

T.C.
ADYAMAN ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL
MUHAKEME SÜREÇLERİ

DOKTORA TEZİ

ŞEYDA ZENGİN

DANIŞMAN
DOÇ. DR. EMRULLAH ERDEM

ADYAMAN, 2025

ÖZET

SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL MUHAKEME SÜREÇLERİ

Şeyda ZENGİN

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Adıyaman Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Şubat/2025, Sayfa:126

Danışman: Doç. Dr. Emrullah ERDEM

Bu çalışmanın amacı, sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme beceri düzeylerini belirlemek ve matematiksel muhakeme göstergelerini ortaya çıkarmaktır. Betimsel desenin kullanıldığı araştırma, Türkiye'nin Doğu Anadolu Bölgesi'ndeki bir il merkezindeki üç farklı devlet ortaokulunda okuyan 292 sekizinci sınıf öğrencisiyle yürütülmüştür. Araştırmanın verileri, Matematiksel Muhakeme Testi'nden (MMT) elde edilmiştir. Öğrencilerin testteki problemlere ilişkin çözümlerindeki açıklamaların içerik analizi yapılarak muhakeme göstergeleri ortaya çıkarılmıştır. Yapılan analizler sonucunda, sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerileri ağırlıklı olarak düşük ve orta düzeylerde çıkmıştır. Ayrıca öğrencilerin matematiksel muhakeme yaparken "...için/bu yüzden/bu nedenle/yani" "...eğer...ise...", "...çünkü...", "...olması lazım/olması gerekli..." ve "...eşit..." gibi göstergeleri kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Öte yandan öğrencilerin muhakeme testindeki her bir problemi çözerken kullanmaları beklenen stratejilerinden farklı oranlarda yararlandıkları görülmüştür. Öğrencilerin matematiksel muhakemede bulunurken göstergeleri kullanmaları yönünde teşvik edilmelerinin muhakemelerinin doğru bir şekilde belirlenmesi ve gelişmesi açısından gerekli olduğu söylenebilir.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel muhakeme; Muhakeme göstergeleri; Sekizinci sınıf öğrencileri.

ABSTRACT

MATHEMATICAL REASONING PROCESS OF EIGHTH GRADE STUDENTS

Şeyda ZENGİN

Department of Mathematics and Science Education

Adıyaman University, Graduate Education Institute, February/2025, Page: 126

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Emrullah ERDEM

The aim of this study is to determine the mathematical reasoning skill levels of eighth-grade students and to reveal the mathematical reasoning indicators. The research, which used a descriptive design, was conducted with 292 eighth-grade students studying in three different state middle schools in a city center in the Eastern Anatolia Region of Turkey. The data were obtained from the Mathematical Reasoning Test (MRT). The explanations of the students' solutions to the problems in the test were subjected to content analysis and the reasoning indicators were revealed. As a result of the analysis, the mathematical reasoning skills of eighth-grade students were mainly at low and medium levels. In addition, it was concluded that students used indicators such as "...for/therefore/that is", "...if...then...", "...because...", "...should be/need to be..." and "...equal to..." while making mathematical reasoning. On the other hand, it was found that students used the strategies they were expected to use in solving each problem in the test at different rates. It can be said that encouraging students to present indicators while making mathematical reasoning is necessary for their reasoning to be determined and developed effectively.

Keywords: Mathematical reasoning; Reasoning indicators; Eighth-grade students.

TEŞEKKÜR

Öncelikle, çalışmanın başından sonuna her an bilgi ve tecrübesinden faydalandığım saygıdeğer hocam Doç. Dr. Emrullah ERDEM'e teşekkürü bir borç bilirim.

Tez izleme süreçlerindeki değerli katkılarından dolayı Prof. Dr. Ramazan GÜRBÜZ ve Doç. Dr. Esra AÇIKGÜL FIRAT'a teşekkürlerimi sunarım.

Teze değerli katkılarından dolayı Prof. Dr. Kemal ÖZGEN ve Prof. Dr. Yılmaz ZENGİN'e teşekkür ederim.

Tezimin hazırlanması sürecinde yardımlarını eksik etmeyen kıymetli hocam Doç. Dr. Serdal POÇAN'a ve dostluğun kelime anlamını fazlasıyla gösteren Zehra YALIM'a, teknik destek ve literatür taramasında yardımcı olan Hakan IŞIK'a teşekkürlerimi sunarım.

Hayatımda her an desteklerini ve tecrübelerini esirgemeyen merhum abim Sami Servet ZENGİN'e ve ablalarım Şüle ZENGİN'e ve Seda TÜGEN'e saygılarımı sunarım.

Hayatımda aldığım kararları her zaman destekleyerek yanımda olan, maddi ve manevi desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen, benim kadar tezimde ilgileriyle alanında artık birer uzman olan canım annem Maide ZENGİN'e, canım babam Fahrettin ZENGİN'e ve ailemin diğer fertlerine teşekkürlerimin en özelini sunarım.

Eğitim-öğretim hayatımın her kademesinde beni yetiştiren, bana güven veren, yol gösteren ve bugünlere gelmemde önemli rolleri olan bütün öğretmenlerimi saygıyla selamlarım.

Şeyda ZENGİN

03/02/2025

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu, çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı, bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi, bu çalışmanın Adıyaman Üniversitesi tarafından kullanılan “bilimsel intihal tespit programı”yla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

Şeyda ZENGİN

İÇİNDEKİLER

BAŞLIK SAYFASI	i
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI.....	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT.....	iv
TEŞEKKÜR	v
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	ix
TABLOLAR DİZİNİ.....	xi
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	xii
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Problem Durumu	1
1.2. Araştırmanın Amacı.....	4
1.2.1. Araştırma problemleri	4
1.3. Araştırmanın Önemi	5
1.4. Sayıtlar.....	6
1.5. Sınırlılıklar.....	7
1.6. Tanımlar	7
2. KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR.....	8
2.1. Matematiksel Muhakeme.....	8
2.1.1. Problem çözme	13
2.1.2. Gerekçelendirme.....	19
2.2. Göstergebilim	20
2.3. İlgili Araştırmalar	22
3. YÖNTEM	33
3.1. Araştırma Deseni	33
3.2. Katılımcılar.....	33
3.3. Veri Toplama	34
3.3.1. Matematiksel muhakeme testinin geliştirilmesi.....	34

3.3.1.1. Problem havuzunun oluşturulması.....	34
3.3.1.2. Uzman görüşünün alınması.....	37
3.3.1.3. Ön uygulama.....	38
3.3.1.4. Geçerlik ve güvenirlik çalışması.....	39
3.3.2. Öğrenci görüşme formu	41
3.3.3. Uygulama süreci	41
3.4. Veri Analizi	42
4. BULGULAR VE YORUMLAR	51
4.1. Birinci Alt Araştırma Problemine İlişkin Bulgular	51
4.2. İkinci Alt Araştırma Problemine İlişkin Bulgular.....	58
4.3. Üçüncü Alt Araştırma Problemine İlişkin Bulgular.....	84
5. SONUÇ VE TARTIŞMA	102
6. ÖNERİLER.....	108
KAYNAKÇA.....	109
EKLER	
ÖZ GEÇMİŞ	

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 2.1. Matematiksel muhakeme kültürünün oluşmasını sağlayan etmenler (Erdem, 2015)	10
Şekil 2.2 Muhakemede bulunarak problem çözme süreci (Lithner, 2008, akt. Erdem, 2015)	18
Şekil 4.1. Ö140'ın MMT'deki 1. probleme vermiş olduğu cevap	52
Şekil 4.2. Ö23'un MMT'deki 5. probleme vermiş olduğu cevap.....	53
Şekil 4.3. Ö161'in MMT'deki 11. probleme vermiş olduğu cevap	54
Şekil 4.4. Ö8'nin MMT'deki 11. probleme vermiş olduğu cevap	55
Şekil 4.5. Ö118'in MMT'deki 6. probleme vermiş olduğu cevap	57
Şekil 4.6. Ö225'ün MMT'deki 2. probleme vermiş olduğu cevap.....	61
Şekil 4.7. Ö133'ün MMT'deki 11. probleme vermiş olduğu cevap.....	62
Şekil 4.8. Ö151'in MMT'deki 1. probleme vermiş olduğu cevap	63
Şekil 4.9. Ö148'in MMT'deki 3. probleme vermiş olduğu cevap	64
Şekil 4.10. Ö171'in MMT'deki 6. probleme vermiş olduğu cevap	65
Şekil 4.11. Ö135'in MMT'deki 17. probleme vermiş olduğu cevap.....	66
Şekil 4.12. Ö177'nin MMT'deki 6. probleme vermiş olduğu cevap	67
Şekil 4.13. Ö97'nin MMT'deki 1. probleme vermiş olduğu cevap	68
Şekil 4.14. Ö160'ın MMT'deki 5. probleme vermiş olduğu cevap	69
Şekil 4.15. Ö153'ün MMT'deki 10. probleme vermiş olduğu cevap.....	70
Şekil 4.16. Ö25'in MMT'deki 4. probleme vermiş olduğu cevap.....	71
Şekil 4.17. Ö81'nin MMT'deki 16.probleme vermiş olduğu cevap	72
Şekil 4.18. Ö250'nin MMT'deki 2. probleme vermiş olduğu cevap	73
Şekil 4.19. Ö106'nın MMT'deki 1. probleme vermiş olduğu cevap	74
Şekil 4.20. Ö190'in MMT'deki 6. probleme vermiş olduğu cevap	75

Şekil 4.21. Ö135'in MMT'deki 16. probleme vermiş olduğu cevap.....	76
Şekil 4.22. Ö27'nin MMT'deki 3. probleme vermiş olduğu cevap	77
Şekil 4.23. Ö254'in MMT'deki 2. probleme vermiş olduğu cevap	78
Şekil 4.24. Ö47'in MMT'deki 9. probleme vermiş olduğu cevap.....	79
Şekil 4.25. Ö218'in MMT'deki 11. probleme vermiş olduğu cevap.....	80
Şekil 4.26. Ö203'in MMT'deki 11. probleme vermiş olduğu cevap.....	81
Şekil 4.27. Ö129'in MMT'deki 9. probleme vermiş olduğu cevap	82
Şekil 4.28. Ö12'in MMT'deki 5. probleme vermiş olduğu cevap.....	83
Şekil 4.29. Ö278'in MMT'deki 1. probleme vermiş olduğu cevap	86
Şekil 4.30. Ö141'in MMT'deki 2. probleme vermiş olduğu cevap	87
Şekil 4.31. Ö61'in MMT'deki 3. probleme vermiş olduğu cevap.....	88
Şekil 4.32. Ö22'nin MMT'deki 5. probleme vermiş olduğu cevap	89
Şekil 4.33. Ö63'ün MMT'deki 6. probleme vermiş olduğu cevap.....	90
Şekil 4.34. Ö168'in MMT'deki 9. probleme vermiş olduğu cevap	91
Şekil 4.35. Ö144'nin MMT'deki 10. probleme vermiş olduğu cevap	92
Şekil 4.36. Ö176'in MMT'deki 13. probleme vermiş olduğu cevap.....	94
Şekil 4.37. Ö13'ün MMT'deki 10. probleme vermiş olduğu cevap.....	95
Şekil 4.38. Ö291'in MMT'deki 9. probleme vermiş olduğu cevap	96
Şekil 4.39. Ö284'ün MMT'deki 16.probleme vermiş olduğu cevap.....	97
Şekil 4.40. Ö44'in MMT'deki 6. probleme vermiş olduğu cevap.....	98
Şekil 4.41. Ö285'in MMT'deki 3. probleme vermiş olduğu cevap	99
Şekil 4.42. Ö43'ün MMT'deki 13. probleme vermiş olduğu cevap.....	100

TABLÖLAR DİZİNİ

	Sayfa
Tablo 3.1. Katılımcıların özellikleri	34
Tablo 3.2. MMT'ye ilişkin konular ve kazanımlar	35
Tablo 3.3. Taslak testte her bir problemin toplam korelasyon değerleri	40
Tablo 3.4. Matematiksel muhakeme becerisini puanlama ölçeği (Erdem, 2011)	43
Tablo 3.5. Puanların ortalamasına göre beceri düzeyleri	46
Tablo 3.6. Her bir problemin muhakeme gerektirme analizi	46
Tablo 4.1. Matematiksel muhakeme beceri düzeyleri	51
Tablo 4.2. Matematiksel muhakeme göstergeleri	59
Tablo 4.3. Kullanılması beklenen muhakeme stratejileri	84

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

akt.	: Aktaran.
LGS	: Liselere Geçiş Sistemi.
MEB	: Millî Eğitim Bakanlığı.
MMT	: Matematiksel Muhakeme Testi.
OECD	: Organisation for Economic Co-operation and Development.
PISA	: Programme for International Student Assessment, Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı.
TIMSS	: Trends in International Mathematics and Science Study, Uluslararası Matematik ve Fen Eğitimleri Araştırması.
WEF	: Word Economy Form.

1. GİRİŞ

Bilim ve teknolojinin gelişmesiyle birlikte bireylerden beklenen beceriler de farklılaşıp yenilikler meydana gelmiştir. 21. yüzyıl becerileri olarak ifade edilen beceriler; öğrenme ve yenilik becerileri, bilgi, medya ve teknoloji becerileri ile yaşam ve kariyer becerileridir. Bu beceriler yaratıcılık, yenilikçilik, eleştirel düşünme, problem çözme, iletişim, iş birliği, bilgi okuryazarlığı, medya okuryazarlığı, teknoloji okuryazarlığı, esneklik, uyum sağlama, girişimcilik, öz yönetim, sosyal ve kültürlerarası beceriler, üretkenlik, sorumluluk ve liderlik gibi unsurları içermektedir (P21, [Partnership For 21st. Century Skills], 2019). Bu yüzyılda bireylerin düşünebilmeleri ve düşüncelerini ifade edebilmeleri önem arz etmektedir.

1.1. Problem Durumu

Günlük hayatta karşılaşılan sorunlarla baş edebilmek ve var olan bilgilerden yola çıkarak mantıklı çözüm yöntemleri ile problemleri çözebilmek için matematiksel muhakeme becerisine ihtiyaç vardır. Örneğin Kramarski vd. (2001), matematik öğrenme ile matematiksel muhakeme arasında bir ilişki olduğunu ve daha iyi muhakeme becerilerine sahip olanların, karşılaştıkları problemler karşısında daha etkili çözümler üretebildiklerini ve daha iyi ilişkilendirmeler kurabildiklerini tespit etmişlerdir. Ayrıca matematik öğrenmenin muhakeme ile ilişkili olduğu ve muhakeme yapmanın problem çözme sürecinde gerekli olduğu vurgulanmaktadır (Lestari, 2019). Bireylerin bu gibi becerileri kazanabilmeleri ve günlük hayatlarında da kullanabilmeleri için okulların bu bağlamda gereken tedbirleri alması önemlidir. Öğrencilerin okul ortamında muhakeme becerilerini geliştirebilmek için öğretmenleri ve arkadaşları ile tartışmalarının yanı sıra matematiksel muhakemenin temelini hem yazılı olarak ifade etmeleri hem de matematiksel söylemler ile açıklamaları gerekmektedir (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000).

21. yüzyıl becerileri, bireylerin hızlı değişen ve giderek karmaşılaşan bir dünyada etkili bir şekilde var olabilmesi için gerekli olan düşünme, problem çözme ve yenilikçi yaklaşımları kapsar. Bu becerilerin yalnızca akademik başarıyı değil aynı zamanda bireylerin yaşam boyu öğrenme ve yenilik üretme yetkinliklerini de geliştirdiğini ortaya koymaktadır (Trilling ve Fadel, 2009). 21. yüzyılda okul, öğrencilerini eleştirel düşünebilen, muhakeme edebilen ve fikirlerini organize edebilen bireyler olarak hazırlamalıdır (Sumarsih

vd., 2018). Günümüzde ve gelecek yıllarda bireylerden kritik (eleştirel) düşünme, yaratıcılık, karmaşık problem çözme ve fikir oluşturma ile akıl yürütme (muhakeme) gibi temel becerilere sahip olmaları beklenmektedir (WEF, [Word Economy Form], 2020). Matematiksel muhakemede bulunurken bireylerin farklı düşünme ve günlük hayatta karşılaşılan problemleri çözmeleri beklenir. Dolayısıyla 21. yüzyıl becerilerine sahip bireyler yetişmesi hedeflenmektedir. Matematiğin kendi içinde günlük hayatla ve diğer disiplinlerle ilişkilendirilmesi, matematiksel muhakemeye vurgu yapmayı gerektirir ve bu, ileri düzeyde matematiksel muhakeme için bir temel oluşturur (Brodie, 2010). Holyoak ve Morrison'e (2005) göre matematiksel bir problemi çözebilmek için bireyin olabilecek sonuçlara yönelik muhakemede bulunması ve alternatif sonuçlar arasında karar vermesi gerekir ki bu da üst düzey düşünmeyi gerektirmektedir. Matematiksel muhakeme, öğrencilerin matematiksel kavramları derinlemesine kavrayarak aralarındaki ilişkileri belirlemesi ve edindikleri bilgileri gerçek yaşam problemlerine uygulayabilmesi açısından gerekli becerilerden biridir (İlhan, 2023; Jaward, 2022; Mukuka vd., 2023). Matematiksel muhakeme becerileri, Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) ve Programme for International Student Assessment (PISA) gibi uluslararası değerlendirme programlarında da önemli bir ölçüt olarak ele alınmaktadır (İş Güzel, 2022). TIMSS 2023 raporuna göre matematiksel muhakeme becerisi güçlü olan öğrencilerin problem çözme ve analitik düşünmeyi gerektiren sorularda daha başarılı olduğu görülmüştür. Bu bağlamda Türkiye'nin Liselere Geçiş Sistemi (LGS) kapsamında yapılan sınavlarda da benzer şekilde matematiksel muhakemeyi ön planda tutan sorular yer almaktadır (Yaprakgöl, 2019). Bu durum ulusal eğitim politikalarının uluslararası standartlarla uyumlu hale gelmesi açısından önem taşımaktadır. Özellikle 8. sınıf düzeyindeki öğrencilerin lise düzeyine geçiş öncesinde temel matematiksel düşünme becerilerini kazandığı önemli bir dönemdir. Araştırmalar matematiksel muhakemenin öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirerek ulusal ve uluslararası sınavlarda başarılarını desteklediğini göstermektedir (Erdem, 2016). Dolayısıyla bu yaş grubundaki öğrenciler için matematik eğitiminin muhakeme becerilerini geliştirmeye yönelik etkinlikler içermesi önem arz etmektedir.

Matematiksel muhakeme, bireylerin matematiksel kavramları anlama, bu kavramlar arasında ilişkiler kurma ve bu ilişkileri kullanarak problem çözme süreçlerini kapsayan bir düşünme becerisi olarak ifade edilebilir. Matematiksel gerekçelendirme ise bireylerin matematiksel bir iddiayı desteklemek, doğruluğunu kanıtlamak ya da açıklamak için

muhakeme süreçlerini ifade eder (Stylianides, 2007). Bu iki süreç, öğrencilerin üst düzey düşünme ve problem çözme yeteneklerinin gelişmesine katkı sağlayabilir. Özellikle ortaokul son sınıf öğrencilerinin bu becerilerinin gelişmiş olması ileri düzey matematik öğrenimi için gereklidir. Zeybek ve Dalkılıç (2022), öğrencilerin gerekçelendirme süreçlerini etkili bir şekilde gerçekleştirmesinin matematiksel öğrenmelerini daha anlamlı hale getirdiğini vurgulamaktadır.

Öğretim sürecinde matematiksel muhakemenin ve gerekçelendirmenin bireylerin hem matematiksel kavramları anlamasını hem de bu kavramlar üzerinden mantıklı çıkarımlar yapmasını sağlayan temel beceriler arasında yer aldığı söylenebilir. Ortaokul seviyesinde özellikle 8. sınıf düzeyindeki öğrencilerin bu becerileri edinmesi hem ulusal sınavlardaki başarıları hem de ileri düzey matematik öğrenimleri için önem arz etmektedir. Ancak yapılan araştırmalar, öğrencilerin matematiksel muhakeme ve gerekçelendirme becerilerinin yeterince gelişmediğini ve bu durumun uluslararası değerlendirme programlarındaki performansa da olumsuz yansıdığını göstermektedir (Organisation for Economic Co-Operation and Development [OECD], 2021).

Matematiksel muhakemenin kavramların derinlemesine anlamlandırılmasını içerdiği, göstergebilimin ise matematik alandaki yetersizliklerin giderilmesine katkı sağlayarak semboller ve işaretler aracılığıyla anlam oluşturma süreçlerini incelediği (Radford, 2003) ve kapsamlı konuları nasıl yapılandırıldığını ve yorumladığını ortaya çıkarttığı söylenebilir (Duval, 2006). Göstergebilimde kullanılan göstergeler, kendi dışında bir şeyi ifade eden işaretlerin değerlendirilmesidir (Peirce, 1935). Bu bağlamda matematiksel muhakemede göstergebilim ile öğrencilerin matematiksel kavramları daha derinlemesine anlamalarına yardımcı olması sağlanabilir. Dolayısıyla 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel göstergeleri doğru yorumlayabilmesi ve bu göstergeleri ifade edebilmeleri muhakeme problemlerini kavrayabilmelerini sağlayarak onların problem çözme becerilerini geliştirebilir. Ayrıca öğrencilerin matematiksel sembollerini doğru bir şekilde anlamlandırabilmesinin, muhakeme becerilerini geliştirdiğini ortaya koymaktadır (Çoban ve Tezci, 2020). Bu nedenle matematik öğretiminde göstergelerin ve göstergelere bağlı olarak işaretlerin daha etkin bir şekilde kullanılması öğrencilerin öğrenme sürecine aktif katılımını artırabilir ve kavramları daha derinlemesine anlamalarını sağlayarak muhakemelerini geliştirebilir.

Göstergebilim, matematiksel muhakemede eksikliği gidermeye yönelik önemli bir yöntem sunarak, öğrencilerin matematiksel semboller ve kavramlar arasındaki ilişkileri

anlamlandırma becerilerini güçlendirmektedir (Duval, 2006). Eğitimde bu becerilerin kazandırılmasına yönelik çalışmaların benimsenmesi, öğrencilerin hem ulusal hem de uluslararası ölçekteki başarılarını artırabilir. Bu durum yalnızca sınav başarılarına değil aynı zamanda bireylerin günlük yaşam problemlerini çözme kapasitelerine de doğrudan etki edebilir. Dolayısıyla matematik eğitiminin muhakeme ve gerekçelendirme becerilerini destekleyecek şekilde yeniden yapılandırılması ve öğretim süreçlerinde bu becerilere daha fazla ağırlık verilmesi önemlidir.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı, sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme beceri düzeylerini belirlemek ve matematiksel muhakeme göstergelerini ortaya çıkarmaktır. Çalışma grubunun 8. sınıf öğrencileri olarak belirlenmesinde, bu sınıf düzeyindeki öğrencilerin liselere geçiş sınavına hazırlanıyor olmaları sebebiyle muhakeme gerektiren problemlere aşina oldukları ve bu problemleri çözümlerken izlemeleri gereken yolları biliyor olmaları göz önünde bulundurulmuştur. Araştırmada 8. sınıf öğrencilerinin muhakeme göstergelerini ortaya çıkarmak amacıyla uygulanan matematiksel muhakeme testinde 8.sınıf matematik kazanımlarını kapsayacak şekilde problemler hazırlanmıştır. Öğrencilerin muhakeme gerektiren problemleri çözümlerken muhakeme becerilerinin gelişmişlik düzeyleri daha net ortaya konulacağı amaçlanarak matematik konularına hâkim oldukları ve çözümleri istenilen şekilde gerçekleştirebilecekleri düşünülmüştür. Araştırmada 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme süreçlerini, bu süreçte ortaya çıkan göstergeleri ve kullanılması beklenen stratejileri incelemeyi amaçlamaktadır. Bu amaçla araştırmanın problem cümlesi “8.sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme süreçleri nasıldır?” olarak ifade edilmiştir. Bu nedenle çalışmada aşağıda belirlenen araştırma problemlerine yanıt aranmıştır.

1.2.1. Araştırma problemleri

Çalışma 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme beceri düzeylerini ve bu süreçte kullandıkları göstergeleri belirlemeyi amaçlamaktadır. Bu çalışmayla ayrıca 8.sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme beceri düzeyleri ile matematiksel muhakeme göstergeleri arasındaki ilişkinin belirlenmesinin literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Bu çalışmada aşağıdaki alt problemlere cevap aranmıştır:

- 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme beceri düzeyleri ne durumdadır?
- 8. sınıf öğrencileri muhakeme yaparken ne tür göstergeler kullanmaktadır?
- 8. sınıf öğrencilerinin Matematiksel Muhakeme Testi (MMT) problemlerini çözerken kullanmaları beklenen stratejiler nelerdir?

1.3. Araştırmanın Önemi

Modern çağda öğrenmenin diğer çağlardan farklı olduğu, öğrencilerden nasıl öğrenebileceklerini, nasıl düşünebileceklerini ve bilgiyi nasıl üretebileceklerini öğrenmeleri beklenebilir. Matematiksel muhakeme öğrencilerin matematiği anlamlı ve ezberden uzak yollarla düşünmelerini sağlar (MEB, 2018). Matematiksel muhakemede öğrencinin karşılaştığı problemleri doğru ve anlamlı bir şekilde çözebilmesi sadece doğru sonuca ulaşmayı değil aynı zamanda bu sürecin mantıklı bir şekilde yapılandırılmasını gerektirdiği belirtilebilir. Öğrenciler matematiksel problemleri çözme sürecinde adım adım ilerlerken, her bir aşamada hangi bilgilere dayanarak nasıl bir çözüm önerisi geliştireceklerine karar verirler (Özbaş, 2023). Bu bağlamda muhakeme süreçlerinin doğru yapılandırılması öğrencilerin problem çözme sırasında stratejik düşünme becerilerini geliştirmelerini sağlar. Örneğin öğrenciler doğru bir şekilde çözüm önerileri geliştirmek için çeşitli stratejiler kullanabilir ve her bir çözüm önerisini mantıklı bir şekilde değerlendirebilir. Bu süreç öğrencilerin hem matematiksel doğruları hem de problem çözme yaklaşımlarını anlamlı bir şekilde geliştirebilir.

Matematik problemlerini doğru bir şekilde çözebilmenin ön koşulu, anlamak ve muhakeme yaparak sonuca ulaşma olarak sıralanabilir. 8. sınıf düzeyinde bu becerilerin gelişmesi öğrencilerin daha karmaşık matematiksel kavramları anlamalarına ve bu kavramları gerçek hayatla ilişkilendirmelerine olanak sağladığı düşünülebilir. Bu süreçlerin öğrencilerin ilerleyen yıllardaki matematiksel başarıları için kritik bir öneme sahip olduğu söylenebilir. Öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerinin geliştirilmesinde, muhakeme yapmalarını sağlayan ortamlar ve etkinlikler oluşturmada, öğretmenlerin ve ders kitaplarının rolü olabilir. Öğrencilerin düşünsel süreçleri öğretmenlerin rehberliğinde farklı teknikler kullanarak yönlendirilir (Stylianou vd., 2009). Öğrencilere doğru sorular sormak, onların muhakeme süreçlerini derinleştirerek öğrenme sürecini daha anlamlı hale getirebilir. Bu da matematiksel muhakemenin gelişmesine olanak tanıyarak öğrencilerin kavramsal anlayışlarını pekiştirebilir. Öğrencilerin problem çözme süreçlerinde muhakeme

yapabilmesi, onların yalnızca matematik alanında değil diğer akademik alanlarda da başarılarını artıracaktır (Aksoğan ve Özdemir, 2022). Bu becerinin kazandırılması için öğretim sürecinde öğrencilerin aktif olarak dahil oldukları, uygun çözüm stratejileriyle doğru gerekçelendirme gerektiren problemlerin kullanıldığı etkinliklere yer verilmesi, matematiksel muhakemelerini güçlendirerek daha bilinçli ve yetkin problem çözücü bireyler haline getirebilir. Ayrıca matematiksel muhakemede öğrencilerin soyut matematiksel kavramları somutlaştırarak anlamalarını sağlamada gösterge kullanımı da etkili olabilir. Gösterge, matematiksel düşüncenin bir aracıdır ve öğrencilerin kavramlar arasında bağlantılar kurarak problemleri çözmelerini kolaylaştırır (Marianah ve Hali, 2020). Özellikle semboller, grafikler, diyagramlar ve diğer görsel gösterge biçimleri, öğrencilerin çözüm süreçlerini adım adım takip etmelerine yardımcı olur (Barbosa ve Vale, 2021). Bu tür göstergeler öğrencilerin çözüm yollarını netleştirerek karmaşık matematiksel problemleri daha anlaşılır ve yönetilebilir hale getirebilir. Gösterge kullanımı öğrencilerin zihinsel süreçlerini organize etmelerine, matematiksel düşüncelerini sistematik bir şekilde geliştirmelerine olanak tanıyabilir. Böylece muhakeme becerilerinin derinleşmesini sağlayabilir. Ayrıca gösterge kullanımı öğrencilerin muhakeme gerektiren problemlerin çözümünde gerekçelendirmede bulunmalarını sağlayabilir. Eğitim alanında açıklamalar yoluyla gerekçelendirmede bulunmak problemi muhakeme ederek anladığının bir ifadesi olarak görülebilir. Öğrencinin matematiksel muhakeme düzeyi arttıkça, bazı göstergeler kullanarak problemlerin doğru çözümüne ulaşmasının artması olasıdır. Araştırmanın özellikle okullardaki matematik öğretimi için öğretmenlere yardımcı ve öğrencilerde matematiksel muhakeme problemlerinin çözümlerinde kullanarak muhakemelerine katkı sunacağı düşünülmektedir.

1.4. Sayıtlar

- Uygulanan matematiksel muhakeme testine katılımcıların açıklayıcı çözümler yaparak zihinsel süreçlerini ifade ettikleri varsayılmıştır.
- Katılımcıların çözüm yolları hakkındaki görüş ve düşüncelerini içtenlikle ifade ettikleri varsayılmıştır.

1.5. Sınırlılıklar

- Araştırma, Türkiye'nin Doğu Anadolu Bölgesi'nde yer alan bir il merkezinde bulunan üç devlet ortaokulunda öğrenim gören 8.sınıf öğrencileriyle sınırlıdır.
- Öğrencilerin matematiksel muhakeme göstergelerini ortaya çıkarmak için uygulanan matematiksel muhakeme testinde yer alan sorularla sınırlıdır.
- Katılımcı öğrencilere uygulanan soruların çözüm yollarına ilişkin yapılan görüşmeler esnasında sorulan sorularla sınırlıdır.

1.6. Tanımlar

Muhakeme: Bireylerin gözlem, deneyim veya bilgiye dayalı olarak bir argüman geliştirmesi, alternatifler arasında seçim yapması ve neden-sonuç ilişkilerini anlamasıdır (Fisher, 2011).

Matematiksel Muhakeme: Matematik penceresinden bakarak çevreyi “Nasıl?” ve “Neden?” sorularıyla anlamaya yardımcı, doğru kararlar vermeyi sağlayan bireysel bir kültürdür (Erdem, 2015).

Gösterge: Kendi dışında bir şeyi temsil eden nesne, öge, biçim yani bir şeyi ifade eden işarettir (Peirce, 1935).

Problem Çözme: Bireyin bir problem için bilinçli olarak planlar geliştirdiği, çözüm yolları aradığı ve bu süreçte mantıksal muhakeme yeteneklerini kullandığı bir etkinliktir (Lester, 1994).

Matematikte Gerekçelendirme: Dayanak göstererek görüşleri eleştirebilme, bağımsız düşünebilme ve fikirlerini rahatlıkla açıklayabilmektir (Mason, 2001).

2. KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu araştırma, 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme beceri düzeylerini, ortaya çıkan göstergeleri ve kullanılması beklenen stratejileri incelemeyi amaçlamaktadır. Araştırma, öğrencilerin matematiksel muhakeme sürecinde gösterge kullanımlarını, gerekçelendirmelerini ve problem çözme becerilerini geliştirme konularında gerçekleştirilen teorik ve uygulamalı çalışmalara dayanmaktadır.

Araştırmanın bu bölümde alan yazın taramasından elde edilen bulgular doğrultusunda, matematiksel muhakeme sürecine ilişkin problem çözme, gerekçelendirme ve göstergebilim ele alınmıştır.

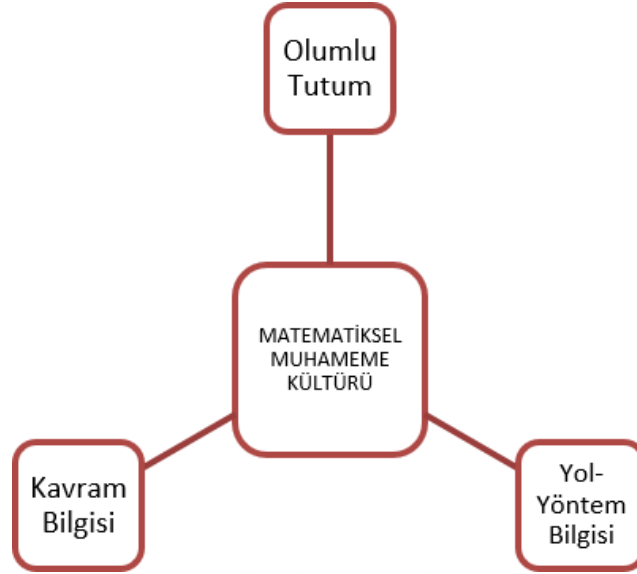
2.1. Matematiksel Muhakeme

Muhakeme, bir görevde hedefe ulaşmak veya bir iddia oluşturmak amacıyla izlenen düşünce süreci olarak ele alınmaktadır. Bu tanımda, muhakeme bir düşünme süreci, bu sürecin bir sonucu veya ikisinin bir araya geldiği bir süreç olarak değerlendirilmektedir (Lithner, 2008). Yani muhakeme, belirli bir amaç doğrultusunda izlenen ve düşünsel bir çabanın ürünü olan bir süreç olabilir. Muhakemenin kullanıldığı alanlardan biri de matematiktir. Muhakemenin matematik öğretimi ve öğreniminde matematiksel yeteneğin çok önemli bir parçası olarak önem taşıdığı düşünülebilir. Muhakeme, matematiğin temelini oluşturan ve çeşitli düşünme yöntemlerini içeren etkinlikler bütünüdür (Peresini ve Webb, 1999; Ross, 1998)

Matematik, geometri, cebir, olasılık, sayılar ve diğer birçok konuyu içerirken aynı zamanda mantıksal düşünme, örüntüleri keşfetme, muhakeme ve ispat, tahminde bulunma ve sonuca ulaşma gibi temel becerileri de öğretir (NCTM, 2000). Dolayısıyla matematikte her birey kuralları ve işlemleri öğrenirken muhakemeye ihtiyaç duymaktadır (Erdem, 2015). Altun (2008), matematiği farklı açılardan değerlendirmektedir: Matematiksel uygulama alanları açısından pratik etkinliklerin, gerçek hayat problemlerinin ve iç tartışmaların önemli bir yer tuttuğunu ifade ederken matematiksel yöntemlerle çalışma perspektifi açısından ise genel kullanımın, iletişim kurmanın ve muhakeme etmenin ön planda olduğunu belirtmiştir. Ayrıca konu alanları açısından ise sayılar, cebir, ölçüler, şekiller, cisimler ve veri işleme olarak sınıflandırmıştır.

Muhakemenin matematik alanında kullanılması sadece konuya özgü bilgiye odaklanmanın yanı sıra genel düşünsel yetenekleri de güçlendirmeye yönelik önemli bir süreç olduğu değerlendirilebilir. Bu bağlamda matematik alanında da kullanılmasıyla matematiksel muhakemeye yönelik farklı tanımlar ortaya çıkmıştır. Muhakeme, gerçeklere veya ilgili verilere, kavramlara ve yöntemlere dayalı sonuçlar çıkarmaya yönelik bir düşünme sürecidir (Askew, 2020; Sumarsih vd., 2018; Syaripuddin vd., 2020). Genel olarak matematiksel muhakemenin bir süreç olduğu ve bu süreçte bireyin üst düzey düşünmesi, tahminde bulunması, değerlendirmesi ve karar vermesi olarak ifade edilmektedir (Ball ve Bass, 2002; Breen ve O'Shea, 2019; Erdem, 2015; Mandasari 2021; Maraza-Quispe vd., 2021; Umay, 2003). Ball ve Bass (2003) matematiksel yeterliliğin temel becerilerinden biri olan muhakemenin eksikliğinin başarısızlık ve matematikten uzaklaşmaya neden olabileceğini belirtmişlerdir. Dolayısıyla öğrencilerde muhakemelerinin geliştirilmesi ve anlamlandırılması matematik öğretimi için önemli bir faktördür. Farklı düzeylerde eğitim gören öğrencilerde muhakemede bulunmanın matematikte kullanılan problemlerin çözüm yollarının bilinmesi doğru sonuca ulaşılmasında çabalamalarını sağlayabilir.

Muhakeme bir olayı, problemi veya durumu “Neden” ve “Nasıl” soruları etrafında detaylı bir şekilde düşünerek anlamlandırma sürecidir (Steen, 1999). Başka bir ifade ile muhakeme, düşünce sürecinin derinlemesine incelenmesi ve ilgili konunun tüm yönleriyle değerlendirilip mantıklı bir sonuca ulaşma çabasıdır (Erdem, 2011). Muhakeme uygun süreçler, olanaklar ve programlar aracılığıyla geliştirilebilir. Muhakemenin, matematiksel kavramlarda ve konularda bütün olarak kullanılması ile matematiksel muhakeme kavramı ortaya çıkmaktadır (Erdem, 2022). Sürecin işe koşulmasında kültür ve bireyin durumu da etkilenebilir. Özellikle matematiksel muhakeme kültürünün oluşmasında Erdem (2015), olumlu tutum, kavram bilgisi ve yol-yöntem bilgisinin etkili olduğunu belirtmiştir. Bu süreç ve ilişki Şekil 2.1’de verilmiştir.



Şekil 2.1. Matematiksel muhakeme kültürünün oluşmasını sağlayan etmenler (Erdem, 2015)

Matematiksel muhakeme, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirme, problem çözme yeteneklerini arttırma ve mantıklı çıkarımlarda bulunma yetisi olarak tanımlanabilir. Matematik eğitimi, muhakeme süreçlerini destekleyerek öğrencilerin soyut kavramları anlama ve uygulama becerisi kazandırabilir. Ortaokul matematik öğretim programında (MEB, 2018), akıl yürütme veya muhakeme, mevcut bilgilerden yola çıkarak matematiğe özgü araç (tanımlar, tablolar, ilişkiler, semboller, grafikler vb.) ve düşünme tekniklerini (karşılaştırma, ispatlama, tümevarım, yaratıcılık, tümdengelim vb.) kullanarak birçok yeni bilgiye ulaşabilme süreci olarak tanımlanmaktadır. Dolayısıyla muhakeme, problem çözme ve iletişimin temel bileşimidir. Öğrenme ve muhakeme becerileri, soyut arama ve bellek işleme mekanizmaları olarak değil bilgi alanının içeriği ve kavramları, belirli amaç ve hedeflere hizmet etmek için bu bilgiyi sınırlayan öğrenme durumlarında elde edildiğinde gelişir (Glaser, 1984). Muhakeme yapabilme becerisi bireylerin yaşamlarını kolaylaştırdığından dolayı matematik öğretim programı sürecinde muhakeme yapabilme becerisinin geliştirilmesi gerektiği üzerinde durulduğu söylenebilir. Bu doğrultuda matematik öğretim programında ihtiyaç duyuldukça uygun öğretim tekniklerinin kullanılması, bilgi ve iletişim teknolojilerinin entegrasyonu ile problem çözme etkinliklerine yer verilmesi önem taşıyabilir. Ayrıca öğrencilerin problem çözme yeterliklerini geliştirmek

amacıyla muhakeme, ilişkilendirme ve iletişim becerilerini destekleyen çalışmalara odaklanılması gerektiği ifade edilebilir.

Öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerini kazanması için matematik öğretimi süresince Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7, 8. sınıflar) Öğretim Programı'nda (MEB, 2018) muhakeme (akıl yürütme) becerilerinin öğrencilere kazandırılmasında üzerinde durulan bazı temel kazanım ve beceriler aşağıdaki gibi verilmiştir:

- Sayıları okuma ve yazma, ritmik saymalar ve problem çözme yetkinlikleri, öğrencilerin ana dilde iletişim becerilerini güçlendirmeyi hedefler.
- Problem çözme, veri analizi, grafik okuma, eksik veriyi tespit etme gibi kazanımlar, öğrencilerin karar verme süreçlerini yönlendirerek olaylar ve olgular arasında ilişki kurma, sebep-sonuç ilişkilerini anlama ve derinlemesine yorumlama becerilerini geliştirmeyi amaçlar.
- Tahminde bulunma, tahmini sonuçlarla karşılaştırma, zihinden işlem yapma gibi beceriler ise öğrencilerin düşüncelerini pratiğe dönüştürme yeteneğini geliştirerek kişisel yeteneklerini ve sosyal faaliyetlere katılımı artırma, karşılaştıkları sorunlara çözüm üretme becerilerini güçlendirme, inisiyatif alma ve girişimcilik potansiyellerini desteklemeyi amaçlar.

Matematiksel yetkinlikler, bireylerin problem çözme, matematiksel süreçleri anlama, iletişim kurma ve muhakeme etme becerilerini içeren temel yeterlilikleri kapsamaktadır. Bu bağlamda, öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini geliştirebilmeleri için mantık temelli genellemeler ve çıkarımlar yapabilmeleri, matematiksel ve matematik dışı çıkarımları doğruluk ve geçerlilik açısından savunabilmeleri, düşüncelerini matematiksel modeller, kurallar ve ilişkiler çerçevesinde açıklayabilmeleri büyük önem taşımaktadır. Ayrıca, analiz gerektiren durumlarda matematiksel ilişkileri kullanarak çözüm üretebilmeleri, genel ilişkileri özel durumlara uygulayabilmeleri ve matematiksel modeller ile önermeleri etkin bir şekilde kullanarak ispat süreçlerini yönetebilmeleri beklenmektedir. Bu doğrultuda, öğrencilerin matematiksel doğrulama süreçlerinde tümevarım ve tümdengelim yöntemlerini bilinçli bir şekilde kullanabilmeleri ve ispat yaparken en uygun yöntemi seçebilmeleri, üst düzey bilişsel becerilerin gelişimi açısından kritik bir rol oynamaktadır (MEB, 2018).

Bununla birlikte, matematik eğitiminin başarısı sadece bilişsel becerilerle sınırlı kalmayıp, matematiksel modelleme, ilişkilendirme, duyuşsal ve psikomotor beceriler ile

bilgi ve iletişim teknolojileri kullanımını da içermektedir. Öğrencilerin günlük yaşam problemlerini matematiksel bağlamda ifade edebilmesi, soyut kavramları somut modellerle açıklayabilmesi ve çok adımlı problemleri çözebilmek için farklı yaklaşımlar geliştirebilmesi, matematiksel modelleme sürecinin temel unsurlarını oluşturmaktadır. Ayrıca, matematiksel kavramlar ile farklı disiplinler arasında bağlantılar kurabilme ve öğrenilen bilgileri yeni durumlara uyarlayarak benzer problemlere uygulayabilme becerisi, ilişkilendirme sürecinin önemli bir bileşenidir (MEB, 2018). Öğrencilerin matematiğe yönelik olumlu tutum geliştirmeleri, karşılaştıkları zorluklar karşısında sabırlı ve kararlı olmaları ile başarıyı hedefleyerek kendilerini motive etmeleri, duyuşsal becerilerin temelini oluştururken, matematiksel araçları yetkin bir şekilde kullanabilmeleri ve el-göz koordinasyonu gerektiren etkinliklerde başarılı olmaları psikomotor becerilerin gelişimini desteklemektedir. Ayrıca, bilgi ve iletişim teknolojilerinin etkin kullanımı, matematiksel problem çözme sürecinde bilgisayar destekli uygulamalardan yararlanmayı, veri analizleri ve grafik oluşturma süreçlerinde dijital araçlardan faydalanmayı ve matematiksel projeler için dijital kaynakları etkili bir şekilde kullanmayı gerektirmektedir (MEB, 2018). Tüm bu beceriler, bireylerin matematiksel düşünme ve problem çözme süreçlerini daha sistematik ve verimli hale getirerek, onların akademik başarılarını ve günlük yaşamda matematiği uygulama yetkinliklerini artırmaktadır.

Bu beceriler öğrencilerin hem matematiksel yetkinliklerine hem de genel bilişsel ve duygusal gelişimlerine katkı sunabilir. Eğitim sürecinde bu becerilerin kazandırılması, öğrencilerin daha donanımlı ve çok yönlü bireyler olarak yetişmelerine destekte bulunabilir. Millî Eğitim sisteminde öğrencilere kazandırılması hedeflenen bu becerilerde, öğrencilerden beklenen yeterliliklerde muhakemeye ihtiyaç duyulduğu görülmekte olup eğitim sisteminin vazgeçilmez bir ögesi olduğu söylenebilir.

Matematiksel muhakemeyi Jeannotte ve Kieran (2017), yapısal ve süreç olmak üzere iki temel boyutta ele almışlardır. Yapısal boyut; mantıksal muhakemenin unsurları olan veriler, çıkarımlar ve sonuçlarla ilgilidir. Süreç boyutu ise bireylerin matematiksel ifadeler arasında anlamlı ilişkiler kurma süreçlerini vurgular ve bu süreçte kullanılan argümanları kapsar (Jeannotte ve Kieran, 2017). Dolayısıyla matematiksel muhakemenin doğasını, yapısını ve süreçlerini analiz etmeyi hedefledikleri söylenebilir. Bu bağlamda muhakeme süreçleriyle çıkarım yapma, iddia oluşturma, gerekçelendirme ve problem çözme gibi matematiksel etkinlikleri ilişkilendirmişlerdir. Özellikle gerekçelendirme süreçlerinin

eğitsel ortamlarda daha iyi anlaşılmasını sağlayarak öğrencilerin problem çözme yeteneklerinin geliştirilmesine katkı sunmayı amaçlamışlardır (Jeannotte ve Kieran, 2017; Sfard, 2008). Ayrıca Jeannotte ve Kieran'ın modeli, matematiksel muhakemenin farklı yönlerini tanımlamaya çalışırken, muhakemenin bilişsel, dilsel ve etkileşimsel boyutlarını birleştirmiştir. Modellerinde özellikle öğrenci-öğrenci ve öğrenci-öğretmen etkileşimlerinin, muhakeme süreçlerinin nasıl yapılandırıldığını ve geliştirdiğini belirtmişlerdir. Bu yaklaşım öğretmenlerin sınıfta etkili muhakeme süreçlerini teşvik etmek için kullanabilecekleri bir çerçeve sağlamaktadır (Jeannotte ve Kieran, 2017). Dolayısıyla öğretmenlere yol gösteren bir model olduğu söylenebilir. Böylece problem çözme sürecinde öğrencilerin kendi düşüncelerini ifade etmelerine, eleştirel analiz yapmalarına ve çözümlerini gerekçelendirmelerine olanak tanıyabilir.

2.1.1. Problem çözme

Problem; bireyin çözümüne anında ulaşamadığı, bu nedenle çözüm arayışı ve problem çözme sürecine istekli olduğu bir durumdur (Özgen, 2023). Dolayısıyla matematik eğitiminde problem çözme becerisinin kazandırılmasının önemli olduğu söylenebilir. Öğrencilerin problemlerin çözümlerini zihinlerinde nasıl canlandırdıkları ve bunu nasıl gösterdiklerinin incelenmesi matematik eğitimcileri ve öğretmenler için yararlı olabilir. Bu bağlamda öğrenci bir problemle karşılaştığı zaman farklı çözüm basamaklarını kullanarak sonuca ulaşmaya çalışır. Bu bağlamda bazı kuramcıların ortaya koyduğu problem çözme süreçleri ele alınmıştır.

