

**T. C.
DİCLE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**SORGULAYICI 5E MODELİ İLE BÜTÜNLEŞTİRİLMİŞ TERS-YÜZ
ÖĞRENME ORTAMINDA ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN
ÇEMBER VE DAİRE KONUSUNDAKİ
KAVRAMSAL ANLAMA SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ŞULE ÖZCAN

**MAYIS-2023
DİYARBAKIR**

**T. C.
DİCLE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**SORGULAYICI 5E MODELİ İLE BÜTÜNLEŞTİRİLMİŞ TERS-YÜZ
ÖĞRENME ORTAMINDA ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN
ÇEMBER VE DAİRE KONUSUNDAKİ
KAVRAMSAL ANLAMA SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**HAZIRLAYAN
ŞULE ÖZCAN**

**DANIŞMAN
DOÇ. DR. YILMAZ ZENGİN**

**MAYIS-2023
DİYARBAKIR**

KABUL VE ONAY

T.C.

DİCLE ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ

DİYARBAKIR

Şule ÖZCAN tarafından yapılan “Sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin çember ve daire konusundaki kavramsal anlama süreçlerinin incelenmesi” konulu bu çalışma, jürimiz tarafından Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyesinin

Unvanı

Adı Soyadı

İmza

Başkan: Prof. Dr.

Kemal ÖZGEN

Üye : Doç. Dr.

Yılmaz ZENGİN

Üye : Dr. Öğr. Üyesi

Candaş UYGAN

Tez Savunma Sınavı Tarihi: 31/05/2023

Yukarıdaki bilgilerin doğruluğunu onaylarım.

.../.../20

Prof. Dr. Bahar BURTAN DOĞAN

ENSTİTÜ MÜDÜRÜ

(MÜHÜR)

BİLDİRİM

Tezimin içerdığı yenilik ve sonuçları başka bir yerden almadığımı ve bu tezi DÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsünden başka bir bilim kuruluşuna akademik gaye ve unvan almak amacıyla vermediğimi; tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ediyorum.

Şule ÖZCAN

31/05/2023

ÖNSÖZ

Yüksek lisans öğrenimine başladığım günden itibaren olumlu tavrıyla her daim beni teşvik eden, bana yol gösteren, birlikte çalışmaktan keyif aldığım, bilgi birikimiyle bu çalışmanın gerçekleştirilmesine büyük katkı sunan çok değerli danışman hocam Doç. Dr. Yılmaz ZENGİN'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Yüksek lisans sürecim boyunca engin bilgi ve tecrübelerini sunarak çalışmalarına katkı sağlayan değerli hocalarım Prof. Dr. Kemal ÖZGEN'e, Doç. Dr. Mehmet AYDIN'a ve Dr. Öğr. Üyesi Selin URHAN'a teşekkürlerimi sunarım. Tez jürisinde yer alarak, tez çalışmama görüş ve önerileri ile katkı sunan sayın hocam Dr. Öğr. Üyesi Candaş UYGAN'a çok teşekkür ederim.

Yüksek lisans öğreniminde tanıştığım, keyifli tartışmalar yaparak birbirimize destek olduğumuz çalışma arkadaşlarım Mehmet DEMİR'e ve Nazlı AKSU'ya çok teşekkür ederim.

Son olarak tüm hayatım boyunca yanımda olan, aldığım kararları hep destekleyen aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Şule ÖZCAN

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ.....	iii
İÇİNDEKİLER .	iv
ÖZET.....	vi
ABSTRACT	vii
TABLolar LİSTESİ.	viii
ŞEKİLLER LİSTESİ.	ix
1. GİRİŞ	1
1. 1. PROBLEM DURUMU	1
1. 2. ARAŞTIRMANIN AMACI	7
1. 3. ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ.....	8
1. 4. ARAŞTIRMANIN SINIRLILIKLARI	11
1. 5. ARAŞTIRMANIN VARSAYIMLARI.....	11
1. 6. TANIMLAR	12
2. KURAMSAL ÇERÇEVE	13
2. 1. DİNAMİK GEOMETRİ YAZILIMI	13
2. 1. 1. GeoGebra Yazılımı	14
2. 1. 2. GeoGebra Classroom	15
2. 1. 3. Sorgulayıcı 5E Modeli ile Bütünleştirilmiş Ters-Yüz Sınıfların GeoGebra ve GeoGebra Classroom ile Desteklenmesi	16
2. 2. SORGULAYICI 5E MODELİ İLE BÜTÜNLEŞTİRİLMİŞ TERS-YÜZ SINIF YAKLAŞIMI.....	18
2. 3. KAVRAMSAL ANLAMA	22
2. 3. 1. Temsiller	23
2. 3. 2. Duval'ın Semiyotik Yaklaşımı	27
2. 3. 2. 1. Temsil İçi Geçişler	27
2. 3. 2. 2. Temsiller Arası Dönüşümler	28
2. 4. ÇEMBER VE DAİRE	28
2. 5. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR	29
3. YÖNTEM.....	38
3. 1. ARAŞTIRMANIN MODELİ	38
3. 2. KATILIMCILAR.....	39
3. 3. VERİ TOPLAMA ARAÇLARI.....	40
3. 3. 1. Matematiksel Etkinlikler	40
3. 3. 2. Klinik Görüşmeler	44
3. 3. 3. GeoGebra Dosyaları	45
3. 3. 4. Ekran ve Ses Kayıtları	46
3. 3. 5. Araştırmacı ve Gözlemci Notları.....	46
3. 4. PİLOT ÇALIŞMA.....	47
3. 5. UYGULAMA SÜRECİ.....	48

3. 6. VERİLERİN ANALİZİ.....	51
3. 7. ARAŞTIRMANIN GEÇERLİK VE GÜVENİRLİĞİ	55
4. BULGULAR.....	58
4. 1. ÇEMBERDE MERKEZ AÇILAR VE BU AÇILARIN GÖRDÜĞÜ YAYLAR.....	58
4. 1. 1. Giriş-Sınıf Dışı	58
4. 1. 2. Keşfetme-Sınıf Dışı	65
4. 1. 3. Giriş-Sınıf İçi.....	66
4. 1. 4. Keşfetme-Sınıf İçi	69
4. 1. 5. Açıklama-Sınıf İçi	72
4. 1. 6. Açıklama-Sınıf Dışı.....	76
4. 1. 7. Derinleştirme-Sınıf Dışı	77
4. 1. 8. Derinleştirme-Sınıf İçi	79
4. 1. 9. Değerlendirme-Sınıf Dışı	82
4. 1. 10. Değerlendirme-Sınıf İçi	85
4. 2. ÇEMBERİN VE ÇEMBER PARÇASININ UZUNLUĞU	94
4. 2. 1. Giriş-Sınıf Dışı	94
4. 2. 2. Keşfetme-Sınıf Dışı	97
4. 2. 3. Giriş-Sınıf İçi.....	98
4. 2. 4. Keşfetme-Sınıf İçi	100
4. 2. 5. Açıklama-Sınıf İçi	103
4. 2. 6. Açıklama-Sınıf Dışı.....	106
4. 2. 7. Derinleştirme-Sınıf Dışı	108
4. 2. 8. Derinleştirme-Sınıf İçi	109
4. 2. 9. Değerlendirme-Sınıf Dışı	113
4. 2. 10. Değerlendirme-Sınıf İçi	116
4. 3. DAİRENİN VE DAİRE DİLİMİNİN ALANI	126
4. 3. 1. Giriş-Sınıf Dışı	126
4. 3. 2. Keşfetme-Sınıf Dışı	128
4. 3. 3. Giriş-Sınıf İçi.....	130
4. 3. 4. Keşfetme-Sınıf İçi	131
4. 3. 5. Açıklama-Sınıf İçi	134
4. 3. 6. Açıklama-Sınıf Dışı.....	136
4. 3. 7. Derinleştirme-Sınıf Dışı	138
4. 3. 8. Derinleştirme-Sınıf İçi	139
4. 3. 9. Değerlendirme-Sınıf Dışı	142
4. 3. 10. Değerlendirme-Sınıf İçi	145
5. TARTIŞMA.....	155
6. SONUÇ VE ÖNERİLER	160
7. KAYNAKLAR	164
8. EKLER.....	179
9. ÖZGEÇMİŞ.....	202

ÖZET

Sorgulayıcı 5E Modeli ile Bütünleştirilmiş Ters-Yüz Öğrenme Ortamında Ortaokul Öğrencilerinin Çember ve Daire Konusundaki Kavramsal Anlama Süreçlerinin İncelenmesi

Bu araştırmanın amacı, dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin kavramsal anlama süreçlerini temsil bağlamında incelemektir. Araştırmanın katılımcılarını yedinci sınıfta öğrenimine devam eden 18 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden öğretim deneyi benimsenmiştir. Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından geliştirilen matematiksel etkinlikler, öğretim bölümleri süresince yapılan klinik görüşmeler, öğrencilerin GeoGebra dosyaları, uygulama sürecinde alınan ekran ve ses kayıtları, araştırmacı ve gözlemci notları kullanılmıştır. Öğrencilerin kavramsal anlama süreçlerine ilişkin elde edilen veriler Duval'ın semiyotik yaklaşımı çerçevesinde söylem analizi ile analiz edilmiştir. Verilerin analizi, öğrencilerin çember ve daire kavramlarına yönelik temsil içi geçiş (sözel-sözel, nümerik-nümerik, cebirsel-cebirsel, çizim-çizim ve görsel-görsel) ve temsiller arası dönüşüm (sözel-nümerik-görsel-çizim-cebirsel) yaptığını göstermiştir. Ayrıca kâğıt-kalem etkinlikleri, öğrencileri dinamik geometri yazılımını kullanmaya teşvik etmiştir. Böylece öğrencilere matematiksel kavramlara yönelik farklı temsil sistemlerini kullanma fırsatı sağlanmıştır. Bu durumun, öğrencilerin temsil içi geçiş ve temsiller arası dönüşüm yapmasını desteklediği görülmüştür. Araştırmanın bulgularından yola çıkarak dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımıyla oluşturulan öğrenme ortamının, öğrencilerin çember ve daire kavramlarına yönelik kavramsal anlamalarının gelişimine olanak sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu doğrultuda öğrencilerin matematiksel kavramlara yönelik kavramsal anlama becerilerinin geliştirilmesinde dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz öğrenme ortamlarının kullanılması önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler: 5E modeli, çember ve daire, dinamik geometri yazılımı, kavramsal anlama, temsil, ters-yüz sınıf

ABSTRACT

An Investigation of Middle School Students' Conceptual Understanding Process of Circle in Flipped Classroom Approaches with the 5E Inquiry Model

The aim of this research is to examine the conceptual understanding processes of middle school students in a flipped classroom supported by dynamic geometry software and integrated with the 5E inquiry model. The participants of the research are 18 students who continue their education in the seventh grade. Teaching experiment method, which was one of the qualitative research methods, was adopted in the research. Mathematical tasks developed by the researcher, clinical interviews made in the teaching departments, students' dynamic geometry software files, screen and audio recordings taken during the intervention process, researcher and observer notes were used as data collection tools. The data obtained on students' conceptual understanding processes were analyzed with discourse analysis within the framework of Duval's theory of registers of semiotic representation. Analysis of the data showed that students made treatment (verbal-verbal, numerical-numerical, algebraic-algebraic, drawing-drawing and visual-visual) and conversion (verbal-numerical-visual-drawing-algebraic) for circle. In addition, paper-pencil tasks encouraged students to use the dynamic geometry software. Thus, students were provided with the opportunity to use different representation systems related to the mathematical concept. It was seen that this situation supported students to make treatment and conversion. Based on the findings of the research, it was concluded that the flipped classroom supported by dynamic geometry software and integrated with the 5E inquiry model allowed students to understand the concepts of circle. In this direction, it was recommended to use flipped classroom supported by dynamic geometry software and integrated with the interrogative 5E inquiry model to support students' conceptual understanding of mathematical concepts.

Keywords: 5E inquiry model, circle, dynamic geometry software, conceptual understanding, representation, flipped classroom

TABLÖLAR LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 1. Sorgulayıcı 5E Modeli ile Bütünleştirilmiş Ters-Yüz Sınıf Yaklaşımında GeoGebra Materyalinin Kullanımı (Schallert-Vallaster & Lavicza, 2021)	17
Tablo 2. Sorgulayıcı 5E Modeli ile Bütünleştirilmiş Ters-Yüz Sınıf Yaklaşımı (Schallert-Vallaster & Lavicza, 2021; Schallert vd., 2022a, 2022b)	19
Tablo 3. Ders Planlama İlkeleri (Schallert vd., 2022b)	20
Tablo 4. Matematik Eğitiminde Öğrencilerin Kavramsal Anlamalarının Temsil Dönüşümleri Kapsamında İncelendiği Bazı Araştırmalar	31
Tablo 5. Matematik Eğitiminde Öğrencilerin Kavramsal Anlamalarının Dinamik Geometri Yazılımı ile Desteklenmiş Öğrenme Ortamındaki Temsil Kullanımları Kapsamında İncelendiği Bazı Araştırmalar.....	33
Tablo 6. Matematik Eğitiminde Öğrencilerin Kavramsal Anlamalarının Ters-Yüz Sınıf Yaklaşımı Kapsamında İncelendiği Bazı Araştırmalar.....	34
Tablo 7. Matematik Eğitiminde Öğrencilerin Kavramsal Anlamalarının Dinamik Geometri Yazılımları Kapsamında İncelendiği Bazı Araştırmalar	36
Tablo 8. Çember Kavramına İlişkin Etkinlik (Giriş-Sınıf Dışı/Uzman Görüşü Sonrası)....	43
Tablo 9. Klinik Görüşmede Amaca Yönelik Kullanılan Örnek Sorular.....	44
Tablo 10. Pilot Uygulama Süreci.....	47
Tablo 11. Örnek Veri Analizi.....	54
Tablo 12. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliğini Artırmak İçin Alınan Önlemler.....	56
Tablo 13. Sorgulayıcı 5E Modeli ile Bütünleştirilmiş Ters-Yüz Sınıf Yaklaşımına Göre Birinci Öğretim Bölümünde Kullanılan Temsiller ve Semiyotik Eylemler.....	89
Tablo 14. Sorgulayıcı 5E Modeli ile Bütünleştirilmiş Ters-Yüz Sınıf Yaklaşımına Göre İkinci Öğretim Bölümünde Kullanılan Temsiller ve Semiyotik Eylemler	120
Tablo 15. Sorgulayıcı 5E Modeli ile Bütünleştirilmiş Ters-Yüz Sınıf Yaklaşımına Göre Üçüncü Öğretim Bölümünde Kullanılan Temsiller ve Semiyotik Eylemler	149

ŞEKİLLER LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1. GeoGebra Yazılımının Arayüzü	14
Şekil 2. GeoGebra Classroom Arayüzü	16
Şekil 3. Nümerik Temsil Örneği.....	24
Şekil 4. Çizim Temsil Örneği.....	24
Şekil 5. Görsel Temsil Örneği	25
Şekil 6. Grafik Temsil Örneği	26
Şekil 7. Temsil İçi Geçiş Örneği (nümerik-nümerik ve çizim-çizim) (Duval, 2006).....	27
Şekil 8. Temsiller Arası Dönüşüm Örneği (sözel-cebirselsel ve cebirselsel-grafik) (Duval, 2006)	28
Şekil 9. Öğretim Deneyi Döngüsü (Czarnocha & Maj, 2008; Uygan, 2019)	38
Şekil 10. Katılımcı Öğrenci Grupları.....	40
Şekil 11. Çember Kavramına İlişkin Etkinlik (Giriş-Sınıf Dışı/Pilot Uygulama Öncesi) ...	41
Şekil 12. Çember Kavramına İlişkin Etkinlik (Giriş-Sınıf Dışı/Pilot Uygulama Sonrası Temsil Kullanımı Açısından İyileştirilmesi).....	42
Şekil 13. Çember Kavramına İlişkin Etkinlik (Giriş-Sınıf Dışı/Uzman 6'nın Görüşü)	42
Şekil 14. Çember Kavramına İlişkin Etkinlik (Giriş-Sınıf Dışı/Uzman 5'in Görüşü)	43
Şekil 15. Öğrencilerin GeoGebra Classroom Ortamına Yükladıkları GeoGebra Dosyaları	46
Şekil 16. Araştırma Süreci İçinde Yapılan İşlemler	49
Şekil 17. Öğretim Bölümü Akış Şeması	50
Şekil 18. Ata'nın Giriş-Sınıf Dışı Çember Kavramına İlişkin Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve GeoGebra Yazılımındaki Çizimi	53
Şekil 19. Giriş-Sınıf Dışı (Çember) Videolarının Ekran Görüntüleri.....	59
Şekil 20. Giriş-Sınıf Dışı Nil'in Çember Kavramına İlişkin Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve GeoGebra Yazılımındaki Çizimi	60
Şekil 21. Giriş-Sınıf Dışı (Merkez Açısı) Videolarının Ekran Görüntüleri.....	61
Şekil 22. Giriş-Sınıf Dışı Nil'in Merkez Açısı Kavramına İlişkin Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve Dinamik Şekli	62
Şekil 23. Giriş-Sınıf Dışı (Çember Parçası) Videolarının Ekran Görüntüleri.....	63
Şekil 24. Giriş-Sınıf Dışı Nil'in Çember Parçası Kavramına İlişkin Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve GeoGebra Yazılımındaki Çizimi	64

Şekil 25. Keşfetme-Sınıf Dışı Dinamik GeoGebra Çalışma Sayfası Ekran Görüntüsü	65
Şekil 26. Keşfetme-Sınıf Dışı Nil'in Çember Kavramına İlişkin Dinamik Şekli ve Kâğıt Üzerindeki Çizimi.....	66
Şekil 27. Giriş-Sınıf İçi Eda'nın Çember Kavramına İlişkin Dinamik Şekli ve Daire Kavramına İlişkin GeoGebra Yazılımındaki Çizimi	67
Şekil 28. Giriş-Sınıf İçi Ege'nin Merkez Açık ve Çember Parçası Kavramına İlişkin GeoGebra Yazılımındaki Çizimi	68
Şekil 29. Keşfetme-Sınıf İçi Ege'nin Çemberde Merkez Açıklar ve Bu Açıkların Gördüğü Yaylara İlişkin Dinamik Şekli, Oya'nın GeoGebra Çizimi ve Öğrencilerin İş Birliği İçinde Doldurdıkları Tablo.....	69
Şekil 30. Keşfetme-Sınıf İçi Eda'nın Merkez Açıklar Toplamına İlişkin Kâğıt Üzerindeki Örnek Çizimi, Ege'nin GeoGebra Uygulamasındaki Kontrolünün Ekran Görüntüsü ve Öğrencilerin İş Birliği İçinde Doldurdıkları Tablo	71
Şekil 31. Açıklama-Sınıf İçi Ege'nin Radar Ekran Görüntüsü ve Öğrencilerin İş Birliği İçinde Doldurdıkları Tablo	73
Şekil 32. Açıklama-Sınıf İçi Eda'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Nil'in Dinamik Şekli ve Eda'nın Örnek Tablosu	74
Şekil 33. Açıklama-Sınıf İçi Nil'in Radar Görüntüsü ve Öğrencilerin İş Birliği İçinde Doldurdıkları Tablo.....	75
Şekil 34. Açıklama-Sınıf İçi Oya'nın Dinamik Şekli, Eda'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve Ege'nin Örnek Tablosu	76
Şekil 35. Açıklama-Sınıf Dışı Videosunun Ekran Görüntüleri	76
Şekil 36. Açıklama-Sınıf Dışı Nil'in Dinamik Şekli	77
Şekil 37. Derinleştirme-Sınıf Dışı Videosunun Ekran Görüntüleri.....	78
Şekil 38. Derinleştirme-Sınıf Dışı Ege'nin Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve Dinamik Şekli	78
Şekil 39. Derinleştirme-Sınıf İçi Dönme Dolap Görüntüsü.....	79
Şekil 40. Derinleştirme-Sınıf İçi Nil'in Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Oya'nın Dinamik Şekli ve Öğrencilerin İş Birliği İçinde Doldurdıkları Tablo	80
Şekil 41. Değerlendirme-Sınıf Dışı Ege'nin Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Açıklaması ve Dinamik Şekli.....	82
Şekil 42. Değerlendirme-Sınıf Dışı Nil'in Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Açıklaması ve Dinamik Şekli	83

Şekil 43. Değerlendirme-Sınıf Dışı Oya'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimleri, Açıklamaları ve Dinamik Şekli	84
Şekil 44. Değerlendirme-Sınıf Dışı Eda'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Açıklaması ve Dinamik Şekli	85
Şekil 45. Değerlendirme-Sınıf İçi Ege'nin Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Açıklaması ve Dinamik Şekli	86
Şekil 46. Değerlendirme-Sınıf İçi Nil'in Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Açıklaması ve Dinamik Şekli	86
Şekil 47. Değerlendirme-Sınıf İçi Oya'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Açıklaması ve Dinamik Şekli	87
Şekil 48. Değerlendirme-Sınıf İçi Eda'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Açıklaması ve Dinamik Şekli	88
Şekil 49. Giriş-Sınıf Dışı (Çemberin ve Çember Parçasının Uzunluğu) Videosunun Ekran Görüntüleri	95
Şekil 50. Giriş-Sınıf Dışı Eda'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve GeoGebra Yazılımındaki Çizimi	96
Şekil 51. Giriş-Sınıf Dışı Eda'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve Dinamik Şekli	96
Şekil 52. Keşfetme-Sınıf Dışı Dinamik GeoGebra Çalışma Sayfası Ekran Görüntüsü	97
Şekil 53. Keşfetme-Sınıf Dışı Eda'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimleri ve Dinamik Şekilleri	97
Şekil 54. Giriş-Sınıf İçi Öğrencilerin Çemberin ve Çember Parçasının Uzunluğuna İlişkin Dinamik Şekli	99
Şekil 55. Keşfetme-Sınıf İçi Ege'nin Dinamik Şekilleri ve Eda'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi	100
Şekil 56. Keşfetme-Sınıf İçi Öğrencilerin Dinamik Şekilleri	102
Şekil 57. Keşfetme-Sınıf İçi Ege'nin Dinamik Şekilleri, Hesap Tablosu ve Öğrencilerin İş Birliği İçinde Doldurdıkları Tablo	103
Şekil 58. Açıklama-Sınıf İçi Oya'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve Öğrencilerin GeoGebra Yazılımındaki Çizimi	104
Şekil 59. Açıklama-Sınıf İçi Ege'nin Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve Öğrencilerin Dinamik Şekli	105
Şekil 60. Açıklama-Sınıf Dışı Videosunun Ekran Görüntüleri	107
Şekil 61. Açıklama-Sınıf Dışı Eda'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve Dinamik Şekli	108
Şekil 62. Derinleştirme-Sınıf Dışı Videosunun Ekran Görüntüleri	108

Şekil 63. Derinleştirme-Sınıf Dışı Ege'nin Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve Dinamik Şekli ..	109
Şekil 64. Derinleştirme-Sınıf İçi Pastanın Görüntüsü ve Eda'nın Dinamik Şekli.....	110
Şekil 65. Derinleştirme-Sınıf İçi Öğrencilerin İş Birliği İçinde Doldurdıkları Tablo, Ege'nin Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve Eda'nın Dinamik Şekli	111
Şekil 66. Derinleştirme-Sınıf İçi Öğrencilerin Çember Parçasının Uzunluğunu Cebirsel Olarak Bulmaya İlişkin Uğraşları	112
Şekil 67. Değerlendirme-Sınıf Dışı Ege'nin Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Açıklaması ve Dinamik Şekli	113
Şekil 68. Değerlendirme-Sınıf Dışı Nil'in Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Dinamik Şekli ve Açıklaması	114
Şekil 69. Değerlendirme-Sınıf Dışı Oya'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Açıklaması ve Dinamik Şekli	115
Şekil 70. Değerlendirme-Sınıf Dışı Eda'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Açıklaması ve Dinamik Şekli	115
Şekil 71. Değerlendirme Sınıf-İçi Ege'nin Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Açıklaması ve Dinamik Şekli	116
Şekil 72. Değerlendirme-Sınıf İçi Nil'in Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Dinamik Şekli ve Açıklaması	117
Şekil 73. Değerlendirme-Sınıf İçi Oya'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Açıklaması, Dinamik Şekli ve GeoGebra Çizimi.....	118
Şekil 74. Değerlendirme-Sınıf İçi Eda'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Dinamik Şekli ve Açıklaması	119
Şekil 75. Giriş-Sınıf Dışı (Daire) Videolarının Ekran Görüntüleri	127
Şekil 76. Giriş-Sınıf Dışı Ege'nin Daire Kavramına İlişkin Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve GeoGebra Yazılımındaki Çizimi	128
Şekil 77. Keşfetme-Sınıf Dışı Dinamik GeoGebra Çalışma Sayfası Ekran Görüntüsü	128
Şekil 78. Keşfetme-Sınıf Dışı Ege'nin Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve Dinamik Şekilleri....	129
Şekil 79. Giriş-Sınıf İçi Eda'nın GeoGebra Yazılımındaki Çizimi	131
Şekil 80. Keşfetme-Sınıf İçi Eda'nın GeoGebra Yazılımındaki Çizimi ve Kâğıt Üzerindeki Çizimi	131
Şekil 81. Keşfetme-Sınıf İçi Ege'nin Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve Eda'nın Dinamik Şekli	134

Şekil 82. Açıklama -Sınıf İçi Nil'in Kâğıt Üzerindeki Çizimleri, Ege'nin Dinamik Şekli ve İş Birliği İçinde Doldurdıkları Tablo	136
Şekil 83. Açıklama-Sınıf İçi Videosunun Ekran Görüntüleri	136
Şekil 84. Açıklama-Sınıf Dışı Eda'nın GeoGebra Yazılımındaki Çizimi ve Açıklaması	137
Şekil 85. Derinleştirme-Sınıf Dışı Videosunun Ekran Görüntüleri.....	138
Şekil 86. Derinleştirme-Sınıf Dışı Eda'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimleri ve Açıklamaları.....	139
Şekil 87. Derinleştirme-Sınıf İçi Ege'nin Dinamik Şekilleri	140
Şekil 88. Derinleştirme-Sınıf İçi Eda'nın GeoGebra Yazılımındaki Çizimi, Öğrencilerin İş Birliği İçinde Doldurdıkları Tablo ve Açıklamaları	141
Şekil 89. Değerlendirme-Sınıf Dışı Ege'nin Açıklaması ve Dinamik Şekli	142
Şekil 90. Değerlendirme-Sınıf Dışı Nil'in Açıklaması ve Dinamik Şekli	143
Şekil 91. Değerlendirme-Sınıf Dışı Oya'nın Açıklamaları ve Dinamik Şekilleri.....	144
Şekil 92. Değerlendirme-Sınıf Dışı Eda'nın Açıklaması ve Dinamik Şekli	145
Şekil 93. Değerlendirme-Sınıf İçi Ege'nin Açıklamaları ve Dinamik Şekilleri.....	146
Şekil 94. Değerlendirme-Sınıf İçi Nil'in Açıklamaları ve Dinamik Şekilleri.....	147
Şekil 95. Değerlendirme-Sınıf İçi Oya'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Açıklaması ve Dinamik Şekli	147
Şekil 96. Değerlendirme-Sınıf İçi Eda'nın Açıklamaları ve Dinamik Şekilleri.....	148

1. GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın problem durumuna, amacına, önemine, sınırlılıklarına, varsayımlarına ve araştırmada kullanılan tanımlara yer verilmiştir.

1.1. PROBLEM DURUMU

Matematiğin öğrenilmesinde, kavramsal anlama büyük önem taşımaktadır (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Kavramsal anlama, matematiksel bir kavrama yönelik farklı temsilleri kullanmak, ilişkilendirmek ve yorumlamak; olguları, tanımları ve ilkeleri bilmek, uygulamak, ayırt etmek ve bütünleştirmek; varsayımları ve ilişkileri matematiksel bir ortamda yorumlamaktır (National Assessment of Educational Progress [NAEP], 1988). Dreyfus (2002, s. 39) matematiksel öğrenmenin gelişimini dört aşama olarak belirtmektedir: (1) tek bir temsil kullanmak, (2) birden fazla temsili paralel olarak kullanmak, (3) paralel temsiller arasında ilişkilendirme yapmak ve (4) temsilleri bütünleştirip bunlar arasında dönüşüm yapmak. Kavramsal anlamayı geliştirebilmek için öğrencilerin farklı temsiller kullanmaları ve bu temsiller arasında ilişkilendirmeler yapmaları gerekmektedir (Hacıomeroglu vd., 2010). Öğrenciler matematiksel kavramların farklı temsillerini anlamalarına rağmen, bu temsilleri ilişkilendirmekte veya dönüştürmekte zorlanmaktadırlar (Gülkılık, 2022). Zorlukların aşılması için öğrencilere kendi temsillerini oluşturma, geliştirme ve araçlar olarak kullanma fırsatları verilmelidir (NCTM, 2000). Bu noktada dinamik geometri yazılımları ile çalışmak faydalı olabilir çünkü bu tür yazılımlar aynı nesnenin farklı temsillerini sağlar; elle yapılması zor veya imkânsız olan çok sayıda fiziksel manipülasyona izin verir (Albaladejo vd., 2015).

Dinamik geometri yazılımları (hesap yapma, grafik oluşturma, tablo sunma ve daha fazlasını içeren teknolojiler) matematiksel kavramların farklı temsillerine kolay erişim imkânı sağlamaktadır (Pierce vd., 2011). Bu doğrultuda öğrencilerin matematiği keşfedici bir şekilde öğrenmesine fırsat sunmaktadır (Lichti & Roth, 2018). Ayrıca problem çözme etkinlikleri sırasında öğrencilerin varsayımlarını araştırmasına, incelemesine, karşılaştırmasına ve doğrulamasına yardımcı olmaktadır (Albaladejo vd., 2015). Kâğıt-kalem gibi araçlarla çalışan öğrenciler içsel değerlendirme yapmaya (öğrencinin kendi çalışmasını değerlendirmesi) alışık değildir ancak dinamik geometri yazılımları bu alışkanlığın kazanılması yönünde büyük önem taşımaktadır (Tapan-Broutin, 2015). Öğrenciler, dinamik geometri yazılımlarını kullanarak matematiksel ilişkileri anlayabilir ve

kavramı somutlaştırarak düşünme süreçlerini destekleyebilirler (Shvarts & van Helden, 2021). Zengin (2021) matematik eğitiminde dinamik geometri yazılımlarının önemini ortaya çıkarmak için bilgi ve iletişim teknolojileri ile kâğıt-kalem etkinliklerinin birlikte kullanılmasını önermektedir. Böylece öğrencilerin, matematiksel nesnelleştirme (somutlaştırma) sürecinde spontane temsiller (kendiliğinden olan, doğal) üretmesi sağlanabilir (Hitt vd., 2017). Bu doğrultuda öğrenciler dinamik geometri yazılımında çalışmalar yaparak, matematiksel ilişkileri anlayabilir ve matematiksel kavramı somutlaştırarak düşünme süreçlerini destekleyebilirler (Shvarts & van Helden, 2021). Öğrencilerin öğrenmesi için bu tür teknolojilerin sunduğu imkânların farkına varmak, dikkatli planlanmış ders ortamları gerektirmektedir (Pierce vd., 2011). Eğer bu teknolojilerin öğrenme ortamında nasıl kullanılacağına dair planlamalara önem verilmezse ciddi problemler ortaya çıkabilir (Lapp & Cyrus, 2000). Bu kapsamda dinamik geometri yazılımlarının uygun öğretim yöntemleriyle kullanılmasına dikkat edilmelidir (Zengin, 2021).

Kavramsal anlamının geliştirilmesinde, oluşturulan öğrenme ortamı ve bu öğrenme ortamında kullanılan öğretim etkinlikleri veya materyaller önem taşımaktadır (Carpenter vd., 1994). Matematik eğitimindeki reform hareketleri (öğrenme alanları, öğretmen-öğrenci rolleri, öğretim yöntemleri ve materyalleri, ölçme-değerlendirme yöntemleri vb.) (NCTM, 1989, 1991) öğrencilerin matematiksel anlama, problem çözme, akıl yürütme ve iletişim kurma becerilerinin geliştirilebileceği matematik sınıfları oluşturmayı tasavvur etmiştir (Brown vd., 1996). Brown ve diğerleri (1996, s. 64) öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin geliştirilmesinde tasavvur edilen matematik sınıflarının gerekliliklerini üç temel hususta şu şekilde açıklamışlardır:

- Öğrenme, öğrencilerin kendi matematiksel anlayışlarını oluşturmalarında öğretmenlerin yardımcı olduğu küçük grup ve tüm sınıf ortamları bağlamında gerçekleştirilmelidir.
- Öğrencilerden problemleri yorumlamaları ve çerçevelendirmeleri; stratejilerini ve sonuçlarını, kendilerine ve başkalarına açıklamaları; açıklamalarını gerekçelendirmeleri istenmelidir.
- Öğretmenler öğrencilerin birbirlerine soru sormalarına, diğer öğrencilerin önerilerini geliştirmelerine, iyi fikirlere ve odaklanılarak yapılan çalışmalara takdirlerini ifade etmelerine yardımcı olmalıdır.

Böyle bir öğrenme ortamı, öğrencileri kendi öğrenmeleri ve sınıf arkadaşlarının öğrenmeleri için daha fazla sorumluluk almaya teşvik etmeyi amaçlar (Brown vd., 1996). Tasavvur edilen matematik sınıfları hem elde edilen öğrenme sonuçları hem de kullanılan öğretim süreçleri açısından geleneksel matematik sınıflarından farklılık göstermektedir (NCTM, 1989, 1991). Hiebert ve Grouws (2007) oluşturulacak matematik sınıflarının, öğrencilerin öğrenmesinin yapısını ve düzeyini önemli ölçüde etkileyeceğini öne sürmektedir. Hitt ve Gonz  lez-Martin (2015) matematiksel kavramların anlamlandırılmasında öğrenme ortamındaki sosyal etkileşim-iletişimin önemini belirtmektedir. NCTM (2000) de oluşturulan öğrenme ortamlarında, öğrencilerin teknolojiyi yerinde ve uygun kullanmasıyla daha derin kavramsal anlamalar gerçekleştirebileceklerini vurgulamıştır. Bu bağlamda dinamik geometri yazılımlarının öğrenci merkezli sorgulamaya dayalı öğrenme yaklaşımları ile birleştirilmesi matematik öğretiminde öğrenci performansını üst noktaya taşıyabilmektedir (Schallert-Vallaster & Lavicza, 2021). Erbas ve Aydoğan-Yenmez (2011) öğrenci merkezli sorgulayıcı öğrenme yaklaşımları ile kullanılan dinamik geometri yazılımlarının öğrencilerin geometrik kavramları daha iyi anlamasına ve daha zengin tahmin becerileri geliştirmesine yardımcı olacağını belirtmektedir. Öğrenci merkezlilik ise ters-yüz sınıfların temel özelliğidir (Schallert-Vallaster & Lavicza, 2021).

Ters-yüz sınıflar öğrencilerin, aktif öğrenen olmalarına imkân sağlamaktadır (Hwang vd., 2015). Ayrıca öğrencilerin sınıf içi süreçte problemler üzerinde tartışmalarına fırsat sunmaktadır (Tsai vd., 2015). Ters-yüz sınıflarda, sınıf dışı ve sınıf içi süreçlerin nasıl gerçekleştirileceğine yönelik bir çerçevenin olmaması uygulama esnasında öğretmenlere zorluk oluşturmaktadır (Karabulut-İlgu vd., 2018). Öğretmenler ters-yüz sınıflarda öğrencilere sunacakları içeriklerin türleri, videoları nasıl kullanacakları, sınıf içi ve sınıf dışı süreçlerde hangi etkinlikleri nasıl gerçekleştirecekleri hususunda ders planlamada sıkıntı yaşamaktadır (Schallert vd., 2022a). Bu doğrultuda ters-yüz sınıf yaklaşımındaki son gelişmeler, ters-yüz sınıflarda sorgulama yoluyla öğrenmeyi teşvik etmeyi amaçlamaktadır (Schallert-Vallaster & Lavicza, 2021). Ters-yüz sınıfların sorgulama yolu ve dinamik geometri yazılımı ile desteklenmesi, öğrencilerin matematiksel kavramı yapılandırırken kavrama yönelik özellikler arasında ilişki kurmasına fırsat sağlayarak kavramsal anlamalarını destekleyebilir (Erbas & Aydoğan-Yenmez, 2011). Ayrıca ters-yüz sınıflardaki ders planlamada yaşanan zorluklar aşarak, öğretmenlere kolaylık sağlanabilir (Schallert vd., 2022a, 2022b).

Sorgulamaya dayalı bir model olan 5E modeli, öğrencilerin sorgulamasına, merak etmesine, keşifler yapmasına ve keşiflerini açıklamalarına olanak sağlamaktadır (Bybee vd., 2006). Bu bağlamda Schallert ve diğerleri (2022a, 2022b) sorgulayıcı 5E modeli ile ters-yüz sınıfı birleştirmişlerdir. Geliştirilen yaklaşıma “sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımı” diyerek modelin esnek bir şekilde öğretim ihtiyaçlarına göre kullanılabileceğini belirtmişlerdir. Nitekim Cevikbas ve Kaiser (2020) iyi tasarlanmış ve hazırlanmış bir ters-yüz sınıfta öğrencilerin matematiksel düşünme ve anlamalarının geliştirilebileceğini vurgulamaktadır. Bu doğrultuda dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıflar (Schallert vd., 2022a, 2022b) öğrencilerin matematiksel kavramları keşfedebildiği, problem çözümlerini tahmin edebildiği, iletişim kurabildiği ve gerekçelendirme yapabildiği matematik sınıflarının oluşturulmasında kullanılabilecek yaklaşımlardan biridir (Love vd., 2015).

Dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımıyla oluşturulan öğrenme ortamlarında öğrenciler sınıf dışı süreçlerde bireysel olarak ön bilgilerini hatırlar, yeni kavramları tanır, öğrendiklerini açıklar, öğrenilen bilgileri yeni durumlara uygular ve kendilerini değerlendirirler. Sınıf içi süreçlerde küçük grup çalışmaları yaparak (iş birliği içinde çalışarak); kavramı keşfeder, öğrendiklerini gerekçelendirerek açıklar ve yeni problem durumlarında kullanırlar. Son olarak ise sınıf içinde öğretmen tarafından yapılan, tüm süreci ele alan biçimlendirici değerlendirme etkinliğini bireysel olarak tamamlarlar (Schallert-Vallaster & Lavicza, 2021; Schallert vd., 2022a, 2022b). Öğretmen, tüm aşamaların sınıf içi-sınıf dışı süreçlerinde rehber rolündedir (Schallert vd., 2022a). Sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıflarda öğrenciler, matematiksel kavrama yönelik temsil kullanımına teşvik edilebilir (Özcan vd., 2022). Öğrencilerin matematiksel kavrama yönelik anlayışları, temsil içi geçiş ve temsiller arası dönüşüm yapma fırsatı sunulularak geliştirilebilir (Özcan vd., 2022; Zengin, 2021). Bu doğrultuda dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımı kullanılarak oluşturulan öğrenme ortamının ortaokul öğrencilerinin kavramsal anlamalarını incelemeye fırsat sağlayacağı düşünülmektedir.

Matematiksel kavramların yapılandırılmasında işaretler, kelimeler, semboller, ifadeler veya çizimler kullanılmaktadır (Duval, 1999). Nitekim herhangi bir bilginin öğrenci zihninde yapılandırılma sürecinde meydana gelen ve onu oluşturan olguların tümünü

karakterize etmek için kullanılan temsillere dikkat edilmelidir (Duval, 2006). Öğretmenlerin, öğrencilerin problem durumu üzerinde çalışırken neyi neden yaptıklarını anlamalarına yardımcı olmak için formüllerdeki sembollerin ve ifadelerin doğasında bulunan anlamları ortaya çıkarmaları önem taşımaktadır (Gülkılık, 2022). Ayrıca bu süreçte hangi matematiksel kavramın veya ilişkinin temsil edildiğini anlamak önemlidir çünkü öğrencilerin matematiksel bir nesneyi görselleştirmeleri onu algılamalarından farklı olabilir (Tchoshanov, 2013). Dinamik geometri yazılımları öğrencileri görsel olarak temsil edilen matematiksel kavramlar ve fikirler ile etkileşime girmeye teşvik edebilen ve matematiksel temsiller arasında dönüşüm yapmalarına veya gerçek dünya ortamından alınan bilgileri yorumlamalarına yardımcı olabilmektedir (Patsiomitou, 2019). Bu doğrultuda dinamik geometri yazılımlarının öğrencilere matematiksel kavrama yönelik temsil üretmeye, geliştirmeye ve doğrulamaya fırsat tanınması için çoklu temsil kabiliyeti ve sosyal etkileşim-iletişim içeren öğrenme ortamları ile birlikte planlanması önem taşımaktadır (Zengin, 2021). Teknolojik araçlar kullanılarak bu tarz bir öğrenme ortamının planlanması ise pek çok matematiksel kavram için açık bir sorudur (Akyuz, 2016).

Matematik eğitiminde öğrencilerin hatta öğretmenlerin anlamakta zorluk yaşadığı ve kavram yanlışlarının olduğu kavramlar arasında çember (Akyuz, 2016) ve dairenin (Rejeki & Putri, 2018) yer aldığı görülmektedir. Çember ve daire kavramlarına yönelik yaşanan zorlukların nedenleri şu şekilde belirtilmektedir:

- Çoğu geometrik şeklin aksine çemberin düz kenarlara sahip olmaması, bu durumun öğrencilerin üçgen ve dikdörtgen kavramlarına yönelik öğrendikleri bilgileri başlangıçta uygulanamaz hâle getirmesi (Akyuz, 2016).
- Öğrencilerin çember kavramını öğrenirken ilk kez aşkın bir sayı yani pi (π) ile karşılaşması, pi sayısının rasyonel olarak gösterilememesinin öğrencileri şaşırtması ve çemberin kendisini gizemli bir geometrik şekil hâline getirmesi (Akyuz, 2016).
- Matematik sınıf uygulamalarının kavramları anlamaktan çok formülleri ezberlemeye vurgu yapması (Rejeki & Putri, 2018).

Ortaokul müfredatında öğrenciler çemberde merkez açılar ve bu açıların gördüğü yaylar, çemberin ve çember parçasının uzunluğu, dairenin ve daire diliminin alanı kazanımları ile karşılaşmaktadır (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Bu düzeydeki öğrenciler dairenin alanını anlamakta zorluk yaşamaktadır (Rejeki & Putri, 2018). Rejeki ve Putri (2018) dairenin alanına yönelik öğrencilerin anlayışlarını geliştirmek için zengin

bağlamlar içeren problemlere daha fazla yer verilmesini önermektedir. Akyuz (2016) özellikle hem öğrenciler hem de öğretmenler için zor bir kavram olan çemberin öğretiminde dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş sorgulayıcı öğrenme ortamları oluşturularak öğrencilerde meydana gelebilecek kavram yanlışlarının engellenip, kavramsal anlamının geliştirilebileceğini belirtmiştir. Nitekim öğrenciler ezber yaparak öğrenmeye çalışmak yerine iş birliği ve etkileşim içinde kuralları, formülleri, kavramları kendileri gerekçelendirerek yapılandırmalıdır (NCTM, 2000). Bu kapsamda dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş sorgulayıcı ve etkileşimli bir öğrenme ortamında öğrencilerin çember ve daire kavramlarına yönelik temsil kullanımlarının desteklenebileceği, bunun yanı sıra kavramsal anlamalarının geliştirilebileceği düşünülmektedir.

Bu araştırmada, dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş sorgulayıcı ve etkileşimli bir ters-yüz öğrenme ortamı benimsenmiştir. Dinamik geometri yazılımı ile desteklenen etkileşimli bir öğrenme ortamında öğrenciler matematiksel kavramları dinamik ilişkiler kurarak anlamlandırabilirler (Aksu & Zengin, 2022; Zengin 2018, Zengin, 2021). Özcan ve diğerleri (2022) sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters-yüz edilmiş sınıf yaklaşımı bağlamında GeoGebra yazılımıyla desteklenmiş etkinliklerin öğrencilerin çemberin çevresine yönelik farklı temsilleri kullanarak temsiller arası dönüşüm yapmalarının mümkün olabileceğini belirtmiştir. Demir ve diğerleri (2022) ise 5E öğrenme modeli ile ters-yüz edilmiş sınıfların dairenin alanına yönelik öğrencilerin gerekçelendirme yapmasına fırsat sağlayarak kavramsal anlamalarına olumlu etkileri olduğunu vurgulamıştır. Yapılan çalışmalarda sınıf dışı süreçlerin farklı temsil kullanımı açısından güçlendirilmesi (Özcan vd., 2022) ve öğretmenin tüm süreçlerde aktif olması gerektiği (Demir vd., 2022) görülmüştür. Bu kapsamda dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz öğrenme ortamında yedinci sınıf öğrencilerinin zorluk yaşadığı ve geometride önemli bir yere sahip olan çember ve daire kavramlarına yönelik kavramsal anlamalarının incelenmesi merak konusu olmuştur. Ayrıca yapılan çalışmalarda öğrencilerin matematiksel kavramlara yönelik farklı temsil kullanımlarının zayıf düzeyde kaldığı belirlenmiştir (García-García & Dolores-Flores, 2021b; Özgen, 2013; Yavuz Mumcu, 2018). Bu doğrultuda dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerin çember ve daire kavramlarına yönelik kavramsal anlama süreçlerinin incelenmesine; farklı temsil kullanımlarının, ürettikleri spontane temsillerin, temsil içi geçişlerinin ve temsiller arası dönüşümlerinin belirlenmesine ihtiyaç duyulmaktadır.

1.2. ARAŞTIRMANIN AMACI

Araştırma kapsamında dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin matematiksel kavramları anlamlandırma süreçlerinin nasıl gerçekleştiği (farklı temsil kullanımları, ürettikleri spontane temsiller, temsil içi geçişleri ve temsiller arası dönüşümleri) incelenmiştir. Çember ve daire kavramlarının anlamlandırılmasının incelendiği öğretim deneyinde ders planları öğrenci merkezli bir yaklaşımla ve sınıf içi-sınıf dışı etkileşime (öğrenci-öğrenci ve/veya öğrenci-öğretmen) uygun olarak hazırlanmıştır.

Yapılan araştırma öğrencilerin matematiksel kavramları nasıl temsil ettiklerine ve matematiksel kavramları anlamlandırma süreçlerine derin bir bakış niteliğindedir. Duval (2006) kavramsal anlama için temsil kullanımıyla birlikte temsil içi geçişlerin ve temsiller arası dönüşümlerin gerekli olduğunu vurgulamıştır. Araştırmada kullanılan matematiksel etkinlikler, öğrencilerin en az iki temsil sistemi arasında dönüşüm yapmasına fırsat tanıyacak şekilde geliştirilmiştir. Bu doğrultuda araştırmada dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin çember ve daire kavramlarına yönelik kavramsal anlama süreçlerinin temsil bağlamında incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki problem ve alt problemlere yanıt aranmıştır.

Dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin çember ve daire kavramlarına yönelik kavramsal anlama süreçleri temsil bağlamında nasıldır?

- Dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin çember ve daire kavramlarına yönelik farklı temsil kullanımları nasıldır?
- Dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin çember ve daire kavramlarına yönelik ürettikleri spontane temsiller nasıldır?
- Dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin çember ve daire kavramlarına yönelik temsil içi geçişleri nasıldır?

- Dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin çember ve daire kavramlarına yönelik temsiller arası dönüşümleri nasıldır?

1.3. ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ

Matematiksel öğrenme, anaokulundan 12. sınıfa kadar tüm öğrenciler için önem taşımaktadır (NCTM, 2000). Matematik dersi öğretim programında matematiksel kavramları anlayarak günlük hayatta kullanabilmek, matematiğin anlam ve dilini kullanarak insan ile nesneler arasındaki ilişkileri ve nesnelerin birbiriyle ilişkilerini anlamlandırabilmek ve kavramları farklı temsil biçimleri ile ifade edebilmek gibi hedeflere ulaşmaya çalışılmaktadır (MEB, 2018). Hedefler kapsamında öğrenciler deneyimlerinden ve önceki bilgilerinden yararlanarak yeni bilgileri anlamlandırabilmelidirler (NCTM, 2000). Öğrenciler, kendi yaptıklarını daha kolay anlamlandırabildikleri için matematiksel bilgilerini de kendilerinin yapılandırması gerekmektedir (MEB, 2018). Bu kapsamda matematiksel kavramların öğretiminde öğrencilerin temsil kullanımına teşvik edilmesi kavramsal anlama için önem taşımaktadır (Fennel & Rowan, 2001). Nitekim öğrencilere matematiksel kavram, kural ve ilişkilerin temsillerini kendilerinin oluşturmaya fırsat verilebilir (Cai & Lester, 2005).

