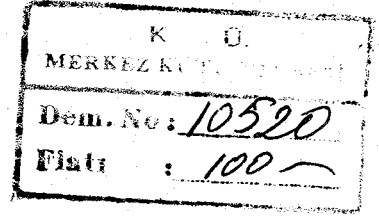


JEODEZİ VE FOTOGRAMETRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

TEZ NUMARASI

Genel :
Anabilim dalı :
Program :



SAYISAL YÜKSEKLİK MODELİ
VE
LİNEER EN KÜÇÜK KARELER ENTERPOLASYONU

Kemal DOĞARAY

Yönetici : Doç.Dr.Erdal KOÇAK

TRABZON
Ocak 1987

TEŞEKKÜR

Lisans ve Yüksek Lisans öğrenimimde değerli bilgilerinden yararlandığım, tez çalışmalarım boyunca yakın ilgi ve desteğini gördüğüm danışman hocam, Sayın Doç.Dr.Erdal KOÇAK'a ve tez konumla ilgili değerli bilgileriyle yardımcı olan Sayın Yrd.Doç.Dr. Atillâ GÜLER'e ve bizleri yetiştiren değerli hocalarıma saygı ve şükranlarımı sunarım.

Yetişmemde destek ve anlayışını esirgemeyen sayın Tapu ve Kadastro Genel Müdürüm Halim ÇORBALI'ya ve diğer yetkililerine, gerekli verileri sağlayan ve bilgileriyle yardımcı olan Harita Genel Komutanlığı yetkililerine teşekkürlerimi sunarım.

ÖZET	III
1. GİRİŞ	1
2. SAYISAL YÜKSEKLİK MODELLERİ	4
2.1 SAYISAL YÜKSEKLİK MODELİNDE İZLENİLEN ADIMLAR	4
2.11 VERİLERİN ELDE EDİLMESİ	4
2.12 VERİLERİN ELDE EDİLiŞİNİ ETKİLEYEN DURUMLAR	6
2.121 Nokta Dağılımı	6
2.122 Nokta Yoğunluğu	7
2.123 Örneklem Biçimi	8
2.124 Donanım	8
2.125 Örneklem Kontrol	9
2.13 ENTERPOLASYON	9
2.14 BİLGİLERİN SAKLANMASI VE TEKRAR ELDE EDİLMESİ	10
2.2 SAYISAL YÜKSEKLİK MODELİNDE ARAZİNİN TANIMLANMASI	12
2.21 GRADİENT VE EĞRİLİK	12
2.22 YÜZEY ALANI	12
2.23 BUMP FREKANSI	13
2.24 DÜZLEMLERİN DAĞILIMI	13
2.25 KIRIK ÇİZGİLER	14
2.3 SAYISAL YÜKSEKLİK MODELİ İÇİN ARAZİ SINIFLANDIRMA- LARI	15
3. SAYISAL YÜKSEKLİK MODELLERİNDE ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİ	17
3.1 ENTERPOLASYONUN TANIMI VE YÖNTEMLERİ	17
3.2 MULTİKUADRİK ENTERPOLASYON	19
3.3 SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİYLE ENTERPOLASYON	21
3.4 AĞIRLIKLİ ORTALAMA İLE ENTERPOLASYON	25
3.5 KAYAN YÜZEYLER YARDIMIYLA ENTERPOLASYON	26
3.6 EN KÜÇÜK ARAZİ PARÇALARINDAKİ POLİNOMLA ENTER- POLASYON	28
3.7 BİLİNEER POLİNOMLA ENTERPOLASYON	31
3.8 LİNEER POLİNOMLA ENTERPOLASYON	31
3.9 ÇİFT LİNEER POLİNOMLA ENTERPOLASYON	32

4. LİNEER EN KÜÇÜK KARELER ENTERPOLASYONU (LİNEER PREDİKSİYON)	33
4.1 GENEL KAVRAM VE TANIMLAR	33
4.2 LİNEER EN KÜÇÜK KARELER ENTERPOLASYONU	36
4.21 KOVARYANS FONKSİYONLARI	37
4.211 Kovaryans Matrisinin Bulunması	39
4.212 Kovaryans Vektörünün Bulunması	40
4.22 TREND FONKSİYONUNUN BELİRLENMESİ	41
4.23 ENTERPOLASYON FORMÜLÜNÜN BELİRLENMESİ	42
4.3 ÖRNEK ÜZERİNDE SAYISAL UYGULAMA	45
5. MODEL ÜZERİNDE SAYISAL UYGULAMA	50
5.1 UYGULAMA ALANI VE VERİLERİN ELDE EDİLMESİ	50
5.2 BİLGİSAYAR PROGRAMLARI VE BULUNAN YÜKSEKLİKLER	53
5.3 KARŞILAŞTIRMALAR VE DOĞRULUK TESTLERİ	80
6. SONUÇ VE ÖNERİLER	83
KAYNAKÇA	85
ÖZGEÇMİŞ	

ÖZET

Yeryüzünün, bilgisayarlarla yapılacak işlemlere esas olmak üzere, sayısal olarak temsil edilmesi şeklindetanımlanan sayısal yükseklik modelleri, tam otomatik sayısal üretim çalışmalarının temelini oluşturmaktadır.

Bilgisayar olanaklarının artmasıyla, son yıllarda ülkemizde de güncellik kazanan sayısal yükseklik modelleri, tez çalışmasında, bir bütün olarak ele alınmış, iş evreleri, uygulama alanları, beklentileri ve diğer tanımlayıcı bilgileri araştırılmıştır.

Sayısal yükseklik modellerinin önemli bir bölümünü oluşturan enterpolasyonlar, ayrı bir bölümde tanımlanarak, SYM'de kullanılan enterpolasyon yöntemleri incelenmiştir.

Enterpolasyon yöntemlerinden, ergodik durağan rastgele fonksiyonların korelasyon teorisinden yararlanılarak geliştirilen, lineer en küçük kareler enterpolasyonu ayrıntılı olarak incelenmiş ve gerekli verileri ile belirlenen bir model üzerinde sayısal uygulama yapılarak, elde edilen sonuçlara doğrulukları bakımından gerekli test uygulamaları yapılmıştır.

Yapılan uygulamada enterpolasyon ile bulunan yüksekliklerle, bilinen yükseklikler arasındaki farklara çarpıklık, eksis ve X^2 (Şi kare) uyum testleri uygulanarak, çarpıklık ve eksis testlerine göre normal dağılımda olduğu ve aradaki farkların anlamlı olduğu görülmüştür.

Çalışmanın son bölümünde teorik konular ve sayısal uygulama hakkında varılan sonuç ve öneriler belirtilmiştir.

1. GİRİŞ

Sayısal yükseklik modelleri 1950'li yıllarda, bilgisayarların sınırlı olanakları ile yol projelerinde en ve boy kesitlerin yarma ve dolma hacimlerinin hesabı için, diğer bir deyimle mühendislik projelerinin bazı aşamalarını otomatik olarak çözümlemek için kullanılmıştır. Zamanla bilgisayarların geliştirilmesi, otomatik çözüm sistemleri, grafik görüntü ekranları, kartografik sayısallaştırıcı, analitik değerlendirme aletleri, elektronik takeometrelerin devreye girmesiyle, sayısal yükseklik modellerinin mimarlık, inşaat ve harita mühendisliklerinde kullanımı da yaygınlaşmıştır.

Sayısal yükseklik modelleri, bilgisayarlarla yapılacak işlemlere esas olmak üzere, yeryüzeyinin sayısal gösterimidir. SYM geniş anlamda, yer yüzü ayrıntılarının konumlarıyla birlikte yükseklik bilgilerini, dar anlamda ise yalnızca yükseklik bilgisini içerir, (Tempfli, K. 1975; Güler, A. 1983).

Sayısal yükseklik modellerinin oluşturulmasında iki temel aşamadan söz edilebilir. Bunlardan ilki gerekli verilerin elde edilmesi diğeride bu verilere dayalı olarak yeni noktaların yüksekliklerinin bulunması olarak nitelendirilebilecek enterpolasyon işlevlerinin oluşturulmasıdır.

Litaratürde pek çok enterpolasyon yöntemleri sayılmış olup, SYM uygulamalarında araziye kaplayan kare veya dikdörtgenlerden oluşan grid ağının köşe noktalarının yükseklikleri, bazı kriterler göz önüne alınarak enterpolasyon yöntemlerinden uygun olanı ile bulunur.

Sayısal yükseklik modellerinin uygulanışı, geliştirilecek matematik modellerinin yanı sıra uygun kapasiteli bilgisayar donanımını gerektirir. Dalayısıyla bu faaliyet uygun yazılım desteğini de kapsamalıdır.

Haritacılık alanında SYM, elektronik bilgi işlemlerinden yararlanılarak topoğrafik haritalarda eşyükseklik eğrilerinin otomatik çizimi, genelleştirilmesi ve mevcut haritaların sayısallaştırılması amacıyla çok kullanılmakta olup, uygulama alanları şöyle sıralanabilir;

- . Eşyükseklik eğrili harita üretiminde,
- . Güncelleştirme işleminde,

. Çevrim dışı yapılan ortofoto harita basımı, ve tek resimlerin sayısal değerlendirilmesinde,

- . Planlama amaçlarına yönelik eğim haritalarının yapımında,
- . En ve boy kesitlerin çizgisel gösteriminde,
- . Hacimlerin bulunmasında,
- . Kara ve demiryolu geçkilerinin tesbitinde,
- . Kanal, baraj ve hava alanı yapım projelerinde,
- . Arazi düzenleme çalışmalarında,
- . Aksonometrik izdüşümlerde perspektif görünüşlerin çizimi için etkin ve yararlı bir araç olarak kullanılmakta ve topoğrafik veri bankalarının omurgasını oluşturmaktadır.

Sayısal yükseklik modellerinin, haritacılık alanında sağlayacağı yararlar da şöyle sıralanabilir;

- . Harita yapımında hızlı ve seri üretimi sağlamak,
- . Harita yapımında maliyeti azaltmak,
- . Bilgi bankası oluşturmak,
- . İnsan gücünü en aza indirmek,
- . Operatörden kaynaklanan hatayı yok etmek ve buna bağlı olarak haritaların kalite ve hassasiyetini sağlamak,
- . Toplanan istatistiki bilgilerle, istatistik analiz ve yorumunu sağlamak,
- . İstenilen doğrultular boyunca kesitler oluşturmak,
- . Üretimde standardı sağlamak,

Bu bilgiler doğrultusunda çalışmada izlenen adımlar şöyle sıralanmaktadır;

- . Sayısal yükseklik modelleri bir bütün olarak ele alınarak SYM verilerinin elde edilmesi, enterpolasyon işlemlerinin yapılması, bilgilerin saklanması ve tekrar elde edilmesi, yani başlangıçtan, sonuç bilgi ve ürünlerin elde edilmesine kadar tüm aşamaları ayrı ayrı araştırılmış, SYM'nin uygulanmasında en önemli adımlardan birini oluşturan enterpolasyonlar teorik olarak incelenmiştir.

Enterpolasyon yöntemlerinden lineer en küçük kareler enterpolasyonu (Lineer prediksiyon), arazinin konum ve yükseklik bilgilerinden oluşan örnekleme noktalarına göre düşük dereceden bir trend yüzeyi geçirildikten sonra, kalan artık yükseklik değerlerinin ergodik, homojen ve izotrop bir rastgele alan oluşturduğu varsayımın

dan yararlanılarak incelenmiştir. Ergodik, homojen ve izotrop kavramları, trend fonksiyonunun bulunması, kovaryans fonksiyonları ve enterpolasyon formülü ayrıntılarıyla belirtilmiştir.

. Lineer prediksyonun teorik olarak incelenmesinden sonra, 570X1080 m'lik bir alanda sayısal uygulaması yapılmıştır. Uygulamada 30 m. aralıklarla kare grid ağı oluşturularak köşe noktalarının yükseklikleri hesaplanmış, hesaplanan değerlerle elde bulunan değerler karşılaştırılarak sonuçlar test edilmiştir.

Yapılan çalışma boyunca varılan sonuçlar ve konuyla ilgili öneriler belirtilmiştir.

SAYISAL YÜKSEKLİK MODELLERİ

2.1 SAYISAL YÜKSEKLİK MODELİNİN TANIMI VE İZLENİLEN ADIMLAR

Yayınlarda sayısal yükseklik modelleri için pek çok tanım-
lar bulunmaktadır. Sayısal yükseklik modeli uygulamasının hemen
her adımında bilgisayar kullanımı gerektiği için aşağıdaki gibi
bir tanım yapılabilir: Sayısal yükseklik modeli, yeryüzünün bil-
gisayarla yapılacak işlemlere esas olmak üzere sayısal olarak
temsil edilmesidir. SYM geniş anlamda ayrıntıların konum ve yük-
seklik bilgilerini, dar anlamda ise yalnızca yükseklik bilgile-
rini içerir, (Tempfli, K.1975; Güler, A.1983).

Doğrudan veya dolaylı olarak elde edilen seçilmiş yüzey
noktalarının üç boyutlu koordinatları ile birlikte, uygun bilgi-
sayar yazılımı da bu tanımın içerisindedir, (Tempfli, K.1977;
Aydemir, S.1982).

Bir arazi için sayısal yükseklik modelinin elde edilebilmesi
bu arazi yüzeyi üzerinde dağılmış, üç boyutlu koordinatları ile
bilinen noktaların var olmasını gerektirir. Bu noktalara dayanak
noktası denilir. Bu arazinin bulunduğu koordinat sisteminin yatay
düzleminde düzgün ve belirli sıklıkta bir ağ oluşturulur. Dayanak
noktaları bu ağın içinde ve dışında dağılmış durumda bulunurlar.
Ağın köşe noktalarının yükseklikleri enterpolasyon yöntemlerinden
biri ile hesaplanarak arazi sayısal olarak belirlenmiş olur.

SYM işlemleri aşağıda gösterildiği gibi dört ana gruba ay-
rılmaktadır. Bunlar;

- . Verilerin elde edilmesi
- . Enterpolasyonlar ve gerektiğinde dönüşümler,
- . Bilgilerin saklanması,
- . Bilgilerin tekrar elde edilmesidir.

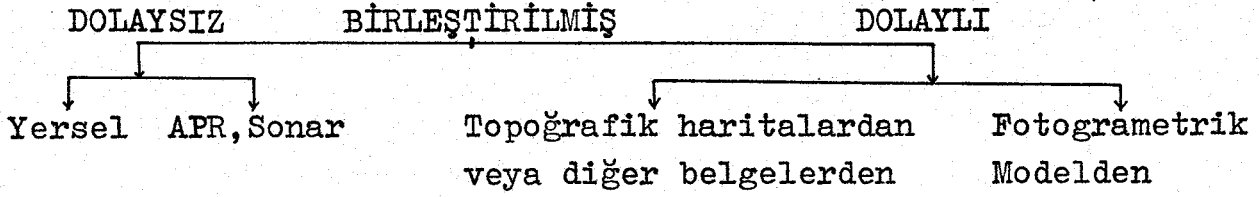
Aşağıdaki alt bölümlerde bu hususlar ayrıntılı biçimde açıklan-
maktadır.

2.11 VERİLERİN ELDE EDİLMESİ

SYM'nin temelini oluşturan verilerin elde edilmesi işlemine
örnekleme adı verilir.

Verilerin elde edilmesi dolaylı, dolaysız veya birleştiril-
miş yöntemlerden biriyle olur.

Verilerin elde edililişi aşığıdaki gibi gösterilebilir.



Yersel ölçülerle veri elde etme yönteminde, veriler arazide doğrudan yapılan ölçülerle elde edilir. Ölçü doğruluğu yüksek fakat veri elde etmek için harcanan zaman fazladır. Bu nedenle bu yöntem çok hassas çalışmalarda veya arazi kontrollerinde uygulanır.

Topoğrafik haritalardan veri elde etme yöntemi, otomatik kaydediciler olduğu takdirde en ekonomik yöntem olarak ortaya çıkar. Sayısal harita üreten kuruluşlarda mevcut bilgilerin sayısal olarak değerlendirilmesi için bu yöntem daha uygun olmaktadır, (Koyuncu, D.1981).

Fotogrametrik ölçüler yardımıyla veri elde etmek amacıyla komparatörler, stereo değerlendirme veya sayısal değerlendirme aletleri kullanılırlar. Komparatörlerde veri elde etmek, Y paralaksının her nokta için giderilmesi zorunluluğu ve veri toplama sırasındaki hesaplamalar nedeniyle oldukça güçtür. Arazinin kendisi, fotoğrafın kalitesi, sınırlı sayıda dayanak noktası olduğu düşünülürse veri toplama amacıyla komparatör yerine stereo değerlendirme aleti kullanmak daha uygun olacaktır.

Fotogrametrik yöntemle veri toplamada nokta seçimi ve seçilen noktaların koornidatları ile kaydedilmesi başlıca dört yolla yapılabilir, (Makarovic, B.1976; Koyuncu, D.1981).

Seçerek (selective sampling): Koordinatları ile kaydedilecek noktalar veri toplamadan önce veya veri toplama sırasında seçilirler.

Uyum sağlayarak (Adaptive sampling): Fazladan seçilmiş noktalar ya bilgisayar devrede iken veri toplama işlemi sırasında, veya bilgisayar devre dışı iken veri toplama işleminden sonra ayıklanarak atılırlar.

Geliştirilerek (Progresiye sampling): Bu yöntemle veri toplama ve toplanan verilerin analizi işlemleri biri diğerini izleyerek tekrarlanır, bu işlem bilgisayar devrede iken yürütülür.

Karışım yöntemi(Composit sampling): Uyum sağlama ve geliştirme düşüncelerinin karışımı olarak tanımlanır.

SYM'nin, koordinatları bilinen binlerce noktadan oluştuğu düşünülürse, otomatik kaydedicilerin gerekliliği kendiliğinden ortaya çıkar.Aksi durumda bu kadar çok sayıdaki noktanın bilgisayarlarla işlenmek üzere verilmesi, olası pekçok hatalar nedeniyle kullanışsız hale gelir.Bilgisayar iletişimli olarak kullanılan kayıt ortamlarını şöyle sıralanabilir;

- . Manyetik disk
- . Manyetik şerit
- . Manyetik kaset
- . Kağıt şerit
- .Delikli kart

2.12 VERİLERİN ELDE EDİLiŞİNİ ETKİLEYEN DURUMLAR

Her veri kaynağına özgü çeşitli örnekleme yöntemlerinin belirlediği örnekleme dokuları mevcuttur.Bunlar;

- . Eşyükseklik eğrilerinin
- . Kesitlerin
- . Gridlerin

.Morfolojik çizgi ve noktaların, belirlediği biçimlerdedir.Genel olarak fotogrametride ve topoğrafik haritalardaki sayısallaştırmalarda örnekleme dokusu eşyükseklik eğrileri düzenindedir.Yersel ölçmelerde ise örnekleme dokusunu morfolojik çizgiler ve noktalar belirler.Amaca uygun olmayan bir örneklemenin yaratacağı eksiklikleri hiç bir enterpolasyon yöntemiyle giderilemez,(Güler,A.1983).

Verilerin elde edilmesinde şunlar önem taşımaktadırlar.

- . Nokta dağılımı biçimi,
- . Nokta yoğunluğu,
- . Örnekleme biçimi,
- . Donanım,
- . Örnekleme kontrol.

2.121 Nokta Dağılımı

Arazi gösterimi için ölçülen doğruların yatay konumları bir nokta dağılımı biçimidir.

Örneğin fotogrametrik yöntemde eşyükseklik eğirileri, kesitler, gridler, morfolojik çizgiler boyunca olabilir. Yersel ölçümlerde ise daha önce belirtildiği gibi, morfolojik çizgiler ve noktalar biçimindedir. Düzgün kesitlerde örnekleme yapmak operatöre yatay konumlarda düzgün bir izleme olanağı verir, veri kütüğünün daha düzgün tutulmasını sağlar.

Morfolojik çizgilerde yapılan örnekleme ise en az sayıda nokta alımı sağlanmasına karşın arazinin görsel yorumuna ve örnekleme işlemi sırasında operatörün elle kontrolünü gerektirir.

SYM'nin başlıca çıktısı eşyükseklik eğirileri olacaksa direkt olarak onları sayısallaştırmak daha uygun olacaktır.

Diğer bir dağılım biçimiyle morfolojik çizgilerin birleştirilerek kullanılması verilerin araziye kapsamlı olarak göstermesindeki etkinliği artırabilir, örnekleme uğraşını azaltabilir.

Bu örnekleme dağılım biçimini etkileyen bazı etkenler şunlardır:

- . SYM'nin amacı: Amaç eşyükseklik eğirileri ise örnekleme eşyükseklik eğirileri boyunca yapılır.
- . Arazinin tipi: Eğer arazi engebeli ise morfolojik çizgiler boyunca sayısallaştırma yapmak gerekir
- . Mevcut donanım: Örnekleme için harcanacak zaman, operatör konforu ve sayısal işlemidir.

2.122 NOKTA YOĞUNLUĞU

Sayısal yükseklik modeli oluşturma en önemli kavramlarından biriside nokta veya örnekleme yoğunluğudur. İyi yapılmayan bir örnekleme ile kaybedilen bilgiler en mükemmel enterpolasyon yöntemleri ile bile kazanılamaz, (Makorovic, B.1976; Aydemir, S.1982).

Değişik örnekleme yöntemlerinde iki durum söz konusudur. Arazide yeterince temsil edecek şekilde en az noktanın örneklenmesi durumunda, nokta seçiminin ve ölçümlerin yapılması oldukça özen gerektirir.

Arazinin gerekenden daha çok noktayla temsil edilmesi durumunda gereksiz bilgilerin ayıklanması yapılacaktır. Bu durumda noktaların örnekleme doğruluğu diğerine göre daha az olacaktır.

Gereken sayıda noktayla örnekleme de, arazi temsilinin doğru ve yeterli olmasına karşın, jeomorfolojik açıdan anlamlı olan bir

çok ayrıntı kaybolabilir. Bundan dolayı özellikle kesitler boyunca örneklemelelerde çok nokta alınması daha iyi sonuçlar verecektir.

Nokta yoğunluğu şu üç yöntemle belirlenebilir:

. Önceden belirlemek: Bu yöntemde nokta yoğunluğu örneklemeden önce belirlenir. Bu da örnekleme işlemini kolaylaştırır. Eğer nokta yoğunluğu çok küçük arazi yüzey biçimlerine uydurulursa çok fazla sayıda veri elde edilecektir. Aksi durumda küçük yüzey biçimleri tekrar elde edilemez, hatalar oluşabilir. Nokta yoğunluğunu önceden belirlemek için engebe karakteristikleri hakkında bilgi sahibi olunması ve istenen doğruluğun bilinmesi gerekir.

. Sürekli ayarlama: Nokta yoğunluğu örnekleme sırasında arazi karakteristiklerine göre ayarlanabilir. ayarlama ya subjektif ya da objektif olmaktadır.

Nokta yoğunluğunun subjektif ayarlanmasına örnek olarak morfolojik noktalarda yapılan örnekleme gösterilebilir. Operatör stereo modeli görsel olarak tarar, engebeleri yorumlar ve hangi noktaları seçeceğine karar verir.

Nokta yoğunluğunun objektif ayarlanması ise adım, adım olup önceden belirlenen bir gridde ölçülür yapılarak gerçekleştirilir. Verilerin sayısal analizi yapılarak ek noktaların ölçülüp ölçülmeyeceğine karar verilir. Gerekirse ek ölçüler yapılır. Buna örnek olarak geliştirerek örnekleme yöntemi gösterebilir.

. Birleşik yöntemler: Sürekli ayarlama ile önceden belirleme yöntemlerinin birlikte kullanılmasıdır. Örneğin, kesitlerin veya eşyükseklik eğrilerinin aralığı önceden belirlenebilir. Sürekli ayarlama eşyükseklik eğrileri boyunca yapılabilir.

2.123 Örnekleme biçimi

Örnekleme biçimi, duraklı ve sürekli olmak üzere iki türlü olur. Duraklı örnekleme biçiminde ölçü sırasında alet durdurulur ve koordinatları kaydedilir. Sürekli biçimde ise stereo model, alet durdurulmaksızın taranır ve önceden seçilmiş zaman veya yol aralıklarıyla koordinat kayıtları otomatik olarak yapılır.

Duraklı örneklemede ölçü doğruluğu, hızlı bir örnekleme biçimi olan sürekli örnekleme göre daha iyidir.

2.124 Donanım

SYM örneklemeleleri için bir stereo değerlendirme aleti otomatik kayıt düzeni ile birleştirilerek kullanılabilir. Sayısallaştır-

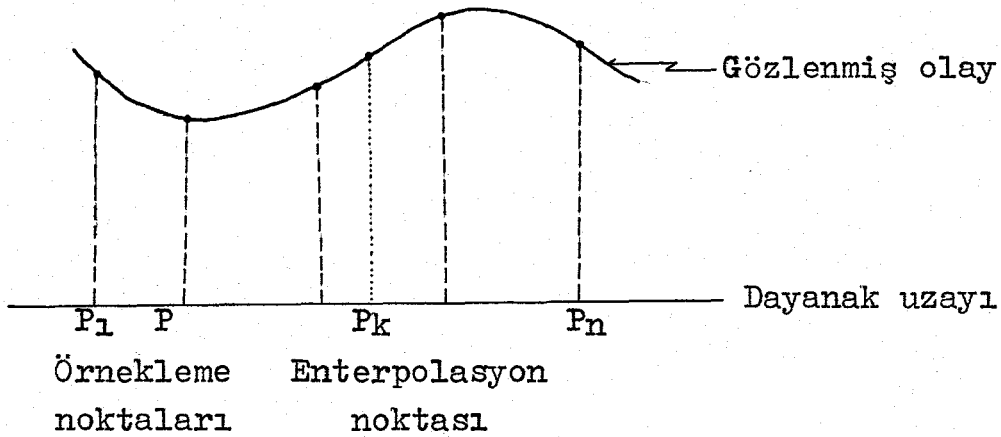
mada en genel donanım, kayıt düzeni, her üç koordinatı gösteren ekran, sayısal bilgilerin girilmesi için bir klevye ve duraklı ve sürekli bir kayıt birimidir.

2.125 Örneklemeye Kontrolü

Örneklemeye kontrolü elle yarı otomatik veya otomatik olabilir. Elle kontrol hem yatay konumlara hemde yüksekliklere uygulanır. Elle kontrol yavaş ve hatalara yol açan bir yöntem olmakla beraber fazla bir nonanım gerektirmez. Yarı otomatik kontrolde yükseklikler elle oluşturulurlar. Yatay konumlama otomatik yapılır.

2.13 ENTERPOLASYON

n boyutlu uzayın bir takım noktalarında bir olay gözlenmiş olsun. Bu uzaya dayanak uzayı, ölçülen noktalarada örneklemeye noktaları denir. Bu bilgiler doğrultusunda enterpolasyon; n boyutlu dayanak uzayının, p_i örneklemeye noktalarında gözlenen bir olaya ait m boyutlu vektörlerini kullanarak dayanak uzayının p_k noktalarında, bu olayın m boyutlu bilinmeyen vektörlerinin kestirilmesi veya tahmin edilmesidir, (Şekil 2.1).



Şekil 2.1

Enterpolasyonda elde edilecek doğruluk, örneklemeye noktalarının yoğunluğuna, dağılım biçimine ve seçilen enterpolasyon yöntemine bağlıdır. SYM'de enterpolasyon gerçekte bir yüzey uydurma sorunudur. Bu sorunun çözümü için genelde üç farklı yaklaşım söz konusudur. Bunlar;

- . Tüm araziyi aynı anda kapsayan, enterpolasyon.
- . Tüm araziyi parçalara ayırarak, parça parça enterpolasyon.
- . Nokta nokta enterpolasyondur.

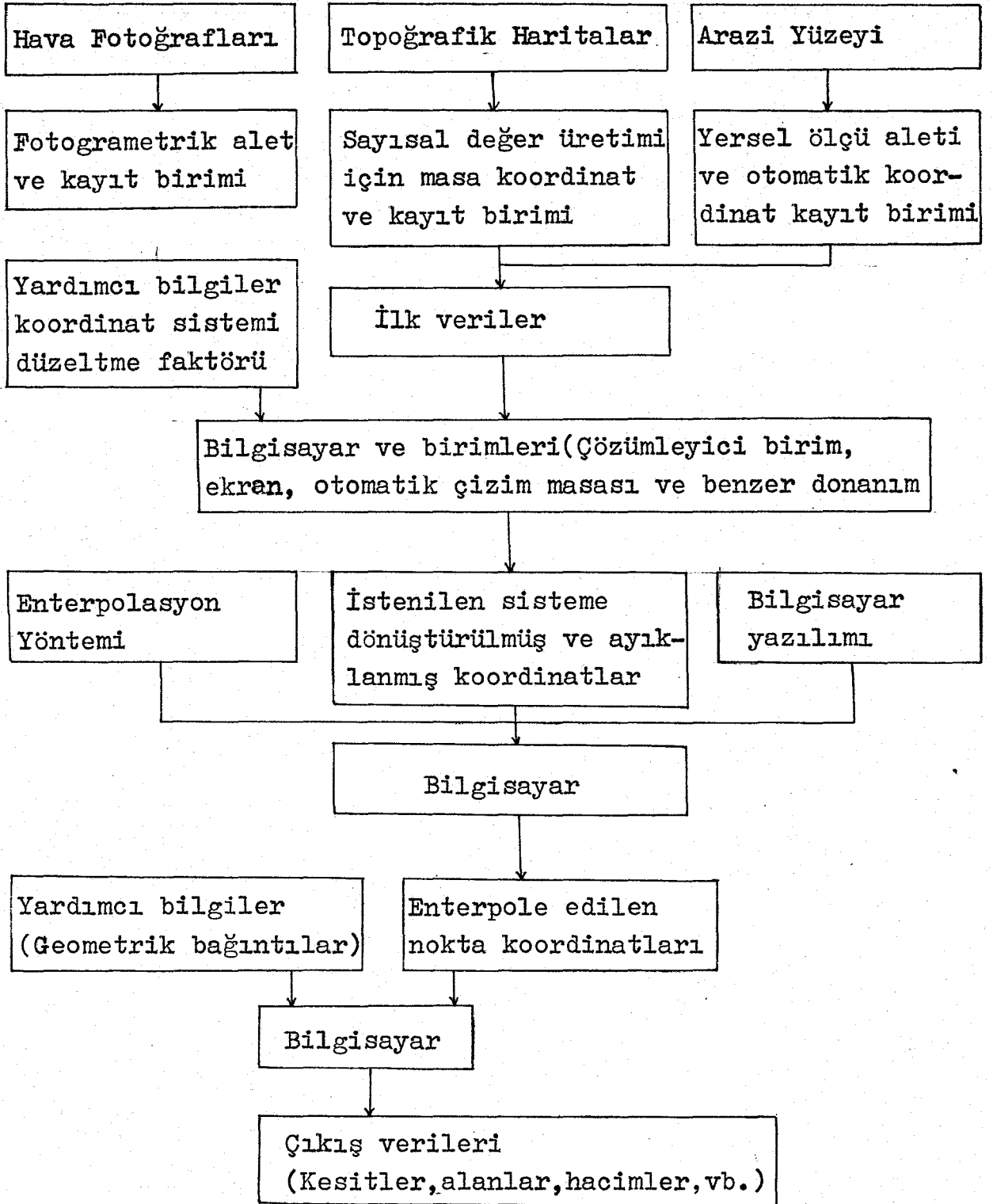
Bu yaklaşımlara göre çeşitli enterpolasyon yöntemleri olup ayrı bir bölümde bu yöntemler ve enterpolasyon kavramı ayrıntılı olarak incelenecektir.

