



T.C.
KONYA TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ



SİMETRİK İ KESİTLİ DARALAN
KONSOLLARIN YANAL BURULMALI
BURKULMASININ ANALİTİK
İNCELENMESİ

Mustafa SERTÇELİK

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

02-2025
KONYA
Her Hakkı Saklıdır

TEZ KABUL VE ONAYI

Mustafa SERTÇELİK tarafından hazırlanan “SİMETRİK İ KESİTLİ DARALAN KONSOLLARIN YANAL BURULMALI BURKULMASININ ANALİTİK İNCELENMESİ” adlı tez çalışması 14/02/2025 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Konya Teknik Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı’nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

İmza

Başkan

Prof. Dr. S. Bahadır YÜKSEL
(Konya Teknik Üniversitesi)

Danışman

Doç. Dr. Tolga YILMAZ
(Konya Teknik Üniversitesi)

Üye

Dr. Öğr. Üyesi Selim ŞENGEL
(Eskişehir Osmangazi Üniversitesi)

Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Prof. Dr. Mevlüt UYAN
Enstitü Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Bu tezdeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

DECLARATION PAGE

I hereby declare that all information in this document has been obtained and presented in accordance with academic rules and ethical conduct. I also declare that, as required by these rules and conduct, I have fully cited and referenced all material and results that are not original to this work.

Mustafa SERTÇELİK

Tarih:

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

SİMETRİK I KESİTLİ DARALAN KONSOLLARIN YANAL BURULMALI BURKULMASININ ANALİTİK İNCELENMESİ

Mustafa SERTÇELİK

**Konya Teknik Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü
Yapı Anabilim Dalı**

Danışman: Doç. Dr. Tolga YILMAZ

2025, 56 Sayfa

Jüri

**Doç. Dr. Tolga YILMAZ
Prof. Dr. S. Bahadır YÜKSEL
Dr. Öğr. Üyesi Selim ŞENGEL**

I kesitli çelik profiller, çelik yapılarda konsol kiriş olarak sıklıkla kullanılır. Malzemeyi ekonomik kullanmak adına eğilme etkilerini güçlü eksenleri ile karşılayacak şekilde yüklenirler. Güçlü ekseninde eğilen I-kesitli konsol, belirli bir limit yük değerinde düzlem dışı yanal deformasyon ve burulma sergileyerek uğradıkları stabilite kaybı yaşar. Bu göçme modu yanal burulmalı burkulma olarak adlandırılır. Kesitte akma öncesi gerçekleşebilecek bu global stabilite kaybının tasarımda dikkate alınması gerekir. Literatürde narin kolon, kiriş, konsol ve eksenel yüklü kirişlerin yanal burulmalı burkulması analitik, nümerik ve deneysel olarak araştırılmıştır. Basit kirişlerden farklı olarak konsol kirişlerin yanal burulmalı burkulma modu daha karmaşıktır, kapalı formda bir denklem elde etmek mümkün olmayabilir ve genellikle sayısal çözüm gerektirir. Çalışma kapsamında gövdesi ve/veya başlığı daralan simetrik I-kesitli konsolların yanal burulmalı burkulma yüklerini hesaplamak için enerji yöntemine dayalı analitik bir prosedür geliştirilmiştir. Sunulan analitik yöntem, başlık ve/veya gövde daralma seviyesi, narinlik, enine yük tipi, enine yükün en kesit üzerinde pozisyonu etkilerinin tamamını göz önüne almaktadır. Analitik çözümler, çarpılma etkilerini hesaba katan bir boyutlu (1B) çubuk elemanların kullanıldığı sonlu eleman analizleri ile doğrulanmıştır. Gövdesi ve/veya başlığı daralan simetrik I-kesitli konsolların yanal burulmalı burkulma davranışları detaylı olarak incelenmiş ve yorumlanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Çelik I profil, Enerji yöntemi, Konsol kiriş, Sonlu elemanlar yöntemi

Yanal burulmalı burkulma,

ABSTRACT

MS THESIS

ANALYTICAL INVESTIGATION OF LATERAL-TORSIONAL BUCKLING OF TAPERED CANTILEVERS WITH I-SECTION

Mustafa SERTÇELİK

**Konya Technical University
Institute of Graduate Studies
Department of Civil Engineering**

Advisor: Assoc. Prof. Dr. Tolga YILMAZ

2025, 56 Pages

Jury

**Assoc. Prof. Dr. Tolga YILMAZ
Prof. Dr. S. Bahadır YÜKSEL
Asst. Prof. Dr. Selim ŞENGEL**

I-section steel profiles are commonly used as cantilever beams in steel structures. They are loaded to resist bending about their strong axes for efficient material utilisation. When subjected to bending along the strong axis, I-section cantilevers experience out-of-plane lateral deformation and torsion at a certain critical load, leading to a loss of stability. This failure mode is known as lateral-torsional buckling. This global stability loss, which may occur before yielding the cross-section, should be considered in structural design. The lateral-torsional buckling behaviour of slender columns, beams, cantilevers, and axially loaded beams has been extensively investigated in the literature via analytical, numerical, and experimental methods. Compared to simply supported beams, the lateral-torsional buckling mode of cantilever beams is more complex, often making the derivation of closed-form solutions impractical and requiring numerical approaches. This study developed an analytical procedure based on the energy method to calculate the lateral-torsional buckling loads of web and/or flanges tapered cantilevers with symmetric I-section. The proposed analytical method considers all influential factors, including the tapering levels of the flange and/or web, slenderness, transverse load type, and the position of the transverse load on the cross-section. The analytical solutions have been validated using finite element analyses with one-dimensional (1D) beam elements incorporating warping effects. The lateral-torsional buckling behaviour of webs and/or flanges tapered cantilevers with symmetric I-sections has been thoroughly examined and interpreted in detail.

Keywords: Steel I profile, Energy method, Cantilever Beams, Finite element method, Lateral torsional buckling

İÇİNDEKİLER

ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
İÇİNDEKİLER	vi
SİMGELER VE KISALTMALAR	vii
1. GİRİŞ VE KAYNAK ARAŞTIRMASI	1
2. YANAL BURULMALI BURKULMA.....	7
3. KONSOL KİRİŞLERİN YANAL BURULMALI BURKULMA YÜKÜNÜN ENERJİ YÖNTEMİ İLE BULUNMASI	12
4. DARALAN KONSOL KİRİŞLERİN YANAL BURULMALI BURKULMA YÜKÜNÜN ENERJİ YÖNTEMİ İLE BULUNMASI	17
5. SAYISAL ANALİZLER	25
6. ARAŞTIRMA SONUÇLARI VE TARTIŞMA.....	51
7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	56
KAYNAKLAR	58

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

A_i ve B_i : İlişkili yer değiştirme genlikleri

C: Kesitin ağırlık merkezi

C_w : Çarpılma katsayısı

C_b : Moment düzeltme katsayısı

E: Elastisite modülü

d: Kesit yüksekliği

d_i : Kesitin başlangıç yüksekliği

d_e : Kesitin konsol uçtaki yüksekliği

h: Gövde yüksekliği

h_0 : Alt ve üst başlık ağırlık merkezleri arasındaki mesafe

G: Kesme modülü

H_p : Kayma merkezinden ölçülen tekil yüklerin etki noktasının düşey mesafesi

H_p : Kayma merkezinden ölçülen düzgün yayılı yüklerin etki noktasının düşey mesafesi

I_y : Zayıf eksen etrafındaki atalet momenti

I_x : Güçlü eksen etrafındaki atalet momenti

J: Burulma katsayısı

L: Konsol kirişin uzunluğu

M_x : Güçlü eksen etrafındaki eğilme momenti

P: Tekil yük

S: Kesitin kesme merkezi

t_f : Kesitin başlık kalınlığı

t_w : Kesitin gövde kalınlığı

b_f : Kesitin başlık genişliği

u: Kesme merkezinin yanal yer değiştirmesi

U: Yanal eğilme, eğilme ve burulma nedeniyle konsol kirişinde depolanan gerilme enerjisi

v: Kesme merkezinin dikey yer değiştirmesi

V: Dış enine kuvvetler tarafından yapılan iş

V_m : Serbest uçta meydana gelen ek iş

y: Kesme merkezi ile üst başlık en dış lifi arasındaki mesafe

y_0 : Kesme merkezi ve ağırlık merkezi arasındaki mesafe

q: Yayıllı yük

ϕ : Burulma dönüşü

ϕ_p : Konsantre yükün uygulandığı bir noktada burulma dönüşü

Π : Konsol kirişinin hafif burkulmuş bir konfigürasyonda toplam potansiyel enerjisi

α, β : Gövde açısı

γ : Başlık açısı

γ^2 : Boyutsuz yük faktörü

β_x : Wanger katsayısı

Kısaltmalar

YBB: Yanal burulmalı burkulma

FTC: Başlığı daralan kesitler

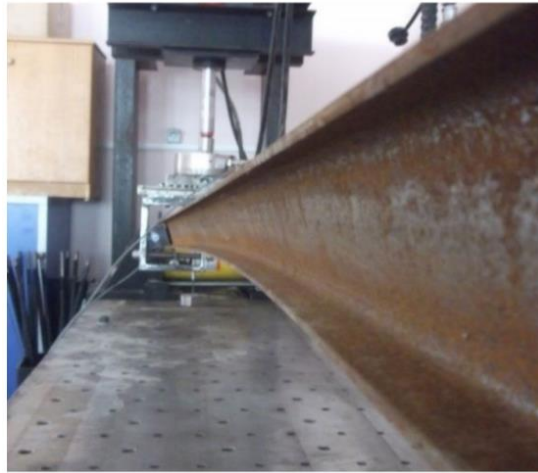
WTC: Gövdesi daralan kesitler

WFTC: Gövdesi ve başlığı daralan kesitler

NDO: Narinlik değişim oranı

1. GİRİŞ VE KAYNAK ARAŞTIRMASI

Tek ve çift simetri eksenli I-kesitli kirişler yapısal verimlilikleri sayesinde çelik yapılarda sıklıkla kullanılmaktadır. I-kesitli kirişler genellikle çubuk eksenini ile zayıf eksenlerinin oluşturduğu düzlemde yüklenir. Bu sayede eğilme etkileri güçlü eksen etrafında meydana gelir. Eğilme etkilerini güçlü eksenleri ile karşılamaları malzemenin ekonomik kullanımı sağlamaktadır. Bununla birlikte Yanal Burulmalı Burkulma, narin çelik kiriş elemanlar için esas burkulma modudur. YBB modunun ilk aşamasında konsol enine yükler etkisinde güçlü eksen etrafında bir miktar eğilir. Yük kritik bir seviyeye geldiğinde narin çelik konsol eleman düzlem dışı yanal deformasyon yaparak ve de burularak burkulur. Bu global stabilite kaybı Yanal Burulmalı Burkulma (YBB) olarak adlandırılır. Limit durumda, I kesitli konsol elemanın basınç başlığı eğilir ve stabilitesini kaybeder, kesitin geri kalanı ise stabildir ve basınç başlığının yanal eğilmesini kısıtlama eğilimindedir. Sonuç etki tüm kesitin dönmesi ve yanal olarak ötelenmesi şeklindedir. Narin konsol kirişler için elastik yanal burulmalı burkulma yükü, akma yükünden küçük olması durumunda yanal burulmalı burkulma, akmadan önce meydana geleceği için mutlaka tasarımda dikkate alınmalıdır.



Şekil 1.1. Konsol kirişin yanal burulma burkulması (Özbaşaran,2013)

Elastik YBB yükünde elemanın enkesit boyutları, malzemenin mekanik özellikleri, eleman boyunca moment dağılımı, yükün en kesit üzerindeki pozisyonu ve elemanın boyu etkilidir. YBB modunun temel ilkeleri birçok klasik yayında yer almıştır (Timoshenko ve Gere, 1961; Chen ve Lui, 1987; Chen ve Atsuta, 1977; Galambos ve Surovek, 2008; Trahair, 1993).

Uç momenti etkisindeki kolon, kiriş ve konsol çelik yapı elemanlarının elastik yanal burulmalı burkulma yükünün hesaplanması için elde edilen diferansiyel denge denklemleri analitik olarak çözülebilmekte ve kapalı formda denklemler sunulmaktadır (Timoshenko ve Gere, 1961; Trahair, 1993; Salvadori, 1956; Hill ve Clark, 1951).

Bununla birlikte farklı enine yükler etkisindeki, çelik konsollar ya da gövdesi ve/veya başlığı daralan I-kesitli kiriş, eksenel yüklü kiriş ve konsol çelik elemanların YBB modu daha karmaşık olduğundan analitik çözüm sonucu kapalı formda bir denklem elde etmek genellikle mümkün olmamaktadır (Yılmaz, 2024). Bu nedenle YBB yükünün hesaplanması için sonlu fark (Bleich,1952; Serna ve ark.,2006), sonlu eleman (Barsoum ve Gallagher, 1970; Mohammadi ve ark., 2018), sonlu integral (Anderson ve Trahair, 1972; Kitipornchai ve ark., 1986), sonlu şerit (Bui, 2009; Naderian ve Ronagh, 2015) gibi sayısal yöntemler geliştirilmiştir. Ayrıca YBB yükü sonlu eleman metoduna dayalı bilgisayar simülasyonları ile de incelenmiştir (Kovac, 2012; De Carvalho ve Rossi, 2022). Kiriş ve kolon çelik yapı elemanların yanal burulmalı burkulma yükünü değerlendirmek için “Rijitlik Azaltma Yöntemi” adı verilen yeni bir yaklaşım literatürde yer almıştır (Küçükler ve ark., 2015; Küçükler ve Gardner, 2019).

YBB meydana geldiğinde çelik yapı elemanında depolanan birim şekil değiştirme enerjisi ile enine yüklerin meydana getirdiği işin eşitliğine dayanan enerji yöntemi, tek ve çift simetri eksenli I-kesitli kiriş, eksenel yüklü kiriş ve konsolların, C, Z ve kutu kesitli aşıkların ve petek kirişlerin YBB yükünün hesaplanmasında sıklıkla kullanılmıştır (Yılmaz, 2024). Rayleigh-Ritz yöntemi ve Galerkin yöntemi, yanal burulmalı burkulma problemlerini çözmek için kullanılabilen iki enerji yöntemidir. Rayleigh-Ritz yöntemi, yapısal elemanın kinematik sınır koşullarını sağlayan varsayımsal deplasman (şekil değiştirme) fonksiyonu ile bir fonksiyondan bir fonksiyona indirgenmiş toplam potansiyel enerji fonksiyonu üzerinde çalışır. Bu nedenle, enerji minimizasyonu işlemini gerçekleştirmek için varyasyonel hesap yerine klasik (adi) diferansiyel hesaplama yöntemleri kullanılabilir. Bu prosedürün sonunda elastik kritik yanal burulmalı burkulma yükü hesaplanır. Galerkin yöntemi enerji formülasyonundan türetilmiştir ancak çözüm prosedüründe denge denkleminin diferansiyel formu ile ilgilenir. Elastik yanal burulmalı burkulma yükü, yapısal elemanın hem kinematik hem de doğal sınır koşullarını sağlayan bir deplasman fonksiyonunun varsayıldığı Galerkin integrali kullanılarak elde edilir (Yılmaz ve Kıraç, 2017). Aydın ve arkadaşları 2015 yılında yayınladıkları çalışmalarında, tek simetri eksenli I-Kesitli basit mesnetli kirişlerin farklı yükler etkisinde elastik YBB yükünü hesaplamak için Rayleigh-Ritz yöntemine dayalı analitik yöntem geliştirmiş ve

kapalı formda denklem sunmuşlardır. Analitik olarak hesaplanan YBB yükleri ABAQUS yazılımı ile yürütülen nümerik analiz sonucu hesaplanan yükler ile doğrulanmıştır. Aydın ve arkadaşları (2013) çift korniyer ve T-kesitli konsolların YBB yükünü hesaplamak için enerji yöntemine dayalı parametrik formüller geliştirmişlerdir. Sonuçlar sonlu eleman analizleriyle doğrulanmıştır. Yılmaz ve Kırac (2017), hem tek tem çift simetri eksenli I-kesitli basit mesnetli kirişlerin farklı yükler ve yükleme pozisyonları etkisinde YBB yükünü hesaplamak için enerji yöntemine dayalı analitik prosedür geliştirmiştir. Çalışmada IPE ve IPN kirişler için basitleştirilmiş kapalı formda denklem önerilmiştir. Çözümler sonlu eleman analizleri ile doğrulanmıştır (Yılmaz ve Kırac, 2017). Yılmaz ve arkadaşları 2017’de yayınladıkları bu çalışmada sundukları analitik prosedürü daha sonra geniş başlıklı I-kesitli kirişlerin YBB davranışı için geliştirmiştir ve bu kesitler için burkulma denklemleri sunmuşlardır (Yılmaz ve ark, 2017). Yılmaz ve arkadaşları 2019 yılında yayınladıkları çalışmalarında eksenel yükün varlığında, farklı enine yükler etkisindeki basit mesnetli kirişlerin YBB davranışını enerji yöntemine dayalı geliştirdikleri analitik yöntem ile incelemiştir. Çalışmada kapalı formda denklemler sunulmuştur. Çarpılma etkilerini göz önüne alan üç boyutlu kabuk sonlu elemanların kullanıldığı nümerik analizler ve önerilen denklemler kullanılarak hesaplanan YBB yükleri karşılaştırılmış ve sonuçlar arasındaki iyi uyum vurgulanmıştır.

Literatürde kirişler ve eksenel yüklü kirişlerin YBB yükünü belirlemek için bir diğer enerji yöntemi olan Galerkin prensibine dayalı analitik çalışmalar Mohri ve ark. (2003) tarafından sunulmuştur. Bu analitik çalışmalarda hem tek hem de çift simetri eksenli I-kesitli kiriş ve eksenel yüklü kirişlerin farklı enine yükler ve yükleme pozisyonları etkisindeki YBB yükü için kapalı formda denklemler sunulmuştur. Analitik çözümler sonlu elemanlar yöntemine dayalı nümerik analizler ile doğrulanmıştır. Önerilen denklemlerin Eurocode 3 çelik yönetmeliğinde yer alan ve çelik kirişlerin YBB momentinin hesabı için kullanılan üç faktörlü (C_1, C_2, C_3) formüle göre üstünlükleri açıklanmıştır.

Enerji yönteminin konsolların YBB yükünü hesaplamak için de kullanıldığı çalışmalar literatürde yer almaktadır. Andrade, Camotim ve Providência e Costa 2007 yılında yayınladıkları çalışmalarında üç faktörlü formülün kullanım alanını tek ve çift simetrik eksenli I kesitli konsollar için genişletmiştir. Bu çalışmada serbest uçta tekil yük ve konsol boyunca yayılı yük etkileri için yükleme pozisyonunun da analitik modele dahil edilerek YBB yükünün hesaplanmasında kullanılacak yaklaşık analitik formüller sunmuşlardır. Wang ve Kitipornchai tarafından 1989 yılında sunulan çalışmalarda tekil

yük, uç momenti ve yayılı yük durumları için tek ve çift simetri eksenli I kesitli konsolların YBB yükünü hesaplamak için denklemler önerilmiştir. Yılmaz (2024) çalışmasında tek ve çift simetri eksenli I-kesitli konsolların YBB yükünü hesaplamak için enerji yöntemine dayalı analitik metodu birçok farklı yük tipi ve başlıklar ile kesme merkezi yükleme pozisyonları için geliştirmiştir. Ayrıca bu çalışmada Avrupa’da standart olarak kullanılan IPE ve IPN profilli konsolların YBB yükünü belirlemek için basitleştirilmiş formülasyonlar yer almıştır. Çalışmada sunulan analitik çözümler sonlu eleman analizleri ile doğrulanmıştır. Özbaşaran, I-kesitli konsol kirişler için alternatif bir tasarım prosedürü geliştirmiştir ve enerji yöntemine dayalı olarak yanal burulmalı burkulma (LTB) yükünü hesaplamak için parametrik bir formül sunmuştur. Önerilen tasarım prosedürü, çağdaş yönetmeliklerde yer alan kurallar ve sonlu eleman analizleri (FEA) ile karşılaştırılmıştır. Zhang ve Tong, ince cidarlı elemanların YBB davranışını incelemek için kullanılan iki yaygın teoriyi ele almıştır. Bu teorilerden biri, klasik teori olarak bilinen ve Timoshenko ile Gere tarafından 1961 yılında geliştirilen yöntemdir. Diğeri ise Lu ve arkadaşları tarafından 1983 yılında ortaya konan, nispeten daha modern bir yaklaşımdır. Çalışmada, tek eksenli simetrik basit kirişler için bu iki teori ile hesaplanan kritik YBB yüklerinin önemli ölçüde farklılık gösterebileceğini belirtilmiştir. Ayrıca, ince duvarlı elemanların YBB yükünü daha doğru bir şekilde belirlemek amacıyla yeni bir teori geliştirmişlerdir (Zhang ve Tong, 2008). Yürüttükleri bu çalışmada, önerilen yöntemi ve bahsedilen diğer iki teoriyi, konsollar üzerinde düzgün yayılı yük ve uç noktasal yük durumları için test etmişlerdir. Elde edilen sonuçlar, sonlu eleman analizi ile karşılaştırılmış ve önerilen yaklaşımın, sonlu elemanlar çözümüne daha yakın sonuçlar verdiği gösterilmiştir. Tong ve Zhang çalışmalarında çelik yapılarda yaygın olarak kullanılan, yataydaki hareketi kısıtlanmış üst başlıklara sahip C-kesitli ve Z-kesitli aşıkların yanal burkulma davranışını araştırmıştır. Çalışmada geliştirilen teori ile klasik teori kıyaslanmıştır. Önerilen teorinin, YBB yükleri için daha doğru değerlendirmeler sunduğu ve FEA sonuçlarıyla uyumunun daha başarılı olduğu vurgulanmıştır. Saoula ve ark. (2016) çalışmalarında ince cidarlı kutu kirişlerin yanal burkulma davranışını eğilme ve eksenel yükler altında analiz etmek için yeni bir kinematik model geliştirmiştir. Bu analitik model kesit bozulması etkilerini de dikkate almaktadır. Önerilen yaklaşım ile hem yük yüksekliği hem de kesit bozulma etkilerini dikkate alınarak daha doğru sonuçlar elde edildiği belirtilmiştir. Kesit bozulma etkilerinin yanal yüklerin varlığında kutu kesitlerin yanal burkulma davranışında etkili olduğu, eksenel yük etkisi altında kutu kesitlerin yanal burkulma davranışını değiştirmedeği belirtilmiştir. Kim ve arkadaşları çalışmalarında

petek kirişlerin YBB davranışını araştırmıştır. Çalışmada kritik yük ve kritik moment hesaplamalarında tam kesit ve azaltılmış kesit özelliklerinin ortalamasının kullanılmasının doğru sonuçlar verdiği gösterilmiştir. Gövdede yer alan boşlukların, burkulma davranışı üzerindeki esas etkisinin burulma rijitliğinin azalmasından kaynaklandığı vurgulanmıştır.

Estetik görünümleri ve yüksek mukavemet-düşük ağırlık özellikleri ile gövdesi ve/veya başlığı daralan I-kesitli konsol kirişler çelik yapılarda yaygın olarak kullanılırlar. Eğilme momentinin en fazla olduğu ankastre uçta, I-kesit gövde yüksekliğinin/başlık genişliğinin fazla olması ve serbest uca doğru gövde yüksekliğinin/başlık genişliğinin kademe kademe azalması, gövdesi/başlığı daralan konsol kirişlerin yapısal olarak verimli olmalarını sağlar.



Şekil 1.2. Gövdesi daralan konsol kiriş uygulaması (Anonim)

YBB gövdesi, başlığı ya da her ikisi birlikte daralan yapı elemanları için de bir stabilite kaybıdır. Bahsi geçen bu elemanların YBB davranışları ile ilgili araştırmalar da literatürde yer almaktadır. Trahair ve Kitipornchai gövdesi veya başlığı daralan simetrik I-kesitli kirişler ile başlığı daralan tek simetri eksenli I-kesitli kirişler ile ilgili çalışmalar sunmuşlardır (Kitipornchai ve Trahair, 1972; Kitipornchai ve Trahair 1975). Trahair (2017) farklı mesnet koşulları ve yükleme durumlarına maruz prizmatik olmayan eksenel yüklü kiriş elemanların YBB yükünü hesaplamak için geliştirdiği sonlu eleman yöntemini tanıtmıştır. Benyamina ve ark. (2013), gövdesi daralan simetrik I-kesitli kirişlerin yayılı yük etkisinde YBB yükünü hesaplamak için formülasyon geliştirmiştir. Asgarian, Soltani

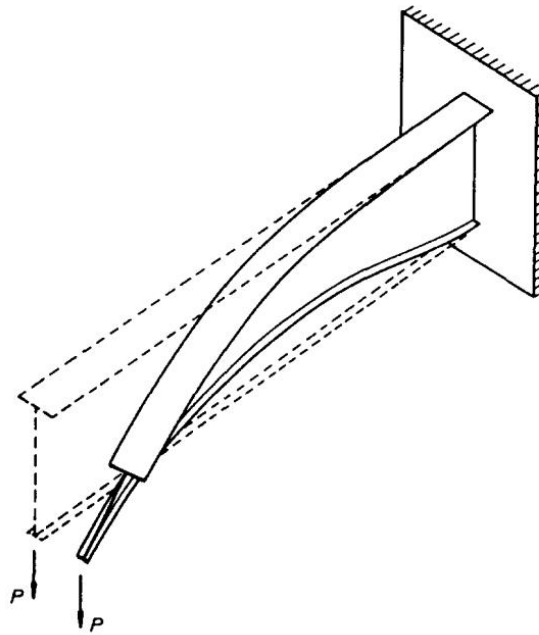
ve Mohri (2013) farklı en kesitlere sahip prizmatik olmayan kirişlerin YBB yükünü araştırmıştır. Eksenel yükün varlığında, gövdesi daralan simetrik I-kesitli kirişlerin YBB davranışı Osmani ve Meftah (2018) tarafından araştırılmıştır. Kus (2015) çalışmasında gövdesi ve başlığı eş zamanlı olarak daralan kirişlerin YBB davranışını enerji yöntemi ile incelemiştir. Yuan, Kim ve Chen (2013), gövdesi daralan T-kesitli konsolların YBB davranışı ile ilgili çalışma yürütmüştür. Andrade, Camotim ve Dinis (2007) ile Andrade ve Camotim (2005) tarafından sunulan çalışmalarda gövdesi daralan tek ve çift simetri eksenli I-kesitli kiriş ve konsol elemanların YBB davranışı ile ilgili analitik yöntemler geliştirilmiş ve YBB davranışı nümerik örnekler ile detaylı olarak yorumlanmıştır. Yılmaz 2024 yılında yayınladığı çalışmada gövdesi ve/veya başlığı daralan tek ve çift simetri eksenli I-kesitli konsol kirişlerin farklı yük tipleri ve farklı yükleme pozisyonları için YBB yükünün değerlendirilmesinde kullanılabilecek enerji yöntemine dayalı analitik bir model tanıtmıştır. Çalışmada daralan kesitli konsolların YBB yükünü hesaplamak için, sonlu elemanlar yöntemine göre daha hızlı ve pratik uygulanabilir bir yazılım geliştirilmiştir. Gövdesi daralan simetrik I-kesitli basit mesnetli kirişlerin çeşitli yük tipi ve yükleme pozisyonları etkisindeki YBB yükünün hızlı değerlendirilmesi için bir matematik yazılımı Yılmaz (2024) tarafından sunulmuştur.