Bingham (1998), problem çözme sürecindeki adımları şu şekilde sıralamıştır:

- Problemi tanımlama ve çözüm gerekliliğini fark etme.
- Problemi açıklama, kapsamını belirleme ve ilgili ikincil problemleri anlama çabası.
- Probleme dair veri ve bilgi toplama.
- Problemin çözümü için en uygun verileri seçme ve düzenleme.
- Toplanan veri ve bilgiler ışığında çeşitli muhtemel çözüm yollarını belirleme.
- Çözüm seçeneklerini değerlendirme ve en uygun olanı seçme.
- Belirlenen çözüm yolunu uygulama.
- Kullanılan problem çözme yöntemini değerlendirme (Bingham, 1998, akt. Kalaycı, 2006).

Bu adımlar, problem çözme sürecinde sistematik bir yaklaşımı ve kararlı bir ilerlemeyi sağlamak için önemli adımları içermektedir. Gallagher ve Stepien (1997) ise problem çözme süreçlerini şu şekilde açıklamışlardır:

- Problem hakkında düşünmek, onun ilginç, önemli ve işlenebilir olduğunu değerlendirmek.
- Problemin tam olarak ne olduğunu öğrenmek ve anlamak.
- Problemin çözümü için yapılacak deney, gözlem veya hesaplamaların belirlenmesi.
- Belirlenen deney, gözlem veya hesaplamaları uygulamak.
- Elde edilen sonuçları değerlendirmek ve problemin anlaşılmasına gerçekten katkı sağlayıp sağlamadığını değerlendirmek.
- Sonuçları rapor etmek, tartışmak ve yayınlamak (Gallagher ve Stepien, 1997, akt. Ünsal ve Ergin, 2011).

Herbert Simon yöntemi, problem çözme sürecini aşağıdaki adımlarla tanımlar:

Problemi Tanımlama: İlk adım, problemi net bir şekilde tanımlamaktır. Bu adım genellikle zor olabilir ve problem çevresinin dikkatli bir şekilde analiz edilmesi gerekebilir. Tüm problem çevresinin ayrıntılı olarak incelenmesi, problemi belirlemeyi kolaylaştırır.

Veri Toplama: Probleme ilişkin gerekli verilerin toplanması gereklidir. Problemin çözümü için mevcut gerçeklerin (verilerin) toplanması gereklidir. Bu veriler, problem çözen kişinin o anki bilgi durumunu yansıtır ve eksik bilgi alanlarının belirlenmesine yardımcı olabilir.

Çözüm Yollarının Sıralanması: Probleme uygun olabilecek çeşitli çözüm seçenekleri belirlenir. En uygun çözümü bulabilmek için, farklı seçenekleri göz önünde bulundurmak önemlidir. Bu süreçte, her bir çözüm seçeneğinin engelleri, amaçları ve potansiyel etkileri dikkate alınmalıdır.

Çözüm Yollarının Uygulanması: Belirlenen çözüm yolları probleme uygulanır. Herhangi bir çözüm yolunun kabul edilebilir olup olmadığını değerlendirmek için bu adım önemlidir.

En Uygun Çözümün Seçilmesi: Probleme en uygun çözüm seçilir. En uygun çözüm, tüm ölçütleri karşılamak zorunda değildir ancak problem çözen kişinin analizine dayanan kriterlerle seçilir.

Analiz ve Değerlendirme: Tüm problem çevresinin analizi, problem çözme sürecindeki bireyin yetenekleri hakkında önemli bilgiler ortaya çıkarır. Bu adım, problem çözme sürecinin uygulanabilirliğini ve etkinliğini değerlendirir (Akt., Ünsal ve Ergin, 2011: 77-78).

En fazla kabul gören Polya'nın (1991) 4 aşamalı problem çözme süreçleri ise;
Problemin anlaşılması aşaması ve cevap aranması gereken sorular;

- Problemin öncelikle iyi anlaşılması gerekmektedir.
- Problemin bilinmeyenleri nelerdir? Verilenler nelerdir? Koşullar ve kısıtlamalar nelerdir?
- Verilen şartlar altında problemin çözümü mümkün müdür? Verilen bilgilerle bilinmeyen hedefe nasıl ulaşılabilir?
- Problemi daha iyi anlamak için bir şekil çizmek ve uygun gösterim biçimlerini belirlemek önemlidir.
- Problem durumunu daha iyi ifade etmek için çeşitli parçalara bölmek ve her parçayı ayrıntılı olarak incelemek gerekir.
- Çözüm ile ilgili stratejinin seçilmesi; bu aşamada cevap aranılan sorular:
- Daha önce bu tür bir problemle karşılaştınız mı? Veya benzer bir problemi daha önce gördünüz mü?
- Bu probleme benzer başka bir problem biliyor musunuz? Bu problemin çözümü için bilinen bir teorem var mı?
- Problemi başka bir şekilde ifade edebilir misiniz? Problemin farklı açılardan anlaşılması çözümü kolaylaştırabilir.
- Problemin belirli bir kısmını çözebilir misiniz? Problemin daha küçük bileşenlerini çözerek genel çözüme doğru ilerleyebilirsiniz.
- Problemin verilen tüm koşullarını kullandınız mı? Verilen verilerin tamamını değerlendirdiniz mi? Problemin ana kavramlarını ve ilişkilerini göz önünde bulundurdunuz mu?
- Verilen verilerle bilinmeyen arasındaki bağlantıyı keşfedin. Problemi çözmek için hangi verilerin hangi bilinmeyenleri etkilediğini ve nasıl kullanıldığını anlayın.
- Çözüm için bir plan oluşturun. Adımları sıralayarak ve her adımın problemin çözümüne nasıl katkı sağlayacağını belirleyerek sistematik bir yaklaşım geliştirin.

Seçilen stratejinin uygulanması; bu aşamada yapılması gerekenleri ve cevaplanması gerekenleri şu şekilde sıralayabiliriz:

- Belirlenen özüm stratejisini adım adım uygulayın.
- Her adımı uygularken dikkatlice kontrol edin ve doğru bir şekilde ilerlediğinizden emin olun.
- Uyguladığınız adımların doğruluğunu açıkça görebiliyor musunuz? Her adımın problemin çözümüne katkısını ve mantıklı bir şekilde ilerlediğinizi değerlendirin. Adımların doğruluğunu nasıl kanıtlayabileceğinizi belirleyin.

Elde edilen çözümün değerlendirilmesi; bu aşamada izlenmesi gereken adımlar ve cevaplanması gereken sorular şu şekildedir:

- Elde edilen çözümü detaylı bir şekilde inceleyin. özüm sürecinde hangi adımların etkili olduğunu ve hangi sonuçların elde edildiğini değerlendirin.
- özümü dikkatlice kontrol edin. Her adımın doğru bir şekilde uygulandığından ve sonuçların beklentilere uygun olduğundan emin olun. Var olan verilerle çözümün tutarlılığını kontrol edin.
- Farklı bir çözüm yöntemiyle aynı problemi çözebilir misiniz? Alternatif yaklaşımların veya stratejilerin problem çözme sürecine nasıl etki edeceğini değerlendirin.
- Elde edilen sonucu veya kullanılan yöntemi başka bir problem için nasıl kullanabilirsiniz? Bu özüm veya yöntemi genişletmek veya farklı bağlamlarda kullanmak mümkün müdür? Bu yöntemlerin genellenmesi veya yeniden uygulanabilirliği üzerine düşünün (Polya, 1991, akt. Temel, 2018).

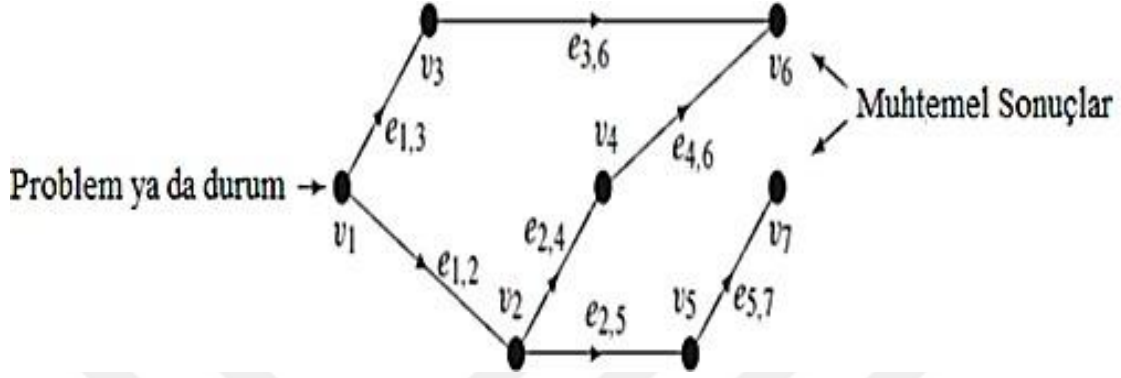
Matematiksel muhakeme; bireylerin soyut matematik kavramlarını anlama, çeşitli yöntemlerle düşünme ve karşılaşılan problemlere etkili çözümler bulma yeteneği içeren kritik zihinsel bir süreç olarak ifade edilebilir. Problemin özünü anlamak, çözüm sürecindeki temel adım olarak görülebilir ve matematiksel muhakeme bu adımı etkili bir şekilde yönlendirebilir (Lithner, 2017; Schliemann ve Carraher, 2002; Stacey, 2006). Bu süreç sadece matematik derslerinde değil aynı zamanda günlük hayatta karşılaşılan zorluklarla baş etme konusunda da büyük etkiye sahip olabilir. Problemin olduğu durumlarda matematiksel muhakemenin ilk olarak problemi derinlemesine anlama sürecini içerdeği ifade edilebilir.

Matematiksel muhakeme, bilgiyi değerlendirme ve analiz etme becerisiyle öne çıkabilir. Bir problemle karşılaşıldığında, mevcut bilgilerin doğruluğunu ve kullanılabilirliğini değerlendirmek, matematiksel muhakemenin esasını oluşturabilir (Izzah ve Alizah, 2019). Bu aşamada bireyin sorunun içsel yapısını çözme yeteneği, matematiksel muhakeme becerilerinin bir boyutu olabilir. Çeşitli çözüm stratejilerini etkili bir şekilde kullanma, matematiksel muhakemenin diğer bir boyutunu belirtebilir. Stacey (2006), problem çözme sürecinin derin matematik bilgisi, muhakeme becerisi ve çözümü ilişkilendirme becerisi gibi birçok beceriyi içerdiği ve aralarında muhakemenin de yer aldığı bileşenler olduğunu belirtmiştir. Bu nedenle erişilmesi zor olan ve farklı stratejilerin kullanılmasını gerektiren karmaşık problemler tercih edilebilir. Ayrıca öğrencilerden problemleri çözerken eksik veya fazla bilgi olup olmadığını değerlendirmeleri ve eksik bilgi durumunda bu eksiklikleri tamamlamaları istenebilir (MEB, 2013). Problem çözme sürecinde öğrenciler esnek bir düşünme yapısı kazanabilir ve sadece bir çözüme bağlı kalmadan çeşitli yaklaşımları değerlendirme yeteneğine sahip olabilir. Matematiksel muhakeme, matematiksel faaliyetlerin merkezindedir ve bu beceriye sahip olmak, öğrenenleri zorlayan bir süreç olabilir (Mejia-Ramos ve Inglis, 2009). Dolayısıyla matematiksel muhakeme; öğrencilerde problem çözme sürecini zenginleştirme, yeni ve yaratıcı çözümler bulma potansiyelini arttırabilir. Muhakeme ve problem çözmenin yeni bilgilerle ilgili deneyimlerden büyük ölçüde etkilendiği ifade edilebilir.

Matematiksel muhakeme, elde edilen sonuçları analiz etme becerisi ile en üst seviyeye ulaşabilir. Doğru çözümü bulmak önemli olmakla birlikte bu çözümü eleştirel (kritik) bir şekilde değerlendirme ve gerektiğinde düzeltme yeteneği matematiksel muhakeme becerilerinin bir diğer önemli boyutunu kapsayabilir. Böylece öğrencilere sadece doğru cevapları bilmek değil aynı zamanda mantık çerçevesinde değerlendirmek ve geliştirmek için gereken beceriyi kazandırabilir (Martins vd., 2023). Bunun yanı sıra matematiksel muhakeme ve problem çözme, bireylerin düşünsel yeteneklerini güçlendirebilir ve genel zihinsel esnekliklerini arttıran temel bir süreç (Hjelte, Schindler, ve Nilsson, 2020) olarak hem akademik başarı hem de günlük hayatta karşılaşılan zorluklarla baş etme konusunda bireylerin başarılı ve bilgiye dayalı bir toplumun aktif üyesi olmalarını sağlayabilir.

Problem çözme becerisinin muhakemede bulunmayı gerektirdiği birçok çalışmada ifade edilmiştir (Barker, 2003; Briscoe ve Stout, 2001; Erdem ve Gürbüz, 2015; Firdausy vd., 2021; Kramarski ve Mizrachi, 2004; Lewkowycz vd., 2022 Lithner, 2000; NCTM, 2000;

Olkun vve Toluk-Uçar, 2012; Pellerin, 2012; Stacey, 2006). Lithner (2008) muhakemenin düşünme süreci veya bu sürecin ürünü ya da ikisinin birden olduğunu belirtmekte ve problem çözme aşamasında muhakeme sürecini Şekil 2.2.'de göstermektedir:



Şekil 2.2 Muhakemede bulunarak problem çözme süreci (Lithner, 2008, akt. Erdem, 2015)

Şekil 2.2'de v_n , bir problemin veya bilginin o an ki durumunu temsil ederken $e_{n,m}$ geçişi, uygulanan stratejiyi ifade eder. Muhakemede bulunan kişi, v_n den başlayarak $e_{n,m}$ ler arasından uygun bir strateji seçer. Lithner (2008) tarafından ifade edildiği üzere muhakemede bulunan bir kişi, en uygun stratejiyi seçerek ve eksik veya yapılandırılmış bilgileri kullanarak v_n 'de ulaşılmamış olan yeni bilgilere ulaşabilir. Bu süreç kısmen çözülmüş bir problem durumunu ve ardından yeni bir problem durumu oluşturmayı içerir. Bu yeni problem durumu, tekrar muhakeme yapmayı ve yeni stratejiler seçmeyi gerektirebilir. Farklı stratejiler kullanarak doğru sonuca ulaşmak mümkün olsa da bu süreçte farklı sonuçlara ulaşma olasılığı da vardır. Dolayısıyla doğru muhakemede bulunmak ve uygun stratejiler seçmek, doğru sonuca ulaşmak için kritik öneme sahiptir.

Matematiksel problemleri çözerken farklı birçok çözüm stratejileri mevcuttur. Bunlardan bazıları somut materyal kullanma, tablo oluşturma, tahmin-kontrol, sistematik liste oluşturma, muhakeme etme (Charles ve Lester, 1982; NCTM, 2000; Stice, 2007) veya benzer problem oluşturma, cebir (denklem kurma) (Herr ve Johnson, 1994; Posamentier vd., 2010; Van de Walle, vd., 2012) olarak söylenebilir. Matematiksel süreç becerileri içerisinde yer alan problemler, yaratıcı ve eleştirel olarak tanımlanır böylece problemlerin kurulmasını, formüllerle ifade edilmesini ve çözümlenmesini sağlar (Kaosa-ard vd., 2015). Böylece

öğrencilere uygulanan muhakeme problemlerinde öğrencilerin açıklamalarında veya çözümlerde bulunduklarında uygun problem çözme adımlarından yararlandıkları görülebilir.

2.1.2. Gerekçeleştirme

Matematiksel gerekçeleştirme, öğrencilerin bir matematiksel durumu anlaması ve bunu çeşitli argümanlarla desteklemesi süreci olarak tanımlanabilir (Stylianides, 2007). Bu süreç, matematiksel düşünmenin ve problem çözmenin temel bir bileşenidir ve öğrencilerin matematiksel bilgiyi anlamalarını ve savunmalarını sağlamak için kritik bir rol oynamaktadır (Ball ve Bass, 2003). Matematiksel gerekçeleştirme, öğrencilerin sadece çözümleri üretmelerinden ziyade, bu çözümleri anlamaları ve geçerliliklerini matematiksel olarak savunmaları sürecini içerir (Sowder ve Harel, 1998). Öğrenciler bu süreçte mantıksal çıkarımlar yaparak matematiksel argümanları oluşturur ve bu argümanların doğruluğunu değerlendirme becerisi kazanır (Yackel ve Cobb, 1996). Matematiksel muhakemenin, matematiksel düşünme ve problem çözme süreçlerinin temel taşlarından biri olduğu söylenebilir. Matematiksel gerekçeleştirme ise bu sürecin yapılandırılmış bir biçimde savunulması ve temellendirilmesidir (Stylianides, 2007). Dolayısıyla gerekçeleştirme ile matematiksel muhakeme arasında güçlü bir etkileşim bulunduğu ve gerekçeleştirmenin muhakeme süreçlerinin doğruluğunu ortaya koyduğu söylenebilir.

Gerekçeleştirme sürecinde kullanılan argümanlar genellikle iki temel kategoriye ayrılır: deneysel/empirik gerekçeleştirme ve mantıksal gerekçeleştirme. Deneysel gerekçeleştirme, gözlem ve deneylerden yola çıkarak hipotezlerin doğruluğunu göstermeyi amaçlar. Mantıksal gerekçeleştirme ise matematiksel kurallar ve teoremler aracılığıyla yapılan çıkarımlardır (Stylianides, 2009). Deneysel gerekçeleştirme, özellikle ilköğretim seviyesindeki öğrencilerin somut matematiksel yapı ve kavramlarla tanışmalarında gerekli iken mantıksal gerekçeleştirme ise ileri seviyedeki öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini derinleştirerek onları daha soyut matematiksel yapı ve kavramlarla tanıştırmak için gereklidir (Healy ve Hoyles, 2000). Öğrencilerin sadece sonuca ulaşmalarının yeterli olmadığı aynı zamanda bu sonuca nasıl ve neden ulaştıklarını anlamalarının önem taşıdığı bir anlayış benimsenir (Lampert, 1990). Matematiksel gerekçeleştirme becerisinin öğrencilere kazandırılmasında öğretmenin yol gösterici olduğu söylenebilir. Sınıf ortamında öğrencilerin tartışmalar yapabildiği matematiksel çıkarımlarını argümanlarla desteklemelerinin sağlanması matematiksel anlamlandırmayı derinleştirip gerekçeleştirme

süreçlerini güçlendirebilir. Öğrencilerin matematiksel argümanlar oluşturup savunmaları, kendi matematiksel anlamlarını yapılandırmalarına katkı sağlayabilir. Bu bağlamda gerekçelendirme, öğrencilerin matematiksel bilgiye anlam yükleme ve bu bilgiyi genişletme süreçlerinde merkezi bir rol oynamaktadır (Stein vd., 2008). Stylianides (2009), gerekçelendirme pratiklerinin, öğrencilerin problem çözme süreçlerinde eleştirel bir yaklaşım geliştirmelerine katkı sağladığını ifade etmiştir. Bu süreç, öğrencilerin yalnızca doğru sonuca ulaşmalarını değil aynı zamanda bu sonucun doğruluk nedenlerini açıklayabilmelerini de mümkün kılmaktadır.

Matematiksel gerekçelendirme, öğrencilerin bir çözüm sürecini mantıksal olarak açıklamalarını sağlayan temel bir beceri olduğundan çeşitli matematiksel gerekçelendirme yöntemlerinin bulunduğu söylenebilir. Bu yöntemler, genellikle öğrencilerin problem çözme süreçlerinde kullandıkları yöntemlere, bilgilerini yapılandırma biçimlerine ve matematiksel anlayışlarına dayanarak tanımlanabilir. Bu yöntemlerin bazıları:

Ampirik Gerekçelendirme: Matematiksel bir iddianın doğruluğunu örneklerle gösterme süreci olarak tanımlanabilir. Balacheff (1988), bu yöntemin genellikle deneysel veya keşfe dayalı öğrenmede ortaya çıktığını ancak örneklere dayalı gerekçelendirmenin matematiksel kesinlikten yoksun olabileceğini vurgulamaktadır. Örneğin bir sayının asal olduğunu göstermek için yalnızca birkaç örnek verilmesi, kapsamlı bir ispat yerine ampirik bir yaklaşım sunar.

Analitik Gerekçelendirme: Matematiksel bir problemin çözümünde mantıksal adımlar kullanarak açıklama yapmayı içerdiği söylenebilir. Stylianides (2007), analitik gerekçelendirmeyi öğrencilerin matematiksel argümanlarını güçlendiren bir süreç olarak tanımlar. Dolayısıyla bu yöntemle öğrencilerin mantıksal bağlam kurma becerilerinin ve kavramsal anlam becerilerinin geliştiği söylenebilir. Örneğin teoremlerin veya cebirsel ifadelerin ispatlanmasında kullanılabilir.

Matematiksel muhakemenin alt bileşenlerinden olan gerekçelendirmede öğrencilerin problem çözümlerinde sonuca ulaşmaları için kullanılabilir

2.2. Göstergebilim

Göstergebilim (semiyotik); semboller, işaretler ve anlam oluşturma süreçlerini inceler (Peirce, 1935). Bu bağlamda göstergebilimden matematikte: semboller, işaretler, bilgi

transferleri ve kavramsal ilişkilendirmeler açısından yararlanılabilir. Matematiksel muhakeme süreçlerinde göstergebilimsel unsurlar, öğrencilerin soyut kavramları anlamlandırmasına ve bunları problem çözme bağlamında kullanmasına olanak tanır (Radford, 2003). Göstergebilimin matematik eğitimindeki temel işlevinin öğrencilerin matematiksel sembolleri yalnızca bir işlem aracı olarak kullanmalarının ötesine geçerek, bu sembollerin içerdiği anlamları derinlemesine kavramalarını sağlayabilmesi olarak ele alınabilir. Duval (2006), matematiksel gerekçelendirme süreçlerinde göstergebilim öğelerin etkin kullanımının, öğrencilerin argümanlarını daha açık ve anlaşılır bir şekilde ifade etmelerine önemli ölçüde katkı sağladığını belirtmiştir. Örneğin matematiksel muhakeme gerektiren bir problemin çözümünde kullanılan semboller veya ifadeler, göstergebilimin bir araç olarak öğrencilerin gerekçelerini görselleştirmelerine, sözle olarak ifade etmelerine ve desteklemelerine yardımcı olabilir. Bu bağlamda gerekçelendirmenin ve göstergebilim süreçlerinin, matematiksel muhakemenin yapılandırılmasında birbirini tamamlayan unsurlar olduğu ifade edilebilir.

Matematiksel muhakeme sırasında kullanılan semboller, ifadeler, şekiller ve grafikler gibi göstergebilim araçları, soyut kavramların daha somut ve anlaşılır hale gelmesine katkı sağlayabilir. Radu (2008), göstergebilim süreçlerinin öğrencilerin matematiksel argümanlarını daha iyi yapılandırmalarına olanak tanıdığını belirtmiştir. Özellikle matematiksel muhakemede bulunma süreçlerinde, göstergebilim araçları öğrencilerin gerekçelendirme kapasitelerini arttırabilir. Göstergebilim süreçleri, öğrencilerin matematiksel ilişkileri keşfetmelerini ve bu ilişkileri gerekçelendirmelerini destekler (Presmeg, 2006). Örneğin verilen bir grafik, öğrencilerin bu grafiğin özelliklerini kullanmalarına olanak tanıyabilir. Bu süreçte gerekçelendirme, grafik üzerindeki özelliklerin matematiksel kavramlarla ilişkilendirilmesi yoluyla gerçekleşebilir.

Matematik eğitiminde gerekçelendirme ve göstergebilim süreçlerini birleştirerek sunmak, öğrencilerin matematiksel muhakeme kapasitelerini arttırmada etkili olabilir (Presmeg vd., 2018). Örneğin öğrencilerin problemleri çözmeden önce problemlerle ilgili göstergebilim bir analiz yapmaları, çözüm sürecini daha sistematik hale getirebilir. Bu bağlamda gerekçelendirme ve göstergebilimin öğretim stratejilerinde bütünleştirilmesi, öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini daha derinlemesine geliştirmelerine olanak tanıyabilir. Matematik eğitimi araştırmalarında, göstergebilim çerçevesi genellikle kavramların oluşumu ve epistemolojik yapılarıyla ilişkilendirilerek incelenir (Iori, 2018;

Shahbari ve Tabach, 2020). Ancak bu çalışmanın odak noktası, zihinsel bir bileşen olarak değerlendirilen söylemler ile öğrencilerin matematiksel muhakeme becerileri arasındaki ilişkileri araştırmaktır. Muhakeme becerisinin, beyinde gerçekleştirilen muhakeme sürecinde göstergelerin ortaya çıkarılmasının bir güçlük olduğu bilinmektedir (Smit ve Birri, 2014). Bu bağlamda öğrencilerin muhakeme gerektiren problem çözümleri sırasında kullandıkları sözel göstergelerin zihinsel temsillerle bağlantısı ve bu göstergelerin matematiksel muhakeme bağlamındaki anlamlılığı incelenmektedir. Öğrencilerin geliştirdiği alternatif strateji ve çözümleri, matematiksel doğruluk açısından hızlı, etkili bir şekilde analiz etmek, değerlendirmek ve bu süreçte stratejilerin neden doğru ya da yanlış olduğunu açıklayabilmek için güçlü bir gerekçelendirme becerisi gerektirir (Ball vd., 2008). Dolayısıyla öğrencilerin problemlerin çözümlerinden sonra yaptıkları açıklamaların kullanmaları beklenen stratejiler noktasında gerekçelendirmelerini incelemektir. Öğrencilerin ortaya koyduğu gerekçeler genel olarak: kendine ait açıklama ile gerekçelendirmede bulundukları, kurallara bağlı gerekçelendirme, işlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme ya da belirsiz genel ifadeler ile gerekçelendirmelerde bulundukları söylenebilir.

2.3. İlgili Araştırmalar

Bu başlık altında matematiksel muhakeme ile ilgili yurt içi ve yurt dışında yer alan çalışmalara yer verilmiştir.

Ira vd. (2025), problem temelli öğrenme modelinin matematiksel muhakeme becerilerinin gelişimine olan etkisini incelemişlerdir. Araştırma, diziler ve seriler konusu kapsamında lise 10. sınıfta öğrenim gören 35 öğrenci ile gerçekleştirmişlerdir. Bu amaç doğrultusunda Matematiksel Muhakeme Testi (MMT) geliştirmişlerdir ve hem ön test hem de son test olarak uygulamışlardır. Matematik derslerini problem temelli öğrenme modeline uygun şekilde planlanmış ve yürütmüşlerdir. Verileri öğrencilerin test sonuçlarından ve öğretmenlerin görüşlerinden elde etmişlerdir. Problem temelli öğrenme modelinin matematiksel muhakeme becerilerini geliştirmede etkili olduğunu ortaya koymuşlardır. Öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerinde gözle görülür bir gelişim kaydetmişler ve problem temelli öğrenme modelinin öğretim süreçlerinde etkin bir araç olarak kullanılabileceği sonucuna ulaşmışlardır.

Valenta vd. (2024), çalışmalarını öğretmenlerin matematiksel muhakeme yapabilme olanaklarını nasıl sunduklarını ve öğrencilerin bu olanakları nasıl değerlendirdiklerini incelemek amacıyla dört farklı sınıf seviyesinde (4. sınıf, 6. Sınıf (2) ve 7. sınıf) gerçekleştirilen matematik derslerinin gözlemlenmesiyle gerçekleştirmişlerdir. Araştırmada, sınıf içi etkileşimleri (öğrencilerin grup çalışmaları, öğretmen-öğrenci diyalogu ve sınıf tartışmaları) video kayıtları ve transkriptler ile analiz ederek yürütmüşlerdir. Ayrıca çalışmalarında, dört tip öğretim durumunu; yeni matematiksel nesnelerin tanıtılması, prosedürlerin tanıtılması, alıştırmaya görevleri üzerinde çalışma ve problem çözme görevlerini analiz etmişlerdir. Bunun sonucunda derslerde öğrencilerin aktif olduğu bir sınıf ortamında matematiksel muhakeme ve gerekçelendirme süreçlerinin sınıf içi etkileşimlerde nasıl desteklendiğini göstermişlerdir. Örneğin öğrencilerden asal sayıları sınıflandırırken neden bir sayının asal olmadığını açıklamaları istenmiş ve böylece matematiksel iddialarını gerekçelendirmeleri sağlanmıştır. Ya da ondalık gösterimler ile işlem yaparken öğrencilerin her basamağın önemini anlamalarını sağlamak amacıyla tartışmalar yaptırılmıştır. Bu tür gerekçelendirme süreçlerinin öğrencilerin matematiksel kavramları daha derinlemesine anlamalarına yardımcı olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca matematiksel muhakeme ve gerekçelendirmenin, öğrencilerin matematiksel iddialarını yapılandırma ve doğrulamalarını ve derinlemesine anlamalarını sağlayan kritik süreç olduğunu bundan dolayı öğretmenlerin derslerde öğrencilerin sadece doğru cevabı vermek yerine düşünmelerine teşvik edici sınıf tartışmaları sırasında fikirlerini gerekçelendirmeleri gerektiğini ifade etmişlerdir.

Olsson ve Granberg (2024), çalışmalarında öğrencilerin problem çözme sürecinde yaratıcı matematiksel muhakemelerini destekleyen öğretmen-öğrenci etkileşimlerini incelemeyi amaçlamışlardır. Araştırmayı programlama ortamı olarak Scratch kullanımına dayalı olarak gerçekleştirilmişlerdir. Öğrencilere matematik bilgileri verilmeden üç problem sorulmuş ve kullanılan program ile grup olarak çözmeleri istenmiştir. Çalışmada Lithner (2008)'in yaratıcı matematiksel muhakeme çerçevesinde öğrencilerin problem çözme becerilerinin öğretmen etkileşimi ile olumlu olarak değiştiği sonucunu elde etmişlerdir.

Arnesen ve Rø (2024), ilkokulun dördüncü sınıfında geometri ve hacim konusunda öğretmen ile öğrencilerin bulunduğu sınıf ortamında öğretmen ve öğrenciler arasındaki etkileşimleri incelenmişlerdir. Öğretmen, sınıftaki otoriteyi öğrencilerle paylaşarak öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini desteklemeye çalışmıştır. Öğrencilere çeşitli

matematiksel görevler verilmiş ve bu görevler üzerinden sınıf tartışmaları yürütmüşlerdir. Matematiksel muhakemeyi ve gerekçelendirmeyi Jeannotte ve Kieran'ın (2017) kavramsal modeline dayanarak açıklamışlardır. Verileri sınıf içindeki tartışmaların gözlemlenmesi yoluyla toplamışlardır. Öğretmenin öğrencilerle olan etkileşimlerini kaydedilmiş ve bu etkileşimleri açık kodlama yöntemi kullanılarak analiz etmişlerdir. Öğretmen ve öğrenciler arasındaki etkileşimler, otoritenin nasıl paylaşıldığını ve bu süreçlerin öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerine nasıl katkı sağladığını anlamak amacıyla incelemişlerdir. Çalışmanın sonucunda sınıfta otorite paylaşımının öğrencilerin matematiksel muhakeme süreçlerini desteklediğini görmüşlerdir. Öğretmenin hem otoriteyi paylaşma hem de öğrencilerin doğru yönlendirilmesini sağlama arasında bir denge kurmaya çalıştığını vurgulamışlardır. Çalışmanın sonunda sınıf içinde otorite paylaşımının zorluklarına rağmen öğrencilerin aktif katılımının ve iş birliğinin matematiksel öğrenmeyi arttırdığı sonucuna varmışlardır.

Albaqawi, (2023), tümevarımsal ve tümdengelimsel matematiksel muhakeme düzeylerini belirlemeye yönelik ortaokul 8. sınıfta öğrenim gören 500 kız öğrenci ile çalışma yapmıştır. Araştırmasında öğrencilere 5'i tümevarımsal ve 5'i tümdengelimsel olmak üzere 10 çoktan seçmeli soru uygulamıştır. Genel olarak kız öğrencilerin sırasıyla matematiksel muhakeme (3,88), tümevarımsal matematiksel muhakeme (2,24) ve tümdengelimsel matematiksel muhakeme (1,64) düzeylerinin zayıf olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Angraini vd., (2023), Bruner' in öğrenme teorisine dayanarak ortaokul öğrencilerinin tümevarımsal matematiksel muhakeme öğretiminde öne çıkan genelleme ve analogik muhakemeyi içeren bir çalışma yapmışlardır. Çalışmada 8. sınıfta öğrenim gören 70 öğrenciye matematiksel muhakeme testi uygulanarak ve öğrencilerle görüşmeler yaparak verileri elde etmişlerdir. Öğrencilerin aritmetik dizi ve seriler konularında yüksek muhakeme becerisine sahip oldukları, geometrik dizi ve seriler konularında ise düşük muhakeme becerisine sahip oldukları ayrıca genelleme ve analogik tümevarımsal muhakeme yeteneklerinin oldukça iyi olduğu sonucuna varmışlardır.

Bai vd., (2023), araştırmalarında 8.sınıf öğrencilerinin üst düzey düşünme becerilerini Çin bağlamında değerlendirmesinin yapıldığı büyük ölçekli bir çalışma yapmışlardır. Bölgesel bir proje kapsamında 28153 öğrenciye matematik yetenekleri boyutunda (soyutlama ve genelleme, muhakeme ve ispat, problem çözme) ve Bloom taksonomisi bilişsel düzey boyutunda (analiz, değerlendirme ve yaratma) olmak üzere 15

maddeden oluşan bir test uygulamışlardır. Öğrencilerin bu boyutlarda en düşük düzeyde puanlara sahip oldukları ayrıca cinsiyet değişkeninin üst düzey düşünme becerisi üzerinde herhangi bir etkisinin olmadığı sonucuna ulaşmışlardır.

Rohati vd., (2023), 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde matematiksel muhakeme (akıl yürütme) davranışlarını incelemişlerdir. Çalışmalarını Jambi Eyaleti'nde bulunan üç farklı ortaokulda öğrenim gören 8. sınıfa giden toplam 18 öğrenci ile yürütmüşlerdir. Öğrencilerin seçiminde ise matematik öğretmenlerinden görüş alınarak matematik yetenekleri düşük, orta ve yüksek olan altışar öğrenci seçmişlerdir. Öğrencilerin matematiksel muhakeme davranışlarını değerlendirmek için taklitsel muhakeme, algoritmik muhakeme ve yaratıcı muhakeme becerilerini ölçüt almışlardır. Bu doğrultuda üç soru hazırlayarak her bir öğrenci ile bireysel görüşmüşlerdir. Verileri nitel yolla öğrencilerin düşüncelerini derinlemesine anlamak ve yorumlamak için tercih etmişlerdir. Öğrencilerle mülakatlar yaparak ve öğrencilerin yazılı olarak verdikleri cevapları değerlendirmişlerdir. Çalışmaya katılan öğrencilerden altı tanesi taklitsel muhakeme (kendi kuralını seçme ve yaratıcı düşünme konusunda sınırlı davranıp öğretmenin yönlendirmesi ile doğru sonuca varma davranışı sergileme) yolu ile problemleri çözmüştür. Öğrencilerden dokuz tanesi algoritmik muhakeme (belirli kurallar ve prosedürleri izlemiş ve belirli algoritmayı hatırlayıp doğru sonuca varma davranışı sergileme) yolu ile problemleri çözmüşlerdir. Toplam üç öğrenci yaratıcı muhakeme (yeni kurallar ve stratejiler geliştirerek doğru sonuca varma davranışı sergileyerek) yolu ile matematiksel problemlere farklı bakış açısı getirerek yaratıcı çözümler üretmişlerdir. Çalışmaya katılan öğrencilerin matematiksel muhakeme davranışlarını sergilemede zorluk yaşadıklarını ve çözüm stratejisi geliştirme konusunda desteklenmeye ihtiyaçları olduğu sonucuna varmışlardır.

Arslan ve Özaydın (2023), matematik öğretmen adaylarının matematiksel muhakeme etme öz yeterlilik inançlarını değerlendirmeyi amaçlamışlardır. Çalışmalarında Mumcu (2019) tarafından hazırlanan "Matematiksel Muhakeme Öz-Yeterlik Ölçeği", Arslan (2007), Öz (2017), Atlıhan (2021) ve araştırmacılar tarafından hazırlanan "Matematiksel Muhakeme Etme Problemleri" ve Alkan ve Taştan (2011) tarafından hazırlanan "Matematiksel Muhakeme Etme Göstergeleri Tablosu" veri araçlarını kullanılmışlardır. Çalışmada 37 kadın 14 erkek olmak üzere toplam 51 matematik öğretmen adayıyla çalışmışlardır. Matematiksel İlişkilendirme dersinde önce öz-yeterlilik ölçeğini doldurmalarını ardından problemleri çözmelerini ve son olarak problemlerin gösterge tablosundaki yerlerini belirlemelerini

istemişlerdir. Araştırmalarının sonuçlarına göre matematik öğretmen adaylarının matematiksel muhakeme öz yeterliklerinin genel olarak ölçek ortalamasının üzerinde olduğunu bulmuşlardır. Öğretmen adaylarının yaratıcı düşünme alt boyutunda daha düşük, ilişkilendirme alt boyutunda ise daha yüksek öz yeterlilik düzeylerine sahip olduklarını ortaya çıkarmışlardır. Ancak matematik problemlerinde matematiksel muhakeme etme göstergelerini belirleme konusunda öğretmen adaylarının yeterince başarılı olmadığını gözlemlenmişlerdir. Ayrıca matematiksel muhakeme etme öz yeterlik düzeylerinin matematiksel muhakeme etme problemlerinde yer alan göstergeleri belirleme yetenekleri arasında anlamlı bir etkisinin olduğunu belirlemişlerdir. Bu bulgular, matematik öğretmen adaylarının matematiksel muhakeme becerilerini geliştirmek için eğitim programlarının ve öğretim stratejilerinin gözden geçirilmesi gerektiğini işaret etmektedir.

Koçyiğit ve Yenilmez (2022), bir meslek lisesinin 10. sınıfındaki 48 öğrenci üzerinde yaptıkları bir araştırmada matematiksel muhakeme becerilerini STEAM odaklı öğretim ile incelemişlerdir. Araştırma, ikinci dereceden denklemler ve fonksiyonlar bağlamında ön-test olarak Kaya (2015) "Cebirsel Muhakeme Değerlendirme Aracı" ve son-test olarak araştırmacılar tarafından hazırlanan "Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Aracı" kullanmışlardır. Eylem araştırması tasarımı benimsemişlerdir. Veri analizi sonucunda, STEAM odaklı eğitimin öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerinin gelişimine katkı sağladığını görmüşlerdir. Bu bağlamda çalışmalarında, matematik derslerinde STEAM eğitiminin yaygınlaştırılmasını önermişlerdir.

Alphayta (2022), 8.sınıf öğrencilerinin geometrik muhakeme becerileri ile geometrik muhakeme öz-yeterlilik algıları arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Karma yöntem kullanarak araştırmayı iki aşamada yürütmüştür. Çalışmanın birinci aşaması 2020-2021 eğitim-öğretim yılında 595 öğrenci ile ikinci aşaması ise amaçlı örnekleme yöntemiyle 40 öğrenci ile gerçekleştirmiştir. Birinci aşamada Karpuz (2018) tarafından geliştirilen "Geometrik Muhakeme Öz-Yeterlilik Algısı" ölçeğini kullanmış, geometrik muhakeme düzeyleri için ise araştırmacı tarafından geliştirilen beceri testini kullanmıştır. Bu araştırma sonucunda, öğrencilerin geometrik muhakeme öz-yeterlilik algılarının yüksek olduğu ancak geometrik muhakeme beceri düzeylerinin düşük olduğunu tespit etmiştir. Ayrıca öğrencilerin geometrik muhakeme öz-yeterlilik algıları ile geometrik muhakeme beceri düzeyleri arasında anlamlı ve orta düzeyde bir ilişki olduğunu belirtmiştir. Bu bulgular doğrultusunda öğrencilerin geometrik muhakeme becerilerini neden geliştiremedikleri konusunda daha

derinlemesine analizler yapılması gerektiğini vurgulamıştır. Geometrik muhakeme becerilerinin geliştirilmesine yönelik olarak öğrencilere etkinliklerin veya öğrenme ortamlarının tasarlanabileceği ve bu etkinliklerin/öğrenme ortamlarının etkisinin yarı deneysel çalışmalarla araştırılabileceğini önermiştir. Bu öneriler, geometrik muhakeme becerilerinin öğrenciler arasında daha etkili bir şekilde geliştirilmesi için ileriye dönük çalışmaların yapılmasına olanak tanımaktadır.

Masturi vd., (2022), öğretmenlerin öğrencilere görev vererek onların matematiksel muhakeme yapmaya teşvik etme davranışlarını araştırmışlardır. Çalışmalarında 8. ve 9. sınıf öğrencilerine 3 soru yöneltilmişler ve öğretmenlerin derslerini video ile kayıt altına alınarak analiz etmişlerdir. Ders esnasında öğrencilere genelleme ve karar verme sorularını yöneltilmesi gerektiğini ifade etmişlerdir. Öğretmenlerin muhakeme gerektiren sorular ile öğretim yapmaları öğrencilerin muhakeme becerilerinin geliştirileceği sonucuna varmışlardır. Dolayısıyla öğrencilere genelleme ve karar vermeye yönelik soruların ve problemlerin verilmesi gerektiğini önermişlerdir.

Kutluca ve Tum (2021), farklı öğrenme yolları kullanılarak zenginleştirilmiş öğrenme ortamında işbirlikli, heterojen olan, orta düzey matematik başarısına sahip ve 7. sınıfta öğrenim gören 23 öğrenci gruplarıyla çalışmışlardır. Zenginleştirilmiş öğrenme ortamında kesirler ve tamsayılar konularının öğretiminde teknoloji destekli uygulamalar, eğitsel oyunlar, somut materyaller, karikatürler kullanarak, günlük yaşam ile ilişkilendirilerek biçimde yapıcı tartışmalar yaparak 6 haftalık öğretimin matematiksel muhakeme becerisine ve problem çözmeye yönelik tutumlarını incelemişlerdir. Çalışmalarında nicel araştırma yaklaşımlarından öntest-sontest deneysel desen kullanmışlardır. Verileri Erdem (2015), "Matematiksel Muhakeme Testi (MMT)" ve Çanakçı (2008), "Matematik Problemi Tutum Ölçeği (MPÇTÖ)" verdikleri cevaplardan analiz etmişlerdir. Çalışma sonucunda öğrencilerin matematik muhakeme beceri düzeylerinin anlamlı düzeyde geliştiği ve matematik problemi çözme tutumlarını anlamlı düzeyde iyileştirdiği fakat Kolb'un öğrenme stilleri yönünden muhakeme becerisinin gelişiminde farklılaşmanın olmadığı sonucuna ulaşmışlardır.

Çoban (2019), ortaokul 6. sınıf matematik dersinde farklılaştırılmış öğretim tasarımı uygulanmasının öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerine, bilişötesi öğrenme stratejilerini kullanma düzeylerine ve problem çözme başarılarına etkisini inceleyen bir araştırma yapmıştır. Araştırmanın nicel verilerini "Matematiksel Muhakeme Değerlendirme

Ölçeği", "Bilişötesi Ölçeği" ve "Problem Çözme Başarı Testi" kullanılarak toplamıştır. Nitel verilerini ise "Yapılandırılmış Görüşme Formu" ile elde etmiştir. Öğrencilerin bilişötesi öğrenme stratejilerini belirlemek için ise Yıldız, Akpınar, Tatar ve Ergin (2009) tarafından geliştirilen "Bilişüstü Ölçeği"ni kullanmıştır. Öğrencilerin problem çözme başarılarını ölçmek amacıyla ise araştırmacı tarafından geliştirilen "Problem Çözme Başarı Testi" kullanmıştır. Araştırmanın bir diğer bileşeni ise öğrencilerin farklılaştırılmış öğretim uygulamasıyla ilgili görüşlerini, tutumlarını ve uygulama sürecine ilişkin deneyimlerini anlamak için kullanılan "Yapılandırılmış Görüşme Formu" olmuştur. Bu veri araçları aracılığıyla yaptığı çalışma, öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerini, bilişötesi öğrenme stratejilerini kullanma düzeylerini, problem çözme başarılarını ve farklılaştırılmış öğretim uygulamasına yönelik görüşlerini kapsamlı bir şekilde incelemeyi amaçlamıştır. Araştırma sonuçlarına göre, farklılaştırılmış öğretim yönteminin öğrencilerin bilişötesi öğrenme stratejilerini kullanma düzeyleri üzerinde sınırlı da olsa olumlu bir etkisi olduğunu görmüştür. Ayrıca farklılaştırılmış öğretimin, öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerini olumlu yönde etkilediği ve problem çözme başarıları üzerinde gruplara göre değişen etkilere sahip olduğunu belirlemiştir. Öğrencilerin farklılaştırılmış öğretim ile ilgili görüşleri ise genel olarak olumlu yönde olduğunu belirlemiştir.

Erdem vd. (2019), kırsal bölgede dezavantajlı ve farklı sınıf seviyelerinde öğrenim gören öğrencilerin matematiksel muhakeme becerileri ile matematiksel tutumlarını geliştirmek amacıyla zenginleştirilmiş öğrenme ortamının etkisini incelemiştir. Katılımcıları 5. sınıfta öğrenim gören 17 öğrenciden ve 6. sınıfta öğrenim gören 18 öğrenciden oluşturmuşlardır. Verileri kesirler konusunun öğretiminde ön-test, son-test ve grup çalışmaları yoluyla elde etmişlerdir. Çalışmalarının sonucunda öğrencilerin zenginleştirilmiş öğrenme ortamının matematiksel muhakeme becerilerinde pozitif yönde anlamlı bir gelişme olduğunu fakat sınıf/yaş faktörünün anlamlı bir etkisinin olmadığını belirtmişlerdir. Matematiksel tutum yönünden anlamlı bir iyileşme olmadığını tespit etmişlerdir.

Taş ve Yöndemli (2018), ortaokul düzeyindeki öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerine zekâ oyunlarının etkisini incelenmiştir. Araştırmacılar, 8. sınıfa giden 10 kız, 10 erkek, 20 öğrenciye 10 hafta boyunca haftada iki kez olmak üzere zekâ oyunları oynatmışlardır. Verilerin toplanması için Erdem (2011) tarafından hazırlanan "Matematiksel Muhakeme Beceri Düzeyi Belirleme Ölçeği"ni kullanmışlardır. Bulguları desteklemek

amacıyla araştırmacı ve öğrenci günlüklerini de kullanmışlardır. Araştırmalarının sonucunda, zekâ oyunlarının ortaokul öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerilerini olumlu yönde etkilediği belirlenmiştir. Bu bulgular, öğrencilerin geleneksel problem çözme kalıplarının ötesine geçerek daha karmaşık muhakeme gerektiren problemlerle uğraşmalarının matematiksel muhakeme becerilerini geliştirebileceğini göstermektedir. Bu bağlamda, öğrencilerin matematik öğrenme ortamlarında zekâ oyunları gibi muhakeme becerilerini teşvik eden aktivitelerle karşılaşmalarını ve bu tür etkinliklere daha fazla yer verilmesini önermişlerdir. Bu yaklaşımla öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerinin yanı sıra problem çözme yeteneklerini de güçlendirebileceğini ve daha derin anlamalarına katkı sağlayabileceğini ifade etmişlerdir.