2.14 BİLGİLERİN SAKLANMASI VE TEKRAR ELDE EDİLMESİ

Verilerin elde edilerek işlenmesi, enterpolasyon ve diğer yardımcı işlemlerin elde edilmesiyle oluşan SYM ürünü olan sayısal haritalar veya amaca uygun üretilen diğer ürünlerin ve hatta giriş bilgilerinin bilgisayar belleğinde saklanması ve gerektiğinde bilgi ve ürünlerin tekrar elde edilmesi gerekmektedir. Çünkü üretilen bilgi ve ürünler birçok mühendislik projesinin altlığını oluşturmaktadır.

Yukarıda açıklanmaya çalışılan SYM'nin işlem adımları aşağıda iki akış diyagramında özet olarak gösterilmiştir, (Koyuncu, D.1981).

SAYISAL YÜKSEKLİK MODELLERİNDE İŞ AKIŞ DİYAGRAMI



2.2 SAYISAL YÜKSEKLİK MODELLERİNDE ARAZİNİN TANIMLANMASI

SYM veri kaynağı, arazinin kendisi, fotogrametrik model veya benzeri haritaların kendisi olabilir.Örnekleme SYM verilerinin işlenmesi için isteklerin arazinin tipine göre belirlenmesi gerekir.Buna göre arazi sınıflandırması:

- . Öznel Yaklaşım,
- . Nesnel Yaklaşım,
- . Her ikisinin karışımı,

olarak üç ayrı yoldan yapılabilir.

Öznel yaklaşım, tamamen operatörün yorumunu gerektiren bir yöntemdir.Bu yaklaşımla elde edilen sınıflandırmalarda, belirlenen örnekleme nokta sayısının, bu noktaların dağılım biçimini, seçilen enterpolasyon yönteminin en uygun olduğu tartışılabilir. Otomasyon ise pek uygun değildir. Bu nedenle arazinin nesnel parametrelerle tanımlanabilmesi gerekebilir.

Arazinin tanımlanabilmesi için kullanılan parametreler aşağıdaki şu koşulları sağlamalıdır:

- . Parametre olabildiği kadar arazinin fiziksel karakteristiklerinin düşünsel bir görüntüsünü yansıtmalıdır.
- . Parametre kolayca sayısal biçimde ölçülebilir olmalıdır.
- . Parametre sonradan yapılacak sayısal ve istatistik değerlendirmeye uygun olmalıdır.
- . Parametre farklı ölçülerle karşılaştırılabilir olmalıdır.

Bu amaçlar doğrultusunda kullanılan parametreler aşağıda gösterilmiştir,(Güler,A.1985).

2.21 Gradient ve Eğrilik

Gradient yüzeyin en büyük eğim doğrultusu ve eğimidir.

$$\text{Gradient, } S = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}$$

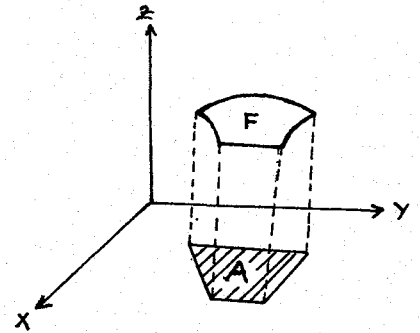
$$\text{Eğrilik, } C = \sqrt{\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right)^2}$$

bağıntılarıyla hesaplanır.

2.22 Yüzey Alanı

$\frac{F}{A}$ biçiminde, yüzey alanı ile düzlemsel alanlar arasındaki oran engebe parametresi olarak alınır,(Şekil 2.2)

Gerekli işlem ve kısaltmalar yapıldığında sonuç olarak,

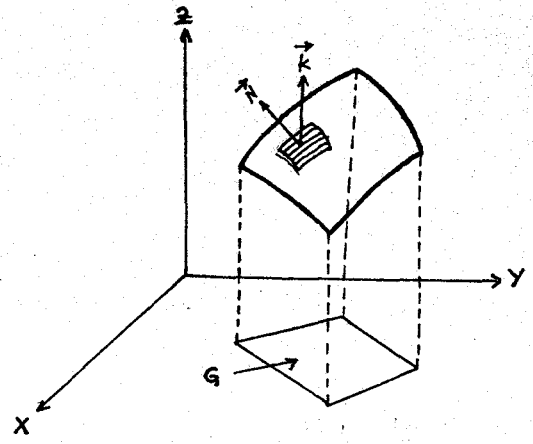


Şekil 2.2

$$F = \sum_G \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 + 1} \Delta x \Delta y$$

$$A = \sum_G \Delta x \Delta y = n_G \Delta x \Delta y$$

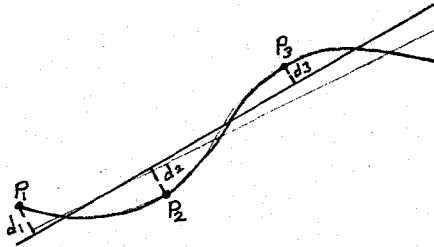
olup, $\frac{F}{A}$ engebe parametresidir.
(Güler,A.1985).



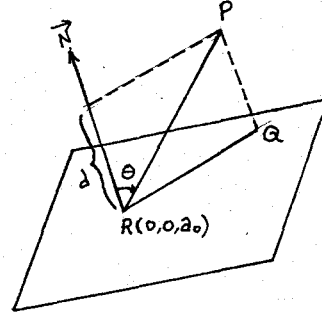
Şekil 2.3

2.23 Bump Frekansı

Bu parametre arazi üzerindeki noktalardan, bu noktalara göre en uygun biçimde yerleştirilmiş, düzlem yüzeye bu noktaların uzaklıklarının ortalama ve varyansı olarak elde edilir, (Şekil 2.4, Şekil 2.5).



Şekil 2.4



Şekil 2.5

$$d = |\vec{RP}| \cos \theta = \frac{|\vec{N}|}{|\vec{N}|} |\vec{RP}| \cos \theta = \frac{N \cdot RP}{|\vec{N}|}$$

olup, değerler yerine konularak gerekli işlemler yapıldığında 1.moment,

$$M_1 = \bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n}$$

2.moment,

$$M_2 = \frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n}$$

varyans,

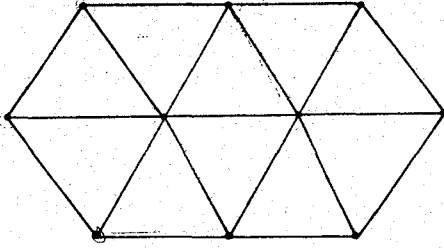
$$S = M_2 - M_1^2 = \frac{n \sum_{i=1}^n d_i^2 - (\sum d_i)^2}{n^2} = \frac{(d_i - \bar{d})^2}{n}$$

olarak elde edilir, (Güler,A.1985).

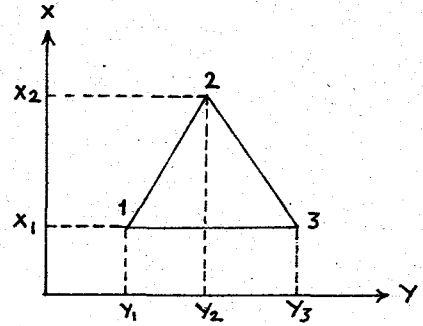
2.24 Düzlemlerin Dağılımı

Düzlemlerin dağılımı ile ilgili parametrelerin bulunabilmesi

için önce, üçerli yükseklik noktası gruplarında kesişen üçgen düzlemler yerleştirilir, (Şekil 2.6).



Şekil 2.6



Şekil 2.7

Yükseklik fonksiyonları (Şekil 2.7)'de görüldüğü gibi,

$$Z_1 = a_0 + a_1 x_1 + a_2 y_1$$

$$Z_2 = a_0 + a_1 x_2 + a_2 y_2$$

$$Z_3 = a_0 + a_1 x_3 + a_2 y_3$$

olarak belirlenip a_i katsayıları herhangi bir yöntemle hesaplandıktan sonra birim vektörler,

$$\tan \gamma = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

biçiminde bulunurlar .

Bu değerin elde edilmesinden sonra, vektör kuvveti, vektör dispersiyonu, üçgen yüzeylerin eğim ortalaması ve varyansı hesaplanır. Buna göre, vektör kuvveti;

$$\cos \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \gamma}}$$

$$V_s = \sqrt{\frac{\sum \cos^2 \gamma_i}{n}}$$

vektör dispersiyonu;

$$V_d = \frac{n \sum \cos^2 \gamma_i - (\sum \cos \gamma_i)^2}{n^2}$$

bağıntılarıyla hesaplanır.

Yükseklik değişimlerinin az olduğu alanlarda vektör kuvveti büyük, vektör dispersiyonu küçüktür, (Güler, A.1985).

2.25 Kırık Çizgiler

Arazi eğiminde ani veya keskin değişimlerin olduğu çizgiler kırık çizgiler olarak tanımlanır. Kırık çizgiler matematiksel ola

rak yüzeyin türevlerinin kesikli olduğu yerler olup, fiziksel olarak hendek, set, uçurum kenarları olarak bilinir. Bunlar stereodelde kolaylıkla tanınmazlar, sorun bu kırık çizgileri belirleyen nesnel bir araç bulmaktır. Çözüm olarak kesitlerin çeşitli bölümlerine ardışık olarak yerleştirilen polinomlar olabilir, (örneğin; $Z=a_1+a_2x+a_3x^2$ gibi).

2.3 SYM İÇİN ARAZİ SINIFLANDIRMALARI

SYM'nin niteliği, temsil ettiği arazi çeşidine göre değişir. Bu nedenle belirli kriterlere dayanan bir arazi sınıflandırması yapılarak SYM'nin değerlendirilmesi de buna göre yürütülmelidir, (Koyuncu, D.1981).

İyi bir arazi sınıflaması yapılabilmesi için önemli görülen hususlar şu biçimde sıralanabilir;

- . Sınıflama mantıksal, basit ve düzenli olmalıdır,
- . Sınıflar sonlu olmalı ve birbirlerine bindirme yapmamalıdır,
- . Sınıflama ayrıntılı olup her şeyi içermelidir,
- . Sınıflandırmalarda kullanılan deyimler, adlandırmalar kısa ve anlaşılır olmalı ve arazinin fiziksel özelliklerini yansıtmalıdır.
- . Sınıflandırma alabildiğince objektif olmalıdır, ve sınıflama tekniği istatistik analiz ve küme teorisi ilkeleri üzerine kurulmalıdır,

- . Sınıflama SYM uygulamaları için uygulanabilir olmalıdır,

Değişik arazi sınıflandırmaları yanında F.Silar tarafından aşağıda belirtilen kriterler kullanılarak araziler başlıca dört gruba ayrılmıştır, (Jiwalai, W.1972; Koyuncu, D.1981).

Bu kriterler şöyle sıralanabilirler;

- . Birbirine dik iki doğrultuda arazi yüzeyinin eğimi,
- . Belirlenecek yüzeyin yapısı, örneğin bir düzlemde olan sapmanın büyüklüğü,
- . Arazide yerel yükselip alçalmaların ve kırık çizgilerinin sayısı,
- . Arazinin düzgünlüğü,

Arazi gruplandırması ise şöyle yapılabilir:

1. Grup Düzenli, düzlem düzeyler: Bu gruptaki araziler yatay veya eğik düzlemlerden veya yavaş değişen eğimli düzgün yüzeylerden oluşur. Kırık çizgi sayısı hektarda 10 dan azdır.

2. Grup Düzenli değişen yüzeyler: Bu gruptaki araziler çok fazla

oval şekilli yüzeylerden oluşur. Kırık çizgi sayısı hektarda 10 ila 20 arasındadır.

3.Grup Düzensiz yüzeyler: Düzgün düzensiz eğrisel yüzeylerden oluşan bir arazi grubudur.Kırık çizgi sayısı hektarda 20 den fazladır.

4.Grup Yapay yüzeyler: Çok sayıda bölgesel alçalıp yükselmeler görülüp insan tarafından oluşturulan yüzeylerdir,(Linkwitz,K. 1970; Aydemir,S.1982;Güler,A.1985).

Bu dört grubun oluşumunda kullanılan parametreler ve dört grup arazi, toplu olarak aşağıdaki gibi gösterilebilir.

Parametre Grup	Eğim	Hektarda kırık nok sayısı	Hektarda örnekleme sayısı	Yüzey Tanımı
1	$\leq \%5$	< 10	20-40	Hafif Engebeli
2	$\%15-\%20$	10-20	40-100	Orta Engebeli
3	$> \%20$	> 20	100-400	Çok Engebeli
4	İnsanlar tarafından oluşturulan yüzey			

ITC de, engebeye göre yapılan sınıflama da ise;

S: Farklı morfolojik özelliklerde ölçülen nokta sayısı,

P: Grid olarak ölçülen nokta sayısı olmak üzere,

S=0 ise Düzgün arazi (Morfolojik özellik yok)

S P ise Az engebeli arazi,

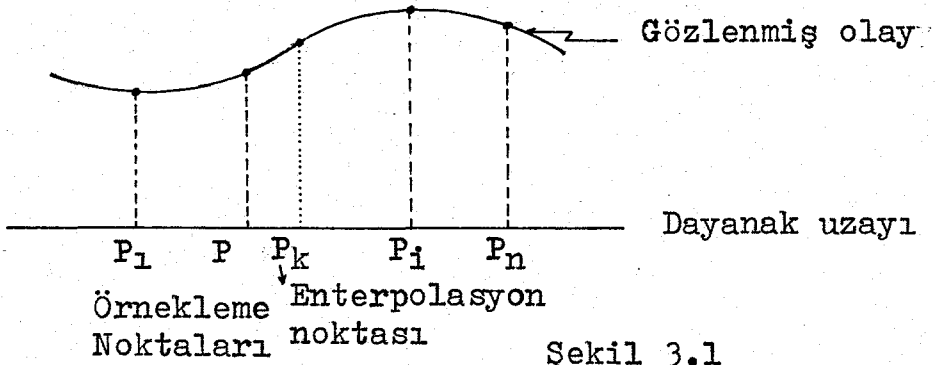
S P ise Orta engebeli arazi,

S P ise Engebeli arazi, (Güler,A.1985).

SAYISAL YÜKSEKLİK MODELİNDE ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİ

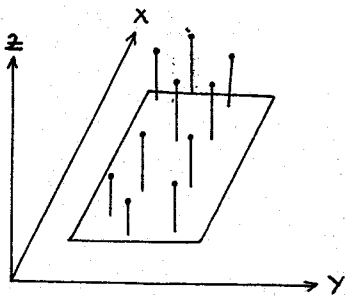
3.1 ENTERPOLASYONUN TANIMI VE YÖNTEMLERİ

Sayısal yükseklik modelleri bölümünde de tanımlandığı gibi interpolasyon, n boyutlu dayanak uzayının p_i örnekleme noktalarında gözlenen bir olaya ait m boyutlu vektörleri kullanarak dayanak uzayının p_k noktalarında, bu olayın m boyutlu bilinmeyen vektörlerin bulunması problemidir, (Şekil 4.1).

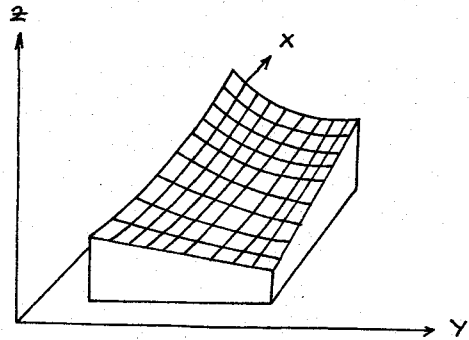


Şekil 3.1

n boyutlu p_i noktalarına dayanak uzayı adı verilip iki boyutludur. Bu boyutlar yatay konumu belirleyen y ve x değerleridir. Vektörler ise tek boyutlu olup, yüksekliği belirleyen z değerleridir, (Şekil 3.2, Şekil 3.3).



Şekil 3.2



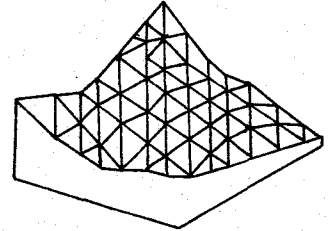
Şekil 3.3

Enterpolasyon gerçekte bir yüzey yerleştirme sorunu olup, bu sorunun çözümü için üç farklı yaklaşım söz konusudur, (Güler, A. 1985).

- Tüm araziye kapsayan bir tek fonksiyonla enterpolasyon,
- Yerel olarak tanımlanmış parça parça fonksiyonlarla enterpolasyon,
- Nokta nokta enterpolasyon,

. Tek bir fonksiyonla interpolasyon probleminde bir tek $z=f(x,y)$ fonksiyonunu belirlemek için bütün dayanak noktaları aynı anda kullanılır. Buna örnek olarak Hardy'nin ikinci dereceden hiper yüzeyi gösterilebilir, (Hardy, R.1972/10; Güler, A.1980)

. Parça parça interpolasyonda bütün sayısal yükseklik modeli daha küçük parçalara bölünür ve her bir parça seçilen bir fonksiyonla gösterilir. Bu durumda parçaların sınırları boyunca çatlaklar ve süreksizlikler oluşabilir. Bundan kaçınmak için, parçalarda ki fonksiyonları sınırlar boyunca çakıştırmak için etkileyen birleştirme fonksiyonları kullanılabilir. Bu birleşme koşullarının, bilinmeyen fonksiyon parametrelerinin hesabında açık olarak tanıtılması gerekli ise, problem bir tek fonksiyonla interpolasyon şekline dönüşür. Bu nedenle, birleştirme koşullarına gerek kalmayacak biçimde fonksiyonların bulunması gerekir. Böyle bir fonksiyona çok basit bir örnek olarak daha sonra değinilecek lineer interpolasyondaki polihedron gösterilebilir, (Şekil 3.4).



Polihedron

Şekil 3.4

Birleştirme koşullarına gereksinme göstermeyen fonksiyonlara diğer bir örnek, Jaincaitis ve Junkins tarafın-

dan verilmiş olan 12 katsayılı bikübük polinomdur, (Jaincaitis, J; Junkins, J.1973; Güler, A, 1983).

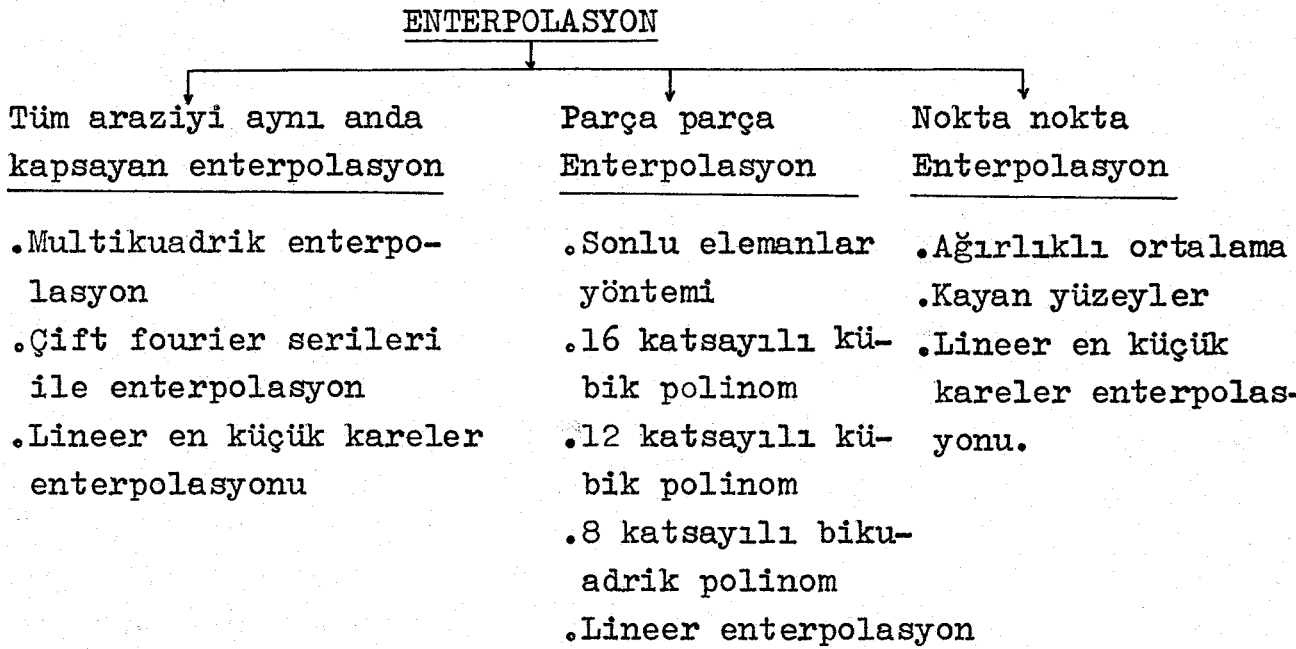
. Nokta nokta interpolasyonda, yüksekliği bulunacak noktayı çevreleyen kritik dairenin iç tarafına düşecek biçimde ölçülmüş dayanak noktaları seçilir. Ölçüler düzgün ağ noktalarında yapılmış ise büyük ölçüde kolaylık sağlanır. Her bir yeni nokta çevresindeki dayanak noktaları alt kümesini kullanarak bağımsız interpolasyon yapıldığından bu yöntemde depolama işlemine gerek kalmaz.

Dayanak noktaları düzgün bir ağın köşe noktaları olarak ölçülmüşse dört köşe noktası kullanılarak daha sonra görülecek interpolasyon yöntemlerinden biriyle interpolasyon yapılabilir.

Bu üç temel yaklaşıma göre bir çok interpolasyon yöntemi geliştirilmiştir. Bu yöntemlerin felsefesi interpolasyonda kapsa-

nan alana dayanır. Bazı interpolasyon yöntemleri, bu yaklaşımların her birisi için söz konusu olabilir, Örneğin lineer prediksiyon hem nokta nokta interpolasyon amacı ile hemde aynı anda tüm araziyi kapsayacak interpolasyon amacı ile kullanılabilir. Yine sonlu elemanlar yöntemi ile interpolasyon, parça parça interpolasyon olmakla beraber bir takım koşulların tanımlanması ile tüm yüzeyin aynı anda interpolasyonu biçimine dönüşebilir.

Interpolasyon yöntemlerinin kesin bir gruplandırılması olmayıp, bazı interpolasyon yöntemleri birden fazla gruba girebilmektedir. SYM'de kullanılan bazı interpolasyon yöntemleri aşağıda şematik olarak gösterilmiştir, (Güler, A. 1986).



Sayısal yükseklik modellerinde çok kullanılan bu yöntemlerden bazıları ayrıntılı olarak incelenecektir.

3.2 MULTİKÜADRİK ENTERPOLASYON

Bu interpolasyon topoğrafik yüzey, katsayıları tanımlanmış bir tek cins ikinci dereceden yüzey denklemlerinin toplamı olarak belirlenmektedir. Hardy bu yüzeye Multiküadratik yüzey adını vermektedir.

Bu yöntemde örnekleme noktalarına göre düşük dereceden bir $t(x,y)$ polinomu kullanılarak trend yüzeyi geçirildikten sonra, kalan Δh_i artık değerleri ile multiküadratik yüzeyin katsayıları

belirlenmektedir. Multikvadrik yüzey genel olarak,

$$\sum_{i=1}^n C_i q(y_i, x_i, y, x) = \Delta h \quad (3.1)$$

biçimindeki serilerle gösterilir, (Hardy, R. 1972/10; Güler, A. 1983). Burada $\Delta h, y$ ve x 'in fonksiyonları olan tek bir cins ikinci dereceden yüzeylerin toplamıdır. Her bir ikinci dereceden yüzeyin düşey simetri eksenini, örnekleme noktalarının y_i ve x_i yatay konumlarında yer almıştır. C_i katsayısı ikinci dereceden terimlerin işaretini ve eğimini belirler.

Genel gösterimden sonra multikvadrik yüzeye örnek olarak, dairesel paraboloid serilerin toplamı,

$$\sum_{i=1}^n C_i [(y_i - y)^2 + (x_i - x)^2 + f]^{\frac{1}{2}} = \Delta h \quad (3.2)$$

veya dairesel hiperboloid serilerin toplamı,

$$\sum_{i=1}^n C_i [(y_i - y)^2 + (x_i - x)^2 + f] = \Delta h \quad (3.3)$$

verilebilir.

Son eşitlikte $f=0$ alınırsa multikvadrik yüzey,

$$\sum_{i=1}^n C_i [(y_i - y)^2 + (x_i - x)^2]^{\frac{1}{2}} = \Delta h \quad (3.4)$$

biçimindeki dairesel dik konilerin toplamına dönüşür. Dairesel dik konilerin toplamından oluşan multikvadrik yüzeyin C_i katsayılarını belirlemek için n sayıdaki örnekleme noktalarından yararlanılarak,

$$\sum_{i=1}^n C_i [(y_i - y_j)^2 + (x_i - x_j)^2]^{\frac{1}{2}} = \Delta h_i \quad i=1, 2, \dots, n \quad (3.5)$$

biçiminde n sayıda lineer denklem sistemi oluşturulur. Burada $n \times n$ boyutlu A katsayıları matrisi,

$$[(y_i - y_j)^2 + (x_i - x_j)^2]^{\frac{1}{2}} = a_{ij} \quad (3.6)$$

elemanlarından oluşmuştur. n elemanlı bilinmeyenler vektörü ise

$$C^t = [c_1, c_2, \dots, c_n] \quad (3.7)$$

biçimindedir.

Örnekleme noktalarındaki artık yükseklik değerlerini gösteren n elemanlı vektör ise,

$$\Delta h^t = [\Delta h_1, \Delta h_2, \dots, \Delta h_n] \quad (3.8)$$

şeklindedir. (3.4) eşitliği matris gösterimi ile

$$\underline{A} \underline{C} = \underline{\Delta h} \quad (3.9)$$

olur.

Buradan bilinmeyen vektörü,

$$\underline{C} = \underline{A}^{-1} \underline{\Delta h} \quad (3.10)$$

matris eşitliğinden bulunur. Diğer yandan trend yüzeyi,

$$t(x,y) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^{m-i} a_{ij} x^i y^j \quad (3.11)$$

bağıntısıyla belirlenmektedir.

C_j katsayılarının hesaplanmasından sonra koordinatları y ve x olan P noktalarının yükseklikleri,

$$h_p = t(x,y) + \sum_{i=1}^n C_i \left[(y_i - y)^2 + (x_i - x)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.12)$$

olarak bulunur, (Hardy, R.1971; Güler, A.1983).

Tüm araziye kapsayan bir tek fonksiyonla enterpolasyondan, en küçük kareler enterpolasyonu ayrı bir bölümde ayrıntılarıyla incelenecektir.

3.3 SONLU ELEMAN YÖNTEMİ İLE ENTERPOLASYON

Sonlu eleman yöntemleri genelde düzenli üçgen, veya dikdörtgen yapıllı grid ağına ait noktaların düzey doğrultuları üzerinde, uygun düğüm parametrelerinin kullanılmasını gerektirir. Bunun için verilerin düzgün gridler boyunca olması gerekir. Bu her zaman mümkün olamayacağından bu yöntemde önce rastgele dağılım gösteren veriler yardımıyla sonlu elemanların düğüm noktalarındaki bilinmeyenleri hesapladıktan sonra oluşturulan algoritma ile düzenli verilere dayanarak daha sık veri elde edilir.

Bu yaklaşımda seçilen bilineer yüzey parçası üzerinde sonlu eleman teknikleri uygulanır ve her sonlu eleman, bir bilineer fonksiyonla ifade edilir.

Sonlu eleman yönteminde çeşitli eleman şekilleri kullanılabilir. Örnek olarak $R = [a, b] \times [c, d]$ bölgesinin, eşit büyüklükte kare biçiminde elemanlara bölündüğü kabul edilir, ve bu karelerin yerel koordinatları bilinirse şu işlemlerden sonra eleman enterpolasyon fonksiyonu elemanın düğümlerindeki yükseklikler cinsinden ifade edilebilir, (Gökgöz, R.1984).

Yüzey elemanı,

$$z = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 xy \quad (3.13)$$

alınır ve koordinatlar birim kare uzunluğunda normlandırılırsa,

$$\underline{Y} = \frac{Y_i - Y_0}{d}, \quad \underline{X} = \frac{X_i - X_0}{d}$$

kare köşe koordinatları,
 (Şekil 3.5) de görüldüğü
 gibi elde edilir.

Yükseklik z ile gösterilirse,

$$z_i = a_0 + a_1 x_i + a_2 y_i + a_3 x_i y_i$$

Şekil 3.5

her dört nokta için yazıp matris gösterimi ile belirtilerek,

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \underline{Z} = \underline{A} \cdot \underline{a} \quad (3.14)$$

biçiminde ifade edilir.

Buradan,

$$\underline{a} = \underline{A}^{-1} \underline{Z} \quad (3.15)$$

Elemanın herhangibir yüzey noktasındaki yüksekliği,

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & x & y & xy \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

olur, a değeri yerine konur $\underline{A}^{-1}$ ile çarpılırsa,

$$Z = (1-x)(1-y)Z_1 + x(1-y)Z_2 + y(1-x)Z_3 + xyZ_4 \quad (3.17)$$

olarak bulunur.