Fennel ve Rowan (2001) üçüncü sınıf öğrencilerinin bir hikâyede bulunan problem durumunu çözebilmelerindeki matematiksel anlamalarını problemin çözümünde öğrencilerin farklı stratejiler ve temsiller kullanmasına dayandırmıştır. Ayrıca temsilin bir süreçten daha fazlası yani matematik öğretme ve öğrenmenin bir yolu olduğunu vurgulamıştır. Dolayısıyla matematiksel kavramların anlamlandırılmasında farklı temsillerin kullanımı önemlidir (Özgen, 2013). Matematik, matematiksel nesnelerle çalışmak isteyenler için temsiller dışında bir alternatif sunmadığından (Duval, 2006), öğrencilerin kavramların her birini anlamlandırabilmeleri için matematiksel nesnelerin farklı temsillerinden yararlanmaları gerekmektedir (Gülkılık, 2022). Temsillerin kavramsal anlamadaki önemini bazı araştırmacılar şu şekilde açıklamışlardır:

- Temsiller, düşünmek için önemli bir araçtır; matematiksel fikirleri daha somut ve düşünmeye uygun hâle getirir (Fennel & Rowan, 2001).

- Temsiller, öğrencilerin farklı durumların ortak matematiksel öğelerini tanımalarına yardımcı olur (Fennel & Rowan, 2001).
- Öğrenciler, aynı fikrin farklı temsilleri arasında dönüşüm yapabildiklerinde, matematiksel kavramları ve işlemleri anlama ve kullanma becerileri gelişir. Bunun için öğrencilerin çok çeşitli temsiller geliştirmesi ve kullanması gerekir (Fennel & Rowan, 2001).
- Temsiller, öğrencilere anlayış geliştirme, bilgi iletme ve gerekçelendirme yapma konusunda fayda sağlar (Greeno & Hall, 1997).

Matematik eğitiminde temsillerin rolü önemli olmasına rağmen, temsiller arası dönüşümler üzerine sınırlı araştırma yapılmıştır (Gülkılık, 2022; Özcan vd., 2022; Zazkis, 2013; Zengin, 2021). Delice ve Sevimli (2010a) matematik öğretmen adaylarının belirli integral problemlerini sadece bir temsille (cebirsel) çözdüklerini ve temsiller arası dönüşümlerde zorlandıklarını belirlemişlerdir. Dünder ve Yılmaz (2015) matematik öğretmeni adaylarının integrallerin farklı temsillerinden sırasıyla sembolik, görsel ve sözel temsil kullanımını içeren problem durumlarında daha iyi performans sergilediğini tespit etmişlerdir. Başka bir çalışmada, matematik öğretmen adaylarının özellikle problemi anlama aşamasında önemli bir yeri olduğu düşünülen temsillerin kullanımında probleme uygun temsil oluşturmama ve temsiller arası dönüşüm yapamama gibi sorunlar görülmüştür (İpek & Okumuş, 2012). Etkili bir matematiksel öğrenme ve öğrencilerin temsil yeteneklerini anlamak için daha fazla araştırmaya ihtiyaç duyulmaktadır (Adu-Gyamfi vd., 2017; Gülkılık, 2022; Heinze vd., 2009; Moon vd., 2013). Dolayısıyla bu araştırmanın da öğrencilerin çember ve daire kavramlarına yönelik temsil içi geçiş ve temsiller arası dönüşüm yapmalarına katkı sunarak anlayışlarını geliştirmesi beklenmektedir.

Öğrenciler kapsamlı bir matematiksel anlayış için, her temsilin dinamik doğasını ve temsiller arasındaki dinamik ilişkileri anlayabilmelidirler (Zengin, 2019). Dolayısıyla pergel ve cetvel gibi geleneksel araçlara olumlu alternatifler olarak yeni teknolojik araçlar ortaya çıkmıştır (Erbas & Aydoğan-Yenmez, 2011). Bu teknolojik araçlardan olan dinamik geometri yazılımları, matematiksel dili doğru kullanmaya ve kavramların farklı temsilleri arasında dinamik bir ilişki sağlamaya yardımcı olmaktadır (Zengin, 2017a). Dinamik geometri yazılımlarının matematiksel kavramlara yönelik farklı temsil oluşturmadaki rolüne rağmen (Zengin, 2019) öğrencilerin kavramsal anlamalarını dinamik geometri yazılımı ile

desteklenmiş öğrenme ortamında inceleyen sınırlı araştırma yapılmıştır (Özcan vd., 2022; Schwarz vd., 2018; Zengin, 2021). Özellikle Zengin (2021) dinamik geometri yazılımı ve sosyal etkileşim-iletişim içeren bir öğrenme ortamının öğrencilerin kültürel öğeler ve işaretler aracılığıyla mevcut bilgilerini kullanıp, cebirsel ve geometrik ilişkilendirmeler yaparak matematiksel kavramları anlamlandırmalarına yardımcı olabileceğini belirtmektedir. Bu kapsamda dinamik geometri yazılımının sağladığı özellikler ile öğrencilerin kavramsal anlamaları desteklenebilir. Dinamik geometri yazılımları matematiksel öğrenmeyi desteklemesine rağmen, okullarda nadiren kullanılmaktadır (Schwarz vd., 2018). Dolayısıyla bu araştırmadaki dinamik geometri yazılımı kullanımının, etkili bir öğrenme ortamı oluşturmada matematik öğretmenlerine örnek teşkil edeceği düşünülmektedir.

Etkili bir matematik öğretimi, öğrencilerin matematiksel kavram ve işlem anlayışlarını derinleştirir ve problem çözme araçları olarak kullanılan matematiksel temsiller arasında ilişki kurmalarını sağlar (NCTM, 2014). Ayrıca öğrenme ortamında öğretmenlerin kullandığı temsiller, öğrencilerin kullandığı temsilleri etkilemektedir (Cai & Lester, 2005). Dolayısıyla öğrencilerin matematiği anlamaları, problem çözmek için öğrendiklerini kullanma yetenekleri ve matematik yapma konusundaki güvenleri karşılaştıkları öğretimle şekillenmektedir (NCTM, 2000). Dinamik geometri yazılımları ile desteklenmiş ve sosyal etkileşim-iletişim içeren öğrenme ortamında, öğrenciler kavramsal anlamalar gerçekleştirebilirler (Aksu & Zengin, 2022). Nitekim yeni temsiller üretme ve bunlar arasında dönüşüm yapmaya çalışmak, öğrencilerin kavramsal anlamalarının gelişimine olumlu yansıyan grup çalışmalarını tetiklemektedir (Hitt & Dufour, 2021). Ayrıca öğrenci merkezli bir öğrenme ortamının dinamik geometri yazılımları ve sorgulama yoluyla desteklenmesi öğrencilerin geometrik kavramları daha iyi anlamalarına ve daha zengin tahmin becerileri geliştirmelerine yardımcı olmaktadır (Olivero & Robutti, 2007). Öğrenci merkezli öğrenme yaklaşımlarından biri olan ters-yüz sınıfların sorgulamaya dayanması öğrencileri aktif olarak bilinmeyen sorgulamaya ve kendi başlarına çözümler bulmaya teşvik etmektedir (Kapur, 2014). Nitekim sorgulamaya dayalı ters-yüz sınıf yaklaşımıyla oluşturulan öğrenme ortamları öğrencilerin kavramsal anlamalarının gelişiminde önem taşımaktadır (Song & Kapur, 2017).

Sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıfların tasarımında ve uygulamasında öğrencilerin kavramsal anlayışlarının nasıl geliştirileceği nadiren ele

alınmıştır (Song & Kapur, 2017). Özcan ve diğerleri (2022) sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeliyle bütünleştirilmiş ters-yüz sınıflarda uygulanan dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş etkinliklerde öğrencilerin matematiksel kavrama yönelik temsiller arası dönüşüm yapmasının kavramsal anlama süreçlerine olumlu yansıdığını belirtmiştir. Başka çalışmalarda sorgulayıcı ters-yüz sınıfların, öğrencilerin sınıf dışında kavrama yönelik genel fikir edinerek sınıf içinde düşünmek ve keşfetmek için daha fazla zamana sahip olmalarını sağladığı (Charles-Ogan & Williams, 2015), böylece kavramsal anlamalarını ve problem çözme becerilerini desteklediği vurgulanmaktadır (Song & Kapur, 2017). Dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş sorgulamaya dayalı ters-yüz sınıf yaklaşımıyla oluşturulan öğrenme ortamlarının öğrencilerin öğrenme sürecini destekleyip desteklemediğini öğrenmek için daha fazla araştırmaya ihtiyaç duyulmaktadır (Schallert-Vallaster & Lavicza, 2021). Nitekim bu araştırmada kullanılan dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımı, etkili bir öğrenme ortamının oluşturulmasında tercih edilebilir. Dolayısıyla bu araştırmanın da alan yazında önemli bir yer edineceği düşünülmektedir.

1.4. ARAŞTIRMANIN SINIRLILIKLARI

- Araştırma, yedinci sınıf matematik dersi öğretim programında yer alan geometri ve ölçme öğrenme alanının çember ve daire alt öğrenme alanındaki çemberde merkez açılar ve bu açıların gördüğü yaylar, çemberin ve çember parçasının uzunluğu, dairenin ve daire dilimin alanı kazanımlarına yönelik hazırlanan matematiksel etkinlikler ile sınırlıdır.
- Araştırma, pilot çalışmanın sınıf içi süreçlerinin video konferans programı üzerinden odalar oluşturularak gerçekleştirilmesiyle (pilot uygulama salgın döneminde yapıldığı için) sınırlıdır.

1.5. ARAŞTIRMANIN VARSAYIMLARI

- Araştırmadaki katılımcıların sınıf dışı ve sınıf içi süreçlerdeki verilerin toplanmasında kendi inşaları, çizimleri ve açıklamalarıyla matematiksel etkinlikleri tamamladıkları varsayılmaktadır.
- Araştırmadaki katılımcıların klinik görüşme esnasındaki verilerin toplanmasında düşüncelerini içtenlikle paylaştıkları varsayılmaktadır.

1. 6. TANIMLAR

Bağlantılı sınıf teknolojisi (connected classroom technology): Etkileşimli öğrenci etkinliklerinin kullanımını teşvik ederek hem öğretmenlere hem de öğrencilere, öğrencinin etkinliği tamamlaması hakkında hızlı ve doğru veriler sağlayan sanal sınıftır (Shirley & Irving, 2015).

Çizim: Matematiksel bir nesnenin geometrik özelliklerini taşıyormuş gibi görünen somut temsil biçimlerinden birisidir. Kâğıt, ekran vb. üzerinde bulunan izden ibarettir (Tapan-Brouin, 2015).

Dinamik geometri yazılımı: Manipülasyon ve simülasyon sağlayarak, geometrik kavramların örtük özelliklerini görsel olarak açık hâle getiren teknolojik ortamlardır (Leung, 2008).

Geometrik şekil ve/veya dinamik şekil (yapı): Matematiksel nesne olup, geometrik özelliklerine bağlı olarak inşa edilen temsil türüdür (Tapan-Brouin, 2015).

Matematiksel etkinlik: Öğrencilerin belirli bir matematiksel faaliyeti yapmaya çalışırken amaca yönelik gerçekleştirdikleri zihinsel ve fiziksel eylemleridir (Simon vd., 2010).

2. KURAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde araştırmanın temelini oluşturan kuramsal bilgiler detaylı olarak ele alınmış ve ilgili alanda yapılan çalışmalara yer verilmiştir.

2. 1. DİNAMİK GEOMETRİ YAZILIMI

Dinamik geometri yazılımları (GeoGebra, Cabri Geometry ve Geometer's Sketchpad gibi) geometrik temsilleri statik (durağan) yapısından ve kâğıt-kalem olgusundan kurtararak geometriye dinamik bir yapı kazandırmaktır (Balcı-Şeker & Erdoğan, 2017). Dolayısıyla dinamik geometri yazılımları üzerinde oluşturulan temsiller, manipülasyon veya simülasyon özelliği taşımaktadır (Albaladejo vd., 2015). Yani matematiksel nesnelerin belirli özelliklerini (Hanna, 2000) ve farklı temsilleri arasındaki dinamik ilişkileri (Zengin, 2021) göstermeye fırsat sunarak, temsillerin üzerinde doğrudan hareket etmeye izin verir (Albaladejo vd., 2015). Dinamik geometri yazılımlarının temsil bağlamındaki potansiyelini Hegedus ve Moreno-Armella (2010, s. 26) altı temel özellikle şu şekilde açıklamaktadır:

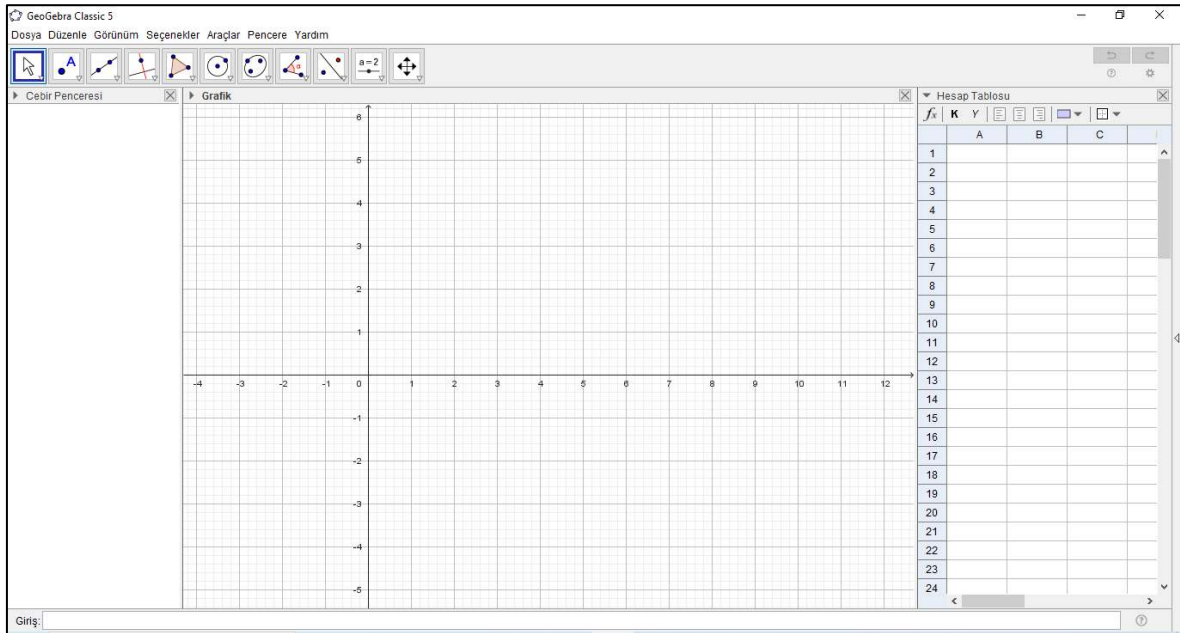
- Navigasyon: Ekran üzerinde gezinme, geometrik şekilleri hareket ettirme, ekranı kaydırma ve yakınlaştırma özelliğidir.
- Etkileşim (Interaction): Tıklayarak ve basılı tutarak ekrandaki şekilleri sürüklemeye veya değiştirme özelliğidir.
- Notlarla açıklama (Annotation): Şekillerin parçaları üzerine etiketler, yazılı açıklamalar ve sayısal değerler ekleme özelliğidir.
- İnşa (Construction): Geometrik şekilleri, belirli araçlarla parçalar hâlinde oluşturulabilme özelliğidir.
- Simülasyon: Geometrik nesnelerle ilişkili görsel verilerin, modellenmesi veya canlandırılması özelliğidir.
- Manipülasyon: Dinamik şekilleri, sahip oldukları matematiksel özellikleri gözlemleyebilecek biçimde hareket ettirebilme özelliğidir.

Bu özellikler öğrencilere, kavramsal anlama için temel kabul edilen aynı matematiksel nesne veya kavramın farklı temsilleri arasında dönüşüm yapabilme olanağı sağlar (Albaladejo vd., 2015). Böylece öğrenciler kavramları daha iyi anlayabilirler (Laborde vd., 2006). Özellikle, problem çözmede simülasyonların kullanımı öğrencilerin kavramsal anlamalarının geliştirilmesinde önemli bir rol oynamaktadır (Pierce & Stacey,

2011). Bu bağlamda dinamik geometri yazılımlarından biri olan GeoGebra yazılımının, öğrencileri matematiği keşfedici bir şekilde öğrenmeye teşvik edebileceğini gösteren çalışmalar bulunmaktadır (ör. Lichti & Roth, 2018). Dolayısıyla Schallert-Vallaster ve Lavicza (2021), öğretmenlerin sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıflarda GeoGebra yazılımını nasıl kullanabileceklerini açıklamaktadır (Tablo 1). Nitekim GeoGebra yazılımının, öğrencilerin kavramsal anlamalarını teşvik etmesi (Zengin, 2019) ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıflarda kullanım planının olması (Schallert-Vallaster & Lavicza, 2021) gibi imkânları bulunmaktadır. Dolayısıyla bu araştırmada kullanılan sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımı GeoGebra yazılımı ile desteklenmiştir.

2. 1. 1. GeoGebra Yazılımı

GeoGebra yazılımı (Şekil 1) kişiye kendi dilinde erişim imkânı sağlayan, kullanıcıya yorum ve kaynaklarını web üzerinde etkileşimli olarak paylaşma fırsatı sunan, açık kaynak kodlu, çok yönlü (yani cebirsel ve geometrik temsiller içeren) ve ücretsiz bir dinamik geometri yazılımıdır (Hohenwarter vd., 2009). İlköğretimden üniversiteye kadar her sınıf seviyesinde kullanılabilen GeoGebra yazılımı, kullanıcıya hesap çizelgesi, cebir ve geometri penceresi (bkz. Şekil 1) sağlamaktadır (Hohenwarter & Jones, 2007). Ayrıca kullanıcılara web sitesinde (<http://www.geogebra.org>) ücretsiz materyal paylaşım fırsatı tanımaktadır (Hohenwarter vd., 2008).



Şekil 1. GeoGebra Yazılımının Arayüzü

GeoGebra yazılımı, kullanıcı arayüzü (Şekil 1) sayesinde her sınıf düzeyinde kolaylıkla kullanılarak matematik öğretme ve öğrenmeye imkân sağlamaktadır (Hohenwarter vd., 2008). GeoGebra yazılımıyla desteklenmiş iş birlikli bir öğrenme ortamı, öğrencilere kavramları görselleştirme ve somutlaştırma fırsatı sunarak öğrenme sürecinin keyifli ve eğlenceli hâle gelmesini sağlamakta; bu durum da öğrencilerin kavramsal anlamalarını olumlu yönde etkilemektedir (Zengin & Tatar, 2017). Nitekim GeoGebra yazılımı, öğrencilerin derse olan ilgisini artırarak etkileşimli bir öğrenme ortamı sunmaktadır (Zengin, 2017b). Ayrıca sınıf dışında öğretmenler için etkileşimli çevrim içi öğrenme ortamlarının oluşturulmasında güçlü bir fırsat sağlamaktadır (Hohenwarter vd., 2008). Bu doğrultuda araştırmada, sınıf dışı süreçte birçok öğretmenin ve öğrencinin internet üzerinden ücretsiz bir şekilde etkileşimli olarak e-öğrenme içerikleri oluşturup paylaşabilecekleri (Hohenwarter & Fuchs, 2004) bağlantılı bir sınıf teknolojisi olan GeoGebra Classroom kullanılmıştır.

2. 1. 2. GeoGebra Classroom

Matematik eğitiminde önemli bir yere sahip olan GeoGebra yazılımının, öğrenme ortamlarında kullanılabilirliğini daha çok geliştirmek ve öğretmenlerin ihtiyaçlarına daha iyi hizmet vermek amacıyla GeoGebra Classroom (Şekil 2) adı verilen yeni bir bağlantılı sınıf teknolojisi geliştirilmiştir (Zöchbauer vd., 2021). Bağlantılı sınıflarda öğretmen ödev verir, öğrenciler ödevi tamamlar ve gönderir, bilgisayar ödevleri toplar ve görüntüler, öğrenciler bireysel çalışmaların yanı sıra toplu sınıf çalışmaları da yapabilirler (Irving, 2006). Bağlantılı sınıf teknolojisi öğretmen ve öğrenci iletişimini kolaylaştırmak, öğrenci yanıtlarını anında göstermek, öğretmenin yüklenen çalışmaları hızlı bir şekilde toplamasına izin vermek, öğrencinin etkileşimli etkinliklere katılmasına imkân sağlamak ve öğrencinin sınıf tartışmalarında daha aktif rol oynamasını kolaylaştırmak gibi çeşitli olanaklar sunmaktadır (Shirley vd., 2011). Bu bağlamda geliştirilen GeoGebra Classroom ortamı, kullanılan çeşitli öğretim yöntemlerinde biçimlendirici değerlendirme fırsatı da tanımaktadır (Zöchbauer vd., 2021). Schallert-Vallaster ve Lavicza (2021) çeşitli fırsat yelpazesine sahip GeoGebra yazılımı ve GeoGebra Classroom ortamının, sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımıyla birlikte kullanımına özellikle vurgu yapmaktadır.

GeoGebra

Yardım

← 7. Sınıf Matematik

Gönderiler

Üyeler

Kaynaklar

✓ Geri Bildirim

Filtreler:

Değerlendirim...

Çember ve ...

Çember ve ...

Çember ve ...

Çember ve ...

Çember ve ...

Çember ve ...

Çember ve ...

Çember ve ...

Çember ve ...

Çember ve ...

Çember ve ...

Çember ve ...

Çember ve ...

Değerlendirim...

Ata	✓	✓	✓	✓ GECİKME	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Ege	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Eda	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Gül	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓ GECİKME	✓	✓	✓
Buse	✓	✓ GECİKME	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Elif	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓ GECİKME
Berk	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓ GECİKME	✓	✓	✓
Oya	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Efe	✓ GECİKME	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓ GECİKME	✓	✓	✓ GECİKME
Naz	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Cem	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓ GECİKME	✓	✓	✓
Nil	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Şekil 2. GeoGebra Classroom Arayüzü

2. 1. 3. Sorgulayıcı 5E Modeli ile Bütünleştirilmiş Ters-Yüz Sınıfların GeoGebra ve GeoGebra Classroom ile Desteklenmesi

GeoGebra Classroom ile öğretmenler, GeoGebra materyali üzerinde çalışan öğrencilerin ilerleme durumunu canlı olarak izleyebilir ve sorular sorabilirler (Zöchbauer vd., 2021). Öğretmenler GeoGebra Classroom ortamını tüm öğrencilerden gelen yanıtların anında görülebildiği bir öğrenci yanıtlama sistemi olarak da kullanabilirler (Schallert-Vallaster & Lavicza, 2021). Bu doğrultuda GeoGebra Classroom ortamında kullanılabilecek GeoGebra materyalleri şunlardır:

- *GeoGebra uygulaması (GeoGebra applet)*: GeoGebra yazılımında oluşturulan dinamik nesnedir (Hohenwarter & Preiner, 2007).
- *Dinamik GeoGebra çalışma sayfası (Dynamic GeoGebra worksheet)*: Açıklama, soru veya faaliyetlerle desteklenerek oluşturulan GeoGebra uygulamasıdır (Hohenwarter & Preiner, 2007).
- *GeoGebra kitabı (GeoGebra book)*: Farklı GeoGebra uygulaması ve dinamik GeoGebra çalışma sayfalarından oluşur (Kimeswenger & Hohenwarter, 2014).

GeoGebra materyallerinin sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımının hangi aşamasında nasıl kullanılması gerektiğine yönelik Schallert-Vallaster ve Lavicza (2021) öğretmenlere yol gösterici bir planlama örneği sunmuşlardır (Tablo 1). Bu doğrultuda sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımının tüm aşamaları (giriş, keşfetme, açıklama, derinleştirme ve değerlendirme) ve süreçlerinde (sınıf

dışı ve sınıf içi) GeoGebra materyallerinin kullanılması planlanmıştır (Schallert-Vallaster & Lavicza, 2021).

Tablo 1. Sorgulayıcı 5E Modeli ile Bütünleştirilmiş Ters-Yüz Sınıf Yaklaşımında GeoGebra Materyalinin Kullanımı (Schallert-Vallaster & Lavicza, 2021)

Sınıf Dışı (GeoGebra Classroom)	5E aşaması	Sınıf İçi (Sınıf Ortamı)
•GeoGebra uygulamasının kullanımını gösteren video	Giriş	•GeoGebra uygulamasının kullanımını gösteren video •Dinamik GeoGebra çalışma sayfası •GeoGebra uygulamasının canlı gösterimi
•Dinamik GeoGebra çalışma sayfası •GeoGebra ile modelleme	Keşfetme	•GeoGebra uygulaması •GeoGebra ile modelleme •Dinamik GeoGebra çalışma sayfası
•Dinamik GeoGebra çalışma sayfası •GeoGebra uygulamasını gösteren açıklayıcı video	Açıklama	•GeoGebra materyaline dayalı sınıf tartışması •Dinamik GeoGebra çalışma sayfası •GeoGebra uygulaması
•GeoGebra kitabı •Dinamik GeoGebra çalışma sayfası •GeoGebra uygulaması •GeoGebra ile modelleme •GeoGebra inşa kaydı	Derinleştirme	•GeoGebra kitabı •Dinamik GeoGebra çalışma sayfası •GeoGebra uygulaması •GeoGebra ile modelleme
•Dinamik GeoGebra çalışma sayfası	Değerlendirme	•Dinamik GeoGebra çalışma sayfası •GeoGebra ile modelleme

Öğrencilerin sorgulama sürecine dâhil edilmesi için kullanılacak ön bilgileri hatırlatıcı ve merak uyandırıcı videoda (Voigt vd., 2020) GeoGebra uygulamasının kullanımının gösterilmesi planlanmalıdır. Sorgulama sürecine giren öğrencilerin matematiksel kavramları temsiller arası dönüşüm yaparak anlamlandırmalarına (Duval, 2006) ve gerekçelendirerek açıklamalarına (Demir vd., 2022) olanak sağlamak için dinamik GeoGebra çalışma sayfaları tasarlanmalıdır (Schallert-Vallaster & Lavicza, 2021). Öğrencilerin öğrendikleri bilgileri yeni problem durumlarında kullanabilmesi ve öğretmenlerin tüm süreci değerlendirebilmesi için GeoGebra yazılımında kendilerinin modelleme yapmalarına fırsat verilmelidir (Schallert-Vallaster & Lavicza, 2021). Bu süreçte öğretmenlerin sınıf içi tartışmaları desteklemesi, öğrencilere keşfetmeleri için yeterli

zamanı ve güveni vermesi, rehberlik etmesi ve her öğrencinin durumuna göre ek sorularla onları desteklemesi gerekmektedir (Burkhardt, 2006). Bu görevler hem bireysel hem de grup çalışmasına uygun olmakla birlikte (Hitt vd., 2017) öğrencilerin GeoGebra yazılımını kullanarak dinamik modeller oluşturmalarını desteklemektedir (Zengin, 2021). Nitekim GeoGebra yazılımı kavramsal ve işlemsel bilgi arasında ilişkilendirme fırsatı sağlayarak farklı temsiller arasındaki dinamik ilişkileri kolaylaştırıp, öğrencilerin kavramları anlamlandırmasına katkı sağlayabilir (Zengin, 2019). Dolayısıyla sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımıyla oluşturulan öğrenme ortamının GeoGebra yazılımı ve GeoGebra Classroom ile desteklenmesi, öğrencilerin kavramsal anlamalarının gelişimine olanak sağlayabilir.

2. 2. SORGULAYICI 5E MODELİ İLE BÜTÜNLEŞTİRİLMİŞ TERS-YÜZ SINIF YAKLAŞIMI

Matematik eğitiminde ters-yüz sınıf yaklaşımının sınıf dışı sürecinde video izleme ve okuma yapma gibi ödev talimatları sunulmakta, sınıf içi sürecinde ise öğrenci merkezli öğrenme etkinlikleri ele alınmaktadır (Bergmann & Sams, 2012). Yani ters-yüz sınıfta, geleneksel olarak işlenecek yüz yüze bir dersin bilgi aktarımı, tamamen ders saatinin dışına taşınmıştır (Abeysekera & Dawson, 2015). Bu hâliyle ters-yüz sınıflarda geleneksel bir öğretim yaklaşımı benimsenmiştir (Schallert vd., 2022a). Bunun üzerine Abeysekera ve Dawson (2015, s. 3) ters-yüz sınıfın farklı tanımlarını karşılaştırmış, karakterize etmiş ve ters-yüz sınıfı pedagojik bir yaklaşım olarak yeniden tanımlamışlardır:

- Bilgi aktarımının çoğunluğu sınıf dışı süreçte gerçekleştirilir.
- Sınıf içi süreç aktif ve sosyal öğrenme etkinlikleri için kullanılır.
- Öğrencilerin sınıf içi süreçteki çalışmalardan verim alabilmesi için ders öncesi ve ders sonrası çalışmaları tamamlamaları gerekmektedir.

Ters-yüz sınıf yaklaşımının bu tanımı, sorgulamaya dayalı öğrenme modelleriyle birleştirilerek daha etkin kılınabilir (Schallert vd., 2022b). Böylece sınıf dışı süreçte sağlanan bilgi aktarımından dolayı sınıf içi süreçte öğrenci merkezli öğrenme etkinliklerine daha fazla zaman ayrılabilir (Schallert vd., 2022a). Bu kapsamda Schallert vd. (2022a, 2022b) 5E modelinin aşamaları (Bybee vd., 2006) ile Abeysekera ve Dawson'ın (2015) ters-yüz sınıf yaklaşımı tanımını birleştirerek sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımını geliştirmişlerdir. Schallert-Vallaster ve Lavicza (2021) tarafından GeoGebra

yazılımı ile desteklenen bu yaklaşımın (Tablo 2) öğretmenlerin ders uygulamalarını planlı bir hâle getirmesi beklenmektedir (Schallert vd., 2022a).

Tablo 2. Sorgulayıcı 5E Modeli ile Bütünleştirilmiş Ters-Yüz Sınıf Yaklaşımı (Schallert-Vallaster & Lavicza, 2021; Schallert vd., 2022a, 2022b)

Sınıf Dışı Etkinlikler	Aşamalar	Sınıf İçi Etkinlikler
• Öğretmen: Ön bilgileri hatırlatıcı, öğrenilecek bilgiye merak uyandırıcı, GeoGebra uygulamasının yer aldığı, etkileşimli ve sorgulayıcı video sunar. • Öğrenci: Sunulan videoyu kendi hızında izler, etkinliği tamamlar ve sorularını not alır.	Giriş	• Öğretmen: Öğrenilecek içeriğe yönelik sorular sorar, sınıf tartışmasına liderlik eder ve GeoGebra uygulamasının kullanımını gösterir. • Öğrenci: Sınıf tartışmasına katılır ve GeoGebra uygulaması üzerinde çalışır.
• Öğretmen: Kesin bir çözüm bulunmadan kavram(lar)ın keşfedilmesine hazırlık için sorgulayıcı dinamik GeoGebra çalışma sayfası sunar. • Öğrenci: Sunulan dinamik GeoGebra çalışma sayfası üzerinde çalışarak derse hazırlanır.	Keşfetme	• Öğretmen: Kavram(lar)ın keşfedilmesine ilişkin dinamik GeoGebra çalışma sayfası sunar, öğrencilerin keşfetme sürecini destekler ve öğrenilen bilgileri geçici açıklamalarla ifade etmeleri için öğrencileri teşvik eder. • Öğrenci: Dinamik GeoGebra çalışma sayfası üzerinde gözlem yapar, çalışır, tartışır, kavram(lar)ı geçici açıklamalar ile ifade eder ve kanıt sunmaya çalışır.
• Öğretmen: Öğrencilerin dikkatinden kaçmış olma ihtimaline karşı öğrenilen kavram ve teorileri GeoGebra uygulaması üzerinde sorgulayan ve açıklayan bir video sunar. • Öğrenci: Sunulan videoyu izler, yöneltilen soruları cevaplandırır ve kendi açıklamaları ile öğretmenin açıklamalarını karşılaştırır.	Açıklama	• Öğretmen: Öğrencilerin öğrendikleri kavram ve teorileri gerekçelendirerek açıklaması için dinamik GeoGebra çalışma sayfası sunar ve grup tartışmalarına rehberlik eder. • Öğrenci: Dinamik GeoGebra çalışma sayfası üzerinde gözlem yapar, çalışır, tartışır, kavram(lar)ı gerekçelendirerek açıklar.
• Öğretmen: Günlük yaşam ile ilişkili yeni bir problem durumunu tanıtan video sunar. • Öğrenci: Sunulan videoyu izler, problemi çözmek için öğrendiği bilgiyi kullanır ve GeoGebra yazılımında modelleme yapar.	Derinleştirme	• Öğretmen: Günlük yaşam ile ilişkili, öğrenilen bilgilerin farklı durumlar için kullanılmasını sağlayan yeni bir problem durumu sunar. • Öğrenci: Öğrendiği bilgiyi kullanarak problemi çözer ve GeoGebra yazılımında modelleme yapar.

• Öğretmen: Öğrencilerin kendilerini değerlendirmesi için öz değerlendirme sağlar. • Öğrenci: Öğrenme sürecini yansıtarak öz değerlendirme etkinliğine katılım sağlar.	Değerlendirme	• Öğretmen: Süreç boyunca yapılan değerlendirme etkinliklerinin tamamını kapsayacak bir değerlendirme fırsatı sağlar. • Öğrenci: GeoGebra yazılımında modelleme yaparak kendine sunulan etkinliği tamamlar.
---	----------------------	--

Öğretmenlerin ders sürecini planlamasında sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımı yardımcı olsa da yetersiz kalmış, bu nedenle buluşsal tasarımın yanı sıra ders planlama ilkeleri (Tablo 3) geliştirilmiştir (Schallert vd., 2022b). Süreç içinde videoların nasıl kullanılacağı ile ilgili plan yapılması ve öncelik-sonralık sırasına göre sınıf içi-sınıf dışı aşamaların düzenlemesi gerekmektedir (Schallert vd., 2022a). Schallert vd., (2022a) bu planlama ve düzenlemelerin öğretmenler için zor olabileceğini belirtmiştir. Bu zorluğu aşmak için ders planlama ilkeleri göz önünde bulundurularak ters-yüz sınıflarda, sınıf içi-sınıf dışı süreçler dikkatli bir şekilde planlanmalı ve ders planları sorgulamaya dayalı bir şekilde uygulanmalıdır (Schallert vd., 2022b).

Tablo 3. Ders Planlama İlkeleri (Schallert vd., 2022b)

Ders Planlama İlkeleri
1. Öğrenilecek içerik ile önceden öğrenilen kavramlar arasında ilişkilendirme yapmak için ön bilgileri hatırlatan ön-sınıf dışı aşama kullanılmalıdır.
2. Biçimlendirici değerlendirme için çevrim içi etkinlikler kullanılmalı; öğrenciler ders öncesi ve ders sonrası etkinlikleri tamamlamaya teşvik edilmelidir.
3. Sınıf dışı ve sınıf içi aşamalarda öğrencilerin bilimsel olarak yöneltilmiş sorulara katılımı sağlanmalıdır.
4. Matematiksel bir kavramın keşfedilmesi için öğrencilere anında geri bildirim veren ders içi keşfetme etkinlikleri yapılmalıdır.
5. Öğrenilen bilgilerin pekiştirilmesi ve ilişkilendirilmesi için son-sınıf dışı aşamalar kullanılmalıdır.
6. Öğrenilen bilgilerin ders esnasında gerekçelendirilerek açıklanmasını sağlamak için öğrenciler teşvik edilmelidir.
7. Öğrenilen bilgi ve becerilerin anlamlandırılmasını sağlamak için ders esnasında günlük yaşam durumu içeren farklı problem durumlarında kullanımı sağlanmalıdır.

8. Akran destekli öğrenme sağlamak için sınıf içinde (keşfetme, açıklama ve derinleştirme) küçük grup çalışmaları yapılmalıdır.

Öğrencinin öğrenilecek içerik ile önceden öğrendiği kavramlar arasında ilişkilendirme yapabilmesini sağlayacak videolar sürecin başında, sınıf dışında uygulanmalıdır (Schallert vd., 2022a; Voigt vd., 2020). Böylece öğrenci önceki bilgilerini genişletmeye ve gözden geçirmeye teşvik edilebilir (Schallert vd., 2022b). Ayrıca öğrencinin sınıf içi etkinlikler üzerinde tam olarak çalışabilmesi için sınıf dışındaki etkinlikleri tamamlaması gerekmektedir (Abeysekera & Dawson, 2015). Bunun için anında geri bildirimli çevrim içi etkinlikler kullanılarak, öğrenci sınıf içi ve sınıf dışı etkinlikleri tamamlamaya motive edilebilir (Schallert, 2022b). Sorgulayıcı ters-yüz sınıflarda nihai çözüm beklenmeyen sorular veya videolar dersten önce paylaşılarak (Voigt, vd., 2020) sınıf içi-sınıf dışı etkinliklere öğrencilerin katılımı sağlanabilir (Schallert vd., 2022b). Öğrencileri anında verilen dönütlerle desteklemek için keşfetme etkinlikleri ders esnasında uygulanmalıdır (Schallert vd., 2022a; Schallert vd., 2022a). Pekiştirme ve bilgiler arası ilişkilendirmeler için ise sınıf dışı aşamalar kullanılmalıdır (Schallert vd., 2022a). Sorgulayıcı ters-yüz sınıflarda son-sınıf dışı aşama, pekiştirmeyi kolaylaştırmak için kullanılabilir (Schallert vd., 2022b). Öğretmen son-sınıf dışı aşamada pekiştirme için öğrencilerin dikkatinden kaçmış olabilecek kavram veya teorileri sunabilir (Song & Kapur, 2017). Öğrenciler sınıf içi süreçte öğrendiklerini gerekçelendirerek açıklamaya teşvik edilmelidir (Schallert vd., 2022a). Böylece öğrenciler açıklama aşamasının sınıf içi sürecinde öğretmeni tarafından desteklenerek, uygun terim ve kavram kullanımı ile öğrendiklerini açıkça ifade edebilirler (Schallert vd., 2022b). 5E modelinin temel bir bileşeni olan öğrenilen bilgilerin derinleştirilmesi için (öğrenilen bilgilerin anlamlandırılması için) (Bybee vd., 2006) öğrencilerden öğrendikleri bilgi veya becerilerini ders sırasında farklılaştırılmış etkinlikleri tamamlamada ve gerçek yaşam problemleri çözmede kullanmaları istenmelidir (Schallert vd., 2022b). Ayrıca sınıf içinde küçük grup etkinlikleri uygulamak akran etkileşimleri yoluyla araştırılacak soruları yanıtlamak, kanıtlarını tartışmak veya öğrenilen bilgileri çeşitli etkinliklerde birlikte uygulamak açısından önem taşımaktadır (Schallert vd., 2022).

Öğretim, öğretmen-öğrenci ve öğrenci-öğrenci arasındaki sınıf etkileşimlerinden meydana gelmektedir (Hiebert & Grows, 2007). Aşamalı bir anlama süreci aracılığıyla, öğrencilere matematiği yeniden icat etmeleri için fırsatlar sağlanmalıdır (Rasmussen &

King, 2000). Kavramsal anlama süreçlerini etkileyen faktörler arasında ev desteği, sosyal öğrenme ortamları, öğrencilerin ön bilgilerinin yeterli olması, kullanılan matematiksel etkinlikler ve değerlendirmeler de önem taşımaktadır (Hiebert & Grows, 2007). Dolayısıyla öğrencilerin kavramsal anlama süreçlerini geliştirebilecek öğrenme ortamlarının oluşturulmasında kullanılabilecek yaklaşımlardan birisi Schallert ve diğerlerinin (2022b) tasarım tabanlı araştırmasında yer alan sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımıdır. Ters-yüz sınıf yaklaşımı bağlamında yapılan araştırmalar, ters-yüz sınıflarda sorgulama yoluyla öğrenmeyi teşvik etmeyi hedeflemektedir (Schallert-Vallaster & Lavicza, 2021). Dolayısıyla bu araştırmanın amacına uygun olduğu düşünüldüğünden dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımının kullanıldığı bir öğrenme ortamı planlanmıştır.

2. 3. KAVRAMSAL ANLAMA

Kavramsal anlama matematiksel kavramlar, fikirler ve işlemler arasındaki zihinsel ilişkiler olarak tanımlanmaktadır (Hiebert & Grouws, 2007). Bu tanıma göre zihinsel ilişkilerin zenginleşmesiyle kavramsal anlama gelişmektedir (Hiebert & Carpenter, 1992). Dolayısıyla kavramsal anlama, anlamlı öğrenmeyi gerektirmektedir (Hiebert & Grouws, 2007). Öğrencilerden problem çözmelerini, çözümlerini açıklamalarını, çözüm yolları arasında ilişki kurmalarını ve süreçle ilgili düşüncelerini istemek onları matematiksel kavramları anlayarak öğrenmeye teşvik etmektedir (Carpenter vd., 1994). Carpenter ve diğerleri (1994, s. 7) öğrencilerin ilişkilendirme çabalarını desteklemek amacıyla öğretimin geliştirilmesinde çeşitli ilkeler benimsemişlerdir:

- Kavramlar üzerinde iletişim kurmak için dış temsilleri araç olarak kullanmak.
- Belirli bir temsil tanıtıldığında öğrencilerin onu kullanarak pratik yapmalarına ve ona aşına olmalarına izin vermek.
- Temsilleri, sorunları çözmek için kullanmak.
- Sınıf tartışmalarında temsillerin nasıl kullanılacağına yer vermek.

Bu ilkelerin temel amacı öğrencilerin temsil biçimlerine alışması ve farklı temsiller arasında ilişkilendirme yapmasına yardımcı olmaktır. Temsillerin oluşturulması, yorumlanması ve ilişkilendirilmesi matematik öğrenmek ve yapmak için temel bir uygulamadır (Fonger, 2019). Bu kapsamda matematiksel bir kavramın anlaşılması için temsilleri arasında yapısal ilişkilerin kurulması gerekmektedir (Duval, 2006). Nitekim

Carpenter ve diğerkleri (1994) öğrencilere öğrenmeleri için algoritmalar sağlanmayacağını, kendilerinin inşa etmesi gerektiğini belirtmektedir. Yani matematik öğrenmek için öğrenciler sunulan temsilin matematiksel olarak neyle alâkalı olduğunu anlayabilmeli, bu temsili başka bir temsil kullanarak ifade edebilmeli ve temsil edilen nesneyi temsillerinden ayırtıtırabilmelidirler (Duval, 2006).

2. 3. 1. *Temsiller*

Matematik eğitiminde temsil için farklı tanımlar bulunmaktadır (Özgün-Koca, 1998). Fonger (2019) temsili, bireyin bakış açısından bir şeyi temsil eden sembolize edilmiş bir biçim olarak ele almıştır. Özgün-Koca (1998) temsilleri, aynı bilgiyi birden fazla biçimde göstermek için fikir ve kavramların dış matematiksel düzenlemeleri olarak tanımlamıştır. Fennel ve Rowan (2001) temsili, bir süreç olarak tanımlamış; öğretme ve öğrenmenin temel bileşeni, matematiği modellemenin ve öğrencilerin düşüncelerini açıklamalarının bir yolu olarak görmüştür. Duval (2006, s. 103-104) ise temsili dört farklı şekilde tanımlamıştır: (1) Temsil, bir şeyin yerini tutan başka bir şeydir. (2) Temsiller bireylerin zihinsel üretimlerine dayanan inançları, kavramları veya kavram yanılgıları olabilir. (3) Temsiller belirli kurallara göre üretilen ve bir sistemin, sürecin veya olgunun tanımını sağlayan işaretler de olabilir. (4) Temsiller zihindekini iletmenin yanında yeni bilgiler üretmek için kullanılan araçlar da olabilir. Pek çok farklı tanımlı bulunan temsiller, matematiksel düşüncelerin çeşitli şekillerde ifade edilmesini sağlamaktadır (NCTM, 2000). Matematiksel fikirler çeşitli temsillerle ifade edilebilir (Businskas, 2008). Bu doğrultuda matematik eğitiminde kullanılan temsillerden bazıları sözel, nümerik, çizim, görsel, cebirsel ve grafik temsildir (Hitt & González-Martín, 2015).

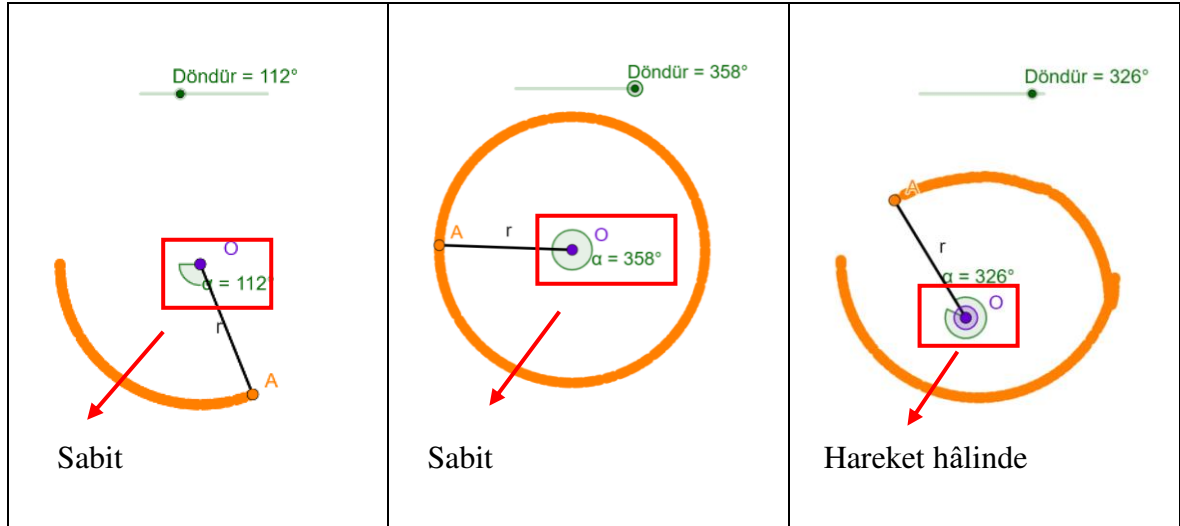
(1) Sözel Temsil: Matematiksel fikirlerin ve kavramların yazılı veya sözlü olarak betimsel biçimde ifade edilmesini içermektedir (Mainali, 2021). Öğrenciler, matematiksel fikirlerin yazılı temsillerinin, matematik öğrenmenin ve yapmanın önemli bir parçası olduğunu anlamalıdır (NCTM, 2000). Örneğin, çember kavramının “Bisiklet tekerleğinin çevresi çember belirtir.” biçiminde ifade edilmesi kavrama yönelik sözel temsildir.

(2) Nümerik Temsil: Problemin çözümüne ilişkin toplanan verilerin veya matematiksel fikirlerin ve kavramların belirli bir düzende, muhtemelen sıralı bir liste veya bir tablo hâlinde görüntülenmesini içermektedir (Mainali, 2021). Örneğin, π sayısının keşfedilmesine ilişkin Şekil 3’te verilen tablo çemberin çevresine yönelik nümerik temsil belirtmektedir.

