl yürüten bireyler oluşturmayı hedeflemiştir. Matematikte eğitimin ilk temelinde sayı oluşturma alıştırmaları yer almaktadır. Bu nedenle somuttan soyuta ilkesi ile hareket edilerek sayı kavramlarının kavratılması önemlidir. Üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayılarla ilgili öğrencilerin yanılgılarını belirlemek amacıyla yapılan bu çalışmayla matematikte kavramlarla ilgili araştırmalara katkı sağlamak amaçlanmıştır.

Araştırmanın birinci bölümünde problem, araştırmanın amacı, araştırmanın önemi ve sınırlılıklar; ikinci bölümde konu ile ilgili yapılmış araştırmalar; üçüncü bölümde yöntem; dördüncü bölümde araştırma sonucunda ulaşılan bulgular; beşinci bölümde tartışma; altıncı bölümde ise sonuç ve öneriler sunulmuştur.

Araştırmam boyunca bana her anlamda destek olan, bilgi ve görüşlerini esirgemeyen çok değerli danışman hocam sayın Prof. Dr. Perihan DİNÇ ARTUT'a sonsuz teşekkür eder, saygılarımı sunarım. Her ihtiyaç duyduğumda bana yol gösteren değerli hocam, Doç. Dr. Ayten Pınar BAL'a teşekkür ederim. Çalışmam boyunca beni yüreklendiren, sevgisini, desteğini, duasını hiç esirgemeyen aileme annem Hatice ALIÇ - Sühay BALTALI, babam Nesimi ALIÇ - Rifat BALTALI, benimle birlikte çalışan her zaman yanımda olan ve her zaman yanında olacağım kardeşlerim Merve ALIÇ - Azra BALTALI - Ahmet Emre BALTALI'ya çok teşekkür ederim. Görüş ve önerileriyle her zaman yanımda olan takıldığım her an elimden tutan, sevgisiyle gücüme güç katan sevgili eşim Muhsin Emre BALTALI'ya sonsuz teşekkür ederim. Son olarak çalışma yaptığım okullarda bana yardımcı olan değerli okul müdürleri ve öğretmenlere özellikle sayın Vesyel DEMİR, Ata AKGÜN, Sema AKGÜN, Abdülkadir AÇIL, Ebru AÇIL, Umut TALİH KARACAN, Mithat AKER ve Mehmet EDEMEN'e çok teşekkür ederim.

Canselin BALTALI

Adana / 2018

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	vi
ÖN SÖZ	viii
KISALTMALAR	xii
TABLolar LİSTESİ	xiii
ŞEKİLLER LİSTESİ	xiv
EKLER LİSTESİ	xv

BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1. Problem.....	1
1.2. Araştırmanın Amacı.....	9
1.3. Araştırmanın Önemi	10
1.4. Sınırlılıklar.....	12
1.5. Sayıtlılar (Varsayımlar)	12

BÖLÜM II

KURAMSAL ÇERÇEVE İLE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

2.1. Kavram nedir?.....	13
2.2. Hata Nedir?	16
2.3. Algı Nedir?	16
2.4. Matematik Öğretimi.....	17
2.5. Matematik Öğretiminde Kavramlar	18
2.6. Kavram Öğretimi	19
2.7. Sayı Kavramı	21
2.8. Doğal Sayılar	22
2.9. Tam Sayılar.....	23
2.10. Rasyonel Sayılar	24
2.11. İrrasyonel Sayılar	24
2.12. Reel Sayılar.....	25

2.13. Kompleks (Karmaşık) Sayılar	25
2.14. Matematik Öğretim Programında Sayı Kavramı	25
2.15. Kavramlarla İlgili Yaşanılan Zorluklar	26
2.16. İlgili Araştırmalar	27
2.16.1. Yurt İçinde Yapılan Araştırmalar	27
2.16.2. Yurt Dışında Yapılan Çalışmalar	32

BÖLÜM III

YÖNTEM

3.1. Araştırmanın Modeli	35
3.2. Evren ve Örneklem	36
3.2.1. Nicel Veriler İçin Örneklem	36
3.2.2. Nitel Veriler İçin Örneklem	38
3.3. Veri Toplama Araçları	38
3.4. Verilerin Toplanması	42
3.5. Verilerin Analizi	42
3.5.1. Nicel Verilerin Analizi	42
3.5.2. Nitel Verilerin Analizi	43

BÖLÜM IV

BULGULAR

4.1. Araştırmanın Birinci Alt Amacına Ait Bulgular	45
4.2. Araştırmanın İkinci Alt Amacına Ait Bulgular	46
4.3. Araştırmanın Üçüncü Alt Amacına Ait Bulgular	47
4.4. Araştırmanın Dördüncü Alt Amacına Ait Bulgular	49
4.5. Araştırmanın Beşinci Alt Amacına Ait Bulgular	51
4.6. Araştırmanın Altıncı Alt Amacına Ait Bulgular	53
4.7. Araştırmanın Yedinci Alt Amacına Ait Bulgular	55
4.8. Araştırmanın Sekizinci Alt Amacına Ait Bulgular	57
4.9. Araştırmanın Dokuzuncu Alt Amacına Ait Bulgular	60

BÖLÜM V
TARTIŞMA VE YORUM

63

BÖLÜM VI
SONUÇ VE ÖNERİLER

6.1. Sonuçlar	67
6.2. Öneriler	68
6.2.1. Uygulamaya Yönelik Öneriler.....	68
6.2.1. Yapılacak Araştırmalara Yönelik Öneriler	69
KAYNAKÇA.....	70
EKLER	81
ÖZ GEÇMİŞ	91

KISALTMALAR

NCTM: National Council Mathematics of Teachers

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

TDK: Türk Dil Kurumu

YKS: Yükseköğretim Kurumları Sınavı

TYT: Temel Yeterlilik Testi

LGS: Liseye Geçiş Sınavı



TABLOLAR LİSTESİ

Sayfa

Tablo 1. Araştırmaya Katılan Öğrencilerin Cinsiyete ve Sınıf Düzeylerine Göre Frekans ve Yüzde Dağılımı.....	37
Tablo 2. Araştırmaya Katılan Öğrencilerin Okullara Göre Frekans ve Yüzde Dağılımı	37
Tablo 3. Araştırmaya Katılan Öğretmenlerin Demografik Özellikleri	38
Tablo 4. Tanı Testi Madde Analizi Sonuçları	40
Tablo 5. Tanı Testi Test Analizi Sonuçları	41
Tablo 6. Öğrencilerin Tanı Testindeki Cevaplarına Göre Genel Dağılımı	46
Tablo 7. Öğrencilerin Sınıf Seviyelerine Göre Tanı Testindeki Başarı Oranları.....	46
Tablo 8. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Üslü Sayılara İlişkin Cevaplarının Analizi	47
Tablo 9. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Köklü Sayılara İlişkin Cevaplarının Analizi...	49
Tablo 10. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Rasyonel Sayılara İlişkin Cevaplarının Analizi	51
Tablo 11. Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Üslü Sayılara İlişkin Cevaplarının Analizi	53
Tablo 12. Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Köklü Sayılara İlişkin Cevaplarının Analizi	55
Tablo 13. Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Rasyonel Sayılara İlişkin Cevaplarının Analizi	58
Tablo 14. Öğretmen Görüşlerine Göre Öğrencilerin Üslü Sayılar, Köklü Sayılar ve Rasyonel Sayılarla İlgili Hatalarına Ait Tema, Kod Frekans Dağılımı	60

ŞEKİLLER LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 1. Kavram, nesne ve sözcük arasındaki ilişki.....	14
Şekil 2. Kavram, nesne ve sözcük arasındaki ilişkinin örnekle gösterilmesi Kavramlar üç grupta incelenebilir	15
Şekil 3. Üslü sayılarda sıralama (8.sınıf).....	48
Şekil 4. Üslü sayılarda yoğunluk (8.sınıf)	48
Şekil 5. Üslü sayılarda işlem (8.sınıf).....	49
Şekil 6. Köklü sayılarda sıralama (8.sınıf)	50
Şekil 7. Köklü sayılarda yoğunluk (8.sınıf).....	50
Şekil 8. Köklü sayılarda işlem (8.sınıf)	51
Şekil 9. Rasyonel sayılarda sıralama (8.sınıf)	52
Şekil 10. Rasyonel sayılarda yoğunluk (8.sınıf).....	53
Şekil 11. Rasyonel sayılarda işlem (8.sınıf)	53
Şekil 12. Üslü sayılarda sıralama (9.sınıf).....	54
Şekil 13. Üslü sayılarda yoğunluk (9.sınıf)	55
Şekil 14. Üslü sayılarda işlem (9.sınıf).....	55
Şekil 15. Köklü sayılarda sıralama (9.sınıf)	56
Şekil 16. Köklü sayılarda yoğunluk (9.sınıf).....	57
Şekil 17. Köklü sayılarda işlem (9.sınıf)	57
Şekil 18. Rasyonel sayılarda sıralama (9.sınıf)	59
Şekil 19. Rasyonel sayılarda yoğunluk (9.sınıf).....	59
Şekil 20. Rasyonel sayılarda işlem (9.sınıf)	60

EKLER LİSTESİ

	Sayfa
EK 1. Tanı Testi	81
EK 2. Görüşme Formu	85
EK 3. İzin Belgeleri.....	89



BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1. Problem

Sürekli değişen ve gelişen dünyada bilimin temelini oluşturan eğitimin önemi de giderek artmıştır. Birçok bilimin temelini oluşturan matematik öğretimi ise eğitimdeki önemini korumaktadır. Geçmişten bugüne insanlar farkında olarak veya olmayarak matematiği kullanmışlardır. Matematik, insanların ihtiyacı sonucu ortaya çıkarak gelişmiştir. Matematik öğretimi, karşılaştığı problemleri akıl yürüterek çözebilen, irdeleyen, düşünen, akıl yürüten bireyler oluşturmayı hedeflemiştir. Matematik sadece bilimde değil, günlük hayatta da birçok problemi çözmemize yardımcı olan bir bilimdir. Bu sebeplerden okullarımızda matematik öğretimi oldukça önemlidir. Öğrenciler, ilköğretimden başlayarak sarmal bir biçimde düzenlenmiş yani içeriğin değişik zamanlarda tekrar edilerek yeniden öğretilmesiyle öğrendikleri matematik bilgi ve becerilerini hayatlarının her alanında kullanırlar (Ercan, 2010).

Dünyada hemen hemen her ülkede her düzeydeki eğitim kurumlarında matematik öğretiminin önemli bir yeri olduğu tartışılmaz bir gerçektir. Matematik, insanların ortak olarak kullandığı evrensel bir dil özelliği taşımaktadır (Çoban, 2002).

Matematiği anlayarak öğrenmek oldukça önemlidir. Bunun nedeni matematiğin insanların gelecekleri için fırsatlar yaratmasıdır. Matematiği anlayabilen ve kullanabilen insanların geleceklerini biçimlendirme olanakları olacaktır (National Council of Mathematics of Teachers [NCTM], 2000).

Ülkenin gelişmesinde, bilgi toplumunun oluşmasında merak eden, araştıran, analiz eden, sorgulayan, bilgiye nasıl ulaşacağını bilen bireylere ihtiyaç vardır. Değişen ve gelişen dünyamızda hemen hemen her konu matematiksel düşünme ve mantık ile çözülebilmektedir. Bu nedenlerden dolayı bireylerin özellikle mantığa ve belli bir miktarda matematik bilgisine ihtiyaçları vardır. Bunlar ise ancak sağlıklı bir matematik eğitimi ile gerçekleştirilebilir (Öner, 2002).

Bilim ve teknolojinin gelişmesiyle günlük yaşamımızda bu durumdan etkilenmiştir. Alışveriş yaparken, saate baktığımızda hatta yemek yaparken bile kullandığımız en basit matematiksel işlemlerden yolda yürürken gördüğümüz binalar, yollar, köprüler matematik biliminin temelinde olduğu tasarımlardır. Tüm bu örnekler ise matematiğin doğrudan veya dolaylı olarak hayatımızın vazgeçilmezlerinden olduğunu gösterir.

Matematik en eski bilimlerden biridir. İlk insanlar matematiği avladıkları hayvan sayısını bulma, arazi ve yolları ölçme gibi amaçlarla kullanmışlardır (Işık, 2001). Birçok bilim adamı matematiğin diğer bilimlerle olan ilişkisini ve onlar için gerekliliğini anlatmıştır. Newton, Çekim teorisini tanımlayabilmek için Calculus'e, Kuantum teorisi için Fonksiyonel Analiz metoduna ihtiyaç duymuştur. Günümüzde, fizik, kimya, biyoloji, tıp, astronomi, mantık, coğrafya gibi birçok bilimin temelinde de matematik bilimi vardır ve yaygınca kullanılır (Zengin, 2014).

Matematik, bilimde olduğu kadar günlük hayatımızda da sürekli kullandığımız bir alandır. Bu nedenle matematikle ilgili amaçlar ilköğretimden yükseköğretime kadar her kademede aşamalı ve birikimli olarak karşımıza çıkar. Günümüzde matematik, fikir ve bağıntılardan oluşan soyut bir sistem olarak tanımlanmaktadır (Baki, 2006, s.84). Öyleyse matematik insan zihni tarafından oluşturulan bir sistemdir.

Matematik, akıl yürütme, çıkarımda bulunma, problem çözme gibi zihinsel becerilerin gelişmesinde oldukça önemlidir. Bu nedenden dolayı matematik öğretimi bu zihinsel becerileri geliştirecek yeterlilikte olmalıdır. Gelişim açısından ilköğretim düzeyindeki öğrencilerin hem temel becerilerini edindikleri hem de zihinsel olarak en hızlı geliştikleri dönem olmasından dolayı, yeterli ve doğru bir matematik eğitimi almaları için matematikteki temel kavramları tam ve doğru bir şekilde öğrenmeleri matematik eğitimi açısından önem taşımaktadır (Şener, 2001). Ortaöğretim düzeyinde ise öğrencilerin ilköğretimde öğrendikleri matematik bilgilerini birikimli olarak geliştirdikleri bölümdür. Bu düzeydeki öğrencilerin gelişimsel açıdan soyut kavramları daha kolay öğrenebilmeleri beklenmektedir.

Kavramlar, nesnelerin ve olayların ortak özelliklerini kapsayanların ortak bir ad altında toplanmasını ifade eder (TDK, 2010). Kavramlar günlük hayatta da öğrenilebileceği gibi okul çağlarında düzenli ve planlı olarak öğretilir. Kavramsal gelişim, bilişsel gelişimin temel ön şartıdır (Baki, 2006).

Kavramlar, düşüncenin yapı taşları olup nesne ve düşüncelerin benzer özelliklerine göre gruplandırılmasıdır. Kavramlar, nesnelerin ve düşüncelerin zihinde soyutlanmasıdır. Kavramlar arasındaki ilişkiler de bilimsel ilkeleri oluşturur (Akuysal, 2007; Ercan, 2010; Klausmeier, 1992).

Matematik, fen ve teknolojinin temelinde yer alan bir bilimdir ve teknoloji çağında yaşadığımız bu zamanda matematik bilimi büyük önem taşımaktadır. Matematik, başlı başına evrensel bir dil olduğundan matematiksel kavramlar vardır ve matematik eğitimi

yapılırken bu kavramların tam ve doğru anlaşılması matematiğin anlaşılması açısından önemlidir (İşgüden, 2008).

Günümüzde çevresindeki sorunları çözebilen, günlük yaşamında, iş ve meslek hayatında gerekli olan çözümlmeleri yapabilen bireylere ihtiyaç vardır. Bu nedenle çevresindeki olayları anlayan, bu olaylara çözüm yolu bulan bir düşünce sistemini geliştirmek matematik öğretiminin sağlayacağı önemli faydalardandır.

Başlı başına bir sistem olan matematik, ardışık ve soyut bir yapıya sahip olduğundan öğrenilmesinin zor olduğu öğrenciler tarafından kabul edilmiştir. Bu nedenle matematikteki bu soyut kavramların öğrencilerin belleğinde daha uzun süre kalabilmesi için olabildiğince somutlaştırılarak anlatılmalıdır aksi takdirde bilgiler öğrencilerin bilişsel yapılarına tam anlamıyla yerleştirilemez (Ercan, 2010).

Matematik dersinde zorluk yaşayan öğrenciler eğer bu zorlukları üstesinden gelemedikleri takdirde bu konularla ilgili diğer matematik konularını anlamakta daha büyük zorluklar yaşabilmektedirler (Dikici ve İşleyen, 2004). Matematiksel kavramların eksik veya yanlış öğrenilmesi, matematiğin birikimli ilerleyen bir bilim olmasından dolayı ilerleyen konuların da öğrenilmesini ve diğer konularla aralarındaki bağlantıların kurulmasını da olumsuz etkileyeceğinden öğrencilerin matematik kavramlarına ilişkin yanlış veya eksik öğrenmelerin tespit edilmesi oldukça önemlidir (Özdeş, 2013).

Matematik dersinin yapısına uygun bir eğitimin yapılabilmesi için Van De Walle (2003) e göre, öğrencilerin matematik dersiyle ilgili kavramları anlamaları, öğrencilerin matematik dersiyle ilgili işlemleri anlamaları ve öğrencilerin matematik dersindeki kavramlar ve işlemler arasındaki bağları anlamaları gerekmektedir (Van De Walle, 2003).

Matematik bilimi daha çok soyut kavramlar üzerine inşa edilmiştir. Pek çok matematik kavramının gerçek hayatta tam bir karşılığı bulunmamaktadır. Bu nedenle öğrenciler açısından matematik dersi zor olarak algılanmaktadır. (Öksüz, 2010: 512).

Ön şartlılık ilişkisi pek çok matematik konusu arasında vardır. Bu nedenle bir matematik konusu ile ilgili ön kavramlar öğrenilmedikçe söz konusu matematik konusunun anlaşılması çok zor ya da imkansızdır. Bu yüzden zihnimizde daha önce öğrenilmiş kavramlarla yeni kavramların ilişkilendirilmesi büyük önem taşımaktadır (Pesen, 2008: 36).

Bilginin hatırlanması, o bilginin bilindiğini gösterir ancak bu hatırlama olayı ezberleme ile veya kavrama ile gerçekleşmiş olabilir. Kavrama basamağı bilgiyi ezberleyen ile kavrayan öğrenciyi birbirinden ayıran basamaktır (Alkan ve Altun, 1998). İşlemsel öğrenmeyle öğrenen bir öğrenci verilen bilgiyi sorgulamadan sadece ezberler.

Kavramsal öğrenme alışkanlığına sahip olan öğrenci ise verilen bilgiyi sorgular, matematiksel bilgileri kendi yaratıcılığını kullanarak üretir. Böyle bir öğrenci matematiği anlayarak öğrenmeye önem verir (Zengin, 2014).

İlköğretim ve ortaöğretim matematik programındayer alan konular arasında birbirini takip eden bir yapı olduğu görülmektedir. Her bir yeni konu, daha önce öğrenilen konuların üzerine inşa ediliyor olup önceki bilgiler yeni bilgiler için ön-şart niteliği taşımaktadır. Bu nedenle yeni öğrenilen bir matematik kavramı o konunun ön şart kavramı durumundaki kavramları tam olarak öğrenilmeden anlaşılmaz. Bu nedenle matematiksel kavramların temellerinin iyi kurulması gerekmektedir (Akınoğlu,1995).

Öğrencilerin kavramları anlamlı bir şekilde öğrenmemeleri konuyla ilgili zorluklar yaşamalarına neden olmaktadır. Öğrencilerin kavramları bilimsel olarak kabul edilen kavramdan farklı olarak algılamasına kavram yanılgısı denilmektedir. Öğrencilerin yanlış inançları ve yanlış deneyimleri sonucunda kavramlarla ilgili zorluklar ortaya çıkar. Öğrenciler yeni bilgiler öğrenirken sistemli bir şekilde yaptıkları bu hataların üzerine inşa ederler (Özdeş, 2013).

Matematiksel kavramların yanlış anlaşılmasına ilişkin yapılan araştırmalara göre birçok neden vardır. Bunlar, öğrencilerin yeni bilgileri edinme durumlarında ön bilgilerini kullanmada yetersiz kalmaları, öğrencilerin zihinlerindeki kavramsal değişiklikleri sağlamada öğretmenlerin başarısızlığa uğramaları, öğrencilerin kavramları öğrenirken belirli durumlarda anlam bütünlüğünü kuramamaları, öğrenciye eksik bilgi veya karışık şekilde bilgi öğretilmesi, öğretilen konu içerisinde yabancı kelimelerin çoğunlukta olması, öğretmen ve ders kitabı faktörleridir (Keçeli, 2007).

Matematik dersine olan ilgi, öğrenciler için ilerideki yaşamlarını da etkileyen önemli bir etkidir. Çünkü ileride ders, alan ve meslek seçimlerini buna göre yapan öğrenciler ileride bu dersi alıp almama kararını beşinci sınıftan onuncu sınıfa kadar olan bir sürede vermektedirler (Andre, Whigham, Hendrickson, Chambers 1997; Başer ve Yavuz, 2003; Fox, 1977; Kanai ve Norman, 1997; Osborne, Simon, Collins, 2003).

Sayılar, matematiğin temel bilgilerindendir. Sayılar, insan algısının ve gereksiniminin bir ürünüdür. Sayma, etiketleme, sıralama, kodlama, ölçme vb. eylemler için kullanılan matematiksel nesnelere sayı denir (Argün, Arıkan, Bulut ve Halıcıoğlu, 2014, s.443). Çokluğun değerine sayı denmektedir. Sayı sözcükleri ise sayıların adlarıdır. Sıfır, bir, iki, üç... vs. Bu sayıların biçim olarak gösterilmesine rakam denilir. Toplama, çıkarma, çarpma, bölme...vs ise işlem kavramlarıdır. Yani sayılar arasındaki ilişkileri anlatan sözcüklerdir (Ercan, 2010).

Öğrencilerin okulda ilk kazanacağı kavram sayı kavramıdır. Matematiğin sayı kavramını kullanarak hesaplama ve ölçme teknikleriyle bir akıl yürütme ve düşünme yolu olduğu göz önüne alınırsa sayı kavramının ne kadar önemli olduğu anlaşılır (Pesen, 2003, s. 96).

İlköğretim ve ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programının büyük bir kısmını sayılar öğrenme alanı oluşturmaktadır. Öğrencilerin sayıları ve basamak kavramını anlamlı olarak kullanabilmeleri, dört işlemi kavrayıp tahmin ve zihinden işlem becerilerini geliştirebilmeleri, rasyonel sayılar, yüzdeler, köklü sayılar, ondalık kesirler arasındaki ilişkileri kurabilmeleri, örüntülerdeki ilişkileri belirlemeleri ve tüm bu bilgileri problem durumlarına uygulayabilmeleri sayılar öğrenme alanında hedeflenmiştir (MEB, 2009).

Sayı kavramı, somut varlıklar arasındaki somut benzerlikler üzerine kurulmamıştır; matematiğin diğer kavramlarında olduğu gibi insanın düşüncesinde yarattığı bir varlıktır; tamamen zihinseldir (Tosun, 2011). Çocuğun bu soyutlamayı yapabilmesi için başlangıçta yeteri kadar somut nesnelerle sayısal etkinlikler yapılmalıdır. Sayma etkinliklerinde deneyim kazanan öğrenciler somut nesnelere gereksinim duymadan sayıların büyüklüklerini tahmin edebilir ve zihinlerinden işlem yapabilme özelliğini gösterirler (Olkun ve Uçar, 2007, s. 81-82). Bu nedenle sayı kavramını öğretirken somuttan soyuta bir öğretim izlenir. Böylece soyut bir kavram olan sayı kavramı öğrenci için daha anlamlı hale gelir.

Sayılar, küçük çocuklar için somut nesnelerle anlamlıdır. Süreç içinde sayı kavramları çocuklar için soyut bir kavram olarak algılanmaya başlanır. Bilindiği gibi sayılar soyut kavramlardır; ancak sayı kavramına ulaşmak somut nesneler üzerinde çalışarak gerçekleşir. Soyut kavramlar zihinsel gelişimle paralel bir şekilde edinilir. Piaget, soyut işlemler dönemini 15-16 yaşlarda başladığını belirtmektedir. Bu bağlamda, ilkokulda öğretilen matematik konuları sonraki öğretim yıllarındaki matematik konuları için hazırlayıcı niteliktedir.

Sayı kavramı öğrenciler için zor ve güç gelişen kavramlardan biridir. Yedi yaşından önce çocukların ifade ettikleri sayı sözcükleri ezber ve taklit yöntemi ile öğrenilmiş sözcüklerdir. Çocuklar bu sözcüklerin gerçek anlamlarını genellikle bilmezler. Çocuklar okulda yeni kavramları ve yeni kuralları öğrenirler. Okulla birlikte eskiden öğrenilmiş olan bilgiler de değişime uğrar. Sayı kavramının temelini oluşturan azlık ve çokluk kavramını öğrenci okula gelmeden kazanmıştır. Çünkü azlık-çokluk kavramı çocuk iki yaşındayken kazanılan bir kavramdır. Bunun yanı sıra, çocuk belli büyüklüğe kadar

sayıları saymayı da okula gelmeden öğrenmiştir]. Ancak bu yetişkinlerin etkisi ile öğrenilmiş bir sayma olup öğrencilerin çoğunda ezber bir saymanın ötesine geçememiştir. Sayıların anlam kısmı ise daha sonra öğrenilmektedir. Matematikte eğitimin ilk temelinde sayı oluşturma alıştırmaları yer almaktadır. Somuttan soyuta ilkesi ile hareket edilerek sayı kavramlarının kavratılması sağlanabilir (Sağlam,1980).

Matematikte sayının tanımı asırlar içerisinde; doğal sayıları, sayma sayıları, tamsayıları, rasyonel sayıları, irrasyonel sayıları, reel sayıları ve kompleks sayıları kapsayacak şekilde genişletilmiştir (Argün, Arıkan, Bulut ve Halıcıoğlu, 2014, s.444). Tam sayılar kümesi, doğal sayılar kümesini kapsar. Rasyonel sayılar kümesi, tam sayılar kümesini dolayısıyla doğal sayılar kümesini de kapsar.

Sayılarla ilgili kazanımlar ilköğretim ve ortaöğretim müfredatlarında yoğun olarak yer almaktadır. Doğal sayılar, 1. Sınıftan itibaren, tam sayılar, 6.sınıftan itibaren matematik programında yer almaya başlar. Benzer şekilde rasyonel sayılarla ilgili kazanımlar 7. sınıf matematik müfredatındaki konulardan biridir. Üslü sayılarla ve köklü sayılarla ilgili kazanımlar ise 8. Sınıf matematik programında yer alır. Sayı kümeleri arasında sıralı bir ilişki vardır. İleri seviyede matematik kavramlarının gelişiminde sayıların önemi vardır. (<http://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=329>).

Sayılar, diğer matematik konularının öğrenilmesinde önemli bir araç görevi üstlenir. Matematik öğretiminde konular birbiri üzerine eklenerek devam eder. Örneğin, cebir gibi ileri seviye matematik kavramlarının gelişiminde sayıların önemli bir rolü vardır ve bu durum sayılar konusunu ortaokul matematik müfredatı içerisinde daha önemli ve kritik bir hale getirmektedir (Christou & Vosniadou, 2012, Vlassis, 2004). Öğrenciler 6.sınıfın birinci döneminde tam sayılarla ilişkili olan cebir konularını öğrenmeye başlamaktadırlar. Ayrıca, tam sayılar konusu ile ilişkili olan rasyonel sayıların öğretimi 7. Sınıf seviyesinde ve üslü sayıların ve köklü sayıların öğretimi de 8.sınıf seviyesinde başlamakta ve ileri sınıf seviyelerinde de devam etmektedir. Bu durum, sayılar konusunun farklı sınıf seviyelerinde ele alınmasının ve çalışılmasının gerekliliğini işaret etmektedir. Sonuç olarak, bu alanlarda yüksek seviyede hazırbulunuşluk sağlamak için, öğrencilerin sayılar konusundaki hatalarının tanımlanması öncelikli hale gelmektedir (Atayev, 2014).

Temel kavramlar, ilköğretim öğrencilerinin matematiği anlayabilmeleri ve matematiksel ilkeleri öğrenebilmeleri için temel kriterdir. Karşılarına çıkabilecek problemleri doğru bir şekilde çözebilmeleri temel kavramları anlamalarına bağlıdır. İlköğretim öğrencilerinin zihinlerinde temel yapıların oluşması ve anlamlı öğrenmenin gerçekleşebilmesi kavramlar yardımıyla olur. Öğrencilerin ünitelerde öğrendikleri

matematiksel kavramları diğer matematiksel kavramlarla karşılaştırarak öğrenmeleri ilköğretim matematik dersinin amaçlarındandır. Çünkü ilk kez karşılaşılan kavramların öğrenimi öğrenciler açısından oldukça zordur. Öğrenciler bu kavramları öğrenirken kavramları birbirine karıştırabilmekte ya da kavramlarla ilgili yanlışlara düşebilmektedirler (Yazıcı ve Samancı, 2003; Ercan 2010).

Araştırmalar öğrencilerin aritmetik işlemlerinde bilgi eksikliği olduğunu ve bunun da öğrencilerin cebir konularını anlamalarını zorlaştırdığını ortaya koymuştur. Araştırmalara göre öğrencilerin aritmetiğin temel kavramını yani sayı kavramını tam ve doğru bir şekilde anlayamamaları cebirsel işlemleri de anlamalarını zorlaştırmaktadır (Dede ve Argün, 2003).

Öğrencilerin zihinlerinde oluşan yanlış kavramların tespit edilmesi eğitimde anlamlı öğrenmeyi sağlayan ilk koşuldur (Cansüngü, 2000). Öğrencilerin sayı kavramları ile ilgili bilgileri, öğretmenlere konunun anlatımında yardımcı olacaktır (Ercan, 2010).