Şimdi her örnekleme noktası için, içinde bulunduğu elemanın
 düğüm yükseklikleri cinsinden düzeltme denklemleri yazılırsa
 ölçülen yükseklik Z ,

0 noktanın, enterpolasyonla bulunan yüksekliği $\bar{Z}$ ise, düzeltme
 denklemi,

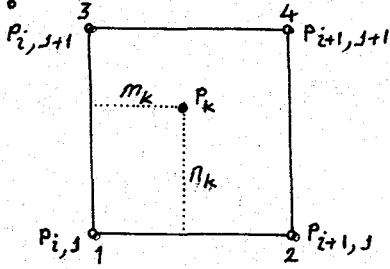
$$V = \bar{Z} - Z \quad (3.18)$$

olur.

Gerçek koordinatlarla karıştırılmaması için yerel koordinatlar ,
 $x=m, y=n$ olarak alınır, (3.17) eşitliğinde yerine konursa ,

$$Z(m,n)=(1-m)(1-n)Z_1+m(1-n)Z_2+n(1-m)Z_3+mnZ_4 \quad (3.19)$$

olur.



Koordinatlar normlandırılırsa

$$m_k = \frac{x_k - x_i}{d}, \quad n_k = \frac{y_k - y_i}{d}$$

elde edilir.

Şekil 3.6

Düzeltilme denklemleri

$$V_k = \bar{Z}_k - Z_k$$

biçiminde olup, açıklanacak olursa,

$$V_k = (1-m_k)(1-n_k)Z_{ij} + m_k(1-n_k)Z_{i+1,j} + n_k(1-m_k)Z_{i,j+1} + m_k n_k Z_{i+1,j+1} - \bar{Z}_k \quad (3.20)$$

elde edilir.

x yönündeki düğüm sayısı s, y yönündeki düğüm sayısı t ise, örnekleme noktalarına ait düzeltilme denklemi,

$$\begin{bmatrix} v_{1,i,j} \\ v_{2,i,j} \\ \vdots \\ v_{k,i,j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1-m_{1,i,j})(1-n_{1,i,j}) & m_{1,i,j}(1-n_{1,i,j}) & n_{1,i,j}(1-m_{1,i,j}) & m_{1,i,j} n_{1,i,j} \\ (1-m_{2,i,j})(1-n_{2,i,j}) & m_{2,i,j}(1-n_{2,i,j}) & n_{2,i,j}(1-m_{2,i,j}) & m_{2,i,j} n_{2,i,j} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ (1-m_{k,i,j})(1-n_{k,i,j}) & m_{k,i,j}(1-n_{k,i,j}) & n_{k,i,j}(1-m_{k,i,j}) & m_{k,i,j} n_{k,i,j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{z}_{1,j} \\ \bar{z}_{i+1,j} \\ \vdots \\ \bar{z}_{k,i,j} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{z}_{1,i,j} \\ \bar{z}_{2,i,j} \\ \vdots \\ \bar{z}_{k,i,j} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

olur, burada

$$i=1,2,\dots,S-1$$

$$j=1,2,\dots,t-1$$

k: bir elemandaki örnekleme noktası olmaktadır.

$$A_I = \begin{bmatrix} (1-m_{1,i,j})(1-n_{1,i,j}) & m_{1,i,j}(1-n_{1,i,j}) & n_{1,i,j}(1-m_{1,i,j}) & m_{1,i,j} n_{1,i,j} \\ (1-m_{2,i,j})(1-n_{2,i,j}) & m_{2,i,j}(1-n_{2,i,j}) & n_{2,i,j}(1-m_{2,i,j}) & m_{2,i,j} n_{2,i,j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (1-m_{k,i,j})(1-n_{k,i,j}) & m_{k,i,j}(1-n_{k,i,j}) & n_{k,i,j}(1-m_{k,i,j}) & m_{k,i,j} n_{k,i,j} \end{bmatrix}$$

bağıntısı ile katsayılar matrisi,

$$\underline{V_I} = \begin{bmatrix} v_{1,i,j} & v_{2,i,j} & v_{3,i,j} & v_{4,i,j} \end{bmatrix}^t$$

bağıntısı ile düzeltme vektörü,

$$\underline{X_I} = \begin{bmatrix} z_{i,j} & z_{i+1,j} & z_{i,j+1} & z_{i+1,j+1} \end{bmatrix}^t$$

bağıntısı ile bilinmeyenler vektörü,

$$\underline{L_I} = \begin{bmatrix} \bar{z}_{1,i,j} & \bar{z}_{2,i,j} & \bar{z}_{3,i,j} & \bar{z}_{4,i,j} \end{bmatrix}^t$$

ölçülen yükseklikler alınır,sa,

(3.21) eşitliği,

$$\underline{V_I} = \underline{A_I} \underline{X} - \underline{L_I} \quad (3.22)$$

biçiminde gösterilebilir.

Düzgünlüğü sağlayan düzeltme denklemleri,

X yönünde,

$$V_{x:i,j} = z_{i-1,j} - 2z_{i,j} + z_{i+1,j} - 0 \quad (3.23)$$

Y yönünde,

$$V_{y:i,j} = z_{i,j-1} - 2z_{i,j} + z_{i,j+1} - 0 \quad (3.24)$$

dır.Burada düzeltmeler vektörü, $\underline{V_{II}}$,

Katsayılar matrisi,

$\underline{A_{II}}$

Bilinmeyenler vektörü,

$\underline{X}$

Sabit terim vektörü,

$\underline{L_{II}}$ olarak ifade edilirse,

$$\underline{V_{II}} = \underline{A_{II}} \underline{X} - \underline{L_{II}} \quad (2.25)$$

olur.

Burada $\underline{L_{II}}=0$ ve katsayılar matrisi,

$$\underline{A_{II}} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & 0 & \cdot & 0 & -2 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \cdot & 0 & 0 & -2 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

olur.

(3.22) ve (3.25) eşitliklerinde bilinmeyenler vektörü aynı olduğundan,

$$\begin{bmatrix} \underline{VI} \\ - \\ \underline{VII} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{AI} \\ - \\ \underline{AII} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{X} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{LI} \\ - \\ \underline{LII} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

yazılabilir.

Burada, $\underline{V} = [\underline{VI} \ \underline{VII}]^t$, $\underline{A} = [\underline{AI} \ \underline{AII}]^t$ ve $\underline{L} = [\underline{LI} \ \underline{LII}]^t$ tanımlamaları ile (3.25) eşitliği aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\underline{V} = \underline{A}\underline{x} - \underline{L} \quad (3.27)$$

En küçük kareler yöntemiyle,

$$\underline{A}^t \underline{P} \underline{A} \underline{X} - \underline{A}^t \underline{P} \underline{L} = 0 \quad (3.28)$$

$$\underline{X} = (\underline{A}^t \underline{P} \underline{A})^{-1} \underline{A}^t \underline{P} \underline{L} \quad (3.29)$$

bağıntısıyla hesaplanır.

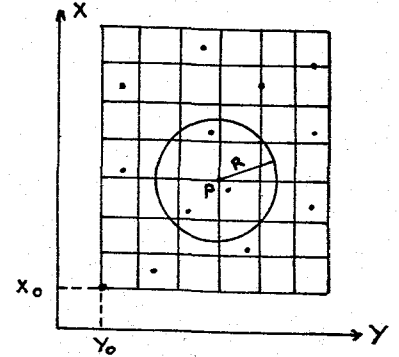
Böylece enterpolasyon fonksiyonu belirlenmiş olup, yüzeye ait herhangi bir noktanın yüksekliği bulunabilir, (Gökgöz, R.1984)

3.4. AĞIRLIKLIL ORTALAMA İLE ENTERPOLASYON

Hesaplamalarda kolaylık sağlayacağı için koordinatlar normalize edilirse

$$y_i = \frac{y_i - y_0}{d}, \quad x_i = \frac{x_i - x_0}{d}$$

olur. (Şekil 3.7).



Şekil 3.7

İstenilen noktanın yüksekliği çevrede bulunan dayanak noktalarının değerinden,

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^n w_i z_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad \text{veya} \quad Z = \frac{\underline{WZ}^T}{\underline{WU}^T} \quad (3.24)$$

olur. Burada,

$$\underline{W} = (w_1 \ w_2 \ \dots \ w_n)$$

$\underline{U}$ = Birim vektörü

Ağırlık;

$$w_i = S^{-k} = \frac{1}{s^k} \quad (3.25)$$

alınır.

k: Sabit bir katsayı olup uygun biçimde seçilir.

s:Noktalar arasında uzaklık olup,

$$s = (x_i - x_0) + (y_i - y_0) \quad (3.26)$$

bağıntısı ile bulunur.

3.5 KAYAN YÜZEYLER YARDIMIYLA ENTERPOLASYON

Bu yöntemde istenilen her bir noktanın yüksekliği, çevresinde bulunan dayanak noktalarından hesaplanan bir yüzeyden elde edilir. Bu yüzeyin konum ve şekli, bir noktadan diğer komşu noktaya değiştiğinden kayan yüzey olarak adlandırılır. Koordinat sisteminin başlangıcı olarak yüksekliği hesaplanacak nokta alınır, bu yüzeye ait,

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{i+j=k} a_{ij} x_i^i y_j^j \quad (3.27)$$

m'inci dereceden polinomun sabit terimi a_{00} enterpole edilen noktanın yüksekliği olur, (Tempfli, K.1977; Güler, A.1983).

Yüzeyin a_{ij} katsayılarının hesabı için hata denklemleri,

$$V_i = \sum_{k=0}^m \sum_{i+j=k} a_{ij} x_n^i y_n^j - Z_n \quad (3.28)$$

olacaktır.

x_n, y_n ve Z_n değerleri n'inci dayanak noktalarının koordinatlarıdır. Ağırlık olarak;

$$W_n = ((x_n - x_0)^2 + (y_n - y_0)^2)^{-k} \quad (3.29)$$

seçilebilir. İstenirse yerine,

$$W_n = (1 + s^2/k^2)^{-1} \quad (3.30)$$

biçiminde hirtvonen fonksiyonu veya,

$$W_n = e^{-s^2/k^2} \quad (3.31)$$

Gauss fonksiyonu da alınabilir.

Hata denklemleri matris gösterimi ile,

$$V = \underline{A} \underline{X} - \underline{L} \quad (3.32)$$

şeklindedir. Burada,

$\underline{A}$: x_n ve y_n koordinatlarını içeren katsayılar matrisi,

$\underline{X}$: a_{ij} katsayılarını içeren bilinmeyen vektörü,

$\underline{L}$: Dayanak noktalarının Z_n yüksekliklerini içeren ölçüler vektörü olur.

Q : Ağırlık matrisi,

olarak alınır

$$A^T Q A X - A^T Q L = 0 \quad (3.33)$$

olarak elde edilen normal denklemlerden, a_{ij} katsayılarını içeren,

$\underline{X}$ bilinmeyen vektörü,

$$\underline{X} = (A^T Q A)^{-1} A^T Q L \quad (3.34)$$

olarak hesaplanır.

Örnek olarak ikinci derece bir yüzey polinomu alınır,

$$Z = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} a_{ij} x^i y^j$$

biçimindeki fonksiyon açılacak olursa,

$$Z = a_{00} + a_{01} y + a_{02} y^2 + a_{10} x + a_{11} xy + a_{20} x^2$$

olur. Hata denklemleri ise,

$$v_k = a_{00} + a_{01} y + a_{02} y^2 + a_{10} x + a_{11} xy + a_{20} x^2 - z_k$$

biçiminde elde edilir. Burada katsayılar matrisi,

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & y_1^2 & x_1 & x_1 y_1 & x_1^2 \\ 1 & y_2 & y_2^2 & x_2 & x_2 y_2 & x_2^2 \\ \cdot & & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & & \cdot \\ 1 & y_m & y_m^2 & x_m & x_m y_m & x_m^2 \end{bmatrix}$$

ağırlık matrisi,

$$\underline{Q} = \begin{bmatrix} w_1 & & & & \\ & w_2 & & & \\ & & \cdot & & \\ & & & \cdot & \\ & & & & w_m \end{bmatrix}$$

ölçülen yükseklikler,

$$\underline{L}^t = [z_1 \ z_2 \ \dots \ z_m]$$

olarak alınır bilinmeyen katsayılar,

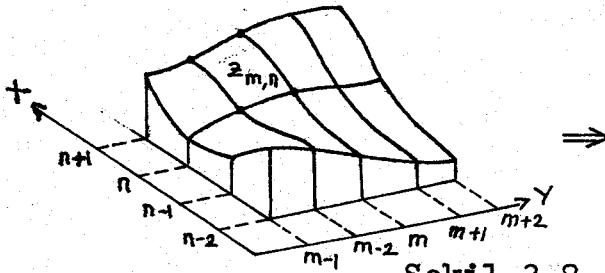
$$\underline{X} = (A^T Q A)^{-1} A^T Q L$$

bağıntısı ile bulunur.

Bu yöntemde polinomun n derecesi, daha yüksek dereceden polinomlar interpolasyonu düzeltmediğinden ve ayrıca komşu ölçü noktalarının sınırlı bir sayısının interpolasyona alınması öngörülmesi olacağından, kötü şartlı normal denklemlerden kaçınmak ve hesap yükünü sınırlamak için genellikle 2 veya 3 alınması uygun olur, (Leberl, F.1973; Güler, A.1980).

3.6. EN KÜÇÜK ARAZİ PARÇALARINDAKİ POLİNOMLA ENTERPOLASYON

Bu enterpolasyon yönteminde örnekleme noktalarının oluşturduğu düzlem eşit kare veya dikdörtgen parçalara bölünür ve her bir parça üzerindeki yüzeyler tüm bölgede sürekli ve düzgün olacak şekilde düşük dereceden polinomlarla gösterilir.



Şekil 3.8

Parçaların sınırları boyunca süreklilik ve düzgünlük vardır. Yöntemin genel özelliği, her bir yerel yüzeyin aynı anda hesaplanmasıdır. Bu düşünceye uygun bir yöntem Jaincaitis ve Junkins tarafından verilmiştir, (Jaincaitis, J; Junkins, J.L.1973; Güler, A.1980).

Arazi yüzeyi şekildeki gibi eşit kare parçalara ayrılırsa, bu parçalardaki yerel polinomlar, (Şekil 3.8)'den,

$$Z = \sum_{i,j} C_{ij} x^i y^j \quad (3.35)$$

biçimindedir.

Herbir kare bölgesinin köşelerindeki yükseklik ve eğim değerleri, yerel dayanak noktaları alt kümesini kullanarak en küçük kareler yöntemine göre elde edilen düzlemlerden hesaplanır.

Z, Z_y, Z_x : Birim kare bölgesinin bir köşesinde hesaplanacak yükseklik ve, y ve x eksenleri doğrultusundaki eğimleri.

Y_i, X_i : Dayanak noktalarının koordinatları.

W_i : Dayanak noktalarının ağırlıkları olarak tanımlanırsa, hata denklemleri,

$$V_i = \bar{Z} + \bar{Z}_y Y_i + \bar{Z}_x X_i - Z_i \quad W_i \quad (3.36)$$

olur.

Hataların karelerinin toplamını minimum yapan $\bar{Z}, \bar{Z}_y, \bar{Z}_x$ değerleri,

$$\begin{bmatrix} \bar{Z} \\ \bar{Z}_y \\ \bar{Z}_x \end{bmatrix} = (A^T Q A)^{-1} A^T Q Z \quad (3.37)$$

olur. Burada A katsayılar matrisi olup,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 \\ 1 & y & x \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & y_n & x_n \end{bmatrix}$$

olur.

Z, dayanak noktalarının yüksekliklerinin gösteren vektör olup,

$$Z = [Z_1, Z_2, \dots, Z_n]^T$$

Q ise ağırlık matrisi olup,

$$Q = \begin{bmatrix} W_1 & & 0 \\ & W & \\ 0 & & W_n \end{bmatrix}$$

biçiminde ifade edilmelidirler.

Herbir kare bölgesindeki yüzey, başta belirtilen yüzey fonksiyonları ile gösterilir. Birim karelerin herbir köşe noktasında yüksekliğe ek olarak y ve x eksenleri doğrultusundaki eğimleri de hesaplandığından herbir kare bölgesi için 12 değer bulunacaktır. Bu değerler 12 katsayılı,

$$Z = C_{00} + C_{01}y + C_{02}y^2 + C_{03}y^3 + C_{10}x + C_{11}xy + C_{12}xy^2 + C_{13}xy^3 + C_{20}x^2 + C_{21}x^2y + C_{30}x^3 + C_{31}x^3y \quad (3.38)$$

şeklinde biküçük bir polinomla belirlenebilir. Bu polinom birim karenin köşe noktalarındaki yükseklikler ve eğimlerden hesaplandığından, komşu karelerdeki polinomların fonksiyon değerleri sınırlar boyunca aynı olur.

Verilen bir kare bölgesi için dört köşe noktasındaki yükseklik ve eğimlerden C_{ij} katsayılarının hesabı,

$$\underline{C} = \underline{A}^{-1} \underline{Z} \quad (3.39)$$

ile bulunur. Burada C vektörü,

$$C = [C_{00}, C_{01}, C_{02}, C_{03}, C_{10}, C_{11}, C_{12}, C_{13}, C_{20}, C_{21}, C_{30}, C_{31}]^T \quad (3.40)$$

dır.

Birim kare bölgesinin köşe noktalarının yatay konumlarına bağlı A katsayılar matrisi ise,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & y_1^2 & y_1^3 & x_1 & x_1 y_1 & x_1 y_1^2 & x_1 y_1^3 & x_1^2 & x_1^2 y_1 & x_1^3 & x_1^3 y_1 \\ 0 & 1 & 2y_1 & 3y_1^2 & 0 & x_1 & 2x_1 y_1 & 3x_1 y_1^2 & 0 & x_1^2 & 0 & x_1^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & y_1 & y_1^2 & y_1^3 & 2x_1 & 2x_1 y_1 & 3x_1^2 & 3x_1^2 y_1 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ 1 & y_4 & y_4^2 & y_4^3 & x_4 & x_4 y_4 & x_4 y_4^2 & x_4 y_4^3 & x_4^2 & x_4^2 y_4 & x_4^3 & x_4^3 y_4 \\ 0 & 1 & 2y_4 & 3y_4^2 & 0 & x_4 & 2x_4 y_4 & 3x_4 y_4^2 & 0 & x_4^2 & 0 & x_4^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & y_4 & y_4^2 & y_4^3 & 2x_4 & 2x_4 y_4 & 3x_4^2 & 3x_4^2 y_4^2 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

olur.

$$\bar{Z} = [\bar{Z}_1 \ \bar{Z}_{1y} \ \bar{Z}_{1x} \ . \ . \ . \ . \ \bar{Z}_4 \ \bar{Z}_{4y} \ \bar{Z}_{4x}]^t \quad (3.42)$$

köşe noktalarının yükseklik ve eğimleridir.

Başlangıcı, birim kare bölgesinin sol alt köşesinde bulunan kayan bir yerel koordinat sistemi tanımlanırsa, A matrisi bütün birim kare bölgeler için aynı olur, ve bir kez hesaplanması yeterli olur.

Kare bölgelerinin büyüklüğünün hesaplanması için,

$$\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [Z(y_i, x_i) - Z_i]^2 \right]^{\frac{1}{2}} < Q$$

eşitsizliğinden yararlanılabilir. Burada,

n : Tüm arazideki ölçü sayısı,

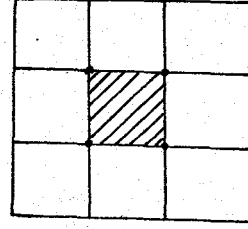
$Z(y_i, x_i)$: Dayanak noktasının ölçülen yüksekliği,

Q : Z_i gözleminin ölçü hatasıdır.

Bu eşitsizlik fonksiyonel modelin standart sapmasının, ölçülerin ölçme duyarlılığı içinde kalmasını sağlar, (Güler, A.1980).

3.7 BİLİNEER POLİNOMLARLA ENTERPOLASYON

Bu yöntemde arazi düzgün karelerle bölünerek, köşe noktalarında ölçüler yapıp, bu noktaların yükseklikleri bulunmak istenirse enterpolasyonda en yakın dört dayanak noktası kullanılarak,

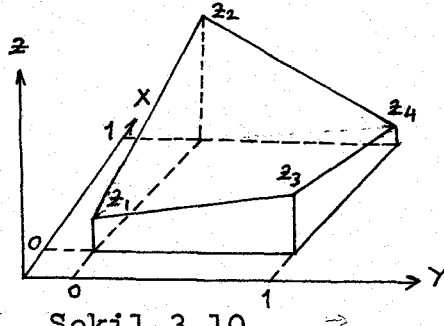


$$Z = a_0 + a_1x + a_2y + a_3xy$$

Şekil 3.9

(3.43)

şeklinde lineer polinomlardan yararlanılır, (Şekil 3.9). Bu durumda yüzey kesin olarak dayanak noktasından geçer. Dayanak noktalarının, sayısal yükseklik modelini kapsayan arazi üzerinde oluşturulan bir kareler ağının herbir biriminin köşe noktalarında bulunması durumunda, sınırlar boyunca çatlaklar oluşmaz. Yani komşu kare birimlerinin sınırları boyunca süreklilik vardır.



Şekil 3.10

Kareler ağının herbir biriminin köşe noktalarında birer dayanak noktası olması durumunda polinom katsayıları,

$$a_0 = z_1, \quad a_1 = z_2 - z_1, \quad a_2 = z_3 - z_1, \quad a_3 = z_1 + z_4 - z_2 - z_3 \text{ bulunur.}$$

Bu enterpolasyon, parça parça enterpolasyon yöntemi olarak da kullanılabilir. Bu enterpolasyon şeklinin SYM'de kullanılması Schult tarafından önerilmiştir, (Schult, R.1974; Güler, A.1980).

3.8. LİNEER ENTERPOLASYON

Bu yöntemde istenilen noktaların yükseklikleri en yakın üç dayanak noktası kullanılarak,

$$Z = a_0 + a_1x + a_2y$$

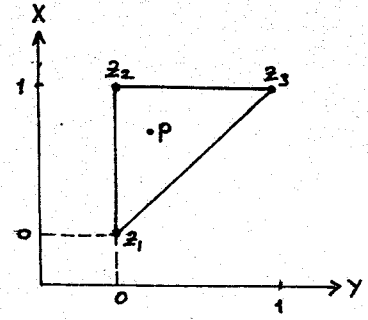
(3.44)

eşitliği yardımıyla hesaplanır, (Şekil 3.11).

Dayanak noktaları düzgün bir kareler ağının birimlerinin köşe noktalarında ise polinom katsayıları,

$$\begin{aligned}
 a_0 &= Z_1 \\
 a_1 &= Z_2 - Z_1 \\
 a_2 &= Z_3 - Z_2 \\
 \text{olur.}
 \end{aligned}$$

Enterpolasyon tanım ve yöntemlerinde (3.1)'de değinildiği gibi polihedron, lineer enterpolasyon sonucu elde edilmiş yüzeydir, (Güler, A.1980).



3.9. ÇİFT LINEER ENTERPOLASYON

Çift lineer enterpolasyonda istenilen noktaların yükseklikleri iki ayrı lineer enterpolasyonda hesaplanarak ortalaması alınır,sa,

$$Z_p = 0.5(Z_1 + Z_2)$$

olarak bulunur, (Şekil 3.12)

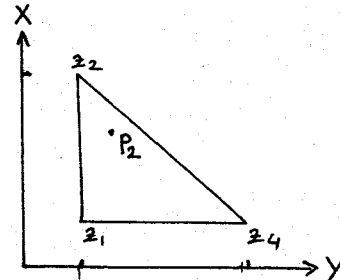
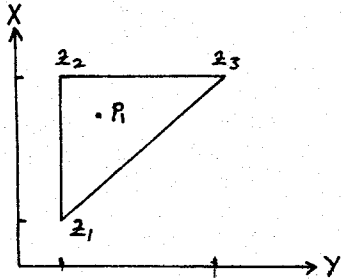
Burada,

$$Z_1 = a_0 + a_1x + a_2y$$

$$Z_2 = b_1 + b_1x + b_2y$$

eşitlikleri yardımıyla hesaplanır.

Dayanak noktaları düzgün bir ağıın köşe noktalarında ise,



Şekil 3.12

$$a_0 = Z_1$$

$$a_1 = Z_2 - Z_1$$

$$a_2 = Z_3 - Z_2$$

$$b_0 = Z_1$$

$$b_1 = Z_2 - Z_1$$

$$b_2 = Z_4 - Z_1$$

olarak yukarıda kullanılacak katsayılar elde edilir, (Güler, A. 1980).

LİNEER EN KÜÇÜK KARELER ENTERPOLASYONU

4.1. GENEL KAVRAM VE TANIMLAR

Sayısal yükseklik modellerinin lineer en küçük kareler yöntemine göre enterpolasyonunda, örnekleme noktalarına göre düşük dededen bir trend yüzeyi geçirildikten sonra, kalan Δz ; artık yükseklik değerlerinin ergodik, homejen ve izotrop bir rasgele alan oluşturduğu varsayılır, (Kraus, K.1972; Güler, A.1983), Burada trend yüzeyi arazinin jeomorfolojik genel şeklini belirleyip, örnekleme noktalarının yatay konum ve yükseklik bilgilerinden yararlanılarak fonksiyon değeri elde edilir. Gerçek yüzeyle, trend yüzeyi arasında kalan kısımlar, kovaryans fonksiyonları yardımıyla belirlenirler, (Özer, H.1986).

Herhangi bir noktanın yüksekliği, noktaya ait trend fonksiyon değerine, kovaryans fonksiyonları yardımıyla bulunan kalıntı yükseklik değerlerinin ilave edilmesiyle bulunmaktadır.

Fiziksel bir olayı içeren bilgiler, ya kesin bir matematik bağıntı ile tanımlanan determinist bilgiler, ya rastgele veya her ikisinin karşımı şeklindedir.

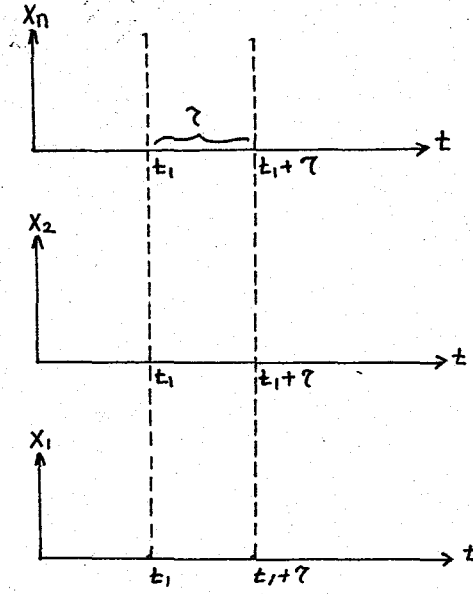
Doğada bir çok olay determinist değildir. Örneğin denizde dalgaların her hangi bir andaki yüksekliği kesin bir matematiksel bağıntı ile gösterilemez. Bu tür olaylar kesin eşitsizliklerden çok olasılık kavramının terimleri ve istatistiksel ortamlarla tanımlanabilirler .

Kesin değeri elde etmek için bir yol bulunamıyorsa karakter olarak rastgeledir. Rastgele fonksiyon denildiğinde belirli bir gözlemin sonuçları yardımıyla tanımlanan ve bu gözlemin tekrarlanması sırasında farklı değerler alabilen fonksiyonlar anlaşılır.

Rastgele bir olayın bir parametreye, örneğin zamana bağlı değişimlerini gösteren bir gözlem kaydı örnekleme fonksiyonu olarak adlandırılır.

Rastgele olayın oluşturduğu bütün olasılık örnekleme fonksiyonların tümü rastgele süreci oluşturur.

Rastgele bir fiziksel olayın özellikleri zamanın herhangi bir anında rastgele süreci oluşturan örnekleme fonksiyonlarının tümünü kapsayan bir ortalama hesaplanarak tanımlanabilir.



Şekil 4.1

Örneğin (Şekil 4.1)'de Görülen rastgele süreci verilen örnekleme fonksiyonlarının tümü düşünülürse t_1 zamanında rastgele sürecin ortalama değeri ki buna istatistikte 1. moment denilir.

t_1 anında herbir örnekleme fonksiyonunun artık değerlerini toplayıp örnekleme fonksiyonlarının sayısına bölünerek hesaplanır.

$\mu_x(t_1) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k(t_1)$, (Mikhail , M ; Ackermann, F.1976; Güler, A.1985). Benzer biçimde rastgele sürecin 2 farklı zamandaki değerleri arasındaki korelasyon t_1 ve $t_1 + \tau$ zamanlarında anlık değerlerin çarpımının toplamalarının ortalaması alınarak hesaplanır. Bu biçimde elde edilen sonuca birleşik moment adı verilir.

$$R_x(t_1, t_1 + \tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k(t_1) \cdot x_k(t_1 + \tau)$$

Burada , $x(t)$ tek bir örnekleme fonksiyonunu tanımlar.

$\mu_x(t_1)$, $R_x(t_1 + \tau)$ değerleri, t_1 zamanının farklı değerleri için aynı kalıyorsa, $\{x(t)\}$ nin zayıf durağan veya durağan olduğu sonucuna varılır.

Zayıf durağan süreçlerde ortalama değer bir sabittir ve oto korelasyon fonksiyonu yalnızca zaman aralığı değişimine bağlıdır.

Bu durumda,

$$\mu_x(t_1) = \mu_x, \quad R_x(t_1 + t_1 + \tau) = R_x(\tau)$$

olur.

$\{x(t)\}$ rastgele sürecinin bütün olasılığı daha yüksek dereceden momentleri ve birleşik momentlerinin zamanla değişmez olması durumu için bu sürecin kuvvetli durağan veya kesin durağan olduğu söylenebilir.

Birçok durumda özel bir zaman anındaki ortalamalar yerine bir tek örnekleme fonksiyonunun zaman ortalamaları ile rastgele sürecin özelliklerini tanımlamak mümkündür.

k'ıncı örnekleme fonksiyonunun $\mathcal{M}_x(k) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_k(t) dt$ otokorelasyon fonksiyonu $R_x(\tau, k) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_k(t) x_k(t+\tau) dt$ biçimde olmaktadır.

