



**T.C.
BATMAN ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANA BİLİM DALI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**SİCİM KURAMI TABANLI D- ZAR KKL T POTANSİYELİ VE
BARROW ENTROPİSİ BAĞLAMINDA EVRENİN YAVAŞ DÖNÜŞ
VE ÖZSEL ENFLASYON SÜRECİ**

Levent CANPOLAT

**Ağustos-2025
BATMAN**

**T.C.
BATMAN ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANA BİLİM DALI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**SİCİM KURAMI TABANLI D- ZAR KKL T POTANSİYELİ VE
BARROW ENTROPİSİ BAĞLAMINDA EVRENİN YAVAŞ DÖNÜŞ
VE ÖZSEL ENFLASYON SÜRECİ**

Levent CANPOLAT

**Danışman
Prof. Dr. Ali İhsan KESKİN**

**Diğer Jüri Üyeleri
Prof. Dr. Ali YEŞİL Prof. Dr. Ali İhsan KESKİN Doç. Dr. Kadri KURT**

**Ağustos-2025
BATMAN**

TEZ KABUL VE ONAYI

Levent CANPOLAT tarafından hazırlanan “Sicim Kuramı Tabanlı D- Zar KKLT Potansiyeli ve Barrow Entropisi Bağlamında Evrenin Yavaş Dönüş Ve Özsel Enflasyon Süreci” adlı tez çalışması 05/08/2025 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy çokluğu ile Batman Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Fizik Ana Bilim Dalı’nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

İmza

Başkan

Prof. Dr. Ali YEŞİL

.....

Danışman

Prof. Dr. Ali İhsan KESKİN

.....

Üye

Doç. Dr. Kadri KURT

.....

Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Dr. Öğr. Üyesi Ömer Murat ÖTER

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

ETİK BEYANI

Bu tezdeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını beyan eder, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sorumluluğu kabullendiğini bildiririm.

ETHICAL DECLARATION

I declare that all the information in this thesis has been obtained within the framework of ethical behavior and academic rules, and that the source of any statements and information that do not belong to me in this study prepared in accordance with the thesis writing rules has been fully cited, and I declare that I accept all kinds of legal responsibility in case of any contrary situation.

İmza
Levent CANPOLAT
Tarih: 05.08.2025

ÖZET

YÜKSEK LİSANS

SİCİM KURAMI TABANLI D- ZAR KKLT POTANSİYELİ VE BARROW ENTROPİSİ BAĞLAMINDA EVRENİN YAVAŞ DÖNÜŞ VE ÖZSEL ENFLASYON SÜRECİ Levent CANPOLAT

Batman Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Fizik Ana Bilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Ali İhsan KESKİN

2025, 48 Sayfa

Bu tez çalışmasında, evrenin erken dönem enflasyon evresi, kuantum-kütle çekimsel etkilerin entropik yansımalarını içeren Barrow entropisi bağlamında ve sicim kuramı tabanlı D-Zar KKLT enflasyon potansiyeli çerçevesinde incelenmiştir. Yavaş-dönüş koşulu altında skaler alan dinamikleri temel alınarak oluşturulan modelde, evrenin enflasyon sürecinin iki ardışık fazdan oluştuğu önerilmektedir: ilk faz yarı-de Sitter tipi genişleme evresi, ikinci faz ise Özsel karanlık enerji karakteristiği gösteren dinamik bir yapıdır. Barrow entropisi, erken evrenin yüksek enerji yoğunluklarında ortaya çıkan fraktal-entropik deformasyonları nicel olarak tanımlamakta ve bu deformasyonların Friedmann denklemleri üzerindeki etkileri, değiştirilmiş alan denklemleri üzerinden analiz edilmiştir. Çalışmada kullanılan D-Zar KKLT potansiyeli, sicim kuramının ekstra boyutlarında hareket eden Zar yapılarının dinamiklerini içermekte olup, gözlemsel verilerle uyumlu plato biçimli bir potansiyel olarak değerlendirilmiştir. COBE normlaştırması temel alınarak, modelin öngördüğü skaler spektral indeks ve tensör-skaler oranı parametrelerinin Planck verileri ile tutarlı olduğu gösterilmiştir. Spektral indeks ve skaler-tenzor oranı üzerindeki gözlemsel kısıtlamalarla tutarlı olacak şekilde, sabit-yuvarlanma parametresini sabitleyerek η -problemini çözüyoruz. Sabit-yuvarlanma parametresinin bu sabit değeri, η problemini ele alırken aynı zamanda yavaş-yuvarlanma koşulunu da sağlamaktadır. Ayrıca, sabit dönüş parametresi aracılığıyla enflasyonun iki fazı arasında kuramsal bir süreklilik sağlanmış ve Özsel fazın, yeniden ısınma öncesi ölçeklenme rejimi kapsamında değerlendirilebilir olduğu ortaya konulmuştur. Elde edilen bulgular, fraktal entropik deformasyonların erken evrende iz bırakmakla kalmayıp, geç evrenin karanlık enerji evriminde de etkin olabilecek dinamik bir Özsel karanlık enerji bileşenine işaret edebileceğini göstermektedir. Bu bağlamda çalışma, Barrow entropisinin kozmolojik ölçekte uygulanabilirliğini ve sicim kuramına dayalı enflasyon modellerinin kuantum kütle çekimsel bağlamda nasıl bütüncül bir kozmoloji inşa edebileceğini kuramsal olarak ortaya koymaktadır.

Anahtar Kelimeler: Enflasyon kozmolojisi, Kuantum kütle çekimi, Sicim kuramı, Friedmann denklemleri, Barrow entropisi, Özsel karanlık enerji, D-Zar KKLT potansiyeli

ABSTRACT

MASTER

THE SLOW-ROLL AND QUINTESSENCE INFLATION PROCESS OF THE UNIVERSE IN THE CONTEXT OF THE STRING THEORY-BASED D-BRANE KKLТ POTENTIAL AND BARROW ENTROPY

Levent CANPOLAT

Batman University Graduate Education Institute

Physical Department of Science

Advisor: Prof. Dr. Ali İhsan KESKİN

2025, 48 Pages

In this thesis, the early inflationary phase of the universe is investigated within the framework of the D-brane KKLТ inflation potential based on string theory and in the context of Barrow entropy, which incorporates the entropic reflections of quantum-gravitational effects. The proposed model, constructed on the basis of scalar field dynamics under the slow-roll condition, suggests that the inflationary process of the universe consists of two successive phases: the first phase corresponds to a quasi-de Sitter type expansion, while the second phase exhibits a dynamic structure characterized by quintessence-like dark energy. Barrow entropy quantitatively describes the fractal-entropic deformations that emerge at the high energy densities of the early universe. The effects of these deformations on the Friedmann equations are analyzed through modified field equations. The D-brane KKLТ potential used in the study incorporates the dynamics of brane structures moving through the extra dimensions of string theory and is evaluated as a plateau-like potential compatible with observational data. Based on COBE normalization, it is shown that the model's predictions for the scalar spectral index and tensor-to-scalar ratio are consistent with Planck data. By fixing the constant-roll parameter in accordance with observational constraints on the spectral index and the scalar-to-tensor ratio, the η -problem is resolved. The fixed value of the constant-roll parameter both addresses the η -problem and satisfies the slow-roll conditions. Furthermore, a theoretical continuity between the two phases of inflation is established through the constant-roll parameter, and the quintessence phase is shown to be interpretable within the scaling regime prior to reheating. The findings indicate that fractal entropic deformations not only leave imprints on the early universe but may also point to a dynamically active quintessence-like dark energy component influencing the evolution of the late-time universe. In this context, the study theoretically demonstrates the cosmological applicability of Barrow entropy and how string theory-based inflation models can construct a coherent cosmological framework within a quantum gravitational context.

Keywords: Inflationary cosmology, Quantum gravity, String theory, Friedmann equations, Barrow entropy, Quintessence dark energy, D-brane KKLТ potential

ÖN SÖZ

Bilimin evreni anlamlandırma çabasına katkı sunmayı amaçlayan bu tez çalışması, kozmolojik enflasyon kuramları, entropik yaklaşımlar ve sicim kuramı temelli potansiyel modelleri çerçevesinde, evrenin erken dönem dinamiklerine yönelik kuramsal bir analiz sunmaktadır. Çalışma boyunca, teorik fizik alanındaki derinlikli sorunları ele almak ve bu sorunlara disiplinler arası bir perspektifle yaklaşmak hem bilimsel hem de kişisel anlamda büyük bir öğrenme süreci olmuştur.

Bu sürecin en başından itibaren bilgi birikimini, akademik rehberliğini ve kıymetli görüşlerini benimle paylaşarak çalışmamın şekillenmesine büyük katkı sağlayan saygıdeğer danışman hocam Prof. Dr. Ali İhsan KESKİN'e en içten teşekkürlerimi sunarım. Kendisinin yönlendirici tavırları ve bilimsel yaklaşımı, araştırma sürecimde ilham verici bir yol gösterici olmuştur.

Tez süreci boyunca bilgi ve tecrübesiyle her zaman destek olan, akademik ve insani yaklaşımıyla yanımda bulunan Doç. Dr. Kadri KURT'a da değerli katkılarından dolayı şükranlarımı sunarım.

Ayrıca, yaşamım boyunca yanımda olan, beni her koşulda destekleyen, sevgileri ve fedakârlıklarıyla daima güç veren sevgili aileme; maddi ve manevi desteklerini hiçbir zaman esirgemedikleri için sonsuz minnet ve sevgilerimi sunuyorum. Onların varlığı bu sürecin en büyük dayanağı olmuştur.

Bu tez çalışmasının, alanına katkı sunacak nitelikte olması en büyük temennimdir. Bilimsel merakın ve sorgulamanın ışığında yürünecek yolun, gelecek çalışmalar için yeni ufuklar açması dileğiyle.

Levent CANPOLAT
BATMAN-2025

İÇİNDEKİLER

ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
ÖN SÖZ	vi
İÇİNDEKİLER	vii
TABLolar LİSTESİ	viii
ŞEKİLLER LİSTESİ	ix
SİMGELER VE KISLATMALAR	x
1. GİRİŞ	1
2. KAYNAK ARAŞTIRMASI	6
3. YÖNTEM	14
3.1. D-Zar KKLT Potansiyeli ve e-Katlanma Sayısı	15
3.2. Enflasyon Parametreleri Sabit-Dönüş Koşulu	16
4. BULGULAR VE TARTIŞMA.....	18
4.1. Gözlemsel Verilerle Sonuçların Karşılaştırılması	20
4.2. Ölçeklenme Rejiminde Yavaş-dönüş Evresi Etrafında Bir Özsel Kuyruk	22
4.3. Evrenin Enerji Ölçeği	26
5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	28
5.1 Sonuçlar	28
5.2 Öneriler	30
KAYNAKLAR	31

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 4.1. Enflasyon modelinin gözlenebilir değerleri.....	26
---	----

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil.4.1. Etkin DD parametresine bağlı olarak enerji yoğunluğundaki değişim 25

SİMGELER VE KISLATMALAR

CMB	:Kozmik Mikrodalga Arka Plan Işıması
COBE	:Kozmik arka planı inceleyen uydu; enerji ölçeği normlaştırmasında kullanılır
DD	:Basınç ve enerji yoğunluğu arasındaki ilişkiyi tanımlar
FRW	:Homogen ve izotropik evren modelini tanımlayan metrik
KKLT	:Sicim kuramında D-Zarptansiyel modelinin kurucularının baş harfleri
ΛCDM	:Karanlık enerji (Λ) ve soğuk karanlık madde (CDM) içeren standart kozmoloji modeli
N	:Enflasyon süresince evrenin ne kadar genişlediğini ölçen parametre
ϵ, η	:Enflasyon sırasında skaler alanın evrimini belirleyen parametreler
r	:Tensör (kütleçekim dalgası) ve skaler (yoğunluk dalgalanması) oranı
n_s	:Skaler pertürbasyonların dalga boyu bağımlılığı
S	:Kuantum kütle çekim etkileriyle bozunmuş kara delik entropi ifadesi
$V(\varphi)$	:Enflasyonu yönlendiren potansiyel enerji fonksiyonu
φ	:Enflasyon döneminde evrenin genişlemesini yöneten alan

1. GİRİŞ

Evrenin dinamiğini anlamada matematiğin temel araçları gerekli olmakla beraber, evrendeki simetrilerin varlığı bu araçları kuramsal olarak daha zarif bir biçime yerleştirmeye olanak sağlamaktadır. Günümüzde kuramsal fiziğin önde gelen iki yaklaşımıyla evren tanımlamalarımız farklı olmaktadır. Birincisi mikro düzeydeki parçacıkların dinamik davranışını ortaya koyan kuantum mekaniği, diğeri kütle çekim çerçevesinde büyük ölçekteki yapıların davranışlarını betimlemeye çalışan Einstein'ın genel görelilik kuramıdır. Bu iki kuram temelde farklı matematiksel bütünlüğe sahip olsalar bile, tek bir kuram altında birleştirilmesi fiziğin önemli çabalarından biridir. Diğer bir ifadeyle, evrenin büyük ölçekte işlevselliği olan kütle çekim kuvveti ile doğadaki temel diğer üç kuvvetin (güçlü kuvvet, zayıf kuvvet, elektromanyetik kuvvet) tek bir kuvvetin değişik biçimlerdeki tezahürleri olması gerektiği fikri, bu iki kuramı tek bir kuram çatısında birleştirme çabasına itmektedir. Günümüzde bir yönüyle, ekstra uzamsal boyutların eklenmesiyle oluşturulmuş ve Planck mesafesinde yerleşmiş 10 boyutlu sicim kuramı kuantum mekaniği ile genel görelilik teorisini açıklamaya aday en güçlü bir mekanizma olarak karşımıza çıkmaktadır.

İlk yaklaşımlar arasında kütle çekimin matematiksel doğasını anlamada öne sürülen kuram, maddenin dinamiğini tasvir eden Newton kuramıdır. Bu kuramda, iki gezegenin kütle çekimsel olgusunun bir kuvvet tarafından sağlandığı ve bu kuvvetin değerinin kütleler çarpımıyla doğru ve aradaki mesafenin karesiyle ters orantılı olduğu ortaya konmuştur. Fakat denklemde, mesafenin neredeyse sıfır olması durumunda kuvvetin sonsuza yakınsaması reel olarak betimlenemeyen bir durum olduğu görülmüştür. Einstein genel görelilik kuramı ile kütle çekimin bir kuvvet olmadığını bunun yerine, kütle çekimin maddenin etkisiyle oluşan uzay-zaman eğriliği olduğu ortaya konmuştur. Eğri yüzey üzerinde betimlenen ve diferansiyel geometriye dayanan bu kuramın kuantum düzeyde tasvir edilememesi, araştırmacıları alternatif kuantum-kütle çekim kuram arayışına yönlendirmiştir. Özellikle bu yönelimlerde kuantum-kütle çekimi sağlayıcı graviton parçacığı üzerine yoğunlaşmıştır. Alternatif kuramlar ayrıca, kozmolojik ölçekte bazı madde-enerji (karanlık madde, karanlık enerji) formları üzerinde de makul açıklamalar getirmektedir.