Detaylı literatür araştırması sonucunda prizmatik olmayan I-kesitli kirişlerin çeşitli yük tipleri ve yük pozisyonları etkisindeki YBB davranışı ile ilgili detaylı çalışmaların sınırlı olduğu görülmüştür. Gövdesi ve/veya başlığı daralan simetrik I-kesitli konsol kirişlerin YBB davranışının detaylı olarak ele alınıp yorumlandığı çalışma sayısı son derece sınırlıdır. Gövdesi ve/veya başlığı daralan simetrik I-kesitli konsol kirişlerin farklı yük tipleri ve yükleme pozisyonları etkisi altında YBB yükünün hesaplanması için bir denklem önerisine ise rastlanmamıştır. Gövdesi ve/veya başlığı daralan simetrik I-kesitli konsol kirişlerin YBB yükü genellikle sonlu eleman yöntemine dayalı nümerik analizler ile hesaplanmaktadır. Bu analizlerde geometrinin oluşturulması, malzeme özelliklerinin tanımlanması, kesitlerin atanması, sonlu eleman ağının oluşturulması, yüklerin ve sınır koşullarının tanımlanması, analizin gerçekleştirilmesi ve sonuçların elde edilmesi özel uzmanlık gerektirmektedir. Modelleme ve analiz süresi bu yöntemin pratik olarak uygulanmasını güçleştirmektedir. Bu tez kapsamında gövdesi ve/veya başlığı daralan simetrik I-kesitli konsol kirişlerin YBB yükünü hesaplamak için analitik bir metod tanıtılmıştır. Sunulan analitik yöntem yük tipi, yük pozisyonu, gövde ile başlık daralması ve narinlik etkilerini dikkate almaktadır. Sunulan analitik yöntem herhangi bir yazılım ile programlamaya uygundur ve bu sayede sonlu elemanlar yöntemine göre YBB yüklerinin

daha hızlı belirlenmesine olanak sağlar. Çalışmanın amacı gövdesi ve/veya başlığı daralan simetrik I-kesitli konsol kirişlerin YBB davranışını detaylı olarak değerlendirmektir. Bu noktada gövdesi ve/veya başlığı daralan simetrik I-kesitli konsol kirişlerin YBB yükü, sunulan analitik yöntem ve LTBeamN yazılımı ile gerçekleştirilen çarpılma etkilerini içeren bir boyutlu (1B) çubuk sonlu elemanların kullanıldığı nümerik analizler ile hesaplanmıştır ve karşılaştırılmıştır. Ayrıca bir karşılaştırma sunmak amacıyla 1B sonlu eleman analizi sonucu hesaplanan YBB yükleri, ABAQUS yazılımı ile üç boyutlu (3B) kabuk sonlu elemanların kullanıldığı nümerik analizler sonucu bulunan yükler ile kıyaslanmıştır. Çalışmada gövdesi ve/veya başlığı daralan simetrik I-kesitli konsol kirişlerin YBB davranışını ile ilgili ayrıntılı değerlendirmeler sunulmuştur.

2. YANAL BURULMALI BURKULMA

Tek ve çift simetri eksenli I-kesitli kirişler çelik yapılarda sıklıkla kullanılmaktadır. Malzemeyi optimum kullanmak adına eğilme etkilerini güçlü eksenleri ile karşılayacak şekilde yüklenmeleri amaçlanır. Çubuk eksenini ile I kesitin zayıf ekseninin oluşturduğu düzlemde yüklenen konsol kiriş ilk aşamada öncelikle bir miktar eğilir. Yükün limit değerinde, düzlem dışı yanal deformasyon yaparak ve de burularak burkulur. Kesitte akma meydana gelmeden oluşan bu global stabilite kaybı elastik Yanal Burulmalı Burkulma (YBB) olarak adlandırılır. Bu modu meydana getiren yük veya momente kritik elastik YBB yükü ya da YBB momenti adı verilir.



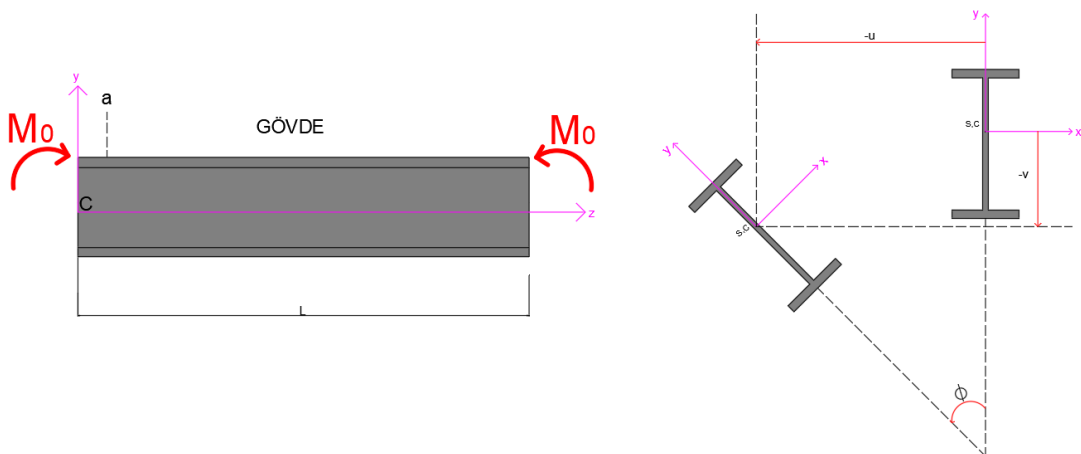
Şekil 2.1. Yanal burulmalı burkulma (Wang, 2017)

Kesit en dış lifinde meydana gelen eğilme gerilmesinin akma noktasına ulaşmasından çok daha önce elemanda elastik YBB gerçekleşebileceği nedeniyle YBB yükü çelik yapı elemanlarının tasarımında mutlaka göz önüne alınmalıdır. YBB limit durumda, konsol kirişin basınç etkisindeki başlığı, aksel yüküne maruz kolon gibi davranış gösterir ve burkulma eğilimindedir. Kesitin geri kalanı ise stabildir ve basınç başlığının yanal eğilmesini kısıtlama eğilimindedir. Net etki tüm kesitin dönmesi ve yanal olarak ötelenmesi şeklindedir (Ayhan, 2007). YBB yükü, yapı elemanının boyuna, enkesit boyutlarına, malzeme özelliklerine, enine yüklere, varsa aksel yüklere, yüklerin enkesit üzerindeki pozisyonuna ve elemanın sınır şartlarına bağlıdır.

Uç momenti etkisindeki basit mesnetli kirişin YBB yükünü hesaplamak için yazılan diferansiyel (Denklem 2.1) $z=0$ ve $z=L'$ de $\phi=0$ ve $d^2\phi/dz^2=0$ sınır koşulları gözetilerek analitik olarak çözülebilir. Denklemde M_0 , E , C_w , G , J ve I_y sırasıyla kiriş uç momenti, elastisite modülü, çarpılma katsayısı, burulma katsayısı, zayıf eksen etrafındaki atalet momentini göstermektedir. Bu çözüm Denklem 2.2'de sunulmuştur (Timoshenko,1961).

$$C_1 \frac{d^4\phi}{dz^4} - C \frac{d^2\phi}{dz^2} - \frac{M_0^2}{EI_y} \phi = 0 \quad (2.1)$$

$$M_{cr} = C_b \frac{\pi^2 EI_z}{L_b^2} \sqrt{\frac{C_w}{I_z} + \frac{L_b^2 GJ}{\pi^2 EI_z}} \quad (2.2)$$

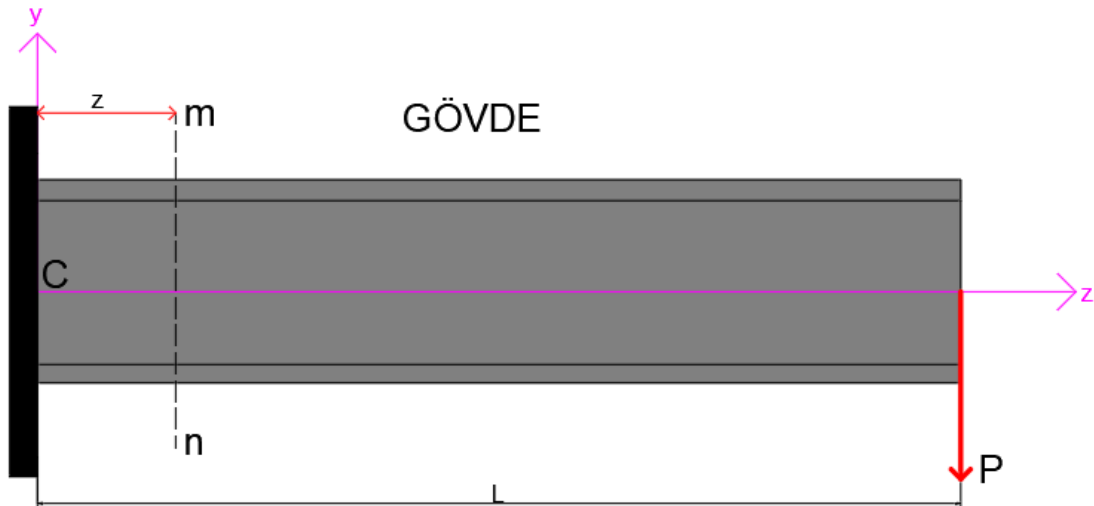


Şekil 2.2. Uç momenti etkisindeki basit mesnetli kiriş (Timoshenko,1961)

Uç momenti etkisinde C_b katsayısı değeri birim değerdedir. AISC 360-12 ve ÇYHY-2016 da farklı enine yük etkisinde basit mesnetli kirişlerin YBB yükünü hesaplamak için C_b katsayılarının Denklem 2.3'te gibi kullanılması önerilmektedir. Denklemden M_{maks} burulma yapabilen kiriş bölgesindeki en büyük eğilme momentini, M_A , M_B , M_C sıra ile aynı bölgenin 1/4, 1/2 ve 3/4 kesitlerindeki momenti göstermektedir.

$$C_b = \frac{12.5M_{maks}}{2.5M_{maks} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \quad (2.3)$$

İlgili yönetmeliklerde konsolların YBB yükünü hesaplanmasında tüm yük tipleri için C_b değerinin 1 alınması öngörülmektedir. Ayrıca bu yaklaşım yükün enkesit üzerindeki pozisyonunu dikkate almamaktadır.



Şekil 2.3. Serbest uçta tekil yük etkisindeki konsol (Timoshenko,1961)

Serbest uçta tekil yük etkisindeki konsolun YBB yükü için yazılan diferansiyel denklemin (Denklem 2.4) sonsuz seri çözümü yapılarak elde edilen çözümü (2.5) Denklem 2.5'te sunulmuştur.

$$EC_w \frac{d^4 \phi}{dz^4} - GJ \frac{d^2 \phi}{dz^2} - \frac{P^2}{EI_y EC_w} (l - z)^2 \phi = 0 \quad (2.4)$$

$$P_{cr} = \gamma^2 \frac{\sqrt{EI_y GJ}}{l^2} \quad (2.5)$$

γ^2 boyutsuz yük faktörü çeşitli narinlik oranları (L^2GJ/EC_w) için Tablo 2.1’de sunulmuştur (Timoshenko).

Tablo 2.1. I kesitli konsollar için γ^2 değerleri (Timoshenko, 1961)

$\frac{L^2GJ}{EC_w}$	0.1	1	2	3	4	6	8
γ^2	44.3	15.7	12.2	10.7	9.76	8.69	8.03
$\frac{L^2GJ}{EC_w}$	10	12	14	16	24	32	40
γ^2	7.58	7.20	6.96	6.73	6.19	5.87	5.64

Kolon, kiriş, eksenel yüklü kiriş ve konsolların YBB yükünün hesaplanmasında kullanılan bir diğer yöntem enerji yöntemidir. Enerji yöntemi, kirişte depolanan birim şekil değiştirme enerjisinin dış yüklerin yaptığı işe eşit olduğu kabulüne dayanır. Enerji yöntemi, kinematik sınır koşullarını sağlayan ve gerçek burkulma modunu yansıtacak bir mod şekli fonksiyonu kabulünü gerektirir. YBB yükü mod şekli fonksiyonun toplam potansiyel enerji denklemine yazılması ile hesaplanır. Kinematik sınır koşulları, deplasmanları ve dönmeleri engelleyen mesnet koşullarıdır. Basit mesnetli kirişlerin YBB modunu temsil edecek mod şekli fonksiyonu Denklem 2.6’da ki gibi nispeten basittir. Bu sayede enerji yöntemi uygulandıktan sonra kapalı formüller elde edilebilir (Yılmaz ve Kırac, 2017).

$$u = a \sin \frac{\pi}{L} z \quad (2.6)$$

$$\phi = b \sin \frac{\pi}{L} z$$

Kirişin yanal burulmalı burkulma yükü Denklem 2.7’da ki gibi hesaplanabilir.

$$R_{cr} = P_{cr} = q_{cr}L = \frac{M_{cr}}{L} \quad (2.7)$$

$$= \frac{\Pi^2 N_y K_1}{L} \left[K_2 \pm \sqrt{K_2^2 + \frac{C_w}{2K_1 I_y} \left(1 + \frac{GJ L^2}{\Pi^2 E C_w} \right)} \right]$$

Burada K_1 , K_2 ve N_y Denklem 2.8’de ki gibi hesaplanır;

$$K_1 = \frac{1}{2D_2^2}$$

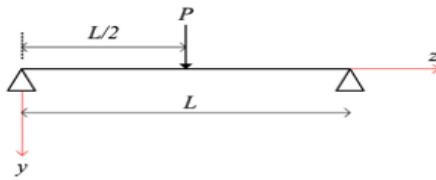
$$K_2 = D_1 \beta_x + D_3 H \quad (2.8)$$

$$N_y = \frac{\Pi^2 E I_y}{L^2}$$

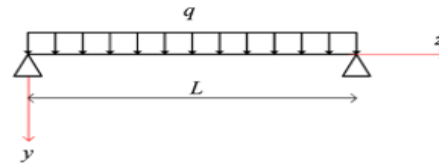
Tablo 2.2. Yükleme tipine göre D_1 , D_2 ve D_3 değerleri (Yılmaz ve Kırış, 2017)

Yükleme Tipi	D_1	D_2	D_3
P	0.183425	-0.86685	0.5
q	0.143117	-0.536234	0.25
q+0.5qL	0.234829	-0.969659	0.5
q+qL	0.326542	-1.40308	0.75
P+P	0.360811	-1.47162	0.75
M	2.4674	-4.9348	0

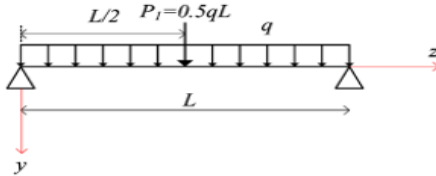
Yükleme Tipi 1; P



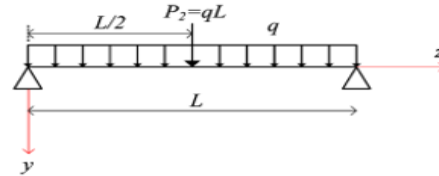
Yükleme Tipi 2; q



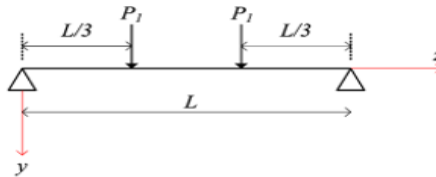
Yükleme Tipi 3; $P_1 + q$



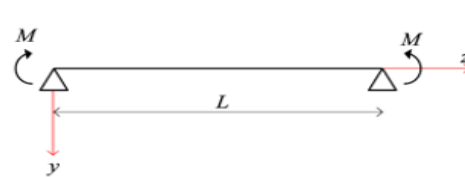
Yükleme Tipi 4; $P_2 + q$



Yükleme Tipi 5; $P_1 + P_1$



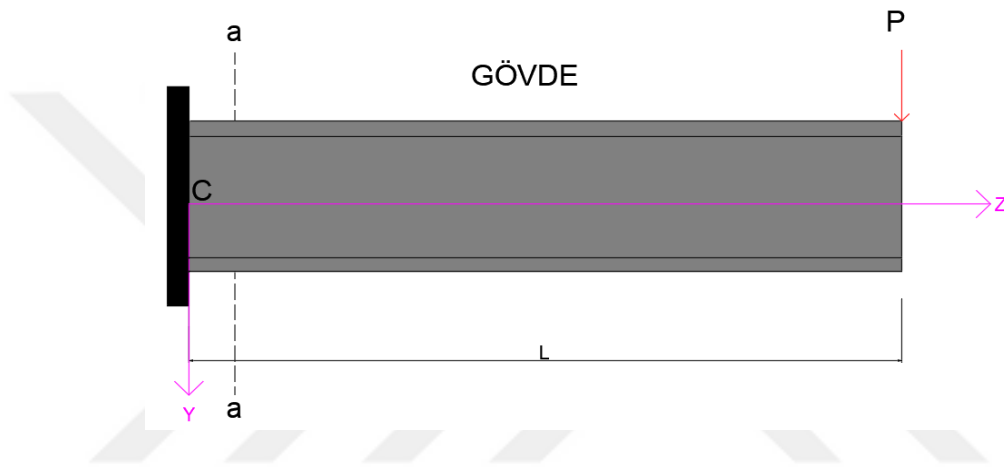
Yükleme Tipi 6; M



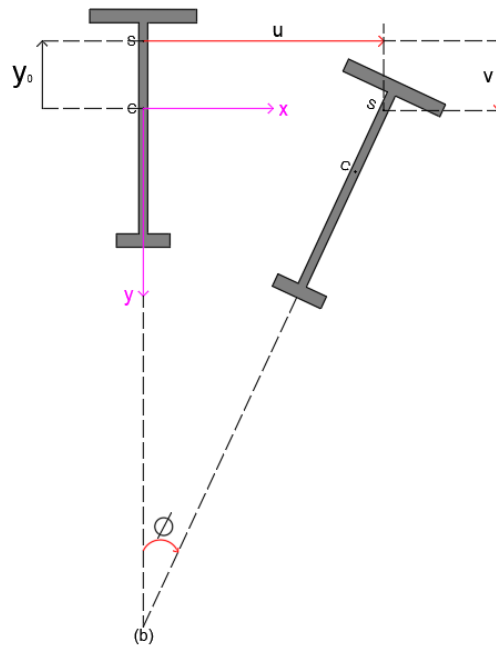
Şekil 2.4. Basit mesnetli kiriş için belirlenen farklı yükleme durumları (Yılmaz ve Kırış, 2017)

3. KONSOL KİRİŞLERİN YANAL BURULMALI BURKULMA YÜKÜNÜN ENERJİ YÖNTEMİ İLE BULUNMASI

Konsol kirişinin yanal burulmalı burkulması iki aşamadan oluşur. İlk olarak, konsol kiriş güçlü ekseninde eğilmekte, daha sonra konsol kirişe etki eden yüklerin büyüklüğü kritik bir seviyeye geldiğinde kiriş yanal ötelenme yapar ve burularak burkulur. Serbest uçta tekil yük etkisindeki tek simetri eksenli I kesitli konsol kirişlerin (Şekil 3.1) yanal burulmalı burkulma modu Şekil 3.2’de gösterilmektedir.

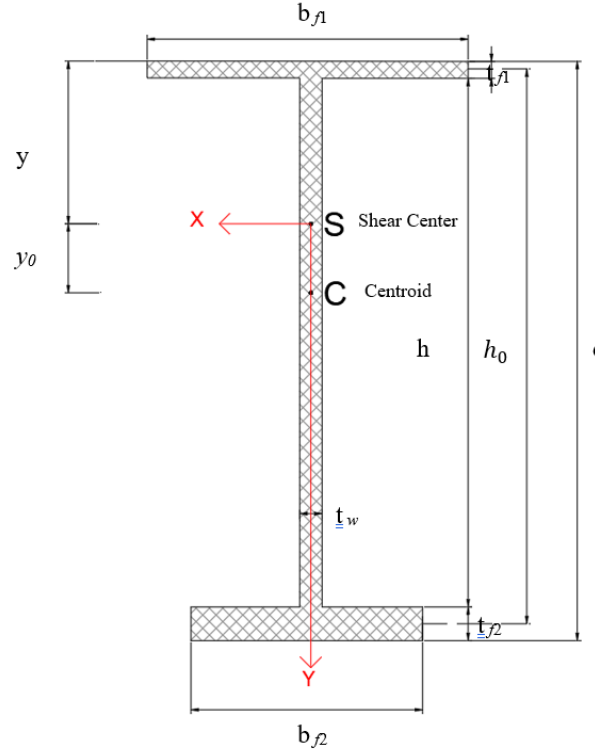


Şekil 3.1. Tek simetri eksenine sahip I kesitli profil



Şekil 3.2. Tek simetri eksenine sahip I kesitli profilin yanal burulmalı burkulması (a-a kesiti)

Şekil 3.2’de S ve C sırasıyla kesitin kesme merkezini ve ağırlık merkezini gösterir. u kesme merkezinin yanal yer değiştirmesidir, v kesme merkezinin düşey yer değiştirmesidir ve ϕ burulma açısıdır. Şekil 3.3’te tek simetri eksenli I-kesitin geometrik boyutları sunulmuştur. Şekil 3.1’de tek simetri eksenli I-kesitli konsol kirişlerde L konsol kiriş uzunluğunu belirtmektedir.



Şekil 3.3. Tek simetri eksenli I kirişin kesit özellikleri

Şekil 3.3’te d ve h sırasıyla kesitin ve gövdenin yüksekliğini göstermektedir. t_{f1} , t_{f2} , t_w , h , h_0 , d , y , y_0 , b_{f1} , b_{f2} sırasıyla üst başlık kalınlığı, alt başlık kalınlığı, gövde kalınlığını, gövde yüksekliğini, alt ve üst başlık ağırlık merkezleri arasındaki mesafeyi, kesit yüksekliğini, kesme merkezi ile üst başlık en dış lifi arasındaki mesafeyi, kesme merkezi ve ağırlık merkezi arasındaki mesafeyi, üst başlık genişliğini ve alt başlık genişliğini göstermektedir.

Yanal eğilme, çarpılma ve burulma nedeniyle konsol kirişte depolanan birim şekil değiştirme enerjisi Denklem 3.1’de sunulan eşitlikle hesaplanabilir (Yılmaz, 2023);

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L EI_y \left[\frac{d^2 u}{dz^2} \right]^2 dz + \frac{1}{2} \int_0^L EC_w \left[\frac{d^2 \phi}{dz^2} \right]^2 dz + \frac{1}{2} \int_0^L GJ(z) \left[\frac{d\phi}{dz} \right]^2 dz \quad (3.1)$$

Denklem 3.1’de E elastisite modülüdür, G kayma modülüdür, I_y zayıf eksen etrafındaki atalet momentidir, C_w çarpılma katsayısı ve J burulma katsayısıdır.

Dış kuvvetler tarafından yapılan iş Denklem 3.2’ de gösterilmektedir (Yılmaz, 2023);

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L M_x \left[2\phi \left(\frac{d^2 u}{dz^2} \right) + \beta_x \left(\frac{d\phi}{dz} \right)^2 \right] dz + \frac{1}{2} \sum P H_p \phi_p^2 + \frac{1}{2} \int_0^L q H_q \phi^2 dz + M_{\phi L} \left(\frac{du_L}{dz} \right) \quad (3.2)$$

Burada M_x güçlü eksen etrafındaki eğilme momentini ifade eder. Denk. (3.2)’deki ikinci ve üçüncü terimler, sırasıyla kesme merkezinin dışından etkiyen tekil (P) ve düzgün yayılı yüklerin (q) yaptığı işi temsil eder. Dış yüklerin yaptığı işler, yanal burulma burkulması esnasında kesit dönmesi ile yüklerin uygulama noktaları ile kesme merkezi arasındaki mesafenin değişmesinden kaynaklanır. H_p ve H_q , sırasıyla kayma merkezinden ölçülen tekil ve düzgün yayılı yüklerin etki noktasının düşey mesafesidir. ϕ_p , tekil yükün uygulandığı noktada ki burulma açısıdır. Denk. (3.2), H_p ve H_q , kesme merkezinin altında etkiyen yükler için pozitifdir.

Ayrıca konsolun serbest ucunda kesme merkezine etki eden dış moment ek bir iş meydana getirir. Serbest uca meydana gelen ek işi (V_m) tanımlamak için uç noktadaki M momenti, zıt yönlerde olan ve başlık merkezlerine etki eden eşdeğer bir kuvvet çifti ile ifade edilebilir. Bu kuvvet çifti kesitin dönmesi esnasında çubuğun boyuna ekseninde zıt yönde yer değiştirir ve ilave bir işin meydana gelmesine neden olur. V_m , kuvvetlerin büyüklüğünü boyuna yöndeki yer değiştirmeleriyle çarparak Denklem 3.3’ de ki gibi hesaplanabilir (Yılmaz, 2023);

$$V_M = 2 \left(\frac{M}{d} \right) \left(\frac{d}{2} \phi_L \right) \frac{du_L}{dz} \quad (3.3)$$

Burada $\frac{d}{2} \phi_L$ başlık ağırlık merkezlerinin enine yöndeki görelî yer değiştirmesidir. ϕ_L , serbest uçtaki dönüşü ifade eder. Wanger katsayısı (β_x) kesitin monosimetri özelliğini temsil eder ve Denklem 3.4’te ki gibi tanımlanır. I_x güçlü eksen etrafındaki atalet momentidir, y_0 kesme merkezi ağırlık merkezinin altında bulunan noktalar için pozitif kabul edilir (Yılmaz, 2023).

$$\beta_x = \frac{1}{I_x} \int_A y (x^2 + y^2) dA - 2y_0 \quad (3.4)$$

Enkesitin kendi planında rijit olduğunu ve kesit orta yüzeyinde kesme deformasyonlarının ihmal kabulünü benimseyen Vlasov Modeli dikkate alınarak Şekil 3.1 ve Şekil 3.2’de verilen konsol kirişinin burkulma anındaki toplam potansiyel enerjisi ($\Pi = U + V$), burkulma öncesi deformasyonlar göz ardı edilerek Denklem 3.5’te ki gibi yazılabilir (Yılmaz, 2023);

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} \int_0^L EI_y \left[\frac{d^2 u}{dz^2} \right]^2 dz + \frac{1}{2} \int_0^L EC_w \left[\frac{d^2 \phi}{dz^2} \right]^2 dz + \frac{1}{2} \int_0^L GJ(z) \left[\frac{d\phi}{dz} \right]^2 dz + \\ & \frac{1}{2} \int_0^L M_x \left[2\phi \left(\frac{d^2 u}{dz^2} \right) + \beta_x \left(\frac{d\phi}{dz} \right)^2 \right] dz + \frac{1}{2} \sum P H_P \phi_P^2 + \frac{1}{2} \int_0^L q H_q \phi^2 dz + M_{\phi L} \left(\frac{d\phi}{dz} \right) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Enerji yöntemi, yanal burkulma sırasında depolanan ek birim şekil değiştirme enerjisi ile uygulanan dış kuvvetlerin yaptığı ek iş arasındaki eşitliğe dayanır. Bu yöntemde, yanal burulma burkulma yükü, sınır şartları karşılayan ve gerçek burkulma moduna karşılık gelen bir şekil değiştirme fonksiyonunun enerji denkleminde yazılmasıyla elde edilir. Yanal burulmalı burkulma oluştuğunda, kirişin kesme merkezinde tanımlanan yanal yer değiştirmesinin ve kesitin dönme açısının Denklem 3.6 ve Denklem 3.7’de ki gibi tanımlanabileceğini varsayalım (Yılmaz, 2023);

$$u = \sum_{i=1}^n A_i \left(\frac{z}{L} \right)^{i+1} \quad (3.6)$$

$$\phi = \sum_i^n B_i \left(\frac{z}{L} \right)^{i+1} \quad (3.7)$$

Burada A_i ve B_i şekil fonksiyonu katsayılarıdır. Önerilen şekil fonksiyonları $z = 0$ ’da ($u = \phi = 0$ ve $du/dz = d\phi/dz = 0$) ve $z = L$ ’de $u, \phi, du/dz$ ve $d\phi/dz$ sınır şartlarını sağlar. Burkulma şekil fonksiyonlarının toplam enerji denkleminde yazılmasıyla Denklem 3.8 elde edilir (Yılmaz, 2023).

$$\Pi = U + V = f(A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, B_1, B_2, B_3, \dots, B_n) \quad (3.8)$$