Yarıçap (r)	Çap (R)	Çevre	$\frac{\text{Çevre}}{\text{Çap}}$
1	2	6,28	3,14
2	4	12,57	3,14
3	6	18,85	3,14
4	7	25,12	3,14

Şekil 3. Nümerik Temsil Örneği

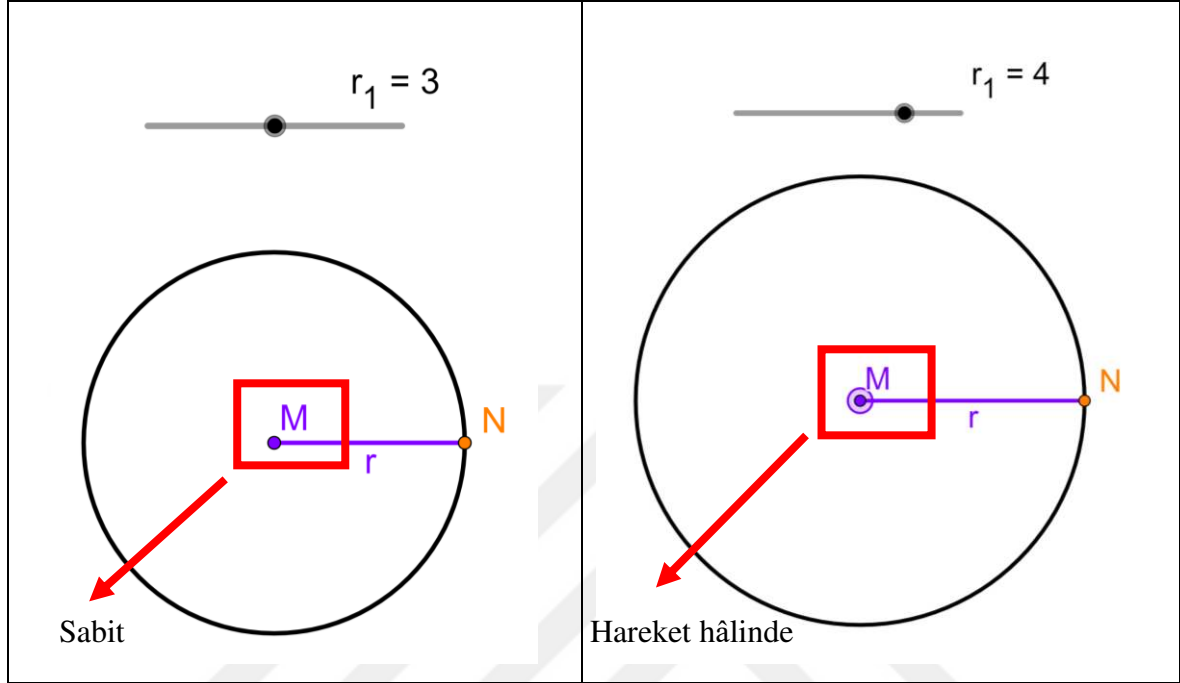
(3) **Çizim Temsil:** Gerçekte görülen maddi nesneyi ifade eden izlerdir (Hözl, 1995). Geometrik ilişkileri sağlamayan (sürüklemeye testini geçemeyen), dinamik yazılımda gerçekleştirilen çizimlerdir (Hözl, 1995). Somut nesnelerin kâğıt, kalem, cetvel veya pergel kullanılarak gerçekleştirilen çizimleridir (Mariotti, 2000). Örneğin, Şekil 4'te verilen çemberin merkezini (*O noktasını*) sürüklediğimizde, meydana gelen izler çemberin geometrik özelliklerini sağlamaz (çemberin merkezi ile *A noktası* arasındaki uzaklık bozulur). Bu doğrultuda Şekil 4'te verilen çizimler, çembere yönelik çizim temsil belirtmektedir.



Şekil 4. Çizim Temsil Örneği

(4) **Görsel Temsil:** Teorik bir nesneyi ifade eden yapılardır (Laborde, 1993). Geometrik ilişkileri sağlayan (sürüklemeye testini geçen), dinamik yazılımda inşa edilen geometrik şekillerdir (Hözl, 1995). Örneğin, Şekil 5'te verilen çemberin merkezini (*M noktasını*)

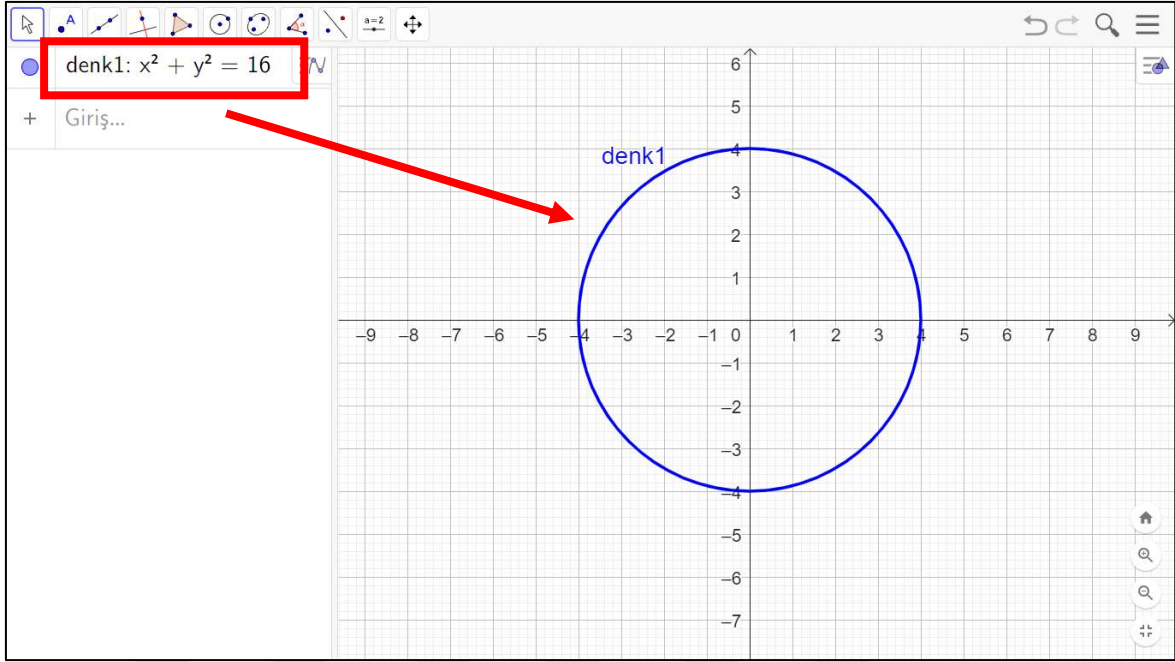
sürüklediğimizde, oluşan şekil (figür) çemberin geometrik özelliklerini sağlar (çemberin merkezi ile N noktası arasındaki uzaklık korunur). Bu doğrultuda Şekil 5'te verilen geometrik şekil, çembere yönelik görsel temsil belirtmektedir.



Şekil 5. Görsel Temsil Örneği

(5) Cebirsel Temsil: Matematiksel iki durum arasındaki ilişkinin farklı değişkenler (harfler) ile ifade edilmesidir (Shahbari & Tabach, 2020). Matematiksel fikirlerin veya kavramların sembol, formül vb. kullanarak ifade edilmesini içermektedir (Mainali, 2021). Örneğin, yarıçapı $4br$ olan bir çemberin denklem ile $x^2 + y^2 = 16$ biçiminde ifade edilmesi çembere yönelik cebirsel temsil belirtmektedir.

(6) Grafik Temsil: Nesnenin resimleri, diyagramları, koordinat düzlemleri ve diğer şekilsel temsillerini içermektedir (Mainali, 2021). Örneğin, GeoGebra yazılımının giriş kısmına çember denklemini yazdığımızda ekranda çember oluşmaktadır (matematiksel bir kavrama ilişkin denklemin ekrana şekilsel olarak yansımadır) (Şekil 6).



Şekil 6. Grafik Temsil Örneği

Matematiksel kavramlar iki veya daha fazla biçimde temsil edilebilir (Businskas, 2008). Bu kapsamda Businskas (2008) matematiksel bir nesnenin temsillerini eş değer ve alternatif temsiller olarak iki kategoriye ayırmıştır. Eş değer temsiller, matematiksel bir nesnenin aynı moddaki temsilleridir (Businskas, 2008; Tondorf & Prediger, 2022). Örneğin, $3(x + y)$ cebirsel ifadesinin $3x + 3y$ biçiminde ifade edilmesi (cebirsel-cebirsel). Alternatif temsiller ise matematiksel bir nesnenin farklı temsilleridir (Businskas, 2008). Örneğin, $3x = y$ denkleminin grafiğinin çizilmesi (cebirsel-grafik). Dienes'in (1960) Çoklu Somutlaştırma İlkesi veya Algısal Değişkenlik İlkesi, öğrencilerin bir soyutlamanın matematiksel özünü elde edebilmeleri için matematiksel kavramların mümkün olduğunca farklı temsillerle (ör. sözel, nümerik, çizim, görsel, cebirsel, grafik) sunulmasını önermektedir. Ayrıca Özgün-Koca (1998) temsillerin, öğrencilerin matematiksel kavramları somutlaştırmaları ve anlamaları için bir ortam sağladığını ileri sürmüştür. Ek olarak Cai ve Lester (2005) de temsillerin, öğrencilerin kavramsal ilişkileri anlamasında ve problem çözmesinde etkili olduğunu belirtmiştir. Nitekim öğrencilerin temsillerle uygun bir etkileşime girmesi sonucunda öğrenme performansları gelişmektedir (Ainsworth, 2006). Dolayısıyla öğrencilerin kavramsal anlama süreçlerinde temsilleri nasıl gördüklerini ve kullandıklarını anlamak gerekmektedir (Özgün-Koca, 1998). Fonger (2019) öğrencilerin matematiksel bir kavramı temsil ederek öğrenmesinin, zaman içinde ortaya çıktığını; etkinlik türüne ve öğrenme fırsatlarına bağlı olarak, temsilleri oluşturma, yorumlama ve ilişkilendirme

becerilerinin değişkenlik gösterebileceğini belirtmektedir. Keller ve Hirsch (1998) matematiğin öğrenci zihnindeki gelişimi ve öğrencilerin matematiğe anlam kazandırmadaki girişimleri hakkında bilgi sahibi olmak için öğrencilerin temsillere yönelik tercihlerinden yola çıkılabileceğini belirtmektedir. Bu kapsamda matematiksel etkinlikler kullanılarak öğrencilerin kavramsal anlama süreçlerini karakterize etmek için bir araç olarak hem söylemleri hem de oluşturulan temsilleri hesaba katmak önemlidir (Fonger, 2019).

2. 3. 2. Duval'ın Semiyotik Yaklaşımı

Matematiksel kavramın farklı temsillerini birbirine bağlamak kavramsal anlama için gerekli ancak yeterli değildir (Prediger, 2013). Önemli olan temsillerin dönüşümleridir (Duval, 2006). Duval (2006) temsillerin dönüşümlerini (1) temsil içi geçiş (treatment) ve (2) temsiller arası dönüşüm (conversion) olmak üzere iki farklı kategoride sınıflandırmıştır.

2. 3. 2. 1. Temsil İçi Geçişler

Matematiksel bir nesnenin aynı temsil sistemi içindeki geçişleridir (ör. sayıları temsil etmek için aynı gösterim içinde kalarak hesaplama yapmak, denklem çözmek, ilişkilendirme veya simetri ölçütünü kullanarak bir şekli tamamlamak vb. (bkz. Şekil 7)) (Duval, 2006). Businkas (2008) temsil içi geçişleri, matematiksel bir kavramın eş değer temsillerini kullanmak olarak tanımlamıştır. Eş değer temsiller, işlemsel bakış açılarını ilişkilendirmeyi amaçlar ancak ifadelerin tanımladığı daha derin yapıları içermez (Tondorf & Prediger, 2022).

- Nümerik temsil sistemi içinde kalarak, ondalık gösterimle verilen bir işlemi kesre dönüştürerek yapmak (nümerik-nümerik).

$$0,20 + 0,25 = \dots\dots$$

$$0,20 \div 0,25 = \dots\dots$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \dots\dots$$

$$\frac{1}{5} \div \frac{1}{4} = \dots\dots$$

- Bir paralelkenarın alanını bulmak için onu dikdörtgene dönüştürmek (çizim-çizim).



Şekil 7. Temsil İçi Geçiş Örneği (nümerik-nümerik ve çizim-çizim) (Duval, 2006)

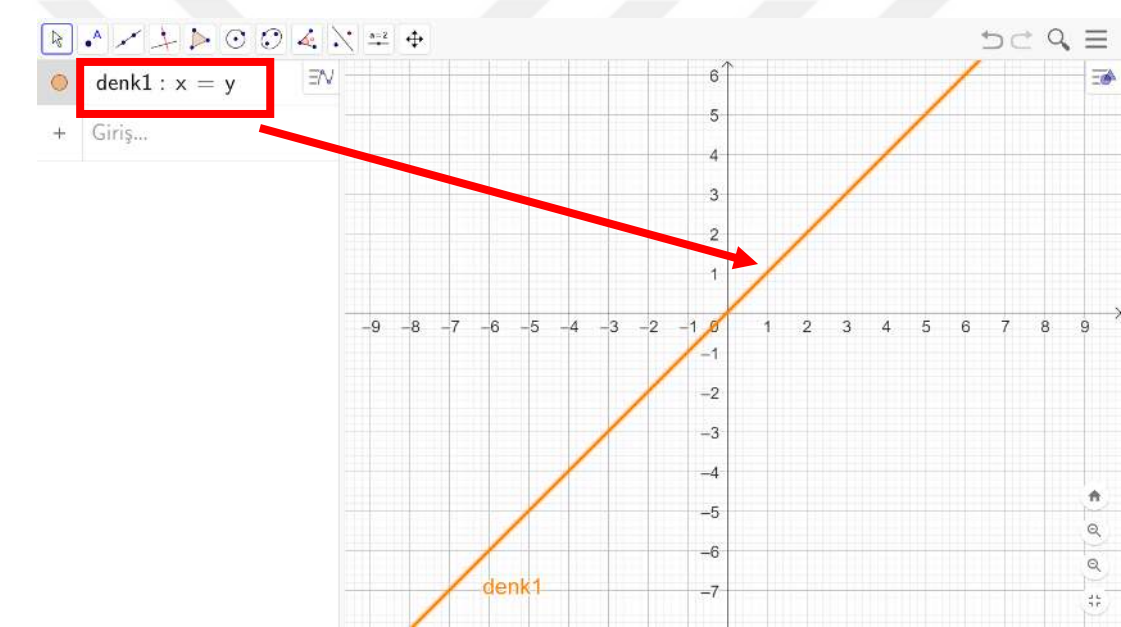
2. 3. 2. 2. *Temsiller Arası Dönüşümler*

Aynı nesnenin farklı temsilleri arasındaki dönüşümlerdir (ör. bir ilişkinin sözel ifadesinden cebirsel ifadesine geçmek; cebirsel ifadesinden grafik gösterimine geçmek vb. (bkz. Şekil 8)) (Duval, 2006). Businskas (2008) temsiller arası dönüşümleri, matematiksel bir kavramın alternatif temsillerini kullanmak olarak tanımlamıştır. Kavrama yönelik alternatif temsillerin kullanımı, temsiller arasındaki ilişkilendirmeleri teşvik eder ve daha derin yapıları içerir (Tondorf & Prediger, 2022).

Sözel temsil: Apsisi ve ordinatı aynı (eşit) olan noktalar kümesi

Cebirsel temsil: $x = y$

Grafik temsil:



Şekil 8. Temsiller Arası Dönüşüm Örneği (sözel-cebirsel ve cebirsel-grafik) (Duval, 2006)

2. 4. ÇEMBER VE DAİRE

Belirli bir noktadan sabit uzaklıkta bulunan noktalar kümesi “çember” olarak adlandırılmaktadır (Downing, 2009). Çemberin içi ile birlikte oluşturduğu bölgeye ise “daire” denilmektedir (Bell vd., 2012). Bir çemberi veya daireyi çevreleyen sınır (etrafındaki mesafe veya çevre) ve çemberin veya dairenin çapının uzunluğu (merkezden geçen ve çember veya daire üzerindeki iki noktayı birleştiren doğru parçası) arasındaki ilişki öğrencilerin keşfedebilecekleri en ilgi çekici durumlardan biridir (Van De Walle, 2021). Matematik dersi öğretim programında (MEB, 2018) çember ve daire kavramlarına yedinci

sınıfta yer verilmektedir. Çember ve daire kavramlarına yönelik alt öğrenme alanlarında şu başlıklar yer almaktadır:

- Çemberde merkez açılar ve bu açıların gördüğü yaylar
- Çemberin ve çember parçasının uzunluğu
- Dairenin ve daire diliminin alanı

Rejeki ve Putri (2018) öğretim süreci içinde, öğrencilerin zihninde dairenin alanına yönelik karışıklıklar oluşabileceğini belirtmektedir. Akyuz (2016) ise öğretmenlerin çember kavramını öğretirken, öğrencilerde oluşabilecek birçok yanlış anlaşılmanın önüne geçilmesi gerektiğini vurgulamıştır. Bu kapsamda Kemp ve Vidakovic (2023) öğretmenlerin, öğrencilerin bir çemberin tanımındaki her bir alt kavramın farklı ortamlarda geometrik ve cebirsel olarak nasıl temsil edildiğini (ve bu temsillerin açıkça nasıl ilişkili olduğunu) keşfetmeleri için öğrencilere rehberlik etmeleri gerektiğini belirtmektedir. Nitekim pek çok matematiksel kavramın öğretilmesi ve öğrenilmesinde, öğrencilerin ilgili alt kavramları tanımlamasına ve çeşitli ortamlarda bunların geometrik ve cebirsel temsilleri arasında ilişkilendirmeler yapmasına fırsat vermek fayda sağlayabilir (Kemp & Vidakovic, 2023).

2. 5. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Matematiksel kavramlara yönelik birden çok temsil oluşturma, yorumlama, tercüme etme ve birbiriyle ilişkilendirme becerisi matematiğin anlamlı bir şekilde öğrenilmesinin anahtarıdır (Fonger, 2019). Tondorf ve Prediger (2022), öğrencilerin matematiksel anlayışlarını geliştirmek için sadece temsillerin değil aynı zamanda farklı temsiller arası dinamik ilişkilerin de çok önemli olduğunu vurgulamaktadır. Erbas ve Aydoğan-Yenmez (2011) ise dinamik geometri yazılımları ile desteklenmiş ve etkileşim içeren sorgulayıcı öğrenme ortamlarının öğrencilerin matematiksel kavramları inşa ederken, onları temsilleri ile yapısal özellikleri arasında ilişki kurmaya teşvik ettiğini belirtmektedir. Bu kapsamda çok az çalışma, bu araştırmadaki gibi öğrencilerin dinamik ve etkileşimli bir öğrenme ortamında temsiller arası dönüşümlerine göre kavramsal anlamalarına odaklanmıştır (ör. Özcan vd., 2022; Zengin, 2021).

Özcan ve diğerleri (2022) çalışmasında sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters-yüz edilmiş sınıf yaklaşımını kullanarak ortaokul öğrencilerinin çember kavramına yönelik kavramsal anlamalarını incelemişlerdir. Çalışmanın sonucunda, giriş-sınıf dışında çevrim içi platforma yüklenen videonun öğrencilerin çemberin ve çember parçasının

uzunluğuna ilişkin ön bilgilerini hatırlamasına; açıklama-sınıf dışında yüklenen videonun ise öğrencilerin kavramları açıklamasına fırsat sağladığı görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin değerlendirme-sınıf içinde sunulan problem durumuna çözüm üretirken en az iki temsil sistemi arasında dönüşüm yapabildiği belirlenmiştir. Özcan ve diğerleri (2022), GeoGebra yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters-yüz edilmiş sınıf yaklaşımı bağlamında uygulanan etkinliklerde öğrencilerin matematiksel kavrama yönelik farklı temsilleri (sözel, nümerik, çizim, görsel ve cebirsel) kullanarak temsiller arası dönüşüm yapmalarının kavramsal anlama süreçlerine olumlu yansıdığı sonucuna ulaşmışlardır.

Zengin (2021) ise çalışmasında GeoGebra yazılımı kullanılarak planlanmış iş birliğine dayalı bir öğrenme ortamında lisans öğrencilerinin parametrik denklemleri anlamasını incelemiştir. Çalışmada GeoGebra yazılımı kullanılarak planlanmış sosyal etkileşim-iletişim içeren öğrenme ortamlarının öğrencilerin kültürel öğeler ve işaretler aracılığıyla mevcut bilgilerini kullanıp, cebirsel ve geometrik ilişkilendirmeler yaparak parametrik denklemleri anlamalarına yardımcı olabileceği görülmüştür. Katılımcıların, cebirsel ve geometrik temsiller arasında ilişkilendirmeler yaparak trigonometrik özdeşlikler, fonksiyon tanımı ve bir daire denkleminin genel formu hakkında mevcut bilgilerinden parametrik denklemler oluşturdukları ortaya çıkmıştır. Zengin (2021), GeoGebra yazılımının anlam oluşturmadaki semiyotik potansiyelinin parametrik denklemlerin anlaşılmasına olumlu yansıdığı sonucuna ulaşmıştır.

Bu araştırmaya daha yakın olan çalışma ise oluşturulan öğrenme ortamının, kullanılan dinamik geometri yazılımının, amacının ve matematiksel kavramların benzerliğinden dolayı Özcan ve diğerlerinin (2022) yapmış olduğu çalışmadır. Bununla birlikte öğrencilerin kavramsal anlamalarının temsil dönüşümleri kapsamında incelendiği bazı araştırmalar Tablo 4'te verilmiştir. Gülkılık (2022) çalışmasında temsili akıcılık bağlamında lisans öğrencilerinin integral kavramını anlamlandırma süreçlerini incelemiştir. Moreno-Arotzena ve diğerleri (2021) çalışmasında Duval'in semiyotik yaklaşımı ile lisans öğrencilerinin iki değişkenli bir fonksiyonun gradyan kavramını farklı temsillerle nasıl ilişkilendirdiklerini ve bu temsiller arasında nasıl dönüşüm yaptıklarını incelemişlerdir. Toluk-Uçar (2016) çalışmasında öğretmen adaylarının reel sayıların şeffaf ve opak temsilleri kullanmasının kavrayışlarını nasıl etkilediğini incelemiştir. Gülkılık ve diğerleri (2015) çalışmasında lise öğrencilerinin düzlem dönüşümlerine yönelik geliştirdikleri iç temsiller

bağlamında anlayışlarını incelemişlerdir. Gürbüz ve Şahin (2015) çalışmasında ortaokul öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki temsiller arası dönüşüm becerilerini incelemişlerdir. Delice ve Sevimli (2010b) ise çalışmasında öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde belirli integral kavramına yönelik kullandıkları temsilleri ve temsiller arası dönüşümleri incelemişlerdir.

Tablo 4. Matematik Eğitiminde Öğrencilerin Kavramsal Anlamalarının Temsil Dönüşümleri Kapsamında İncelendiği Bazı Araştırmalar

Yazar Katılımcı Yöntem	Amaç	Sonuç
Gülkılık (2022) • Lisans öğrencileri • Nitel/Durum çalışması	Bu araştırmanın amacı, öğrencilerin integral olarak hacim bulmaya dayalı bir etkinlik üzerinde çalışırken belirli integral kavramlarını temsili bir bakış açısıyla incelemektir.	Öğrencilerin, integral ve diferansiyel kavramlarının sözel, cebirsel ve grafik gösterimleri arasında ilişkilendirmeler yapabildiklerinde başarılı oldukları görülmüştür.
Moreno-Arotzena ve diğerleri (2021) • Lisans öğrencileri • Karma	Bu araştırmanın amacı, öğrencilerin iki değişkenli bir fonksiyonun gradyan kavramını farklı temsillerde nasıl tanıdıklarını ve bu gösterimler arasında nasıl dönüşüm yaptıklarını incelemektir.	Duval'in (2006) önerdiği gibi, farklı temsilleri koordineli bir şekilde kullanabilme yeteneğinin kavramsal anlamının bir göstergesi olduğu görülmüştür. Temsiller arası dönüşümlerin, öğrenci başarısını etkileyen önemli bir faktör olduğu sonucuna ulaşılmıştır.
Toluk-Uçar (2016) • Öğretmen adayları • Karma/Açıklayıcı	Bu araştırmanın amacı, ortaokul matematik öğretmeni adaylarının genelde reel sayıları, özelde ise rasyonel ve irrasyonel sayıları kavrayışlarının, sayıların temsil biçimlerinin şeffaf ve opak olmasına göre nasıl etkilendiğini incelemektir.	Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının farklı şekillerde temsil edilmiş reel sayılardan rasyonel olanları belirlemede daha başarılı olduğu görülmüştür. Reel sayıların temsillerindeki çeşitliliğin ise bu sayıları rasyonel ya da irrasyonel sayı olarak ayırt edilmesini zorlaştırdığı belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının genellikle sayıların rasyonel ya da irrasyonel olduğunu belirlerken temsil biçimlerinden etkilendiği sonucuna varılmıştır.

Gülkalık ve diğlerleri (2015) • Lise öğrencileri • Nitel/Durum çalışması	Bu araştırmanın amacı, 10. sınıf öğrencilerinin farklı temsillerle zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamında düzlem dönüşümlerine yönelik geliştirdikleri iç temsiller kapsamında kavramsal anlamalarını incelemektir.	Öğrencilerin matematiksel kavramların farklı temsilleriyle (sözel, görsel, cebirsel) ve manipülatiflerle geçirdikleri deneyimlerin kavramsal anlamalarına yön verdiği görülmüştür. Öğrencilerin bu temsilleri kullanarak, kavramlara yönelik uygun iç temsiller geliştirebildikleri ölçüde kavramsal anlamalarının geliştiğı belirlenmiştir.
Gürbüz ve Şahin (2015) • Ortaokul öğrencileri • Nitel/Durum çalışması	Bu araştırmanın amacı, sekizinci sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında temsiller arası dönüşüm (sözel, tablo, denklem ve grafik) becerilerini incelemektir.	Öğrencilerin en çok sözel, tablo ve denklem temsil türlerinden grafik temsile geçişte zorlandıkları; sözel, denklem ve grafik temsil türlerinden tabloya geçişte ise zorlanmadıkları görülmüştür. Öğrencilerin temsiller arası dönüşüm becerilerinin istenilen düzeyde olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.
Delice ve Sevimli (2010b) • Öğretmen adayları • Nitel/Özel durum çalışması	Bu araştırmanın amacı, belirli integral kavramına yönelik kullanılan temsiller ve bu temsiller ile kavram-işlem bilgisi arasındaki ilişkiyi incelemektedir.	Öğretmen adaylarının belirli integral problemlerini çözme sürecinde, temsil içi geçişlerde en çok cebirsel temsili, en az nümerik temsili kullandıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarının belirli integral kavramına yönelik temsil bilgileri ve farklı temsil kullanma becerileri yönüyle yeterli bilgiye sahip olmadıkları için kavramsal anlamada zorluk yaşadıkları belirlenmiştir.

Öğrencilerin kavramsal anlamalarının dinamik geometri yazılımları ile desteklenmiş öğrenme ortamındaki temsil kullanımları kapsamında incelendiğı bazı araştırmalar Tablo 5'te verilmiştir. Demir ve diğlerleri (2022) çalışmasında GeoGebra yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulamaya dayalı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımı bağlamında dairenin alanına yönelik ortaokul öğrencilerinin akıl yürütmeleriyle birlikte kullandıkları nesnelleştirme araçlarını incelemişlerdir. Zengin (2019) çalışmasında GeoGebra yazılımının öğretmen adaylarının matematiksel ilişkilendirme becerileri (farklı temsiller arası) üzerindeki etkisini incelemiştir. Kabaca ve diğlerleri (2011) ise GeoGebra yazılımı ile desteklenmiş öğrenme ortamında lise öğrencilerinin parabol kavramına yönelik geometrik ve cebirsel temsiller arasında kurdukları çift yönlü ilişkiyi incelemişlerdir.

Tablo 5. Matematik Eğitiminde Öğrencilerin Kavramsal Anlamalarının Dinamik Geometri Yazılımı ile Desteklenmiş Öğrenme Ortamındaki Temsil Kullanımları Kapsamında İncelendiği Bazı Araştırmalar

Yazar Katılımcı Yöntem	Amaç	Sonuç
Demir ve diğerleri (2022) • Ortaokul öğrencileri • Nitel/Öğretim deneyi	Bu araştırmanın amacı, GeoGebra yazılımı ile zenginleştirilmiş ve sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters-yüz edilmiş sınıf yaklaşımı bağlamında ortaokul öğrencilerinin dairenin alanına yönelik matematiksel akıl yürütmelerini incelemektir.	Öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin ön plana çıktığı ve GeoGebra yazılımı sayesinde öğrencilerin temsiller kullandığı; bu doğrultuda matematiksel anlamalarının olumlu etkilendiği görülmüştür. Ayrıca verilerin söylem analizi ile analiz edildiği bu araştırmada öğrencilerin nesnelleştirme araçlarını kullanarak, sosyal etkileşim-iletişim içeren bir öğrenme ortamında yaşadıkları tartışmaları çözüme kavuşturmaları ile dairenin alanını anladıkları sonucuna ulaşılmıştır.
Zengin (2019) • Öğretmen adayları • Karma	Bu araştırmanın amacı, GeoGebra yazılımının öğretmen adaylarının matematiksel ilişkilendirme becerileri üzerindeki etkisini incelemektir.	GeoGebra yazılımının, öğretmen adaylarını öğrenme ve keşfetme olanağı sağlamayan hesaplamalardan kurtardığı görülmüştür. Ayrıca öğretmen adaylarının matematiksel kavramların farklı temsilleri arasındaki ilişki ve mantığı anlamalarında önemli olduğu tespit edilmiştir. Böylece öğretmen adaylarının ilişkisel anlayış gerçekleştirdiği belirlenmiştir. Ayrıca GeoGebra yazılımı sayesinde cebirsel ve geometrik temsiller arasında kurulan dinamik ilişkilerin, öğretmen adaylarının matematiksel ifadelerinin altında yatan karmaşık yapıların anlaşılmasını kolaylaştırdığı görülmüştür. Böylece GeoGebra yazılımının ilişkisel bir öğrenme ortamı sağladığı sonucuna varılmıştır.

Kabaca ve diğerleri (2011) • Lise öğrencileri • Nitel	Bu araştırmanın amacı, parabol kavramının geometrik ve cebirsel temsilleri arasındaki ilişkiyi çift yönlü olarak incelemektir.	GeoGebra yazılımı ile desteklenmiş öğrenme ortamının, öğrencilerin bilgisayar ile grup ya da bireysel olarak çalışma yapmalarına rağmen geometrik ilişkileri fark etmelerine yardımcı olduğu görülmüştür. GeoGebra yazılımı ile planlanan öğrenme ortamını yönetmek için geliştirilen etkinliğin öğrencilerin parabol kavramının ileri düzey özelliklerini incelemelerine de fırsat sağladığı belirlenmiştir.
--	--	---

Öğrencilerin kavramsal anlamalarının ters-yüz sınıf yaklaşımı kapsamında incelendiği bazı araştırmalar Tablo 6’da verilmiştir. Voigt ve diğerleri (2020) çalışmasında ters-yüz sınıf yaklaşımı kullanılarak sınıf dışındaki videolarda sunulan içeriği öğrencilerin sınıftaki deneyimleriyle ilişkilendirerek daha zengin bir öğrenme ortamı oluşturmak için lisans öğrencilerinin kavramsal anlamalarının gelişimini incelemişlerdir. Song ve Kapur (2017) çalışmasında öğrencilerin geleneksel ters-yüz sınıfta ve sorgulayıcı ters-yüz sınıftaki kavramsal anlamalarını incelemişlerdir. Zengin (2017b) çalışmasında teknoloji destekli ters-yüz sınıf yaklaşımının öğrenci başarısına etkisini incelemiştir. Sahin ve diğerleri (2015) ise çalışmasında ters-yüz sınıf yaklaşımının lisans öğrencilerinin akademik başarısına etkisini incelemişlerdir.

Tablo 6. Matematik Eğitiminde Öğrencilerin Kavramsal Anlamalarının Ters-Yüz Sınıf Yaklaşımı Kapsamında İncelendiği Bazı Araştırmalar

Yazar Katılımcı Yöntem	Amaç	Sonuç
Voigt ve diğerleri (2020) • Lisans öğrencileri • Nitel/Tasarım tabanlı çalışma	Bu araştırmanın amacı, öğrencilerin kavramsal anlamalarının gelişimi için sınıf tartışmalarına başlamadan önce bir matematik problemi hakkında bireysel olarak eleştirel düşüncelerini sağlamaktır.	Öğrencilerin ters-yüz sınıf yaklaşımı kullanılarak geliştirilen öğrenme ortamında, bildirilen öğrenme kazanımları açısından deneyime olumlu yanıt verdikleri ve müfredatta yer alan öğrenme hedeflerinden birkaçını sergiledikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Song ve Kapur (2017) • Ortaokul öğrencileri • Nicel/Yarı deneysel	Bu araştırmanın amacı, geleneksel ters-yüz sınıf ile sorgulayıcı ters-yüz sınıfları (üretken başarısızlık) (Kapur, 2016) karşılaştırarak, ters-yüz sınıflardaki iki farklı pedagojik tasarımın yedinci sınıf öğrencilerinin bilgi gelişimi, kavramsal anlama ve problem çözme becerilerinin gelişimi üzerindeki etkisini incelemektir.	Her iki pedagojik tasarımın da öğrencilerin işlemsel bilgilerini geliştirmeye yardımcı olmasına rağmen kavramsal anlama açısından üretken başarısızlık pedagojik tasarımının kullanıldığı sınıfta yer alan öğrencilerin, geleneksel ters-yüz sınıf yaklaşımının kullanıldığı öğrenme ortamında bulunan öğrencilerden çok daha iyi performans gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır.
Zengin (2017b) • Lisans öğrencileri • Karma	Bu araştırmanın amacı, Khan Academy, ücretsiz açık kaynak kodlu yazılım ve ters-yüz sınıf yaklaşımı kullanılarak tasarlanan bir öğrenme ortamının öğrencilerin akademik başarılarına etkisini belirlemek ve bu yaklaşıma ilişkin öğrenci görüşlerini incelemektir.	Khan Academy, dinamik geometri yazılımı ve ters-yüz sınıf yaklaşımı kullanılarak tasarlanan öğrenme ortamının çift katlı integralde öğrenci başarısını artırdığı görülmüştür. Ayrıca bu öğrenme yaklaşımının öğrencilerin kavramsal anlamalarını geliştirdiği ve matematik öğretiminde görselleştirme sağladığı belirlenmiştir. Bu doğrultuda ters-yüz sınıfların akılda tutmayı desteklediği ve kavramsal anlamayı kolaylaştırdığı sonucuna ulaşılmıştır.
Sahin ve diğerleri (2015) • Lisans öğrencileri • Nicel	Bu araştırmanın amacı, üniversite öğrencilerinin ters-yüz sınıf yaklaşımıyla işlenen dersler hakkındaki görüşlerini anlamak ve ters-yüz sınıf yaklaşımının matematik başarılarını nasıl etkilediğini incelemektir.	Öğrencilerin, ters-yüz sınıflarda, geleneksel sınıflara göre önemli ölçüde daha yüksek sınav puanları elde ettikleri belirlenmiştir. Öğrenciler ters-yüz sınıfların, kendilerini sınıf içine daha iyi hazırladıklarını, böylece öğrenmelerine yardımcı olduğunu belirtmişlerdir. Öğrenci yanıtlarından, ters-yüz sınıfların onları derse daha iyi hazırladığı, öğrenmelerine yardımcı olduğu ve matematik öğrenmede kendilerine daha fazla güvenmelerini sağladığı belirlenmiştir.

Öğrencilerin kavramsal anlamalarının dinamik geometri yazılımları kapsamında incelendiği bazı araştırmalar Tablo 7’de verilmiştir. Çekmez ve Baki (2019) çalışmasında GeoGebra yazılımının lisans öğrencilerinin tek noktada türev kavramına yönelik kavramsal anlamalarına etkisini incelemiştir. Zengin (2017c) çalışmasında öğretmen adaylarının

komşuluk ve yığılma noktası kavramlarını dinamik bir ortamda keşfetmelerini incelemiştir. Gürbüz ve Gülburnu (2013) çalışmasında dinamik geometri yazılımıyla desteklenmiş öğrenme ortamının öğrencilerin kavramsal anlamalarına etkisini incelemişlerdir. Hazzan ve Goldenberg (1997) ise çalışmasında dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş öğrenme ortamında lisans öğrencilerinin fonksiyon kavramını anlamalarını incelemişlerdir.

Tablo 7. Matematik Eğitiminde Öğrencilerin Kavramsal Anlamalarının Dinamik Geometri Yazılımları Kapsamında İncelendiği Bazı Araştırmalar

Yazar Katılımcı Yöntem	Amaç	Sonuç
Çekmez ve Baki (2019) • Lisans öğrencileri • Karma/Yarı deneysel	Bu araştırmanın amacı, bir dinamik geometri yazılımı olan GeoGebra kullanımının öğrencilerin tek noktada türev kavramının geometrik boyutuna ilişkin anlamalarına etkisini incelemektir.	GeoGebra yazılımı ile desteklenmiş öğrenme ortamındaki deney grubu öğrencilerinin kontrol grubu öğrencilerine nazaran APOS teorisi bağlamında daha ileri düzeyde kavramsal anlamalar gerçekleştirdiği görülmüştür. GeoGebra yazılımı ile desteklenmiş öğrenme ortamının geleneksel öğrenme ortamına kıyasla, tek noktada türev değerinin geometrik boyutunu anlamada daha etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.
Zengin (2017c) • Öğretmen adayları • Nitel	Bu araştırmanın amacı, öğretmen adaylarının görüşleri doğrultusunda komşuluk ve yığılma noktası kavramlarının dinamik geometri ortamında keşfedilmesini incelemektir.	Öğretmen adaylarının, komşuluk ve yığılma noktası kavramlarını doğru bir şekilde tanımlayabildikleri ve kavramlar arasında ilişkilendirme yapabildikleri görülmüştür. Komşuluk ve yığılma noktası kavramlarının dinamik bir ortamda inşa edilerek öğrenilmesi ve uygulama fırsatının oluşması, kavramlara yönelik kavramsal anlamının gerçekleşmesine katkı sağladığı belirlenmiştir.

Gürbüz ve Gülburnu (2013) • Ortaokul öğrencileri • Karma/ Deneysel	Bu araştırmanın amacı, dinamik geometri yazılımıyla (Cabri 3D) desteklenmiş bir öğrenme ortamının öğrencilerin kavramsal anlamalarına etkisini incelemektir.	Dinamik geometri yazılımıyla yapılan öğretimin, öğrencilerin kavramsal anlamalarını kolaylaştırdığı ve öğrencilerin çalışmanın kazanımlarına uygun genellemelere ulaştığı görülmüştür. Dinamik geometri yazılımıyla yapılan geometri öğretiminin, öğrencilerin geometrik cisimler ve hacim hesabına yönelik kavramsal anlamalarına olumlu katkı sağladığı sonucuna ulaşılmıştır.
Hazzan ve Goldenberg (1997) • Lisans öğrencileri • Nitel	Bu araştırmanın amacı, dinamik geometri yazılımıyla (Cabri Geometry) desteklenmiş bir öğrenme ortamında lisans öğrencilerinin fonksiyon kavramını anlama süreçlerini incelemektir.	Dinamik geometri yazılımıyla desteklenmiş öğrenme ortamının öğrencilere kavramı tanıma, keşfetme ve birbirleriyle tartışma fırsatı sunduğu belirlenmiştir. Bu durumun öğrencilerin fonksiyon kavramını anlamalarına olumlu yansıdığı sonucuna ulaşılmıştır.

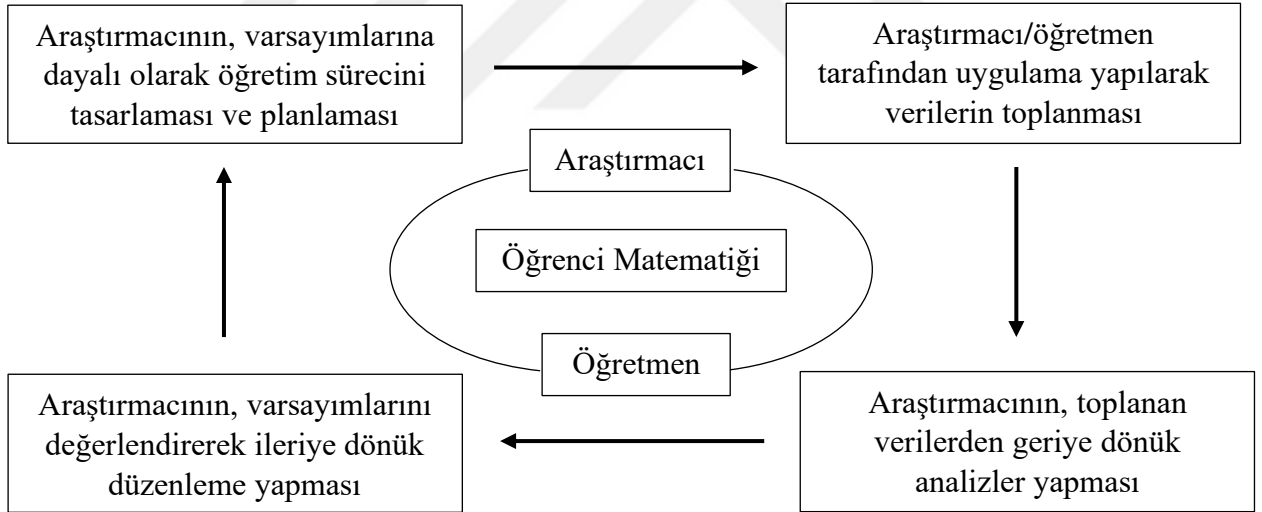
Matematik eğitiminde kavramsal anlama ile ilgili yapılan araştırmalar incelendiğinde, bu araştırmaların ağırlıklı olarak lisans öğrencileri ve öğretmen adayları ile gerçekleştirildiği; ortaokul öğrencileri ile gerçekleştirilen araştırmaların ise sınırlı kaldığı görülmektedir (bkz. Tablo 4, Tablo 5, Tablo 6 ve Tablo 7). Yapılan araştırmalarda temsil kullanımı ve temsil dönüşümlerinin, öğrencilerin matematiksel kavramları anlamlandırmalarında önem taşıdığı belirtilmektedir (Delice & Sevimli, 2010b; Demir vd., 2022; Gülkılık, 2022; Gülkılık vd., 2015; Gürbüz & Şahin, 2015; Kabaca vd., 2011; Moreno-Arotzena vd., 2021; Özcan vd., 2022; Toluk-Uçar, 2016; Zengin, 2019; Zengin, 2021). Dolayısıyla farklı temsillerin kullanımına olanak tanıyan dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş öğrenme ortamlarında yapılan araştırmalarda, öğrencilerin kavramsal anlamalar gerçekleştirdiği görülmektedir (bkz. Tablo 5 ve Tablo 7). Ayrıca ters-yüz sınıf yaklaşımı kullanılarak oluşturulan öğrenme ortamlarında öğrencilerin işlemsel düzeydeki etkinlikleri sınıf dışında tamamlayarak sınıf içine kavramsal öğrenmeler gerçekleştirilebilecekleri etkinliklerin kalmasının, öğrencilerin kavramsal anlamalarını olumlu yönde etkilediği belirtilmektedir (bkz. Tablo 6). Nitekim dinamik geometri yazılımıyla desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımı kullanılarak oluşturulan öğrenme ortamlarının öğrencilerin kavramsal anlamaları üzerindeki olumlu etkileri nedeniyle bu alanda yapılan araştırmaların artırılması gerektiği düşünülmektedir.

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, katılımcılar, veri toplama araçları, pilot çalışma, uygulama süreci ve verilerin analizi açıklanmıştır.

3. 1. ARAŞTIRMANIN MODELİ

Bu araştırma, dinamik geometri yazılımıyla desteklenmiş öğrenme ortamında öğrencilerin kavramsal anlama süreçlerini temsil bağlamında incelemek amacıyla yapılan nitel bir araştırmadır. Araştırmada öğrencilerin matematiksel bilgileri yapılandırırken nasıl bir yol izlediklerini ve matematiksel bilgilerin öğrenci zihninde nasıl gelişim gösterdiğini incelemek için öğretim deneyi yöntemi benimsenmiştir. Öğretim deneyi, araştırmacıya öğrencilerin matematiksel bir kavramla ilgili bilgi durumunun ne olduğunu ve tasarlanan öğrenme ortamında bu bilgilerin nasıl değişim gösterdiğini yakından inceleme fırsatı sunan bir araştırma modelidir (Czarnocha & Maj, 2008). Öğretim deneyi dört temel bileşenden oluşan (bkz. Şekil 9) döngüsel bir süreçtir (Steffe & Thompson, 2000).



Şekil 9. Öğretim Deneyi Döngüsü (Czarnocha & Maj, 2008; Uygan, 2019)

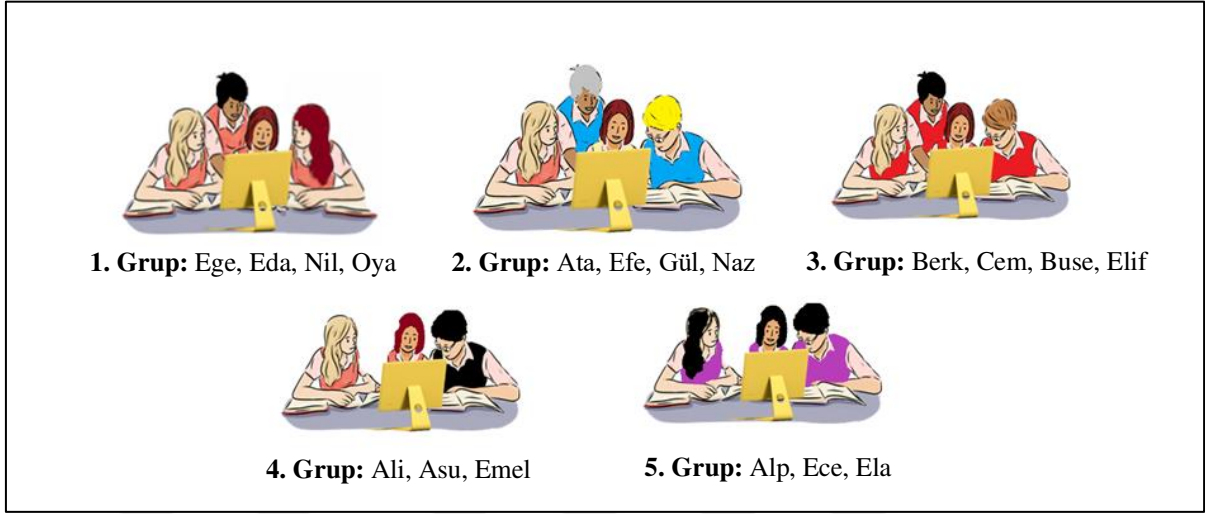
Öğretim deneyi, araştırma süreci içinde öğretim bölümlerini içermektedir (Uygan, 2019). Öğretim bölümü ise bir öğreticiyi, katılımcı öğrencileri, sürece tanıklık eden bir araştırmacıyı ve süreci kayıt altına alan bir yöntemi içermektedir (Czarnocha & Mai, 2008). Öğretim bölümlerinde öğreticinin kim olacağı araştırmanın yaklaşımına göre değişebilmektedir (Uygan, 2019). Öğretim deneyini araştırmacı yaparsa araştırmacı/öğretmen olarak adlandırılmaktadır (Steffe & Ulrich, 2014). Araştırmacı/öğretmenin gerçekleştirdiği öğretim deneylerinde, öğretim bölümlerinin

öğrencileri yakından tanıyan bir gözlemci (bir öğretmen ya da ikinci bir araştırmacı) tarafından da takip edilmesi araştırma için önem taşımaktadır (Uygan, 2019). Öğretim deneyinde öğretici rolü araştırmacılardan birisinde ya da sınıfın mevcut öğretmeninde olabileceğinden (Cobb, 2000) bu araştırmadaki öğretici rolünü araştırmacı, gözlemci rolünü ise dersin öğretmeni üstlenmiştir. Bu araştırmada gerçekleştirilen öğretim deneyi, ortaokul öğrencilerinin çember ve daire kavramlarına yönelik kavramsal anlamalarının gelişimi için GeoGebra yazılımıyla desteklenmiş etkinlikleri içeren sınıf dışı-sınıf içi süreçlerden oluşan öğretim deneyidir. Araştırmalarda öğretim deneyi yönteminin kullanılmasındaki temel amaç yöntemin öğretmenlere, öğrencilerin matematiksel bilgilerini nasıl yapılandırdıkları ve akıl yürütmeleri hakkında deneyim sağlamasıdır (Steffe & Thompson, 2000). Bu kapsamda öğretim deneyi keşfedici öğretim, öğretim bölümleri, klinik görüşmeler ve geriye dönük kavramsal analiz olmak üzere dört öge içermektedir (Steffe & Ulrich, 2014). Dolayısıyla bu araştırmada, ilk olarak araştırmacı/öğretmen ve öğrenciler tarafından farklı matematiksel kavramlar (çokgenler) üzerine etkinlikler ile GeoGebra araçlarının ve kâğıt üzerinde pergel kullanımına ilişkin hazırlıklar yapılmıştır. Daha sonra öğrenciler öğretim bölümlerinin her birinde çember ve daire kavramlarına yönelik araştırmacı tarafından geliştirilen matematiksel etkinlikleri tamamlamışlardır. Her bir öğretim bölümünde öğrenciler ile klinik görüşmeler (etkinlik temelli olarak) yapılmıştır. Ayrıca her öğretim bölümünden elde edilen veriler geriye dönük analiz edilerek bir sonraki öğretim bölümü için gerekli düzenlemeler (matematiksel etkinlikler, öğretmenin rolü vb.) yapılmıştır.