Eğri uzay-zaman diferansiyel geometrisine dayanan Einstein denklemi tensörel biçimde aşağıda verilmiştir,

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \kappa^2 T_{\mu\nu} \quad (1)$$

Burada $R_{\mu\nu}$ Riemann tensörünü, $g_{\mu\nu}$ Metrik tensörü, $T_{\mu\nu}$ Enerji-Momentum tensörünü ve R ile Ricci skaleri gösterilmektedir. Ayrıca $\kappa^2 = \frac{1}{8\pi G}$ şeklinde tanımlıdır. Alt indisler $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$ ile 3-boyutlu uzayı (1,2,3) ve zamanı (0 ile) ifade etmektedir. Metrik tensör uzay zamanın iki noktası arasındaki geometrik biçimi gösterirken, metrik tensörlerle yapılandırılan Cristoffel sembolü ($\Gamma_{\mu\sigma}^\beta$) iki nokta arasındaki geometrik bağlantıyı ifade eder. Cristoffel sembolü de Riemann tensörü ile yapılandırılır. Bu bağlamda, $g_{\mu\nu}$ metrik tensörü genel göreliliğin temel araçlarından biri olduğu görülmektedir. Riemann tensörü de uzay zamanın eğriliğinin bir ölçütüne karşılık gelmektedir. Bu doğrultuda, (1) denklemi sağ tarafındaki maddenin sol tarafındaki geometriyi nasıl etkilediğini ifade etmektedir. Dolayısıyla, bu denklem evrenin büyük ölçekli geometrik yapısı hakkında bilgileri vermekle beraber, maddenin bu geometrideki davranışını da betimlemektedir. Kütle çekimin çekici doğasına rağmen, (1) ile verilen bu denklem evrenin hızlanan genişleme dinamiğini de ortaya koymaktadır. Bu denklemin bazı modifikasyonları ile hızlanarak genişleme'nin "karanlık enerji" olarak adlandırılan ve kuramsal bağlamda negatif basınç özellikleri nedeniyle itici bir etki oluşturduğu düşünülen bir olgudan kaynaklandığı kabul edilmektedir. Bununla birlikte, (1) denkleminin kozmolojik olarak Radyasyon ve Toz benzeri çözümleri, evrenin yakın zamana kadar genişlemesinin yavaşladığı bir deselerasyon döneminden geçtiğini düşündürmüştür. Fakat bazı kozmik gözlemler, özellikle galaksi kümelerinin hareketleri, süpernova ışık eğrilerine dair incelemeler ve Kozmik Mikrodalga Arka Plan Işıması (CMB) üzerine yapılan araştırmalar, evrenin hızlanarak genişlediğini yüksek bir güvenilirlikle ortaya koymuştur (Perlmutter vd., 1999; Allen vd., 2004; Ade vd., 2014; Akrami vd., 2020; Aghanim vd., 2020). Karanlık enerji Einstein denkleminde ortaya çıkan maddenin basıncı ve yoğunluğuyla ilişkili olan durum denklemi (DD) parametresinin (w) bazı değerleriyle betimlenebilmektedir. de Sitter noktası olarak adlandırılan $w = -1$ ile betimlenen karanlık enerji (Λ CDM modeli) türü evrenin şu anki hızlanarak genişleyen durumunu kuramsal olarak açıklamaktadır. Hâlihazırda gözlemlerle desteklenen ve kuramsal bir çerçevede tanımlanan dinamik bir karanlık enerji modeli de Özsel karanlık enerji durumudur ve karanlık enerjinin bir başka temsili

biçimidir. Özsel karanlık enerji tipi DD parametresinin $-1 < w < -\frac{1}{3}$ aralığı ile tanımlanmaktadır (Zlatev vd., 1999). Özsel karanlık enerji tipinin dinamik yapısı nedeniyle, özellikle sicim kuramı çerçevesinde evrenin bu tip bir enerjiden etkilendiğini öne sürmektedir; ancak bu kuram çerçevesinde elde edilen çözümler sıklıkla negatif kozmolojik sabitlere yol açmakta, bu durum anti-de Sitter vakumu ile sonuçlanmaktadır (David Marsh vd., 2019). Diğer yandan, genişlemenin zamandan geriye gidildiğinde evrenin bir başlangıcının olduğu fikri (Büyük Patlama) öne sürülmüştür. Fakat evrenin ilk evrelerine ilişkin Büyük Patlama modelinde karşılaşılan bazı problemler, bu modele yönelik çeşitli iyileştirmeleri gerekli kılmıştır. Bu bağlamda, erken evrende gerçekleştiği varsayılan ve $w \cong -1$ koşuluna sahip yarı-de Sitter türü karanlık enerji ile ilişkili olan kozmik enflasyon modeli önerilmiştir. Başlangıçta bu model, ufuk, düzlük ve ilkel monopoller gibi klasik Büyük Patlama kozmolojisinin çözemediği problemleri ele almak amacıyla geliştirilmiştir (Starobinsky vd., 1982; Guth vd., 1981; Linde vd., 1982; Linde vd., 1983).

Enflasyon kuramının gelişiminde önemli katkılar sunan isimler arasında Starobinsky (Starobinsky vd., 1982) ve Guth (Guth vd., 1981) yer almaktadır. Guth'un modeli, evrenin aşırı soğutulmuş sahte-vakum hâlindeyken gerçekleşen üstel bir genişleme dönemini tanımlar; bu vakum hâli madde ya da alan içermemekle birlikte, yüksek yoğunlukta vakum enerjisi barındırır. Ancak, bu modelin bazı kozmolojik sınırları aşmakta yetersiz kaldığı ve gerçekçi bir çözüm sunmadığı anlaşılmıştır. Buna karşılık olarak (Linde vd., 1982), enflasyonun ya sahte vakumdan ya da kararsız bir potansiyelin tepe noktasında başlayabileceğini ve alanın enerjisinin en düşük noktaya doğru evirileceğini öne sürmüştür. İlk enflasyon modelleri genellikle kanonik skaler alanlar temelinde oluşturulmuş ve evrenin büyük ölçekli yapısını açıklamayı amaçlamıştır. Aynı zamanda klasik Büyük Patlama kuramındaki eksiklikleri gidermeye çalışmışlardır. Enflasyon alanının kuantum düzeyinde parçacık üretimine dönüşümü, maddenin oluşumunu açıklamada kilit bir rol oynamaktadır. Günümüzde kabul gören yaklaşıma göre, madde, uzay-zamanın yapısında yer alan ve enflasyon alanının başlangıçtaki dalgalanmalarından kaynaklanan ve bu sayede uzay zaman yapısı üzerinde enerji izleri bırakan, daha karmaşık bir mekanizma ile ortaya çıkmaktadır. Bu süreçte üretilen kozmik ışınlara, Büyük Patlama sonrası dönemde enflasyon alanının salınımları sırasında ortaya çıkan madde yoğunluğundan kaynaklanmakta ve enflasyonun dolaylı izlerinin gözlenmesini mümkün kılmaktadır (Odintsov vd., 2023). Enflasyonun kuramsal

temellere dayanan bu evresi, günümüzde serbestçe yayılan CMB kalıntılarının gözlemlenmesiyle değerlendirilmektedir. Kozmik Mikrodalga Arka Plan'ın, enflasyon alanındaki ilksel dalgalanmaların yol açtığı izotropi bozukluklarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Enflasyon spektrumu (Aghanim vd., 2020), bu gözlemleri nicel olarak ifade eder ve kuramsal çalışmalar üzerinde güçlü sınırlamalar getirir. Skaler eğrilik bozulmalarının (P_S) ve tensör pertürbasyonlarının (P_T) güç spektrumları neredeyse ölçekten bağımsızdır ve enflasyonun iki temel gözlenebilir bileşeni olan *skaler spektral indeks* (n_s) ile *tensör-skaler oranı* (r) açısından düşük değerlere işaret etmektedir. Bu parametreler enflasyon kuramının en temel gözlenebilirleri arasında gösterilmektedir.

Geleneksel enflasyon modellerinde, evrenin genişleme mekanizması bir potansiyel aracılığıyla evirilen skaler bir alanla tanımlanmaktadır. Bu bağlamda, alanın potansiyel eğimi boyunca yavaşça yuvarlanması sonucunda evrenin hızlanarak genişlemesine olanak tanımaktadır. Bu enflasyon mekanizması yavaş-yuvarlanma olarak adlandırılır. Bu mekanizmanın geçerliliği, özellikle ϵ_1 ile gösterilen birinci yavaş-yuvarlanma parametresinin $\epsilon_1 \ll 1$ koşulu ile sağlamalıdır. Evrenin enflasyonu bu parametrenin, $\epsilon_1 \sim 1$ değerinde sona erer ve alanın bozulmasıyla birlikte madde üretimi başladığı varsayılmaktadır. Sonuç olarak, maddenin ya Özsel akışkan yoluyla ya da yarı-de Sitter benzeri bir vakumdan oluşabileceği düşünülmektedir.

Diğer taraftan, Einstein denkleminin bazı metrik fonksiyonları ile çözümleri kara delikleri de öngörmektedir. Karadelğin görünen ufku ile evrenin büyük ölçekli görünen ufku arasındaki simetrik bir durumun olması kozmolojik entropi kavramını ortaya koymuştur. Bu bağlamda, karadelik kozmolojik entropisi ile Einstein-Friedmann denklemleri arasında doğrudan bir ilişki kurulabilir. Özellikle, Bekenstein-Hawking'in ufuk alanı veya entropi yasasının ($S = \frac{\pi R_A^2}{G}$) Friedmann denklemleri ile ilişkilendirilebilir. Bu kozmolojik yasa bir karadelik entropisinin olay ufku yarıçapıyla (R_A) doğru orantılı olduğunu bildirir. Doğal olarak, bu yarıçapın evrenin Hubble parametresiyle ilişkili olduğu ortaya çıkmaktadır. Bununla beraber, evrenin erken-zaman enflasyon döneminde uzay-zaman geometrisinin yoğun eğrilikleri kuantum ölçekte bazı entropik yaklaşımlarını da ön plana çıkarmıştır. Özellikle, bir kara deliğin ufkunda meydana gelen kütle çekimsel deformasyonlarla ilişkili olan Barrow entropisi bu tez çalışmasının bir konusudur. Diğer yandan, yukarıda değinildiği üzere matematiksel olarak enflasyonun doğru biçimde tanımlanmasında skaler alan potansiyeli önemli rol oynamaktadır. Enflasyonun yeterince uzun ve bazı kozmolojik problemlerin (ufuk, düzlük gibi) çözümü noktasında, potansiyel

düzlüğü kritik öneme sahiptir. Bu da enflasyonun, potansiyelde ele alınan parametrelerin geniş aralığındaki değerlerle ayakta kalması, enflasyonun doğallığı açısından da önem arz etmektedir. Hemen sönmeyen veya dikleşmeyen potansiyel düzlüğü uzay zamanın simetriği açısından ve şimdiki evrenin ortaya çıkması için gerekli koşuldur. Bu bağlamda bu tez çalışmasında, sicim kuramında ortaya çıkan D-Zar KKLT enflasyon potansiyeli ele alınmakta ve bu potansiyelin kullanımıyla enflasyona dair gözlemlenebilir büyüklükler elde edilmeye çalışılmaktadır. Bu gözlemlenebilirler gözlem verileriyle uyum içinde olmalıdır. Söz konusu potansiyel, ekstra boyutlar içerisindeki Zar' ların hareket dinamiğini betimler ve bu hareketin sonucunda dört boyutlu uzay-zamanın genişlemesi ortaya çıkmaktadır. Barrow entropisi ile D-Zar KKLT enflasyon potansiyeli kullanılarak erken evrenin enflasyon döneminin iki tip faz aşamasından geçebileceği kuramsal temelde gösterilmiştir. Bu iki faz yarı- de Sitter ve özsiz fazlardır. Diğer taraftan, enflasyon kozmolojisi bağlamında η -problemi (Hardeman vd., 2011; Chakraborty vd., 2020; McDonald, 2003; Ashoorioon vd., 2012), özellikle sicim teorisindeki D-Zar KKLT potansiyeli gibi senaryolarla beraber (Krause ve Pajer, 2008; Cicoli ve Quevedo, 2011), skaler alanları içeren modellerde de karşılaşılan iyi bilinen bir zorluğu ifade eder.

η -problemi, enflasyon alanının enflasyon sırasında genellikle Hubble ölçeği mertebesinde kütle düzeltmeleri almasıyla ortaya çıkar. Bu durum, erken evrende hızlandırılmış bir genişleme dönemini garanti altına almak için gerekli olan yavaş-yuvarlanma koşullarının ihlaline yol açabilir. Spesifik olarak, η -problemi, enflaton alanının (veya potansiyelinin) kütesinin yeterince küçük kalmayabileceğini, bunun da enflasyon evresinin erken sona ermesine ya da modelin uzun süreli bir enflasyon dönemi için gerekli koşulları sağlayamamasına neden olabileceğini ifade eder.

Bu problemi ele almak amacıyla, bu tezde enflasyon boyunca yavaş-yuvarlanma dinamiklerini koruyan ve kontrollü bir çerçeve sunan sabit-yuvarlanma koşulunu skaler alan denklemlerine uyguluyoruz. Sabit-yuvarlanma parametresinin değeri, spektral indeks n_s ve skaler-tensör oranı r ' nin tipik gözlemsel aralıklarından belirlenmektedir. Bu parametreyi, gözlemsel kısıtlamalarla tutarlı bir değere sabitleyerek, modelin gerekli enflasyon davranışıyla uyumlu kalmasını ve böylece η -probleminin etkin bir şekilde giderilmesini sağlıyoruz. Bu yaklaşım, D-Zar KKLT potansiyeli ve Barrow entropisi çerçevesinde enflasyon dinamiklerinin daha güvenilir bir şekilde incelenmesine olanak sağlamaktadır.

2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

Odintsov ve arkadaşları, bilinen Tsallis, Barrow, Rényi, Sharma-Mittal, Kaniadakis ve Döngü Kuantum Kütle çekim entropilerini genelleyen, beş parametrelili ve tekillikten bağımsız yeni bir entropi fonksiyonu önermektedir. Bu entropi, sıçrama kozmolojisinde Hubble parametresi sıfıra indiğinde bile ıraksamaz; böylece sıçrama anını tanımlamada avantaj sağlar. Model, üstel ve yarı-madde sıçrama senaryolarına izin vermekte, özellikle yarı-madde sıçramasında "ufuk problemi" çözülebilmektedir. Yapılan bozulma analizleri, spektral eğim ve tensör-skaler oran gibi gözlemlenebilirlerin entropik parametrelere bağlı olduğunu göstermiş, bu da sonuçların Planck verileriyle uyumlu olduğunu ortaya koymuştur. Ayrıca model, genelleştirilmiş holografik kozmoloji ile eşdeğer bulunmuştur (Odintsov vd., 2023).

Yakın zamanda, tek bir minimal etkileşimli skaler alan ve kütleçekim içeren, homojen ve izotrop bir arka planda skaler, vektör ve tensör mod fonksiyonlarının tam çözümlerini elde edilmiştir. Bu çözümler, kozmik mikrodalga arka planındaki anizotropilerin skaler ve tensör güç spektrumlarını daha doğru tahmin etmek için kullanılmıştır (Tsamis and Woodard, 2004).

Enflasyon döneminde eğrilik pertürbasyonlarının ufuk geçişi anında hesaplanmasına ilişkin standart formalizmin geçerlilik koşullarını inceleyen bir çalışmada, bu formalizmin geçerli olabilmesi için sağlanması gereken genel bir ilişki türetilmiştir. Söz konusu ilişki, güç-yasası (power-law) ve yavaş-yuvarlanma enflasyonu gibi yaygın modellerde sağlanmaktadır. Ancak, bu koşulun ciddi şekilde ihlal edildiği bir modelde, eğrilik pertürbasyonlarının süper ufuk ölçeklerde hızla evrildiği gösterilmiştir. İlginç bir şekilde, bu modelde Hubble yavaş yuvarlanma parametresi $\eta = 3$ olmasına rağmen, ölçekten bağımsız bir yoğunluk pertürbasyon spektrumu elde edilmektedir. Ayrıca, büyük η değerine sahip hibrit enflasyon senaryoları da ele alınmış; bu tür çözümlerin süper kütleçekim bağlamında ortaya çıkan “ η problemi”ni çözmediği, zira alanın henüz enflasyonel çekici çözüme ulaşmadığı belirtilmiştir. Bu durum, sicim kuramı manzarası çerçevesinde daha doğal enflasyon modellerinin mümkün olabileceğine işaret etmektedir (Kinney, 2005).