Denklem 3.8’de f fonksiyonu, $2n$ sayıda değişkene sahip bir kuadratik fonksiyondur ve değişkenleri A_i ve B_i katsayılarıdır. YBB meydana geldiğinde, toplam

potansiyel enerji minimum olur ve bu Denklem 3.9 ve Denklem 3.10'un sağlanması halinde mümkündür (Yılmaz, 2023);

$$\frac{\partial \Pi}{\partial A_i} = 0 \text{ için } i = 1, 2 \dots n \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial B_i} = 0 \text{ için } i = 1, 2 \dots n \quad (3.10)$$

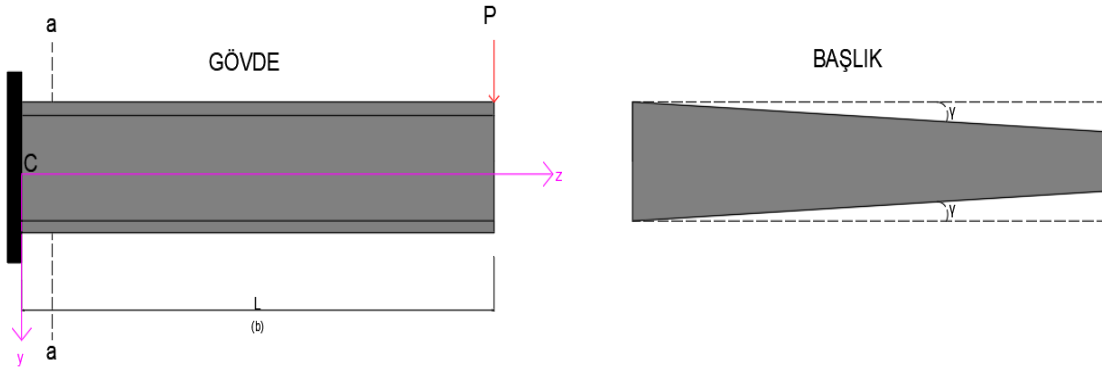
Denk. 3.9 ve Denk. 3.10' da ardışık türevler alındığında $2n$ sayıda homojen doğrusal denklem sistemi ortaya çıkar ve matris formda Denklem 3.11'de ki gibi yazılabilir (Yılmaz, 2023);

$$[K]_{2n \times 2n} \{d\}_{2n \times 1} = \{0\}_{2n \times 1} \quad (3.11)$$

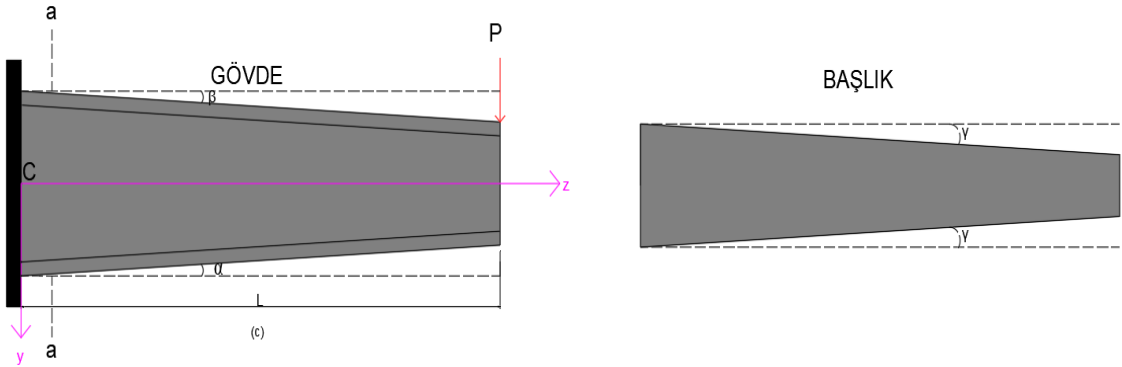
Burada K katsayı matrisidir ve $\{d\} = \{A_1, A_2, A_3 \dots, A_n, B_1, B_2, B_3 \dots, B_n\}^T$ şeklinde ifade edilir. Burkulma şekil fonksiyonu katsayıları homojen denklem sisteminin bilinmeyenleridir. Denklem 3.11, katsayılar matrisinin determinantının sıfıra eşit olması halinde sağlanır (Yılmaz, 2023).

$$\det [K]_{2n \times 2n} = 0 \quad (3.12)$$

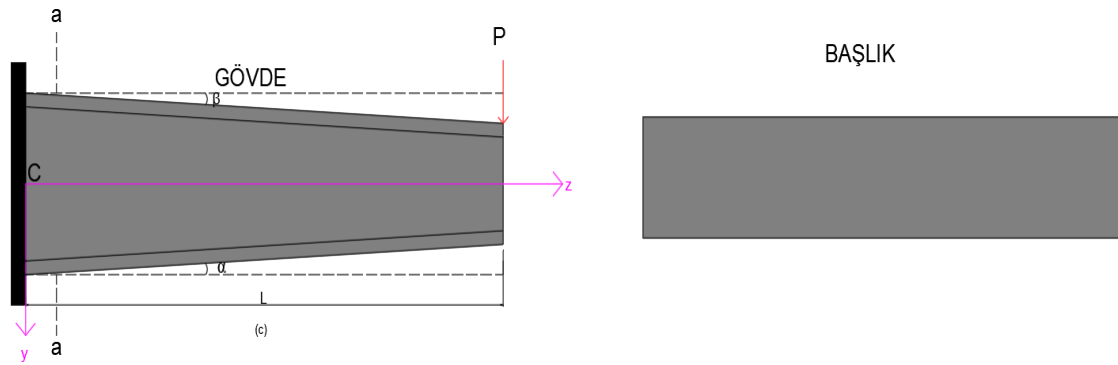
Denklem 3.12, $2n$ dereceli bir polinom meydana getirir ve polinomun en küçük kökü burkulma yükünü ya da momentini verir. Burkulma şekil fonksiyonları basit mesnetli kirişe göre daha karmaşık yapıda olduğundan basit formda kolay uygulanabilir bir denklem elde etmek mümkün değildir. Bununla birlikte bir yazılım aracılığı ile kolayca programlanarak konsolların YBB yükünün hızlı değerlendirilmesinde uygulanabilir.



Şekil 4.3. Sadece başlığı daralan simetrik I-kesitli konsol kiriş (FT)

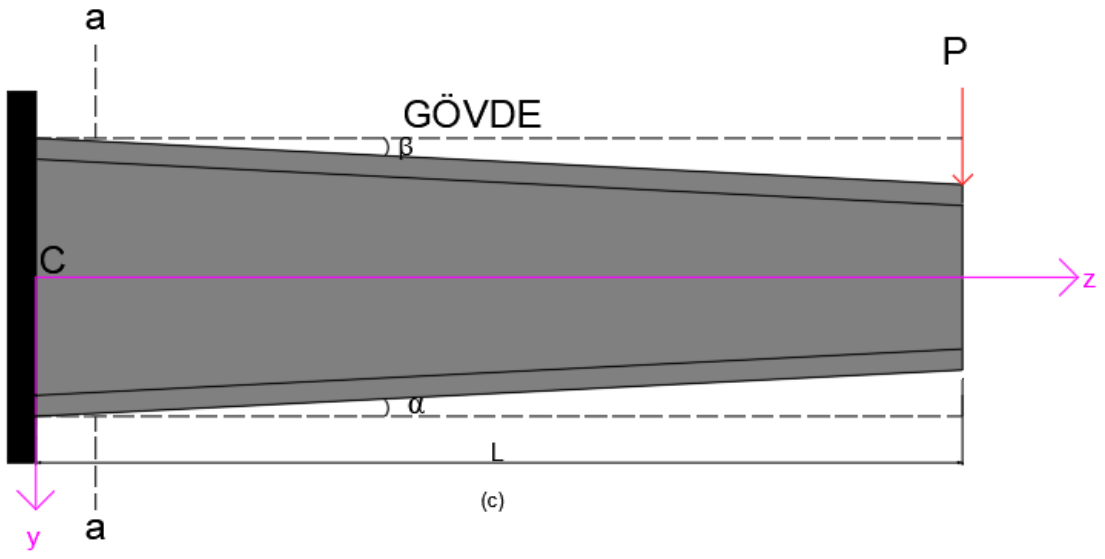


Şekil 4.4. Başlığı ve gövdesi eş zamanlı daralan ve gövde daralması üst ve alt başlığın eğimi ile sağlanan simetrik I-kesitli konsol kirişlerin (W2FT)

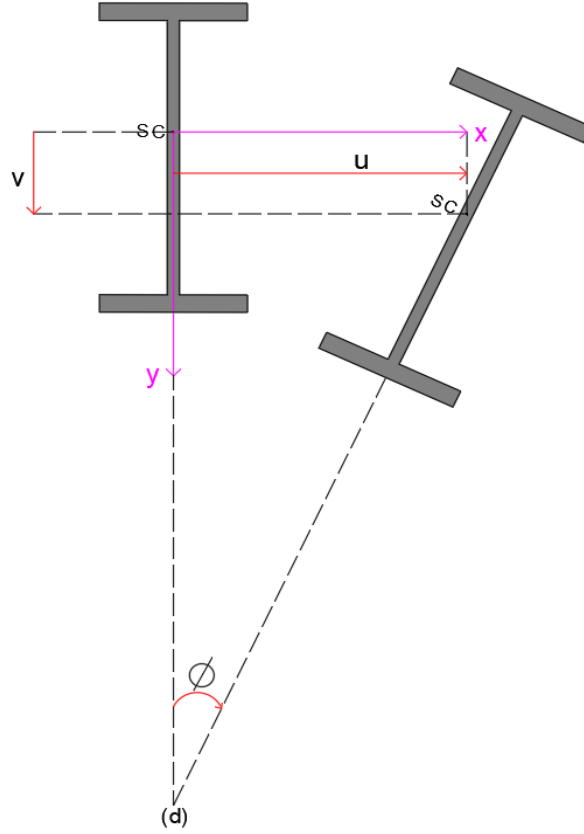


Şekil 4.5. Sadece gövdesi üst ve alt başlığın eğimi ile daralan simetrik I-kesitli konsol kirişlerin (W2T)

Gövdesi ve başlığı daralan simetrik I-kesitli konsol kirişinin yanal burulmalı burkulması iki aşamadan oluşur. İlk aşamada, gövdesi ve başlığı daralan simetrik I-kesitli konsol kiriş güçlü eksen etrafında eğilmekte, daha sonra gövdesi ve başlığı daralan simetrik I-kesitli konsol kiriş etki eden yüklerin büyüklüğü kritik bir seviyeye geldiğinde kiriş yanal ötelenme yapar ve burularak burkulur. Serbest uçta tekil yük etkisindeki gövdesi ve başlığı daralan simetrik I-kesitli konsol kirişinin (Şekil 4.6) yanal burulmalı burkulma modu Şekil 4.7'de gösterilmektedir.

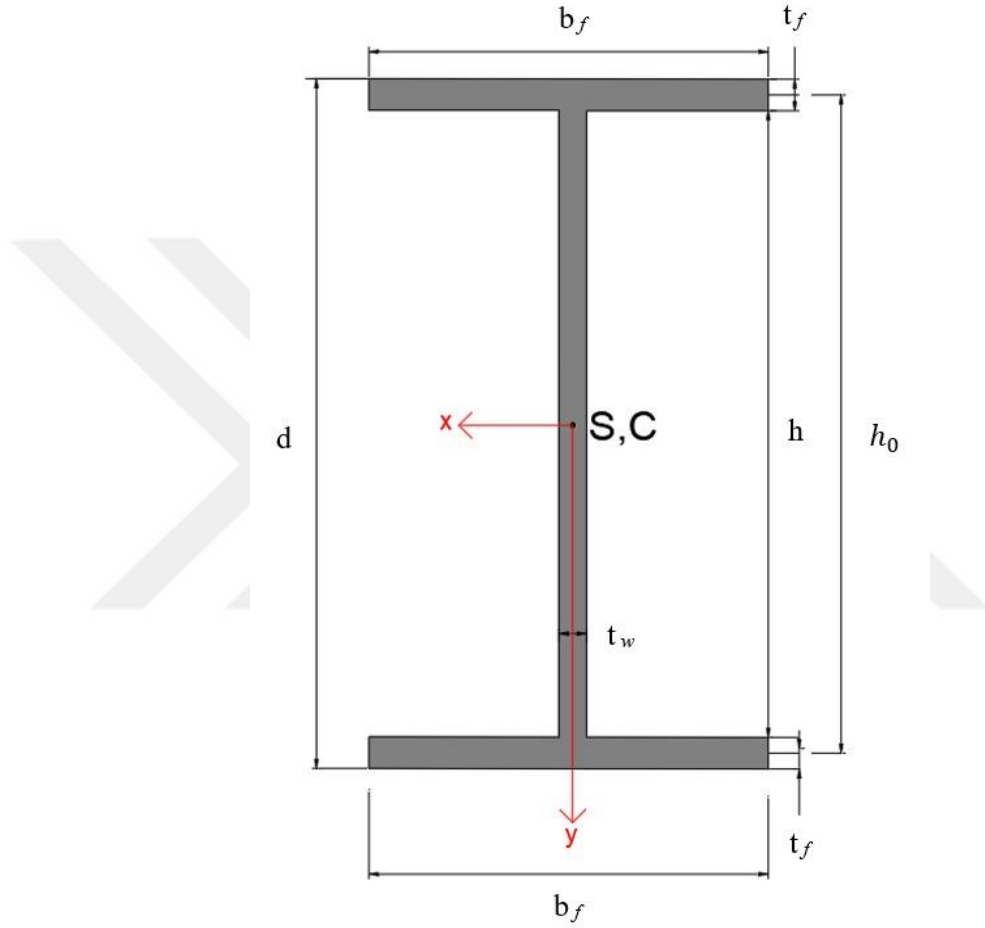


Şekil 4.6. Çift simetri eksenine sahip daralan I kesitli profil



Şekil 4.7. Çift simetri eksenine sahip I kesitli profilin yanal burulmalı burkulması (a-a kesiti)

Çalışma yapılacak şekillerde (Şekil 4.1-Şekil 4.5) belirtilen α ve L sırasıyla daralma açısını ve konsol kiriş uzunluğunu belirtmektedir. Şekil 4.7’de çift simetri eksenin sahip konsol kirişin yanal burulmalı burkulma anındaki kesiti çizilmiştir. S ve C sırasıyla kesitin kesme merkezini ve ağırlık merkezini gösterir. Kesme merkezinin yatay ve düşey ötelenmesi ile kesitin burulma dönmesi sırasıyla u , v ve ϕ ile gösterilmiştir. Şekil 4.8’te çift simetri eksenli I-kesitin geometrik boyutları sunulmuştur.



Şekil 4.8. Çift simetri eksenli I kirişin kesit özellikleri

Şekil 4.8’te çift simetri eksenli I kirişin kesit özellikleri gösterilmiştir. d ve h sırasıyla kesitin ve gövdenin yüksekliğini göstermektedir. t_f , t_w , h , h_0 , d , b_f sırasıyla üst ve alt başlık kalınlığı, gövde kalınlığını, gövde yüksekliğini, alt ve üst başlık ağırlık merkezleri arasındaki mesafeyi, kesit yüksekliğini ve üst ve alt başlık genişliğini göstermektedir. Çalışma kapsamında incelenen gövdesi ve/veya başlığı daralan simetrik I kesitli konsollar için (Şekil 4.1- Şekil 4.5) gövde yüksekliği h , Denklem 4.1’de ki gibi yazılabilir (Yılmaz,2024).

$$h(z) = h_i - z * \tan(a) - z \tan(B) \quad (4.1)$$

Gövde daralmasının üst ve alt başlığın eğimi ile sağlandığı konsollarda ($\beta=\alpha$) (Şekil 4.4 ve Şekil 4.5) (Yılmaz,2024);

$$h(z) = h_i - 2 * z * \tan(a) \quad (4.2)$$

Gövde daralmasının alt başlığın eğimi ile sağlandığı konsollarda ($\beta =0$) (Şekil 4.1 ve Şekil 4.2) (Yılmaz,2024);

$$h(z) = h_i - z * \tan(a) \quad (4.3)$$

Buradaki h_i konsol uçtaki gövde yüksekliğini ifade eder. Bu nedenle kesit yüksekliği d Denklem 4.4'te ki gibi bulunur (Yılmaz,2024);

$$d(z) = h(z) + 2 * t_f \quad (4.4)$$

Başlık genişliği, başlık daralma açıları göz önüne alınarak, Denklem 4.5 ve 4.6 ile hesaplanır.

$$b_{f1} = b_{f1i} - 2 * \tan(\gamma) \sqrt{z^2 + [z * \tan(\beta)]^2} \quad (4.5)$$

$$b_{f2} = b_{f2i} - 2 * \tan(\gamma) \sqrt{z^2 + [z * \tan(\alpha)]^2} \quad (4.6)$$

Çalışmada simetrik I kesitli konsollar kullanılmıştır bu nedenle $\beta = 0$ olan kesitlerde çubuk boyu ile başlık eğimli boyu eşit kabul edilerek $b_{f1}= b_{f2}= b_f$ olarak hesaplanmıştır.

$I_{y(z)}$ zayıf eksen etrafındaki atalet momenti, $C_{w(z)}$ çarpılma katsayısı ve $J_{(z)}$ burulma katsayısı yanal burulmalı burkulma üzerinde etkili olan ana parametrelerdir. Çalışma yapılacak olan gövdesi daralan konsol elemanlar için $I_{y(z)}$, $C_{w(z)}$ ve $J_{(z)}$ Denklem 4.7-Denklem 4.9'da ki gibi bulunur (Yılmaz,2024);

$$C_w(z) = \frac{h_0^2(z)b^3t_f}{24} \quad (4.7)$$

$$j(z) = \frac{2bt_f^3+h_0(z)t_w^3}{3} \quad (4.8)$$

$$I_y(z) = \frac{2b^3t_f+h(z)t_w^3}{12} \quad (4.9)$$

$h_0(z)$ alt ve üst başlık merkezlerinin arasındaki mesafedir ve Denklem 4.10'da ki gibi bulunur (Yılmaz,2024);

$$h_0(z) = d(z) - t_f = h(z) + t_f \quad (4.10)$$

Yanal eğilme, çarpılma ve burulma nedeniyle konsol kirişinde depolanan birim şekil değiştirme enerjisi Denklem 4.11 kullanılarak hesaplanabilir (Yılmaz,2024);

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L EI_y(z) \left[\frac{d^2u(z)}{dz^2} \right]^2 dz + \frac{1}{2} \int_0^L EC_w(z) \left[\frac{d^2\phi(z)}{dz^2} \right]^2 dz + \frac{1}{2} \int_0^L GJ(z) \left[\frac{d\phi(z)}{dz} \right]^2 dz \quad (4.11)$$

Burada E elastisite modülüdür, G kayma modülüdür, $I_{y(z)}$ zayıf eksen etrafındaki atalet momenti, $C_{w(z)}$ çarpılma katsayısı ve $J_{(z)}$ burulma katsayısıdır.

Dış enine kuvvetler tarafından yapılan iş Denklem 4.12'de ki gibidir (Yılmaz,2024);

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L M_x(z) \left[2\phi(z) \left[\frac{d^2u(z)}{dz^2} \right] \right] dz + \frac{1}{2} \sum P H_p \phi_p^2 + \frac{1}{2} \int_0^L q H_q \phi^2 dz + M \phi_L \left[\frac{du_L}{dz} \right] \quad (4.12)$$

Burada $M_x(z)$ güçlü eksen etrafındaki eğilme momentidir. Denklem 4.12'da ki ikinci ve üçüncü terimler, sırasıyla kesme merkezinin dışında etkiyen tekil (P) ve düzgün yayılı yüklerin (q) yaptığı iştir. Bu işler, kesit dönerken yüklerin uygulama noktaları ile kesme merkezi arasındaki mesafenin değişmesinden kaynaklanır. Tekil ve yayılı yükün uygulanma noktası ile kesme merkezi arasındaki düşey mesafe sırasıyla H_p ve H_q ile gösterilmektedir. ϕ_p , tekil yükün uygulandığı noktada ki burulma açısıdır. H_p ve H_q , kesme merkezinin altında etkiyen yükler için pozitifdir.

Ayrıca konsolun ucundaki kesme merkezine etki eden bir dış moment ek bir iş oluşmasına sebep olur. Uç noktada oluşan ek iş V_m 'i anlamak için uç noktadaki M momenti, zıt yönlerde olan ve başlık merkezlerine etki eden eşdeğer bir kuvvet çifti ile

değiştirilir. Bu kuvvetler nispeten uzunlamasına yönlerde yer değiştirir ve kesit döndüğünde ilave iş yapılmasına yol açar. V_m , kuvvetlerin büyüklüğünü boyuna yöndeki yer değiştirmeleriyle çarparak Denklem 4.13'te ki gibi hesaplanabilir;

$$V_M = 2 \left[\frac{M}{h_0(L)} \right] \left[h_0(L) \frac{\phi_L}{2} \frac{du_L}{dz} \right] = M \phi_L \left[\frac{du_L}{dz} \right] \quad (4.13)$$

Denklem 4.13'te ki ϕ_L serbest uç dönüşüdür. Sonuçta konsolun burkulma anındaki toplam potansiyel enerjisi ($\Pi = U + V$), burkulma öncesi deformasyonlar göz ardı edilerek Denklem 4.14'te ki gibi yazılabilir (Yılmaz,2024);

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} \int_0^L EI_y(z) \left[\frac{d^2 u(z)}{dz^2} \right]^2 dz + \frac{1}{2} \int_0^L EC_w(z) \left[\frac{d^2 \phi(z)}{dz^2} \right]^2 dz + \frac{1}{2} \int_0^L GJ(z) \left[\frac{d\phi(z)}{dz} \right]^2 dz + \\ & \frac{1}{2} \int_0^L M_X(z) \left[2\phi(z) \left[\frac{d^2 u(z)}{dz^2} \right] \right] dz + \frac{1}{2} \sum P H_P \phi_P^2 + \frac{1}{2} \int_0^L q H_q \phi^2 dz + M \phi_L \left[\frac{du_L}{dz} \right] \end{aligned} \quad (4.14)$$

Enerji yöntemi, yanal burkulma sırasında depolanan ek birim şekil değiştirme enerjisi ile uygulanan dış kuvvetlerin yaptığı ek iş arasındaki eşitliğe dayanır. Bu yöntemde, yanal burulma burkulma yükü, sınır şartları karşılayan ve gerçek burkulma moduna karşılık gelen bir şekil değiştirme fonksiyonunun enerji denkleminde yazılmasıyla elde edilir. Yanal burulmalı burkulma oluştuğunda, kirişin kesme merkezinde tanımlanan yanal yer değiştirmesinin ve kesitin dönme açısının Denklem 4.15 ve Denklem 4.16'te ki gibi tanımlanabileceğini varsayalım;

$$u(z) = \sum_{i=1}^n A_i \left(\frac{z}{L} \right)^{i+1} \quad (4.15)$$

$$\phi(z) = \sum_{i=1}^n B_i \left(\frac{z}{L} \right)^{i+1} \quad (4.16)$$

Burada A_i ve B_i şekil fonksiyonu katsayılarıdır. Önerilen şekil fonksiyonları $z = 0$ 'da ($u = \phi = 0$ ve $du/dz = d\phi/dz = 0$) ve $z = L$ 'de u , ϕ , du/dz ve $d\phi/dz$ sınır şartlarını sağlar. Burkulma şekil fonksiyonlarının toplam enerji denkleminde yazılmasıyla Denklem 4.17 elde edilir.

$$\Pi = U + V = f(A_1, A_2, A_3 \dots, A_n, B_1, B_2, B_3 \dots, B_n) \quad (4.17)$$

Denklem 4.17’te f fonksiyonu, $2n$ sayıda değişkene sahip bir kuadratik fonksiyondur ve değişkenleri A_i ve B_i katsayılarıdır. YBB meydana geldiğinde, toplam potansiyel enerji minimum olur ve bu Denklem 4.18 ve Denklem 4.19’in sağlanması halinde mümkündür.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial A_i} = 0 \text{ için } i = 1, 2 \dots n \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial B_i} = 0 \text{ için } i = 1, 2 \dots n \quad (4.19)$$

Denk. 4.18 ve Denk. 4.19’den bir $2n$ homojen doğrusal denklem sistemi ortaya çıkar ve matris formda Denklem 4.20’de ki gibi yazılır.

$$[K]_{2n \times 2n} \{d\}_{2n \times 1} = \{0\}_{2n \times 1} \quad (4.20)$$

Burada K katsayı matrisidir ve $\{d\} = \{A_1, A_2, A_3 \dots, A_n, B_1, B_2, B_3 \dots, B_n\}^T$ şeklinde ifade edilir. Burkulma şekil fonksiyonu katsayıları homojen denklem sisteminin bilinmeyenleridir. Denklem 4.20, katsayılar matrisinin determinantının sıfıra eşit olması halinde sağlanır.

$$\det [K]_{2n \times 2n} = 0 \quad (4.21)$$

Denklem 4.21, $2n$ dereceli bir polinom meydana getirir ve polinomun en küçük kökü burkulma yükünü ya da momentini verir. Burkulma şekil fonksiyonları basit mesnetli kirişe göre daha karmaşık yapıda olduğundan basit formda kolay uygulanabilir bir denklem elde etmek mümkün değildir. Bununla birlikte bir yazılım aracılığı ile kolayca programlanarak konsolların YBB yükünün hızlı değerlendirilmesinde uygulanabilir.

5. SAYISAL ANALİZLER

Çalışma kapsamında gövdesi ve/veya başlığı daralan simetrik I-kesitli konsol kirişlerin YBB yükünün incelenmesi ve davranış ile ilgili detaylı yorumlar yapılabilmesi için sayısal analizler yürütülmüştür. Sayısal analizlerde gövde daralma seviyesi (α , β), başlık daralma seviyesi (γ), farklı yük tipleri, üst ve alt başlıkla ile kesme merkezi olmak üzere üç yük pozisyonu ve narinlik parametrelerinin simetrik I-kesitli konsol kirişlerin YBB davranışına olan etkileri araştırılmıştır. Sayısal analizlerde kullanılmak üzere tasarlanan konsol yapı elemanlarının geometrik özellikleri sırasıyla Tablo 5.1, Tablo 5.2 ve Tablo 5.3'te sunulmuştur. Sayısal analizlerde tüm konsolların Şekil 5.1'de sunulan yük tipleri etkisinde elastik kritik YBB yükleri önerilen analitik yöntem kullanılarak hesaplanmıştır.