$\{x(t)\}$ rastgele süreci durağan ise ve yukarıdaki eşitliklerle verilmiş olan $\mathcal{M}_x(k)$, $R_x(\tau, k)$ farklı örnekleme fonksiyonlarından hesaplandığı zaman aynı değeri taşıyorsa rastgele sürecin ERGODİK olduğu söylenebilir.

Ergodik rastgele süreçler için zaman ortalamalı ortalama değer ve otokorelasyon fonksiyonu rastgele sürecin ortalamasına ve rastgele sürecin otokorelasyon fonksiyonuna eşittir. Yani;

$$\mathcal{M}_x(k) = \mathcal{M}_x, R_x(k, \tau) = R_x(\tau) \quad \text{olur.}$$

Durağan fiziksel olayları gösteren rastgele belgeler genellikle ergodiktir. Bu nedenle çoğu durumlarda bir tek gözlenmiş bir parametreye bağlı kayıttan durağan rastgele olayın özellikleri çoğul olarak ölçülebilir.

$\{x(t)\}$ rastgele fonksiyonun tek boyutlu olabildiği gibi,

$$\vec{x}(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_n(t)]$$

şeklinde n boyutlu bir rastgele vektör fonksiyonu olabilir.

Bu durumda ortalama değer,

$\vec{\mathcal{M}}_x = [\mathcal{M}_{x_1} \ \mathcal{M}_{x_2} \ \dots \ \mathcal{M}_{x_n}]$ şeklinde bir vektör olacaktır. Bu durumda otokorelasyon fonksiyonuna ek olarak,

$x_i(t)$, $x_j(t)$ çifti için çapraz korelasyon fonksiyonu almak gerekir. Bunun sonucunda $R_x(\tau)$ korelasyon fonksiyonu yerine $\underline{R}_x(\tau)$ korelasyon matrisi olacaktır.

Çok boyutlu bir rastgele sürecin bilinenleri teker teker kendi başlarına durağan, çiftler çiftler birbirine durağan olarak bağlı ise bu çok boyutlu sürecin durağan olduğu anlaşılır.

Çok boyutlu durağan bir sürecin bilinenlerinin ortalama değerleri birer sabit ve korelasyon matrisi yalnızca 7 farkına bağlıdır. Tek parametrelili çeşitli rastgele fonksiyonların bileşkesi olarak oluşan rastgele vektör fonksiyonundan başka, birden farklı bağımsız değişkeni parametre kabul eden ve rastgele alan olarak adlandırılan $\vec{X}(U)=X(U_1 U_2 \dots U_n)$ biçimde rastgele fonksiyonlarda vardır.

Örneğin; rüzgar hızı 4 parametrelili bir rastgele olan fonksiyondur. Burada parametre olan U nün zaman ve üç boyutlu uzaydan oluşan bağımsız 4 bileşeni vardır. (Mikhail, E; Ackermann, F.1976; Güler, A.1985)

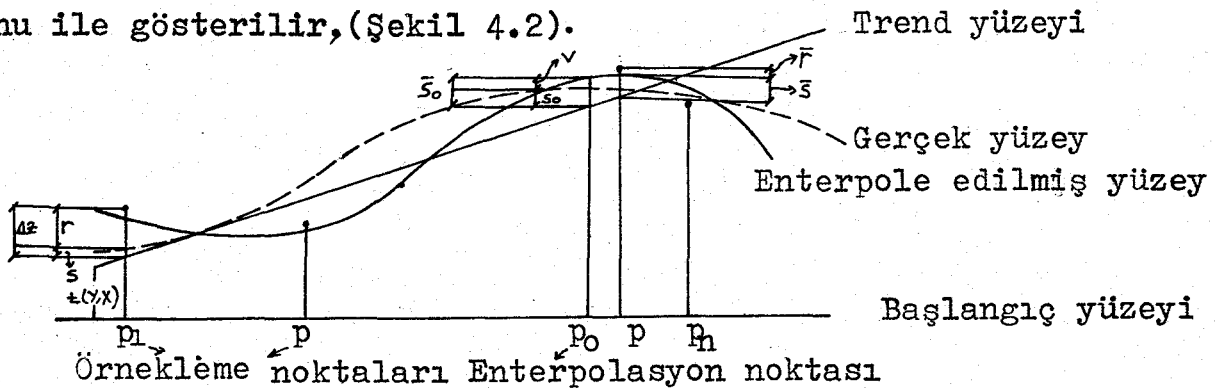
Rastgele alanlarda durağanlı kavramın yerini homojenlik ve izotropluk kavramları alır. Eğer bir $\vec{X}(U)$ rastgele alanının ortalama değeri sabit ve korelasyon fonksiyonu alandaki farklı noktaların mutlak konullarına değil yalnızca bu noktalar arasındaki vektörün uzunluk ve doğrultusuna bağlı ise böyle alanlara HOMOJEN alanlar adı verilir.

Rastgele alanın korelasyon fonksiyonu noktalar arasındaki vektörün doğrultusundan bağımsız ise yani yalnızca uzunluğa bağlı ise böyle alanlara HOMOJEN ve İZOTROP alanlar denilir. (Mikhail, E; Ackermann, F.1976; Güler, A.1985).

4.2 LİNEER EN KÜÇÜK KARELER ENTERPOLASYONU (LİNEER PREDİKSİYON)

Bu yöntemle sayısal yükseklik modellerinin en küçük kareler enterpolasyonu, ergodik istasyonlar random fonksiyonların korelasyon teorisinden yararlanılarak geliştirilmiştir, (Schut, G.H.1976; Güler, A.1985).

Bu yaklaşıma göre, enterpole edilecek bölgeye ait örnekleme noktalarına göre düşük dereceden bir trend yüzeyi geçildikten sonra, Δz artık yükseklik değerleri arasında korelasyon bir kovaryans fonksiyonu ile gösterilir, (Şekil 4.2).



Şekil 4.2

Lineer enterpolasyon ve filtrelemeyi açıklayabilmek için ,
 $\Delta z(x,y)=s(x,y)+r(x,y)$ biçiminde 2 rastgele fonksiyondan oluştuğu düşünülür. Bunlar;

$s(x,y)$ sinyal,

$r(x,y)$ ölçü hatası veya noise (gürültü) olarak adlandırılır-
 lar, Enterpolasyon veya filtreleme, diskrit (ayrıt) $\Delta z(x_1,y_1)....$
 $\Delta z(X_n,Y_n)$ fonksiyon değerlerinden $x=x_0, y=y_0$ noktasındaki $s(x_0,y_0)$
 kestirim değerinin bulunması problemdir.

Bulunacak $\bar{S}(x_0,y_0)$ değerini $\Delta z(x_i,y_i)$ fonksiyon değerlerinin
 lineer bir kombinasyonu olduğu düşünülür. Yani,

$$\bar{S}_0=\bar{S}(x_0,y_0)=a^t \Delta Z=a_1 \Delta Z_1+.....+a_n \Delta Z_n$$

olur.

Burada iki özel durum söz konusu olup;

- Ölçü hatası r yok ise veya ihmal edilecek değerde ise,

$$r(x,y)=0 \text{ ve } \Delta z(x,y)=s(x,y)$$

$$s_0=s_0(x_0,y_0)=z(x_0,y_0) \text{ olacaktır.}$$

- Gürültünün sıfırdan farklı olması durumunda filtreleme söz konu-
 su olup,

$$r(x,y)=0 \text{ ise enterpolasyon}$$

$$r(x,y) \neq 0 \text{ ise filtreleme yapılacaktır.}$$

Enterpolasyon işlemi yapılacağından direkt $\Delta z = s$ olacağı-
 dan sinyal ve gürültü ayrımı yapılmayacak ve direkt olarak Δz
 artık yükseklik değerleriyle çalışacaktır. Herhangi bir p_0 nokta-
 sında enterpole edilecek ΔZ_0 değeri örnekleme noktalarındaki Δz
 lerin

$$\bar{\Delta Z}_0=a_1 \Delta Z_1+a_2 \Delta Z_2+.....+a_n \Delta Z_n=a^t \Delta Z$$

biçiminde lineer bir fonksiyon olduğu düşünülür. Enterpolasyon,
 kovaryans matrisleri ve trend yüzeyinin belirlenmesinden sonra
 formüle edilecektir.

4.21 KOVARYANS FONKSİYONLARI

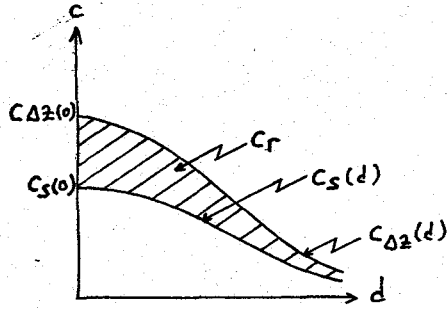
Sinyallerin ve gürültülerin, Δz artık değerlerinin ortalaması.

$$M_s=0, M_r=0, M_{\Delta z}=0 \quad \text{dır.}$$

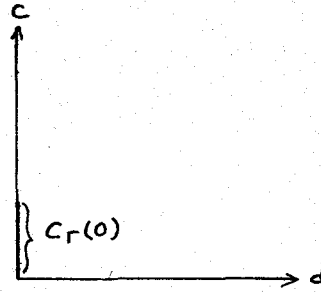
Bundan başka rastgele alan homojen ve izotrop olarak kabul

edildiğinden C ile gösterilecek otokovaryans fonksiyonu yalnızca noktalar arasındaki uzaklığa bağlıdır.

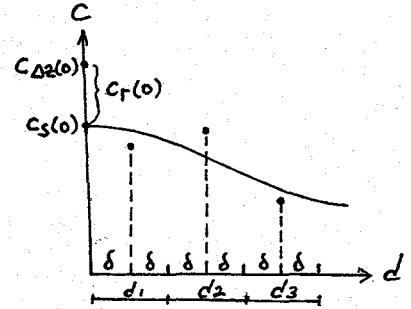
Genelde üç kovaryans fonksiyonu söz konusudur, (Mikhail, M.1976). bunlar, $C_{\Delta z}$, $C_s(d)$, $C_r(d)$ şeklinde gösterilecek olursa,



Şekil 4.3 a



Şekil 4.3 b



Şekil 4.3 c

Şekilde taralı alan ölçü hatalarının kovaryanslarını göstermektedir. pratikte $r(x,y)$ hatalarının daha gerçekçi olarak korelasyonunun olduğu varsayılmaktadır. Bundan dolayı (Şekil 4.3b) deki gibi $C_r(d)$ fonksiyonu yalnızca $C_r(0)$ noktasında olacaktır. Dolayısıyla $C_r(0)$ ölçü hatalarının varyansını gösterecektir. Bunun sonucu, $d \rightarrow 0$ olurken varyanslar arasındaki ilişki,

$$C_{\Delta z}(0) = C_s(0) + C_r(0) \quad (4.1)$$

Biçiminde olacaktır, (Şekil 4.3 c).

Bütün Δz_k örnekleme verilerinin kareleri toplamının örnekleme noktası sayısına bölünmesiyle elde edilen değer varyansı göstermektedir. Yani;

$$C(d_k) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta^2 z_k \quad (4.2)$$

olur.

Eğer gürültü yok ise $C_{\Delta z}(0)$, $C_s(0)$ a eşdeğer olacaktır. Aksi takdirde bu iki varyans $C_r(0)$ büyüklüğü kadar birbirinden farklı olacaktır. Pratikte ölçü hataları genellikle korelasyonsuzdur. Bu durumda;

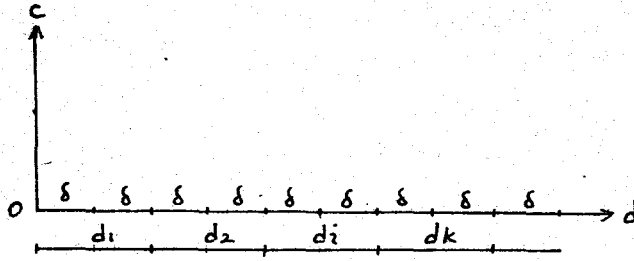
$$C_r(d) = 0 \quad (4.3)$$

olur. $d > 0$ olması durumunda da

$$C_{\Delta z}(d) = C_s(d) \quad (4.4)$$

olur.

$C_{\Delta z}(d)$ değerlerini örnekleme verilerinden elde etmek için



uzunluk eksenini eşit aralıklara bölünür, (şekil 4.4).

Aralarındaki uzaklık d_{ij} ise, $d_k \pm \delta$ aralarına düşen noktalarda n_k sayıdaki bütün olasılık $\Delta Z_i \times \Delta Z_j$ çarpanlarının ortalaması hesaplanır. Ve bu değer de uzaklığındaki $C(d_k)$ kovaryans değeri olarak işlem görür.

Bu bilgiler doğrultusunda kovaryans matrisinin nasıl hesaplandığı aşağıda alt bölümlerde gösterilmektedir.

4.211 Kovaryans Matrisinin Bulunması

Bütün yüzey üzerindeki ΔZ artık yükseklik değerleri artı ve eksi işaretlerle rastlantısal olarak dağılmışlardır. Tüm artık ΔZ yüksekliklerinin ortalaması,

$$\Delta Z_{ort} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \Delta Z_j = 0 \quad (4.5)$$

olacaktır.

Bu durumda ΔZ değerleri izotrop ise, uzaklığa bağlı bir kovaryans fonksiyonu kullanılır.

Daha öncede belirtildiği gibi; aralarındaki uzaklık d olan iki p_i ve p_j noktası için ΔZ_i ve ΔZ_j kovaryansı olarak $(d \pm \delta)$ aralığında bütün olası $\Delta Z_i \times \Delta Z_j$ çarpım çiftlerinin ortalaması alınır. Böylece uzaklığın fonksiyonu olarak kovaryans,

$$W(d) = \frac{1}{n_{ij}} \sum_{i,j} \Delta Z_i \Delta Z_j \quad (4.6)$$

olur.

Bu değer,

$$C_{\Delta Z}(0) = V = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta Z_i^2 \quad (4.7)$$

varyansına bölünerek normalize edilir.

Uygulamalarda, kovaryans fonksiyonu ΔZ artık değerlerin ortalamasından elde edilen bilgilerin, teorik olarak bilinen veya amprik olarak bulunmuş fonksiyonlara uydurulması ile be-

lirilenir.Genel olarak kullanılan fonksiyonlar,

$$W(d)=(1+S^2/k^2)^{-1} \quad (4.8)$$

biçiminde Hirvonen'in bulmuş olduğu fonksiyon veya,

$$W(d)=e^{-\frac{d^2}{k^2}} \quad (4.9)$$

biçimindeki Gauss fonksiyonudur.

Burada;

d : Örneklem noktaları arasındaki uzaklıklardır.

k : Çalışan bölgelere göre belirlenecek katsayıdır.

Sonuçta elemanları hesaplandığında kovaryans matrisi,

$$C = \begin{bmatrix} 1 & W(d_{12}) & W(d_{13}) & \dots & W(d_{1n}) \\ W(d_{21}) & 1 & W(d_{23}) & & W(d_{2n}) \\ \cdot & & & & \\ \cdot & & & & \\ \cdot & & & & \\ W(d_{n1}) & W(d_{n2}) & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

olur.

Görüldüğü gibi kovaryans matrisi örneklem noktalarının yalnızca kendi aralarındaki ilişkiyi göstermektedir.Kovaryans matrisi simetrik bir matristir.

4.212 KOVARYANS VEKTÖRÜNÜN BULUNMASI

Kovaryans vektörü ise enterpolasyon yapılacak noktalarla örneklem noktaları arasındaki ilişkiyi belirler.Vektör elemanları yine Gauss fonksiyonuyla,

$$W(d_1)=e^{-\frac{d_1^2}{k^2}}$$

bulunabilir.

Burada d:Yüksekliği bulunacak nokta ile örneklem noktaları arasındaki uzaklıktır.

$$C^t = [W(d_1) \ W(d_2) \ \dots \ W(d_n)] \quad (4.11)$$

dir.

4.22 TREND FONKSİYONUNUN BELİRLENMESİ

Enterpolasyon işleminde düşük dereceden bir trend yüzeyi geçirileceği belirtilmişti. Enterpole edilecek noktanın yüksekliği,

$$Z = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^{m-i} a_{ij} x^i y^j \quad (4.12)$$

şeklinde m'nin derecesiyle belirlenen bir fonksiyondur.

Örnekleme noktalarından yararlanılarak trend fonksiyonu oluşturulduktan sonra, p noktasının yüksekliği, bu noktaya ait trend değerine yine bu noktaya ait ΔZ_p kalıntı miktarının ilavesiyle bulunur.

Burada trend yüzeyi,

$$t(y, x) = a_0 + a_1 y + a_2 x \quad (4.13)$$

alınır. Yüzeyin bu fonksiyonla belirlenmesi durumunda oluşacak hata denklemleri,

$$V_i = a_0 + a_1 y_i + a_2 x_i - Z_i \quad (4.14)$$

olup, bu denklem örnekleme noktaları için yazılacak olursa,

$$V_1 = a_0 + a_1 y_1 + a_2 x_1 - Z_1$$

$$V_2 = a_0 + a_1 y_2 + a_2 x_2 - Z_2$$

⋮

$$V_n = a_0 + a_1 y_n + a_2 x_n - Z_n$$

bağıntıları bulunur.

Koordinatları $\bar{y} = \frac{y_i - y_0}{D}$, $\bar{x} = \frac{x_i - x_0}{D}$ şeklinde başlangıç koordinatlarına ve birim kare uzunluğuna göre normlandırarak, matris gösterimi ile a_i katsayılarını çözmek istenirse,

Hata denklemlerinden elde edilen katsayılar matrisi;

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \bar{y}_1 & \bar{x}_1 \\ 1 & \bar{y}_2 & \bar{x}_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \bar{y}_n & \bar{x}_n \end{bmatrix}$$

Örnekleme noktalarının bilinen yükseklikleri;

$$Z = [Z_1 \ Z_2 \ \dots \ Z_n]^T$$

olur.

$$a = [a_0 \ a_1 \ a_2]$$

bilinen katsayılar olmak üzere,

$$a = (A^T A)^{-1} A^T Z \quad (4.5)$$

bağıntısıyla hesaplanır.

Böylece trend fonksiyonu $t(\bar{y}, \bar{x}) = a_0 + a_1 \bar{y} + a_2 \bar{x}$ belirlenir, (Güler, A.1983).

4.23 ENTERPOLASYON FÖRMÜLÜNÜN BELİRLENMESİ

Herhangi bir p_u noktasında enterpole edilecek Z_u değeri örnekleme noktalarındaki Z lerin

$$\Delta Z_u = a_1 \Delta Z_1 + a_2 \Delta Z_2 + \dots + a_n \Delta Z_n \quad (4.16)$$

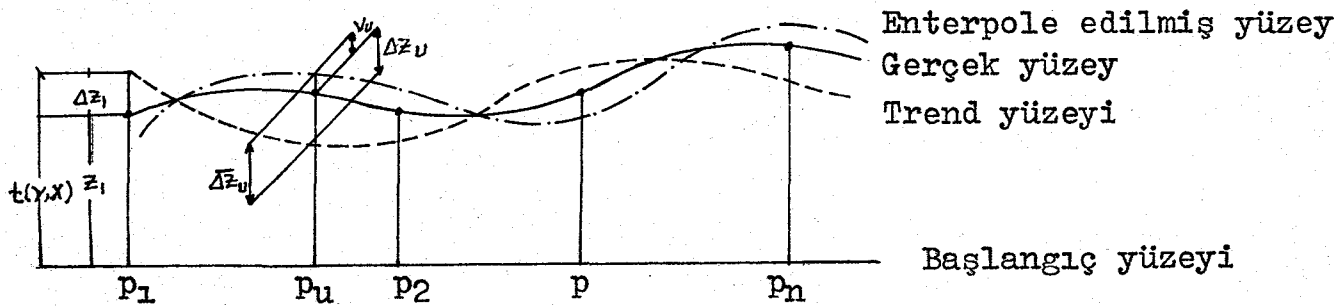
$$\Delta Z_u = a^T \Delta Z \quad (4.17)$$

şeklinde lineer bir fonksiyon olduğu düşünülür.

Z_u değerinin gerçek Z_u dan sapması işe,

$$V_u = \Delta Z_u - \bar{\Delta Z}_u = \Delta Z_u - a^T \Delta Z = [1 - a^T] \begin{bmatrix} \Delta Z_u \\ \Delta Z \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

olur. (Şekil 4.5)



Şekil 4.5

Varyansı minimum yapan a_i katsayılarının bulunması için varyansın yayılma kuralı uygulanırsa,

$$\sigma^2 V_u = [1 - a^T] Q \begin{bmatrix} 1 \\ -a \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

bulunur.

Bağıntıdaki Q matrisi,

$$Q = \begin{bmatrix} \sigma^2 & c \\ c & C \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

olup, burada;

σ^2 : $\bar{\Delta Z}_u$ nun varyansı,

c : Korelasyon vektörü (ΔZ_u nun ΔZ vektörünün elemanları ile

ilişkisini gösteren çapraz korelasyon vektörü).

C: ΔZ vektörünün elemanları için otokorelasyon matrisi olup simetrik bir matristir.

(4.20) eşitliği (4.19) eşitliğinde yerine yazılırsa;

$$\sigma^2 V_u = \underline{a}^t \underline{C} \underline{a} + \underline{a}^t \underline{C} \underline{a} \quad (4.21)$$

olur. Türevi alınır ve sıfıra eşitlenirse,

$$\underline{C} \underline{a} - \underline{c} = 0 \quad (4.22)$$

bulunur. Buradan,

$$\underline{a} = \underline{C}^{-1} \underline{c} \quad (4.23)$$

elde edilir. (4.23) eşitliği, (4.17) eşitliğinde yerine konursa,

$$\Delta \bar{Z} u = \underline{c}^t \underline{C}^{-1} \Delta Z \quad (4.24)$$

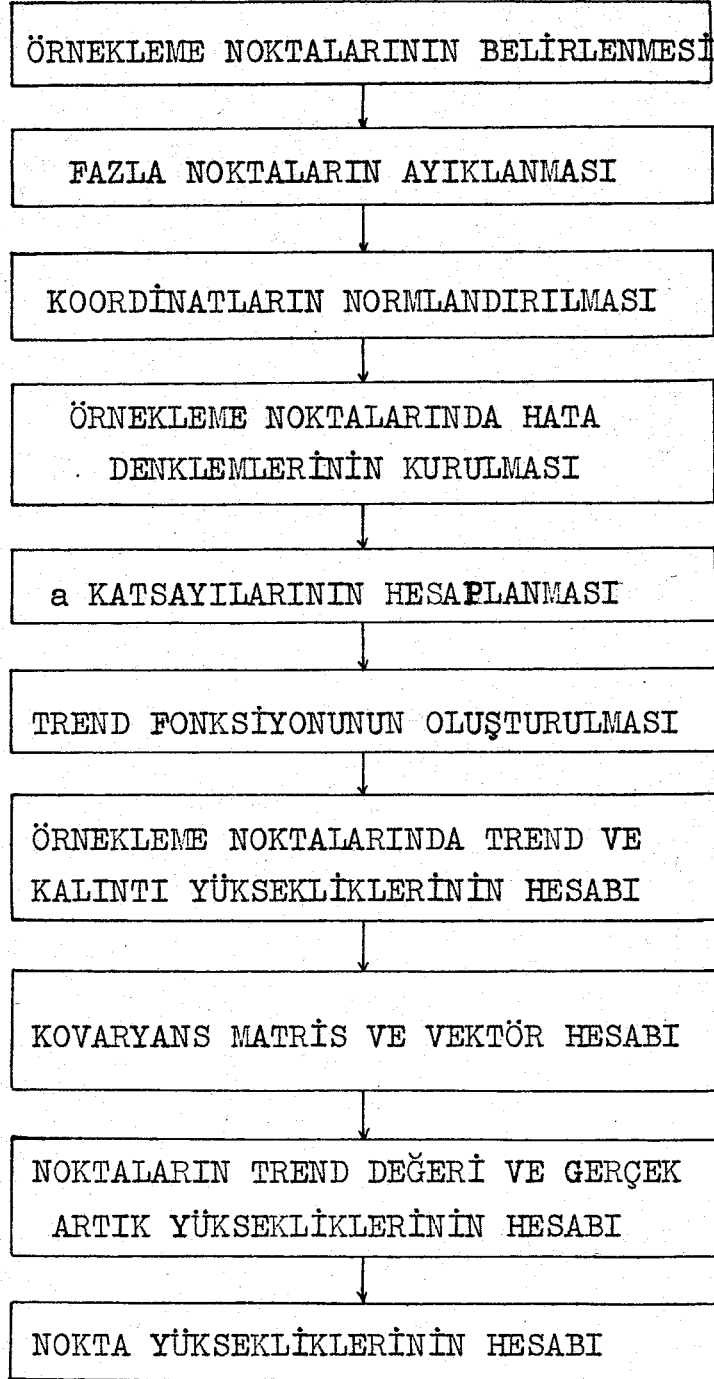
olur.

Herhangi bir pu noktasında bulunan bu $\Delta Z u$ artık yükseklik değeri $t(y, x)$ fonksiyonuna eklenirse,

$$Z_u = t(y, x) + \underline{c}^t \underline{C} \underline{a} \quad (4.25)$$

biçiminde pu noktasının enterpole edilmiş değeri bulunur, (Kraus, K; Mikhaill, E. 1972; Mikhaill, E; Ackermann, F. 1976; Güler, A. 1983).

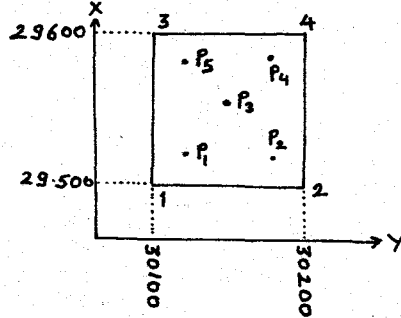
Lineer prediksyonda işlem adımları aşağıda şematik olarak gösterilmiştir.



Lineer prediksyon da iş akış şeması.

4.3 SAYISAL BİR ÖRNEK ÜZERİNDE AÇIKLAMALAR

Lineer en küçük kareler yönteminin uygulanışı küçük bir model üzerinde aşağıda incelenmektedir.



Burada yükseklikleriyle bilinen 4 örnekleme noktasından yararlanılarak, yatay konumları verilen diğer noktaların yükseklikleri hesaplanmaktadır.

No	ÖRNEKLEME NOKTALARI			YÜKSEKLİĞİ BULUNACAK NOKTA.	
	Y	X	Z	Y	X
1	30100	29500	88.00	30125	29525
2	30200	29500	100.00	30175	29525
3	30100	29600	101.00	30150	29550
4	30200	29600	93.00	30125	29575

- NORMALİZE EDİLMİŞ KOORDİNATLARIN BULUNMASI

Bilgisayar işlemlerini azaltmak amacıyla koordinatları bir başlangıç noktasına göre birim kare uzunluğunda normalize ederek küçük rakamlarla çalışma olanağı sağlanmış olur.

$$Y = \frac{Y_i - Y_0}{D}, \quad \bar{X} = \frac{X_i - X_0}{D}$$

olur.

Burada $Y_0=30100$, $X_0=29500$ ve $D=100$ m. alınırsa;

No	Y	X	Z	Y	X
1	0.00	0.00	88.00	0.25	0.25
2	1.00	0.00	100.00	0.75	0.25
3	0.00	1.00	101.00	0.50	0.50
4	1.00	1.00	93.00	0.75	0.75
5	-	-	-	0.25	0.75

elde edilir.

- TREND FONKSİYONUNUN BULUNMASI

Şimdi eğik bir düzlem olan,

$$t(y, x) = a_0 + a_1 y + a_2 x$$

biçiminde trend yüzeyi geçilir. a katsayılarının bulunması için örnekleme noktalarına ait düzeltme denklemleri yazılırsa;

$$V_i = a_0 + a_1 y_i + a_2 x_i - z_i$$

$$V_1 = a_0 \quad -88$$

$$V_2 = a_0 + a_1 \quad -100$$

$$V_3 = a_0 + a_2 \quad -101$$

$$V_4 = a_0 + a_1 + a_2 \quad -93$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

katsayılar matrisi.

$$Z = [88 \quad 100 \quad 101 \quad 93]^T$$

$$X = [a_0 \quad a_1 \quad a_2]^T$$

$$A^T A X - A^T Z = 0 \quad X(A^T A)^{-1} A^T Z$$

işlem yapılırsa,

$$X = \begin{bmatrix} 93.00 \\ 2.00 \\ 3.00 \end{bmatrix} \quad a_0 = 93.00, \quad a_1 = 2.00, \quad a_2 = 3.00$$

$$t(\bar{y}, \bar{x}) = 93.00 + 2.00 \bar{y} + 3.00 \bar{x}$$

olarak elde edilir.

- KALINTI YÜKSEKLİKLERİNİN HESAPLANMASI

Her örnekleme noktası için koordinatlarını koyarak, trend değerini bulduktan sonra $Z = Z_i - t(y, x)$ i kalıntı hataları bulunur;

No	$\bar{Y}$	$\bar{X}$	Z	$t(\bar{y}, \bar{x})$	Z
1	0.00	0.00	88	93	5
2	1.00	0.00	100	95	5
3	0.00	1.00	101	96	5
4	1.00	1.00	93	98	-5

- KOVARYANS MATRİSİNİN HESAPLANMASI

C kovaryans matrisi örnekleme noktaları arasındaki ilişkiyi gösteren simetrik bir matris olup elemanları genellikle,

$C_{ij} = e^{-\frac{d^2}{k^2}}$ şeklindeki Gauss fonksiyonu ile bulunur. Burada,
 k: Enterpolasyon yapılacak bölge için belirlenen katsayı olup,
 hesaplarda 2 olarak alındı.

d: Örneklem noktaları arasındaki uzaklık.

Matris elemanları yukarıdaki bağıntıyla hesaplanırsa,

$$C = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.61 & 0.61 & 0.37 \\ 0.61 & 1.00 & 0.37 & 0.61 \\ 0.61 & 0.37 & 1.00 & 0.61 \\ 0.37 & 0.61 & 0.61 & 1.00 \end{bmatrix}$$

elde edilir.

Hesaplamalarda matrisin inversi (C^{-1}) kullanılacağından,
 bilgisayar alt programlarıyla kolayca inversi bulunabilir.