Enflaton alanının, potansiyelin yerel maksimumu üzerinden yuvarlandığı bir durumda eğrilik pertürbasyonlarının güç spektrumu hesaplanmıştır. Bu çalışmada, alanın evriminin iki bileşene ayrılabilceği gösterilmiştir: Biri, yavaş-yuvarlanma çözümü olarak tanımlanan geç-zaman çekici çözüm; diğeri ise, potansiyelin tepesine doğru “yukarı yuvarlanan” ve hızlı şekilde sönümlenen yavaş olmayan-dönüş geçici çözümdür. Bu üstel olarak sönümlenen geçici çözüm, evrenin de üstel olarak genişlemesi nedeniyle gözlemsel olarak anlamlı ölçeklere karşılık gelebilir. Çalışmada bu iki çözüm kolu ayrı ayrı ele alınmış ve bunların yavaş yuvarlanma parametresi η üzerinden basit bir dönüşümle birbirine bağlandığı, üstelik aynı güç spektrumunu öngördükleri ortaya konmuştur. Bu yaklaşım daha sonra, enflaton alanının her iki çözüm kolu tarafından eşzamanlı olarak tanımlandığı daha genel bir duruma genişletilmiş denkleminin tüm zamanlar için tam olarak çözülebileceği gösterilmiştir. Geçici çözümden geç-zaman çekici çözüme geçiş sırasında η parametresi hızlı şekilde evrilsede, ortaya çıkan güç spektrumu tam anlamıyla bir güç-yasa spektrumudur. Bu tür çözümler, sicim kuramı manzarasında model geliştirme açısından potansiyel olarak faydalı olabilir (Tzirakis & Kinney, 2007).

Bu çalışmada, tek alanlı enflasyona ait standart olmayan Gauss dışılık tutarlılık koşulunun ihlal edildiği basit bir oyuncak model sunulmuştur. Modelde, süper ufuk ölçeklerdeki eğrilik pertürbasyonları korunmamakta ve çekici olmayan evrede pertürbasyonların sönümlenen modları ihmal edilemeyecek kadar büyük olmaktadır. Bu durum, tek alanlı modellerdeki standart Gauss dışılık tutarlılık koşulunu ihlal eden, sıkışmış limitte büyük yerel Gauss dışılığı elde edilmesine olanak tanımaktadır (Namjoo, Firouzjahi & Sasaki, 2013).

Bu çalışmada, α -çekici modeli ele alınmakta ve enflasyon, yavaş-yuvarlanma varsayımı dışındaki bir dinamik çerçevede incelenmektedir. Bu çerçevede, enflasyon sırasında potansiyelin yerel şeklini tanımlayan bir fonksiyon ailesi elde edilmiştir. Model parametre uzayı büyük ve küçük alanlı enflasyon açısından incelenmiş ve enflatonun dinamiğinin, süper kütleçekim bağlamında Kähler manifoldunun eğriliğiyle ilişkili olan α parametresiyle bağlantılı olduğu sonucuna varılmıştır. Ayrıca, enflatonun izlediği yörüngenin kararlılığına dair değerlendirmelere de yer verilmiştir (Dimopoulos & Owen, 2017).

Bu çalışmada, ikinci yavaş-yuvarlanma indeksinin değişken olması durumunun, kanonik skaler alan enflasyon dinamikleri üzerindeki etkileri araştırılmıştır. İnceleme kapsamında, ikinci yavaş-yuvarlanma indeksinin hem küçük hem de büyük değerler

alabildiği, bu değişimin belirli bir fonksiyon tarafından belirlendiği sınır durumlar ele alınmaktadır. Bu durum yavaş-yuvarlanma ile sabit yuvarlanma evreleri arasında doğal ve düzgün bir geçiş sağlamaktadır. Sunulan mekanizmanın kuramsal sonuçları tartışılmış, yeni özelliklerin daha iyi anlaşılabilmesi için çeşitli örnek modeller kullanılmıştır. Bu örneklerde ikinci yavaş-yuvarlanma parametresi, skaler alana üssel (eksponeniyal) bağlılık göstermektedir ve bu örneklerden birinde yavaş-yuvarlanma evresi, α -çekici enflasyon türüne karşılık gelmektedir. Son olarak, yavaş ve sabit-yuvarlanma evrelerinin birleşiminin ilk evrendeki pertürbasyonlarda Gauss dışlıklara yol açabileceği kısaca tartışılmıştır (Odintsov & Oikonomou, 2017).

Bu çalışmada, bir skaler alanın teleparalel $f(T)$ kütleçekim kuramına bağlı olduğu durumlarda, sabit-yuvarlanma koşulunun enflasyon dönemine etkileri ayrıntılı olarak incelenmiştir. Elde edilen kozmolojik denklemler, belirli bir kozmolojik evrime karşılık gelen $f(T)$ kütleçekim kuramının veya sabit bir $f(T)$ kuramının ürettiği kozmolojik evrime ait Hubble parametresinin yeniden inşasını mümkün kılan bir teknik sunmaktadır. Ayrıca sabit-yuvarlanmalı teleparalel kütleçekim kuramının faz uzayı ayrıntılı biçimde analiz edilerek, elde edilen sabit noktaların ve yörüngelerin fiziksel anlamı tartışılmıştır. Belirli bir $f(T)$ kütleçekim kuramı için gözlemsel göstergeler hesaplanmış ve sabit-yuvarlanma koşulunun bu göstergeler üzerindeki etkileri değerlendirilmiştir. Ortaya konan kuram, modelin serbest parametreleri geniş bir aralıkta değişse bile mevcut gözlemsel verilerle uyumlu olabilmektedir (Awad vd., 2018).

Sabit-yuvarlanmalı enflasyon modelinde, evrenin hızlanarak genişlemesini sağlayan skaler alan potansiyeli boyunca sabit bir hızla yuvarlanmaktadır. Bu çerçevede, Hubble yavaş-yuvarlanma parametreleri ile potansiyele bağlı parametreler arasındaki ilişkiler vurgulanmakta ve enflatonun kütleçekime minimal olmayan şekilde bağlı olduğu tek alanlı Coleman-Weinberg modeli ayrıntılı olarak incelenmektedir (Karam vd., 2018).

Bu çalışmada, enflaton alanı olarak takyon alanının alındığı sabit-yuvarlanmalı enflasyon senaryosu incelenmiştir. Bu yaklaşıma göre, ikinci yavaş-yuvarlanma parametresi sabit olarak kabul edilmiş ve buna Hubble parametresi için bir diferansiyel denklem elde edilmesine yol açmıştır. Hubble parametresinin analitik çözümünü bulmak zor olduğundan, sayısal bir çözüm yöntemi benimsenmiştir. Ayrıca, bu formalizmde yavaş-yuvarlanma parametresi sabit ve küçük olmak zorunda olmadığından, pertürbasyon parametreleri yeniden ele alınmış ve bu da skaler pertürbasyonların genliğinde ve skaler spektral indis ifadesinde yeni terimlerin ortaya çıkmasına neden olmuştur. Sayısal olarak elde edilen Hubble parametresi yardımıyla, ufuk çıkışı anındaki

pertürbasyon parametreleri tahmin edilmiş ve gözlemsel verilerle karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar, sabit parametrenin belirli değerleri için skaler pertürbasyonların genliğinin neredeyse ölçekten bağımsız olabileceğini göstermektedir. Son olarak, model çözümünün çekici davranışı da incelenmiş ve bu özelliğin sağlandığı belirlenmiştir (Mohammadi vd., 2018).

Kara delik ufkunda meydana gelen kütle çekimsel deformasyonlarla ilişkili olan Barrow entropisi (Barrow, 2020) yaklaşımına dayalı olarak değiştirilmiş Friedmann denklemleri de incelemiştir. Bu yaklaşım bir yönüyle, Bekenstein-Hawking'in ufuk alanı yasasının ($S = \frac{\pi R_A^2}{G}$) değiştirilmiş bir biçimini temsil etmektedir (Bekenstein, 1974; Hawking, 1975). Söz konusu alan yasası, yalnızca entropik kozmolojiye özgü bir önerme değildir; bu olgunun biçimi, incelenen fiziksel sistemin özelliklerine göre farklılık gösterebilir ve çeşitli fizik kuramları içinde değişkenlik arz edebilir. Bu bağlamda, Tsallis (1988), Rényi vd., (1960), Jahromi vd. (2018) Kaniadakis entropisi ve Döngüsel Kuantum Kütle-çekim (Kaniadakis, 2005; Drepanou vd., 2022) gibi farklı entropi türleri geliştirilmiştir. Bu entropik modellerin, dört, beş veya altı parametreyle tanımlanan özel entropi yapılandırmalarıyla örtüştüğü gösterilmiştir (Nojiri vd., 2022a; 2022b; 2022c; Odintsov vd., 2023a; 2023b; Nojiri vd., 2021). Bu bağlamda Barrow entropisi, özellikle dört ya da beş parametrelili genelleştirilmiş entropi türlerinin bir varyantı olarak tanımlanmaktadır. Barrow entropisi, kara deliklerin kuantum düzeydeki yapısı ile ilişkilendirilmiş ve yakın dönemde kuantum uzay-zaman köpüğü çerçevesinde kuramsal olarak formüle edilmiştir (Barrow, 2020). Dolayısıyla, evrenin yüksek enerji bölgelerinde baskın olan kuantum-kütle çekimsel etkiler açısından Barrow entropisi, odaklanılacak entropik-kütle çekimsel olguyu temsil etmektedir. Genelleştirilmiş entropi ifadeleri (Nojiri vd., 2022a; 2022b; 2022c; Odintsov vd., 2023) kara delik ufkunda meydana gelen kütle-çekimsel deformasyonlar dikkate alındığında Barrow entropisine indirgenebilmektedir.

Başka bir çalışmada, Barrow holografik karanlık enerji modeli, evrensel bir bağlamda sıradan holografik prensip uygulanarak, klasik Bekenstein-Hawking entropisi yerine Barrow entropisinin kullanılmasıyla formüle edilmiştir. Barrow entropisi, kuantum-kütleçekimsel etkiler nedeniyle kara delik yüzeyinin karmaşık, fraktal bir yapıya dönüşmesini tanımlayan genişletilmiş bir kara delik entropisidir. Modelde, karanlık enerji yoğunluk parametresinin evrimi için basit bir diferansiyel denklem elde edilmiş ve bu denklem klasik holografik karanlık enerji modelini sınır durum olarak

içermektedir. Senaryo, evrenin termal tarihini, madde ve karanlık enerji dönemlerinin ardışıklığıyla başarıyla tanımlayabilmektedir. Ayrıca, yeni Barrow üstel parametresi karanlık enerjinin durum denklemi halini önemli ölçüde etkileyerek, değerine bağlı olarak karanlık enerjiyi Özsel rejimine, fantom rejime sokabilir veya evrim sürecinde fantom sınırını geçişine olanak tanıyabilir (Saridakis, 2020).

Diğer taraftan, Barrow holografik karanlık enerji senaryosuna ilişkin kısıtlamalar, Süpernova (SNIa) Pantheon örnekleme ile kozmik kronometreler (CC) örneklemeden elde edilen doğrudan Hubble parametresi ölçümleri kullanılarak çıkarılmıştır. Barrow holografik karanlık enerji modeli, kara delik yüzeyinin kuantum-kütle çekimsel etkilerle modifikasyonu sonucu ortaya çıkan Barrow entropisine dayanmaktadır. İlk olarak, modelin tek parametresi olan yeni deformasyon parametresi serbest bırakılarak incelenmiş ve standart, yani sıfır deformasyona karşılık gelen $\delta = 0$ değerinin $1-\sigma$ güven aralığında yer almasına rağmen, modelin standart değerden sapmayı tercih ettiği bulunmuştur. Ardından, hem δ hem de ikinci model parametresi serbest bırakıldığında, standart holografik karanlık enerjiden sapmanın tercih edildiği görülmüştür. Son olarak, güncel Hubble parametresinin değeri Planck ölçümleriyle uyumlu olarak bulunmuştur (Anagnostopoulos, 2020).

Ayrıca, evrenin sınır entropisi olarak Barrow entropisi kullanılarak genelleştirilmiş ikinci termodinamik yasasının geçerliliği araştırılmıştır. Barrow entropisi, kara delik yüzeyinin kuantum-kütle çekimsel etkiler nedeniyle deformasyona uğrayabileceği fikrinden doğmakta ve bu deformasyon yeni bir 'üs' ile nicelenmektedir. Maddenin ve karanlık enerji akışkanlarının bulunduğu bir evrende entropinin zamanla değişimi ile görünür ufku entropi değişimi hesaplanmıştır. Geleneksel entropiye karşılık gelen üs değeri $\delta = 0$ durumunda, görünür ufku içindeki entropi ile ufku entropisinin toplamının zamana karşı monoton artan bir fonksiyon olduğu ve böylece genelleştirilmiş ikinci termodinamik yasasının geçerli olduğu gösterilmiştir. Ancak Barrow entropisi durumunda, evrenin evrimine bağlı olarak bu yasanın ihlal edilebileceği ortaya konmuştur. Dolayısıyla, termodinamik yasa ihlal edilmemesi için, standart Bekenstein–Hawking entropisi ifadesinden sapmanın beklenildiği gibi küçük olması gerekmektedir (Saridakis and Basilakos, 2021).

Hawking radyasyonuna ilişkin kuantum senaryosu, kara deliklerin sıcaklıklarının yüzey yerçekimi ile doğrudan bağlantılı olduğunu ve entropilerinin ufuk alanıyla orantılı olduğunu göstermiştir. Bu bulgular, termodinamik ile yerçekimi arasında derin bir ilişki olduğunu ortaya koymaktadır. Yakın zamanda tanımlanan Barrow kara delik entropisi

formülasyonu, uzay-zaman geometrisinin etkilerini Barrow parametresi δ aracılığıyla kuantum dalgalanmalarla ilişkilendirmektedir; burada $\delta = 0$ klasik uzay-zamanı, $\delta = 1$ ise fraktal bir uzay-zamanı temsil eder. Kuantum dalgalanmalar bu fraktallığın kaynağıdır. Döngüsel kuantum kütle çekimi yaklaşımı ise entropiye logaritmik düzeltmeler getirmiştir; bu düzeltmeler kuantum ve termal denge dalgalanmalarından kaynaklanmaktadır. Bu çalışmada, Barrow kara deliğinin geometrisi üzerindeki kuantum dalgalanmaların yaygın olmayan termodinamik etkileri analiz edilmiştir. Tsallis'in, logaritmik düzeltmelere sahip Barrow entropisinin formülasyonu kullanılarak enerjinin eşit paylaşımı yasası oluşturulmuştur. (Abreu, 2020a).

Bu çalışmada, düz Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker (FLRW) evren modeli arka planında, IR kesme ölçeği olarak Hubble ufku kullanılarak Barrow holografik karanlık enerji (BHDE) modeli incelenmiştir. Yavaşlama parametresi evrenin yavaşlayan evreden hızlanan evreye geçişini göstermektedir. Ayrıca, model ile fantom ve Özsel skaler alanlar arasında bir ilişki kurulmuş, böylece evrenin hızlanan genişlemesinin açıklanmasına katkı sağlanmıştır (Srivastava, 2021).