3. 2. KATILIMCILAR

Bu araştırmaya 2021-2022 eğitim ve öğretim yılında bir devlet ortaokulunda öğrenimine devam eden 18 yedinci sınıf öğrencisi katılmıştır. Patton (1990) bilgi açısından zengin özel durumların ayrıntılı biçimde incelenmesine amaçlı örnekleme yönteminin fırsat sunduğunu belirtmiştir. Bu doğrultuda çalışmanın katılımcıları seçkisiz olmayan örnekleme yöntemlerinden, amaçlı örnekleme yöntemi kullanılarak gönüllülük esasına göre belirlenmiştir. Katılımcılar sınıf içi-sınıf dışı süreçlerdeki etkinliklere katılım sağlayan, grup çalışmasına yatkın, sınıf tartışmalarında aktif olan ve temel düzeyde bilgisayar kullanmayı bilen (öğrencilerin kişisel bilgisayarlarında açma-kapama ve programlara giriş-çıkışları kontrol edilmiştir) öğrencilerdir. Öğrencilerin bireysel ve bağlamsal bilgileri kavrayabilmesi için 2-4 kişilik grup tartışmaları tercih edilmelidir (Prediger, 2013). Bu nedenle araştırmada

yer alan 18 öğrenci, üçer kişilik ve dörder kişilik gruplara ayrılmıştır (Şekil 10). Ayrıca öğrencilerin gerçek isimleri yerine takma isimler kullanılmıştır.



Şekil 10. Katılımcı Öğrenci Grupları

3. 3. VERİ TOPLAMA ARAÇLARI

Araştırmada kullanılan veri toplama araçları matematiksel etkinlikler, klinik görüşmeler, GeoGebra dosyaları, ekran ve ses kayıtlarıdır.

3. 3. 1. Matematiksel Etkinlikler

Araştırmada, yedinci sınıf matematik dersi geometri ve ölçme öğrenme alanının alt öğrenme alanlarından olan çember ve dairenin öğretiminde uygulanmak üzere araştırmacı tarafından etkinlikler geliştirilmiştir. Etkinlikler, öğrencilerin sorgulamasına olanak sağlarken, matematiksel ilişkileri netleştirmelerine ve varsayımlarda bulunmalarına rehberlik edip yardımcı olacak şekilde hazırlanmıştır (Erbaş & Aydoğan-Yenmez, 2011). Matematiksel etkinlikler geliştirilirken Duval'ın (2006) semiyotik yaklaşımı (bkz. Şekil 7 ve Şekil 8) dikkate alınmıştır. Öğrencilerin GeoGebra yazılımında çalışarak kavramın sözel, nümerik, çizim, görsel ve cebirsel temsillerini kullanıp temsil içi geçiş ve temsiller arası dönüşüm yapmasına fırsat tanıyacak etkinliklere yer verilmiştir. Bununla birlikte Smith ve Stein'in (1998) matematiksel etkinlik tasarlama çerçevesinin yüksek düzeyi (ilişkilendirme ile işlemlerden kavramlara ve matematik yapmak) kullanılmıştır. Bu çerçevenin ilişkilendirme ile işlemlerden kavramlara kategorisi altında matematiksel etkinliklerin geliştirilmesinde şu üç temel hususa: (1) kavram ve fikirlerin daha iyi öğrenilebilmesi için öğrencilerin dikkatinin yönlendirici sorulara çekilmesine, (2) bu sorularda örtük yollar

önerilmesine, (3) farklı temsiller arası ilişkilendirmelere fırsat tanınmasına dikkat edilmiştir. Ayrıca matematik yapmak kategorisi altında matematiksel etkinliklerin geliştirilmesinde şu dört temel hususa: (1) karmaşık ve algoritmik olmayan düşünme gerektirmesine (öngörülebilir bir şekilde gösterilen yol açıkça önerilmez), (2) öğrencilerin matematiksel kavramların, süreç veya ilişkilerin doğasını keşfetmesine ve anlamasına fırsat vermesine ve kendi bilişsel süreçlerini değerlendirmesine, (3) öğrencilerin bilgi ve deneyimlere kolay şekilde ulaşmasına, bunları uygulamasına, (4) önemli ölçüde bilişsel çaba gerektirmesine (öğrencilerin yönlendirici soruların altında yatan ve anlayışı geliştiren fikirlerle meşgul olması) dikkat edilmiştir. Bir diğer kullanılan çerçeve ise Schallert-Vallaster ve Lavicza (2021) ile Schallert ve diğerlerinin (2022a, 2022b) sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımıdır (bkz. Tablo 2). Ayrıca matematiksel etkinliklerin uygulamasının nasıl yapılacağına ilişkin Schallert ve diğerlerinin (2022b) ders planlama ilkeleri (bkz. Tablo 3) kullanılmıştır. Bu kapsamda geliştirilen aday etkinlikler uzman görüşüne sunulmuş ve alınan dönütlere göre düzeltmeler yapılmıştır. Bu düzeltmeler doğrultusunda çemberde merkez açılara ve bu açıların gördüğü yaylara yönelik geliştirilen pilot uygulama giriş-sınıf dışı etkinliği Şekil 11’de verilmiştir.



Şekil 11. Çember Kavramına İlişkin Etkinlik (Giriş-Sınıf Dışı/Pilot Uygulama Öncesi)

Pilot uygulama sonrası etkinlikler farklı temsillerin kullanımı, dil ve anlatım açısından yeniden düzenlenmiştir (Şekil 12). Pilot uygulama esnasında fark edilen eksiklikler düzeltildikten sonra etkinlikler tekrar uzmanlara gönderilmiştir. Uzman dönütleri doğrultusunda etkinliklerde yapılan değişikliklere ilişkin bazı örnekler Tablo 8’de verilmiştir.

Yukarıda verilen görselleri inceleyiniz.

a) Sizce bu üç görselde hangi ortak geometrik şekil bulunmaktadır? Siz de bu görsellerdeki nesnelere benzer günlük hayattan örnekler veriniz.

b) Yeni bir GeoGebra dosyası açınız.

c) **Verilen Uzunlukta Doğru Parçası** aracını seçerek 2 birimlik bir doğru parçası oluşturunuz.

d) **Taşı** aracını seçiniz. B noktasının üzerine sağ tıklayarak izini açınız. B noktasını farenin sol tuşu ile tutarak döndürünüz.

İncelediğiniz görsellerde bulunan geometrik şekil ile GeoGebra yazılımında oluşturduğunuz geometrik şekil arasında nasıl bir ilişki bulunmaktadır? Bu geometrik şekli nasıl tanımlarsınız? Neden?

Şekil 12. Çember Kavramına İlişkin Etkinlik (Giriş-Sınıf Dışı/Pilot Uygulama Sonrası Temsil Kullanımı Açısından İyileştirilmesi)

Şekil 12’de pilot uygulama sonrası çember kavramına yönelik giriş-sınıf dışı etkinliğinin düzenlenmesine yer verilmiştir. Pilot uygulama esnasında bu aşamada öğrenciler temsil içi geçiş (sözel-sözel) ile sınırlı kalmıştır. Bu nedenle etkinliğe öğrencilerin GeoGebra yazılımında çizim yapabilecekleri yönlendirici bir soru daha eklenmiştir.

b) Yeni bir GeoGebra dosyası açınız.  Verilen Uzunlukta Doğru Parçası aracını seçerek 2 birimlik bir doğru parçası oluşturunuz.  Taşı aracını seçiniz. B noktasının üzerine sağ tıklayarak izini açınız. B noktasını farenin sol tuşu ile tutarak döndürünüz. İncelediğiniz görsellerde bulunan geometrik şekil ile GeoGebra yazılımında oluşturduğunuz geometrik şekil arasında nasıl bir ilişki bulunmaktadır? Bu geometrik şekli nasıl tanımlarsınız? Neden?	 Microsoft Office User Anladığım kadarıyla çember tanımına ulaştırmak istiyorsun değil mi? Acaba sürgünden faydalansan mı? Çünkü B noktasını döndürmelerini istiyorsun amaçsız ve hızlıca döndürebilirler, ama sürgü ile bu oluşacak olan durumu çözebilirsin. Hatta belki doğru parçası gizlenip sadece B noktası kalabilir eşit uzaklıktaki noktalar kümesi tanımını vermek için, sadece bir öneri. Ama sürgü veya belli bir amaç /yöne doğru doğrultusunda döndürmenin gerekli olduğunu düşünüyorum.
---	---

Şekil 13. Çember Kavramına İlişkin Etkinlik (Giriş-Sınıf Dışı/Uzman 6’nın Görüşü)

Şekil 13’te çember kavramına yönelik giriş-sınıf dışı etkinliğe ait uzman görüşü yer almaktadır. Uzman, etkinlikte öğrencinin sürgünden faydalanmasını böylece noktanın amaçsızca döndürülerek çember kavramına yönelik oluşabilecek bozuklukların önüne geçilebileceğini vurgulamıştır. Ayrıca doğru parçası gizlenip sadece B noktasının kalması ile öğrencinin çembere yönelik eşit uzaklıktaki noktalar kümesi tanımına ulaşmasının sağlanabileceğini vurgulamıştır. Bu ifade doğrultusunda araştırmacı doğru parçası oluşturma durumunu yönlendirici sorudan çıkarmış ve öğrenciler sürgüye bağlı çalışacak biçimde etkinliği düzenlemiştir (bkz. Tablo 8).

Aday etkinlik çember kavramına yönelik çizim yapmaya fırsat sunuyor mu?		X		Pergel aracılığıyla yapılacak çember çizimlerine yer verilmesini de öneririm.
Aday etkinlik temsil içi geçişe fırsat sunuyor mu?	X			
Aday etkinlik temsiller arası dönüşüme fırsat sunuyor mu?		X		Hemen yukarıda belirttiğim üzere pergel kullanımıyla elde edilen çizimler ile GeoGebra temsillerinin birlikte kullanımını öneririm.

Şekil 14. Çember Kavramına İlişkin Etkinlik (Giriş-Sınıf Dışı/Uzman 5'in Görüşü)

Şekil 14'te ise çember kavramına yönelik giriş-sınıf dışı etkinliğine ait uzman görüşü yer almaktadır. Uzman, etkinlikte öğrencilerin farklı temsilleri kullanması açısından kâğıt-kalem faaliyetlerine de yer verilmesi gerektiğini vurgulamıştır. Bu doğrultuda araştırmacı etkinliğe öğrencilerin çizim yapmasını gerektirecek bir yönlendirici soru daha eklemiştir (bkz. Tablo 8).

Tablo 8. Çember Kavramına İlişkin Etkinlik (Giriş-Sınıf Dışı/Uzman Görüşü Sonrası)

Düzeltilme Türü	Yönlendirici Soruların Düzeltilmiş Versiyonu
Dil ve anlatım açısından düzeltilme	a) Görsellerde benzer olan durumlar nelerdir? Bu üç görselde hangi ortak geometrik şekil bulunmaktadır? Siz de bu görsellerdeki nesnelere benzer günlük hayattan örnekler veriniz.
Kâğıt üzerinde çizim temsil kullanımı açısından düzeltilme	b) Pergel, cetvel ve boş bir A4 kâğıdı hazırlayınız. ➤ Pergelinizin aralığını istediğiniz uzunlukta ayarlayınız. ➤ Pergelinizin sivri ucunu A4 kâğıdına sabitleyiniz. ➤ Pergelinizi, sabitlediğiniz nokta etrafında döndürünüz. İncelediğiniz görsellerde bulunan geometrik şekil ile A4 kâğıdı üzerine çizdiğiniz geometrik şekil arasında nasıl bir ilişki bulunmaktadır? Bu geometrik şekilleri nasıl tanımlarsınız? Neden?
GeoGebra yazılımında çizim temsil kullanımı açısından düzeltilme	c) Yeni bir GeoGebra dosyası açınız.  Nokta aracını seçerek ekranda A ve B noktaları oluşturunuz.  Sürgü aracını seçerek ekranda boş bir yere tıklayınız. Açılan ekranda Açı kutucuğunu seçerek Tamam 'ı tıklayınız.  Verilen Ölçüde Açı aracını seçip A noktasına ve ardından B noktasına tıklayınız. Açılan pencereye sürgünün adını (α) yazarak Tamam 'ı tıklayınız.  Taşı aracını seçiniz. A' noktasının üzerine sağ tıklayarak izini açınız. α sürgüsünün üzerine sağ tıklayarak sürgüyü canlandırınız. B noktası etrafında sabit uzaklıkta dönen A' noktasının oluşturduğu izi gözlemleyiniz. Ekranda neler görüyorsunuz? A4 kâğıdı üzerine çizdiğiniz geometrik şekil ile GeoGebra yazılımı üzerindeki izni oluşturduğu geometrik şekil arasında nasıl bir ilişki bulunmaktadır? Bu geometrik şekilleri nasıl tanımlarsınız? Neden?

Etkinlikler giriş, keşfetme, açıklama, derinleştirme ve değerlendirme aşamalarının her birinde sınıf dışı ve sınıf içi süreçler olacak şekilde iki boyutta geliştirilmiştir. Aşamaların ve süreçlerin planlaması ise tasarım ilkeleri (Tablo 3) dikkate alınarak yapılmıştır. Etkinliklere GeoGebra kullanımının entegre edilmesinde ise Schallert-Vallaster ve Lavicza'nın (2021) aşamalara göre önerdiği GeoGebra uygulaması, dinamik GeoGebra çalışma sayfası ve GeoGebra ile modelleme dikkate alınmıştır.

3. 3. 2. Klinik Görüşmeler

Araştırmada öğrencilerin kavramsal anlamalarını daha ayrıntılı biçimde incelemek için klinik görüşmeler yapılmıştır. Klinik görüşmeler, öğretim deneyi kapsamında veri çeşitlenmesi sağlayan özel bir veri toplama aracıdır (Cobb & Steffe, 1983). Böylece araştırmacılar öğrencilerin kavramları nasıl anlamlandırdığına yönelik güvenilir çıkarımlara ulaşabilmektedir (Uygan, 2019). Araştırmacı klinik görüşmeleri öğretim bölümleri süresince gerçekleştirmiştir. Klinik görüşmenin amacına yönelik Zhuang ve Conner'in (2022) öğretmen rasyonel sorgulama çerçevesi dikkate alınarak araştırmada kullanılan örnek görüşme soruları Tablo 9'da verilmiştir.

Tablo 9. Klinik Görüşmede Amaca Yönelik Kullanılan Örnek Sorular

Klinik Görüşmenin Amacı	Örnek Sorular
Öğrencinin yöntemini sorgulamak	•Neden böyle düşündün? •Nasıl yaptın?
Öğrencinin çözümünü açıklamasını ve/veya detaylandırmasını sağlamak	•Çözümünü tekrar anlatır mısın? •Çözümünü açıklar mısın? •Nasıl bulduğunu anlatır mısın?
Öğrencinin kavrama ilişkin örnek vermesini istemek	•Günlük hayattan örnek verir misin? •Bu duruma başka örnekler verir misin? •Bu durumu örnek üzerinde anlatır mısın?
Öğrencinin etkinliği farklı bir çözüm yolu geliştirerek tamamlamasını sağlamak	•Başka nasıl bulursun? •Farklı bir çözüm yolu önerir misin? •Farklı bir şekilde anlatır mısın?
Öğrencinin kavrama yönelik farklı temsil kullanmasını böylece temsiller arası dönüşüm yapmasını sağlamak	•Başka nasıl ifade edersin? •Kâğıt üzerinde çizim yaparak açıklar mısın? •GeoGebra yazımında anlatır mısın? •Cebirsel olarak nasıl ifade edersin? •Örnek verir misin?
Öğrencinin kavrama yönelik aynı temsil biçimlerini kullanmasını böylece temsil içi geçiş yapmasını sağlamak	•Bu ifadeyi kesir olarak nasıl yazarsın? •Açıklamana örnek verir misin? •Sürgüyü canlandırır mısın?

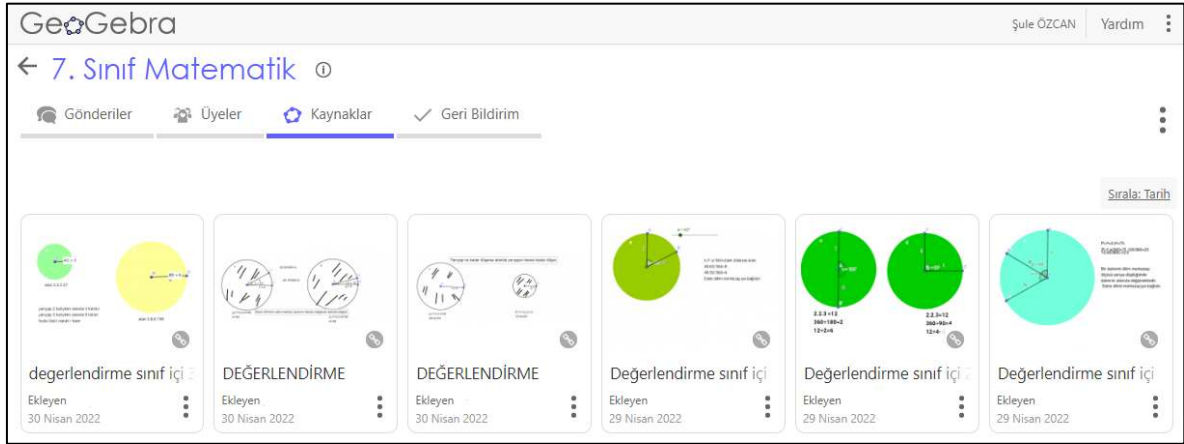
Öğrencinin kullandığı kelimeye açıklık getirmek	•Bu kelime ile ne ifade etmek istiyorsun?
Öğrencinin verdiği yanıtın nedenini açıklamakta zorlanmasının kaynağını bulmak	•Çözümlerinin nedenini açıklamamışsın?
Öğrencinin kullandığı çözüm yöntemlerini öğrenmek	•Bu düşünceye nasıl ulaştın? •Bu çözüme nasıl ulaştın? •Bu sayıya nasıl ulaştın?
Kâğıt-kalem çalışması yapmanın ve GeoGebra yazılımında çalışmanın farkını belirlemek	•GeoGebra yazılımında ve kâğıt üzerinde çalışmanın arasındaki fark neydi?
GeoGebra yazılımı ile kâğıt-kalem etkinliklerinin birlikte kullanılmasının etkisini belirlemek	•Bulduğun sonucun kontrolünü nasıl sağladın? •Kâğıt üzerinde açıkladıktan sonra GeoGebra yazılımında açıklamak ne gibi kolaylıklar sağladı?
Sınıf dışı süreçteki etkinliklerde bazı yerlerin neden yapılmadığını anlamak	•Etkinliğin bu sorusunu neden cevaplandırmadın?
Öğrencinin etkinliği tamamlarken GeoGebra yazılımı ya da kâğıt-kalem tercihinin nedenini anlamak	•Neden GeoGebra yazılımında çalışmayı tercih ettin? •Neden kâğıt-kalem ile çalışmayı tercih ettin?

Araştırmacı tarafından öğretim bölümleri süresince gerçekleştirilen klinik görüşmelerde belirli amaçlar doğrultusunda öğrencilere sorular yöneltilmiştir (bkz. Tablo 9). Yöneltilen sorular sayesinde öğrencilerin çözümlerine açıklık getirilmiş, çözümün detaylandırılması sağlanmış ve öğrenciler farklı çözüm yolları üretmeye teşvik edilmiştir. Ayrıca matematiksel kavramın benzer ve farklı biçimlerde ifade edilmesinin teşvikiyle (günlük hayattan örnek verme, GeoGebra yazılımında açıklama, kâğıt-kalem kullanarak açıklama gibi) öğrencilerin temsil içi geçiş ve temsiller arası dönüşüm gerçekleştirmelerine fırsat sağlanmıştır. Bu süreçte kimi sadece kâğıt-kalem kullanarak, kimi GeoGebra yazılımını kullanarak, kimi ise her ikisini de kullanarak açıklama yapmıştır. Öğrencilerin tercihlerine açıklık getirmek ve bu durumun kavramsal anlama süreçlerini nasıl etkilediğini belirlemek amacıyla klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Nitekim gerçekleştirilen klinik görüşmeler öğrencilerin kavramsal anlamalarına ışık tutmuştur.

3. 3. 3. GeoGebra Dosyaları

Araştırmada kullanılan matematiksel etkinlikler GeoGebra yazılımının kullanımını gerektirmektedir. Öğrenciler, sınıf dışında ve sınıf içinde oluşturdukları GeoGebra

dosyalarını GeoGebra Classroom ortamına yüklemişlerdir (bkz. Şekil 15). Ayrıca sınıf içindeki çalışmalar ekran kaydedici programlar kullanılarak kayıt altına alınmıştır.



Şekil 15. Öğrencilerin GeoGebra Classroom Ortamına Yükladıkları GeoGebra Dosyaları

Sınıf dışı ve sınıf içi süreçlerde öğrenciler etkinlikleri tamamlarken GeoGebra Classroom ortamında *Applet Oluştur* seçeneğinden GeoGebra uygulaması oluşturarak açıklama yapmışlardır. İnşa ettikleri geometrik şekiller veya yaptıkları çizimler üzerinde işlemleri gerekçe sunarak açıklamışlar ve etkinlikleri tamamlamışlardır. Oluşturdukları dosyaları GeoGebra Classroom ortamına yüklemişlerdir (bkz. Şekil 15).

3. 3. 4. Ekran ve Ses Kayıtları

Etkinliklerin tamamlanması esnasında öğrencilerin sözlü ifadelerindeki ses tonlamaları matematiği anlamlı hâle getirmesine yardımcı olur (Shvarts & van Helden, 2021). Dolayısıyla araştırmanın verileri alınan ses kayıtları ile zenginleştirilmiştir. Süreç boyunca sınıf içi çalışmalar ekran ve ses kaydedici program ile kayıt altına alınmıştır. Öğrencilerin yaşları dolayısıyla bu kayıtlar için velilerinden gerekli izinler alınmıştır.

3. 3. 5. Araştırmacı ve Gözlemci Notları

Etkinliklerin tamamlanması esnasında öğrencilerin düşüncelerini ifade ederken kullandığı jest ve mimikler matematiği anlamlı hâle getirmesine yardımcı olur (Shvarts & van Helden, 2021). Dolayısıyla araştırmanın verileri araştırmacı ve gözlemci tarafından öğrencilerin jest ve mimiklerine ilişkin notlar ile (öğrenci diyaloglarında parantez içinde belirtilen kısımlar) zenginleştirilmiştir. Özellikle öğrencilerin ses tonlarındaki heyecanlılık, düşüncelilik, isteklilik ve pasiflik gibi durumlar gözlemci tarafından açık bir şekilde belirlenmiştir. Araştırmacı ve gözlemci tarafından alınan notlar tarafsız olarak yazılmıştır.

3. 4. PİLOT ÇALIŞMA

Araştırmanın problem durumu belirlendikten sonra araştırmacı tarafından matematiksel etkinlikler geliştirilmiştir. Matematiksel etkinliklere yönelik matematik eğitimi alanında çalışmalar yapan dört uzmanın, yüksek lisans eğitimini tamamlamış iki ilköğretim matematik öğretmenin ve yüksek lisans eğitimine devam eden iki ilköğretim matematik öğretmenin görüşleri alınmıştır. Uzman dönütleri sonrası gerekli düzeltmeler yapılarak matematiksel etkinliklere son hâli verilmiştir. Ardından araştırma için gerekli izinler alınmış ve pilot uygulamaya başlanmıştır. Pilot uygulama süreci Tablo 10’da verilmiştir.

Tablo 10. Pilot Uygulama Süreci

Süre	Yapılan Uygulama
2 hafta	•GeoGebra yazılımın ve Google Classroom ortamının tanıtımının yapılması •Menü araçlarının kullanımına yönelik çeşitli uygulamaların yapılması •Pergel kullanımına yönelik çeşitli uygulamaların yapılması
4 hafta	•Birinci öğretim bölümünün gerçekleştirilmesi (Çemberde merkez açılar ve bu açıların gördüğü yaylar) •Verilerin transkriptlerinin yapılması •Klinik görüşmelerin (etkinlik temelli olarak) yapılması •Geriye dönük analizlerin yapılması •İleriye dönük düzenlemelerin yapılması
	•İkinci öğretim bölümünün gerçekleştirilmesi (Çemberin ve çember parçasının uzunluğu) •Verilerin transkriptlerinin yapılması •Klinik görüşmelerin (etkinlik temelli olarak) yapılması •Geriye dönük analizlerin yapılması •İleriye dönük düzenlemelerin yapılması
	•Üçüncü öğretim bölümünün gerçekleştirilmesi (Dairenin ve daire diliminin alanı) •Verilerin transkriptlerinin yapılması •Klinik görüşmelerin (etkinlik temelli olarak) yapılması •Geriye dönük analizlerin yapılması •İleriye dönük düzenlemelerin yapılması

Pilot çalışmaya yedinci sınıfta öğrenimine devam eden amaçlı örnekleme yöntemlerinden uygun örnekleme yöntemiyle seçilmiş altı öğrenci katılmıştır. Bu öğrenciler araştırmacının görev yaptığı okulda öğrenimlerine devam ettikleri, derslere düzenli katılım sağladıkları ve kişisel bilgisayara sahip oldukları için seçilmiştir. Pilot çalışma salgın döneminde yapıldığı için sınıf içi süreçlerde video konferans programı üzerinden odalar

oluşturulmuştur. Öğrenciler üçer kişilik gruplara ayrılmış ve her grup çalışmasını kendi odasında gerçekleştirmiştir. Sınıf dışı süreçler ise Google Classroom platformu üzerinden bireysel olarak gerçekleştirilmiştir. Araştırmada öğrencilerin çalışmaları ekran ve ses kaydedici ile kaydedilerek transkript edilmiştir. Öğrencilerin oluşturmuş olduğu GeoGebra dosyaları ve uygulama sonrası yapılan etkinlik temelli görüşmeler de veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Uygulamada elde edilen veriler temsiller bağlamında Duval'in (2006) semiyotik yaklaşımı (bkz. Şekil 7 ve Şekil 8) çerçevesinde söylem analizi (Kim vd., 2017) ile analiz edilmiştir. Pilot çalışmada elde edilen verilerden bir kısmı ulusal ve uluslararası dergilerde yayımlanmıştır (bkz. Demir vd., 2022; Özcan vd., 2022).

Pilot çalışma sürecinin öğretim bölümlerinden ilkinde öğretmen dönütlerinin yetersiz kaldığı tespit edilmiştir. Bunun üzerine ikinci ve üçüncü öğretim bölümlerinde araştırmacı/öğretmen daha aktif rol almıştır. Bu durumun öğrencilerin çember ve daire kavramlarına yönelik temsil kullanımlarını etkilediği görülmüştür. Ayrıca GeoGebra kullanımının da öğrencilerin temsil içi geçiş (sözel-sözel, nümerik-nümerik, çizim-çizim, görsel-görsel ve cebirsel-cebirsel) ve temsiller arası dönüşüm (sözel-nümerik-çizim-görsel-cebirsel) yapmasını kolaylaştırdığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin çember ve daire kavramlarına yönelik kullandıkları temsiller incelendiğinde en çok kullanılan temsil türünün sözel temsil olduğu görülmüştür. Pilot çalışmanın tüm sürecinde giriş aşaması (sınıf dışı-sınıf içi) etkinliklerinin öğrencileri yeni kavramlara hazırlamada yetersiz kaldığı belirlenmiştir. Bununla birlikte değerlendirme aşaması (sınıf dışı) etkinliklerinin işlemsel düzeyde kaldığı belirlenmiştir. Ayrıca sınıf dışı süreçte kullanılan Google Classroom platformunun öğrencilerin oluşturdukları GeoGebra dosyalarını paylaşırken sınırlı imkânlar sunduğu görülmüştür. Bu eksiklikler doğrultusunda giriş etkinliklerinin temsil kullanımı açısından çeşitlendirilerek yeniden düzenlenmesine, değerlendirme aşaması etkinliklerinin kavramsal düzeyde olacak biçimde tekrar geliştirilmesine ve esas uygulamada sınıf dışı süreç için GeoGebra Classroom ortamının kullanılmasına karar verilmiştir.

3. 5. UYGULAMA SÜRECİ

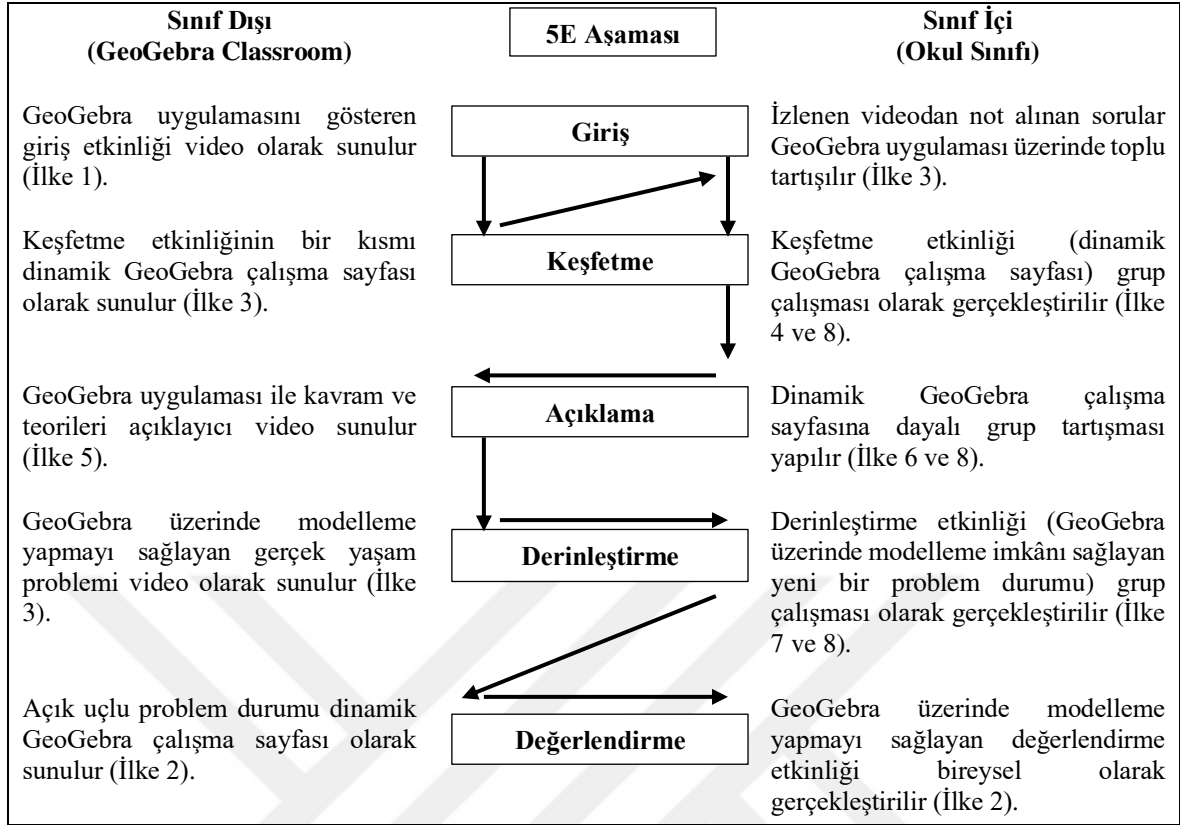
Araştırma probleminin belirlenmesinden itibaren süreç içinde yapılan işlemler Şekil 16'da sırasıyla verilmiştir. Pilot çalışma, salgın dönemine denk geldiği için sınıf dışı süreçler Google Classroom platformunda, sınıf içi süreçler ise video konferans programında oluşturulan odalarda gerçekleştirilmiştir. Pilot uygulamanın ardından etkinliklerde gerekli düzeltmeler yapılmış, uzman görüşü alınarak etkinliklere son hâli verilmiş ve uygulama

süreci yeniden planlanmıştır. Veli onayı, etik kurul ve araştırma izni alındıktan sonra katılımcılara iki haftalık GeoGebra ve GeoGebra Classroom eğitimi verilmiştir. Ardından dört haftalık uygulama sürecine geçilmiş ve veriler toplanmıştır. Bu süreçte araştırmacı, öğretmen; dersin öğretmeni ise gözlemci rolünü üstlenmiştir. Her bir öğretim bölümünde toplanan veriler transkript edilerek, geriye dönük analizler yapılmıştır. Son olarak ileriye dönük düzenleme yapılarak, toplanan veriler raporlaştırılmıştır.



Şekil 16. Araştırma Süreci İçinde Yapılan İşlemler

Öğretim bölümlerindeki sınıf dışı süreçler GeoGebra Classroom ortamında bireysel olarak gerçekleştirilmiştir. Sınıf içi süreçler ise yüz yüze gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın bir kazanımına ait öğretim bölümünün akış şeması Şekil 17’de verilmiştir. Şekil 17’deki okların yönü Schallert ve diğerlerinin (2022b) ders planlama ilkeleri (bkz. Tablo 3) göz önünde bulundurularak belirlenmiştir. Oklar aşamaların uygulanma sırasını göstermektedir. Öğretim bölümünün başlangıcı giriş aşamasının sınıf dışı sürecidir.



Şekil 17. Öğretim Bölümü Akış Şeması

Giriş aşamasına ait etkinlikler üzerinde araştırmacı tarafından video hazırlanmıştır. Hazırlanan video GeoGebra Classroom ortamına yüklenmiştir. Öğrencilerin tamamı videoları izleyerek soruları cevaplandırmışlardır. Öğretmen her öğrencinin cevaplarını kontrol ederek, onlara özel mesaj aracılığıyla dönüt vermiştir. Daha sonra keşfetme aşamasına ait olan etkinliğin bir kısmı (kavramların keşfini sağlayacak yönlendirici sorulara girilmeden) dinamik GeoGebra çalışma sayfası olarak hazırlanmış ve GeoGebra Classroom ortamına yüklenmiştir. Öğrenciler eksiksiz bir şekilde yöneltilen soruları cevaplandırmaya çalışmış; öğrencilerin sınıf içi süreçte kullanılacak GeoGebra uygulamasını tanımlarına fırsat verilmiştir. Öğrenciler sınıfa geldiklerinde ilk ders saatinde öğretmen rehberliğinde giriş aşamasında not aldıkları soruları veya öğretmenin yönettiği soruları tartışmışlardır. Ardından keşfetme etkinliğinin tamamını öğretmen rehberliğinde grupça tartışarak tamamlamışlardır. Öğrenciler keşfettikleri kavram ve teorileri ikinci ders saatinde grupça tartışarak açıklamışlardır. Böylece açıklama aşamasının sınıf içi süreci tamamlanmıştır. Açıklama aşamasının sınıf dışı sürecinde araştırmacı tarafından GeoGebra uygulaması üzerinde hazırlanan kavram ve teorileri açıklayan sorgulayıcı video GeoGebra Classroom ortamına yüklenmiştir. Öğrenciler videoyu izleyerek video içinde kendilerine yöneltilen

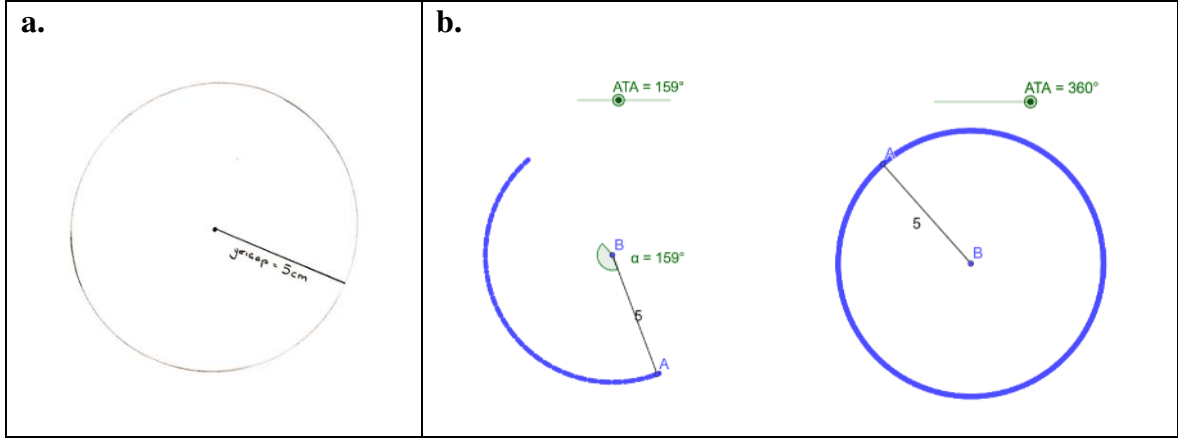
soruları cevaplandırmışlardır. Öğretmen ve gözlemci bu süreçte öğrencilerin takibini gerçekleştirmiş ve öğretmen, öğrencilere özel mesaj aracılığıyla dönüt sağlamıştır. Derinleştirme aşamasının sınıf dışı süreci için günlük yaşam bağlamı içeren problem durumu üzerinde araştırmacı tarafından video hazırlanmıştır. Hazırlanan problem videosu GeoGebra Classroom ortamına yüklenmiştir. Öğrencilerin tamamı bireysel olarak videoyu izleyip problem durumuna çözüm bulmaya çalışmışlardır. Öğretmen her öğrencinin cevaplarına özel mesaj aracılığıyla dönüt vermiştir. Derinleştirme aşamasının sınıf içi süreci için günlük yaşam bağlamı içeren etkinlik öğrencilere sunulmuştur. Öğrenciler, öğretmen rehberliğinde grup olarak etkinlik sorularını tartışmışlardır. Öğrencilerin öz değerlendirme yapmaları ve kavramlarla ilgili eksiklerini gidermeleri için değerlendirme aşamasının sınıf dışı sürecinde GeoGebra Classroom ortamına problem durumu yüklenmiştir. Öğrenciler problemin çözümünü yaparak sisteme yüklemişlerdir. Öğretmen bu süreçte öğrencilerin cevaplarını değerlendirmiş ve özelden dönüt vermiştir. Öğrencilerin bir kısmı derse gelmeden önce eksikleri üzerinde dururken, bir kısmı ise eksiklerini kapatmak için çaba göstermemiştir. Değerlendirme aşamasının sınıf içi sürecinde öğrenciler hazırlanan problem durumu üzerinde bireysel olarak çalışmışlardır. Son aşamanın sınıf içi sürecinin tamamlanmasıyla birlikte veriler transkript edilmiş, araştırmacı ve gözlemci notlarının analizi yapılmış ve öğrencilerle klinik görüşmeler (etkinlik temelli) gerçekleştirilmiştir. İleriye dönük düzenlemelerin yapılmasıyla öğretim bölümü sonlandırılmıştır.

3. 6. VERİLERİN ANALİZİ

Verilerin analizinde sınıf içi süreçlerin kayda alındığı videolar transkript edilmiştir. Bu transkriptlerle birlikte öğrencilerin oluşturduğu GeoGebra dosyaları, GeoGebra Classroom ortamına yüklenen etkinliklerdeki sorulara verdikleri cevaplar, etkinlik kâğıtları üzerindeki çizimler ve yazılı açıklamalar analiz edilmiştir. Öğrencilerin yazılı ürünlerinden, GeoGebra dosyalarından ve diyaloglarından elde edilen nitel verilerin analizinde söylem analizi ve Duval'ın (2006) semiyotik yaklaşımı (bkz. Şekil 7 ve Şekil 8) benimsenmiştir. Çerçeveye dayalı yapılan bir söylem analizi hem iletişimi hem de bilişi kapsadığından bireyler arasındaki iletişim ile bilişsel süreç arasındaki ilişkiyi ve öğretmen ile öğrencilerin iletişim yoluyla anlamlı bir söyleme doğru ilerleyişini açıklayabilmektedir (Kim vd., 2017). Zazkis (2013), bir etkinlikteki temsil dönüşümlerini istemli ve istemsiz dönüşümler olarak nitelendirmiştir. Buna göre, etkinliğin gerektirmediği farklı temsil sistemleri arasındaki dönüşümler istemsizken, etkinliğin parçası olan dönüşümler istemlidir. Bu kapsamda

öğrencilerin temsiller içi geçişleri ve temsiller arası dönüşümleri incelenirken sözel temsil kullanımları için yazılı ve sözlü açıklamaları; nümerik temsil kullanımları için yaptıkları işlemler/listeler ve oluşturdukları tablolar; çizim temsil kullanımları için kâğıt veya GeoGebra yazılımı üzerine rastgele (geometrik şeklin özelliklerini ön planda tutmadan) yaptıkları çizimler; görsel temsil kullanımı için GeoGebra yazılımında inşa ettikleri yapılar; cebirsel temsil kullanımı için bilinmeyen kullanılarak oluşturulan formüller ve yapılan genellemeler dikkate alınmıştır. Ayrıca tartışma esnasındaki ses tonlamaları, kullanılan jest ve mimikler de öğrencilerin oluşturdukları spontane temsillerin belirlenmesinde dikkate alınmıştır. Öğrencilerin yazılı veya sözlü diyaloglarında temsil içeren sözcükleri belirginleştirmek amacıyla bazı yerlerin altı çizilmiştir. Öğrencilerin vurgulu veya yüksek sesle söylediği sözcükleri belirginleştirmek amacıyla bazı yerler büyük harflerle gösterilmiştir. Ayrıca verilerin sunumunda öğrencinin kavramı anlamlandırma sürecine dikkat çekmek için bazı yerler italik yazılmıştır.

Verilerin analizi 5E modelinin her aşamasına (giriş, keşfetme, açıklama, derinleştirme ve değerlendirme) yönelik sınıf dışı ve sınıf içi boyutta ayrı ayrı yapılmıştır. Araştırmadaki matematiksel etkinlikleri öğrencilerin hepsi tamamlamış ancak birinci grubun verilerinin farklı temsillerin kullanımı ve temsil dönüşümleri bakımından daha zengin olduğu görülmüştür. Ayrıca öğrenciler arasındaki etkileşim daha yüksek ve etkinliklere katılım isteği daha fazladır. Bu nedenle araştırmada birinci grubun verilerinin analizine yer verilmiştir. Bireysel çalışmaların yer aldığı aşamalarda (giriş-sınıf dışı, keşfetme-sınıf dışı, açıklama-sınıf dışı, derinleştirme-sınıf dışı, değerlendirme-sınıf dışı ve sınıf içi) ise verilerin yoğunluğundan dolayı gruptaki öğrencilerden birinin verilerine ve diğer öğrencilerin farklı olan verilerine değinilmiştir. Araştırmacı tarafından yapılan veri analizleri bir uzman tarafından kontrol edilmiş ve fikir birliğine varılmıştır. Aşağıda araştırmanın ikinci grubunda yer alan bir öğrencinin çember kavramına ilişkin giriş-sınıf dışı aşamasındaki verilerine ait örnek bir veri analizi verilmiştir (Tablo 11).



Şekil 18. Ata'nın Giriş-Sınıf Dışı Çember Kavramına İlişkin Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve GeoGebra Yazılımındaki Çizimi

[1] **Ata:** Her üç görsel de çember belirtir. Çünkü yuvarlak ve içi boştur. Örnek olarak maskot, simit, hakla küpe...

[2] **Öğretmen:** Her yuvarlak ve içi boş nesne çember belirtir mi?

[3] **Ata:** Evet, belirtir.

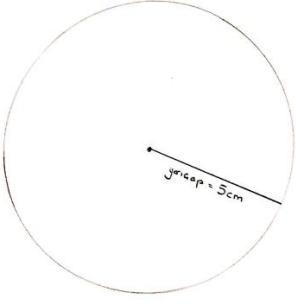
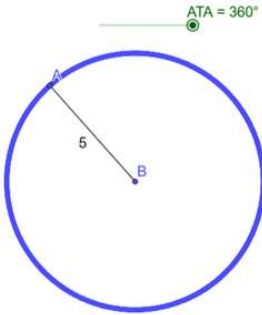
...

[4] **Ata:** Çizdiğim şekil ile görseldeki nesnelerin şekli aynıdır. YANİ çemberdir. Çizim yapmadan önceki etkinlikte her yuvarlak ve içi boş şekle çember demiştim. Ama ASLINDA değildir. Farkına şöyle vardım: pergelin iki ucu arasındaki mesafe eşit. Yani çemberde merkez ve yarıçap vardır. Yarıçap hep sabittir.

...

[5] **Ata:** GeoGebra yazılımında noktanın bıraktığı izler çember oluşturuyor. Burada doğru parçası oluşturarak yarıçapın her zaman aynı olduğunu GÖREBİLİYORUZ.

Tablo 11. Örnek Veri Analizi

Kullanılan Temsil	Semiyotik Eylem	Açıklama
- Her üç görsel de çember belirtir. ...yuvarlak ve içi boştur. ...maskot, simit, halka küpe...	Temsil içi geçiş (sözel-sözel)	Çember kavramını betimleyen, yazılı olarak belirtilmiş ifadelerdir. Günlük hayat örnekleridir.
	Temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim)	Çember kavramının geometrik özelliklerini sağlıyor gibi görünen, kâğıt üzerine pergeli ve cetveli kullanarak yapılan çizimdir.
- Çizdiğim şekil ile görseldeki nesnelerin şekli aynıdır. Yani çemberdir. ...her yuvarlak ve içi boş şekle çember demişim. ...pergelin iki ucu arasındaki mesafe eşit. Yani çemberde merkez ve yarıçap vardır. Yarıçap hep sabittir.	Temsil içi geçiş (sözel-sözel)	Çember kavramını betimleyici, yazılı olarak belirtilmiş ifadelerdir.
	Temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim)	Çember kavramının geometrik özelliklerini sağlıyor gibi görünen, GeoGebra yazılımında yapılan çizimdir (etkileşim ve manipülasyon).
... noktanın bıraktığı izler çember oluşturuyor. ...doğru parçası oluşturarak yarıçapın her zaman aynı olduğunu görebiliyoruz.	Temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel)	B noktasının hareket ettirilmesiyle A ve B noktaları arasındaki eşitlik bozulmaktadır.
	Temsil içi geçiş (sözel-sözel)	Çember kavramını betimleyici, yazılı olarak belirtilmiş ifadelerdir.

Ata, videoda verilen görselleri (bkz. Şekil 11) inceleyerek etkinliğe başlamıştır. Ata [1] görsellerde verilen nesnelerin geometrik şekillerinin çember olduğunu gerekçesiyle

(yuvarlak ve içi boş olması) birlikte belirterek günlük hayattan örnekler (maskot, simit, halka küpe) vermiştir. Öğretmenin [2] her yuvarlak ve içi boş şeklin çember belirttiğini tekrarlayarak sorması üzerine Ata [3] öğretmenin sorusunu olumlu olarak yanıtlamıştır. Ata [4] etkinliğin devamında videoda tarif edilen şekli pergel ve cetvel kullanarak kâğıt üzerine çizmiş (Şekil 18a) ve bu şekli betimleyici ifadelerle yazılı açıklamalar yapmıştır. Ata [4], çizim yaptıktan sonra her yuvarlak ve içi boş olan şeklin çember belirtmeyeceğinin, çemberin yarıçapının sabit olması gerektiğinin farkına varmıştır. Ardından videoda tarif edilenler doğrultusunda GeoGebra yazılımında çalışarak çember kavramına ilişkin dinamik bir çizim yapmıştır (Şekil 18b). Ata [5] GeoGebra yazılımının etkileşim ve simülasyon özelliği sayesinde bu çizimi inceleyerek çember kavramına ilişkin açıklamalarını yazılı olarak ifade etmiştir. Ata'nın GeoGebra uygulamasındaki çemberin yarıçapını çizip (notlarla açıklama özelliği), gözlem yaparak “Çember, düzlemde sabit bir noktaya eşit uzaklıktaki noktalar kümesidir.” tanımına gizil olarak ulaştığı söylenebilir. Ata, verilen görselleri inceleyip çember kavramını yazılı biçimde ifade ederek etkinliğe başlamıştır. Ardından videodaki yönlendirmeler doğrultusunda kâğıt üzerine çizim yapmış ve çizimini yazılı ifadelerle açıklamıştır. GeoGebra yazılımı üzerinde videodaki yönlendirmeler doğrultusunda çalışarak çizim yapmış ve çember kavramını yazılı olarak açıklayarak etkinliği sonlandırmıştır. Buradan Ata'nın, çember kavramına ilişkin temsil içi geçiş (sözel-sözel) ve temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim ve çizim-sözel) yaptığı görülmektedir.

3. 7. ARAŞTIRMANIN GEÇERLİK VE GÜVENİRLİĞİ

Bilimsel bir araştırmada ulaşılan sonuçların inandırıcılığı açısından geçerlik ve güvenilirlik önem taşıyan temel ölçüttür (Yıldırım & Şimşek, 2018). Geçerlik ve güvenilirliğin nasıl ele alındığı araştırmanın türüne göre farklılık göstermektedir (Cohen vd., 2007). Nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenilirliğin sağlanabilmesi için araştırılan durumun objektif olarak gözlemlenip, yorumlanması önem taşımaktadır (Miles & Huberman, 1994). Ayrıca geçerlik ve güvenilirlik için alınabilecek birtakım önlemler bulunmaktadır (Yıldırım & Şimşek, 2018). Bu önlemlerle birlikte araştırmanın geçerlik ve güvenilirliğini olumsuz etkileyen faktörler azaltılabilir (Cohen vd., 2007). Bu doğrultuda araştırmanın geçerlik ve güvenilirliğini artırmak için Lincoln ve Guba'nın (1985) stratejileri çerçevesinde (inandırıcılık, aktarılabilirlik, tutarlık ve teyit edilebilirlik) alınan önlemler Tablo 12'de verilmiştir.