- KOVARYANS VEKTÖRÜNÜN HESAPLANMASI

Kovaryans vektörü örneklem noktaları ile yüksekliği bulunacak noktalar arasındaki ilişkiyi gösterir. Vektör elemanları, $-\frac{d^2}{k^2}$

$C_{ij} = e^{-\frac{d^2}{k^2}}$ bağıntısından bulunur. Burada,

d: Yüksekliği bulunacak nokta ile örneklem noktaları arasındaki uzaklıktır. Her bir nokta için vektör elemanlarını hesaplanırsa;

		1	2	3	4
P_1	$\bar{Y} = 0.25$ $\bar{X} = 0.25$	0.35	0.79	0.79	1.06
P_2	$\bar{Y} = 0.75$ $\bar{X} = 0.25$	0.79	0.35	1.06	0.79
P_3	$\bar{Y} = 0.50$ $\bar{X} = 0.50$	0.71	0.71	0.71	0.71
P_4	$\bar{Y} = 0.75$ $\bar{X} = 0.75$	1.06	1.06	0.79	0.35
P_5	$\bar{Y} = 0.25$ $\bar{X} = 0.75$	0.79	1.06	0.35	0.73

→ d_i : uzaklık
 → C_i : vektör elemanı.

Örneğin p_1 noktasında c^t vektörü $c^t = [0.94 \ 0.73 \ 0.73 \ 0.57]$ olur.

- NOKTALARIN YÜKSEKLİKLERİNİN HESABI

$Z_p = t(y, x) + c^t C^{-1} \Delta z$ nokta yüksekliği idi.
Şimdi trend değerine eklenecek $\Delta Z_p = c^t C^{-1} Z$ değerleri hesaplanırsa.

		C^{-1}				Δz	
		2.50	-1.52	-1.52	0.92	-5	
		-1.52	2.50	0.92	-1.52	5	
		-1.52	0.92	2.50	-1.52	5	
		0.92	-1.52	-1.52	2.50	-5	
P_1	0.94 0.33 0.73 0.57	0.69	0.20	0.20	0.07	-1.48	
P_2	0.73 0.94 0.57 0.73	0.20	0.66	0.07	0.20	1.62	
P_3	0.78 0.78 0.78 0.78	0.30	0.30	0.30	0.30	0.00	
P_4	0.57 0.73 0.73 0.94	0.07	0.20	0.20	0.69	-1.62	
P_5	0.73 0.57 0.94 0.73	0.20	0.07	0.66	0.20	1.62	
		$c^t C^{-1}$				Δz_p	

olur.

Şimdi yükseklikleri bulunacak her nokta için trend değerleri bulunup Z_p değerleri eklenirse yükseklikler bulunmuş olur:

<u>No</u>	<u>$\bar{Y}$</u>	<u>$\bar{X}$</u>	<u>$t(y,x)$</u>	<u>ΔZ_p</u>	<u>Z</u>
1	0,25	0,25	94,25	-1.48	92.77
2	0.75	0.25	95.25	1.62	96.86
3	0.50	0.50	95.50	0.00	95.50
4	0.75	0.75	96.75	-1.62	94.13
5	0.25	0.75	95.75	1.62	97.37

5. MODEL ÜZERİNDE SAYISAL UYGULAMA

5.1 UYGULAMA ALANI VE VERİLERİN ELDE EDİLMESİ

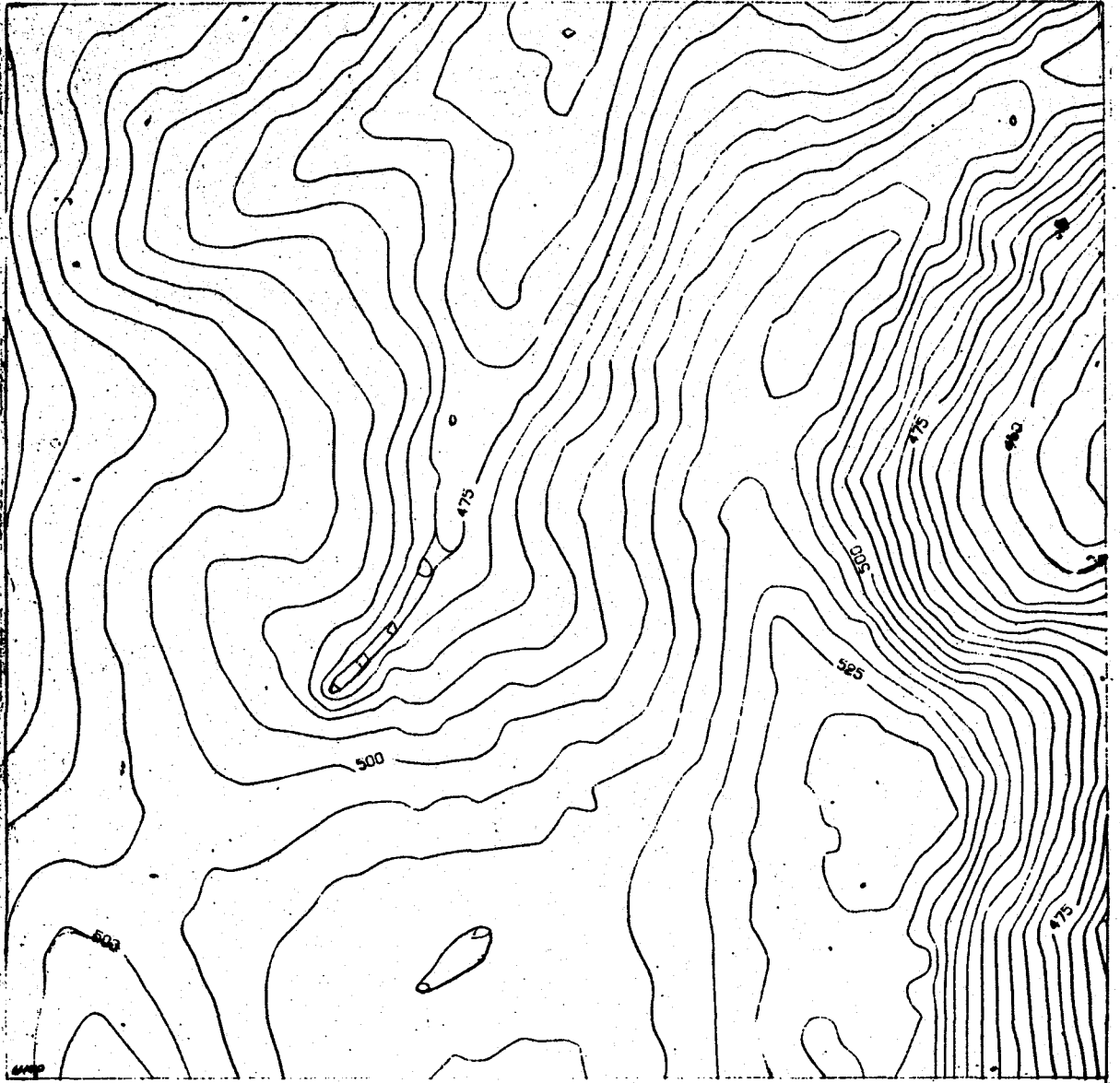
Stereo modelde üç boyutlu koordinatları ile belirlenen 1080x570 m'lik bir alanda, çoğu düzgün ağ köşelerinde seçilmiş 200 örnekleme noktasından yararlanılarak 30 m aralıklarla geçirilen 740 adet kare grid ağı köşe noktalarının yükseklikleri hesaplanmıştır.

Arazi yapısı aynı olan 1080x530 m'lik bir alanda 191 örnekleme noktasından yararlanılarak ikinci bir alanda uygulama yapılmış, arazi yapısının ve örnekleme noktaları arasındaki ortalama uzaklıkların aynı olması nedeniyle ilk uygulamadan pek farklı sonuç elde edilmemiştir.

Örnekleme noktalarının çoğu düzgün ağ köşe noktalarından seçilmiş olup en yakın örnekleme noktalarına olan uzaklık ortalama 60 m olmaktadır. Örnekleme noktalarının koordinatları stereo değerlendirme aletinin elektronik sayısal bileşenleri yardımıyla manyetik bir diske kayıt edilerek elde edilmiştir. Örnekleme noktalarının koordinatları bilgisayar programları ile verilecektir.

Sayısal uygulama yapılan alan aşağıda gösterilmiştir.

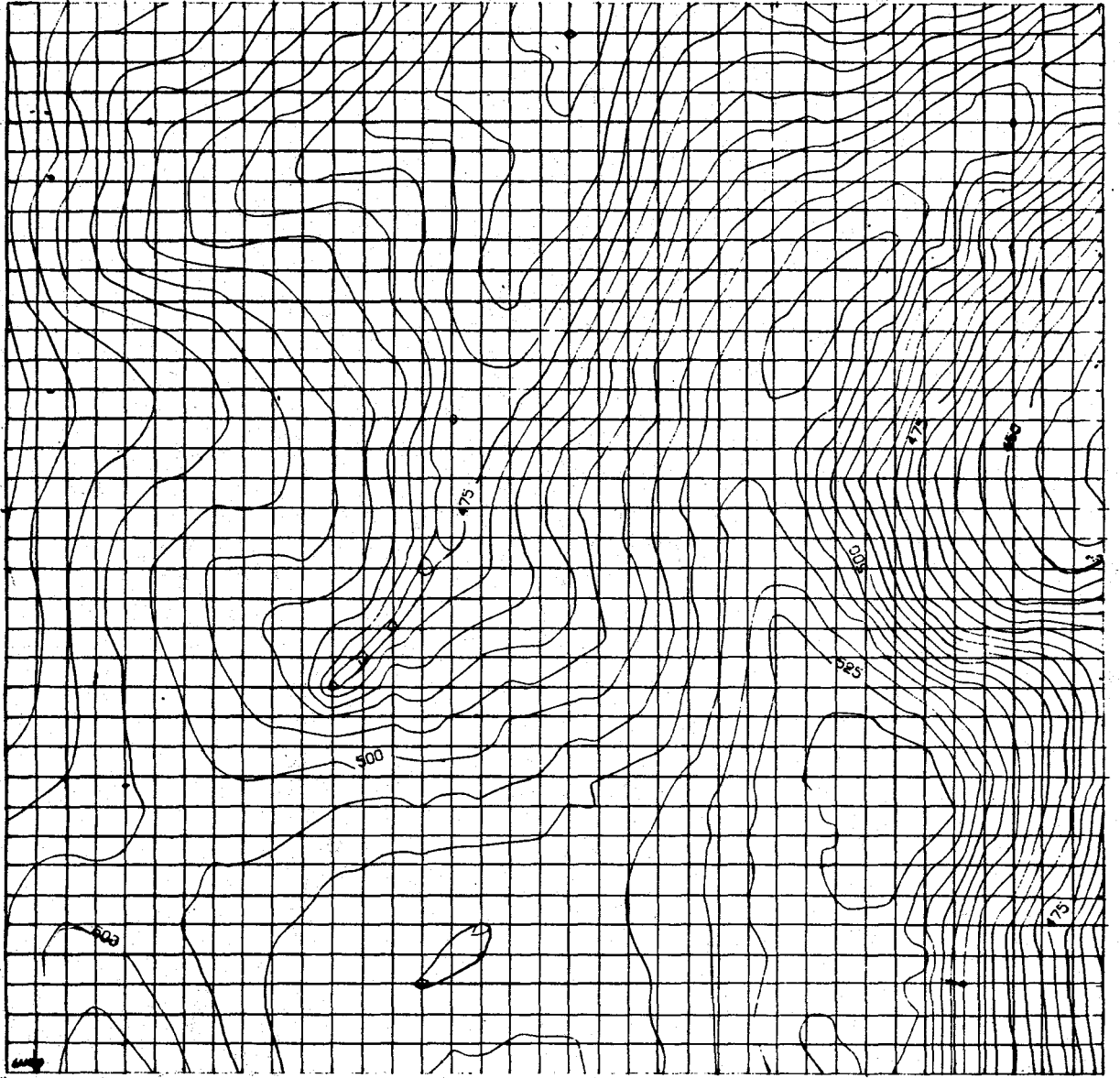
(Şekil 5.1)



JACOP MUNHANI KOT YAZIM ARALIGI 1000 CM.
ALCEK 1. 5000

Şekil 5.1

Sayısal uygulama yapılan alan.



ACOP MUNHANI KOT YAZIM ARALIGI 1000 CM.

ÖLÇEK 1:5000

Şekil 5.2

30 m aralıklarla geçirilen denetleme grid ağı.

5.3 BİLGİSAYAR PROGRAMLARI VE BULUNAN YÜKSEKLİKLER

FILE: EMHES FORTRAN A KARADENİZ UNIVERSİTESİ-BİM

```

C *** E N K Ü Ç Ü K   K A R E L E R   E N T E R P O L A S Y O N U ***
C
C *****
C *** PROGRAMLA İLGİLİ AÇIKLAMALAR ***
C *****
C
C KÜÇÜK RAKAMLARLA ÇALIŞMAK İÇİN BAŞLANGIÇ KOORDİNATINA VE BİRİM K.
C RE UZUNLUĞUNA GÖRE KOORDİNATLAR NORMALİZE EDİLEREK DÜŞÜK DERECEDE
C BİR T R E N D YÜZEYİ GEÇİRİLDİ. TREND FONKSİYONUNUN BİLİNMEYEN KA
C SAYILARI SONRADA TREND FONKSİYON DEĞERLERİ VE DH KALINTI DEĞERLERİ
C BULUNDU. ÖRNEKLEME NOKTALARI ARASINDAKİ İLİSKİYİ GÖSTEREN KOVARYAN
C MATRİSİ İLE ÖRNEKLEME NOKTALARI İLE YÜKSEKLİĞİ BULUNACAK NOKTALAR
C ARASINDAKİ İLİSKİYİ GÖSTEREN KOVARYANS VEKTÖRÜ BULUNDU. DAHA SONRA
C DA YÜKSEKLİĞİ BULUNACAK NOKTALARIN TREND FONKSİYON DEĞERLERİ, DHP
C ARTIKLARI VE SON OLARAKTA YÜKSEKLİK DEĞERLERİ BULUNDU.
C
C *****
C *** KULLANILAN SİMGE VE DEĞİŞKENLERİN ANLAMLARI ***
C *****
C
C KOR    : ÖRNEKLEME NOKTALARININ KOORDİNATLARI
C H      : ÖRNEKLEME NOKTALARININ YÜKSEKLİKLERİ
C ATA    : KATSAYILAR MATRİSİ
C ATH    : SAĞ TARAF VEKTÖRÜ
C TYX    : TREND FONKSİYON DEĞERLERİ
C DH     : ARTIK YÜKSEKLİK DEĞERLERİ
C VKOR   : YÜKSEKLİĞİ BULUNACAK NOKTALARIN KOORDİNATLARI
C SM     : ÖRNEKLEME NOKTALARI ARASINDAKİ UZAKLIK
C SV     : YÜKSEKLİĞİ BULUNACAK NOK. İLE ÖRNEK. NOK. ARASINDAKİ UZAKLIK
C CKOVM   : KOVARYANS MATRİSİ (İNVERSİ)
C CKOVV   : KOVARYANS VEKTÖRÜ (TRANSPÖZESİ)
C DHP    : TREND FONKSİYONUNA EKLENECEK DEĞER
C YUK    : HESAPLANAN YÜKSEKLİKLER
C B,Y    : ALT PROGRAMDA KULLANILAN YARDIMCI VEKTÖRLER
C
C NOT 1 : BİLİNMEYENLERİN HESABI VE İNVERS ALMA İŞLEMİNDE JEODEZİ
C BÖLÜMÜNCE KATİLOĞLANAN CALL CHOLIN ALT PROGRAMI KULLANILDI.
C NOT 2 : PROGRAM GENEL OLUP PARAMETRE OLARAK TANIMLANAN BOYUTLAR
C VERİLER DEĞİŞTİRİLEREK BELLEK GEREKSİNİMİNDE YETERLİ OLDU.
C NDA RAHATÇA KULLANILABİLİR.
C NOT 3 : KARE GRİD AĞININ KESİŞİM NOKTALARININ KOORDİNATLARI BAŞ
C LAMGİÇ KOORDİNATINA BİRİM KARE UZUNLUKLARI EKLENEREK BULUNDU.
C
C *****
C *** PROGRAM BAŞLANGICI ***
C *****
C
C IMPLICIT REAL*8(A-H,I-Z)
C PARAMETER(M=200,N=2,MM=3,L=518,MY=6,MX=37)
C DIMENSION KOR(M,N),H(M),ATA(MM,MM),TYX(L),VKOR(L,N),DH(M),
C *CKOVM(M,M),CKOVV(L,M),HD(M,MM),DHP(L),YUK(L),
C *Y(L),ATH(MM),B(M),Z(M)
C REAL *8 KOR
C KOR(1,1)=38850
C KOR(1,2)=61100
C LI=1
C S=1
C DO 65 I=1,10
C DO 68 J=2,19
C K=J-1
C S=S+1
C KOR(S,1)=KOR(LI,1)
C 68 KOR(S,2)=KOR(K,2)+50
C KOR(S+1,1)=KOR(LI,1)+60
C KOR(S+1,2)=KOR(1,2)
C LI=S+1
C 65 S=S+1
C KOR(1,2)=61100
C READ(*,*)(H(I),I=1,M)
C READ(*,*)((KOR(I,J),J=1,N),I=191,200)
C VKOR(1,1)=38850
C VKOR(1,2)=61100
C LI=1
C S=1
C DO 45 I=1,13

```

FILE: EMHES FORTRAN A KARADENİZ UNIVERSİTESİ-BİM

```

DO 48 J=2,MX
K=J-1
S=S+1
VKOR(S,1)=VKOR(LI,1)
48 VKOR(S,2)=VKOR(K,2)+30.
VKOR(S+38,1)=VKOR(LI,1)+60.
VKOR(S+38,2)=VKOR(LI,2)
LI=S+1
45 S=S+1
VKOR(1,2)=61100
VKOR(38,1)=38880
VKOR(38,2)=62180
LI=38
S=38
DO 55 I=1,7
K=38
DO 58 J=2,MX
K=K-1
S=S+1
VKOR(S,1)=VKOR(LI,1)
58 VKOR(S,2)=VKOR(K,2)-30
VKOR(S+38,1)=VKOR(LI,1)+60
VKOR(S+38,2)=VKOR(38,2)
LI=S+38
55 S=S+38
VKOR(38,2)=62180
KOR(1,1)=38850
KOR(38,1)=38910
KOR(1,2)=61100
WRITE(5,2)
2 FORMAT(5(/),15X,'ÖRNEKLEME NOKTALARININ KOORDİNATLAR',/,15X,
*36(' '),///,15X,'NOKTA NO',8X,'Y',11X,'X',11X,'H',/,15X,8(' '),
*5X,7(' '),5X,8(' '),5X,6(' '))
DO 4 I=1,M
WRITE(6,5)I,(KOR(I,J),J=1,N),H(I)
5 FORMAT(I20,4X,3F12.3)
4 CONTINUE
YO=38850.
XO=61100.
D=60
E=2.718
DO 10 I=1,M
DO 10 J=1,N
IF(J.EQ.1) KOR(I,J)=(KOR(I,J)-YO)/D
10 IF(J.EQ.2) KOR(I,J)=(KOR(I,J)-XO)/D
DO 14 I=1,L
DO 14 J=1,N
IF(J.EQ.1) VKOR(I,J)=(VKOR(I,J)-YO)/D
14 IF(J.EQ.2) VKOR(I,J)=(VKOR(I,J)-XO)/D
WRITE(5,11)
11 FORMAT(5(/),9X,'NORMALIZE EDİLEN KOORDİNATLAR',3(/),10X,'NOKTA NO
*,10X,'Y',11X,'X',10X,'H',/,10X,8(' '),7X,7(' '),5X,8(' '),5X,6(' ')
*)
DO 12 I=1,M
WRITE(6,13)I,(KOR(I,J),J=1,N),H(I)
13 FORMAT(I14,5X,3F12.3)
12 CONTINUE
DO 15 I=1,M
15 HD(I,1)=1
DO 20 I=1,M
DO 20 J=2,MM
K=J-1
20 HD(I,J)=KOR(I,K)
DO 30 I=1,MM
DO 30 J=1,MM
ATA(I,J)=0
DO 40 K=1,M
40 ATA(I,J)=ATA(I,J)+HD(K,I)*HD(K,J)
30 ATA(J,I)=ATA(I,J)
DO 35 I=1,MM
ATH(I)=0.
DO 35 J=1,M
35 ATH(I)=ATH(I)+HD(J,I)*H(J)
CALL CHOLIO (ATA,ATH,Y,MM,MM,ITA,DET)
WRITE(6,46)ATH(1),ATH(2),ATH(3)

```

FILE: EMHES FORTRAN A KARADENİZ UNIVERSİTESİ-BİM

```

46 FORMAT(6(/),10X,'GECİRİLEN T R E N D F O N K S İ Y O N U T (YX)=
*(0)+A(1)*Y+A(2)*X',//,10X,'DENGEME SONUCU BULUNAN KATSAYILAR A
*0)=',F7.2,5X,'A(1)=',F7.2,5X,'A(2)=',F7.2)
DO 50 I=1,M
  TYX(I)=ATH(1)+ATH(2)*KOR(I,1)+ATH(3)*KOR(I,2)
50 DH(I)=H(I)-TYX(I)
  WRITE(6,51)
51 FORMAT(5(/),7X,'HER ÖRNEKLEME NOKTASI İÇİN BULUNAN T(YX) VE DH A
*TIK DEĞERLERİ',//,10X,'NOKTA NO',9X,'Y',11X,'X',11X,'H',10X,'T(YX
*',3X,'DH',//,10X,3(' '),7X,7(' '),5X,7(' '),5X,6(' '),5X,7(' '),5X
*7(' '))
DO 52 I=1,M
  WRITE(5,53) I,(KOR(I,J),J=1,N),H(I),TYX(I),DH(I)
53 FORMAT(I14,4X,5F12.3)
52 CONTINUE
DO 50 I=1,M
DO 50 J=1,M
  A=(KOR(I,1)-KOR(J,1))**2+(KOR(I,2)-KOR(J,2))**2
  CKOV(I,J)=E**(-(A/5.))
60 CKOV(J,I)=CKOV(I,J)
  WRITE(6,81) ((CKOV(I,J),J=1,9),I=1,1)
81 FORMAT(6(/),10X,'HESAPLANAN KOVARYANS MATRİSİ',//,10X,28(' '),//,
*10X,/, (10F7.2))
DO 80 I=1,L
DO 80 J=1,M
  A=(VKOR(I,1)-KOR(J,1))**2+(VKOR(I,2)-KOR(J,2))**2
80 CKOVV(I,J)=E**(-(A/5.))
  WRITE(6,82) ((CKOVV(I,J),J=1,9),I=1,1)
82 FORMAT(6(/),10X,'YÜKSEKLİĞİ BULUNACAK HER NOKTA İÇİN HESAPLANAN K
*VARYANS VEKTÖRLERİ',//,10X,68(' '),//,10X,/, (10F7.2,/)
  CALL CHOLID(CKOV,M,B,Z,M,M,ITA,DET)
  CALL INVER3(CKOV,M,B,M,O,M,Y,Z)
  CALL DMINV(CKOV,M,D,B,Z)
  PRINT *,((CKOV(I,J),J=1,10),I=1,1)
DO 100 I=1,L
  DHP(I)=0.
DO 110 J=1,M
  C=0.
DO 120 K=1,M
  C=C+CKOVV(I,K)*CKOV(K,J)
120 C=C+CKOVV(I,K)*CKOV(K,J)
110 DHP(I)=DHP(I)+C*DH(J)
100 CONTINUE
DO 130 I=1,L
  TYX(I)=ATH(1)+ATH(2)*VKOR(I,1)+ATH(3)*VKOR(I,2)
130 YUK(I)=TYX(I)+DHP(I)
  WRITE(6,135)
135 FORMAT(6(/),10X,'VERİLEN NOKTALARIN HESAPLANAN YÜKSEKLİKLERİ',//,
*7X, 43(' '),///,10X,'NOKTA NO',9X,'Y',11X,'X',10X,'DHP',8X,
*'T(YX)',9X,'HP',//,10X,8(' '),7X,7(' '),5X,7(' '),5X,6(' '),
*5X,7(' '),5X,7(' '))
DO 140 I=1,L
  WRITE(6,150) I,(VKOR(I,J),J=1,N),DHP(I),TYX(I),YUK(I)
150 FORMAT(I14,3X,2F13.3,2F11.3,F13.3)
140 CONTINUE
STOP
END

```

ÖRNEKLEME NOKTALARININ KOORDİNATLAR

NOKTA NO	Y	X	H
1	38850.000	61100.000	504.081
2	38850.000	61150.000	504.059
3	38850.000	61220.000	504.959
4	38850.000	61230.000	505.768
5	38850.000	61340.000	508.868
6	38850.000	61400.000	513.657
7	38850.000	61460.000	516.875
8	38850.000	61520.000	517.727
9	38850.000	61580.000	518.528
10	38850.000	61640.000	518.818
11	38850.000	61700.000	521.997
12	38850.000	61760.000	522.725
13	38850.000	61820.000	521.762
14	38850.000	61880.000	519.660
15	38850.000	61940.000	516.792
16	38850.000	62000.000	517.144
17	38850.000	62060.000	516.693
18	38850.000	62120.000	516.174
19	38850.000	62180.000	514.012
20	38910.000	61100.000	493.563
21	38910.000	61150.000	496.053
22	38910.000	61220.000	497.774
23	38910.000	61230.000	501.893
24	38910.000	61340.000	506.389
25	38910.000	61400.000	509.948
26	38910.000	61460.000	511.365
27	38910.000	61520.000	510.662
28	38910.000	61580.000	510.211
29	38910.000	61640.000	511.543
30	38910.000	61700.000	512.733
31	38910.000	61760.000	515.774
32	38910.000	61820.000	514.491
33	38910.000	61880.000	506.760
34	38910.000	61940.000	503.229
35	38910.000	62000.000	506.481
36	38910.000	62060.000	507.540
37	38910.000	62120.000	506.197
38	38910.000	62180.000	510.018
39	38970.000	61100.000	491.953
40	38970.000	61150.000	496.382
41	38970.000	61220.000	499.739
42	38970.000	61230.000	503.729
43	38970.000	61340.000	505.170
44	38970.000	61400.000	505.370
45	38970.000	61460.000	504.879
46	38970.000	61520.000	504.567
47	38970.000	61580.000	502.506
48	38970.000	61640.000	503.297
49	38970.000	61700.000	507.769
50	38970.000	61760.000	511.740
51	38970.000	61820.000	510.031
52	38970.000	61880.000	502.609
53	38970.000	61940.000	493.280
54	38970.000	62000.000	496.249
55	38970.000	62060.000	495.138
56	38970.000	62120.000	501.225
57	38970.000	62180.000	507.126
58	39030.000	61100.000	499.457
59	39030.000	61150.000	502.027
60	39030.000	61220.000	504.176
61	39030.000	61230.000	504.485
62	39030.000	61340.000	504.243
63	39030.000	61400.000	502.341
64	39030.000	61460.000	500.288

E: EMHES SONUC A KARADENİZ ÜNİVERSİTESİ-BİM

65	39030.000	61520.000	498.547
66	39030.000	61580.000	496.786
67	39030.000	61640.000	499.616
68	39030.000	61700.000	504.467
69	39030.000	61750.000	508.667
70	39030.000	61820.000	506.125
71	39030.000	61880.000	497.512
72	39030.000	61940.000	485.542
73	39030.000	62000.000	485.561
74	39030.000	62050.000	489.443
75	39030.000	62120.000	499.032
76	39030.000	62180.000	504.303
77	39090.000	61100.000	505.527
78	39090.000	61150.000	507.747
79	39090.000	61220.000	507.866
80	39090.000	61280.000	506.514
81	39090.000	61340.000	503.032
82	39090.000	61400.000	499.680
83	39090.000	61450.000	495.931
84	39090.000	61520.000	491.951
85	39090.000	61580.000	491.614
86	39090.000	61640.000	497.065
87	39090.000	61700.000	501.806
88	39090.000	61750.000	503.998
89	39090.000	61820.000	500.598
90	39090.000	61880.000	493.537
91	39090.000	61940.000	483.669
92	39090.000	62000.000	497.348
93	39090.000	62050.000	484.155
94	39090.000	62120.000	494.524
95	39090.000	62180.000	498.843
96	39150.000	61100.000	511.462
97	39150.000	61150.000	512.364
98	39150.000	61220.000	511.272
99	39150.000	61280.000	508.892
100	39150.000	61340.000	505.439
101	39150.000	61400.000	500.725
102	39150.000	61460.000	493.123
103	39150.000	61520.000	487.221
104	39150.000	61580.000	490.654
105	39150.000	61640.000	497.902
106	39150.000	61700.000	498.720
107	39150.000	61750.000	498.518
108	39150.000	61820.000	493.837
109	39150.000	61880.000	489.687
110	39150.000	61940.000	485.907
111	39150.000	62000.000	474.423
112	39150.000	62050.000	477.854
113	39150.000	62120.000	487.616
114	39150.000	62180.000	492.548
115	39210.000	61100.000	511.479
116	39210.000	61150.000	513.918
117	39210.000	61220.000	513.399
118	39210.000	61280.000	512.139
119	39210.000	61340.000	507.506
120	39210.000	61400.000	500.525
121	39210.000	61450.000	493.085
122	39210.000	61520.000	473.083
123	39210.000	61580.000	488.333
124	39210.000	61640.000	491.054
125	39210.000	61700.000	490.697
126	39210.000	61750.000	492.204
127	39210.000	61820.000	486.624
128	39210.000	61880.000	484.183
129	39210.000	61940.000	482.073
130	39210.000	62000.000	476.542
131	39210.000	62050.000	469.572
132	39210.000	62120.000	479.565
133	39210.000	62180.000	488.842
134	39270.000	61100.000	510.691
135	39270.000	61150.000	513.811
136	39270.000	61220.000	514.769
137	39270.000	61280.000	512.667
138	39270.000	61340.000	508.636
139	39270.000	61400.000	502.306