Bu çalışmada, Barrow parametresi δ üzerine Büyük Patlama Nükleosentezi (BBN) verileri kullanılarak kısıtlamalar getirilmiştir. Barrow entropisi, kara delik yapısına kuantum-kütle çekimsel etkilerin dâhil edilmesiyle ortaya çıkan genişletilmiş bir entropi ilişkisidir ve etkisi δ parametresiyle modellenmektedir. Kozmolojik bir çerçevede ve kütle çekimi-termodinamik bağıntısı ışığında ele alındığında, Barrow entropisi Friedmann denklemlerinde ekstra terimler içeren modifiye kozmolojik senaryolar üretmektedir. BBN dönemi ayrıntılı olarak incelenmiş ve donma sıcaklığındaki sapma, standart kozmoloji ile karşılaştırılarak hesaplanmıştır (Barrow, 2021).

Saridakis (2020) 'deki çalışmasından Barrow holografik karanlık enerji modelinin kozmolojik sonuçları ve termodinamiği üzerine odaklanmıştır. Literatürde karanlık enerjinin, elektro zayıf simetri kırılması sonucu evrenin erken dönem enflasyondan geçişle geç dönem hızlanan genişlemeye neden olan bir faz geçişi ile ilişkili olabileceği gösterilmiştir.

Diğer yandan, Barrow Holografik Karanlık Enerjiye (HDE) viskozite etkisi eklenmiş ve viskoz kozmoloji kapsamında Barrow HDE' ye ait parametrelerin yeniden yapılandırılması sunulmuştur. Bu senaryoda DD parametresi yeniden yapılandırılmış ve evrenin Özsel davranışı incelenmiştir. Barrow HDE, Nojiri–Odintsov HDE modelinin özel bir durumu olarak ele alındığında, DD parametresinin kuintom davranışı sergilediği

ve günümüz evreninde DD parametresinin -1 'e oldukça yakın olduğu tespit edilmiştir (Chakraborty vd., 2021).

Bu çalışma, evrenin yüksek enerji dönemindeki yapısını incelemektedir. Bu bağlamda, kara delik ufuk geometrisinin fraktal bir yapıya sahip olacağını öngören Barrow'un entropi önerisi ele alınmıştır. Termodinamik prensipler uygulanarak Barrow entropisi dikkate alınarak hareket denklemi türetilmiştir. Fraktal ve fraktal olmayan durumların bir arada bulunabileceği bir de Sitter-benzeri faz belirlenmiştir. Bu durum, COBE normallaşması çerçevesinde yüksek enerji ölçeği içeren de Sitter uzay-zamanının deformasyonunu ifade eden bir belirsizlik halidir. Enflasyon alanının kinetik enerji terimi sayesinde, alanın salınımları bu belirsizliği ortadan kaldırmaktadır. Ancak, enflasyon alanının salınımlı davranışı devam etmekte ve evrenin yeni bir faz durumuna geçişine neden olmaktadır. Enflasyon alanının salınımlarının sona erdiği bu noktada, evrenin radyasyon ve toz (madde) fazlarına geçişini sağlayan bir çözüm de elde edilmiştir (Keskin and Kurt, 2025).

Bu çalışmada, bükülmüş boğazda gerçekleşen brane enflasyonunda, brane-antibrane tachyonunun su perdesi (waterfall) alanı olarak dâhil edildiği entropi dalgalanmalarının gelişimi incelenmiştir. Enflasyonun sonunda, tachyon alanına bağlı entropi modunun üssel olarak arttığı bir dönem tespit edilmiştir. Bu artan entropi, kozmolojik ölçeklerde eğrilik dalgalanmasına katkı sağlayarak hızlı bir şekilde büyütmekte ve ilkel eğrilik bozulmasını aşabilmektedir. Geri tepme etkisi (backreaction) yok sayıldığında, belirli parametre değerleri için oluşturulan eğrilik dalgalanmalarının adyabatik ilkel dalgalanmalardan daha büyük olabileceği bulunmuştur. (Brandenberger vd., 2009).

Bununla birlikte, Barrow entropisi temel alınarak gerçekleştirilen çeşitli kozmolojik çalışmalar da literatürde mevcuttur (Sharma, 2012; Abreu, 2020b; Mamon, 2021; Luciano, 2023a,b; Jawad vd., 2024; Luciano vd., 2024; Shokri, 2025; Capozziello vd., 2025; Luciano, 2022; Mamon vd., 2022; Srivastava vd., 2025; Huang, 2025). Bu çalışmalar genellikle farklı potansiyel biçimlerinin ele alınmasıyla gerçekleştirilmiştir. Termodinamik bir bakış açısından Friedmann denklemleri, (Sheykhi, 2021; Sheykhi, 2023) ile verilen çalışmalarda elde edilmiştir. Ayrıca, literatürde (Chen and Firouzjahi, 2008; Dvali vd., 1999; Jones vd., 2002; Alexander, 2002; Burgess vd., 2001; Shiu and Tye, 2001; Pogossian vd., 2003; Bean vd., 2007; Battye vd., 2008; Martin vd., 2014; Martin vd., 2024) çeşitli Zar enflasyon modelleri sicim kuramında kütle çekimsel boyutta kapsamlı biçimde araştırılmıştır.

Diğer yandan, erken-evrenin temel olarak 2 aşamalı bir dönemden (de Sitter benzeri vakum ve Özel faz) geçtiği fikri çeşitli çalışmalarda görülebilir (Keskin and Açıkoğuz, 2016; Keskin and Açıkoğuz, 2017; Keskin, 2017; Keskin, 2018a; Keskin, 2018b; Keskin and Salti, 2019; Keskin, 2020; Keskin, 2022a; Keskin, 2022b; Keskin and Kurt, 2023; Keskin and Kurt, 2025).

Enflasyon kozmolojisi bağlamında η -problemi, özellikle skaler alanlara dayalı enflasyon modellerinde karşılaşılan önemli bir kuramsal zorluktur. Bu problem, enflasyon alanının potansiyelinin ikinci türeviyle ilişkili olan ve yavaş-yuvarlanma parametrelerinden biri olan η 'nın, kuramsal beklentilerin aksine genellikle birim mertebesinde değerlere sahip olmasına işaret eder. Bu durum, yavaş-yuvarlanma koşullarının ihlaline ve dolayısıyla enflasyonun çok kısa sürmesine veya hiç başlamamasına neden olabilir (Keskin vd., 2025).

Özellikle, sicim kuramı çerçevesinde geliştirilen D-Zar senaryolarında ve KKLT tipi potansiyellerde, bu sorun daha belirgin hâle gelmektedir. Çünkü bu tür modellerde, enflasyon alanı tipik olarak Planck ölçeğine yakın kütle düzeltmeleri almakta, bu da potansiyelin eğimini ve kıvrımını artırarak η değerini büyötmektedir. Sonuç olarak, bu modeller gözlemsel verilerle uyumlu uzun süreli bir enflasyon dönemi sunmakta zorlanmaktadır. η -problemi, yalnızca teknik bir parametre sorunu değil, aynı zamanda kuramsal modellerin doğallık ve kararlılık açısından da sorgulanmasına yol açan bir problem olarak öne çıkmaktadır. Bu nedenle literatürde, sabit-yuvarlanma koşulu, süper simetrik korumalar, potansiyel düzleştirme mekanizmaları ve kuantum düzeltmelerin kontrolü gibi çeşitli çözüm önerileri geliştirilmiştir.

3. YÖNTEM

Bu tez çalışmasında, homojen ve izotropik bir uzay-zaman geometrisini tanımlayan Friedmann-Robertson-Walker metrik fonksiyonunu kullanacağız. Bu metrik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlıdır:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)[dx^2 + dy^2 + dz^2] . \quad (2)$$

Burada $a(t)$ evrenin ölçek çarpanıdır ve zamanın bir fonksiyonudur. Diğer taraftan, Barrow entropisi şu şekilde ifade edilir (Barrow, 2020):

$$S_A = \left(\frac{A}{A_0}\right)^{1+\frac{\delta}{2}} . \quad (3)$$

Burada $A = 4\pi R_A^2$ kara deliğin görünen ufkunun alanını, A_0 ise Planck alanını göstermektedir. $0 \leq \delta \leq 1$ aralığındaki δ terimi, kuantum-kütle çekimsel bozulmaların (deformasyonların) derecesini ifade etmektedir. $\delta = 1$ durumu, maksimum deformasyonu ve dolayısıyla kara deliğin görünen ufkundaki en karmaşık ve fraktal yapının ortaya çıktığını simgeler. Bu nedenle, (3) ile verilen denklemdeki entropi formülasyonu, kara deliğin yapısının kuantum-kütle çekimsel etkiler nedeniyle fraktal özellikler kazanabileceğini ve Bekenstein-Hawking entropi formunda bozulmalar meydana gelebileceğini ima etmektedir. Burada, (3) denkleminde $\delta = 0$ ve $A_0 \rightarrow 4G$ yaklaşımı ile Bekenstein-Hawking formülasyonu elde edilir. (3) ile verilen Barrow entropi ilişkisi kullanılarak elde edilen birinci Friedmann denklemi şu şekilde ifade edilmiştir (Sheykhi, 2021; Sheykhi, 2023):

$$\left(H^2 + \frac{K}{a^2}\right)^{1-\frac{\delta}{2}} = \frac{8\pi G_e}{3} \rho_\phi . \quad (4)$$

Burada, etkin Newton sabiti $G_e = \frac{A_0}{4} \left(\frac{A_0}{4\pi}\right)^{\frac{\delta}{2}} \left(\frac{2-\delta}{2+\delta}\right)$ şeklinde tanımlanır. Ayrıca $\delta = 0$ ve $G_e = G$ olması durumunda, (4) ile verilen denklem standart birinci Friedmann denkleminde indirgenebilmektedir. Bu çalışmada $A_0 = 4G$ olarak kabul edilmiştir. Daha önce de vurgulandığı gibi, δ terimi kuantum-kütle çekimsel bozulmanın yada pertürbasyonun büyüklüğünü ifade eder. Örneğin, $\delta = 1$ değeri kara delik ufkunda en karmaşık fraktal yapıyı temsil eden maksimum bozulmayı yani deformaasyonu göstermektedir.

(4) ile verilen denklemde görüldüğü üzere, erken evrenin madde içeriği bir skaler alanla modellenmiştir (Keskin ve Kurt, 2025). Skaler alanın enerji-momentum tensörü diagonal biçimde $T_\alpha^\beta = \text{diag}(-\rho_\phi, p_\phi)$ ile ifade edilmektedir. Kanonik bir skaler alan

bağlamında, Lagranjiyan fonksiyonu $L_\varphi = -\frac{1}{2}g_{\mu\nu}\partial^\mu\varphi\partial^\nu\varphi - V(\varphi)$ olarak verilirken, buna karşılık gelen skaler alan enerji yoğunluğu ve basıncı sırasıyla şu şekilde ifade edilmektedir:

$$\rho_\varphi = \frac{\dot{\varphi}^2}{2} + V(\varphi), \quad p_\varphi = \frac{\dot{\varphi}^2}{2} - V(\varphi). \quad (5)$$

(5) ile verilen eşitliklerden aşağıda verilen enerji süreklilik denklemi elde edilebilir:

$$\dot{\rho}_\varphi + 3H(\rho_\varphi + p_\varphi) = 0. \quad (6)$$

Buna bağlı olarak Klein-Gordon denklemi açık biçimde şu şekilde yazılabilir:

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + V_\varphi = 0. \quad (7)$$

Burada $V_\varphi = \frac{dV(\varphi)}{d\varphi}$ şeklinde skaler alana göre türevi göstermektedir. Ayrıca, Barrow entropisi altında değiştirilmiş ikinci Friedmann denklemi de elde edilebilir. Bunun için (4) denkleminin zamanla türevi ile (6) denklemi kullanıldığında, aşağıda verilen ikinci friedmann denklemi elde edilir:

$$(2 - \delta) \left(H^2 + \frac{K}{a^2} \right)^{-\frac{\delta}{2}} (\dot{H} + H^2) + (1 + \delta) \left(H^2 + \frac{K}{a^2} \right)^{1-\frac{\delta}{2}} = -8\pi G_e p_\varphi. \quad (8)$$

3.1. D-Zar KKLT Potansiyeli ve e-Katlanma Sayısı

Bu çalışma kapsamında, sicim kuramında ortaya çıkan D-Zar KKLT enflasyon potansiyeli ele alınmakta ve bu potansiyelin kullanımıyla enflasyona dair gözlemlenebilir büyüklükler elde edilecektir. D-Zar enflasyon senaryosu (Martin vd., 2014; Martin vd., 2024) ile ilişkili, yaklaşık olmayan D-Zar KKLT potansiyeli (Kallosh vd., 2021; Shamit Kachru vd., 2003a; Shamit Kachru vd., 2003b; Kallosh, and Linde, 2019; Mishra, and Sahni, 2022; Kallosh vd., 2019; Mishra and Sahni, 2025) şu şekilde tanımlıdır:

$$V(\varphi) = \frac{V_0}{1 + \left(\frac{\varphi}{\mu}\right)^{-n}}. \quad (9)$$

Burada n 'nin pozitif bir tam sayı, μ ise potansiyel fonksiyonunun temel ölçeğidir. Ayrıca V_0 ifadesi M^4 kütle boyutunda olan pozitif bir parametredir. Bu potansiyel, $n < 0$ durumunda zayıf etkileşimli alan modellerinin bir genellemesi olarak da ele alınabilir (Martin vd., 2014; Martin vd., 2024). Dört boyutlu etkin bir alan kuramı çerçevesinde, bu potansiyel, yeterince düz olması nedeniyle simetrik bir plato potansiyeli olarak değerlendirilir. Plato potansiyelleri gözlemlerle oldukça uyumludur. Diğer yandan, $\mu \gg m_p$ sınırında potansiyel, $V(\varphi) \rightarrow \varphi^n$ biçiminde monomiyal kuvvet yasasına yakınsamaktadır. Tersine, $\mu \ll m_p$ olması durumunda potansiyel $V(\varphi) \rightarrow V_0$ şeklinde

plato benzeri bir limit değerine yerleşir. Burada $m_p = 2.42 \times 10^{18} \text{ GeV}$ ile indirgenmiş Planck kütesidir. Evrenin ivmeli genişlemesi, bazı kompaktlaştırılmış ekstra boyutlar içinde hareket eden bir Zar tarafından gerçekleştirilir; burada φ ile verilen skaler alan Zar' ın konumunu temsil etmektedir. Zar' ın yavaş hareketi, düz potansiyel platosu üzerinde skaler alanın yavaş-inişiyle enflasyona olanak tanır. Bazı kuramlarda, enflasyonun Planck ölçeğinde, yani $\rho_\varphi = m_p^4$ ile başlaması gerektiğini öne sürmektedir (Ijjas vd., 2013; Linde,1983). Oysa plato potansiyelleri oldukça düzdür ve potansiyel değerleri $V(\varphi) \leq 10^{-10} m_p^4$ aralığında kalır. Bu tez çalışmamızda, söz konusu plato potansiyeli belirtilen aralıkta ele alınmaktadır.

Diğer yandan, enflasyonun süresini niceliksel olarak ölçen e-katlanma sayısı (N) da etkin bir enflasyon kuramı için önem arz etmektedir. Aşağıdaki biçimde tanımlanmaktadır:

$$N = \int_{t_u}^{t_s} H(t) dt . \quad (10)$$

Burada, t_u enflasyon dalgalanmalarının ufuk geçiş zamanını ve t_s ise enflasyonun sona erdiği zamanı temsil etmektedir. (10) ile verilen integral skaler alan cinsinden aşağıdaki biçimde yazılabilir:

$$N = \int_{\varphi_u}^{\varphi_s} \frac{H}{\dot{\varphi}} d\varphi . \quad (11)$$

Burada, ufuk geçişindeki skaler alan değeri φ_u ile gösterilirken, φ_s ise enflasyonun sonlandığı noktadaki skaler alan değerini göstermektedir.