Tablo 12. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliğini Artırmak İçin Alınan Önlemler

Geçerlik Önlemleri	İnandırıcılık	•Araştırmacının katılımcılarla uzun süreli bir etkileşim içinde olması açısından uygulama araştırmacının görev yaptığı okulda gerçekleştirilmiştir. Ayrıca katılımcıların matematik öğretmeni araştırmanın gözlemcisi olmuştur. •Araştırmanın problem durumuna derinlemesine veri toplayabilmek için uygulama sürecinde birden fazla veri toplama aracı kullanılmıştır. •Veri toplama araçlarından olan matematiksel etkinliklerin geliştirilmesinde uzman görüşlerinden yararlanılmıştır. •Geliştirilen matematiksel etkinliklerin pilot çalışması yapılmış ve raporlaştırılmıştır (bkz. Demir vd., 2022; Özcan vd., 2022). Pilot çalışma sonrasında matematiksel etkinler revize edilmiş, uygulama süreci yeniden planlanmış ve tekrar uzman görüşü alınmıştır. •Öğretim bölümleri süresince klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. •Araştırmada ortaya çıkan bulgular öğrencilerin diyalogları, kâğıt üzerindeki çizimleri ve GeoGebra dosyaları ile desteklenmiştir. •Geriye dönük analizler yapılarak bir uzmanla paylaşılmış ve analizler teyit edilmiştir.
	Aktarılabilirlik	•Araştırmanın katılımcıları amaçlı örnekleme yöntemiyle seçilmiş ve katılımcıların özellikleri ayrıntılı bir şekilde belirtilmiştir. •Verilerin analizi temsiller bağlamında Duval'in (2006) semiyotik yaklaşımı çerçevesinde söylem analizi ile analiz edilmiştir. •Araştırmanın verileri yorum katılmadan ve doğasına sadık kalınarak sunulmuştur. •Araştırmanın verileri okuyucunun zihninde canlandırabileceği şekilde ayrıntılarıyla betimlenerek sunulmuştur.
Güvenirlik Önlemleri	Tutarlık	•Araştırmanın veri toplama araçları geliştirilirken uzman görüşüne başvurulmuştur. •Araştırmanın uygulama sürecinde sınıf dışı-sınıf içi süreçlerde gözlemcinin görüşleri dikkate alınmıştır. •Araştırma verileri analiz edildikten sonra bir uzmanla paylaşılmış ve uzman tarafından teyit edilmiştir.
	Teyit Edilebilirlik	•Veri toplama araçlarından olan ekran ve ses kayıtları tekrar tekrar incelenip, dinlenerek transkript edilmiştir. •Uygulama sürecindeki her öğretim bölümünün ardından geriye dönük analizler yapılmıştır. •Verilerin analizleri yapıldıktan sonra süreç içinde emin olunana kadar tekrar tekrar incelenmiştir.

Araştırmada veri toplama aracı olarak birden fazla araç (matematiksel etkinlikler, klinik görüşmeler, GeoGebra dosyaları, ekran ve ses kayıtları) kullanılmıştır. Üçgenleme yöntemi sayesinde çalışmanın inandırıcılığı artırılmıştır. Veri toplama aracı olarak kullanılan matematiksel etkinliklerin hazırlanması sürecinde ve sonrasında uzman görüşlerine (dört akademisyen ve ikisi yüksek lisans mezunu, ikisi yüksek lisans öğrencisi olan dört ilköğretim matematik öğretmeni) başvurulmuştur. Alınan uzman görüşleri doğrultusunda matematiksel etkinlikler yeniden düzenlenmiştir. Hazırlanan matematiksel etkinlikler uygulama öncesi bir pilot uygulamada test edilmiştir. Pilot uygulamada toplanan veriler ve alınan dönütler doğrultusunda etkinlikler yeniden düzeltilmiş ve gerekli değişiklikler yapılmıştır. Son aşamada geliştirilen etkinlikler tekrar uzman görüşüne (beş akademisyen ve bir doktora öğrencisi olan ilköğretim matematik öğretmeni) sunulmuştur. Toplanan verilerin analizleri sonucunda elde edilen bulgular ve bulgulara yönelik yapılan yorumlar uzman denetimine sunulmuştur. Böylece bulguların veri setine dayandığı doğrulanmıştır.

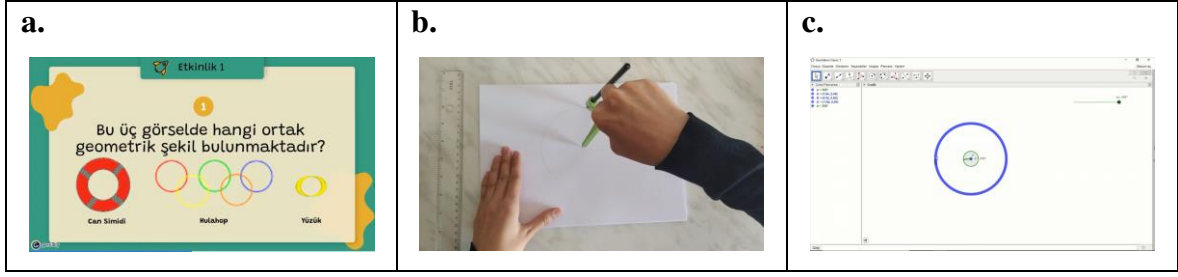
4. BULGULAR

Bu bölümde araştırmanın uygulama sürecinde ortaya çıkan verilerin analizinden elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Bulgular, çember ve daire alt öğrenme alanının kazanımlarına, araştırmada kullanılan sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımı aşamalarına (giriş, keşfetme, açıklama, derinleştirme ve değerlendirme) ve süreçlerine (sınıf dışı-sınıf içi) göre başlıklar hâlinde sunulmuştur. Bulguların sunumunda öğrencilerin çember, merkez açı, çember parçası (yay), çemberin ve çember parçasının uzunluğu, daire, dairenin ve daire diliminin alanı (dikdörtgenin alanından keşfedilen) kavramlarına ilişkin farklı temsil kullanımları, spontane temsilleri, temsil içi geçişleri ve temsiller arası dönüşümleri dikkate alınmıştır. Ortaokul öğrencilerinden çember denkleminden yararlanarak koordinat düzleminde grafik oluşturması beklenmediği için bulguların sunumunda çemberin grafik temsili üzerinde durulmamıştır. Her kazanımın ardından, öğretim bölümünün bulgularını bütün olarak görmeyi sağlayan tablolara yer verilmiştir. Ayrıca öğretim bölümünün bulguları özetlenerek, ileriye dönük yapılan düzenlemelerden bahsedilmiştir.

4. 1. ÇEMBERDE MERKEZ AÇILAR VE BU AÇILARIN GÖRDÜĞÜ YAYLAR

4. 1. 1. Giriş-Sınıf Dışı

Çemberde merkez açılar ve bu açıların gördüğü yaylara yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda tasarlanan giriş etkinliğinin birinci kısmı video olarak GeoGebra Classroom ortamında paylaşılmıştır. Videoda öğrencilere altıncı sınıf bilgilerinin hatırlatılması amacıyla çember kavramına ilişkin günlük hayattan nesnelere yer verilmiş ve bu nesnelerin geometrik şekli sorgulanmıştır. Daha sonra öğrencilerden bu geometrik şekle benzer günlük hayattan örnek vermeleri istenmiştir (Şekil 19a). Videonun devamında çember kavramına ilişkin kâğıt üzerinde pergel ile çizim yapılmış ve öğrencilerden de çizim yapmaları; bu çizim ile nesnelerin geometrik şeklinin benzerlik ve farklılıklarını karşılaştırmaları istenmiştir (Şekil 19b). Ardından çember kavramına ilişkin GeoGebra uygulaması oluşturulmuş ve bunu öğrencilerden de oluşturmaları; GeoGebra uygulamasındaki geometrik şekil ile çizimlerinin benzerlik ve farklılıklarını karşılaştırmaları istenmiştir (Şekil 19c). Ayrıca nesnelerdeki, çizimdeki ve GeoGebra uygulamasındaki geometrik şeklin nasıl tanımlanabileceği sorgulanmıştır. Her öğrenci etkinliği bireysel tamamlamıştır.



Şekil 19. Giriş-Sınıf Dışı (Çember) Videolarının Ekran Görüntüleri

[1] **Nil:** Çember bulunmaktadır. Çünkü çemberin içi boştur. Bilezik, basketbol potası ve koli bandı günlük hayattan örnek verilebilecek nesnelerdir.

...

[2] **Nil:** Görseldeki nesnelerin geometrik şekli, içi boş olduğu için çemberdi, fakat kâğıda çizdiğim içi dolu olduğu için dairedir. Çemberin içi boş olduğundan sadece çevresi bulunabilir. Dairenin hem alanı hem de çevresi bulunabilir.

[3] **Öğretmen:** İçi dolu derken neyi kastediyorsun?

[4] **Nil:** Hani çemberin içi boş dairenin dolu olur. Yani çember ile daireyi böyle ayırt etmiyor muyuz? Kâğıda çizim yapmıştık ya işte orada çizimimizin arkasında kâğıt olduğu için ben onu daire olarak kabul ettim. BELKİ orada hata yapmışımdır.

[5] **Öğretmen:** Kâğıt üzerine yaptığın çizimde şeklin iç kısmını dolu olarak mı çizdik? İç kısmını boyadık mı?

[6] **Nil:** *Hayır boyamadık. O yüzden çemberdir.*

...

[7] **Nil:** (Çizimi ile oluşturduğu GeoGebra uygulamasını karşılaştırır.) Fark yoktur. Çünkü ikisinin de içi doludur. Her iki geometrik şekil de *dairedir*.

[8] **Öğretmen:** İçinin dolu olduğunu nasıl anladın?

[9] **Nil:** Kâğıt üzerine yaptığımız çizim gibi düşündüm. İçi boş olsaydı ben çember derdim ama bunun içi dolu, daire GİBİ gözüküyor.

[10] **Öğretmen:** Daire olması için içinin dolu olması gerektiğini söylüyorsun. Ama bunların içini doldurmadık.

[11] **Nil:** *Doğru söylüyorsunuz. İkisi de çemberdir.*

Nil [1] görseldeki nesnelerin geometrik şeklinin çember olduğunu gerekçesiyle (içi boş olması) birlikte belirterek günlük hayattan örnekler (bilezik, basketbol potası ve koli bandı) vermiştir. Buradan ön bilgilerinin bir kısmını (çember ve çember olan nesneleri ayırt etme) hatırladığı söylenebilir. Nil [2] pergel ve cetvel kullanarak kâğıt üzerine yaptığı çizimin daire olduğunu belirtmiştir (Şekil 20a). Görseldeki nesneleri gerçek hayatta gibi algılayıp içi boş olarak; çizimi ise iç bölgesinde kâğıt olduğu için içi dolu olarak düşünmüştür. Böylelikle görseldeki nesnelerin geometrik şekli ile çizimdeki geometrik şeklin birbirinden farklı olduğunu belirtmiştir. Ayrıca çizim üzerinde çemberin temel elemanlarından (merkez, yarıçap ve çap) hiçbirine yer vermemiştir. Bu duruma ilişkin Oya da yaptığı çizimde çemberin temel elemanlarından hiçbirine yer vermezken, Ege ve Eda bir

tanesine (merkez) yer vermiştir. Öğretmen [3] Nil'den "içi dolu" ifadesini biraz daha açmasını istemiştir. Burada öğretmenin amacı farkındalık sağlamaktır. Nil'in [4] çember ile daire arasındaki farkı öğretmene tekrar ifade ederken aynı zamanda içsel bir düşünme yaşadığı söylenebilir. Burada kendisinin hatalı düşünmüş olabileceği kanısına varmıştır. Öğretmen [5], Nil'in içsel düşünmesini sağlamak için çizimin iç kısmının dolu olup olmadığını tekrar sorgulamıştır. Nil [6] öğretmenin sorgulaması üzerine çizimin çember olduğunu ifade etmiştir. Nil [7] çizim ile GeoGebra uygulamasındaki mavi noktanın bıraktığı izlerin çağrıştırdığı geometrik şekli (GeoGebra yazılımının simülasyon özelliğinden yararlanarak) tekrar karşılaştırmıştır (Şekil 20b). İkisinin de içinin dolu olduğunu gerekçe olarak sunmuş ve iki şeklin de daire olduğunu belirtmiştir. Geçerli bir neden sunmasına rağmen yanlış kavrama (daire) yönelmiştir. Öğretmen [8] şekillerin içinin dolu olmasına vurgu yaparak, öğrencinin düşünmesini sağlayacak bir soru yöneltmiştir. Nil [9] ise bir önceki söylediklerini emin olmayan bir ifade ile tekrar etmiştir. Buradan Nil'in hâlen çizimdeki şeklin daire olduğu düşüncesinin devam ettiği söylenebilir. Öğretmenin [10] verdiği dönüt üzerine Nil [11] çizim ile GeoGebra uygulamasındaki mavi noktanın bıraktığı izlerin çember olduğunu belirtmiştir (Şekil 20b). Nil'in [11] ifadesinden, öğretmenin [10] sorgulamasını göz ardı ettiği söylenebilir.

kavramına ilişkin temsil içi geçiş (sözel-sözel) ve temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim ve çizim-sözel) yaptıkları görülmektedir.

Çemberde merkez açılar ve bu açıların gördüğü yaylara yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda tasarlanan giriş etkinliğinin ikinci kısmı video olarak GeoGebra Classroom ortamında paylaşılmıştır. Videoda merkez açı kavramına merak uyandırmak amacı ile kavrama yönelik günlük hayattan nesnelere yer verilmiş ve bu nesnelerde bulunan renkli açıların konumuna göre ortak özelliği sorgulanmıştır (Şekil 21a). Daha sonra merkez açı kavramına ilişkin, kâğıt üzerinde pergel ile çizim yapılmış ve öğrencilerden de çizim yapmaları; bu çizimdeki açı ile nesnelerde bulunan renkli açıların benzerlik ve farklılıklarını karşılaştırmaları istenmiştir (Şekil 21b). Ardından merkez açı kavramına ilişkin, GeoGebra uygulaması oluşturulmuş ve bunu öğrencilerden de oluşturmaları; GeoGebra uygulamasındaki açı ile çizimlerinde bulunan açının benzerlik ve farklılıklarını karşılaştırmaları istenmiştir (Şekil 21c). Ayrıca nesnelerdeki, çizimdeki ve GeoGebra uygulamasındaki açının nasıl tanımlanabileceği sorgulanmıştır. Her öğrenci etkinliği bireysel tamamlamıştır.



Şekil 21. Giriş-Sınıf Dışı (Merkez Açı) Videolarının Ekran Görüntüleri

[1] **Nil:** Açıların hepsi çemberin merkezine bağlıdır.

...

[2] **Nil:** Görsellerdeki açı ile A4 kâğıdına çizdiğim açı arasında fark yok. Sadece görseldekilerden bazıları geniş açı, bazıları da dar açıdır. A4 kâğıdına çizdiğim ise dar açıdır.

[3] **Nil:** AOB , BOA veya O diye isimlendirilebilir çünkü açılarda köşeye verilen ad her zaman ortada olmalıdır. Buna göre diğer noktaların adları ile birleştirip isimlendiririz.

[4] **Öğretmen:** Konumuna göre nasıl bir ortak özelliği bulunmaktadır? Neden?

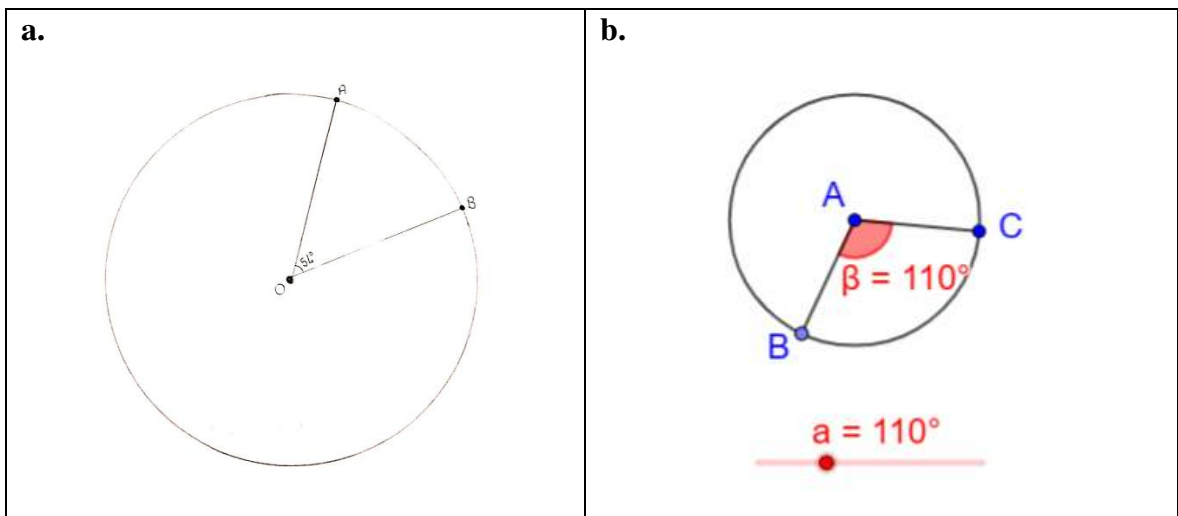
[5] **Nil:** Konumuna göre ortak özellikleri yoktur. (GALİBA).

...

[6] **Nil:** Açının kolları genişledikçe değeri de artıyor.

[7] **Nil:** A4 kâğıdına çizdiğim açı da GeoGebra yazılımında oluşturduğum açı da aynı.

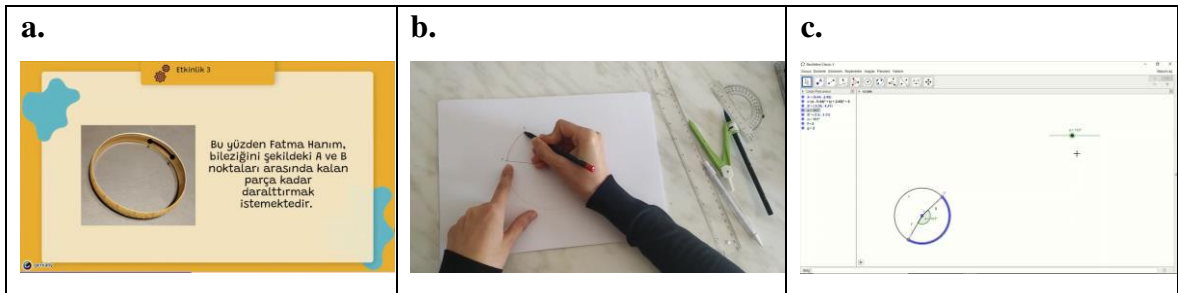
Nil [1] görsellerdeki nesnelerde bulunan açıların çemberin merkezine bağlı olduğunu belirtmiş ancak neden böyle düşündüğüne dair bir açıklamada bulunmamıştır. Ege, Oya ve Eda ise açıların ortak özelliği olarak çember şeklinin içinde yer aldığını belirtmiştir. Öğrencilerin yaptığı yazılı açıklama merkez açı kavramına ilişkin sözel temsil kullandıklarını göstermektedir. Nil [2] pergeli ve cetveli kullanarak kâğıt üzerine yaptığı çizimde bulunan açı ile görsellerdeki nesnelerde verilen açılar arasında fark bulamamıştır (Şekil 22a). Öğrenciler bu açıların konumlarına göre ortak özelliklerini düşünmek yerine büyüklük-küçüklük olarak karşılaştırıp açılarını geniş-dar biçiminde ifade etmişlerdir. Öğretmenin [4] vurgulu biçimde yönlendirici soruyu tekrarlamasına rağmen Nil [5] konumlarına göre ortak özelliğinin olmadığını belirtmiştir. Klinik görüşme esnasında ifadesinin yanına parantez içinde yazılmış “galiba” kelimesinin anlamı sorulduğunda ise Nil, “Konum, kelimesini zihnimde anlamlandıramadım.” cevabını vermiştir. Ayrıca Nil’in [3] konumuna göre açı isimlendirmeyi noktaları kullanarak yaptığı görülmektedir. Ege, Oya ve Eda da bu açılarını noktalarına göre isimlendirmişlerdir. Nil [6] GeoGebra yazılımında oluşturduğu açının, çember üzerinde bulunan noktanın hareket etmesiyle arttığını belirtmiştir. Nil [7] GeoGebra yazılımında inşa ettiği açı ile diğer açılarını gözlemleyerek karşılaştırmış ve hepsinin aynı olduğu düşüncesine varmış (Şekil 22b) ancak düşüncesinin nedenini açıklayamamıştır. Yapılan klinik görüşmede Nil, “Ders esnasında öğretmenin sorduğu soruların nedenini açıklayıyordum. O yüzden burada açıklamak zor geliyor. Bazen de unutuyorum.” cevabını vermiştir. Öğrenciler bu etkinlikteki açılarının konumuna göre isimlendirmesini yapamamış ve ortak özelliğini açıklayamamışlardır.



Şekil 22. Giriş-Sınıf Dışı Nil’in Merkez Açısı Kavramına İlişkin Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve Dinamik Şekli

Öğrenciler merkez açı kavramına ilişkin açıklamalarına sözel temsil aracılığıyla başlamışlardır. Pergel ve cetvel kullanarak kâğıt üzerine yaptıkları çizim ile devam etmiş ve çizimini yazılı olarak açıklamaya çalışmışlardır. GeoGebra yazılımında oluşturdukları dinamik şekil ve bu şekle yönelik yazılı açıklamalar yaparak etkinliği tamamlamışlardır. Ancak merkez açı kavramına ilişkin açıklamaları yetersiz kalmıştır. GeoGebra yazılımındaki inşalarında sürgü kullanarak, yazılımın manipülasyon özelliği sayesinde çemberde farklı merkez açıları gözlemlene fırsatı bulmuşlardır. Buradan öğrencilerin merkez açı kavramına ilişkin temsil içi geçiş (görsel-görsel) ve temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim, çizim-görsel) yaptıkları görülmektedir.

Çemberde merkez açıları ve bu açıların gördüğü yaylara yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda tasarlanan giriş etkinliğinin üçüncü kısmı video olarak GeoGebra Classroom ortamında paylaşılmıştır. Videoda çember parçası (yay) kavramına merak uyandırmak amacı ile kavrama ilişkin günlük hayattan bilezik daraltma örneği verilmiş ve öğrencilerden bileziğin daraltılmak istenen parçasının matematiksel olarak nasıl ifade edilebileceğini düşünmeleri istenmiştir (Şekil 23a). Daha sonra çember parçası kavramına ilişkin, kâğıt üzerinde pergel ile çizim yapılmış ve öğrencilerden de çizim yapmaları; bu çizimdeki kırmızı parça ile bileziğin daraltılmak istenen parçası arasındaki ilişki sorgulanmıştır (Şekil 23b). Ardından çember parçası kavramına ilişkin, GeoGebra uygulaması oluşturulmuş ve bunu öğrencilerden de oluşturmaları; GeoGebra uygulamasındaki mavi izler ile çizimlerinde bulunan kırmızı parça arasındaki ilişkiyi açıklamaları beklenmiştir (Şekil 23c). Ayrıca bilezikteki, çizimdeki ve GeoGebra uygulamasındaki parçanın matematiksel olarak nasıl tanımlanabileceği sorgulanmıştır. Her öğrenci etkinliği bireysel tamamlamıştır.



Şekil 23. Giriş-Sınıf Dışı (Çember Parçası) Videolarının Ekran Görüntüleri

[1] Nil: Bileziğin kalan parçasını *oranla* ifade edebiliriz çünkü oran ne kadar daralabileceğini hesap etmek için kullanılabilir.

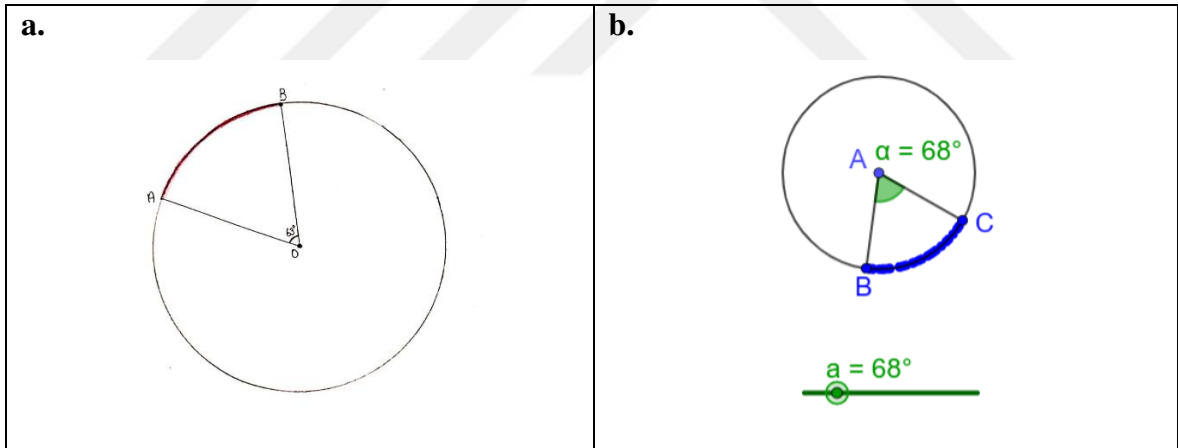
...

[2] Nil: Fatma Hanım'ın bileziği çemberdir. Çizdiğim çemberdeki 63° yi Fatma Hanım'ın bileziğinin *daralma ölçüsü* olarak ifade edebiliriz.

...

[3] Nil: Aslında üç durumda da açıya bağlı çember parçaları bulunuyor.

Nil [1] bileziğin daraltılmak istenen parçasının oran ile bulunabileceğini ifade etmiştir. Burada öğrenciden istenen bilezik parçasının matematiksel olarak nasıl isimlendirilebileceğidir. Oya ve Eda da yöneltilen soruyu Nil ile aynı mantıkta cevaplandırırken yalnızca Ege, “Bilezik bir çember olduğuna göre bileziğin parçası, çember parçası olarak ifade edilebilir.” yorumunda bulunmuştur. Nil [2] çizimindeki kırmızı parça ile bilezik parçasını karşılaştırdığında, merkez açıyı daralma açısı olarak belirlemiştir (Şekil 24a). Ardından GeoGebra uygulamasını oluşturup, simülasyon özelliği sayesinde mavi noktanın bıraktığı izleri gözlemlemiştir (Şekil 24b). Bilezik parçasının, çizimdeki kırmızı parçanın ve GeoGebra uygulamasındaki mavi noktaların ifade ettiği matematiksel kavramın çember parçası olabileceği yorumunda bulunmuştur.



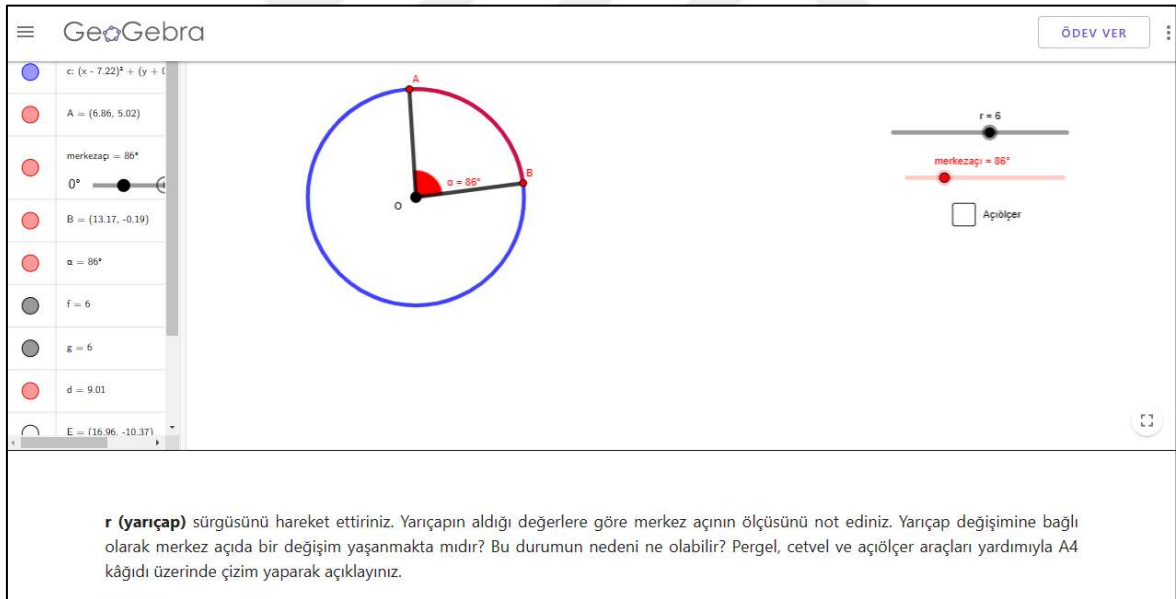
Şekil 24. Giriş-Sınıf Dışı Nil'in Çember Parçası Kavramına İlişkin Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve GeoGebra Yazılımındaki Çizimi

Nil, Oya ve Eda etkinlikte çember parçası kavramını açıklamaya çalışmış ancak yeterli biçimde ifade edememişlerdir. Etkinliğe pergel ve cetvel kullanarak kâğıt üzerine yaptıkları çizim ile devam etmişlerdir. Çizimlerini inceleyerek çember parçası kavramına ilişkin yazılı açıklamalar yapmaya çalışmış ancak yeterli olamamışlardır. GeoGebra yazılımındaki çizim sayesinde çember parçası kavramına ilişkin yeterli açıklamada bulunabilmişlerdir. Buradan öğrencilerin çember parçası kavramına ilişkin temsil içi geçiş

(çizim-çizim) ve temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel) yaptıkları görülmektedir. Ege ise çember parçası kavramına ilişkin açıklamalarına sözel temsil aracılığıyla başlamış ve kâğıt üzerine çizim yaparak devam etmiştir. Ardından GeoGebra yazılımında çember parçasına ilişkin çizim yaparak etkinliği sonlandırmıştır. Buradan Ege'nin çember parçası kavramına ilişkin temsil içi geçiş (çizim-çizim) ve temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim) yaptığı görülmektedir.

4. 1. 2. Keşfetme-Sınıf Dışı

Çemberde merkez açılar ve bu açıların gördüğü yaylara yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda keşfetme etkinliğinin ilk bölümü dinamik GeoGebra çalışma sayfası olarak GeoGebra Classroom ortamında paylaşılmıştır (Şekil 25). Öğrencilerden GeoGebra uygulaması üzerindeki yarıçap sürgüsünü canlandırarak etkinliği tamamlamaları istenmiştir. Etkinlikte yarıçap ile merkez açı arasındaki ilişki sorgulanmıştır. Her öğrenci etkinliği bireysel tamamlamıştır.



Şekil 25. Keşfetme-Sınıf Dışı Dinamik GeoGebra Çalışma Sayfası Ekran Görüntüsü

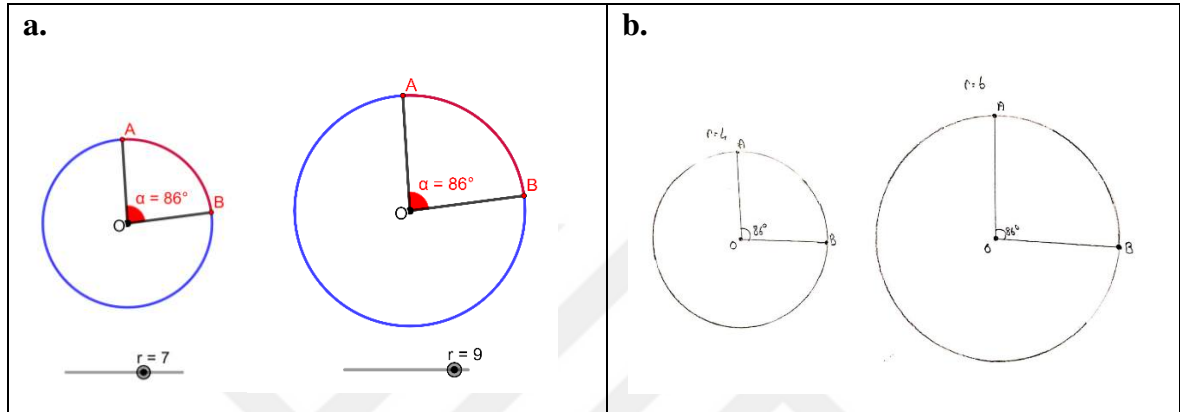
[1] Nil: Yarıçapın aldığı değerlere göre merkez açı aynı kalır. Yarıçapı hareket ettirdiğimde çember büyüyüp küçülüyor ama açı değişmiyor.

...

[2] Nil: Nedenini bilmiyorum.

Nil sürgüyü canlandırarak yarıçapın aldığı değerlere göre ($r = 1, 2, 3, \dots, 9$ ve 10) oluşan çemberleri gözlemlemiştir (Şekil 26a). Nil [1] gözlemleri sonucu yarıçapın aldığı

değerlere göre merkez açının aynı kalacağını belirtmiştir. Aynı durumu kâğıt üzerinde çizim yaparak açıklamak istemiş ancak Nil [2] bu duruma herhangi bir gerekçe sunamamıştır (Şekil 26b). Bu durumu Oya da GeoGebra uygulaması sonrasında çizim yaparak ifade etmeye çalışmıştır. Ege ve Eda ise sadece GeoGebra uygulamasındaki dinamik şekil ile açıklamaya çalışmışlardır. Yarıçapın aldığı değerlere göre çemberin yarıçapının değişmesi sonucu merkez açısının aynı kalmasının nedenini kimse açıklayamamıştır.



Şekil 26. Keşfetme-Sınıf Dışı Nil'in Çember Kavramına İlişkin Dinamik Şekli ve Kâğıt Üzerindeki Çizimi

Öğrenciler açıklamalarına GeoGebra uygulamasındaki sürgüyü canlandırıp, çember kavramına ilişkin nümerik temsiller aracılığıyla başlamışlardır. Yazılımın manipülasyon özelliğinden yararlanarak oluşan görselleri incelemişlerdir. Ekranda oluşan şekilleri gözlemleyerek yarıçap ile merkez açı arasındaki ilişkiyi sözel temsil kullanarak ifade etmişlerdir. Nil ve Eda bu duruma gerekçe sunmak için çizim temsil kullanmışlardır. Buradan Nil ve Eda'nın yarıçap ve merkez açı arasındaki ilişkiye yönelik temsil içi geçiş (nümerik-nümerik, görsel-görsel ve sözel-sözel) ve temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel, görsel-sözel ve sözel-çizim) yaptıkları görülmektedir. Ege ve Oya'nın ise yarıçap ve merkez açı arasındaki ilişkiye yönelik temsil içi geçiş (nümerik-nümerik, görsel-görsel ve sözel-sözel) ve temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel ve görsel-sözel) yaptıkları görülmektedir.

4. 1. 3. Giriş-Sınıf İçi

Çemberde merkez açıları ve bu açıların gördüğü yaylara yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda sınıf dışı uygulanan giriş etkinliğinde öğrencilerin not aldığı sorular sınıf

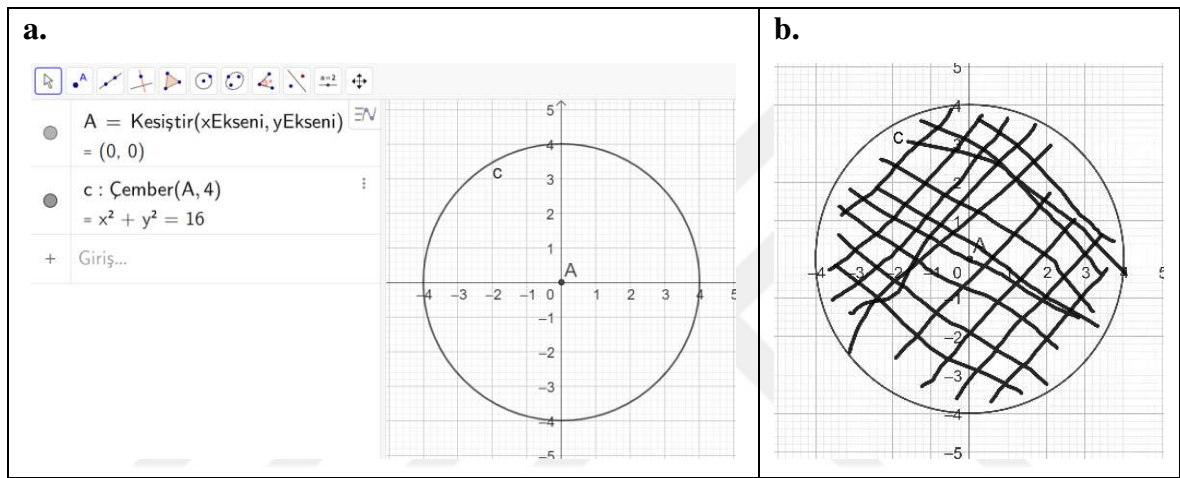
ortamında tartışılmıştır. Tartışma esnasında yöneltilen sorular, öğretmen rehberliğinde öğrenciler tarafından cevaplandırılmıştır.

[1] **Nil:** Kâğıt üzerinde çizim yaparak oluşturduğumuz şeklin alanı olur. Bu yüzden daire değil midir?

[2] **Ege:** Ama çiziyoruz ya kalemin bıraktığı izlerin oluşturduğu şekil yani içi boş şekil. (Parmağıyla havada ifade eder.)

[3] **Eda:** Mesela buradaki (parmağıyla gösterir) siyah çizgiyi düşün şimdi. İçini de tarasaydık daire olurdu. (GeoGebra yazılımında çizim yapar.) Ama bu bir çemberdir.

[4] **Nil:** HM. (Düşünür.) GeoGebra yazılımında da oluşan izi soruyordu. (Heyecanlanır.) O da çember OLUYOOOR!



Şekil 27. Giriş-Sınıf İçi Eda'nın Çember Kavramına İlişkin Dinamik Şekli ve Daire Kavramına İlişkin GeoGebra Yazılımındaki Çizimi

Nil [1] tartışmayı kâğıt üzerine pergeli ve cetveli kullanarak yaptıkları çizimin daire olup olmadığına ilişkin sorusunu nedeniyle birlikte sınıfa yönelterek başlatmıştır. Buradan Nil'in giriş aşamasının sınıf dışı sürecinde öğretmen dönütlerine rağmen ikna olmadığı söylenebilir. Ege [2] kalemin bıraktığı izleri dikkate almasını söyleyerek çember kavramını farklı sözel temsillerle ifade etmiştir. Ardından Ege [2] çemberi parmağı ile havada çizerek, çember kavramına ilişkin spontane temsil kullanmıştır. Eda ise GeoGebra yazılımının aracını (*Çember: Merkez & Yarıçap*) kullanarak çember kavramına ilişkin görsel temsil sunmuştur (Şekil 27a). Nil [4] verilen cevapları düşünüp ikna olan bir ses tonu ile heyecanlı bir şekilde GeoGebra yazılımında oluşan izin de çember olduğunu sözlü olarak belirtmiştir. Öğrenciler tartışma sürecini çember kavramına ilişkin sözel temsillerle başlatmış, spontane çizim temsil kullanıp GeoGebra yazılımında sundukları görsel temsille sonlandırmışlardır. Buradan öğrencilerin çember kavramına ilişkin temsil içi geçiş (sözel-sözel) ve temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim, çizim-görsel ve görsel-sözel) yaptıkları görülmektedir.

[5] **Nil:** Duvar saati, tekerlek, dümen ve direksiyon görsellerinde bulunan renkli açıların konumlarına göre ortak özelliği var mıydı?

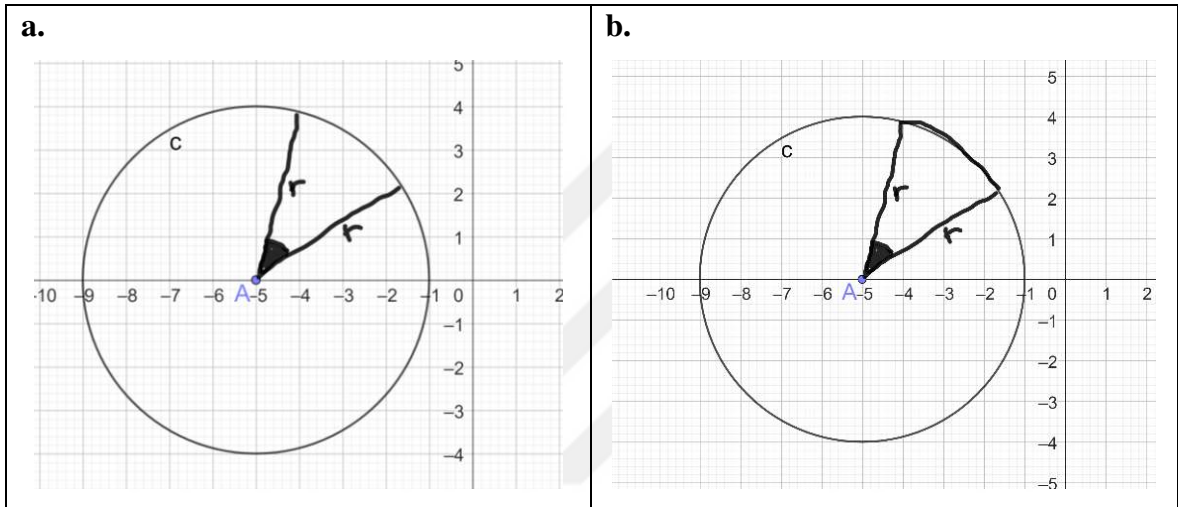
[6] **Ege:** Bu nesnelerin belirttiği geometrik şekil çemberdir. Açılar da çemberin içinde yer alıyor.

[7] **Nil:** Ben geometrik şekline DİKKAT ETMEMİŞİM. (Moralı bozulmuş bir ses tonu ile söyler.)

[8] **Ege:** Mesela şu çember üzerinde bakarsak şu doğru parçaları yarıçap; yarıçapların arasında kalan, köşesi de merkezde olan açı oluyor. (GeoGebra yazılımında çizim yapar.)

[9] **Oya:** HEHEH. Adını da merkez açı koyalım. (Güler.)

[10] **Öğretmen:** Evet çocuklar, köşesi çemberin merkezinde bulunan açılar “merkez açı” diye isimlendirilmektedir.



Şekil 28. Giriş-Sınıf İçi Ege'nin Merkez Açı ve Çember Parçası Kavramına İlişkin GeoGebra Yazılımındaki Çizimi

Nil [5] tartışmayı görsellerdeki nesnelerde verilen açıların konumlarına göre ortak özelliğini sorgulayarak başlatmıştır. Ege [6] açılarının çemberin iç bölgesinde yer aldığını belirterek merkez açı kavramına ilişkin sözel temsil kullanmıştır. Nil [7] etkinliği bireysel tamamlama sürecinde geometrik şekilleri gözden kaçırdığını fark etmiştir. Ege [8] daha açıklayıcı olması amacı ile GeoGebra yazılımında çember oluşturup, merkez açı çizmiş (Şekil 28a) (GeoGebra yazılımının notlarla açıklama özelliğinden yararlanarak) ve düşüncelerini sözel olarak ifade etmiştir. Oya [9] farkında olmadan çemberin merkezinde bulunan açının konumuna göre isimlendirmesini yapmıştır. Öğrenciler tartışma sürecini merkez açı kavramına ilişkin sözel temsille başlatmış, çizim temsille devam etmişler ve sözel temsillerle sonlandırmışlardır. Buradan öğrencilerin merkez açı kavramına ilişkin temsil içi geçiş (sözel-sözel) ve temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim ve çizim-sözel) yaptıkları görülmektedir.

[11] **Eda:** Bilezik parçası matematiksel olarak nasıl ifade edilir? Ben uzunluğu oranla ifade etmiştim.

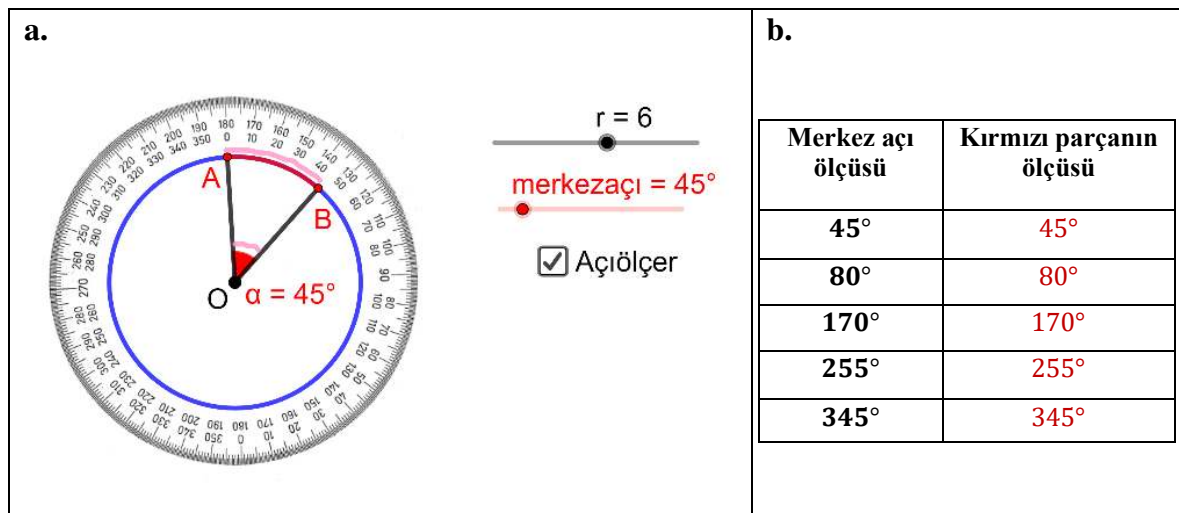
[12] **Ege:** Evet, bilezik parçasının uzunluğunu oranla bulabiliriz ama bizden bilezik parçasının matematiksel olarak isimlendirmesini soruyor. Şimdi bu bilezik çember belirtiyor. Bu kısım da bileziğin parçası yani çember parçası olur. (GeoGebra yazılımında çizim yaparak açıklar.)

[13] **Öğretmen:** Çember parçası aynı zamanda “yay” olarak da ifade edilir.

Eda [11] çember parçasının uzunluğunun nasıl bulunacağını ifade etmiştir. Bunun üzerine Ege [12] çizimi (Şekil 28b) üzerinde kalemle (notlarla açıklama yaparak) çember parçasını gösterip, sözlü olarak açıklamasını yapmıştır. Buradan öğrencilerin çember parçası kavramına ilişkin temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel) yaptıkları görülmektedir.