E: EMHES SONUC A KARADENİZ ÜNİVERSİTESİ-BİM

140	39270.000	61450.000	491.575
141	39270.000	61520.000	483.454
142	39270.000	61580.000	476.184
143	39270.000	61640.000	477.654
144	39270.000	61700.000	476.544
145	39270.000	61750.000	479.307
146	39270.000	61820.000	481.878
147	39270.000	61880.000	474.486
148	39270.000	61940.000	475.428
149	39270.000	62000.000	474.417
150	39270.000	62050.000	457.695
151	39270.000	62120.000	458.774
152	39270.000	62180.000	478.108
153	39330.000	61100.000	508.551
154	39330.000	61150.000	512.819
155	39330.000	61220.000	515.059
156	39330.000	61280.000	514.030
157	39330.000	61340.000	509.128
158	39330.000	61400.000	502.680
159	39330.000	61450.000	496.681
160	39330.000	61520.000	490.152
161	39330.000	61580.000	481.190
162	39330.000	61640.000	478.758
163	39330.000	61700.000	474.737
164	39330.000	61750.000	470.330
165	39330.000	61820.000	459.556
166	39330.000	61880.000	455.568
167	39330.000	61940.000	455.338
168	39330.000	62000.000	456.751
169	39330.000	62050.000	454.391
170	39330.000	62120.000	462.509
171	39330.000	62180.000	466.419
172	39390.000	61100.000	509.394
173	39390.000	61150.000	511.904
174	39390.000	61220.000	513.644
175	39390.000	61280.000	514.185
176	39390.000	61340.000	509.743
177	39390.000	61400.000	505.200
178	39390.000	61450.000	500.820
179	39390.000	61520.000	491.790
180	39390.000	61580.000	485.630
181	39390.000	61640.000	489.073
182	39390.000	61700.000	488.843
183	39390.000	61750.000	481.573
184	39390.000	61820.000	471.912
185	39390.000	61880.000	457.143
186	39390.000	61940.000	454.144
187	39390.000	62000.000	452.822
188	39390.000	62050.000	450.201
189	39390.000	62120.000	451.311
190	39390.000	62180.000	458.358
191	38880.000	61550.000	515.259
192	38880.000	61130.000	499.758
193	38940.000	61940.000	499.302
194	39000.000	61790.000	509.907
195	39030.000	62150.000	502.902
196	39050.000	61370.000	501.831
197	39150.000	61910.000	487.548
198	39240.000	62120.000	473.487
199	39240.000	61700.000	483.922
200	39390.000	61190.000	512.775

NORMALIZE EDİLEN KOORDİNATLAR

NOKTA NO	Y	X	H
1	0.000	0.000	504.081
2	0.000	1.000	504.050
3	0.000	2.000	504.959
4	0.000	3.000	505.758

E: EMHES SONUC A KARADENİZ UNIVERSİTESİ-BİM

5	0.000	4.000	508.868
6	0.000	5.000	513.657
7	0.000	6.000	516.875
8	0.000	7.000	517.727
9	0.000	8.000	518.528
10	0.000	9.000	518.818
11	0.000	10.000	521.997
12	0.000	11.000	522.725
13	0.000	12.000	521.762
14	0.000	13.000	519.550
15	0.000	14.000	516.792
16	0.000	15.000	517.144
17	0.000	16.000	516.693
18	0.000	17.000	516.174
19	0.000	18.000	514.012
20	1.000	0.000	493.553
21	1.000	1.000	496.053
22	1.000	2.000	497.774
23	1.000	3.000	501.893
24	1.000	4.000	506.389
25	1.000	5.000	509.948
26	1.000	6.000	511.365
27	1.000	7.000	510.652
28	1.000	8.000	510.211
29	1.000	9.000	511.543
30	1.000	10.000	512.733
31	1.000	11.000	515.774
32	1.000	12.000	514.491
33	1.000	13.000	506.750
34	1.000	14.000	503.229
35	1.000	15.000	506.481
36	1.000	16.000	507.540
37	1.000	17.000	505.197
38	1.000	18.000	510.018
39	2.000	0.000	491.953
40	2.000	1.000	496.382
41	2.000	2.000	499.739
42	2.000	3.000	503.729
43	2.000	4.000	505.170
44	2.000	5.000	505.370
45	2.000	6.000	504.879
46	2.000	7.000	504.567
47	2.000	8.000	502.506
48	2.000	9.000	503.297
49	2.000	10.000	507.759
50	2.000	11.000	511.740
51	2.000	12.000	510.031
52	2.000	13.000	502.609
53	2.000	14.000	493.280
54	2.000	15.000	495.249
55	2.000	16.000	495.138
56	2.000	17.000	501.225
57	2.000	18.000	507.125
58	3.000	0.000	499.457
59	3.000	1.000	502.027
60	3.000	2.000	504.176
61	3.000	3.000	504.485
62	3.000	4.000	504.243
63	3.000	5.000	502.341
64	3.000	6.000	500.288
65	3.000	7.000	498.547
66	3.000	8.000	496.786
67	3.000	9.000	499.616
68	3.000	10.000	504.457
69	3.000	11.000	508.657
70	3.000	12.000	506.125
71	3.000	13.000	497.512
72	3.000	14.000	485.642
73	3.000	15.000	485.561
74	3.000	16.000	489.443
75	3.000	17.000	499.032
76	3.000	18.000	504.303
77	4.000	0.000	505.527
78	4.000	1.000	507.747
79	4.000	2.000	507.855

E: EMHES SONUC A KARADENİZ UNIVERSİTESİ-BİM

80	4.000	3.000	506.514
81	4.000	4.000	503.032
82	4.000	5.000	499.680
83	4.000	6.000	495.931
84	4.000	7.000	491.951
85	4.000	8.000	491.514
86	4.000	9.000	497.055
87	4.000	10.000	501.806
88	4.000	11.000	503.998
89	4.000	12.000	500.598
90	4.000	13.000	493.537
91	4.000	14.000	483.659
92	4.000	15.000	497.348
93	4.000	16.000	484.155
94	4.000	17.000	494.524
95	4.000	18.000	498.843
96	5.000	0.000	511.462
97	5.000	1.000	512.364
98	5.000	2.000	511.272
99	5.000	3.000	508.892
100	5.000	4.000	505.459
101	5.000	5.000	500.725
102	5.000	6.000	493.123
103	5.000	7.000	487.221
104	5.000	8.000	490.654
105	5.000	9.000	497.902
106	5.000	10.000	498.720
107	5.000	11.000	498.518
108	5.000	12.000	493.837
109	5.000	13.000	489.587
110	5.000	14.000	485.907
111	5.000	15.000	474.423
112	5.000	16.000	477.854
113	5.000	17.000	487.516
114	5.000	18.000	492.548
115	6.000	0.000	511.479
116	6.000	1.000	513.918
117	6.000	2.000	513.399
118	6.000	3.000	512.139
119	6.000	4.000	507.506
120	6.000	5.000	500.625
121	6.000	6.000	493.085
122	6.000	7.000	473.083
123	6.000	8.000	488.333
124	6.000	9.000	491.054
125	6.000	10.000	490.597
126	6.000	11.000	492.204
127	6.000	12.000	486.524
128	6.000	13.000	484.183
129	6.000	14.000	482.073
130	6.000	15.000	476.542
131	6.000	16.000	469.572
132	6.000	17.000	479.565
133	6.000	18.000	488.842
134	7.000	0.000	510.591
135	7.000	1.000	513.811
136	7.000	2.000	514.769
137	7.000	3.000	512.657
138	7.000	4.000	508.635
139	7.000	5.000	502.365
140	7.000	6.000	491.575
141	7.000	7.000	483.454
142	7.000	8.000	476.134
143	7.000	9.000	477.654
144	7.000	10.000	476.644
145	7.000	11.000	479.307
146	7.000	12.000	481.878
147	7.000	13.000	474.486
148	7.000	14.000	475.428
149	7.000	15.000	474.417
150	7.000	16.000	467.595
151	7.000	17.000	468.774
152	7.000	18.000	478.108
153	8.000	0.000	508.551
154	8.000	1.000	512.819

HES SONUC A KARADENİZ ÜNİVERSİTESİ-BİM

155	8.000	2.000	515.059
156	8.000	3.000	514.030
157	8.000	4.000	509.128
158	8.000	5.000	502.630
159	8.000	6.000	496.551
160	8.000	7.000	490.162
161	8.000	8.000	481.190
162	8.000	9.000	478.768
163	8.000	10.000	474.737
164	8.000	11.000	470.330
165	8.000	12.000	469.555
166	8.000	13.000	465.568
167	8.000	14.000	465.338
168	8.000	15.000	466.751
169	8.000	16.000	464.391
170	8.000	17.000	462.509
171	8.000	18.000	465.419
172	9.000	0.000	509.394
173	9.000	1.000	511.904
174	9.000	2.000	513.544
175	9.000	3.000	514.185
176	9.000	4.000	509.743
177	9.000	5.000	505.200
178	9.000	6.000	500.820
179	9.000	7.000	491.790
180	9.000	8.000	485.530
181	9.000	9.000	489.073
182	9.000	10.000	488.343
183	9.000	11.000	481.573
184	9.000	12.000	471.912
185	9.000	13.000	467.143
186	9.000	14.000	464.144
187	9.000	15.000	462.822
188	9.000	16.000	460.201
189	9.000	17.000	461.311
190	9.000	18.000	458.358
191	0.500	7.500	516.259
192	0.500	0.500	499.758
193	1.500	14.000	499.302
194	2.500	11.500	509.907
195	3.000	17.500	502.902
196	3.500	4.500	501.831
197	5.000	13.500	487.548
198	6.500	17.000	473.437
199	6.500	10.000	483.922
200	9.000	1.500	512.775

GEÇİRİLEN T R E N D F U N K S İ Y O N U $T(YX)=A(0)+A(1)*Y+A(2)*X$
 DENGELEME SONUCU BULUNAN KATSAYILAR $A(0)= 522.10$ $A(1)= -2.99$
 $A(2)= -1.30$

ER ÖRNEKLEME NOKTASI İÇİN BULUNAN $T(YX)$ VE D4 ARTIK DEĞERLERİ

NOKTA NO	Y	X	T	T(YX)	D4
1	0.000	0.000	504.081	522.097	-18.016
2	0.000	1.000	504.050	520.802	-16.752
3	0.000	2.000	504.959	519.507	-14.548
4	0.000	3.000	505.753	518.212	-12.444
5	0.000	4.000	508.868	516.917	-8.049
6	0.000	5.000	513.557	515.622	-1.965
7	0.000	6.000	516.375	514.327	2.548
8	0.000	7.000	517.727	513.032	4.695
9	0.000	8.000	518.528	511.737	6.791
10	0.000	9.000	518.818	510.442	8.376
11	0.000	10.000	521.997	509.147	12.850

HES SONUC A KARADENİZ ÜNİVERSİTESİ BİM

12	0.000	11.000	522.725	507.852	14.873
13	0.000	12.000	521.762	506.557	15.205
14	0.000	13.000	519.660	505.262	14.398
15	0.000	14.000	516.792	503.967	12.825
16	0.000	15.000	517.144	502.672	14.472
17	0.000	16.000	516.593	501.377	15.310
18	0.000	17.000	515.174	500.082	16.092
19	0.000	18.000	514.012	498.787	15.225
20	1.000	0.000	493.563	519.105	-25.542
21	1.000	1.000	496.063	517.810	-21.747
22	1.000	2.000	497.774	516.515	-18.741
23	1.000	3.000	501.393	515.220	-13.327
24	1.000	4.000	506.389	513.925	-7.536
25	1.000	5.000	509.948	512.630	-2.682
26	1.000	6.000	511.365	511.335	0.030
27	1.000	7.000	510.662	510.040	0.622
28	1.000	8.000	510.211	508.745	1.466
29	1.000	9.000	511.543	507.450	4.093
30	1.000	10.000	512.733	506.155	6.578
31	1.000	11.000	515.774	504.860	10.914
32	1.000	12.000	514.491	503.565	10.926
33	1.000	13.000	506.760	502.270	4.490
34	1.000	14.000	503.229	500.975	2.254
35	1.000	15.000	506.481	499.680	6.801
36	1.000	16.000	507.540	498.385	9.155
37	1.000	17.000	506.197	497.090	9.107
38	1.000	18.000	510.018	495.795	14.223
39	2.000	0.000	491.953	516.114	-24.161
40	2.000	1.000	496.382	514.819	-18.437
41	2.000	2.000	499.789	513.524	-13.735
42	2.000	3.000	503.729	512.229	-8.500
43	2.000	4.000	505.170	510.934	-5.764
44	2.000	5.000	505.370	509.639	-4.269
45	2.000	6.000	504.379	508.344	-3.465
46	2.000	7.000	504.557	507.049	-2.482
47	2.000	8.000	502.506	505.754	-3.248
48	2.000	9.000	503.297	504.459	-1.162
49	2.000	10.000	507.769	503.164	4.605
50	2.000	11.000	511.740	501.869	9.871
51	2.000	12.000	510.031	500.574	9.457
52	2.000	13.000	502.609	499.279	3.330
53	2.000	14.000	493.280	497.984	-4.704
54	2.000	15.000	496.249	496.689	-0.440
55	2.000	16.000	495.133	495.394	-0.256
56	2.000	17.000	501.225	494.098	7.127
57	2.000	18.000	507.126	492.803	14.323
58	3.000	0.000	499.457	513.122	-13.665
59	3.000	1.000	502.027	511.827	-9.800
60	3.000	2.000	504.176	510.532	-6.356
61	3.000	3.000	504.485	509.237	-4.752
62	3.000	4.000	504.243	507.942	-3.699
63	3.000	5.000	502.341	506.647	-4.306
64	3.000	6.000	500.283	505.352	-5.064
65	3.000	7.000	498.547	504.057	-5.510
66	3.000	8.000	496.786	502.762	-5.976
67	3.000	9.000	499.516	501.467	-1.851
68	3.000	10.000	504.467	500.172	4.295
69	3.000	11.000	508.567	498.877	9.790
70	3.000	12.000	506.125	497.582	8.543
71	3.000	13.000	497.512	496.287	1.225
72	3.000	14.000	485.642	494.992	-9.350
73	3.000	15.000	485.561	493.697	-8.136
74	3.000	16.000	489.443	492.402	-2.959
75	3.000	17.000	499.032	491.107	7.925
76	3.000	18.000	504.303	489.812	14.491
77	4.000	0.000	505.527	510.131	-4.604
78	4.000	1.000	507.747	508.836	-1.089
79	4.000	2.000	507.866	507.541	0.325
80	4.000	3.000	506.514	506.246	0.268
81	4.000	4.000	503.032	504.951	-1.919
82	4.000	5.000	499.580	503.656	-3.976
83	4.000	6.000	495.931	502.361	-5.430
84	4.000	7.000	491.951	501.066	-9.115
85	4.000	8.000	491.514	499.771	-8.157
86	4.000	9.000	497.065	498.476	-1.411

HES SONUC A KARADENİZ ÜNİVERSİTESİ BİM

87	4.0000	10.0000	501.8005	497.180	4.526
88	4.0000	11.0000	503.998	495.835	8.113
89	4.0000	12.0000	500.598	494.590	6.008
90	4.0000	13.0000	493.537	493.295	0.242
91	4.0000	14.0000	483.659	492.000	-8.331
92	4.0000	15.0000	497.348	490.705	6.643
93	4.0000	16.0000	484.155	489.410	5.255
94	4.0000	17.0000	494.524	488.115	6.409
95	4.0000	18.0000	498.843	486.820	12.023
96	5.0000	0.0000	511.462	507.139	4.323
97	5.0000	1.0000	512.364	505.844	6.520
98	5.0000	2.0000	511.272	504.549	5.723
99	5.0000	3.0000	508.892	503.254	5.638
100	5.0000	4.0000	505.439	501.959	3.480
101	5.0000	5.0000	500.725	500.664	0.061
102	5.0000	6.0000	493.123	499.369	-6.246
103	5.0000	7.0000	487.221	498.074	-10.853
104	5.0000	8.0000	490.554	496.779	-6.125
105	5.0000	9.0000	497.902	495.484	2.418
106	5.0000	10.0000	498.720	494.189	4.531
107	5.0000	11.0000	498.518	492.394	5.624
108	5.0000	12.0000	493.837	491.599	2.238
109	5.0000	13.0000	489.537	490.304	0.617
110	5.0000	14.0000	485.907	489.009	-3.102
111	5.0000	15.0000	474.423	487.714	-13.291
112	5.0000	16.0000	477.854	486.419	-8.565
113	5.0000	17.0000	487.616	485.124	2.492
114	5.0000	18.0000	492.548	483.829	8.719
115	6.0000	0.0000	511.479	504.148	7.331
116	6.0000	1.0000	513.918	502.853	11.065
117	6.0000	2.0000	513.399	501.557	11.842
118	6.0000	3.0000	512.139	500.252	11.877
119	6.0000	4.0000	507.506	498.967	8.539
120	5.0000	5.0000	500.525	497.672	2.953
121	6.0000	6.0000	493.085	496.377	-3.292
122	5.0000	7.0000	473.083	495.082	-21.999
123	6.0000	8.0000	488.333	493.787	-5.454
124	6.0000	9.0000	491.054	492.492	-1.438
125	6.0000	10.0000	490.597	491.197	-0.500
126	6.0000	11.0000	492.204	489.902	2.302
127	6.0000	12.0000	486.524	488.607	-1.983
128	6.0000	13.0000	484.183	487.312	-3.129
129	6.0000	14.0000	482.073	486.017	-3.944
130	5.0000	15.0000	476.542	484.722	-8.080
131	6.0000	16.0000	469.572	483.427	-13.855
132	6.0000	17.0000	479.565	482.132	-2.567
133	6.0000	18.0000	488.842	480.837	8.005
134	7.0000	0.0000	510.591	501.156	9.535
135	7.0000	1.0000	513.311	499.861	13.950
136	7.0000	2.0000	514.759	498.566	15.203
137	7.0000	3.0000	512.567	497.271	15.396
138	7.0000	4.0000	508.636	495.976	12.660
139	7.0000	5.0000	502.306	494.681	7.625
140	7.0000	6.0000	491.575	493.386	-1.811
141	7.0000	7.0000	483.454	492.091	-8.637
142	7.0000	8.0000	476.134	490.796	-14.612
143	7.0000	9.0000	477.554	489.501	-11.847
144	7.0000	10.0000	476.544	488.206	-11.562
145	7.0000	11.0000	479.307	486.911	-7.604
146	7.0000	12.0000	481.378	485.616	-3.738
147	7.0000	13.0000	474.486	484.321	-9.835
148	7.0000	14.0000	475.428	483.026	-7.598
149	7.0000	15.0000	474.417	481.731	-7.314
150	7.0000	16.0000	467.695	480.436	-12.741
151	7.0000	17.0000	468.774	479.141	-10.367
152	7.0000	18.0000	478.108	477.846	0.262
153	8.0000	0.0000	508.551	498.164	10.387
154	8.0000	1.0000	512.819	496.869	15.950
155	8.0000	2.0000	515.059	495.574	19.485
156	8.0000	3.0000	514.030	494.279	19.751
157	8.0000	4.0000	509.128	492.984	16.144
158	8.0000	5.0000	502.580	491.689	10.991
159	8.0000	6.0000	496.581	490.394	6.287
160	8.0000	7.0000	490.162	489.099	-1.063
161	8.0000	8.0000	481.190	487.804	-6.614

EMHES SONUC A KARADENİZ UNIVERSİTESİ-BİM

152	8.0000	9.0000	478.758	486.509	-7.741
153	8.0000	10.0000	474.737	485.214	-10.477
154	8.0000	11.0000	470.330	483.919	-13.589
155	8.0000	12.0000	469.556	482.624	-13.068
156	8.0000	13.0000	465.558	481.329	-15.761
157	8.0000	14.0000	465.338	480.034	-14.696
158	8.0000	15.0000	466.751	478.739	-11.988
159	8.0000	16.0000	454.391	477.444	-13.053
170	8.0000	17.0000	462.509	476.149	-13.540
171	8.0000	18.0000	466.419	474.854	-8.435
172	9.0000	0.0000	509.394	495.173	14.221
173	9.0000	1.0000	511.904	493.878	18.026
174	9.0000	2.0000	513.544	492.583	21.061
175	9.0000	3.0000	514.185	491.288	22.897
176	9.0000	4.0000	509.743	489.993	19.750
177	9.0000	5.0000	505.200	488.698	16.502
178	9.0000	6.0000	500.520	487.403	13.417
179	9.0000	7.0000	491.790	486.108	5.682
180	9.0000	8.0000	485.530	484.813	0.817
181	9.0000	9.0000	489.073	483.518	5.555
182	9.0000	10.0000	488.343	482.223	5.620
183	9.0000	11.0000	481.573	480.928	0.745
184	9.0000	12.0000	471.912	479.633	-7.721
185	9.0000	13.0000	467.143	478.338	-11.195
186	9.0000	14.0000	464.144	477.043	-12.899
187	9.0000	15.0000	462.822	475.747	-12.925
188	9.0000	16.0000	460.201	474.452	-14.251
189	9.0000	17.0000	461.311	473.157	-11.846
190	9.0000	18.0000	458.358	471.862	-13.504
191	0.5000	7.5000	515.259	510.889	5.370
192	0.5000	0.5000	499.758	519.954	-20.196
193	1.5000	14.0000	499.302	499.479	-0.177
194	2.5000	11.5000	509.907	499.725	10.182
195	3.0000	17.5000	502.902	490.459	12.443
196	3.5000	4.5000	501.331	505.799	-3.968
197	5.0000	13.5000	487.548	489.656	-2.108
198	6.5000	17.0000	473.487	480.636	-7.149
199	6.5000	10.0000	483.922	489.702	-5.780
200	9.0000	1.5000	512.775	493.230	19.545

VERİLEN NOKTALARIN HESAPLANAN YÜKSEKLİKLERİ

NOKTA NO	Y	X	D4P	T(YX)	HP
1	0.0000	0.0000	18.015	522.597	504.081
2	0.0000	0.5000	17.749	521.449	503.700
3	0.0000	1.0000	16.752	520.302	504.050
4	0.0000	1.5000	15.533	520.154	504.622
5	0.0000	2.0000	14.548	519.507	504.959
6	0.0000	2.5000	13.581	518.859	505.178
7	0.0000	3.0000	12.444	518.212	505.768
8	0.0000	3.5000	10.549	517.564	507.015
9	0.0000	4.0000	8.049	516.917	508.368
10	0.0000	4.5000	5.093	516.269	511.176
11	0.0000	5.0000	1.965	515.522	513.657
12	0.0000	5.5000	0.748	514.974	515.723
13	0.0000	6.0000	2.548	514.327	516.875
14	0.0000	6.5000	3.642	513.679	517.321
15	0.0000	7.0000	4.695	513.032	517.727
16	0.0000	7.5000	5.889	512.384	518.273
17	0.0000	8.0000	5.791	511.737	518.528
18	0.0000	8.5000	7.357	511.089	518.446
19	0.0000	9.0000	8.375	510.442	518.818
20	0.0000	9.5000	10.428	509.794	520.223
21	0.0000	10.0000	12.350	509.147	521.997
22	0.0000	10.5000	14.426	508.499	522.926
23	0.0000	11.0000	14.873	507.852	522.725
24	0.0000	11.5000	14.950	507.204	522.164

EMHES SONUC A KARADENİZ UNİVERSİTESİ BİM

25	0.0000	12.0000	15.205	506.557	521.762
26	0.0000	12.500	15.183	505.909	521.093
27	0.0000	13.0000	14.398	505.262	519.660
28	0.0000	13.500	13.281	504.614	517.895
29	0.0000	14.000	12.825	503.967	516.792
30	0.0000	14.500	13.423	503.319	516.742
31	0.0000	15.000	14.472	502.572	517.144
32	0.0000	15.500	15.150	502.024	517.174
33	0.0000	16.000	15.315	501.377	516.693
34	0.0000	16.500	15.513	500.729	516.242
35	0.0000	17.000	15.092	500.082	516.174
36	0.0000	17.500	16.447	499.434	515.881
37	0.0000	18.000	15.225	498.787	514.012
38	0.5000	18.000	13.370	497.291	510.661
39	0.5000	17.500	7.114	497.938	505.052
40	0.5000	17.000	10.524	498.586	509.110
41	0.5000	16.500	14.439	499.233	513.572
42	0.5000	16.000	11.808	499.881	511.689
43	0.5000	15.500	4.738	500.528	505.266
44	0.5000	15.000	0.333	501.176	501.508
45	0.5000	14.500	1.342	501.823	503.166
46	0.5000	14.000	3.992	502.471	506.463
47	0.5000	13.500	4.661	503.118	507.779
48	0.5000	13.000	4.794	503.766	508.560
49	0.5000	12.500	7.379	504.413	511.793
50	0.5000	12.000	11.484	505.061	516.545
51	0.5000	11.500	13.409	505.708	519.118
52	0.5000	11.000	12.040	506.356	518.396
53	0.5000	10.500	10.002	507.003	517.006
54	0.5000	10.000	9.464	507.651	517.115
55	0.5000	9.500	9.426	508.299	517.725
56	0.5000	9.000	8.104	508.946	517.050
57	0.5000	8.500	5.995	509.594	515.588
58	0.5000	8.000	4.979	510.241	515.221
59	0.5000	7.500	5.370	510.889	516.259
60	0.5000	7.000	5.551	511.536	517.088
61	0.5000	6.500	4.390	512.184	516.573
62	0.5000	6.000	2.558	512.831	515.389
63	0.5000	5.500	1.076	513.479	514.554
64	0.5000	5.000	0.379	514.126	513.747
65	0.5000	4.500	2.919	514.774	511.854
66	0.5000	4.000	6.725	515.421	508.696
67	0.5000	3.500	10.685	516.069	505.373
68	0.5000	3.000	13.745	516.716	502.971
69	0.5000	2.500	15.814	517.364	501.550
70	0.5000	2.000	17.424	518.011	500.587
71	0.5000	1.500	18.749	518.659	499.910
72	0.5000	1.000	19.509	519.306	499.697
73	0.5000	0.500	20.195	519.954	499.758
74	0.5000	0.000	21.254	520.601	499.347
75	1.0000	0.000	25.542	519.105	493.563
76	1.0000	0.500	23.134	518.458	495.324
77	1.0000	1.000	21.747	517.810	496.053
78	1.0000	1.500	20.546	517.163	496.517
79	1.0000	2.000	18.741	516.515	497.774
80	1.0000	2.500	16.217	515.868	499.651
81	1.0000	3.000	13.327	515.220	501.893
82	1.0000	3.500	10.392	514.573	504.181
83	1.0000	4.000	7.536	513.925	506.389
84	1.0000	4.500	4.895	513.278	508.383
85	1.0000	5.000	2.532	512.630	509.948
86	1.0000	5.500	1.037	511.983	510.946
87	1.0000	6.000	0.030	511.335	511.365
88	1.0000	6.500	0.536	510.688	511.224
89	1.0000	7.000	0.522	510.040	510.662
90	1.0000	7.500	0.753	509.393	510.146
91	1.0000	8.000	1.466	508.745	510.211
92	1.0000	8.500	2.759	508.098	510.856
93	1.0000	9.000	4.093	507.450	511.543
94	1.0000	9.500	5.210	506.803	512.013
95	1.0000	10.000	6.578	506.155	512.733
96	1.0000	10.500	8.652	505.508	514.150
97	1.0000	11.000	10.914	504.860	515.774
98	1.0000	11.500	12.010	504.213	516.223
99	1.0000	12.000	10.926	503.565	514.491

MHES SONUC A KARADENİZ UNIVERSİTESİ-BİM

100	1.0000	12.5000	7.9333	502.918	510.850
101	1.0000	13.0000	4.490	502.270	506.760
102	1.0000	13.5000	2.288	501.523	503.910
103	1.0000	14.0000	2.254	500.975	503.229
104	1.0000	14.5000	4.150	500.328	504.477
105	1.0000	15.0000	6.801	499.580	506.481
106	1.0000	15.5000	8.740	499.033	507.773
107	1.0000	16.0000	9.155	498.385	507.540
108	1.0000	16.5000	8.595	497.738	506.433
109	1.0000	17.0000	9.107	497.090	506.197
110	1.0000	17.5000	11.395	496.443	507.838
111	1.0000	18.0000	14.223	495.795	510.018
112	1.5000	18.0000	14.832	494.299	509.131
113	1.5000	17.5000	15.919	494.947	510.866
114	1.5000	17.0000	8.321	495.594	503.915
115	1.5000	16.5000	2.872	496.242	499.114
116	1.5000	16.0000	4.645	496.889	501.534
117	1.5000	15.5000	9.243	497.537	506.780
118	1.5000	15.0000	9.510	498.184	507.695
119	1.5000	14.5000	4.458	498.332	503.290
120	1.5000	14.0000	10.177	499.479	499.302
121	1.5000	13.5000	0.468	500.127	500.595
122	1.5000	13.0000	5.014	500.774	505.789
123	1.5000	12.5000	8.944	501.422	510.366
124	1.5000	12.0000	10.412	502.069	512.481
125	1.5000	11.5000	10.551	502.717	513.358
126	1.5000	11.0000	10.294	503.364	513.658
127	1.5000	10.5000	8.410	504.012	512.422
128	1.5000	10.0000	5.031	504.659	509.691
129	1.5000	9.5000	1.945	505.307	507.251
130	1.5000	9.0000	0.358	505.954	506.313
131	1.5000	8.5000	0.438	506.602	506.164
132	1.5000	8.0000	11.451	507.249	505.799
133	1.5000	7.5000	12.436	507.897	505.461
134	1.5000	7.0000	12.678	508.544	505.866
135	1.5000	6.5000	12.333	509.192	506.859
136	1.5000	6.0000	12.273	509.840	507.567
137	1.5000	5.5000	13.046	510.487	507.439
138	1.5000	5.0000	14.476	511.135	506.658
139	1.5000	4.5000	16.032	511.782	505.750
140	1.5000	4.0000	17.433	512.430	504.996
141	1.5000	3.5000	18.950	513.077	504.127
142	1.5000	3.0000	11.144	513.725	502.581
143	1.5000	2.5000	14.144	514.372	500.228
144	1.5000	2.0000	17.271	515.020	497.748
145	1.5000	1.5000	19.673	515.667	495.995
146	1.5000	1.0000	21.378	516.315	494.937
147	1.5000	0.5000	23.477	516.962	493.485
148	1.5000	0.0000	26.983	517.610	490.621
149	2.0000	0.0000	24.161	516.114	491.953
150	2.0000	0.5000	20.562	515.466	494.904
151	2.0000	1.0000	18.437	514.819	496.382
152	2.0000	1.5000	16.454	514.171	497.718
153	2.0000	2.0000	13.735	513.524	499.739
154	2.0000	2.5000	10.777	512.876	502.099
155	2.0000	3.0000	8.500	512.229	503.729
156	2.0000	3.5000	6.993	511.581	504.588
157	2.0000	4.0000	5.754	510.934	505.170
158	2.0000	4.5000	4.755	510.286	505.530
159	2.0000	5.0000	4.259	509.639	505.370
160	2.0000	5.5000	4.046	508.991	504.945
161	2.0000	6.0000	3.455	508.344	504.879
162	2.0000	6.5000	2.670	507.596	505.026
163	2.0000	7.0000	2.482	507.049	504.567
164	2.0000	7.5000	2.982	506.401	503.419
165	2.0000	8.0000	3.243	505.754	502.506
166	2.0000	8.5000	2.524	505.106	502.482
167	2.0000	9.0000	1.162	504.459	503.297
168	2.0000	9.5000	1.223	503.811	503.034
169	2.0000	10.0000	4.605	503.164	507.769
170	2.0000	10.5000	7.983	502.516	510.499
171	2.0000	11.0000	9.871	501.869	511.740
172	2.0000	11.5000	10.108	501.221	511.329
173	2.0000	12.0000	9.457	500.574	510.031
174	2.0000	12.5000	7.539	499.926	507.466