Erdem ve Soylu (2017), matematiksel muhakeme yeteneğinin yaş ilerledikçe gelişip gelişmediğini ve cinsiyete göre farklılaşıp farklılaşmadığını araştırmışlardır. Çalışmalarını Türkiye'nin farklı illerinde, farklı sosyo-ekonomik çevrelerden ortaokul ve liseye devam eden 409 (8., 9. ve 10. sınıf) öğrenci ile yürütmüşlerdir. Veri toplama aracı olarak “Matematiksel Akıl Yürütme Testi” kullanmışlardır. Araştırmaları sonucunda yaş arttıkça matematiksel muhakemenin geliştiğini ve erkek öğrencilerin matematiksel muhakemede kız öğrencilerden önemli ölçüde daha iyi performans gösterdiğini belirlenmiştir. Matematiksel muhakemeyi geliştirmek için toplumda cesaret kırıcı tutumlar yerine kadınların matematiğe ilgi duymalarını sağlayacak teşvik edici adımlar atmayı ve öğrencileri öğrenimleri boyunca cevap seçeneği olmayan açık uçlu formatta daha üst düzey problemler çözmelerini önermişlerdir.

Erdem (2016), 8.sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme ile okuduğunu anlama becerileri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Bu doğrultuda 748 katılımcıya matematiksel muhakeme ve okuduğunu anlama testleri uygulamıştır. Verilerin analizi sonucunda matematiksel muhakeme ve okuduğunu anlama becerileri arasında pozitif yönde anlamlı ilişkinin olduğunu belirlemiştir. Ortaya çıkan ilişkiden hareketle Matematik ve Türkçe gibi derslerde öğrencilerin matematiksel muhakeme ve okuduğunu anlama becerilerinin daha etkin kullanılması ve geliştirilmesi gerektiğini ifade etmiştir.

Erdem (2015), 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerilerini geliştirmek için zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamı tasarlamış ve bu ortamın etkililiğini incelemiştir. Araştırmada ön test-son test kontrol gruplu yarı deneysel desen ve veri toplama aracı olarak Matematiksel Muhakeme Beceri Testi (MMBT) kullanmıştır. Ayrıca öğrencilerin ve

öğretmenlerin zenginleştirilmiş öğrenme ortamına ilişkin görüşlerini belirlemek için yarı yapılandırılmış görüşme formları kullanmıştır. Araştırma sonucunda, deney grubundaki öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerinin kontrol grubuna göre anlamlı düzeyde geliştiğini belirtmiştir. Öğretmen ve öğrencilerin zenginleştirilmiş öğrenme ortamına yönelik görüşlerinin olumlu olduğunu tespit etmiştir. Bu çalışma ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarının matematiksel muhakeme becerilerini geliştirmede etkili bir yöntem olduğunu göstermiştir.

Erdem (2011), 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerileri ile olasılıksal muhakeme becerileri düzeylerini ve bu beceriler arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Araştırmayı 167 öğrenci ile gerçekleştirmiştir. Literatürden yararlanarak “Matematiksel Muhakeme Beceri Düzeyi Belirleme Ölçeği” ve “Olasılıksal Muhakeme Beceri Düzeyi Belirleme Ölçeği” geliştirip veri toplama aracı olarak kullanmıştır. Araştırmada katılımcı öğrencilerin matematiksel muhakeme becerileri ile olasılıksal muhakeme becerilerinin genel olarak orta düzeyde olduğunu tespit etmiştir. Ayrıca bu iki beceri arasında pozitif yönlü ve yüksek düzeyde bir ilişki olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Pilten (2008), matematik dersi problem çözme sürecinde kullanılan üstbiliş dayalı öğretimin 5. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakemelerinin gelişimi üzerindeki etkilerini araştırmıştır. Dokuz hafta boyunca 66 öğrenciye (32 deney grubu, 34 kontrol grubu) deneysel çalışma yapmıştır. Üst biliş dayalı öğretimin öğrencilerin uygun muhakemeyi belirleme ve kullanma, matematiksel bilgileri ve örüntüleri tanıma ve kullanma, tahmin etme, çözüme ilişkin mantıklı tartışmalar geliştirme, genelleme yapma, rutin olmayan problemleri çözme ve matematiksel muhakeme becerilerini geliştirmede daha etkili olduğu sonucu elde etmiştir.

Mandacı-Şahin (2007), 8. Sınıf öğrencilerinin Matematiksel Güç (MG) düzeylerini belirlemek amacıyla çalışmayı gerçekleştirmiştir. MG'yi değerlendirmek amacıyla geçerliliği ve güvenilirliği olan çoktan seçmeli ve açık uçlu sınavlar geliştirmiştir. Çalışmasını 62 öğrencinin katılımıyla ile özel durum çalışması olarak gerçekleştirmiştir. Öğrencilerin çoğunun problem çözme, muhakeme, ilişkilendirme ve iletişim gibi MG boyutlarında sıkıntılar yaşadığı bu nedenle istenilen düzeyde başarıya ulaşamadıkları sonucuna varmıştır.

Henningsen ve Stein (1997), sınıf içi etkenlerin öğrencilerin üst düzey matematiksel muhakeme yapmalarını etkileyen faktörleri incelemiştir. 1990-1993 yılları arasında dört

farklı ortaokuldan seçilen öğretmenlerin matematik derslerinde gözlemler ve video kayıtları doğrultusunda, 144 dersi analiz etmişlerdir. Bu bağlamda 58 üst düzey bilişsel talep içeren matematiksel görevi analiz ederek ezberleme; formül, algoritma veya prosedürlerin kavramsal bağlantı olmadan kullanılması; formül, algoritma veya prosedürlerin kavramsal bağlantılarla kullanılması ve matematik yapma (problem oluşturma, tahmin yürütme, gerekçelendirme ve açıklama gibi süreçleri içeren yüksek düzeyde bilişsel etkinlikler) olmak üzere dört kategori altında kodlamışlardır. Öğrencilerin üst bilişsel düzeyde matematiksel düşüncelerini sürdürebilmeleri için ön bilgiye dayalı görevler, rehberlik desteği, yeterli süre, yüksek performansın modellenmesi ve açıklama yapmaya teşvik edilme gibi unsurların kritik olduğunu ortaya koymuşlardır. Bununla birlikte görevlerin zorluk seviyesinin düşürülmesi, yalnızca doğru cevaba odaklanması, yetersiz süre ayrılması ve sınıf yönetimi sorunlarının öğrencilerin muhakeme süreçlerine zarar verdiğini tespit etmişlerdir.

Niem (1996), öğrencilerin matematiksel kavramsal anlayışlarını değerlendirmek için matematiksel muhakeme ve gerekçelendirme becerilerini temsiller, problem çözme süreçleri ve açıklamalar aracılığıyla belirlemeyi amaçlamıştır. 5. sınıfta öğrenim gören 540 öğrencinin derslerinde özellikle kesir kavramına yönelik becerileri nasıl geliştirdiklerini ve kavramsal anlamlandırma süreçlerinde ne tür zorluklar yaşadıklarını incelemiştir. Temsilleri etkin şekilde kullanabilen öğrencilerin, problem çözme ve matematiksel gerekçelendirme görevlerinde daha başarılı olduklarını, yalnızca işlemsel yeterlilik kazanmalarının kavramsal anlayışı desteklemede yetersiz kaldığını ifade etmiştir. Bu nedenle öğretmenlerin gerekçelendirme ve açıklama süreçlerini matematik öğretiminin ayrılmaz bir parçası haline getirmeleri gerektiği sonucuna ulaşmıştır. Ayrıca matematiksel muhakeme becerilerini güçlendirmek için yapılandırılmış öğretim stratejilerinin gerekli olduğu sonucuna varmıştır.

Matematiksel muhakeme üzerine yapılan bu araştırmalar, genellikle öğrencilerin matematiksel düşünme, problem çözme, gerekçelendirme ve yaratıcı düşünme becerilerini nasıl geliştirdiğini ortaya koymayı amaçlamaktadır. Çalışmaların çoğu sınıf içi etkileşimlerin, öğretim stratejilerinin, öğretmen-öğrenci etkileşimlerinin ve farklı öğretim yöntemlerinin öğrencilerin matematiksel muhakeme becerileri üzerindeki etkisini incelemiştir. Genel olarak bu çalışmalar, matematiksel muhakeme süreçlerinin geliştirilmesi için öğretim stratejilerinin, sınıf ortamlarının ve etkinliklerin titizlikle tasarlanması gerektiğini vurgulamaktadır. Araştırmalar matematiksel muhakemenin desteklenmesinde etkili yaklaşımların, öğrencilerin matematiksel kavrayışlarını derinleştirmede ve problem

özme becerilerini geliştirmede kritik bir rol oynadığını ortaya koymuşlardır. Bu bağlamda yapılandırılmış öğrenme ortamları ve etkinlikler öğrencilerin analitik düşünme, genelleme yapma ve gerekçelendirme gibi üst düzey bilişsel becerilerini etkin bir şekilde destekleyebilecek araçlar olarak değerlendirilmektedir. Dolayısıyla matematiksel muhakeme becerilerinin karmaşık yapısı ve bu becerilerin ortaya konulmasında kullanılabilir göstergelerin ortaya konulmasına ilişkin gereksinim ilgili araştırmanın yapılmasında etkili olmuştur. Bu doğrultuda matematiksel muhakeme süreçlerini daha iyi anlamak ve değerlendirmek amacıyla belirleyici göstergelerin sistematik bir şekilde incelenmesi hem teorik hem de uygulamalı çalışmalarda öncelikli bir araştırma olarak öne çıkması beklenmektedir.



3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın deseni, katılımcılara yönelik bilgiler sunulmuştur.

3.1. Araştırma Deseni

Araştırmada betimsel araştırma deseni kullanılmıştır. Bu desende var olan durumu gözlemek ve müdahale etmeden araştırılan konuya yönelik inceleme söz konusudur. (Yıldırım ve Şimşek, 2021). Bu araştırmada, sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme süreçlerinin mevcut durumunu anlamak ve sistematik bir şekilde analiz etmek amacıyla betimsel araştırma deseni kullanılmıştır. Bu desen, araştırmacının herhangi bir müdahalede bulunmaksızın olguları gözlemleyerek ve araştırmaya uygun araçlarla veri toplamasına ve kapsamlı bir inceleme yapmasına olanak tanır.

3.2. Katılımcılar

Araştırmanın katılımcılarını, Doğu Anadolu Bölgesi'ndeki bir ilin üç devlet ortaokulunda öğrenim gören 292 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Öğrencilerin liselere giriş sınavına girecek olmaları, araştırmanın uygulanması açısından avantajlı bir durum teşkil etmektedir. Zira bu sınavda öğrenciler matematik dersine ilişkin tüm kazanımlardan sorumlu olduklarından dolayı matematiksel kazanımları öğrenme ve matematiksel kazanımlarda muhakeme gerektiren problemleri çözmeleri gerektiği bilincinde olmaları beklenmektedir. Araştırmaya katılan okullar, İl Millî Eğitim Müdürlüğüne danışılarak maksimum çeşitlilik örnekleme yöntemi ile seçilmiş olup sosyo-ekonomik çevre ve başarı açısından farklı (biri düşük, biri orta, biri yüksek) üç ortaokuldan sekizinci sınıf öğrencileri çalışmaya dahil edilmiştir. Bu yöntemin temel amacı, nispeten küçük bir örneklem içinde, araştırılan problemle ilgili taraf olma potansiyeline sahip bireylerin çeşitliliğini en yüksek düzeyde temsil etmektir (Büyüköztürk vd., 2016; Patton, 2002). Araştırma etiği gereği, katılımcıların kimlik bilgileri gizli tutulmuş ve kendilerine Ö1, Ö2, Ö3, şeklinde kodlar verilmiştir.

Tablo 3.1. *Katılımcıların özellikleri*

Cinsiyet	Öğrenci Sayısı
Kız	149
Erkek	143

Tablo 3.1’de araştırmaya dahil edilen öğrenci dağılımları incelendiğinde 292 katılımcının 149’unun yani %51’nin kız öğrencilerin, 143’ünün yani %49’unun erkek öğrencilerin oluşturduğu görülmektedir. Araştırmanın gerçekleştirildiği öğrenci grubu, sosyo-ekonomik düzey ve başarı açısından düşük, orta ve yüksek kategorilere ayrılmış bir çeşitlilik sergilemektedir. Bu çeşitlilik öğrencilerin akademik başarılarını değerlendirmede daha kapsamlı bir perspektif sunmaktadır. Öğrencilerin başarı düzeyleri öğretmen görüşleri temel alınarak incelenmiştir. Genel olarak başarılarının orta düzeyde seyrettiği ancak yüksek başarı gösteren öğrencilerin de bulunduğu tespit edilmiştir. Uygulamanın yapıldığı okullar karma bir yapıya sahip olup öğrenci profili açısından geniş bir çeşitlilik sunmaktadır. Bu durum farklı sosyo-ekonomik ve öğrenme ihtiyaçlarına sahip öğrencilerin bir arada bulunduğu zengin bir eğitim ortamı sağlamaktadır. Araştırmanın bu tür çeşitlilik içeren bir bağlamda yürütülmesi elde edilen bulguların farklı öğrenci gruplarına uyarlanabilirliğini artırmakta ve çalışmanın genellenebilirliğine katkıda bulunmaktadır.

3.3. Veri Toplama

3.3.1. Matematiksel muhakeme testinin geliştirilmesi

3.3.1.1. Problem havuzunun oluşturulması

Ölçme işleminin ilk adımı, ölçülecek özelliğin doğru bir şekilde tanımlanmasıdır (Tezbaşaran, 2008). Bu doğrultuda, literatürde yer alan muhakeme becerileri incelenmiş ve benzer özellikler gösteren beceriler, belirli boyutlar altında bir araya getirilerek ölçeğin geliştirilme süreci başlatılmıştır. Problemlerin hazırlanmasında kullanılan boyutlar şunlardır:

- Karşılaşılan bir problem durumunda, verilen ve istenen bilgileri belirleyip çözüme yönelik uygun stratejileri seçebilme ve kullanabilme. Farklı muhakeme türlerinden uygun olanını seçme ve kullanabilme.

- Matematiksel yapı, nesne ve örüntüler arasındaki ilişkileri fark etme ve bunları kullanabilme.
- Gerçek yaşamla ilgili problemleri çözebilme ve matematiksel kuralları rutin olmayan ve karmaşık durumlara uygulayabilme.
- Doğru gerekçeler sunarak mantıklı tahminlerde bulunabilme.
- Çözümlerin uygunluk ve doğruluğunu değerlendirebilme.
- Aynı verinin farklı gösterimlerini karşılaştırma ve eşleştirme yeteneği.
- Verilen bir modelin matematiksel yapısının her durumda geçerli olup olmadığını belirleyebilme ve bu yapıyı daha genel ifadelerle açıklayabilme (NCTM, 2000; MEB 2018; TIMSS 2019, 2023; PISA, 2022).

Boyutlar belirlendikten sonra, bu boyutlara uygun olarak bazı problemler ilgili literatürden (MEB, 2020), bazı problemler ortaokul matematik kitaplarından da yararlanılarak araştırmacı tarafından geliştirilen toplam 22 problemten oluşan bir problem havuzu oluşturulmuştur. Yapılan bazı süreçlerden sonra 17 problemten oluşan nihai testteki her bir probleme ilişkin konuların ve kazanımların dağılımı Tablo 3.2’de sunulmuştur.

Tablo 3.2. *MMT’ye ilişkin konular ve kazanımlar*

Problem numarası	Konular	Kazanımlar
1	Çarpanlar ve Katlar	M.8.1.1.2. İki doğal sayının en büyük ortak bölenini (EBOB) ve en küçük ortak katını (EKOK) hesaplar, ilgili problemleri çözer.
2	Çarpanlar ve Katlar	M.8.1.1.2. İki doğal sayının en büyük ortak bölenini (EBOB) ve en küçük ortak katını (EKOK) hesaplar, ilgili problemleri çözer.
3	Kareköklü İfadeler	M.8.1.3.2. Tam kare olmayan kareköklü bir sayının hangi iki doğal sayı arasında olduğunu belirler. M.8.1.3.3. Kareköklü bir ifadeyi $a\sqrt{b}$ şeklinde yazar ve $a\sqrt{b}$ şeklindeki ifadede katsayıyı kök içine alır. M.8.1.3.4. Kareköklü ifadelerde çarpma ve bölme işlemlerini yapar.
4	Kareköklü İfadeler	M.8.1.3.2. Tam kare olmayan kareköklü bir sayının hangi iki doğal sayı arasında olduğunu belirler. M.8.1.3.3. Kareköklü bir ifadeyi $a\sqrt{b}$ şeklinde yazar ve $a\sqrt{b}$ şeklindeki ifadede katsayıyı kök içine alır. M.8.1.3.4. Kareköklü ifadelerde çarpma ve bölme işlemlerini yapar.

Tablo 3.2. (Devam) MMT'ye ilişkin konular ve kazanımlar

5	Kareköklü İfadeler	M.8.1.3.1. Tam kare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirler. M.8.1.3.5. Kareköklü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapar.
6	Veri Analizi	M.8.4.1.1. En fazla üç veri grubuna ait çizgi ve sütun grafiklerini yorumlar. M.8.4.1.2. Verileri sütun, daire veya çizgi grafiği ile gösterir ve bu gösterimler arasında uygun olan dönüşümleri yapar.
7	Cebirsel İfadeler ve Özdeşlikler	M.8.2.1.2. Cebirsel ifadelerin çarpımını yapar. M.8.2.1.4. Cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırır.
8	Cebirsel İfadeler ve Özdeşlikler	M.8.2.1.2. Cebirsel ifadelerin çarpımını yapar. M.8.2.1.4. Cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırır.
9	Doğrusal Denklemler	M.8.2.2.1. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.
10	Doğrusal Denklemler	M.8.2.2.4. Doğrusal denklemlerin grafiğini çizer. M.8.2.2.6. Doğrunun eğimini modellerle açıklar, doğrusal denklemleri ve grafiklerini eğimle ilişkilendirir. M.8.3.1.5. Pisagor bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer.
11	Eşitsizlikler	M.8.2.3.3. Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri çözer.
12	Doğrusal Denklemler	M.8.2.2.6. Doğrunun eğimini modellerle açıklar, doğrusal denklemleri ve grafiklerini eğimle ilişkilendirir.
13	Üçgenler	M.8.3.1.2. Üçgenin iki kenar uzunluğunun toplamı veya farkı ile üçüncü kenarının uzunluğunu ilişkilendirir.
14	Üçgenler	M.8.3.1.5. Pisagor bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer. M.8.1.1.2. İki doğal sayının en büyük ortak bölenini (EBOB) ve en küçük ortak katını (EKOK) hesaplar, ilgili problemleri çözer. M.8.2.2.6. Doğrunun eğimini modellerle açıklar, doğrusal denklemleri ve grafiklerini eğimle ilişkilendirir.
15	Dönüşüm Geometrisi	M.8.3.2.1. Nokta, doğru parçası ve diğer şekillerin öteleme sonucundaki görüntülerini çizer. M.8.3.2.3. Çokgenlerin öteleme ve yansımalar sonucunda ortaya çıkan görüntüsünü oluşturur.
16	Geometrik Cisimler	M.8.3.4.4. Dik dairesel silindirin hacim bağıntısını oluşturur; ilgili problemleri çözer.

Tablo 3.2. (Devam) MMT'ye ilişkin konular ve kazanımlar

17	Geometrik Cisimler	M.8.3.4.2. Dik dairesel silindirin temel elemanlarını belirler, inşa eder ve açılımını çizer.
		M.8.3.4.3. Dik dairesel silindirin yüzey alanı bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer.

Literatürde, muhakeme becerilerini değerlendirmek için farklı türde problemlerin kullanılmasının gerekliliği vurgulanmaktadır. Lannin (2004), muhakeme becerilerinin değerlendirilmesinde çeşitli problem türlerinin kullanılmasının, öğrencilerin farklı muhakeme yollarını keşfetmelerine olanak sağladığını belirtmektedir. Öğrencilere sınav değerlendirmesi yapılırken açıklama yapma fırsatı tanındığında hem yöntemsel hem de işlemsel özellikleri ortaya çıkarma ve kavramsal eksiklikleri fark etme, bu eksiklikleri tamamlama açısından kısmi avantajlar sunabilir. Genel olarak bakıldığında güvenli bir sınav sistemi olmamakla birlikte anılan avantajlarından dolayı çoktan seçmeli sınavlar öğretmenler tarafından ve ulusal ve uluslararası sınavlarda sıklıkla tercih edilmektedir (Struyven vd., 2005; Simkin ve Kuechler, 2005). Ayrıca bu tür problemler hazırlanırken, yalnızca doğru seçeneği işaretlemeleri beklenen durumlarda dahi, öğrencilerden yaptıkları işlemleri yazılı olarak açıklamaları istenebilir. Bu sayede, öğrencilerin problem çözme becerilerinin yanı sıra, muhakeme yetenekleri, genelleme yapabilme, ilişkilendirme ve iletişim becerilerinin hangi düzeyde olduğu daha ayrıntılı şekilde ortaya konulabilir (Clarke, 1998). Bu bağlamda, çoktan seçmeli problemlerin yanıtlarının gerekçelendirilmesi, öğrencilerin kavramsal anlama düzeylerini değerlendirmek için önemli bir araç olabilir. Açıklama gerektiren yanıtlar, öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini görünür kılarak becerilerini desteklenebilir. Böylece, öğrencilerin yalnızca doğru cevaba ulaşmaları değil aynı zamanda çözüm süreçlerini mantıksal bir çerçevede yapılandırılmaları teşvik edilebilir.

3.3.1.2. Uzman görüşünün alınması

Ölçek geliştirme sürecinde, kapsam geçerliğini sağlamak amacıyla uzman görüşlerine başvurulmuştur. Uzman görüşlerinin değerlendirilmesinde Davis tekniği kullanılmıştır. Bu teknik, uzman görüşlerinden elde edilen verileri, kapsam geçerlilik indeksi ve kapsam

geçerlilik oranı gibi istatistiksel yöntemlerle sayısal hale getirerek analiz edilebilir bir formata dönüştürmek amacıyla uygulanmaktadır.

Davis tekniğinde uzman görüşleri dört puanlama anahtarı kullanılarak derecelendirilmesi yapılır;

- a. Madde uygun
- b. Madde biraz gözden geçirilmeli
- c. Madde ciddi şekilde gözden geçirilmeli
- d. Madde uygun değil

“Madde uygun”(a) ve “Madde biraz gözden geçirilmeli” (b), puanlarını işaretleyen uzmanların sayısının toplam uzman sayısına oranı hesaplanarak maddeye ilişkin kapsam geçerlilik indeksi bulunmaktadır ve bu değerin .80’ den büyük olması beklenmektedir (Davis, 1992).

$$\text{Kapsam Geçerlilik İndeksi} = \frac{\text{Madde a veya b seçeneğini işaretleyen uzman sayısı}}{\text{Toplam uzman sayısı}}$$

Yukarıdaki eşitlikle becerilerde yer alan tüm problemlerin kapsam geçerliliği hesaplanmıştır. Hesaplanan değerler .80 değeri ölçüt kabul edilerek değerlendirilmiştir. Bu kapsamda MMT’deki .80’den düşük olan problemler tekrar gözden geçirilerek düzeltilmiştir.

Problem havuzunda yer alan 22 taslak problem, alanında uzman iki eğitimci, bir ölçme değerlendirme uzmanı ve mesleğinde deneyimli dört matematik öğretmeni tarafından değerlendirilmiştir. Bu öğretmenlerden ikisi 9 yıl, biri 12 yıl, biri ise 15 yıllık mesleki deneyime sahiptir. Değerlendirme sürecinde uzman görüşleri, "Uzman Görüş Formu" (Bkz. Ek 2) aracılığıyla alınmış ve gelen eleştiriler doğrultusunda gerekli düzenlemeler yapıp 5 problem ise testten çıkarılmıştır. Ayrıca dil uzmanları, taslak test problemlerini Türkçe’ye uyumunu kontrol etmişlerdir. Tüm bu değerlendirmeler ve düzenlemeler sonrasında, 22 problemlik taslak test oluşturulup, ön uygulama için hazır hale getirilmiştir.

3.3.1.3. Ön uygulama

Deneme uygulamasından elde edilen verilere dayanarak hazırlanan taslak problemlerin istenen niteliklere sahip olup olmadıkları, ölçülmek isteneni yeterli derecede ölçüp ölçmediği ve kusurlu olup olmadığı belirlenir (Tezbaşaran, 2008). Bu çerçevede,

deneme uygulamasına uygun hale getirilen 22 problemlik taslak test, Doğu Anadolu Bölgesi'nde yer alan bir ilin merkezinde bulunan sosyo-ekonomik düzeyleri farklı devlet ortaokullarında öğrenim gören 50 sekizinci sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Öğrencilere taslak testi çözmeleri için 60 dakikalık bir süre tanınmıştır. Ancak, nihai MMT uygulamasında, 17 problemden oluşan test için bu sürenin 55 dakikaya indirilmesi uygun görülmüştür. Bu değişiklik, testin uygulanabilirliği ve öğrencilerin zaman yönetimi açısından daha etkili bir değerlendirme sağlamak amacıyla gerçekleştirilmiştir.

3.3.1.4. Geçerlik ve güvenirlik çalışması

Bu aşamada test puanlarının dağılımları incelendikten sonra problemlerin ayrı ayrı analizine geçilmiştir. Nihai testin puanlanmasıyla alınabilecek en yüksek puan ortalaması 5, en düşük ise 0'dır. Taslak test, başlangıçta her katılımcının problemlerin tümüne verdiği cevaplarla her bir probleme verdiği cevaptan elde edilen toplam puan arasındaki madde-toplam korelasyon değerleri hesaplanarak problem analizi gerçekleştirilmiştir. Böylece nihai testte yer alacak problemler belirlenmiştir. Madde-toplam korelasyonu .20'nin altında olan maddelerin testten çıkarılması gerektiği, .20 ile .30 arasında kalan maddelerin gerektiğinde teste dahil edilebileceği veya düzeltilmesi gerektiği ayrıca madde-toplam korelasyonu .30 ve üzeri olan maddelerin ise bireyleri etkili bir şekilde ayırt ettiği ifade edilmektedir. (Büyüköztürk, 2016). Böylece madde-toplam korelasyonu .30'dan düşük çıkan problemler testten çıkarılmıştır. Tablo 3.3'te uygulanan teste ait her bir problemin toplam korelasyon değerleri verilmiştir. Testin Cronbach Alfa katsayısı .88 bulunmuştur ve güvenilir bir test olduğu söylenebilir (Kalaycı, 2010).

Tablo 3.3. *Taslak testte her bir problemin toplam korelasyon değerleri*

Problem No	Madde-Toplam Korelasyonu
1	.399
2	.366
3	.014*
4	.256*
5	.433
6	.546
7	.374
8	.385
9	.283*
10	.189*
11	.564
12	.598
13	.580
14	.522
15	.551
16	.664
17	.661
18	.661
19	.451
20	.683
21	.477
22	-.032*

*: Testten çıkarılan problem

3.3.2. Öğrenci görüşme formu

Çalışma kapsamında, öğrenci görüşme formu uzman görüşleri doğrultusunda hazırlanmıştır (Bkz. Ek 1). Bu form, öğrencilerin matematiksel muhakemelerini daha doğru değerlendirebilmek amacıyla, çözümleri anlaşılamayan veya herhangi bir çıkarıma ulaşılamayan durumlarda öğrencilerle yapılan görüşmelerden elde desteklenmesi amacıyla kullanılmıştır. Görüşmeler, öğrencilerin kendilerini rahatça ifade edebilecekleri ve gürültüsüz bir sınıf ortamında, bireysel olarak gerçekleştirilmiştir. MMT'nin değerlendirilmesi sonucunda, çözümleri anlaşılamayan ya da belirli bir yöntemi izleyip bunu yazılı olarak aktarmada yetersiz kalan öğrenciler belirlenmiştir. Bu doğrultuda, çalışmaya katılan 292 öğrenciden 30'u ile görüşmeler yapılmıştır. Uygulamadan bir gün sonra belirlenen öğrenciler, görüşme için hazırlanmış ve MMT kağıtları kendilerine verilerek sınıf ortamında birebir görüşülmüştür. Görüşmeler yaklaşık 15-20 dakika sürmüş ve araştırmacı tarafından alınan notlar yardımıyla kaydedilmiştir. Daha sonra yazılı notlar analiz edilerek veriler değerlendirilmiştir.

3.3.3. Uygulama süreci

Bu çalışmada, katılımcıların matematiksel muhakeme düzeyleri, MMT'deki problemlere verdikleri yanıtların puanlanması ve bu puanların betimsel istatistik yöntemleriyle analiz edilerek değerlendirilmesiyle elde edilmiştir. Araştırma, elde edilen verilerin derinlemesine incelenmesi sonucunda gerçekleştirilmiştir. Bu doğrultuda 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme düzeylerini belirlemek amacıyla MMT geliştirilmiştir. Ön uygulamayla hazır hale getirilen MMT'nin katılımcılar tarafından dikkat dağınıklığı yaşanmadan ve bireysel olarak bağımsız bir şekilde yanıtlanabilmesi için uygun oturma düzenleri oluşturulmuştur. Testin uygulandığı sınıf ortamlarının aydınlık, iyi havalandırılmış ve gürültüden arındırılmış olmasına özen gösterilmiştir. Uygulama öncesinde öğrencilere test hakkında bilgilendirme yapılmış ve problemlere çözüm üretmeleri ile zihinsel süreçlerini ve çözüm yollarını yazılı olarak ifade etmeleri istenmiştir. Ayrıca test uygulaması sırasında araştırmacı, sınıf içinde dolaşarak öğrencilere rehberlik yapmıştır. Test problemlerinin uygulanmasının ardından, alanında uzman iki eğitimci bir araya gelerek Erdem (2011) tarafından geliştirilen matematiksel muhakeme becerilerini puanlama ölçeğini kullanarak, kağıtları bağımsız olarak değerlendirmiştir. Uzmanlar arasındaki puanlama tutarlılığını belirlemek amacıyla Pearson Korelasyon katsayısı

hesaplanmış ve tutarlılık .90 olarak bulunmuştur. Matematiksel muhakeme beceri düzeylerini belirlemek için Erdem'in (2011) ölçeğine göre MMT'nin puanlaması yapılmış ve bu puanların ortalamaları hesaplanmıştır. Böylece öğrenciler matematiksel muhakeme beceri düzeylerine göre kategorize edilmiştir.

Araştırmada, katılımcıların MMT'de yer alan problemlere verdikleri çözümler sonrasında, çözüm yollarına yönelik yaptıkları açıklamalar içerik analiziyle incelenmiş ve matematiksel muhakeme göstergeleri oluşturulmuştur. Ayrıca katılımcıların çözüm gerekçelerini daha derinlemesine ortaya koymak amacıyla, MMT puanlamalarının ardından çözümleri anlaşılmayan ya da belli bir aşamaya kadar gelip sonuç elde edemeyen, problemi çözdükten sonra açıklamalarında zihinsel süreçlerini kâğıda aktaramayan 30 öğrenciyle yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir ve elde edilen verilerle ilişkilendirilmiştir. Bu bağlamda görüşme yapılmak için belirlenen öğrenciler, sessiz ve kendilerini rahatça ifade edebilecekleri, sadece araştırmacı ve öğrencinin bulunduğu sınıf ortamında birebir görüşmelerle alınmıştır. Öğrencilerin testteki problemlere yönelik açıklamaları ve çözümlerine dair görüşleri alınmış, "Problemin çözümünde ne düşündün?", "Problemin cevabına nasıl ulaştın?" gibi sorular yöneltilerek muhakemesini derinlemesine inceleme fırsatı elde edilmiştir. Katılımcıların problemlerin çözümlerine yönelik verilerle elde edilen yanıtları incelenerek nasıl düşündüklerine dair ayrıntılı bilgilere ulaşılmıştır.

3.4. Veri Analizi

Bu bölümdeki araştırmalarda betimsel yolla elde edilen verilerin analizine yer verilmiştir. Böylece 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme göstergelerini ortaya koymak için MMT'ye, verdikleri cevaplardan elde edilen verilerin nasıl analiz edildiğine dair bilgiler sunulmuştur.

Araştırmanın verileri, öğrencilerin MMT'ye verdikleri yanıtlardan elde edilmiştir. Bu veriler, Erdem (2011) tarafından geliştirilen ve Tablo 3.4'te sunulan matematiksel muhakeme becerilerinin puanlama ölçeği kullanılarak analiz edilmiştir. Bu puanlama ölçeği, her bir sorunun 0 ile 5 puan arasında değerlendirilmesini öngörmektedir. MMT'nin puanlanma sürecine muhakeme alanında deneyimli iki matematik eğitmeni katılarak, problemlere verilen yanıtları bağımsız olarak puanlamıştır. İki eğitmenin puanlamaları arasındaki tutarlılığı belirlemek amacıyla Pearson Korelasyon Katsayısı (r) hesaplanmıştır.

Yapılan analiz sonucunda, iki eğitimcinin bağımsız olarak yaptığı puanlamalar arasındaki tutarlılık .90 olarak belirlenmiştir.

Tablo 3.4'te yer alan ölçütlere uygun olarak verilen puanlar temel alınarak öğrencilerin matematiksel muhakeme gelişim düzeylerinin istatistiksel karşılaştırmaları yapılmıştır. Her bir öğrencinin MMT'den aldığı puan ortalaması hesaplanmış ve bu ortalamaların 0 ile 5 arasında değiştiği belirlenmiştir. Bu yöntem, öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerinin nesnel ve geçerli bir şekilde değerlendirilmesine olanak sağlamıştır.

Tablo 3.4. Matematiksel muhakeme becerisini puanlama ölçeği (Erdem, 2011)

Düzye	Puan	Açıklama	Örnek Öğrenci cevabı
Tam doğru	5	Tamamen doğru kabul edilen ifadeler	Ö152'nin 8. problemi açıklamalı çözümü: $x+5y$'nin karesini alıyoruz çünkü alanı bulacağız. $x^2+10xy+25y^2$. Bundan $x-5y$'nin karesini $x^2-10xy+25y^2$ bulup çıkaracağız çünkü aynı alanı bulacağız. Cevap $20xy$ bu sayıdan da $8xy$ alanını çıkaracağız çünkü aynı alanın kaç tane olduğunu bulalım. Cevap $12xy$. Oyun alanı xy ise 12 tane ekleyeceğiz. Ö200'ün 7. problemi açıklamalı çözümü: 1.ayardan 7 numaralı top fırlatılırsa sonuç Umut'un verdiği sonuca eşit olur. 2.ayardan 3 numaralı top fırlatılırsa sonuç Selim'in verdiği sonuca eşit olur. $7+3=10$ Ö16'nın 16. problemi açıklamalı çözümü: İlk önce 10 kitaptan 6 tanesini çıkartıp 4 buluruz. Herbir kitap 2 cm olduğu için $4 \times 2 = 8$ cm olur. $Eğim = 8/80 = 1/10$. En fazla o kadar çıkar. $5+3+1=9$ olur.

Tablo 3.4. (Devam) Matematiksel muhakeme becerisini puanlama ölçeği (Erdem, 2011)

Kısmen doğru-A	4	Tam doğru cevaba yönelik eksik ifadeler	Ö44' ün 1. problemi çözümü: Önce masaların çevrelerini buldum. Sonra EKOK' larını bulup çevrelere böldüm. Ardından eşit sayıda istedikleri için iki bulduğum sonucu 20 ile çarpıp topladım. İhtiyaç duyulan sandalye sayısını 720 buldum doğru şık D oldu. <i>(Sandalyeler arasındaki mesafenin bulunmaması)</i> Ö48' in 4. problemi çözümü: mesafeleri 15 cm'dir. Çünkü 60 ve 45'in EBOB' unu alıyoruz. Ondan sonra 15'i kök içine alıyoruz. $\sqrt{225}$'i $\sqrt{3}$'e bölüyoruz. O da $\sqrt{75}$ çıkar ve $\sqrt{81}$'e yakındır yani 9. <i>(Mesafeyi EBOB alarak bulması)</i> Ö286'nın 3. problemi çözümü: $\sqrt{156}$'nın en yakın olduğu sayıyı 12 aldım. 27 ile çarptım. Kenan'ın kilosunu ekleyince 412 buldum. Asansör taşıyabilir. Doğru seçenek A'dır. <i>(Asansörün taşıyabileceği ağırlık ile sonucu ilişkilendirememesi)</i>
Kısmen doğru-B	3	Doğru gerekçeye bağlanarak yapılan kısmen doğru ifadeler	Ö285'in 10. problemi çözümü: 2700 m² dairesel alan demiş. $\Pi=3$, 3'e bölersek 900 r=yarıçap 900=30 olur. <i>(Diğer verilen bilgilerle ilişkilendirememesi)</i> Ö288'in 5. problemi çözümü: a bir tam kare dediği için B ve C gider en fazla olduğu için D olur cevabı. <i>(a bir tam sayı dediği için açıklamasında bulunması sorudaki şıklarda tam kare olmayan sayıları)</i>

Tablo 3.4. (Devam) Matematiksel muhakeme becerisini puanlama ölçeği (Erdem, 2011)

			<i>çıkarttığını en fazla diyerek D cevabını işaretlemesi)</i> Ö285'in 2. problemi çözümü: 50 ile 20'yi çarpıp 100'e böldüm 10. 50 ile 44'ü çarpıp 100'e böldüm 22.22 ile 10'un EKOK'unu aldım 220, 220'yi 10'a böldüm 22 ile 70'i çarptım 1540, 220'yi 22'ye böldüm 10 ile 160'ı çarptım 1600. 1600-1540=60 TL. doğru seçenek D olur. (Doğru gerekçelerle çözümü yapıp EKOK'unu 220 bulması)
Kısmen doğru-C	2	Herhangi bir nedene bağlanmadan yapılan kısmen ya da yanlış nedene bağlanarak ya da olsa doğru kabul edilebilecek ifadeler	Ö23'ün 17.probleme açıklaması: Silindirin çevresi $2\pi r$ 'dir. (Verilen bilgiyi işleme aktaramaması). Ö120'nin 13. Probleme açıklaması: Şekilde dairenin yarıçapını buldum. Üçgenin çevresini ikizkenar üçgen ...
Yanlış	1	Soru ile tam ilişkisi olmayan veya tamamıyla yanlış ifadeler	Ö149'un 13. problemine açıklaması: Üçgenler şeklinin yüksekliği ile ilgilidir. (Tamamıyla yanlış ifade) Ö153'ün 7. problemine açıklaması: Salladım. (Soru ile tam ilişkisi olmayan ifade)
Yanıtsız	0	Sorunun aynısının cevap olarak yazıldığı ifadeler veya boş bırakılmış sorular	-----

Öğrencilerin MMT verdikleri cevaplara göre beceri düzeyleri belirlenmiştir. Bu teste ilişkin öğrencilerin beceri düzeyleri Tablo 3.5'te verilen beceri düzey aralıklarına göre belirlenmiştir.

Tablo 3.5. Puanların ortalamasına göre beceri düzeyleri

Beceri Düzeyi	Ölçekten Alınan Puanın Ortalaması ($\bar{X}$)
Oldukça Düşük	0.00-0.99
Düşük	1.00-1.99
Orta	2.00-2.99
Yüksek	3.00-3.99
Oldukça Yüksek	4.00-5.00

Öğrencilerin, Matematiksel Muhakeme Beceri Düzeylerini Puanlama Ölçeğine uygun cevapları istatistiksel programlar aracılığıyla analiz edilmiş ve her bir öğrencinin ölçekten aldıkları puanların ortalamasına ilişkin beceri düzeyleri belirlenmiştir. Ayrıca araştırmaya katılan öğrencilerin matematiksel muhakeme becerileri düzeylerini ve göstergelerle olan ilişkilerini daha net anlayabilmek için belirli öğrencilerin, (her bir beceri düzeyinden) problemlere verdikleri cevaplar detaylı bir şekilde incelenmiştir. Tablo 3.6’da matematiksel muhakeme testinde öğrencilere uygulanan nihai testin problem analizleri verilmiştir.

Tablo 3.6. Her bir problemin muhakeme gerektirme analizi

Problem numarası	Neden muhakeme gerektirdiği?
1.	- Birden fazla sonuç gerektirdiği halde en az olanın istenmesi. - Problemde “en az sayıda” sandalyelerin eşit aralıklarla yerleştirilmesinin belirtilmesi. - Öncelikle masaların çevrelerinin bulunmasının gerekmesi. - Her bir masa için kaç sandalye gerektiğinin istenmesi.
2.	- Hangi gübreyi tercih ederse etsin ihtiyaç duyulan azot miktarının karşılanıyor olmasının belirtilmesi. - Problemde “daha az” ödeme yapacak şekilde bir tercihte bulunmasının istenmesi. - İstenilen miktarın 1000 TL’den az ve 1000 TL’ye yakın miktarının istenmesi. - Aradaki farkın ne kadar az olduğunun istenmesi.

Tablo 3.6.(Devam) Her bir problemin muhakeme gerektirme analizi

3.	• Belli bir aralıkta hesaplanmasının istenmesi. • Asansörün “en fazla” 450 kg taşıyabiliyor olmasının belirtilmesi. • Kutuları taşıyan kişinin kütesinin belirtilmesi. • Her bir kutunun ağırlığının karekökünün belirtilmesi. • “En üst” ve “en alt” sınır aralığındaki değerin istenmesi.
4.	• Sandalyelerin bir tam tur dönmesi ile $\sqrt{3}$ cm yükselebileceğinin belirtilmesi. • Sandalyenin “en kısa” ve “en uzun” halindeki yüksekliklerin belirtilmesi. • Sandalyenin ulaşabileceği en uzun ve en kısa yüksekliklerin aradaki farkın istenmesi. • Aradaki fark sınırının 225 cm ve 225 cm’den az olmasının istenmesi.
5.	• $K = L + M$ olup, toplamaları tam kare ve 100’ü veren sayılar olmasının istenmesi. • $M > L$ olmak üzere L bavulunun ağırlığının “en büyük” ağırlıkta olmasının istenmesi. • Grafikten yararlanarak bavulların kütleleri arasındaki ilişkilerin istenmesi. • $K > M > L$ ilişkisinin belirtilerek L bavulunun ağırlığının istenmesi.
6.	• Merkez açısı ile “en az” kişi sayısının bulunması. • Merkez açısı ile kişi sayısı arasındaki ilişkinin belirtilmesi için merkez açıların en sade haline getirilmesinin istenmesi. • En sade haline getirilen merkez açısı ölçüleri ile tablodaki davete gelen kişi sayılarının ilişkilendirilmesinin istenmesi. • Davete katılmayan kişi sayısının “en az” olarak istenmesi.
7.	• Makineye ayar yapılarak iki farklı durumda atılan topların hızlarının belirtilmesi. • Fırlatılan topların yüksekliğe bağlı olarak kaç birim hızla düştüğünün belirtilmesi. • Topların üzerinde yazan rakamların kaç olabileceğinin istenmesi.
8.	• Kare şeklindeki bir araziye oyun alanları oluşturulacağının belirtilmesi. • Aile ve temel ihtiyaçların karşılanması için ayrılacak bölgelerin istenmesi. • “En fazla” sayıda oluşturulabilecek oyun alanlarının istenmesi.
9.	• Ayda ortalama 1000 km tasarrufun istenmesi. • Tablodan yararlanarak LPG takıldığında oluşacak masrafların- giderin istenmesi. • Hangi ayın sonunda yakıt ücretlerinin eşit olması gerektiğinin istenmesi.

Tablo 3.6. (Devam) Her bir problemin muhakeme gerektirme analizi

10.	• Dronun çıkarıldığı yüksekliklerdeki aydınlatıldığı bölgelerin alanlarının belirtilmesi. • Alanlardan yararlanarak merkeze olan uzaklıklarının istenmesi. • Dronun en uç noktadaki aydınlatılabileceği noktadaki eğim verisinden yararlanarak çıkabileceği “en uç” noktadaki yüksekliğinin istenmesi.
11.	• Kişi başı ödenecek konaklaman ücretinin belirtilmesi. • Konaklayacak kişilerin ödeyecek ücretlerinin istenmesi. • Tek başına konaklayacak olan Buket’in “en az” gün konakladığında ödeyeceği ücretin Akın ve arkadaşlarının ödeyeceği konaklama ücretinden “daha fazla” olmasının istenmesi. • Tablodaki verilerinden yararlanarak Buket’in kalacağı gün sayısının istenmesi
12.	• Rampanın en büyük eğiminin belirtilmesi. • Oyuncak arabaların çıkabilecekleri rampanın eğiminin istenmesi. • %10’dan az olan eğimde arabaların çıkamayacağını belirtilmesi. • Kitaplar çıkarıldığında rampadan çıkabilecek oyuncak araba sayısının istenmesi.
13.	• Üçgen eşitsizliği bilgisinin verilmesi. • Modelde verilen caddenin çevre uzunluğunun istenmesi. • Çevre uzunluğu ile dairenin çapının eşit olduğunu belirtilmesi. • Üçgenin çevre uzunluğunun “en az” uzunlukta olarak istenmesi.
14.	• Dik üçgenlerin eğimleri ile dik üçgenlerin verilmeyen kenar uzunluklarının ilişkilendirilerek bulunmasının istenmesi. • Dik üçgenlerin etraflarının karıncalar tarafından yüründüğünün belirtilmesi. • Dik üçgenlerin çevre uzunluklarının EKOK’larının istenmesi. • Ortak çevre uzunluğu ile 2. kez karşılaştıklarında kaç tur atacaklarının istenmesi.
15.	• Özdeş dikdörtgenlerin öteleme hareketi yaparak üst üste geldiklerinin belirtilmesi. • $b > a$ olması ile oluşturulan şeklin alanının en çok alabileceği değerin istenmesi.

Tablo 3.6. (Devam) Her bir problemin muhakeme gerektirme analizi

16.	• Silindirin hacminin verilen bilgilerden yararlanarak istenmesi. • Tablodaki verilerden yararlanarak depoyu doldurmak için kullanılacak su kaplarının hacimlerinin istenmesi. • Su deposunun doldurulması için her bir su kabının “en az” bir defa kullanılacağını belirtilmesi. • Su deposunun doldurulması için su kaplarının “en az” kaç sefer kullanması gerektiğinin istenmesi.
17.	• Kâğıt havlunun taban çevresinin çemberin çevre uzunluğuna eşit olduğu bilgisinin belirtilmesi • Kâğıt havlunun taban çevresinin uzunluğu kadar açılacağını belirtilmesi • Kâğıt havlu açıldığında meydana gelecek şeklin silindirin kenar uzunlukları ile ilişkilendirilmesinin istenmesi

MMT’de öğrencilerin problemlerin sonuçlarına ulaşmaları için kullanmaları beklenen çözüm aşamalarının gösterilmesi faydalı olacaktır. Bundan dolayı her bir problemin olası çözüm yollarının doğru muhakeme yoluyla çözümlenmesi verilmiştir (Bkz. Ek 4.)

Araştırma kapsamında matematiksel muhakeme göstergelerinin oluşması için içerik analizi tekniği kullanılmıştır. İçerik analizi yaklaşımı, toplanan verilerin derinlemesine analiz edilmesi ve önceden belirgin olmayan temaların ve boyutların ortaya çıkarılması (Strauss ve Corbin, 1990) olarak ifade edilmektedir. Elde edilen verilerin analizi verilerin bütünlüğünü ve doğruluğunu sağlamak için titizlikle uygulanmıştır. Sayısal verilerle gerçekleştirilen araştırmalarda, güvenilirlik, geçerliliğin sağlanması için temel bir gerekliliktir. Dolayısıyla, bir ölçümün geçerli olup olmadığı tekrarlandığında tutarlılık göstermesiyle değerlendirilebilir. Buna karşın, yorumlamaya dayalı araştırmalarda, olay ve olgular bağlamsal faktörlere bağlı olarak değişkenlik gösterebildiğinden, aynı sonuçlara ulaşmanın her durumda mümkün olduğu varsayılmaz. Bu bağlamda betimsel araştırmalarda güvenilirliğin temel odak noktalarından biri olan tutarlılığa büyük önem verilir (Yıldırım ve Şimşek, 2021). Çalışmada, veri toplama araçlarının oluşturulmasında, verilerin toplanmasında ve analiz süreçlerinde tutarlılığa büyük özen gösterilmiştir. Verilerin kodlanması aşamasında kavramsallaştırma sürecine de dikkat edilmiş ve verilerin sonuçlarla olan ilişkileri özenle kurulmuştur.