Tablo 5.1. Çift simetri eksenine sahip I kesitli Şekil 4.3'te ki konsol kirişin kesit özellikleri

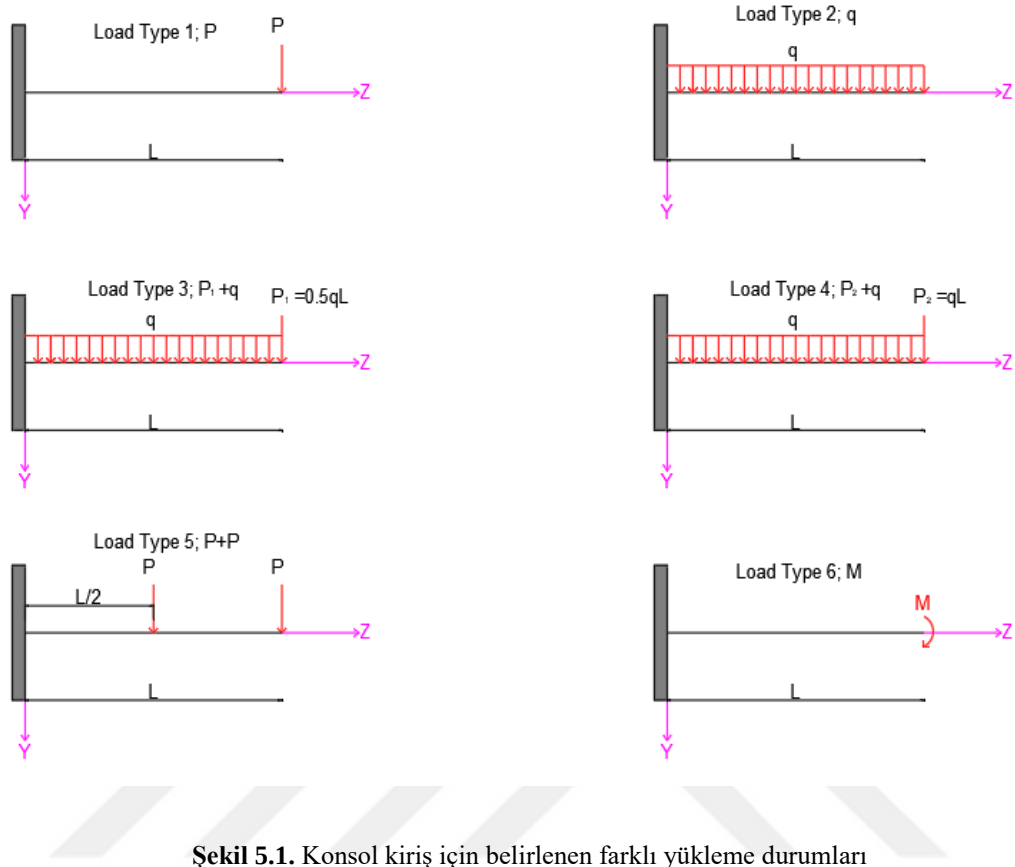
Değişkenler	Kesit	Gövde Açısı ($\alpha = \beta$)	L	d	de	bf1	bf2	Başlık Açısı (γ)	tf	tw
Narinlik	FTC1	0	3	200	200	90	60	0,285	11,3	7,5
	FTC2	0	3,5	200	200	90	55,06	0,285	11,3	7,5
	FTC3	0	4	200	200	90	50,06	0,285	11,3	7,5
	FTC4	0	3	200	200	90	45	0,43	11,3	7,5
	FTC5	0	3,5	200	200	90	37,46	0,43	11,3	7,5
	FTC6	0	4	200	200	90	30	0,43	11,3	7,5

Tablo 5.2. Çift simetri eksenine sahip I kesitli Şekil 4.2’te ve Şekil 4.4’te ki konsol kirişlerin kesit özellikleri

Değişkenler	Kesit	Gövde Açısı (α)	Gövde Açısı (β)	L	d	de	bf1	bf2	Başlık Açısı (γ)	tf	tw
Açı	W1FTC1	0,955	0	3	200	150	90	60	0,285	11,3	7,5
	W1FTC2	1,909	0	3	200	100	90	60	0,285	11,3	7,5
	W2FTC3	0,477	0,477	3	200	150	90	60	0,285	11,3	7,5
	W2FTC4	0,955	0,955	3	200	100	90	60	0,285	11,3	7,5
Narinlik	W1FTC5	1,273	0	3	200	133,34	90	60	0,285	11,3	7,5
	W1FTC6	1,273	0	3,5	200	122,23	90	60	0,245	11,3	7,5
	W1FTC7	1,273	0	4	200	111,12	90	60	0,215	11,3	7,5
	W2FTC8	0,637	0,637	3	200	133,34	90	60	0,285	11,3	7,5
	W2FTC9	0,637	0,637	3,5	200	122,23	90	60	0,245	11,3	7,5
	W2FTC10	0,637	0,637	4	200	111,12	90	60	0,215	11,3	7,5

Tablo 5.3. Çift simetri eksenine sahip I kesitli Şekil 4.1’te ve Şekil 4.5’te ki konsol kirişlerin kesit özellikleri

Değişkenler	Kesit	Gövde Açısı (α)	Gövde Açısı (β)	L	d	de	bf1	bf2	Başlık Açısı (γ)	tf	tw
Açı	W1TC1	0	0	3	200	200	90	90	0	11,3	7,5
	W1TC2	0,955	0	3	200	150	90	90	0	11,3	7,5
	W1TC3	1,909	0	3	200	100	90	90	0	11,3	7,5
	W2TC4	0,477	0,477	3	200	150	90	90	0	11,3	7,5
	W2TC5	0,955	0,955	3	200	100	90	90	0	11,3	7,5
Narinlik	W1TC6	1,273	0	3	200	133,34	90	90	0	11,3	7,5
	W1TC7	1,273	0	3,5	200	122,23	90	90	0	11,3	7,5
	W1TC8	1,273	0	4	200	111,12	90	90	0	11,3	7,5
	W2TC9	0,637	0,637	3	200	133,34	90	90	0	11,3	7,5
	W2TC 10	0,637	0,637	3,5	200	122,23	90	90	0	11,3	7,5
	W2TC 11	0,637	0,637	4	200	111,12	90	90	0	11,3	7,5



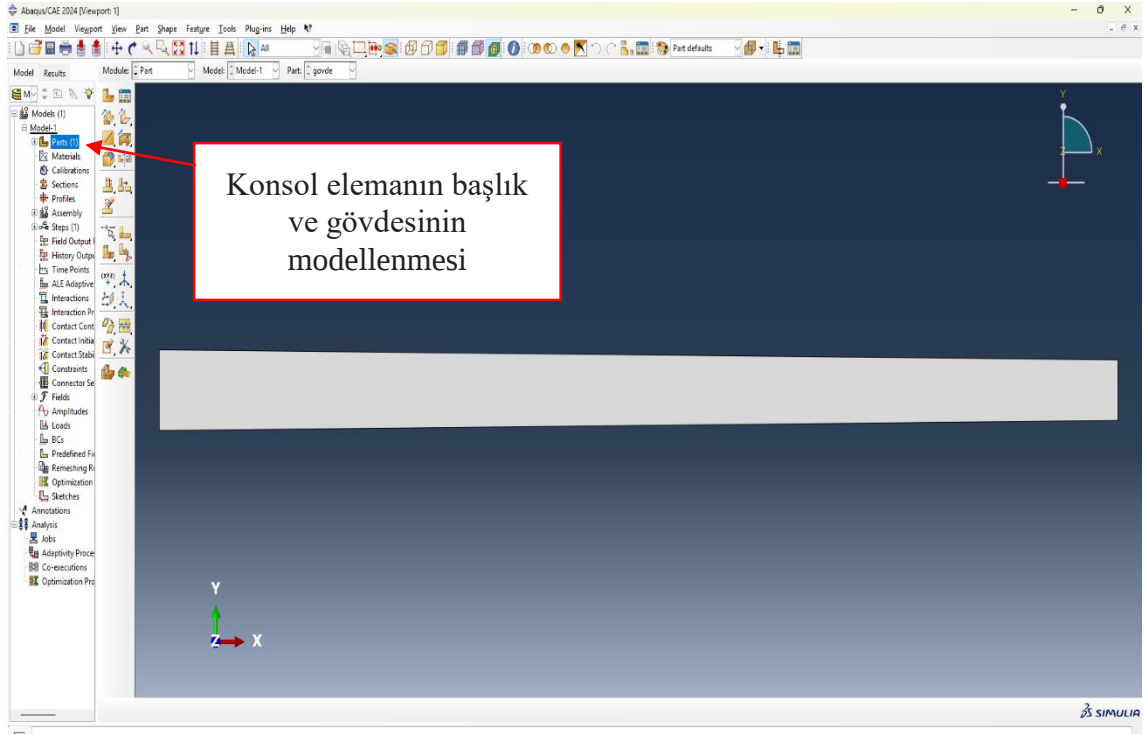
Şekil 5.1. Konsol kiriş için belirlenen farklı yükleme durumları

Analitik yöntem ile hesaplanan tüm konsollara ait YBB yükleri çarpılma etkilerini içeren bir boyutlu (1B) sonlu elemanların kullanıldığı nümerik analizler ile doğrulanmıştır. 1B sonlu eleman analizleri, LTBeamN (Centre Technique Industriel de la Construction Metallique 2015) yazılımı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. LTBeamN yazılımı, literatürde elastik LTB (yanal burulma burkulması) problemlerinin çözümünde yaygın olarak kullanılmaktadır (Yılmaz 2023; Yılmaz ve ark. 2017, Yılmaz ve ark. 2019; Yılmaz ve Kıraç 2017; Kovac 2012). Yazılım, çarpılmayı dikkate alan çubuk elemanlarını kullanarak elastik LTB yük analizi yapmaktadır. LTBeamN, kullanıcıların yaygın olarak kullanılan ticari profilleri, içerdiği kataloktan otomatik olarak tanımlamasına olanak sağlar. Kullanıcılar, programda hali hazırda yer alan kataloğu kullanarak veya çeşitli kesitler için boyutları değiştirerek kesitleri tanımlayabilir. Ayrıca, burkulmada etkili olan kesit özellikleri doğrudan tanımlanarak kesitler oluşturulabilir. Kullanıcılar, elemanın uzunluğu boyunca kesit yüksekliğini değiştirebilir ve böylece guseli (haunched) ve daralan (tapered) kesitlerin analizini yapabilmektedir. Yazılım, sınır koşullarını tanımlama konusunda esneklik sağlamaktadır. Mesnet koşulları hem kesit

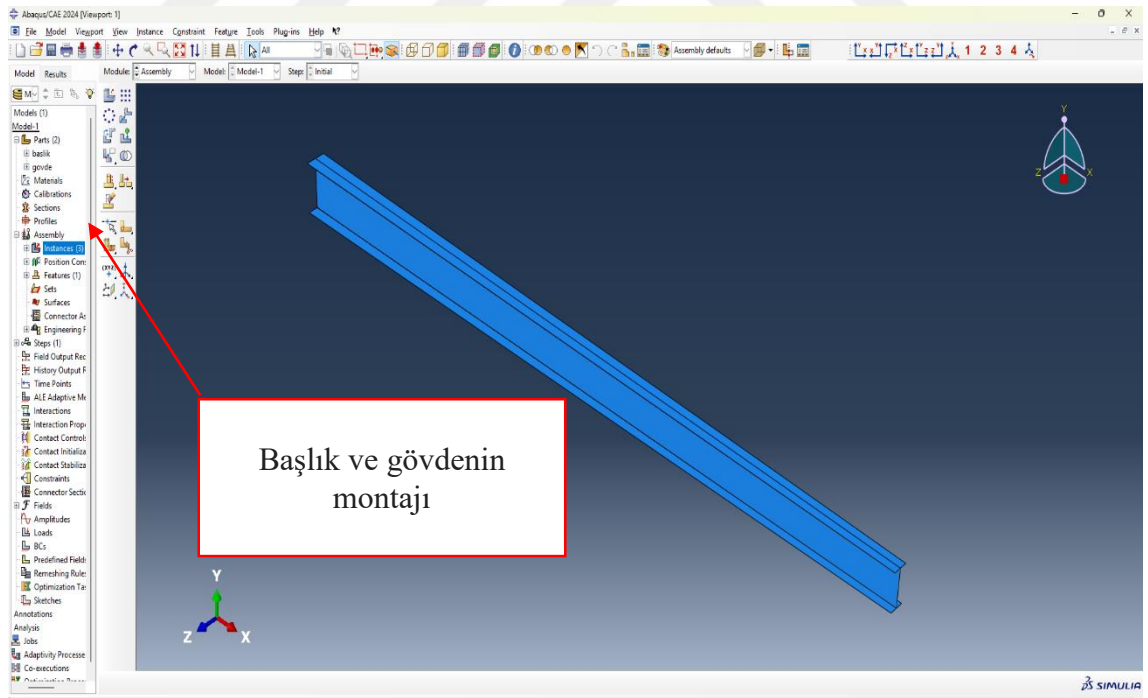
boyunca hem de elemanın uzunluğu boyunca herhangi bir pozisyon için tanımlanabilir. Her bir mesnet koşulu için dört farklı serbestlik derecesi tanımlanabilir. Yapısal elemanların yüklenmesi için harici ve dahili yükleme seçenekleri kullanılabilir. Harici yüklemede, tekil ve yayılı yükler, kesitler ve eleman uzunluğu boyunca istenilen pozisyonlara eklenebilir. Dahili yüklemede ise burkulma analizi için bir eğilme diyagramı ve eksenel yük sağlanmalıdır. Ayrıca, elemanın kendi ağırlığı isteğe bağlı bir seçenek olarak eklenebilir. LTBeamN, burkulma yüklerini ve modlarını belirlemek için sayısal sonuçlar ve grafiksel çıktılar sunar. Bunun yanı sıra, yazılım 3D sonlu eleman analizi (3D-FEA) ile uyumlu sonuçlar vermiştir (Yılmaz 2023).

Çalışma kapsamında ayrıca örnek bir konsol elemana ait LTBeamN yazılımı ile gerçekleştirilen (1B) sonlu elemanların kullanıldığı nümerik analizler vasıtasıyla bulunan YBB yükleri (3B) sonlu eleman analizi ile karşılaştırılmıştır. Bu sayede çubuk sonlu elemanların YBB yükünü hesaplamadaki performansı ölçülmüştür. 3B Sonlu eleman analizleri, çarpılma etkisini göz önüne alan üç boyutlu kabuk elemanlar (S8R5) kullanılarak ABAQUS (Dassault Systèmes, 2022) yazılımında gerçekleştirilmiştir. Her düğümünde beş serbestlik derecesi bulunan S8R5 kabuk elemanı, yanal burulma burkulması (YBB) problemlerinde sıklıkla kullanılmakta olup doğru sonuçlar sunduğu literatürdeki diğer çalışmalarda da belirtilmiştir (Yılmaz, 2024; Yılmaz ve Kırarç, 2017; Yılmaz, Kırarç ve Anıl, 2019; Mohri, Brouki ve Roth, 2003; Mohri, Bouzerira ve Potier-Ferry, 2008). 3B sonlu eleman analizleri kapsamında kiriş boyu, başlık genişliği ve gövde yüksekliği boyunca sırasıyla 60, 4 ve 8 sonlu eleman kullanılmıştır. Daha ayrıntılı bir sonlu eleman ağı kullanımının analiz sürelerini uzatmasına rağmen, YBB yükleri üzerinde kayda değer bir değişiklik meydana getirmediği belirlenmiştir. 3B sonlu eleman analizleri geometrinin oluşturulması, malzeme özelliklerinin tanımlanması, kesitlerin atanması, sonlu eleman ağının oluşturulması (mesh), yüklerin ve sınır koşullarının tanımlanması, analizin gerçekleştirilmesi ve sonuçların elde edilmesi adımlarını içermektedir. Bu adımlar Şekil 5.2-5.22 arasında adım adım sunulmuştur.

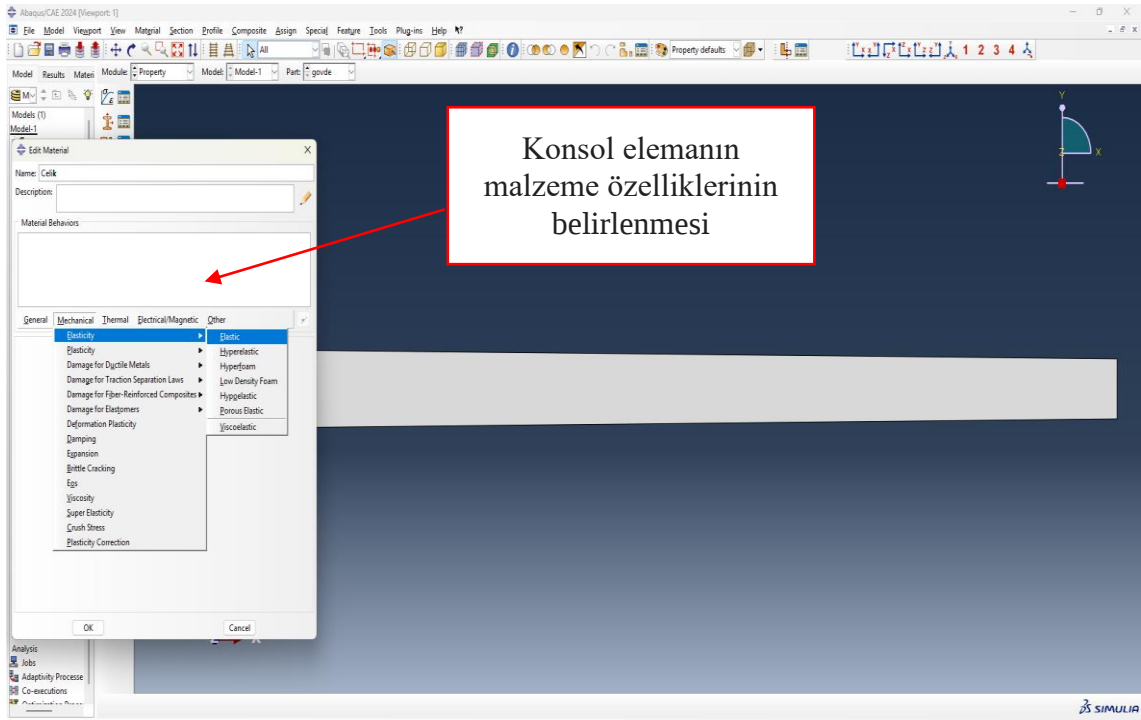
Benzer şekilde LTBeamN yazılımı ile YBB yükünün hesaplama adımları Şekil 5.23-5.30 arasında ayrıntılı olarak sunulmuştur.



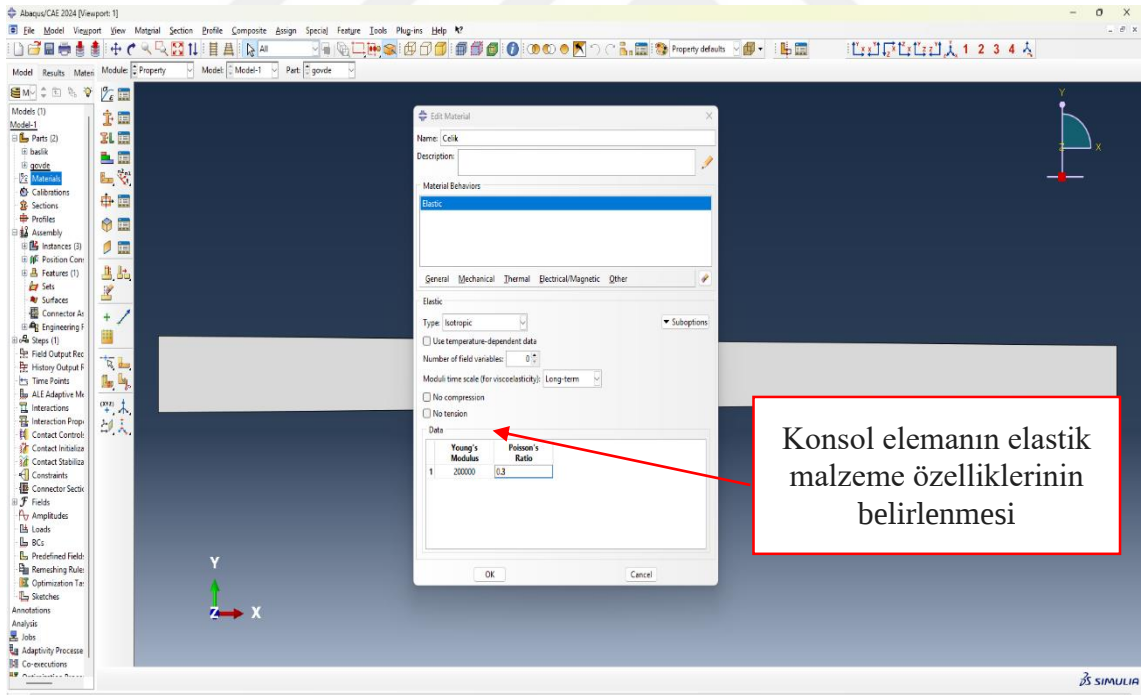
Şekil 5.2. Konsol elemanın başlık ve gövdesinin modellenmesi



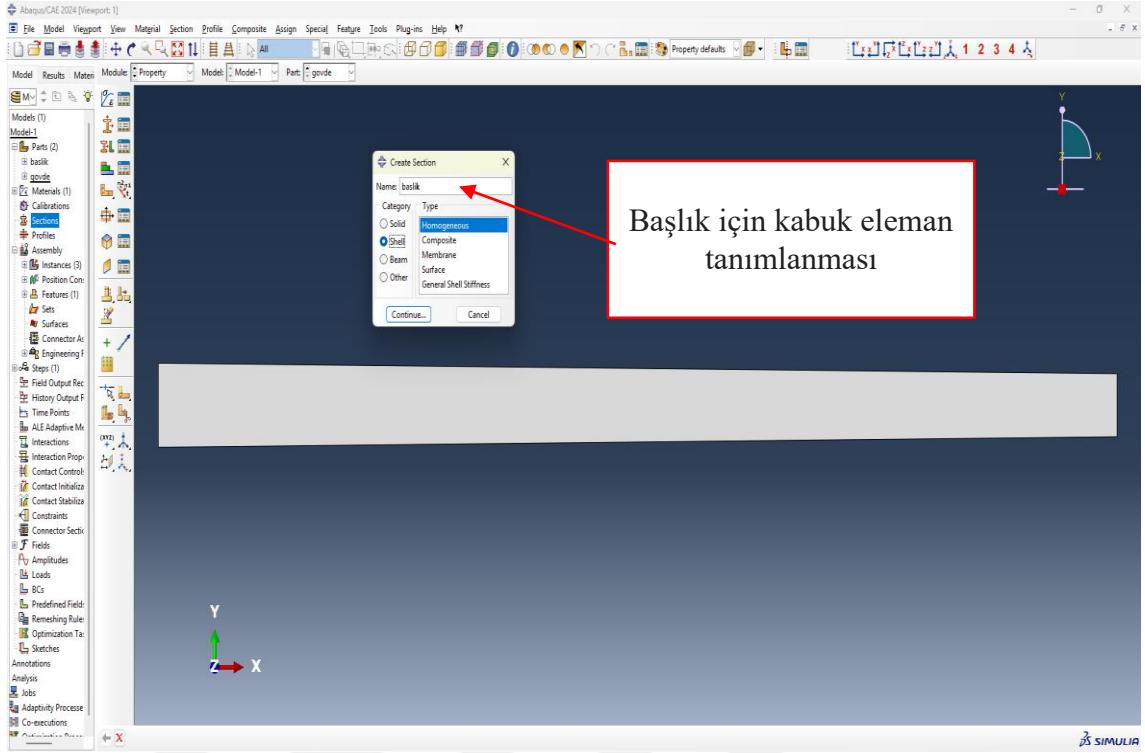
Şekil 5.3. Başlık ve gövdenin montajı



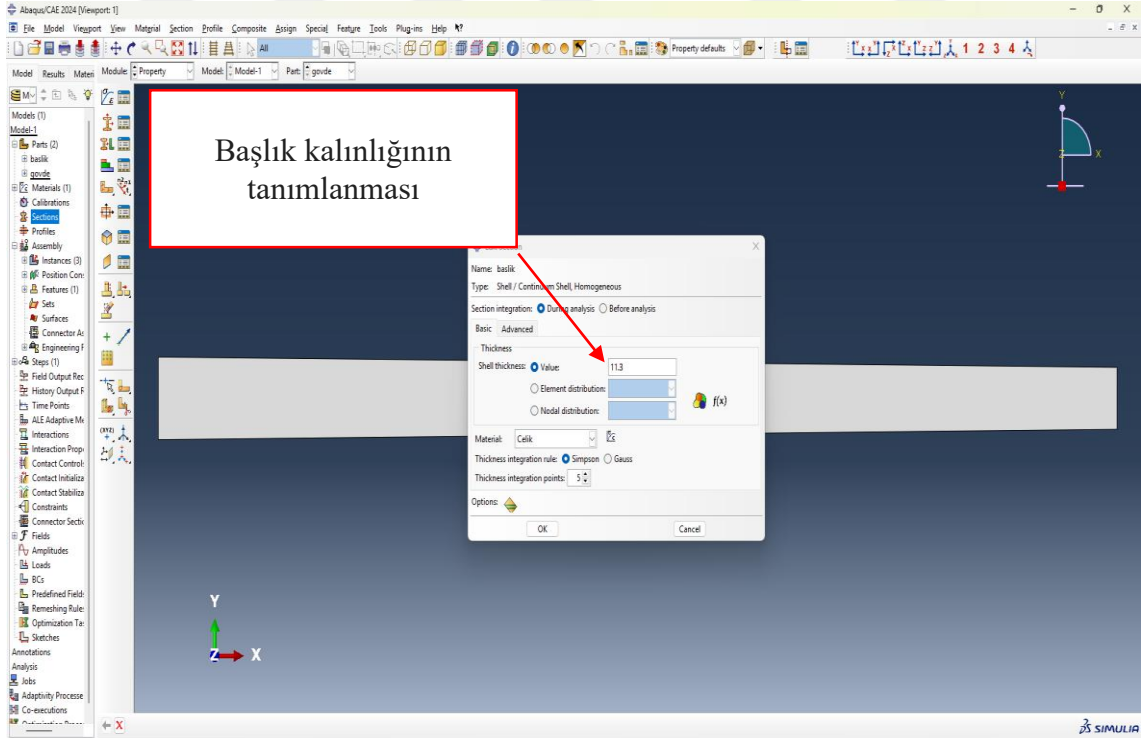
Şekil 5.4. Konsol elemanın malzeme özelliklerinin belirlenmesi



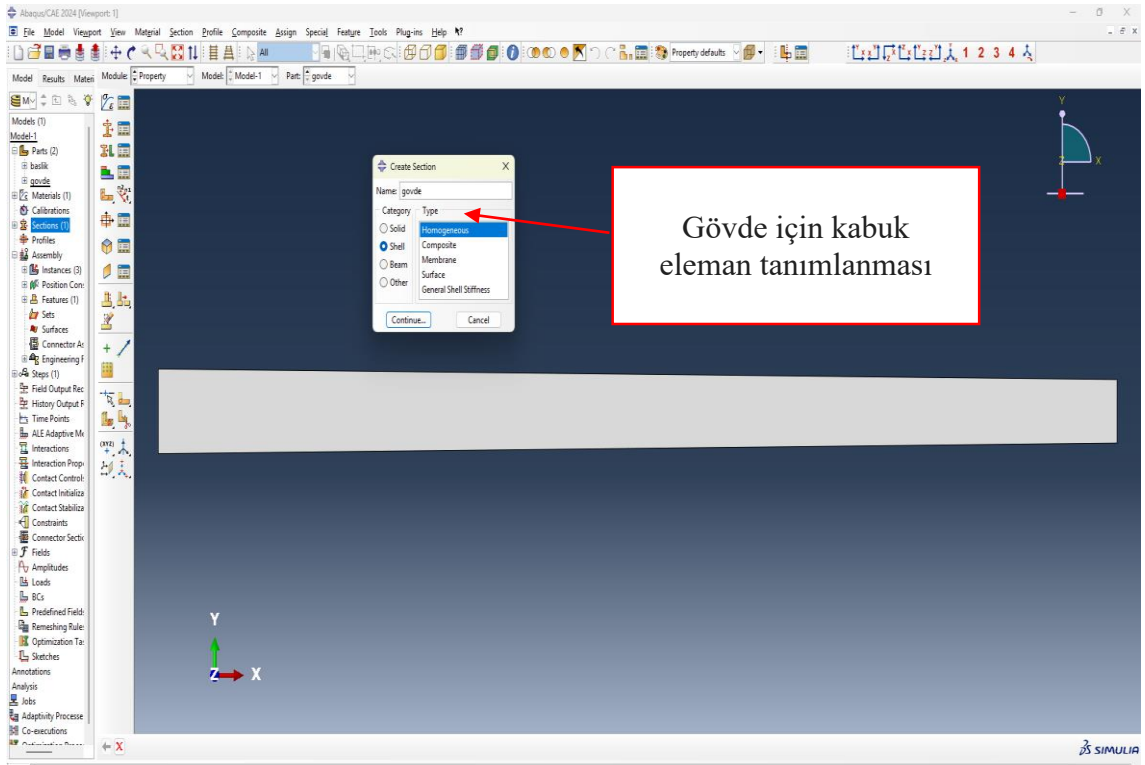
Şekil 5.5. Konsol elemanın elastik malzeme özelliklerinin belirlenmesi