3.2. Enflasyon Parametreleri Sabit-Dönüş Koşulu

Evrenin enflasyonunu nicelendirmek için kullanılan iki temel parametre skaler spektral indeks (n_s) ve tensör-skaler oranı (r)' dir. Bu parametreler kütle-çekim ile minimal bağlanmış bir skaler alan kuramı için şu şekilde tanımlanmaktadır (Nojiri vd., 2017; Hwang ve Noh, 2005; Oikonomou, 2022):

$$n_s \cong 1 - 4\epsilon_1 - 2\epsilon_2 , \quad r = 16\epsilon_1 . \quad (12)$$

Buradaki yavaş-dönüş parametreleri şu şekilde verilmektedir (Nojiri vd., 2017):

$$\epsilon_1 = -\frac{H}{H^2}, \quad \epsilon_2 = \frac{\ddot{\varphi}}{H\dot{\varphi}} . \quad (13)$$

Enflasyon esnasında (13) ile verilen parametrelerin 1' den çok küçük olması beklenmektedir. Diğer bir ifadeyle, gerçekçi bir enflasyon modelinin ortaya çıkması için $\epsilon_1 \ll 1$ ve $\epsilon_2 \ll 1$ koşulları gerekmektedir. Bununla birlikte, $\frac{\dot{\varphi}^2}{2} \ll 1$ ile verilen yavaş-

dönüş koşulu altında yalnızca $\epsilon_1 \ll 1$ koşulunun sağlanması bile enflasyonun meydana gelmesi için yeterli bir koşul olarak görülebilir. Buna ek olarak, sabit-dönüş koşulunun yorumu şu şekilde verilmektedir:

$$\ddot{\phi} = \sigma H \dot{\phi} . \quad (14)$$

Burada ivmelenme teriminin σ parametresine bağlı olduğu görülmektedir. (13) ile verilen ikinci yavaş-dönüş parametresi kullanıldığında, $\epsilon_2 = \sigma$ olduğu rahatlıkla görülebilir. Bu çalışmada hem yarı- de Sitter hem de özsel evreler incelenmekte ve sabit-dönüş skaler alanının enflasyon süresince tekdüze bir alan olarak işlev gördüğü varsayılmaktadır; bu sayede iki evre sabit değerli bir σ değeri ile birbirine bağlanabilmektedir.

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu tez çalışmasında, (9) ile verilen D-Zar KKLT potansiyeli çerçevesinde, erken evrenin iki farklı faz evresinden oluştuğu önerilmektedir. İlk evre yarı-de Sitter olarak adlandırılan bir fazdır; ikinci evre ise Özsel tipi dinamik bir karanlık enerji türü fazıdır. Enflasyon modelimiz sabit-yuvarlanma parametresi olan σ 'nın değeri, n_s ve r gibi gözlemsel büyüklüklerin tipik aralıkları göz önüne alınarak tespit edilmiştir. Ayrıca σ parametresi aracılığıyla iki faz arasında kuramsal bir köprü oluşturulmuştur. Barrow entropisi, kuantum etkilerin güçlü biçimde hissedildiği durumlar için önem arz ettiğinden, alan denklemleri içinde bu entropi türü ele alınmıştır. Bu doğrultuda, sicim kuramında ortaya çıkan ve yine kuantum etkilerin baskın olduğu Zar potansiyelini ele alıyoruz. Zar enflasyonu senaryosu kapsamında bu potansiyel, D3 Zar'larının hareketini ve bu hareketin fiziksel sonuçlarını belirlemektedir. Bununla birlikte, modeldeki bazı parametrelerin makul değer aralıkları, belirli sınırlamalar dikkate alınarak değerlendirilmiştir. Özellikle, potansiyelde yer alan ve ilerleyen kısımlarda daha ayrıntılı olarak ele alınacağımız bir parametre, enflasyonun enerji ölçeğini tanımlayan COBE formülasyonu kullanılarak belirlenmiştir.

Buraya kadar yapılan tartışmalar, enflasyonun başlangıç evresi olarak kabul edilen yarı-de Sitter fazı sürecine ilişkindir. Bu çerçevede, ölçekleme rejimi içerisinde Özsel tipi dinamik bir yapı olup olmadığı incelenmiştir. Yarı-de Sitter fazında sınırlandırılan parametreler ile sabit-yuvarlanma parametresi bu bağlamda yeniden değerlendirilmiştir. Ölçekleme rejiminde etkin DD parametresi hesaplanmış ve bu parametrenin Özsel fazına doğru yöneldiği, ancak enflasyonun enerji ölçeğini bozmadığı tespit edilmiştir. Alan denklemlerinin yavaş-dönüş koşulu altındaki davranışıyla çözümlerimize başlıyoruz. Bu doğrultuda, $\frac{\dot{\phi}^2}{2} \ll 1$ varsayımı altında, sırasıyla (4), (8) ve (7) denklemleri aşağıdaki verilen biçime indirgenir:

$$H^2 \cong \left(\frac{8\pi G_e}{3}\right)^{\frac{2}{2-\delta}} V(\phi)^{\frac{2}{2-\delta}} , \quad (15)$$

$$\dot{H} \cong -\frac{3\dot{\phi}^2}{2(2-\delta)} \left(\frac{8\pi G_e}{3}\right)^{\frac{2}{2-\delta}} V(\phi)^{\frac{\delta}{2-\delta}} , \quad (16)$$

$$\dot{\phi} = -\frac{V_\phi}{(\sigma+3)H} . \quad (17)$$

Bu durumda yavaş-dönüş parametreleri aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$\epsilon_1 = \frac{3\dot{\phi}^2}{(2-\delta)V(\phi)}, \quad \epsilon_2 = \sigma. \quad (18)$$

Yavaş-dönüş parametrelerinin ve dolayısıyla (12) ile verilen enflasyon parametrelerinin ufuk geçiş esnasındaki, yani $k = aH$ noktasında ele alınmalıdır; çünkü skaler alan φ 'deki dalgalanmalar bu noktada belirgin hale gelmektedir. Burada k eş-yörüngesel dalga vektörünü temsil etmektedir. Enflasyonun, skaler alan dalgalanmalarının ufuk geçişi sırasında ortaya çıkmasıyla gerçekleştiği düşünülmektedir. Dolayısıyla, ufuk geçişi sırasında skaler alan değerini belirlemek için, (15) ve (17) ile verilen denklemler (11) ile verilen integralde kullanıldığında, aşağıdaki denklem elde edilir:

$$-\frac{N\mu^n n(n+2)V_0^{\frac{-\delta}{2-\delta}}\left(\frac{8\pi}{3}\right)^{\frac{-2}{2-\delta}}}{(\sigma+3)} = \varphi^{n+2} {}_2F_1\left[-\frac{2+n}{n}, -\frac{2(\delta-1)}{\delta-2}, -\frac{2}{n}, -\varphi^{-n}\mu^n\right]_{\varphi_u}^{\varphi_s}. \quad (19)$$

Burada ${}_2F_1(a, b; c; x)$ ile gösterilen bir hipergeometrik fonksiyonu ifade eder. Hesaplamayı kolaylaştırmak amacıyla $-\frac{2(\delta-1)}{\delta-2} = -\frac{2}{n}$ tanımlamasını yapıyoruz. Bu tanımlama δ ile verilen Barrow parametresi ile potansiyelin üstel parametresi n arasında bir sınır koşulunu kurar. Örneğin, $0 \leq \delta \leq 1$ aralığı için $n \geq 2$ elde ederiz. Bu yaklaşım altında (19) eşitliği aşağıda verilen daha kullanışlı bir biçime indirgenir:

$$-\frac{N\mu^n n(n+2)V_0^{\frac{-\delta}{2-\delta}}\left(\frac{8\pi G_e}{3}\right)^{\frac{-2}{2-\delta}}}{(\sigma+3)} = \{\varphi_u^{\varphi_s} (\varphi^n + \mu^n)^{\frac{n+2}{n}}. \quad (20)$$

Ufuk geçişindeki potansiyel değeri, sağ tarafın seriye açılması ve öncül terimin alınmasıyla yaklaşık olarak şu şekilde elde edilmektedir ($\mu \ll 1$ yaklaşımında):

$$\varphi_u = \left[\varphi_s + \frac{NnV_0^{\frac{-\delta}{2-\delta}}\left(\frac{8\pi G_e}{3}\right)^{\frac{-2}{2-\delta}}}{(\sigma+3)(1+\mu^n)^{\frac{2}{n}}} \right]. \quad (21)$$

Ayrıca $\epsilon_1(\varphi_s) \cong 1$ durumu kullanıldığında, enflasyonun sonlandığı noktadaki skaler alan değerini aşağıdaki gibi elde ederiz:

$$\varphi_s = \left(\frac{3n^2\mu^{2n}V_0^{\frac{-\delta}{2-\delta}}\left(\frac{8\pi G_e}{3}\right)^{\frac{-2}{2-\delta}}}{(2-\delta)(\sigma+3)^2(n+2)(1+\mu^n)^{\frac{2}{n}}} \right)^{\frac{1}{n+1}}. \quad (22)$$

Sonuç olarak, birinci yavaş-dönüş parametresi aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\epsilon_1 = \frac{3n^2\mu^{2n}V_0^{\frac{-\delta}{2-\delta}}\left(\frac{8\pi G_e}{3}\right)^{\frac{-2}{2-\delta}}}{(2-\delta)(\sigma+3)^2(n+2)(1+\mu^n)^{\frac{2}{n}}}\left[\left(\frac{3n^2\mu^{2n}V_0^{\frac{-\delta}{2-\delta}}\left(\frac{8\pi G_e}{3}\right)^{\frac{-2}{2-\delta}}}{(2-\delta)(\sigma+3)^2(n+2)(1+\mu^n)^{\frac{2}{n}}}\right)^{\frac{1}{n+1}} + \frac{Nn\mu^n V_0^{\frac{-\delta}{2-\delta}}\left(\frac{8\pi G_e}{3}\right)^{\frac{-2}{2-\delta}}}{(\sigma+3)(1+\mu^n)^{\frac{2}{n}}}\right]. \quad (23)$$

(23) eşitliğinde görüldüğü üzere, ϵ_1 parametresinin modeldeki geniş bir parametre aralığına bağlı olduğunu göstermektedir. n_s ve r 'nin gözlemsel kısıtlarını dikkate alarak, σ ile verilen sabit-dönüş parametresi makul bir değerde elde etmek mümkündür. Bu sabit değer, yavaş-dönüş ve Özsel evreler arasında bir köprü görevi görebilir. Her iki faz evresi sabit-dönüş alanı altında, enflasyon modelinin geniş parametre aralıklarında incelenecektir.

4.1. Gözlemsel Verilerle Sonuçların Karşılaştırılması

Planck gözlemleri doğrultusunda n_s ve r değer aralıkları şu şekilde belirlenmiştir (Akrami vd., 2020; Galloni vd., 2023):

$$n_s = 0.9649 \pm 0.0042, \quad r < 0.028. \quad (24)$$

Gözlemsel sınırları çerçevesinde σ parametresine ait bir değer belirlemeye ve buna karşılık gelen diğer model parametrelerinin evrimini analiz etmeye geçiyoruz. (12) ile verilen eşitliklerden aşağıdaki ifade elde edilebilir (Keskin ve Kurt, 2023):

$$n_s = \frac{4-r-8\sigma}{4}. \quad (25)$$

Bu eşitlik kullanıldığına, $r < 0.012$ aralığında yer alan küçük değerlere karşılık, $n_s = [0.9607, 0.9691]$ aralığı için $\sigma = 0.018$ değeri öne çıkmaktadır. Bu nedenle, bu çalışmada sabit-dönüş parametresi için $\sigma = 0.018$ sabit değeri esas alınmıştır. Gözlemsel sınırlarla uyumlu olacak şekilde sabit-yuvarlanma parametresi $\sigma = 0.018$ olarak belirlendikten ve model parametrelerinin evrimi analiz edildikten sonra, enflasyon modellerinde iyi bilinen bir sorun olan η -problemine odaklanacağız. Bu problem özellikle D-Zar KKLT potansiyeli gibi potansiyellerin kullanıldığı modellerde ortaya çıkar; burada enflasyon alanı, enflasyon sırasında Hubble ölçeğinde kütle düzeltmeleri alabilir. Bu tür kütle düzeltmeleri, başarılı bir enflasyon evresi için gerekli olan yavaş-yuvarlanma koşullarını ihlal edebilmektedir.

Bu sorunu ele almak amacıyla, skaler spektral indeks n_s ve r ile verilen skaler-tensör oranı üzerindeki gözlemsel kısıtlamalarla tutarlı olan $\sigma = 0.018$ sabitlenmiş değerini ele alıyoruz. Enflasyon evresi boyunca σ değerinin sabit tutulması, modelin

gerekli enflasyon rejimi içinde kalmasını sağlar. Bu yaklaşım, enflaton alanındaki kütle düzeltmelerini kontrol altında tutarak yavaş-yuvarlanma dinamiklerinin korunmasını sağladığı için η -problemını etkin bir şekilde hafifletmektedir.

Her ne kadar σ 'nın sabitlenmesi bir tür ince ayar (fine-tuning) olarak değerlendirilebilse de bu durum özellikle sicim kuramına dayalı enflasyon modellerinde sıkça karşılaşılan bir durumdur. Gözlemsel verilerle uyumlu hale gelmesi için model parametrelerinin ince ayar gerektirmesi olağan bir durumdur ve bu, modelin doğallığına dair temel bir sorun olduğu anlamına gelmez. Dahası, gözlemsel kısıtlamalarla uyum sağlamak için gereken ince ayar, sicim kuramı temelli enflasyon modellerinin beklenen bir özelliğidir. Bu tür modeller genellikle, güncel gözlemlerle tutarlılığı sağlamak adına belirli ayarlamalar gerektirir. Bu tür ayarlamalar modelin verilerle uyumunu sağlamak açısından gerekli olmakla birlikte, kuramsal çerçevenin geçerliliğini ya da enflasyonun temel dinamiklerini açıklama yetisini ortadan kaldırmaz.

Sonuç olarak, sabit-yuvarlanma koşulunu uygulayarak ve σ 'yı sabitleyerek η -problemını etkili bir şekilde çözüyor; modelin yavaş-yuvarlanma (dönüş) fazında veya enflasyon rejimiyle tutarlı kalmasını sağlıyoruz. Gözlemsel kısıtlamalarla uyum sağlamak amacıyla yapılan bu ayarlama, sicim kuramına dayalı enflasyon modellerinde standart bir uygulama olup, modelin çağdaş kozmoloji bağlamındaki geçerliliğini zedelemeyiz.