MMT'nin uygulamasından sonra, öğrencilerle görüşmeler yapıp belirli sorular yöneltilmiştir:

1) Problemin çözümünde ne düşündüğünü açıklar mısın?

2) Problemin cevabına nasıl ulaştın açıklar mısın?

3) Bu problemde başka nasıl bir yol izleyebilirdin?

4) Bu problemde şöyle bir açıklama da yazmışsın, ne demek istedin? gibi ifadeler yer almaktadır.

Bu soruların yanıtları, MMT'deki problemlerin çözümlerinin açıklanması kısmından elde edilen veriler doğrultusunda matematiksel muhakeme göstergeleri oluşturmak amacıyla kullanılmıştır. Veriler, alanında uzman iki araştırmacı tarafından bağımsız olarak kodlanmış ve analiz edilmiştir. Kodlayıcılar arası güvenilirlik çalışmasına göre, iki kodlayıcı arasındaki uyum yüzdesi, Miles ve Huberman (1994) tarafından önerilen formül ile %80-90 olarak hesaplanmıştır: $\text{Güvenirlik} = \frac{\text{Görüş Birliği}}{(\text{Görüş Birliği} + \text{Görüş Ayrılığı})}$. Kodlayıcılar arasında anlaşmazlığa düşülen problemler, tekrar gözden geçirilerek ortak bir karara varılmıştır. Güvenirlik hesaplarının %70'in üzerinde çıkması, araştırmanın güvenilir kabul edilmesi için yeterli bir kriterdir (Miles ve Huberman, 1994). Bu sayede elde edilen verilerin güvenilirliği ve geçerliliği arttırılmıştır. Böylece araştırma bulgularının doğruluğu ve güvenilirliği sağlanmıştır. Araştırma süresince izlenen bu metodolojik titizlik, sonuçların bilimsel tutarlılık ve geçerlilik açısından yüksek bir standartta olmasını sağlamıştır.

4. BULGULAR VE YORUMLAR

4.1. Birinci Alt Araştırma Problemine İlişkin Bulgular

Birinci alt araştırma problemi “8. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme beceri düzeyleri ne durumdadır?” şeklinde belirlenmiştir. Bu amaçla MMT’nin kullanıldığı uygulamaya katılan 292 sekizinci sınıf öğrencisinin verileri Erdem (2011) tarafından geliştirilen puanlama ölçeği kullanılarak belirlenmiş ve yorumlanmıştır.

Tablo 4.1. Matematiksel muhakeme beceri düzeyleri

Beceri Düzeyleri	Frekans(f)	Yüzde(%)
Oldukça Düşük	56	19,17
Düşük	88	30,13
Orta	64	21,91
Yüksek	54	18,49
Oldukça Yüksek	30	10,27

Tablo 4.1’de görüldüğü gibi 8. sınıf öğrencilerinin %19,17’sinin oldukça düşük düzey; %30,13’ünün düşük düzey; %21,91’inin orta düzey; %18,49’unun yüksek düzey ve %10,27’sinin oldukça yüksek düzey matematiksel muhakeme becerisine sahip olduğu belirlenmiştir. Çalışmaya katılan sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme beceri düzeylerinin ağırlıklı olarak düşük ve orta düzeyde olduğu görülmüştür. Bu durumda 8. sınıf öğrencilerinin muhakeme yapabilme, matematik problemlerini çözerken düşünüp problemleri doğru bir şekilde anlayıp verilen bilgilerden yola çıkarak istenilene ulaşmak için uygun bir düşünme becerisine yeterli düzeyde sahip olmadıkları ifade edilebilir.

Yukarıda verilen matematiksel muhakeme beceri düzeylerine yönelik daha kapsamlı bilgi sahibi olmak amacıyla her bir düzeye ilişkin öğrenci cevaplarından örnekler verilmiştir. Bu amaç doğrultusunda MMT’de yer alan problemlerle ilgili her bir beceri düzeyinden öğrenci cevapları paylaşılmış ve bu cevaplara yönelik yorumlar yapıp çeşitli çıkarımlarda bulunulmuştur. Öğrenci cevaplarından bazıları aşağıda sunulmuştur.

1. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

Sandalyelerin kaç cm ara ile konulacağını bulmak için önce çevre uzunluğunu bulunuz. Sandalyelerin masalara 2 cm aralıyla konulmuş 40 masa vardır. Her masa



Bir restoran açmayı planlayan Maide Hanım yarıçapları $\frac{2}{3}$ m ve $\frac{11}{3}$ m olan yuvarlak masalardan eşit sayıda sipariş vermiştir. Bu masalara sandalyeler eşit aralıklarda ve en az sayıda yerleştirilecektir. Maide Hanım toplam 40 tane masa sipariş etmiştir. Buna göre Maide Hanım'ın kaç sandalyeye ihtiyacı olur? ($\pi=3$ alınız.)

Handwritten student work for the problem. The student has circled 'A) 360' as the correct answer. The work shows the following steps:

- 40 / 2 = 20 masa
- For the first table (radius 2/3 m):

$$2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \approx 1.33 \text{ m}$$

$$22 / 1.33 = 16.5 \approx 16 \text{ sandalye}$$
- For the second table (radius 11/3 m):

$$2 \times \frac{11}{3} = \frac{22}{3} \approx 7.33 \text{ m}$$

$$22 / 7.33 = 3 \text{ sandalye}$$
- Total chairs: 16 + 3 = 19. The student then multiplies 19 by 20 to get 380, but then corrects it to 360.

Şekil 4.1. Ö140'ın MMT'deki 1. probleme vermiş olduğu cevap

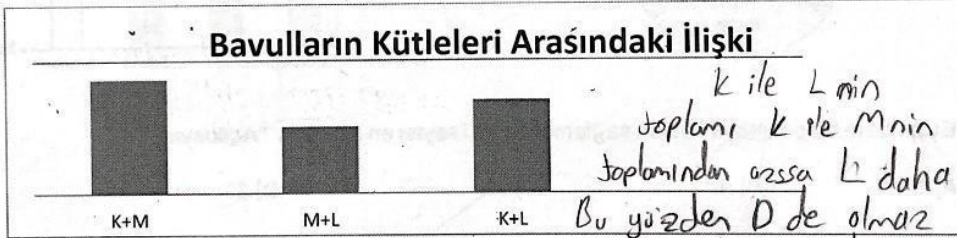
Ö140'ın ortalaması 4.64 olup oldukça yüksek beceri düzeyine sahiptir. Problem 1'e vermiş olduğu cevap incelendiğinde öğrencinin problemi çözmeden önce doğru muhakeme yaparak 'sandalyelerin kaç cm ara ile konulduğunu bulmak için masaların çevre uzunluklarını bulmak gerektiğini' ifade etmiştir. 40 masayı 2'ye bölerek her masa çeşidinden 20 tane masa olduğunu bulmuştur. Her bir masanın çevre uzunluğunu birimlerini yazarak bulmuştur. Masaların çevre uzunluklarından yararlanarak sandalyelerin kaç cm aralıklarla konulması gerektiğini 14 cm ve 22 cm uzunluklarının EBOB'larını hesaplayarak 2 cm bulmuştur. Böylece her bir masa çeşidi için ihtiyaç duyulan sandalye sayısını 7 tane ve 11 tane olarak işlem yaptığı görülmektedir. Başta bulduğu her bir sandalye sayısını her bir masa için kullanılan sandalye sayısı ile çarparak 140 ve 220 adet sandalye sayısına ulaştığı toplam sandalye sayısını da toplama işlemi yaparak 360 sandalyeye ulaşmıştır. Öğrencinin matematik işlemleriyle beraber açıklamalarından hareketle doğru gerekçelendirme yaparak muhakemede bulunduğu söylenebilir. Öğrencinin problemde verilenleri anlayıp açıkladığı ve doğru sonuca nasıl ulaşması gerektiğinin farkında olduğu belirtilebilir. Bulmuş olduğu

her bir sonucun problemdeki karşılığını yani ne anlama geldiğini yazarak işlemi neden yaptığının gerekçesini ortaya koyduğu söylenebilir. Öğrencinin problemi çözerken zihinden geçirdiği çözüm yollarını muhakeme ederek işlemleri neden yaptığını açıklamış ve nasıl sonuca ulaştığını işlemlerini yaparak ulaştığı görülmektedir. Buradan yola çıkarak ve öğrencinin MMT'si genel olarak incelendiğinde soruları muhakeme göstergelerini kullanarak, geçerliliği olan açıklamaların bütün yönlerini ifade ederek çözdüğü görülmüştür.

5. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.



Yukarıda görünümleri aynı olan farklı kütleyle sahip K,L ve M bavulları durmaktadır. Bu bavullara ait bilgiler aşağıdaki gibidir.



- Üç bavulun toplam kütlesi $200\sqrt{7}$ kg'dır.
- K bavulunun kütlesi L ve M bavullarının kütleleri toplamına eşittir.
- Tüm bavulların kütleleri $a\sqrt{7}$ şeklinde yazılabilmektedir.

$$K = L + M$$

$$\frac{200\sqrt{7}}{2} = 100\sqrt{7}$$

Her durumda a bir tam kare olduğuna göre L bavulunun kütlesi en fazla kaç kg olabilir?

- A) $36\sqrt{7}$ B) $45\sqrt{7}$ C) $56\sqrt{7}$ D) $64\sqrt{7}$

Tam kare olmayanları elektim.

$$K = 100\sqrt{7}$$

$$L + M = 100\sqrt{7}$$

Şekil 4.2. Ö23'un MMT'deki 5. probleme vermiş olduğu cevap

Ö23'nin ortalaması 3,58 olup yüksek beceri düzeyine sahiptir. Problem 5'e yapmış olduğu çözüm ve buna bağlı olarak yapmış olduğu açıklama incelendiğinde öğrencinin problemi çözmeden önce doğru muhakeme yaparak verilen grafiği yorumlayarak muhakemede bulunduğu söylenebilir. Bavulların ağırlıklarını verilenlerden yararlanarak a tam kare olduğundan dolayı cevap seçeneklerinde '*Tam kare olmayanları eyleyim.*' açıklamasından *doğru* muhakeme ettiği söylenebilir. Öğrenci bu problemde yapması gerekenleri '*K ile L'nin toplamı K ile M'nin toplamından azsa L daha azdır. Bu yüzden D olmaz.*' açıklamasıyla gerekçesini ortaya koyduğu söylenebilir. Daha sonra a değişkenine tam kare değerler vererek çözüm yoluna gitmiş olup muhakeme becerisi yüksektir. Buradan yola çıkarak ve öğrencinin MMT'si genel olarak incelendiğinde problemleri muhakeme göstergelerini kullanarak çözdüğü fakat problemlerin bazılarında çözümleri gerçekleştirirken kısmen eksik ifadeler kullandığı görülmüştür.

11. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

Göcek' te bir butik otelin kişi başı konaklama

ücreti aşağıda verilmiştir.

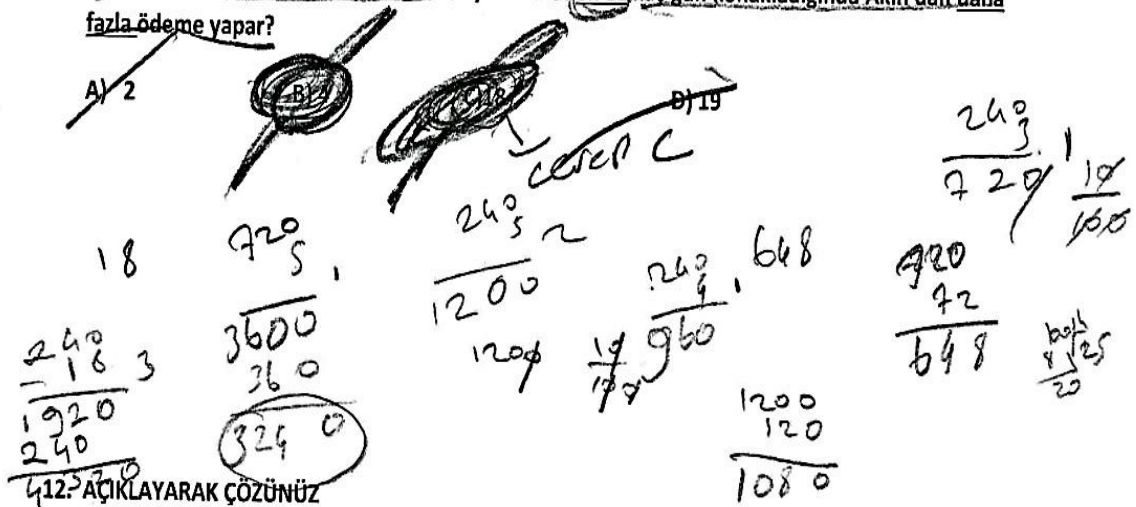
Kişi başı günlük ücret 240 TL'dir.



Gün Sayısı	Günlük Ücret
$0 < x \leq 3$	240
$3 < x \leq 6$	%10 indirim
$6 < x$	%25 indirim

Akın, Barış ve Savaş bu otelde 5 gün konaklamış ve ödemeyi Akın yapmıştır.

Buna göre bu otelde tek başına konaklayan Buket en az kaç gün konakladığında Akın'dan daha fazla ödeme yapar?



Şekil 4.3. Ö161'in MMT'deki 11. probleme vermiş olduğu cevap

Ö161'nin ortalaması 2 olup orta beceri düzeyine sahiptir. Problem 11'e vermiş olduğu cevap incelendiğinde öğrencinin problemi direk çözüm yoluna doğru muhakeme yapamamış ve bunu sadece matematiksel işlemler yaparak gerçekleştirdiği görülmektedir. Öğrencinin problemde işlemleri yaparken bulmuş olduğu sonuçların neyi ifade ettiğini yazmaması çözümün anlaşılmasını zorlaştırdığı söylenebilir. Çözümlerinden hareketle 1 kişinin 5 gün konakladığında ödemesi gereken miktarı bulup 5 gün kalındığında 1080 TL ödeme yapılacağına ulaşmıştır. Fakat Buket'in kalması gereken gün sayısı ile uygulanacak indirim miktarına dair bir çıkarımda bulunamadığından dolayı Buket'in konaklama ücretini 240 TL üzerinden kalması gereken gün sayısını 18 gün olarak hesapladığı görülebilir. Buradan yola çıkarak ve öğrencinin MMT'si genel olarak incelendiğinde problemlerde muhakeme göstergelerini kısmen kullanarak açıkladığı genel olarak matematik işlemleri ile çözdüğü, problemlerin bazılarında çözümleri gerçekleştirirken kısmen eksik yanlış çözdüğü ve kısmen ifadeler kullandığı söylenebilir.

11. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

Göcek' te bir butik otelin kişi başı konaklama ücreti

Kişi başı günlük ücret 240 TL'dir.

Gün Sayısı	Günlük Ücret
$0 < x \leq 3$	240
$3 < x \leq 6$	%10 indirim
$6 < x$	%25 indirim

İndirim fiyatlarını bulup sıklara göre çarptım



Akın, Barış ve Savaş bu otelde 5 gün konaklayarak ve ödemeyi Akın yapmıştır.

Buna göre bu otelde tek başına konaklayan Buket en az kaç gün konakladığında Akın'dan daha fazla ödeme yapar?

A) 2

B) 4

C) 18

D) 19

$$\begin{array}{r} 240 \\ 24 \\ \hline 216 \\ \times 5 \\ \hline 1080 \end{array} \quad \text{①}$$

$$240 = \frac{10}{100} = \frac{24}{100}$$

$$\begin{array}{r} 240 \\ 24 \\ \hline 216 \\ \times 5 \\ \hline 1080 \end{array} \quad \text{②}$$

Şekil 4.4. Ö8'nin MMT'deki 11. probleme vermiş olduğu cevap

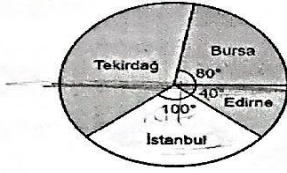
Ö8'in ortalaması 1.47 olup düşük beceri düzeyine sahiptir. Problem 11'e vermiş olduğu cevap incelendiğinde öğrencinin açıklamasından ve yapmış olduğu işlemden hareketle problemi kısmen doğru fakat yanlış cevaplandığı görülmektedir. "*İndirim fiyatlarını bulup şıklara göre çarptım.*" ifadesiyle mantıksal olarak kalınan gün sayısı ile ödenmesi gereken miktarı bulmuştur. Problemde otelde 5 gün konaklandığında ödenmesi gereken ücrette yapılan indirimi (%10) hesaplamıştır. Böylece bir kişinin 5 gün konakladığında ödemesi gereken ücreti 216 TL olarak bulmuştur. 3 kişinin ödemesi gereken ücreti 648 TL olarak hesaplamış fakat 3 arkadaşın 5 gün konakladığından dolayı ödemesi gereken toplam ücreti bulmadığı görülmektedir. Buket'in 6 günden fazla kaldığını bundan dolayı indirim miktarını 60 TL olarak hesaplamıştır. Buket'in 6 günden fazla konakladığında 180 TL ödemesi gerektiğini bulmuştur. Fakat öğrencinin matematiksel muhakemesinin yeterli düzeyde olmadığı 6 günden fazla kalmasından dolayı ödenmesi gereken ücreti bulmasına rağmen ücreti 4 gün üzerinden bulduğu görülmektedir. Verilenlerin bir kısmını bulduğu fakat konaklanan gün sayısı ile ödenmesi gereken ücret arasında yeterli muhakeme edebilme ilişkisini kuramadığından dolayı doğru sonuca ulaşamadığı söylenebilir. Buradan yola çıkarak ve öğrencinin MMT'si genel olarak incelendiğinde problemleri muhakeme göstergelerini doğru bir şekilde kullanmayarak sadece matematik işlemleri ile çözdüğü çözümlerinin çoğunun ise yanlış olarak sonuçlandığı görülmüştür.

6. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

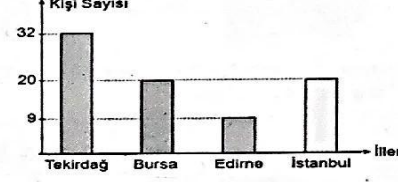
Bir uzaktan eğitim çalıştayına dört farklı il den davetilerin katılımı planlanmıştır. Bu çalıştaya katılımı planlanan her bir kişiye bir davetiye e-posta yoluyla gönderilmiştir.

Aşağıdaki daire grafiğinde e-posta yolu ile gönderilen davetiyelerin illere göre dağılımları sütun grafiğinde ise çalıştay günü çalıştaya katılım sağlayan davetli kişilerin illere göre dağılımı verilmiştir.

Grafik: Davetiyelerin illere göre Dağılımı



Grafik: Çalıştaya Katılan Davetli Kişilerin illere göre Dağılımı



Buna göre bu çalıştaya katılım sağlamayan kişi sayısı en az kaçtır? Açıklayınız.

A) 6

B) 9

C) 12

D) 15

~~Bursa = 20
İstanbul = 20
Edirne = 9
Tekirdağ = 32~~

~~32
20
9
20~~

32
+ 20
+ 9
+ 20
= 81

Edirne 360° 'dir. Yarı çap. 180° 'dir. $120 + 100 = 220$. Çap'tan sonucu çıkarınız. $360 - 220 = 140^\circ$ 'dir. Katılan kişi sayıları: Tekirdağ = 32, Bursa = 20, Edirne = 9, İstanbul = 20. Yani katılan kişi sayısı = 81

Matematikim pek iyi değil buraya kadar çözebildim.

Şekil 4.5. Ö118'in MMT'deki 6. probleme vermiş olduğu cevap

Ö118'in ortalaması 0.35 olup oldukça düşük beceri düzeyine sahiptir. Problem 6'ya vermiş olduğu cevap incelendiğinde öğrencinin merkez açıyı (360°) dairenin yarı çap uzunluğu olarak ifade ettiği görülmektedir. Kavram bilgisi eksikliğini devam ettirerek "Yarı çapı 180° 'dir. Çaptan sonucu çıkarırız." ifadesiyle öğrenci verilmeyen merkez açı birimine uzunluk birimi olarak ulaşmıştır. Sütun grafiğinde çalıştaya katılan davetli kişilerin illere göre dağılımından kişi sayılarını yazmıştır. Öğrencinin zihinsel sürecinde matematiksel yorumlama, gerekçelendirme, problemlerde verilen bilgiler ile istenilen bilgiler arasında ilişkiyi tam olarak kuramadığı söylenebilir. Ayrıca öğrencinin kavram bilgisinin yetersiz olduğu bunda matematiksel muhakemesinin istenilen düzeyde olamamasına sebep olduğu söylenebilir. Öğrencinin "Matematikim pek iyi değil buraya kadar çözebildim" ifadesinden

hareketle kendisini zihinsel olarak matematikte yetersiz gördüğü ve bununla dersi anlamada ve problemleri doğru çözmesinde engel olduğu söylenebilir. Buradan yola çıkarak ve öğrencinin MMT'si genel olarak incelendiğinde problemlerde muhakemede bulunamadığı, problemlerin çözümünde matematiksel işlemlerde yetersiz olduğu ifade edilebilir.

4.2. İkinci Alt Araştırma Problemine İlişkin Bulgular

İkinci alt araştırma problemi “8. sınıf öğrencileri muhakeme yaparken ne tür göstergeler kullanmaktadır?” şeklinde belirlenmiştir. Bu alt araştırma problemine cevap vermek için MMT’de yer alan problemlerin çözümünden sonra öğrencilerin yapmış oldukları açıklamalar analiz edilerek elde edilen bulgular Tablo 4.2’de verilmiştir. Ayrıca öğrencilerin gösterge kullanımlarıyla matematiksel muhakeme becerileri düzeyleri arasında anlamlı bir benzerlik ve farklılıkların daha iyi anlaşılması için testten faydalanılmıştır.

Tablo 4.2. Matematiksel muhakeme göstergeleri

Matematiksel Muhakeme Göstergeleri	Matematiksel Muhakeme Beceri Düzeyleri											
	Oldukça yüksek		Yüksek		Orta		Düşük		Oldukça düşük		Toplam	
İçin/bu yüzden/bu nedenle/ Yani	D.G.	Y.G.	D.G.	Y.G.	D.G.	Y.G.	D.G.	Y.G.	D.G.	Y.G.	D.G.	Y.G.
	14;46	4;5	18;40	3;3	13;23	5;7	11;16	7;9	4;5	4;4	60;130	24;28
	18;51		21;43		19;30		18;25		8;9		84;158	
Eğer ... ise...	D.G.	Y.G.	D.G.	Y.G.	D.G.	Y.G.	D.G.	Y.G.	D.G.	Y.G.	D.G.	Y.G.
	11;24	1;1	11;21	2;2	4;5	4;4	5;5	3;3	0;0	1;1	31;55	11;11
	12;25		13;23		8;9		8;8		1;1		42;66	
Çünkü	D.G.	Y.G.	D.G.	Y.G.	D.G.	Y.G.	D.G.	Y.G.	D.G.	Y.G.	D.G.	Y.G.
	6;6	2;2	7;12	2;2	2;2	1;1	4;5	2;3	0;0	0;0	19;25	7;8
	8;8		9;14		3;3		6;8		0;0		26;33	
olması gerekir/ olması lazım	D.G.	Y.G.	D.G.	Y.G.	D.G.	Y.G.	D.G.	Y.G.	D.G.	Y.G.	D.G.	Y.G.
	10;18	0;0	11;14	2;2	12;13	3;3	6;7	1;1	1;1	2;2	41;53	8;8
	10;18		13;16		15;16		7;8		3;3		49;61	
Eşit	D.G.	Y.G.	D.G.	Y.G.	D.G.	Y.G.	D.G.	Y.G.	D.G.	Y.G.	D.G.	Y.G.
	13;20	0;0	5;10	0;0	7;9	5;6	2;2	1;1	0;0	0;0	27;41	6;7
	13;20		5;10		12;15		3;3		0;0		33;48	
Toplam	61;122		61;106		57;73		42;52		12;13		234;366	

(X=; Y= Öğrenci Sayısı; Göstergenin Kaç Defa Kullanıldığı)

(D.G.: Doğru Gerekçeleştirme; Y.G.: Yanlış Gerekçeleştirme)

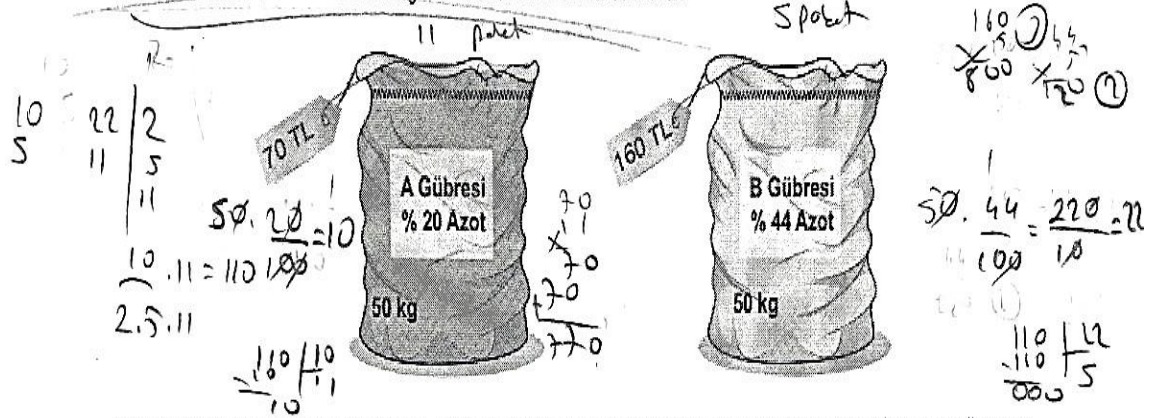
Tablo 4.2’de görüldüğü gibi matematiksel muhakeme düzeylerine göre 292, 8. sınıf öğrencisinin MMT’deki her bir problemde yapmış oldukları açıklamalara bağlı olarak 5 gösterge ortaya çıkmıştır. Bu göstergeler; “için/den dolayı/bu yüzden/Yani/”, “olması gerekir/olması lazım”, “Eğer...ise...”, “eşit” ve “çünkü” olup en fazla kullanılandan en az kullanılandan doğru ifade edilmiştir. 234 öğrenci MMT’de bulunan problemlerde açıklamada bulunmuş ve 366 defa muhakeme göstergeleri kullandıkları söylenebilir. Öğrencilerin muhakeme yaparken zihinsel süreçlerini problemlerin çözümünde kâğıda aktarmalarında göstergelerden yararlandıkları ifade edilebilir. Öğrencilerin muhakeme göstergelerini kullanarak çıkarımda bulundukları ifade edilebilir. Etkili muhakemede bulunmak için düşüncelerini gerekçelendirerek sağlam zemine oturtmaya çalıştıkları söylenebilir. Öğrencilerin matematiksel muhakeme yaparken düşüncelerini gerekçelendirmeleri önemlidir. Dolayısıyla gerekçelendirmeyi gerektiren göstergeler kullandıkları görülebilir.

Muhakeme bireyin düşüncelerini mantıksal çerçeveye dayandırarak bir sonuç ortaya koyma süreci olduğundan dolayı 8. sınıf öğrencileri açıklama yaparken kullanmış oldukları göstergeleri doğru gerekçelendirme (D.G.) veya yanlış gerekçelendirme (Y.G.) ile sonuca bağladıkları söylenebilir. Öğrencilerin matematiksel muhakeme beceri düzeyleri arttıkça doğru gerekçelendirme ile muhakeme göstergelerini kullandıkları ifade edilebilir. Oldukça yüksek muhakeme beceri düzeyine sahip olan öğrencilerin göstergeleri doğru gerekçelerle doğru yerde kullandıkları söylenebilir. Oldukça düşük muhakeme beceri düzeyine sahip olan öğrencilerin göstergeleri yanlış gerekçelerle kullandıkları veya hiç kullanmadıkları ifade edilebilir. Öğrencilerin matematikte muhakeme gerektiren problemi çözümlerken muhakeme beceri düzeyleri oldukça yüksek veya yüksek olan öğrenciler zihinsel süreçlerini açıklayarak bunu göstergeler kullanarak ortaya koydukları söylenebilir. Açıklamalarından yola çıkarak öğrenciler 8. sınıfta olmanın ve sınavlara hazırlanıyor olmalarından dolayı uygulanan MMT’yi de önemseyerek bilgilerini uygulama kağıdına aktardıkları söylenebilir. Gösterge kullanımının muhakemede bulunulmasında ortaya çıktığı söylenebilir. Dolayısıyla muhakeme problemlerinin çözümlenmesinin ardından açıklamalar yazılması öğrencilerin muhakeme yapabilmelerine neyi neden ve niçin yaptıklarının bilincinde olmalarını sağladığı söylenebilir.

Yukarıda ortaya çıkan matematiksel muhakeme göstergeleri hakkında daha detaylı bilgi sahibi olmak amacıyla her bir göstergeye yönelik öğrenci cevaplarından bazıları örnek olarak verilmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin MMT cevapları aşağıda sunulmuştur.

2. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

Bir çiftçi yaptırdığı toprak analizi sonucunda tarlasının ihtiyacı olan azot miktarını belirliyor. Bu ihtiyacı karşılamak için torbalar halinde satılan A ve B marka gübrelerinden birini tercih edecektir.



Çiftçi hangi markayı tercih ederse etsin aldığı gübrenin tamamını kullandığında toprağın ihtiyacı olan azot miktarının tam karşılandığını görüyor. Daha az ödeme yapacak şekilde bir tercihte bulunan çiftçi aldığı gübre için 1000 TL'den az ödüyor.

Buna göre çiftçi diğer markayı tercih etseydi kaç TL daha fazla ödeme yapardı?

- A) 15 B) 30 C) 45 D) 60

İlk önce A marka gübrenin %20'sini buluyoruz. $50 \times \frac{20}{100} = 10$ dir.
 Sonra B marka gübrenin %44'ünü buluyoruz. $50 \times \frac{44}{100} = 22$ dir.
 Şimdi 22 ve 10'un EKOK'unu buluyoruz. 110 dir. kaç torba
 alacağımızı bulmak için bulduğumuz EKOK'u 40 ile böleriz.
 Bulduğumuz $\frac{110}{10} = 11$ dir. $\frac{110}{22} = 5$ dir. $70 \times 11 = 770$, $160 \times 5 = 800$ dir.
 $800 - 770 = 30$ cevap 30

Şekil 4.6. Ö225'ün MMT'deki 2. probleme vermiş olduğu cevap

MMT'deki 2. problemde Ö225 muhakemede bulunurken "...için..." göstergesini kullanarak verilen bilgileri doğru gerekçelerle açıklamıştır. Öğrencinin 2. probleme verdiği açıklama incelendiğinde ilk önce A marka gübrenin %20'sini ve B marka gübrenin %44'ünü bulmuştur. Sonra 22 ve 10'un EKOK'unu 110 olarak yazmıştır. "kaç torba alacağımızı

bulmak için bulduğumuz ekoku bölüyoruz.” doğru gerekçesiyle muhakemede bulunduğu ifade edilebilir. İhtiyaç duyulan torba sayılarını 11 ve 6 bulmuştur. Para miktarlarını da hesaplayan öğrenci 30 sonucuna problemi anlayarak bulmuş olduğu sonuçların gerekçelerini ortaya koyduğu görülmektedir. Buradan yola çıkarak öğrencinin matematiksel muhakemede bulunurken doğru gerekçelendirme ile muhakeme göstergesini kullandığı söylenebilir. Öğrencinin MMT genel ortalama puanı 4.23 olarak bulunmuştur. Bu da *oldukça yüksek düzey* ortalama puan aralığında (4.00-5.00) yer almaktadır. Öğrenci oldukça yüksek düzey muhakeme becerisine sahiptir.

İlk önce hadım ödenecek TL yazılıp
sonra indirimli hale getirdim

11. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

Göcek’ te bir butik otelin kişi başı konaklama ücreti aşağıda verilmiştir.

Kişi başı günlük ücret 240 TL’dir.

Gün Sayısı	Günlük Ücret
$0 < x \leq 3$	240
$3 < x \leq 6$	%10 indirim
$6 < x$	%25 indirim

Akın, Barış ve Savaş bu otelde 5 gün konaklamış ve ödemeyi Akın yapmıştır.

Buna göre bu otelde tek başına konaklayan Buket en az kaç gün konakladığında Akın’dan daha fazla ödeme yapar?

A) 2 B) 4 C) 18 D) 19

Handwritten calculations and notes:

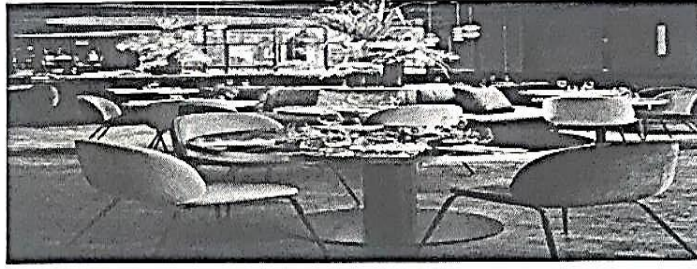
- $648 \times 3 = 3240$
- $240 \times 2 = 480$
- $1200 - 480 = 720$
- $720 \div 2 = 360$
- $360 \times 9 = 3240$
- $180 \times 6 = 1080$
- $1080 \times 3 = 3240$
- Handwritten note: "En fazla 19 gün"
- Handwritten note: "Buket 19 gün"
- Handwritten note: "3240 TL"

Şekil 4.7. Ö133’ün MMT’deki 11. probleme vermiş olduğu cevap

MMT’de Ö133, 11. problemde “...için...” muhakeme göstergesini doğru gerekçelendirme ile kullandığı görülmektedir. Öğrencinin, Akın ve arkadaşlarının otelde

kaldıkları zaman içinde ödemeleri gereken toplam miktarın matematiksel işlemlerini yaptığı görülmektedir. Ardından Buket'in otelde kaldığı zaman içinde ödemesi gereken toplam miktarın Akın ve arkadaşlarının otelde kaldığı zaman içinden en fazla *dediği için* doğru sonucu muhakeme yaparak ulaştığı söylenebilir. Nitekim Ö133'ün test ortalaması ise 3.41 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama ‘yüksek’ düzey muhakeme becerisi aralığına düşmektedir. Öğrenci *yüksek düzey* muhakeme becerisine sahiptir.

1. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.



Bir restoran açmayı planlayan Maide Hanım yarıçapları $\frac{7}{3}$ m ve $\frac{11}{3}$ m olan yuvarlak masalardan eşit sayıda sipariş vermiştir. Bu masalara sandalyeler eşit aralıklarda ve en az sayıda yerleştirilecektir. Maide Hanım toplam 40 tane masa sipariş etmiştir. Buna göre Maide Hanım'ın kaç sandalyeye ihtiyacı olur? ($\pi=3$ alınız.)

A) 360 B) 420 C) 540 D) 720

masaları eşit sayıda verdiği için ve toplam 40 tane sipariş etmiş
bizden en az olanı istediği için $40 \times 3 = 120$ $440 + 357 = 797$
 $120 \div 3 = 40$ $120 \div 7 = 280$ $120 \div 3 = 40$ $40 \times 7 = 280$ $11 \times 7 = 77$
 $120 \div 3 = 40$ $120 \div 7 = 280$ $120 \div 3 = 40$ $40 \times 7 = 280$ $11 \times 7 = 77$

Şekil 4.8. Ö151'in MMT'deki 1. probleme vermiş olduğu cevap

MMT'deki 1. problemde Ö151 muhakemede bulunurken ‘...için...’ göstergesini kullanarak verilen bilgileri *yanlış gerekçelendirmelerle* açıklamıştır. Problemde verilen bilgileri doğru kullanamamıştır. Çözümlemeyi yapıp açıklamada bulunan öğrenci 40 tane sandalye sipariş edildiğini ifade etmiştir. Bizden en az olanı *istediği için* toplam sandalye

sayısı ile π sayısını çarptığı görülmektedir. Bulduğu sonucu her bir masanın yarıçapları ile çarpmıştır. Ortaya çıkan sonuçları toplayıp çıkarmıştır. Buradan yola çıkarak öğrencinin problemdeki çözümlemesinden ve ardından açıklamasında matematiksel muhakemede bulunurken yanlış gerekçelendirme yaptığı ifade edilebilir. Öğrencinin MMT genel ortalama puanı 2.70 olarak bulunmuştur. Bu da *orta düzey* ortalama puan aralığında (2.00-2.99) yer almaktadır. Öğrenci orta düzey muhakeme becerisine sahiptir.

3. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ



Yeni bir eve taşınan Kenan eşyalarını yerleştirdiği kutuları yukardaki asansörü kullanarak taşıyacaktı. Özdeş olan kutular $\sqrt{156}$ kg ve kutuları taşıyan Kenan'ın ağırlığı ise 88 kg'dır. Buna göre Kenan asansöre kaç tane kutu ile binebilir?

A) 27 B) 29 C) 31 D) 34

Handwritten solution:

450
- 88

362

362 | 12
36

22
20

2

22 → da büyük olan
büyükten çok
29

156 | 2
78 2
36 2
18 2
9 3
3 3

1

12 kg her bir kutu

Şekil 4.9. Ö148'in MMT'deki 3. probleme vermiş olduğu cevap

MMT'deki 3. problemde Ö148 muhakemede bulunurken "...bu yüzden..." göstergesini kullanmıştır. Kenan'ın kilosunu asansörün taşıyabileceği kilodan çıkarmıştır. Her bir kolinin kilogramını taşıyabileceği kilogramdan yola çıkarak doğru gerekçelendirme ile muhakeme yaptığı söylenebilir. Her bir kutunun ağırlığını $a\sqrt{b}$ olacak şekilde 156'yı kök dışına alarak sayıyı asal çarpanlarına ayırmıştır. Her bir kutunun ağırlığını "12 kg her bir kutu" yazarak yapmış olduğu işlemin sonucunun ne demek olduğunu açıkladığı görülebilir. Asansörün taşıyabileceği geri kalan ağırlığı 362 olarak bulup her bir kutunun ağırlığın olan

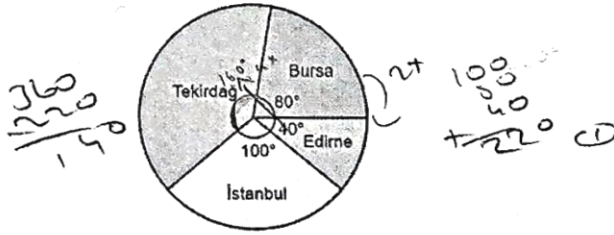
12 kg'ye bölmüştür. Sonucu 30 bulan öğrenci " 30'dan büyük olmaz bu yüzden en çok 29'dur." açıklamasında bulunmuştur. Buradan yola çıkarak öğrencinin matematiksel muhakemede bulunurken doğru gerekçelendirme ile muhakeme göstergesini kullandığı ve böylece asansöre yerleşecek kutu sayısına ulaştığı söylenebilir. Öğrenci oldukça düşük düzey muhakeme becerisine sahiptir. Öğrencinin MMT genel ortalama puanı 2.35 olarak bulunmuştur. Bu da orta düzey ortalama puan aralığında (2.00-2.99) yer almaktadır. Öğrenci oldukça düşük düzey muhakeme becerisine sahiptir.

6. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

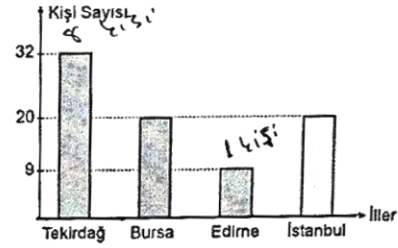
Bir uzaktan eğitim çalıştaya dört farklı ilden davetilerin katılması planlanmıştır. Bu çalıştaya katılması planlanan her bir kişiye bir davetiye e-posta yoluyla gönderilmiştir.

Aşağıdaki daire grafiğinde e-posta yolu ile gönderilen davetilerin illere göre dağılımları, sütun grafiğinde ise çalıştay günü çalıştaya katılım sağlayan davetli kişilerin illere göre dağılımı verilmiştir.

Grafik: Davetiyelerin İllere Göre Dağılımı



Grafik: Çalıştaya Katılan Davetli Kişilerin İllere Göre Dağılımı



Buna göre bu çalıştaya katılım sağlamayan kişi sayısı en az kaçtır? Açıklayınız.

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 15

Tekirdağ'ın toplam kişi 100 + 40 + 50 = 190 $360 - 190 = 170$
 Verilere göre Bursa'ya gönderilen davetiler sayısı
 Edirne'nin 2 katıdır. Ama Edirne'den 5 kişi
 Buradan 20 kişi katılmıştır. Yani Edirne'ye
 10 davetiye gönderilmiştir. 1 kişi Edirne'den katılmıştır.
 Tekirdağ Edirne'nin 4 katıdır. $10 \cdot 4 = 40$
 Tekirdağ'dan 8 kişi katılmıştır. $8 + 1 = 9$

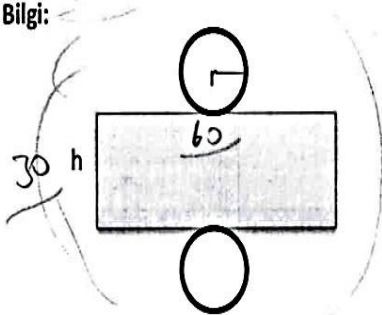
Cevap B

Şekil 4.10. Ö171'in MMT'deki 6. probleme vermiş olduğu cevap

MMT'deki 6. problemde Ö171 muhakemede bulunurken "...yani..." göstergesini kullanmıştır. Çalışmaya davet edilen illerden Tekirdağ'ın merkez açısını bulmuştur. Bursa iline gönderilen davetiye sayısı ile Edirne iline gönderilen davetiye sayısı 2 katıdır diyerek davete katılan illerin grafiğinden yararlanarak "yani Edirne iline 10 davetiye gitmiş" ve bunlardan 1 kişinin davete katılmadığını doğru gerekçelendirme ile muhakeme yaptığı söylenebilir. Buradan yola çıkarak öğrencinin matematiksel muhakemede bulunurken doğru gerekçelendirme ile muhakeme göstergesini kullandığı çalışmaya davet edilen ve davete katılan kişi sayıları arasındaki ilişkiyi muhakeme edebildiği ifade edilebilir. Öğrencinin genel olarak MMT ortalaması 2.47 olarak bulunmuştur. Bu da *orta düzey* ortalama puan aralığında (2.00-2.99) yer almaktadır. Öğrenci orta düzey muhakeme becerisine sahiptir.

17. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ

Bilgi:



Dik dairesel silindirin yanal alanı
taban çevresi ile yüksekliğinin çarpımına eşittir.

Bir kağıt havlunun yarıçapı 10 cm ve yüksekliği 30 cm'dir. Bu kağıt havlu belli bir miktar açılıyor ve açılan kısım koparılıyor. Dikdörtgensel bölgeyi elde etmek için havlu 5 defa döndürülüyor. Buna göre koparılan dikdörtgensel bölgenin alanı kaç cm^2 'dir? ($\pi=3$ alınız.)

☒ A) 4500 ☐ B) 5650 ☐ C) 8100 ☐ D) 9000

1 tem fundeki 900 alan 900 cm² dir 5 defa döndürülürse 4500 cm² olur.

Şekil 4.11. Ö135'in MMT'deki 17. probleme vermiş olduğu cevap

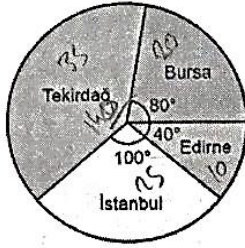
MMT'deki 17. problemde Ö135 dairesel silindirin yanal alanını verilen bilgileri doğru kullanıp bulduktan sonra 1 tur dönmesiyle 5 tur dönmesi arasındaki ilişkiyi "...eğer...ise..." göstergesini kullanarak muhakemede bulunduğu söylenebilir. Öğrenci silindirin dönmesine bağlı olarak oluşacak şeklin yüzey alanını doğru gerekçelendirmeyle bulmuştur. Buradan yola çıkarak öğrencinin "5 tur dönerse 4500 cm^2 olur." cümlesinden hareketle "...eğer...ise..." muhakeme göstergesini matematiksel muhakemede bulunurken doğru gerekçelendirme ile kullandığı söylenebilir. Öğrencinin MMT genel ortalama puanı 4,76 olarak bulunmuştur. Bu da *oldukça yüksek düzey* ortalama puan aralığında (4,00-5,00) yer almaktadır. Öğrenci oldukça yüksek düzey muhakeme becerisine sahiptir.

6. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

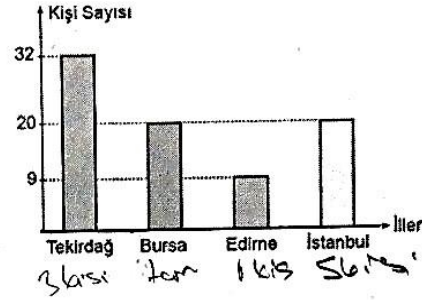
Bir uzaktan eğitim çalıştayına dört farklı ilden davetlilerin katılımı planlanmıştır. Bu çalıştaya katılımı planlanan her bir kişiye bir davetiye e-posta yoluyla gönderilmiştir.

Aşağıdaki daire grafiğinde e-posta yolu ile gönderilen davetiyelerin illere göre dağılımları, sütun grafiğinde ise çalıştay günü çalıştaya katılım sağlayan davetli kişilerin illere göre dağılımı verilmiştir.

Grafik: Davetiyelerin illere göre dağılımı



Grafik: Çalıştaya Katılan Davetli Kişilerin illere göre dağılımı



Buna göre bu çalıştaya katılım sağlamayan kişi sayısı en az kaçtır? Açıklayınız.

A) 6

B) 9

C) 12

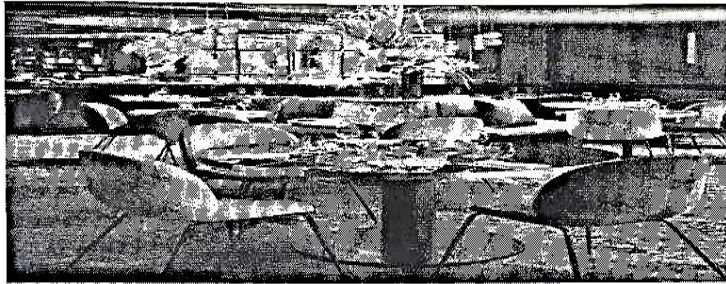
D) 15

Tekirdağ en az olursa diğerlerinde en az olur
Tekirdağ en az 35 tir, buna göre diğerleri sırasıyla
Bursa 20 İstanbul 25 Edirne 10 olur katılmayanlar
grafikçe göre toplam 9 kişidir

Şekil 4.12. Ö177'nin MMT'deki 6. probleme vermiş olduğu cevap

MMT'deki 6. problemde Ö177 muhakemede bulunurken "...eğer...ise..." göstergesini kullanarak davetlilerin illere göre dağılımını veren daire grafiği ile çalışmaya katılan kişilerin illere göre dağılımını veren sütun grafiği arasındaki ilişkiyi doğru gerekçelendirme ile muhakeme yaptığı söylenebilir. Öğrencinin 6. probleme ilişkin çözümü ve açıklaması incelendiğinde öncelikle daire grafiğinde verilmeyen açıyı (140) bulduğu görülmektedir. Bulduğu açıyı ölçüsünü grafiğe yerleştirmiştir. Ardından " Tekirdağ en az olursa diğerleri de en az olur. Tekirdağ en az 35'tir." açıklamasından yola çıkarak doğru gerekçelendirmede bulunduğu söylenebilir. Son olarak sütun grafiğinde davete katılmayan kişi satılarını her bir şehrin altına yazarak doğru sonuca ulaştığı görülmektedir. Buradan hareketle öğrenci "...eğer...ise..." muhakeme göstergesini doğru gerekçelendirme ile ifade ettiği söylenebilir. Öğrencinin MMT genel ortalama puanı 3 olarak bulunmuştur. Bu da *yüksek düzey* ortalama puan aralığında (3,00-3,99) yer almaktadır. Öğrenci yüksek düzey muhakeme becerisine sahiptir.

1. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.



Bir restoran açmayı planlayan Maide Hanım yarıçapları $\frac{7}{2}$ m ve $\frac{11}{2}$ m olan yuvarlak masalardan eşit sayıda sipariş vermiştir. Bu masalara sandalyeler eşit aralıklarda ve en az sayıda yerleştirilecektir.

Maide Hanım toplam 40 tane masa sipariş etmiştir.

Buna göre Maide Hanım'ın kaç sandalyeye ihtiyacı olur? ($\pi=3$ alınız.)

A) 360

B) 420

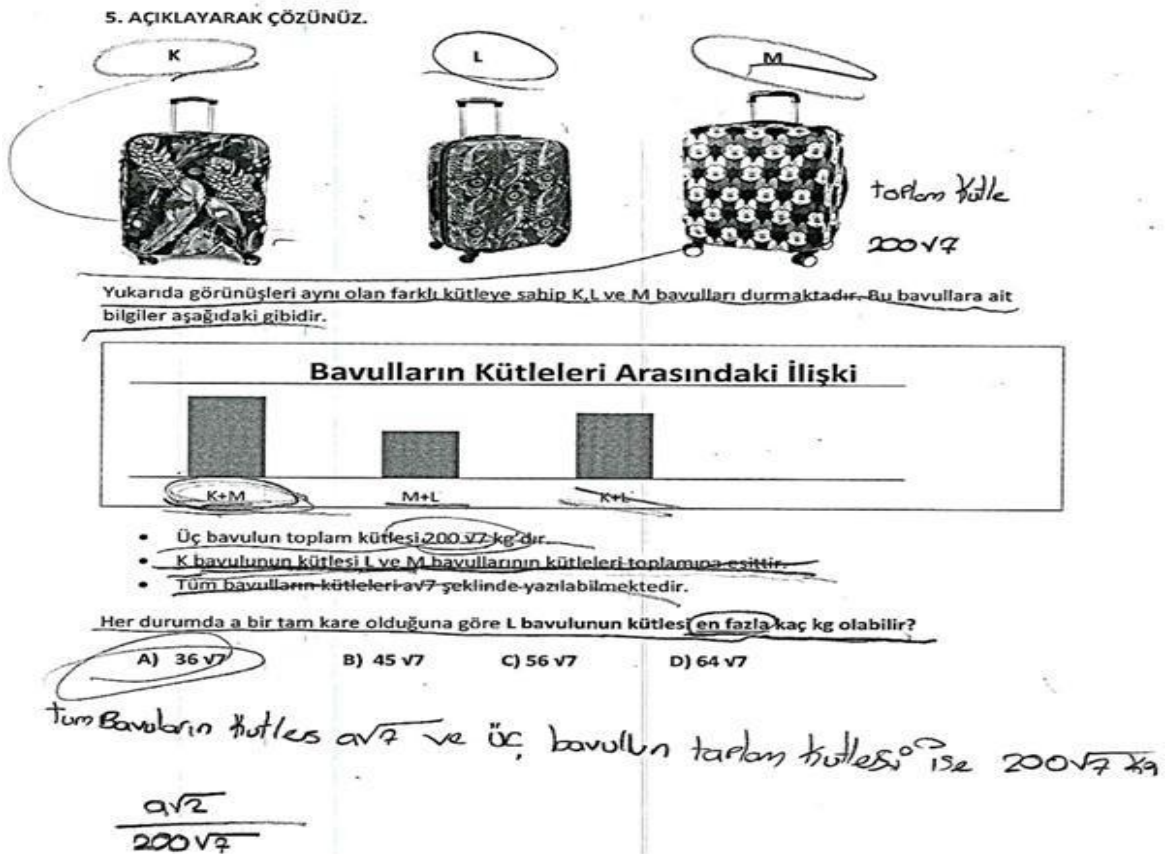
C) 540

D) 720

Öncelikle masaların çevreleri hesaplanır. Bizce π 'yi 3
olmamız söylenmiş. Çemberin çevresi $2\pi r$ dir. $\frac{7}{2} \cdot 8 = 14$. 1. çemberin
2. çemberin çevresi $\frac{11}{2} \cdot 8 = 22$ dir. 40 masayı 20'şer 20'şer dağıtırsak
14 2.7' dir. 7 sandalye koyarsak 20.7 = 140 tane. 22 2.11' dir. 11 sandalye
koyarsak 20.11 = 220 tane. 220 + 140 = 360. Cevap 360

Şekil 4.13. Ö97'nin MMT'deki 1. probleme vermiş olduğu cevap

MMT'deki 1. problemde Ö97 muhakemede bulunurken "...eğer...ise..." göstergesini kullanarak sandalyeler arasındaki mesafe ile kullanılan sandalye arasındaki ilişkiyi doğru gerekçelendirme ile muhakeme yaptığı söylenebilir. Önce masaların çevrelerini hesaplamıştır. Bize π 'yi 3 almamız söylenmiş ve çemberin çevresi $2\pi r$ 'dir açıklamasıyla yapmış olduğu işlemlerin problemin çözümü için gerekli olduğunun farkında olduğu söylenebilir. Ayrıca öğrencinin açıklaması incelendiğinde 40 masayı 20'şer 20'şer dağıtmıştır. 1. Çemberin çevresi 14 2.7'dir. "7 sandalye koyarsak $20.7=140$ tane. 22 2.11'dir. 11 sandalye koyarsak $20.22=220$ tane" ifadesinden hareketle öğrencinin zihinsel sürecini açıklamada "eğer...ise" muhakeme göstergesini kullanarak ortaya koyduğu söylenebilir. Muhakeme göstergesini kullanırken aradaki mesafeyi 2 olarak bulmuştur ve burada doğru gerekçelendirmede bulunduğu ifade edilebilir. MMT genel ortalama puanı 2,64 olarak bulunmuştur. Bu da orta düzey ortalama puan aralığında (2,00-2,99) yer almaktadır. Öğrenci orta düzey muhakeme becerisine sahiptir.

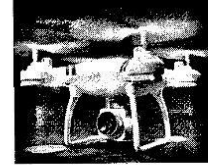


Şekil 4.14. Ö160'ın MMT'deki 5. probleme vermiş olduğu cevap

MMT'deki 5. problemde Ö160 muhakemede bulunurken ‘...eğer...ise’ göstergesini kullanarak, problemdeki verilerin aynısını açıklama olarak ifade ettiği görülmektedir. Fakat öğrenci matematiksel muhakemede bulunurken *yanlış gerekçelerle* göstergeyi kullanmıştır. Öğrencinin probleme yönelik yapmış olduğu işlem ve açıklamadan yola çıkarak doğru şıkkı nasıl ulaştığının farkında olmadığı söylenebilir. Zihinsel sürecini problemi çözerken ihtiyaç duyulan muhakeme düzeyine sahip olmadığı ifade edilebilir. Genel olarak, oldukça düşük matematiksel muhakeme düzeyindeki öğrencilerin yanlış gerekçelerle yanlış cevaplar verdiklerini söylemek mümkündür. Buradan yola çıkarak Öğrencinin matematiksel muhakemede bulunurken doğru gerekçelendirme yaptığını düşünerek problemi anlayamadığı ve verilenleri açıklama olarak ifade ettiği söylenebilir. Öğrencinin MMT genel ortalama puanı 0,58 olarak bulunmuştur. Bu da *oldukça düşük düzey* ortalama puan aralığında (0,00-0,99) yer almaktadır. Öğrenci oldukça düşük düzey muhakeme becerisine sahiptir.

10. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ

Elazığ depreminde arama-kurtarma çalışmalarının sağlıklı bir şekilde devam etmesi için yerli ve milli olarak üretilen Dronelar akşam etrafı aydınlatmak amacıyla kullanılmıştır. Bir Drone'nun yüksekliğine bağlı olarak aydınlattığı alan bilgisi şöyledir.



- Drone zeminden belli bir mesafeye kadar yükseldiğinde aydınlatabildiği bölge 1200 m^2 'dir.
- Drone yatay olarak x noktasına dik olacak şekilde 25 m yükseltip aydınlatması için gerekli ayarlar yapıldığında 2700 m^2 dairesel alan aydınlatabilir.
- Drone son durumda en uç noktaya gönderdiği ışının eğimi $3/2$ olmuştur.

Buna göre Drone'un ilk çıkarıldığı yükseklik kaç metredir? ($\pi=3$ alınız)

A) 25

B) 20

C) 15

D) 10

Açıklama: Bölge 1200 m^2 ise $\pi \cdot r^2 = 1200$
 $3 \cdot r^2 = 1200$
 $r^2 = 400$
 $r = 20$
 $\nearrow$

$$3 \cdot r^2 = 1200$$

$$400$$

$$r = 20$$

Şekil 4.15. Ö153'ün MMT'deki 10. probleme vermiş olduğu cevap

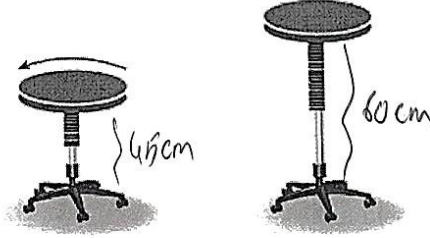
MMT'deki Ö153'nin testi incelendiğinde 10. problemde ‘...eğer...ise...’ muhakeme göstergesini kullanarak cevaplandığı görülmektedir. Öğrenci ‘Eğimden yararlanma’

beklenen muhakeme stratejisini kullanmadığından dolayı matematiksel işlemleri belli bir adıma kadar gerçekleştirdiği görülmektedir. Bu durum öğrencinin aldığı MMT puan ortalamasıyla da doğrulanmaktadır. Nitekim Ö153'nin test ortalaması ise 1.88 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama "düşük" düzey aralığına düşmektedir. Öğrenci *düşük düzey* muhakeme becerisine sahiptir.

4. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

a ve b birer doğal sayı olmak üzere $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 \cdot b}$ dir.

Aşağıda verilen taburenin yerden yüksekliği, oturma bölümünün ok yönünde bir tam tur dönüşünde $\sqrt{3}$ cm artmaktadır.



Bu taburenin yerden yüksekliği en kısa hâlinde 45 cm, en uzun hâlinde ise 60 cm dir.

Eylül bu tabureyi ok yönünde döndürerek en uzun haline getirmiştir.

Buna göre Eylül tabureyi en çok kaç tam tur döndürmüştür?

A) 6 B) 7 C) 8

8 az olur
çünkü $\sqrt{192}$ olur
0 42den 8 den büyük
olmalı. Yani 0 sıkı

$$3 < \sqrt{15} < 4$$

$$15 \rightarrow 225$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 3 \\ \hline 243 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 3 \\ \hline 192 \end{array} \textcircled{1}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 3 \\ \hline 147 \end{array} \textcircled{2}$$

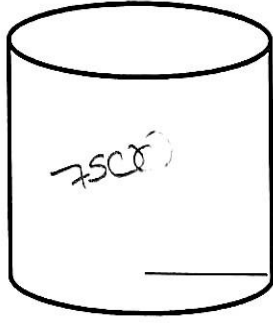
Şekil 4.16. Ö25'in MMT'deki 4. probleme vermiş olduğu cevap

MMT'deki 4. problemde Ö25 muhakemede bulunurken "...çünkü..." göstergesini kullanarak cevap verdiğini doğru gerekçelerle açıklamıştır. Problemde verilen bilgileri doğru kullanmıştır. Sandalyeler arasındaki farkı 15 olarak bulmuştur. Bu sonucun karekök karşılığı olan 225 ile belirtmiştir. Her dönüşteki uzama miktarını ayrı ayrı bulmuştur. 8 dönüş yaptığında $\sqrt{192}$ sonucu ulaşmıştır. Buradan yola çıkarak öğrencinin "8 az olur çünkü $\sqrt{192}$ olur." ifadesinden hareketle "çünkü" muhakeme göstergesini matematiksel muhakemede bulunurken doğru gerekçelendirme ile kullandığı söylenebilir. Öğrencinin MMT genel

ortalama puanı 3.11 olarak bulunmuştur. Bu da *yüksek düzey* ortalama puan aralığında (3,00-3,99) yer almaktadır. Öğrenci yüksek düzey muhakeme becerisine sahiptir.

16. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

Yarıçapı r ve yüksekliği h olan silindirin hacmi $\pi r^2 h$ dir.



YARIÇAP	YÜKSEKLİK
1 m	2 m
2 m	4 m
3 m	5 m

Tabloda yarıçapları ve yükseklikleri verilen dik dairesel silindir biçimindeki su kaplarının tamamı su ile doldurulup şekilde yarıçapı 5 m ve yüksekliği 10 m olan dik dairesel silindir biçimindeki su deposunun tamamı bu kaplarla dolduruluyor.

Bu iş için bu kaplardan her biri en az bir kez kullanılacağına göre su deposu taşmayacak şekilde en az kaç seferde doldurulur? ($\pi=3$ alınız)

A) 14

B) 13

C) 12

D) 11

Açıklama
İlk önce su deposunun hacmini buldum. Diğer verilenlerin hacmini buldum. Hepsini bir defa geri kalanlarını en büyükte doldurdum çünkü en az olacak.

3.25.10

7500 / 48 = 156.25

Şekil 4.17. Ö81'nin MMT'deki 16.probleme vermiş olduğu cevap

MMT'deki 16. problemde Ö81 muhakemede bulunurken "...çünkü..." göstergesini depoyu doldurmak için kullanılan silindir şeklindeki su kaplarının hepsinin kullanılması gerektiğinden her birini kullandıktan sonra en büyük hacimli kap ile doldurmaya devam etmesini doğru gerekçelendirme ile muhakeme yaptığı söylenebilir. Buradan yola çıkarak öğrencinin "Hepsini bir defa geri kalanlarını en büyükte doldurdum çünkü en az olacak." ifadesinden hareketle "çünkü" muhakeme göstergesini matematiksel muhakemede

bulunurken doğru gerekçelendirme ile kullandığı söylenebilir. Öğrencinin MMT genel ortalama puanı 2,00 olarak bulunmuştur. Bu da *orta düzey* ortalama puan aralığında (2,00-2,99) yer almaktadır. Öğrenci orta düzey muhakeme becerisine sahiptir.

2. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

Bir çiftçi yaptırdığı toprak analizi sonucunda tarlasının ihtiyacı olan azot miktarını belirliyor. Bu ihtiyacı karşılamak için torbalar halinde satılan A ve B marka gübrelerinden birini tercih edecektir.



Çiftçi hangi markayı tercih ederse etsin aldığı gübrenin tamamını kullandığında toprağın ihtiyacı olan azot miktarının tam karşılandığını görüyor. Daha az ödeme yapacak şekilde bir tercihte bulunan çiftçi aldığı gübre için 1000 TL'den az ödüyor.

Buna göre çiftçi diğer markayı tercih etseydi kaç TL daha fazla ödeme yapardı?

A) 15

B) 30

C) 45

D) 60

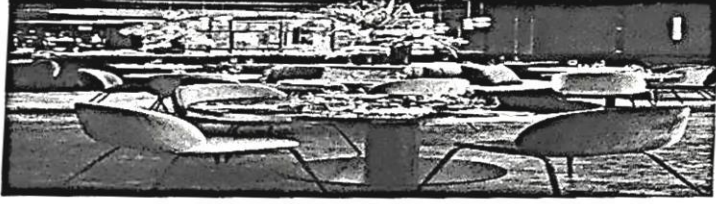
E kok yaptım çünkü en çok lazımdı
E kok lazımdı

Şekil 4.18. Ö250'nin MMT'deki 2. probleme vermiş olduğu cevap

MMT'deki 2. problemde Ö250 muhakemede bulunurken "...çünkü..." göstergesini matematik işlemlerini doğru gerekçelendirme ile muhakeme yaptığı söylenebilir. Öğrenci A gübresinde bulunan azot miktarını 10 kg, B gübresinde bulunan azot miktarını 22 olarak bulmuştur. Bulmuş olduğu 10 kg ve 22 kg ağırlıklarının EKOK'larını hesaplamıştır. EKOK'larını alma gerekçesini "EKOK yaptım çünkü en çok lazımdı." doğru gerekçelendirme ile muhakeme göstergesi kullanmıştır. İhtiyaç duyulan azot miktarını 110 bularak gübreler için ödenmesi gereken tutarı 770 ve 800 bulmuştur. Buradan yola çıkarak öğrencinin "EKOK yaptım çünkü en çok lazımdı." ifadesinden hareketle "çünkü"

muhakeme göstergesini matematiksel muhakemede bulunurken doğru gerekçelendirme ile kullandığı söylenebilir. Öğrencinin MMT genel ortalama puanı 1,58 olarak bulunmuştur. Bu da *düşük düzey* ortalama puan aralığında (1,00-1,99) yer almaktadır. Öğrenci düşük düzey muhakeme becerisine sahiptir.

1. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.



Bir restoran açmayı planlayan Maide Hanım yarıçapları $\frac{7}{3}$ m ve $\frac{11}{3}$ m olan yuvarlak masalardan eşit sayıda sipariş vermiştir. Bu masalara sandalyeler eşit aralıklarda ve en az sayıda yerleştirilecektir. Maide Hanım toplam 40 tane masa sipariş etmiştir. Buna göre Maide Hanım'ın kaç sandalyeye ihtiyacı olur? ($\pi=3$ alınız.)

BM = Büyük Masa C.
KM = Küçük Masa C.

A) 360 B) 420 C) 540 D) 720

BM = 22
KM = 14
İşlem:

Burada yapmamız gereken şey BM ve KM'nin ebobunu bulmak. Çünkü sandalyeler eşit aralıklarla yerleştirilmiş.

(22, 14) ebob = 2

$\frac{22}{2} = 11$ $\frac{14}{2} = 7$

18

Toplam 40 tane masa var
2 tane'de 18 iş

18 · 20

Şekil 4.19. Ö106'nın MMT'deki 1. probleme vermiş olduğu cevap

MMT'deki 1. problemde Ö106 muhakemede bulunurken "...çünkü..." göstergesini ihtiyaç duyulan sandalye sayısını bulmak için büyük masanın çevre uzunluğu ile küçük masanın çevre uzunluğunu bulmuştur. Doğru gerekçelendirme ile "...çünkü..." göstergesini kullanarak muhakeme yaptığı söylenebilir. Buradan yola çıkarak "Burada yapmamız gereken şey BM ve KM'nin ebobunu bulmak. Çünkü sandalyeler eşit aralıklarla yerleştirilmiş." ifadesinden hareketle "...çünkü..." muhakeme göstergesini öğrencinin matematiksel muhakemede bulunurken doğru gerekçelendirme ile kullandığı söylenebilir. Öğrencinin MMT genel ortalama puanı 4.64 olarak bulunmuştur. Bu da *oldukça yüksek*

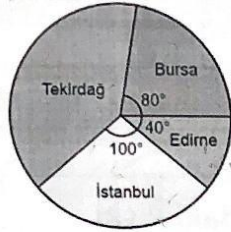
düzey ortalama puan aralığında (4.00-5.00) yer almaktadır. Öğrenci oldukça yüksek düzey muhakeme becerisine sahiptir.

6. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

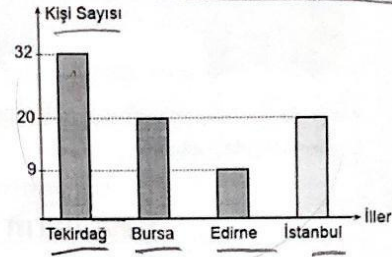
Bir uzaktan eğitim çalıştayına dört farklı ilden davetilerin katılması planlanmıştır. Bu çalıştaya katılması planlanan her bir kişiye bir davetiye e-posta yoluyla gönderilmiştir.

Aşağıdaki daire grafiğinde e-posta yolu ile gönderilen davetiyelerin illere göre dağılımları, sütun grafiğinde ise çalıştay günü çalıştaya katılım sağlayan davetli kişilerin illere göre dağılımı verilmiştir.

Grafik: Davetiyelerin illere göre Dağılımı



Grafik: Çalıştaya Katılan Davetli Kişilerin illere göre Dağılımı



Buna göre bu çalıştaya katılım sağlamayan kişi sayısı en az kaçtır? Açıklayınız.

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 15

Eksik bilgi olduğunu düşünüyorum çünkü daire grafiğine ait bir sayı vermeliydi ki çözebilirdim.

Şekil 4.20. Ö190'in MMT'deki 6. probleme vermiş olduğu cevap

MMT'deki 6. probleme Ö190'ın vermiş olduğu açıklama incelendiğinde "...çünkü..." muhakeme göstergesi ile yanlış gerekçelendirmede bulunarak ifade ettiği söylenebilir. Problemin çözülemeyeceğini düşünene öğrenci neden çözülemeyeceğini "Eksik bilgi olduğunu düşünüyorum. Çünkü daire grafiğine ait bir sayı vermeliydi ki çözebilirdim." açıklamasında bulunarak belirtmiştir. Buradan yola çıkarak muhakeme düzeyinin yeterli olmadığı dolayısıyla problemin çözümünde ihtiyaç duyulan bilgilerin problemde verilmediğini ifade ederek belirtmiştir. Öğrencinin MMT genel ortalama puanı

0.23 olarak bulunmuştur. Bu da oldukça düşük ortalama puan aralığında (0.00-0.99) yer almaktadır. Öğrenci oldukça düşük düzey muhakeme becerisine sahiptir.

Silindirin hacmi 750 cm^3 ’tur. hepsinden en az 1 kez kullandıktan sonra en az kaç defa daha mümkün olduğunca en büyükleri almalıyız?

16. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

Yarıçapı r ve yüksekliği h olan silindirin hacmi $\pi r^2 h$ ’dir.



$$\begin{array}{r} 141 \\ 48 \\ \hline 789 \end{array}$$

YARIÇAP	YÜKSEKLİK
1 m	2 m
2 m	4 m
3 m	5 m

$$\begin{array}{r} =6 \\ =48 \\ =135 \\ \hline 189 \end{array}$$

Tabloda yarıçapları ve yükseklikleri verilen dik dairesel silindir biçimindeki su kaplarının tamamı su ile doldurulup şekilde yarıçapı 5 m ve yüksekliği 10 m olan dik dairesel silindir biçimindeki su deposunun tamamı bu kaplarla dolduruluyor.

Bu iş için bu kaplardan her biri en az bir kez kullanılacağına göre su deposu taşmayacak şekilde en az kaç seferde doldurulur? ($\pi=3$ alınız)

A) 14

B) 13

C) 12

D) 11

$$\begin{array}{r} 750 \\ 189 \\ \hline 561 \end{array}$$

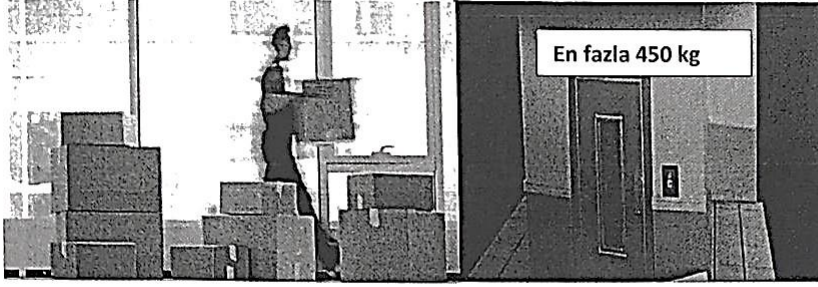
$$3 + 3 + 2 + 1 + 2$$

Şekil 4.21. Ö135’in MMT’deki 16. probleme vermiş olduğu cevap

MMT’deki 16. problemde Ö135 muhakemede bulunurken “...olması gerekir...” göstergesini silindirin hacmini bulduktan sonra her bir kabı kullanarak ve en az sayıda istenmesini doğru gerekçelendirme ile kullanarak muhakeme yaptığı söylenebilir. Buradan yola çıkarak “mümkün olduğunca en büyükleri almalıyız.” ifadesinden hareketle “...olması gerekir...” muhakeme göstergesini öğrencinin matematiksel muhakemede bulunurken doğru gerekçelendirme ile kullandığı söylenebilir. Öğrencinin MMT genel ortalama puanı

4.76 olarak bulunmuştur. Bu da *oldukça yüksek düzey* ortalama puan aralığında (4.00-5.00) yer almaktadır. Öğrenci oldukça yüksek düzey muhakeme becerisine sahiptir.

3. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ



Yeni bir eve taşınan Kenan eşyalarını yerleştirdiği kutuları yukardaki asansörü kullanarak taşıyacaktır. Özdeş olan kutular $\sqrt{156}$ kg ve kutuları taşıyan Kenan'ın ağırlığı ise 88 kg'dır. Buna göre Kenan asansöre kaç tane kutu ile binebilir?

A) 27 B) 29 C) 31 D) 34

$\sqrt{156} \rightarrow 156 \div 2 = 78$
 $78 \div 3 = 26$
 $26 \div 2 = 13$
 $13 \times 12 = 156$

$450 - 88 = 362$

Kenan dışında kolilerin 362 kg olması gerekir.

$362 \div 12 = 30 \text{ } 2$
 $30 \times 12 = 360$
 $360 + 88 = 448$

$12 < \sqrt{156} < 13$
31,6'ya yeameli o da 0 alır.

Şekil 4.22. Ö27'nin MMT'deki 3. probleme vermiş olduğu cevap

MMT'deki 5. problemde Ö27 muhakemede bulunurken "...olması gerekir..." göstergesini Kenan'ın dışında kolilerin olması gereken miktar arasında doğru gerekçelendirme ile kullanarak muhakeme yaptığı söylenebilir. Her bir kutunun mevcut ağırlığının 12 ile 13 arasında olduğunu bulmuştur. Ardından asansörün Kenan dışında taşıyabileceği ağırlığı 12 doğal sayısına bölerek sonuca ulaştığı görülebilir. Buradan yola çıkarak öğrencinin matematiksel muhakemede bulunurken "Kenan dışında 360 kg olması gerekir." ifadesinden hareketle doğru gerekçelendirme ile muhakeme göstergesini kullandığı söylenebilir. Öğrencinin MMT genel ortalama puanı 3.12 olarak bulunmuştur. Bu

da *yüksek düzey* ortalama puan aralığında (3.00-3.99) yer almaktadır. Öğrenci yüksek düzey muhakeme becerisine sahiptir.

2. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.
 Bir çiftçi yaptırdığı toprak analizi sonucunda tarlasının ihtiyacı olan azot miktarını belirliyor. Bu ihtiyacı karşılamak için, torbalar halinde satılan A ve B marka gübrelerinden birini tercih edecektir.

TIP! Yüzdeli sorularda biriyse $\frac{100}{50} = \frac{20}{x} \Rightarrow x = 10$

Handwritten notes: *eşit toplam kütle yüzün çarpanlarından*

Diagram: Two bags of fertilizer. Bag A: "A Gübresi % 20 Azot 50 kg". Bag B: "B Gübresi % 44 Azot 50 kg". Handwritten calculations: 10 kg Azot for Bag A, 22 kg Azot for Bag B. 70 TL for Bag A, 160 TL for Bag B. $800 \text{ am} = \text{azot miktarı}$.

Çiftçi hangi markayı tercih ederse etsin aldığı gübrenin tamamını kullandığında toprağın ihtiyacı olan azot miktarının tam karşılandığını görüyor. Daha az ödeme yapacak şekilde bir tercihte bulunan çiftçi aldığı gübre için 1000 TL'den az ödüyor.

Buna göre çiftçi diğer markayı tercih etseydi kaç TL daha fazla ödeme yapardı?

A) 15 B) 30 C) 45 D) 60

Handwritten solution: *Burada her iki seçenekte de eşit azot olması gerekir. Ve bunun maliyeti $x \Rightarrow x < 1000 \text{ TL}$ olması gerekir*

$(10,22) \text{ ek nokta} = \frac{10 \cdot 22}{2} = 110$

$10 \cdot 11 = 110$ $15 \cdot 22 = 330$

Burada eşit am yaptık her iki yoldan bu...

Şekil 4.23. Ö254'in MMT'deki 2. probleme vermiş olduğu cevap

Ö254'in çözümü incelendiğinde MMT'deki bu probleme vermiş olduğu cevapta beklenen muhakemeyi "EKOK'tan yola çıkarak en az miktarı bulma" stratejisini kullandığı görülmektedir. Öğrenci, "Burada her iki seçenekte de eşit azot olması gerekir." ifadesinden hareketle muhakeme göstergesini kullanmıştır. Ayrıca işlemleri neden yaptığını "x < 1000 olması gerekir" matematiksel ifadesiyle beklenen muhakeme stratejisini kullanması gerektiğinin bilincinde olduğu görülebilir. Buradan yola çıkarak A ve B çuvallarındaki azot miktarını bulduktan sonra her iki çuvalda azot miktarının karşıladığı için doğru sonuca beklenen muhakeme stratejisini kullanarak ve "olması gerekir..." matematiksel muhakeme göstergesiyle de zihinsel sürecini ifade ederek ulaştığı söylenebilir. Öğrencinin MMT ortalaması 2.06 olup *orta* düzey muhakeme becerisine sahiptir.

9. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

Benzinli bir araca LPG sistemi takıldığında % 40 yakıt tasarrufu sağlanmaktadır. LPG sistemi takılma maliyeti ve her 12 aylık kullanım sonunda tekrarlanan LPG sistemi bakımı ücretleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo : LPG Sistemi İçin Yapılan Harcamalar

Harcama Türü	Tutar (TL)
LPG Sistemi Takılma Maliyeti	3000
12 Ay Sonunda LPG Sistemi Bakımı	600

Kilometrede ortalama 50 kuruş değerinde benzin yakan bir araç sahibi aracına LPG sistemi taktırıyor.

Bu araç LPG sistemi ile ayda ortalama 1000 km yol aldığına göre kaçınıcı ayın sonunda LPG sistemi için yapılan toplam harcama yakıt ücretinden elde edilen tasarrufa eşit olur?

A) 15

B) 18

C) 21

D) 23

Harcam ben önce $\frac{40}{100} = \frac{2}{5} \cdot 1000 \text{ m.}$ $\frac{1000 \cdot 2}{5} = 400$ 20 000 kuruş yapıyor
TL cinsinden 200 yapıyor 200 t 18 ay sonunda Toplam tutar 3600
ile eşit olur

Şekil 4.24. Ö47'in MMT'deki 9. probleme vermiş olduğu cevap

MMT'deki 9. problemde Ö47 muhakemede bulunurken "...eşit..." göstergesini kullanarak tablodaki verileri doğru gerekçelendirme ile muhakemede bulunduğu söylenebilir. Öğrenci LPG sistemi sonrası ile yakıt ücretin hesaplamıştır. Öğrencinin genel olarak MMT ortalaması 4.29 olup *oldukça yüksek* muhakeme düzeyine sahiptir. Buradan yola çıkarak '200 tl 18 ay sonunda toplam tutar 3600 ile eşit olur.' ifadesinden hareketle "...eşit..." muhakeme göstergesini öğrencinin matematiksel muhakemede bulunurken doğru gerekçelendirme ile kullandığı söylenebilir. Öğrencinin MMT genel ortalama puanı 4,29 olarak bulunmuştur. Bu da *oldukça yüksek düzey* ortalama puan aralığında (4,00-5,00) yer almaktadır. Öğrenci oldukça yüksek düzey muhakeme becerisine sahiptir.

11. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

Göcek' te bir butik otelin kişi başı konaklama ücreti aşağıda verilmiştir.

Kişi başı günlük ücret 240 TL'dir.



Gün Sayısı	Günlük Ücret
$0 < x \leq 3$	240
$3 < x \leq 6$	%10 indirim
$6 < x$	%25 indirim

Akın, Barış ve Savaş bu otelde 5 gün konaklamış ve ödemeyi Akın yapmıştır.

Buna göre bu otelde tek başına konaklayan Buket en az kaç gün konakladığında Akın'dan daha fazla ödeme yapar?

A) 2

B) 4

C) 18

D) 19

Handwritten calculations for the problem:

18. günde eşit olur $240 \times 18 = 4320$

19. günde daha fazla ödeme yapar $240 \times 19 = 4560$

Handwritten calculations for the total payment:

$240 \times 5 = 1200$

$1200 \times 0.9 = 1080$

$1080 \times 0.75 = 810$

$1200 + 810 = 2010$

5900

Handwritten calculations for the total payment:

$240 \times 18 = 4320$

$4320 \times 0.9 = 3888$

$3888 \times 0.75 = 2916$

$4320 + 2916 = 7236$

Şekil 4.25. Ö218'in MMT'deki 11. probleme vermiş olduğu cevap

MMT'deki 11. problemde Ö218'in çözümü ve açıklaması incelendiğinde "...eşit..." muhakeme göstergesini doğru gerekçelendirme yaparak kullandığı söylenebilir. Akın ve arkadaşlarının otelde 5 gün kaldıklarında ödedikleri ücreti 3240 olarak bulmuştur. Ardından Buket'in kaldığı gün sayısını hesaplamıştır. Açıklaması incelendiğinde "18. günde eşit olur. 19. günde daha fazla ödeme yapar." diyerek nasıl doğru sonuca ulaştığının farkında olduğu söylenebilir. Öğrenci doğru gerekçelendirme yaparak doğru sonuca ulaşmıştır. Buradan yola çıkarak öğrencinin MMT genel ortalama puanı 4,11 olarak bulunmuştur. Bu da *oldukça yüksek düzey* ortalama puan aralığında (4,00-5,00) yer almaktadır. Öğrenci oldukça yüksek düzey muhakeme becerisine sahiptir.

9. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

Benzinli bir araca LPG sistemi takıldığında % 40 yakıt tasarrufu sağlanmaktadır. LPG sistemi takılma maliyeti ve her 12 aylık kullanım sonunda tekrarlanan LPG sistemi bakımı ücretleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo : LPG Sistemi İçin Yapılan Harcamalar

Harcama Türü	Tutar (TL)
LPG Sistemi Takılma Maliyeti	3000
12 Ay Sonunda LPG Sistemi Bakımı	600

Kilometrede ortalama 50 kuruş değerinde benzin yakan bir araç sahibi aracına LPG sistemi taktıyor.

Bu araç LPG sistemi ile ayda ortalama 1000 km yol aldığına göre kaçınıcı ayın sonunda LPG sistemi için yapılan toplam harcama yakıt ücretinden elde edilen tasarrufa eşit olur?

A) 15

B) 18

C) 21

D) 23

$$\frac{50}{100} = 60$$

$$100 - 40 = 60$$

$$6 \overline{) 20} = 3$$

$$6 \cdot 3 = 18$$

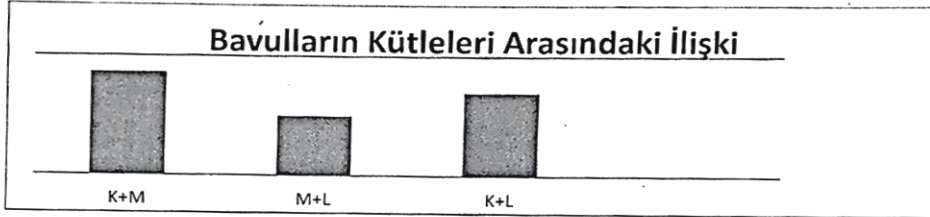
Şekil 4.27. Ö129'in MMT'deki 9. probleme vermiş olduğu cevap

MMT'deki 9. problemde Ö129 muhakemede bulunurken "...eşit..." göstergesini kullanarak yanlış gerekçeyle açıklamıştır. Problemde verilen bilgileri doğru kullanamamıştır. Problemde LPG fiyatı ile toplam harcanan yakıt miktarı arasında ilişkiyi kuramayarak muhakeme edemediği düşünülen öğrenci yanlış sonuca varmıştır. Öğrencinin genel olarak MMT ortalaması 1,64 olup *düşük* muhakeme düzeyine sahiptir. Buradan yola çıkarak *işlemlerinden* hareketle "eşit" muhakeme göstergesini öğrencinin matematiksel muhakemede bulunurken doğru gerekçelendirme ile kullanmadığı söylenebilir. Öğrencinin MMT genel ortalama puanı 1.64 olarak bulunmuştur. Bu da *düşük düzey* ortalama puan aralığında (1.00-1.99) yer almaktadır. Öğrenci düşük düzey muhakeme becerisine sahiptir.

5. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.



Yukarıda görünüşleri aynı olan farklı kütleye sahip K, L ve M bavulları durmaktadır. Bu bavullara ait bilgiler aşağıdaki gibidir.



- Üç bavulun toplam kütlesi 200 v7 kg'dır.
- K bavulunun kütlesi L ve M bavullarının kütleleri toplamına eşittir.
- Tüm bavulların kütleleri v7 şeklinde yazılabilmektedir.

$$\begin{array}{r} 200 \sqrt{7} \\ 100 \sqrt{7} \end{array}$$

Her durumda a bir tam kare olduğuna göre L bavulunun kütlesi en fazla kaç kg olabilir?

- A) $36 \sqrt{7}$ B) $45 \sqrt{7}$ C) $56 \sqrt{7}$ D) $64 \sqrt{7}$

$$K + M = 200 \sqrt{7}$$

$$K = L + M$$

Ben sıkırdan
gittim D sıkı
buldum şimdi K
L ve M eşit 3 bavul
toplamı 200 v7 oldu
süre L ve M'nin
toplamı K eşit en fazla
dodgi için sıkırda
en fazla 64 v7 vord

Şekil 4.28. Ö12'in MMT'deki 5. probleme vermiş olduğu cevap

MMT'deki 5. problemde Ö12 muhakemede bulunurken "...eşit..." göstergesini kullanarak bavulların ağırlıkları arasında doğru gerekçelendirme ile muhakemede bulunduğu söylenebilir. Fakat grafikte verilen bavulların ağırlıkları arasındaki ilişkiyi yorumlayamadığından yanlış sonuca vardığı söylenebilir. Buradan yola çıkarak "L ve M'nin

toplama K eşit” ifadesinden hareketle “...eşit...” muhakeme göstergesini öğrencinin matematiksel muhakemede bulunurken doğru gerekçelendirme ile kullandığı söylenebilir. Ancak öğrencinin yanlış sonuca ulaşmasında ise problemdeki bilgiyi kuramadığının etkisi olabilir. Öğrencinin MMT genel ortalama puanı 1,17 olarak bulunmuştur. Bu da *düşük düzey* ortalama puan aralığında (1.00-1.99) yer almaktadır. Öğrenci düşük düzey muhakeme becerisine sahiptir.

Öğrencilerin MMT’ye vermiş oldukları cevaplar incelendiğinde beceri düzeyleri yüksek olan öğrencilerin muhakeme göstergelerinde doğru gerekçelendirmeler yaptıkları beceri düzeyleri düştükçe muhakeme göstergelerinde de yanlış gerekçelendirme yaptıklarını söylemek mümkündür.

4.3.Üçüncü Alt Araştırma Problemine İlişkin Bulgular

Üçüncü alt araştırma problemi “*8.sınıf öğrencilerinin MMT’deki problemleri çözerken kullanmaları beklenen stratejiler nelerdir?*” şeklinde belirlenmiştir. Öğrencilerin MMT’de doğru bir şekilde sonuca ulaşabilmeleri için beklenen muhakeme stratejileri Tablo 4.3’te gösterilmiştir.

Tablo 4.3. Kullanılması beklenen muhakeme stratejileri

Problem Numaraları	Alt Öğrenme Alanları	Kullanılması Beklenen Stratejiler	Kullanılma Sayısı
1.	Çarpanlar ve Katlar	EBOB’dan Yola Çıkararak En Az Miktarı Bulma	137
2.	Çarpanlar ve Katlar	EKOK’tan Yola Çıkararak En Az Miktarı Bulma	156
3.,4.	Kareköklü İfadeler	Yaklaşık Tam Kare Değerlerini Kullanma	301
5.	Kareköklü ifadeler	Belli Bir Toplamı Verilen Sayılar Arasında İlişkilendirme Yapma	138
6.	Veri Analizi	En Sade Haline Getirme	151
7.	Cebirsel İfadeler ve Özdeşlik	Özdeşliklerden Yararlanma	112

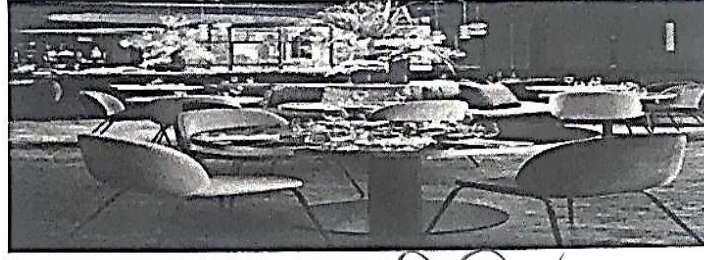
Tablo 4.3. (Devam) Kullanılması beklenen muhakeme stratejileri

8.	Cebirsel İfadeler ve Özdeşlik	Çarpanlarına Ayırarak En Az Miktarı Bulma	115
9.-11.	Doğrusal Denklemler Eşitsizlik	Yüzdeleri Kullanarak Çözüm Yoluna Gitme	75
10.	Doğrusal Denklemler	Eğimden Yararlanarak Çözüm Yoluna Gitme	60
12.	Doğrusal Denklemler	Eğimden Yararlanma Cevap Seçeneklerinden Gitme	146
13.-14.-17.	Üçgenler-Üçgenler- Geometrik Cisimler	Verilen Bilgilerden Yararlanma	217
15.-16.	Dönüşüm Geometrisi- Geometrik Cisimler	En Büyük Çarpım Sonucuna Ulaşmak İçin Yakın Çarpanları Kullanma	26

Tablo 4.3'te MMT'nin her bir sorusunda muhakemede bulunabilmek için sekizinci sınıf öğrencilerinden kullanmaları beklenen stratejiler tabloda verilmiştir. Testte, 15.-16. problemlerin doğru sonuçlara varabilmek için kullanılması beklenen "en büyük çarpım sonucuna ulaşmak için yakın çarpanları kullanma" beklenen stratejisinin en az kullanıldığı görülmüştür. Dolayısıyla bu iki problemin öğrenciler tarafından muhakeme edilip çözümlenmesinde kullanılması beklenen stratejinin az kullanıldığı söylenebilir. Diğer problemlerin muhakeme edilerek doğru sonuçlara varılabilmesi için öğrencilerden kullanmaları beklenen stratejilerden yararlandıkları söylenebilir. MMT'de bulunan 3. ve 4. problemlerin öğrenciler tarafından "Yaklaşık Tam Karelerini Kullanma" stratejisinden fazlaca yararlanıp muhakemede bulunarak sonuca ulaştıkları ifade edilebilir.

1. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

$$\begin{array}{r} 16 \quad 22 \quad 24 \quad 16 \\ 7 \quad 11 \quad 17 \\ 1 \quad 11 \quad 11 \\ 1 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 7 \cdot 4 \\ 3 \\ \hline 28 \\ 7 \cdot 11 \\ 3 \\ \hline 254 \\ 20 \quad 280 \quad 440 \end{array}$$

Bir restoran açmayı planlayan Maide Hanım yarıçapları $\frac{7}{3}$ m ve $\frac{11}{3}$ m olan yuvarlak masalardan eşit sayıda sipariş vermiştir. Bu masalara sandalyeler eşit aralıklarda ve en az sayıda yerleştirilecektir. Maide Hanım toplam 40 tane masa sipariş etmiştir. Buna göre Maide Hanım'ın kaç sandalyeye ihtiyacı olur? ($\pi=3$ alınız.)

- A) 360 B) 420 C) 540 D) 720

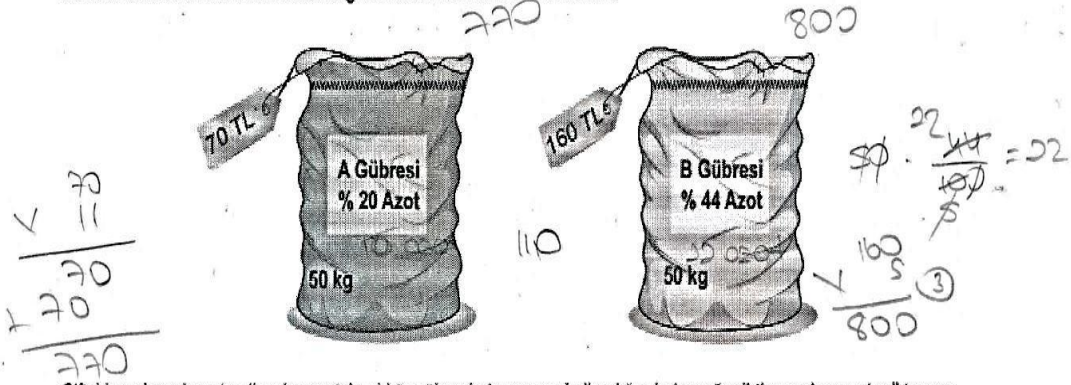
masaların çevre uzunluklarını bulduk daha sonra eş aralıklarla dediği için eboblarını bulduk (ebobları 2) yarıçapı $\frac{7}{3}$ olan masaya 7 sandalye yarıçapı $\frac{11}{3}$ olan masaya 11 sandalye koyduk her bir masadan 20 tane varmış olduğu için $20 \cdot 7 = 140$ diğer masadela $11 \cdot 20 = 220$ topladığımızda 360 sandalye olur.

Şekil 4.29. Ö278'in MMT'deki 1. probleme vermiş olduğu cevap

MMT'de Ö278'ün 1. problemde doğru sonuca varılması için kullanılması beklenen "EBOB" dan yola çıkarak en az miktarı bulma" stratejisinden yararlandığı ifade edilebilir. Öğrencinin "masalar arası eşit dediği için eboblarını bulduk (ebobları 2)" ifadesinden ve yapmış olduğu çözümden hareketle beklenen stratejiden yararlandığı belirtilebilir. Ayrıca "...için..." muhakeme göstergesini kullanarak çözüme gittiği görülmektedir. Problemde verilen bilgileri anlamlandırdığı ve gerekçelendirerek çözdüğü sonucuna varılabilir. Özellikle çözümünü yaparken bulmuş olduğu sonuçların ne anlama geldiğini ve neden yaptığını hem açıklamış hem de işleme yansıtarak muhakeme yaptığı söylenebilir. Öğrencinin MMT ortalaması 3.82 olup yüksek muhakeme düzeyine sahiptir.

2. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

Bir çiftçi yaptırdığı toprak analizi sonucunda tarlasının ihtiyacı olan azot miktarını belirliyor. Bu ihtiyacı karşılamak için torbalar halinde satılan A ve B marka gübrelerinden birini tercih edecektir.



Çiftçi hangi markayı tercih ederse etsin aldığı gübrenin tamamını kullandığında toprağın ihtiyacı olan azot miktarının tam karşılandığını görüyor. Daha az ödeme yapacak şekilde bir tercihte bulunan çiftçi aldığı gübre için 1000 TL'den az ödüyor.

Buna göre çiftçi diğer markayı tercih etseydi kaç TL daha fazla ödeme yapardı?