Sayılar konusunda her sınıf seviyesinde zorluklar yaşanmaktadır. Sonuç olarak, öğrencilerin tüm matematik eğitim hayatı, zorluklardan ve bunların çözülmemesinden etkilenmektedir. Ayrıca, sayıların öğrenimi ve öğretimi üzerine alan yazın taraması yapıldığında, Türkiye’deki ortaokul öğrencilerinin hatalar üzerine birçok cevapsız soru olduğunu göstermektedir. Öğrencilere sayılar konusundaki hatalarını, doğru bilgiyle değiştirmelerinde yardımcı olabilmek için, öğretmenlerin bu hataların arkasındaki sebepler hakkında da bilgilerinin olması gerekmektedir (Atayev, 2015).

Sayılarla ilgili yaşanan güçlüklerin bir nedeninin doğal sayı önyargısı (aşırı genelleme) olduğu ifade edilmektedir (Ni ve Zhou, 2005; Obersteiner, Hoof, Verschaffel, Dooren, 2013; Vamvakoussi, Van Dooren ve Verschaffel, 2012; Hoof, Verschaffel, Dooren., 2015). Doğal sayı önyargısı, rasyonel sayıların öğrenilmesini olumsuz yönde etkilemektedir. Türk Dil Kurumu önyargı kavramını, bir şeyle ilgili olarak belirli şart, olay ve görüntülere dayanarak önceden edinilmiş olumlu veya olumsuz yargı, peşin hüküm olarak tanımlamaktadır (TDK). Doğal sayı önyargısı ise rasyonel sayıları doğal sayılar gibi düşünüp rasyonel sayılara, doğal sayı anlamlarını yüklemek olarak açıklanabilir (Ni ve Zhou, 2005; Obersteiner, Hoof, Verschaffel, Dooren, 2013; Vamvakoussi, Van Dooren ve Verschaffel, 2012; Hoof, Verschaffel, Dooren., 2015). Örneğin, $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$ toplama işlemini payda bulunan sayıları birbiri ile paydada bulunan sayıları da birbiri ile toplamak gibi.

Doğal sayı önyargısının kaynağı tartışma konusu olmaya devam etmektedir. Literatürde çocukların rasyonel sayıları öğrenmeden önce rasyonel sayılara ilişkin doğal sayılara dayanan sezgisel fikirler oluşturdukları ifade edilmektedir. Bunun bir nedeni, doğal sayılar öğretilirken “daha ileri sınıflarda başka sayıların da öğrenileceğinin” belirtilmesi olabilir (Smith, Solomon & Carey, 2005; Vamvakoussi ve Vosniadou, 2010). Bunun yanı sıra doğal sayılara ilişkin önyargılar, sayıların yoğunluk yapıları, sayısal boyut ve sayılarla yapılan işlemlerin etkisi ile de ilgilidir (Hoof, Verschaffel & Dooren, 2015).

Yoğunluk, doğal sayıları ve tam sayıları, diğer sayılardan ayırt eden özelliklerden biridir. Doğal sayılar kümesi, iyi sıralıdır. Bir doğal sayının ardışığı daima vardır. Örneğin 4’ün ardılı 5 tir. Bunun aksine rasyonel sayılar, köklü sayılar ve üslü sayılar kümeleri yoğun bir yapıya sahiptir. Bir rasyonel sayının, köklü sayının ve üslü sayının ardılı yoktur. Çünkü herhangi iki rasyonel sayı, köklü sayı ve üslü sayı arasında sonsuz çoklukta sayı vardır (Hoof, Verschaffel & Dooren, 2015).

Sayısal boyut, öğrencilerin rasyonel sayılar, köklü sayılar ve üslü sayıların büyüklükleri ile ilgilidir Gabriel Gabriel, Coché, Szucs, Carette, Rey & Content’in (2013) çalışmasında, öğrencilerin çoğunlukla doğal sayının büyük olması durumunda rasyonel sayıların da büyük olduğu yanlış fikrini savundukları ortaya konulmuştur. Benzer durum Smith, Solomon & Carey’in (2005) yaptıkları bir çalışmada da görülmüştür. Öğrencilerin, yaygın hatalarına örneğin, 0,65 sayısının 0,8 sayısından daha büyük olduğu çünkü 65 in 8 den büyük olduğunu ve 2,09 un 2,9 dan daha büyük olduğunu çünkü 209 un 29 dan daha büyük olduğunu savunmuşlardır.

Doğal sayı önyargısının üçüncü yönü ise aritmetik işlemlerin etkisiyle ilgilidir. Doğal sayılarla yapılan operasyonların belirli özellikleri rasyonel sayılar, üslü sayılar ve köklü sayılarda geçerli değildir. Doğal sayılarla toplama ve çarpma her zaman daha büyük sayılarla sonuçlanırken çıkarma ve bölme işlemi her zaman daha küçük sayılarla sonuçlanır. Bununla birlikte bu kurallar artık rasyonel sayılarda her zaman geçerli değildir. Örneğin, $0,5 \times 8$, 8 den küçük bir sonuca neden olacaktır (Hoof, Verschaffel, Dooren, 2015).

Sayılarla yapılan araştırmaların birçoğunu sayılarla ilgili işlemler oluşturmaktadır (Roby, 1981; Ashlock, 1990; Bennett & Musser, 1976; Hanner, 1947; Peterson, 1972; Köroğlu, Yeşildere, 2004; Hackenberg ve Tillema, 2009; Saxe, Shaugnessy, Gearhart ve Halda, 2013). Sayılar konusu ilköğretimle başlayıp sınıf seviyesi arttıkça genişleyen bir konudur. Öğrencilerin ortaokul ve lisede girdikleri ülke çapındaki sınavlarda matematik

bölümündeki sorularının sayılar konusuyla doğrudan ilgili olduğu görülmektedir. 2016-2017 LGS sınavında Türkiye genelinde sınava giren 1.153.551 sekizinci sınıf öğrencinin ortalama 55,35 başarı yakaladıkları görülmüştür (https://odsgm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2017_06/12171001_2017_2.doYnem_Merkezi_Ortak_SYnavY_genel_bilgiler_raporu_12.06.2017.pdf). 2017 yılında TYT sınavında ise Türkiye genelinde sınava giren öğrencilerin Temel Matematik (içerisinde Sayılar (üslü sayılar, köklü sayılar, rasyonel sayılar gibi), Fonksiyonlar, Problemler (sayı,yaş,kesir gibi), Polinomlar gibi konuların bulunduğu) dersindeki başarı oranı 5.128 olduğu görülmüştür (<https://dokuman.osym.gov.tr/pdfdokuman/2017/OSYS/YGS/SAYISAL28032017.pdf>). Ulaşılabilen kaynaklarla sınırlı olmak üzere sekizinci ve dokuzuncu sınıf öğrencilerinin üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayılar konularının iki sınıf düzeyinde üçünün birlikte ele alındığı, bu sayılarla ilgili temel bilgilerin ve yapılan olası hataların araştırıldığı bir çalışmaya rastlanmamıştır.

Belirtilen bu gerekçeler doğrultusunda araştırmanın problem cümlesi “sekizinci ve dokuzuncu sınıf öğrencilerinin üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayılar konularına ilişkin yaptıkları hatalar nedir ve öğretmenlerin bu hatalara ilişkin düşünceleri nedir?” biçiminde belirtilmiştir.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı sekizinci ve dokuzuncu sınıf öğrencilerinin rasyonel sayı, üslü sayı ve köklü sayılar ve işlemlerle ilgili yaptıkları hataları belirlemek ve bu hataları öğretmen görüşlerine dayalı olarak değerlendirmektir.

Alt Amaçlar

Araştırmanın amacı doğrultusunda oluşturulan alt amaçlar aşağıdaki gibidir:

- 1) Öğrencilerin sayılarla ilgili uygulanan tanı testindeki genel başarı oranları nedir?
- 2) Sekizinci sınıf öğrencileri ile dokuzuncu sınıf öğrencilerinin tanı testine göre başarı oranlarında sınıflar arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?
- 3) Sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü sayılarla ilgili yaptıkları hatalar nelerdir?
- 4) Sekizinci sınıf öğrencilerinin köklü sayılarla ilgili yaptıkları hatalar nelerdir?

- 5) Sekizinci sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılarla ilgili yaptıkları hatalar nelerdir?
- 6) Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin üslü sayılarla ilgili yaptıkları hatalar nelerdir?
- 7) Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin köklü sayılarla ilgili yaptıkları hatalar nelerdir?
- 8) Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılarla ilgili yaptıkları hatalar nelerdir?
- 9) Öğretmenlerin, öğrencilerin üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayılarla ilgili yaptıkları hatalara ilişkin görüşleri nelerdir?

1.3. Araştırmanın Önemi

Sayılar, matematiğin temel kavramlarından olup öğrencilerin sayıları tam olarak öğrenebilmeleri üst sınıflardaki diğer kavramları öğrenmeleri açısından oldukça önemlidir.

Öğrencilerin, karşılarına çıkan problemleri çözebilmeleri ve matematikle ilgili ilke ve kavramları öğrenebilmeleri için temel kavramları çok iyi kavramaları gerekmektedir. Kavramlar, öğrencilerin bilgileri anlamlı bir şekilde öğrenebilmelerine ve zihinlerinde temel bilişsel yapıların oluşmasına yardımcı olurlar. Öğrenciler, ilk kez karşılaştıkları kavramların öğreniminde güçlük çekerler ve kavramlarla ilgili zorluklar yaşarlar (Yazıcı ve Samancı, 2003).

Kavramların öğrenilmesi, öğrencilerin geçmiş yaşantılarından getirdikleri deneyimleri ile yeni öğrendiklerini zihinde birleştirmeleri ile olur. Öğrenciler bazen bu bilgileri zihinlerinde birleştirirken bilimsel gerçeklere aykırı kavramlar geliştirebilmektedirler. Bu olay öğrencilerin kavramları öğrenirken zorluk çekmelerine neden olur (Yürük, Çankır ve Geban, 2000).

Kavramlarla ilgili yaşanan zorlukların birçok nedeni olabilir. Program, öğretmen veya öğrenci bu nedenler arasında sayılabilir. Matematik eğitiminde önemli olan öğreticilerin öğrencilere konuyu anlatırken öğrencilerde kavramlarla ilgili yaşanan zorlukların farkında olabilmeleridir. Yaşanılan bu zorlukların ortaya çıkış nedenlerine ve önleme yöntemlerine dikkat edilmeli ve öğretmenin yaptığı öğrenme ortamında bu hataların ve zorlukların oluşmamasına özen gösterilmelidir (Öksüz, 2010).

Öğrenciye ait düşüncelerin kavramlarla ilgili hata sayılabilmesi için öncelikle öğrencinin bu düşüncesinin gerçek bilime uygun olmaması gerekmektedir. Bunun yanı

sıra öğrenci bu yanlış düşüncesini sahiplenici açıklamalar göstermesi gerekmektedir. Son olarak öğrencinin bu yanlış düşüncesi hakkında cevaplarında ve açıklamalarında kendinden emin olması gerekmektedir (Zengin, 2013).

Yapılan çalışmalara göre öğrenciler matematik dersinin hemen her konusunda kavramsal zorluklar yaşamaktadırlar. Matematik birikimli bir ders olduğundan kavram yanlışları matematiksel kavramlar arasındaki bağların azalmasına neden olmaktadır (Alkan, Kaynak, Narlı, Köroğlu, Çalık, 2000).

Birçok öğrencinin aritmetik işlem becerilerinde eksikliklerin olduğu bu eksikliklerin de öğrencilerin cebirsel işlemleri anlamalarında zorlanmalarının nedeni olduğunu ortaya koyan araştırmalar mevcuttur. Bu zorlanmanın nedeni ise aritmetiğin temeli olan sayı kavramındaki eksik bilgileri olduğu şeklinde belirtilmiştir (Dede ve Argün, 2003).

Anlamli öğrenmeyi gerçekleştirmek eğitimin birinci ve ilk şartıdır. Bu nedenle öğrencilerin zihinlerinde oluşacak yanlış kavramların tespit edilmesi gereklidir (Cansüngü, 2000). Bu nedenle öğrencilerin matematikteki sayı kavramları hakkındaki bilgileri ve bu kavramlar hakkındaki yanlış öğrenmelerin tespit edilmesi öğretmenlerimizi bu konuları anlatırken önem verecekleri noktaları belirlemelerinde bilgi sahibi yapacaktır. Sayılarla ilgili yanlış öğrenmelerin belirlenmesi, bu konuların nasıl öğretilmesi gerektiğine ilişkin ipuçlarını da içinde bulunduracaktır.

Bu çalışmada sekizinci sınıf öğrencileri ile çalışılmasının nedeni, LGS sınavında yer alan matematik konuları arasında üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayılarla ilgili soruların bulunmasıdır ve sekizinci sınıf öğrencilerinin liseye geçiş aşamasında bulunmalarıdır. Dokuzuncu sınıf öğrencileri ile çalışılmasının nedeni ise TYT sınavında çıkan “Temel Matematik” dersi konularının bir bölümünün dokuzuncu sınıf matematik konuları tarafından oluşturulmasıdır. Öğrencilerin sayılar konusuna ilişkin hatalarının belirlenmesi, bu güçlüklerin öğrenciler ve öğretmenler açısından incelenmesi öğrencilerin genel başarılarını ve sınavlardaki başarıları açısından da önemlidir.

Ulaşılabilen kaynaklarla sınırlı olmak üzere yapılan literatür taramasında öğrencilerin tamsayılar, doğal sayılar, üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayılarla ilgili dört işlem çalışmalarına, kavramlarla ilgili yaptıkları hataların giderilebilmesi için yapılabilecek ders programlarına ilişkin ilgili araştırmalara rastlanmıştır. Bu nedenle üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayılarla ilgili öğrencilerin yanlışlarını belirlemek amacıyla yapılan bu çalışma matematikte kavramlarla ilgili araştırmalara temel oluşturması açısından önemlidir.

1.4. Sınırlılıklar

Bu araştırma,

- 1) 2017-2018 eğitim öğretim yılındaki çalışmalarla sınırlıdır.
- 2) Araştırmada elde edilen bulgular, Adana ili Ceyhan ilçesine bağlı 3 ilköğretim okulunun sekizinci sınıflarında öğrenim gören 302 öğrenci ve 3 ortaöğretim okulunun dokuzuncu sınıflarında öğrenim gören 309 öğrenci ile sınırlıdır.

1.5. Sayılılar (Varsayımlar)

Bu araştırmanın temelinde aşağıdaki sayılılar yer alacaktır.

- 1) Öğrenciler tanı testini yanıtlarken gerekli gayret gösterilmiştir.
- 2) Öğrenciler tanı testini yanıtlarken gerçek davranışları yansıtılmıştır.
- 3) Öğrencilerin problemlere içten ve samimi yanıtlar verdikleri varsayılmıştır.

BÖLÜM II

KURAMSAL ÇERÇEVE İLE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

2.1. Kavram nedir?

Türk Dil Kurumunun yaptığı tanıma göre kavram, nesneler ya da olaylar arasında ortak özellikleri kapsayan ve bunları ortak bir ad altında toplayan genel tasarımıdır. (TDK, 2010)

Bilim adamlarının evren hakkında ulaştıkları bilgileri bütün bir şekilde, birbiriyle ilişkilendirerek olgu, kavram, genelleme ve kuram olarak dört boyutta ifade edilen öğrenme ürünleridir. Eşyaları, insanları, düşünceleri belli ortak özelliklerine göre sınıflandırdığımız zaman bu sınıflamalara verdiğimiz genel isme kavram denir (Doğanay, 2003).

Nesnelerin adlandırılması, dil aracılığıyla somutlaştırılır. Bunun için kullanılan temel araç ise sözcüklerdir. Sözcüklerin en önemli işlevi, ortak özelliklere sahip nesnelerin organize edilmesidir. Sürekli değişen dünyada sözcüklere yüklenen anlamların artması nedeniyle sözcükler birçok bilgiyi barındırmaya başlamışlardır.

Sözcük, nesneler kümesinin sayı olarak tamamını yani nicel olarak tümünü ifade ediyorsa, sözcüğün kaplamasını ifade etmiş oluruz; sözcük, nesneler kümesinin ortak özelliklerini ifade ediyorsa, sözcüğün içlemine ifade etmiş oluruz (Özlem, 2003).

Sözcüğün anlamına, sözcüklerin orta özelliklerinin ifade edilmesine yani sözcüğün içlemine kavram denilmektedir (Ercan, 2010; Özlem,2003; Yıldırım,1999; Vygotsky,1998).

Kavram konusunda yapılan farklı tanımlar:

Akuysal'a (2007) göre, bir nesnenin veya düşüncenin zihindeki genel tasarımına kavram denildiğini belirtmiştir.

Nesne, olay, olgu ve düşüncelerin belli ortak özelliklerine göre insan zihninde gruplandırılmasına kavram denilmektedir (Klausmeier, 1992). Çimen, erik, yaprak gibi kavramlarla karşılaşan bir kişinin aklına öncelikle yeşil kavramı gelir.

Doğanay (2003) ise kavramların somut eşya, olay ve olgu olmaktan öte bunların insan zihninde gruplandırılmasıyla oluşan soyut düşünce birimleri olduğunu ifade etmiştir. İnsan zihni gruplama ve fark işlemlerinde oldukça başarılıdır. Bu gruplama ve farklılık işlemleri ise belli bir süreç olmayıp deneyimlerle oluşur.

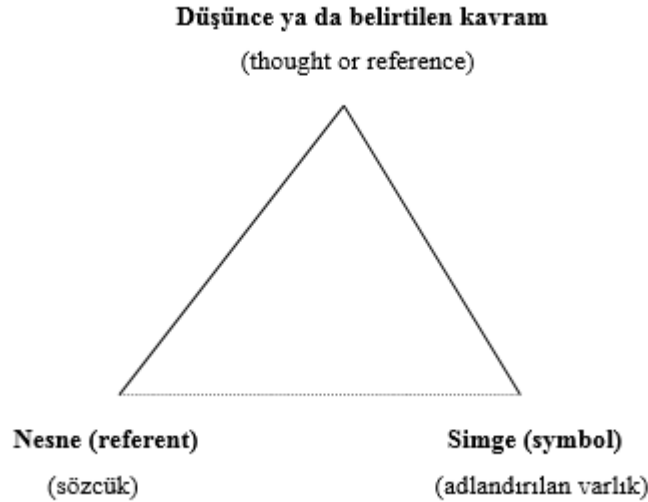
Demirel (2005) kavramı üç farklı şekilde tanımlamıştır:

- -Birim veya düşüncelerle kapsamı ve içeriği anlatılan soyut düşüncelerdir.
- -Koşulların, olayların, nesnelerin, olguların, düşüncelerin ortak özelliklerine göre gruplandırılması ile oluşan sınıflamadır.
- -Olay, olgu ve düşüncelerdeki bütünlüktür.

Coşkun'a (2011) göre kavramlar, tanımlardan oluşur. Bir tanımın zihnimizde var olabilmesi için iki yönü olmalıdır. bunlardan birincisi tanımlanan nesnenin zorunlu yönlerinin belirtilmesidir. Örneğin bir masa, masanın ortak özelliklerini taşımıyorsa o masa değildir. İkinci yönü ise tanımlanan nesne eğer tanımda belirtilen öğelerin tamamını içeriyorsa bir kategorinin üyesidir. Yani tanımda belirtilen öğelerin bazısına sahip olmak yeterli değildir. Bütün öğelere sahip olması gerekir.

Kavram, bilgi bütünüdür. Biriktirilerek birçok bilginin yoğunlaştırılmış ve tek sözcükte toplanmış halidir (Özlem, 1996).

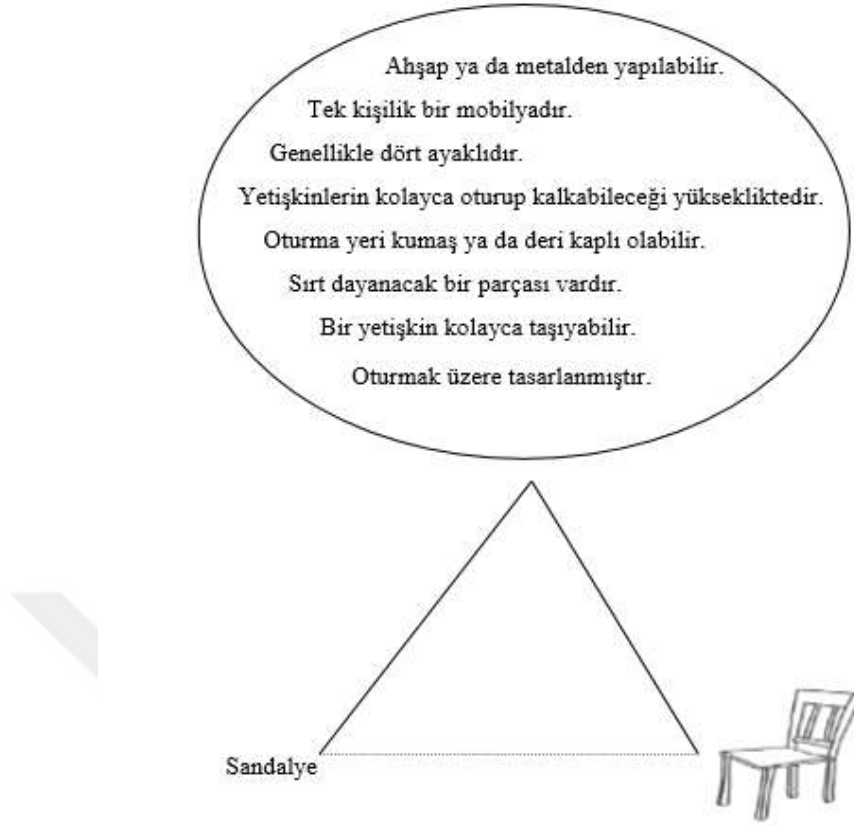
Aksan (2007), Ogden ve Richards'dan aktardığı şekil 1 de görüleceği üzere, sözcük ile simge arasına kesikli çizgi ile gösterildiğinden dolayı doğrudan bir ilişki bulunmamaktadır. Buna karşılık sözcükle yani dildeki simgeyle düşünce yada belirtilen kavram arasında ve nesne ile kavram arasına doğrudan çizgi ile gösterildiğinden aralarında bağlantı vardır.



Şekil 1: Kavram, nesne ve sözcük arasındaki ilişki

Odgen ve Richards üçgeni üzerinde kavram, nesne ve sözcük arasındaki ilişkiyi şekil 2'de gösterebiliriz

Kaynak: Coşkun, 2011



Şekil 2: Kavram, nesne ve sözcük arasındaki ilişkinin örnekle gösterilmesi Kavramlar üç grupta incelenebilir
 Kaynak: Turan, 2002

Algılanan kavramlar, insanların duyu organları ile dış dünyadan algıladığı izlenimlerdir. Örneğin, ova, nehir gibi.

Betimlemeli kavramlar, insanların dış dünyadaki gözlenebilir olaylara anlam vermeye çalışmalarıdır. Örneğin, iklim, sıcaklık gibi.

Teorilerin açıklanabilmesi için oluşturulan kavramlar kuramsal kavramlardır. Örneğin, kıta kayması teorisi, Big bang teorisi gibi.

Matematiksel kavramlar genel olarak soyut kavramlardır ve ön şart ilişkisine dayanırlar. Soyut kavramların öğrenilmesi için bol bol örneklendirilmesi gerekmektedir. Ön şart ilişkisine bağlı daha alt kavramlar öğrenilmeden üst kavramlar tam anlamıyla anlaşılamazlar. Bu nedenle yeni kavramların oluşabilmesi için daha önceki kavramlarla ilişkilendirilmesi gerekmektedir (Pesen, 2008:36).

2.2. Hata Nedir?

Türk Dil Kurumunun yaptığı tanıma göre hata, istemeyerek veya bilmeyerek yapılan yanlış, kusur, yanılıdır (TDK, 2010). Matematik öğretiminde yaşanan birçok güçlüğü nedenlerinden birinin de hatalar olduğu söylenebilir. Öğrenci başarısızlığının hata olarak görülmemesi gerektiği, hataların yetersiz ve yanlış inanışlar sonucu ortaya çıkan davranışlar olarak görülmesi gerektiği söylenebilir (Ubuz, 1999).

Bunun yanı sıra hatalar, öğrenci öğrenme sürecine katkı sağlar. Güner ve Alkan (2011), öğrencilerin, hatalarından öğrenebilecekleri ve öğretmenlerin, öğrenci hatalarını öğrenme sürecinde araç olarak kullanabileceklerini ifade etmişlerdir. Yapılandırmacı yaklaşıma göre hata, öğrenme için önemli bir fırsat ve öğrenme ortamının bir parçasıdır. Dolayısıyla, öğrenme-öğretme ortamlarında hataların etkin kullanımı oldukça önemlidir (Gedik, 2014).

Öğretimde hatalar ile bu hataların tespit edilmesi büyük önem taşımaktadır. Burada ilk yapılacak işlem hataların ortaya çıkarılması ve daha sonra da oluşturulacak öğrenme deneyimleri ile bu hataların ortadan kaldırılmasıdır. Anlamlı bir öğretimin planlanmasında öğretmenin, öğrencilerinin zayıf ve güçlü yönlerini ortaya çıkararak bunlar hakkında bilgi sahibi olması gerekir. Bu işlem sonunda yanlış öğrenme alışkanlıkları düzeltilebilir (Stefanich ve Rokusek, 1992).

Öğrencilerin, yeni bilgileri öğrenmeleri var olan bilgileriyle yeni bilgileri birleştirmeleri sonucu meydana gelmektedir. Bu nedenle, öğrencilerin var olan bilgi birikimleri ile mevcut yanlışlarının tespit edilmesi ve öğretimin buna göre planlanması oldukça önemlidir.

2.3. Algı Nedir?

Türk Dil Kurumunun yaptığı tanıma göre algı, bir şeye dikkatini vererek o şeyin bilincine varmak, idrak (TDK, 2010). Özellikle duyulardan birini kullanarak bir şeyi fark etmede kullanılan çok yaygın bir terimdir.

Algılar, bireyin hayata bakış açılarında önemli rol oynar. Bireylerin hayatta karşılaştıkları problemleri nasıl algıladıkları, kişisel ve çevresel faktörleri içinde barındıran karmaşık bir durumdur.

Bandura (1997) özyeterlik algısını , “öğrencinin belirlenmiş hedeflere ulaşmak için zorlukları aşmada kendi yeteneklerine olan inancı” olarak açıklamakta ve özyeterlik algısı öğrencilerin çalışmalarındaki kararlarını belirlemede önemli rol oynadığını ifade

etmektedir. Yüksek özyeterlilik algısına sahip öğrencilerin kendilerine verilen matematik problemlerini, düşük özyeterlilik algısına sahip olanlara göre çok daha kolay çözdüklerini bulmuştur (Bandura, 1997).

2.4. Matematik Öğretimi

İnsanoğlu varoluşundan bugüne merak içinde yaşadığı evreni tanımaya yönelik çalışmalar yapmıştır. Gözlemlendiği olayları açıklamasında onun en önemli yardımcısı matematik olmuştur. Tarih öncesinden beri insanoğlu için doğa üstü olarak görülen birçok olayın bilimsel olarak açıklanması matematik ile olmuştur. Evrenin mükemmel bir şekilde olan düzeni ise yine matematikle ispatlanmıştır. Artık gök gürlemesi, sel ve fırtına insanoğlu için ürkütücü olmaktan öteye geçmiştir. Barajlar kuruyor, kurulan barajlarda elektrik ürettiyor, bu sayede evlere, sokaklara, fabrikalara elektrik sağlanıyor. Temeli matematik bilimine dayanan Elektrik ve Magnetizma kuramı ile günümüz enerji ve iletişim sistemi var olmuştur. Bu sayede radyo ve televizyonlarımız çalışmış, barajlarımız elektrik üretmiştir (Baki, 2006).

Matematik eğitimi öğrencilerde erken yaşlarda düşünsel gelişmeye fırsat sağlar. Ancak öğretmenlerin, öğrencilere konuyla ilgili kavramları, formülleri, teoremleri ezberlemeyle öğretmesi öğrencilerin ezber olarak gördüğü matematik dersine yönelik olumsuz tutum geliştirmelerine neden olmaktadır. Bu şekilde öğrencilerin zihin dünyasını anlamak da mümkün olmamakta ve böylece öğrenciler kendilerince doğru olduğunu düşündükleri matematik dersi zordur şeklinde olan yanlış inançlarını artırarak sonucunda başarısız olduklarında da matematiğe karşı olumsuz tutum geliştirmektedirler (Zengin, 2014). Bu noktada en önemli görev öğretmenlere düşmektedir. Öğretmenler, olası oluşabilecek yanlış anlamaları tespit etmekte ve gerekli kavramsal değişimleri sağlamalıdır. Bununla birlikte öğretmen kimi zaman konuyu anlatan, kimi zaman öğrencilerle tartışan ve kimi zaman da öğrenci çalışmalarını izleyen biri olmalıdır.

Etkili matematik öğretiminde sadece konuyu öğrenciye anlatmak değil, öğrencinin matematiksel süreç ve düşüncelerini de geliştirmek önemli olmalıdır. Etkili matematik öğretimi ile öğrencilere matematikle ilgili bilgi ve becerileri kullanma ve farklı durumlara uyarlayabilme becerileri kazandırılabilir.

Matematiksel kavramların içinde en çok zaman alan kavram, sayı kavramıdır. Bunun nedeni öğrencilerin sayı kavramını anlayabilmeleri için zihinsel gelişimlerinin belli bir düzeye ulaşmış olması gerekmektedir. Sayı ve bununla ilgili diğer kavramların tam

anlamıyla gelişebilmesi için ilköğretim sonuna kadar beklenmesi gerekmektedir (Ersoy,2010).

İlköğretim matematiği ile başlayan matematik konuları birbiri ile sıkı bir bağ içindedir. Bunun nedeni matematiğin kendini üretmesidir. Matematiksel kavramlar birbirinin ön şartı niteliğindedir. Matematiksel konular her yıl bir öncekinin genişletilmiş bir tekrarı olacak şekilde öğrenciye sunulur. Böylece kavramsal temeller sağlam olarak yerleşir. Matematiksel becerilerin kısa ve sık sık tekrar edilmesi pekiştirilmesi açısından da oldukça önemlidir (Altun, 2008).