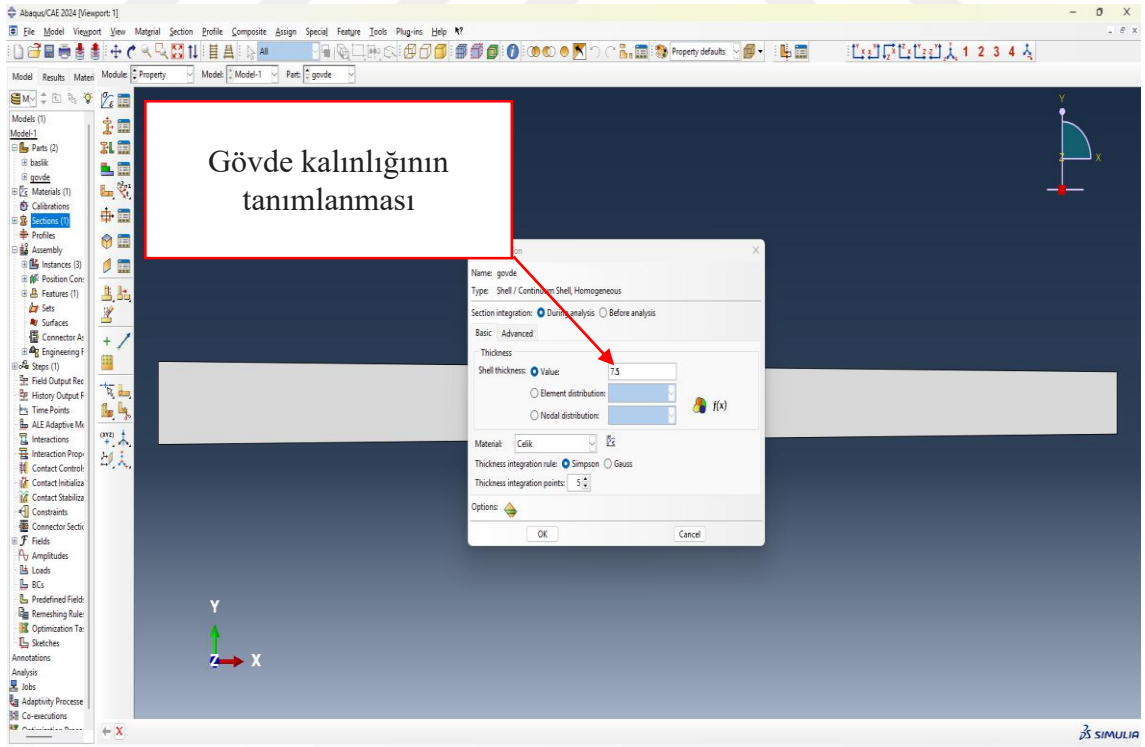
Şekil 5.6. Konsol elemanın başlık özelliklerinin tanımlanması



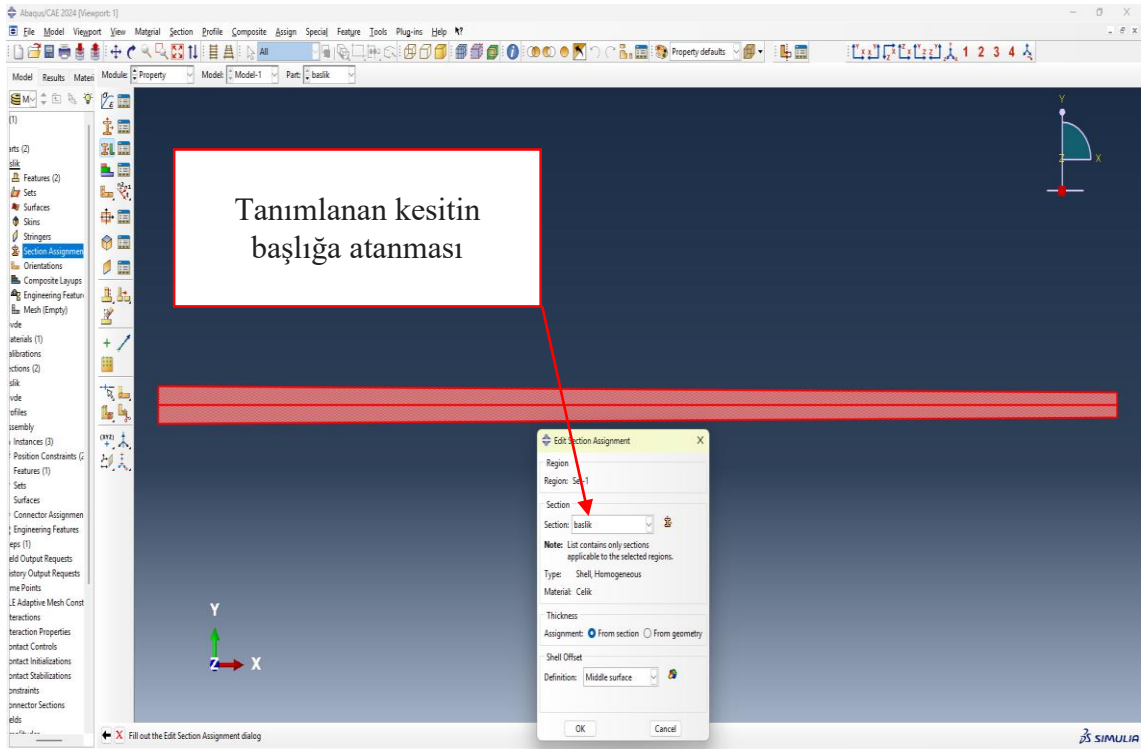
Şekil 5.7. Konsol elemanın başlık kalınlığının tanımlanması



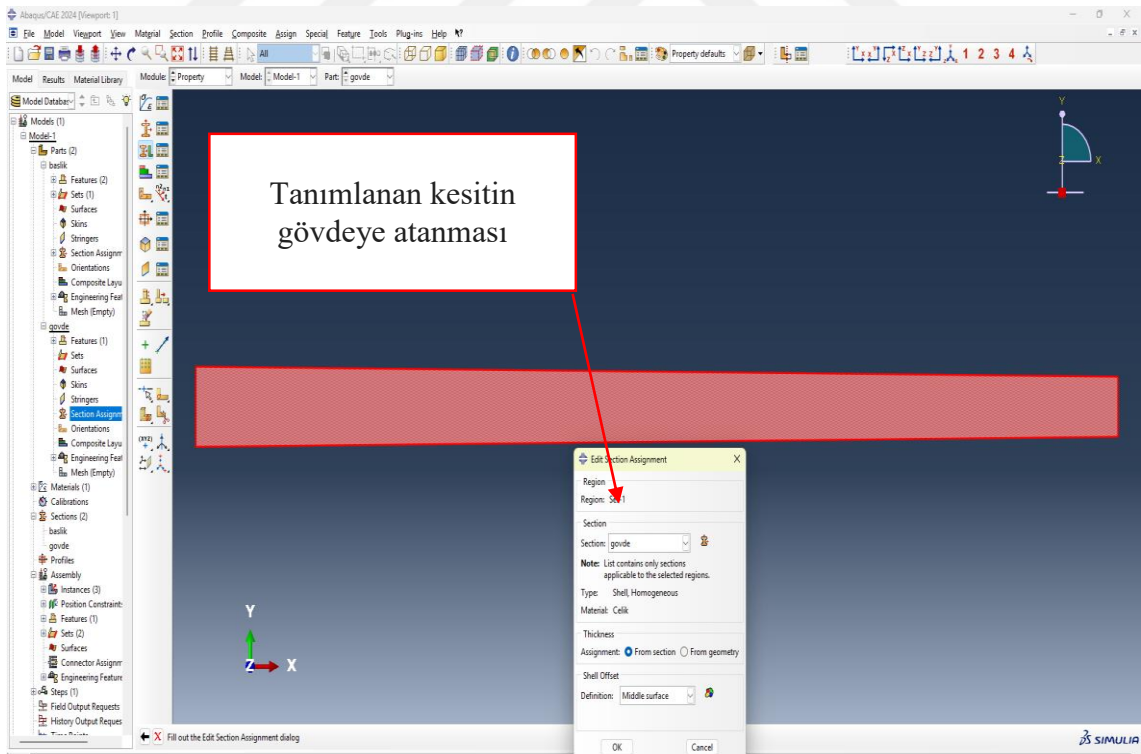
Şekil 5.8. Konsol elemanın gövde özelliklerinin tanımlanması



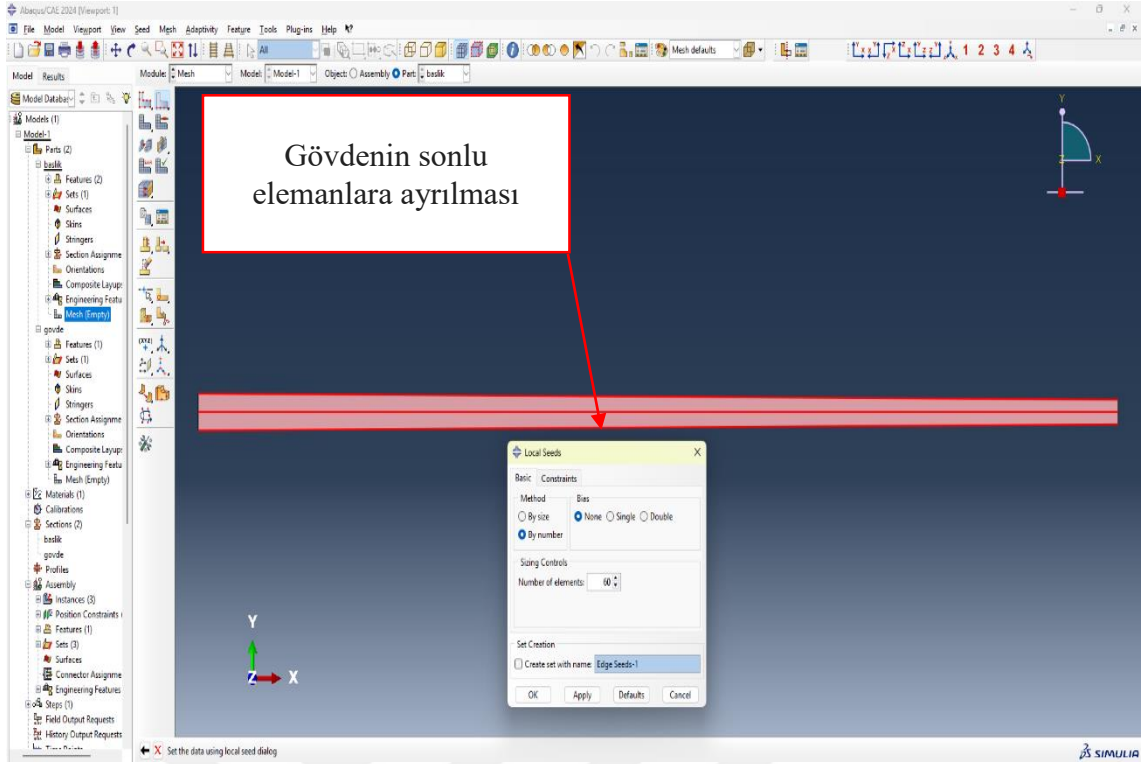
Şekil 5.9. Konsol elemanın gövde kalınlığının tanımlanması



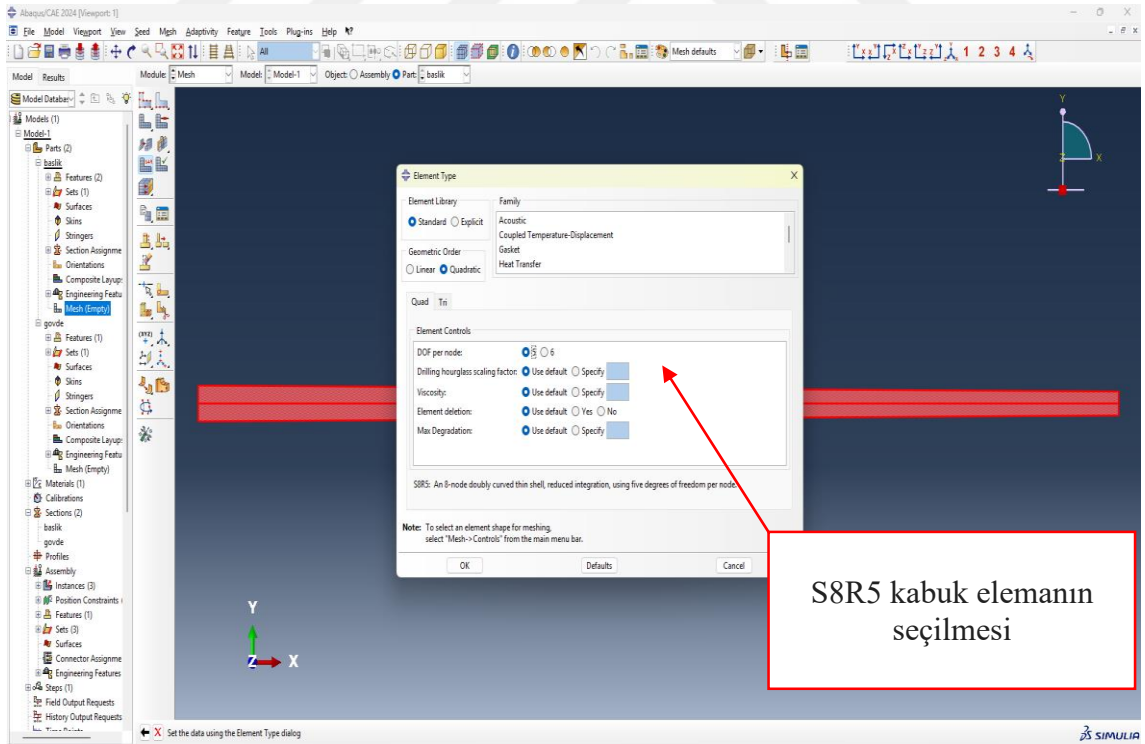
Şekil 5.10. Konsol elemanın tanımlanan kesitin başlığa atanması



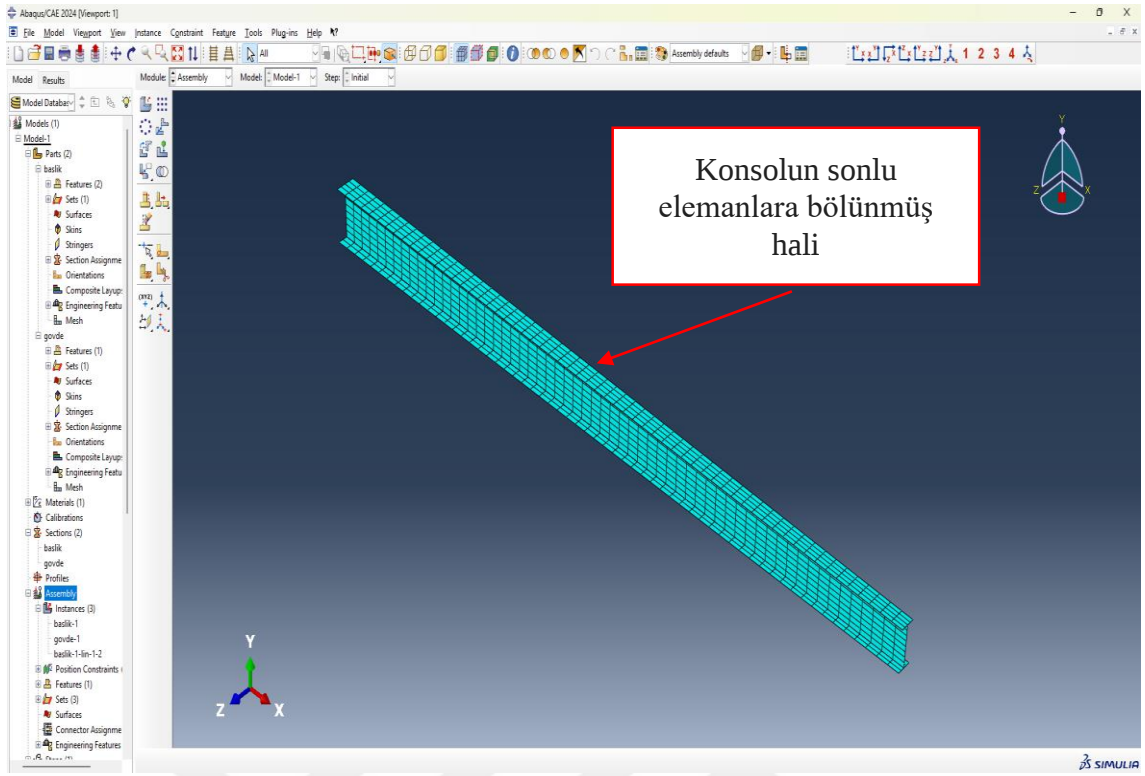
Şekil 5.11. Konsol elemanın tanımlanan kesitin gövdeye atanması



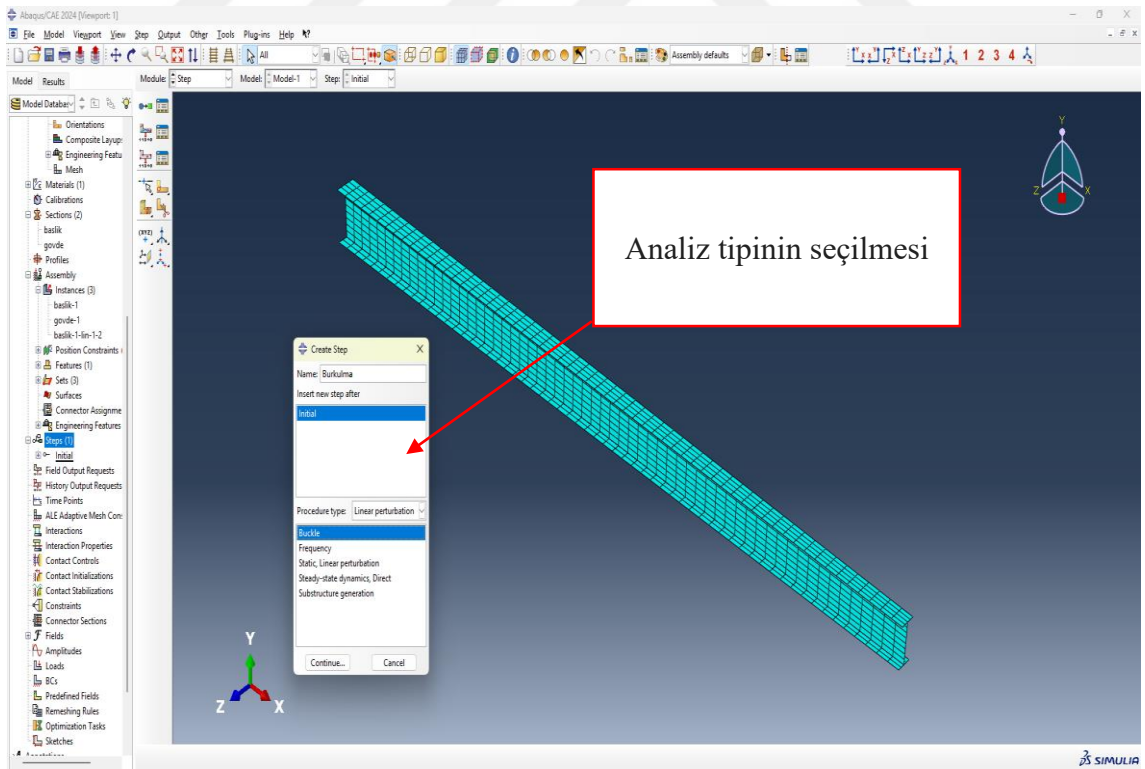
Şekil 5.12. Gövdenin sonlu elemanlara ayrılması



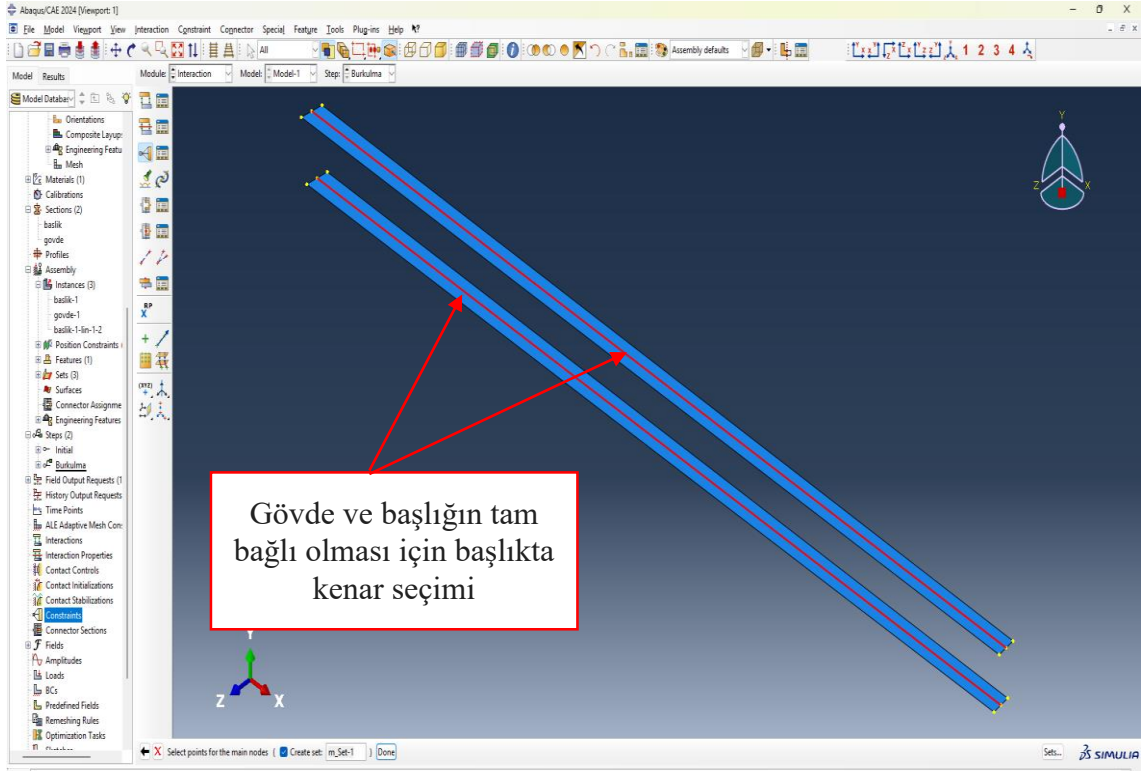
Şekil 5.13. S8R5 kabuk elemanın seçilmesi



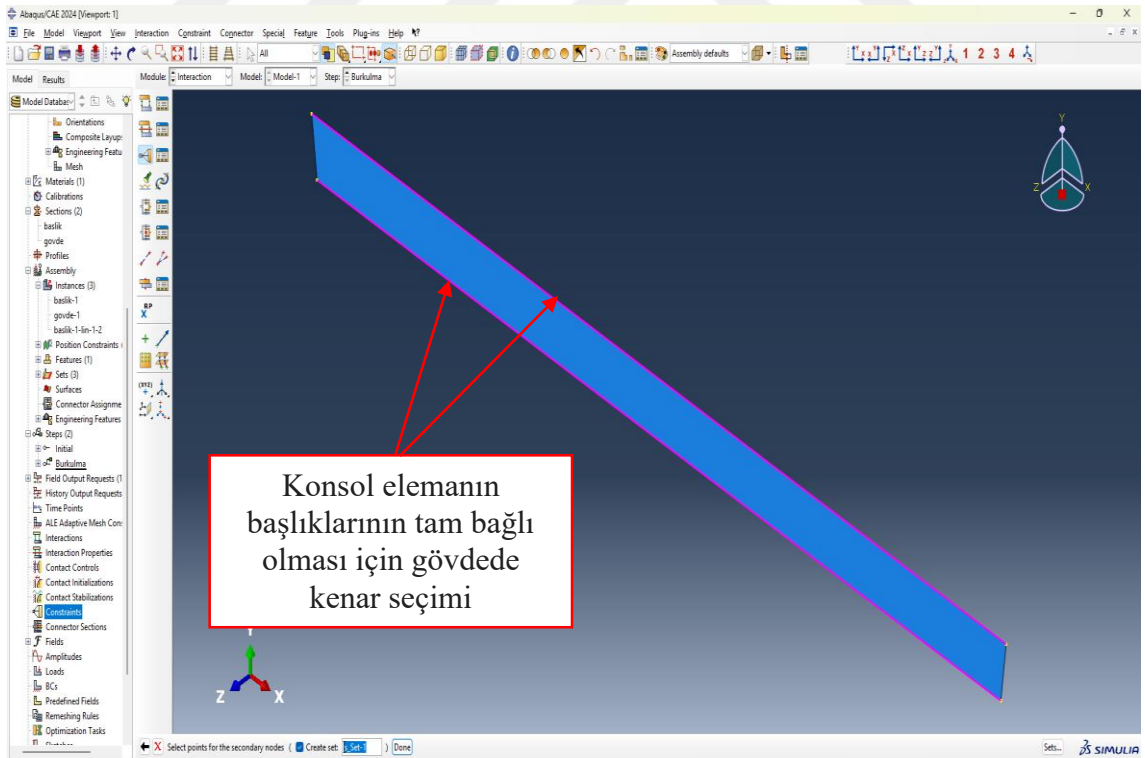
Şekil 5.14. Konsol elemanın sonlu elemanlara bölünmüş hali