4. 1. 4. Keşfetme-Sınıf İçi

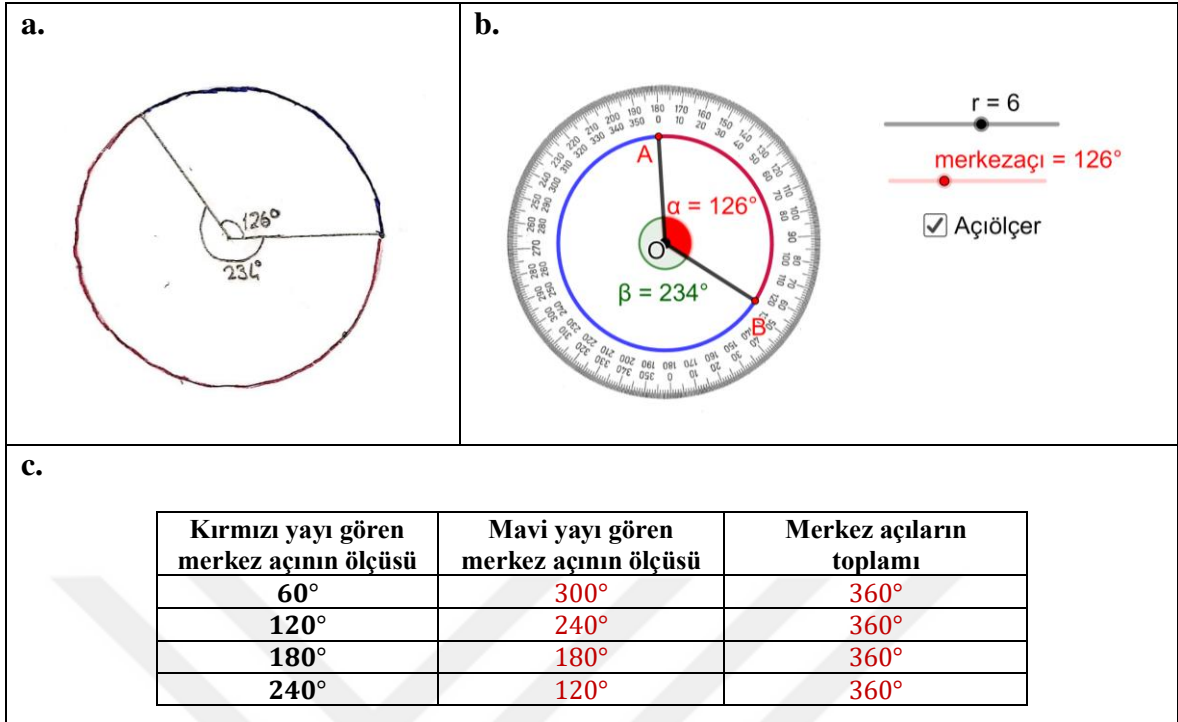
Çemberde merkez açılar ve bu açıların gördüğü yaylara yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda keşfetme etkinliğinin kalan kısmı grup çalışması olarak gerçekleştirilmiştir. Sunulan dinamik GeoGebra çalışma sayfasında öğrenciler GeoGebra araçlarını (*Sürgü*, *Açı* ve *İşaret Kutusu*) kullanarak meydana gelen değişimleri gözlemlemişlerdir. GeoGebra uygulamasında bulunan sürgülerden biri yarıçapı diğeri ise merkez açıyı artırıp azaltmaktadır (Şekil 29a). İşaret kutusu ise gizli bir açıölçer bulundurmaktadır. Öğrenciler açıölçer ve sürgüyü kullanıp verilen tabloyu doldurarak merkez açı ile kırmızı parçanın ölçüsünü karşılaştırmıştır (Şekil 29b). Ardından kırmızı parça ile mavi parçanın ölçüsü arasındaki ilişkiyi tartışmışlardır.



Şekil 29. Keşfetme-Sınıf İçi Ege’nin Çemberde Merkez Açılar ve Bu Açıların Gördüğü Yaylara İlişkin Dinamik Şekli, Oya’nın GeoGebra Çizimi ve Öğrencilerin İş Birliği İçinde Doldurdıkları Tablo

- [1] **Ege:** Merkez açı sürgüsünü 45° ye getirelim.
- [2] **Oya:** Merkez açı burası, kırmızı parça burası aynı. (Kalemle ekranda gösterir.)
- [3] **Nil:** Merkez açıya göre kırmızı çember parçasının ölçüsü değişmiyor.
- [4] **Oya:** Merkez açının, ölçüsü eşittir kırmızı parçanın ölçüsü.
(Tablonun geri kalanını da doldururlar.)
- [5] **Nil:** Aralarındaki ilişkiyi soruyor arkadaşlar.
- [6] **Eda:** Merkez açı kırmızı parçanın ölçüsüne bağlı. HANİ merkez açı sürgüsünü hareket ettirdiğimizde kırmızı parçanın ölçüsü de aynı oluyor ya.
(Merkez açı sürgüsünü sürükler.)
- [7] **Oya:** Merkez açı aynı zamanda kırmızı parçanın ölçüsünü verir.
- [8] **Eda:** YANİ aynıdır.
- [9] **Öğretmen:** Bu söylediklerinizi nasıl genelleyebiliriz?
- [10] **Eda:** (Heyecanlı bir ses tonuyla ifade eder.) Merkez açı ile gördüğü yayın ölçüsü eşittir!

Ege [1] tablonun ilk satırındaki merkez açı değerini sürgü aracılığıyla (etkileşim ve manipülasyon özelliğini kullanarak) çember üzerinde göstermiştir (Şekil 29a). Oya [2] merkez açı ile kırmızı parçayı görsel üzerinde gösterdiğinde (pembe renkli çizimler) Nil [3] açıölçer ile kontrol ederek ölçünün değişmediğini belirtmiştir (Şekil 29a). Oya [4] ise merkez açı ile kırmızı parçanın ölçüsünün eşit olduğu yorumunda bulunmuştur. Öğrenciler tablodaki diğer merkez açı değerlerine de GeoGebra uygulamasında bakarak tabloyu doldurmuşlardır (Şekil 29b). Ardından merkez açı ile kırmızı parçanın ölçüsü arasındaki ilişki üzerine konuşmuşlardır. Öğretmenin [9] bu ilişkiye dair genel bir ifade istemesi üzerine Eda [10] heyecanlı bir ses tonuyla merkez açı ile gördüğü yayın ölçüsünün eşit olduğunu söylemiştir. Bu kapsamda öğrencilerin çemberde merkez açılar ve bu açıların gördüğü yayalar arasındaki ilişkiyi keşfettikleri söylenebilir. Öğrenciler merkez açı ve gördüğü yayın ölçüsü arasındaki ilişkiyi bulmaya nümerik temsiller kullanarak başlamışlardır. GeoGebra uygulamasında sundukları görsel üzerinde incelemişler, görsel üzerinde çizim yaparak farklı cümlelerle sözlü ifadelerde bulunmuşlardır. Buradan öğrencilerin temsil içi geçiş (sözel-sözel) ve temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel, görsel-çizim ve çizim-sözel) yaptıkları görülmektedir.



Şekil 30. Keşfetme-Sınıf İçi Eda'nın Merkez Açılar Toplamına İlişkin Kâğıt Üzerindeki Örnek Çizimi, Ege'nin GeoGebra Uygulamasındaki Kontrolünün Ekran Görüntüsü ve Öğrencilerin İş Birliği İçinde Doldurdıkları Tablo

[11] **Oya:** Kırmızı yayın ölçüsü 60° ise mavi yayın ölçüsü 300°. Toplamları 360°.

120° ise 240°. Toplamları 360°.

180° ise 180°. Toplamları 360°.

240° ise 120°. Toplamları 360°.

İki merkez açının toplamı tam açıyı verir.

[12] **Nil:** Kırmızı yay genişlerken mavi yay daralır. BAK! (GeoGebra uygulamasında gösterir.)

[13] **Oya:** Çünkü ikisinin toplamı 360° olduğu için biri daralırken diğeri de genişler.

[14] **Eda:** İki merkez açı da birbirine bağlıdır. Mesela... (Pergeli eline alır.)

[15] **Oya:** Şimdi iki tane çember çizelim. Yarıçapları 3 cm olsun.

[16] **Eda:** Açıları farklı olacak ama. Mesela bu açı 126° olsun. $360^\circ - 126^\circ = 234^\circ$. Şurası da 234° olur.

[17] **Ege:** Diğeri de 79° olsun. $360^\circ - 79^\circ = 281^\circ$. Şurası da 281° olur. GeoGebra uygulamasında bakalım.

Etkinliğin devamında öğrenciler *Açı* aracını seçerek (notlarla açıklama özelliği) mavi yayı gören merkez açıyı bulmuşlardır. Sürgüyü canlandırıp (etkileşim özelliği) GeoGebra uygulamasında oluşan görselleri (manipülasyon özelliği) inceleyerek (Şekil 30b) tabloyu doldurmuşlardır (Şekil 30c). Oya [11] tablodaki değerlerden faydalananarak kırmızı ve mavi çember parçalarının ölçüleri toplamının tam açı olduğunu sözlü olarak belirtmiştir. Eda [14]

çemberdeki merkez açıların birbirine bağlı olduğunu çizim üzerinde de göstermek istemiştir (Şekil 30a). İş birlikli çalışarak ulaştıkları sonuçla ilgili iki farklı örnek çizmişlerdir. Ege [17] son olarak GeoGebra uygulamasında, çizimdeki değerlerinin doğruluğunu kontrol etmiştir. Öğrenciler çemberde merkez açıların toplamına ilişkin çalışmaya nümerik temsiller aracılığıyla başlamışlardır. GeoGebra uygulamasından yararlanarak tabloyu doldurmuşlardır (Şekil 30c). Ardından tabloda fark ettikleri durumu sözlü olarak ifade etmişlerdir. Fark ettikleri durumun sağlayıp sağlamadığına bakmak için kâğıt üzerinde pergel, cetvel ve açıölçer araçları yardımıyla iki örneğin çizimini yapmışlardır. Ege [17] çizimden emin olamayarak GeoGebra uygulamasında tekrar kontrol etmiştir. Buradan öğrencilerin çemberde merkez açıların toplamına ilişkin temsil içi geçiş (sözel-sözel ve çizim-çizim) ve temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel, görsel-sözel, sözel-çizim, çizim-nümerik ve nümerik-görsel) yaptıkları görülmektedir.

4. 1. 5. Açıklama-Sınıf İçi

Çemberde merkez açıları ve bu açıların gördüğü yaylara yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda açıklama etkinliği grup olarak gerçekleştirilmiştir. Sunulan dinamik GeoGebra çalışma sayfasında sürgüye bağlı radar, araçların taranma açılarını göstermektedir (Şekil 31a). Öğrenciler GeoGebra araçlarını (*Sürgü* ve *Açı*) kullanarak meydana gelen değişimleri gözlemlemişlerdir. Ardından çemberde merkez açıları ve bu açıların gördüğü yaylar ile merkez açıların toplamını tartışarak açıklamışlardır.

[1] **Oya:** Merkez açı ile gördüğü yayın ölçüsü aynı değil mi? (Emin olmayan ses tonu ile ifade eder.)

[2] **Ege:** Önce A aracının taranma açısını gösterelim. (Merkez açı sürgüsünün sürükler.)

[3] **Eda:** 30°. Merkez açının gördüğü yayın ölçüsü?.. (Ekranı bakar.)

[4] **Nil:** Yine 30°.

[5] **Oya:** Demedim mi aynı diye. (Güler.)
(Tabloyu hep birlikte doldururlar.)

[6] **Ege:** Evet Oya. Aynıdır.

[7] **Nil:** Hem merkez açı hem de gördüğü yayın ölçüsü aynıdır. Çünkü merkez açı... (Düşünür.) Merkez açı ve gördüğü yay birbirine bağlıdır.

[8] **Oya:** Merkez açı burası ya gördüğü yay da burası. Yani açıları aynıdır. (Parmağıyla ekranda gösterir.)

[9] **Nil:** İşte birbirlerine bağlıdır. (Merkez açı sürgüsü ile gösterir.)

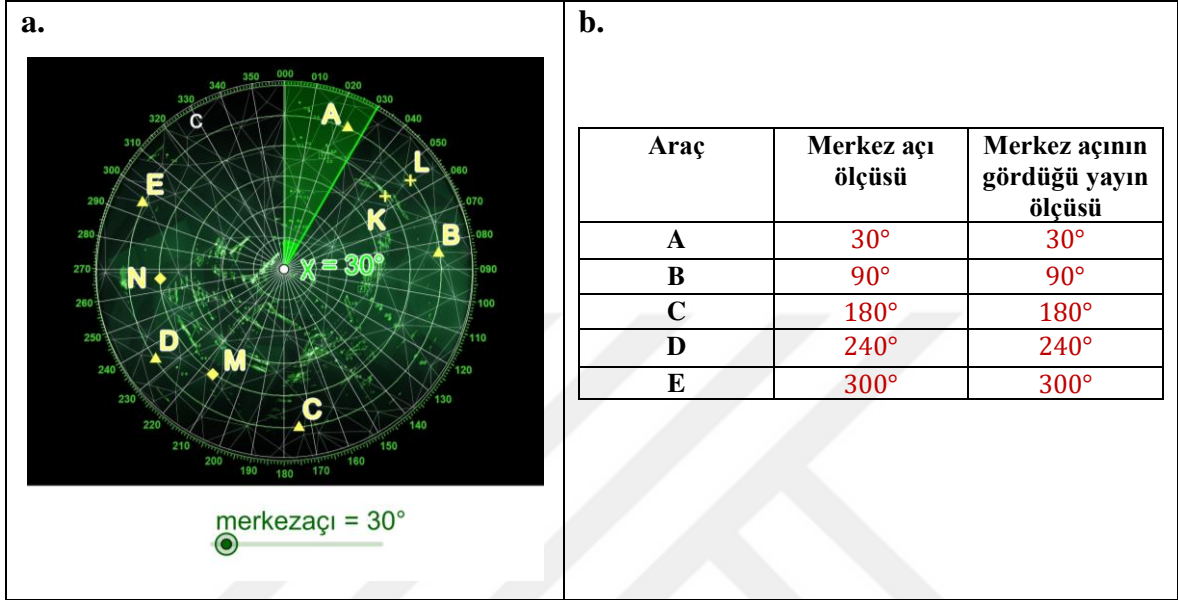
[10] **Eda:** Çizim yaparak açıölçerle bakalım. (Çizim yaparlar.)

[11] **Öğretmen:** İlk tabloyu gördüğünüzde Oya, merkez açı ile gördüğü yayın ölçüsünün birbirine eşit olduğunu söylemişti. Oya'nın bu düşüncesinin nedeni ne olabilir?

[12] Nil: (Radar üzerinde açıklar.) Çünkü burası merkez açı ise yay da burada yani merkez açının kolları arasında kalıyor (Kollarıyla gösterir. Ardından çizdikleri örneği GeoGebra yazılımında sürgülü sistemde gösterir.)

[13] Öğretmen: Bana açıklamanızı destekleyen sayısal örnekler verebilir misiniz?

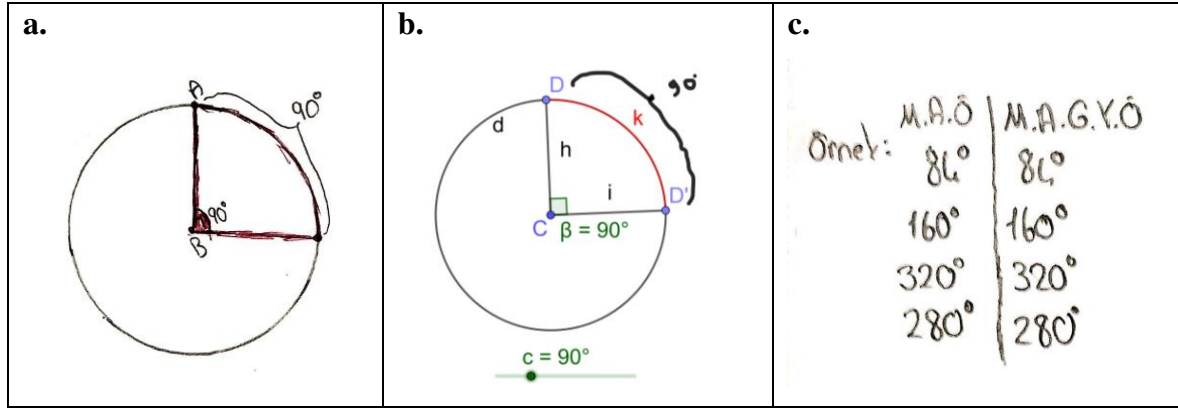
[14] Eda: Tabii ki. (Tablo oluştururlar.)



Şekil 31. Açıklama-Sınıf İçi Ege'nin Radar Ekran Görüntüsü ve Öğrencilerin İş Birliği İçinde Doldurdıkları Tablo

Oya [1] merkez açı ve gördüğü yayın ölçüsüne ilişkin iddiasında ikisinin de eşit olduğunu sözlü olarak belirtmiştir. Ege [2] ise bu ifadeye karşılık radardan bakıp (manipülasyon özelliğinden yararlanır) tabloyu doldurarak veri toplamaya başlamıştır. Öğrenciler *Sürgü* ve *Açı* araçlarını kullanarak merkez açı ve gördüğü yayı dinamik şekil üzerinde gözlemlenmişlerdir (Şekil 31a). A aracı tarandığında merkez açı ile gördüğü yayın ölçüsünün eşit çıkması üzerine Oya [5], başlangıçtaki iddiasının sağlamasına karşılık gülerek ifadesini tekrarlamıştır. Tabloyu doldurdıklarında Ege [6], Oya'nın [1] düşüncesini onaylamıştır (Şekil 31b). Nil [9], Oya'nın [1] düşüncesine açıklık getirmek istemiştir. Eda [10] fark ettikleri bu durumu çizim yaparak açıölçerle kontrol etmiştir (Şekil 32a). Öğretmen [11] öğrencilere tabloyu doldurmadan önce Oya'nın [1] ortaya attığı düşüncenin nedenini sormuştur. Nil [12] yayların merkez açı kolları arasında kaldığını radar üzerinde gösterip, kollarıyla spontane bir çizim yaparak sözlü olarak ifade etmiş ve GeoGebra yazılımında sürgülü bir sistemle göstermiştir (Şekil 32b). Öğretmen [12], Nil'in [12] açıklamasını

destekleyen sayısal örnekler istemiştir. Bunun üzerine Eda [14] tablo üzerinde farklı örnekler vermiştir (Şekil 32c).



Şekil 32. Açıklama-Sınıf İçi Eda'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Nil'in Dinamik Şekli ve Eda'nın Örnek Tablosu

Öğrenciler merkez açı ve gördüğü yayların ölçüsü arasındaki ilişkiyi açıklamaya sözlü ifadeler ile başlamışlardır. Tabloyu doldurmak için radar üzerindeki görsel temsillerden yararlanarak sayısal sonuçlara ulaşmışlardır. Buradan tekrar sözlü ifadeler kullanarak merkez açı ile gördüğü yay arasındaki ilişkiyi açıklamaya çalışmışlar ve çizim üzerinde açıölçer ile doğrulamışlardır. Ardından GeoGebra yazılımında merkez açı ve gördüğü yayın ilişkisine yönelik bir yapı inşa etmişlerdir. Çeşitli sayısal örnekler vererek açıklamalarını sonlandırmışlardır. Buradan öğrencilerin çemberde merkez açılar ve bu açıların gördüğü yaylara ilişkin temsil içi geçiş (sözel-sözel ve çizim-çizim) ve temsiller arası dönüşüm (sözel-nümerik, nümerik-görsel, görsel-sözel, sözel-çizim, çizim-sözel, sözel-görsel ve görsel-nümerik) yaptıkları görülmektedir.

[15] **Oya:** Toplamları 360° olacak.

[16] **Öğretmen:** Nasıl yani?

[17] **Oya:** Burası 60° ise burası 300° olacak. (Parmağıyla ekran üzerinde gösterir.)

[18] **Nil:** (Sürgüyü sürükler.) K aracı için taranan açı 60°. Taranmayan açı $360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$. Bakalım (GeoGebra yazılımında Açı aracını seçerek gösterir.)

[19] **Eda:** Toplamları 360°.

[20] **Oya:** Hepsinin toplamı 360°.

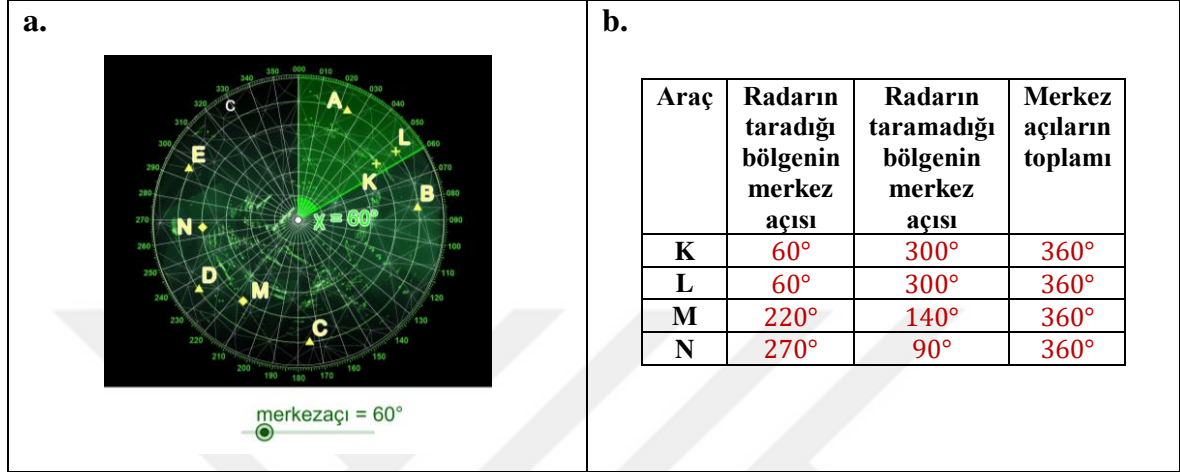
[21] **Eda:** L aracı için taranan açı 60°.

[22] **Oya:** Taranmayan açı 300°.

[23] **Ege:** M aracı için taranan açı 220°. Taranmayan açı 140°.

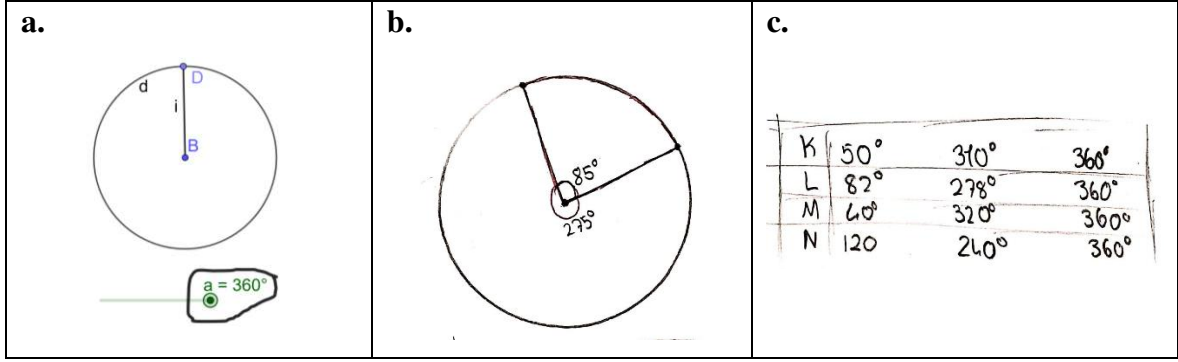
[24] **Nil:** N aracı için taranan açı 270°. Taranmayan açı 90°.

- [25] **Oya:** Hepsinin toplamı 360° dir. Aynı durum tüm çemberler için geçerlidir. Çünkü her çember 360° dir. (GeoGebra üzerinde sürgülü yapı inşa eder.)
- [26] **Ege:** Bütün çemberlerin merkez açıların toplamı 360° dir.
- [27] **Eda:** Çizim yaparak bakalım... $275^\circ + 85^\circ = 360^\circ$ GERÇEKTEN ÖYLE.
- [28] **Öğretmen:** Başka örnekler verebilir misiniz?
- [29] **Ege:** Tablo yapabiliriz. (Tablo oluştururlar. İşlem yaparak doldururlar.)



Şekil 33. Açıklama-Sınıf İçi Nil'in Radar Görüntüsü ve Öğrencilerin İş Birliği İçinde Doldurdıkları Tablo

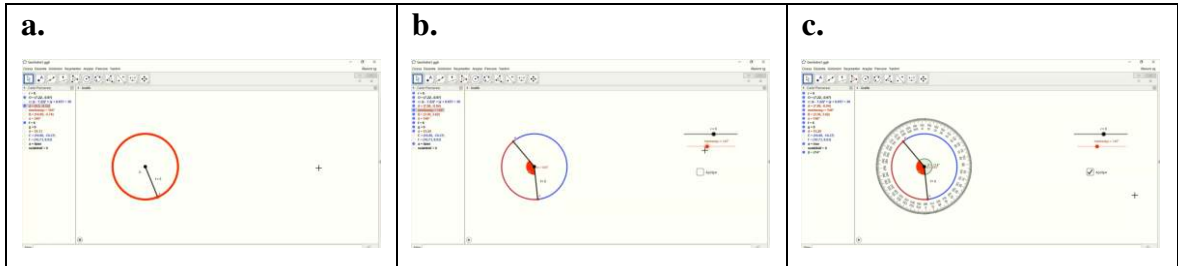
Oya [15] merkez açıların toplamına ilişkin düşüncesini sözlü olarak belirtmiştir. Bunun üzerine öğretmen [16], Oya'dan [15] düşüncesini açmasını istemiştir. Nil [18] sürgü aracıyla tabloda verilen K aracı için radarın taradığı ve taramadığı bölgenin merkez açılarını görsel üzerinde göstermiştir (Şekil 33a). Öğrenciler GeoGebra uygulamasındaki radar yardımıyla tabloyu doldurmuşlardır (Şekil 33b). Oya [25] ulaşılan sonucu sözlü olarak ifade etmiştir. Sözlü ifadesini desteklemek için GeoGebra yazılımında sürgülü bir yapı oluşturmuştur (Şekil 34a). Bu yapı üzerinde sürgü değerini 360° ye getirdiğinde çember üzerinde yer alan C' noktasının başlangıçtaki yerine geldiğini görsel üzerinde göstermiştir. Ege [26] görseli inceleyerek çemberde merkez açıların toplamına yönelik düşüncesini sözlü olarak ifade etmiştir. Bunun üzerine Eda [27] pergeli, cetveli ve açıölçer yardımıyla bakmak istemiştir (Şekil 34b). Kâğıt üzerine çizdiği çemberde, açıölçer ile iki açı belirlemiş ve açıları zihinden toplayarak Ege'yi [26] onaylamıştır. Öğretmenin [28] başka örnekler istemesi üzerine Ege [29] sayısal değerlerin olduğu bir tablo yapma girişiminde bulunmuştur (Şekil 34c). Buradan öğrencilerin temsil içi geçiş (sözel-sözel ve nümerik-nümerik) ve temsiller arası dönüşüm (sözel-görsel, görsel-nümerik, nümerik-sözel, sözel-görsel, görsel-sözel, sözel-çizim ve çizim-nümerik) yaptıkları görülmektedir.



Şekil 34. Açıklama-Sınıf İçi Oya'nın Dinamik Şekli, Eda'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve Ege'nin Örnek Tablosu

4. 1. 6. Açıklama-Sınıf Dışı

Çemberde merkez açıları ve bu açıların gördüğü yaylara yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda açıklama aşamasının sınıf dışı sürecinde keşfetme aşamasındaki GeoGebra uygulaması üzerinde hazırlanan açıklayıcı video GeoGebra Classroom ortamında paylaşılmıştır (Şekil 35). Videoda çember kavramından başlanarak çemberde merkez açıları ve bu açıların gördüğü yaylar üzerinde durulmuştur. Öncelikle öğrencilere sorular yöneltilmiştir. Ardından GeoGebra uygulaması üzerinde araştırmacı tarafından açıklanmıştır. Öğrenciler kendilerine yöneltilen soruları bireysel olarak cevaplandırmışlardır.



Şekil 35. Açıklama-Sınıf Dışı Videosunun Ekran Görüntüleri

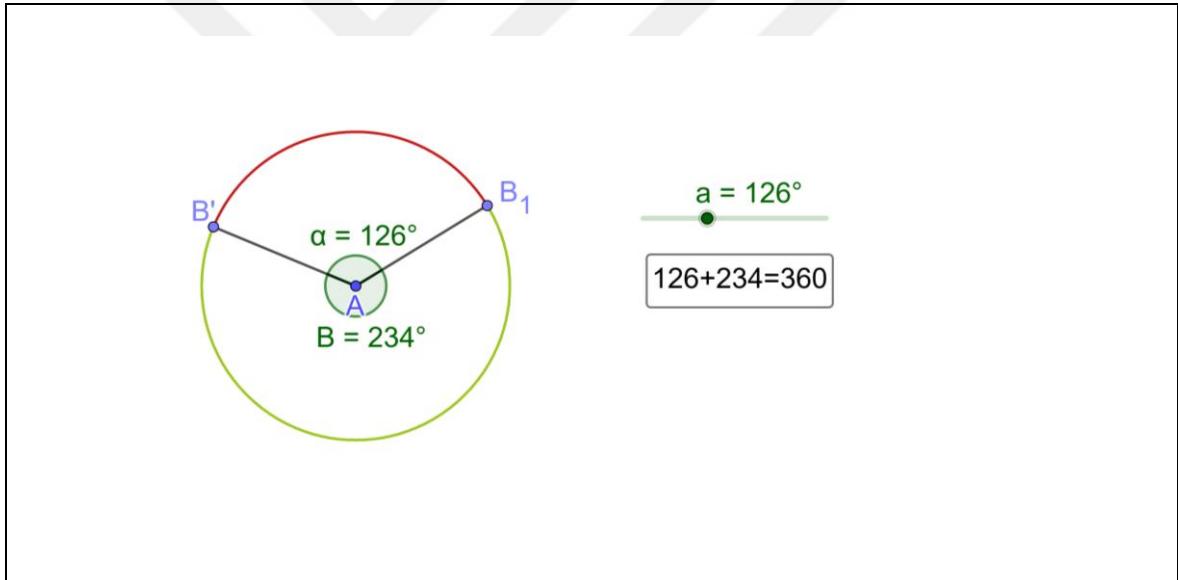
Nil [1] videoda sunulan çizimi çember olarak adlandırmıştır. Çemberin özelliklerinden içinin boş olmasını, köşeleri olmamasını ve sadece çevresinin olmasını yazılı olarak belirtmiştir. Nil [1] çember kavramına ilişkin sözel temsiller kullanmıştır. Buradan Nil'in çember kavramına ilişkin temsil içi geçiş (sözel-sözel) yaptığı görülmektedir. Nil [2] merkez açıyı ve merkez açı ile gördüğü yay arasındaki ilişkiyi yazılı olarak tanımlamıştır. Nil [2] çemberde açı kavramına ilişkin sözel temsil kullanmıştır. Buradan Nil'in çemberde merkez açıları ve bu açıların gördüğü yaylara ilişkin temsil içi geçiş (sözel-sözel) yaptığı

görülmektedir. Nil [3] çemberin tamamının 360° olduğunu yazarak ifade etmiş ve bu duruma yönelik sayısal örnekler vermiştir. Ayrıca bu ifadelerini GeoGebra yazılımındaki dinamik şekli ile desteklemiştir (Şekil 36). Buradan Nil'in çemberde merkez açılar toplamına ilişkin temsiller arası dönüşüm (sözel-nümerik ve nümerik-görsel) yaptığı görülmektedir. Ege, Oya ve Eda da açıklamalarında aynı temsillere yer vermişlerdir.

[1] Nil: Çember diye adlandırılır. Çünkü çemberin içi boş olur, çemberin köşeleri yoktur ve sadece çevresi bulunur.

[2] Nil: Merkez açı çemberin merkezinde olan açıya denir. Yay açının iki kolu arasında kalan parçadır. Merkez açı ile çember yayının ölçüsü birbirlerine eşit olmak zorundadır. Çünkü merkez açı ile kolları arasında kalan çember yayı birbirine bağlıdır. Merkez açı kaç dereceyse yay da ona eşittir.

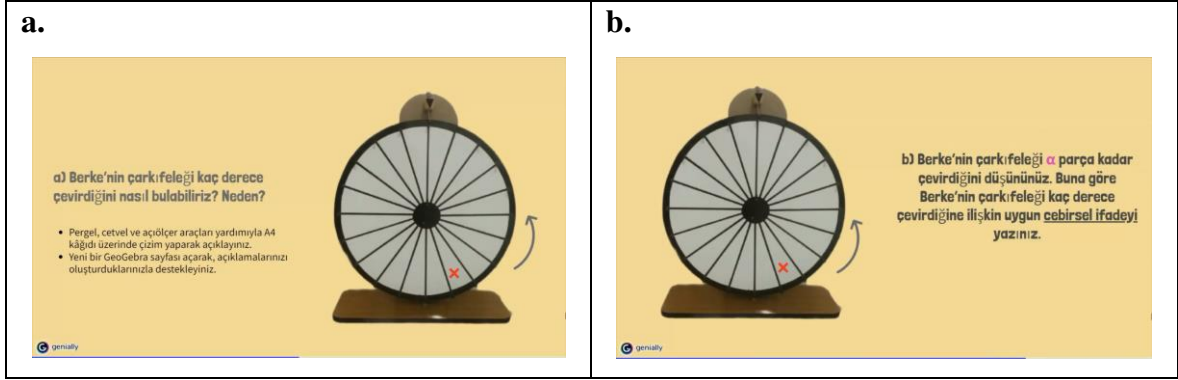
[3] Nil: Kırmızı yayın ölçüsü 126° dir. Çemberin diğer merkez açısı 234° dir. Çemberin tamamı 360° dir. $360^\circ - 126^\circ = 234^\circ$ bulunur. Merkez açı sürgüsünü hareket ettirdikçe merkez açı ile yayın genişlediğini ve daraldığını görebiliriz.



Şekil 36. Açıklama-Sınıf Dışı Nil'in Dinamik Şekli

4. 1. 7. Derinleştirme-Sınıf Dışı

Çemberde merkez açılar ve bu açıların gördüğü yaylara yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda derinleştirme aşamasının sınıf dışı sürecinde günlük bağlam içeren bir problem durumu video hâlinde GeoGebra Classroom ortamına yüklenmiştir (Şekil 37). Videoda bir çarkıfeleğin tam turdan az çevrilerek işaretli bölmenin tam üzerine geldiği belirtilmiş ve çarkıfeleğin kaç derece döndüğünün nasıl bulunabileceği sorgulanmıştır. Ayrıca öğrencilerden çarkıfeleğin α parça kadar dönmesi durumunda kaç derece döndüğüne dair bir cebirsel ifade yazmaları istenmiştir. Her öğrenci etkinliği bireysel tamamlamıştır.

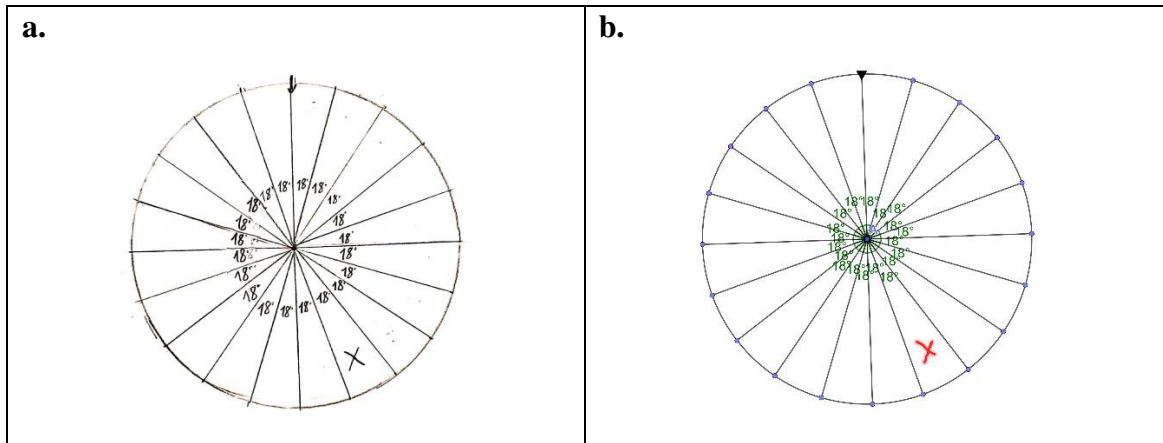


Şekil 37. Derinleştirme-Sınıf Dışı Videosunun Ekran Görüntüleri

[1] **Ege:** Çemberin çevresi 360° dir. Çarkıfelek üzerinde, eşit parçalara bölünmüş, 20 parça vardır. Her bir parçanın kaç derece olduğunu bulmak için 360° 'yi 20'ye böldüğümüzde bir parçanın 18° olduğunu görürüz. Berk'in çarkıfeleği kaç derece döndürdüğünü bulmak için ise işaretli olan kısım ve ibre arasında kaç parça olduğunu bulmalıyız. İşaretli kısım ve ibre arasında kalan parçaları saydığımızda 8 parça olduğunu görürüz. $8 \times 18^\circ = 144^\circ$ olduğunu söyleyebiliriz.

[2] **Ege:** α parça olduğunu düşünürsek $360^\circ \div 20 = 18^\circ$ $18^\circ \times \alpha = 18\alpha$ olur.

Ege [1] etkinliği yapmaya yazılı ifadeler ile başlamıştır. Ardından çarkıfeleğin kaç derece döndüğünü sayısal olarak ifade etmiştir. Daha sonra kâğıt üzerinde pergel ve açıölçer yardımıyla göstermiştir (Şekil 38a). Ege [2] dönen parça sayısının belirsiz olduğu durumda kaç derece döndüğünü bilinmeyen kullanarak belirtmiştir. Ulaştığı sonuçların doğruluğunu GeoGebra yazılımında kontrol etmiştir (Şekil 38b). Buradan Ege'nin çember parçasının ölçüsüne ilişkin temsiller arası dönüşüm (sözel-nümerik, nümerik-çizim, çizim-cebirsel ve cebirsel-görsel) yaptığı görülmektedir. Nil, Oya ve Eda da açıklamalarında aynı temsillere yer vermişlerdir.



Şekil 38. Derinleştirme-Sınıf Dışı Ege'nin Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve Dinamik Şekli

4. 1. 8. Derinleştirme-Sınıf İçi



Şekil 39. Derinleştirme-Sınıf İçi Dönme Dolap Görüntüsü

Çemberde merkez açılar ve bu açıların gördüğü yaylara yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda derinleştirme etkinliği grup olarak gerçekleştirilmiştir. Sunulan etkinlikte günlük bağlam kapsamında 42 kabinli bir dönme dolaptaki iki kabin arasında kalan merkez açı, kabinler arasında kalan merkez açılar toplamı ve iki kabin arasındaki merkez açının cebirsel olarak nasıl ifade edilebileceği sorgulanmıştır (Şekil 39).

[1] **Öğretmen:** İki kabin arası merkez açıyı nasıl buldunuz?

[2] **Nil:** Bir çember 360° dir. 360° yi 42'ye böldük. Sonra $8,5^\circ$ çıktı, yaklaşık.

[3] **Öğretmen:** Kesir olarak en sade nasıl yazarsınız?

[4] **Eda:** Sadeleştiririz. $\frac{60}{7}$.

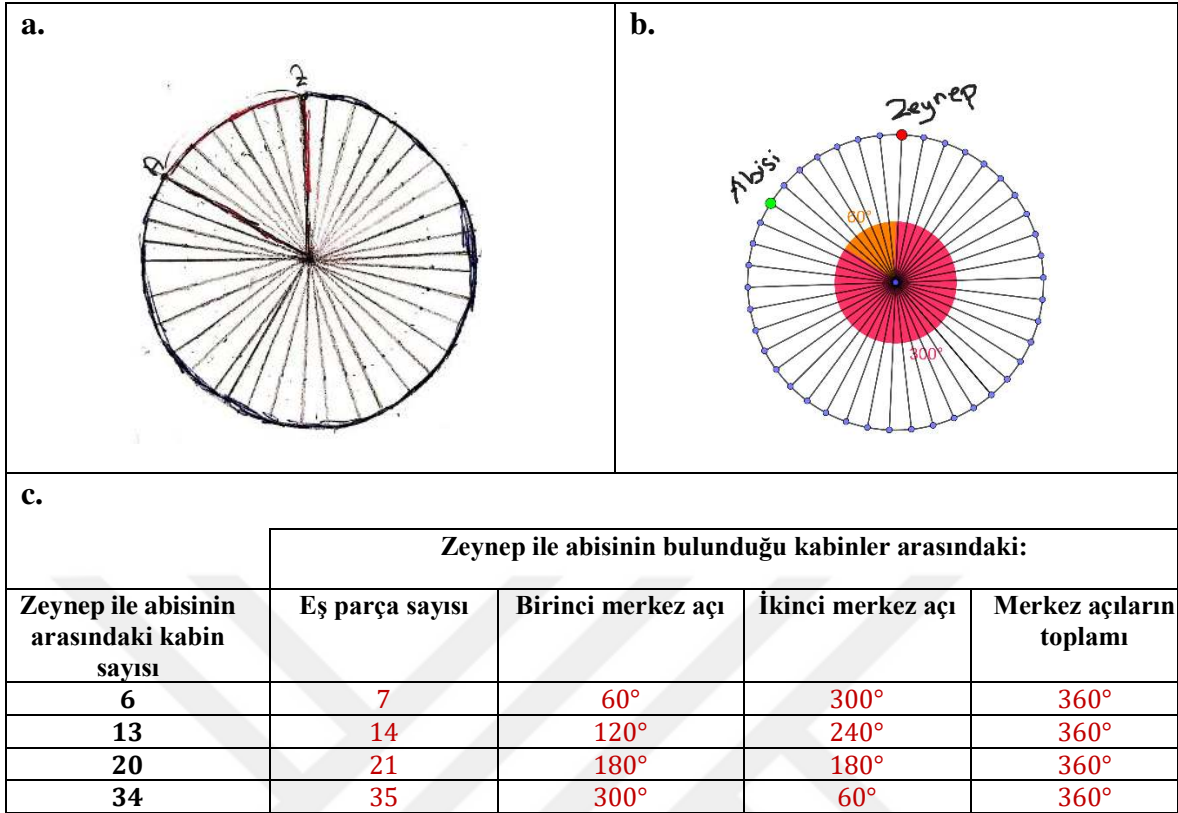
[5] **Oya:** Pergel ile çizerek açıklamamızı destekleyelim.

[6] **Ege:** Yarıçapı 3 cm yapalım.

[7] **Eda:** Çizdiğimiz çemberi 42 eş parçaya ayıracağız.

[8] **Nil:** Bunu dönme dolap olarak kabul edersek... 42 tane kabin yapacağız.

[9] **Oya:** Yaklaşık $8,5^\circ$ olacak.



Şekil 40. Derinleştirme-Sınıf İçi Nil'in Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Oya'nın Dinamik Şekli ve Öğrencilerin İş Birliği İçinde Doldurdıkları Tablo

Öğretmenin [1] yöntemlerini açıklamasını istemesi üzerine Nil [2] iki kabin arasındaki açıyı nasıl bulduklarını öğretmene sözlü ifadelerle açıklamıştır. Nil [2] tam açıyı kabin sayısına bölerek, her iki kabin arasındaki açıyı ondalık gösterim olarak ifade etmiştir. Öğretmenin [3] kesir olarak nasıl ifade edilebileceğini sorması üzerine Eda [4] tam açının kabin sayısına bölümünü sadeleştirme yaparak sayısal olarak ifade etmiştir. Buradan öğrencilerin kabinler arasındaki merkez açıya ilişkin temsil içi geçiş (nümerik-nümerik) yaptıkları görülmektedir. Tartışmanın devamında Oya [5] buldukları sonucun sağlayıp sağlamadığını görmek için çizim üzerinde bakmak istemiştir. Öğrenciler çember çizerek, açıölçer aracılığıyla 8,5° lik merkez açıları oluşturmuşlardır (Şekil 40a). Çizimin sonucunda 42 eş kabin ortaya çıkmıştır. Buradan öğrencilerin iki kabin arasındaki merkez açıya ilişkin temsiller arası dönüşüm (nümerik-sözel ve sözel-çizim) yaptıkları görülmektedir.

[10] **Nil:** Zeynep burada ise arada 6 kabin var. Abisi burada olur. (Çizim üzerinde işaretler.)

[11] **Eda:** Aralarındaki eş parça sayısı 7 olur. Merkez açıların toplamı 360° olur.

[12] **Oya:** Bakalım. $\frac{60}{7} \times 7 = 60^\circ$. Diğer merkez açı $360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$.

(Tablonun devamını aynı şekilde doldururlar.)

[13] **Öğretmen:** Başka nasıl bulurdunuz?

[14] **Ege:** Açıölçerle ölçerdik.

(Ece bunun üzerine, GeoGebra yazılımında *Açı* aracını seçerek ölçer ve toplar.)

[15] **Oya:** 360° .

[16] **Öğretmen:** Elimizde GeoGebra yazılımı yok. Görsel de yok nasıl yaparız?

[17] **Eda:** 42 aralık var. Diğer merkez açı için 42'den yedi çıkarırsak 35 aralık. 35 ile $\frac{60}{7}$ 'yi çarpabiliriz.

[18] **Nil:** $42 - 7 = 35$ $35 \times \frac{60}{7} = 300^\circ$ sağladı.

[19] **Öğretmen:** Diğerleri için sağlıyor mu?

[20] **Eda:** $(42 - 14 = 28 \quad 28 \times \frac{60}{7} = 240^\circ)$ $(42 - 21 = 21 \quad 21 \times \frac{60}{7} = 180^\circ)$

[21] **Ege:** $(42 - 35 = 7 \quad 7 \times \frac{60}{7} = 60^\circ)$

[22] **Nil:** Hepsi sağladı.

...

[23] **Öğretmen:** 42 kabin varken iki kabin arasındaki merkez açının ölçüsünü nasıl buldunuz?

[24] **Ege:** Çemberin tamamının açısını kabin sayısına böldük.

[25] **Öğretmen:** Peki α kabinli olduğunda iki kabin arasındaki merkez açı ölçüsünü nasıl bulursunuz?

[26] **Eda:** $\frac{360^\circ}{\alpha}$

[27] **Öğretmen:** Zeynep ile abisi α kabinli bir dönme dolaba biniyor. Aralarındaki eş parça sayısı ise b tane. Merkez açıyı cebirsel olarak nasıl ifade edersiniz?

[28] **Eda:** $\frac{360^\circ}{\alpha} \times b$

[29] **Nil:** α dönme dolabın kabin sayısı. b aralarındaki eş parça sayısı.

[30] **Oya:** Örnek verirse: $\frac{360^\circ}{20} = 18^\circ$ $18^\circ \times 7 = 126^\circ$

$\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$ $30^\circ \times 5 = 150^\circ$

$\frac{360^\circ}{36} = 10^\circ$ $10^\circ \times 9 = 90^\circ$

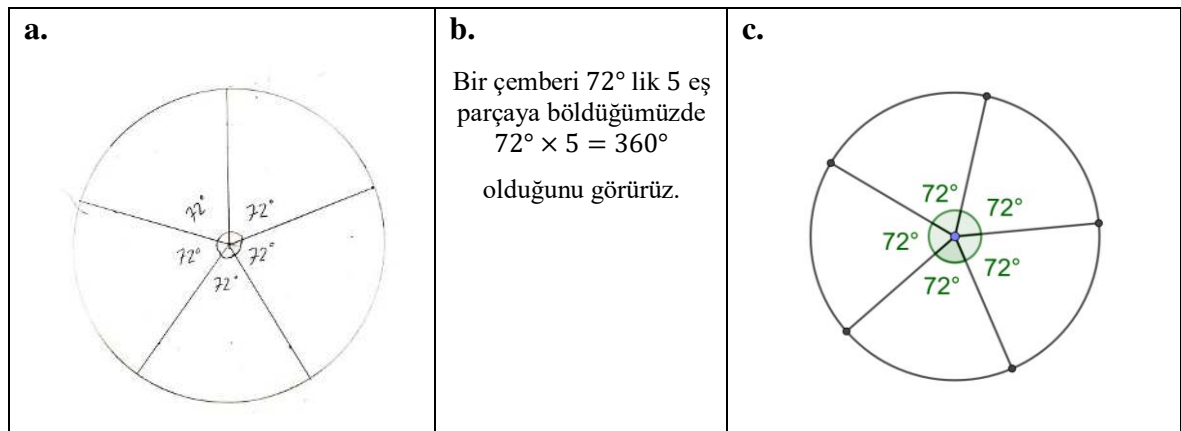
Nil [10] tabloda verilen değerden yararlanarak, Zeynep ile abisinin kabinlerini çizim üzerinde göstermiştir. Eda [11] tabloda istenilen diğer değerlere bakmadan direkt merkez açıları toplamına odaklanmış ve 360° olacağını sözlü olarak iddia etmiştir. Bunun üzerine Oya [12] kabinler arasındaki eş parça sayısı ile her bir parçanın merkez açısını çarparak birinci merkez açıyı bulmuştur. Ardından ikinci merkez açı için tam açıdan birinci merkez açıyı çıkarmıştır. Öğrenciler tablonun tamamını bu şekilde doldurmuşlardır (Şekil 40c). Aslında öğrencilerin hepsinin Eda'nın [11] düşüncesini kabul ederek tabloyu doldurmaya çalıştığı söylenebilir. Bunun üzerine öğretmen [13] öğrencilerden başka yöntem önerileri istemiştir. Oya, dinamik şekil üzerinde merkez açıları, *Açı* aracıyla bularak toplamış ve aynı sonuca ulaşmıştır (Şekil 40b). Öğretmen [16] açıölçer ve GeoGebra yazılımının olmadığı bir durumda tablonun nasıl doldurulabileceğini düşünmelerini istemiştir. Eda [17] ikinci merkez

açı için eş parça sayısını bularak işlem yapmıştır. Öğrenciler tablodaki diğer değerler için de aynı işlemi yapmış ve sağladıklarını görmüşlerdir. Buradan öğrencilerin çemberde merkez açıları toplamına ilişkin temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel, sözel-nümerik, nümerik-görsel ve görsel-nümerik) yaptıkları görülmektedir.