Diğer taraftan, potansiyel ifadesinde $n = 4$ için $V_0^{\frac{1}{4}}$ ile verilen potansiyel plato yüksekliğini yaklaşık olarak $4.1 \sim 10^{13} GeV$ olarak belirlenmiştir (Brandenberger vd., 2009). Bu, özellikle sicim kuramında bükülmüş bir boğazda hareket eden D3-Zar yapısına karşılık gelmekte ve Coulomb potansiyelini temsil etmektedir. Ayrıca, başlangıç enflasyon koşullarının net biçimde tanımlanmamış olmasına rağmen, COBE normalizasyonu enflasyon enerji ölçeğinin yaklaşık $\sim 10^{16} GeV$ civarında olduğunu ileri sürmektedir. Bu bağlamda, potansiyel platosunun $r \ll 1$ durumu için yaklaşık olarak $\sim 10^{64} GeV$ seviyesinden başlaması gerektiği, bu değerin yavaş-dönüş yaklaşımında sıfıra oldukça yakın olduğu anlaşılmaktadır. Bu tez çalışması Barrow parametresi tarafından uyarılan fraktal-entropik deformasyonun etkisi altındaki $D_p - Zar$ enflasyon potansiyeline ait farklı n değerleri için oluşan çeşitli potansiyel plato yüksekliklerini belirlemeyi de amaçlamaktadır. Ayrıca, bu tez çalışmasında evrenin erken-zaman Özsel evresini de incelediğinden, fraktal-entropi etkisindeki yavaş-dönüş evresiyle tutarlı olabilecek plato yükseklikleri de tahmin edilecektir. Özsel evre, bir ölçeklenme rejimi

içerisinde kurulduktan sonra, D-Zar KKLT potansiyelindeki çeşitli n tamsayı değerlerine göre potansiyel platosu belirlenecektir. Bu bağlamda, n parametresi aynı zamanda entropik deformasyon derecelerini de temsil etmektedir. Potansiyel platosunun yüksekliği, COBE normalizasyonundaki temel ölçek olan μ' nün büyüklüğünü doğrudan ve kuvvetli biçimde etkilemektedir. D-Zar KKLT potansiyelinin CMB tahminleri olan n_s ve r değerleri elde edilen parametre uzayına göre düzenlenecektir. Sonuçlar, CMB sınamalarıyla uyumluluk göstermektedir.

4.2. Ölçeklenme Rejiminde Yavaş-dönüş Evresi Etrafında Bir Özsel Kuyruk

Yavaş-dönüş evresinden sonra, tekrar-ısınma oluşumdan önce gelen Özsel evre, ölçeklenme rejimini etkin DD parametresiyle tanımlayacağız. Burada, yukarıda verilen yavaş-dönüş yaklaşımıyla türetilen model parametreleri, ölçeklenme rejimi içerisinde herhangi bir değişikliğe uğramadan esas alınmıştır. Özellikle, sabit olarak belirlenen σ parametresi, her iki evre arasında ortak bir skaler alan açıklaması üzerinden bağ kurma imkânı sunmaktadır. Bu nedenle, skaler alanın DD parametresi de Sitter benzeri değere karşılık gelen $w_\phi \sim -1$ civarındadır. Dolayısıyla, ölçeklenme rejimi içerisindeki etkin DD parametresinin davranışını ele inceleyeceğiz. Bu doğrultuda, (4) ve (8) ile verilen Barrow entropisine dayalı Friedmann denklemleri aşağıdaki gibi Einstein' nin standart alan denklemleri biçimde yazılabilir:

$$3H^2 = \kappa^2 \rho_e , \quad (26)$$

$$-2\dot{H} - 3H^2 = \kappa^2 p_e . \quad (27)$$

Burada etkin enerji yoğunluğu ve etkin basınç ifadeleri aşağıdaki şekilde tanımlıyoruz:

$$\rho_e = 3^{-\frac{\delta}{2-\delta}} (8\pi G)^{-1} (8\pi G_e)^{\frac{2}{2-\delta}} \rho^{\frac{2}{2-\delta}} , \quad (28)$$

$$p_e = 3^{-\frac{\delta}{2-\delta}} (8\pi G_e)^{\frac{2}{2-\delta}} \rho^{\frac{2}{2-\delta}} \left(\frac{2\dot{\phi}^2}{(2-\delta)(8\pi G_e)\rho} - \frac{1}{8\pi G} \right) . \quad (29)$$

Burada, etkin enerji yoğunluğu ve basınç tanımlarına göre $\kappa^2 = 8\pi G$ olarak ele alınmıştır. Bu bağlamda, etkin DD parametresi şu şekilde ifade edilebilir:

$$w_e = -1 + \frac{2\dot{\phi}^2 G}{(2-\delta)G_e \rho_\phi} . \quad (30)$$

Bu ifade içinde yer alan kinetik enerji teriminin varlığı sayesinde, erken evrende dinamik bir Özsel yapı ortaya konabilmektedir. Ölçeklenmiş DD parametresi skaler alanın zamana bağlı gelişimini ortaya koyan dinamik bir görünüm sunmaktadır. Ölçeklendirme rejimine

ulaşmak için ilk etapta (6) ile verilen ve diferansiyel denklem biçiminde olan enerji korunumu denkleminin çözümünüyle başlıyoruz:

$$\rho_\varphi = \rho_0 a^{-3(1+w_\varphi)} . \quad (31)$$

Burada ρ_0 integral sabitidir. Skaler alan için DD parametresinin tanımına göre ($w_\varphi = \frac{p_\varphi}{\rho_\varphi}$) aşağıdaki eşitlik yazılabilir:

$$\dot{\varphi}^2(1 - w_\varphi) = 2V(\varphi)(1 + w_\varphi) . \quad (32)$$

Bu ifadenin de zamana göre türevi alındığında aşağıdaki denklem elde edilir:

$$-3H\dot{\varphi}(1 - w_\varphi) = 2V_\varphi . \quad (33)$$

Bu eşitlikler aracılığıyla, aşağıdaki ölçeklenme çözümlerini elde ediyoruz (Sami vd., 2022; Skugoreva vd., 2019):

$$\frac{\dot{\varphi}^2}{2V(\varphi)} = \frac{(1+w_\varphi)}{(1-w_\varphi)} \leftrightarrow \frac{V_\varphi}{H\dot{\varphi}} = \frac{3(w_\varphi-1)}{2} . \quad (34)$$

(34) ile verilen eşitliklerden birinci ifade alanın kinetik enerji dinamiğini, ikinci ifade ise ölçeklenmiş potansiyel düzleminin eğimini gösterir. Bu eşitliklerden yola çıkarak řu ifadeye rahatlıkla ulaşabiliriz:

$$\dot{\varphi} = \frac{3V(\varphi)(1+w_\varphi)H}{V_\varphi} . \quad (35)$$

Ayrıca, (26) ve (27) ile verilen denklemler $w_e = -1 - \frac{2\dot{H}}{3H^2}$ ile verilen etkin DD parametresinin geometrik tanımını vermektedir. Hubble parametresinin davranışı ise denklem (30)' dan elde edilebilmektedir:

$$H = \frac{(2-\delta)^2}{(2+\delta)} \left(\frac{\pi}{G}\right)^{-\frac{\delta}{2}} \frac{1}{3(1+w_\varphi)t} . \quad (36)$$

Burada, $G_e = \frac{A_0}{4} \left(\frac{A_0}{4\pi}\right)^{\frac{\delta}{2}} \left(\frac{2-\delta}{2+\delta}\right)$ eşitliğinden faydalandık. Bu durumda, $H = \frac{\dot{a}}{a}$ tanımlamasını (36) kullandımızda, ölçek faktörünü yaklaşık olarak,

$$a \cong t^{\frac{(2-\delta)^2}{3(1+w_\varphi)(2+\delta)}} \left(\frac{\pi}{G}\right)^{-\frac{\delta}{2}} , \quad (37)$$

şeklinde elde ederiz. (35) denklemini, (9) ile verilen D-Zar KKLT enflasyon potansiyeli ve (36) ile verilen Hubble parametresi ile ele alındığında, elde edilen çözüm aşağıdaki gibi bulunur:

$$t = t_0((1 + \mu^n \varphi^{-n}))^{\frac{-(2+\delta)\left(\frac{G}{\pi}\right)^{-\frac{\delta}{2}}}{(2-\delta)^2}} . \quad (38)$$

Burada t_0 integral sabitidir. (31) denklemi ve ölçeklenme çözümü olan (34)' ten elde edilen ilk bağıntı, denklem (30)'da yerine konulduğunda etkin DD parametresi aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$w_e = -1 + \frac{4V(\varphi)(1+w_\varphi)(n-1)(3n-4)}{n^2(1-w_\varphi)\rho_0} \left(\frac{\pi}{G}\right)^{-\frac{n-2}{2(n-1)}}. \quad (39)$$

Burada $G = \frac{1}{m_p^2}$ olarak alınmış ve integral sabiti $t_0 = 1$ seçilmiştir. (19) denkleminde hatırlanacağı üzere, hipergeometrik fonksiyonun yaklaşık ifadesi, $\delta = \frac{n-2}{n-1}$, farklı n değerleri için entropi üzerindeki deformasyon hakkında bilgi sunmaktadır. Bu bağlamda, etkin DD parametresi n parametresine, potansiyel yüksekliğine ve ρ_0 enerji yoğunluğuna bağlıdır. $w_\varphi = -0.9999$ seçimi ise skaler alanın yavaş-dönüş evresi ile ilişkili yarı- de Sitter benzeri bir vakum hâlini temsil etmektedir.

(39) ile verilen eşitlik göz önüne alınarak, $-1 < w_e < -\frac{1}{3}$ ile verilen etkin DD aralığı için aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

- a. KKLT D5-Zar enflasyon potansiyeline karşılık gelen model olan fraktal olmayan durumlar için ($n = 2, \delta = 0$):

$1.5 \times 10^{61} GeV < \rho < 1.00005 \times 10^{64} GeV$ değerini elde ederiz. Burada, sabit-dönüş parametresinin sabitlenmiş değeri olan $\sigma = 0.018$ kullanılmış olup, $V_0 \cong 10^{64}$ olarak elde edilmiştir.

- b. KKLT D4-Zar enflasyon potansiyel modeline karşılık gelen $n = 3, \delta = 0.5$ durumları için:

$6.90313 \times 10^{60} GeV < \rho < 4.60208 \times 10^{63} GeV$ değerini elde ederiz. Burada, sabit-dönüş parametresinin sabitlenmiş değeri olan $\sigma = 0.018$ kullanılmış olup, $V_0 \cong 10^{54}$ olarak elde edilmiştir.

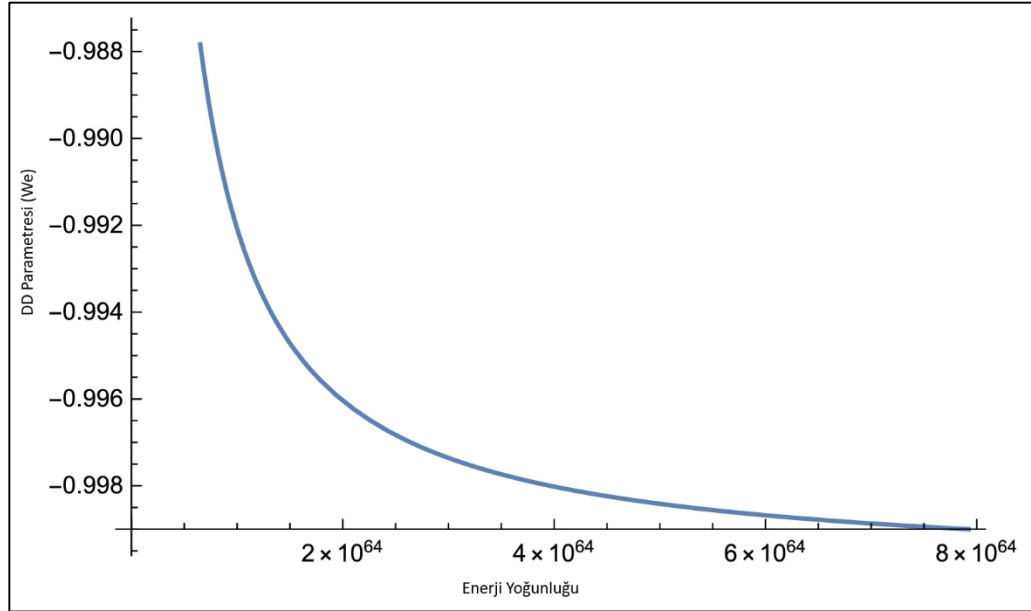
- c. KKLT D3-Zar enflasyon potansiyel modeline karşılık gelen $n = 4, \delta = 0.66$ durumları için:

$1.5 \times 10^{60} GeV < \rho < 10^{64} GeV$ değerini elde ederiz. Burada, sabit-dönüş parametresinin sabitlenmiş değeri olan $\sigma = 0.018$ kullanılmış olup, $V_0 \cong 10^{52}$ olarak elde edilmiştir.

- d. $n = (5,6)$ veya $\delta = (0.75, 0.8)$ modelleri için $\rho \sim (10^{61}, 10^{65}) GeV$ aralığını elde ederiz. Burada, sabit-dönüş parametresinin sabitlenmiş değeri olan $\sigma = 0.018$ kullanılmış olup, $V_0 \cong 10^{50}$ olarak elde edilmiştir.

- e. $n = (7, 8, 9, 10)$ veya $\delta = (0.83, 0.85, 0.875, 0.88)$ modelleri için $\rho \sim (10^{63}, 10^{66}) GeV$ aralığını elde ederiz. Burada, sabit-dönüş parametresinin sabitlenmiş değeri olan $\sigma = 0.018$ kullanılmış olup, $V_0 \cong 10^{50}$ olarak elde edilmiştir.

$n = 2$ ile verilen fraktal olmayan durum için potansiyel plato yüksekliği yaklaşık olarak $V_0 \cong 10^{64}$ olarak elde edilmektedir. Ancak, $n \geq 5$ durumları için deformasyonun artmasıyla birlikte potansiyel platosunun yüksekliğinde bir azalma gözlemlenmektedir. Özellikle, D3-Zar KKLT enflasyon modeli için elde edilen $V_0 \cong 10^{52}$ değeri, D-Zar enflasyon senaryosu üzerine yapılan önceki çalışmalarla (Brandenberger vd., 2009; Martin vd., 2024) tutarlıdır. Bununla birlikte, $\delta = 0.6$ değeri için Bekenstein-Hawking entropisiyle uyumlu bir deformasyonun söz konusu olduğu tespit edilmiştir.



Şekil.4.1. Etkin DD parametresine bağlı olarak enerji yoğunluğundaki değişim (Keskin, vd., 2025)

Örnek olarak D3-Zar KKLT modeli ele alınmıştır. Şeklin 4,1'in dikey eksen, diğer tüm n değerleri için sabit tutulmuştur. Yatay eksenlerde ise, yukarıda belirtilen yoğunluk giriş değerlerine bağlı olarak küçük farklılıklar mevcuttur. Şekil 4,1'de, skaler alanın DD parametresi olarak $w_\phi = -0.999$ değeri kullanılmıştır. Giriş yoğunluğu, grafik üzerinde yaklaşık olarak $\rho \sim 8 \times 10^{64} GeV$ civarındadır ki bu da de Sitter benzeri vakum faz durumunu göstermektedir. Enerji yoğunluğu azaldıkça, etkin DD parametresinin Özsel faz evresine yöneldiği gözlemlenmektedir. Diğer yandan, $w_\phi = -0.99$ değeri için grafiğin dikey eksen $w_e = (-0.99, -0.88)$ aralığına yerleşmektedir.

Şekil 4.1’de $w_e \cong -1$ sınırındaki giriş enerji yoğunluğunun, enflasyonun başlangıcına karşılık gelen yavaş-dönüş evresine (de Sitter benzeri vakum fazına) ait enerji yoğunluğunu temsil ettiğini ortaya koymaktadır. Bu sınır durumu, Tablo 1’de verilen n ve μ parametrelerine karşılık gelen COBE normlaştırması ile elde edilen enerji yoğunluklarıyla oldukça iyi bir uyum içindedir.