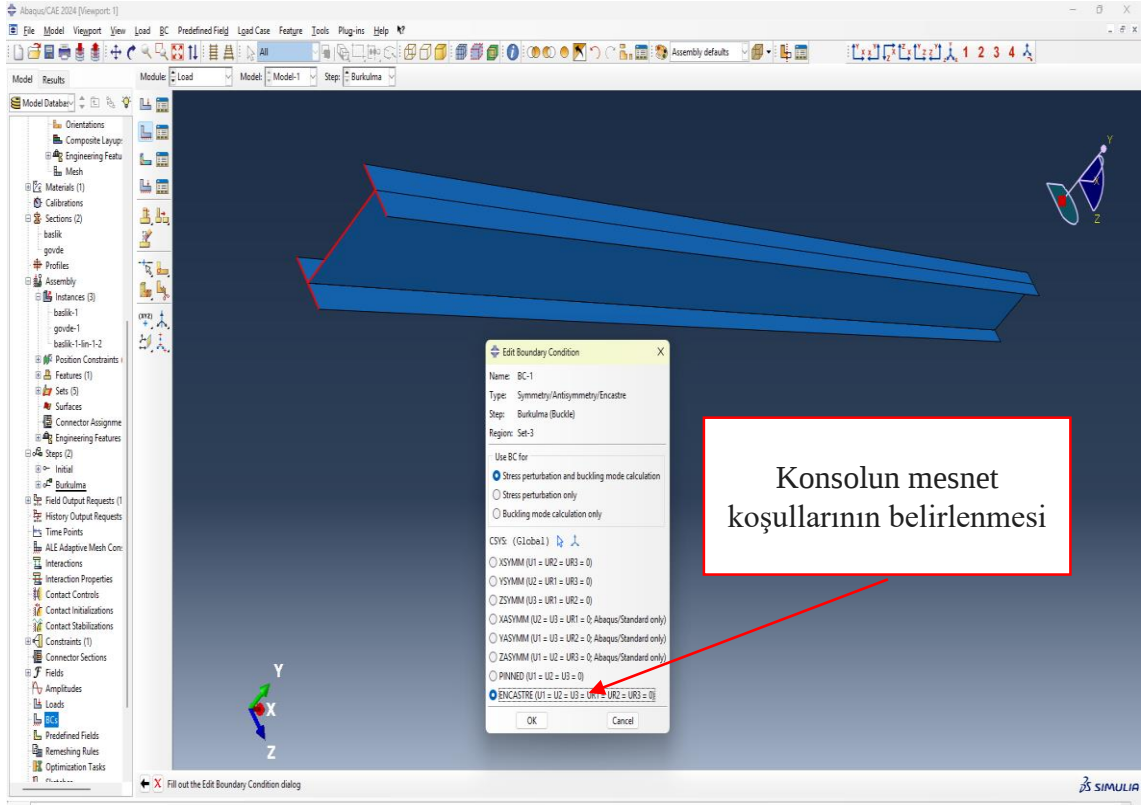
Şekil 5.15. Analiz tipinin seçilmesi



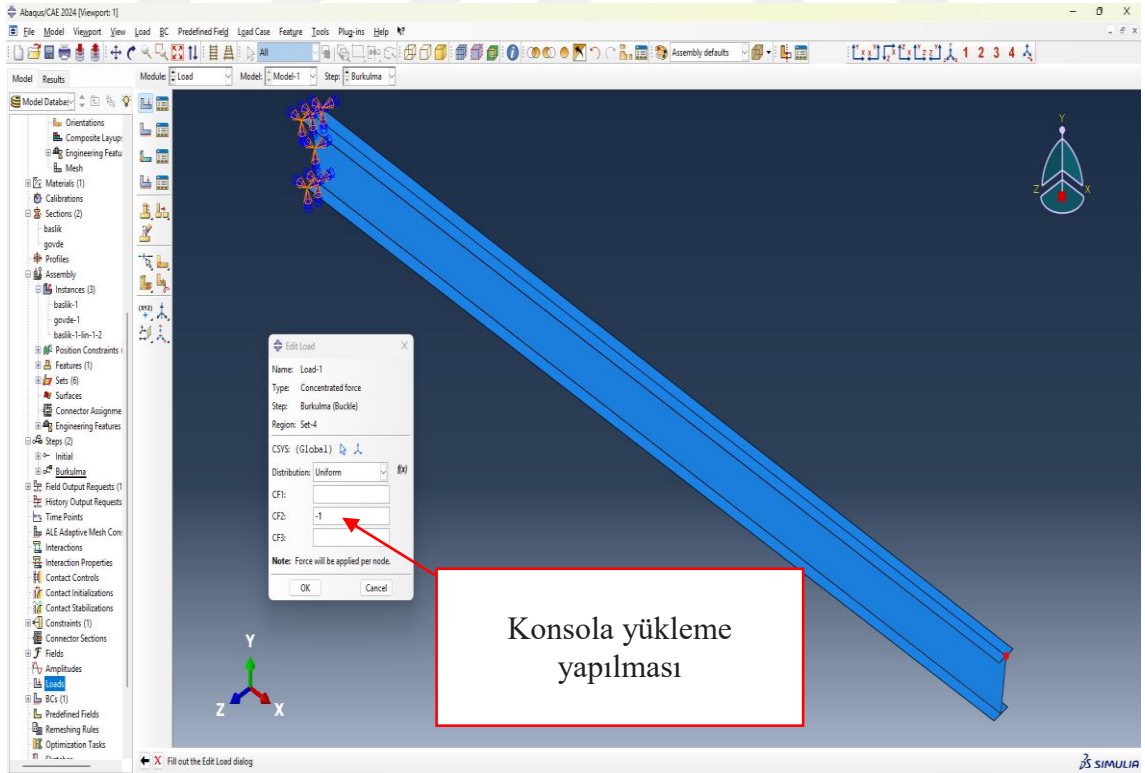
Şekil 5.16. Gövde ve başlığın tam bağlı olması için başlıkta kenar seçimi



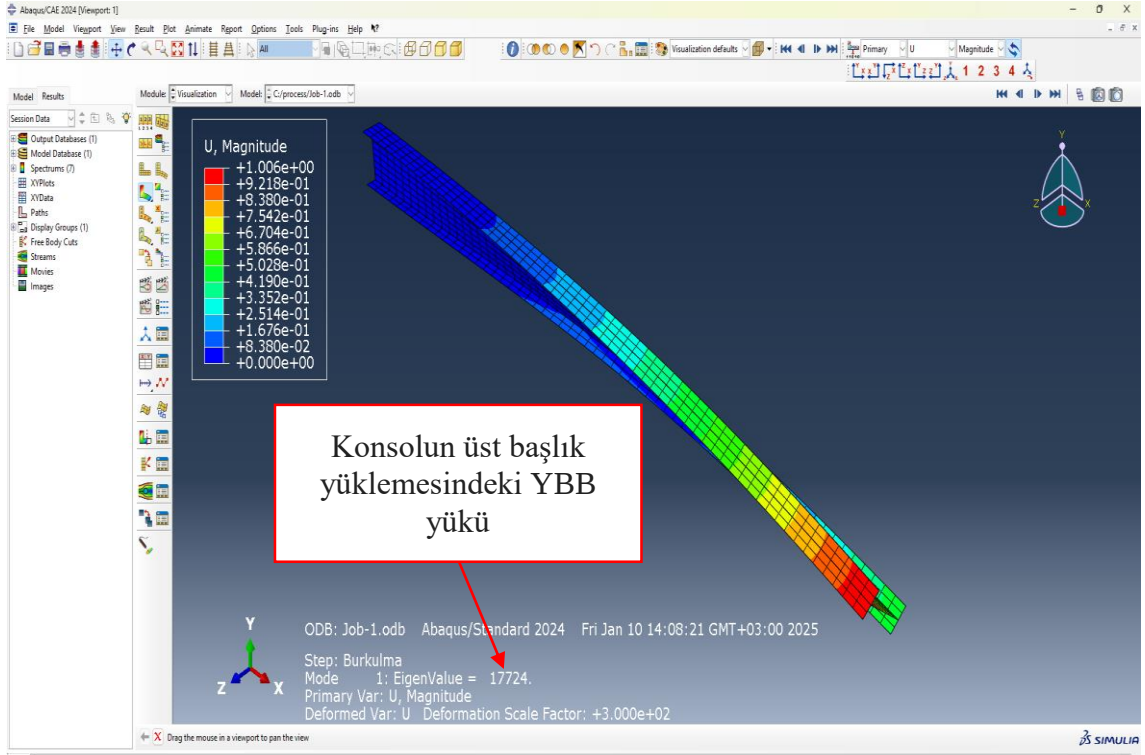
Şekil 5.17. Konsol elemanın başlıklarının tam bağlı olması için gövdede kenar seçimi



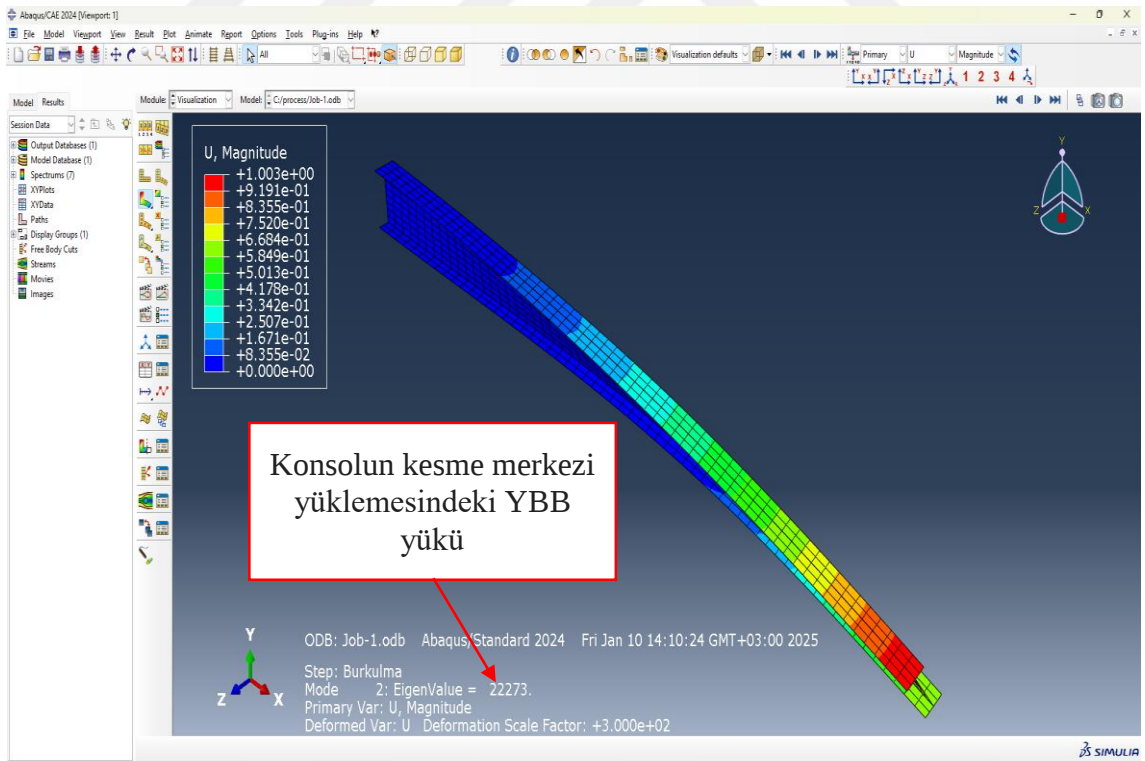
Şekil 5.18. Konsol elemanın mesnet koşullarının belirlenmesi



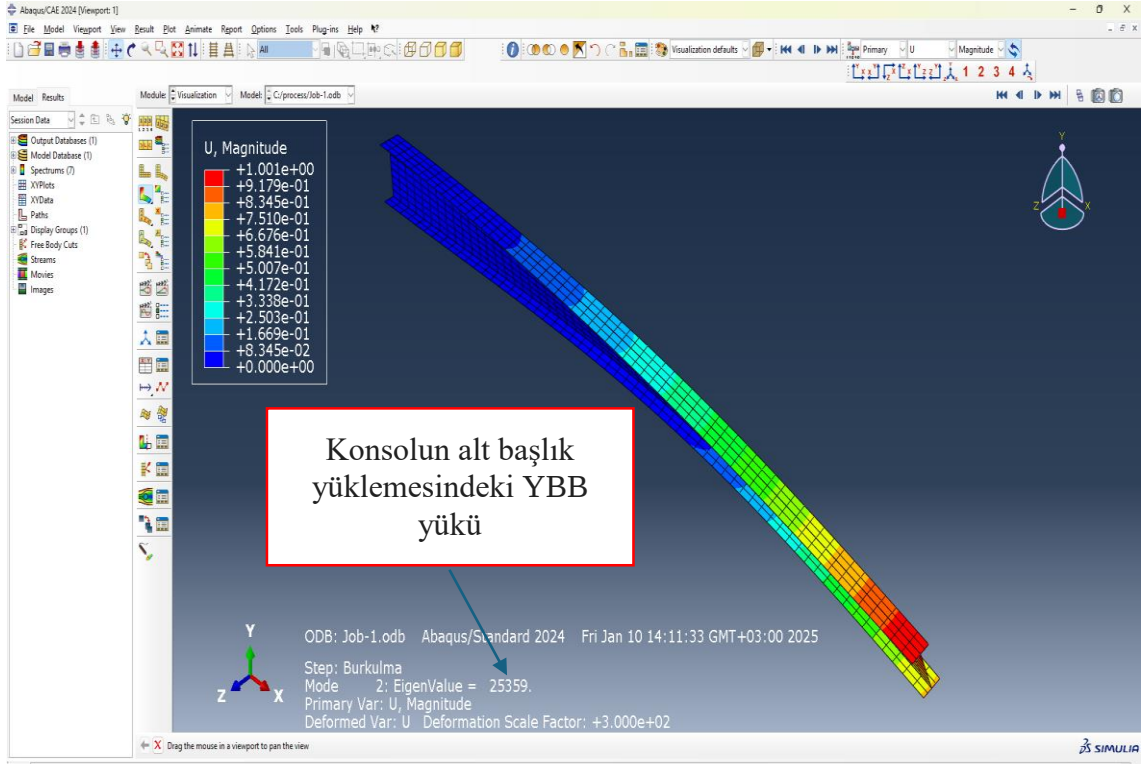
Şekil 5.19. Konsol elemana yükleme yapılması



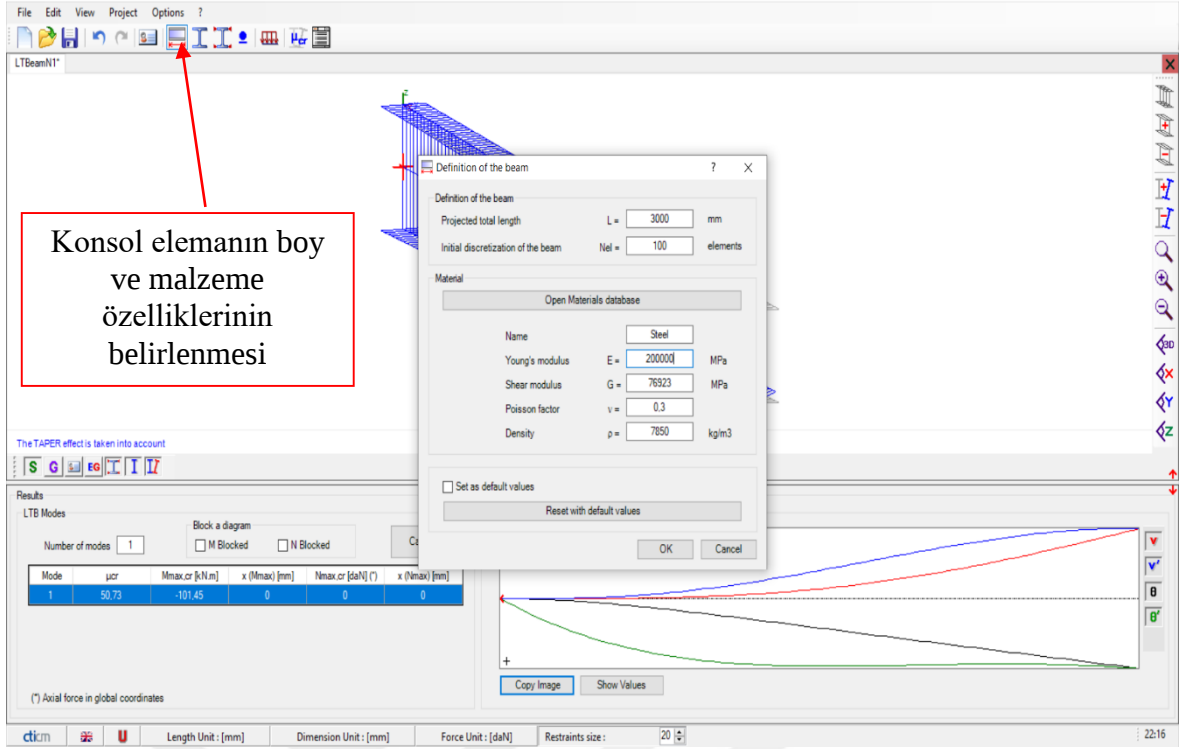
Şekil 5.20. Konsolun üst başlık yüklemesindeki YBB yükü



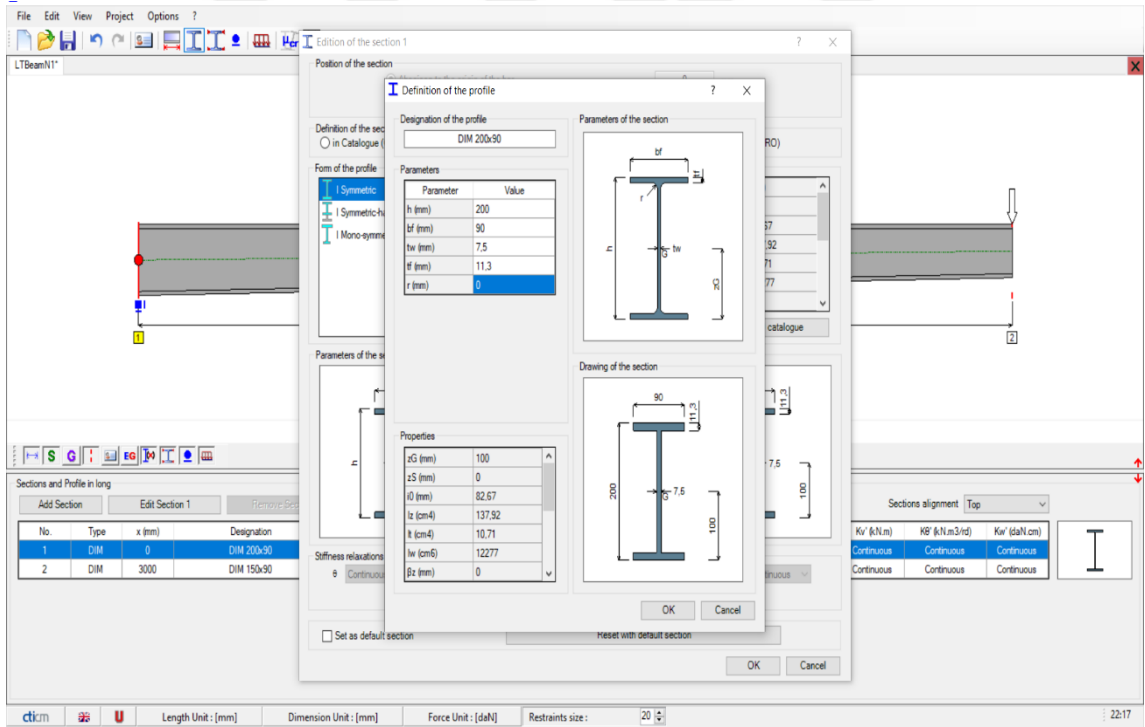
Şekil 5.21. Konsolun kesme merkezi yüklemesindeki YBB yükü



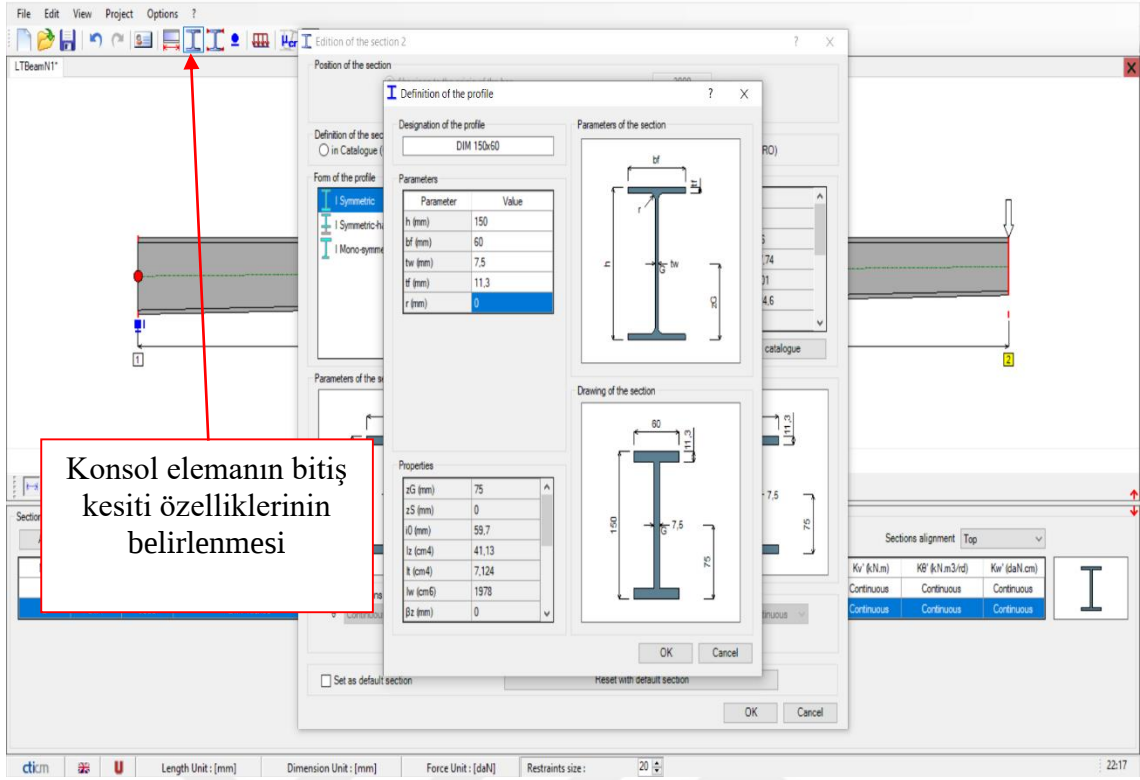
Şekil 5.22. Konsolun alt başlık yüklemesindeki YBB yükü



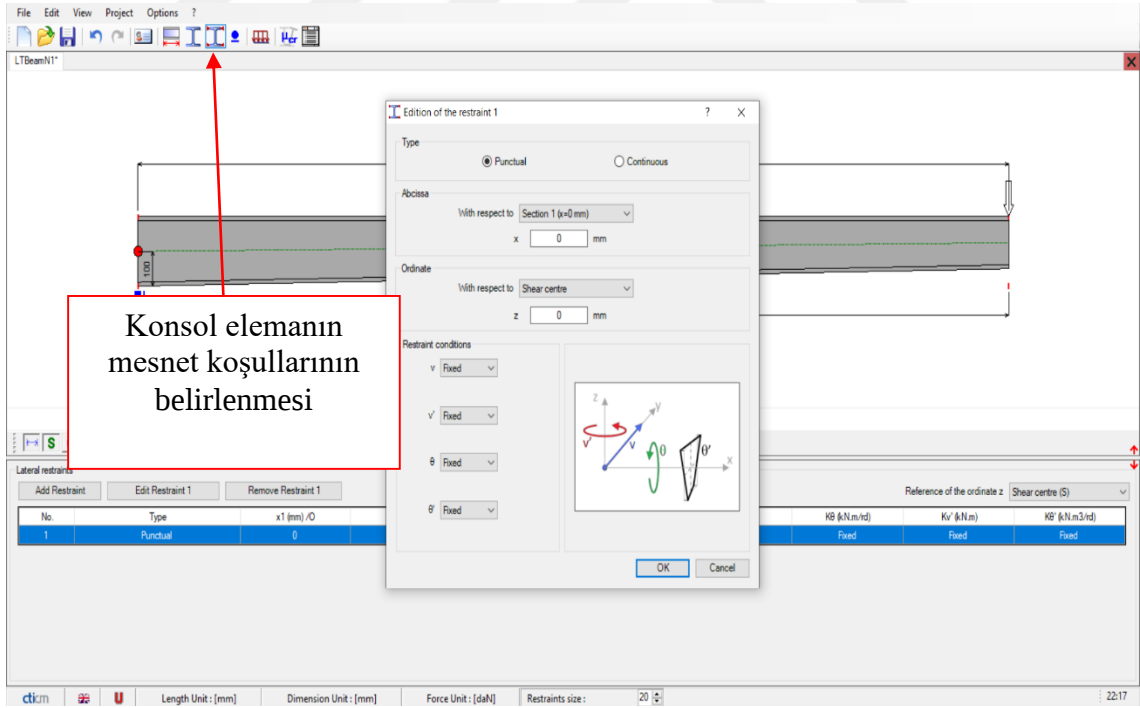
Şekil 5.23. Konsol elemanın boy ve malzeme özelliklerinin belirlenmesi



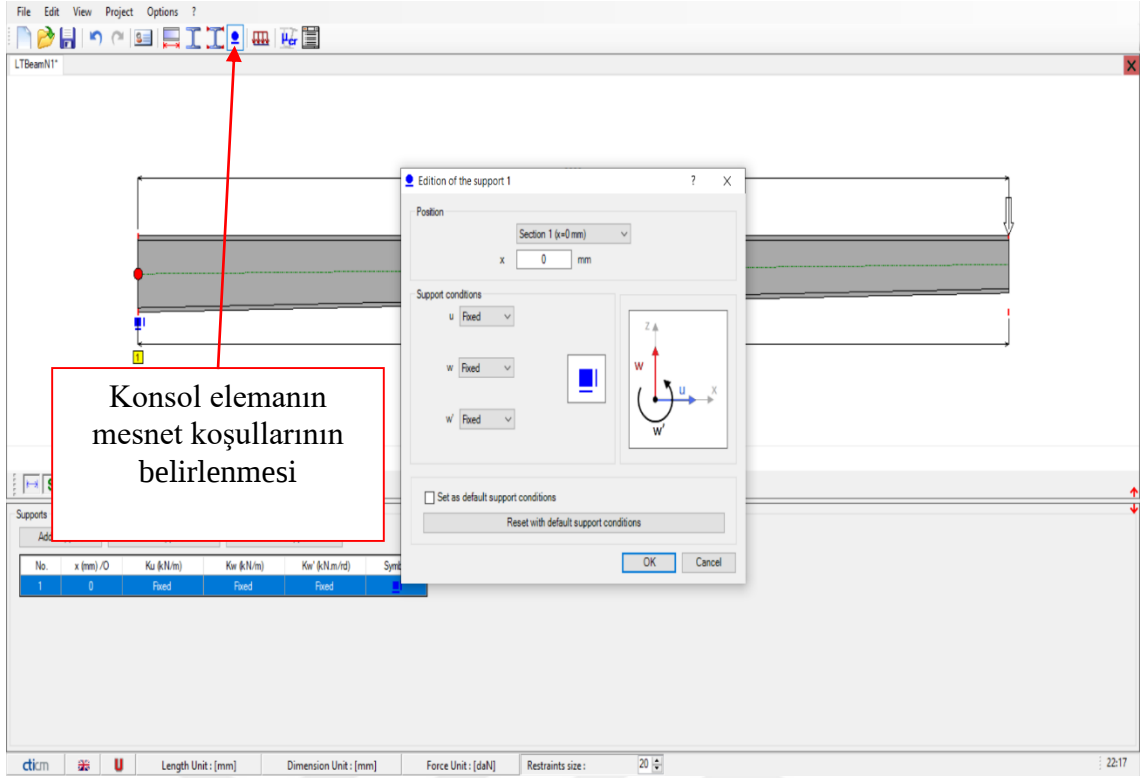
Şekil 5.24. Konsol elemanın başlangıç kesiti özelliklerinin belirlenmesi



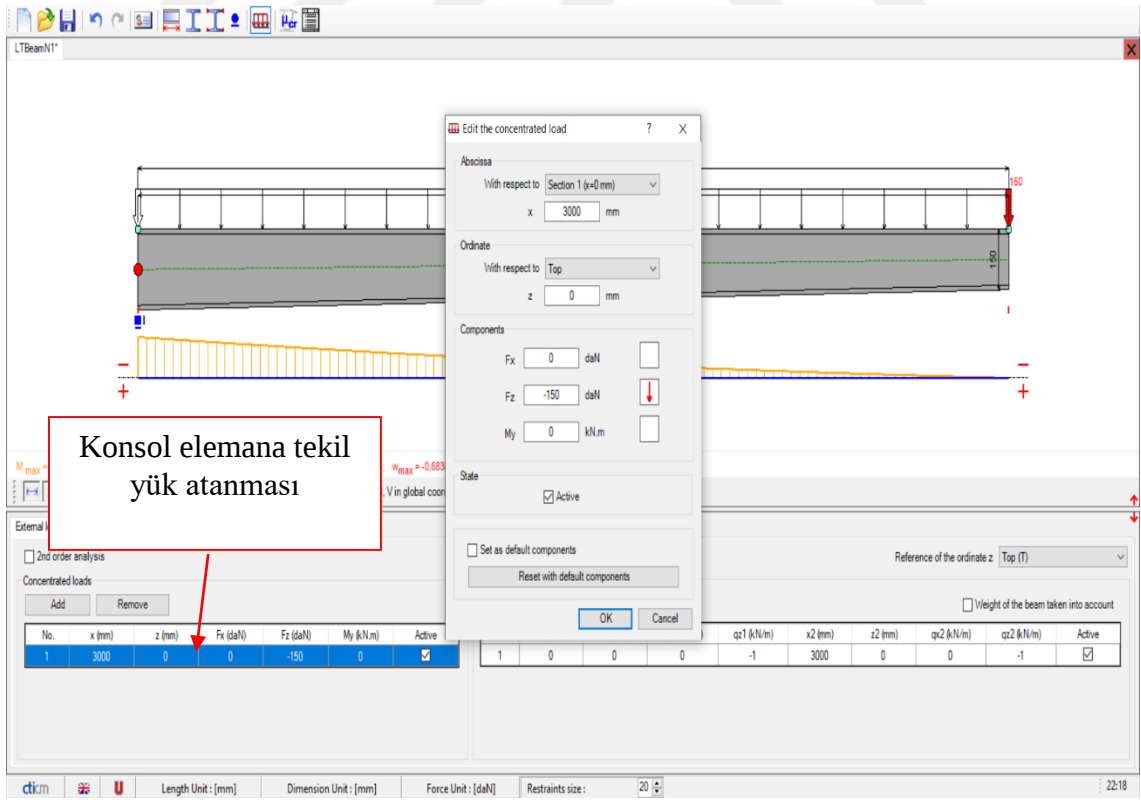
Şekil 5.25. Konsol elemanın bitiş kesiti özelliklerinin belirlenmesi