Matematik dersinin amacı kural ve formül öğretmek değil, öğrencinin öğrendiği bilgileri yaşamında kullanmalarına yardım etmektir. Gerçek hayatla ilgili sayı sorularını çözmektir. Sayılarla ilgili her türlü bilgiyi matematik dersi içerir. Günlük hayatta da her meslek sahibinin sayılarla işlem yapmaya ihtiyacı vardır. Matematik dersi öğrencilerin hem zihinsel gelişimlerini hem de günlük hayatlarını etkiler. Öğrencilerin sorunlarını matematikle çözerken kendilerine olan güveni artar, karar verme gücü gelişir, kişiyi çevresinde olan sorunlara ve bu sorunların çözümlerine karşı sayısal açıdan bilinçlendirir. Diğer derslerin öğrenimini etkiler (Okan,1990).

2.5. Matematik Öğretiminde Kavramlar

Öğrenme kuramcılarının etkileri ile matematik programlarında yeni düzenlemeler yapılmıştır. Öğretmen merkezli öğretimden öğrenci merkezli öğretime geçilmiştir. Ezberci öğrenme yerine anlamlı öğrenme önem kazanmıştır. Öğretme ortamında sadece tahta, tebeşir, defter, kitap kullanılmayıp tüm bunların yanı sıra akıllı tahta ve çeşitli materyaller ile öğrenme ortamı daha aktif hale getirilerek soyut olan matematik öğretimi biraz daha somutlaştırılabilmiştir.

Diennes'e göre öğrencilerin birçoğu matematiksel kavramları tam olarak kavrayamamaktadırlar (Diennes, 1971). Bunun nedeni olarak, öğrencilerin öğrenebilme yeteneğinin olmayışı veya zeka geriliği değildir. Ancak okullarda matematik dersini öğrenemeyen öğrenciler zihinsel gerilikle suçlanmaktadır. Başarısızlığın gerçek nedenini Piaget, öğretim metotlarının gereken düzeyde olmamasına bağlamaktadır (Holt, 1972).

Kavramın ne olduğu tam olarak anlaşılmadan pratiğe geçen bir sistemde, öğrenciler eleştirel düşünme yeteneği kazanamazlar. Fakat matematik; sayılar, uzay, sayılar arası ilişkiler üzerinde düşünme bilimidir. Matematik, soyutlama bilimidir ve matematiksel kavramlar soyutlama sonucu elde edilmişlerdir. Sayı da bu soyutlamalardan biridir.

Matematik bilgisi, matematik nesneleri ile kazanılır. Bu yüzden öğrenciler bu bilgileri öğrenebilmek için somut nesnelere ve tecrübeler gereksinim duyarlar. Matematiği anlamak demek, matematiksel düşüncelerin birbiri ile olan ilişkisini anlamak demektir. Bilgi, beyinde organize bir şekilde depolanır. Bu şekilde benzer durumlarda bilgiyi kullanmada ya da başka konular hakkında yorum yapmada bu organize bilgilerden yararlanır. Eğer öğrenciler bu şekilde konular arasında doğru bir şekilde bilgiyi ilişkilendirebiliyorsa matematiği anlamış anlamına gelir (Brownell,1972).

2.6. Kavram Öğretimi

Yaşam boyu öğrendiğimiz bilgileri yaşam içinde işlevsel kılarak yaşamımızı kolaylaştıran öğrenme ürünlerine kavram denir. Öğrenme ve öğretme süreçlerinin temeli kavram öğretimine dayanır. Çoğu zaman bir bilginin öğretimine kavramlardan başlanır. Böylece öğrencilerin karmaşık bilgiler arasında anlam kurmaları ve bilgileri kendi akıllarında özetlemeleri daha kolay olur. Aynı zamanda bilgilerimizi düzenlememize de yardımcı olan kavramlar, nesne ve olayları kategorileştirmemize de yardımcı olurlar. Bu nedenle bilgi üretme sistemimizin önemli parçasını oluştururlar (Martorella, 1986).

Kavram öğrenme, diğer öğrenmeler için anahtardır. Temel olarak kavramlar insanların geliştirdikleri olay, olgu, düşünme şekilleri ve edindikleri tecrübeleri ile var olurlar (Ülgen, 2001). İnsanlar ürettikleri bu kavramlarla dünyayı anlamaya çalışırlar. İnsanlar arası iletişim kurmalarına da yine kavramlar yardımcı olur.

Gagne (1977)'ye göre bir kavramın öğrenildiğinin anlaşılabilmesi için bireyin o kavramı kendi cümleleri ile tanımlayabilmesi ve o kavrama ait örnek verebilmesi gerekmektedir.

Turan (2002) de yaptığı araştırmasında öğrencilerin bilimsel kavramları öğrenirken zorluk çektiklerinden bahsetmiştir. Bu nedenle kavram öğretiminin uygun yöntem ve tekniklerle uygulanması oldukça önemlidir. Öğrencilerin kendi başlarına yaptıkları çevre gözlemlerinde elde ettikleri sonuçlarını ders esnasında öğrendikleri teorik bilgilerle bütünleştiremezlerse bilimsel olarak kabul edilmeyen öğrenci kavramları oluşur. Çok iyi öğretim yapıldığı düşünülen sınıfların içinde bile kavram yanlışlığına sahip öğrencilerin var olduğu görülmüştür (Clemenson, 1990). Bu kavramlar yanlış öğrenildiği zaman hem yeni öğrenilecek olan bilgilerin yanlış öğrenilmesine hem de kavramlar arasında anlam karmaşasına neden olurlar. Kavramlarla ilgili bu tip yanlış öğrenmelerin temelinde ise kavramla ilgili verilmesi gereken bilgilerin eksik verilmesidir.

Bir kavramın içerik ögeleri; tanım, ayırt edici özellik, ayırt edici olmayan özellik, örnek olan durum ve örnek olmayan durumlardan oluşmaktadır (Ercan, 2010; Martorella, 1986; Tennyson ve Park, 1980). Kavramları anlamak, kavramların içerik ögelerini anlamaktır. Bu içerik ögelerinden ilki olan tanım, pratik yaşamda karşılaştığımız “nedir?” diye sorduğumuz sorunun cevabı olarak karşımıza çıkmaktadır. Bir terimi tanımlama o terimin yakın cinsi ve bu yakın cinsinden onu ayıran türel ayrım ile meydana gelir. Örneğin “insan” terimi, “akıllı bir hayvan” olarak tanımlanabilir. Bu tanımda “hayvan”, “insan” teriminin yakın cinsi; “akıllı” ise insanı hayvandan ayıran bir türel ayrımdır (Grünberg, 2005).

Önermeler kurarak tanım yaparız. Önerme, en az iki kelimenin özne ve yüklem olarak bir araya gelmesiyle oluşur. Kavramlar ise bir veya birden fazla önerme ile ifade ettiğimiz cümleleri tek bir sözcükle ifade etmemize yardımcı olan bir özetir. Kavramların tanımlarında önermelerden yararlanılmasının asıl nedeni, kavramların anlam ve kaplamalarını yargılar şeklinde ortaya koyabilmektir. Kavramların anlamlarını önermeler kurarak açıklayabiliriz. Öyleyse kavram ve önerme birbirinden farklı şeyler değildir (Özlem, 2003).

Kavramların içerik ögelerinden bir diğeri ise “örnek olan” ve “örnek olmayan” durumlarıdır. Öğrenciler örnek olanlarla örnek olmayanları sürekli olarak karşılaştırırlar. Bu nedenle öğretmen zihninde de bu ayrımın net bir biçimde yapılmış olması gerekmektedir. Örneğin, tamsayılar öğretilirken önce doğru örnekler yani tamsayı olan örnekler verilir. Ardından tamsayı olmayan örnekler yani örnek olmayan durumlar verilir. Daha sonra da örnek olan ve örnek olmayana kavratmak için en az 10 çift sayı verilir. Bu sayı konunun zorluk derecesine göre artırılabilir. Daha sonrada öğrencilerden örnekleri ve örnek olmayanları bulup bunları karşılaştırmaları istenir. Örnek olan ve olmayanlar tartışıldıktan sonra diğer öğrencilerle birlikte fikir birliği yapılır ve böylece tanım yapılmış olur. Kavramlar öğrencilere bu şekilde öğretilirse kavramların içerik ögeleri de daha iyi öğretilmiş olur (Ercan, 2010; Joyce ve Weil, 1996; Bruner, Goodnow ve Austin, 1956).

Bir kavramın örnek olan durumları ve örnek olmayan durumları bir arada verilirse o kavramın sınırları çizilmiş olur (Joyce ve Weil, 1996). Bu nedenle bir kavram öğrencilere öğretilirken öğrenciler bu kavramın, örneklerine, örnek olmayanlarına, örnekler arasındaki ilişkiler ve örnekler arasındaki farklılıklara ve bu farklılıkların vurgulanmasına ihtiyaç duyarlar (Merrill, 2000).

2.7. Sayı Kavramı

Matematiği öğrenmek için anlamak gerekir. Matematiği anlamak için temel bilgileri anlamak ve bu bilgileri kendi aralarında ve gerçek hayat durumları ile ilişkilendirmek gerekir. Sayılar, matematiğin temel bilgilerindendir. Sayılar, insan algısının ve gereksiniminin bir ürünüdür. Sayma, etiketleme, sıralama, kodlama, ölçme vb. eylemler için kullanılan matematiksel nesnelere sayı denir (Argün, Arıkan, Bulut ve Halıcıoğlu, 2014, s.443). Çokluğun değerine sayı denilir. Sayı sözcükleri ise sayıların adlarıdır. On, onbir, oniki, onüç... gibi. Bu sayıların biçim şeklinde gösterilmesine ise rakam denilir. Sayılar arasındaki olan ilişkiler ise işlem kavramları olarak ifade edilir. Toplama, çıkarma, çarpma, bölme...gibi (Ercan, 2010).

Öğrencilerin okulda ilk kazanacağı kavram sayılar kavramıdır. Matematiğin sayı kavramını kullanarak hesaplama ve ölçme teknikleriyle bir akıl yürütme ve düşünme yolu olduğu göz önüne alınırsa sayı kavramının ne kadar önemli olduğu anlaşılır (Pesen, 2003, s. 96).

“İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı”nın büyük bir bölümü sayılar öğrenme alanı ile ilgilidir. Öğrencilerin sayıları ve basamak kavramlarını anlamlı olarak kullanabilmeleri, dört işlem kavramı ile tahmin ve zihinden işlem becerileri geliştirebilmeleri, kesirler, yüzdeler ve ondalık kesirler arasındaki ilişkileri kurabilmeleri, örüntülerdeki ilişkileri belirlemeleri ve tüm bu bilgileri gerçek hayat durumlarına uygulayabilmeleri sayılar öğrenme alanının içerisinde yer almaktadır (MEB, 2009).

Sayı kavramı, somut varlıklar arasındaki somut benzerlikler üzerine kurulmamıştır; matematiğin diğer kavramlarında olduğu gibi insanın düşüncesinde yarattığı bir varlıktır; tamamen zihinseldir (Baykul, 2001, s. 154; Akt: Tosun, 2011). Çocuğun bu soyutlamayı yapabilmesi için başlangıçta yeteri kadar somut nesnelerle sayısal etkinlikler yapılmalıdır. Sayma etkinliklerinde deneyim kazanan öğrenciler somut nesnelere ihtiyaç duymaksızın sayıların büyüklüklerini tahmin edebilir ve zihinden işlem yapabilirler (Olkun ve Uçar, 2007, s. 81-82). Bu nedenle sayı kavramını öğretirken somuttan soyuta bir öğretim izlenir. Böylece soyut bir kavram olan sayı kavramı öğrenci için daha anlamlı hale gelir.

Çocukta sayı, önceleri somut kavramdır. Zaman geçtikçe, sayı kavramları, soyut biçim alır. Aslında sayılar soyut kavramlardır; ancak sayılara ulaşmak somut şekillerde olur. Soyut kavramlar, zekâ ile kavranılan kavramlardır. 15 yaşından sonra öğrencilerde soyutlama kavramı gelişmeye başlar. Bu sebepten, ilkokulda öğretilen matematik dersi,

gerçek matematik dersine hazırlayıcı niteliktedir. Sayılar kullanarak öğretim yapmak ancak zihin geliştikten sonra ortaya çıkar. Çocukta sayı kavramı oldukça geç ve zor gelişir. Beş yaşından önce çocuklar, sayı olarak söyledikleri sözcüklerin gerçek anlamını bilmeden söylerler. Onların söylediği sayılar, çok kez taklit yöntemi ve ezber ile öğrenilmiştir. Okulda öğrenilen bilgilerin çoğu yeni kavramlar ve yeni kurallardır. Daha önceden öğrenilen kurallar da okula gelince değişir. Çocuklar iki yaş civarında azlık çokluk kavramını kazanırlar. Bu yüzden okula yeni gelen çocuk azlık çokluk kavramını bilir. Aynı zamanda çocuk, yetişkinlerin etkisi ile sayıları da ezber yöntemi ile öğrenmiştir. Sayıların anlamı ise daha sonradan ortaya çıkar. Matematik dersinde eğitimin temelini sayı alıştırmaları alır. Somuttan soyuta ilkesi ile sayı kavramları öğrencilere öğretilir (Sağlam,1980; Ercan 2010).

Matematikte sayının tanımı asırlar içerisinde; doğal sayıları, sayma sayıları, tamsayıları, rasyonel sayıları, irrasyonel sayıları, reel sayıları ve kompleks sayıları kapsayacak şekilde genişletilmiştir (Argün, Arıkan, Bulut ve Halıcıoğlu, 2014, s.444).

2.8. Doğal Sayılar

0, 1, 2, 3,...sayılarından her biri (TDK, 2010). Doğal sayılar, ilköğretimde karşılaşılan ilk sayı kümesidir. Doğal sayıların onluk sistemde yazılışına birinci sınıfta başlanıp basamak kavramı ile ikinci sınıfta devam edilerek ilerler. Doğal sayılar adı bu sayıların doğada görüp tanıdığımız sayılar olması fikrinden geldiği rivayet edilir (Argün, Arıkan, Bulut ve Halıcıoğlu, 2014, s.136).

Doğal sayılar kümesi $N=\{0,1,2,3,4,...\}$ ilköğretimin ilk yıllarında üzerinde en çok çalışılan sayı kümesidir. Soyut olan bu kavramları somutlaştırarak öğretim yapmak gerekir. Çocuğun 1 sayısını öğrenebilmesine 1 kalem, 1 bebek gibi somut kavramlar yardım eder.

İlköğretim ikinci sınıftan itibaren öğreilmeye başlanan doğal sayılarla, kümelerde bire bir eşleme yöntemiyle azlık-çokluk karşılaştırmalarından, eşitlik kavramından, büyüklük küçüklük kavramlarından yararlanır. Doğal sayılar kümesinin üzerine sayma sayıları oluşturulur ve sayı sayma işlemlerine geçilir (Sağlam, 1980).

Sayma sayıları ise 1, 2, 3,... sayılarından her biridir. Sayma sayıları, günlük hayatta tanıştığımız ilk sayı kümesidir. Yaşımızı ya da kaç kalemimiz olduğu gibi sorulara sayma sayılarını kullanarak yanıt veririz. Doğal sayılar kümesinden 0 rakamının çıkarılmış halidir.

2.9. Tam Sayılar

Doğal sayılardan sıralama, büyüklük ölçme gibi birçok konuda yararlanılır. Doğal sayılarla yapılan toplama, çarpma işlemleri sonucu yine bir doğal sayı buluruz. Örneğin, “7 cevizimin 3 tanesini kardeşime verdim. Kaç cevizim kaldı?” sorusunun çözümünde yaptığımız $7-3$ işleminin sonucu da yine bir doğal sayıdır. Ancak “ $3-7=?$ ” diye bir soruyla karşılaştığımız zaman bu sorunun cevabını doğal sayılarla bulamıyoruz. Bu sorunun cevabını bulabilmek için sayılar kümesi çıkarma işleminin de her zaman tanımlı olarak yapılabilmesi için genişletilmiştir. Bu da aslında cisim genişlemesidir. Böylece önce tam sayılar daha sonra da rasyonel sayılar, irrasyonel sayılar, gerçel sayılar ve karmaşık (kompleks) sayılar oluşturulmuştur.

Tamsayı, doğal sayılar (0, 1, 2, 3, ...) ile doğal sayıların negatif değerlerinden (... , -3, -2, -1) oluşan sayı kümesidir. Pozitif tamsayıların, sayma sayıları olarak kullanıldığını gösteren belgeler 70 bin yıl öncesine aittir. Güney Afrika’da bulunmuş olan bazı taşların üzerinde, yılın altı ayını, 28 er günlük ay takvimine göre sayan, çentikler atıldığı görülmüştür. Negatif sayılarla ilgili ilk bulgular M.Ö. 100 – M.Ö. 50 dönemi Çin’e aittir. Orta Doğu’da muhasebe kayıtlarında borç veya zarar yerine negatif sayıların kullanılmasına da aynı zamanlara denk gelmektedir. Avrupa’da negatif sayılar ilk defa Leonardo Fibonacci (1170-1250) tarafından 1202 yılında kaleme alınan Liber Abaci adlı eserinde kullanılmıştır (Argün, Arıkan, Bulut ve Halıcıoğlu, 2014, s.509).

$T=\{...-2,-1,0,1,2,3,...\}$ tam sayılar kümesidir. İlköğretimin ilk yıllarında tam sayılar öğretilirken negatif sayılara ve negatif sayılarla işlemlere yer verilmediği için, bu küme öğrencilere tanıtılmaz. Bu kümenin öğrencilere öğretilmesine 6. Sınıfta başlanır. Tam sayıları da kapsayan ve daha geniş bir küme olan rasyonel sayılar ise tam sayılardan farklı olarak iki tamsayının birbirine bölümü ile elde edilen $1/5$, $12/7$, $-3/98...$ gibi kesirleri de içine alır (Ercan, 2010). Tam sayılar konusu önemli bir konudur. Kendisinden sonraki konularla ilişkilidir. İleri seviyede matematik kavramlarının gelişiminde tamsayıların önemi vardır.

Tam sayılar, 6.sınıf matematik müfredatındaki konulardan biridir. Tam sayılar konusu önemli bir konudur çünkü kendisinden sonraki konularla ilişkisi güçlüdür. Cebir gibi ileri seviye matematik kavramlarının gelişiminde tam sayıların ciddi bir rolü vardır ve bu durum tam sayılar konusunu ortaokul matematik müfredatı içerisinde daha önemli ve kritik bir hale getirmektedir (Christou & Vosniadou, 2012, Vlassis, 2004; Akt: Atayev, 2014). Öğrenciler 6.sınıfın ikinci döneminde tam sayılarla ilişkili olan cebir konularını

öğrenmeye başlamaktadırlar. Ayrıca, tam sayılar konusu ile ilişkili olan rasyonel sayıların ve üslü sayıların öğretimi ve öğrenimi de 7.sınıf seviyesinde başlamakta ve sekizinci sınıf seviyesinde de devam etmektedir. Bu durum, tam sayılar konusunun farklı sınıf seviyelerinde ele alınmasının ve çalışılmasının gerekliliğini işaret etmektedir. Sonuç olarak, bu alanlarda yüksek seviyede hazırbulunuşluk sağlamak için, öğrencilerin tam sayılar konusundaki hatalarının tanımlanması öncelikli hale gelmektedir (Atayev, 2014).

2.10. Rasyonel Sayılar

Doğal sayılar ve tamsayıların da yetersiz kaldığı günlük hayat problemleri ile karşılaşabiliriz. Örneğin, “5 şeker 3 öğrenciye eşit olarak nasıl paylaşılır?” sorusu doğal sayılar ve tam sayılarla ifade edilemeyerek, sayılar kümesinin genişletilmesine ihtiyaç duyulmuştur. Tam sayılar kümesi, bölme işlemi ile genişletilerek rasyonel sayılar elde edilmiştir.

Rasyonel Sayı ise x bir tam sayı ve y , 0'dan farklı bir tam sayı olmak üzere x/y biçiminde gösterilen sayıdır (Zazkis ve Sirotic, 2004). M.Ö. 1800 yıllarında kesirler Babil uygarlığında kullanılmıştır. Kesir kavramının gelişimine yönelik en erken delile Mısır matematiğinde rastlanabilmiştir (Argün, Arıkan, Bulut ve Halıcıoğlu, 2014, s.278). Dünya litaretüründe kesir kelimesi,

Eş parçalara bölünmüş bir bütünün parçalarından biri veya birkaçı.

İki sayının birbirine bölünmüş hali.

Bir orandır.

Bir topluluğun veya bir koleksiyonun parçalarından biri veya bazıları anlamlarında kullanılmaktadır (Argün, Arıkan, Bulut ve Halıcıoğlu, 2014, s.280).

2.11. İrrasyonel Sayılar

Rasyonel sayılar, sayı doğrusunda sık aralıklarla olan sayılardır ancak sayı doğrusunu tam olarak dolduramazlar. Bunun nedeni sayı doğrusunda rasyonel olmayan sayılar da vardır. Örneğin, karesi 3 olan sayı x sayısı olsun. x in karesi 2 ise $x = \sqrt{2}$ olur. 2 sayısı 1 ile 4 arasında olup her tarafın karekökü alındığında x sayısının 1 ile 2 arasında olduğu görülür. $x = 1, 4142136...$ şeklinde ondalık basamaklarla devam eden bir sayıdır. Bu uzunluk sayı doğrusu üzerinde olduğu halde rasyonel sayılarla ifade edilememektedir. İşte bu şekilde olan sayılara irrasyonel sayılar denir.

İrrasyonel sayılar ise iki tamsayının oranı şeklinde ifade edilemeyen sayılardır. İrrasyonel sayıların varlığının farkına varılması aşağı yukarı 2500 yıl öncesine dayanmasına rağmen, bu sayıların tam olarak anlaşılması 150 yıl kadar öncesine uzanmaktadır (Argün, Arıkan, Bulut ve Halıcıoğlu, 2014, s.229).

İrrasyonel sayılar kesir olarak ifade edilemeyen ve sonlandırılmayan ve tekrar edilmeyen ondalık sayılardan oluşan sayılardır.

Matematik biliminde bazı temel fonksiyonları ifade etmeye çalışırken farklı irrasyonel sayılarla karşılaşırız. Örneğin, $\cos x$ fonksiyonunun $x = 30$ derecedeki değeri $\frac{\sqrt{3}}{2}$ dir (Adıgüzel, 2013).

İlk önce reel sayılar öğretilirken karşımıza çıkan irrasyonel sayılar, bir dairenin alanının hesabından çevresine veya kareköklü sayılarla işlemlerde de irrasyonel sayılarla karşılaşırız.

2.12. Reel Sayılar

Matematikte reel (gerçek, gerçel) sayılar kümesi, rasyonel yani oranlı sayılar kümesinin evrim süresinden elde edilen varsayım kümesidir. Bu nedenle her oranlı sayı yani rasyonel sayı aslında bir gerçek sayıdır. Reel sayılar, rasyonel sayıların ondalık halinde yazılımlarından sonra virgülden sonra tekrar ederler (0 dahil). Örneğin, $1/5 = 0,20$ gibi.

2.13. Kompleks (Karmaşık) Sayılar

Kompleks ya da karmaşık sayılar, bir gerçek, bir sanal kısımdan oluşan sayılardır. Karmaşık (kompleks) sayılar insanlığın inşa ettiği en geniş sonsuz cisimdir. Kompleks kelimesi Türkçe’de “karmaşık” ya da “anlaşılması zor” anlamında kullanılmaktadır. Bu sayıların karmaşık olarak algılanmasında en büyük sebep bu tür sayıların hem reel hem de sanal kısma sahip olmalarıdır (2014, s.267).

2.14. Matematik Öğretim Programında Sayı Kavramı

Öğrencilerin okulda ilk kazanacağı kavram sayı kavramıdır. Matematiğin sayı kavramını kullanarak hesaplama ve ölçme teknikleriyle bir akıl yürütme ve düşünme yolu olduğu göz önüne alınırsa sayı kavramının ne kadar önemli olduğu anlaşılır (Pesen, 2003, s. 96).

“İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı”nın büyük bir bölümü sayılar öğrenme alanı ile ilgilidir. Öğrencilerin sayıları ve basamak kavramlarını anlamlı olarak kullanabilmeleri, dört işlem kavramı ile tahmin ve zihinden işlem becerileri geliştirebilmeleri, kesirler, yüzdeler ve ondalık kesirler arasındaki ilişkileri kurabilmeleri, örüntülerdeki ilişkileri belirlemeleri ve tüm bu bilgileri gerçek hayat durumlarına uygulayabilmeleri sayılar öğrenme alanının içerisinde yer almaktadır (MEB, 2009).

Sayılar konusu ilköğretimle başlayıp sınıf seviyesi arttıkça genişleyen bir konudur. Öğrencilerin ortaokul ve lisede girdikleri ülke çapındaki sınavlarda matematik bölümündeki soruların sayılar konusuyla doğrudan ilgili olduğu görülmektedir. 2016-2017 TEOG sınavında Türkiye genelinde sınava giren 1.153.551 sekizinci sınıf öğrencinin ortalama 55,35 başarı yakaladıkları görülmüştür (https://odsgm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2017_06/12171001_2017_2.doYnem_Merkezi_Ortak_SYnavY_genel_bilgiler_raporu_12.06.2017.pdf). 2017 yılında YGS sınavında ise Türkiye genelinde sınava giren öğrencilerin, 40 adet sorunun bulunduğu ve konularının dokuzuncu sınıf ve onuncu sınıf matematik derslerinde görülen Temel Matematik (içerisinde Sayılar (üslü sayılar, köklü sayılar, rasyonel sayılar gibi), Fonksiyonlar, Problemler (sayı,yaş,kesir gibi), Polinomlar gibi konuların bulunduğu) dersindeki başarı oranı 5.128 olduğu görülmüştür (<https://dokuman.osym.gov.tr/pdfdokuman/2017/OSYS/YGS/SAYISAL28032017.pdf>).

2.15. Kavramlarla İlgili Yaşanılan Zorluklar

Kavramlar, soyut ve somut olmak üzere ikiye ayrılmaktadırlar. Matematiksel kavramlar genellikle soyut kavramlar olduğundan anlaşılması diğer kavramlara göre biraz daha güçtür. Gerçek hayatta örneklerinin olmaması da anlaşılmasının güç olmasının nedenlerindendir.

Matematiksel kavramların insan zihninde oluşturulması için öğrencilerin belli bir olgunluk düzeyine ulaşmış olması gerekmektedir. Bunun nedeni öğrencilerde görülen kavram yanılgılarının sonraki öğrenmeler için engel teşkil etmesidir. (Driver ve Easley, 1978).

Öğrencilerin yanlış inanç ve yanlış deneyimleri sonucunda ortaya çıkan davranışlara kavram yanılgısı denir. (Baki, 1999). Bir başka tanım ise kavram yanılgısının öğrencilerin bilimsel olarak öğrenilmesi gereken tanımdan başka ve bilimsel tanımdan farklılıklar göstererek öğrenilmesi olarak tanımlamıştır (Stepans,1996).

Öğrencilerde kavramlarla ilgili zorluk yaşanmasını önleyebilmek için, öğretilen konuların daha önce öğretilmiş bilgilerle organize bir şekilde öğretilmesi gerekmektedir. Bunun aksi bir durumda yeni bilgiler öğrenciler tarafından tam olarak benimsenemez.

Belli bir sınıfa ait bir kural, prensip veya kavramların diğer sınıflarda da işliyormuş gibi düşünülmesi ve diğer sınıflara da yayılmasına aşırı genelleme denir. Buna örnek olarak, sadece doğal sayılar üzerinde yapılan işlemlerde geçerli olan bazı durumların tüm sayı sistemlerinde de işliyor gibi düşünülmesi olabilir (Palabıyık, 2016). Başka bir örnek “çarpma işleminin sonucu çarpan ve çarpılandan büyüktür” özelliğini devirli ondalık gösterime sahip olan sayılar için genelleyerek “devirli ondalık gösterime sahip iki sayının çarpımı çarpan ve çarpılandan büyüktür” düşüncesinde olabilmektedir (Burcu Dereli, 2015).

Kavramların öğretimine yeterince önem verilmediği takdirde yaşanan bu zorluklar katlanarak artmakta ve bu zorluklar yeni bilgileri öğrenmeye engel olmaktadır. Bu nedenle yanlış kavramların oluşmasına engel olunmalıdır. Eğer öğrencide yanlış kavram oluştuğu fark edilirse bu durum hemen düzeltilmeye çalışılmalıdır. Çünkü öğrencilerin yeni bilgileri öğrenmesinde kavramlar çok önemlidir (Ersoy, 2010).

2.16. İlgili Araştırmalar

Bu bölümde araştırma konusu ile ilgili yurt içinde ve yurt dışında yapılan çalışmalara yer verilmektedir.

2.16.1. Yurt İçinde Yapılan Araştırmalar

Orhun (1998), cebir öğretiminde aritmetik işlemlerdeki üslü ve köklü çokluklardaki yanlışların tespiti üzerine bir araştırma yapmıştır. Ve araştırmanın sonucunda öğrencilerin bir sayının negatifinin karesi ile bu sayının karesinin negatifini ayırt etmede oldukça zorlandıklarını tespit etmiştir. Daima pozitif sayıların kareköklerinin tanımlı olduğunu ve a sayısı negatif ise $\sqrt{a^2} = a$ nın doğru olmadığını birçok öğrencinin fark etmediği tespit edilmiştir.