4.3. Evrenin Enerji Ölçeği

COBE normlaştırması, enflasyon evresine karşılık gelen evrenin enerji ölçeğini şu şekilde tanımlamaktadır:

$$\left(\frac{V_u}{\epsilon_1}\right)^{\frac{1}{4}} \sim 6.6 \times 10^{16} . \quad (40)$$

Burada V_u ufuk geçiş anındaki potansiyel değeri, ϵ_1 ise (23)’ te elde edilen yavaş-dönüş parametresidir. Modellerden elde edilen sonuçlar Tablo 4.1’de sunulmuştur (burada n_s ve r için $N = 60$ alınmıştır):

Tablo 4.1.Enflasyon modelinin gözlenebilir değerleri

	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$	$n = 8$
<i>COBE</i>	4.46×10^{16}	5.4×10^{16}	6.02×10^{16}	5.83×10^{16}	6.04×10^{16}	4.7×10^{16}	4.26×10^{16}
μ	10^{-15}	$10^{-12.9}$	$10^{-11.21}$	$10^{-9.78}$	$10^{-8.44}$	$10^{-7.45}$	$10^{-6.67}$
φ_u	2.8×10^7	388699	199603	298587.4	27385	14366.3	7547.7
n_s	0.964	0.964	0.964	0.964	0.964	0.964	0.964
r	1.21×10^{-48}	2.9×10^{-60}	2×10^{-66}	8.41×10^{-73}	9×10^{-79}	9.9×10^{-83}	7.7×10^{-86}
V_0	10^{64}	10^{54}	10^{52}	10^{50}	10^{50}	10^{50}	10^{50}

(Keskin vd., 2025).

Burada $\mu \ll 1$ koşulunun tüm değerler için geçerli olduğu görülmektedir. Tablo 4.1’deki verilere göre, μ değeri küçüldükçe skaler-tensör oranı (r) değerinin ihmal edilebilir düzeye düştüğü görülmektedir. Entropideki bozulma (deformasyon) arttıkça, bu oran sıfıra yaklaşmaktadır. Ayrıca, COBE normlaştırması ile tanımlanan enerji ölçeği, ölçekleme rejimi sırasında giriş seviyesinde elde edilen enerji ölçeğiyle oldukça uyumlu olduğu görülmektedir.

Sonuç olarak, yavaş-dönüş evresinden sonra ve yeniden ısınma evresinden önce oluşan bir Özsel tipi karanlık enerji varlığı, erken evren için mümkün görünmektedir. Bu çalışmada elde edilen bulgular, erken evrende ortaya çıkan dinamik bir Özsel akışkanın, uzay-zaman boyutlarındaki deformasyonlar nedeniyle geç evrende yeniden etkinleşebileceği fikrini desteklemektedir. Bu durum, geç evrenin ivmeli genişlemesinden sorumlu olabilen dinamik bir karanlık enerji türünü temsil etmektedir (Keskin ve Salti, 2022; Keskin, 2022). Bu bağlamda, $n = 2$ dışındaki modeller, entropide belirli deformasyonlar sergileyerek, ekstra boyutlar içinde hapsolmuş bir Özsel cevherin varlığını ima ediyor olabilir. Örneğin, sicim enflasyon bağlamında, D3-Zar’ının 6 ek

boyut boyunca yavaş hareketinden kaynaklanan bir Özsel cevherin varlığı, bu çalışmada yaklaşık $\delta \sim 0.6$ düzeyinde bir deformasyonla ilişkili olabileceği tespit edilmiştir. Bu deformasyon, evirilen bir karanlık enerji bileşeninin varlığına işaret etmekte olup, bu bileşen evrenin enflasyon döneminden günümüzde gözlemlenen hızlanmış genişleme evresine geçişinde önemli bir rol oynayabilir. Barrow parametresi için elde edilen yaklaşık $\delta \sim 0.6$ değeri, enflasyon potansiyelinin etkin enerji ölçeğinde kayda değer bir değişime yol açmakta ve bunun sonucunda Zar konfigürasyonunun dinamiklerinde bir sapma meydana gelmektedir. Bu bulgular, sicim kuramında öngörülen ekstra boyutların, enflasyon dinamikleri ile karanlık enerji arasındaki etkileşimi açıklamada potansiyel bir kuramsal çerçeve sunabileceğini göstermektedir. Böylece, evrenin geç dönem evrimiyle ilgili mevcut anlayışımıza katkı sağlanabilir.

Çalışma kapsamında ayrıca Zar'ın uzaysal boyutları ile Barrow entropi parametresi δ arasında ilk bakışta sezgisel olmayan bir korelasyon tespit edilmiştir. Özellikle, δ değeri arttıkça zarın boyutunun azaldığı gözlemlenmiştir: $\delta = 0$ için yapı D5-Zarına, $\delta = 0.5$ için D4-zarına ve $\delta = 0.66$ için ise D3-zarına karşılık gelmektedir. Bu ilişki, Barrow entropisi ile Zar enflasyon potansiyelinin birlikte ele alındığı model bağlamında hesaplamalı olarak tutarlıdır. Ancak, bu korelasyonun kavramsal düzeydeki anlamı daha derin bir yorum gerektirmektedir. Literatürde Barrow parametresi (δ), kara delik olay ufuklarının fraktal benzeri yapısı ile ilişkilendirilmekte olup, pozitif δ değerleri daha karmaşık geometrilere- örneğin küresel pul benzeri yapılara- işaret etmektedir. Bu yapılarda, aynı yarıçapa sahip ideal bir küreye göre etkin yüzey alanı, tekrar eden ikincil kürelerin varlığı nedeniyle daha büyüktür. Bu durum, etkin alanın $A_{eff} = A^{1+\frac{\delta}{2}}$ formülü ile tanımlanmasına yol açar. Örneğin, $\delta = 0$ için $A_{eff} = A$ iken, $\delta = 1$ için $A_{eff} = A^{\frac{3}{2}} \sim V$ olur ve etkin yüzey alanı hacim benzeri bir davranış sergiler.

Bu nedenle, yüksek δ değerlerinin zarın uzaysal boyutunda doğrudan bir azalmaya neden olduğu izlenimi ilk etapta oluşsa da bu durum doğrudan geometrik bir boyutsal indirgenme olarak değerlendirilmemelidir. Aksine, bu korelasyon modelde entropi deformasyonu ile enflasyon dinamikleri arasındaki etkileşimden kaynaklanmaktadır. Barrow parametresi, Zar'ın etkin dinamiklerini etkileyen fenomenolojik bir büyüklük olarak işlev görmektedir olup, sicim kuramı bağlamında entropi kaynaklı deformasyonların rolüne ilişkin yapılacak daha ileri araştırmalar, bu korelasyonun fiziksel anlamını daha derinlemesine ortaya koyabilecektir.

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

5.1 Sonuçlar

Bu tez çalışmasında, evrenin erken dönem dinamiklerini sabit-yuvarlanma (dönüş) enflasyon çerçevesinde, Barrow entropisiyle değiştirilmiş Friedmann denklemleri üzerinden incelemektedir. Önemli kuantum etkilerini öne çıkaran Barrow entropisi, bizi sicim ölçeğinde gözlemlenen D-Zar KKLT enflasyon potansiyelini araştırmaya yönlendirmiştir. Alan denklemlerinin davranışı ilk olarak yavaş-yuvarlanma yaklaşımı altında ele alınmıştır. D-Zar KKLT enflasyon bağlamında η -problemini n_s ve r üzerindeki gözlemsel kısıtlamalarla uyumlu olacak şekilde sabit $\sigma = 0.018$ değeriyle sabit-yuvarlanma koşulunu uygulayarak ele aldık. Bu yaklaşım, enflaton alanına gelen kütle düzeltmelerini kontrol altına alarak ve modelin yavaş-yuvarlanma (ya da genel olarak enflasyon) rejimi içinde kalmasını sağlayarak η -problemini etkili bir şekilde hafifletmektedir. Burada, $\eta \equiv \sigma$ sabitinin gözlemlerle uyumlu olması, bu tür ayarlamaların enflasyon modeli kurulumlarında yaygın bir özellik olduğunu ve modelin kuramsal tutarlılığını zedelediğini göstermektedir. Bu değer enflasyon süresi boyunca aynı kalmakla beraber, enflasyon alanının iki faz aşamasından geçen tek bir alan olduğu görünümünü sağlamaktadır. Öte yandan, skaler alanın ölçekleme rejimindeki davranışı, yavaş-dönüş fazı etrafında Özsel bir kuyruk olarak adlandırılabilir bir yapıyı ortaya çıkarmaktadır. Bu rejimde elde edilen etkin DD parametresi, belirli potansiyel plato yüksekliklerinde, Özsel fazı içerisinde enerji yoğunluğunda küçük dalgalanmalar olduğunu göstermektedir. Ölçekleme rejiminin giriş limitinde belirlenen enerji yoğunluğu ölçeği (Şekil 4.1), yavaş-dönüş fazında COBE normlaştırmasıyla hesaplanan enerji ölçeği değerleriyle tam olarak örtüşmektedir. Bu, ele aldığımız enflasyon mekanizmasının tek bir bütünsel yapı olarak çalıştığını göstermektedir. Ölçekleme rejimindeki enerji yoğunluğundaki azalmayla ortaya çıkan Özsel kuyruğu, yarı-de Sitter vakum enerjisi ile ilişkisini ortaya koyduk. Ayrıca, Özsel fazın sonunda deformasyonların tamamen kaybolması ya da baryon asimetrisinin işaret ettiği üzere, üst sınırdaki $\delta \lesssim 0.008$ (Luciano vd., 2022; Jusufi vd., 2022) ile verilen küçük bir deformasyonun kalması beklenmektedir.

Öte yandan, incelediğimiz enflasyon modelimizin $\mu \geq 1$ aralığında geçerli olmadığı görülmektedir. Bekenstein-Hawking entropisinde ortaya çıkan deformasyonlar, $\mu \ll 1$ koşulunda potansiyel platolarının yüksekliğini kademeli olarak azalttığı tespit edilmiştir. Bununla beraber, Barrow parametresinin genellikle $0 \leq \delta \leq 0.88$ aralığında yerleştiği gözlemlenmiştir. Daha gerçekçi değerler olan $n = 2, 3, 4$ değerleri dikkate alındığında bu parametrenin $0 \leq \delta \lesssim 0.6$ aralığı ile sınırlandırıldığı gözlemlenebilir. Bu deformasyonlar, ekstra boyutlara hapsolmuş bir dinamik Özsel karanlık enerji bileşeninin varlığına kuvvetle işaret etmektedir. Bu da geç evrende mevcut olduğu kuramsal olarak verilen de Sitter fazından önce ortaya çıkabilecek dinamik bir Özsel karanlık enerjinin varlığına işaret etmektedir (Keskin, 2022). Sonuç olarak bu tez çalışmasında, sicim kuramının kozmolojik olgusunda ortaya çıkan D-Zar KKL T enflasyon potansiyeli altında Barrow entropik kozmolojisi çerçevesinde evrenin erken-zaman enflasyon çağının en az iki fazdan oluşabileceğini, ortaya çıkan alan deformasyon miktarlarının evrenin geç-zaman karanlık enerji dinamiklerine yol açabileceğini kuantum-kütle çekim bağlamında gösterdik.

Diğer yandan, elde ettiğimiz bulgular, KKL T enflasyon modeli çerçevesinde Barrow entropi parametresi δ ile D-Zarının uzaysal boyutları arasında önemsiz olmayan (nontrivial) bir korelasyon ortaya koymaktadır. Özellikle, δ arttıkça- yani sistem, standart Bekenstein-Hawking entropisinden daha büyük bir sapma gösterdikçe- modelimiz daha düşük boyutlu Zarlarla ilişkili enflasyon dinamiklerini tercih etmektedir (örneğin, $\delta = 0$ için D5-Zarı, $\delta = 0.66$ için D3-Zarı). Bu eğilim, δ parametresinin artmasıyla birlikte enflasyon potansiyelinin etkin enerji ölçeğini ve plato yüksekliğini değiştirmesinin bir sonucu olarak ortaya çıkmaktadır. Bu değişim, sabit-yuvarlanma koşulları altında gözlemsel kısıtlamalarla uyumu koruyabilmek için kompaktifikasyon şemasının ya da etkin Zar boyutunun buna uygun şekilde ayarlanmasını gerektirmektedir. Bu davranış ilk bakışta sezgisel olmayabilir; zira daha yüksek δ değerleri geometrik olarak daha karmaşık (fraktal benzeri) yüzeyleri ve hatta hacim benzeri yapılara geçişi ima etmektedir. Ancak bu durum, doğrudan geometrik bir boyutsal indirgenme anlamına gelmemelidir. Aksine, söz konusu ilişki, modelimizde entropi deformasyonu ile enflasyonun enerji yapısı arasındaki etkileşimden kaynaklanmaktadır. Bu bağlamda δ , arka plan termodinamik yapısı üzerindeki etkisi aracılığıyla enflasyon potansiyelinin tercih edilen formunu dolaylı olarak etkileyen fenomenolojik bir parametre olarak işlev görmektedir.

5.2 Öneriler

İleride yapılacak çalışmalar δ ile D-Zarının uzaysal boyutları arasındaki korelasyonu daha temel bir düzeyde açıklamak amacıyla, özellikle belirli D-zarı konfigürasyonlarından türeyen sicim kompaktifikasyon dinamikleri ya da etkin alan kuramları çerçevesinde değerlendirmeyi hedefleyebilir. Özellikle, yüksek δ değerlerinin Zar' ın uzaysal boyutunda doğrudan bir azalmaya neden olduğu izlenimi ilk etapta oluşsa da, bu durum doğrudan geometrik bir boyutsal indirgenme olarak değerlendirilmemelidir. Aksine, bu korelasyon modelde entropi deformasyonu ile enflasyon dinamikleri arasındaki etkileşimden kaynaklanmaktadır. Barrow parametresi, Zar' ın etkin dinamiklerini etkileyen fenomenolojik bir büyüklük olarak işlev görmekte olup, sicim kuramı bağlamında entropi kaynaklı deformasyonların rolüne ilişkin yapılacak daha ileri araştırmalar, bu korelasyonun fiziksel anlamını daha derinlemesine ortaya koyabilecektir.

KAYNAKLAR

- Abreu, E. M., Neto, J. A., & Barboza, E. M. (2020a). Barrow's black hole entropy and the equipartition theorem. *Europhysics Letters*, 130(4), 40005.
- Abreu, E. M., & Neto, J. A. (2020b). Barrow black hole corrected-entropy model and Tsallis nonextensivity. *Physics Letters B*, 810, 135805.
- Ade, P. A., Aghanim, N., Arnaud, M., Ashdown, M., Aumont, J., Baccigalupi, C., ... & Matarrese, S. (2016). Planck 2015 results-xiii. cosmological parameters. *Astronomy & Astrophysics*, 594, A13.
- Aghanim, N. (2020). Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. *Astron. Astrophys*, 641, A6.
- Akrami, Y., Arroja, F., Ashdown, M., Aumont, J., Baccigalupi, C., Ballardini, M., ... & Savelainen, M. (2020). Planck 2018 results-X. Constraints on inflation. *Astronomy & Astrophysics*, 641, A10.
- Alexander, S. H. (2001). Inflation from D- D brane annihilation. *Physical Review D*, 65(2), 023507.
- Allen, S. W., Schmidt, R. W., Ebeling, H., Fabian, A. C., & Van Speybroeck, L. (2004). Constraints on dark energy from Chandra observations of the largest relaxed galaxy clusters. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 353(2), 457-467.
- Anagnostopoulos, F. K., Basilakos, S., & Saridakis, E. N. (2020). Observational constraints on Barrow holographic dark energy. *The European Physical Journal C*, 80(9), 826.
- Ashoorioon, A., Danielsson, U., & Sheikh-Jabbari, M. M. (2012). 1/N resolution to inflationary η -problem. *Physics Letters B*, 713(4-5), 353-357.
- Awad, A., El Hanafy, W., Nashed, G. G. L., Odintsov, S. D., & Oikonomou, V. K. JCAP 1807 (2018) no. 07, 026 doi: 10.1088. *arXiv preprint arXiv:1710.00682*.
- Barrow, J. D. (2020). The area of a rough black hole. *Physics Letters B*, 808, 135643.
- Barrow, J. D., Basilakos, S., & Saridakis, E. N. (2021). Big bang nucleosynthesis constraints on Barrow entropy. *Physics Letters B*, 815, 136134.
- Battye, R. A., Garbrecht, B., Moss, A., & Stoica, H. (2008). Constraints on brane inflation and cosmic strings. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2008(01), 020.