A) 15

B) 30

C) 45

D) 60

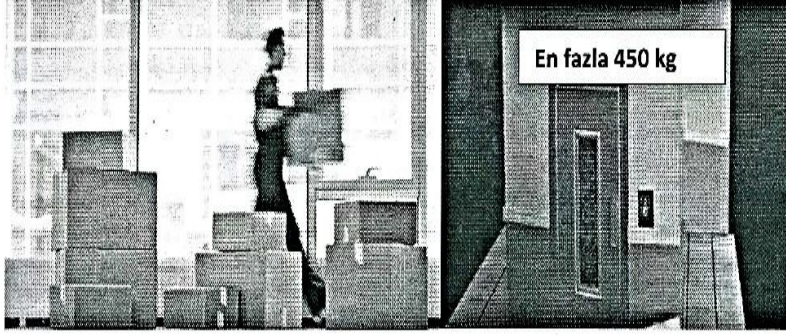
her ikişide
A ve B çuvallarındaki azot miktarını buldum sonra azot miktarını karşıladığı için ekokunu buldum ve katını aldım. Çünkü 1000'den az diyor. Ekoklarını azot miktarına böldüm ve para ile çarpım = 110 TL. 110 TL de para miktarını buldum. Çık oları az o lardan çıkardım ve

Şekil 4.30. Ö141'in MMT'deki 2. probleme vermiş olduğu cevap

Ö141'in çözümü incelendiğinde MMT'deki bu probleme vermiş olduğu cevapta beklenen muhakemeyi "EKOK'tan yola çıkarak en az miktarı bulma" stratejisini kullandığı görülmektedir. Öğrenci, problemde "A ve B çuvallarındaki azot miktarını bulduktan sonra her iki çuvalda azot miktarının karşıladığı için EKOK'unu buldum ve katını aldım. Çünkü 1000'den az diyor." ifadesinden hareketle doğru sonuca beklenen muhakeme stratejisini kullanarak ulaştığı söylenebilir. Yapmış olduğu işlemleri neden yaptığını gerekçesiyle "çünkü" muhakeme göstergesini kullanarak açıkladığı dolayısıyla zihinsel sürecini aktarabildiği görülebilir. Problemde verilen bilgileri nerede ve neden kullanması

gerektiğinin farkında olduğu söylenebilir. Öğrencinin MMT ortalaması 3.88 olup *yüksek* düzey muhakeme becerisine sahiptir.

3. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ



Yeni bir eve taşınan Kenan eşyalarını yerleştirdiği kutuları yukardaki asansörü kullanarak taşıyacaktır. Özdeş olan kutular 156 kg ve kutuları taşıyan Kenan'ın ağırlığı ise 88 kg'dır. Buna göre Kenan asansöre kaç tane kutu ile binebilir?

A) 27 B) 29 C) 31 D) 34

Handwritten calculations and notes:

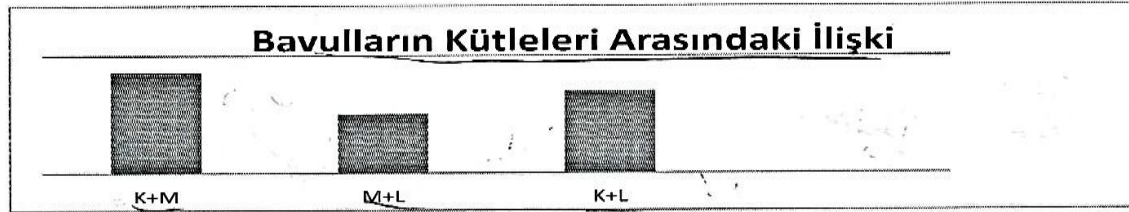
- $156 \div 12 = 13$ (Note: 12 is written above 156)
- $362 = \text{kutu ağırlığı}$
- $31 \times 12 = 372 = \text{en fazla}$
- $372 - 88 = 284$
- $284 \div 12 = 23 \text{ remainder } 8$
- $23 + 1 = 24$
- $24 \times 12 = 288$
- $288 - 88 = 200$
- $200 \div 12 = 16 \text{ remainder } 8$
- $16 + 23 = 39$
- $39 \times 12 = 468$
- $468 - 88 = 380$
- $380 \div 12 = 31 \text{ remainder } 8$
- $31 + 24 = 55$
- $55 \times 12 = 660$
- $660 - 88 = 572$
- $572 \div 12 = 47 \text{ remainder } 8$
- $47 + 39 = 86$
- $86 \times 12 = 1032$
- $1032 - 88 = 944$
- $944 \div 12 = 78 \text{ remainder } 8$
- $78 + 55 = 133$
- $133 \times 12 = 1596$
- $1596 - 88 = 1508$
- $1508 \div 12 = 125 \text{ remainder } 8$
- $125 + 86 = 211$
- $211 \times 12 = 2532$
- $2532 - 88 = 2444$
- $2444 \div 12 = 203 \text{ remainder } 8$
- $203 + 133 = 336$
- $336 \times 12 = 4032$
- $4032 - 88 = 3944$
- $3944 \div 12 = 328 \text{ remainder } 8$
- $328 + 211 = 539$
- $539 \times 12 = 6468$
- $6468 - 88 = 6380$
- $6380 \div 12 = 531 \text{ remainder } 8$
- $531 + 336 = 867$
- $867 \times 12 = 10404$
- $10404 - 88 = 10316$
- $10316 \div 12 = 859 \text{ remainder } 8$
- $859 + 539 = 1398$
- $1398 \times 12 = 16776$
- $16776 - 88 = 16688$
- $16688 \div 12 = 1390 \text{ remainder } 8$
- $1390 + 867 = 2257$
- $2257 \times 12 = 27084$
- $27084 - 88 = 26996$
- $26996 \div 12 = 2249 \text{ remainder } 8$
- $2249 + 1398 = 3647$
- $3647 \times 12 = 43764$
- $43764 - 88 = 43676$
- $43676 \div 12 = 3639 \text{ remainder } 8$
- $3639 + 2257 = 5896$
- $5896 \times 12 = 70752$
- $70752 - 88 = 70664$
- $70664 \div 12 = 5888 \text{ remainder } 8$
- $5888 + 3647 = 9535$
- $9535 \times 12 = 114420$
- $114420 - 88 = 114332$
- $114332 \div 12 = 9527 \text{ remainder } 8$
- $9527 + 5896 = 15423$
- $15423 \times 12 = 185076$
- $185076 - 88 = 185088$
- $185088 \div 12 = 15424$
- $15424 \times 12 = 185088$
- $185088 - 88 = 185000$
- $185000 \div 12 = 15416 \text{ remainder } 8$
- $15416 + 9527 = 24943$
- $24943 \times 12 = 299316$
- $299316 - 88 = 299228$
- $299228 \div 12 = 24935 \text{ remainder } 8$
- $24935 + 15423 = 40358$
- $40358 \times 12 = 484296$
- $484296 - 88 = 484208$
- $484208 \div 12 = 40350 \text{ remainder } 8$
- $40350 + 24935 = 65285$
- $65285 \times 12 = 783420$
- $783420 - 88 = 783332$
- $783332 \div 12 = 65277 \text{ remainder } 8$
- $65277 + 40358 = 105635$
- $105635 \times 12 = 1267620$
- $1267620 - 88 = 1267532$
- $1267532 \div 12 = 105627 \text{ remainder } 8$
- $105627 + 65285 = 170912$
- $170912 \times 12 = 2050944$
- $2050944 - 88 = 2050856$
- $2050856 \div 12 = 170904 \text{ remainder } 8$
- $170904 + 105635 = 276539$
- $276539 \times 12 = 3318468$
- $3318468 - 88 = 3318380$
- $3318380 \div 12 = 276531 \text{ remainder } 8$
- $276531 + 170912 = 447443$
- $447443 \times 12 = 5369316$
- $5369316 - 88 = 5369228$
- $5369228 \div 12 = 447435 \text{ remainder } 8$
- $447435 + 276539 = 723974$
- $723974 \times 12 = 8687688$
- $8687688 - 88 = 8687600$
- $8687600 \div 12 = 723966 \text{ remainder } 8$
- $723966 + 447443 = 1171409$
- $1171409 \times 12 = 14056908$
- $14056908 - 88 = 14056820$
- $14056820 \div 12 = 1171401 \text{ remainder } 8$
- $1171401 + 723974 = 1895375$
- $1895375 \times 12 = 22744500$
- $22744500 - 88 = 22744412$
- $22744412 \div 12 = 1895367 \text{ remainder } 8$
- $1895367 + 1171409 = 3066776$
- $3066776 \times 12 = 36801312$
- $36801312 - 88 = 36801224$
- $36801224 \div 12 = 3066768 \text{ remainder } 8$
- $3066768 + 3066776 = 6133544$
- $6133544 \times 12 = 73602528$
- $73602528 - 88 = 73602440$
- $73602440 \div 12 = 6133536 \text{ remainder } 8$
- $6133536 + 6133544 = 12267080$
- $12267080 \times 12 = 147204960$
- $147204960 - 88 = 147204872$
- $147204872 \div 12 = 12267072 \text{ remainder } 8$
- $12267072 + 12267080 = 24534152$
- $24534152 \times 12 = 294409824$
- $294409824 - 88 = 294409736$
- $294409736 \div 12 = 24534144 \text{ remainder } 8$
- $24534144 + 24534152 = 49068296$
- $49068296 \times 12 = 588819552$
- $588819552 - 88 = 588819464$
- $588819464 \div 12 = 49068288 \text{ remainder } 8$
- $49068288 + 49068296 = 98136584$
- $98136584 \times 12 = 1177639008$
- $1177639008 - 88 = 1177638920$
- $1177638920 \div 12 = 98136576 \text{ remainder } 8$
- $98136576 + 98136584 = 196273160$
- $196273160 \times 12 = 2355277920$
- $2355277920 - 88 = 2355277832$
- $2355277832 \div 12 = 196273152 \text{ remainder } 8$
- $196273152 + 196273160 = 392546312$
- $392546312 \times 12 = 4710555744$
- $4710555744 - 88 = 4710555656$
- $4710555656 \div 12 = 392546304 \text{ remainder } 8$
- $392546304 + 392546312 = 785092616$
- $785092616 \times 12 = 9421111392$
- $9421111392 - 88 = 9421111304$
- $9421111304 \div 12 = 785092608 \text{ remainder } 8$
- $785092608 + 785092616 = 1570185224$
- $1570185224 \times 12 = 18842222688$
- $18842222688 - 88 = 18842222600$
- $18842222600 \div 12 = 1570185216 \text{ remainder } 8$
- $1570185216 + 1570185224 = 3140370440$
- $3140370440 \times 12 = 37684445280$
- $37684445280 - 88 = 37684445192$
- $37684445192 \div 12 = 3140370432 \text{ remainder } 8$
- $3140370432 + 3140370440 = 6280740872$
- $6280740872 \times 12 = 75368890464$
- $75368890464 - 88 = 75368890376$
- $75368890376 \div 12 = 6280740864 \text{ remainder } 8$
- $6280740864 + 6280740872 = 12561481736$
- $12561481736 \times 12 = 150737780832$
- $150737780832 - 88 = 150737780744$
- $150737780744 \div 12 = 12561481728 \text{ remainder } 8$
- $12561481728 + 12561481736 = 25122963464$
- $25122963464 \times 12 = 301475561568$
- $301475561568 - 88 = 301475561480$
- $301475561480 \div 12 = 25122963456 \text{ remainder } 8$
- $25122963456 + 25122963464 = 50245926920$
- $50245926920 \times 12 = 602951123040$
- $602951123040 - 88 = 602951122952$
- $602951122952 \div 12 = 50245926912 \text{ remainder } 8$
- $50245926912 + 50245926920 = 100491853832$
- $100491853832 \times 12 = 1205902245984$
- $1205902245984 - 88 = 1205902245896$
- $1205902245896 \div 12 = 100491853824 \text{ remainder } 8$
- $100491853824 + 100491853832 = 200983707656$
- $200983707656 \times 12 = 2411804491872$
- $2411804491872 - 88 = 2411804491784$
- $2411804491784 \div 12 = 200983707648 \text{ remainder } 8$
- $200983707648 + 200983707656 = 401967415304$
- $401967415304 \times 12 = 4823608983648$
- $4823608983648 - 88 = 4823608983560$
- $4823608983560 \div 12 = 401967415296 \text{ remainder } 8$
- $401967415296 + 401967415304 = 803934830600$
- $803934830600 \times 12 = 9647217967200$
- $9647217967200 - 88 = 9647217967112$
- $9647217967112 \div 12 = 803934830592 \text{ remainder } 8$
- $803934830592 + 803934830600 = 1607869661192$
- $1607869661192 \times 12 = 19294435934304$
- $19294435934304 - 88 = 19294435934216$
- $19294435934216 \div 12 = 1607869661184 \text{ remainder } 8$
- $1607869661184 + 1607869661192 = 3215739322376$
- $3215739322376 \times 12 = 38588871868512$
- $38588871868512 - 88 = 38588871868424$
- $38588871868424 \div 12 = 3215739322368 \text{ remainder } 8$
- $3215739322368 + 3215739322376 = 6431478644744$
- $6431478644744 \times 12 = 77177743736928$
- $77177743736928 - 88 = 77177743736840$
- $77177743736840 \div 12 = 6431478644736 \text{ remainder } 8$
- $6431478644736 + 6431478644744 = 12862957289480$
- $12862957289480 \times 12 = 154355487473760$
- $154355487473760 - 88 = 154355487473672$
- $154355487473672 \div 12 = 12862957289472 \text{ remainder } 8$
- $12862957289472 + 12862957289480 = 25725914578952$
- $25725914578952 \times 12 = 308710974947424$
- $308710974947424 - 88 = 308710974947336$
- $308710974947336 \div 12 = 25725914578944 \text{ remainder } 8$
- $25725914578944 + 25725914578952 = 51451829157896$
- $51451829157896 \times 12 = 617421949894752$
- $617421949894752 - 88 = 617421949894664$
- $617421949894664 \div 12 = 51451829157888 \text{ remainder } 8$
- $51451829157888 + 51451829157896 = 102903658315784$
- $102903658315784 \times 12 = 1234843899789408$
- $1234843899789408 - 88 = 1234843899789320$
- $1234843899789320 \div 12 = 102903658315776 \text{ remainder } 8$
- $102903658315776 + 102903658315784 = 205807316631560$
- $205807316631560 \times 12 = 2469687799578720$
- $2469687799578720 - 88 = 2469687799578632$
- $2469687799578632 \div 12 = 205807316631552 \text{ remainder } 8$
- $205807316631552 + 205807316631560 = 411614633263112$
- $411614633263112 \times 12 = 4939375599157344$
- $4939375599157344 - 88 = 4939375599157256$
- $4939375599157256 \div 12 = 411614633263104 \text{ remainder } 8$
- $411614633263104 + 411614633263112 = 823229266526216$
- $823229266526216 \times 12 = 9878751198314592$
- $9878751198314592 - 88 = 9878751198314504$
- $9878751198314504 \div 12 = 823229266526208 \text{ remainder } 8$
- $823229266526208 + 823229266526216 = 1646458533052424$
- $1646458533052424 \times 12 = 19757502396629088$
- $19757502396629088 - 88 = 19757502396629000$
- $19757502396629000 \div 12 = 1646458533052416 \text{ remainder } 8$
- $1646458533052416 + 1646458533052424 = 3292917066104840$
- $3292917066104840 \times 12 = 39515004793258080$
- $39515004793258080 - 88 = 39515004793258092$
- $39515004793258092 \div 12 = 3292917066104840 \text{ remainder } 8$
- $3292917066104840 + 3292917066104840 = 6585834132209680$
- $6585834132209680 \times 12 = 79029999586516160$
- $79029999586516160 - 88 = 79029999586516072$
- $79029999586516072 \div 12 = 6585834132209672 \text{ remainder } 8$
- $6585834132209672 + 6585834132209680 = 13171668264419352$
- $13171668264419352 \times 12 = 158060019173032224$
- $158060019173032224 - 88 = 158060019173032136$
- $158060019173032136 \div 12 = 13171668264419344 \text{ remainder } 8$
- $13171668264419344 + 13171668264419352 = 26343336528838696$
- $26343336528838696 \times 12 = 316120038346064352$
- $316120038346064352 - 88 = 316120038346064264$
- $316120038346064264 \div 12 = 26343336528838688 \text{ remainder } 8$
- $26343336528838688 + 26343336528838696 = 52686673057677384$
- $52686673057677384 \times 12 = 632240076692128608$
- $632240076692128608 - 88 = 632240076692128520$
- $632240076692128520 \div 12 = 52686673057677376 \text{ remainder } 8$
- $52686673057677376 + 52686673057677384 = 105373346115354760$
- $105373346115354760 \times 12 = 1264480153384257120$
- $1264480153384257120 - 88 = 1264480153384256232$
- $1264480153384256232 \div 12 = 105373346115354688 \text{ remainder } 8$
- $105373346115354688 + 105373346115354760 = 210746692230709448$
- $210746692230709448 \times 12 = 2528960306768513376$
- $2528960306768513376 - 88 = 2528960306768512488$
- $2528960306768512488 \div 12 = 210746692230709374 \text{ remainder } 8$
- $210746692230709374 + 210746692230709448 = 421493384461418822$
- $421493384461418822 \times 12 = 5057920613537025864$
- $5057920613537025864 - 88 = 5057920613537025776$
- $5057920613537025776 \div 12 = 421493384461418812 \text{ remainder } 8$
- $421493384461418812 + 421493384461418822 = 842986768922837634$
- $842986768922837634 \times 12 = 10115841227074051608$
- $10115841227074051608 - 88 = 10115841227074051520$
- $10115841227074051520 \div 12 = 842986768922837626 \text{ remainder } 8$
- $842986768922837626 + 842986768922837634 = 1685973537845675260$
- $1685973537845675260 \times 12 = 20231682454148103120$
- $20231682454148103120 - 88 = 20231682454148103032$
- $20231682454148103032 \div 12 = 1685973537845675252 \text{ remainder } 8$
- $1685973537845675252 + 1685973537845675260 = 3371947075691350512$
- $3371947075691350512 \times 12 = 40463364908296206144$
- $40463364908296206144 - 88 = 40463364908296206056$
- $40463364908296206056 \div 12 = 3371947075691350504 \text{ remainder } 8$
- $3371947075691350504 + 3371947075691350512 = 6743894151382701016$
- $6743894151382701016 \times 12 = 80926729816592412192$
- $80926729816592412192 - 88 = 80926729816592412104$
- $80926729816592412104 \div 12 = 6743894151382701008 \text{ remainder } 8$
- $6743894151382701008 + 6743894151382701016 = 13487788302765402024$
- $13487788302765402024 \times 12 = 161853459633184824288$
- $161853459633184824288 - 88 = 161853459633184824200$
- $161853459633184824200 \div 12 = 13487788302765402016 \text{ remainder } 8$
- $13487788302765402016 + 13487788302765402024 = 26975576605530804040$
- $26975576605530804040 \times 12 = 323706919266369648480$
- $323706919266369648480 - 88 = 323706919266369648392$
- $323706919266369648392 \div 12 = 26975576605530804032 \text{ remainder } 8$
- $26975576605530804032 + 26975576605530804040 = 53951153211061608072$
- $53951153211061608072 \times 12 = 647413838532739296864$
- $647413838532739296864 - 88 = 647413838532739296776$
- $647413838532739296776 \div 12 = 53951153211061608064 \text{ remainder } 8$
- $53951153211061608064 + 53951153211061608072 = 107902306422123216136$
- $107902306422123216136 \times 12 = 1294827677065478593632$
- $1294827677065478593632 - 88 = 1294827677065478592744$
- $1294827677065478592744 \div 12 = 107902306422123216128 \text{ remainder } 8$
- $107902306422123216128 + 107902306422123216136 = 215804612844246432264$
- <

muhkeme stratejisinden yararlandığı söylenebilir. Fakat son işlemde geriye kalan 362 kg ağırlığı işlem olarak yapmış olmasına rağmen fark edemediği söylenebilir. Dolayısıyla 31 adet kutu kullanılması gerektiğini ve 372 kg sonucuna ulaştığı görülmüştür. Buradan hareketle öğrencinin muhakeme göstergelerinden herhangi birini kullanmadığı matematiksel işlemlerini yaptığını söylemek mümkündür. İşlemlerini yaparken beklenen muhakeme stratejisini kullanıp sonuca ulaştığı ifade edilebilir. Öğrencinin MMT ortalaması 1.29 olup *düşük düzeyde* muhakeme becerisine sahiptir.

5. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.



Yukarıda görünümleri aynı olan farklı kütleye sahip K, L ve M bavulları durmaktadır. Bu bavullara ait bilgiler aşağıdaki gibidir.



- Üç bavulun toplam kütlesi $200\sqrt{7}$ kg'dır.
- K bavulunun kütlesi L ve M bavullarının kütleleri toplamına eşittir.
- Tüm bavulların kütleleri $\sqrt{7}$ şeklinde yazılabilmektedir.

Her durumda a bir tam kare olduğuna göre L bavulunun kütlesi en fazla kaç kg olabilir?

A) $36\sqrt{7}$

B) $45\sqrt{7}$

C) $56\sqrt{7}$

D) $64\sqrt{7}$

$$K+L+M \rightarrow 200\sqrt{7}$$

K En büyük

M orta

L en küçük

$$100\sqrt{7}$$

$$64\sqrt{7}$$

$$36\sqrt{7}$$

→ Tam kare

Şekil 4.32. Ö22'nin MMT'deki 5. probleme vermiş olduğu cevap

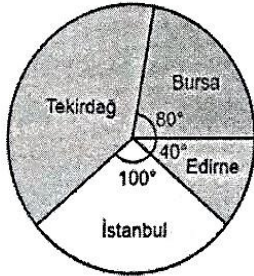
MMT’de Ö22’nin 5. problemde muhakemede bulunurken bu problemin doğru sonuca varılması için kullanılması beklenen “*Belli Bir Toplamı Verilen Sayılar Arasında İlişkilendirme Yapma*” stratejisinden yararlandığı ifade edilebilir. Öğrenci, bavulların kütleleri arasındaki ilişkiyi ve ağırlıklarına yönelik verilen bilgileri muhakeme yaparak matematiksel işlemlere döktüğü görülmüştür. “*K bavulunun en büyük, M bavulunun orta ve L bavulunun ise en küçük olduğunu*” beklenen muhakeme stratejisini kullanarak ifade ettiği söylenebilir. Buradan hareketle öğrencinin muhakeme göstergelerinden birini kullanmadığı matematiksel işlemlerini yaptığını söylemek mümkündür. İşlemlerini yaparken beklenen muhakeme stratejisini kullanıp bavulların ağırlıklarının *tam kare* olması gerektiğinden dolayı tam kare değerler vererek doğru sonuca ulaştığı ifade edilebilir. Öğrencinin MMT ortalaması 3.41 olup *yüksek düzeyde* muhakeme becerisine sahiptir.

6. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

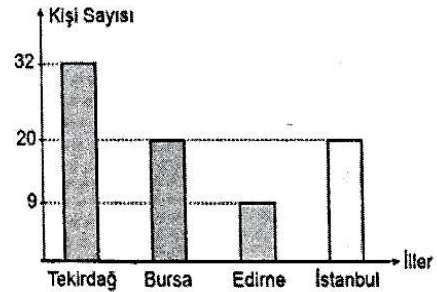
Bir uzaktan eğitim çalıştaya dört farklı ilden davetlilerin katılması planlanmıştır. Bu çalıştaya katılması planlanan her bir kişiye bir davetiye e-posta yoluyla gönderilmiştir.

Aşağıdaki daire grafiğinde e-posta yolu ile gönderilen davetiyelerin illere göre dağılımları, sütun grafiğinde ise çalıştay günü çalıştaya katılım sağlayan davetli kişilerin illere göre dağılımı verilmiştir.

Grafik: Davetiyelerin illere göre Dağılımı



Grafik: Çalıştaya Katılan Davetli Kişilerin illere göre Dağılımı



Buna göre bu çalıştaya katılım sağlamayan kişi sayısı en az kaçtır? Açıklayınız.

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 15

Şekil 4.33. Ö63’ün MMT’deki 6. probleme vermiş olduğu cevap

Ö63’ün testi incelendiğinde MMT’deki 6. problemde “*yani*” muhakeme göstergesini yanlış gerekçelendirme kullanarak açıkladığı görülmektedir. Herhangi bir muhakeme stratejisi kullanmamıştır. Buradan hareketle test ortalaması 0.29 olup problemde herhangi

bir matematik işlemi yapmadığı görülebilir. Ayrıca problemin çözülmesi için kullanılması beklenen “en sade haline getirme” muhakeme stratejisinden yararlanmadığı görülmektedir. Öğrenci sadece yanlış gerekçelendirme ile muhakeme göstergesi kullanarak beklenen muhakeme stratejisi ile ilişkilendirememiştir. Bu problemde öğrencinin problemi anlamadan işaretlediği, işaretlemesinin gerekçesi olarak “en az demiş yani en azı işaretleriz” ifadesinden hareketle göstergeyi yanlış gerekçelendirdiği söylenebilir. Dolayısıyla yanlış çözüme gittiği ifade edilebilir. Öğrenci *oldukça düşük düzey* muhakeme becerisine sahiptir.

9. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

Benzinli bir araca LPG sistemi takıldığında % 40 yakıt tasarrufu sağlanmaktadır. LPG sistemi takılma maliyeti ve her 12 aylık kullanım sonunda tekrarlanan LPG sistemi bakımı ücretleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo : LPG Sistemi İçin Yapılan Harcamalar

Harcama Türü	Tutar (TL)
LPG Sistemi Takılma Maliyeti	3000
12 Ay Sonunda LPG Sistemi Bakımı	600

Kilometrede ortalama 50 kuruş değerinde benzin yakan bir araç sahibi aracına LPG sistemi taktırıyor.

Bu araç LPG sistemi ile ayda ortalama 1000 km yol aldığına göre kaçınıcı ayın sonunda LPG sistemi için yapılan toplam harcama yakıt ücretinden elde edilen tasarrufa eşit olur?

~~A) 15~~

B) 18

~~C) 21~~

~~D) 23~~

Açıklama : LPG için toplam harcaması 3600'dir. %40 tasarruf sağlıyorsa 50 kuruşun %40'ını alacağız = 20 kuruş. Ayda 1000 km ise $18 \cdot 1000 = 18000$ bunu da 20 kr ile çarparsak

36000 kr
bunun 2'sinin sileneği çıktı
kuruş cevap 18

Şekil 4.34. Ö168'in MMT'deki 9. probleme vermiş olduğu cevap

MMT'deki Ö168'in testi incelendiğinde 9. problemde “...için...” muhakeme göstergesini doğru gerekçelendirme kullanarak açıkladığı görülmektedir. Testte kullanılması beklenen “Yüzdeleri Kullanarak Çözüm Yoluna Gitme” muhakeme stratejisini kullandığı

ifade edilebilir. 50 kuruşun %40'ını alarak 20 kuruşa ulaşmıştır. 1 ayda 1000 km, 18 ayda 18.000 km olduğunu 3600 LPG takma maliyeti olduğundan 18 ay sonra denkleşeceğinden beklenen muhakeme stratejisini kullanarak gerekli matematiksel işlemleri yaptığı görülmüştür. Buradan hareketle, test ortalaması 3.35 olup problemde hem muhakeme göstergesi hem de beklenen muhakeme stratejisini kullandığı görülmektedir. Öğrenci *yüksek düzey* muhakeme becerisine sahiptir.

10. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ

Elazığ depreminde arama-kurtarma çalışmalarının sağlıklı bir şekilde devam etmesi için yerli ve milli olarak üretilen Dronelar akşam etrafı aydınlatmak amacıyla kullanılmıştır. Bir Drone'un yüksekliğine bağlı olarak aydınlattığı alan bilgisi şöyledir.



- Drone zeminden belli bir mesafeye kadar yükseldiğinde aydınlatabildiği bölge 1200 m^2 'dir.
- Drone yatay olarak x noktasına dik olacak şekilde 25 m yükseltip aydınlatması için gerekli ayarlar yapıldığında 2700 m^2 dairesel alan aydınlatabilir.
- Drone son durumda en uç noktaya gönderdiği ışının eğimi $3/2$ olmuştur.

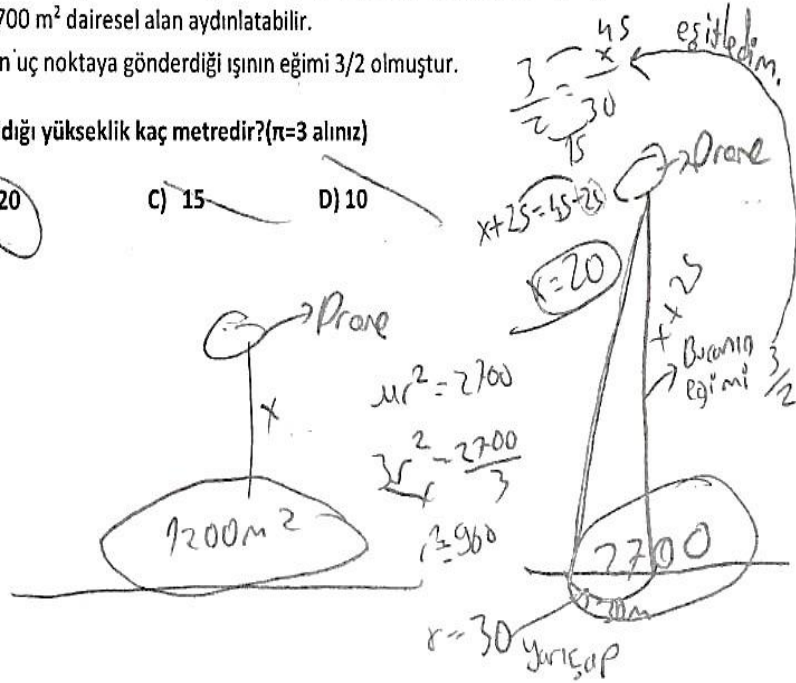
Buna göre Drone'un ilk çıkarıldığı yükseklik kaç metredir? ($\pi=3$ alınız)

A) 25

B) 20

C) 15

D) 10



Şekil 4.35. Ö144'nin MMT'deki 10. probleme vermiş olduğu cevap

MMT'deki Ö144'nin testi incelendiğinde 10. problemde "Eğimden yararlanma" beklenen muhakeme stratejisini kullanarak doğru sonuca matematiksel işlemler yaparak

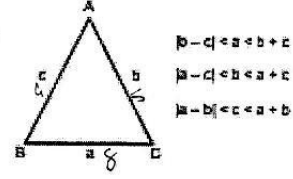
ulaştığı söylenebilir. Öğrenci burada dronun konumundaki değişimi görsel hale getirerek dronun son durumunda aydınlattığı alan ile meydana gelen eğimi “*eşitledim.*” muhakeme göstergesini de kullandığı görülmektedir. Nitekim Ö144’ün test ortalaması ise 4,17 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama “oldukça yüksek” düzey aralığına düşmektedir. Öğrenci *oldukça yüksek düzey* muhakeme becerisine sahiptir.



13. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

Yarıçapı r olan dairenin çevresi $2\pi r$ formülü ile hesaplanır.

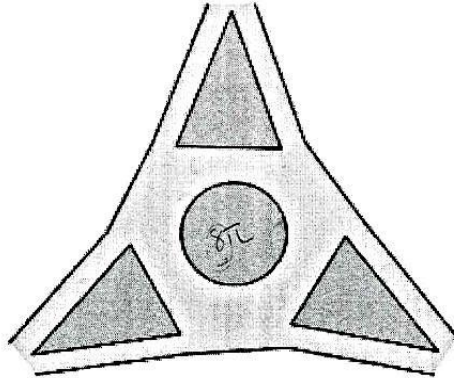
Üçgenin her bir kenarının uzunluğu, diğer iki kenarının uzunluklarının farkının mutlak değerinden büyük, toplamından küçüktür.



Sosyal Bilgiler dersinden proje ödevi alan Levent, yanda gör-seli verilen Denizli ilimizdeki meşhur üçgen köprüsü kavşağın modelini yapmıştır.



Levent yaptığı modelde kenar uzunlukları santimetre cinsinden tam sayı olan üç tane eş ikizkenar üçgen ve çevresi 8π cm olan bir daire kullanmıştır.



Modeldeki ikizkenar üçgenlerin taban uzunlukları dairenin çapının uzunluğuna eşit olduğuna göre üçgenlerden birinin çevresinin uzunluğu en az kaç santimetredir?

A) 16

B) 17

C) 18

D) 19

Dairenin çevre uzunluğu $2\pi r$ den 8π olduğuna göre $r=4$ dairenin çapının uzunluğu üçgenlerin taban uzunluğuna eşitmiş dairenin çapı 8 olur sonra üstte verilen formüle göre diğer iki kenarı ~~8~~ 5 çıkarınca 8'den küçük toplayınca 8'den büyük olması gerekiyor bende $4-5-8$ olarak aldım üçgenlerin ~~kenar~~ kenarlarını topladım sonuç 17 çıktı.

Şekil 4.36. Ö176'in MMT'deki 13. probleme vermiş olduğu cevap

Ö176'in çözümü incelendiğinde MMT'deki bu probleme vermiş olduğu cevapta beklenen muhakemeyi "verilen bilgilerden yararlanma" stratejisini kullandığı görülmektedir. Öğrencinin "Dairenin çapının uzunluğu üçgenlerin taban uzunluğuna eşitmiş" ifadesinden hareketle problemde verilen üçgen eşitsizliği bilgisinden yaralandığı yani çözüm için kullanılması beklenen muhakeme stratejisi ile çözüme gitti belirtilebilir. Ayrıca açıklamasında "8'den büyük olması gerekir" ifadesinden hareketle zihinsel sürecinden çözüme nasıl olacağına dair fikrini "olması gerekir" muhakeme göstergesini kullanarak kısmen doğru sonuca doğru gerekçelendirme ile ulaştığı söylenebilir. Fakat öğrenci problemde verilen ikizkenar üçgen olduğu bilgisini fark etmediğinden dolayı yanlış şıkkı işaretlediği söylenebilir. Öğrencinin MMT ortalaması 3 olup *yüksek* düzey muhakeme becerisine sahiptir.

Ayrıca öğrencilerle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. MMT'den ayrıntılı bilgiler elde edilmeye çalışılmıştır.

1) AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ

Elazığ depreminde arama-kurtarma çalışmalarının sağlıklı bir şekilde devam etmesi için yerli ve milli olarak üretilen Dronelar akşam etrafı aydınlatmak amacıyla kullanılmıştır. Bir Drone' nun yüksekliğine bağlı olarak aydınlattığı alan bilgisi şöyledir.



- Drone zeminden belli bir mesafeye kadar yükseldiğinde aydınatabildiği bölge 1200 m^2 'dir.
- Drone yatay olarak x noktasına dik olacak şekilde 25 m yükseltip aydınlatması için gerekli ayarlar yapıldığında 2700 m^2 dairesel alan aydınlatılabilir.
- Drone son durumda en uç noktaya gönderdiği ışının eğimi $3/2$ olmuştur.

Buna göre Dronun ilk çıkarıldığı yükseklik kaç metredir? ($\pi=3$ alınız)

A) 25

B) 20

C) 15

D) 10

$$\frac{1200}{3} = 400 \text{ m}$$

Aydınlatabildiği alanı πr^2 ye bölüp kök içine alıp çıkan sonucu yaptım

Şekil 4.37. Ö13'ün MMT'deki 10. probleme vermiş olduğu cevap

MMT'deki 10. problemde Ö13'ün cevabı incelendiğinde öğrencinin dronun aydınatabildiği alanı π sayısına bölüp kök içine aldığını ve çıkan sonucu yaptığını

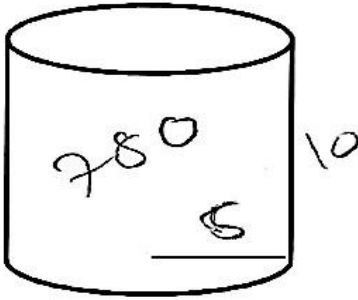
96

istenmiştir. Ö291 matematik işlemlerini yaparak doğru sonuca ulaşmak için elde ettiği sonuçları bir tablo yardımıyla gerçekleştirdiği söylenebilir. Fakat öğrencinin yanlış sonuca ulaşması öğrenci ile görüşme yapmayı gerekli kılmıştır. Dolayısıyla öğrenci ile yapılan görüşmede ‘Benzin ve LPG sistemi paralarının eşit olmasına baktım oysaki tasarruf miktarı LPG takımına eşit olmalıymış.’ ifade ettiği belirtilir. Öğrencinin görüşme esnasında belirttiğine göre problemi doğru anlamada eksikliği olduğunu söylenebilir. Nitekim öğrenci yaptığı matematik işlemlerinde kısmi hatalar olduğu görülmektedir. Açıklamaya bağlı olarak, öğrencinin beklenen matematiksel muhakeme stratejisini düşündüğü fakat eksik yolla doğru sonuca ulaşamadığı söylenebilir. Öğrencinin muhakeme başarı düzeyi ortalaması 3.59 olup ‘orta’ muhakeme becerisine sahiptir.

16. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

Hacimlerini buldum ve teler teler duca

Yarıçapı r ve yüksekliği h olan silindirin hacmi $\pi r^2 h$ dir.



YARIÇAP	YÜKSEKLİK
1 m	2 m
2 m	4 m
3 m	5 m

Tabloda yarıçapları ve yükseklikleri verilen dik dairesel silindir biçimindeki su kaplarının tamamı su ile doldurulup şekilde yarıçapı 5 m ve yüksekliği 10 m olan dik dairesel silindir biçimindeki su deposunun tamamı bu kaplarla dolduruluyor.

Bu iş için bu kaplardan her biri en az bir kez kullanılacağına göre su deposu taşmayacak şekilde en az kaç seferde doldurulur? ($\pi=3$ alınız)

A) 14

B) 13

C) 12

D) 11

$$\frac{465}{33} = 14.09$$

$$\frac{1780}{465} = 3.82$$

$$\frac{385}{35} = 11$$

Şekil 4.39. Ö284'ün MMT'deki 16.probleme vermiş olduğu cevap

Öğrencilerin MMT'deki 16. problemde şu şekilde muhakeme yapmaları beklenmektedir. "verilen bilgilerden yararlanarak" matematiksel muhakeme stratejisini kullanarak su deposunun hacmi ve bu depoyu doldurmak için kullanılacak her bir kabın hacminin bulunarak "...en az..." seferde dolum işleminin tamamlanması için "en fazla" hacme sahip kaba "en fazla" seferin verilmesi. Ö284 problemin açıklamasında "Hacimlerini bulup teker teker denediğini" yazmıştır. Kendisiyle yapılan görüşmede" 3. Kabın hacmini 385 bulduğum için yanlış yapmışım. Bulduğum tüm kapların hacimlerini topladım geri kalanları da en yakın 14'ü işaretledim." Yapılan bu açıklamadan hareketle, öğrencinin matematiksel işlem yaparken yanlış gerekçelerle sonuçlara vardığı ve açıklamalarında eksikler olduğu söylenebilir. Öğrencinin muhakeme ortalaması 2.52 olup beceri düzeyi "orta" beceriye sahiptir.

6. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

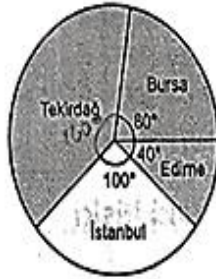
Bir uzaktan eğitim çalıştayına dört farklı ilden davetilerin katılması planlanmıştır. Bu çalıştaya katılması planlanan her bir kişiye bir davetiye e-posta yoluyla gönderilmiştir.

Aşağıdaki daire grafiğinde e-posta yolu ile gönderilen davetiyelerin illere göre dağılımları, sütun grafiğinde ise çalıştay günü çalıştaya katılım sağlayan davetli kişilerin illere göre dağılımı verilmiştir.

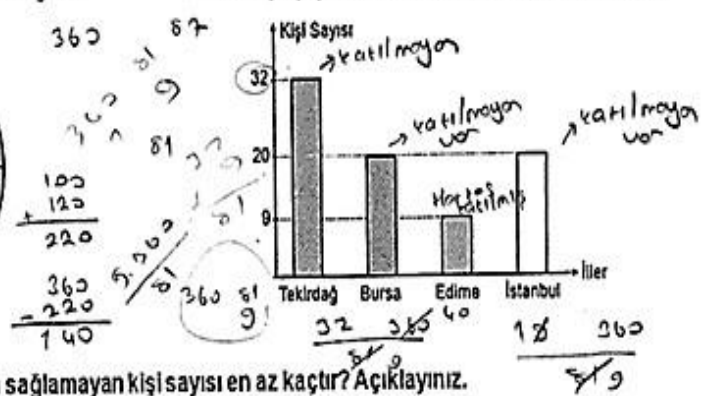
$$\begin{array}{r} 360 \\ 2 \times 180 \\ \hline 360 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 360 \\ 81 \\ \hline 279 \end{array}$$

Grafik: Davetiyelerin illere göre Dağılımı



Grafik: Çalıştaya Katılan Davetli Kişilerin illere göre Dağılımı



Buna göre bu çalıştaya katılım sağlamayan kişi sayısı en az kaçtır? Açıklayınız.

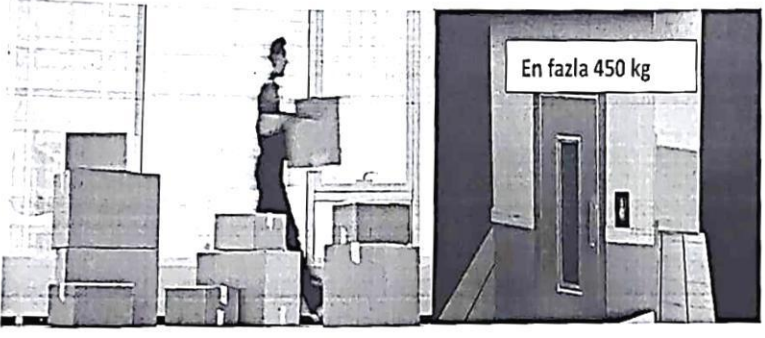
- A) 6 B) 9 C) 12 D) 15

Şekil 4.40. Ö44'in MMT'deki 6. probleme vermiş olduğu cevap

MMT'deki 6. probleme öğrencilerin daire grafiğindeki merkez açı ile davet edilen kişi sayılarını ilişkilendirmeleri ve ardından sütun grafiğinin ile bağlantı kurarak davete katılmayan en az kişi sayısını 9 bulmaları beklenmektedir. Ö44'un testte 6. probleme verdiği yanıt incelendiğinde öğrenci sütun grafiğini yorumlamıştır. Daire grafiğinde verilmeyen merkez

açıyı da bulmuştur fakat işlemlerin sonunda herhangi bir sonuca varamadığından dolayı işaretleme yapmadığı görülmüştür. Kendisi ile bu çözüme ilişkin yapılan görüşmede “ Ben bu problemde verilenleri topladım. Daire grafiği ile bağlantı kurmak için doğru orantı kurdum. Bazılarında tam sonuç çıkmadı bu yüzden de onlarda katılmamıştır gibi düşündüm bu yüzden bulamadım.” ifadesini kullanmıştır. Bu ifadesinde yola çıkarak öğrencinin eksik bir muhakemede bulunduğunu bundan dolayı problemi doğru olarak bulamadığını belirtilebilir. Verilerin analiz edilmesi kazanımında grafikler arasında ilişkiyi kuramadığı görülmektedir. Bu öğrencinin test ortalaması 4,05 olarak hesaplanıp “oldukça yüksek” muhakeme beceri düzeyine sahiptir.

3. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ



Yeni bir eve taşınan Kenan eşyalarını yerleştirdiği kutuları yukardaki asansörü kullanarak taşıyacaktır. Özdeş olan kutular 156 kg ve kutuları taşıyan Kenan'ın ağırlığı ise 88 kg'dır. Buna göre Kenan asansöre kaç tane kutu ile binebilir? +

A) 27 B) 29 C) 31 D) 34

$$\begin{array}{r} 156 \\ 52 \\ 26 \\ 13 \\ 1 \end{array} \begin{array}{l} 3 \\ 2 \\ 2 \\ 13 \\ \end{array}$$

$$1 \overline{) 39}$$

$$\begin{array}{r} 450 \\ - 88 \\ \hline 362 \end{array}$$

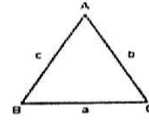
Şekil 4.41. Ö285'in MMT'deki 3. probleme vermiş olduğu cevap

Ö285, MMT'deki 3. problemde asansörün taşıyabileceği en fazla kütleden Kenan'ın kütlesini çıkarmıştır. Her bir kutunun kütlesini kareköklü ifadelerden yararlanarak $a\sqrt{b}$ şeklinde yazmıştır. Kendisi ile yapılan görüşmede “Asansörün taşıyabileceği en fazla miktarı 362 değerini buldum. $\sqrt{156}$ 'yı $2\sqrt{39}$ yaptım. Bundan sonra ne yapmam gerektiğini yorumlayamadım. Yanlış bir sonuç elde edeceğimi düşündüğüm için problemi boş bırakmamın daha iyi olacağını düşündüm.” ifadesini kullanmıştır. Bu ifadeden yola çıkarak öğrencinin kareköklü ifadelerde “yaklaşık tam karelerini kullanma” beklenen stratejisini kullanamadığı için problemi doğru cevaplandıramadığı söylenebilir. Öğrencinin matematiksel muhakeme beceri düzeyi 3,17 olarak hesaplanmış ve *yüksek düzeye* sahiptir.

13. AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

Yarıçapı r olan dairenin çevresi $2\pi r$ formülü ile hesaplanır.

Üçgenin her bir kenarının uzunluğu, diğer iki kenarının uzunluklarının farkının mutlak değerinden büyük, toplamından küçüktür.

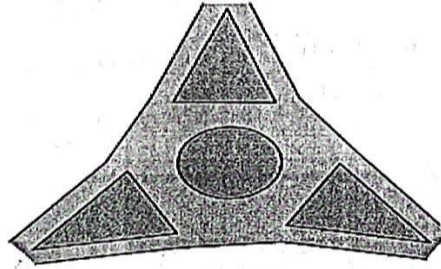


$$\begin{aligned} |b - c| &< a < b + c \\ |a - c| &< b < a + c \\ |a - b| &< c < a + b \end{aligned}$$

Sosyal Bilgiler dersinden proje ödevi alan Levent, yanda gör-sell verilen Denizli ilimizdeki meşhur üçgen köprüsü kavşağın modelini yapmıştır.



Levent yaptığı modelde kenar uzunlukları santimetre cinsinden tam sayı olan üç tane eş ikizkenar üçgen ve çevresi 8π cm olan bir daire kullanmıştır.



Modeldeki ikizkenar üçgenlerin taban uzunlukları dairenin çapının uzunluğuna eşit olduğuna göre üçgenlerden birinin çevresinin uzunluğu en az kaç santimetredir?

A) 16

(B) 17

C) 18

D) 19

Çözüm:

- 8π çevresi ise

çapı 8'dir

Diğer iki kenarın

toplamı en az

olması için 9 olmalı,

$$8 + 9 = 17$$

Şekil 4.42. Ö43'ün MMT'deki 13. probleme vermiş olduğu cevap

MMT'deki 13. probleme öğrencilerin “Verilen Bilgilerden Yararlanma” matematiksel muhakeme stratejisini kullanarak problemde verilen dairenin çevresinden yarıçapı bulunur. Sonra üçgen eşitsizliğinden yararlanarak verilen modelde ikizkenar üçgenlerin çevre uzunluklarının bulması beklenir. Ö43'ün cevabı incelendiğinde problemde 17 cevabını bulmuştur. Kendisi ile bu çözüme ilişkin yapılan görüşmede “*Modelde verilen kavşaktaki üçgenlerin ikizkenar ve kenar uzunluklarının tamsayı olması bilgisine dikkat etmediğim için diğer iki kenarın toplamına bakmamışım. Diğer iki kenarın toplamına bakmamışım, üçgen eşitsizliğinden de yararlanmadığımdan sonucu 17 bulmuşum.*” ifadesini kullanmıştır. Öğrencinin kısmen muhakeme yapabildiği söylenebilir. Öğrencinin test ortalama puanı 3.00 olup muhakeme becerisi “yüksek” düzeydedir.



5. SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu araştırma, 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme beceri düzeylerini belirlemek ve matematiksel muhakeme göstergelerinin neler olduğunu ortaya çıkarmak amacıyla yapılmıştır. Bu bölümde, araştırmanın ana problem kapsamında alt problemleriyle tartışmalara ve bunların ana probleme yansımalarına yer verilmiştir.

Araştırmanın birinci alt problemi “8. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme düzeyleri ne durumdadır?” şeklinde ifade edilmiştir.

Yapılan analizler sonucunda, 8. sınıf öğrencilerinin %19.17’sini oldukça düşük düzey; %30.13’ünün düşük düzey; %21,91’inin orta düzey; %18.49’unun yüksek düzey ve %10.27’sinin oldukça yüksek düzey matematiksel muhakeme becerisine sahip olduğu sonucuna varılmıştır. Katılımcıların matematiksel muhakeme beceri düzeylerinin ağırlıklı olarak düşük ve orta düzeyde olduğu belirlenmiştir. Bu durumda 8. sınıf öğrencilerinin muhakeme yapabilme, matematik sorularını çözerken düşünüp, soruları doğru bir şekilde anlayıp, verilen bilgilerden yola çıkarak istenilene ulaşmak için yeterli düzeye sahip olmadığı söylenebilir. Erdem ve Gürbüz (2015) tarafından yapılan araştırmada da 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme düzeylerinin düşük ve orta düzeyde çıktığı tespit edilmiştir. Benzer sonuçlara Arwinie (2014), Wardhani ve Rumiati (2011), Poçan vd. (2017) ile Rizta vd. (2013) tarafından ortaokul öğrencilerinin matematiksel muhakemelerine yönelik yapılan araştırmalarda da ulaşılmıştır. Örneğin Poçan vd. (2017), ortaokul 7.ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerilerinin orta düzeyde olduğu sonucuna varmışlardır. Yine Yıldız (2022), 5. sınıf özel yetenekli öğrencilerin orantısal muhakeme problemlerinin çözümünde düşük düzey becerilere sahip oldukları sonucunu elde etmiştir.

Yapılan araştırmalarda (Erdem, 2015; Yenilmez ve Ata, 2013) muhakemenin zor bir süreç olduğu ve hem ortaokul öğrencilerinin hem de öğretmenlerin uğraştığı zihinsel (Arslan ve Özaydın, 2023; Benli ve Gökkurt Özdemir, 2021; Öz ve Işık, 2018; Özaydın, 2022) bir süreç olduğu belirtilmiştir. Nitekim Arslan ve Özaydın (2023) tarafından matematik öğretmeni adaylarıyla yapılan araştırmada öğretmen adaylarının muhakeme gerektiren problemleri çözmeye öz-yeterliliklerinin yüksek olmasına rağmen uygulanan muhakeme problemlerinin muhakeme etme göstergelerini belirlemede yeterince başarılı olamadıkları ortaya çıkarılmıştır. Dolayısıyla öğretmen adaylarına muhakeme etmelerinin desteklenmesi muhakeme alanında daha donanımlı olmalarını sağlayabilir. Böylece öğrencilere muhakeme problemleri uygulandığında daha verimli bir zihin aktiviteleri yapmaları sağlanarak fayda

gösterebilir. Ayrıca matematik öğretmenlerinin muhakemeye dayalı öğretim tarzlarının düzeyi de öğrencilerin matematiksel muhakeme beceri düzeylerinin düşük çıkmasının bir nedeni olabilir. Shulman (1986), öğretmenlerin öğrencilerin kavramsal anlayışlarını derinleştirebilmeleri için tek bir öğretim yöntemiyle sınırlı kalmak yerine, farklı öğretim stratejilerini bütüncül bir şekilde kullanmalarının gerekliliğini ve bu süreçte pedagojik alan bilgisinin belirleyici bir faktör olabileceğini ifade etmektedir. Henningsen ve Stein (1997), matematiksel muhakeme becerilerinin geliştirilmesi için öğretmenlerin yalnızca klasik anlatımla kalmayıp, uygulama süreçlerini destekleyici stratejiler geliştirmeleri gerektiğini vurgulamaktadır. Bu bağlamda, öğrencilere muhakeme gerektiren, muhakemelerini geliştiren problemlerin ve etkinliklerin sunulduğu öğrenme ortamlarının tasarlanması önemlidir.

Literatür incelendiğinde muhakeme gerektiren öğrenme ortamlarının öğrencilerin muhakemelerinin gelişmesini sağlayan birçok çalışmaya (Can, 2023; Finley, 2000; Özaydın vd., 2024; Van Amelsvoort vd., 2007; Zengin ve Urhan, 2022) rastlamak mümkündür. Örneğin Zengin ve Urhan (2022), öğrencilere lise düzeyindeki öğrencilere bilgisayar destekli bir öğretim ortamının öğrencilerin muhakemelerini geliştirmede katkı sunduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca öğrenme ortamlarında bireysel farklılıklar dikkate alınarak öğrencilerin matematiksel muhakeme beceri düzeylerini arttıran çalışmalar da mevcuttur (Henningsen ve Stein, 1997; Ira vd., 2025). Öğrenciler arasındaki bireysel farklılıklar, zekâ, öğrenme yollarının farklı olması, yetenek, ortam, bireysel özellikler vb. özelliklerin farklı olması öğrenme ortamlarında göz önüne alınması gereken önemli etkenlerdendir (Taş ve Yöndemli, 2018). Nitekim literatürde bireysel farklılıkların dikkate alındığı öğrenme ortamlarının başarı, motivasyon ve kalıcı öğrenme açısından katkı sağladığını belirten birçok çalışmaya (Bueno vd., 2022; Coşkun vd., 2023; Gürbüz, 2011; Obay ve Çelik, 2021; Xie vd., 2020) rastlamak mümkündür. Erdem (2015) tarafından zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamında yapılan öğretimin 7. sınıf öğrencilerinin muhakemelerini geliştirdiği ortaya çıkmıştır.

Firdausy vd., (2021), öğrencileri bireysel matematiksel etkinliklerine sahiplik etmeleri açısından yüreklendirmenin, karmaşık uygulamaları kullanabilecekleri problemlerin yer aldığı, öğrencilerin grup çalışmalarına fırsat vermenin ve düşüncelerini gerekçelendirmelerini beklemenin matematiksel muhakemenin gelişmesine katkı sunduğunu ifade etmektedirler. Qin vd., (1995), Pape vd., (2003), Umay (2003), Jeffrey ve

Craft (2004) ve Alphayta (2022) ise öğrenci merkezli öğrenme ortamlarında tüm öğrencilerin aktif olarak katılabildiği, kendi muhakeme yollarının farkında olduğu ve matematiksel muhakemenin geliştirilmesi için uygun ortamlar olduğunu belirtmişlerdir.

Araştırmanın ikinci alt problemi “8. sınıf öğrencileri muhakeme yaparken ne tür göstergeler kullanmaktadır?” şeklinde ifade edilmiştir.

Matematiksel muhakeme düzeylerine göre 8. sınıf öğrencilerinin MMT’deki her bir probleme yapmış oldukları açıklamalara bağlı olarak “...için/bu nedenle/bu yüzden/ yani...”, “...olması gerekir/olması lazım...”, “...eğer...ise”, “...eşit” ve “çünkü...” göstergeleri ortaya çıkmıştır. Mason (2001) öğrencilerin muhakemede bulunurken bazı gösterge kalıplarını kullanmanın matematiksel muhakemeyi geliştirdiğini tespit etmiştir. Benzer bir saptamaya, Mason vd. (2012) tarafından yapılan çalışmada da ulaşılmıştır. Bu sonuç detaylandırıldığında, öğrencilerin muhakeme yaparken açıklamalarında en fazla “...için/bu nedenle/bu yüzden/ yani...” ve “...olması gerekir/olması lazım...” göstergelerini kullandıkları belirlenmiştir. Öte yandan öğrencilerin en az “...eşit” ve “çünkü...” göstergelerini kullandıkları ortaya çıkmıştır. Bu çalışmanın sonuçları literatürdeki çalışmaların (Günaydın, 2011; Kaşıkçı, 2022; Olsson ve Granberg, 2024; Valenta vd., 2024) sonuçları ile benzerlik göstermektedir. Norqvist (2017), matematiksel muhakeme süreçlerinde kuralların doğrudan uygulanması yerine bu kuralların açıklamalarına yer vererek ve matematiksel muhakeme sürecinin işleyişine odaklanarak muhakemenin somut hale getirildiğini belirtmiştir. Yackel ve Cobb (1996), açıklamaların sadece süreci değil matematiksel argümanları ve gerekçeleri içermesi gerektiğini ifade etmiştir. Glaser (1984), öğrencilerin yeni bilgileri etkileşimli ve sorgulayıcı yollarla öğrenmelerini sağlamanın muhakeme becerisinin gelişmesine etkisi olduğunu belirtmiştir.

Öğrencilerin açıklamalarını yazarken matematiksel muhakeme göstergelerini kullanmalarının yanı sıra bunları doğru gerekçelendirme ile ifade etmeleri önemlidir. Öğretmenlerin sınıf ortamında öğrencilerin yorumlamalarına, gerekçelendirmelerine, varsayımda bulunmalarına ve birden fazla çözüm yollarıyla kullanarak ifade etmelerine fırsat vermeleri gerektiğini vurgulamışlardır (Cobb vd., 1991; Ferrini ve Mundy, 2000; İdil, 2020;). McJames vd. (2023) derslerde muhakeme gerektiren problemlerin verilmesinin öğrencilerde kendi problem çözme stratejilerine karar verip bu stratejileri problemin çözümünde kullanmalarının muhakeme becerilerine olumlu yönde etki ettiği sonucuna ulaşmışlardır. Öğrencilerin muhakeme göstergelerini kullanmalarını sağlayacak problemlere

ulaşabilmeleri açısından ders kitaplarının soru içeriklerinin zenginleştirilmesi, ulusal ve uluslararası sınavlarda muhakeme becerilerini ölçen soruların yneltilmesinin (Bal-İncebacak ve Ersoy, 2018; Okudan ve Yeşilyurt, 2021; Satiti ve Wulandari, 2021; Tashtoush, 2022) ğrencilerin muhakemelerinin gelişmesinde etkili olduğu söylenebilir.

Araştırmanın nc alt problemi “8. sınıf ğrencilerinin MMT’deki soruları çözerken kullanmaları beklenen matematiksel muhakeme stratejileri nelerdir?” şeklinde ifade edilmiştir.

Öğrencilerin MMT sorularının çözümünde “EBOB’dan yola çıkarak en az miktarı bulma”, “EKOK’tan yola çıkarak en az miktarı bulma”, “Yaklaşık tam kare değerlerini kullanma”, “Belli bir toplamı verilen sayılar arasında ilişkilendirme yapma”, “En sade haline getirme”, “zdeşliklerden yararlanma”, “arpanlarına ayırarak en az miktarı bulma”, “Yüzdeleri kullanarak çözüm yoluna gitme”, “Eğimden yararlanarak çözüm yoluna gitme”, “Verilen bilgilerden yararlanma” ve “En büyük çarpım sonucuna ulaşmak için yakın arpanları kullanma” kullanmaları beklenen matematiksel muhakeme stratejilerinden yararlanarak çözüm yaptıkları grlmştir. Öğrencilerin, 15. ve 16. problemlerin çözülebilmesi için kullanılması beklenen “*en büyük çarpım sonucuna ulaşmak için yakın arpanları kullanma*” stratejisinin en az kullanıldığı grlmştir. Bu sonuç detaylandırıldığında öğrencilerin iki problemde muhakeme ederek çözümlerinde bu stratejiyi az kullandıkları, diğer problemlerin çözümünde kullanılması beklenen stratejileri, muhakeme ederek doğru gerekçelendirme yaptıkları ortaya çıkmıştır. Öte yandan öğrencilerin 3. ve 4. problemlerin çözmesinde kullanılması beklenen “*Yaklaşık tam kare değerlerini kullanma*” stratejisinden fazlaca yararlanıp muhakemede bulunarak sonuca ulaştıkları grlmştir. Bu bulgular, literatürdeki çalışmaların sonuçlarıyla paralellik göstermektedir (Niem, 1996; Pilten, 2008; Rohati vd., 2023). Jonsson vd. (2022), muhakemenin doğru yapılabilmesi ve iddiaların ispatlanması için kullanılan gerekçeli düşünmeyi gerektiren metotların lise ğrencilerinin muhakeme düzeylerini geliştirdiğini, öğrencinin kendini ifade edebilmesine ve sınıf içinde iş birliğinin artması üzerindeki olumlu etsinden bahsetmektedir.

Öğrencilerin kâğıtları incelendiğinde bazı öğrencilerin muhakemede bulunurken yalnız işlem odaklı çözümlere vardıkları ve açıklamada bulunamadıkları grlmştir. Muhakemede bulunurken öğrencilerden beklenen, kavramlar arasındaki ilişkinin neden verildiği ve çözüm yoluna giderken gerekçelerle doğru sonuçlara nasıl ulaşabileceklerinin

farkında olarak bir yol izlemeleridir. Öğrencilerle bazı problemlerin çözümlerinde nasıl bir yol izlediklerine dair derinlemesine görüşmeler yapıldığında, problemin çözüm yolunda soru kökünden anlam çıkararak “en çok” veya “en az” ifadelerinden şıklarda bulunan “en küçük” veya “en büyük” sonuçları işaretlediklerini söylemeleri matematik problemlerindeki konuları kavrayamadıklarını göstermektedir. Soruları yanlış çözenler daha çok bu tür açıklamalarda bulunurken, doğru çözenler de muhakeme göstergeleri kullanarak açıklamada bulundukları görülmüştür. Öğrencilerin böyle hatalara düşme sebeplerinin problemlerin mantığını düşünmeden ezbere gittikleri için olduğu ifade edilebilir. Nitekim öğrencilere, matematik öğretiminde kuralların kavramlardan daha fazla öğretilmesinin onları işlemlere bağımlı hale getirip muhakeme etmede yetersiz kaldıklarını belirtilmektedir (Abidin vd., 2020; Nurjanah vd., 2021). Kavramların yeterince anlaşılmadan sadece kuralların ezberlenmesinden dolayı öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerinin gelişiminin olumsuz yönde etkilendiği söylenebilir. Özellikle matematiksel muhakeme ve problem çözme gibi üst düzey bilişsel süreçler geliştirmek için kavramsal bilginin mantığının ve bilgiler arası ilişkilerin ön planda tutulması gerektiği vurgulanabilir. Bu bağlamda etkili bir matematik öğretimi için kuralların öğretilmesinden önce kavramsal temellerin yeterince oluşturulması, bu kavramların öğrencilere anlamlı bir şekilde aktarılmasına katkı sağlayabilir. Nitekim Geteregechi (2020) öğrencilere muhakeme için gerekli olan matematiksel kavramları anlamaya teşvik etmek gerektiğini ifade etmiştir. Ayrıca Jäder vd. (2020) ortaokul öğrencilerine muhakeme gerektiren problemleri çözmeleri istendiğinde, öğrencilerin genellikle klasik yöntem ve işlemler ile problemleri çözmelerinde kavram bilgilerinin eksik olmasının etkili olduğu belirtilmiştir. Koay (1998), öğretmen adaylarının yüzde kavramına ilişkin yeterli bilgiye sahip olmadıklarından dolayı açıklama yazmak yerine problemleri çözme yoluna gittiklerini ortaya çıkarmıştır.

Ayrıca TIMSS, PISA ve LGS sorularının matematiksel muhakeme becerini ölçebilen tarzda sorular içermesi öğrencilerin bu beceriye yeterli düzeyde sahip olmalarını gerekli kıldığı söylenebilir. Öğrencilere PISA ve TIMSS gibi uluslararası sınav formatındaki problemlerle uğraşma imkânı sağlamak, onların analitik düşünme, çıkarım yapma ve problem çözme becerilerini artırarak akademik başarılarını olumlu yönde etkileyebilir. Örneğin Tortop vd. (2022), öğrencilerin LGS’de beceri temelli problemlerin sorulmasından dolayı öğretimde kullandıkları stratejilerinde farklılığa gittiklerini ifade etmişlerdir. Dolayısıyla kullanılan problemlerin uluslararası sınavlarda kullanılan tarzda olan açıklama

isteyen problemler olması ve muhakeme gerektiren türden olması öğrencilerin hem bu tür problemlerle uğraşmalarına hem de sınavlardaki başarılarına olumlu etki edeceği söylenebilir.

Öte yandan, mevcut araştırmada kullanılan testin öğrencilerin çözümlerinde muhakemede bulunurken açıklamalar yaparak muhakeme göstergelerini ayrıntılı olarak ortaya çıkarması açısından etkili olduğu görülmüştür. Dolayısıyla öğrencilerin kendilerini ifade edebilecekleri tarzda açık uçlu problemlerin veya çözümünün mutlaka istendiği çoktan seçmeli problemlerin kullanılması önemlidir. Literatürde (Albaqawi, 2023; Erdem, 2015; Kutluca ve Tum, 2021; Yenilmez ve Ata, 2013;) muhakeme gerektiren problemler sayesinde öğrencilerin öğrenilen konuyu anlayıp anlamadıklarının, ne tür zorluklar yaşadıklarının ve hangi stratejileri neden seçtiklerinin ya da geliştirdiklerinin ortaya çıkarılabildiği belirtilmiştir. Çoktan seçmeli problemlerin üst düzey düşünme becerilerini ölçmede ve başarıyı doğru bir şekilde ortaya çıkarmasında yeterli olmayabileceği ve bu nedenle öğretmen adaylarına bu eğitimin verilmesinin ve öğretmenlere ise hizmet içi eğitimde bu hususa değinilmesinin faydalı olacağı ifade edilmiştir (Güneyli ve Abbasoğlu, 2015; Kutlu vd., 2024; Şata, 2023). Dolayısıyla çoktan seçmeli problemleri oluştururken sadece cevap seçeneklerinin işaretlendiği soruların hazırlanmasından ziyade öğrencinin matematiksel muhakemesini ortaya çıkaracak problemlerin hazırlanmasının önemli olduğu söylenebilir. Bu bağlamda farklı sınıf düzeylerinde öğrencilerin matematiksel muhakeme göstergelerinin farklılık ve benzerliklerinin ortaya çıkarılması sonraki araştırmaların konusu olabilir.

Öğrencilere matematik konularının öğretilmesinden sonra zihinlerindeki bilgileri ortaya çıkaran muhakeme gerektiren soruların yöneltilerek dönüt verilmesinin faydalı olacağı söylenebilir. Yapılan görüşmelerde öğrencilere sorulan “Bu sonuca nasıl vardınız?”, “Nasıl?”, “Çözümlerken nasıl bir yol izlediniz?”, “Niçin böyle düşündünüz?” veya “Bu problemde şunu yapmışsınız, ne düşündünüz?” gibi sorular yöneltmiştir. Öğrencilerin matematiksel muhakeme yapma biçimlerini literatürde benzer sorular aracılığıyla inceleyen çalışmalara (Even, 2022; Kalkay, 2013; Megowan-Romanowicz vd., 2013; Rohati vd., 2023; Sukirwan vd., 2018) rastlanmıştır. Bu yolla, problemlere ilişkin çözümlerinde yöneltilen bu tür irdeleyici soruların öğrencilerin matematiksel muhakemelerini ortaya çıkarmada, geliştirmede ve kullandıkları göstergelerin neler olduğunu belirlemede etkili olacağı söylenebilir.

6. ÖNERİLER

Bu bölümde çalışmadan elde edilen sonuçlara dayalı olarak öneriler sunulmuştur.

- Çalışmada, 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakemelerini ortaya çıkarmada muhakeme göstergelerinin önemli olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu bağlamda öğrencilerde muhakeme becerilerinin geliştirilmesine yönelik ders içi ve ders dışı uygulamalarda matematik problemlerinin çözümlerinde ayrıntılı ve açıklayıcı gerekçeli çözümler istenebilir.

- Millî Eğitim Bakanlığı ile iş birliği yapılarak matematik öğretmenlerinin öğrencilerin muhakeme becerilerini geliştirebilecek etkili öğrenme ortamları oluşturmalarına yönelik çalışmalar yapılabilir. Bu kapsamda, öğretmenlere öğrencilerin muhakeme becerilerini destekleyici pedagojik yaklaşımlar ve stratejiler hakkında eğitimler verilerek mesleki gelişimlerine katkı sunulabilir.

- Farklı sınıf düzeylerindeki öğrencilerin uluslararası sınavlardaki matematik problemlerini çözmeleri sağlanarak yapacakları muhakemelere ilişkin farklı bakış açıları kazanmalarına yardımcı olunabilir.

- Ortaokulda matematiksel muhakemeyi değerlendirmek ve geliştirmek için diğer sınıf düzeylerinde daha az sayıda katılımcıyla derinlemesine çalışmalar yapılarak karşılaştırmalar yapılabilir.

- Öğrenme ortamlarında öğrencilerin matematik uğraşlarında göstergeler kullanmaları teşvik edilerek matematiksel dili geliştirmeleri sağlanabilir.

KAYNAKÇA

- Abidin, Z., Utomo, A. C., Pratiwi, V., Farokhah, L., Jakarta, U. B., & Jakarta, U. M. (2020). "Project-Based Learning-Literacy in Improving Students' Mathematical Reasoning Abilities In Elementary Schools". *Journal of Madrasah Ibtidaiyah Education*, 4(1), 39-52.
- Aksoğan, M., & Özdemir, O. (2022). "Tutum ve Motivasyonun Akademik Başarı Üzerindeki Etkilerinin Yapısal Eşitlik Modellemesiyle İncelenmesi". *Birey ve Toplum Sosyal Bilimler Dergisi*, 12(1), 207-222.
- Alphayta, B. (2022). 8. Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Muhakeme Becerileri ile Öz-Yeterlik Algıları Arasındaki İlişkinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Ordu: Ordu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Albaqawi, H. M. (2023). "Inductive and Deductive Reasoning in Mathematics of Female Middle School Students". *Journal of Positive School Psychology*, 7(3), 758-766.
- Altun, M. (2008). Eğitim Fakülteleri ve Sınıf Öğretmenleri için Matematik Öğretimi. Ankara: Alfa Yayıncılık.
- Angraini, L. M., Larsari, V. N., Muhammed, I., & Kania, N. (2023). "Generalizations and Analogical Reasoning of Junior High School Viewed From Bruner's Learning Theory". *Infinity*, 12(2), 291-306.
- Askew, M. (2020). "Identifying Effective Mathematics Teaching: Some Questions for Research". *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 24(1), 1–9. <https://doi.org/10.1080/18117295.2019.1710049>
- Arnesen, K. K., & Rø, K. (2024). "The Complexity of Supporting Reasoning in A Mathematics Classroom of Shared Authority". *Mathematical Thinking and Learning*, 26(2), 159-184.
- Arslan, Ç., & Özaydın, Z. (2023). "Matematik Öğretmen Adaylarının Muhakeme Etme Öz-Yeterlik İnançları Üzerine Bir Çalışma". *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 12(4), 1014- 1026.
- Arwinie, N. (2014). Meningkatkan Kemampuan Penalaran Dan Komunikasi Matematis Serta Self-Concept Siswa Mts Melalui Pembelajaran Berbasis Masalah: Penelitian Kuasi

Eksperimen pada Salah Satu MTs Negeri di Kabupaten Subang, Doctoral Dissertation. Indonesia: Universitas Pendidikan Indonesia.

Bai, Y., Liang, H., Qi, C., & Zuo, S. (2023). "An Assessment of Eighth Graders' Mathematics Higher Order Thinking Skills in The Chinese Context". Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 23(2), 1-18. <https://doi.org/10.1007/s42330-023-00279-w>

Balacheff, N. (1988). "A Study of Students' Proving Processes At The Junior High School Level". In I. Wirszup & R. Streit (Eds.), Proceedings of The Second UCSMP International Conference on Mathematics Education (pp. 284-297). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Bal-İncebacak, B., & Ersoy, E. (2018). "Ortaokul Öğrencilerinin PISA Soruları Karşısında Muhakeme Etme Becerileri". İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 19(2), 269-292.

Ball, D. L., & Bass, H. (2003). "Making Mathematics Reasonable in School". In J. Kilpatrick, W. G. Martin. & D. Schifter. (Eds.), A Research Companion To Principles and Standards For School Mathematics (pp 227-236). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Ball, D. L., & Bass, H. (2002). "Toward A Practice-Based Theory of Mathematical Knowledge For Teaching". Davis B., Simmt E. (Eds.), In Proceedings of The 2002 Annual Meeting of The Canadian Mathematics Education Study Group (pp. 3-14). Edmonton, Alberta, Kanada: CMESG/GCEDM.

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). "Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special?". Journal of Teacher Education, 59(5), 389-407.

Barbosa, A., & Vale, I. (2021). "A Visual Approach For Solving Problems with Fractions". Education Sciences, 11(11), 1-18.

Barker, J. A. (2003). The Effects of Motivational Conditions on The Mathematics Performance of Students on The National Assessment of Educational Progress Assessment. Doctoral Dissertation. Georgia: Georgia State University.

Benli, A. N., & Gökkurt Özdemir, B. (2021). "Matematiksel Öğretmenlerinin

Matematiksel Muhakeme Becerilerinin TIMSS Standartlarına Göre İncelenmesi”. Akdeniz Eğitim Araştırmaları Dergisi, 15(38), 1-28. <https://doi.org/10.29329/mjer.2021.424.1>

Bueno, M., Perez, F., Valerio, R., & Areola, E. M. Q. (2022). “A Usability Study on Google Site and Wordwall. Net: Online Instructional Tools For Learning Basic İntegration Amid Pandemic”. Journal of Global Business and Social Entrepreneurship (GBSE), 7(23), 61-71.

Büyüköztürk, Ş. (2016). Sosyal Bilimler için Veri Analizi El Kitabı İstatistik, Araştırma Deseni SPSS Uygulamaları ve Yorum. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç-Çakmak, E., Akgün, Ö., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2016). Bilimsel Araştırma Yöntemleri. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Breen, S., & O’Shea, A. (2019). “Designing Mathematical Thinking Tasks”. Primus, 29(1), 9-20.

Briscoe, C., & Stout, D. (2001). “Prospective Elementary Teachers' Use of Mathematical Reasoning in Solving A Lever Mechanics Problem”. School Science and Mathematics, 101(5), 228-235.

Brodie, K. (2010). Teaching, Mathematical Reasoning in Secondary School Classrooms. New York: Springer Science Business Media. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-09742-8>

Can, S. (2023). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Muhakeme Öz-Yeterlikleri ile Problem Çözme Becerilerinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Balıkesir: Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Charles, R., & Lester, F. (1982). Teaching Problem Solving: What, why & how. Palo Alto, CA: Dale Seymour Publications.

Clarke, D. (1998). Assessment Alternatives in Mathematics. Mathematics Curriculum and Teaching Project, Canberra, Australia.

Cobb, P., Yackel, E., and Wood, T. (1991). “Curriculum and Teacher Development: Psychological and Anthropological Perspectives”. In E. Fennema, T.P. Carpenter and S.J. Lamon. (Eds.), Integrating Research on Teaching and Learning Mathematics (pp. 83-119). Albany, NY: SUNY Press.

Coşkun, M. R., Ayverdi, G., Bolat, Y.İ. & Taş, N. (2023). ‘ ‘ Matematik Eğitiminde Dijital Oyunlaştırma Etkinlikleri Kullanımının Ortaokul Öğrencilerinin Akademik Başarılarına ve Tutumlarına Etkisi’’. International Journal of Eurasia Social Sciences (IJOESS), 14(53), 1066- 1081. DOI: <http://dx.doi.org/10.35826/ijoess.3347>

Çoban, H. (2019). Farklılaştırılmış Öğretim Tasarımının Öğrencilerin Matematiksel Muhakeme Becerilerine, Bilişötesi Öğrenme Stratejilerini Kullanma Düzeylerine ve Problem Çözme Becerilerine Etkisi. Doktora Tezi. Balıkesir: Balıkesir Üniversitesi Sosyal Bilimleri Enstitüsü.

Çoban, H., & Tezci, E. (2020). ‘ ‘Matematiksel Muhakeme Becerileri Değerlendirme Ölçeğinin Geliştirilmesi’’. OPUS International Journal of Society Researches, 15(24), 2805- 2837. <https://doi.org/10.26466/opus.610197>

Davis, L. L. (1992). ‘ ‘Instrument Review: Getting The Most From A Panel of Experts’’. Applied nursing research, 5(4), 194-197.

Duval, R. (2006). ‘ ‘The Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in The Learning of Mathematics’’. Educational Studies in Mathematics, 61(1), 103-131. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>

Erdem, E. (2011). İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel ve Olasılıksal Muhakeme Becerilerinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Adıyaman: Adıyaman Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Erdem, E. (2015). Matematiksel Muhakemeyi Geliştirmeye Yönelik Tasarlanan Öğrenme Ortamının Etkileri. Doktora Tezi. Erzurum: Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Erdem, E. (2016). ‘ ‘Relationship Between Mathematical Reasoning and Reading Comprehension: The Case of The 8th Grade’’. Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science & Mathematics Education, 10(1), 393-414.

Erdem, E., & Gürbüz, R. (2015). ‘ ‘An Analysis of Seventh-Grade Students’ Mathematical Reasoning’’. Cukurova University Faculty of Education Journal, 44(1), 123-142.

Erdem, E., & Soylu, Y. (2017). ‘‘Age-and Gender-Related Change in Mathematical Reasoning Ability and Some Educational Suggestions’’. *Journal of Education and Practice*, 8(7), 116-127.

Erdem, E., Fırat, T., & Gürbüz, R. (2019). ‘‘Improving Mathematical Reasoning and Mathematics Attitude of Disadvantaged Children in Rural Regions’’. *Journal of Computer and Education Research*, 7(14), 673-697.

Erdem, E. (2022). ‘‘Akıl yürütme nedir? Neden gereklidir?’’. Emrullah Erdem (Ed.), *Mantıksal Akıl Yürütme* (ss. 1-18). Ankara: Pegem Akademi.

Even, R. (2022). ‘‘Academic Mathematics in Secondary School Mathematics Teacher Education’’. In: Peters, M.A. (Eds.), *In Encyclopedia of Teacher Education* (pp. 6-9). Singapore: Springer Nature Singapore.

Ferrini-Mundy, J. (2000). ‘‘Principles and Standards For School Mathematics: A Guide For Mathematicians’’. *Notices of the American Mathematical Society*, 47(8), 868-876.

Finley, S. J. (2000). *The Changing Role of The Teacher*. Southwest Educational Development Laboratory.

Firdausy, A. R., Triyanto & Indriati, D. (2021). ‘‘Mathematical Reasoning Abilities of High School Students in Solving Contextual Problems’’. *International Journal of Science and Society*, 3(1), 201-211.

Fisher, A. (2011). *Critical Thinking: An Introduction*. Cambridge University Press.

Glaser, R. (1984). ‘‘Education and Thinking: The Role of Knowledge’’. *American Psychologist*, 39(2), 93–104. <https://doi.org/10.1037/0003-066X.39.2.93>

Geteregechi, J. M. (2020). *Investigating Middle School Students’ Mathematical Reasoning in A Connected In-School and Out-Of-School Context*. Doctoral Dissertation.Syracuse: Syracuse University.

Gnaydın, O. (2011). *Geometri ve Cebir Problemleri Çzm Süreçlerinin Grselleme ve Göstergebilim Bağlamında İncelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi. İstanbul: Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Güneyli, A., & Abbasoğlu, Ş. (2015). "Türkçe Dersi Yazılı Sınav Sorularına İlişkin Değerlendirme: Kıbrıs Örneği". *Journal of Academic Studies*, 17(67), 53-76.

Gürbüz, R. (2011). "Positive and Negative Reflections of Maths Teaching Carried Out in Learning Environment Designed Based on Multiple Intelligence Theory". *International Online Journal of Educational Sciences*, 3(3), 1195-1223.

Healy, L., & Hoyles, C. (2000). "A Study of Proof Conceptions in Algebra". *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(4), 396-428.

Henningsen, M., & Stein, M. K. (1997). "Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom-Based Factors That Support and Inhibit High-Level Mathematical Thinking and Reasoning". *Journal for research in mathematics education*, 28 (5), 524-549.

Herr, T., & Johnson, K. (1994). *Problem Solving Strategies: Teacher's Resource Book and Answer Key: Crossing the River with Dogs and Other Mathematical Adventures*. Key Curriculum Press.

Hjelte, A., Schindler, M., & Nilsson, P. (2020). "Kinds of Mathematical Reasoning Addressed in Empirical Research in Mathematics Education: A Systematic Review". *Education Sciences*, 10(10), 1–15. <https://doi.org/10.3390/educsci10100289>

Holyoak, K. J., & Morrison, R. G. (2005). *The Cambridge Handbook of Thinking and Reasoning*. Cambridge University Press.

Iori, M. (2018). "Teachers' Awareness of The Semio-Cognitive Dimension of Learning Mathematics". *Educational studies in Mathematics*, 98(1), 95-113.

Ira, I. D. A. P., Maimunah, M., & Kartini, K. (2025). "Application of Problem-Based Learning To Enhance Mathematical Reasoning Skills of Phase E Students in Class X-3 Sman 6 Pekanbaru". *Journal of Educational Sciences*, 9 (1), 58-67.

Izzah, K. H., & Azizah, M. (2019). "Analisis Kemampuan Penalaran Siswa Dalam Pemecahan Masalah Matematika Siswa Kelas IV". *Indonesian journal of educational research and review*, 2(2), 210-218. <https://doi.org/10.23887/ijerr.v2i2.17629>.

İdil, F. H. (2020). *Matematik Öğretmenlerinin Denklem Kavramına İlişkin Öğretme Bilgilerinin İncelenmesi*. Doktora Tezi. İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri

Enstitüsü.

İlhan, Z. M. (2023). Liselere Geçiş Sistemi Kapsamında 2018-2021 Yıllarında Uygulanan Matematik Testi Sorularının PISA Matematik Okuryazarlığı Yeterlik Düzeyleri Açısından İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. İstanbul: Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

İş Güzel, Ç. (2022). “Uluslararası Sınavlarda Akıl Yürütme”. A. Aydoğan Yenmez, S. Gökçe (Eds.), Matematiksel Akıl Yürütme (ss. 261-298). Ankara: Anı Yayıncılık.

Jäder, J., Lithner, J., & Sidenvall, J. (2020). “Mathematical Problem Solving in Textbooks From Twelve Countries”. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 51(7), 1120-1136.

Jeannotte, D., & Kieran, C. (2017). “A Conceptual Model of Mathematical Reasoning For School Mathematics”. Educational Studies in Mathematics, 96(1), 1-16. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9761-8>

Jeffrey, B., & Craft, A. (2004). “Teaching Creatively and Teaching For Creativity: Distinctions and Relationships”. Educational Studies, 30(1), 77-87.

Jonsson, B., Mossegård, J., Lithner, J., & Karlsson Wirebring, L. (2022). “Creative Mathematical Reasoning: Does Need For Cognition Matter?”. Frontiers in Psychology, 12, 1-10. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.797807>

Kaosa-ard, C., Erawan, W., Damrongpanit, S., & Suksawang, P. (2015). “How To Classify The Diversity of Seventh Grade Students' Mathematical Process Skills: An Application of Latent Profile Analysis”. Educational Research and Reviews, 10(11), 1560-1568.

Kalaycı, N. (2006). “Öğretim Yöntemi Olarak Kullanılan Problem Çözme Adımları, İlgili Etkinlikleri ve Değerlendirilmesi”. Eğitim ve Bilim, 31(139), 56-69.

Kalaycı, Ş. (2010). SPSS Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistik Teknikleri. Ankara: Asil Yayın Dağıtım.

Kalkay, İ. (2013). 6.-7. ve 8. Sınıf Öğretim Programlarının Yansıtıcı Düşünme Becerilerini Kazandırma Düzeyine İlişkin Öğretmen Görüşleri. Yüksek Lisans Tezi. Balıkesir: Balıkesir Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Kaşıkcı, M. (2022). Ortaokul Matematik Öğretim Programındaki Sayılar ve İşlemler İle İlgili Matematiksel Kelimelerin Semantik (Anlambilimsel) Açından İncelenmesi. Doktora Tezi. İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Koay, P. L. (1998). "The Knowledge of Percent of Pre-Service Teachers". The Mathematics Educator, 3(2), 54-69.

Koçyiğit, Ş., & Yenilmez, K. (2022). "STEM Odaklı Öğretim Süreçlerinde Öğrencilerin Matematiksel Muhakeme Becerilerinin İncelenmesi". Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 24(1), 122-145.

Kramarski, B. & Mizrachi, N. (2004). "Enhancing Mathematical Literacy With The Use of Metacognitive Guidance in Forum Discussion". In Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education , 3, 169-176.

Kramarski, B., Meverech, Z., & Lieberman, A. (2001). "Effects of Multilevel Versus Unilevel Metacognitive Training on Mathematical Reasoning". The Journal of Educational Research, 94(5), 292-300. <https://doi.org/10.1080/00220670109598765>

Kutlu, Ö., Doğan, D. C & Karakaya, İ., (2024). Öğrenci Başarısının Belirlenmesi: Performansa ve Portfolyoya Dayalı Durum Belirleme. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Kutluca, T., & Tum, A. (2021). "Farklı Öğrenme Yollarının Kullanıldığı Zengin Öğrenme Ortamlarının Matematiksel Muhakeme Becerisine ve Problem Çözmeye Yönelik Tutuma Etkisi". Cumhuriyet International Journal of Education, 10(1), 344-370. <http://dx.doi.org/10.30703/cije.722191>

Lampert, M. (1990). "When The Problem Is Not The Question and The Solution Is Not The Answer: Mathematical Knowing and Teaching". American Educational Research Journal, 27(1), 29-63.

Lannin, J. K. (2004). "Developing Mathematical Power By Using Explicit And Recursive Reasoning". The Mathematics Teacher, 98(4), 216-223.

Lestari, S.A.P. (2019). "Mathematical Reasoning Ability in Relations and Function Using The Problem Solving Approach". Journal of Physics: Conference Series, 1188(1), 1-6. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1188/1/012065>

Lester, F. K. (1994). "Musings About Mathematical Problem-Solving Research: 1970–1994". *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 660-675.

Lewkowycz A., Andreassen A. J., Dohan D., Dyer E., Michalewski H., Ramasesh V. V., Slone A., Anil C., Schlag I., Gutman-Solo T., Wu Y., Neyshabur B., Gur-Ari G. & Misra V. (2022). "Solving Quantitative Reasoning Problems with Language Models". *Advances in Neural Information Processing Systems*, 35, 1-15.
<https://openreview.net/forum?id=IFXTZERXdm7>.

Lithner, J. (2008). "A Research Framework For Creative And Imitative Reasoning". *Educational Studies in mathematics*, 67(3), 255-276.

Lithner, J. (2017). "Principles For Designing Mathematical Tasks That Enhance Imitative and Creative Reasoning". *ZDM Mathematics Education*, 49(6), 937-949.

Lithner, J. (2000). "Mathematical Reasoning in Task Solving". *Educational Studies in Mathematics*, 41, 165-190.

Mandacı-Şahin, S. (2007). 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Gücünün Belirlenmesi. Doktora Tezi. Trabzon: Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Mandasari, N. (2021). "Problem-Based Learning Model To Improve Mathematical Reasoning Ability". *Journal of Physics: Conference Series*, 1731(1), 1–4

Maraza-Quispe, B., Sotelo-Jump, A. M., Alejandro-Oviedo, O. M., Quispe-Flores, L. M., Cari-Mogrovejo, L. H., Fernandez-Gambarini, W. C., & Cuadros-Paz, L. E. (2021). "Towards The Development of Computational Thinking and Mathematical Logic Through Scratch". *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, 12(2), 332–338.

Marianah, H., & Hali, F. (2020). "Analysis of mathematical reasoning ability viewed from student learning motivation". *JME (Journal of Mathematics Education)*, 5(2), 128-133.

Mason, J. (2001). "Questions About Mathematical Reasoning and Proof In Schools". In J. Abramsky (Ed.), *Reasoning, Explanation and Proof in School Mathematics and Theirplace in The Intended Curriculum: Proceedings of the QCAInternational Seminar*. London:QCA. http://xtec.cat/centres/a8005072/articles/proof_and_reasoning.pdf

Mason, J., Oliveira, H., & Boavida, A. M. (2012). ‘‘Reasoning Reasonably in Mathematics’’. *Quadrante*, 21(2), 165-196.

Masturi, A. G., Abdillah, A., & Rijal, M. (2022). ‘‘Teachers Promoting Mathematical Reasoning in Tasks’’. *Jurnal Teori Dan Aplikasi Matematika*, 6(2), 371-385.

Martins, M., Ponte, J. P. D., & Mata-Pereira, J. (2023). ‘‘Learning To Promote Students’ Mathematical Reasoning: Lesson Study Contributions in Initial Teacher Education’’. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 19 (5), 1-13. <https://doi.org/10.29333/ejmste/13127>

McJames, N., Parnell, A., & O’Shea, A. (2023). Investigating The Effect of Creative Mathematical Reasoning Tasks on Student Achievement: A Causal Inference Machine Learning Approach. A. Twohill and S. Quirke (Eds.), *Proceedings of the Ninth Conference on Research in Mathematics Education in Ireland (MEI 9)*, <https://doi.org/10.5281/zenodo.8424642>

MEB, (2018). İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar Matematik Dersi Öğretim Programı. Ankara: Millî Eğitim Basımevi.

MEB (2016). Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.

MEB (2022). Millî Eğitim Bakanlığı Liselere Geçiş Sistemi Raporu. Ankara: Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları.

MEB, (2018). Millî Eğitim Bakanlığı Ortaöğretime Geçiş Yönergesi. https://www.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2018_03/26191912_yonerge.pdf Erişim Tarihi:13.05.2020.

MEB, (2013). Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar). Öğretim programı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.

MEB, (2018). Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1-8. Sınıflar). Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.

MEB, (2020). Destek Materyalleri, <https://odsgm.meb.gov.tr/www/ornek-sorular/icerik/1011>, Erişim Tarihi: 10.03.2020.

MEB, (2023). TIMSS 2023 Türkiye Raporu.

https://odsgm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2024_12/04111224_timss_2023_rapor_0412.pdf , Erişim Tarihi: 15.01.2025.

MEB, (2022). PISA 2022 Türkiye Raporu.

https://pisa.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2024_03/21120745_26152640_pisa2022_rapor.pdf , Erişim Tarihi: 18.02.2024.

Mejía-Ramos, J. P., & Inglis, M. (2009). ‘‘What Are The Argumentative Activities Associated With Proof?’’ *Research in Mathematics Education*, 11(1), 77-78.

Megowan-Romanowicz, M. C., Middleton, J. A., Ganesh, T., & Joanou, J. (2013). ‘‘Norms For Participation in A Middle School Mathematics Classroom and Its Effect on Student Motivation’’. *Middle Grades Research Journal*, 8(1), 51-76.

Miles, M. B., & Huberman, A. M., (1994). *Qualitative Data Analysis: A Methods Sourcebook* (2nd Edition). SAGE Publications.

Mukuka, A., Balimuttajjo, S., & Mutarutinya, V. (2023). ‘‘Teacher Efforts Towards The Development of Students’ Mathematical Reasoning Skills’’. *Heliyon*, 9(4), 1-10.

NCTM (National Council of Teachers of Mathematics). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA.

Niemi, D. (1996). ‘‘Assessing Conceptual Understanding in Mathematics: Representations, Problem Solutions, Justifications and Explanations’’. *The Journal of Educational Research*, 89(6), 351-363.

Norqvist, M. (2017). ‘‘The Effect of Explanations on Mathematical Reasoning Tasks’’. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(1), 15-30. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2017.1340679>

Nurjanah, Dahlan, A. J., & Wibisono, Y. (2021). ‘‘The Effect of Hands-On And Computer-Based Learning Activities on Conceptual Understanding and Mathematical Reasoning’’. *International Journal of Instruction*, 14(1), 143-160. <https://doi.org/10.29333/iji.2021.1419a>

Obay, M., & Çelik, H.C. (2021). “Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Eğitimde Kullanılan Oyunların Kültür, Eğitim ve İlişkilendirme Açısından Görüşlerinin İncelenmesi”. Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi, 20(80), 1915-1932. <https://doi.org/10.17755/Esosder.885739>

OECD (2022). PISA 2022 Technical Report. Paris: OECD Publishing <https://www.oecd.org/pisa/data/pisa2022technicalreport/PISA-2022-Technical-Report-Ch-17-PISA-Proficiency-Scale-Constructions-Core-Domains.pdf>, Erişim Tarihi: 15.05.2024.

Okudan, Ü., & Yeşilyurt, E. (2021). “Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersi Akademik Başarısının Değerlendirilmesi: TIMSS Soruları Örneği”. Disiplinlerarası Eğitim Araştırmaları Dergisi, 5(10), 139-153.

Olkun, S. & Toluk Uçar, Z. (2012). İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi. Ankara: Anı Yayıncılık.

Olsson, J., & Granberg, C. (2024). “Teacher-Student Interaction Supporting Students’ Creative Mathematical Reasoning During Problem Solving Using Scratch”. Mathematical Thinking and Learning, 26(3), 278-305.

Öz, T., & Işık, A. (2018). “Matematik Öğretmenliği Öğrencilerinin Matematiksel Muhakeme Beceri Düzeylerinin Araştırılması”. International Journal of Educational Studies in Mathematics, 5(3), 109-122.

Özaydın, Z. (2022). Matematiksel Muhakeme Etme Yeterliğinin Uzaktan Eğitim Yoluyla Verilen Matematik Okuryazarlığı Hizmet İçi Öğretmen Eğitimi ve Uygulamaları Sürecinde Değerlendirilmesi. Doktora Tezi. Bursa: Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Özaydın, Z., Arslan, Ç., & Yıldız, H. (2024). “Ortaokul Öğrencilerinde Matematiksel Muhakeme Etme Yeterliğinin Değerlendirilmesi”. İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 25(1), 365-387. <https://doi.org/10.17679/inuefd.1225147>

Özbaş, B. (2023). 8. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Sürecindeki Matematiksel Temsil Becerileri ile Matematik Okuryazarlığı Arasındaki İlişkinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Özgen, K. (2023). “Matematiksel Problem Çözmenin Doğası, Amacı ve Önemi”. K. Özgen, T. Kar, S. Çenberci, Y. Zengin (Eds.), Matematikte Problem Çözme ve Problem

Kurma (ss.3-32). Ankara: Pegem Akademi.

P21. (2019). P21's Frameworks for 21st Century Learning.

<https://www.battelleforkids.org/networks/p21/frameworks-resources>, Erişim Tarihi: 15.07.2023.

Pape, S. J., Bell, C. V., & Yetkin, I. E. (2003). "Developing Mathematical Thinking and Self-Regulated Learning: A Teaching Experiment in A Seventh-Grade Mathematics Classroom". Educational Studies in Mathematics, 53(2), 179-202.

Patton, M. Q. (2002). Qualitative Research and Evaluation Methods. (3rd Edition). USA: Sage.

Pellerin (2012). "Improving Mathematical Reasoning and Discourse Through Problem Solving". University of South Florida St. Petersburg Student Research Journal, 2(1), 1-14.

Peirce C. S. (1935). Collected Papers of Charles Sanders Peirce. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Peresini, D., & Webb, N. (1999). Analyzing Mathematical Reasoning in Students' Responses Across Multiple Performance Assessment Tasks. Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12/Lee V. Stiff.