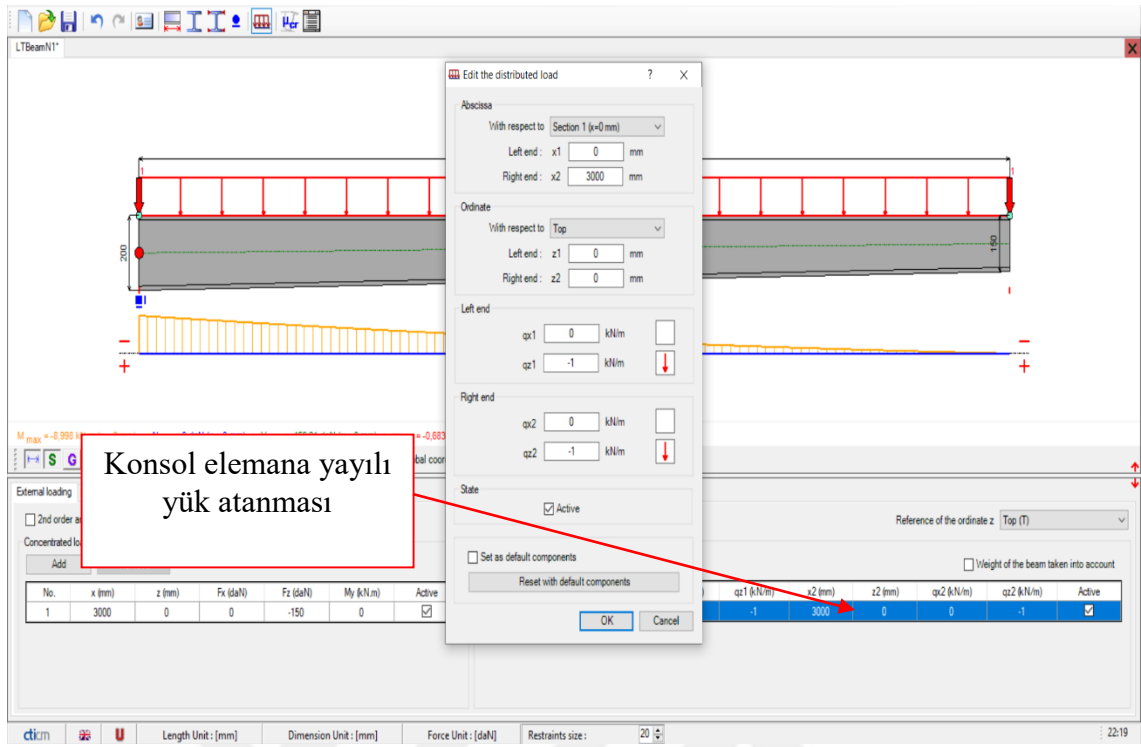
Şekil 5.26. Konsol elemanın mesnet koşullarının belirlenmesi



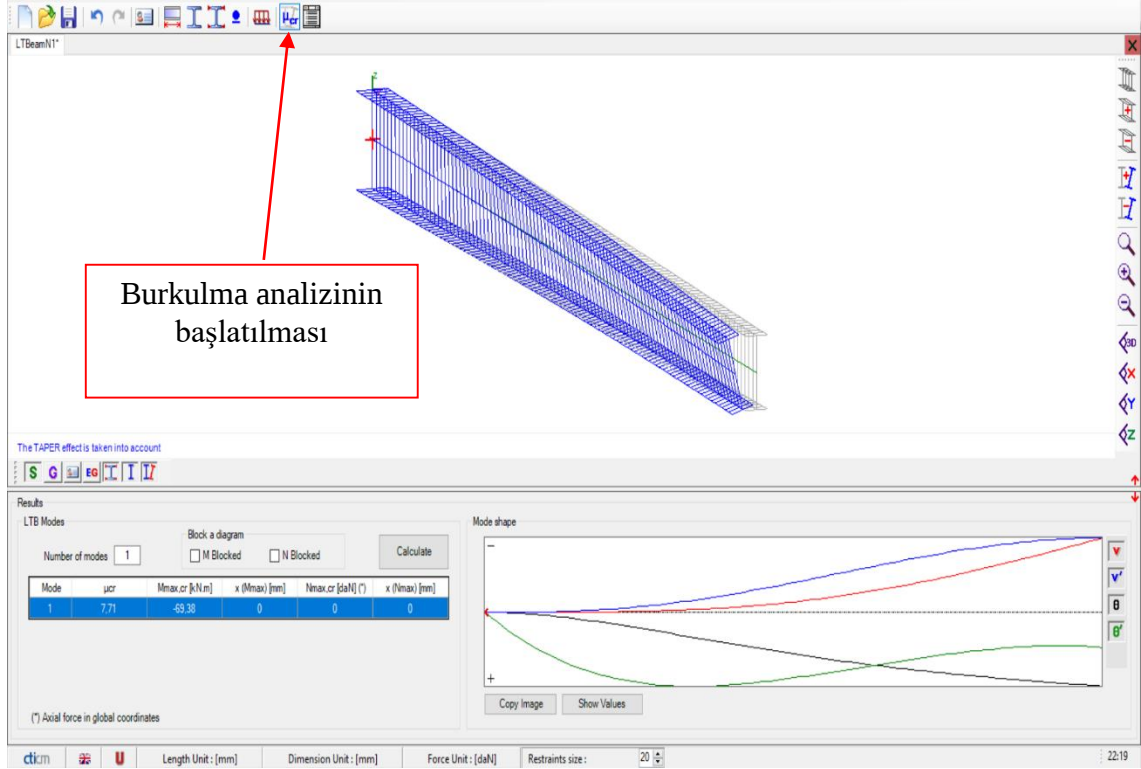
Şekil 5.27. Konsol elemanın mesnet koşullarının belirlenmesi



Şekil 5.28. Konsol elemana tekil yük atanması



Şekil 5.29. Konsol elemana yayılı yük atanması



Şekil 5.30. Konsol elemanın yanal burulmalı burkulma yükünün hesap edilmesi

1B sonlu eleman (LTBeamN) ve 3B sonlu eleman analizleri (ABAQUS) ile hesaplanan YBB yüklerini karşılaştırmak için serbest uçta tekil yük etkisindeki gövdesi ve başlığı eş zamanlı olarak daralan ve gövde daralması her iki başlığın eğimi ile sağlanan W2FTC3 elemanı kullanılmıştır. Tablo 5.4, 1B sonlu eleman (LTBeamN) ve 3B sonlu eleman analizleri (ABAQUS) ile hesaplanan YBB yüklerini karşılaştırmaktadır. Nümerik analiz sonuçları, 1B sonlu eleman (LTBeamN) ve 3B sonlu eleman analizleri ile hesaplanan YBB yükleri arasındaki farkın maksimum %1 olduğunu göstermiştir. Bu sonuçlar LTBeamN ile gerçekleştirilen 1B çubuk sonlu elemanların kullanıldığı nümerik analizlerin daralan konsolların YBB yükünü oldukça tutarlı olarak hesapladığını kanıtlamaktadır.

Tablo 5.4. W2FTC3 konsolu için birinci yükleme durumunda LTBeamN ve ABAQUS programından elde edilen değerlerin karşılaştırılması

Birinci Yükleme Durumu P (kn)									
	Üst Başlık			Kesme Merkezi			Alt Başlık		
W2FTC3	1D-SEA	3D-SEA	Oran	1D-SEA	3D-SEA	Oran	1D-SEA	3D-SEA	Oran
	17,9	17,7	%1	22,3	22,3	%0	25,3	25,4	%1

Sayısal analiz çalışması kapsamında, tüm konsolların sunulan analitik yöntem ve LTBeamN programı ile hesaplanan YBB yükleri Tablo 5.5-5.10’da gösterilmiştir.

Tablo 5.5. Simetrik I kesitli daralan konsol kirişlerin birinci yükleme durumu için Enerji yöntemi ve LTBeamN ile hesaplanan yanal burulmalı burkulma değerlerinin karşılaştırılması

Birinci Yükleme Durumu P (kn)									
	Üst Başlık			Kesme Merkezi			Alt Başlık		
Profil	Analitik	LTBeamN	Oran	Analitik	LTBeamN	Oran	Analitik	LTBeamN	Oran
FTC1	17,06	16,49	1,03	22,84	22,37	1,02	26,75	26,33	1,02
FTC2	11,7	11,58	1,01	15	14,69	1,02	17,18	16,88	1,02
FTC3	8,65	8,68	1,00	10,38	10,4	1,00	11,67	11,44	1,02
FTC4	14,2	13,71	1,04	18,33	17,94	1,02	21,27	20,91	1,02
FTC5	9,42	9,08	1,04	11,43	11,14	1,03	12,95	12,68	1,02
FTC6	6,37	6,14	1,04	7,30	7,2	1,01	8,20	8,04	1,02
W1TC1	22,53	21,85	1,03	32,20	31,67	1,02	38,36	37,89	1,01
W1TC2	24,41	23,69	1,03	31,53	31,03	1,02	36,31	35,82	1,01
W1TC3	26,34	25,84	1,02	30,87	30,49	1,01	34,19	33,81	1,01
W2TC4	24,41	23,69	1,03	31,53	31,03	1,02	36,31	35,82	1,01
W2TC5	26,34	25,84	1,02	30,87	30,5	1,01	34,19	33,81	1,01
W1TC6	25,06	24,39	1,03	31,31	30,84	1,02	35,61	35,14	1,01
W1TC7	18,54	18,11	1,02	21,79	21,44	1,02	24,16	23,81	1,01
W1TC8	14,19	13,88	1,02	16,00	15,73	1,02	17,39	17,12	1,02
W2TC9	25,06	24,39	1,03	31,31	30,84	1,02	35,61	35,15	1,01
W2TC 10	18,55	18,11	1,02	21,79	21,44	1,02	24,15	23,81	1,01
W2TC 11	14,19	13,88	1,02	16,00	15,73	1,02	16,00	16,45	0,97
W1FTC1	18,12	17,88	1,01	22,37	22,27	1,00	25,41	25,29	1,00
W1FTC2	19,19	19,24	1,00	21,92	22,05	0,99	24,02	24,14	1,00
W2FTC3	18,12	17,88	1,01	22,38	22,27	1,00	25,41	25,29	1,00
W2FTC4	19,19	19,24	1,00	21,92	22,05	0,99	24,02	24,15	0,99
W1FTC5	18,48	18,33	1,01	22,22	22,2	1,00	24,95	24,91	1,00
W1FTC6	13,62	13,49	1,01	15,60	15,52	1,01	17,12	17,04	1,00
W1FTC7	10,4	10,29	1,01	11,52	11,44	1,01	12,43	12,35	1,01
W2FTC8	18,48	18,33	1,01	22,22	22,2	1,00	24,95	24,91	1,00
W2FTC9	13,62	13,49	1,01	15,60	15,52	1,01	17,12	17,04	1,00
W2FTC10	10,4	10,29	1,01	11,52	11,44	1,01	12,42	12,35	1,01

Tablo 5.6. Simetrik I kesitli daralan konsol kirişlerin ikinci yükleme durumu için Enerji yöntemi ve LTBeamN ile hesaplanan yanal burulmalı burkulma değerlerinin karşılaştırılması

İkinci Yükleme Durumu q (kn)									
	Üst Başlık			Kesme Merkezi			Alt Başlık		
Profil	Analitik	LTBeamN	Oran	Analitik	LTBeamN	Oran	Analitik	LTBeamN	Oran
FTC1	20,17	19,57	1,03	30,65	30,11	1,02	40,71	40,16	1,01
FTC2	12,27	11,91	1,03	17,30	17	1,02	22,18	21,87	1,01
FTC3	7,90	7,67	1,03	10,56	10,35	1,02	13,13	12,92	1,02
FTC4	17,78	17,23	1,03	26,14	25,67	1,02	34,34	33,92	1,01
FTC5	10,47	10,14	1,03	14,30	14,01	1,02	18,08	17,82	1,01
FTC6	6,49	6,29	1,03	8,39	8,20	1,02	10,28	10,12	1,02
W1TC1	24,78	24,11	1,03	39,86	39,23	1,02	53,75	53,12	1,01
W1TC2	26,41	25,6	1,03	39,11	38,5	1,02	51,01	50,64	1,01
W1TC3	28,20	28,15	1,00	38,36	37,87	1,01	48,16	48,26	1,00
W2TC4	26,41	26,32	1,00	39,11	38,5	1,02	51,02	50,69	1,01
W2TC5	28,21	28,2	1,00	38,36	37,88	1,01	48,16	48,36	1,00
W1TC6	26,99	26,8	1,01	38,86	38,28	1,02	50,08	49,83	1,00
W1TC7	17,08	17,05	1,00	22,86	22,49	1,02	28,34	28,21	1,00
W1TC8	11,46	11,3	1,01	14,52	14,27	1,02	17,45	17,36	1,00
W2TC9	26,99	26,8	1,01	38,85	38,29	1,01	50,07	49,91	1,00
W2TC 10	17,09	17,1	1,00	22,86	22,5	1,02	28,34	28,24	1,00
W2TC 11	11,46	11,4	1,00	14,52	14,27	1,02	14,52	14,55	1,00
W1FTC1	21,31	20,64	1,03	30,09	29,99	1,00	38,63	38,69	1,00
W1FTC2	22,55	21,62	1,04	29,54	29,72	0,99	36,50	37,13	0,98
W2FTC3	21,30	20,63	1,03	30,10	29,99	1,00	38,64	38,73	1,00
W2FTC4	22,55	21,6	1,04	29,54	29,73	0,99	36,50	37,2	0,98
W1FTC5	21,71	20,96	1,04	29,91	29,89	1,00	37,93	38,16	0,99
W1FTC6	13,72	13,21	1,04	17,74	17,67	1,00	21,68	21,79	0,99
W1FTC7	9,19	8,84	1,04	11,33	11,26	1,01	13,44	13,51	0,99
W2FTC8	21,71	20,94	1,04	29,91	29,9	1,00	37,93	38,22	0,99
W2FTC9	13,72	13,21	1,04	17,74	17,67	1,00	21,68	21,81	0,99
W2FTC10	9,19	8,84	1,04	11,33	11,27	1,01	13,44	13,52	0,99

Tablo 5.7. Simetrik I kesitli daralan konsol kirişlerin üçüncü yükleme durumu için Enerji yöntemi ve LTBeamN ile hesaplanan yanal burulmalı burkulma değerlerinin karşılaştırılması

Üçüncü Yükleme Durumu P1+q (kn)									
	Üst Başlık			Kesme Merkezi			Alt Başlık		
Profil	Analitik	LTBeamN	Oran	Analitik	LTBeamN	Oran	Analitik	LTBeamN	Oran
FTC1	7,43	7,19	1,03	10,37	10,17	1,02	12,84	12,66	1,01
FTC2	4,48	4,34	1,03	5,85	5,73	1,02	7,03	6,92	1,02
FTC3	2,50	2,76	0,91	3,55	3,47	1,02	4,17	4,09	1,02
FTC4	6,32	6,10	1,04	8,51	8,33	1,02	10,42	10,26	1,02
FTC5	3,63	3,51	1,03	4,58	4,48	1,02	5,44	5,35	1,02
FTC6	2,18	2,11	1,03	2,63	2,57	1,02	3,04	2,98	1,02
W1TC1	9,53	9,26	1,03	14,18	13,95	1,02	17,90	17,68	1,01
W1TC2	10,25	9,86	1,04	13,90	13,68	1,02	16,93	16,78	1,01
W1TC3	11,01	10,57	1,04	13,61	13,45	1,01	15,93	15,91	1,00
W2TC4	10,25	9,86	1,04	13,90	13,68	1,02	16,93	16,79	1,01
W2TC5	11,01	10,57	1,04	13,61	13,45	1,01	15,93	15,93	1,00
W1TC6	10,50	10,09	1,04	13,80	13,60	1,01	16,60	16,49	1,01
W1TC7	6,65	6,41	1,04	8,19	8,06	1,02	9,54	9,47	1,01
W1TC8	4,45	4,30	1,04	5,24	5,15	1,02	5,95	5,90	1,01
W2TC9	10,50	10,09	1,04	13,80	13,60	1,01	16,60	16,49	1,01
W2TC10	6,65	6,40	1,04	8,19	8,06	1,02	9,54	9,48	1,01
W2TC11	4,45	4,29	1,04	5,24	5,15	1,02	5,24	5,45	0,96
W1FTC1	7,86	7,71	1,02	10,17	10,13	1,00	12,84	12,70	1,01
W1FTC2	8,32	8,20	1,01	9,97	10,03	0,99	7,49	7,50	1,00
W2FTC3	7,86	7,71	1,02	10,17	10,13	1,00	4,73	4,68	1,01
W2FTC4	8,32	8,20	1,01	9,97	10,03	0,99	10,42	10,40	1,00
W1FTC5	8,01	7,87	1,02	10,10	10,09	1,00	6,10	6,05	1,01
W1FTC6	5,06	4,96	1,02	6,05	6,02	1,00	3,91	3,90	1,00
W1FTC7	3,38	3,31	1,02	3,89	3,87	1,01	4,37	4,38	1,00
W2FTC8	8,01	7,87	1,02	10,10	10,09	1,00	11,94	12,01	0,99
W2FTC9	5,06	4,96	1,02	6,05	6,02	1,00	6,95	6,97	1,00
W2FTC10	3,38	3,31	1,02	3,89	3,87	1,01	4,37	4,38	1,00

Tablo 5.8. Simetrik I kesitli daralan konsol kirişlerin dördüncü yükleme durumu için Enerji yöntemi ve LTBeamN ile hesaplanan yanal burulmalı burkulma değerlerinin karşılaştırılması

Dördüncü Yükleme Durumu P2+q (kn)									
	Üst Başlık			Kesme Merkezi			Alt Başlık		
Profil	Analitik	LTBeamN	Oran	Analitik	LTBeamN	Oran	Analitik	LTBeamN	Oran
FTC1	4,50	4,36	1,03	6,18	6,06	1,02	7,50	7,39	1,01
FTC2	2,71	2,63	1,03	3,48	3,42	1,02	4,11	4,05	1,01
FTC3	1,73	1,67	1,04	2,11	2,07	1,02	2,44	2,40	1,02
FTC4	3,80	3,67	1,04	5,03	4,93	1,02	6,03	5,90	1,02
FTC5	2,17	2,18	1,00	2,70	2,65	1,02	3,15	3,10	1,02
FTC6	1,29	1,25	1,03	1,54	1,50	1,03	1,75	1,72	1,02
W1TC1	5,85	5,68	1,03	8,56	8,42	1,02	10,58	10,45	1,01
W1TC2	6,31	6,09	1,04	8,38	8,25	1,02	10,00	9,90	1,01
W1TC3	6,78	6,57	1,03	8,21	8,11	1,01	9,41	9,37	1,00
W2TC4	6,30	6,09	1,04	8,38	8,25	1,02	10,01	9,91	1,01
W2TC5	6,78	6,57	1,03	8,21	8,11	1,01	9,41	9,38	1,00
W1TC6	6,46	6,24	1,04	8,33	8,20	1,02	9,81	9,72	1,01
W1TC7	4,09	3,97	1,03	4,95	4,87	1,02	5,66	5,61	1,01
W1TC8	2,74	2,66	1,03	3,17	3,12	1,02	3,55	3,51	1,01
W2TC9	6,46	6,24	1,04	8,33	8,20	1,01	9,81	9,73	1,01
W2TC 10	4,09	3,97	1,03	4,95	4,87	1,02	5,66	5,61	1,01
W2TC 11	2,74	2,66	1,03	3,17	3,12	1,02	3,17	3,17	1,00
W1FTC1	4,77	4,69	1,02	6,06	6,04	1,00	7,11	7,10	1,00
W1FTC2	5,05	5,02	1,01	5,94	5,98	0,99	6,71	6,79	0,99
W2FTC3	4,77	4,69	1,02	6,06	6,04	1,00	7,11	7,11	1,00
W2FTC4	5,05	5,02	1,01	5,94	5,98	0,99	6,71	6,80	0,99
W1FTC5	4,87	4,80	1,01	6,02	6,02	1,00	6,98	7,00	1,00
W1FTC6	3,07	3,02	1,02	3,61	3,60	1,00	4,08	4,08	1,00
W1FTC7	2,05	2,02	1,02	2,33	2,31	1,01	2,57	2,57	1,00
W2FTC8	4,87	4,80	1,01	6,02	6,02	1,00	6,98	7,00	1,00
W2FTC9	3,07	3,02	1,02	3,61	3,60	1,00	4,08	4,08	1,00
W2FTC10	2,05	2,02	1,02	2,33	2,31	1,01	2,57	2,57	1,00

Tablo 5.9. Simetrik I kesitli daralan konsol kirişlerin beşinci yükleme durumu için Enerji yöntemi ve LTBeamN ile hesaplanan yanal burulmalı burkulma değerlerinin karşılaştırılması

Beşinci Yükleme Durumu P+P (kn)									
	Üst Başlık			Kesme Merkezi			Alt Başlık		
Profil	Analitik	LTBeamN	Oran	Analitik	LTBeamN	Oran	Analitik	LTBeamN	Oran
FTC1	15,00	14,50	1,03	21,16	20,73	1,02	26,75	26,34	1,02
FTC2	10,55	10,22	1,03	13,92	13,63	1,02	17,04	16,76	1,02
FTC3	7,67	7,43	1,03	9,65	9,43	1,02	11,50	11,29	1,02
FTC4	12,72	12,29	1,04	17,28	16,91	1,02	21,53	21,19	1,02
FTC5	8,53	8,23	1,04	10,83	10,57	1,02	13,03	12,78	1,02
FTC6	5,84	5,63	1,04	7,06	6,88	1,03	8,27	8,08	1,02
W1TC1	19,25	18,68	1,03	29,00	28,51	1,02	37,38	36,90	1,01
W1TC2	20,72	20,13	1,03	28,44	27,96	1,02	35,36	34,87	1,01
W1TC3	22,23	21,81	1,02	27,87	27,51	1,01	33,26	32,86	1,01
W2TC4	20,72	20,13	1,03	28,44	27,96	1,02	35,37	34,87	1,01
W2TC5	22,23	21,81	1,02	27,87	27,51	1,01	33,26	32,87	1,01
W1TC6	21,22	20,68	1,03	28,25	27,81	1,02	34,67	34,20	1,01
W1TC7	15,67	15,08	1,04	19,56	19,29	1,01	23,19	23,11	1,00
W1TC8	11,99	11,71	1,02	14,30	14,04	1,02	16,49	16,22	1,02
W2TC9	21,22	20,68	1,03	28,25	27,81	1,02	34,67	34,20	1,01
W2TC 10	15,67	15,30	1,02	19,56	19,23	1,02	23,19	22,84	1,02
W2TC 11	11,99	11,72	1,02	14,30	14,04	1,02	14,30	14,29	1,00
W1FTC1	15,00	15,70	0,96	20,76	20,66	1,00	25,33	25,20	1,01
W1FTC2	16,79	16,86	1,00	20,36	20,70	0,98	23,87	23,94	1,00
W2FTC3	15,88	15,70	1,01	20,76	20,66	1,00	25,33	25,20	1,01
W2FTC4	16,79	16,87	1,00	20,36	20,47	0,99	23,87	23,95	1,00
W1FTC5	16,18	16,09	1,01	20,62	20,59	1,00	24,85	24,78	1,00
W1FTC6	11,92	11,82	1,01	14,42	14,34	1,01	16,83	16,74	1,01
W1FTC7	9,11	9,02	1,01	10,61	10,53	1,01	12,07	11,99	1,01
W2FTC8	16,19	16,09	1,01	20,62	20,59	1,00	24,85	24,78	1,00
W2FTC9	11,93	11,82	1,01	14,42	14,34	1,01	16,83	16,74	1,01
W2FTC10	9,11	9,02	1,01	10,61	10,53	1,01	12,07	11,99	1,01

Tablo 5.10. Simetrik I kesitli daralan konsol kirişlerin altıncı yükleme durumu için Enerji yöntemi ve LTBeamN ile hesaplanan yanal burulmalı burkulma değerlerinin karşılaştırılması

Altıncı Yükleme Durumu M (knM)			
	Kesme Merkezi		
Profil	Analitik	LTBeamN	Oran
FTC1	19,94	19,74	1,01
FTC2	15,94	15,42	1,03
FTC3	12,99	12,54	1,04
FTC4	16,31	15,73	1,04
FTC5	12,25	11,74	1,04
FTC6	9,21	8,90	1,03
W1TC1	26,62	25,96	1,03
W1TC2	25,91	25,65	1,01
W1TC3	25,18	24,93	1,01
W2TC4	25,91	25,66	1,01
W2TC5	25,18	24,93	1,01
W1TC6	25,67	25,42	1,01
W1TC7	21,70	21,48	1,01
W1TC8	18,77	18,59	1,01
W2TC9	25,67	25,42	1,01
W2TC 10	21,70	21,48	1,01
W2TC 11	18,77	18,50	1,01
W1FTC1	19,23	19,04	1,01
W1FTC2	18,50	18,31	1,01
W2FTC3	19,23	19,04	1,01
W2FTC4	18,50	18,31	1,01
W1FTC5	18,99	18,80	1,01
W1FTC6	16,04	15,88	1,01
W1FTC7	13,84	13,70	1,01
W2FTC8	18,99	18,80	1,01
W2FTC9	16,04	15,88	1,01
W2FTC10	13,84	13,70	1,01

6. ARAŞTIRMA SONUÇLARI VE TARTIŞMA

Sunulan analitik yöntem ve LTBeamN yazılımı kullanılarak yürütülen 1B sonlu elemanlar yöntemine dayalı nümerik analiz sonucu hesaplanan yanal burulmalı burkulma yükleri Tablo 5.5-Tablo 5.10’da sunulmuştur. Tablo 5.5-Tablo 5.10’da incelendiğinde, analitik yöntem ve nümerik analiz sonucu hesaplanan elastik kritik yanal burulmalı burkulma yükleri arasında maksimum ve ortalama farkın sırasıyla %4 ve %1,08 olduğu belirlenmiştir. Sonuçlarda gözlemlenen bu uyum, sunulan analitik yöntemin farklı yük tipleri ve farklı yükleme pozisyonları etkisinde gövdesi, başlığı veya gövde ve başlığı eş zamanlı daralan farklı narinlikteki konsol kirişlerin YBB yükünü hesaplamada güvenle kullanılabileceği sonucunu açığa çıkarmıştır. Bir başka deyişle sunulan analitik yöntemin konsolların YBB yükünün hesaplanmasında, başlık ve gövde daralması, narinlik, çubuk eksen boyunca moment dağılımı ve enkesit üzerindeki yükleme pozisyonu etkilerini doğru bir şekilde göz önüne aldığı belirlenmiştir.