Baki (1998), yaptığı çalışmasında ortaöğretim öğrencilerinin cebir konusunda yaptıkları işlem hataları üzerinde durmuştur ve öğretmenlerin bu hatalar hakkındaki görüşlerini ve önerilerini ortaya koymuştur. Araştırma sonucunda ise öğrencilerin işlem sırasında parantez alma, sayının işaretinde, sayısal verilerle ilgili akıl yürütmede, sözel olarak verilen ifadeleri cebirsel olarak ifade etme vs. yanlışlara düştüklerini tespit

etmiştir. Bunun yanı sıra öğretmenlerin, öğrenciler hakkında tahmin ettikleri yanlışlıkların yüzdeleri ile gerçekte oluşan yanlışlıkların yüzdeleri arasında da anlamlı bir fark olduğunu tespit etmiştir.

Ceylan (2001), cebir öğretiminde yanlışlıkların tespit edilmesi ve bu yanlışlıklara karşı alınması gereken tedbirlerin neler olacağı üzerine bir araştırma yapmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin harfli olan ifadeleri anlamada, harfli ifadelerle toplama, çıkarma, çarpma ve bölme yapmakta oldukça zorlandıklarını yanlışlıklarının ve yanlışlıklarının olduğunu tespit etmiştir. Ayrıca problemleri günlük hayata uyarlamada, model kurmada sorun yaşadıklarını tespit etmiştir.

Kaynak vd. (2001), sayı kavramları konusunda yanlışlıkların belirlenmesi ve giderilmesi hakkında bir çalışma yapmıştır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin kavram yanlışlıklarına sahip oldukları belirlenmiştir. Bunun yanı sıra lise düzeyindeki öğrencilerde dahi sayı kavramının tam anlamıyla oluşmadığını ve sınıf düzeyi ilerledikçe bazı kavramların oluşumunun iyi olmasına rağmen bazı kavramların kaybolduğu tespit etmiştir.

Işık (2001), ilköğretim matematik öğretiminde öğretilmesinde zorluk çekilen kavramların tespiti ve bu durumun giderilmesi amacıyla bir araştırma yapmıştır. Araştırmanın sonucunda olması gereken ideal düzeyde bir sistem olmadığı için kavram öğretiminde ve kavramların kullanılmasında yeterli başarı sağlanamadığı ancak gelecekte bu olumsuzlukların azalacağı ve kavramların ezberletilmeden daha kalıcı olarak kavratılacağı belirtilmiştir.

Şenay (2002), öğrencilerin üslü sayılar ve köklü sayıların öğretiminde yaptıkları hatalar ve kavram yanlışlıklarını araştırmak için bir araştırma yapmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin, üslü ve köklü sayılarla ilgili tanıma ve işlem yapabilme konularında zorlandıkları ve bu konularda kavram yanlışlıklarının olduğu tespit edilmiştir. Üslü ve köklü sayılarla ilgili kural ve kavramları yeterli düzeyde bilmedikleri bu sebeple de birbirine karıştırdıkları tespit edilmiştir.

Cengiz (2006), reel sayıların öğretiminde öğrencilerin kavram yanlışlıklarını ve yaptıkları hataları tespit etmek amaçlanmıştır. 163 dokuzuncu sınıf öğrencisi ile yapılan çalışmada veri toplama aracı olarak rasyonel sayılar bilgi testi, üslü ifadeler bilgi testi ve köklü ifadeler bilgi testi kullanılmıştır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin rasyonel sayılar, üslü ifadeler ve köklü ifadelerde yanlışlıklar ve hatalarının olduğu, kuralları birbirine karıştırdıkları bulunmuştur.

Özçifçi (2007), İlköğretim 7. sınıfta öğretilmeye başlanan Rasyonel Sayılar konusunda öğrencilerin hataları ve yanlışlarını araştırmıştır. Araştırma sonucunda; öğrencilerin rasyonel sayıları kavrama, işlem yapma, diğer sayı kümeleri ile olan ilişkilerini ifade etme, sıralama, kuvvet alma, işlem sırasını belirleme ve tam sayılar konusundaki eksik öğrenmelerden kaynaklanan yanlışlarının ve hatalarının olduğu tespit edilmiştir.

İşgüden (2008), yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin tam sayılar konusunda hatalarını belirlemek amacıyla yaptığı araştırmada öğrencilerin “0” sayısının tam sayılar kümesine ait olup olmama, pozitif ve negatif sayıları tanımlama, sayı doğrultusuna yerleştirme, negatif sayıları karşılaştırma, mutlak değerin anlamı, negatif sayıların kuvvetlerini alma, işlem önceliği konularında güçlük yaşadıklarını ortaya koymuştur.

Ercan (2010) yedinci sınıf öğrencilerinin, matematik dersinde tam sayı kavramının örneklerini ve örnek olmayanlarını sınıflama davranışlarının ve sınıflama davranışları için belirttikleri gerekçelerin nasıl olduğunu araştırmıştır. Araştırmanın sonucunda araştırmaya katılan öğrencilerin çoğunun tam sayı kavramının örneği olan ve olmayan sayıları doğru tanıdıkları sonucuna ulaşılmıştır.

İymen (2012) sekizinci sınıf öğrencilerinin, üslü ifadelerle ilgili sorulardaki sayı duyularının, sayı duyusu bileşenleri tarafından incelenmesini araştırmıştır. Araştırmayı 20 sekizinci sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmada veri toplama aracı olarak Pitta-Pantazi, Christou ve Zachariades (2007) tarafından geliştirilen üslü sayı testini kullanılmıştır. Araştırma sonucunda sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü sayılarla ilgili sayı duyularını yeterince kullanmadıkları, kısa ve pratik çözümler yerine uzun ve işleme dayalı çözümleri tercih ettikleri, sayı duyusu bileşenleri bakımından yetersiz kaldıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Adıgüzel (2013) yaptığı araştırmasında sekizinci sınıf öğrencileri ve matematik öğretmen adaylarının irrasyonel sayılar konusundaki bilgilerini ve kavram yanlışlarını belirlemek, öğretmen adaylarının irrasyonel sayı bilgileri ile sekizinci sınıf öğrencilerinin irrasyonel sayı bilgilerini görmek ve bu bilgiler doğrultusunda konuyu daha iyi kavrayabilmek için çözüm yolu üretmeyi amaçlamıştır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerde irrasyonel sayılarla ilköğretimden başlayan ve üniversite sonuna kadar devam eden bilgi eksiklerinin olduğu ulaşılmıştır. Öğrenciler ve matematik öğretmen adaylarının sezgisel düşünce ile irrasyonel sayılar konusunu daha kolay anladıkları bulunmuştur. Bu nedenle eğitim esnasında öğrencileri daha çok düşündürecek çalışmaların yapılması bu eksikliklerin önlenmesine katkı sağlayacağı önerilmiştir.

Çavuş Erdem (2013), “Öğrencilerin denklem konusundaki hata ve kavram yanlışlarının belirlenmesi ve bu hata ve yanlışların nedenleri ve giderilmesine ilişkin öğretmen görüşleri” adlı yüksek lisans tezinde 7. sınıf öğrencilerinin denklemler konusundaki hata ve kavram yanlışlarını belirlemek ve bu hata ve yanlışlara ilişkin öğretmenlerin görüşlerini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırma sonucunda, 7. Sınıf öğrencilerinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem konusuna ilişkin bazı hata ve kavram yanlışlarına sahip oldukları saptanmış, öğretmenlerin ise bu hata ve kavram yanlışlarının sebeplerini öğrencilerin yaşıyla ve müfredattaki zaman yetersizliğiyle ilişkilendirdikleri, hata ve yanlışların giderilmesi konusunda da önerdikleri çözüm stratejilerinin klasik olduğu tespit edilmiştir.

Özdeş (2013) dokuzuncu sınıf öğrencilerinin doğal sayılar konusundaki hata ve kavram yanlışlarını ve bu hata ve kavram yanlışlarının cinsiyete göre anlamlı bir farklılık gösterip göstermediğini araştırmıştır. 26 maddeden oluşan teşhis testi ile topladığı verilerde, öğrencilerin doğal sayılar, üslü ifadelerle ait özellikler, taban aritmetiği, asal sayılar, aralarında asal sayılar, bir doğal sayıyı asal çarpanlarına ayırma, bir doğal sayının pozitif bölenlerinin sayısı ve faktöriyel konularında kavram yanlışları ve hatalarının olduğu tespit edilmiştir. Bu hata ve kavram yanlışlarının cinsiyete göre anlamlı bir farklılık göstermediği belirtilmiştir.

Yücesan (2013) araştırmasında, ortaöğretim öğrencilerinin üslü ve köklü ifadelerdeki uygulamalardaki hatalarını ve öğrenci merkezli sistemin kavram yanlışlarını ve öğrenme güçlüğüne ne oranda azalttığını araştırmak amaçlanmıştır. Yapılan araştırma sonucunda yeni modelin kavram yanlışlarını azaltmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Zengin (2013) araştırmasında, yedinci sınıfta okutulan rasyonel sayılar konusunda öğrencilerin kavram yanlışları ve hatalarını araştırmıştır. Öğrencilere uygulanan teşhis testi sonunda öğrencilerin rasyonel sayıları kavramada, rasyonel sayılarla işlem yapmada, rasyonel sayıların diğer sayı kümeleri ile ilişkisini ifade etmede, işlem sırasını belirlemede, sıralamada ve tam sayılar konusundaki eksik öğrenmelerinden kaynaklanan yanlışlarının ve hatalarının olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Gedik (2014) araştırmasında ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematik alan bilgilerini geliştirme sürecinde hata temelli aktivitelerin etkisini incelemektir. Bu amaca yönelik 5 ortaöğretim matematik öğretmeninden oluşan çalışma grubu ile hata temelli aktiviteler gerçekleştirilmiştir. 9 hafta boyunca öğretmenlerle hata temelli aktiviteler üzerine odak grup görüşmeleri yapılmıştır. Veriler; öğretmenlerin yazılı görüşleri, odak grup görüşme sürecinin video kayıtları, günlükler, yarı-yapılandırılmış görüşmeler ve

araştırmacının gözlemleri yoluyla toplanmıştır. Çalışmadan elde edilen veriler, hata temelli aktivitelerin ortaöğretim matematik öğretmenlerinin kendi matematik alan bilgilerini geliştirme sürecine hem bilişsel hem de duyuşsal pozitif etki sağladığını göstermiştir. Hata temelli aktivite uygulamalarının çalışma grubundaki öğretmenler üzerinde özellikle motivasyonel bir etki yaptığı, öğretmenlerin bakış açılarını ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirdiği, öğretmenleri kavramsal öğrenmeye yönelttiği, dikkat ve farkındalılığı artırdığı sonuçlarına ulaşılmıştır. Bunun yanı sıra hata temelli aktivite uygulamalarının özellikle öğretmenleri araştırmaya sevk ederek, onların kendi matematik alan bilgilerini geliştirmeye yönelttiği sonucuna ulaşılmıştır.

Atayev (2015) altıncı sınıf öğrencilerinin tam sayıları kavrama ve sıralama kavramlarındaki başarı düzeylerini, yaptıkları hataları ve bu hataların nedenlerini araştırmıştır. Araştırmanın sonucunda, katılımcıların kavrama sorularındaki başarılarının yüksek, sıralama sorularında orta seviyede olduğu bulunmuştur. Ayrıca, bulgular öğrencilerin tam sayıları kavrama ve sıralama konularında hatalar yaptığını göstermiştir. Kavrama soruları için belirlenen hatalar; eksik çözüm stratejisi uygulama, yanlış sembol manipülasyonu, pozitif ve negatif işaretlerin yanlış kullanımı, verilen bilgi ihmal ve yanlış hizalamadır. Sıralama soruları için belirlenen hatalar; ters sıralama, rastgele sıralama, yanlış referans noktası alma, yanlış sembol manipülasyonu, pozitif ve negatif işaretlerin yanlış kullanımı, verilen bilgi ihmal ve yanlış hizalamadır. Öğrencilerin yaptıkları hataların sebepleri; sayı doğrusu üzerindeki sayıların büyüklüğünü yanlış anlama, soruyu dikkatsiz okuma, aynı işaretli tam sayıların farklı işaretli tam sayılara göre daha yakın olduğunu varsayma ve son olarak doğal sayıların özelliklerini tam sayılara genelleme olarak belirtilmiştir.

Palabıyık (2016) ilköğretim 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin ondalık sayılar konusundaki kavram yanlışlarının ve hatalarının tespit edilmesi amaçlanmıştır. Çalışma öğrencilerin mevcut durumunu ortaya koymak için nicel ve nitel yöntemlerin birlikte kullanıldığı karma yönteme göre tasarlanmıştır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin ondalık sayılar konusunda kavram yanlışlarına ve hatalara sahip oldukları tespit edilmiştir. Öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmeler sonucunda kavram yanlışları hakkında detaylı bilgiler elde edilmiştir.

2.16.2. Yurt Dışında Yapılan Çalışmalar

Roby (1981) “Models For The Of Integers And The Learning Of Integer Concepts At The Elementary School Level” adlı çalışmasında öğrencilerin kavram yanılgıları ve öğrencilerin tamsayı kavramını ne kadar öğrendiklerini değerlendirmek araştırılmıştır. Üçüncü sınıf düzeyinde 120 öğrenci ile çalışılmıştır. 12 ders boyunca öğrencilere somut-manipülatif, somut-temsili veya şematik modelleme ile tamsayı kavramları öğretilmiştir. Ön test ve son test yapılmıştır. Araştırmanın sonucunda ön test ile son test arasında fark bulunmuştur. Somut manipülatif modelin diğer iki modelden daha hızlı öğrenildiği bulunmuştur.

Virvou ve Tsriga (2000) “Involving Effectively Teachers and Students in The Life Cycle Of An Intelligent Tutoring System” adlı çalışmalarında öğretmen ve öğrencilerin akıllı bir ders sisteminde yapabileceklerini araştırmaktadır. Bu çalışmada cebir öğretimi için “EasyMath” adı verilen bir sistem geliştirilmiştir. Bu çalışma, 4 öğretmen ve 240 öğrenciyle yapılmıştır. Araştırmanın bulguları, cebir konusunda yapılan yaygın yanlışlıkları listelemek için kullanılmıştır. Çalışma sonunda uygulanan ankete göre öğrenci ve öğretmenler bu sistemden oldukça memnun kaldıklarını ifade etmişlerdir. Yapılan ön test ve son test arasında da olumlu bir fark bulunmuştur.

Thompson ve Bramald (2002) “An Investigation of the Relationship Between Young Children’s Understanding of the Concept of Place Value and their Competence at Mental Addition, Report for the Nuffield Foundation” adlı çalışmasında, 2., 3. ve 4. Sınıf öğrencilerinin basamak değeri kavramı konusundaki hatalarıyla ilgili bilgilerini araştırmıştır. Her sınıf düzeyinden 48 öğrenci bulunan ve toplamda 144 öğrenci ile yapılan bu araştırmada 2. Ve 3. Sınıf öğrencilerinin basamak değeri kavramını anlamakta güçlük çektikleri ve işlem yaparken zorlandıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Thanheiser (2005) “Preservice Elementary School Teachers’ Conceptions of Multidigit Whole Numbers” adlı çalışmasında, okul öncesi öğretmenlerinin büyük tam sayılarla ilgili bilgilerini araştırmıştır. Araştırmada ilköğretim öğretmenlerinin büyük tam sayılarla ilgili kavramlarda zorlandıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Ketterlin-Geller, Jungjohann, Chard ve Baker (2007) “From Arithmetic to Algebra” adlı çalışmasında öğrencilerin sayıları öğrenme konusunda hatalarını, öğrencilerin tam sayılarla toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerini öğrenirken hata yaşadıklarını belirtmiştir.

Shteingold (2008) “Young Children Thinking About Negative Numbers” isimli doktora araştırmasında negatif sayıları anlatmış. Sayıların ordinallığı ve kardinalliği ile ilgili uygulamalar yapmış, hem bu uygulamalardan önce hem de her uygulamadan sonra seçilen öğrencilerle görüşmeler yapmıştır. Araştırmasının sonunda ikinci sınıf düzeyindeki öğrencilerinin negatif sayıları öğrenebilecekleri sonucuna ulaşılmıştır.

Hackenberg ve Tillema (2009) Students’ whole number multiplicative concepts: A critical constructive resource for fraction composition schemes adlı çalışmalarında 8 aylık bir süre içinde tam sayılarla çarpma ve bölme işlemleri üzerine altıncı sınıf öğrencileriyle yapılmış ve sonuç olarak öğrencilerin kesirlerde çarpma işleminin içselleştirme ile olacağı bulunmuştur.

Bush (2011) “Analyzing common algebra-related misconceptions and errors of middle school students” isimli doktora çalışmasında 6. Sınıf ve sekizinci sınıf öğrencilerinin Welder’in 9 ön şartlı koşuluna göre yanlışları sınıflandırmıştır. Welder’in 9 ön şartı ise 1. Sayı ve sayısal işlemler, 2. Kesirler ve oranlar, 3. İşlem sırası, 4. Eşitlik, 5. Örüntü, 6. Cebirsel semboller ve harf kullanımı, 7. Cebirsel denklemler, 8. Fonksiyonlar, 9. Grafikler. Altıncı sınıf ve sekizinci sınıf öğrencilerine uygulanan testler sonrasında da öğrencilerin gösterdiği hatalar ve kavram yanlışlarını derinlemesine anlamak için açık uçlu sorular sorulmuştur. Araştırmanın sonucunda tamsayıların temel hesaplamasında zorluk çektikleri bulunmuştur.

Dalehefte, Seidel ve Prenzel (2012) okulda hatalardan öğrenmenin yansımalarını belirlemek amacıyla Almanya ve İsviçre’de bir çalışma yapmışlardır. Araştırmacılar, öğretmenlerin hatalardan öğrenme ve yanlışları kullanma konusundaki video çalışmalarından nasıl öğrenebilecekleri ve öğrencilerin hatalardan öğrenmesine yardımcı olabilecek şartları ortaya koymaya çalışmışlardır. Çalışmada anketler, testler, görüşme ve video verileri ile çoklu metotlar kullanılmıştır. “Öğretimsel aktiviteler”, “hedef netlik ve tutarlılığı”, “dersin içerisine yerleştirilen deneyimler”, “sürece dayalı öğretim”, “öğrenme odaklı hatalarla başa çıkma kültürü” konuları hedeflenmiştir. Sonuç olarak, İsviçreli öğrenciler hatalardan öğrenme hususunda Alman öğrencilere nazaran daha iyi öğrenme ortamına sahiptirler.

Saxe, Shaughnessy, Gearhart ve Halda (2013) “Coordinating numeric and linear units: elementary students’ strategies for location whole numbers on the numer line” adlı çalışmalarında iki grup üzerinde sayı doğrusu ile çalışmışlar, öğrencilerden sayı doğrusunda ardışık tam sayıları yerleştirmeleri ile ilgili olan araştırmanın sonucunda kavramsal zorluklar olduğu bulunmuştur.

Shabanifar (2014) “Matematik Öğretmenlerinin Köklü Sayılar Konusundaki Pedagojik Alan Bilgilerinin Öğrenci Zorlukları Bağlamında İncelenmesi” adlı araştırması İranlı lise matematik öğretmenleri ile yapılmış ve araştırmada öğretmenlerin alan eğitimi bilgilerinin yeterli düzeyde olmadığı tespit edilmiştir. Ayrıca öğretmenlerin, öğrenci zorlukları konusunda yeterli bilgiye sahip olmadıkları ve öğrenci zorluklarının tespitine ve giderilmesine yönelik yeterli beceriye sahip olmadıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Hoof, Verschaffel ve Dooren (2015) “Inappropriately applying natural number properties in rational number tasks: characterizing the development of the natural number bias through primary and secondary education” adlı araştırmalarında doğal sayı önyargısının rasyonel sayıları anlamayı nasıl etkilediği üzerine 4. ve 12. Sınıflar arasındaki öğrencilerle üç aşamada (yoğunluk, boyut ve işlemler) olarak çalışmışlardır. Araştırmaya 1343 ilkokul ve ortaokul öğrencisi katılmıştır. Araştırma sonucunda, öğrencilerin rasyonel sayıları öğrenirken doğal sayı yanlışlığının bulunabileceğini, ondalık sayılar ve kesirli ifadelerde eşit derecede yanlışlık olduğu, doğal sayı önyargısının en yoğun yoğunluk kısmında en zayıf da boyut kısmında olduğu bulunmuştur. Ayrıca sınıf seviyesi ilerledikçe önyargının da azaldığı hatta ortadan kaybolma noktasına geldiği bulunmuştur.

Ulaşılabilen kaynaklarla sınırlı olmak üzere sayılar ve öğretimi ile ilgili çeşitli çalışmalara rastlanmış olup bu çalışmaların çoğunu doğal sayılar, tam sayılar, rasyonel sayılar, üslü sayılar, köklü sayılar konusu ile ilgili oldukları, sayılarda dört işlem, dört işlemle ilgili hataların neler olduğu, bu hataların nasıl giderileceğine yönelik programlar ve sıralama olduğu görülmüştür. Aynı ayrı rasyonel sayılar, üslü sayılar ve köklü sayıların çalışıldığı çalışmalara da rastlanmıştır. Rasyonel sayılar, üslü sayılar ve köklü sayıların iki farklı sınıf düzeyinde birlikte ele alındığı ve öğrencilerin bu sayılarla yaptıkları işlemleri ile ilgili bir çalışma olmadığı görülmüştür. Sayılar, matematiğin önemli temel konularından olup, kavratılması, kavratılması sırasında karşılaşılan hatalar ve bu hataların sınıf ilerledikçe devam edip etmediği konularında yapılacak çalışmalar, bu hataların düzeltilmesi açısından önemlidir.

BÖLÜM III

YÖNTEM

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu çalışmada sekizinci ve dokuzuncu sınıf öğrencilerinin matematik dersinde üslü sayılar, köklü sayılar, rasyonel sayılar ve işlemlerle ilgili yaptıkları hataların incelenmesi amaçlanmaktadır. Bunun yanı sıra öğrencilerin yaptıkları hataların nedenlerinin öğretmen görüşlerine dayalı olarak değerlendirilmesi de amaçlanmaktadır. Belirtilen amaçlar doğrultusunda bu araştırma nicel ve nitel yöntemlerin birlikte kullanıldığı karma yöntem tekniklerinden sıralı karma yönteme göre tasarlanmıştır.

Sıralı karma yöntemle nicel aşamada kullanılan son örneklem, daha sonraki nitel aşamada örneklem seçme için belirleyici olarak kullanılır (Baki ve Gökçek, 2012).

Nicel araştırmalar, sistemli ve karşılaştırılabilir. Hipotezlere dayanır ve bu hipotezler test edilerek sayısal değerlerle ifade edilir ve ölçülür. Bu araştırmanın nicel boyutunda betimsel tarama modelinden yararlanılacaktır. Tarama modeli, geçmişte veya günümüzde var olan bir olayı değiştirmeden, olduğu gibi betimlemeye çalışmak şeklinde tanımlanır. Tarama modelinde nesneler değişime uğramadan olduğu şekliyle tanımlanır (Özkan, 2015). Nicel araştırmalar, geniş örneklem gruplarına ulaşmaya olanak sağlar. Ancak, araştırmaya katılanların isteksizliği, yanlış kodlama yapılması gibi hatalı sonuçların çıkmasına da neden olabilir. Bu nedenlerden dolayı bu çalışmada nicel yöntemlerin yanında nitel yöntemlerden de yararlanılacaktır.

Nitel araştırmanın temelinde iletişim vardır (Morse, 2005; Tosun, 2011). Nitel araştırmada amaç, araştırılan konunun okuyucuya gerçekçi ve bütüncül bir şekilde resmetmektir (Shabanifar, 2014). Nitel araştırmanın temel özellikleri, (Tosun, 2011; Hoepfl, 1997; Maykut ve Morehouse, 1994)

- Nitel araştırmalarda veri toplama aracı olarak doğal olgular kullanılır. Araştırmacı gözlem, görüşme ve veri yorumlama süreçlerinde yansızlığını korur,
- Araştırmacı aynı zamanda veri toplama aracıdır,
- Esas olarak tümevarım yöntemi kullanılır,
- Tanımlayıcıdır ve yorumlamayı kapsar,

- Araştırma deseni sürekli değiştirilebilir,
- Katılımcılar amaçlı olarak belirlenir, biçimindedir.

3.2. Evren ve Örneklem

Araştırmanın evrenini, Adana ilinin Ceyhan ilçesindeki sekizinci sınıf ve dokuzuncu sınıf öğrencileri oluşturmaktadır.

3.2.1. Nicel Veriler İçin Örneklem

Araştırmanın nicel kısmı için çalışma örneklemini, Adana ilinin Ceyhan ilçesinden küme örnekleme yöntemi ile seçilmiş sekizinci sınıf ve dokuzuncu sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Küme örnekleme yöntemi, evrenin içerisinde birbiriyle benzer amacı olan ve içerisinde çeşitli elemanları olan kümelerden oluşur. Araştırma, evren üzerinden seçilecek kümelerle yapılacaktır. Evren içerisindeki bütün kümelerin tek tek eşit seçilme şansının olduğu durumda yapılan örnekleme yöntemi küme örnekleme yöntemidir (Karasar, 2009; Yıldırım ve Şimşek, 2008). Oranlı ve oransız olmak üzere iki çeşit küme örnekleme yöntemi bulunmaktadır. Bu çalışma oransız küme örnekleme yöntemi ile yapılacaktır. Oransız küme örnekleme, evrendeki tüm kümelerin eşit seçilme şansının olduğu örnekleme türüdür.

Çalışma, 2017-2018 eğitim öğretim yılı içerisinde Adana ili Ceyhan ilçesinde bulunan Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı resmi ilköğretim okullarına devam eden 302 sekizinci sınıf öğrencisi ve ortaöğretim okullarına devam eden 309 dokuzuncu sınıf öğrencisi olmak üzere toplam 611 öğrenci ile yapılmıştır. Araştırmaya katılan öğrencilerin cinsiyete ve sınıf düzeyine göre dağılımı Tablo 1'de sunulmuştur.

Tablo 1

Araştırmaya Katılan Öğrencilerin Cinsiyete ve Sınıf Düzeylerine Göre Frekans ve Yüzde Dağılımı

Değişkenler		f	%
Cinsiyet	Kız	329	53.84
	Erkek	282	46.16
	Toplam	311	100
Sınıf Düzeyi	8.sınıf	302	49.4
	9.sınıf	309	50.6
	Toplam	611	100

Tablo 1’de görüldüğü gibi araştırmaya katılanların %53.84’ü kız, %46.16’sı erkektir. Öğrencilerin sınıf düzeylerine göre dağılımları incelendiğinde, %49.4’ü sekizinci sınıf ve %50.6’sı dokuzuncu sınıf öğrencilerinden oluşmaktadır. Bu verilere göre tanı testi uygulanan öğrenci sayılarının cinsiyete ve sınıf düzeylerine göre dağılımlarının birbirine yakın olduğu söylenebilir.

Araştırma Adana ili Ceyhan ilçesindeki 37 ilköğretim okulları ve 33 ortaöğretim okulları listeleri Milli Eğitim Müdürlüğünden alınarak 3 ilköğretim okulu ve 3 ortaöğretim okulu ile yapılmıştır. Araştırmaya katılan üç ilköğretim okulunun isimleri öğrencilerinin LGS sınavındaki başarılarına göre A, B ve C olarak, üç ortaöğretim okulunun isimleri öğrencilerinin TYT, YKS sınavı başarılarına göre D, E ve F olarak kodlanmıştır. Okullara göre öğrenci sayıları ve yüzdelik dağılımları tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2

Araştırmaya Katılan Öğrencilerin Okullara Göre Frekans ve Yüzde Dağılımı

Okul Adı	f	%
A	96	15.7
B	103	16.9
C	103	16.9
D	96	15.7
E	110	17.9
F	103	16.9
Toplam	611	100

Tablo 2’de görüldüğü gibi %15.7’si (96) A okulunda, %16.9’u (103) B okulunda, %16.9’u (103) C okulunda öğrenimine devam eden sekizinci sınıf öğrencileri, %15.7’si (96) D okulunda, %17.9’u (110) E okulunda ve %16.9’u (103) F okulunda öğrenimine devam eden dokuzuncu sınıf öğrencileri araştırmaya katılmıştır.

3.2.2. Nitel Veriler İçin Örneklem

Araştırmanın nitel verilerinin sağlanması da yine küme örnekleme yöntemi ile seçilen okullardaki nitel araştırma yöntemlerinden olan kolay ulaşılabilirlik durum örnekleme kullanılmıştır. Bu yöntem araştırmaya hız ve pratiklik kazandırmıştır. Yıldırım ve Şimşek ‘e (2008, 113); göre kolay ulaşılabilirlik durum örnekleme, araştırmacının erişilmesi kolay ve yakın olan durumları seçmesini ifade eder. Gönüllülük esasına dayandırılarak araştırmaya katılan sekizinci sınıf ve dokuzuncu sınıf matematik öğretmenleri ile önceden belirlenen yer ve zamanda görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Araştırmaya katılan öğretmenlerin demografik özellikleri Tablo 3’te sunulmuştur.

Tablo 3

Araştırmaya Katılan Öğretmenlerin Demografik Özellikleri

Demografik Özellikler		f
Cinsiyet	Kadın	7
	Erkek	4
	Toplam	11
Mesleki Kıdem Yılı	0-5	4
	6-15	2
	16-25	5
	Toplam	11

Tablo 3 incelendiğinde araştırmanın çalışma grubunu oluşturan öğretmenlerin 7’si kadın, 4’ü erkek olup mesleki kıdemleri açısından gruplandırıldığında 4’ü 0-5 yıl, 2’si 6-15 yıl ve 5’i 16-25 yıl kıdeme sahip olduğu görülmektedir.