Pilten, P. (2008). Üstbiliş Stratejileri Öğretiminin İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Muhakeme Becerilerine Etkisi. Doktora Tezi. Ankara: Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Presmeg, N. C. (2006). "A Semiotic View of The Role of Imagery And Inscriptions in Mathematics Teaching and Learning". J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, N. Stehlíková (Eds.), Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (p.p 19-34). Prague: PME.

Presmeg, N., Radford, L., Roth, W. M., & Kadunz, G. (Eds.). (2018). Signs of signification: Semiotics in mathematics education research. Springer.

Poçan, S., Yaşaroğlu, C., & İlhan, A. (2017). "Ortaokul 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Akıl Yürütme Beceri Düzeylerinin Bazı Değişkenler Açısından İncelenmesi". Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi, 10(52), 808-818.

- Posamentier, A. S., Smith, B. S., & Stepelman, J. (2010). *Teaching Secondary Mathematics: Techniques and Enrichment Units*. Boston: Allyn & Bacon.
- Radford, L. (2003). "Gestures, Speech and The Sprouting of Signs: A Semiotic-Cultural Approach To Students' Types of Generalization". *Mathematical Thinking and Learning*, 5(1), 37-70.
- Radu, M. (2008). "Symbolic Language Versus Understanding In Mathematics Education: A Brief Archaeological Investigation of Mathematics Education Discourse". L. Radford, G. Schubring, F. Seeger (Eds.), *Semiotics in Mathematics Education: Epistemology, History, Classroom and Culture* (pp. 249-263). Rotterdam: SensePublishers.
- Rizta, A., Zulkardi, Z., & Hartono, Y. (2013). "Pengembangan Soal Penalaran Model TIMSS Matematika SMP". *Jurnal Penelitian dan Evaluasi Pendidikan*, 17(2), 230-240.
- Rohati, R., Kusumah, Y. S., & Kusnandi, K. (2023). "Exploring Students' Mathematical Reasoning Behavior in Junior High Schools: A Grounded Theory". *Education Sciences*, 13(3), 1-26. <https://doi.org/10.3390/educsci13030252>
- Ross, K. A. (1998). "Doing And Proving: The Place Of Algorithms And Proofs In School Mathematics". *The American mathematical monthly*, 105(3), 252-255.
- Satiti, W. S., & Wulandari, K. (2021). "Students' Ability To Think Mathematically In Solving Pisa Mathematics Problems Content Change And Relationship". *Mathematics Education Journal*, 5(1), 1-14.
- Sfard, A. (2008). *Thinking As Communicating: Human Development, The Growth Of Discourses, And Mathematizing*. Cambridge University Press.
- Shahbari, J. A., & Tabach, M. (2020). "Features of Modeling Processes That Elicit Mathematical Models Represented At Different Semiotic Registers". *Educational Studies in Mathematics*, 105(2), 115-135.
- Shulman, L. S. (1986). "Those Who Understand: Knowledge Growth In Teaching". *Educational researcher*, 15(2), 4-14.
- Simkin M. G., Kuechler W. L., (2005). "Multiple-Choice Tests And Student Understanding: What Is The Connection?" *Decision Sciences Journal of Innovative*

Education, 3(1), 73-98. <https://doi.org/10.1111/j.1540-4609.2005.00053.x>

Smit, R., & Birri, T. (2014). "Assuring The Quality of Standards-Oriented Classroom Assessment With Rubrics For Complex Competencies". *Studies in Educational Evaluation*, 43, 5-13.

Sowder, L., & Harel, G. (1998). "Types of Students' Justifications". *Mathematics Teacher*, 91(8), 670-675.

Sukirwan, Darhim, D., & Herman, T. (2018). "Analysis of Students' Mathematical Reasoning". *Journal of Physics: Conference Series*, 948 (1), 1-8. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/948/1/012036>

Sumarsih, Budiyo, & Indriati, D. (2018). "Profile of Mathematical Reasoning Ability of 8th Grade Students Seen From Communication Ability, Basic Skills, Connection and Logical Thinking". In *Journal of Physics: Conference Series*, 1008(1), 1-10. Washington: IOP Publishing. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1008/1/012078>

Schliemann, A. D. & Carraher, D. W. (2002). "The Evolution of Mathematical Reasoning: Everyday Versus Idealized Understandings". *Developmental Review*, 22(2), 242-266.

Stacey, K. (2006). What is Mathematical Thinking and Why is it Important. Progress report of the APEC project: collaborative studies on innovations for teaching and learning mathematics in different cultures (II)—Lesson study focusing on mathematical thinking. Tokyo and Sapporo, Japan.

Steen, L. (1999). "Twenty Questions About Mathematical Reasoning". In L. V. Stiff (Ed.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12*. (pp. 270–285). Reston: NCTM

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). "Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices For Helping Teachers Move Beyond Show and Tell". *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313-340.

Stice, J. E. (2007). *Teaching Problem Solving. Teachers and Students Sourcebook: Alternative Teaching Methods* (Austin: University of Texas).

Strauss, A. L., & Corbin, J. (1990). *Basics of Qualitative Research*. Thousand Oaks CA: Sage Publications.

Struyven, K., Dochy, F., & Janssens, S. (2005). "Student's Perceptions About Evaluation and Assessment in Higher Educations: A Review". *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 30(4), 331-347. <https://doi.org/10.1080/02602930500099102>

Stylianides, A. J. (2007). "Proof and Proving in School Mathematics". *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 289-321.

Stylianides, G.J. (2009) "Reasoning-and-proving in School Mathematics Textbooks". *Mathematical Thinking and Learning*, 11(4), 258-288, DOI: 10.1080/10986060903253954

Stylianou, D. A., Blanton, M. L., & Knuth, E. J. (2009). *Teaching And Learning Proof Across The Grades*. New York: Routledge.

Syaripuddin, S., Fauzi, A., & Ariswoyo, S. (2020). "Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Mts Melalui Pendekatan Metakognitif". *Jurnal MathEducation Nusantara*, 3(2), 55-64.

Şata, M. (2023). "İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Başarı Testi Geliştirme Yeterliliklerinin İncelenmesi". *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(1), 42-56. DOI: 10.17679/inuefd.1130273

Tashtoush, M. A., Wardat, Y., Aloufi, F., & Taani, O. (2022). "The Effect of A Training Program Based on TIMSS To Developing The Levels of Habits of Mind And Mathematical Reasoning Skills Among Pre-Service Mathematics Teachers". *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 18(11), 1-12. em2182.

Taş, İ. D., & Yöndemli, E. N. (2018). "Zekâ Oyunlarının Ortaokul Düzeyindeki Öğrencilerde Matematiksel Muhakeme Yeteneğine Olan Etkisi". *Turkish Journal of Primary Education*, 3(2), 46-62.

Temel, H (2018). *Problem Çözme Stratejilerinin Matematiksel Süreç Becerilerine Göre Sınıflandırılması*. Doktora Tezi. Bursa: Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Tezbaşaran, A. (2008). *Likert tipi ölçek hazırlama kılavuzu (e kitap)*. https://www.academia.edu/1288035/Likert_Tipi_%C3%96l%C3%A7ek_Haz%C4%B1rlama_K%C4%B1lavuzu, Erişim Tarihi: 20.03.2023.

Tortop, F., Cumalı, A., Çelenli, M. & Taşpınar Şener Z. (2022). ‘‘LGS Sınavındaki Beceri Temelli Matematik Sorularına Yönelik Öğretmen Görüşleri’’. Erciyes Journal of Education, 6(2), 99-126. <https://doi.org/10.32433/eje.1076448>

Türk Dil Kurumu (TDK). (2025). Türkçe Sözlük. Türk Dil Kurumu Başkanlığı, Ankara.

<https://sozluk.gov.tr/>, Erişim Tarihi: 24.12.2025.

Trilling, B., & Fadel, C. (2009). 21st century skills: Learning for life in our times. John Wiley & Sons.

Umay, A. (2003). ‘‘Matematiksel Muhakeme Yeteneği’’. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24, 234-243.

Wardhani, S., & Rumiaty, R. (2011). Modul matematika SMP program BERMUTU: instrumen penilaian hasil belajar matematika SMP belajar dari PISA dan TIMSS.

World Economic Forum (WEF). (2020). The Global Competitiveness Report. <https://www.weforum.org/publications/the-global-competitiveness-report-2020/digest/>, Erişim Tarihi: 25.05.2022.

Ünsal, Y., & Ergin, İ. (2011). ‘‘Fen Eğitiminde Problem Çözme Sürecinde Kullanılan Problem Çözme Stratejileri ve Örnek Bir Uygulama’’. Savunma Bilimleri Dergisi, 10(1), 72-91.

Qin, Z., Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (1995). ‘‘Cooperative Versus Competitive Efforts and Problem Solving’’. Review of educational Research, 65(2), 129-143.

Valenta, A., Rø, K., & Klock, S. I. (2024). ‘‘A Framework For Reasoning in School Mathematics: Analyzing The Development of Mathematical Claims’’. Educational Studies in Mathematics, 116(1), 91-111.

Van Amelsvoort, M., Andriessen, J., & Kanselaar, G. (2007). ‘‘Representational Tools in Computer-Supported Collaborative Argumentation-Based Learning: How Dyads Work With Constructed and Inspected Argumentative Diagrams’’. The Journal of the Learning Sciences, 16(4), 485-521.

Van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2012). İlkokul ve Ortaokul Matematiği: Gelişimsel Yaklaşımla Öğretim (Çev.:S. Durmuş). Ankara: Nobel Yayıncılık.

Xie, F., Zhang, L., Chen, X., & Xin, Z. (2020). ‘‘Is Spatial Ability Related To Mathematical Ability: A Meta-Analysis’’. *Educational Psychology Review*, 32(3), 113-155.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). ‘‘Sociomathematical Norms, Argumentation and Autonomy In Mathematics’’. *Journal for research in mathematics education*, 27(4), 458-477.

Yaprakg l, S. (2019). Ortaöğretime Geçiş Sınavları (TEOG, LGS) ile PISA, TIMMS Sınavları Matematik Sorularının Matematiksel ve Matematik Eğitimi Değerleri Açısından İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Erzincan: Binali Yıldırım Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.

Yenilmez, K., & Ata, A. (2013). ‘‘Matematik Okuryazarlığı Dersinin  ğretmen Adaylarının Matematik Okuryazarlığı  zyeterliğine Etkisi’’. *The Journal of Academic Social Science Studies*, 6(2), 1803-1816.

Yıldırım, A., şimşek, H. (2021). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri. (12. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldız, A. (2022). ‘‘ zel Yetenekli 5. Sınıf  ğrencilerinin Mantıksal Düşünme Becerilerinin İncelenmesi’’. *Fen Matematik Girişimcilik ve Teknoloji Eğitimi Dergisi*, 5(1), 55-65.

Zengin, Y. & Urhan, S. (2022). ‘‘Matematiksel Akıl Yürütmenin Kavramsal Modeli ve Teknoloji’’. Emrullah Erdem (Ed.), *Mantıksal Akıl Yürütme* (ss.19-44). Ankara: Pegem Akademi.

Zeybek, Z., & Dalkılıç, T. (2022). ‘‘Matematik  ğretmenlerinin ve  ğretmen Adaylarının Argüman Oluşturma ve Değerlendirme Süreçlerinin İncelenmesi’’. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 54, 357-384. <https://doi.org/10.9779/paufd.814059>

EKLER

Ek-1. Öğrencilerle Görüşme Soruları

Merhaba,

Sizinle matematik dersi matematiksel muhakeme testinde vermiş olduğunuz açıklamalar ve çözümlere yönelik görüşlerinizi almak istiyorum. Yaptığımız tüm görüşmelerdeki kişisel bilgileriniz saklı tutulacak ve hiç kimseyle paylaşılmayacaktır. İzin verirseniz görüşmeyi kaydetmek istiyorum. Bu sayede problemlere vereceğin yanıtları ayrıntılı bir şekilde inceleme fırsatı bulacağım. Araştırmaya katılımınızdan dolayı teşekkür ederim.

- 1) Problemin çözümünde ne düşündüğünü açıklar mısınız?
- 2) Problemin cevabına nasıl ulaştın açıklar mısınız?
- 3) Bu problemde başka nasıl bir yol izleyebilirdiniz?
- 4) Bu problemde şöyle bir açıklamada yazmışsınız, ne demek istediniz?

Ek-2. Uzman Görüş Formu

MATEMATİKSEL MUHAKEME TESTİ UZMAN GÖRÜŞ FORMU

Danışmanım Doç. Dr. Emrullah ERDEM ile yürütmüş olduğumuz doktora tezinde kullanılmak üzere matematiksel muhakeme testi geliştirmeyi planlıyorum. Bu test ortaokul 8. Sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme beceri düzeylerini belirlemek amacıyla geliştirilecektir. Testte 8. Sınıf matematik konularını içeren sorular yer almaktadır. Test 5’li derecelendirme tipinde olup 5, 4, 3, 2, 1 ve 0 olarak puanlanacaktır. Sizden testin kapsam geçerliliğini sağlamak amacıyla her bir madde için uygun, düzeltilmeli ve çıkarılmalı seçeneklerinden birini işaretlemeniz beklenmektedir. Maddeler hakkında (varsa) önerilerinizi açıklamalar kısmında belirtmeniz çalışmamız için faydalı olacaktır. İlginize teşekkür ederim.

Doktora Öğrencisi Şeyda ZENGİN

Ek-3. Matematiksel muhakeme testindeki bazı örnek problemler

AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.



Bir restoran açmayı planlayan Maide Hanım yarıçapları $\frac{7}{3}$ m ve $\frac{11}{3}$ m olan yuvarlak masalardan eşit sayıda sipariş vermiştir. Bu masalara sandalyeler eşit aralıklarda ve en az sayıda yerleştirilecektir. Maide Hanım toplam 40 tane masa sipariş etmiştir. Buna göre kaç sandalyeye ihtiyacı olur? ($\pi=3$ alınız.)

A) 360

B) 420

C) 540

D) 720

MEB

AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

Bir çiftçi yaptırdığı toprak analizi sonucunda tarlasının ihtiyacı olan azot miktarını belirliyor. Bu ihtiyacı karşılamak için torbalar halinde satılan A ve B marka gübrelerinden birini tercih edecektir.



Çiftçi hangi markayı tercih ederse etsin aldığı gübrenin tamamını kullandığında toprağın ihtiyacı olan azot miktarının tam karşılandığını görüyor. Daha az ödeme yapacak şekilde bir tercihte bulunan çiftçi aldığı gübre için 1000 TL'den az ödüyor.

Buna göre çiftçi diğer markayı tercih etseydi kaç TL daha fazla ödeme yapardı?

A) 15

B) 30

C) 45

D) 60

Ek-3. (Devam) Matematiksel muhakeme testindeki bazı örnek problemler

AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ



Yeni bir eve taşınan Kenan eşyalarını yerleştirdiği kutuları yukardaki asansörü kullanarak taşıyacaktır. Özdeş olan kutular $\sqrt{156}$ kg ve kutuları taşıyan Kenan'ın ağırlığı ise 88 kg'dır. Buna göre Kenan asansöre kaç tane kutu ile binebilir?

A) 27

B) 29

C) 31

D) 34

N

MEB

AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

a ve b birer doğal sayı olmak üzere $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 \cdot b}$ dir.

Aşağıda verilen taburenin yerden yüksekliği, oturma bölümünün ok yönünde bir tam tur dönüşünde $\sqrt{3}$ cm artmaktadır.



Bu taburenin yerden yüksekliği en kısa hâlinde 45 cm, en uzun hâlinde ise 60 cm dir.

Eylül bu tabureyi ok yönünde döndürerek en uzun haline getirmiştir.

Buna göre Eylül tabureyi en çok kaç tam tur döndürmüştür?

A) 6

B) 7

C) 8

D) 9

AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

K



L

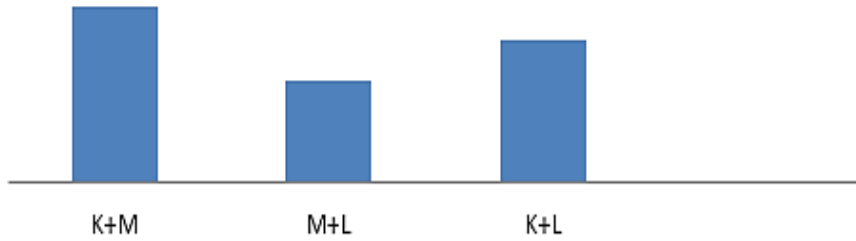


M



Yukarıda görünüŖleri aynı olan farklı kütleye sahip K, L ve M bavulları durmaktadır. Bu bavullara ait bilgiler aŖağıdaki gibidir.

Bavulların Kütleleri Arasındaki İliŖki



- Üç bavulun toplam kütlesi $200 \sqrt{7}$ kg'dır.
- K bavulunun kütlesi L ve M bavullarının kütleleri toplamına eşittir.
- Tüm bavulların kütleleri $a\sqrt{7}$ şeklinde yazılabilmektedir.

Her durumda a bir tam kare olduğına göre L bavulunun kütlesi en fazla kaç kg olabilir?

- A) $36 \sqrt{7}$ B) $45 \sqrt{7}$ C) $56 \sqrt{7}$ D) $64 \sqrt{7}$

Ek-3. (Devam) Matematiksel muhakeme testindeki bazı örnek problemler

MEB

AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

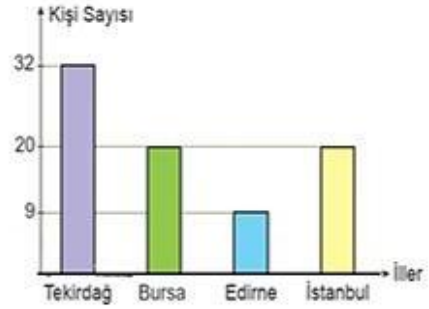
Bir uzaktan eğitim çalıştaya dört farklı ilden davetlilerin katılması planlanmıştır. Bu çalıştaya katılması planlanan her bir kişiye bir davetiye e-posta yoluyla gönderilmiştir.

Aşağıdaki daire grafiğinde e-posta yolu ile gönderilen davetiyelerin illere göre dağılımları, sütun grafiğinde ise çalıştay günü çalıştaya katılım sağlayan davetli kişilerin illere göre dağılımı verilmiştir.

Grafik: Davetiyelerin İllere Göre Dağılımı



Grafik: Çalıştaya Katılan Davetli Kişilerin İllere Göre Dağılımı



Buna göre bu çalıştaya katılım sağlamayan kişi sayısı en az kaçtır? Açıklayınız.

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 15

MEB

AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

Benzinli bir araca LPG sistemi takıldığında % 40 yakıt tasarrufu sağlanmaktadır. LPG sistemi takılma maliyeti ve her 12 aylık kullanım sonunda tekrarlanan LPG sistemi bakımı ücretleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo : LPG Sistemi İçin Yapılan Harcamalar

Harcama Türü	Tutar (TL)
LPG Sistemi Takılma Maliyeti	3000
12 Ay Sonunda LPG Sistemi Bakımı	600

Kilometrede ortalama 50 kuruş değerinde benzin yakan bir araç sahibi aracına LPG sistemi taktırıyor.

Bu araç LPG sistemi ile ayda ortalama 1000 km yol aldığına göre kaçınıcı ayın sonunda LPG sistemi için yapılan toplam harcama yakıt ücretinden elde edilen tasarrufa eşit olur?

- A) 15 B) 18 C) 21 D) 23

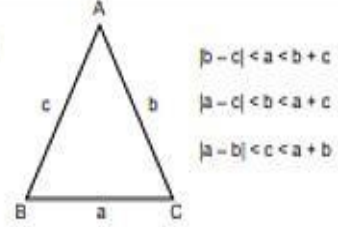
Ek-3. (Devam) Matematiksel muhakeme testindeki bazı örnek problemler

MEB

AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

Yarıçapı r olan dairenin çevresi $2\pi r$ formülü ile hesaplanır.

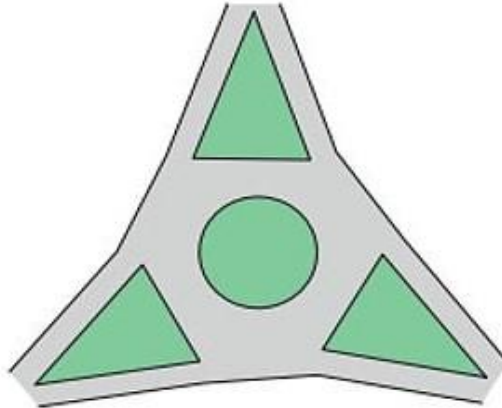
Üçgenin her bir kenarının uzunluğu, diğer iki kenarının uzunluklarının farkının mutlak değerinden büyük, toplamından küçüktür.



Sosyal Bilgiler dersinden proje ödevi alan Levent, yanda gör-seli verilen Denizli ilimizdeki meşhur üçgen köprülü kavşağın modelini yapmıştır.



Levent yaptığı modelde kenar uzunlukları santimetre cinsinden tam sayı olan üç tane eş ikizkenar üçgen ve çevresi 8π cm olan bir daire kullanmıştır.



Modeldeki ikizkenar üçgenlerin taban uzunlukları dairenin çapının uzunluğuna eşit olduğuna göre üçgenlerden birinin çevresinin uzunluğu en az kaç santimetredir?

A) 16

B) 17

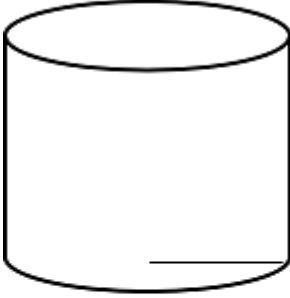
C) 18

D) 19

Ek-3. (Devam) Matematiksel muhakeme testindeki bazı örnek problemler

AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ.

Yarıçapı r ve yüksekliği h olan silindirin hacmi $\pi r^2 h$ dir.



YARIÇAP	YÜKSEKLİK
1 m	2 m
2 m	4 m
3 m	5 m

Tabloda yarıçapları ve yükseklikleri verilen dik dairesel silindir biçimindeki su kaplarının tamamı su ile doldurulup şekilde yarıçapı 5 m ve yüksekliği 10 m olan dik dairesel silindir biçimindeki su deposunun tamamı bu kaplarla dolduruluyor.

Bu iş için bu kaplardan her biri en az bir kez kullanılacağına göre su deposu taşımayacak şekilde en az kaç seferde doldurulur? ($\pi=3$ alınız)

A) 14

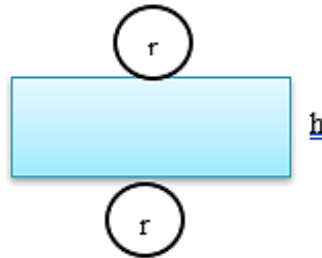
B) 13

C) 12

D) 11

AÇIKLAYARAK ÇÖZÜNÜZ

Bilgi: Dik dairesel silindirin yanal alanı taban çevresi ile yüksekliğinin çarpımına eşittir.



Bir kâğıt havlunun yarıçapı 10 cm ve yüksekliği 30 cm'dir. Bu kâğıt havlu belli bir miktar açılıyor ve açılan kısım koparılıyor. Dikdörtgensel bölgeyi elde etmek için havlu 5 defa döndürülüyor.

Buna göre koparılan dikdörtgensel bölgenin alanı kaç cm^2 'dir? ($\pi=3$ alınız.)

A) 4500

B) 5650

C) 8100

D) 9000

Ek-4. Problemlerin doğru muhakemeyle birer çözümleri

1. Problem

1. Aşama: Yarıçap uzunluğu verilen masaların çevre uzunlukları bulunur.

1.Masa

2.Masa

$$2 \cdot \pi \cdot r$$

$$2 \cdot \pi \cdot r$$

$$2 \cdot 3 \cdot \frac{7}{3}$$

$$2 \cdot 3 \cdot \frac{11}{3}$$

$$14 \text{ cm}$$

$$22 \text{ cm}$$

2. Aşama: Eşit sayıda sipariş edildi bilgisinden yola çıkarak her bir masa çeşidinden 20 adet sipariş edilmiştir. Böylece her masanın çevre uzunluğunun toplam kaç cm olduğu bulunur.

1.Masa

2.Masa

$$14 \cdot 20 = 280 \text{ cm}$$

$$22 \cdot 20 = 440 \text{ cm}$$

3. Aşama: Her masaya yerleştirilecek sandalyelerin aralarındaki eşit mesafeyi bulmak için EBOB kullanılır.

$$\begin{array}{r|l} 280 & 440 \\ 140 & 220 \\ 70 & 110 \\ 35 & 55 \\ 7 & 11 \\ 1 & 11 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2^* \\ 2^* \\ 2^* \\ 5^* \\ 7 \\ 11 \\ 1 \end{array} \quad (280, 440)_{\text{EBOB}} = 40 \text{ cm}$$

4. Aşama: Masalar için kullanılacak sandalye sayıları belirlenir.

$$\frac{280 \text{ cm}}{40 \text{ cm}} = 7 \text{ adet} \quad 1. \text{ masa}$$

$$\frac{440 \text{ cm}}{40 \text{ cm}} = 11 \text{ adet} \quad 2. \text{ masa}$$

$$7 \cdot 20 = 140 \text{ adet}$$

$$11 \cdot 20 = 220$$

adet

5. *Aşama:* İstenilen toplam sandalye sayısı bulunur.

$$140 + 220 = 360 \text{ adet}$$

Doğru seçenek A' dır.

2. Problem

1. *Aşama:* Torbalarda bulunan azot miktarı toplam ağırlık ve yüzde bilgisinden yararlanarak bulunur.

A torbası

$$50 \cdot \frac{20}{100} = 10 \text{ kg gübre}$$

B torbası

$$50 \cdot \frac{44}{100} = 22 \text{ kg gübre}$$

2. *Aşama:* Çiftçi hangi marka gübreyi tercih ederse etsin toprağın ihtiyacı olan azot miktarı karşılandığından dolayı torbalarda bulunan ortak azot miktarı EKOK ile bulunur.

$$\begin{array}{r|l} 10 & 22 \\ 5 & 11 \\ 1 & 11 \\ \hline 1 & \end{array} \quad (10,22)_{\text{EKOK}} = 110 \text{ kg}$$

3. *Aşama:* Gübrenin 110 kg olabilmesi için her bir torbadan kaç adet alınması gerektiği bulunur.

$$A \text{ torbası} \quad 110/10 \quad = 11 \text{ adet}$$

$$B \text{ torbası} \quad 110/22 \quad = 5 \text{ adet}$$

4. *Aşama:* Her bir marka torba için ödenecek para miktarı bulunur.

$$A \text{ torbası} \quad 11 \cdot 70 \quad = 770 \text{ TL}$$

$$B \text{ torbası} \quad 5 \cdot 160 \quad = 800 \text{ TL}$$

Ek-4. (Devam) Problemlerin doğru muhakemeyele birer çözümleri

5. Aşama: Tercih edilen gübrenin para miktarı 1000 TL'den az olması gerektiği için A marka gübre torbası tercih edilir ve B marka gübre torbası tercih edilseydi ödenecek para miktarı bulunur.

$$800 - 770 = 30 \text{ TL}$$

Doğru seçenek B' dir.

3. Problem

1. Aşama: Görsele bakılarak asansörün en fazla 450 kg taşıyabileceği öğrenilir.

2. Aşama: Kenan'ın kütlesi asansörün taşıyabileceği en fazla miktardan çıkarılarak asansörün kaç kg daha taşıyabileceği bulunur.

$$450 - 88 = 362 \text{ kg}$$

3. Aşama: Kutular özdeş olduğundan her bir kutunun kütlesinin yaklaşık değeri bulunur.

$$\sqrt{156} \cong 12,48 \text{ Kg}$$

4. Aşama: Asansörün taşıyabileceği toplam kutu sayısı bulunur.

$$\frac{362 \text{ Kg}}{12,48 \text{ Kg}} = 29, \dots$$

Doğru seçenek B'dir.

4. Problem

1. Aşama: Taburenin en uzun mesafeye ulaşabilmesi için kaç cm uzaması gerektiği bulunur.

En uzun 60 cm

En kısa 45 cm

Aradaki fark $60 - 45 = 15 \text{ cm}$ uzamalı

2. Aşama: Taburenin bir tam tur dönmesiyle kaç cm yüksekliğin artacağıının yaklaşık değeri bulunur.

$$\sqrt{3} \cong 1,73 \text{ cm}$$

Ek-4. (Devam) Problemlerin doğru muhakemeyele birer çözümleri

3. Aşama: Taburenin en fazla kaç tur atacağı bulunur.

$$\frac{15 \text{ cm}}{1,73 \text{ cm}} \cong 8, \dots \text{ tur}$$

Doğru seçenek C' dir.

5. Problem

1. Aşama: Bavulların kütlelerine ait verilen grafik kullanılarak bavulların ağırlıkları arasındaki ilişki bulunur.

$$K + M > K + L > M + L$$

$$K > M > L$$

2. Aşama: Bavulların ağırlıklarına yönelik verilen sözel bilgiler kullanılarak matematiksel eşitlikler oluşturulur.

$$K + L + M = 200\sqrt{7}$$

$$K = M + L$$

Tüm kütleler $a\sqrt{7}$ ve a bir tam kare olmalıdır.

3. Aşama: a ve b maddeleri kullanılarak

$$K + L + M = 200\sqrt{7}$$

$$K = M + L$$

$$K + K = 200\sqrt{7}$$

$$2K = 200\sqrt{7}$$

$$K = 100\sqrt{7}$$

4. Aşama: $K = M + L = 100\sqrt{7} =$ ve **a** tam kare ve $M > L$ olduğundan $M = 64\sqrt{7}$ ve $L = 36\sqrt{7}$ olmak zorundadır.

Dolayısıyla doğru seçenek D' dir.

6. Problem

1. Aşama: Daire grafiğinde verilen merkez açılardan yararlanarak Tekirdağ ilinin merkez açısı bulunur.

<i>Bursa</i>	<i>Edirne</i>	<i>İstanbul</i>	<i>Tekirdağ</i>
80°	40°	100°	360° - 220° = 140°

Ek-4. (Devam) Problemlerin doğru muhakemeye birer çözümleri

2. Aşama: Bulunan merkez açılar ile davet edilen kişi sayılarını ilişkilendirmek için 2. grafikte verilen illerdeki davetli kişi sayılarına bakılır.

<i>Bursa</i>	<i>Edirne</i>	<i>İstanbul</i>	<i>Tekirdağ</i>
20	9	20	32

Merkez açılarının dörtte biri kadar davetli olacağından;

<i>Bursa</i>	<i>Edirne</i>	<i>İstanbul</i>	<i>Tekirdağ</i>
80°	40°	100°	140°
20°	10°	25°	35°

3. Aşama: Daire grafiğinde verilen bilgiler ile tabloda verilen bilgiler ilişkilendirilir.

Davetli sayısı : 20 kişi 9 kişi 20 kişi
32 kişi

Gelmeyen Sayısı : 0 kişi + 1 kişi + 5 kişi + 3 kişi = 9 kişi

Katılım sağlamayan kişi sayısının en az kaç kişi olduğunu sorduğundan dolayı 9 kişidir.

Doğru seçenek B'dir.

7. Problem

1. Aşama: Makinanın farklı ayarda top fırlattığı bilgisini kullanarak 1. ve 2. Ayardaki atılma hızı bulunur.

1. ayarın yerden yüksekliği a birimdir. Yazılı sayı eklenip karesine eşitlenir.

2. ayarın yerden yüksekliği $2a+8$ birimdir. Yazılı sayı çıkarılıp karesine eşitlenir.

Ek-4. (Devam) Problemlerin doğru muhakemeyle birer çözümleri

2. Aşama: Umut'un ve Selim'in attığı topın hızlarının özdeşlikleri bulunur.

<i>Umut</i>	<i>1. Ayar</i>	<i>Makinede yazılan rakam</i>
$a^2 + 14a + 49$	$(a + 7)^2$	7
<i>Selim</i>	<i>2. Ayar</i>	
$4a^2 + 20a + 25$	$(2a + 5)^2$	$2a + 8 - (2a + 5) = 3$

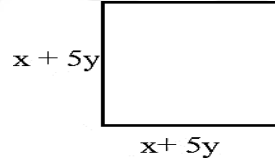
3. Aşama: Umut'un ve Selim'in fırlattıkları topın üzerinde yazan sayılar toplanır.

$$\text{Umut} + \text{Selim} = 7 + 3 = 10$$

Doğru seçenek B'dir.

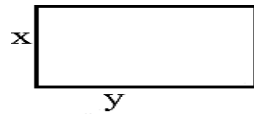
8. Problem

1. Aşama: Kenar uzunluğu $x+5y$ olan kare şeklinde bir arazi çizilir ve alanı bulunur.



$$\begin{aligned}\text{Alan} &= (x + 5y)^2 \\ &= x^2 + 10xy + 25y^2\end{aligned}$$

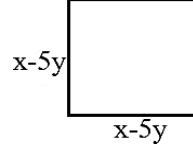
2. Aşama: Çocuklar için oluşturulacak oyun alanı bulunur.



$$\text{Alan} = x \cdot y$$

Ek-4. (Devam) Problemlerin doğru muhakemeyele birer çözümleri

3. Aşama: Ailelerin dinlenmesi ve temel ihtiyaçların karşılanması için kare şeklindeki bölgenin alanı bulunur.



$$\begin{aligned} \text{Alan} &= (x - 5y)^2 \\ &= x^2 - 10xy + 25y^2 \end{aligned}$$

4. Aşama: Boş bırakılan $8xy$ alan ile ailelerin dinlenme ve temel ihtiyaçların karşılanacağı toplam alan bulunur.

$$\begin{aligned} \text{Alanlar toplamı} &= (x - 5y)^2 + 8xy \\ &= x^2 - 2xy + 25y^2 \end{aligned}$$

5. Aşama: Arazinin alanından kullanılan alan çıkarılır ve geriye kalan alan bulunur.

Arazinin Alanı – Kullanılan Alan

$$(x^2 + 10xy + 25y^2) - (x^2 - 2xy + 25y^2) =$$

$$x^2 + 10xy + 25y^2 - x^2 + 2xy - 25y^2 = 12xy \quad \text{geriye kalan alan}$$

6. Aşama: Araziye kurulacak en fazla sayıda oyun alanı sayısı ise geriye kalan boş alanın oyun alanına oranı ile bulunur.

$$\frac{\text{Geriye kalan alan}}{\text{Oyun alanı}} = \frac{12xy}{xy} = 12$$

Doğru seçenek B şıkkıdır.

9. Problem

1. Aşama: 1 km'de 50 kr benzin yakan bir aracın LPG sistemi takıldığında %40 tasarruf etme değerini bulunur.

$$50 \cdot \frac{40}{100} = 20 \text{ kr} \quad (1 \text{ km'de elde edilen tasarruf miktarı})$$

Ek-4. (Devam) Problemlerin doğru muhakemeye birer çözümleri

2. Aşama: Aracın 1 ayda 1000 km gittiğinde elde edeceği yakıt tasarrufunun değerini bulunur.

$$\begin{array}{rcl} \frac{\text{km}}{1\text{km}} & \frac{\text{kr}}{20\text{kr}} & \\ \frac{1000\text{km}}{\text{Doğru Orantı}} & \frac{?}{1000.20} & = 20000\text{kr} \\ & & 200\text{TL tasarruf} \end{array}$$

3. Aşama: Aracın LPG sistemi takıldığında yapılacak toplam masraf tablodan yararlanarak bulunur.

LPG sistemi takılma maliyeti + 12 ay sonunda bakım

$$3000 + 600 = 3600\text{TL}$$

4. Aşama: Toplam maliyet 1 ayda elde edeceği tasarruf miktarına bölünerek sonuç elde edilir.

$$\frac{3600}{200} = 18 \text{ ayda miktarlar eşit olur.}$$

Doğru seçenek B'dir

10. Problem

1. Aşama: Dronun aydınlattığı dairesel bölgenin alanından yararlanarak yarıçap bulunur.

$$\text{Alan} = \pi \cdot r^2 \quad 1200 = 3 \cdot r^2$$

$$400 = r^2$$

$$20 \text{ m} = r$$

2. Aşama:

Dron x noktasına dik olacak şekilde 25 metre yüksekliğinde aydınlatacağı bölgenin alanı bilgisinden yararlanarak yarıçap bulunur.

$$\text{Alan} = \pi \cdot r^2 \quad 2700 = 3 \cdot r^2$$

$$900 = r^2$$

$$30 \text{ m} = r$$

3. *Aşama*: Dronun yeni konumunda iken eğimden yararlanarak ilk çıkarıldığı yükseklik bulunur.

$$\frac{3}{2} = \frac{x + 25}{30}$$

$$90 = 2.x + 50$$

$$40 = 2.x$$

$$20m = x$$

Doğru seçenek B'dir

11. Problem

1.*Aşama*: Akın, Barış ve Savaş'ın 5 günlük konaklama ücretleri tablodan yararlanarak bulunur.

$$\text{Kişi başı ücret} = 240\text{TL}$$

5 gün kalındığında %10 indirim uygulanarak

$$240 \cdot \frac{10}{100} = 24 \text{ TL indirim miktarı}$$

$$240 - 24 = 216 \text{ TL (1 kişinin ödeyeceği ücret)}$$

2. *Aşama*: Tek kişinin 5 gün konakladıklarında ödeyeceği toplam ücret bulunur.

$$216 \cdot 5 = 1080 \text{ TL (1 kişinin 5 gün boyunca ödeyeceği ücret)}$$

3. *Aşama*: 3 arkadaşın 5 gün kaldıklarında Akın'ın ödeyeceği toplam ücret bulunur.

$$1080 \cdot 3 = 3240 \text{ TL}$$

4. *Aşama*: Buket'in en az konaklayacağı gün sayısı tablodan yararlanarak bulunur.

0-3 gün arası kalırsa;

Ek-4. (Devam) Problemlerin doğru muhakemeyele birer çözümleri

$$\begin{array}{r} 3240 \overline{)240} \\ \underline{-240} \\ 84 \\ \underline{-72} \\ 06 \end{array}$$

13 günden fazla kalması gerekir.

3-6 gün arası kalırsa ;

$$240 \cdot \frac{10}{100} = 24 \text{ TL indirim miktarı}$$

240- 24 =216 TL ye kalır.

$$\begin{array}{r} 3240 \overline{)216} \\ \underline{-216} \\ 1080 \\ \underline{-1080} \\ 0000 \end{array}$$

15 gün kalması gerekir ve kalması gereken gün sayısından fazladır.

6 günden fazla kalırsa;

$$240 \cdot \frac{25}{100} = 60 \text{ TL indirim miktarı}$$

$$240- 60 =180 \text{ TL}$$

$$\begin{array}{r} 3240 \overline{)180} \\ \underline{-180} \\ 144 \\ \underline{-144} \\ 000 \end{array}$$

18 gün kalır.

Ek-4. (Devam) Problemlerin doğru muhakemeyle birer çözümleri

5. *Aşama*: Buket, Akın'dan daha fazla ücret ödeyeceği için kalması gereken gün sayısının en az kaç gün olması gerektiği bulunur.

Buket'in ödeyeceği ücret > Akın'ın ödeyeceği ücret

18 gün kaldığında ödeyecekleri ücret eşit olacağı için Buket en az 19 gün kalmalıdır.

$$19 \cdot 180 = 3420 > 3240 \text{ TL}$$

Doğru seçenek D'dir.

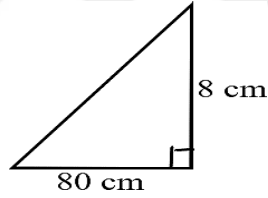
12. Problem

1. *Aşama*: Her bir kitabın kalınlığından yararlanarak 6 kitap çıkarıldığında oluşan yükseklik bulunur.

$$10 - 6 = 4 \text{ kalan kitap sayısı}$$

$$4 \cdot 2 = 8 \text{ cm oluşan yükseklik}$$

2. *Aşama*: Kitapların yeni konumlarında oluşan eğim bulunur.



$$\text{Eğim} = \frac{\text{Dikey uzunluk}}{\text{Yatay uzunluk}} = \frac{8}{80} = \frac{1}{10} = \%10$$

3. *Aşama*: Tablodan yararlanarak %10 ve üzeri eğimle çıkılabilecek toplam oyuncak araba sayısı bulunur.

$$5 + 3 + 1 = 9 \text{ adet}$$

Doğru seçenek C'dir.

13. Problem

1. *Aşama*: Levent' in kullanmış olduğu dairenin yarıçapı bulunur.

$$\text{Çevre} = 8\pi$$

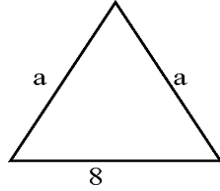
$$2. \pi \cdot r = 8\pi$$

$$2. r = 8$$

Ek-4. (Devam) Problemlerin doğru muhakemeyle birer çözümleri

$$r = 4 \text{ cm}$$

2. Aşama: Verilen modelde ikizkenar üçgenlerin kenar uzunlukları üçgen eşitsizliğinden yararlanarak bulunur.



$$0 < 8 < 2a$$

$$4 < a$$

3. Aşama: Üçgenlerin kenar uzunlukları tam sayı olması gerektiği bilgisinden ve ortaya çıkan üçgen eşitsizliğinden yararlanarak diğer kenar uzunlukları bulunur.

$$4 < a \text{ olup } a \text{ en az } 5 \text{ tam sayısıdır}$$

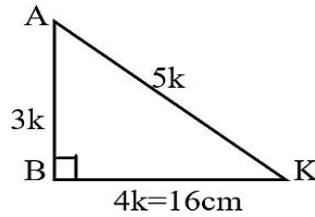
4. Aşama: Üçgenlerden birinin çevre uzunluğu bulunur.

$$\text{Çevre} = 5 + 5 + 8 = 18 \text{ cm}$$

Doğru seçenek C'dir

14. Problem

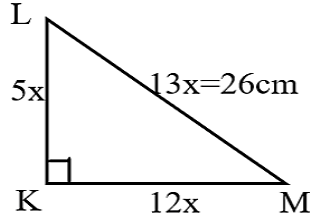
1.Aşama: Doğruların eğimleri ile ABK ve KLM üçgenlerinin kenar uzunlukları bulunur.



$$4k = 16 \text{ ise } k=4$$

3-4-5 özel üçgeninin 4 katı alınarak 12-16-20 üçgeni elde edilir.

Ek-4. (Devam) Problemlerin doğru muhakemeye birer çözümleri



$$13x=26 \text{ ise } x=2$$

5-13-17 özel üçgeninin 2 katı alınarak 10-26-34 üçgeni elde edilir.

2. Aşama: 2 karınca sabit ve eşit hızla K noktasından başlayarak üçgenlerin çevrelerini dolaştıkları için ABK ve LKM üçgenlerinin çevre uzunlukları bulunur.

$$\text{Ç(ABK)} = 12 + 16 + 20 = 48 \text{ cm}$$

$$\text{Ç(KLM)} = 10 + 24 + 26 = 60 \text{ cm}$$

3. Aşama: Karıncaların karşılaşmaları için yürümeleri gereken ortak uzunluk bulunur.

48	60	2
24	30	2
12	15	2
6	15	2
3	15	3
1	5	5
	1	

$$(48, 60)_{\text{ekok}} = 240 \text{ cm}$$

4. Aşama: Karıncaların 2. kez karşılaşmaları için yürümeleri gereken uzunluk bulunur.

$$(48, 60)_{\text{ekok}} = 240 \text{ cm} \quad \text{ise} \quad 2 \cdot 240 = 480 \text{ cm}$$

5. Aşama: MKL üçgeninin çevre uzunluğu gidilmesi gereken toplam mesafeye bölünerek karıncanın kaç tur atacağı bulunur.

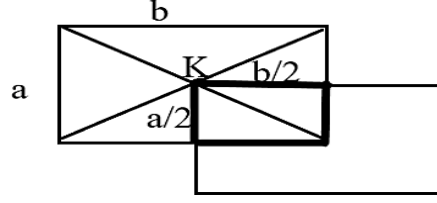
$$\frac{2. \text{ defa karşılaşması için gitmesi gereken mesafe}}{\text{Çevre MKL üçgeni}} = \frac{480 \text{ cm}}{60 \text{ cm}} = 8 \text{ tur}$$

Doğru seçenek D'dir.

Ek-4. (Devam) Problemlerin doğru muhakemeyle birer çözümleri

15. Problem

1. Aşama: Dikdörtgenlerin öteme hareketi sonucu üst üste geldiklerinde oluşacak şekil meydana getirilir.



2. Aşama:
alan ile toplam

İstenilen
ötelenen

birimlerin arasındaki ilişkiden yararlanarak kenar uzunluklarının en az değerleri bulunur.

$$b > a \text{ olup } a + b = 23 \text{ ise } a = 11 \text{ ve } b = 12 \text{ olur. } a.b = 11$$

$$a.b=132$$

Doğru seçenek A'dır

16. Problem

1. Aşama: Şekildeki yarıçapı 5 m ve yüksekliği 10 m olan silindirik biçimindeki su deposunun hacmi bulunur.

$$Hacim = \pi . r^2 . h = 3.25.10 = 750 \text{ m}^3$$

2. Aşama: Tabloda su deposunu doldurmak için kullanılacak silindirik biçimindeki su kaplarının hacimleri bulunur.

$$V = \pi . r^2 . h$$

$$r = 1m \quad h = 2m \quad V = 3.1.2 = 6$$

$$r = 2m \quad h = 4m \quad V = 3.4.4 = 48$$

$$r = 3m \quad h = 5m \quad V = 3.9.5 = 135$$

3. Aşama: Her bir su kabı en az bir defa kullanılacağı için her birinin toplam kaç m^3 dolduracağı bulunur.

$$6+48+135=189\text{m}^3$$

4. Aşama: Geriye kaç m^3 doldurulması gereken miktar bulunur.

Ek-4. (Devam) Problemlerin doğru muhakemeyle birer çözümleri

$$750 \text{ m}^3 - 189 \text{ m}^3 = 561 \text{ m}^3 \text{ doldurulmalıdır.}$$

5. Aşama: Deponun taşmayacak şekilde ve en az kaç seferde doldurma yapacağını bulmak için hacmi en büyük olan kaba değerler verilir.

$$\begin{array}{r|l} 561 & 135 \\ -405 & 3 \\ \hline 156 & \end{array}$$

561 m³ doldurmak için 135 m³ hacimden 3 sefer kullanılır.

156 m³ kalır.

$$\begin{array}{r|l} 156 & 48 \\ -144 & 3 \\ \hline 12 & \end{array}$$

48 m³ hacimden 3 sefer kullanılır.
12 m³ kalır

$$\begin{array}{r|l} 12 & 6 \\ -12 & 2 \\ \hline 00 & \end{array}$$

6 m³ hacimden 2 sefer kullanılır.

6.Aşama: Su deposunun en az kaç seferde doldurulacağı bulunur.

135 m³ ten 4 sefer

48 m³ ten 4 sefer

6 m³ ten 3 sefer olmak üzere toplam en az 11 seferde doldurulur.

Doğru seçenek D'dir.

17. Problem

1. Aşama: Kâğıt havlunun taban çevre uzunluğu bulunur.

Ek-4. (Devam) Problemlerin doğru muhakemeyle birer çözümleri



$$\text{Taban çevresi} = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3 \cdot 10 = 60\text{cm}$$



2. Aşama: Kâğıt havlu açıldığında taban uzunluğu kadar açılacağı için 5 tam tur döndüğünde oluşacak taban uzunluğu bulunur.

$$5 \text{ tur attığında } 5 \cdot 60 = 300\text{cm}$$

3. Aşama: Kopartılan dikdörtgensel bölgenin alanı bulunur.

$$\text{Alan} = 300 \cdot 30 = 9000 \text{ cm}^2$$

300cm

30 cm

Doğru seçenek D'dir.