Öğrencilerin son bölümde sessiz kalmalarının üzerine öğretmen [23] kabin sayısı belli iken iki kabin arasındaki merkez açı ölçüsünü nasıl bulduklarını sormuştur. Ege [24] bu duruma ilişkin açıklamasını sözlü olarak ifade etmiştir. Öğretmenin α kabin olduğunda iki kabin arasındaki merkez açıyı sorması üzerine Eda [26] $\frac{360^\circ}{\alpha}$ cebirsel ifadesini yazmıştır. Öğretmen [27], Zeynep ile abisinin bu dönme dolapta aralarında b tane parça bulunduğunu belirtmiştir. Eda [28] öğretmenin bu ifadesinden yola çıkarak, bilinmeyenli durumlarda aradaki merkez açıyı veren cebirsel ifadeyi kâğıda yazmıştır. Eda [30] yazdığı cebirsel ifadenin doğruluğunu kontrol etmek amacıyla sayısal örnekler vermiştir. Buradan öğrencilerin dönme dolap üzerindeki merkez açıya ilişkin temsiller arası dönüşüm (sözel-cebirsel ve cebirsel-nümerik) yaptıkları görülmektedir.

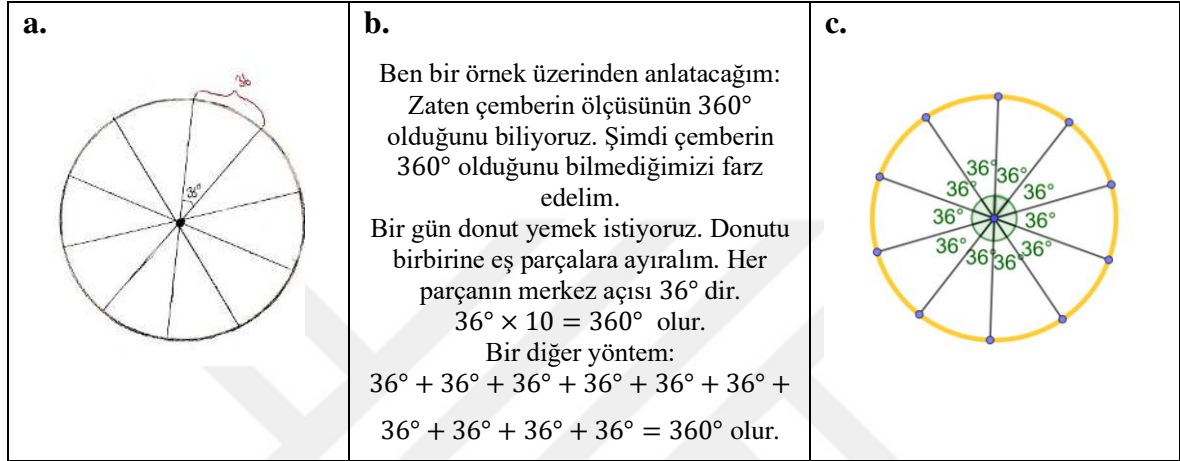
4. 1. 9. Değerlendirme-Sınıf Dışı

Çemberde merkez açıları ve bu açıların gördüğü yaylara yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda değerlendirme aşamasının sınıf dışı sürecinde öğrencilerin öz değerlendirme yapmasını sağlamak için geri bildirimli etkinlik GeoGebra Classroom ortamında paylaşılmıştır. Etkinlik içerisindeki problem durumunda bir çemberde merkez açıları toplamının 360° olduğu bilgisi verilerek nedeni sorgulanmıştır. Her öğrenci etkinliği bireysel tamamlamıştır.



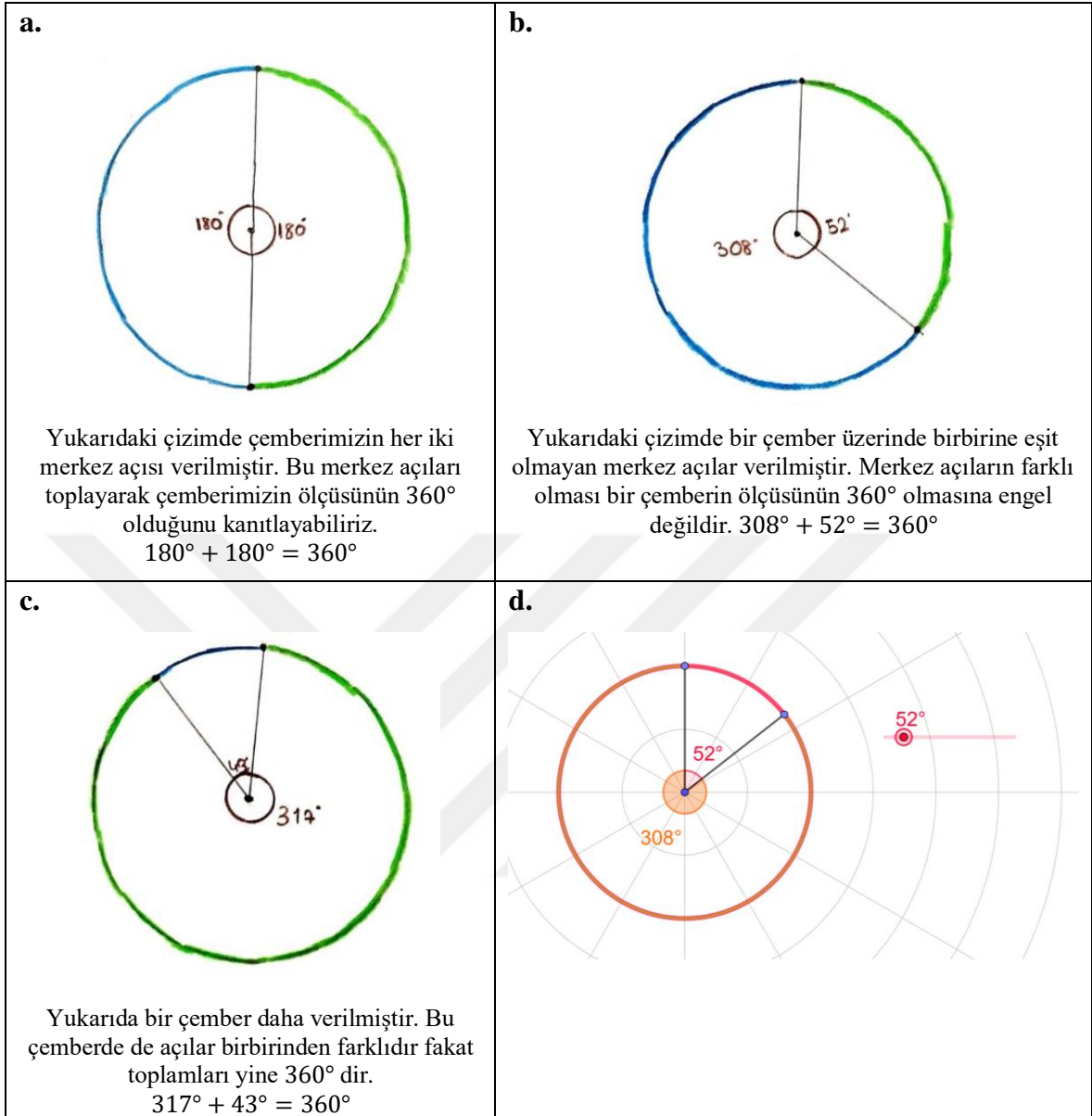
Şekil 41. Değerlendirme-Sınıf Dışı Ege'nin Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Açıklaması ve Dinamik Şekli

Ege açıklamasına kâğıt üzerine bir çember çizip, çemberi açıölçer ile 72° lik parçalara ayırarak başlamıştır (Şekil 41a). Çizdiği parçaları sayarak 5 eş parça olduğunu fark etmiştir. Bunun üzerine bir parçanın merkez açısı ile parça sayısını çarparak tam açı elde etmiştir. Ardından bu ifadesini GeoGebra yazılımındaki dinamik şekli ile doğrulamıştır (Şekil 41b). Buradan Ege'nin çemberde merkez açıları toplamına ilişkin temsiller arası dönüşüm (çizim-nümerik ve nümerik-görsel) yaptığı görülmektedir.



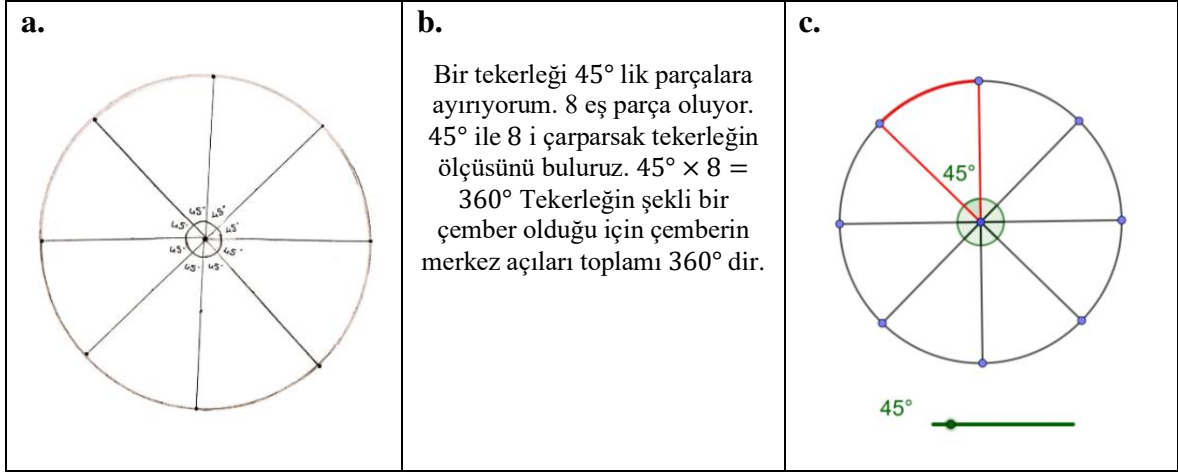
Şekil 42. Değerlendirme-Sınıf Dışı Nil'in Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Açıklaması ve Dinamik Şekli

Nil açıklamasına çemberde merkez açıları toplamına ilişkin bilgisi olmadığını farz ederek başlamıştır. Bunun için donut (tatlı çörek) örneğini vermiştir. Ardından donutun resmini kâğıt üzerine çizmiştir (Şekil 42a). Açıölçer yardımıyla donutu 36° lik parçalara ayırarak, eş parça sayısını bulmuştur. Parçaların merkez açısı ile parça sayısını çarparak çemberin merkez açısının tam açı olduğunu göstermiştir (Şekil 42c). Çemberin tamamın açısını bulmak için izlediği diğer bir yöntem ise parça sayısı kadar merkez açıyı toplamak olmuştur. Buradan Nil'in temsil içi geçiş (nümerik-nümerik) yaptığı görülmektedir. Açıklamasının doğruluğunu GeoGebra yazılımındaki oluşturduğu dinamik şekil ile kontrol etmiştir (Şekil 42b). Buradan Nil'in çemberde merkez açıları toplamına ilişkin temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim, çizim-nümerik ve nümerik-görsel) yaptığı görülmektedir.



Şekil 43. Değerlendirme-Sınıf Dışı Oya'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimleri, Açıklamaları ve Dinamik Şekli

Oya çemberde merkez açıları toplamını açıklamaya kâğıt üzerine pergel, cetvel ve açıölçer ile farklı örnekler çizerek başlamıştır (Şekil 43a, Şekil 43b, Şekil 43c). Yarıçapı eşit olarak çizdiği her bir çember üzerinde farklı merkez açıları toplayarak toplamı 360° olduğunu yazılı ve sayısal olarak belirtmiştir. Ardından GeoGebra yazılımında, çember üzerinde sürgüye bağlı bir açı oluşturarak (manipülasyon özelliği) çizimi üzerindeki değerlerin kontrolünü sağlamıştır (Şekil 43d). Buradan Oya'nın çemberde merkez açıları toplamına ilişkin temsil içi geçiş (görsel-görsel) ve temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel, sözel-nümerik ve nümerik-görsel) yaptığı görülmektedir.

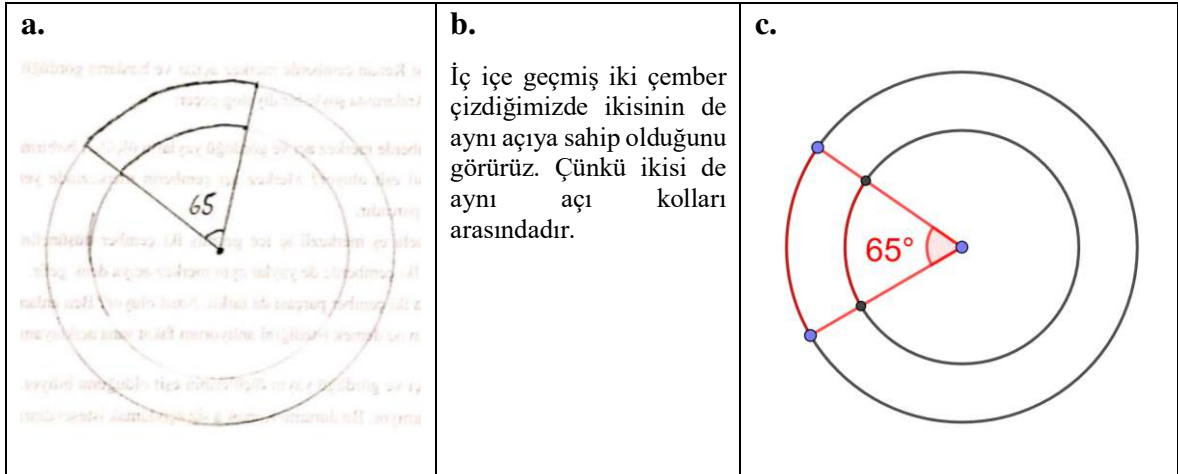


Şekil 44. Değerlendirme-Sınıf Dışı Eda'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Açıklaması ve Dinamik Şekli

Eda açıklamasına kâğıt üzerine pergeli ve cetveli araçları ile bir tekerlek çizerek başlamıştır (Şekil 44a). Açıkölçer yardımıyla tekerleği 45° lik parçalara ayırmıştır. Bir parçanın derecesi ile parça sayısını çarparak çemberin merkez açıları toplamının 360° olduğunu göstermiştir. Ardından çizim üzerinde yaptıklarını yazılı olarak ifade etmiştir. Ulaştığı sonucun doğruluğunu GeoGebra yazılımında oluşturduğu dinamik şekil ile kontrol etmiştir (Şekil 44c). Buradan Eda'nın çemberde merkez açıları toplamına ilişkin temsiller arası dönüşüm (çizim-nümerik, nümerik-sözel ve sözel-görsel) yaptığı görülmektedir.

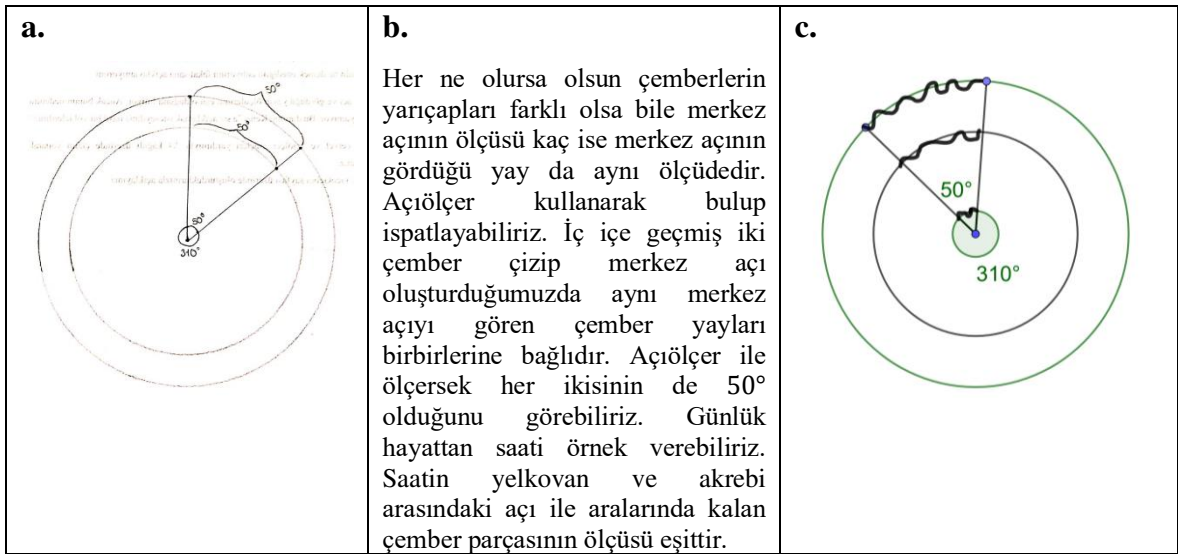
4. 1. 10. Değerlendirme-Sınıf İçi

Çemberde merkez açıları ve bu açıların gördüğü yaylara ilişkin hazırlanan ders planı doğrultusunda biçimlendirici değerlendirme etkinliklerinin en üst seviyesi olan değerlendirme aşamasının sınıf içi sürecindeki etkinliği öğrenciler bireysel olarak tamamlamıştır. Etkinlik içindeki açık uçlu problem durumunda herhangi bir çemberde merkez açı ve bu açının gördüğü yayın ölçüsünün eşit olduğu bilgisi verilmiştir. Ardından bu iki durum arasındaki ilişkinin nedeni sorgulanmıştır.



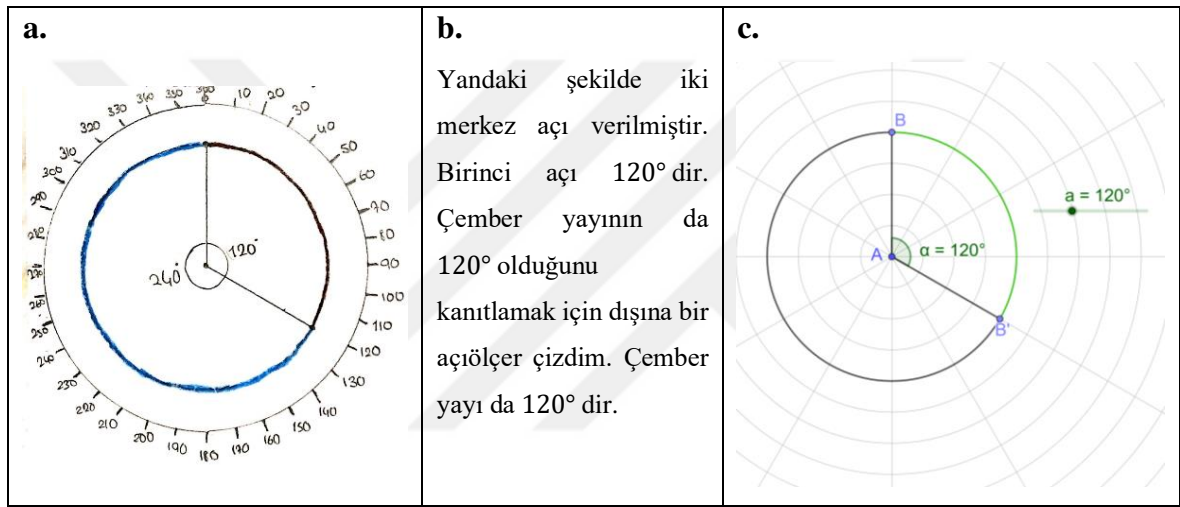
Şekil 45. Değerlendirme-Sınıf İçi Ege'nin Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Açıklaması ve Dinamik Şekli

Ege açıklamalarına kâğıt üzerine pergel ve cetvel araçlarıyla merkezleri çakışık olan iç içe geçmiş iki çember çizerek başlamıştır (Şekil 45a). Çember üzerinde 65° lik merkez açı oluşturarak merkez açının kolları arasında kalan çember parçalarını kalemle belirginleştirmiştir. Aynı açının kolları arasında kalan çember parçalarının merkez açığa eşit olduğunu yazılı olarak ifade etmiştir (Şekil 45b). Ardından GeoGebra yazılımında merkezleri çakışık iç içe geçmiş iki tane çember ile göstermiştir (Şekil 45c). Buradan Ege'nin çemberde merkez açı ve bu açının gördüğü yayın ölçüsüne ilişkin temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel ve sözel-görsel) yaptığı görülmektedir.



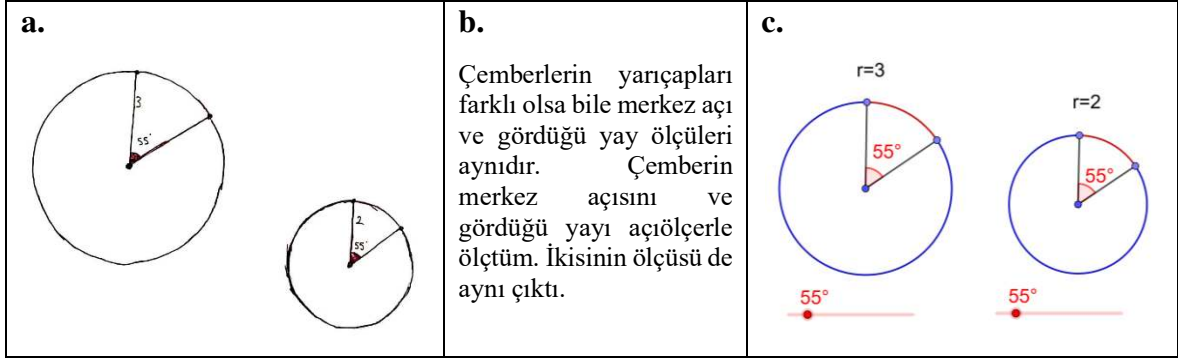
Şekil 46. Değerlendirme-Sınıf İçi Nil'in Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Açıklaması ve Dinamik Şekli

Nil merkez açı ile gördüğü yay arasındaki ilişkiyi yazılı olarak ifade ederek açıklamalarına başlamıştır (Şekil 46b). Daha sonra kâğıt üzerinde iç içe geçmiş iki çember çizmiş ve açıölçerle 50° lik merkez açı belirlemiştir (Şekil 46a). Merkez açının gördüğü yayları da açıölçerle ölçerek eşit olduğunu yazılı olarak ifade etmiştir. Günlük hayattan saat üzerindeki akrep ve yelkovan örneğini vererek betimsel bir açıklama yapmıştır (Şekil 46b). GeoGebra yazılımındaki inşası ve çizimi bu durumu tekrar ifade etmiştir (Şekil 46c). Buradan Nil'in çemberde merkez açı ve bu açının gördüğü yayın ölçüsüne ilişkin temsil içi geçiş (sözel-sözel) ve temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim, çizim-görsel ve görsel-çizim) yaptığı görülmektedir.



Şekil 47. Değerlendirme-Sınıf İçi Oya'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Açıklaması ve Dinamik Şekli

Oya kâğıt üzerine çember çizerek açıölçerle 120° ve 240° lik iki merkez açı ve bu açıların gördüğü yayları göstermiştir. Merkez açıların gördüğü yayları kırmızı ve mavi kalemle belirginleştirmiştir. Merkez açı ile gördüğü yayların eşit olduğunu kanıtlamak için çemberin dışına bir açıölçer çizmiştir (Şekil 47a). Açıölçerden yayların ölçülerine bakıldığında merkez açı ile eşit çıktığını yazılı olarak ifade etmiştir. Ardından GeoGebra yazılımında *Sürgü* aracını da kullanıp bir dinamik şekil oluşturarak doğruluğunu kontrol etmiştir (Şekil 47c). Buradan Oya'nın çemberde merkez açı ve bu açının gördüğü yayın ölçüsüne ilişkin temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel ve sözel-görsel) yaptığı görülmektedir.



Şekil 48. Değerlendirme-Sınıf İçi Eda'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Açıklaması ve Dinamik Şekli

Eda yarıçapı farklı iki çember çizerek, açıölçerle 55° lik merkez açılar ayarlamıştır (Şekil 48a). Merkez açılarının gördüğü yayların ölçülerini açıölçer yardımıyla ölçerek merkez açılarla eşit çıktıklarını yazılı olarak ifade etmiştir (Şekil 48b). GeoGebra yazılımında *Sürgü* aracını kullanarak oluşturduğu farklı yarıçap uzunluklarına sahip çemberler ile çizimini desteklemiştir (Şekil 48c). Buradan Eda'nın çemberde merkez açı ve bu açının gördüğü yay ölçüsüne ilişkin temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel ve sözel-görsel) yaptığı görülmektedir.

Çemberde merkez açılar ve bu açılarının gördüğü yaylar kazanımına yönelik bulgular sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımı aşamalarına ve süreçlerine göre Tablo 13'te özetlenmiştir. Öğrenciler bütün aşamalarda farklı temsil sistemlerini (sözel, nümerik, çizim, görsel ve cebirsel) kullanmışlardır. Diğer aşamalardan farklı olarak derinleştirme aşamasında öğrenciler, cebirsel temsillere yer vermişlerdir. Ayrıca spontane temsil kullanımları giriş-sınıf içi ve açıklama-sınıf içi süreçlerde ortaya çıkmıştır. Temsil dönüşümlerinin ise keşfetme, açıklama, derinleştirme aşamalarının sınıf içi süreçlerinde arttığı tespit edilmiştir (bkz. Tablo 13).

Tablo 13. Sorgulayıcı 5E Modeli ile Bütünleştirilmiş Ters-Yüz Sınıf Yaklaşımına Göre Birinci Öğretim Bölümünde Kullanılan Temsiller ve Semiyotik Eylemler

Aşama	Kavram	Kullanılan Temsil	Semiyotik Eylem
Giriş-Sınıf Dışı	Çember	Yazılı açıklamalar (Nil [1]) Günlük hayat örnekleri	Temsil içi geçiş (sözel-sözel)
		Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 19a)	Temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim)
		Yazılı açıklama (Nil [2])	Temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel)
		GeoGebra çizimi (etkileşim, simülasyon) (Şekil 20b)	Temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim)
Giriş-Sınıf Dışı	Çemberde Merkez Aç	Yazılı açıklama (Nil [1])	Temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim)
		Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 22a)	Temsiller arası dönüşüm (çizim-görsel)
		Dinamik şekil (etkileşim, inşa, manipülasyon) (Şekil 22b)	Temsil içi geçiş (görsel-görsel)
Keşfetme-Sınıf Dışı	Çember Parçası (Yay)	Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 24a)	Temsil içi geçiş (çizim-çizim)
		GeoGebra çizimi (etkileşim, simülasyon) (Şekil 24b)	Temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel)
		Yazılı açıklama (Nil [3])	
Keşfetme-Sınıf Dışı	Yarıçap ile Merkez Aç İlişkisi	Sayısal değerler (sürgü, $r = 1, 2, 3, 4, \dots, 9$ ve 10)	Temsil içi geçiş (nümerik-nümerik)
			Temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel)
		Dinamik şekil (etkileşim, manipülasyon) (Şekil 26a)	Temsil içi geçiş (görsel-görsel)
			Temsiller arası dönüşüm (görsel-sözel)
Keşfetme-Sınıf Dışı	Yarıçap ile Merkez Aç İlişkisi	Yazılı açıklamalar (Nil [1])	Temsil içi geçiş (sözel-sözel)
		Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 25b)	Temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim)

Giriş -Sınıf içi	Çember	Sözlü açıklamalar (Ege [2]) Spontane çizim (Ege [2]) Dinamik şekil (navigasyon, notlarla açıklama) (Şekil 27a) Sözlü açıklama (Eda [3])	Temsil içi geçiş (sözel-sözel) Temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim) Temsiller arası dönüşüm (çizim-görsel) Temsiller arası dönüşüm (görsel-sözel)
	Çemberde Merkez Açığı	Sözlü açıklama (Ege [6]) GeoGebra çizimi (notlarla açıklama) (Şekil 27a) Sözlü açıklamalar (Ege [8], Oya [9])	Temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim) Temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel) Temsil içi geçiş (sözel-sözel)
	Çember Parçası	GeoGebra çizimi (notlarla açıklama) (Şekil 28b) Sözlü açıklama (Ege [2])	Temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel)
Keşfetme -Sınıf içi	Çemberde Merkez Açıklar ve Bu Açıkların Gördüğü Yaylar	Sayısal değerler (sürgü, tablo) (Şekil 29a ve Şekil 29b) Dinamik şekil (etkileşim, navigasyon, manipülasyon) (Şekil 29a) GeoGebra çizimi (notlarla açıklama) (Şekil 29a) Sözlü açıklamalar (Oya [2], Nil [3], Oya [4], Eda [6], Oya [7], Eda [8], Eda [10])	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel) Temsiller arası dönüşüm (görsel-çizim) Temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel) Temsil içi geçiş (sözel-sözel)
	Çemberde Merkez Açıklar Toplamı	Sayısal değerler (sürgü, tablo) (Şekil 30b ve Şekil 30c) Dinamik şekil (etkileşim, notlarla açıklama, manipülasyon) (Şekil 30b) Sözlü açıklamalar (Oya [11], Nil [12], Oya [13], Eda [14]) Kâğıt-kalem çizimleri (Şekil 30a) Örnek değerler Dinamik şekil (etkileşim, manipülasyon) (Şekil 30b)	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel) Temsiller arası dönüşüm (görsel-sözel) Temsil içi geçiş (sözel-sözel) Temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim) Temsil içi geçiş (çizim-çizim) Temsiller arası dönüşüm (çizim-nümerik) Temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel)

Açıklama - Sınıf içi	Çemberde Merkez Açılar ve Bu Açılarn Gördüğü Yaylar	Sözlü açıklama (Oya [1])	Temsiller arası dönüşüm (sözel-nümerik)
		Sayısal değerler (sürgü, tablo) (Şekil 31a ve Şekil 31b)	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel)
		Dinamik şekil (etkileşim, manipülasyon) (Şekil 31a)	Temsiller arası dönüşüm (görsel-sözel)
		Sözlü açıklamalar (Oya [5], Ege [6], Nil [7], Oya [8], Nil [9])	Temsil içi geçiş (sözel-sözel)
		Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 32a) Spontane çizim (Nil [12])	Temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim)
		Sözlü açıklama (Nil [12])	Temsil içi geçiş (çizim-çizim)
		Dinamik şekil (navigasyon, etkileşim, notlarla açıklama, inşa, manipülasyon) (Şekil 32b)	Temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel)
		Örnek sayısal değerler (tablo) (Şekil 32c)	Temsiller arası dönüşüm (sözel-görsel)
	Çemberde Merkez Açılar Toplamı	Sözlü açıklamalar (Oya [15], Oya [17])	Temsiller arası dönüşüm (görsel-nümerik)
		Dinamik Şekil (etkileşim, manipülasyon) (Şekil 33a)	Temsil içi geçiş (sözel-sözel)
		Sayısal değerler (sürgü, tablo) (Şekil 33a ve Şekil 33b)	Temsiller arası dönüşüm (sözel-görsel)
		Sözlü açıklamalar (Oya [25], Ege [26])	Temsiller arası dönüşüm (görsel-nümerik)
		Dinamik şekil (navigasyon, etkileşim, notlarla açıklama, inşa, manipülasyon) (Şekil 34a)	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-sözel)
		Sözlü açıklama (Ege [26])	Temsil içi geçiş (sözel-sözel)
		Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 34b)	Temsiller arası dönüşüm (sözel-görsel)
		Örnek sayısal değerler (tablo) (Şekil 33c)	Temsiller arası dönüşüm (görsel-sözel)

Açıklama -Sınıf Dışı	Çember	Yazılı açıklamalar (Nil [1])	Temsil içi geçiş (sözel-sözel)
	Çemberde Merkez Açılar ve Bu Açıların Gördüğü Yaylar	Yazılı açıklamalar (Nil [2])	Temsil içi geçiş (sözel-sözel)
	Çember Merkez Açılar Toplamı	Yazılı açıklama (Nil [3]) Örnek sayısal değer (Nil [3]) Dinamik şekil (navigasyon, etkileşim, notlarla açıklama, inşa, manipülasyon) (Şekil 36)	Temsiller arası dönüşüm (sözel-nümerik) Temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel)
Derinleştirme-Sınıf Dışı	Çemberde Merkez Açılar	Yazılı açıklama (Ege [1]) Sayısal değerler (hesaplama) Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 38a) Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifadeler (Ege [2]) Dinamik şekil (etkileşim, notlarla açıklama, inşa) (Şekil 38b)	Temsiller arası dönüşüm (sözel-nümerik) Temsiller arası dönüşüm (nümerik-çizim) Temsiller arası dönüşüm (çizim-cebirsal) Temsiller arası dönüşüm (cebirsal-görsel)
Derinleştirme-Sınıf İçi	Çemberde Merkez Açılar ve Bu Açıların Gördüğü Yaylar	Sayısal değerler (hesaplama) Sözlü açıklama (Nil [8]) Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 40a) Sözlü açıklama (Eda [11]) Sayısal değerler (tablo) (Şekil 40c) Dinamik şekil (navigasyon, notlarla açıklama, inşa, simülasyon) (Şekil 40b) Sözlü açıklama (Eda [17]) Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifadeler (Eda [26], Eda [28]) Örnek sayısal değerler (Oya [30])	Temsil içi geçiş (nümerik-nümerik) Temsiller arası dönüşüm (nümerik-sözel) Temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim) Temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel) Temsiller arası dönüşüm (sözel-nümerik) Temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel) Temsiller arası dönüşüm (görsel-sözel) Temsiller arası dönüşüm (sözel-cebirsal) Temsiller arası dönüşüm (cebirsal-nümerik)

Değerlendirme-Sınıf Dışı	Çemberde Merkez Açılar Toplamı	EGE	Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 41a)		Temsiller arası dönüşüm (çizim-nümerik)
			Sayısal değerler (hesaplama) (Şekil 41b)		
			Dinamik şekil (navigasyon, notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 41c)		Temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel)
		NİL	Günlük hayat örneği (Şekil 42b)		Temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim)
			Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 42a)		Temsiller arası dönüşüm (çizim-nümerik)
			Sayısal değerler (hesaplama) (Şekil 42b)		Temsil içi geçiş (nümerik-nümerik)
			Dinamik şekil (navigasyon, notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 42c)		Temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel)
		OYA	Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 43a, Şekil 43b, Şekli 43c)		Temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel)
			Yazılı açıklama (Şekil 43a, Şekil 43b, Şekli 43c)		Temsiller arası dönüşüm (sözel-nümerik)
			Sayısal değerler (hesaplamalar, sürgü)		Temsil içi geçiş (nümerik-nümerik)
			Dinamik şekil (navigasyon, etkileşim, notlarla açıklama, inşa, simülasyon, manipülasyon) (Şekil 43d)		Temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel)
Değerlendirme-Sınıf İçi		EDA	Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 44a)		Temsiller arası dönüşüm (çizim-nümerik)
			Sayısal değerler (hesaplama)		
			Yazılı açıklama (Şekil 44b)		Temsiller arası dönüşüm (nümerik-sözel)
			Dinamik şekil (navigasyon, etkileşim, notlarla açıklama, inşa, simülasyon, manipülasyon) (Şekil 44c)		Temsiller arası dönüşüm (sözel-görsel)
		EGE	Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 45a)		Temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel)
			Yazılı açıklama (Şekil 45b)		
			Dinamik şekil (navigasyon, notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 45c)		Temsiller arası dönüşüm (sözel-görsel)

Çemberde Merkez Açılar ve Bu Açıların Gördüğü Yaylar	NİL	Yazılı açıklamalar (Şekil 46b) Günlük hayat örneği	Temsil içi geçiş (sözel-sözel)
		Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 46a)	Temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim)
		Dinamik şekil (navigasyon, notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 46c)	Temsiller arası dönüşüm (çizim-görsel)
		GeoGebra çizimi (notlarla açıklama) (Şekil 46c)	Temsiller arası dönüşüm (görsel-çizim)
	OYA	Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 47a)	Temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel)
		Yazılı açıklama (Şekil 47b)	
		Dinamik şekil (navigasyon, etkileşim, notlarla açıklama, inşa, simülasyon, manipülasyon) (Şekil 47c)	Temsiller arası dönüşüm (sözel-görsel)
	EDA	Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 48a)	Temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel)
		Yazılı açıklama (Şekil 48b)	
		Dinamik şekil (etkileşim, notlarla açıklama, inşa, simülasyon, manipülasyon) (Şekil 48c)	Temsiller arası dönüşüm (sözel-görsel)

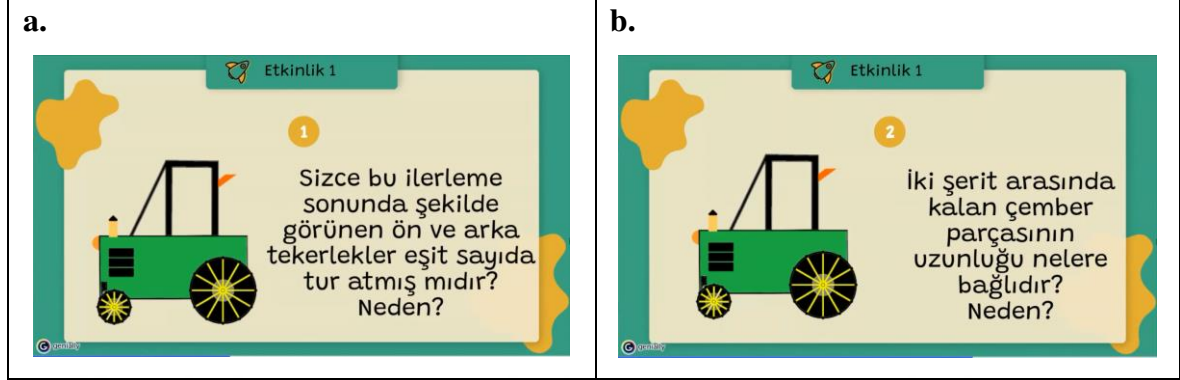
Birinci öğretim bölümünde öğrencilerin özellikle sınıf dışı süreçlerde yer alan etkinliklerdeki yönlendirici soruları okurken bazı kelimeleri gözden kaçırdıkları görülmüştür (giriş-sınıf dışı merkez açı kavramına ilişkin etkinlikteki konum kelimesi gibi). Bu nedenle bir sonraki öğretim bölümünde çemberin ve çember parçasının uzunluğuna yönelik hazırlanan matematiksel etkinliklerdeki yönlendirici sorular gözden geçirmiştir. Öğrencinin dikkatinden kaçma ihtimaline karşı dinamik GeoGebra çalışma sayfası olarak sunulan etkinliklerdeki yönlendirici sorularda önem arz eden kelimelerin altı çizilmiştir. Ayrıca video olarak sunulan etkinliklerde önem arz eden kelimeler ses tonlamaları ile vurgulanmıştır. Ardından etkinliklerin uygulamasına geçilmiş ve elde edilen veriler geriye dönük analiz edilerek bulgular sunulmuştur.

4. 2. ÇEMBERİN VE ÇEMBER PARÇASININ UZUNLUĞU

4. 2. 1. Giriş-Sınıf Dışı

Çemberin ve çember parçasının uzunluğuna yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda tasarlanan giriş etkinliği video olarak GeoGebra Classroom ortamında paylaşılmıştır (Şekil 49). Videoda öğrencilere ön ve arka tekerlekleri merkezden geçen, eşit açılara sahip şeritlerle süslenmiş bir traktör verilmiştir. Ön ve arka tekerleklerin eşit

mesafede yol alması sonucu attıkları tur sayısı sorgulanmıştır. Ayrıca öğrencilerden iki şerit arasında kalan uzunluğun bağlı olduğu elemanları düşünmeleri istenmiştir. Her öğrenci etkinliği bireysel tamamlamıştır.



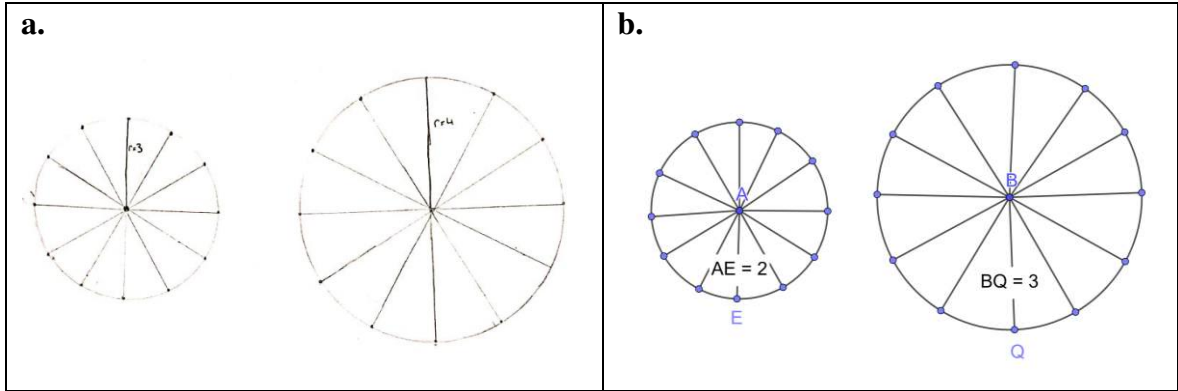
Şekil 49. Giriş-Sınıf Dışı (Çemberin ve Çember Parçasının Uzunluğu) Videosunun Ekran Görüntüleri

[1] **Eda:** Hayır. Eşit sayıda dönmez. Çünkü tekerleklerin çevre uzunluğu farklıdır. Büyük olan tekerlek daha az tur atar, küçük olan tekerlek daha fazla tur atar. Yarıçap uzunlukları farklı olduğu için tekerleklerin attığı tur sayısı da farklıdır.

...

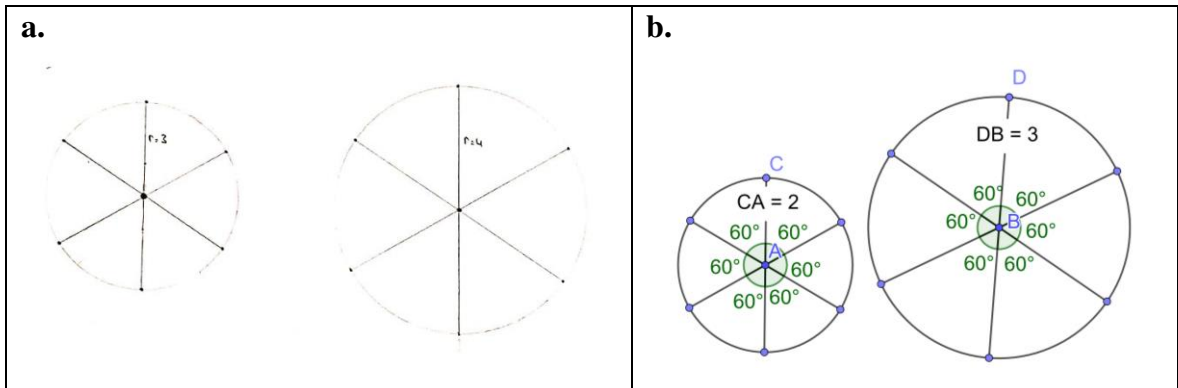
[2] **Eda:** Yarıçapa bağlıdır dolaylı olarak çevreye de bağlıdır. Çünkü yarıçapı uzun olursa çevresi daha uzun olur. Eşit aralıklarla ayrıldığı için bir parçaya düşen uzunluk artar. Yarıçapı küçük olursa çevresi de küçük olur. Böylece bir parçaya düşen uzunluk da azalır.

Eda, açıklamalarına kâğıt üzerinde çizim yaparak başlamıştır (Şekil 50a). Eda [1] yarıçapları farklı iki çember çizerek, çevre uzunluklarının farklı olduğunu bu doğrultuda tekerleklerin eşit sayıda tur atamayacaklarını yazılı olarak ifade etmiştir. Yapılan klinik görüşmede, çevre uzunluklarının farklı olduğu düşüncesine kâğıt üzerine yaptığı çizimi gözlemleyerek ulaştığını belirtmiştir. Bu durumu GeoGebra yazılımındaki çizimi ile desteklemiştir (Şekil 50b). Oya, Nil ve Ege de kâğıt üzerinde farklı yarıçaplardaki çemberler için tekerlekler çizip, GeoGebra yazılımında kontrol sağlayarak arka tekerleğin yarıçapı büyük olduğu için çevresinin daha büyük olduğunu ve daha az sayıda tur atacaklarını yazılı olarak ifade etmişlerdir. Buradan öğrencilerin çemberin uzunluğuna ilişkin temsil içi geçiş (sözel-sözel) ve temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel ve sözel-çizim) yaptıkları görülmektedir.



Şekil 50. Giriş-Sınıf Dışı Eda'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve GeoGebra Yazılımındaki Çizimi

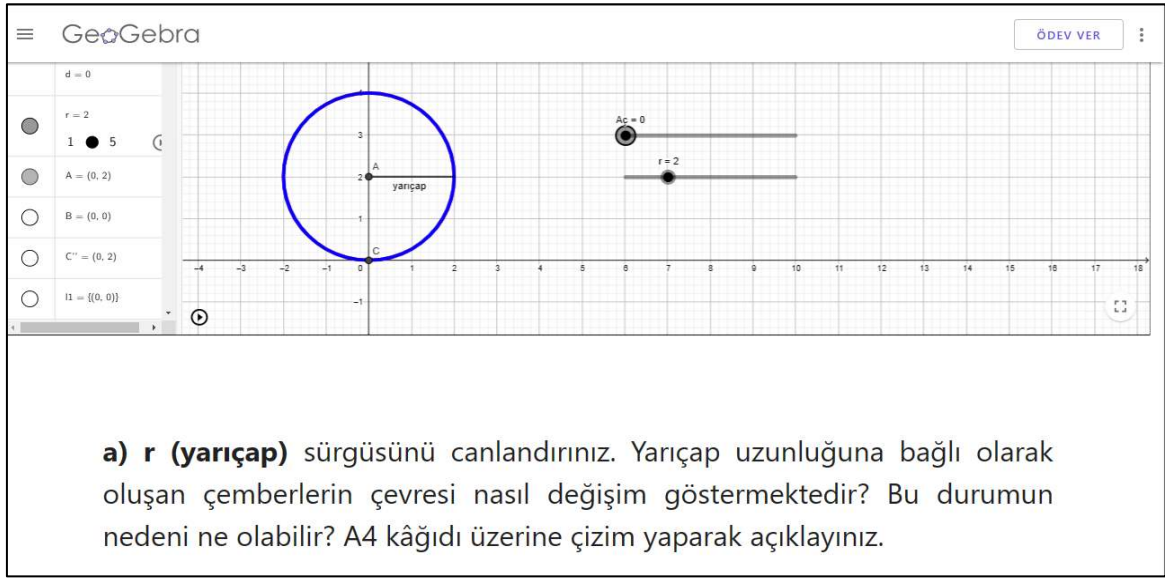
Eda [2] iki şerit arasında kalan tekerlek parçalarının uzunluklarına ilişkin açıklamalarına, yaptığı çizimden yola çıkarak başlamıştır (Şekil 51a). Eda [2] çevrelerin farklı olduğunu ve şeritler arasındaki mesafelerin eşit olduğunu belirterek, çizim üzerindeki gözlemleriyle büyük tekerlek parçalarının daha uzun olduğunu ifade etmiştir. Parça sayısının daha az olması durumunda şeritler arasındaki uzunluğun değişip değişmediğini kâğıt üzerindeki çiziminde inceleyerek GeoGebra yazılımında oluşturduğu dinamik şekil ile kontrol sağlamıştır (Şekil 51b). Oya, Nil ve Ege ise şeritler arasında kalan parçalar ile ilgili herhangi bir yorumda bulunmamışlardır. Eda, çember parçasının uzunluğuna ilişkin açıklamalarına çizim temsil (Şekil 51a) aracılığıyla başlamıştır. Gözlemleri sonucu düşüncelerini yazılı olarak ifade etmiştir. GeoGebra yazılımındaki görsel temsilleriyle (Şekil 51b) düşüncelerini desteklemiştir. Buradan Eda'nın çember parçasının uzunluğuna ilişkin temsil içi geçiş (sözel-sözel) ve temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel ve sözel-görsel) yaptığı görülmektedir.