3.3. Veri Toplama Araçları

Araştırmada veri toplama aracı olarak Hoof, J., Verschaffel, L., Dooren, W. (2015)’ dan ve Bush (2011)’den yararlanılarak araştırmanın amacına uygun şekilde bir tanı testi

taslak olarak hazırlanmıştır. Bu taslak tanı testinin rasyonel sayılarla ilgili bölümleri Hoof, J., Verschaffel, L., Dooren, W. (2015)' dan ve üslü sayılar, köklü sayılarla ilgili bölümleri ise Bush (2011)'den yararlanılarak hazırlanmıştır. Ayrıca hazırlanma aşamasında ilköğretim ve ortaöğretim programlarının ilgili kazanımlarına uygunluğu göz önüne alınmıştır. Hazırlanan test üç matematik öğretmeni ve matematik eğitimi alanında bir uzmanın görüşlerine sunulmuştur. Uzman görüşleri doğrultusunda testin ölçmeyi hedeflediği davranışlar yönüyle kapsam geçerliliğine sahip olduğunu ortaya koymuştur. Taslak tanı testi 27 sorudan ve bazı sorularda bulunan alt maddelerle birlikte toplam 45 maddeden oluşmaktadır. Bu taslak tanı testinde üslü sayılarla ilgili 22 madde, köklü sayılarla ilgili 9 madde ve rasyonel sayılarla ilgili 14 madde bulunmaktadır.

Hazırlanan taslak tanı testinin öğrenciler tarafından anlaşılıp anlaşılmadığını belirlemek için 2017-2018 eğitim-öğretim yılı güz döneminde LGS sınavı başarısına göre iyi düzeyde olan Ceyhan ilçesinde yer alan bir Anadolu Lisesine devam eden 15 öğrenciye pilot olarak yüz yüze uygulanmıştır. Uygulama aşamasında öğrencilere araştırmanın amacı hakkında bilgi verilmiş ve anlamadıkları bir ifade olup olmadığı kontrol edilmiştir.

Deneme uygulaması sonrasında madde analizi ve test analizi yapılmıştır. Uzman görüşü doğrultusunda bir madde çıkarılmış ve 44 madde üzerinden madde analizi yapılmıştır. Madde analizinde, her maddenin güçlük ve ayırıcılık indisleri hesaplanmıştır. Ayırıcılık indisi .20 nin altında olan maddelerin tanı testinden çıkarılması planlanmıştır. Ayırıcılık indisi .20 nin altında madde bulunmamıştır. Bunun yanında alt ve üst %27'lik dilimler arasında anlamlı farklılık olup olmadığı, bağımsız gruplar t-testi ile test edilmiştir. Sonuçlar değerlendirildikten sonra tanı testi son halini almıştır. Son biçimi verilen test maddeleri ile bu maddelerin güçlük indisleri (P_j), ayırıcılık indisleri (r_{jx}), madde standart sapmaları (S_j) ve t-testi değerleri (t) ile p değerleri tabloda yer almaktadır. Madde analizine ilişkin bulgular Tablo 4'de verilmiştir.

Tablo 4

Tanı Testi Madde Analizi Sonuçları

Madde No	Pj	Sj	rjx	t	p
1	.84	.37	.48	-7.588	.000
2	.75	.44	.51	-9.217	.000
3	.43	.50	.50	-10.643	.000
4	.34	.48	.50	-9.588	.000
5	.41	.49	.45	-8.628	.000
6	.66	.47	.56	-12.398	.000
7	.53	.50	.62	-14.777	.000
8	.44	.50	.48	-8.716	.000
9	.49	.50	.57	-12.126	.000
10	.42	.49	.62	-14.162	.000
11	.44	.49	.56	-12.568	.000
12	.23	.42	.42	-6.929	.000
13	.47	.50	.57	-14.261	.000
14	.39	.49	.53	-9.896	.000
15	.29	.46	.36	-6.665	.000
16	.34	.47	.52	-8.660	.000
17	.69	.46	.60	-13.624	.000
18	.67	.47	.63	-13.793	.000
19	.68	.47	.58	-11.940	.000
20	.51	.50	.61	-15.833	.000
21	.68	.47	.60	-13.416	.000
22	.63	.48	.57	-13.238	.000
23	.50	.50	.57	-12.903	.000
24	.20	.39	.46	-8.167	.000
25	.37	.48	.58	-14.606	.000
26	.27	.44	.45	-9.621	.000
27	.70	.46	.64	-15.940	.000
28	.46	.50	.48	-10.410	.000
29	.62	.49	.42	-7.017	.000
30	.73	.45	.64	-15.469	.000
31	.69	.46	.62	-14.606	.000
32	.49	.50	.63	-20.393	.000
33	.67	.47	.67	-17.533	.000
34	.14	.35	.48	-7.404	.000
35	.25	.43	.48	-9.217	.000
36	.29	.46	.54	-11.598	.000
37	.26	.44	.50	-10.915	.000
38	.36	.48	.29	-4.556	.000
39	.10	.30	.44	-5.889	.000
40	.13	.33	.36	-4.997	.000
41	.10	.31	.37	-5.143	.000
42	.10	.29	.36	-4.467	.000
43	.50	.50	.34	-6.171	.000
44	.56	.50	.42	-8.262	.000

Tablo 4 incelendiğinde; ayırıcılık gücü .24 ün altında madde bulunmadığı, madde güçlüklerinin .10 ile .84 arasında değiştiği görülmektedir.

Madde analizinden sonra taslak tanı testi üzerinde test analizi yapılmıştır. Test analizi sonuçları Tablo 5’de gösterilmektedir.

Tablo 5

Tanı Testi Test Analizi Sonuçları

N	S	Tepe Değer	Ortanca	Ortalama	KR20
319	1.03	26.00	21.00	19.80	.93

Tablo 5 incelendiğinde tepe değerinin 26.00, ortancanın 21.00 ve ortalamasının da 19.80 olduğu görülmüştür. Bu verilere göre dağılımın sola çarpık olduğu söylenebilir.

Taslak tanı testinin güvenirliği KR20 değeri hesaplanarak bulunmuştur. 44 madde üzerinden yapılan hesaplamalar sonucunda KR20 değeri .93 olarak bulunmuştur.

Uygulamada soruların anlaşılması ve süre açısından bir sorunla karşılaşılmamıştır. Uygulama sonucundan elde edilen geri bildirimler doğrultusunda gerekli düzeltmeler yapılarak teste son şekli verilmiştir. Bu doğrultuda hazırlanan tanı testinde, üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayılarda doğal sayı önyargısına göre sıralama, işlem (sayısal boyut) ve yoğunluk bölümlerinden oluşan 24 madde vardır. Alt maddeleriyle birlikte toplam 44 maddeden oluşmaktadır. 24 madde olan üslü sayılar sorularının 18 tanesi sayısal boyutlarını, 4 tanesi yoğunluk yapılarını ve 2 tanesi de sıralamasını içeren maddelerdir. 9 madde olan köklü sayı sorularının, 3 tanesi sayısal boyutlarını, 4 tanesi yoğunluk yapılarını ve 2 tanesi de sıralamalarını içeren maddelerden oluşmaktadır. 11 madde olan rasyonel sayılar sorularının 5 tanesi sayısal boyutlarını, 4 tanesi yoğunluk yapılarını ve 2 tanesi de sıralamasını içeren maddelerden oluşmaktadır. Sekizinci sınıf ve dokuzuncu sınıf öğrencilerinin üslü sayılar, köklü sayılar, rasyonel sayılar ve bu sayılarla yapılan işlemlerle ilgili yaptıkları hataların daha derinlemesine incelenmesi, soruların anlaşılabilirliğini ve uygulanabilirliğini test etmek amacıyla öğretmenler üzerinde uygulanmak üzere görüşme formları hazırlanmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşme tekniği ile hazırlanan görüşme formunun amacına hizmet etmesi bakımından, 1 ders saati içerisinde uygulanabilmesi için uzman görüşleri de alınmıştır. Uzmanlardan alınan görüşler doğrultusunda görüşme formunun ölçmeyi hedeflediği davranışlar yönüyle kapsam geçerliliğine sahip olduğu bulunmuştur. Araştırmanın geçerliliği adına,

belirlenen tema, kod ve alt kodlar altında öğretmenlerin görüşlerine birebir alıntı yapılarak yer verilmiştir. Görüşme formlarında öğretmenlerin mesleki kıdemleri, hangi sınıf düzeyinde derse girdikleri sorularının yanı sıra tanı testinde yer alan sorularda öğrencilerin yapabilecekleri hatalar ve bu hataların giderilmesine yönelik düşüncelerini belirlemeye yönelik sorulardan oluşmaktadır. Görüşme sırasında gerekli görüldükçe ek sorular da yöneltilmiştir.

3.4. Verilerin Toplanması

Araştırmanın verilerinin toplanması amacıyla 2017-2018 eğitim-öğretim yılında ilk olarak Adana İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden gerekli izinler alınmıştır. Tanı testi 3 ilköğretim okuluna devam eden 302 sekizinci sınıf öğrencisi ve 3 ortaöğretim okuluna devam eden 309 dokuzuncu sınıf öğrencisine araştırmacı tarafından 1 ders saati süre içerisinde uygulanmıştır. Uygulama öncesinde öğrencilere, araştırmanın hiçbir not kaygısı güdülmeden yapılması gerektiği ve öğrencilerden alınacak cevaplar doğrultusunda gelecekteki matematik eğitimine katkı sağlayacakları vurgulanmıştır.

Önyargıların daha iyi anlaşılması amacıyla yapılan görüşmeler, gönüllülük esasına dayalı olarak 3 ilköğretim matematik öğretmeni ve 8 ortaöğretim matematik öğretmeni ile öğretmenlerin uygun oldukları saatlerde araştırmacı okullara giderek görüşme yapmıştır.

3.5. Verilerin Analizi

3.5.1. Nicel Verilerin Analizi

611 öğrenciye veri toplama aracı olan Tanı Testi uygulandıktan sonra istatistiksel işlemler gerçekleştirilmiştir. Nicel verilerin analizinde SPSS (16.0) paket programı kullanılmıştır.

Öğrencilerin sahip oldukları genel başarı oranlarının cinsiyete göre anlamlı bir fark oluşturup oluşturmadığını araştırmak için t-testi, testin madde analizi, güvenirlik analizi ve öğrencilerin Tanı Testi'ndeki maddelere verdikleri yanıtların incelenmesinde ise frekans (f) ve yüzde (%) değerleri hesaplanmıştır.

Öğrencilerin soru çözümlerinde yapmış oldukları ortak hatalarını temsil eden öğrenci yanıtlarından örnekler, tarayıcı aracılığıyla bilgisayar ortamına aktarılmıştır. Verilerin analizinde bulunan tüm hata ve yanlışlar öğrenci cevaplarından örneklerle gösterilmiştir.

Öğrencilerin yanıtları iki türlü sınıflandırılmıştır. Bunlardan birincisi; doğru, yanlış ve boş şeklinde, ikinci olarak yanlış cevaplar; önyargı ve basit hata şeklinde sınıflandırılmıştır. Bu sınıflandırmanın değerlendirme kriteri aşağıdaki gibidir:

Doğru: Tam olarak doğru olan, bilimsel fikirlerin tamamını içeren cevaplardır.

Yanlış: Tamamen yanlış olan cevaplardır.

Boş: Soru ile ilgisi olmayan veya belirgin olmayan cevaplar, yanıtsız bırakılan veya sorudaki bilgileri tekrar eden cevaplardır.

Aşırı Genelleme (Önyargı): Rasyonel sayı ve negatif üsse sahip üslü sayı sorularında işlem yaparken bu sayı türlerini doğal sayılar gibi görüp doğal sayı işlemleri ile soruların çözüldüğü cevaplardır (Van Hoof, Verschaffel ve Van Dooren ,2015).

Basit hata: İşlem hataları bulunan cevaplardır.

3.5.2. Nitel Verilerin Analizi

Strauss ve Corbin (1990)'e göre nitel veri analizi betimsel analiz ve içerik analizi olmak üzere ikiye ayrılır. Betimsel analiz, toplanan verilerin önceden belirlenen temalara göre özetlenmesi ve yorumlanmasıdır. Betimsel analizde, görüşmeleri çarpıcı biçimde yansıtmak amacıyla sık sık alıntılara başvurulur. Betimsel analizde amaç verileri düzenlenmiş ve yorumlanmış olarak sunmaktır. Bu amaçla veriler önce sistematik ve açık bir biçimde betimlenir, daha sonra neden sonuç ilişkilerine dayanarak açıklanır ve yorumlanarak sonuçlandırılır (Yıldırım ve Şimşek, 2008, 224). İçerik analizinde toplanan verileri kavramlarla açıklamaya ve ilişkilere dayandırmak amaçlanmıştır. Bu nedenle analiz sırasında birbirine benzer veriler bir araya getirilerek organize edilir ve yorumlanır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). İçerik analizi yoluyla verileri tanımlama ve verilerin içinde saklı gerçekleri ortaya çıkarmak amaçlanmaktadır (Sert, Kurtoğlu, Akıncı ve Seferoğlu, 2012).

Araştırmada görüşme formunda sorulan soruları daha da detaylandırmak için öğretmenlerle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Görüşmeler, öğretmenlerden izinler alınarak ses kayıt cihazına alınmıştır. Kayda alınan görüşmeler iki kodlayıcı tarafından farklı zamanlarda yazılı ortama geçirilmiş ve analiz edilmiştir.

Bu araştırmada öğrencilerin, üslü sayılar, köklü sayılar, rasyonel sayılarla ve bu sayılarla ilgili işlemlerine yer verilen Tanı testinde yapabilecekleri hataların neler olabileceğini belirlemek amacıyla öğretmenlerle yapılan görüşmeleri analiz edebilmek

için literatürden (Alkan, 2009; akmak Gürel ve Okur, 2016) yararlanılarak tema, kodlar oluşturulmuştur.



BÖLÜM IV

BULGULAR

Bu araştırmada sekizinci ve dokuzuncu sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar, üslü sayılar ve köklü sayıların ve işlemlerle ilgili yaptıkları hataları doğal sayı önyargısına göre belirlenmiş ve öğretmen görüşlerine dayalı olarak incelenmiştir. Bu bölümde araştırmanın alt amaçları doğrultusunda ulaşılan bulgular ve yorumlara yer verilmiştir.

4.1. Araştırmanın Birinci Alt Amacına Ait Bulgular

Birinci Alt Amaç: Öğrencilerin sayılarla ilgili uygulanan tanı testindeki genel başarı oranları nedir?

Araştırmada veri toplama aracı olarak kullanılan tanı testinde, üslü sayılar, köklü sayılar, rasyonel sayılar ve bu sayılarla ilgili işlemlerde öğrencilerin yaptıkları hatalarına ilişkin sıralama, işlem ve yoğunluk bölümlerinden oluşan 24 soru vardır. Bunlardan 10 tanesi üslü sayılar, 8 tanesi de köklü sayılar ve 6 tanesi rasyonel sayılarla ilgili sorulardan oluşmaktadır. Tanı testi, bazı soruların alt maddeleriyle birlikte toplam 44 sorudan oluşmaktadır. Bu maddelerden 24 tanesi üslü sayılar, 9 tanesi köklü sayılar ve 11 tanesi rasyonel sayıları içeren maddelerden oluşmaktadır. 24 madde olan üslü sayılar sorularının 18 tanesi sayısal boyutlarını, 4 tanesi yoğunluk yapılarını ve 2 tanesi de sıralamasını içeren sorulardır. 9 madde olan köklü sayı sorularının, 3 tanesi sayısal boyutlarını, 4 tanesi yoğunluk yapılarını ve 2 tanesi de sıralamalarını içeren sorulardan oluşmaktadır. 11 madde olan rasyonel sayılar sorularının 5 tanesi sayısal boyutlarını, 4 tanesi yoğunluk yapılarını ve 2 tanesi de sıralamasını içeren sorulardan oluşmaktadır.

Bu amaca yönelik uygulanan Tanı testindeki çözümler incelenmiş ve her soru maddesi için 611, toplamda $(611 \times 44 =)$ 26.884 çözüme ulaşılmıştır. Elde edilen çözümlerden öğrencilerin frekans ve başarı yüzdeleri hesaplanmıştır. Hesaplanan frekans ve yüzdeler Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6

Öğrencilerin Tanı Testindeki Cevaplarına Göre Genel Dağılımı

Öğrenci Sayısı	Doğru		Önyargı		Basit hata		Boş	
	f	%	f	%	f	%	f	%
611	12311	45,79	5395	20,07	1897	7,06	7281	27,08

Tablo 6’da görüldüğü gibi 24 sorudan oluşan tanı testini 611 öğrenci cevaplamıştır. Öğrencilerin verdiği cevapların %45,79 ‘sı (12311) doğru cevap, %20,07’si (5395) önyargı, %7,06’si (1897) basit hata ve %27,08’i (7281) boş bırakmıştır. Bu bulguya bakılarak öğrencilerin üslü sayı, köklü sayı ve rasyonel sayı bilgilerinin orta düzey olduğu görülebilir.

4.2. Araştırmanın İkinci Alt Amacına Ait Bulgular

İkinci Alt Amaç: Sekizinci sınıf öğrencileri ile dokuzuncu sınıf öğrencilerinin tanı testine göre başarı oranlarında sınıflar arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?

Araştırmanın bu alt amacında Tanı testini alan öğrencilerin başarılarının sınıflara göre farklılık gösterip göstermediğine bakılmıştır. Bulunan sonuçlar Tablo 7’de verilmiştir.

Tablo 7

Öğrencilerin Sınıf Seviyelerine Göre Tanı Testindeki Başarı Oranları

Sınıf Seviyesi	N	$\bar{x}$	SS	t	p
8.sınıf	302	16,76	10,78	-8,450	.000
9.sınıf	309	23,46	8,73		

Tablo 7 incelendiğinde Tanı testi başarı sonuçlarına göre sekizinci sınıf öğrencilerinin puanlarının aritmetik ortalaması ($\bar{x}=16,76$), dokuzuncu sınıf öğrencilerinin puanlarının aritmetik ortalamasının ($\bar{x}=23,46$) altındadır. Öğrencilerin Tanı Testindeki başarıları oranlarının sınıf düzeylerine göre arasında anlamlı bir fark bulunmuştur. ($t_{611}=-8,450$, $p<.05$). Bu bulguya bakılarak öğrencilerin sınıf düzeyleri arttıkça başarı oranlarının da arttığı görülmektedir.

4.3. Araştırmanın Üçüncü Alt Amacına Ait Bulgular

Üçüncü Alt Amaç: Sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü sayılarla ilgili yaptıkları hatalar nelerdir?

Araştırmanın bu alt amacında sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü sayılarla ilgili yaptıkları hatalara ait bulgular Tablo 8’de verilmiştir.

Tablo 8

Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Üslü Sayılara İlişkin Cevaplarının Analizi

Üslü sayılarda	Doğru		Önyargı		Basit hata		Boş	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Sıralama	168	27,8	125	20,7	13	21,9	179	29,6
Yoğunluk	659	54,6	273	22,6	25	2,0	251	20,8
İşlem	2097	38,6	1232	22,7	47	8,8	1630	29,9
					7			

Tablo 8 incelendiğinde Tanı testinin üslü sayılarla ilgili bölümü sıralama, yoğunluk ve işlem olmak üzere üç kısımdan oluşmaktadır. Tanı testinde yer alan üslü sayılarla ilgili sorulardan sıralama kısmında bulunan 2 maddeye 302 sekizinci sınıf öğrencilerinin verdikleri cevapların %27.8’i (168) doğru, %20.7’si (125) üslü sayılarda sıralama konusunda önyargıya sahip, %21.9’u (132) basit hata ve %29.6’sı (179) boş bırakmışlar. Yoğunluk bölümünde bulunan 4 maddeye 302 sekizinci sınıf öğrencisinin verdikleri cevapların %54.6’sı (659) doğru cevap, %22.6’sı (273) üslü sayılarda yoğunluk konusunda önyargıya sahip, %2’si (25) basit hata ve %20.8’i (251) boş bırakmışlar. İşlem bölümünde bulunan 18 maddeye 302 sekizinci sınıf öğrencisinin verdikleri cevapların %38.6’sı (2097) doğru cevap, %22.7’si (1232) üslü sayılarda işlem konusunda önyargıya sahip, %8.8’i (477) basit hata ve %29.9’u (1630) boş bırakmışlar. Öğrencilerin, tanı testindeki üslü sayılarla ilgili maddelerde genel olarak başarılarının düşük olduğu bunun yanı sıra üslü sayılarda sıralama ve işlem ile ilgili sorulardaki başarılarının yoğunluk sorularındaki başarılarından daha düşük olduğu görülmüştür.

Öğrencilerin üslü sayılarla ilgili sıralama, yoğunluk ve işlem konularında yapmış oldukları hatalara ilişkin bazı örnekler aşağıda verilmiştir.

Sekizinci sınıf öğrencilerinden üslü sayılarda sıralama konusuna ilişkin örnek çözüm, Şekil 3’de verilmiştir.

9) $a = (2^3)^2$, $b = (3^2)^3$, $c = 3^{3^2}$ sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

$a = 2^6$ $b = 3^6$ $c = 3^6$ / $a < b = c$ / $a < c = b$

Şekil 3: Üslü sayılarda sıralama (8.sınıf)

Şekil 3 incelendiğinde öğrenci, üslü sayılarda “üssün üssü” ile “üslü sayının üssü” kavramlarını aynı gibi görerek çözüme ulaştığı görülmüştür.

Sekizinci sınıf öğrencilerinden üslü sayılarda yoğunluk konusuna ilişkin örnek çözüm, Şekil 4’de verilmiştir.

1) Aşağıdaki sayı ikilileri arasında bulunan bir sayı yazılabilir mi? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.

a) 2^2 ile $(2)^5$ veriniz.	arasında yer alan bir sayı var mıdır? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.	hayır yazılamaz.	 0
b) $(-3)^0$ ile $(4)^1$ veriniz.	arasında yer alan bir sayı var mıdır? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.	hayır yazılamaz	 0
c) $(4)^{-1}$ ile $(2)^{-1}$ veriniz.	arasında yer alan bir sayı var mıdır? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.	hayır yazılamaz	 0
d) $(-2)^{-2}$ ile $(-3)^{-3}$ veriniz.	arasında yer alan bir sayı var mıdır? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.	hayır yazılamaz	 0

Şekil 4. Üslü sayılarda yoğunluk (8.sınıf)

Şekil 4 incelendiğinde öğrenci, üslü sayıların arasında sayı yazılamayacağını düşünerek sonuca ulaştığı görülmüştür.

Sekizinci sınıf öğrencilerinden üslü sayılarda işlem konusuna ilişkin örnek çözüm, Şekil 5’de verilmiştir.

g) $2^{10} + 2^{11} = ?$ 2^{21}

Şekil 5: Üslü sayılarda işlem (8.sınıf)

Şekil 5 incelendiğinde öğrenci, toplama işlemini çarpma işlemi gibi görerek sonuca ulaştığı görülmüştür.

4.4. Araştırmanın Dördüncü Alt Amacına Ait Bulgular

Dördüncü Alt Amaç: Sekizinci sınıf öğrencilerinin köklü sayılarla ilgili yaptıkları hatalar nelerdir?

Araştırmanın bu alt amacında sekizinci sınıf öğrencilerinin köklü sayılarla ilgili yaptıkları hatalara ait bulgular Tablo 9’da verilmiştir.

Tablo 9

Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Köklü Sayılara İlişkin Cevaplarının Analizi

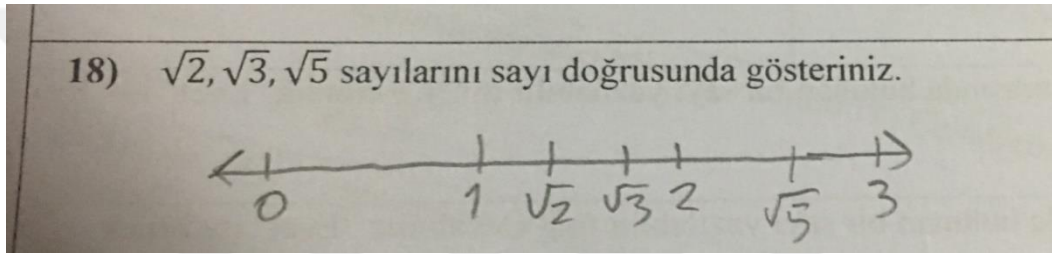
Köklü sayılarda	Doğru		Önyargı		Basit hata		Boş	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Sıralama	170	28,1	39	6,5	17	2,8	378	62,6
Yoğunluk	674	55,8	62	5,1	56	4,6	416	34,5
İşlem	498	55,0	70	7,7	79	8,7	258	28,6

Tablo 9 incelendiğinde Tanı testinin köklü sayılarla ilgili bölümü sıralama, yoğunluk ve işlem olmak üzere üç kısımdan oluşmaktadır. Tanı testinde yer alan köklü sayılarla ilgili sorulardan sıralama kısmında bulunan 2 maddeye 302 sekizinci sınıf öğrencilerinin verdikleri cevapların %28.1’i (170) doğru, %6.5’i (39) köklü sayılarda sıralama konusunda önyargıya sahip, %2.8’i (17) basit hata ve %62.6’sı (378) boş bırakmışlar. Yoğunluk bölümünde bulunan 4 maddeye 302 sekizinci sınıf öğrencilerinin verdikleri cevapların %55.8’i (674) doğru cevap, %5.1’i (62) köklü sayılarda yoğunluk konusunda önyargıya sahip, %4.6’sı (56) basit hata ve %34.5’i (416) boş bırakmışlar. İşlem bölümünde bulunan 3 maddeye 302 sekizinci sınıf öğrencilerinin verdikleri

cevapların %55'i (498) doğru cevap, %7.7'si (70) köklü sayılarda işlem konusunda önyargıya sahip, %8.7'si (79) basit hata ve %28.6'sı (258) boş bırakmışlar. Öğrencilerin, tanı testindeki köklü sayılarla ilgili maddelere göre orta düzey başarıya sahip oldukları, bunun yanı sıra yoğunluk ve işlem bölümündeki sorularında öğrencilerin yarısının başarılı olduğu köklü sayılarda sıralama ile ilgili sorulardaki başarılarının ise düşük olduğu görülmüştür.

Öğrencilerin köklü sayılarla ilgili sıralama, yoğunluk ve işlem konularında yapmış oldukları hatalara ilişkin bazı örnekler aşağıda verilmiştir.

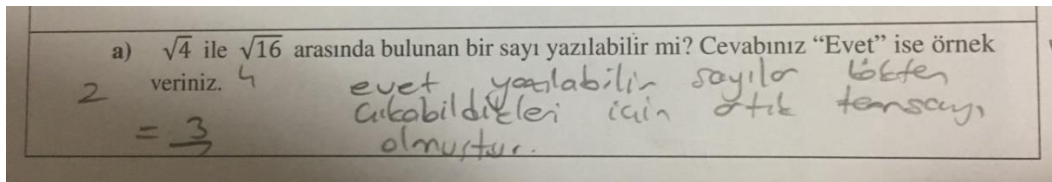
Sekizinci sınıf öğrencilerinden köklü sayılarda sıralama konusuna ilişkin örnek çözüm Şekil 6'da verilmiştir.



Şekil 6: Köklü sayılarda sıralama (8.sınıf)

Şekil 6 incelendiğinde öğrenci, köklü sayılarda sıralama yaparken tamsayılardan yararlanmış. Tam sayıların aralarına köklü sayıları sıralayarak çözüm yaptığı görülmüştür.

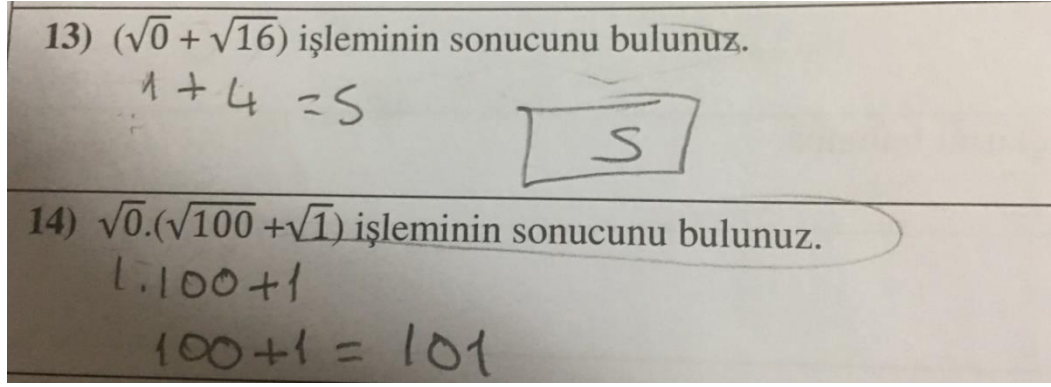
Sekizinci sınıf öğrencilerinden köklü sayılarda yoğunluk konusuna ilişkin örnek çözüm Şekil 7'de verilmiştir.



Şekil 7: Köklü sayılarda yoğunluk (8.sınıf)

Şekil 7 incelendiğinde öğrenci, köklü sayıları tam sayı olarak dışarı çıkarabildiği için arasında yine bir tam sayı arayarak sonuca ulaştığı görülmüştür.

Sekizinci sınıf öğrencilerinden köklü sayılarda işlem konusuna ilişkin örnek çözüm Şekil 8'de verilmiştir.



Şekil 8: Köklü sayılarda işlem (8.sınıf)

Şekil 8 incelendiğinde öğrencinin, $\sqrt{0}$ sayısının 1 e eşit olduğunu ve köklü ifadelerin içinin olduğu gibi çıktığını düşünerek sonucuna ulaştığı görülmüştür.

4.5. Araştırmanın Beşinci Alt Amacına Ait Bulgular

Beşinci Alt Amaç: Sekizinci sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılarla ilgili yaptıkları hatalar nelerdir?

Araştırmanın bu alt amacında sekizinci sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılarla ilgili yaptıkları hatalara ait bulgular Tablo 10’da verilmiştir.