EMHES SONUC A KARADENİZ UNİVERSİTESİ-BİM

175	2.0000	13.0000	3.330	499.279	502.609
176	2.0000	13.5000	1.924	498.531	496.707
177	2.0000	14.0000	4.704	497.984	493.280
178	2.0000	14.5000	3.345	497.336	493.991
179	2.0000	15.0000	0.440	496.589	496.249
180	2.0000	15.5000	0.486	496.041	496.527
181	2.0000	16.0000	0.255	495.394	495.138
182	2.0000	16.5000	1.222	494.746	495.968
183	2.0000	17.0000	7.127	494.098	501.225
184	2.0000	17.5000	13.929	493.451	507.380
185	2.0000	18.0000	14.323	492.803	507.126
186	2.5000	18.0000	14.026	491.308	505.334
187	2.5000	17.5000	10.541	491.955	502.496
188	2.5000	17.0000	6.904	492.503	499.507
189	2.5000	16.5000	2.597	493.250	495.847
190	2.5000	16.0000	2.744	493.898	491.154
191	2.5000	15.5000	7.807	494.545	486.739
192	2.5000	15.0000	10.749	495.193	484.444
193	2.5000	14.5000	10.814	495.840	485.026
194	2.5000	14.0000	8.249	496.488	488.239
195	2.5000	13.5000	3.713	497.135	493.423
196	2.5000	13.0000	1.558	497.783	499.340
197	2.5000	12.5000	6.022	498.430	504.453
198	2.5000	12.0000	8.890	499.078	507.968
199	2.5000	11.5000	10.182	499.725	509.907
200	2.5000	11.0000	9.802	500.373	510.175
201	2.5000	10.5000	7.658	501.020	508.679
202	2.5000	10.0000	4.498	501.668	506.166
203	2.5000	9.5000	1.374	502.315	503.690
204	2.5000	9.0000	1.418	502.963	501.545
205	2.5000	8.5000	3.711	503.610	499.900
206	2.5000	8.0000	4.587	504.258	499.670
207	2.5000	7.5000	3.685	504.905	501.220
208	2.5000	7.0000	2.555	505.553	502.998
209	2.5000	6.5000	2.923	506.200	503.278
210	2.5000	6.0000	4.217	506.848	502.631
211	2.5000	5.5000	4.569	507.495	502.926
212	2.5000	5.0000	3.754	508.143	504.389
213	2.5000	4.5000	3.338	508.790	505.452
214	2.5000	4.0000	4.164	509.438	505.274
215	2.5000	3.5000	5.441	510.085	504.644
216	2.5000	3.0000	6.467	510.733	504.266
217	2.5000	2.5000	7.734	511.381	503.547
218	2.5000	2.0000	9.802	512.028	502.226
219	2.5000	1.5000	12.200	512.676	500.475
220	2.5000	1.0000	14.201	513.323	499.122
221	2.5000	0.5000	16.094	513.971	497.377
222	2.5000	0.0000	18.575	514.618	495.743
223	3.0000	0.0000	13.665	513.122	499.457
224	3.0000	0.5000	11.572	512.475	500.903
225	3.0000	1.0000	9.800	511.827	502.027
226	3.0000	1.5000	8.038	511.180	503.144
227	3.0000	2.0000	6.356	510.532	504.176
228	3.0000	2.5000	5.240	509.885	504.645
229	3.0000	3.0000	4.752	509.237	504.485
230	3.0000	3.5000	4.318	508.590	504.272
231	3.0000	4.0000	3.599	507.942	504.243
232	3.0000	4.5000	3.554	507.295	503.740
233	3.0000	5.0000	4.306	506.647	502.341
234	3.0000	5.5000	5.110	506.000	500.890
235	3.0000	6.0000	5.064	505.352	500.288
236	3.0000	6.5000	4.829	504.705	499.875
237	3.0000	7.0000	5.510	504.057	498.547
238	3.0000	7.5000	6.443	503.410	496.967
239	3.0000	8.0000	5.975	502.762	496.786
240	3.0000	8.5000	4.051	502.115	496.063
241	3.0000	9.0000	1.851	501.467	499.516
242	3.0000	9.5000	0.565	500.820	501.485
243	3.0000	10.0000	4.295	500.172	504.467
244	3.0000	10.5000	8.025	499.525	507.549
245	3.0000	11.0000	9.790	498.877	508.567
246	3.0000	11.5000	9.531	498.230	507.761
247	3.0000	12.0000	8.543	497.582	506.125
248	3.0000	12.5000	6.277	496.935	503.212
249	3.0000	13.0000	1.225	496.287	497.512

EMHES SONUC A KARADENİZ ÜNİVERSİTESİ-BİM

250	3.0000	13.5000	-5.228	495.539	490.412
251	3.0000	14.0000	-9.350	494.992	485.642
252	3.0000	14.5000	-9.693	494.344	484.651
253	3.0000	15.0000	-8.136	493.597	485.561
254	3.0000	15.5000	-6.154	493.049	486.896
255	3.0000	16.0000	-2.959	492.402	489.443
256	3.0000	16.5000	2.145	491.754	493.900
257	3.0000	17.0000	7.925	491.107	499.032
258	3.0000	17.5000	12.443	490.459	502.902
259	3.0000	18.0000	14.491	489.812	504.303
260	3.5000	18.0000	14.187	488.316	502.504
261	3.5000	17.5000	16.918	488.964	505.882
262	3.5000	17.0000	8.190	489.611	497.801
263	3.5000	16.5000	1.636	490.259	488.622
264	3.5000	16.0000	-3.449	490.906	487.457
265	3.5000	15.5000	1.235	491.554	492.789
266	3.5000	15.0000	2.867	492.201	495.059
267	3.5000	14.5000	2.989	492.849	489.860
268	3.5000	14.0000	9.207	493.496	484.289
269	3.5000	13.5000	7.164	494.144	486.980
270	3.5000	13.0000	1.127	494.791	495.918
271	3.5000	12.5000	6.932	495.439	502.371
272	3.5000	12.0000	7.586	496.086	503.673
273	3.5000	11.5000	7.719	496.734	504.452
274	3.5000	11.0000	9.258	497.381	506.639
275	3.5000	10.5000	8.597	498.029	506.626
276	3.5000	10.0000	4.263	498.676	502.939
277	3.5000	9.5000	0.130	499.324	499.194
278	3.5000	9.0000	-2.239	499.971	497.732
279	3.5000	8.5000	-4.154	500.619	496.465
280	3.5000	8.0000	-7.322	501.266	493.945
281	3.5000	7.5000	-9.498	501.914	492.416
282	3.5000	7.0000	-8.813	502.561	493.749
283	3.5000	6.5000	-6.870	503.209	496.339
284	3.5000	6.0000	-5.862	503.856	497.994
285	3.5000	5.5000	-5.577	504.504	498.927
286	3.5000	5.0000	-4.899	505.151	500.252
287	3.5000	4.5000	-3.966	505.799	501.831
288	3.5000	4.0000	-3.406	506.446	503.041
289	3.5000	3.5000	-3.021	507.094	504.073
290	3.5000	3.0000	-2.512	507.741	505.229
291	3.5000	2.5000	-2.371	508.389	506.018
292	3.5000	2.0000	-3.114	509.036	505.923
293	3.5000	1.5000	-4.353	509.684	505.331
294	3.5000	1.0000	-5.466	510.331	504.665
295	3.5000	0.5000	-6.766	510.979	504.213
296	3.5000	0.0000	-9.193	511.626	502.429
297	4.0000	0.0000	-4.604	510.131	505.527
298	4.0000	0.5000	-1.180	509.483	508.303
299	4.0000	1.0000	-1.089	508.836	507.747
300	4.0000	1.5000	-0.991	508.188	507.197
301	4.0000	2.0000	0.325	507.541	507.866
302	4.0000	2.5000	1.184	506.893	508.078
303	4.0000	3.0000	0.268	506.246	506.514
304	4.0000	3.5000	-1.255	505.593	504.343
305	4.0000	4.0000	-1.919	504.951	503.032
306	4.0000	4.5000	-2.424	504.303	501.879
307	4.0000	5.0000	-3.976	503.656	499.580
308	4.0000	5.5000	-5.727	503.008	497.281
309	4.0000	6.0000	-6.430	502.361	495.931
310	4.0000	6.5000	-7.146	501.713	494.567
311	4.0000	7.0000	-9.115	501.066	491.951
312	4.0000	7.5000	-10.323	500.418	490.095
313	4.0000	8.0000	-8.157	499.771	491.614
314	4.0000	8.5000	-4.122	499.123	495.001
315	4.0000	9.0000	-1.411	498.476	497.065
316	4.0000	9.5000	0.707	497.828	498.535
317	4.0000	10.0000	4.626	497.180	501.806
318	4.0000	10.5000	8.318	496.533	504.851
319	4.0000	11.0000	8.113	495.885	503.998
320	4.0000	11.5000	5.928	495.238	501.166
321	4.0000	12.0000	6.008	494.590	500.598
322	4.0000	12.5000	5.960	493.943	499.903
323	4.0000	13.0000	0.242	493.295	493.537
324	4.0000	13.5000	7.899	492.648	484.749

MHES SONUÇ A KARADENİZ UNIVERSİTESİ-BİM

325	4.0000	14.0000	-8.331	492.000	483.669
326	4.0000	14.5000	0.293	491.353	491.646
327	4.0000	15.0000	6.643	490.705	497.348
328	4.0000	15.5000	2.525	490.053	492.583
329	4.0000	16.0000	-5.255	489.410	484.155
330	4.0000	16.5000	-4.383	488.763	484.380
331	4.0000	17.0000	6.409	488.115	494.524
332	4.0000	17.5000	15.658	487.468	503.125
333	4.0000	18.0000	12.023	486.820	498.843
334	4.5000	18.0000	9.507	485.325	494.832
335	4.5000	17.5000	7.148	485.972	493.120
336	4.5000	17.0000	3.982	486.620	490.602
337	4.5000	16.5000	2.376	487.267	484.891
338	4.5000	16.0000	-7.122	487.915	480.793
339	4.5000	15.5000	-5.893	488.562	482.669
340	4.5000	15.0000	2.339	489.210	486.871
341	4.5000	14.5000	2.766	489.857	487.091
342	4.5000	14.0000	-6.003	490.505	484.502
343	4.5000	13.5000	-5.578	491.152	485.574
344	4.5000	13.0000	0.559	491.800	491.240
345	4.5000	12.5000	3.528	492.447	495.975
346	4.5000	12.0000	4.271	493.095	497.366
347	4.5000	11.5000	4.900	493.742	498.643
348	4.5000	11.0000	6.787	494.390	501.177
349	4.5000	10.5000	7.115	495.037	502.152
350	4.5000	10.0000	4.954	495.685	500.638
351	4.5000	9.5000	2.693	496.332	499.025
352	4.5000	9.0000	0.573	496.980	497.652
353	4.5000	8.5000	-3.161	497.627	494.466
354	4.5000	8.0000	-7.825	498.275	490.449
355	4.5000	7.5000	-9.599	498.922	489.323
356	4.5000	7.0000	-8.161	499.570	491.409
357	4.5000	6.5000	-6.863	500.217	493.354
358	4.5000	6.0000	-6.684	500.865	494.180
359	4.5000	5.5000	-5.176	501.512	496.336
360	4.5000	5.0000	-1.837	502.160	500.323
361	4.5000	4.5000	0.520	502.807	503.327
362	4.5000	4.0000	0.698	503.455	504.153
363	4.5000	3.5000	1.039	504.102	505.141
364	4.5000	3.0000	2.993	504.750	507.743
365	4.5000	2.5000	4.506	505.397	509.904
366	4.5000	2.0000	3.736	506.045	509.781
367	4.5000	1.5000	2.442	506.692	509.134
368	4.5000	1.0000	3.071	507.340	510.411
369	4.5000	0.5000	3.990	507.987	511.977
370	4.5000	0.0000	0.308	508.635	508.943
371	5.0000	0.0000	4.323	507.139	511.462
372	5.0000	0.5000	6.736	506.492	513.223
373	5.0000	1.0000	6.520	505.844	512.364
374	5.0000	1.5000	6.222	505.197	511.419
375	5.0000	2.0000	6.723	504.549	511.272
376	5.0000	2.5000	6.804	503.902	510.706
377	5.0000	3.0000	5.638	503.254	508.892
378	5.0000	3.5000	4.214	502.607	506.820
379	5.0000	4.0000	3.480	501.959	505.439
380	5.0000	4.5000	2.515	501.312	503.827
381	5.0000	5.0000	0.061	500.664	500.725
382	5.0000	5.5000	-3.295	500.016	496.721
383	5.0000	6.0000	-6.246	499.369	493.123
384	5.0000	6.5000	-8.788	498.721	489.934
385	5.0000	7.0000	-10.353	498.074	487.221
386	5.0000	7.5000	-10.417	497.426	487.009
387	5.0000	8.0000	-6.125	496.779	490.654
388	5.0000	8.5000	-0.607	496.131	495.525
389	5.0000	9.0000	2.418	495.484	497.902
390	5.0000	9.5000	3.242	494.836	498.078
391	5.0000	10.0000	4.531	494.189	498.720
392	5.0000	10.5000	6.067	493.541	499.608
393	5.0000	11.0000	5.624	492.894	498.516
394	5.0000	11.5000	3.640	492.246	495.886
395	5.0000	12.0000	2.238	491.599	493.837
396	5.0000	12.5000	1.189	490.951	492.140
397	5.0000	13.0000	-0.817	490.304	489.687
398	5.0000	13.5000	-2.108	489.656	487.548
399	5.0000	14.0000	-3.102	489.009	485.907

EMHES SONUC A KARADENİZ UNIVERSİTESİ-BİM

400	5.0000	14.5000	5.754	488.361	481.608
401	5.0000	15.0000	13.291	487.714	474.423
402	5.0000	15.5000	15.619	487.066	471.447
403	5.0000	16.0000	8.565	486.419	477.854
404	5.0000	16.5000	1.027	485.771	486.798
405	5.0000	17.0000	2.492	485.124	487.516
406	5.0000	17.5000	0.925	484.476	483.551
407	5.0000	18.0000	8.719	483.829	492.548
408	5.5000	18.0000	9.063	482.333	491.396
409	5.5000	17.5000	2.479	482.980	480.501
410	5.5000	17.0000	0.914	483.628	484.542
411	5.5000	16.5000	0.624	484.275	483.651
412	5.5000	16.0000	10.844	484.923	474.079
413	5.5000	15.5000	18.021	485.571	467.549
414	5.5000	15.0000	14.575	486.218	471.643
415	5.5000	14.5000	6.500	486.866	480.365
416	5.5000	14.0000	2.192	487.513	485.321
417	5.5000	13.5000	1.536	488.161	486.524
418	5.5000	13.0000	1.062	488.808	487.746
419	5.5000	12.5000	0.310	489.456	489.145
420	5.5000	12.0000	0.167	490.103	489.936
421	5.5000	11.5000	1.286	490.751	492.036
422	5.5000	11.0000	4.413	491.398	495.811
423	5.5000	10.5000	5.471	492.046	497.516
424	5.5000	10.0000	2.853	492.593	495.556
425	5.5000	9.5000	0.771	493.341	494.111
426	5.5000	9.0000	1.971	493.988	495.959
427	5.5000	8.5000	1.941	494.636	496.577
428	5.5000	8.0000	4.452	495.283	490.831
429	5.5000	7.5000	13.839	495.931	482.092
430	5.5000	7.0000	17.581	496.578	478.997
431	5.5000	6.5000	12.731	497.226	484.495
432	5.5000	6.0000	4.874	497.873	492.999
433	5.5000	5.5000	0.154	498.521	498.367
434	5.5000	5.0000	1.352	499.168	500.520
435	5.5000	4.5000	3.064	499.816	502.830
436	5.5000	4.0000	5.031	500.463	506.495
437	5.5000	3.5000	8.286	501.111	509.397
438	5.5000	3.0000	8.685	501.758	510.443
439	5.5000	2.5000	8.587	502.406	510.993
440	5.5000	2.0000	9.336	503.053	512.389
441	5.5000	1.5000	10.044	503.701	513.745
442	5.5000	1.0000	9.100	504.348	513.448
443	5.5000	0.5000	7.019	504.996	512.015
444	5.5000	0.0000	6.454	505.643	512.098
445	5.5000	0.0000	7.331	504.148	511.479
446	5.5000	0.5000	7.304	503.500	510.804
447	5.5000	1.0000	11.065	502.853	513.918
448	5.5000	1.5000	12.982	502.205	515.187
449	6.0000	2.0000	11.342	501.557	513.399
450	6.0000	2.5000	10.895	500.910	511.805
451	6.0000	3.0000	11.877	500.262	512.139
452	6.0000	3.5000	11.959	499.615	511.574
453	6.0000	4.0000	8.539	498.967	507.506
454	6.0000	4.5000	4.210	498.320	502.529
455	6.0000	5.0000	2.953	497.672	500.625
456	6.0000	5.5000	2.610	497.025	499.635
457	6.0000	6.0000	3.292	496.377	493.085
458	6.0000	6.5000	14.772	495.730	480.958
459	6.0000	7.0000	21.999	495.082	473.053
460	6.0000	7.5000	17.092	494.435	477.343
461	6.0000	8.0000	5.454	493.787	488.333
462	6.0000	8.5000	0.754	493.140	493.894
463	6.0000	9.0000	1.438	492.492	491.054
464	6.0000	9.5000	3.720	491.845	488.124
465	6.0000	10.0000	0.500	491.197	490.697
466	6.0000	10.5000	3.408	490.550	493.958
467	6.0000	11.0000	2.302	489.902	492.204
468	6.0000	11.5000	1.167	489.255	488.086
469	6.0000	12.0000	1.983	488.607	486.624
470	6.0000	12.5000	1.482	487.960	486.477
471	6.0000	13.0000	3.129	487.312	484.183
472	6.0000	13.5000	4.965	486.665	481.700
473	6.0000	14.0000	3.944	486.017	482.073
474	6.0000	14.5000	3.439	485.370	481.930

EMHES SONUC A KARADENİZ UNIVERSİTESİ-BİM

475	6.0000	15.0000	-8.0800	484.722	476.642
476	6.0000	15.5000	-14.167	484.075	459.908
477	6.0000	16.0000	-13.855	483.427	459.572
478	6.0000	16.5000	-7.408	482.780	475.372
479	6.0000	17.0000	-2.567	482.132	479.565
480	6.0000	17.5000	-0.819	481.485	480.665
481	6.0000	18.0000	8.005	480.837	488.842
482	6.5000	18.0000	4.601	479.341	483.942
483	6.5000	17.5000	2.731	479.989	477.258
484	6.5000	17.0000	7.149	480.536	473.487
485	6.5000	16.5000	-12.335	481.284	458.949
486	6.5000	16.0000	-14.898	481.931	457.033
487	6.5000	15.5000	-10.920	482.579	471.659
488	6.5000	15.0000	-4.219	483.226	479.007
489	6.5000	14.5000	-2.427	483.874	481.446
490	6.5000	14.0000	-6.172	484.521	478.349
491	6.5000	13.5000	-8.583	485.169	476.486
492	6.5000	13.0000	-6.412	485.816	479.404
493	6.5000	12.5000	-3.230	486.464	483.234
494	6.5000	12.0000	-2.517	487.111	484.494
495	6.5000	11.5000	-2.582	487.759	485.077
496	6.5000	11.0000	-1.745	488.407	486.652
497	6.5000	10.5000	-2.342	489.054	486.712
498	6.5000	10.0000	-5.780	489.702	483.922
499	6.5000	9.5000	-8.234	490.349	482.115
500	6.5000	9.0000	-6.931	490.997	484.065
501	6.5000	8.5000	-5.847	491.544	485.797
502	6.5000	8.0000	-9.997	492.292	482.294
503	6.5000	7.5000	-16.770	492.939	476.169
504	6.5000	7.0000	-18.300	493.587	475.286
505	6.5000	6.5000	-11.729	494.234	482.505
506	6.5000	6.0000	-2.473	494.882	492.408
507	6.5000	5.5000	3.243	495.529	498.772
508	6.5000	5.0000	5.291	496.177	501.468
509	6.5000	4.5000	7.388	496.824	504.212
510	6.5000	4.0000	10.867	497.472	508.339
511	6.5000	3.5000	13.619	498.119	511.738
512	6.5000	3.0000	14.175	498.767	512.943
513	6.5000	2.5000	13.856	499.414	513.270
514	6.5000	2.0000	14.204	500.062	514.266
515	6.5000	1.5000	14.390	500.709	515.099
516	6.5000	1.0000	12.668	501.357	514.025
517	6.5000	0.5000	9.603	502.004	511.607
518	6.5000	0.0000	8.277	502.652	510.928

VERİLEN NOKTALARIN HESAPLANAN YÜKSEKLİKLERİ

NOKTA NO	Y	X	DHP	T(YX)	HP
519	7.000	0.000	9.535	501.156	510.691
520	7.000	0.500	12.841	500.508	513.349
521	7.000	1.000	13.950	499.861	513.811
522	7.000	1.500	14.873	499.213	514.086
523	7.000	2.000	16.203	498.566	514.769
524	7.000	2.500	16.639	497.918	514.558
525	7.000	3.000	15.396	497.271	512.567
526	7.000	3.500	13.680	496.623	510.304
527	7.000	4.000	12.660	495.976	508.636
528	7.000	4.500	11.226	495.328	506.554
529	7.000	5.000	7.625	494.681	502.306
530	7.000	5.500	2.526	494.033	496.560
531	7.000	6.000	1.811	493.386	491.575
532	7.000	6.500	5.015	492.738	487.724
533	7.000	7.000	8.637	492.091	483.454
534	7.000	7.500	12.619	491.443	478.825
535	7.000	8.000	14.612	490.796	476.184
536	7.000	8.500	13.641	490.148	476.508
537	7.000	9.000	11.847	489.501	477.654
538	7.000	9.500	11.371	488.853	477.482
539	7.000	10.000	11.562	488.206	476.644
540	7.000	10.500	10.465	487.558	477.094
541	7.000	11.000	7.504	486.911	479.307
542	7.000	11.500	4.560	486.263	481.703
543	7.000	12.000	3.738	485.616	481.878
544	7.000	12.500	6.228	484.968	478.740
545	7.000	13.000	9.835	484.321	474.486
546	7.000	13.500	10.538	483.673	473.135
547	7.000	14.000	7.598	483.026	475.428
548	7.000	14.500	5.308	482.378	477.070
549	7.000	15.000	7.314	481.731	474.417
550	7.000	15.500	11.334	481.083	469.750
551	7.000	16.000	12.741	480.436	457.595
552	7.000	16.500	11.373	479.788	458.415
553	7.000	17.000	10.367	479.141	453.774
554	7.000	17.500	8.715	478.493	469.778
555	7.000	18.000	0.262	477.846	478.108
556	7.500	18.000	3.941	476.350	472.409
557	7.500	17.500	13.237	476.997	463.760
558	7.500	17.000	11.914	477.645	465.731
559	7.500	16.500	9.554	478.292	468.738
560	7.500	16.000	10.809	478.940	468.131
561	7.500	15.500	12.736	479.587	456.851
562	7.500	15.000	11.816	480.235	468.419
563	7.500	14.500	9.697	480.882	471.186
564	7.500	14.000	10.035	481.530	471.495
565	7.500	13.500	12.459	482.177	469.719
566	7.500	13.000	13.083	482.825	469.742
567	7.500	12.500	10.377	483.472	473.096
568	7.500	12.000	7.618	484.120	476.501
569	7.500	11.500	8.561	484.767	476.107
570	7.500	11.000	12.801	485.415	472.614
571	7.500	10.500	15.486	486.062	470.577
572	7.500	10.000	14.202	486.710	472.508
573	7.500	9.500	11.900	487.357	475.458
574	7.500	9.000	12.670	488.005	475.335
575	7.500	8.500	15.171	488.652	473.452
576	7.500	8.000	13.879	489.300	475.421
577	7.500	7.500	7.304	489.948	482.644
578	7.500	7.000	0.777	490.595	489.818
579	7.500	6.500	1.082	491.243	492.324
580	7.500	6.000	0.825	491.890	492.715
581	7.500	5.500	3.537	492.538	496.175

EMHE1 SONUC A KARADENİZ UNIVERSİTESİ-BİM

582	7.500	5.000	9.342	493.185	502.527
583	7.500	4.500	13.388	493.833	507.221
584	7.500	4.000	14.183	494.480	508.663
585	7.500	3.500	14.705	495.128	509.832
586	7.500	3.000	16.889	495.775	512.664
587	7.500	2.500	18.670	496.423	515.092
588	7.500	2.000	17.388	497.070	514.958
589	7.500	1.500	15.876	497.718	513.594
590	7.500	1.000	14.966	498.365	513.331
591	7.500	0.500	14.270	499.013	513.283
592	7.500	0.000	10.290	499.660	509.950
593	8.000	0.000	10.387	498.164	508.551
594	8.000	0.500	13.288	497.517	510.805
595	8.000	1.000	15.950	496.869	512.819
596	8.000	1.500	17.995	496.222	514.217
597	8.000	2.000	19.485	495.574	515.059
598	8.000	2.500	20.204	494.927	515.130
599	8.000	3.000	19.751	494.279	514.030
600	8.000	3.500	18.223	493.532	511.855
601	8.000	4.000	16.144	492.984	509.128
602	8.000	4.500	13.737	492.337	506.074
603	8.000	5.000	10.991	491.689	502.680
604	8.000	5.500	8.337	491.042	499.379
605	8.000	6.000	6.297	490.394	496.681
606	8.000	6.500	4.270	489.747	494.017
607	8.000	7.000	1.063	489.099	490.162
608	8.000	7.500	3.203	488.452	485.249
609	8.000	8.000	6.614	487.804	481.190
610	8.000	8.500	7.801	487.157	479.355
611	8.000	9.000	7.741	486.509	478.768
612	8.000	9.500	8.438	485.862	477.424
613	8.000	10.000	10.477	485.214	474.737
614	8.000	10.500	12.648	484.567	471.919
615	8.000	11.000	13.589	483.919	470.330
616	8.000	11.500	13.291	483.272	469.980
617	8.000	12.000	13.068	482.624	469.556
618	8.000	12.500	14.080	481.977	467.897
619	8.000	13.000	15.761	481.329	465.568
620	8.000	13.500	16.230	480.582	464.452
621	8.000	14.000	14.696	480.034	465.338
622	8.000	14.500	12.668	479.387	466.718
623	8.000	15.000	11.988	478.739	466.751
624	8.000	15.500	12.541	478.092	465.551
625	8.000	16.000	13.053	477.444	464.391
626	8.000	16.500	13.274	476.797	463.522
627	8.000	17.000	13.640	476.149	462.509
628	8.000	17.500	12.979	475.502	462.523
629	8.000	18.000	9.435	474.854	466.419
630	8.500	18.000	12.691	473.358	460.567
631	8.500	17.500	10.763	474.006	463.242
632	8.500	17.000	15.122	474.653	469.531
633	8.500	16.500	18.864	475.301	466.436
634	8.500	16.000	17.036	475.948	468.912
635	8.500	15.500	11.986	476.596	464.610
636	8.500	15.000	10.071	477.243	467.172
637	8.500	14.500	13.500	477.891	464.391
638	8.500	14.000	17.844	478.538	460.694
639	8.500	13.500	18.350	479.186	460.835
640	8.500	13.000	15.942	479.833	463.891
641	8.500	12.500	14.583	480.481	465.898
642	8.500	12.000	14.718	481.128	466.410
643	8.500	11.500	13.021	481.776	468.755
644	8.500	11.000	8.247	482.423	474.176
645	8.500	10.500	5.505	483.071	479.556
646	8.500	10.000	1.565	483.718	482.153
647	8.500	9.500	1.103	484.366	483.263
648	8.500	9.000	0.283	485.013	485.296
649	8.500	8.500	1.785	485.661	487.446
650	8.500	8.000	1.157	486.308	487.466
651	8.500	7.500	0.489	486.956	486.467
652	8.500	7.000	0.831	487.603	488.434
653	8.500	6.500	5.277	488.251	494.528
654	8.500	6.000	11.961	488.898	500.859
655	8.500	5.500	13.964	489.546	503.510
656	8.500	5.000	13.453	490.193	503.647