Sadece başlık daralmasının YBB yükleri üzerindeki etkisini incelemek için boyları 3 m olan, başlığı ve gövdesi daralmayan W1TC1 konsolu ile başlığı 90 mm’den 60 mm’ye daralan FTC1 ve başlığı 90 mm’den 45 mm’ye daralan FTC4 konsollarının YBB yükleri kıyaslanabilir. Başlığın 90 mm’den 60 mm ve 45 mm’ye düşmesi tekil yük etkisinde YBB yüklerini üst başlık, kesme merkezi ve alt başlık için sırasıyla %31, %41, %43 ve %58, %75, %80 azaltmıştır. Kesitin başlığı daraldıkça rijitliğinin düşmesi ile burkulma yükleri azalmıştır. Tüm yük tipleri için bu sonuç geçerlidir. Bununla birlikte başlığın 90 mm’den 60 mm’ye %33 daralması tüm yük tipleri için üst başlık, kesme merkezi ve alt başlık yükleme sırasıyla %23-32, %30-41 ve %32-43 aralıklarında YBB yüklerinin azalmasına neden olmuştur. Başlığın 90 mm’den 45 mm’ye %50 daralması tüm yük tipleri için üst başlık, kesme merkezi ve alt başlık yükleme sırasıyla %39-59, %52-76 ve %57-80 aralıklarında YBB yüklerinin azalmasına neden olmuştur. Başlık daralmasının YBB yüklerini azaltmada en dikkate değer oranda tekil yük yüklemeinde görüldüğü belirlenmiştir. Narinlik değişim oranı (NDO) aşağıdaki gibi tanımlanmak üzere:

$$NDO = \frac{\text{Serbest Uçtaki Kesitte Narinlik} - \text{Ankastre Uçtaki Kesitte Narinlik}}{\text{Ankastre Uçtaki Kesitte Narinlik}}$$

Aynı başlık daralma açısı ile daralan fakat farklı narinliğe (narinlik değişim oranına) sahip konsolların FTC1, FTC2, FTC3 konsolları ile FTC4, FTC5, FTC6 konsollarının tekil yük etkisindeki üst başlık, kesme merkezi ve alt başlık yüklemelerindeki YBB yükleri incelendiğinde narinlik artışı ile (narinlik değişim oranı sırasıyla FTC1, FTC2, FTC3 konsollarında sırasıyla 1.5, 2.0, 2.8, FTC4, FTC5, FTC6 konsollarında 3.9, 6.7, 12.3 oranında) burkulma yükleri azalmıştır. İlk grup konsollarda NDO'nun %33 ve %87 artışına karşılık üst başlık, kesme merkezi ve alt başlık yüklemelerinde sırasıyla %30, %34, %36 ve %49, %55, %56 oranında azalmıştır. İkinci grup konsollarda NDO'nun %72 ve 3,15 kat artışına karşılık üst başlık, kesme merkezi ve alt başlık yüklemelerinde sırasıyla %34, %38, %39 ve %55, %60, %61 oranında azalmıştır. YBB yükü azalma oranları ilk ve ikinci konsol grupları için P ve P+P yüklemelerinin kendi içinde ve benzer şekilde q , $q+0.5qL$, $q+qL$ yüklemelerinin kendi içinde yakın değerde olduğu belirlenmiştir. M yükü kesme merkezi yüklemesinde NDO'nun %33 ve %87 artışına karşılık YBB momentleri %20 ve %35 azalmıştır. NDO'nun %72 ve 3,15 kat artışına karşılık ise YBB momentleri %25 ve %43 azalmıştır.

Sadece gövdesi daralan (W1TC2, W1TC3, W2TC4, W2TC5) ve gövdesi ile başlıkları eşzamanlı olarak daralan (W1FTC1, W1FTC2, W2FTC3, W2FTC4) I-kesitli konsolların elastik YBB yükleri incelendiğinde, tüm yük tipleri için yüklerin üst başlığa etkimesi halinde, gövde daralması derecesi arttığında bir başka deyişle gövde daralma açısı arttığında YBB yüklerinin arttığı belirlenmiştir. Bu sonuç yapısal eleman tasarımı açısından beklenmedik bir sonuç olarak gözükmemektedir. Konsolda malzeme azalmakta, rijitlik düşmekte buna karşın elastik YBB yükü artarak eleman daha güvenli bir stabilite koşuluna geçmektedir. Yapısal tasarım açısından beklenmedik bu davranış gövde daralmasının beraberinde getirdiği iki zıt etki ile açıklanmaktadır. Birinci etki, gövde daralmasının artmasıyla kesitte malzemenin azalması ve rijitliğin düşmesidir. Beklendiği üzere bu etki elastik YBB yüklerini azaltmaktadır. İkinci etki ise gövde daralmasının artmasıyla, yükün en kesit boyunca uygulama noktası olan üst başlık ile kesme merkezi arasındaki düşey mesafenin azalmasıdır. Üst başlık ile kesme merkezi arasındaki düşey mesafenin azalmasıyla, kesme merkezi dışı üst başlık yüklemesinde, burulma dönmesini arttıran ve kesitin elastik YBB yükünü azaltan ek dönme momentinin ($Ph\phi$) etkisi azalmaktadır. Ek dönme momentinin etkisinin azalması YBB yüklerini arttıran bir etkiye yol açmaktadır. Bahsi geçen bu iki etkiden ikinci etki yani üst başlık ile kesme merkezi arasındaki düşey mesafenin azalmasıyla ek dönme momentinin etkisinin azalması gövdesi daralan konsolların davranışında daha baskın rol oynamaktadır. Bu nedenle üst

başlık yüklemelerinde, gövde daralma seviyesi arttıkça hem sadece gövdesi daralan (W1TC2, W1TC3, W2TC4, W2TC5) hem de gövdesi ile başlıkları eşzamanlı olarak daralan (W1FTC1, W1FTC2, W2FTC3, W2FTC4) I-kesitli konsolların elastik YBB burkulma yükleri artmaktadır.

Analitik çalışma sonucu hesaplanan YBB yükleri incelendiğinde gözlemlen bir diğer önemli sonuç, üst başlık yüklemesinde, gövde daralma seviyesinin artmasıyla meydana gelen ve davranışa yön veren iki zıt etki rijitlik azalması ve ek burulma momenti etkisinin azalması durumlarının yanı sıra başlığın da daralması ile meydana gelen ek rijitlik düşüşü etkisidir. Bu davranışı incelemek amacıyla örnek olarak gövde daralmasının alt başlık eğimi ile sağlandığı W1TC1, W1TC2 ve W1FTC1 konsolları ile yine W1TC1, W1TC3 ve W1FTC2 konsollarının tekil yükün üst başlığa etkidiği hal için elde edilen elastik YBB yükleri kıyaslanabilir. YBB yükleri ilk grup konsollar için sırasıyla 22.53 kN, 24.41 kN ve 18.12 kN olarak hesaplanmıştır. Tekil yükün üst başlığına etkidiği gövdesi ve başlığı daralmayan W1TC1 konsolunda YBB yükü 22.53 kN iken bu konsolun 0.955° açısıyla gövdesinin daralmasıyla elde edilen W1TC2 konsolunun YBB yükü 24.41 kN olarak hesaplanmıştır. W1TC2 konsolunun rijitliğinin azalmasına rağmen YBB yükünün artması, gövde daralmasıyla birlikte üst başlık ile kesme merkezi arasındaki düşey mesafenin azalması buna bağlı olarak burulma dönmesini arttıran ve kesitin elastik YBB yükünü azaltan ek dönme momentinin etkisinin azalmasından kaynaklanmaktadır. Yukarıda bahsedilen iki zıt etkiden ikincisinin baskın olduğu ve davranışa yön verdiği açıkça görülmektedir. Benzer davranış eğilimi W1TC1, W1TC3 ve W1FTC2 konsollarının tekil yükün üst başlığa etkidiğinde sırasıyla 22.53 kN, 26.34 kN ve 19.19 kN olarak hesaplanan YBB yüklerinden gözlemlenebilir. Üst başlık yüklemesinde gözlemlenen bu davranış eğilimin, gövde daralmasının hem üst hem de alt başlık eğimi ile sağlandığı konsollarda da gerçekleştiği W1TC1, W2TC4 ve W2FTC3 ile W1TC1, W2TC5 ve W2FTC4 konsollarının YBB yükleri kıyaslanarak gözlemlenebilir. Bu yükler sırasıyla 22.53 kN, 24.41 kN, 18.12 kN ile 22.53 kN, 26.34 kN, 19.19 kN olarak hesaplanmıştır. Ayrıca üst başlık yüklemesinde görülen bu davranışın tekil yükün yanı sıra diğer yük tiplerinde de aynı eğilimde olduğu Tablo 4.4-Tablo 4.9' da sunulan YBB yüklerinin incelenmesi ile görülebilir.

Sadece gövdesi daralan (W1TC2, W1TC3, W2TC4, W2TC5) ve gövdesi ile başlıkları eş zamanlı olarak daralan (W1FTC1, W1FTC2, W2FTC3, W2FTC4) I-kesitli konsolların elastik YBB yükleri incelendiğinde, tüm yük tipleri için yüklerin kesme merkezine ya da alt başlığa etkimesi halinde, gövde daralması derecesi arttığında bir

başka deyişle gövde daralma açısı arttığında YBB yüklerinin azaldığı görülmüştür. Konsollar kesme merkezinden ya da alt başlıklarından yüklendiğinde, gövde daralmasının neden olduğu ilk etki olan rijitlik azalması sadece gövdesi daralan (W1TC2, W1TC3, W2TC4, W2TC5) ve gövdesi ile başlıkları eşzamanlı olarak daralan (W1FTC1, W1FTC2, W2FTC3, W2FTC4) I-kesitli konsolların elastik YBB yüklerini beklediği üzere azaltma eğilimindedir. Bunun yanı sıra gövde daralmasının ikinci etkisi, yüklerin uygulandığı alt başlık ile kesme merkezi arasındaki düşey mesafenin azalmasıdır. Alt başlık yüklemesinde, bu mesafenin azalması, burulma dönmesini azaltan ve kesitin elastik YBB yükünü arttıran ek dönme momentinin etkisinin azalmasına neden olmaktadır. Sonuç olarak bu etki de üst başlık yüklemesinin aksine YBB yüklerinde azalmaya neden olmaktadır. Gövde daralma seviyesi artışının her iki etkisi olan hem rijitliğin azalması hem de ek dönme momentinin etkisinin azalması alt başlık yüklemesinde YBB yüklerini azaltıcı eğilim gösterdiğinden sadece gövdesi daralan (W1TC2, W1TC3, W2TC4, W2TC5) ve gövdesi ile başlıkları eşzamanlı olarak daralan (W1FTC1, W1FTC2, W2FTC3, W2FTC4) I-kesitli konsolların elastik YBB yüklerinin azalmasına neden olmuştur. Kesme merkezi yüklemesinde, çubuk eksen boyunca enkesit üzerinde yük pozisyon etkisi meydana gelmeyeceğinden ($H_p=0$ ve $H_q=0$), davranışta sadece gövde ve gövde ile başlığın daralması sonucu meydana gelen rijitlik azalması etkili olacağından konsolların YBB yükü azalmıştır.

Narinliğin artması ya da bir başka deyişle Narinlik Değişim Oranı (NDO) artması gövdesi daralan ya da gövdesi ve başlığı eş zamanlı olarak daralan konsollarda YBB yükünü azaltır. Bununla birlikte gövde daralmasının sadece alt başlık eğimi ya da üst ve alt başlığın eğimi ile sağlanmasının, narinlik artışı ile YBB yüklerinde meydana gelecek azalma oranını değiştirmedeği görülmüştür. Bu nedenle narinlik artışının sadece gövdesi daralan konsollarda YBB yüklerini azaltmadaki etkisi NDO'su farklı W1TC6-8 ya da W2TC9-11 konsollarından gözlemlenebilir. Benzer şekilde narinlik artışının gövdesi ve başlığı eş zamanlı daralan konsolların YBB yüklerini azaltmadaki etkisi NDO'su farklı W1FTC5-7 ya da W2FTC8-10 konsollarından gözlemlenebilir. Sadece gövdesi daralan W1TC6-8 konsollarının tekil yük etkisindeki YBB yükleri incelendiğinde, NDO'nun 1.2'den 1.6 ya ve 1.2'den 2.2'ye %33 ve %83 artması sırasıyla üst başlık, kesme merkezi ve alt başlık yükleme pozisyonları için YBB yüklerini %26, %30, %32 ve %43, %49, %51 oranına azaltmıştır. YBB yükü azalma oranları P ve P+P yüklemelerinin kendi içinde ve aynı şekilde q, q+0.5qL, q+qL yüklemelerinin kendi içinde yakın değerde olduğu görülmüştür. NDO'nun %33 ve %83 artması YBB momentini %15 ve %27

oranında azaltmıştır. Başlığı ve gövdesi eş zamanlı daralan W1FTC5-7 konsollarının tekil yük etkisindeki YBB yükleri incelendiğinde, NDO'nun 4.3'ten 5.3'e ve 4.3'ten 6.7'ye %23 ve %56 artması sırasıyla üst başlık, kesme merkezi ve alt başlık yükleme pozisyonları için YBB yüklerini %26, %30, %31 ve %44, %48, %50 oranına azaltmıştır. YBB yükü azalma oranları P ve P+P yüklemelerinin kendi içinde ve aynı şekilde q , $q+0.5qL$, $q+qL$ yüklemelerinin kendi içinde yakın değerde olduğu görülmüştür. NDO'nun %33 ve %83 artması YBB momentini %16 ve %27 oranında azaltmıştır.



7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Çalışma kapsamında başlığı ve/veya gövdesi daralan çift simetri eksenli I-kesitli konsolların Yanal Burulmalı Burkulma davranışını detaylı olarak incelemek ve yorumlamak üzere enerji yöntemine dayalı analitik bir model tanıtılmıştır. Analitik model gövde ve başlık daralma seviyesi, narinlik, enine yük tipi ve enkesit üzerinde yükleme pozisyonu değişkenlerinin konsolların YBB davranışına etkilerini göz önüne almaktadır. Önerilen analitik metot herhangi bir matematik programlama yazılımı ile kolayca uygulanabilmektedir. Bu sayede önerilen yöntem uzmanlık, zaman ve hesap gücü gerektiren geometrinin oluşturulması, malzeme özelliklerinin tanımlanması, kesitlerin atanması, sonlu eleman ağının oluşturulması, yüklerin ve sınır koşullarının tanımlanması, analizin gerçekleştirilmesi ve sonuçların elde edilmesi gibi süreçleri içeren sonlu eleman metoduna dayalı nümerik analizlere göre hızlı bir değerlendirme sunmaktadır. Çalışma kapsamında önerilen analitik yöntem ile hesaplanan YBB yükleri, bir boyutlu (1B) çarpılma etkilerini içeren çubuk sonlu elemanların kullanıldığı nümerik analizlerden elde edilen burkulma yükleri ile doğrulanmıştır. Çalışmada başlığı ve/veya gövdesi daralan çift simetri eksenli I-kesitli konsolların Yanal Burulmalı Burkulma davranışını detaylı olarak incelenmiştir. Çalışmadan elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibi özetlenebilir.

Analitik yöntem ve sonlu eleman analizleri sonucu hesaplanan elastik kritik yanal burulmalı burkulma yükleri kıyaslandığında, aralarındaki maksimum ve ortalama farkın sırasıyla sadece %4 ve %1,08 olduğu belirlenmiştir. Sunulan analitik yöntemin konsolların YBB yükünün hesaplanmasında, başlık ve gövde daralması, narinlik, çubuk farklı yük tipi ve enkesit üzerindeki yükleme pozisyonu etkilerini doğru bir hesaba kattığı belirlenmiştir.

Sadece başlığı daralan konsollar için, kesitin başlığı daraldıkça rijitliğinin düşmesi ile burkulma yükleri azalmıştır. Başlık genişliğinin %50 daralması tüm yük tipleri için üst başlık, kesme merkezi ve alt başlık yüklemesi sırasıyla %39-59, %52-76 ve %57-80 aralıklarında YBB yüklerinin azalmasına neden olmuştur. Başlık genişliği daralmasının YBB yüklerini azaltmada en dikkate değer oranda, tekil yük yüklemesinde görüldüğü belirlenmiştir.

Sadece gövdesi daralan ve gövdesi ile başlıkları eşzamanlı olarak daralan I-kesitli konsolların elastik YBB yükleri incelendiğinde, tüm yük tipleri için yüklerin üst başlığa etkimesi halinde, gövde daralma derecesi YBB yüklerinin arttığı belirlenmiştir. Malzeme ve rijitlik azalmasına karşın, burkulma yükünün artması yapısal tasarım açısından şaşırtıcı

bir sonuçtur. Bu davranış eğilimi iki zıt etki ile açıklanmaktadır. İlk etki, gövde daralmasının artmasıyla kesitte malzemenin azalması ile rijitliğin düşmesidir ve bu etki elastik YBB yüklerini azaltmaktadır. İkinci etki ise gövde daralmasının artmasıyla, yükün en kesit boyunca uygulama noktası olan üst başlık ile kesme merkezi arasındaki düşey mesafenin azalmasıdır. Üst başlık ile kesme merkezi arasındaki düşey mesafenin azalmasıyla, kesme merkezi dışı üst başlık yüklemesinde, burulma dönmesini arttıran ve kesitin elastik YBB yükünü azaltan ek dönme momentinin (Ph_{fi}) etkisi azalmaktadır. Ek dönme momentinin etkisinin azalması YBB yüklerini arttıran bir etkiye yol açmaktadır. İkinci etki daralan konsolların davranışında daha baskın rol oynamaktadır ve burkulma yükleri artmaktadır.

Çalışmadan elde edilen bir diğer sonuç, üst başlık yüklemesinde, gövde daralma seviyesinin artmasıyla meydana gelen ve davranışa yön veren iki zıt etki rijitlik azalması ve ek burulma momenti etkisinin azalması durumlarının yanı sıra başlığın da daralması ile meydana gelen ek rijitlik düşüşünün YBB yüklerinde düşüşe neden olabileceği bulgusudur.

Gövde daralma seviyesi artışının her iki etkisi olan hem rijitliğin azalması hem de ek dönme momentinin etkisinin azalması alt başlık yüklemesinde YBB yüklerini azaltıcı eğilim gösterdiğinden sadece gövdesi daralan ve gövdesi ile başlıkları eşzamanlı olarak daralan I-kesitli konsolların elastik YBB yüklerinin azalmasına neden olmuştur.

Kesme merkezi yüklemesinde, çubuk eksenini boyunca enkesit üzerinde yük yüksekliği etkisi meydana gelmeyeceğinden davranışta sadece gövde ve gövde ile başlığın daralması sonucu meydana gelen rijitlik azalması etkili olacağından konsolların YBB yükü azalmıştır.

Narinliğin artması ya da bir başka deyişle Narinlik Değişim Oranı (NDO) artması gövdesi daralan ya da gövdesi ve başlığı eş zamanlı olarak daralan konsollarda YBB yükünü azaltır. Bununla birlikte gövde daralmasının sadece alt başlık eğimi ya da üst ve alt başlığın eğimi ile sağlanmasının, narinlik artışı ile YBB yüklerinde meydana gelecek azalma oranını değiştirmedeği görülmüştür.

Tek simetri eksenli I-kesitli başlığı ve/veya gövdesi daralan konsolların YBB davranışı üzerine narinlik, daralma seviyesi, monosimetri, yük tipi ve yük pozisyonu etkilerinin incelendiği ve sonlu eleman analizleri ile kıyaslandığı bir çalışmanın düzenlenmesi önerilmektedir.

KAYNAKLAR

- ABAQUS/CAE. (2022). Dassault Systèmes.
- Anderson J.M., Trahair N.S., 1972, Stability of Monosymmetric Beams and Cantilevers, *Journal of Structural Division*, 98 (ST1), 269-86.
- Andrade A., Camotim D., and Dinis, PB., 2007, Lateral-torsional buckling of singly symmetric web-tapered thin-walled I-beams: 1D model vs. shell FEA, *Comput Struct* ;85,1343–59.
- Andrade, A. and Camotim, D., 2005, Lateral–Torsional Buckling of Singly Symmetric Tapered Beams: Theory and Applications, *J Eng Mech*,131,586–97.
- Andrade, A., Camotim, D. and Providência e Costa, P., 2007. “On the evaluation of elastic critical moments in doubly and singly symmetric I section cantilevers”. *Journal of Constructional Steel Research*, 63, 894-908.
- Asgarian, B., Soltani, M. and Mohri, F., 2013, Lateral-torsional buckling of tapered thin-walled beams with arbitrary cross-sections, *Thin-Walled Structures*, 62, 96-108
- Ayhan D., 2007, “Çelik Kirişlerde Yanal Burulmalı Burkulma Analizi”, Yüksek Lisans, *Fen Bilimleri Enstitüsü*, İstanbul Teknik Üniversitesi, 1-75
- Aydin, R., Gunaydin, A. and Kirac, N. (2015), “On the Evaluation of Critical Lateral Buckling Loads of Prismatic Steel Beams”. *Steel & Composite Structures*, 18(3), 603-621.
- Aydin, R., Ozbasaran, H., Kirac, N. and Gunaydin, A. (2013), “Lateral Torsional Buckling of Double Angle and Tee Cantilevers: A Parametric Study”, Proceedings of the Fourteenth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing, Civil-Comp Press, Stirlingshire, Scotland.
- Barsoum, R. S. and Gallagher, R. H. (1970). “Finite Element Analysis of Torsional and Torsional–Flexural Stability Problems”, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, (2), 335-352.
- Bleich, F., 1952, Buckling Strength of Metal Structures. *McGraw Hill*, New York, NY, USA.
- Bui, H. C., 2009, Buckling Analysis of Thin-Walled Sections Under General Loading Conditions, *Thin-Walled Structures*, 47 (6), 730-739.
- Benyamina, A.B, Meftah, S. A., Mohri, F. and Daya, E. M. (2013). “Analytical solutions attempt for lateral torsional buckling of doubly symmetric web-tapered I-beams”. *Thin-walled structures*, 56, 1207-1219.

- Chen, W.F. and Lui, E.M. (1987), *Structural Stability: Theory and Implementation*, Elsevier Science Publishing Co. Inc., New York, NY, USA.
- Chen, W.F. and Atsuta, T. (1977), *Theory of Beam-Columns: Space Behavior and Design*, (Volume 2), McGraw-Hill, New York, NY, USA.
- De Carvalho AS, Rossi A., 2022, Martins CH. Assessment of lateral–torsional buckling in steel I-beams with sinusoidal web openings, *Thin-Walled Struct*, 175,109-242.
- Hill, H.N. and Clark, J.W. (1951), “Lateral buckling of eccentrically loaded I-section columns”, *Transactions of the ASCE*, 116, pp. 1179.
- Galambos, T.V. and Surovek, A.E. (2008), *Structural Stability of Steel: Concepts and Application for Structural Engineers*, John Wiley and Sons.
- Kitipornchai, S. and Trahair, NS., 1972, Elastic stability of tapered I-beams, *J Struct Dvn ASCE*, 98(ST3),713–28.
- Kitipornchai, S. and Trahair, NS.,1975, Elastic behaviour of tapered mono-symmetric Ibeams, *J Struct Dvn, ASCE* ,101 (ST8),1661–78.
- Kitipornchai, S., Wang, C. M. and Trahair, N. S., 1986, Buckling of Monosymmetric I Beams under Moment Gradient, *ASCE Journal of Structural Engineering*, 112 (4), 781-799.
- Kováč M., 2012, Lateral-torsional buckling of web-tapered I-beams 1D and 3D FEM approach, *Procedia Eng*, 40, 217–22.
- Kus, J., 2015, Lateral-torsional buckling steel beams with simultaneously tapered flanges and web, *Steel and Composite Structures*, 19 (4), 897–916.
- Küçükler, M., Gardner, L. and Macorini, L., 2015, Lateral-torsional buckling assessment of steel beams through a stiffness reduction method, *J Constr Steel Res*, 109, 87–100.
- Küçükler, M. and Gardner, L., 2019, Design of web-tapered steel beams against lateral-torsional buckling through a stiffness reduction method, *Eng Struct*, 190, 246–61.
- Kim, B.,Li, L. and Edmons, A. 2016, “Analytical Solutions of Lateral-Torsional Buckling of Castellated Beams”. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*,16, 155044.
- Lu, L.W., Shen, S.Z., Shen, Z.Y. and Hu, X.R., 1983, *Stability of steel members*, Architecture and Building Press
- LTBeamN (2015). Centre Technique Industriel de la Construction Metallique.

- Mohammadi, E., Hosseini, S.S. and AsgariMarnani, J., 2018, An Interactive Solution for Lateral-Torsional Buckling of the Mono-Symmetric Beam-Columns with Discrete Lateral Bracings, *Structures*, 14, 164–77.
- Mohri, F., Brouki, A. and Roth, J.C. (2003), “Theoretical and Numerical Stability Analyses of Unrestrained, Mono-Symmetric Thin-Walled Beams”, *J. Constr. Steel Res.*, 59(1), 63-90.
- Mohri, F., Bouzerira, C. and Potier-Ferry, M., 2008, “Lateral buckling of thin-walled beam-column elements under combined axial and bending loads”, *Thin-Wall. Struct.*, 46(3), 290-302.
- Naderian, H. R. and Ronagh, H. R., 2015, Buckling Analysis of Thin-Walled Cold-Formed Steel Structural Members Using Complex Finite Strip Method, *Thin-Walled Structures*, 90, 74-83.
- Osmani, A. and Meftah, S.A., 2018, Lateral buckling of tapered thin walled bi-symmetric beams under combined axial and bending loads with shear deformations allowed, *Eng Struct* 2018,165,76–87
- Özbaşaran, H., 2013, “Çelik I Kesitli Konsol Kirişlerin Yanal Burulmalı Burkulmasının Deneysel Ve Analitik Olarak İncelenmesi”, Doktora, *Fen Bilimleri Enstitüsü*, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, 1-135
- Özbaşaran, H., Aydın, R. and Dogan, M., 2015, An Alternative Design Procedure for Lateral-Torsional Buckling of Cantilever I-Beams”. *Thin-Walled Structures*, 90, 235-242.
- Salvadori, M.G. (1956), “Lateral buckling of eccentrically loaded I columns”, *Transactions of the ASCE*, 121, 1163-1178.
- Saoula, A., Meftah, S. A., Mohri, F., and Daya, E.M. (2016). “Lateral buckling of box beam elements under combined axial and bending loads”. *Journal of Constructional Steel Research*, 116,141-155.
- Serna, M. A., Lopez, A., Puente, I. and Yong, D. J., 2006, Equivalent Uniform Moment Factors for Lateral-Torsional Buckling of Steel Members, *Journal of Constructional Steel Research*, 62 (6), 566-580.
- Timoshenko, S. P and Gere, J. M. (1961). *Theory of Elastic Stability*. 2nd ed., *McGraw-Hill*, New York, NY, USA.
- Trahair, N. S. (1993). *Flexural-Torsional Buckling of Structures*. *CRC Press*, London, UK.
- Trahair, N., 2017, Lateral Buckling of Tapered Members, *Eng Struct*, 151, 518-26.

- Wang, C.M. and Kitipornchai, S. 1989, “New set of buckling parameters for monosymmetric beam-columns/tie-beams”, *J. Struct. Eng.*, 115(6), 1497-1513.
- Yılmaz, T., Kirac, N., 2017, Analytical and parametric investigations on lateral torsional buckling of European IPE and IPN beams, *Int J Steel Struct*, 17, 695–709.
- Yılmaz, T., Kirac, N. and Kilic, T., 2017, “Lateral-Torsional Buckling of European Wide Flange I-Section Beams”, *Proceedings of the 2nd World Congress on Civil, Structural and Environmental Engineering (CSEE'17)*, Barcelona, Spain, April.
- Yılmaz, T., Kırac, N., Anıl, Ö., 2019, An alternative evaluation of the LTB behavior of monosymmetric beam-columns, *Steel Compos. Struct.* 5, 471–481.
- Yılmaz, T., 2023, “Rapid evaluation of lateral-torsional buckling of European standard Isection cantilevers”. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 52;7:4241- 59.
- Yılmaz, T., 2024, Gövdesi daralan I kesitli kirişlerin yanal burulmalı burkulma yükünün hesaplanması için pratik bir yazılım geliştirilmesi, *Zürih konferansı*, Online, 57-74
- Yuan, W., Kim, B. and Chen, C., 2013, Lateral-torsional buckling of steel web tapered tee-section cantilevers, *Journal of Constructional Steel Research*, 87, 31–37, 2013.
- Zhang, L. and Tong, G., 2016, Lateral buckling of simply supported C- and Z-section purlins with top flange horizontally restrained, *Thin-Walled Structures*, 99, 155-167.
- Zhang, L. and Tong, G.S., 2008, Elastic flexural-torsional buckling of thin-walled cantilevers, *Thin-Walled Structures*, 46, 27-37.