Tablo 10

Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Rasyonel Sayılara İlişkin Cevaplarının Analizi

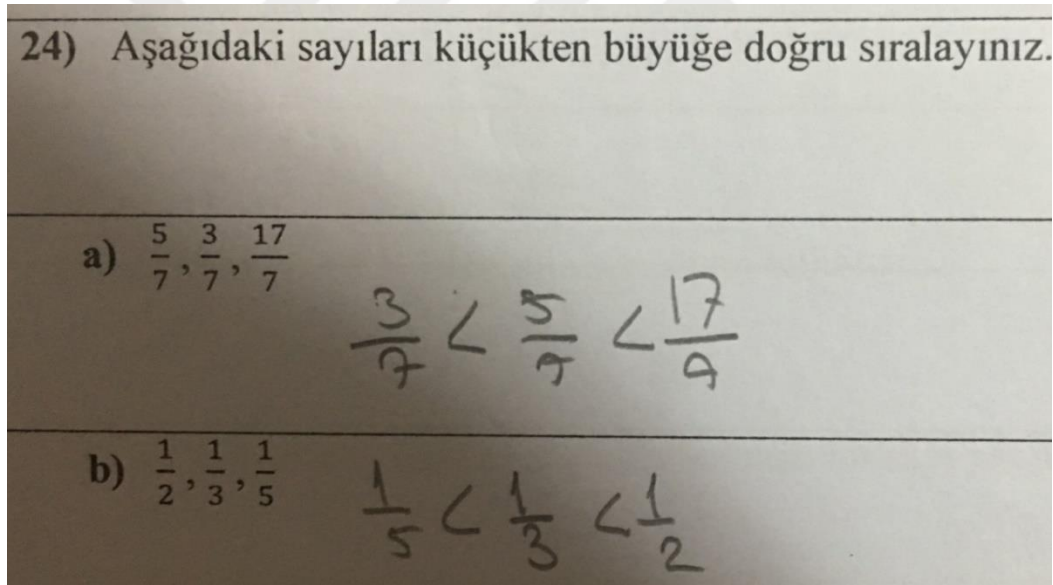
Rasyonel sayılarda	Doğru		Önyargı		Basit hata		Boş	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Sıralama	245	40,5	70	11,5	78	13,0	211	35,0
Yoğunluk	115	9,5	359	29,7	13	1,1	721	59,7
İşlem	436	28,9	249	16,4	87	5,8	738	48,9

Tablo 10 incelendiğinde Tanı testinin rasyonel sayılarla ilgili bölümü sıralama, yoğunluk ve işlem olmak üzere üç kısımdan oluşmaktadır. Tanı testinde yer alan rasyonel sayılarla ilgili sorulardan sıralama kısmında bulunan 2 maddeye 302 sekizinci sınıf öğrencilerinin verdikleri cevapların %40.5’i (245) doğru, %11.5’i (70) rasyonel sayılarda sıralama konusunda önyargıya sahip, %13’ü (78) basit hata ve %35’i (211) boş bırakmışlar. Yoğunluk bölümünde yer alan 4 maddeye 302 sekizinci sınıf öğrencilerinin verdikleri cevapların %9.5’i (115) doğru cevap, %29.7’si (359) rasyonel sayılarda

yoğunluk konusunda önyargıya sahip, %1.1'i (13) basit hata ve %59.7'si (721) boş bırakmışlar. İşlem bölümünde yer alan 5 maddeye 302 sekizinci sınıf öğrencilerinin verdikleri cevapların %28.9'u (436) doğru cevap, %16.4'ü (249) rasyonel sayılarda işlem konusunda önyargıya sahip, %5.8'i (87) basit hata ve %48.9'u (738) boş bırakmışlar. Öğrencilerin yaklaşık olarak yarıya yakınının (%40,5) rasyonel sayılarda sıralama sorularını doğru çözdükleri ancak rasyonel sayılarda yoğunluk bölümünde ve benzer şekilde işlem bölümünde de başarılarının oldukça düşük olduğu görülmüştür. Öğrencilerin rasyonel sayılarda yoğunluk ve işlem ile ilgili sorulardaki başarılarının sıralama sorularındaki başarılarından daha düşük olduğu görülmüştür.

Öğrencilerin rasyonel sayılarla ilgili sıralama, yoğunluk ve işlem konularında yapmış oldukları hatalara ilişkin bazı örnekler aşağıda verilmiştir.

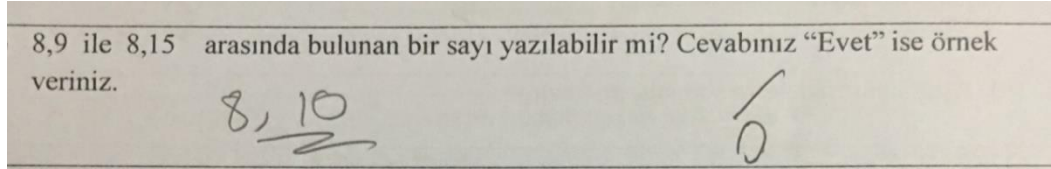
Sekizinci sınıf öğrencilerinden rasyonel sayılarda sıralama konusuna ilişkin örnek çözüm Şekil 9'da verilmiştir.



Şekil 9: Rasyonel sayılarda sıralama (8.sınıf)

Şekil 9 incelendiğinde öğrencinin, paydaları aynı olan rasyonel sayıları paylarına bakarak küçükten büyüğe doğru sıraladığı, payları aynı olan rasyonel sayıları paydalarına bakarak küçükten büyüğe sıraladığı sonucuna ulaştığı görülmüştür.

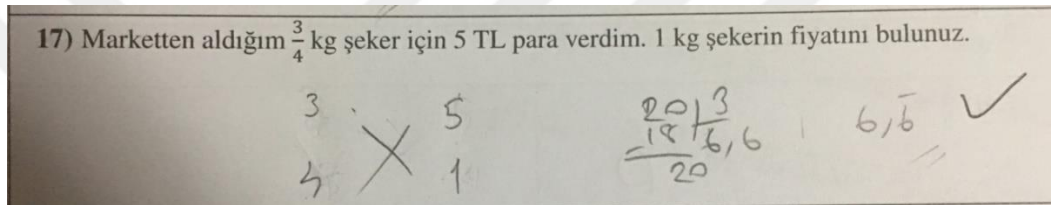
Sekizinci sınıf öğrencilerinden rasyonel sayılarda yoğunluk konusuna ilişkin örnek çözüm Şekil 10'da verilmiştir.



Şekil 10: Rasyonel sayılarda yoğunluk (8.sınıf)

Şekil 10 incelendiğinde öğrenci, 8,9 ile 8,15 arasında bulunan sayı için virgülden sonra gelen 9 ile 15 arasında olan 10 sayısını yazmış ve cevabı 8,10 olarak belirttiği görülmüştür.

Sekizinci sınıf öğrencilerinden rasyonel sayılarda işlem konusuna ilişkin örnek çözüm Şekil 11’de verilmiştir.



Şekil 11: Rasyonel sayılarda işlem (8.sınıf)

Şekil 11 incelendiğinde öğrencinin, doğru orantı kurarak sonuca ulaştığı görülmüştür.

4.6. Araştırmanın Altıncı Alt Amacına Ait Bulgular

Altıncı Alt Amaç: Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin üslü sayılarla ilgili yaptıkları hatalar nelerdir?

Araştırmanın bu alt amacında dokuzuncu sınıf öğrencilerinin üslü sayılarla ilgili yaptıkları hatalara ait bulgular Tablo 11’de verilmiştir.

Tablo 11

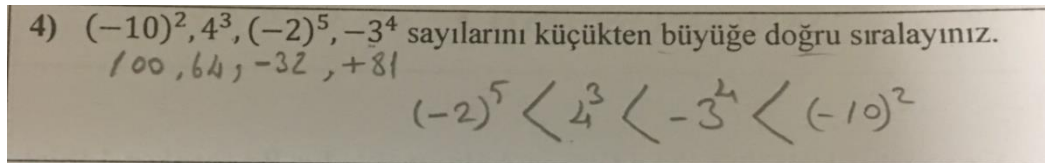
Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Üslü Sayılara İlişkin Cevaplarının Analizi

Üslü sayılarda	Doğru		Önyargı		Basit hata		Boş	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Sıralama	271	43,9	143	23,1	114	18,4	90	14,6
Yoğunluk	792	64,0	226	18,3	36	3,0	182	14,7
İşlem	3281	59	1306	23,4	398	7,2	577	10,4

Tablo 11 incelendiğinde Tanı testinin üslü sayılarla ilgili bölümü sıralama, yoğunluk ve işlem olmak üzere üç kısımdan oluşmaktadır. Tanı testinde yer alan üslü sayılarla ilgili sorulardan sıralama kısmında bulunan 2 maddeye 309 dokuzuncu sınıf öğrencilerinin verdikleri cevapların %43.9'u (271) doğru, %23.1'i (143) üslü sayılarda sıralama konusunda önyargıya sahip, %18.4'ü (114) basit hata ve %14.6'sı (90) boş bırakmışlar. Yoğunluk bölümünde yer alan 4 maddeye 309 dokuzuncu sınıf öğrencilerinin verdikleri cevapların %64'ü (792) doğru cevap, %18.3'ü (226) üslü sayılarda yoğunluk konusunda önyargıya sahip, %3'ü (36) basit hata ve %14.7'si (182) boş bırakmışlar. İşlem bölümünde yer alan 18 maddeye 309 dokuzuncu sınıf öğrencilerinin verdikleri cevapların %59'u (3281) doğru cevap, %23.4'ü (1306) üslü sayılarda işlem konusunda önyargıya sahip, %7.2'si (398) basit hata ve %10.4'ü (577) boş bırakmışlar. Tanı testindeki maddelere göre öğrencilerin genel olarak yarısının üslü sayılarla ilgili işlemleri doğru olarak yaptıkları görülmüştür. Ancak öğrencilerin sıralama ile ilgili sorulardaki başarılarının yoğunluk ve işlem sorularındaki başarılarından daha düşük olduğu görülmüştür.

Öğrencilerin üslü sayılarla ilgili sıralama, yoğunluk ve işlem konularında yapmış oldukları hatalara ilişkin bazı örnekler aşağıda verilmiştir.

Dokuzuncu sınıf öğrencilerinden üslü sayılarda sıralama konusuna ilişkin örnek çözüm Şekil 12'de verilmiştir.

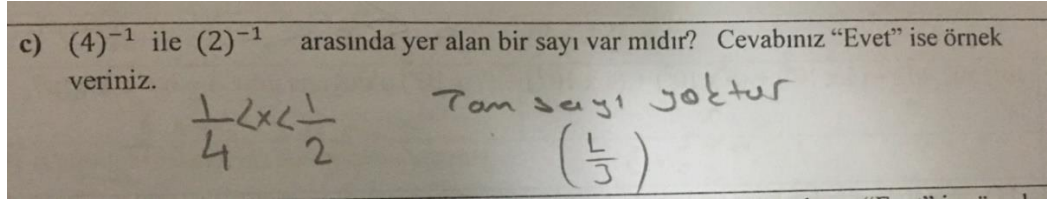


4) $(-10)^2, 4^3, (-2)^5, -3^4$ sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.
 $100, 64, -32, +81$
 $(-2)^5 < 4^3 < -3^4 < (-10)^2$

Şekil 12: Üslü sayılarda sıralama (9.sınıf)

Şekil 12 incelendiğinde öğrencinin, üslü sayılarda üssün çift olduğu durumlarda sayıyı pozitif olarak ifade ederek sonuca ulaştığı görülmüştür.

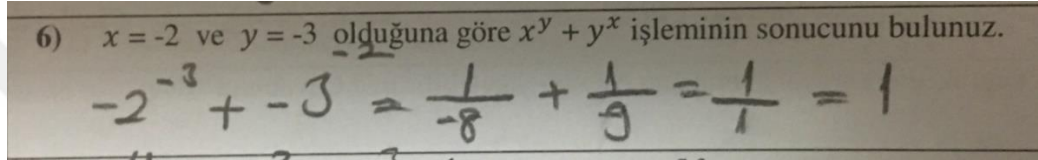
Dokuzuncu sınıf öğrencilerinden üslü sayılarda yoğunluk konusuna ilişkin örnek çözüm Şekil 13'de verilmiştir.



Şekil 13: Üslü sayılarda yoğunluk (9.sınıf)

Şekil 13 incelendiğinde öğrenci, sayılar arasında tam sayı aramıştır. Ancak iki üslü sayı arasında bir rasyonel sayı bulabildiği görülmüştür.

Dokuzuncu sınıf öğrencilerinden üslü sayılarda işlem konusuna ilişkin örnek çözüm Şekil 14’de verilmiştir.



Şekil 14: Üslü sayılarda işlem (9.sınıf)

Şekil 14 incelendiğinde öğrenci, üslü sayıları rasyonel ifadelere çevirdikten sonra toplama işlemi yaparken tıpkı doğal sayılarla toplama işlemi yapar gibi paydaları toplayarak sonuç bulduğu görülmüştür.

4.7. Araştırmanın Yedinci Alt Amacına Ait Bulgular

Yedinci Alt Amaç: Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin köklü sayılarla ilgili yaptıkları hatalar nelerdir?

Araştırmanın bu alt amacında dokuzuncu sınıf öğrencilerinin köklü sayılarla ilgili yaptıkları hatalara ait bulgular Tablo 12’de verilmiştir.

Tablo 12

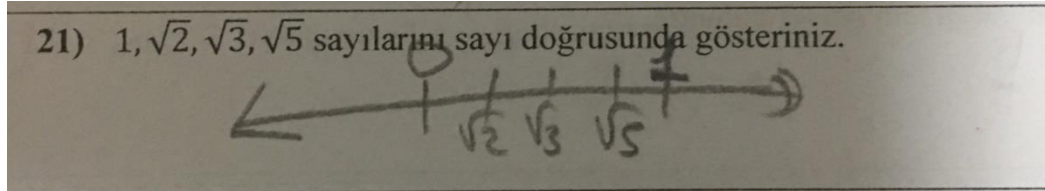
Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Köklü Sayılara İlişkin Cevaplarının Analizi

Köklü sayılarda	Doğru		Önyargı		Basit hata		Boş	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Sıralama	267	43,2	79	12,8	23	3,7	249	40,3
Yoğunluk	889	71,9	55	4,5	73	5,9	219	17,7
İşlem	659	71,1	69	7,4	43	4,6	156	16,9

Tablo 12 incelendiğinde Tanı testinin köklü sayılarla ilgili bölümü sıralama, yoğunluk ve işlem olmak üzere üç kısımdan oluşmaktadır. Tanı testinde yer alan köklü sayılarla ilgili sorulardan sıralama kısmında bulunan 2 maddeye 309 dokuzuncu sınıf öğrencilerinin verdikleri cevapların %43.2'si (267) doğru, %12.8'i (79) köklü sayılarda sıralama konusunda önyargıya sahip, %3.7'si (23) basit hata ve %40.3'ü (249) boş bırakmışlar. Yoğunluk bölümünde yer alan 4 maddeye 309 dokuzuncu sınıf öğrencilerinin verdikleri cevapların %71.9'u (889) doğru cevap, %4.5'i (55) köklü sayılarda yoğunluk konusunda önyargıya sahip, %5.9'u (73) basit hata ve %17.7'si (219) boş bırakmışlar. İşlem bölümünde yer alan 3 maddeye 309 dokuzuncu sınıf öğrencilerinin verdikleri cevapların %71.1'i (659) doğru cevap, %7.4'ü (69) köklü sayılarda işlem konusunda önyargıya sahip, %4.6'sı (43) basit hata ve %16.9'u (156) boş bırakmışlar. Tanı testine göre öğrencilerin köklü sayılarla ilgili sorularda genel olarak başarılı oldukları ancak köklü sayılarda sıralama ile ilgili sorulardaki başarılarının yoğunluk ve işlem sorulardaki başarılarından daha düşük olduğu görülmüştür.

Öğrencilerin köklü sayılarla ilgili sıralama, yoğunluk ve işlem konularında yapmış oldukları hatalara ilişkin bazı örnekler aşağıda verilmiştir.

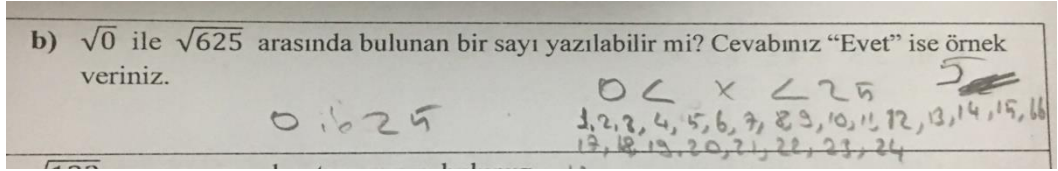
Dokuzuncu sınıf öğrencilerinden köklü sayılarda sıralama konusuna ilişkin örnek çözüm Şekil 15'de verilmiştir.



Şekil 15: Köklü sayılarda sıralama (9.sınıf)

Şekil 15 incelendiğinde öğrencinin, köklü sayıların 0-1 arasında olduğu sonucuna vararak sayı doğrusu üzerinde sıralama yaparak sonuç bulduğu görülmüştür.

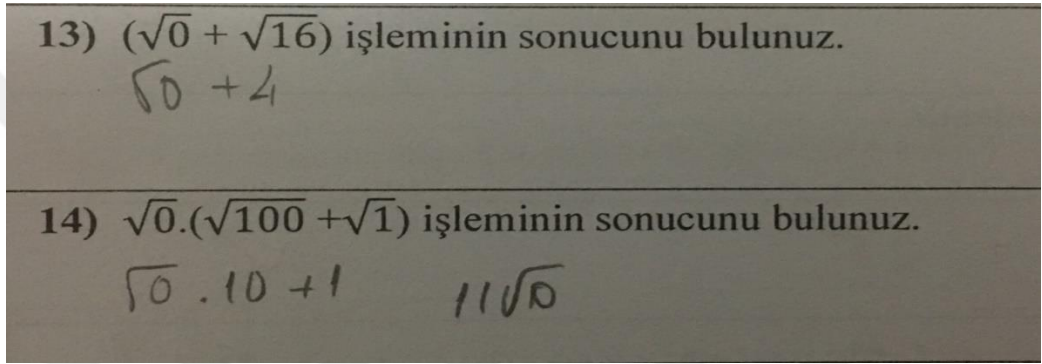
Dokuzuncu sınıf öğrencilerinden köklü sayılarda yoğunluk konusuna ilişkin örnek çözüm Şekil 16'da verilmiştir.



Şekil 16: Köklü sayılarda yoğunluk (9.sınıf)

Şekil 16 incelendiğinde öğrencinin, öncelikle köklü sayıları tam sayıya çevirdiği daha sonra da bu iki tamsayı arasındaki tam sayıları yazarak sonuca ulaştığı görülmüştür.

Dokuzuncu sınıf öğrencilerinden köklü sayılarda işlem konusuna ilişkin örnek çözüm Şekil 17’de verilmiştir.



Şekil 17. Köklü sayılarda işlem (9.sınıf)

Şekil 17 incelendiğinde öğrencinin, $\sqrt{0}$ ifadesinin eşitini bulamadığı ancak diğer sayıları kökten çıkararak sonuç bulduğu görülmüştür.

4.8. Araştırmanın Sekizinci Alt Amacına Ait Bulgular

Sekizinci Alt Amaç: Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılarla ilgili yaptıkları hatalar nelerdir?

Araştırmanın bu alt amacında dokuzuncu sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılarla ilgili yaptıkları hatalara ait bulgular Tablo 13’de verilmiştir.

Tablo 13

Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Rasyonel Sayılara İlişkin Cevaplarının Analizi

Rasyonel sayılarda	Doğru		Önyargı		Basit hata		Boş	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Sıralama	387	62,6	79	12,8	109	17,6	48	7,8
Yoğunluk	152	12,3	636	51,5	7	0,6	441	35,6
İşlem	553	35,8	327	21,2	130	8,4	535	34,6

Tablo 13 incelendiğinde Tanı testinin rasyonel sayılarla ilgili bölümü sıralama, yoğunluk ve işlem olmak üzere üç kısımdan oluşmaktadır. Tanı testinde yer alan rasyonel sayılarla ilgili sorulardan sıralama kısmında bulunan 2 maddeye 309 dokuzuncu sınıf öğrencilerinin verdikleri cevapların %62.6'sı (387) doğru, %12'si (74) rasyonel sayılarda sıralama konusunda önyargıya sahip, %17.6'sı (109) basit hata ve %7.8'i (48) boş bırakmışlar. Yoğunluk bölümünde yer alan 4 maddeye 309 dokuzuncu sınıf öğrencilerinin verdikleri cevapların %12.3'ü (152) doğru cevap, %51.5'i (636) rasyonel sayılarda yoğunluk konusunda önyargıya sahip, %0.6'sı (7) basit hata ve %35.6'sı (441) boş bırakmışlar. İşlem bölümünde yer alan 5 maddeye 309 dokuzuncu sınıf öğrencilerinin verdikleri cevapların %35.8'i (553) doğru cevap, %21.2'si (327) rasyonel sayılarda işlem konusunda önyargıya sahip, %8.4'ü (130) basit hata ve %34.6'sı (535) boş bırakmışlar. Tanı testinde yer alan maddelere göre öğrencilerinin yaklaşık yarısının doğru yaptıkları görülmüştür. Öğrencilerin rasyonel sayılarda yoğunluk ve işlem ile ilgili sorulardaki başarılarının sıralama sorularındaki başarılarından daha düşük olduğu görülmüştür.

Öğrencilerin rasyonel sayılarla ilgili sıralama, yoğunluk ve işlem konularında yapmış oldukları hatalara ilişkin bazı örnekler aşağıda verilmiştir.

Dokuzuncu sınıf öğrencilerinden rasyonel sayılarda sıralama konusuna ilişkin örnek çözüm Şekil 18'de verilmiştir.

24) Aşağıdaki sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

a) $\frac{5}{7}, \frac{3}{7}, \frac{17}{7}$ $\frac{3}{7} < \frac{5}{7} < \frac{17}{7}$

b) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}$
 $(15)(10)(6)$ $\frac{15}{30}, \frac{10}{30}, \frac{6}{30}$

$\frac{15}{30} < \frac{10}{30} < \frac{6}{30}$

Şekil 18: Rasyonel sayılarda sıralama (9.sınıf)

Şekil 18 incelendiğinde öğrenci, rasyonel sayılarda sıralama yaparken paydaları eşitleme işlemi yapmış daha sonra da paylarına bakarak sıralama yaparak sonuca ulaşmıştır.

Dokuzuncu sınıf öğrencilerinden rasyonel sayılarda yoğunluk konusuna ilişkin örnek çözüm Şekil 19’da verilmiştir.

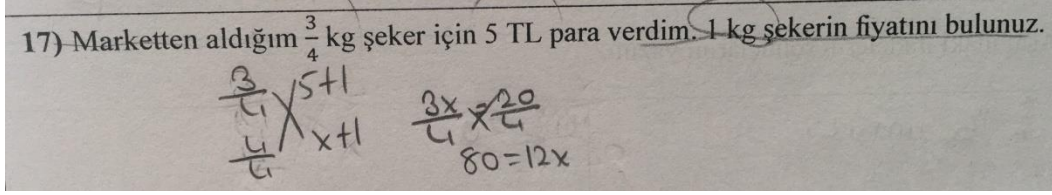
c) $\frac{1}{3}$ ile $\frac{2}{3}$ arasında bulunan bir sayı yazılabilir mi? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.

$\frac{2}{6}$ $\frac{4}{6}$ $\boxed{\frac{3}{6}}$ olabilir ✓

Şekil 19: Rasyonel sayılarda yoğunluk (9.sınıf)

Şekil 19 incelendiğinde öğrenci, rasyonel sayılarda genişleme yöntemi ile sayıları genişletip arasında bir rasyonel sayı bularak sonuca ulaşmıştır.

Dokuzuncu sınıf öğrencilerinden rasyonel sayılarda işlem konusuna ilişkin örnek çözüm Şekil 20’de verilmiştir.



Şekil 20: Rasyonel sayılarda işlem (9.sınıf)

Şekil 20 incelendiğinde öğrencinin, orantı kurarak rasyonel sayılarla işlem sorusunda sonuca ulaştığı görülmüştür.

4.9. Araştırmanın Dokuzuncu Alt Amacına Ait Bulgular

Dokuzuncu Alt Amaç: Öğretmenlerin, öğrencilerin üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayılarla ilgili yaptıkları hatalara ilişkin görüşleri nelerdir?

Öğretmenlere göre, öğrencilerin üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayılarla ilgili yaptıkları hataların neler olabileceğine ilişkin görüşlerine ait temalar, kodlar ve frekans dağılımı Tablo 14’de verilmiştir.

Tablo 14

Öğretmen Görüşlerine Göre Öğrencilerin Üslü Sayılar, Köklü Sayılar ve Rasyonel Sayılarla İlgili Hatalarına Ait Tema, Kod Frekans Dağılımı

Temalar	Kodlar	f
Epistemolojik Nedenler	Ortak Çarpan Parantezi	11
	Negatif Kuvvet	10
	“0” özel durumu	11
Öğrenci Kaynaklı Nedenler	İşlem Hatası	6
	Ezber	10
	Aşırı Genelleme	10
Pedagojik Nedenler	Anlatım Metodu	8

Tablo 14 incelendiğinde, öğretmenlerin öğrencilerin üslü sayılar, rasyonel sayılar, köklü sayılar ve bu sayılarla ilgili işlemlerde yaptıkları hataların üç neden altında toplandığı görülmektedir.

Birinci tema olan epistemolojik nedenler, ortak çarpan parantezi, negatif kuvvet ve “0” özel durumu olmak üzere üç kod olarak ele alınmıştır. Öğretmenler, bu kavramlarla

ilgili yapılan hataların nedenlerini tüm öğretmenler, ortak çarpan parantezine alamama; Ö2 kodlu öğretmen dışındaki tüm öğretmenler, negatif kuvvet sorularını yapmakta zorlanma, tüm öğretmenler, “0” özel durumunu karıştırma olarak belirtmiştir. Bazı öğretmenler görüşlerini,

“...negatif kuvvetin değerinin de negatif olacağı kimi öğrenciler tarafından düşünülür” (Ö6),

“...öğrenciler, sayıları ortak çarpan parantezine almakta zorluk yaşayabilirler” (Ö10),

“...”0” için özel durum olduğunu, rasyonel sayıda payda da ise sonucun tanımsız olduğunu, üslü sayıda hem tabanda hem de üs de 0 olursa bu durumun belirsizlik olacağını düşünmekte sorun yaşayabilir” (Ö1)

şeklinde ifade etmişlerdir.

İkinci tema olan öğrenci kaynaklı nedenler, işlem hatası, ezber ve aşırı genelleme ile ilgili olmak üzere üç kod olarak ele alınmıştır. Kişisel gelişimle ilgili olarak öğretmenlerden 6’sı (Ö2, Ö5, Ö6, Ö8, Ö9, Ö11) öğrencilerin üslü sayılar, köklü sayılar, rasyonel sayılar ve bu sayılarla ilgili işlemlerde işlem hatası yapabileceklerini ifade etmişlerdir. Bu yönde görüş bildiren bazı öğretmenlerin görüşleri,

“...üslü sayılarda üssün üssünü alırken üsler çarpılır. Ancak öğrenci 2^5 ’i bulduktan sonra karesini almaya çalışırsa işlem hatası yapabilir” (Ö5),

“... $\sqrt{132}$ sayısının 121 ile 144 arasında olduğunu bulsa bile hangisine yakın olduğunu bulurken işlem hatası yapabilir” (Ö2)

şeklindedir.

Öğrencilerin gelişim dönemi ile ilgili olarak Ö2 kodlu öğretmen hariç diğer tüm öğretmenler ezber hatasını yapabilecekleri, Ö8 kodlu öğretmen hariç diğer tüm öğretmenler aşırı genelleme hatasını yapabileceklerini belirtmişlerdir. Bu yönde görüşe sahip bazı öğretmenler görüşlerini,

“...üslü sayılarla ilgili sorularda üs negatif olduğu zaman sayının payı ile paydasının yer değiştirmesi gerektiğini bilmeleri gerekmektedir. Aksi halde sonucu hatalı bulabilirler. Yani kuralların iyi öğrenilmesi gerekmektedir. Bazı öğrenciler ezber yaptıkları için yanlış ezberleyerek hata yapabilirler” (Ö1),

“...Eğer kuralları ezber yapmadan anlamlı öğrenirlersa çözebilirler. Ancak yanlış ezber yaparak öğrenirlerse hata yapabilirler” (Ö7),

“...Öğrenciler, kuralları öğrenirken aşırı genelleme yapıyor ve özel durumları gözden kaçırıp kendi yanlış bilgilerini sürdürebiliyorlar. Tabi ki böyle yaparak da hataya

düşüyorlar. Örneğin, bütün sayıların 0. Kuvveti 1'dir. Ancak bir özel durum vardır. 0'ın 0. Kuvveti belirsizliktir. Çoğu öğrencinin bu kuralı aşırı genelleme hatasına düşerek 1 yapacaklarını düşünüyorum” (Ö3),

“...üslü sayılarda sayı negatif ve üs çiftse paranteze bakılır eğer parantez varsa sonuç pozitif çıkar, parantez yoksa sonuç negatif çıkar. Ancak öğrenciler çoğu zaman paranteze bakmaksızın sonucu pozitif çıkarabiliyorlar. Yani bildikleri bir kuralı aşırı genelleme yaparak kullanıyorlar” (Ö5)

şeklinde ifade etmişlerdir.

Üçüncü tema olan pedagojik nedenler, anlatım metodu olmak üzere bir kod olarak ele alınmıştır. Öğretmenler, üslü sayılar, köklü sayılar, rasyonel sayılar ve bu sayılarla yapılan işlemlerle ilgili anlatım metodundan kaynaklı olarak 8 (Ö2, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö10, Ö11) defa bahsedilmiştir. Bazı öğretmenler görüşlerini,

“...örneğin ben üslü sayıları anlatırken hep aynı örnekleri veririm, 0 özel durumlarını bir kez söyler geçerim belki de benim anlatımından kaynaklanabilir hata yapmaları” (Ö11),

“...öğrencilere ondalık sayılarda virgülden sonra arasında sayı olan ondalık sayılar yazdım. Örneğin, 1,25 ile 3,45 arasında bulunan bir ondalık sayı söyleyebilir misiniz? şeklinde örnekler verdim bu yüzden virgülden sonrası art arda gelen sayıların arasında sayı bulmakta zorlanabilir” (Ö6),

“...öğrettiğimiz konular oldukça soyut kavramlar olduğu için öğrenci hayal etmekte ve anlamlandırmakta zorlanıyor. Belki daha somut şekilde öğretebilsek daha az hataya düşebilirler” (Ö4)

“...bu konularla öğrencilerin öğrenmekte zorluk çektikleri ve öğrendikleri bilgileri birbirine karıştırdıkları konulardır. Bu yüzden daha fazla örnek çözerek öğrencilerin konuları daha iyi kavramalarını sağlamak gerekmektedir. Ancak yıllık planlarımızda bu konular için yeterli zaman ayıramamaktayız. Çünkü öğretilecek konu fazla zaman ise az kalmaktadır. Belki de yeterince örnek çözemediğimizden öğrenciler konuları tam olarak kavrayamıyorlardır” (Ö7).