EMHE1 SONUC A KARADENİZ UNIVERSİTESİ-BİM

657	8.500	4.500	14.570	490.841	505.411
658	8.500	4.000	18.456	491.489	509.944
659	8.500	3.500	22.049	492.136	514.185
660	8.500	3.000	22.743	492.784	515.526
661	8.500	2.500	21.600	493.431	515.031
662	8.500	2.000	20.803	494.079	514.882
663	8.500	1.500	19.944	494.726	514.670
664	8.500	1.000	17.060	495.374	512.434
665	8.500	0.500	12.769	496.021	508.790
666	8.500	0.000	11.189	496.669	507.858
667	9.000	0.000	14.221	495.173	509.394
668	9.000	0.500	16.137	494.525	510.663
669	9.000	1.000	18.026	493.878	511.904
670	9.000	1.500	19.545	493.230	512.775
671	9.000	2.000	21.061	492.583	513.644
672	9.000	2.500	22.474	491.935	514.410
673	9.000	3.000	22.897	491.288	514.185
674	9.000	3.500	21.786	490.640	512.426
675	9.000	4.000	19.750	489.993	509.743
676	9.000	4.500	17.850	489.345	507.195
677	9.000	5.000	15.502	488.698	505.200
678	9.000	5.500	15.299	488.050	503.349
679	9.000	6.000	13.417	487.403	500.820
680	9.000	6.500	10.131	486.755	496.886
681	9.000	7.000	5.582	486.108	491.790
682	9.000	7.500	1.866	485.460	487.326
683	9.000	8.000	0.817	484.813	485.630
684	9.000	8.500	2.741	484.165	486.907
685	9.000	9.000	5.555	483.518	489.073
686	9.000	9.500	7.064	482.870	489.934
687	9.000	10.000	8.620	482.223	488.843
688	9.000	10.500	4.452	481.575	486.027
689	9.000	11.000	0.745	480.928	481.573
690	9.000	11.500	-3.812	480.280	476.468
691	9.000	12.000	-7.721	479.533	471.912
692	9.000	12.500	-10.006	478.985	468.979
693	9.000	13.000	-11.195	478.338	467.143
694	9.000	13.500	-12.183	477.690	465.507
695	9.000	14.000	-12.899	477.043	464.144
696	9.000	14.500	-12.967	476.395	463.428
697	9.000	15.000	-12.925	475.747	462.822
698	9.000	15.500	-13.537	475.100	461.563
699	9.000	16.000	-14.251	474.452	460.201
700	9.000	16.500	-13.679	473.805	460.126
701	9.000	17.000	-11.846	473.157	461.311
702	9.000	17.500	-11.003	472.510	461.507
703	9.000	18.000	-13.504	471.862	458.358
704	9.500	18.000	-7.591	470.367	462.776
705	9.500	17.500	-14.140	471.014	466.374
706	9.500	17.000	0.225	471.562	471.887
707	9.500	16.500	10.385	472.309	482.694
708	9.500	16.000	1.277	472.957	474.234
709	9.500	15.500	-15.993	473.504	466.511
710	9.500	15.000	-23.222	474.252	461.029
711	9.500	14.500	-11.599	474.899	463.300
712	9.500	14.000	2.531	475.547	473.177
713	9.500	13.500	4.624	476.194	480.318
714	9.500	13.000	-1.400	476.842	475.442
715	9.500	12.500	-1.311	477.489	476.178
716	9.500	12.000	7.111	478.137	485.248
717	9.500	11.500	12.297	478.784	491.021
718	9.500	11.000	8.360	479.432	487.791
719	9.500	10.500	4.313	480.079	484.393
720	9.500	10.000	8.086	480.727	488.313
721	9.500	9.500	11.700	481.374	493.074
722	9.500	9.000	3.640	482.022	485.662
723	9.500	8.500	-9.950	482.669	472.720
724	9.500	8.000	-10.906	483.317	472.411
725	9.500	7.500	4.265	483.964	488.230
726	9.500	7.000	17.945	484.612	502.557
727	9.500	6.500	16.447	485.259	501.707
728	9.500	6.000	8.445	485.907	494.352
729	9.500	5.500	9.504	486.554	496.059
730	9.500	5.000	18.693	487.202	505.895
731	9.500	4.500	22.906	487.849	510.755

EMHE1 SONUC A KARADENİZ UNIVERSİTESİ-BİM

732	9.500	4.000	18.522	488.497	507.019
733	9.500	3.500	15.101	489.144	504.246
734	9.500	3.000	18.350	489.792	508.142
735	9.500	2.500	21.900	490.439	512.340
736	9.500	2.000	19.492	491.087	510.579
737	9.500	1.500	15.745	491.734	507.480
738	9.500	1.000	18.192	492.382	510.574
739	9.500	0.500	17.584	493.030	510.613
740	9.500	0.000	16.213	493.677	509.890

LE: İSTAT SONUC A KARADENİZ UNIVERSİTESİ-BİM

NOKTA NO	HESAPLANAN YÜK.	BİLİNE YÜK.	FARKLAR
1	504.081	504.081	0.000
2	503.700	504.081	-0.381
3	504.050	504.050	0.000
4	504.622	504.079	0.543
5	504.959	504.959	0.000
6	505.178	505.178	0.000
7	505.768	505.768	0.000
8	507.015	507.327	-0.312
9	508.868	508.868	0.000
10	511.176	511.216	-0.040
11	513.657	513.657	0.000
12	515.723	515.347	0.376
13	516.875	516.875	0.000
14	517.321	517.807	-0.486
15	517.727	517.727	0.000
16	518.273	517.538	0.735
17	518.528	518.528	0.000
18	518.446	518.024	0.422
19	518.818	518.818	0.000
20	520.223	520.878	-0.655
21	521.997	521.997	0.000
22	522.926	522.296	0.630
23	522.725	522.725	0.000
24	522.164	522.474	-0.310
25	521.762	521.762	0.000
26	521.093	521.740	-0.647
27	519.660	519.660	0.000
28	517.895	517.941	-0.046
29	516.792	516.792	0.000
30	516.742	516.792	-0.050
31	517.144	517.144	0.000
32	517.174	517.872	-0.698
33	516.593	516.693	-0.100
34	516.242	516.563	-0.321
35	516.174	516.174	0.000
36	515.881	514.623	1.258
37	514.212	514.012	0.200
38	510.661	511.662	-1.001
39	505.052	506.532	-1.480
40	509.110	510.479	-1.369
41	513.573	511.859	1.714
42	511.689	512.697	-1.008
43	505.266	506.247	-0.981
44	501.508	503.176	-1.668
45	503.166	503.921	-0.755
46	506.463	507.271	-1.408
47	507.779	508.829	-1.050
48	508.560	509.629	-1.069
49	511.793	512.800	-1.007
50	516.545	518.192	-1.647
51	519.118	519.102	0.016
52	518.396	518.112	0.284
53	517.006	517.892	-0.886
54	517.115	516.620	0.495
55	517.725	516.750	0.975
56	517.050	516.270	0.780
57	515.588	514.379	1.209
58	515.221	515.639	-0.418
59	516.259	516.259	0.000
60	517.088	515.916	1.172
61	516.573	515.396	1.177
62	515.389	514.636	0.753
63	514.554	513.663	0.891
64	513.747	512.841	0.906
65	511.854	510.589	1.265
66	508.696	507.887	0.809
67	505.372	504.936	0.437

FILE: ISTAT SONUC A KARADENİZ UNIVERSİTESİ-BİM

68	502.971	502.954	0.017
69	501.550	501.674	-0.124
70	500.587	500.834	-0.247
71	499.910	501.122	-1.212
72	499.697	500.319	-0.622
73	499.758	499.758	0.000
74	499.347	499.927	-0.580
75	493.563	493.563	0.000
76	495.324	495.082	0.242
77	496.063	496.063	0.000
78	496.617	497.474	-0.857
79	497.774	497.774	0.000
80	499.651	499.714	-0.063
81	501.893	501.893	0.000
82	504.181	503.970	0.211
83	506.389	506.389	0.000
84	508.383	508.088	0.295
85	509.948	509.948	0.000
86	510.946	511.258	-0.312
87	511.365	511.365	0.000
88	511.224	511.314	-0.090
89	510.662	510.662	0.000
90	510.146	510.470	-0.324
91	510.211	510.211	0.000
92	510.856	510.323	0.533
93	511.543	511.543	0.000
94	512.013	512.874	-0.861
95	512.733	512.733	0.000
96	514.160	514.593	-0.433
97	515.774	515.774	0.000
98	516.223	515.633	0.590
99	514.491	514.491	0.000
100	510.850	511.571	-0.721
101	506.760	506.760	0.000
102	503.910	503.969	-0.059
103	503.229	503.229	0.000
104	504.477	503.971	0.506
105	506.481	506.481	0.000
106	507.773	508.780	-1.007
107	507.540	507.540	0.000
108	506.433	505.428	1.005
109	506.197	506.197	0.000
110	507.838	508.566	-0.730
111	510.018	510.018	0.000
112	509.131	508.096	1.035
113	510.865	510.176	0.690
114	503.915	502.166	1.749
115	499.114	500.456	-1.342
116	501.534	503.015	-1.481
117	506.780	505.256	1.524
118	507.695	506.475	1.220
119	503.290	502.464	0.826
120	499.302	499.302	0.000
121	500.595	500.742	-0.147
122	505.789	504.032	1.757
123	510.366	509.083	1.283
124	512.481	512.284	0.197
125	513.368	513.193	0.175
126	513.658	513.142	0.516
127	512.422	511.462	0.960
128	509.691	509.829	-0.138
129	507.251	508.759	-1.508
130	506.313	507.179	-0.866
131	506.164	505.977	0.187
132	505.799	506.165	-0.366
133	505.461	506.425	-0.964
134	505.866	507.396	-1.530
135	506.859	508.036	-1.177
136	507.567	508.325	-0.758
137	507.439	508.013	-0.574
138	506.658	507.660	-1.002
139	505.750	506.799	-1.049
140	504.995	506.739	-1.743
141	504.127	504.807	-0.680
142	502.581	502.946	-0.365

LE: ISTAT SONUC A KARADENİZ UNIVERSİTESİ-BİM

143	500.228	499.700	0.528
144	497.748	498.574	-0.826
145	495.995	497.163	-1.168
146	494.937	494.183	0.754
147	493.485	492.852	0.633
148	490.521	491.043	-0.422
149	491.953	491.953	0.000
150	494.904	494.651	0.253
151	496.382	496.382	0.000
152	497.718	498.331	-0.613
153	499.789	499.789	0.000
154	502.099	501.929	0.170
155	503.729	503.729	0.000
156	504.588	504.624	-0.036
157	505.170	505.170	0.000
158	505.530	505.650	-0.120
159	505.370	505.370	0.000
160	504.945	505.401	-0.456
161	504.879	504.879	0.000
162	505.026	504.768	0.258
163	504.567	504.567	0.000
164	503.419	502.467	0.952
165	502.506	502.506	0.000
166	502.482	503.317	-0.835
167	503.297	503.297	0.000
168	505.034	505.568	-0.534
169	507.769	507.769	0.000
170	510.499	510.380	0.119
171	511.740	511.740	0.000
172	511.329	511.541	-0.212
173	510.031	510.031	0.000
174	507.466	507.212	0.254
175	502.509	502.509	0.000
176	496.707	495.540	1.167
177	493.280	493.280	0.000
178	493.991	494.157	-0.166
179	496.249	496.249	0.000
180	496.527	496.658	-0.131
181	495.138	495.138	0.000
182	495.968	497.584	-1.616
183	501.225	501.225	0.000
184	507.380	505.614	1.766
185	507.126	507.126	0.000
186	505.334	505.575	-0.241
187	502.496	502.734	-0.238
188	499.507	500.113	-0.606
189	495.847	494.210	1.637
190	491.154	491.049	0.105
191	486.739	485.009	1.730
192	484.444	485.668	-1.224
193	485.026	486.677	-1.651
194	488.239	488.256	-0.017
195	493.423	493.035	0.388
196	493.340	499.588	-0.248
197	504.453	505.557	-1.104
198	507.968	506.048	0.080
199	509.907	509.907	0.000
200	510.175	509.656	0.519
201	508.679	508.775	-0.096
202	506.166	505.474	0.692
203	503.590	503.024	0.666
204	501.545	501.503	0.042
205	499.900	499.630	0.270
206	499.670	499.548	0.122
207	501.220	500.018	1.202
208	502.998	500.966	2.032
209	503.278	501.996	1.282
210	502.531	502.596	-0.035
211	502.926	503.194	-0.268
212	504.389	503.732	0.657
213	505.452	504.611	0.841
214	505.274	504.580	0.694
215	504.644	504.991	-0.347
216	504.266	504.362	-0.096
217	503.647	503.371	0.276

FILE: ISTAT SONUC A KARADENİZ UNIVERSİTESİ-BİM

218	502.226	501.978	0.248
219	500.475	500.769	-0.294
220	499.122	499.038	0.084
221	497.877	497.297	0.580
222	495.743	495.197	0.546
223	499.757	499.757	0.000
224	500.903	500.406	0.497
225	502.027	502.027	0.000
226	503.144	503.597	-0.453
227	504.176	504.176	0.000
228	504.645	505.296	-0.651
229	504.485	504.485	0.000
230	504.272	504.414	-0.142
231	504.243	504.243	0.000
232	503.740	503.251	0.489
233	502.341	502.341	0.000
234	500.890	501.059	-0.169
235	500.288	500.288	0.000
236	499.875	499.507	0.368
237	498.547	498.547	0.000
238	496.967	497.747	-0.780
239	496.786	496.786	0.000
240	498.063	497.516	0.547
241	499.616	499.616	0.000
242	501.485	501.626	-0.141
243	504.467	504.467	0.000
244	507.549	507.687	-0.138
245	508.667	508.667	0.000
246	507.761	508.126	-0.365
247	506.125	506.125	0.000
248	503.212	503.792	-0.580
249	497.512	497.512	0.000
250	490.412	491.791	-1.379
251	485.642	485.642	0.000
252	484.651	485.531	-0.880
253	485.561	485.561	0.000
254	486.896	487.011	-0.115
255	489.443	489.443	0.000
256	493.900	494.782	-0.882
257	499.032	499.032	0.000
258	502.902	502.902	0.000
259	504.303	504.303	0.000
260	502.504	502.014	0.490
.			.
.			.
.			.
.			.
.			.
.			.

740

509.890

511.08

-1.19

5.3 KARŞILAŞTIRMALAR VE DOĞRULUK TESTLERİ

Sayısal uygulamada trend yüzeyi için,

$$t(y,x) = \sum_{j=0}^m \sum_{i=0}^{m-1} a_{ij} x^i y^j$$

biçiminde, m derecesi 1 olan polinom kullanılmış ve trendden arta kalan,

$$Z_i = Z_i - t(y_i, x_i)$$

artık yükseklik değerleri arasındaki korelasyon,

$$C(d) = e^{-\frac{d^2}{k^2}} \quad k=4,5$$

Gauss fonksiyonu ile hesaplanmıştır.

d uzunlukları 60 m değeri ile normlandırılmıştır. 200 örnek-
leme noktasından yararlanılarak $37 \times 20 = 740$ grid köşe noktası 1.
derece polinomlara göre elde edilen trend ve Gauss fonksiyonunda
 $k=4,5$ değerleri kullanılarak enterpole edilmiştir. 740 noktanın
enterpolasyon sonucu elde edilen Z_i yükseklikleri, stereo değerk-
lendirme aletinde, ölçülen Z_i yükseklikleri ile,

$$V_i = Z_i - Z_i \quad i=1,2,\dots,740$$

biçiminde karşılaştırılarak, kümeye uygulanan çarpıklık ve eksses
testlerinde normal dağılımda olduğu X^2 (Şi kare) uyum testlerin-
den ise normal dağılımda olmadığı anlaşılmıştır.

Enterpolasyonu yapılan bir noktanın $k=4$ alındığında stan-
dard sapması $s=7$ 0.79 m, $k=5$ alındığında standart sapması,
 $s=7$ 0.74 olmaktadır. Trend yüzeyi olarak birinci derece polinom
alındığında, en küçük kareler enterpolasyonunda en duyarlı so-
nuç korelasyon fonksiyonu olarak alınan Gauss fonksiyonundaki
 k 'nın 5 olması durumunda elde edilmiştir.

Bu değerlere göre, çarpıklık ve eksses testleri için örnek
kümeye ait bilgiler ve histogram eğrisi aşağıda gösterilmiştir.
Kümeye ait değerler;

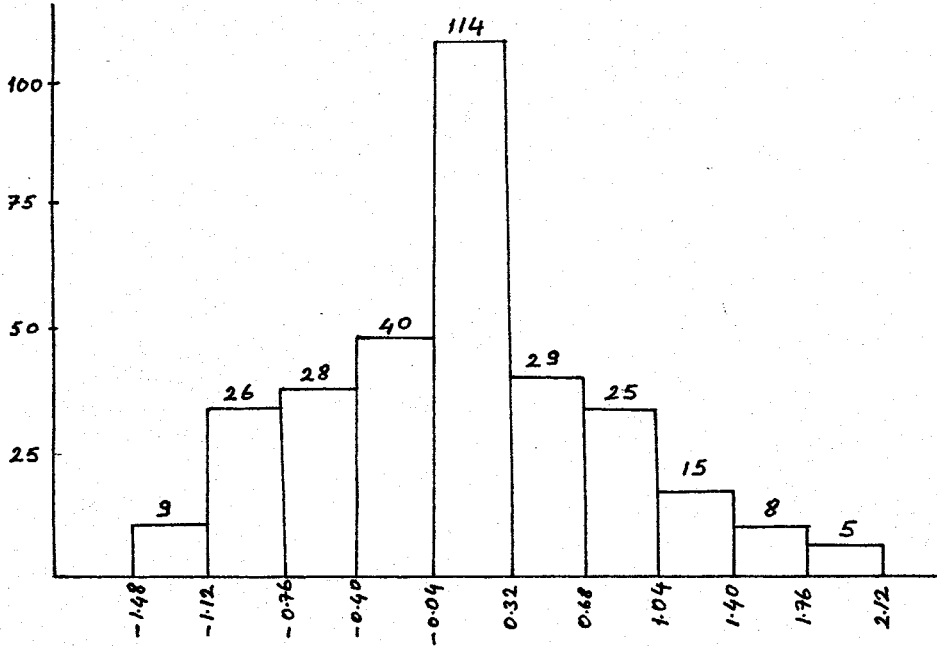
umut değer = 0.01

standart sapma = 0.74

çarpıklık = 0.10

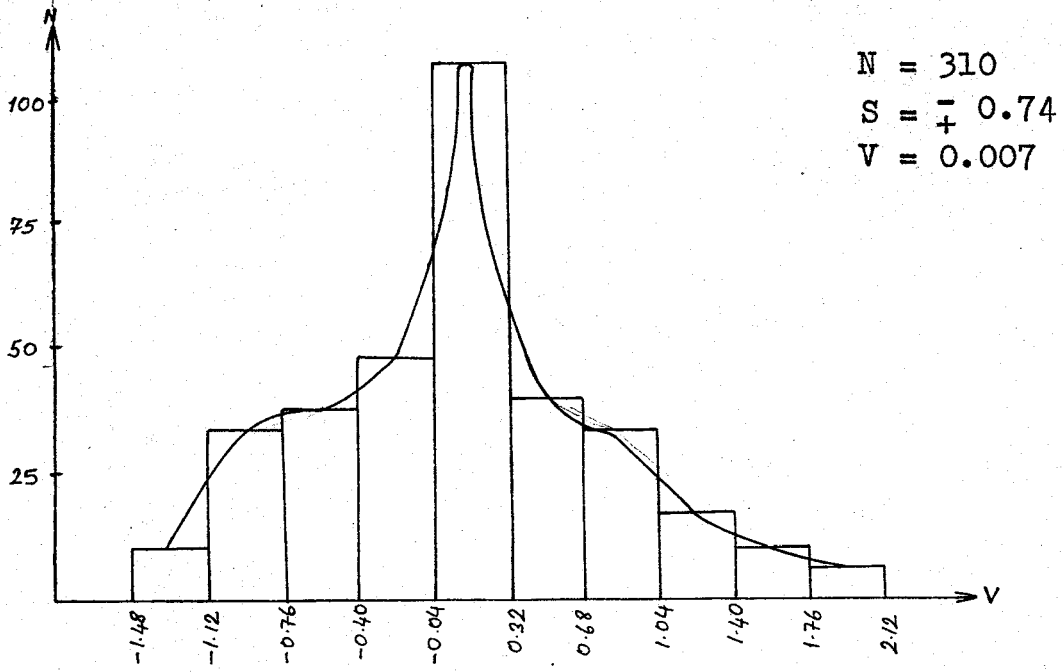
eksses = 0.32

Sınıf genişliği = 0.32
 Sınıf sayısı = 13
 Eleman sayısı = 310
 Karesel ortalama hata = 0.74



Şekil 5.3

Yapılan uygulamada elde edilen sonuçların normal dağılımda olduğu yapılan test uygulamalarından anlaşılmıştır, (Şekil 5.3, Şekil 5.4).



Şekil 5.4
Örnek kümeye ait histogram eğrisi.

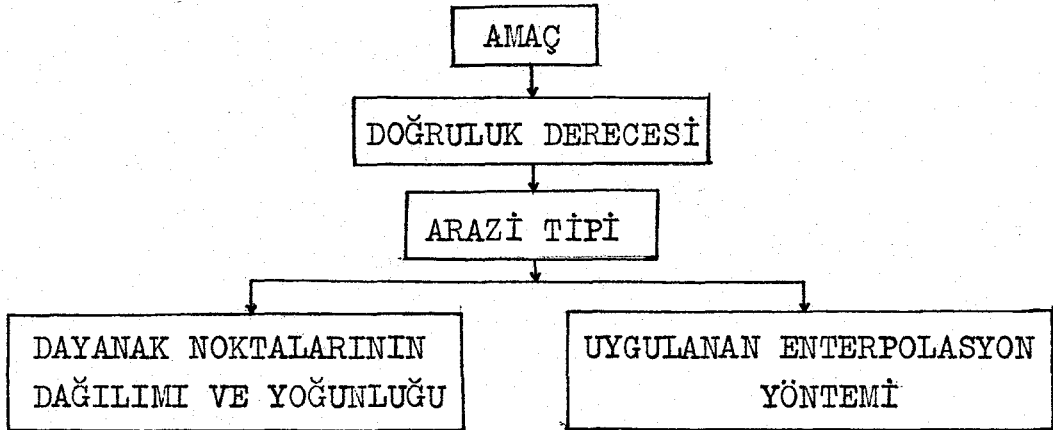
6. SONUÇ VE ÖNERİLER

SYM işlemlerinde izlenen adımlar, enterpolasyon yöntemleri ve bu yöntemlerden lineer en küçük kareler enterpolasyonu incelenmiş ve sayısal bir uygulama yapılarak konu hakkında genel bir fikir verilmeye çalışılmıştır.

SYM veya enterpolasyonun doğruluk derecesi;

- . Arazinin tipine,
- . Dayanak noktalarının dağılımına ve yoğunluğuna,
- . Enterpolasyon yöntemine,

bağlıdır. Bu ilişkiler aşağıdaki gibi şematik olarak gösterilebilir.



Enterpolasyon yöntemi, tabanını oluşturan verilerle, verilerin dağılımlarıyla ve arazinin fiziksel yapısıyla birlikte düşünülmeli, hangi durumda, hangi enterpolasyon yönteminin uygunluğu belirlenmeli, bunların uygun bir kombinasyonu seçilmelidir.

Sayısal yükseklik modelinde hangi enterpolasyon yönteminin seçileceği şu kriterler göz önünde bulundurularak yapılmalıdır.

. Bilgisayar olanakları, (Bilgisayar çözümleme zamanı uzadıkça maliyet yükseleceğinden çözümün hızlı olması istenir. Bilgisayarın bellek gereksinimi de ihtiyacı karşılamalıdır.

- . Filtrelemeye uygunluk,
- . Arazi yapısına uygunluk,
- . İstenilen yardımcı bilgilerin elde edilmesi.

- . Enterpolasyon fonksiyonların oluşturma kolaylığı,
- . Enterpolasyon yönteminin güvenilirliği, (Test uygulamaları ile belirlenir).

Sayısal uygulamada bilgisayar bellek gereksinimi sorunu ortaya çıkmış çalışmaya ayrılan kapasite yükseltilerek ihtiyaç kısmen giderilmiştir.

SYM için gerekli donanım ve maliyet başlangıçta yüksek gibi görünmekte ise de uygulama alanının çokluğu ve SYM'den beklentiler için uygulayıcı kurum ve kuruluşlar da konuya yer verilmeli ve günümüzde otomatik çizim destekli bilgisayar bulunan bu yerlerde sayısal harita yapımına ağırlık verilerek seri üretime geçilme-
melidir.

Test sonuçları doğruluk, maliyet ve zaman bakımından kararlaştırılıp analiz edilmeli ve amaçlar için en uygun çözüm yolları bulunmalıdır. Bunları yapacak yetişmiş insan gücü ve bilgi gereksinimi, uygulayıcı kurum ve kuruluşların, üniversitelerle diyalog kurmalarıyla sağlanmalıdır. Aksi takdirde yapılacak yatırım ve maliyetten istenilen verim elde edilemeyecektir.

Lineer en küçük kareler enterpolasyonunda istenilen doğruluğun elde edilebilmesi için arazi mümkün olduğunca fazla noktayla temsil edilmeli, bu noktalar arazinin rastgele karakteristik değişim gösteren yerlerinde seçilmelidir. Örneklem noktaları herhangi bir zorlama olmadıkça düzgün ağ köşe noktalarında seçilmelidir. Aksi durumda oluşturulacak kovaryans fonksiyonunda, Kovaryans matrisi güvenilirliğini yitirmekte, sonuçların anlamlı olması tesadüf olabilmektedir.

Lineer en küçük kareler enterpolasyonunda trend fonksiyonunun belirlenmesi için kullanılan polinomun derecesi ve Gauss fonksiyonu ile hesaplanan artık yükseklik değerleri arasındaki korelasyonun belirlenmesinde kullanılan k katsayısının yapılacak testlerle en uygun olanı belirlenmelidir.

Polinomun derecesinin ve k katsayısının uygunluğu sağlandıktan sonra istenilen doğrulukta, bilgisayar yazılımına uygun olarak geliştirilmiş lineer en küçük kareler enterpolasyonu ile noktaların yükseklikleri bulunabilir.

KAYNAKÇA

AYDEMİR, S.

- 1982: Sayısal arazi modelleri ve Enterpolasyon yöntemlerinin doğruluğu, Yüksek Lisans Tezi, K.Ü, Trabzon
- 1983: Hıfı-Sonlu elemanlarla yükseklik enterpolasyonu için bir mini bilgisayar paketi, Harita Dergisi, Sayı 90.

GÜLER, A.

- 1978: Sayısal arazi modellerinde Enterpolasyon yöntemleri, Harita Dergisi, sayı 85.
- 1983: Sayısal arazi modelinde iki enterpolasyon yöntemi ile denemeler, K.Ü, Trabzon
- 1985: Sayısal arazi modelleri, Yüksek lisans ders notları (Basılmamış), K.Ü, Trabzon.

GÖKGÖZ, R.

- 1984: Sayısal arazi modellerinde sonlu eleman yöntemi ile Bilineer ve Bikübük yüzey enterpolasyonu, yüksek lisans Tezi, K.Ü, Trabzon.

HARDY, R.

- 1971: Multiquadric Equations of Topography and Other Irregular surfaces, Journal of Geophysical Research, 1971.

JAINCAITIS, J.

JUNKINS, J.

- 1973: Modelling Irregular Surfaces, photogrammetric Engineering, 1972/10.

JİWALAI, W.

- 1972: Digital Terrain Models, M.sc. Thesis, Enschede.

KOÇAK, E.

- 1985: Bilgisayar destekli Kartoğrafya, Yüksek Lisans ders notları (Basılmamış), K.Ü, Trabzon.
- 1986: Sayısallaştırma ve otomatik çizim teknikleri, Tapu ve Kadastro Genel Müdürlüğü Eğitim Semineri, Şubat 1986, Ankara.

KOYUNCU, D.

- 1981: Sayısal arazi modelleri, Harita dergisi, Sayı 87.

KRAUS,K. MIKHAIL,E.

1972: Lineer least-Squares interpolation, photogrammetric Engineering and Remote Sensing, No.10.

LEBERL,F.

1973: Interpolation in square Grid DTM, The ITC Journal, 1473-5.

1975: Photogrammetric interpolation, The ITC journal, 1975-2.

LINKWITZ,K.

1970: Digital Terrain Models, Bildmessung und Luftbildwesen, NO, 1/1970,

MAKAROVIC,B.

1976: A digital terrain model system, The ITC Journal, 1976-1.

MIKHAIL,E. ACKERMAN,F.

1976: An Introduction to least squares. Interpolation, filtering and collation, observations and least squares, Purdue University, New York.

ÖZER,H.

1986: Sayısal arazi modeli yöntemleri yazılımlar ve uygulamalar, Yüksek Lisans Tezi (Basılmamış), I.Ü, İstanbul.

ÖZTÜRK,E.

1984: Dengeleme ders notları (Basılmamış), K.Ü, Trabzon.

1986: Test yöntemleri (Basılmamış), Tapu ve Kadastro Genel Müdürlüğü Eğitim Semineri, Ankara.

SCHULT,R.

1974: Ein system digitaler Geländemodelle, Allgemeine Vermessungs, Nachrichten, 1974-8.

SCHUT,G,H.

1976: Review of interpolation methods for digital terrain models, Canadian Surveyor, 1976/5.

TEMPLE,K.

1975: Digital terrain models, hand out lectures, December 1975.

1977: Interpolation, ITC, provisional lecture notes,
nov, 1974.

TEMPFLI, K.

MAKAROVIC, B.

1978: Transfer functions of interpolation methods, The
ITC, Journal, 1978-1.

ÖZGEÇMİŞ

1961 yılında Tokat'ın Zile ilçesinde doğdum. İlk ve orta okulu bu ilçede bitirdim. Lise öğrenimimi Ankara'da Tapu ve Kadastro Meslek Lisesinde tamamladım.

1978-79 yıllarında Gördes ve Bigadiç Kadastro Müdürlüklerinde fen memuru olarak görev yaptım.

1979 yılında Tapu ve Kadastro Meslek Yüksek Okulunda yüksek öğrenimime başladım. 1980 yılında da Karadeniz Üniversitesi Jeodezi ve fotogrametri mühendisliği bölümüne girdim ve 1984 yılında mezun olduktan sonra Ekim 1984 tarihinde, aynı üniversitenin Fen Bilimleri Enstitüsü'nde yüksek lisans öğrenimime başladım. Öğrenimime kısa bir ara vererek Mut Kadastro Müdürlüğünde ve Tapu ve Kadastro Genel Müdürlüğünde Kontrol Mühendisi olarak görev yaptım.

Halen Yüksek Lisans öğrenimimi sürdürmekteyim, bekâarım.