- Bean, R., Shandera, S. E., Tye, S. H., & Xu, J. (2007). Comparing brane inflation to WMAP. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2007(05), 004.
- Bekenstein, J. D. (1974). Generalized second law of thermodynamics in black-hole physics. *Physical Review D*, 9(12), 3292.
- Brandenberger, R. H., Frey, A. R., & Lorenz, L. C. (2009). Entropy fluctuations in brane inflation models. *International Journal of Modern Physics A*, 24(23), 4327-4354.
- Burgess, C. P., Majumdar, M., Nolte, D., Quevedo, F., Rajesh, G., & Zhang, R. J. (2001). The inflationary brane-antibrane universe. *Journal of High Energy Physics*, 2001(07), 047.
- Capozziello, S., & Shokri, M. (2025). Barrow entropies in black hole thermodynamics. *The European Physical Journal C*, 85(2), 200.
- Chakraborty, Dibya, Roberta Chiovoloni, Oscar Loaiza-Brito, Gustavo Niz, and Ivonne Zavala. "Fat inflatons, large turns and the η -problem." *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2020, no. 01 (2020): 020.
- Chakraborty, G., Chattopadhyay, S., Güdekli, E., & Radinschi, I. (2021). Thermodynamics of Barrow holographic dark energy with specific cut-off. *Symmetry*, 13(4), 562.
- Chen, F., & Firouzjahi, H. (2008). Dynamics of D3-D7 brane inflation in throats. *Journal of High Energy Physics*, 2008(11), 017.
- Cicoli, M., & Quevedo, F. (2011). String moduli inflation: An overview. *Classical and quantum gravity*, 28(20), 204001.
- Drepanou, N., Lymperis, A., Saridakis, E. N., & Yesmakhanova, K. (2022). Kaniadakis holographic dark energy and cosmology. *The European Physical Journal C*, 82(5), 449.
- Dvali, G., & Tye, S. H. H. (1999). Brane inflation. *Physics Letters B*, 450(1-3), 72-82.
- Galloni, G., Bartolo, N., Matarrese, S., Migliaccio, M., Ricciardone, A., & Vittorio, N. (2023). Updated constraints on amplitude and tilt of the tensor primordial spectrum. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2023(04), 062.
- Guth, A. H. (1981). Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems. *Physical Review D*, 23(2), 347.
- Hawking, S. W. (1975). Particle creation by black holes. *Communications in mathematical physics*, 43(3), 199-220.
- Hardeman, S., Oberreuter, J. M., Palma, G. A., Schalm, K., & van der Aalst, T. (2011). The everpresent η -problem: knowledge of all hidden sectors required. *Journal of High Energy Physics*, 2011(4), 1-27.

- Huang, Q., Huang, H., Xu, B., Tu, F., & Chen, J. (2021). Dynamical analysis and statefinder of Barrow holographic dark energy. *The European Physical Journal C*, 81, 1-17.
- Hwang, J. C., & Noh, H. (2005). Classical evolution and quantum generation in generalized gravity theories including string corrections and tachyons: Unified analyses. *Physical Review D—Particles, Fields, Gravitation, and Cosmology*, 71(6), 063536.
- Ijjas, A., Steinhardt, P. J., & Loeb, A. (2013). Inflationary paradigm in trouble after Planck2013. *Physics Letters B*, 723(4-5), 261-266.
- Jahromi, A. S., Moosavi, S. A., Moradpour, H., Graça, J. M., Lobo, I. P., Salako, I. G., & Jawad, A. (2018). Generalized entropy formalism and a new holographic dark energy model. *Physics Letters B*, 780, 21-24.
- Jawad, A., Maqsood, S., Azhar, N., & Alam, M. M. (2024). Analyzing inflationary parameters and swampland conjectures of modified cosmology according to various entropies. *Physics of the Dark Universe*, 46, 101680.
- Jones, N., Stoica, H., & Tye, S. H. H. (2002). Brane interaction as the origin of inflation. *Journal of High Energy Physics*, 2002(07), 051.
- Jusufi, K., Azreg-Aïnou, M., Jamil, M., & Saridakis, E. N. (2022). Constraints on Barrow entropy from M87* and S2 star observations. *Universe*, 8(2), 102.
- Kallosh, R., & Linde, A. (2021). BICEP/Keck and cosmological attractors. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2021(12), 008.
- Kaniadakis, G. (2005). Statistical mechanics in the context of special relativity. II. *Physical Review E—Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 72(3), 036108.
- Karam, A., Marzola, L., Pappas, T., Racioppi, A., & Tamvakis, K. JCAP 1805 (2018) no. 05, 011 doi: 10.1088. *arXiv preprint arXiv:1711.09861*.
- Kachru, S., Kallosh, R., Linde, A., & Trivedi, S. P. (2003a). De Sitter vacua in string theory. *Physical Review D*, 68(4), 046005.
- Kachru, S., Kallosh, R., Linde, A., Maldacena, J., McAllister, L., & Trivedi, S. P. (2003b). Towards inflation in string theory. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, (10), 013.
- Keskin, A. I., & Açıkgöz, I. (2016). Unified solutions of extended Gauss-Bonnet gravity. *Astrophysics and Space Science*, 361, 1-8.
- Keskin, A. I. (2017). Super inflation mechanism and dark energy in F (T, TG) gravity. *Astrophysics and Space Science*, 362(3), 50.

- Keskin, A. İ., & Acikgoz, I. (2017). A unified picture of cosmological entropy on apparent horizon in $F(R, G)$ gravity. *Modern Physics Letters A*, 32(33), 1750182.
- Keskin, A. I. (2018a). Super inflation mechanism with oscillating scalar fields in $F(R, T)$ gravity. *International Journal of Modern Physics D*, 27(12), 1850112.
- Keskin, A. I. (2018b). Viable super inflation scenario from $F(T)$ modified teleparallel gravity. *The European Physical Journal C*, 78(9), 705.
- Keskin, A. I., & Salti, M. (2019). Cosmographic nature of the early universe from extra dimensional perspective. *Physics Letters B*, 791, 80-85.
- Keskin, A. I. (2020). Galileon inflation field with three dark eras of the universe. *International Journal of Modern Physics D*, 29(10), 2050071.
- Keskin, A. I. (2022a). Progress eras of the universe with spacetime dimensions. *Physics Letters B*, 834, 137420.
- Keskin, A.I. (2022b). The inflationary era of the universe via Tsallis cosmology. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 19(01), 2250005.
- Keskin, A. I., and Kurt, K. (2023). Constant-roll inflation field with Tsallis entropic proposal. *The European Physical Journal C*, 83(1), 72.
- Keskin, A. I., and Kurt, K. (2025). The fractal structure of high-energy era of the universe. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 22(1), 2450252-10.
- Keskin, A. I., Canpolat, L., & Kurt, K. (2025). Slow-rolling and quintessence inflation with the D-brane KKLT potential in Barrow entropy. *The European Physical Journal C*, 85(6), 634.
- Kinney, W. H. (2005). Horizon crossing and inflation with large η . *Physical Review D—Particles, Fields, Gravitation, and Cosmology*, 72(2), 023515.
- Krause, A., & Pajer, E. (2008). Chasing brane inflation in string theory. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2008(07), 023.
- Kumar, K. S., Marto, J., Moniz, P. V., & Das, S. (2016). Non-slow-roll dynamics in α -attractors. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2016(04), 005.
- Linde, A. D. (1982). A new inflationary universe scenario: a possible solution of the horizon, flatness, homogeneity, isotropy and primordial monopole problems. *Physics Letters B*, 108(6), 389-393.
- Linde, A. D. (1983). Chaotic inflation. *Physics Letters B*, 129(3-4), 177-181.

- Luciano, G. G., & Saridakis, E. N. (2022). Baryon asymmetry from Barrow entropy: theoretical predictions and observational constraints. *The European Physical Journal C*, 82(6), 558.
- Luciano, G. G. (2023a). Cosmic evolution and thermal stability of Barrow holographic dark energy in a nonflat Friedmann-Robertson-Walker Universe. *Physical Review D*, 106(8).
- Luciano, G. G. (2023b). Constraining barrow entropy-based cosmology with power-law inflation. *The European Physical Journal C*, 83(4), 329.
- Luciano, G. G., & Sheykhi, A. (2024). Cosmology from string T-duality and zero-point length. *The European Physical Journal C*, 84(7), 682.
- Mamon, A. A., Paliathanasis, A., & Saha, S. (2021). Dynamics of an interacting Barrow holographic dark energy model and its thermodynamic implications. *The European Physical Journal Plus*, 136(1), 1-14.
- Mamon, A. A., Mishra, A. K., & Sharma, U. K. (2022). Barrow Holographic dark energy in fractal cosmology. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 19(14), 2250231.
- Marsh, M. D. (2019). The swampland, quintessence and the vacuum energy. *Physics Letters B*, 789, 639-642.
- Martin, J., Ringeval, C., Trota, R., & Vennin, V. (2014). The best inflationary models after Planck. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2014(03), 039.
- Martin, J., Ringeval, C., & Vennin, V. (2015). Observing inflationary reheating. *Physical review letters*, 114(8), 081303.
- McDonald, J. (2003). F-term hybrid inflation, the η -problem and extra dimensions. *Journal of High Energy Physics*, 2002(12), 029.
- Mishra, S. S., & Sahni, V. (2025). New models of quintessential inflation featuring plateau and hilltop potentials. *The European Physical Journal C*, 85(1), 48.
- Mohammadi, A., Saaidi, K., & Golanbari, T. (2018). Tachyon constant-roll inflation. *Physical Review D*, 97(8), 083006.
- Namjoo, M. H., Firouzjahi, H., & Sasaki, M. (2013). Violation of non-Gaussianity consistency relation in a single-field inflationary model. *Europhysics Letters*, 101(3), 39001.
- Nojiri, S. S. D. O., Odintsov, S. D., & Oikonomou, V. (2017). Modified gravity theories on a nutshell: Inflation, bounce and late-time evolution. *Physics Reports*, 692, 1-104.
- Nojiri, S. I., Odintsov, S. D., & Paul, T. (2021). Different faces of generalized holographic dark energy. *Symmetry*, 13(6), 928.

- Nojiri, S. I., Odintsov, S. D., & Paul, T. (2022a). Barrow entropic dark energy: A member of generalized holographic dark energy family. *Physics Letters B*, 825, 136844.
- Nojiri, S. I., Odintsov, S. D., & Paul, T. (2022b). Early and late universe holographic cosmology from a new generalized entropy. *Physics Letters B*, 831, 137189.
- Nojiri, S.I., Odintsov, S. D., & Paul, T. (2022c). Modified cosmology from the thermodynamics of apparent horizon. *Physics Letters B*, 835, 137553.
- Odintsov, S. D., & Oikonomou, V. K. (2017). Inflationary dynamics with a smooth slow-roll to constant-roll era transition. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2017(04), 041.
- Odintsov, S. D., & Oikonomou, V. K. (2019). Constant-roll k-inflation dynamics. *Classical and Quantum Gravity*, 37(2), 025003.
- Odintsov, S. D., Oikonomou, V. K., Giannakoudi, I., Fronimos, F. P., & Lymperiadou, E. C. (2023). Recent advances in inflation. *Symmetry*, 15(9), 1701.
- Odintsov, S. D., D’Onofrio, S., & Paul, T. (2023). Entropic inflation in presence of scalar field. *Universe*, 10(1), 4.
- Odintsov, S. D., & Paul, T. (2023). A non-singular generalized entropy and its implications on bounce cosmology. *Physics of the Dark Universe*, 39, 101159.
- Paraskakis, N., & Hristopulos, D. T. (2024). Prediction of Yearly Mean Sunspot Number using Machine Learning Methods.
- Perlmutter, S., Aldering, G., Goldhaber, G., Knop, R. A., Nugent, P., Castro, P. G., ... & Supernova Cosmology Project. (1999). Measurements of Ω and Λ from 42 high-redshift supernovae. *The Astrophysical Journal*, 517(2), 565.
- Pogosian, L., Tye, S. H. H., Wasserman, I., & Wyman, M. (2003). Observational constraints on cosmic string production during brane inflation. *Physical Review D*, 68(2), 023506.
- Rényi, A. (1961, June). On measures of information and entropy. In *Proceedings of the 4th Berkeley symposium on mathematics, statistics and probability* (Vol. 1, No. 547).
- Rényi, A. (1961). Proceedings of the fourth Berkeley symposium on mathematical statistics and probability. *Contributions to Biology and Problems of Medicine*, 4, 547-556
- Sami, M., & Myrzakulov, R. (2022). Cosmological relevance of scaling solutions: A recipe for quintessential inflation. *General Relativity and Gravitation*, 54(8), 86.
- Saridakis, E. N. (2020). Barrow holographic dark energy. *Physical Review D*, 102(12), 123525.

- Saridakis, E. N., & Basilakos, S. (2021). The generalized second law of thermodynamics with Barrow entropy. *The European Physical Journal C*, 81(7), 644.
- Sengupta, R., Paul, P., Paul, B. C., & Kalam, M. (2023). Can extended Chaplygin gas source a Hubble tension resolved emergent universe?. *arXiv preprint arXiv:2307.02602*.
- Sharma, U. K., Varshney, G., & Dubey, V. C. (2021). Barrow agegraphic dark energy. *International Journal of Modern Physics D*, 30(03), 2150021.
- Sheykhi, A. (2021). Barrow entropy corrections to Friedmann equations. *Physical Review D*, 103(12), 123503.
- Sheykhi, A. (2023). Modified cosmology through Barrow entropy. *Physical Review D*, 107(2), 023505.
- Shiu, G., & Tye, S. H. H. (2001). Some aspects of brane inflation. *Physics Letters B*, 516(3-4), 421-430.
- Shokri, M. (2025). Bekenstein bound on black hole entropy in non-Gaussian statistics. *Physics Letters B*, 860, 139193.
- Skugoreva, M. A., Sami, M., & Jaman, N. (2019). Emergence of cosmological scaling behavior in the asymptotic regime. *Physical Review D*, 100(4), 043512.
- Srivastava, S., & Sharma, U. K. (2021). Barrow holographic dark energy with Hubble horizon as IR cutoff. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 18(01), 2150014.
- Srivastava, M., Kumar, M., & Srivastava, S. (2022). Barrow holographic dark energy with hybrid expansion law. *Gravitation and Cosmology*, 28(1), 70-80.
- Starobinsky, A. A. (1982). Dynamics of phase transition in the new inflationary universe scenario and generation of perturbations. *Physics Letters B*, 117(3-4), 175-178.
- Tsallis, C. (1988). Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics. *Journal of statistical physics*, 52, 479-487.
- Tsamis, N. C., & Woodard, R. P. (2004). Improved estimates of cosmological perturbations. *Physical Review D*, 69(8), 084005.
- Tzirakis, K., & Kinney, W. H. (2007). Inflation over a local maximum of a potential. *Physical Review D—Particles, Fields, Gravitation, and Cosmology*, 75(12), 123510.
- Zlatev, I., Wang, L., & Steinhardt, P. J. (1999). Quintessence, cosmic coincidence, and the cosmological constant. *Physical Review Letters*, 82(5), 896.