şeklinde ifade etmişlerdir.

BÖLÜM V

TARTIŞMA VE YORUM

Bu çalışmada, sekizinci ve dokuzuncu sınıf öğrencilerinin üslü sayılar, köklü sayılar, rasyonel sayılar ve işlemlerle ilgili yaptıkları hataları belirlemek ve bu hataları öğretmen görüşlerine dayalı olarak incelenmiştir. Bu amaç doğrultusunda öğrencilerin üslü sayılar, köklü sayılar, rasyonel sayılar ve işlemlerle ilgili becerileri, tanı testine verdikleri cevapların incelenmesi ile belirlenmiştir. Ayrıca öğretmenlerle yapılan görüşmelerle öğrencilerin, üslü sayılar, köklü sayılar, rasyonel sayılar ve işlemlerle ilgili yaptıkları hatalar belirlenmiştir. Araştırmada elde edilen bulgular, literatürde yer alan diğer çalışmaların sonuçları bağlamında tartışılmıştır.

Araştırmada ilk olarak öğrencilerin üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayıların yer aldığı tanı testindeki genel başarı oranları incelenmiştir. Bu doğrultuda araştırmadan elde edilen bulgular öğrencilerin yarıdan fazlasının üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayılarla ilgili işlemleri yanlış yaptıkları sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin yaklaşık beşte biri üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayılarla ilgili önyargıya sahip, onda biri üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayılarla ilgili basit hatalar yaptığı ve kalanların ise üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayılarla ilgili tanı testindeki soruları boş bıraktıkları görülmüştür. Öğrencilerin yarıdan fazlasının ise tanı testindeki başarılarının düşük olduğu görülmüştür. Bu araştırmanın sonuçları, öğrencilerin üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayılarla ilgili işlem yapmakta zorlandıkları ve bu konuda hatalarının olduğunu ortaya koymuştur. Bu sonuç ile Şenay (2002)'ın üslü sayılar ve köklü sayılarla ilgili öğrencilerin üslü sayıları ve köklü sayıları tanıma ve işlem yapabilme konularında hatalar yaptıkları, kural ve kavramları yeteri düzeyde bilmedikleri hatta birbirine karıştırdıkları sonucuna ve Van Hoof, Verschaffel ve Van Dooren (2015)'in rasyonel sayılarla ilgili 4. ve 12. Sınıflar arasında yapmış oldukları çalışmalarda da öğrencilerin rasyonel sayıları öğrenirken doğal sayı yanlışlıklarının bulunduğu ayrıca ondalık sayılarla da eşit derecede yanlışlıklarının bulunduğu, doğal sayı önyargısının en yoğun sayıların yoğunluk kısımlarında en zayıf da sayıların işlem kısmında olduğu tüm bunların yanı sıra sınıf seviyesi arttıkça yanlışlıkların da azaldığı sonucuna paralellik göstermektedir.

Araştırmada sekizinci sınıf öğrencileri ile dokuzuncu sınıf öğrencileri arasında tanı testindeki başarı oranları arasında anlamlı fark olup olmadığına bakılmış ve anlamlı fark bulunduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bunun yanı sıra tanı testindeki başarı oranları sınıf

düzeyi arttıkça artmaktadır. Matematik sarmal yapıda bir ders olduğu için öğrenciler her yıl öğrendikleri bilgileri zenginleştirerek diğer senelerde de öğrenmeye devam etmektedirler. Böylece sınıf düzeyi arttıkça başarının artması öğrencilerin her geçen sene daha fazla doğru yapabildikleri sonucuna ulaşılmıştır. Ancak tanı testindeki başarı yüzdeleri olarak hem 8. Sınıf hem de 9. Sınıf öğrencilerinin yaklaşık yarısının doğru yaptıkları sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonucu yapılan öğretmen görüşleri de desteklemektedir. Matematik öğretmenleri, öğrencilerin her geçen yıl bir önceki yıla göre daha iyi matematik başarısına sahip olarak sınıf atladıklarını ancak sınıf atlarken yanlış ve hatalı öğretilerini de birlikte getirdiklerini ifade etmişlerdir. Bu sonuç ile Kaynak vd. (2001)'in yaptıkları çalışmaya göre öğrencilerin sayı kavramları konusunda kavram yanlışlarına sahip oldukları, bunun yanı sıra lise düzeyinde dahi sayı kavramının tam anlamıyla oluşmadığı ancak sınıf düzeyi ilerledikçe bazı kavramların oluşumunun daha iyi olduğu sonucu ile, Thompson ve Bramald (2002)'in yaptıkları çalışmalarında 2., 3. ve 4. Sınıf düzeyindeki öğrencilerin basamak kavramları hakkında hatalarının oldukları ve daha küçük sınıflar olan 2. ve 3. Sınıf öğrencilerinin basamak kavramlarını anlamakta güçlük çektiklerini ancak sınıf düzeyi ilerledikçe daha az hata yaptıkları sonucu ile ve Hoof, Verchaffel ve Dooren (2015)'in yapmış oldukları çalışmaların sonuçları paralellik göstermektedir.

Sekizinci sınıf öğrencilerin üslü sayılarda sıralama ve işlem ile ilgili maddelerdeki başarılarının üslü sayılarda yoğunluk maddelerindeki başarılarından daha düşük olduğu görülmüştür. Bunun yanı sıra dokuzuncu sınıf öğrencilerin üslü sayılarda sıralama ile ilgili maddelerdeki başarılarının üslü sayılarda yoğunluk ve işlem maddelerindeki başarılarından daha düşük olduğu görülmüştür. Bu da sınıf seviyesi arttıkça üslü sayılarla yapılan işlemlerde başarı oranlarının arttığını göstermektedir. Yapılan öğretmen görüşlerine göre de öğrencilerin sınıf seviyesi arttıkça matematik dersindeki başarıları da artmaktadır. Ancak sınıf seviyesi arttıkça doğru sayıları da artsa da genel olarak başarının orta düzey olduğu ve öğrencilerin üslü sayılarla ilgili yanlışlarının olduğu görülmüştür. Öğrencilerin genel olarak 0. kuvveti alırken $x^0 = x$ veya $x^0 = 0$ şeklinde bir yanılgıya sahip oldukları bulunmuştur. Sıfırın sıfırıncı kuvvetinin belirsizlik olduğu konusunda yanlışlarının olduğu, $0^0 = 1$ veya $0^0 = 0$ yanlışlarına sahip oldukları görülmüştür. Öğrencilerin üslü ifadeleri bulurken tabanla üssü çarparak sonuç bulduğu görülmüştür. Üslü ifadelerde kuralları birbirine karıştırdıkları, aşırı genelleme yaptıkları, ortak çarpan parantezine alamadıkları görülmüştür. Örneğin öğrenciler, 3^{3^2} ifadesinin $(3^3)^2$ ifadesine

eşit olduğu şeklinde hatalar yapmışlardır. Öğrencilerin üslü sayının tabanının negatif, üssünün pozitif olduğu durumlarda üssün tek-çift olması durumunu gözardı ettikleri görülmüştür. Yapılan öğretmen görüşleri de bu bulguyu desteklemektedir. Öğretmenlere göre öğrenciler üslü sayılarda anlamlı öğrenme yerine ezber öğrenme yapmakta ya da aşırı genelleme hatasına düşmektedirler. Bu bulgulara göre öğrencilerin üslü sayılarda negatif üs kavramını tam kavrayamadığı görülmüştür. Araştırmanın bu bulguları diğer araştırmaları (Bush, 2011; Cengiz, 2006; Duatepe-Paksu, 2008; İymen, 2012; Orhun, 1998; Pitta-Pantazi vd., 2007; Şenay, 2002; Thanheiser, 2005; Yücesan, 2013) destekler niteliktedir.

Öğrencilerin köklü ifadelerle ilgili sorularda, sekizinci sınıf öğrencilerinin köklü sayılarla sıralama maddelerindeki başarılarının yoğunluk ve işlem maddelerindeki başarılarından daha düşük olduğu görülmüştür. Benzer olarak dokuzuncu sınıf öğrencilerinin de köklü sayılarla sıralama maddelerindeki başarılarının yoğunluk ve işlem maddelerindeki başarılarından daha düşüktür. Sınıf seviyesi arttıkça soruların doğru çözüm sayısı da artmıştır. Bu bulguya göre öğrencilerin, köklü sayılarda sıralama konusunda anlamlı öğrenme gerçekleştiremedikleri ve sınıf seviyesi arttıkça doğru sayısı artsa da en az doğrunun yine sıralama sorularında yapıldığı görülmüştür. Öğrencilerin genel olarak $\sqrt{0} = 0$ olduğu gerçeğini bilmedikleri görülmüştür. Ayrıca köklü sayılarla sıralama yaparken bütün köklü ifadelerin 0 ile 1 arasında olduğu yanılışına sahip oldukları görülmüştür. Öğrenciler genel olarak kökten kurtarabildikleri sayılar arasında başka sayıların da olduğunu, kökten kurtaramadıkları sayıların da olabileceğini düşünmedikleri görülmüştür. Örneğin, $\sqrt{4}$ ile $\sqrt{25}$ arasında sayı var mıdır? Cevabınız “evet” ise örnek veriniz? Şeklinde bir sorunun çözümünde öğrenciler genel olarak “evet çünkü $\sqrt{4} = 2$ ve $\sqrt{25} = 5$ olduğundan arada 3 ve 4 sayıları vardır.” Şeklinde yanıtlar vermişlerdir. Yapılan öğretmen görüşleri de bu bulguyu destekler nitelikte olup öğrencilerin köklü sayılarla ilgili sayı büyüdükçe kökten çıkarmakta zorlandıkları, sayılarla işlem yaparken işlem hatası yapabildikleri sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmanın bu bulguları Cengiz, 2006; Orhun, 1998; Shabanifar, 2014; Şenay, 2002 ve Yücesan, 2013’ün yaptıkları çalışmalarla paralel olduğu söylenebilir.

Rasyonel sayılarla ilgili sorularda sekizinci sınıf öğrencilerinin yoğunluk ve işlem maddelerindeki başarılarının sıralama ile ilgili maddelerindeki başarılarından daha düşüktür. Benzer bulgular, dokuzuncu sınıf öğrencileri için de geçerlidir. Dokuzuncu sınıf öğrencileri de rasyonel sayılarla ilgili soruların yoğunluk ve işlem bölümündeki

başarıları, sıralama bölümündeki başarılarından daha düşüktür. Bu bulgu öğrencilerin sınıf seviyesi arttıkça rasyonel sayılarda yoğunluk ve işlem sorularının, sıralama sorularından daha düşük olmaya devam ettiğini göstermektedir. Yani öğrenciler sınıflarını geçerken yanlışlarını da yanlarında götürmektedirler. Öğrencilerin rasyonel sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerini yaparken payda eşitlemek yerine kesirli ifadenin paydalarını doğal sayılardaki gibi toplama işlemi ve çıkarma işlemi yaptıkları görülmüştür. Ondalık sayılarda yoğunluk sorularında 8,9 ile 8,15 arasında 8,10-8,11-8,12-8,13-8,14 olduğu yanlışına sahip oldukları görülmüştür. Kesir biçiminde verilen payları ardışık olan rasyonel sayılarda yoğunluk sorularında ise ya arada bir sayı olmadığını belirtmişlerdir ya da bir kez genişletme işlemi yaparak arada bir sayı bulmaya çalışmışlardır ama daha fazla genişletme işlemi yapmamışlardır. Rasyonel sayılarla sıralama yaparken kesirleri eşit olan paylarına göre veya eşit olan paydalarına göre sıralama yanlışına sahip oldukları görülmüştür. Öğrencilerin iki rasyonel sayı arasında sayı bulurken sayıları sadece bir kez genişlettikleri ve ardışık sayılar arasında başka sayı olmadığı yanlışlarına sahip oldukları görülmüştür. Araştırma bu yönüyle diğer çalışmalarla paralellik göstermektedir (Alkan, 2009; Altun, 2004; Bush, 2011; Cengiz, 2006; Göktürk, 2013; Haser ve Ubuz, 2000; İnce, 2008; Özçifçi, 2007; Van Hoof, Verschaffel ve Van Dooren, 2015; Yavuz, 2014; Zengin, 2013).

BÖLÜM VI

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde, sekizinci sınıf ve dokuzuncu sınıf öğrencilerinin üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayılarla ilgili yaptıkları hataların neler olduğu ve öğretmenlerin bu hatalara ilişkin düşüncelerinin neler olduğunu incelemek amacıyla yapılan bu araştırmayla elde edilen bulgular doğrultusunda ulaşılan sonuçlar üzerinde durulmuştur. Ulaşılan sonuçlar doğrultusunda hem uygulamaya hem de bu konuda çalışma yapmak isteyen araştırmacılara yönelik önerilerde bulunulmuştur.

6.1. Sonuçlar

Araştırma bulgularından elde edilen sonuçlar, araştırmanın alt amaçları doğrultusunda aşağıda verilmiştir.

1. Sekizinci sınıf ve dokuzuncu sınıf öğrencilerinin üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayılarla ilgili genel başarı oranları orta düzeydedir.
2. Sekizinci ve dokuzuncu sınıf öğrencilerinin üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayılarla ilgili sorulardaki başarıları arasında anlamlı bir fark bulunmaktadır. Ancak sınıf seviyesi arttıkça başarı oranının da arttığı görülmüştür.
3. Öğrencilerin bazılarının $x^0 = x$ veya $x^0 = 0$ yanlışına sahip olduğu görülmüştür.
4. Öğrencilerin bazılarının $0^0 = 1$ veya $0^0 = 0$ yanlışlarına sahip oldukları görülmüştür.
5. Öğrencilerin, üslü ifadeleri bulurken tabanla üssü çarpma yanlışlığı olduğu görülmüştür.
6. Öğrencilerin üslü ifadelerde tabanın negatif olduğu durumlarda üssün çift mi tek mi olduğuna bakmadan rastgele işlem yapma yanlışlığı görülmüştür.
7. Öğrencilerin, tabanları aynı olan üslü ifadelerde çarpma işleminin kurallarını toplama işlemine genelledikleri görülmüştür. Ortak çarpan parantezine alma konusunu tam olarak kavrayamadıkları belirlenmiştir.
8. Öğrencilerin üslü ifadelerde negatif üs konusunda bilgi eksiklerinin olduğu, negatif üs konusunu tam olarak kavrayamadıkları görülmüştür.

9. Öğrencilerin, köklü ifadelerde $\sqrt{0} = 0$ gerçeğini tam olarak kavrayamadıkları görülmüştür.
10. Öğrencilerin bazılarının karekök içerisinde yazılan tüm sayıların, sayı doğrusunda 0 ile 1 sayıları arasında olduğu yanlışlığına sahip oldukları görülmüştür.
11. Öğrencilerin genel olarak üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayıların arasında bulunan sayıların hep tam sayı olabileceğini düşünme yanlışlığı vardır.
12. Öğrencilerin, payları aynı olan rasyonel sayılarda toplama işlemi yaparken payda eşitlemek yerine aynı olan payı yazıp paydaları tıpkı doğal sayılarla toplama işlemi yapar gibi topladıkları görülmüştür.
13. Öğrencilerin, rasyonel sayıların yoğunluğu konusunda yanlışlıklara sahip oldukları görülmüştür.
14. Öğretmenlerle yapılan görüşmelerde epistemolojik nedenler temasına ait kavramlarla ilgili kodunda öğrencilerin üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayılarda ortak çarpan parantezine almada, negatif kuvvette ve sıfır özel durumunda sorun yaşadıkları yönünde görüşler belirtmişlerdir.
15. Öğretmenlerle yapılan görüşmelerde öğrenci kaynaklı nedenler temasına ait kişisel gelişimle ilgili kodunda öğrencilerin üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayılarda işlem hatası yaptıklarını, gelişim dönemi ile ilgili kodunda ezber ve aşırı genelleme yaptıkları yönünde görüşler belirtmişlerdir.

6.2. Öneriler

6.2.1. Uygulamaya Yönelik Öneriler

Bu araştırma sonucunda araştırma sonuçlarına bağlı olarak üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayılar konularında öğrencilerin hatalarını gidermek ve daha etkili matematik öğretimi süreci oluşturmak için aşağıdaki önerilerde bulunulmuştur.

1. Matematik kavramlarını öğrencilerin anlamlı bir şekilde öğrenmesi sağlanabilir. Öğrencilerin kuralları ezberlemesi yerine anlamlı öğrenme ile öğrencilerin kendilerinin keşfederek bulmaları sağlanabilir.
2. Öğrencilerin üslü sayılarla ilgili kavramlardaki eksiklikler üzerinde durulabilir.

3. Öğrencilerin köklü sayılarla ilgili kavramlardaki eksiklikler üzerinde durulabilir.
4. Öğrencilerin rasyonel sayılarla ilgili kavramlardaki eksiklikler üzerinde durulabilir.
5. Öğretmenler, öğrencilerin beraberlerinde getirdikleri hatalarını saptayarak derslerini bu yanlışları ortadan kaldırma yönünde düzenleyebilir.
6. Öğrencilere anlatılan konular sonunda, eksik bilgilerini ve hatalarını gidermek amacıyla notla değerlendirilmeyecek sınavlar yapılabilir. Böylece eksiklikler ve hatalar belirlenerek giderilmeye çalışılabilir.

6.2.1. Yapılacak Araştırmalara Yönelik Öneriler

1. Bu çalışma 302 sekizinci sınıf ve 309 dokuzuncu sınıf öğrencilerinden elde edilen verilerle yapılmıştır. Değişik sınıf düzeyi ve daha büyük örneklemle bu konu ile ilgili araştırmalar yapılabilir.
2. Bu araştırmada veri toplama aracı olarak üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayılar konularını içeren tanı testi kullanılmıştır. Farklı sayı çeşitleri ile tanı testi oluşturulup kullanılabilir.
3. Araştırmada öğrencilerin üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayılarla ilgili sorularda kullandıkları çözüm stratejilerine yönelik öğrenci görüşlerini inceleyen bir çalışma yapılabilir.
4. Araştırmada öğrencilerin üslü sayılar, köklü sayılar ve rasyonel sayılarla ilgili sorularda kullandıkları çözüm stratejilerine yönelik farklı nitel araştırma yöntemi kullanılan bir çalışma yapılabilir.

KAYNAKÇA

- Adıgüzel, N. (2013). *İlköğretim matematik öğretmen adayları ve 8. sınıf öğrencilerinin irrasyonel sayılar ile ilgili bilgileri ve bu konudaki kavram yanlışları*. Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.
- Akınoğlu, O. (1995). *İlköğretim okulu öğrencilerinin matematik kavramları gelişiminde öğretmen, öğrenci ve ailenin etkisi*. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Aksan, D. (2007). *Her yönüyle dil: Ana çizgileriyle dilbilim* (Cilt: 3). Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları.
- Akuysal, N. (2007). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin 7. sınıf ünitelerindeki geometrik kavramlardaki yanlışları*. Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi, Konya.
- Alkan, H., Altun, M. (1998). *Matematik Öğretimi*. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Yayınları, No:1072.
- Alkan, H., Kaynak, M., Narlı, S., Köroğlu, H., Çalık, A., (2000). 9., 10., ve 11. Sınıf Öğrencilerinin 9. Sınıf Matematik Dersinde Düştükleri Bazı Kavram Yanlışlarının Belirlenmesi ve Çözümüne Yönelik Öneriler. *Fen Bilimleri Kongresi 2000 Bildiriler Kitabı*, Ankara: MEB Yayınları.
- Alkan, R. (2009). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematik dersi rasyonel sayılar konusu ile ilgili hata ve kavram yanlışlarının analizi*. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Altun, M. (2008). *Matematik Öğretimi 6-7-8. Sınıflar* (6.baskı), Ankara: Alfa Yayınları
- Altun, H. (2004). *Kesirler ve rasyonel sayıların öğretilmesinde karşılaşılan güçlüklerin giderilme yöntemleri*. Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Andre, T., Whigham, M., Hendrickson, A., Chambers, S. (1997). *Science and mathematics versus other school subject areas: Pupil attitudes versus parent attitudes*. ERIC: ED 416092.
- Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S., & Halıcıoğlu, S. (2014). *Temel matematik kavramlarının künyesi*. Ankara: Gazi Kitabevi.
- Ashlock R.B. (1990). *Error patterns in computation: a semi- programmed aproach* (5.basım), Newyork: Macmillian Publishing Company.

- Atayev, G. (2015). *Altıncı sınıf öğrencilerinin tam sayıları kavrama ve sıralama kavramlarındaki başarı düzeyleri, yaptıkları hatalar ve bu hataların nedenleri*. Yüksek Lisans Tezi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Baki, A. (1998). Cebirle ilgili işlem yanlışlarının değerlendirilmesi. *III.Ulusal Fen Bilimleri Eğitimi Sempozyumu*, 23–25 Eylül 1998, Trabzon: K.T.Ü.
- Baki, A. (1999). Matematik Öğretiminde işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenmesi. *Atatürk Üniversitesi 40.Kuruluş Yılı Matematik Sempozyumu*, 15-17 Eylül 1998, Erzurum: Atatürk Üniversitesi.
- Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Trabzon:Derya Kitabevi Yayınları.
- Baki, A. ve Gökçek, T. (2012). Karma yöntem araştırmalarına genel bir bakış. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 11(42), 001-021.
- Bandura, A. (1997). *Self- Efficacy: The exercise of control*. Freeman and Company: U. S. A.
- Başer, N., Yavuz, G. (2003). Öğretmen adaylarının matematik dersine yönelik tutumları, matematikçiler derneği bilim köşesi.
http://www.matder.org.tr/index.php?option=com_content&view=article&id=41:ogretmen-adaylarinin-matematik-dersine-yonelik-tutumlari&catid=8:matematik-kosesi-makaleleri&Itemid=172 Adresinden 25 Mayıs 2016 Tarihinde Alınmıştır.
- Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde matematik öğretimi (6-8.sınıflar)*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Bennet A.B., Musser, G. L., (1976). A concrete aproach to integer addition and subtraction. *Arithmetic Teacher*, 23(5), ss.332-336.
- Bruner, J.S., Goodnow, J.J., Austin, A.G. (1956). *A study of thinking*. New York: John Wiley & Sons İnc.
- Brownell W. (1972). *The plase of meaning in mathematics instruction selected research papers in studies in mathematics*. (edit. J. Fred weaver, jeremy kilpatrick), California: school group mathematics study.
- Burcu Dereli, A. (2015). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının diziler ve seriler konusundaki hata ve kavram yanlışlarının tespit edilmesi*. Yüksek Lisans Tezi, İnönü Üniversitesi, Malatya.

- Bush, S. B. (2011). *Analyzing common algebra-related misconceptions and errors of middle school students*. Doktora tezi, Department of Teaching and Learning University of Louisville, KY.
- Cansüngü, Ö. (2000). İlköğretim öğrencilerinin (5.6.7. sınıflar) ışık ve ışıkla ilgili kavramları algılama şekillerinin tespiti üzerine bir araştırma. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Cengiz, Ö. M. (2006). *Reel sayıların öğretiminde bir kısım ortaöğretim öğrencilerinin yanlışları ve yanlışları üzerine bir çalışma*. Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Ceylan, N., (2001). *Cebirsel Öğretimde Yapılan Yanlışlar Ve Yanılgıların Teşhisi Ve Alınması Gereken Tedbirler*. Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi, Konya.
- Christou, K. P. & Vosniadou, S. (2012). What kinds of numbers do students assign to literal symbols? Aspects of the transition from arithmetic to algebra. *Mathematical Thinking and Learning*, 14(1), 1-27.
- Cleminson, A. (1990). Establishing an epistemological base for science teaching in the light of contemporary notions of the nature of science and of how children learn science. *Journal of Research in Science Teaching*, 27(5), 429-445.
- Coşkun, M. (1999). *Öğeleri belirleme kuramına dayalı kavram öğretiminin akademik başarı ve kalıcılığa etkisi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Çukurova Üniversitesi, Adana.
- Coşkun, M. K. (2007). *İçeriğin öğretim için düzenlenmesi*. Pegem A Yayıncılık: Ankara.
- Coşkun, M. K. (2011). *Kavram öğretimi*. Adana: Karahan Kitabevi.
- Çakmak Gürel, Z, Okur, M. (2016). Ortaokul 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki kavram yanlışları. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(2), 922-952.
- Çavuş Erdem, Z. (2013). *Öğrencilerin denklem konusundaki hata ve kavram yanlışlarının belirlenmesi ve bu hata ve yanlışların nedenleri ve giderilmesine ilişkin öğretmen görüşleri*. Yüksek Lisans Tezi, Adıyaman Üniversitesi, Adıyaman.
- Çepni, S., Ayas, A., Johnson, D., Turgut, M. F. (1997). *Fizik öğretimi*. Ankara:YÖK-Dünya Bankası Milli Eğitimi Geliştirme Projesi Hizmet Öncesi Öğretmen Eğitimi.

- Çoban, A., (2002). Matematik dersinin ilköğretim programları ve liselere giriş sınavları açısından değerlendirilmesi. *V.Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiriler Kitabı*, 16-18 Eylül 2002, Ankara: O.D.T.Ü.-M.E.B., ss. 219.
- Dalehefte, I.M., Seidel, T. & Prenzel, M.(2012). Reflecting on learning from errors in school instruction: findings and suggestions from a swiss-german video study. In Bauer, J. and Harteis, C. (Eds). *Human Fallibility: The Ambiguity of Errors for Work and Learning*. Springer. Dordrecht.
- Dede Y., ve Argün, Z., (2003). Değişken kavramının öğretimi: Harf sembollerinin farklı kullanımları. *Süleyman Demirel Üniversitesi Burdur Eğitim Fakültesi Dergisi*, 4(6), 39-51.
- Demirel, Ö. (2005). *Eğitim sözlüğü*. Ankara: Pegem A Yayıncılık.
- Dienes, Z. P.(1971). *Building up mathematics*. London:Hutchinson Educational.
- Dikici, R. ve İşleyen, T. (2004). Bağıntı ve fonksiyon konusundaki öğrenme güçlüklerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 11(2), 105-116.
- Duatepe-Paksu, A. (2008). “Üslü ve köklü sayılardaki öğrenme güçlükleri”, Özmantar, M. F. ve Akkoç, H. (Eds): *Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri*. (9-39), Pegem Akademi, Ankara.
- Doğanay, A. (2003). Öğretimde kavram ve genellemelerin geliştirilmesi (3.baskı), (Edt. Öztürk C., Dursun D.), *Hayat Bilgisi ve Sosyal Bilgiler Öğretimi*, ss.228-250, Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Driver, R., Easley, J. (1978). Pupils and paradigms: a review of literature related to concept development in adolescent science students. *Studies in Science Education*, (5), 61-84.
- Gedik, S. D. (2014). *Matematik alan bilgisi geliştirme sürecine hata temelli aktivitelerin etkisi*. Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Ercan, B. (2010). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin tam sayı kavramı ile ilgili bilgilerinin değerlendirilmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Adana.
- Fox, L.H. (1977). The Effects of Sex Role Socialization on Mathematics Participation and Achievement, I. J. Shoemaker (Ed.), *Women and Mathematics: Research Perspectives for Change*, Washington, D.C: Education and Work Group, The

- National Institute of Education, U.S. Department of Health, Education and Welfare.
- Gabriel Gabriel, F., Coché, F., Szucs, D., Carette, V., Rey, B., & Content, A., (2013). A componential view of children's difficulties in learning fractions. *Frontiers in Psychology*, 4, 1–12. doi:10.3389/fpsyg.2013.00715
- Gagne, R. M. (1977). *The conditions of learning* (Third Edition). Holt, Rinehart and Winston: New York.
- Güner, N. ve Alkan, V. (2011). İlköğretim ve ortaöğretim öğrencilerinin 2010 YGS matematik sorularını cevaplandırırken yaptıkları hatalar. *Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30 (Temmuz 2011/II), 125-140.
- Göktürk, F. (2013). *Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusunu günlük hayat problemlerinin çözümüne olan transfer düzeylerinin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Fırat Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Elazığ.
- Grünberg, T. (2005). *Felsefe ve felsefi mantık yazıları*. İstanbul: Yapı Kredi Yayınları.
- Hackenberg, A. J., & Tillema, E. S. (2009). Students' whole number multiplicative concepts: A critical constructive resource for fraction composition schemes. *The Journal of Mathematical Behavior*, 28(1), 1-18.
- Hanner, O., (1970). Mathematics: a solitary game. *Two Year College Mathematics Journal*, 1(2), 5-16.
- Haser, Ç. ve Ubuz, B. (2000). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda kavramsal anlama ve işlem yapma performansı. *IV. Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi, Bildiriler 6-8 Eylül 2000*, Milli Eğitim Basımevi, Ankara, 2001.
- Hoepfl, M. C. (1997). *Choosing quantitative research*. <http://scholar.lib.vt.edu/ejournals/JTE/jte-v9n1/hoepfl.html> adresinden 12 Şubat 2017 tarihinde alınmıştır.
- <http://www.meb.gov.tr/teog-istatistikleri-yayimlandi/haber/11409/tr> Adresinden 07 Şubat 2017 tarihinde alınmıştır.
- http://dokuman.osym.gov.tr/pdfdokuman/2016/YGS/2016_YGS_Sayisal_Bilgiler.pdf adresinden 07 Şubat 2017 tarihinde alınmıştır.
- Holt, J.(1972). *How children fail: Affirmative education*. (Ed.barry n. schwartz), london:prentice hall.
- Hoof, J., Verschaffel, L. & Dooren, W. (2015). Inappropriately applying natural number properties in rational number tasks: characterizing the development

- of the natural number bias through primary and secondary education. *Educ Stud Math*, 90, 39–56.
- Işık, A. (2001). Matematik Dünyasında Değişimler. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 10(2), 365-368.
- İnce, S. (2008). *İlköğretim 5. sınıfta rasyonel sayılar konusundaki yanlışlar ve bu yanlışların ortadan kaldırılması için öneriler*. Yüksek Lisans Tezi, Ege Üniversitesi, İzmir.
- İşgüden, E. (2008). *7. ve 8. Sınıf öğrencilerinin tam sayılar konusunda karşılaştıkları güçlükler*. Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.
- İymen, E. (2012). *8. Sınıf öğrencilerinin üslü ifadeler ile ilgili sayı duyularının sayı duyusu bileşenleri bakımından incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Pamukkale Üniversitesi, Pamukkale.
- Joyce, B. ve Weil, M. (1996). *Models of teaching*, needham heights. Mass: Ally and Bacon.
- Kanai, K., Norman, J. (1997). Systemic reform evaluation: gender differences in student attitudes toward *science and mathematics*. In P.A. Rubba, P F. Keig and James A. Rye (Eds.), *Proceedings of the 1997 Annual International Conference of the Association for the Education of teachers in Science* (pp.532-583). (Eric Document Reproduction Service No.ED 405 220).
- Karasar, N. (1986). *Bilimsel araştırma yöntemi*. Ankara: Bilim Kitap Kirtasiye Ltd. Şti.
- Karasar, N. (2009). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (20. baskı). Ankara: Nobel Dağıtım.
- Kassami, F. (2000). *Pre-service teachers' conceptual understanding of rational numbers*. Doktora Tezi, University Of Northern Colorado.
- Kaynak, M., Narlı, S., Köroğlu, H., Çelik, A., & Alkan, H. (2001). Matematikte problem kurma ve problem çözme. *IV. Ulusal Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi Bildirileri*, Hacettepe Üniversitesi, 6-8 Eylül 2000, Milli Eğitim Basım Evi: Ankara.
- Keçeli, V. (2007). *Karmaşık sayılarda kavram yanlışlığı ve hata ile tutum arasındaki ilişki*. Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Ketterlin-Geller, L. R., Jungjohann, K., Chard, D. J. & Baker, S. (2007). From Arithmetic to Algebra. *Educational Leadership*, 65(3), 66-71.

- Klausmeier, H. J. (1992). Concept learning and concept teaching. *Educational Psychologist*, 27(3), 267-286.
- Köroğlu H., Yeşildere, S. (2004). İlköğretim yedinci sınıf matematik dersi tamsayılar ünitesinde çoklu zekâ teorisi tabanlı öğretimin öğrenci başarısına etkisi. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(2), 25-41.
- Martorella, P.H. (1986). Teaching concepts. (Edit. James, M.C.), *Classroom Teaching Skills*, USA: Healty and Company.
- Maykut, P ve Morehouse, R. (1994). *Beginning qualitative research: A philosophic and practical guide*. London: The Falmer Press.
- MEB, (2009). *İlköğretim matematik dersi (1-5.sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basımevi.
- MEB, (2010). *İlköğretim 5.- 8. sınıflar matematik dersi programı*. İstanbul: MEB Yayınevi.
- Merrill, M.D. (2000). Instructional strategies and learning styles: Which takes precedence? (Ed. Reiser, R. ve Dempsey, J.), *Trends and Issues in Instructional Technology*, Prentice Hall
- Morse, J. M. (2005). What is Qualitative Research? *Qualitative Health Research*, 15(7), 859-860.
- NCTM, (2000). *Principles and standarts for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Ni, Y., ve Zhou, Y.-D. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. *Educational Psychologist*, 40, 27– 52. doi:10.1207/ s15326985ep4001_3
- Obersteiner, A., Van Hoof, J., Verschaffel, L. & Van Dooren, W. (2015). Who can escape the natural number bias in rational number tasks? A study involving students and experts. *British Journal of Psychology*.
- Obersteiner, A., Van Dooren, W., Van Hoof, J.,&Verschaffel, L. (2013). The natural number bias and magnitude representation in fraction comparison by expert mathematicians. *Learning and Instruction*, 28, 64–72.
- Okan, K. (1990). *İlkokullarda aritmetik öğretimi*. Ankara: Gül Yayınları.
- Olkun, S. ve Uçar, Z. T.(2007). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Ankara: Maya Akademi.

- Osborne, J., Simon, S., Collins, S. (2003). Attitudes Towards Science: A review of the literature and its implications. *International Journal of Science Education*, 25(9), 049-1079.
- Orhun, N. (1998). Matematik öğretiminde ünite öncesi çalışmasının öğrenme düzeyine etkisi. *Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(1), 93-100.
- Öksüz, C. (2010). İlköğretim yedinci sınıf üstün yetenekli öğrencilerin “nokta, doğru ve düzlem” konularındaki kavram yanlışları. *İlköğretim Online Dergisi*, 9(2), 508–525, <http://ilkogretim-online.org.tr/vol9say2/v9s2m7.pdf>
- Öner, G. (2002). 2001 yılı geleneksel matematik etkinlikleri. *Matematikçiler Bülteni*, Ankara.
- Özçiftçi, R. (2007). *Rasyonel sayıların öğretimindeki hatalar ve alınması gereken tedbirler*. Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi, Konya.
- Özdeş, H. (2013). *9. Sınıf öğrencilerin doğal sayılar konusundaki kavram yanlışları*. Yüksek Lisans Tezi, Aydın: Adnan Menderes Üniversitesi, Aydın.
- Özkan, M. (2015). *7. Sınıf öğrencilerinin çokgenlerde ve özel dörtgenlerde yaptıkları kavram yanlışlarının incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Adana.
- Özlem, D. (1996). *Mantık* (2.basım). İstanbul: Anahtar Kitapları
- Özlem, D. (2003). *Bilim felsefesi* (1. Basım). İstanbul: İnkılâp Yayınevi.
- Palabıyık, E. (2016). *İlköğretim 4. Ve 5. sınıf öğrencilerinin ondalık sayılar konusunda hata ve kavram yanlışlarının tespiti ve analizi*. Yüksek Lisans Tezi, Ege Üniversitesi, İzmir.
- Pesen, C. (2003). *Eğitim fakülteleri ve sınıf öğretmenleri için matematik öğretimi*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Pesen, C. (2008). *Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına göre matematik öğretimi*. Sempati: Ankara.
- Peterson, J.C. (1972). Fourteen different strategies for multiplication of integers or why $(-1) \cdot (-1) = +1$. *The Arithmetic Teacher*, 19(5), 396-403.
- Pitta-Pantazi, D., Chiristou, C. Ve Zachariades, T. (2007). Secondary school students' levels of understanding in computing exponents. *Journal of Mathematical Behavior*, 26, 301-311.
- Rasmussen, C. L. (1998). *Reform in differential equations: A case study of students' understandings and difficulties*. *The annual meeting of american educational*

- research association San Diego. CA. Retrieved from <http://www.eric.ed.gov/PDFS/ED420508.pdf>
- Roby. C. E.(1981). *Models for the system of integers and the learning of integer concepts at the elementary school level*. Doktora Tezi, Vanderbilt university.
- Sağlam, E. (1980). *İlkokulda matematik öğretimi*. İstanbul. Milli Eğitim Basımevi.
- Saxe, G. B., Shaughnessy, M. M., Gearhart, M., & Haldar, L. C. (2013). Coordinating numeric and linear units: Elementary students' strategies for locating whole numbers on the number line. *Mathematical Thinking and Learning*, 15(4), 235-258.
- Sert, G., Kurtoğlu, M., Akıncı, A. ve Seferoğlu, S. S. (2012). Öğretmenlerin teknoloji kullanma durumlarını inceleyen araştırmalara bir bakış: bir içerik analizi çalışması. *Computers & Education*, 14, 46.
- Shabanifar, S. (2014). *Matematik öğretmenlerinin köklü sayılar konusundaki pedagojik alan bilgilerinin öğrenci zorlukları bağlamında incelenmesi*. Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Shteingold, N. (2008). *Young children thinking about negative numbers*. ProQuest.
- Smith, C. L., Solomon, G. E. A., & Carey, S. (2005). Never getting to zero: Elementary school students' understanding of the infinite divisibility of number and matter. *Cognitive Psychology*, 51, 101–140.
- Stefanich, G. P., Rokusek, T. (1992). An Analysis of Computational Errors in the Use of Division Algorithms by Fourth-Grade Students. *School Science and Mathematics*, 92(4), 201–205.
- Strauss, A., & Corbin, J. M. (1990). *Basics of qualitative research: Grounded theory procedures and techniques*. Thousand Oaks, CA, US: Sage Publications, Inc.
- Stepans. J. (1996). *Targeting students' science misconceptions: Physical science concepts using the conceptual change model*. Riverview, Fla:İdea Factory
- Şenay, C. S., (2002). *Üslü ve köklü sayıların öğretiminde öğrencilerin yaptıkları hatalar ve yanlışlar üzerine bir araştırma*. Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi, Konya.
- Şener, K. (2001). *İlköğretim öğrencilerinin çalışma alışkanlıklarının matematikteki başarılarına etkileri*. Yüksek Lisans Tezi, Elazığ: Fırat Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- TDK. (2010). *Türkçe sözlük*. Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları.

- Tennyson, R.D.ve Park, O.C. (1980). The Teaching of Concepts: A Review of Instructional Desing Research Literature. *Review of Educational Research*, 50(1), 55-70.
- Thanheiser, E. (2005). *Preservice elementary school teachers' conceptions of multidigit whole numbers*. Doktora Tezi, University Of California, San Diego.
- Thompson, I. & Bramald, R. (2002). *An investigation of the relationship between young children's understanding of the concept of place value and their competence at mental addition, report for the nuffield foundation*. Final Report, Department of Education, University of Newcastle: Newcastle Upon Tyne.
- Turan, İ. (2002). Lise Coğrafya Derslerinde Kavram ve Terim Öğ retimi İle İlgili Sorunlar. *G.Ü. Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22(2), 67-84.
- Tosun, M. (2011). *İlköğretim öğrencilerinin basamak değer kavramına ilişkin becerilerinin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Adana.
- Ubuz, B. (1999). Genel matematikte (Calculus) öğrenci hataları. *Matematik Dünyası*, 5, 9- 11.
- Ülgen, G. (2001). Kavram geliştirme: kuramlar ve uygulamalar (3. Baskı). Pegem A Yayıncılık: Ankara.
- Ültanır, Y. G. (1997). *Öğrenme kuramları* (Genişletilmiş 2. Baskı). Ankara: Hatiboğlu Yayıncılık.
- Vamvakoussi, X., Van Dooren, W., & Verschaffel, L. (2012). Naturally biased? In search for reaction time evidence for a natural number bias in adults. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31, 344–355.
- Van de Walle, A. J., (2003). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. Virginia commonwealth university ,Boston:ablongman.
- Virvou, M. and Tsiriga, V., (2000). Involving effectively teachers and students in the life cycle of an intelligent tutoring system. *Educational Tecnology & Society*, ISSN 1436- 4522.
- Vlassis, J. (2004). Making sense of the minus sign or becoming flexible in 'negativity'. *Learning and Instruction*, 14, 469-484.
- Vygotsky, L. S. (1998). *Düşünce ve dil* (2.basım). (çev.s. koray), İstanbul: Toplumsal Dönüşüm Yayınları.

- Yavuz, O. C. (2014). *Web tabanlı akran ve öz değerlendirme sistemi ile zenginleştirilmiş akran öğretiminin 7. sınıf rasyonel sayılar konusunda öğrencilerin başarı ve tutumlarının üzerine etkisi*. Doktora Tezi, Dumlupınar Üniversitesi, Kütahya.
- Yazıcı, H., Samancı, O. (2003). İlköğretim öğrencilerinin sosyal bilgiler ders konuları ile ilgili bazı kavramları anlama düzeyleri. *Milli Eğitim Dergisi*, 158.
- Yıldırım, C. (1999). *Matematiksel düşünme*. İstanbul: Remzi Kitabevi.
- Yıldırım A., & Şimşek H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (5. baskı). Ankara: Seçkin Yayınevi
- Yudariah, M. Y., & Roselainy, A. R. (2001). Mathematics Education at University Teknologi Malaysia (UTM): Learning From Experience, *Journal Teknologi*. 3(E), 9-24.
- Yücesan, R. (2013). *Öğrenci merkezli eğitimde üslû ve köklü sayılardaki kavram yanlışları, öğrenme güçlükleri ve çözüm önerileri*. Yüksek Lisans Tezi, Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Van.
- Yürük, N., Çakır, Ö.S. ve Geban, Ö. (2000). Kavramsal değişim yaklaşımının hücre solunum konusunda lise öğrencilerinin biyoloji dersine karşı tutumlarına etkisi. *IV. Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi*, Hacettepe Üniversitesi 6-8 Eylül Ankara
- Zazkis, R. and Sirotic, N. (2004). Making sense of irrational numbers: Focusing on representation. in M.J. Hoines and A.B. Fuglestad (eds.), *Proceedings of 28th International Conference for Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 4, pp. 497– 505). Bergen, Norway,
- Zengin, S. (2014). *Rasyonel sayıların öğretiminde karşılaşılan kavram yanlışları ve hataların tespiti*. Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

EKLER

EK 1. Tanı Testi

TANI TESTİ

Sevgili öğrenciler, Bu çalışmada sayılar ve işlemlerle ilgili 24 adet soru bulunmaktadır. Bu soruları 1 (bir) ders saati içerisinde yapmanız istenmektedir. Her soruyu size verilen sorunun altına nedenleri ile açıklayarak yapınız. Katılımınızdan dolayı teşekkür ederim.			
Adı:	Soyadı:	Sınıfı:	Cinsiyeti:
1) Aşağıdaki sayı ikilileri arasında bulunan bir sayı yazılabilir mi? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.			
a) 2^2 ile $(2)^5$ arasında yer alan bir sayı var mıdır? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.			
b) $(-3)^0$ ile $(4)^1$ arasında yer alan bir sayı var mıdır? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.			
c) $(4)^{-1}$ ile $(2)^{-1}$ arasında yer alan bir sayı var mıdır? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.			
d) $(-2)^{-2}$ ile $(-3)^{-3}$ arasında yer alan bir sayı var mıdır? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.			
2) $\frac{1}{243} = 3^{\blacksquare}$ olduğuna göre $\blacksquare$ yerine hangi sayı yazılmalıdır?			
3) Aşağıdaki ifadelerin sonuçlarını bulunuz.			
a) $5^{-2} = ?$			
b) $(2)^{-5} = ?$			
c) $(-3)^{-2} = ?$			

d) $(-4)^{-3} = ?$
4) $(-10)^2, 4^3, (-2)^5, -3^4$ sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.
5) $a = -3$ olduğuna göre $\frac{1}{3^a}$ ifadesinin eşitini bulunuz.
6) $x = -2$ ve $y = -3$ olduğuna göre $x^y + y^x$ işleminin sonucunu bulunuz.
7) $2^a = 16$, $3^b = 9$, $5^c = \frac{1}{125}$ olduğuna göre $\frac{a \cdot c}{b}$ işleminin sonucunu bulunuz.
8) 224,005 ondalık sayısını çözümleyiniz.
9) $a = (2^3)^2$, $b = (3^2)^3$, $c = 3^{3^2}$ sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.
10) $502,407 = (5 \times 10^a) + (b \times 10^0) + (4 \times 10^{-1}) + (7 \times 10^c)$ olduğuna göre $a + b + c$ kaçtır?
11) Alanı 25 m^2 olan kare şeklindeki bir bahçenin bir kenarının uzunluğunu bulunuz.
12) $\sqrt{79}$ sayısı hangi iki tam sayı arasındadır?
13) $(\sqrt{0} + \sqrt{16})$ işleminin sonucunu bulunuz.
14) $\sqrt{0} \cdot (\sqrt{100} + \sqrt{1})$ işleminin sonucunu bulunuz.
15) Aşağıdaki sayı ikilileri arasında bulunan bir sayı yazılabilir mi? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.
a) $\sqrt{4}$ ile $\sqrt{16}$ arasında bulunan bir sayı yazılabilir mi? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.
b) $\sqrt{0}$ ile $\sqrt{625}$ arasında bulunan bir sayı yazılabilir mi? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.

16) $\sqrt{132}$ sayısına en yakın tam sayıyı bulunuz.	
17) Marketten aldığım $\frac{3}{4}$ kg şeker için 5 TL para verdim. 1 kg şekerin fiyatını bulunuz.	
18) $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ sayılarını sayı doğrusunda gösteriniz.	
19) Aşağıdaki ifadelerin sonuçlarını yazınız.	
a) $0^0 = ?$	b) $2^0 = ?$
20) Aşağıdaki ifadelerin sonuçlarını yazınız.	
a) $\underbrace{4 + 4 + 4 + \dots + 4}_{20 \text{ tane}} = ?$	
b) $\underbrace{5.5.5. \dots .5}_{10 \text{ tane}} = ?$	
c) $3^4 \cdot 3^5 \cdot 3^2 = ?$	
d) $2^8 \cdot 5^8 = ?$	
e) $2^{(5^2)} = ?$	
f) $(2^5)^2 = ?$	
g) $2^{10} + 2^{11} = ?$	
h) $3 \cdot 5^9 + 4 \cdot 5^9 + 5^9 = ?$	
21) $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ sayılarını sayı doğrusunda gösteriniz.	
22) Aşağıdaki ifadelerin sonuçlarını yazınız.	
a) $\frac{5}{0} = ?$	b) $\frac{0}{5} = ?$

23) Aşağıdaki sayı ikilileri arasında bulunan bir sayı yazılabilir mi? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.
a) 8,9 ile 8,15 arasında bulunan bir sayı yazılabilir mi? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.
b) 3,49 ile 3,50 arasında bulunan bir sayı yazılabilir mi? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.
c) $\frac{1}{3}$ ile $\frac{2}{3}$ arasında bulunan bir sayı yazılabilir mi? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.
d) $\frac{1}{8}$ ile $\frac{1}{9}$ arasında bulunan bir sayı yazılabilir mi? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.
24) Aşağıdaki sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayınız.
a) $\frac{5}{7}, \frac{3}{7}, \frac{17}{7}$
b) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}$

EK 2. Görüşme Formu

Öğretmen Görüşme Formu

Araştırmanın Amacı

Bu araştırma öğrencilerin rasyonel sayı, üslü sayı ve köklü sayılar ve işlemlerle ilgili yaptıkları hataları doğal sayı önyargısına göre belirlemek ve öğretmen görüşlerine dayalı olarak değerlendirmek amacıyla yapılmıştır.

Okul..... Tarih ve saat.....

Görüşmeci.....

(başlangıç – bitiş)

GİRİŞ

Merhaba, ben Canselin BALTALI. Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü

İlköğretim Anabilim Dalı'nda yüksek lisans öğrencisiyim. Matematik dersi öğretim programında yer alan sayılar ve işlemlerle ilgili öğrencilerin yaptıkları hataların nedenlerini belirlemek amacıyla bir araştırma yapmaktayım. Bu görüşmede amacım öğrencilerin rasyonel sayı, üslü sayı ve köklü sayılar ve işlemlerle ilgili yaptıkları hataları doğal sayı önyargısına göre belirlemek ve öğretmen görüşlerine dayalı olarak değerlendirmektir. Bu konuda öğretmenlerle görüşme yapmamın nedeni, öğretmenlerin matematik dersinde sayılar ve işlemlerle ilgili konular ve işleniş hakkında bilgi sahibi olan bireyler olmalarıdır. Bu nedenle öğrencilerin sayılar ve işlemlerle ilgili yaptıkları hataların incelenmesi sırasında sizin görüşlerinizden faydalanmanın önemli olduğunu düşünüyorum. Katılımınızdan dolayı şimdiden teşekkür ederim.

Görüşme sürecinde, bana söyleyeceklerinizin tümü gizli kalacaktır. Bu bilgileri araştırmacılar dışında hiç kimse görmeyecektir. Bunun yanı sıra araştırma raporunda isimleriniz kesinlikle yer almayacaktır. Görüşmeye başlamadan önce; bu söylediklerim ile ilgili belirtmek istediğiniz bir düşünce ya da sormak istediğiniz bir soru var mı?

Görüşmeyi kaydetmemin sizin için bir sakıncası var mı? Bu görüşmenin yaklaşık bir saat süreceğini tahmin ediyorum. İzin verirsiniz sorulara başlamak istiyorum.

SORULAR

1) Aşağıdaki sayı ikilileri arasında bulunan bir sayı yazılabilir mi? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.
a) 2^2 ile $(2)^5$ arasında yer alan bir sayı var mıdır? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.
b) $(-3)^0$ ile $(4)^1$ arasında yer alan bir sayı var mıdır? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.
c) $(4)^{-1}$ ile $(2)^{-1}$ arasında yer alan bir sayı var mıdır? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.
d) $(-2)^{-2}$ ile $(-3)^{-3}$ arasında yer alan bir sayı var mıdır? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.
2) $\frac{1}{243} = 3^{\blacksquare}$ olduğuna göre $\blacksquare$ yerine hangi sayı yazılmalıdır?
3) Aşağıdaki ifadelerin sonuçlarını bulunuz.
a) $5^{-2} = ?$
b) $(2)^{-5} = ?$
c) $(-3)^{-2} = ?$
d) $(-4)^{-3} = ?$
4) $(-10)^2, 4^3, (-2)^5, -3^4$ sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.
5) $a = -3$ olduğuna göre $\frac{1}{3^a}$ ifadesinin eşitini bulunuz.
6) $x = -2$ ve $y = -3$ olduğuna göre $x^y + y^x$ işleminin sonucunu bulunuz.
7) $2^a = 16$, $3^b = 9$, $5^c = \frac{1}{125}$ olduğuna göre $\frac{a \cdot c}{b}$ işleminin sonucunu bulunuz.
8) 224,005 ondalık sayısını çözümleyiniz.

9) $a = (2^3)^2$, $b = (3^2)^3$, $c = 3^{3^2}$ sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.	
10) $502,407 = (5 \times 10^a) + (b \times 10^0) + (4 \times 10^{-1}) + (7 \times 10^c)$ olduğuna göre $a + b + c$ kaçtır?	
11) Alanı 25 m^2 olan kare şeklindeki bir bahçenin bir kenarının uzunluğunu bulunuz.	
12) $\sqrt{79}$ sayısı hangi iki tam sayı arasındadır?	
13) $(\sqrt{0} + \sqrt{16})$ işleminin sonucunu bulunuz.	
14) $\sqrt{0} \cdot (\sqrt{100} + \sqrt{1})$ işleminin sonucunu bulunuz.	
15) Aşağıdaki sayı ikilileri arasında bulunan bir sayı yazılabilir mi? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.	
a) $\sqrt{4}$ ile $\sqrt{16}$ arasında bulunan bir sayı yazılabilir mi? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.	
b) $\sqrt{0}$ ile $\sqrt{625}$ arasında bulunan bir sayı yazılabilir mi? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.	
16) $\sqrt{132}$ sayısına en yakın tam sayıyı bulunuz.	
17) Marketten aldığım $\frac{3}{4}$ kg şeker için 5 TL para verdim. 1 kg şekerin fiyatını bulunuz.	
18) $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ sayılarını sayı doğrusunda gösteriniz.	
19) Aşağıdaki ifadelerin sonuçlarını yazınız.	
a) $0^0 = ?$	b) $2^0 = ?$
20) Aşağıdaki ifadelerin sonuçlarını yazınız.	
a) $\underbrace{4 + 4 + 4 + \dots + 4}_{20 \text{ tane}} = ?$	
b) $\underbrace{5.5.5. \dots .5}_{10 \text{ tane}} = ?$	

c) $3^4 \cdot 3^5 \cdot 3^2 = ?$	
d) $2^8 \cdot 5^8 = ?$	
e) $2^{(5^2)} = ?$	
f) $(2^5)^2 = ?$	
g) $2^{10} + 2^{11} = ?$	
h) $3 \cdot 5^9 + 4 \cdot 5^9 + 5^9 = ?$	
21) $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ sayılarını sayı doğrusunda gösteriniz.	
22) Aşağıdaki ifadelerin sonuçlarını yazınız.	
a) $\frac{5}{0} = ?$	b) $\frac{0}{5} = ?$
23) Aşağıdaki sayı ikilileri arasında bulunan bir sayı yazılabilir mi? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.	
a) 8,9 ile 8,15 arasında bulunan bir sayı yazılabilir mi? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.	
b) 3,49 ile 3,50 arasında bulunan bir sayı yazılabilir mi? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.	
c) $\frac{1}{3}$ ile $\frac{2}{3}$ arasında bulunan bir sayı yazılabilir mi? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.	
d) $\frac{1}{8}$ ile $\frac{1}{9}$ arasında bulunan bir sayı yazılabilir mi? Cevabınız “Evet” ise örnek veriniz.	
24) Aşağıdaki sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayınız.	
a) $\frac{5}{7}, \frac{3}{7}, \frac{17}{7}$	
b) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}$	

EK 3. İzin Belgeleri



T.C.
ADANA VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 98258552-605.01-E.3701771
Konu : Canselin ALIÇ BALTALI'nın Uygulama İzni

20.03.2017

ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdürlüğü)

İlgi : a) 23/02/2017 tarihli ve 82794277-605.01/E.8386 sayılı yazınız.
b) Müdürlük Makamı'nın 16.03.2017 tarihli ve 98258552-20-E.3492111 sayılı onayı.

Üniversiteniz Sosyal Bilimler Enstitüsü Temel Eğitim Anabilim Dalı yüksek lisans öğrencisi Canselin ALIÇ BALTALI'nın "*Sayılar ve İşlemlerle İlgili Öğrencilerin Yaşadıkları Zorlukların ve Yaptıkları Hataların İncelenmesi*" başlıklı tez çalışması kapsamında Müdürlüğümüze bağlı Ceyhan ilçesinde bulunan ilgi yazınız ekinde belirtilen okullarda görev yapan matematik öğretmenleri, ortaokul ve lise öğrencilerine Öğrenci Teşhis Testi, Öğrenci Görüşme Formu, Öğretmen Görüşme Formu'nu uygulamak istegi ile ilgili ilgi (b) olur ekte sunulmuştur.

Bilgilerinize arz ederim.

Turan AKPINAR
Millî Eğitim Müdürü

EK: Onay Örneği (1 Sayfa)

Gönderen: İl Millî Eğitim Müdürlüğü
Gönderme Tarihi: 22 Mart 2017

İsmail UZKUÇ
V.H.K.İ.

Elektronik Ağ : <http://adana.meb.gov.tr>
E-posta: arge01@meb.gov.tr
Adres : Döşeme Mahallesi Mücahitler Caddesi Yeni Valilik Binası 01130 Seyhan / Adana

Tel: (0 322) 458 83 71 - 1505
Faks: (0 322) 458 83 92

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <http://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden df6a-9475-3d56-ab10-a872 kodu ile teyit edilebilir.



T.C.
ADANA VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 98258552-20-E.3492111

16.03.2017

Konu : Canselin ALIÇ BALTALI'nın Uygulama İzni

MÜDÜRLÜK MAKAMINA

İlgi : Çukurova Üniversitesi'nin 23/02/2017 tarihli ve 82794277-605.01/E.8386 sayılı yazısı.

Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Temel Eğitim Anabilim Dalı yüksek lisans öğrencisi Canselin ALIÇ BALTALI'nın *"Sayılar ve İşlemlerle İlgili Öğrencilerin Yaşadıkları Zorlukların ve Yaptıkları Hataların İncelenmesi"* başlıklı tez çalışması kapsamında Müdürlüğümüze bağlı Ceyhan ilçesinde bulunan ekte belirtilen okullarda görev yapan matematik öğretmenleri, ortaokul ve lise öğrencilerine Öğrenci Teşhis Testi, Öğrenci Görüşme Formu, Öğretmen Görüşme Formu'nu uygulamak isteği ile ilgili ilgi yazı ekte sunulmuştur.

İlimiz "İl Araştırma Değerlendirme Komisyonu'nun 13/03/2017 tarihli "Uygundur" raporu doğrultusunda, Müdürlüğümüze bağlı Ceyhan ilçesinde bulunan ilgi yazı ekinde belirtilen okullarda söz konusu tez çalışmasının 2016/2017 eğitim-öğretim yılında, eğitim-öğretimin aksatılmasına mahal vermeden yapılması Şubemizce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Mehmet ÇALIŞKAN
Müdür Yardımcısı

OLUR
16.03.2017

Turan AKPINAR
Millî Eğitim Müdürü

Elektronik Ağ : <http://adana.meb.gov.tr>

E-posta: arge01@meb.gov.tr

Adres : Döşeme Mahallesi Mücahitler Caddesi Yeni Valilik Binası 01130 Seyhan / Adana

Tel: (0 322) 458 83 71 - 1508

Faks: (0 322) 458 83 92

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <http://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 74e0-21a5-320f-b4ca-ccfb kodu ile teyit edilebilir.

ÖZ GEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı ve Soyadı : Canselin BALTALI

Doğum Yeri ve Tarihi : ADANA / 14.01.1991

Adres (İş) : IMKB Ceyhan Anadolu Lisesi Ceyhan/ADANA

E-mail : canselinbaltali@gmail.com

ÖĞRENİM DURUMU

2014 – : Yüksek Lisans Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü
İlköğretim Anabilim Dalı, ADANA

2009 – 2013 : Lisans Çukurova Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi Matematik
Bölümü, ADANA

2005 – 2009 : Seyhan Rotary Anadolu Lisesi, ADANA

ÇALIŞMA DURUMU

2016 – : IMKB Ceyhan Anadolu Lisesi Ceyhan/ADANA

2015 – 2016: Eyyüpnebi Çok Programlı Anadolu Lisesi – Viranşehir/ŞANLIURFA