Şekil 51. Giriş-Sınıf Dışı Eda'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve Dinamik Şekli

4. 2. 2. Keşfetme-Sınıf Dışı

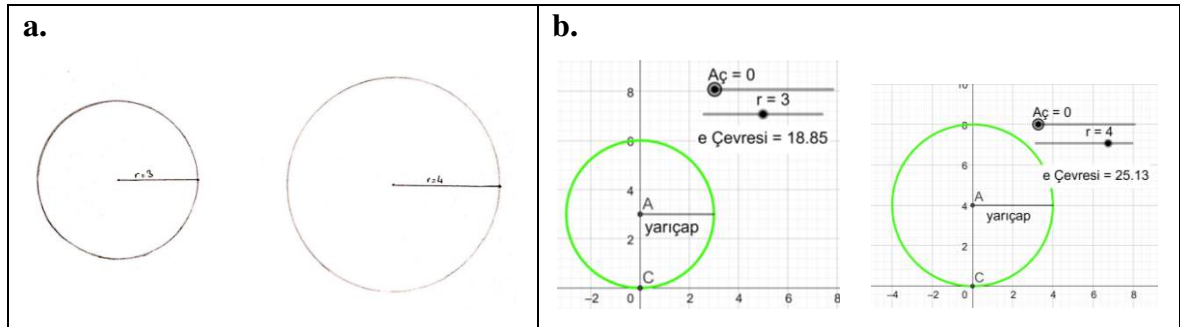
Çemberin ve çember parçasının uzunluğuna yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda keşfetme etkinliğinin ilk bölümü dinamik GeoGebra çalışma sayfası olarak GeoGebra Classroom ortamında paylaşılmıştır (Şekil 52). Öğrencilerden GeoGebra uygulaması üzerindeki yarıçap sürgüsünü canlandırarak etkinliği tamamlamaları istenmiştir. Etkinlikte yarıçap ile çemberin uzunluğu arasındaki ilişki sorgulanmıştır. Her öğrenci etkinliği bireysel tamamlamıştır.



Şekil 52. Keşfetme-Sınıf Dışı Dinamik GeoGebra Çalışma Sayfası Ekran Görüntüsü

[1] **Eda:** Yarıçap arttıkça çemberin çevre uzunluğu artar, yarıçap azaldıkça çemberin çevre uzunluğu azalır.

[2] **Eda:** Çünkü yarıçap ile çemberin uzunluğu orantılıdır.



Şekil 53. Keşfetme-Sınıf Dışı Eda'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimleri ve Dinamik Şekilleri

Eda GeoGebra yazılımının araçlarından *Uzaklık veya Uzunluk* aracını kullanarak çemberin çevresini ölçmüştür (Şekil 53b). Ardından **r (yarıçap)** sürgüsünü canlandırarak

yarıçapın aldığı değerlere göre ($r = 1,2,3,4$ ve 5) oluşan çemberleri (manipülasyon özelliği sayesinde) gözlemlemiştir. Eda [1] gözlemleri sonucu yarıçap arttıkça çevrenin arttığını, yarıçap azaldıkça çevrenin azaldığını yazılı olarak belirtmiştir. Aynı durumu kâğıt üzerinde çizim yaparak açıklamak istemiştir (Şekil 53a). Yaptığı çizimlerde de yarıçapı büyük olan çemberin daha büyük olduğu sonucuna ulaşmıştır. Eda [2] buradan çemberin yarıçapı ile çevresinin orantılı olduğu sonucuna ulaşmıştır. Aynı durumu Oya, Nil ve Ege de GeoGebra yazılımında oluşan dinamik şekilleri gözlemleyerek açıklamaya çalışmışlardır. Ardından kâğıt üzerinde çizim yaparak çemberleri karşılaştırmışlardır. Nil kâğıt üzerine ($r = 1,2,3,4$ ve 5) tüm çemberleri çizmiştir. Yapılan klinik görüşmede “GeoGebra yazılımındaki çemberlerin hepsine kâğıt üzerinde bakmak istedim. Ancak hem çok yer kapladı hem de çok zamanımı aldı.” ifadesinde bulunmuştur. Öğrenciler açıklamalarına sürgüyü canlandırarak çemberin uzunluğu kavramına yönelik nümerik temsiller aracılığıyla başlamışlardır. Oluşan görsel temsillerle devam etmişlerdir. Oluşan şekilleri gözlemleyerek yarıçap ile çemberin uzunluğu arasındaki ilişkiyi sözel temsil kullanarak ifade etmişlerdir. Ardından çizim temsil kullanarak kontrol sağlamışlardır. Buradan öğrencilerin yarıçap ve çemberin uzunluğu arasındaki ilişkiye yönelik temsil içi geçiş (sözel-sözel) ve temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel, görsel-sözel ve sözel-çizim) yaptıkları görülmektedir.

4. 2. 3. Giriş-Sınıf İçi

Çemberin ve çember parçasının uzunluğuna yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda sınıf dışı süreçte uygulanan giriş etkinliğine ilişkin GeoGebra yazılımı üzerinden öğretmenin yönelttiği sorular sınıf ortamında tartışılmıştır. Tartışma esnasında yöneltilen sorular, öğretmen rehberliğinde öğrenciler tarafından cevaplandırılmıştır.

[1] **Öğretmen:** Eşit mesafede alınan yolda tekerleklerin tur sayıları nasıl değişim göstermektedir?

[2] **Oya:** Bu tekerleğin yarıçapı daha büyük, bu tekerleğin ise daha küçük. Bu nedenle büyük tekerlek daha az tur atar. (Parmağıyla şekil üzerinde göstererek açıklar.)

[3] **Öğretmen:** Şeritler arasında kalan mesafeler nasıl değişim göstermektedir?

[4] **Eda:** Bunları yay olarak ifade ediyorduk. $1,2,3, \dots$ ve 12 parça var. Eğer çemberin çevresini bulup 12 'ye bölersek buradaki yayların uzunluklarını bulmuş oluruz. Büyük tekerleğin çevresi daha fazla olduğu için bu da (büyük tekerleğin şeritler arasında kalan parçası) diğerinden (küçük tekerleğin şeritler arasında kalan parçası) büyük olur. (Şekil üzerinde kalemle göstererek açıklar.)

[5] **Ege:** Her ikisi de eşit sayıda parçaya ayrılmasaydı nasıl olurdu?

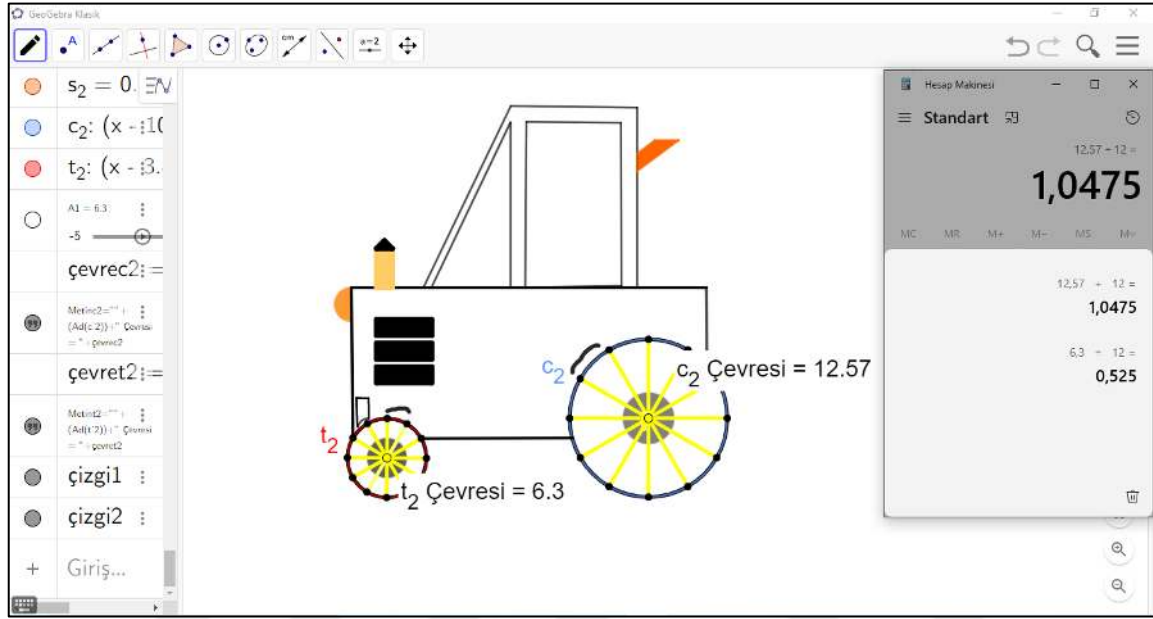
[6] **Oya:** O zaman da yine önce çevresini bulurduk.

[7] **Eda:** Bak burada araç var. Aracı seçip çemberin üzerine tıklayınca çevresini veriyor.

[8] **Ege:** O zaman tekerleklerin merkezinden çember oluşturalım. Çevresini bulalım bakalım.

[9] **Oya:** AAA! Oldu. Bölersek... Bak bu parça daha küçük! (Parmağıyla işaret eder.)

[10] **Nil:** HM. Yarıçapı küçük olanın parçası da küçük oldu.



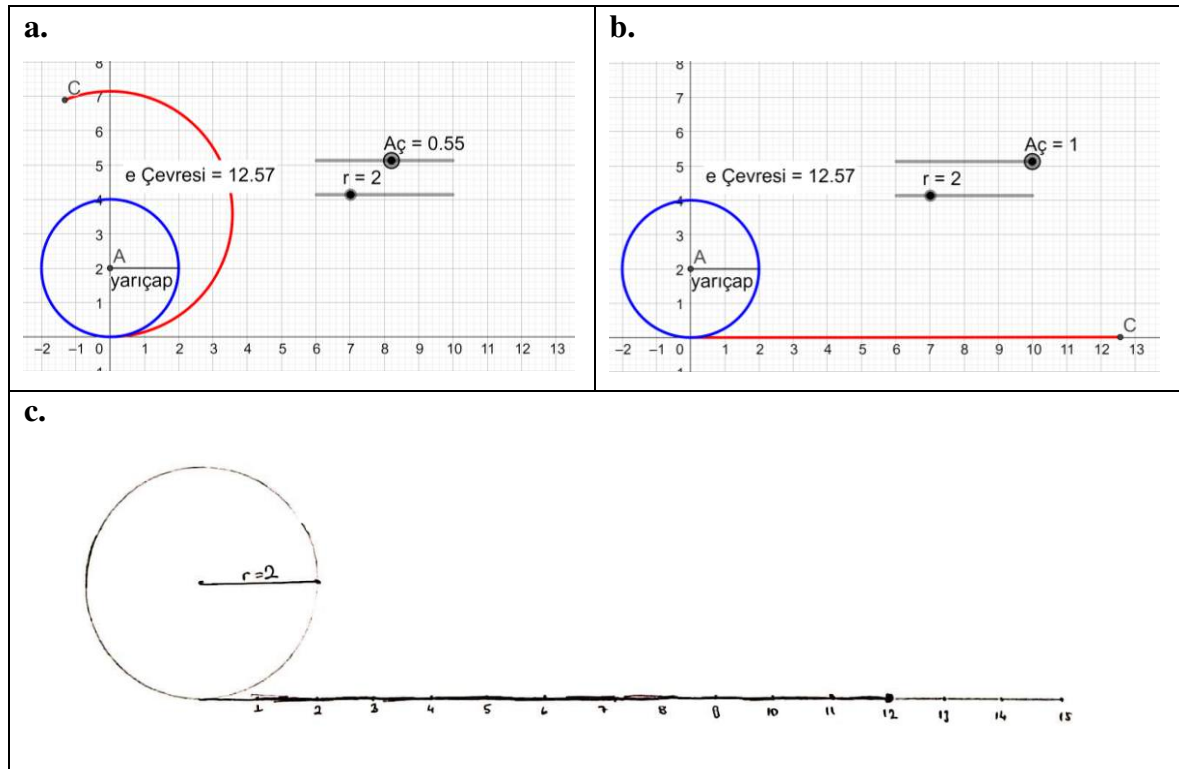
Şekil 54. Giriş-Sınıf İçi Öğrencilerin Çemberin ve Çember Parçasının Uzunluğuna İlişkin Dinamik Şekli

Öğretmen [1] giriş-sınıf dışı aşamasında görseli kullanılan traktörü GeoGebra yazılımında açarak tekerleklerin eşit mesafede aldığı yolda tur sayılarını sorgulamıştır. Oya [2] bu durumu tekerleklerin yarıçaplarını gösterip, spontane çizimler yaparak sözlü olarak ifade etmiştir. Bu tartışmada öğretmenin [3] asıl amacı çember parçasının uzunluğuna dikkat çekmek olduğu için tartışmanın devamında şeritler arasında kalan uzunluklar sorgulanmıştır. Eda [3] traktör üzerinde yayları çizim ile göstererek sözlü olarak açıklamıştır (Şekil 54). Ege'nin dikkatini çeken durum ise tekerleklerde eşit sayıda parça olmasıdır. Ege [4] her iki tekerlekte de parça sayısının eşit olmaması durumundaki parçalar arası mesafeyi sorgulamıştır. Bunun üzerine Eda [5] çevreyi bulmak için GeoGebra yazılımının araçlarından faydalanılabileceğini belirtmiştir. Daha sonra Ege parça sayısının eşit olmaması durumuna odaklanmamış ve parça sayısını eşit olduğu duruma yönelmiştir. Ege [8] traktör üzerinde çember oluşturarak çevrelerini hesaplayıp parça sayısına bölmüştür. Böylece öğrenciler yarıçapı küçük olan tekerleğin ve şeritler arasında kalan parçasının daha küçük olduğunu

fark etmişlerdir. Öğrenciler tartışma sürecine çemberin ve çember parçasının uzunluğuna ilişkin sözel temsillerle başlamışlar ve çizim temsille devam etmişlerdir. Spontane temsillerle destekleyip, görsel ve nümerik temsiller sunmuşlardır. Buradan öğrencilerin çemberin ve çember parçasının uzunluğuna ilişkin temsil içi geçiş (sözel-sözel) ve temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim, çizim-sözel, sözel-çizim, çizim-görsel, görsel-nümerik ve nümerik-sözel) yaptıkları görülmektedir.

4. 2. 4. Keşfetme-Sınıf İçi

Çemberin ve çember parçasının uzunluğuna yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda keşfetme etkinliğinin kalan kısmı grup çalışması olarak gerçekleştirilmiştir. Sunulan dinamik GeoGebra çalışma sayfasında öğrenciler GeoGebra araçlarını (*Sürgü*, *Verilen Uzunlukta Doğru Parçası*, *Uzaklık veya Uzunluk*) kullanarak meydana gelen değişimleri gözlemlemişlerdir (Şekil 55a, Şekil 55b). GeoGebra uygulamasında bulunan sürgülerden biri yarıçapı artırıp azaltmakta diğeri ise çemberin açılmış hâlini göstermektedir. Öğrenciler **Aç** sürgüsünü kullanarak çemberin uzunluğunu sayı doğrusu üzerinde görmüşler; yarıçap sürgüsünü kullanıp verilen tabloyu doldurarak π sayısının çemberin çevresini bulmadaki rolünü tartışmışlardır.

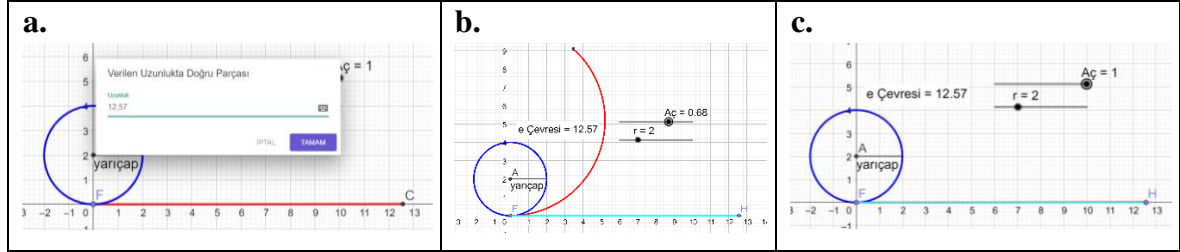


Şekil 55. Keşfetme-Sınıf İçi Ege'nin Dinamik Şekilleri ve Eda'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi

- [1] **Nil:** Çemberin çevresini bulalım. Sonra **Aç** sürgüsünü canlandıralım.
- [2] **Eda:** HOP! (**Aç** sürgüsünü canlandırır.)
- [3] **Nil:** Yaklaşık 12'ye geliyor.
- [4] **Eda:** Evet.
- [5] **Nil:** $r = 2$ iken çemberin çevresi 12,57 oluyor.
- [6] **Eda:** Açtığımızda kırmızı parça sayı doğrusunda HEMEN HEMEN 12'ye geliyor.
- [7] **Ege:** Kırmızı parça çemberin tamamını kaplıyor. (**Aç** sürgüsünü yeniden canlandırır.)
- [8] **Oya:** YANİ kırmızı parça ile çember aynı uzunluktadır.
- [9] **Eda:** Mesela bir bantta bir turluk bant kalmıştır. Bandı açtığımızda görseldeki kırmızı parça gibi olur. (Kâğıt üzerinde çizim yapar.)
- [10] **Öğretmen:** Çemberin çevresi ile kırmızı doğru parçasının aynı olduğunu nasıl anladınız?
- [11] **Eda:** Bakın, 12'den hafif büyük.
- [12] **Öğretmen:** Ama belki 12,50. Nasıl anlayacağım 12,57 olduğunu?
- [13] **Nil:** Doğru parçasının uzunluğunu ölçelim.
- [14] **Ege:** Önce doğru parçası oluşturalım. Kırmızı parça ile aynı olan.
- [15] **Nil:** Aynen. (*Verilen Uzunlukta Doğru Parçası* aracını seçer.) Başlangıç ve bitiş noktalarına tıklayalım. 12,57 yazalım.
- [16] **Oya:** EVET! Aynı uzunlukta oldu. Öğretmenim! (Sevinçli ve heyecanlı ses tonu ile seslenir.)

Eda [2] **Aç** sürgüsünü canlandırır ve öğrenciler kırmızı doğru parçasın hareketini gözlemlerler. Nil'in [3] kırmızı doğru parçasının sayı doğrusu üzerinde yaklaşık 12'ye geldiğini belirtmesi üzerine Eda'nın [4] onayını alır. Bunun üzerine Nil [5] *Uzaklık veya Uzunluk* aracını kullanarak çemberin çevresini bulur (Şekil 55a). Öğrenciler **Aç** sürgüsünün hareketini kısa bir süre daha gözlemlerler. Ege'nin [7] kırmızı parçanın çemberi tam kapladığını belirtmesi üzerine Oya [8] kırmızı parça ile çemberin aynı uzunlukta olduğunu vurgular. Eda [9] bu durumu kâğıt üzerinde çizim yaparak açıklar (Şekil 55c). Öğretmenin kırmızı parça ile çemberin çevresinin aynı uzunlukta olduğunu nasıl anladıklarına dair açıklama istemesi üzerine Eda [11], sayı doğrusunu işaret ederek kırmızı parçanın 12'den büyük olduğunu dile getirmiştir. Öğretmenin [12], belki 12,50 de olabileceğini söylemesi üzerine öğrenciler düşünme sürecine girerler. Nil'in [15] fikri doğru parçasının uzunluğunu ölçmek olur. Ege [14] ise kırmızı parça ile aynı olan bir doğru parçası oluşturma fikrini öne sürer. Nil [15], Ege'nin [14] düşüncesini onaylayarak *Verilen Uzunlukta Doğru Parçası* aracını seçer. Kırmızı parçanın başlangıç ve bitiş noktalarına tıklayarak açılan pencereye çemberin uzunluğunu (12,57) yazar (Şekil 56). Doğru parçasına yönelik sunulan görsel temsille birlikte Oya [16] sevinçli bir ses tonu ile ikisinin aynı uzunlukta olduğunu onaylar. Öğrenciler çemberin uzunluğu ve açınımı arasındaki ilişkiyi bulmaya yönelik açıklamalarına görsel temsiller kullanarak başlamışlardır. Nümerik temsillerden yararlanıp, GeoGebra

yazılımında oluşan görseli (manipülasyon özelliği sayesinde) incelemişlerdir. Ardından farklı cümleler kullanarak sözlü ifadelerde bulunmuşlardır. Buradan öğrencilerin çemberin uzunluğuna ilişkin temsil içi geçiş (görsel-görsel ve sözel-sözel) ve temsiller arası dönüşüm (görsel-nümerik, nümerik-sözel ve sözel-çizim) yaptıkları görülmektedir.



Şekil 56. Keşfetme-Sınıf İçi Öğrencilerin Dinamik Şekilleri

[17] **Oya:** Şimdi hesap makinesini açalım.

[18] **Nil:** Çevre 6,28. Çap 2. Bölelim.

$$6,28 \div 2 = 3,14$$

$$12,57 \div 4 = 3,14$$

$$18,85 \div 6 = 3,14$$

$$25,13 \div 8 = 3,14$$

$$31,42 \div 10 = 3,14$$

[19] **Ege:** π sayısı zaten 3,14 değil mi?

[20] **Eda:** Evet. Hepsi aynı değerde çıkıyor. Her çember için aynı.

[21] **Oya:** π sayısı çemberin çevresinin bulunmasında etkilidir.

[22] **Nil:** O zaman cebirsel olarak çemberin çevresi...

[23] **Oya:** Çok kolay.

[24] **Eda:** Bunla (π) bunun (çap) çarpımından bu (çemberin çevresi) çıkıyor.

[25] **Nil:** Evet! Evet!

[26] **Eda:** $\text{Çemberin çevresi} = \pi \cdot \text{çap}$

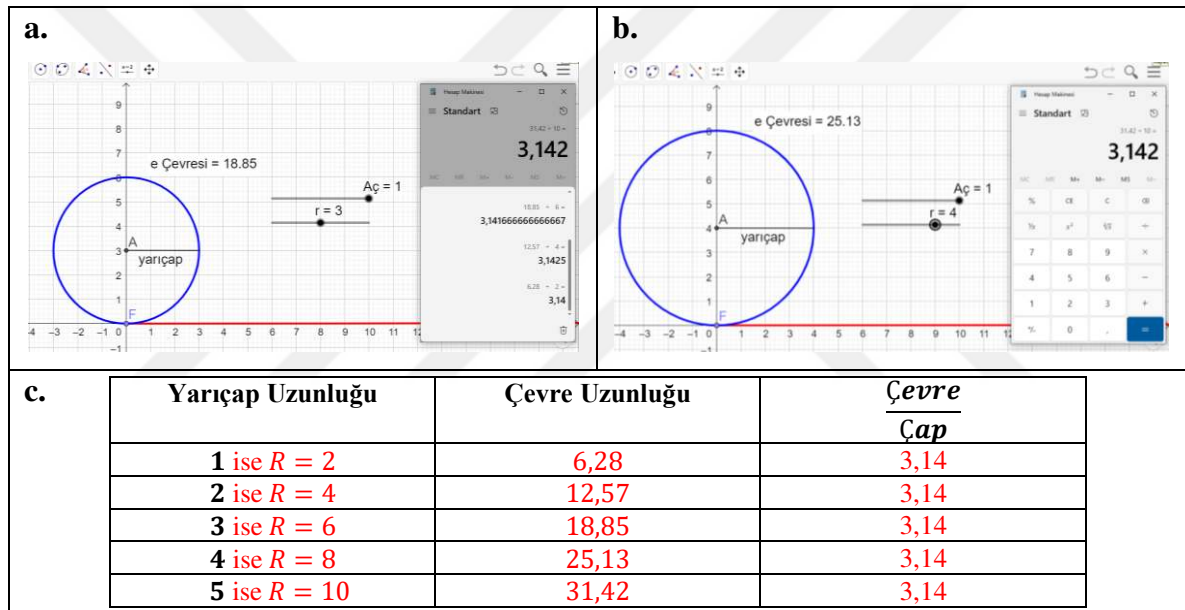
[27] **Ege:** $2 \cdot \pi \cdot r$ yani.

[28] **Oya:** 2 tane yarıçapın π ile çarpımı çemberin çevre uzunluğunu veriyor.

Çap yarıçapın 2 katı olduğu için direkt π ile çapı çarparsak çemberin uzunluğunu bulabiliriz.

Etkinliğin devamında öğrenciler **yarıçap** sürgüsünü ve hesap makinesini kullanarak çevrenin çapa oranını bulmuşlardır (Şekil 57a ve Şekil 58b). Sürgüyü canlandırıp GeoGebra yazılımının manipülasyon özelliği sayesinde oluşan görselleri inceleyip oranlama yaparak tabloyu doldurmuşlardır (Şekil 57c). Ege [19] tablodaki değerlerden faydalananak π sayısının 3,14 olduğunu arkadaşlarına onaylatmak istemiştir. Eda [20] hepsinin aynı değerde çıktığı ve her çember için bu durumun geçerli olduğunu belirtmiştir. Bunun üzerine Oya [21] π sayısının her çemberin çevresinin bulunmasında etkili olduğunu ifade etmiştir. Nil [22] orandan yararlanarak çemberin çevresini cebirsel olarak ifade etme girişiminde bulunmuştur. Nil'in sessiz kalması üzerine Eda [24] kâğıtta bulunan işlem üzerinde

göstererek Nil'e sözlü ve cebirsel açıklamalarda bulunmuştur. Eda'nın cebirsel ifadesini Ege [27] formül olarak dile getirmiştir. Oya [28] ise formülü sözlü olarak açıklamış ve öğrenciler tartışma sürecini sonlandırmışlardır. Öğrenciler çemberin uzunluğuna ilişkin çalışmaya tablodaki nümerik temsiller aracılığıyla başlamışlardır. GeoGebra yazılımının manipülasyondan özelliğinden yararlanarak tabloyu doldurmuşlardır. Ardından tabloda fark ettikleri durumu sözlü olarak ifade etmişlerdir. Ayrıca çemberin uzunluğunu farklı biçimlerde cebirsel olarak ifade etmişlerdir. Buradan öğrencilerin çemberin uzunluğuna ilişkin temsil içi geçiş (nümerik-nümerik, sözel-sözel ve cebirsel-cebirsel) ve temsiller arası dönüşüm (çizim-nümerik, nümerik-sözel, sözel-cebirsel ve cebirsel-sözel) yaptıkları görülmektedir.



Şekil 57. Keşfetme-Sınıf İçi Ege'nin Dinamik Şekilleri, Hesap Tablosu ve Öğrencilerin İş Birliği İçinde Doldurdıkları Tablo

4. 2. 5. Açıklama-Sınıf İçi

Çemberin ve çember parçasının uzunluğuna ilişkin hazırlanan ders planı doğrultusunda açıklama etkinliği grup olarak gerçekleştirilmiştir. Sunulan dinamik GeoGebra çalışma sayfasında sürgüye bağlı salıncak, belirlenen açı kadar sağ ve sola sallanmaktadır (Şekil 58b). Öğrenciler GeoGebra araçlarını (*Sürgü*, *İzi aç*) kullanarak meydana gelen değişimleri gözlemlemişlerdir. Ardından merkez açısı verilen çember parçasının uzunluğunun nasıl bulunabileceği üzerine tartışmışlardır.

cebirsel ve nümerik temsiller aracılığıyla başlamışlardır. Salıncağın aldığı yolu kâğıt üzerinde çizim yaparak ve öğretmenin yönlendirmesiyle spontane çizimle göstermişlerdir. Spontane çizimin çember parçası olduğunu sözlü olarak belirtmişlerdir. Ardından nümerik temsiller kullanarak oransal hesaplamalar yapmışlardır. Buradan öğrencilerin çember ve çember parçasının uzunluğuna ilişkin temsil içi geçiş (çizim-çizim ve sözel-sözel) ve temsiller arası dönüşüm (cebirsel-nümerik, nümerik-çizim, çizim-sözel ve sözel-nümerik) yaptıkları görülmektedir.

[15] **Eda:** K noktasının izini açalım.

[16] **Nil:** Şimdi **Açı** sürgüsünü canlandıralım.

[17] **Oya:** BÜYÜK İHTİMAL 120° çıkacak.

[18] **Eda:** Çemberin bir parçasını görüyoruz.

[19] **Oya:** Çemberin üçte birini görüyoruz. GeoGebra yazılımında gösterelim. (Merkez ve Nokta ile Çember aracını seçerek K noktasının üzerine, ardından E noktasının üzerine tıklar.)

[20] **Ege:** Çemberin tamamı 360° olduğu için $360^\circ \div 120^\circ = 3$. Bu parça $\frac{1}{3}$ 'i oluyor.

[21] **Öğretmen:** Merkez açı ile oluşan yayın uzunluğu arasındaki bu oransal ilişkiyi nasıl ifade edersiniz? Farklı bir örnek üzerinde gösterir misiniz?

[22] **Nil:** Yarıçapı 4 m olan bir çember çizelim.

[23] **Ege:** Salıncak 45° gidebilsin. 90° lik parçalar olsun. O zaman şurası kadar gidecek. (Turuncu kalem ile çizer.)

[24] **Oya:** Çevresini bulalım. $2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3.14 = 24$ m.

[25] **Nil:** $360^\circ \div 90^\circ = 4$ parça.

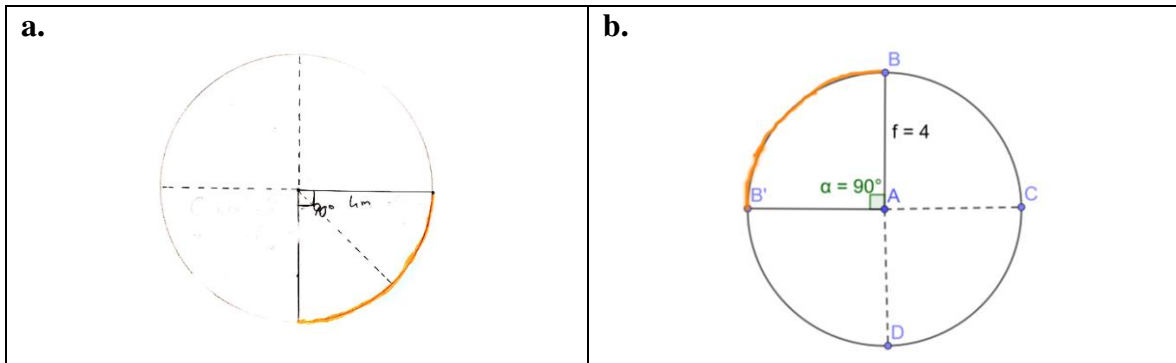
[26] **Oya:** $24 \div 4 = 6$ m olur.

[27] **Ege:** Cebirsel olarak nasıl ifade edeceğiz?

[28] **Nil:** 360° bölü açı yapıyoruz sonra çemberin çevre uzunluğunu bulduğumuz sonuca bölüyoruz.

[29] **Eda:** Çember parçasının uzunluğu $= \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{360^\circ \div a_{\text{açı}}} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{a}{360^\circ}$

[30] **Ege:** Bir de GeoGebra yazılımında bakalım.

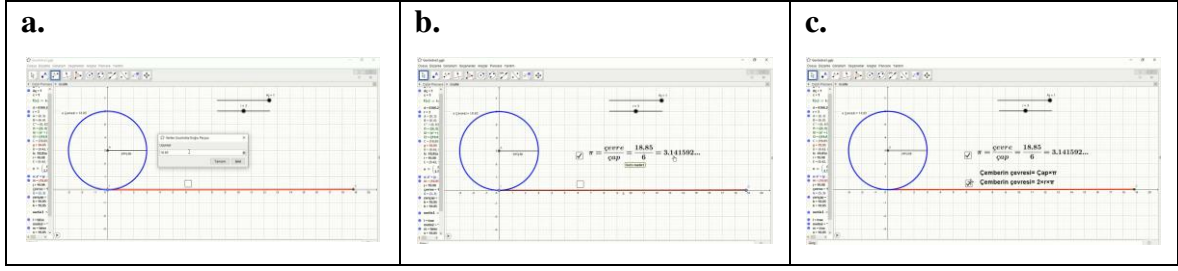


Şekil 59. Açıklama-Sınıf İçi Ege'nin Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve Öğrencilerin Dinamik Şekli

Etkinliğin devamında Eda [15] K noktasının izini açmıştır. Öğrenciler **Açı** sürgüsünü canlandırmadan önce Oya [17] salıncağın 120° sallanacağını ifade etmiştir. Sürgünün canlanmasıyla öğrenciler ekranda oluşan izi gözlemlemişlerdir (Şekil 58b). Ardından sözlü ifadelerle oluşan izin çember parçası olduğunu ifade etmişlerdir. Oya [19] *Merkez ve Nokta ile Çember* aracını kullanarak kırmızı izin çember olduğu olduğunu göstermiştir. Öğretmenin [21] öğrencilerden merkez açı ile çember parçasının uzunluğu arasındaki oransal ilişkiyi farklı bir çember üzerinde göstermelerini istemesi üzerine öğrenciler kâğıt üzerine yarıçapı 4 m olan bir çember çizmişler ve salıncağın 45° sallandığını kabul etmişlerdir (Şekil 59a). Ege [20] bu durumu hem sözlü hem de turuncu kalemle çizim yaparak ifade etmiştir. Oya [24] cebirsel ve nümerik temsiller kullanarak çemberin ve çember parçasının uzunluğunu hesaplamıştır. Eda [29] ise buradan hareketle çember parçasının uzunluğunu cebirsel olarak ifade etmiştir. Ege'nin [30] bu duruma GeoGebra yazılımında bakmak istemesi üzerine dinamik şekil oluşturmuşlardır (Şekil 59b). Öğrenciler, çemberin ve çember parçasının uzunluğuna ilişkin açıklamalarına GeoGebra yazılımında yaptıkları çizim üzerinde devam etmişlerdir. Kırmızı parçanın uzunluğuna ilişkin sözlü açıklamalarda bulunmuşlardır. Buradan öğrencilerin temsil içi geçiş (sözel-sözel) ve temsiller arası dönüşüm (nümerik-çizim, çizim-sözel) yaptıkları görülmektedir. Ayrıca farklı bir örnek üzerinde çember parçasının uzunluğunu tekrar açıklamaya çalışmışlardır. Bu açıklama esnasında çizim yapmışlar; sözlü, nümerik ve cebirsel temsiller kullanmışlardır. Açıklamalarını GeoGebra yazılımında da gözden geçirerek tartışma sürecini sonlandırmışlardır. Buradan öğrencilerin çember ve çember parçasının uzunluğuna ilişkin temsil içi geçiş (cebirselsel-cebirselsel) ve temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim, çizim-nümerik, nümerik-sözel, sözel-cebirselsel, cebirselsel-görsel) yaptıkları görülmektedir.

4. 2. 6. Açıklama-Sınıf Dışı

Çemberin ve çember parçasının uzunluğuna yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda açıklama aşamasının sınıf dışı sürecinde keşfetme aşamasındaki GeoGebra uygulaması üzerinde hazırlanan açıklayıcı video GeoGebra Classroom ortamında paylaşılmıştır (Şekil 60). Videoda yarıçapa bağlı olarak çemberin çevresinin çapına oranı (π sayısı) ve çemberin uzunluğu üzerinde durulmuştur. Öncelikle öğrencilere sorular yöneltilmiştir. Ardından bu sorular GeoGebra uygulaması üzerinde araştırmacı tarafından açıklanmıştır. Öğrenciler kendilerine yöneltilen soruları bireysel olarak cevaplandırmışlardır.



Şekil 60. Açıklama-Sınıf Dışı Videosunun Ekran Görüntüleri

[1] **Eda:** Çemberin yarıçapını artırdığımızda çemberin uzunluğu da artar. Çünkü yarıçap çemberin çevresinin bulunmasında etkidir.

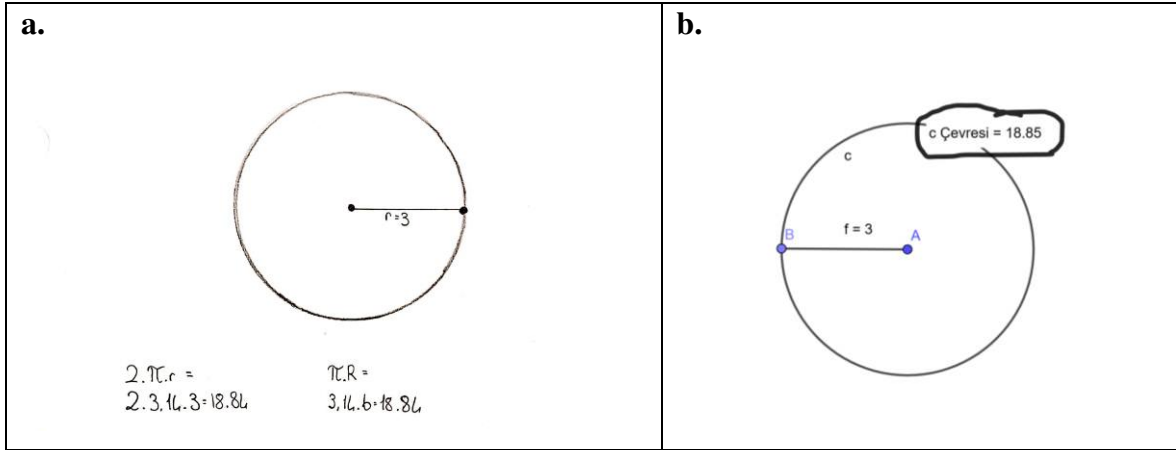
[2] **Eda:** Kırmızı doğru parçası ile çemberin uzunluğu eşittir. Çünkü kırmızı doğru parçası çemberin etrafını tam sarmaktadır.

[3] **Eda:** Çevreyi çapa oranlarsak π sayısı verir. Mesela çevresi 18,85 cm, yarıçapı 3 cm olan bir çember düşünelim. Dolayısıyla çapı 6 cm olur. Oranlarsak, $18,85 \div 6 = 3,14$ yani π sayısı.

[4] **Eda:** Bu durum bütün çemberler için geçerlidir.

[5] **Eda:** Çemberin çevresi $2 \cdot \pi \cdot r$ formülü ile bulunur.

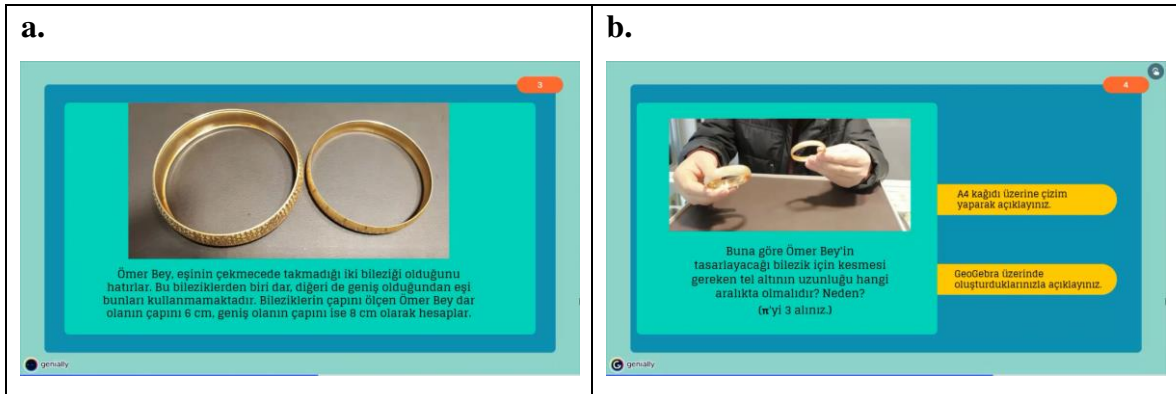
Eda [1] videoda sunulan yarıçap sürgüsündeki değişimle birlikte çemberin uzunluğunun da değiştiğini yazılı olarak belirtmiştir. Bu durumun oluşmasına neden olarak çemberin çevresinin bulunmasında yarıçapın kullanılmasını sunmuştur. Eda [2] kırmızı parçanın çemberin çevresini tam sardığını belirterek çemberin çevresi ile kırmızı parçanın aynı uzunlukta olduğunu yazılı olarak ifade etmiştir. Eda [3] çemberin çevresinin çapına oranladığında çıkan sonucun π sayısı olduğunu belirterek buna dair bir örnek vermiştir. Aynı zamanda örneğini kâğıt üzerine çizmiş ve cebirsel temsilden yararlanarak çemberin uzunluğunu bulmuştur (Şekil 61a). Ardından GeoGebra yazılımında oluşturduğu dinamik şekil ile kontrolünü sağlamıştır (Şekil 61b). Ege, Oya ve Nil de videoda kendilerine yöneltilen soruları sözlü olarak ifade ettikten sonra örnek çizim yapmışlar, formülden yararlanarak çemberin çevresini bulmuşlar ve GeoGebra yazılımda oluşturdukları dinamik şekil üzerinde kontrol sağlamışlardır. Buradan öğrencilerin çemberin uzunluğuna ilişkin temsil içi geçiş (nümerik-nümerik, görsel-görsel, sözel-sözel ve cebirsel-cebirsel) ve temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel, görsel-sözel, sözel-nümerik, nümerik-çizim, çizim-cebirsel, cebirsel-nümerik ve nümerik-görsel) yaptıkları görülmektedir.



Şekil 61. Açıklama-Sınıf Dışı Eda'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve Dinamik Şekli

4. 2. 7. Derinleştirme-Sınıf Dışı

Çemberin ve çember parçasının uzunluğuna yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda derinleştirme aşamasının sınıf dışı sürecinde günlük bağlam içeren bir problem durumu video hâlinde GeoGebra Classroom ortamına yüklenmiştir (Şekil 62). Videoda kuyumcu olan Ömer Bey'in eşinin 6 cm çapa sahip bileziğinin dar, 8 cm çapa sahip bileziğinin geniş geldiği bilgisi verilmiş ve eşine tasarlayacağı altın bilezik için kullanması gereken tel altının uzunluğu sorgulanmıştır. Her öğrenci etkinliği bireysel tamamlamıştır.



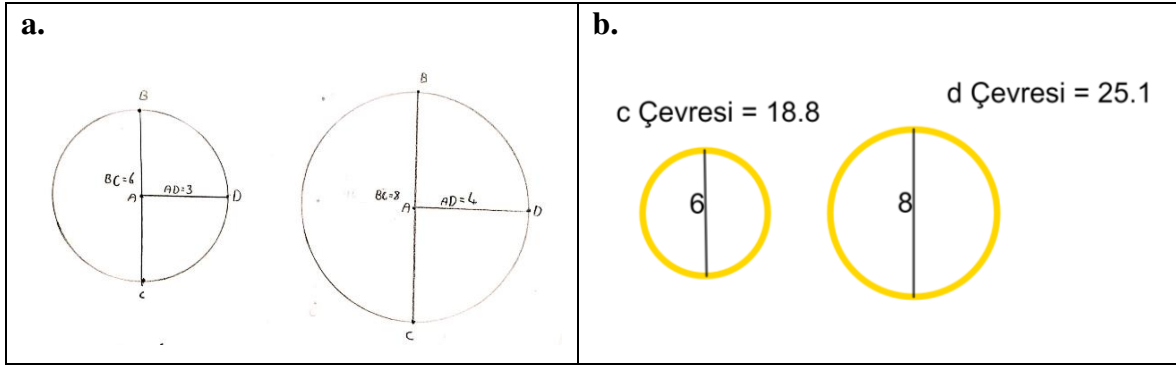
Şekil 62. Derinleştirme-Sınıf Dışı Videosunun Ekran Görüntüleri

[1] **Ege:** Tasarlanacak bileziğin çapı 6'dan büyük 8'den küçük olmalıdır. O zaman 7 cm olabilir.

[2] **Öğretmen:** Bilezik için kullanılacak tel altının uzunluğu hangi sayılar arasında olabilir?

[3] **Ege:** Bilezik çember belirtir. O zaman çemberin çevresinden yararlanabiliriz. $2. \pi. r = 2.3.3 = 18 \text{ cm}$ dar gelen bileziğin çevresidir. $2. \pi. r = 2.3.4 = 24 \text{ cm}$ geniş gelen bileziğin çevresidir. O hâlde:

$18 \text{ cm} < \text{tasarlanacak bilezik için gerekli olan tel altın uzunluğu} < 24 \text{ cm}$ yani 18 cm ile 24 cm arasındadır.

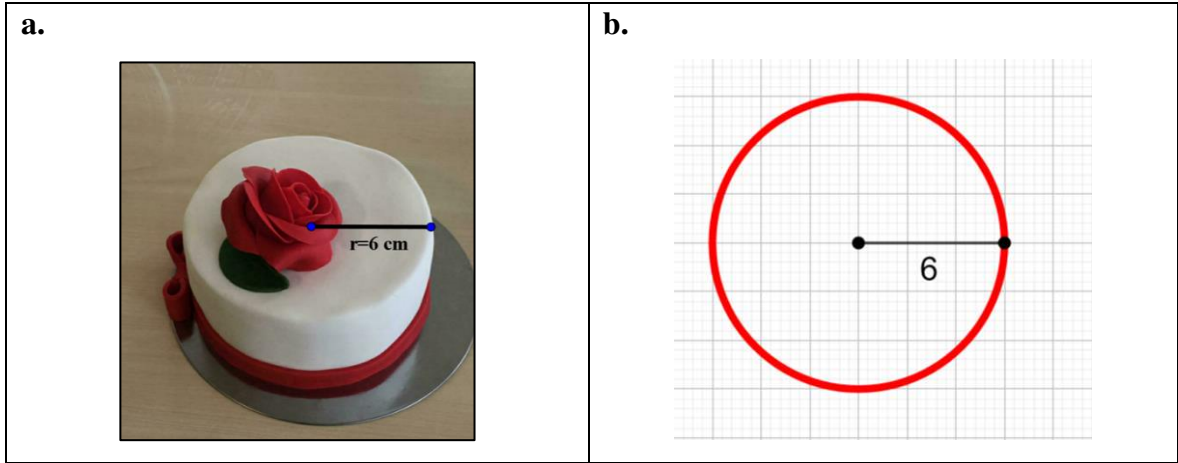


Şekil 63. Derinleştirme-Sınıf Dışı Ege'nin Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve Dinamik Şekli

Ege [1] var olan bileziklerin çaplarından yola çıkarak tasarlanacak bileziğin çapı hakkındaki yorumunu yazılı olarak ifade etmiştir. Öğretmenin [2] videonun da içinde geçen soruyu tekrar yöneltmesi üzerine Ege [3], bileziğin çember belirttiğini yazılı olarak ifade etmiştir. Ardından çemberin çevresini formülde yerine yazarak hesaplamış ve nümerik olarak ifade etmiştir. Hesaplama yaparken bileziklere ilişkin çizimler yapmıştır (Şekil 63a). Her iki bileziğin de çevresini bulan Ege, tasarlanacak bilezik için kullanılacak tel altın uzunluğunu hem sembol kullanarak hem de yazılı olarak ifade etmiştir. Bulduğu sonucun doğruluğundan emin olmak için GeoGebra yazılımındaki dinamik şekil ile kontrol sağlamıştır (Şekil 63b). Yapılan görüşmede Ege, “Kâğıt üzerinde problemi çözdükten sonra doğru mu diye GeoGebra yazılımda bakmak büyük avantaj.” yorumunda bulunmuştur. Oya, Eda ve Nil de problem çözümünü kâğıt üzerinde çizim yaparak gerçekleştirmişler ve ardından GeoGebra yazılımında kontrol sağlamışlardır. Buradan öğrencilerin çemberin uzunluğuna ilişkin temsil içi geçiş (sözel-sözel) ve temsiller arası dönüşüm (sözel-cebirselsel, cebirselsel-çizim, çizim-nümerik ve nümerik-görsel) yaptıkları görülmektedir.

4. 2. 8. Derinleştirme-Sınıf İçi

Çemberin ve çember parçasının uzunluğuna yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda derinleştirme etkinliği grup olarak gerçekleştirilmiştir. Sunulan etkinlikte günlük bağlam içeren etrafı kırmızı şeker hamuruyla süslenmiş silindir biçiminde bir pastada kullanılan kırmızı şeridin uzunluğu, pastanın farklı değerlerdeki eş parçalara ayrılması durumunda kırmızı şeridin uzunluğunun değişimi ve merkez açısı α derece olan eş parçalara ayrılması durumunda her bir parçadaki kırmızı şerit uzunluğunun cebirselsel gösterimi sorgulanmıştır (Şekil 64a).



Şekil 64. Derinleştirme-Sınıf İçi Pastanın Görüntüsü ve Eda'nın Dinamik Şekli

- [1] **Eda:** $2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3 \cdot 6 = 36$ cm uzunluğunda şeker hamuru lazım.
 [2] **Ege:** NASIL? (Yüzünü buruşturur.)
 [3] **Eda:** Şimdi bak. Bu şekil pasta. Şurasına şeker hamurundan kırmızı şerit yapmış. Hiç artmıyor ve çevresini tam sarıyor.
 [4] **Nil:** Çevresini bir tam tur kaplayacak yani.
 [5] **Ege:** HM. Şerit çember şeklinde olacak. Açılan kırmızı parça gibi.
 [6] **Nil:** Aynen. Aynen.
 [7] **Ege:** $\pi \cdot \text{çap}$ da oluyor değil mi?
 [8] **Eda:** Çap, yarıçapın 2 katıdır. Sağlar. $2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot \text{çap} = 3 \cdot 12 = 36$ cm.

Eda [1] çemberin uzunluğuna ilişkin cebirsel ve nümerik temsil kullanarak tartışmayı başlatmıştır. Ege [2], Eda'nın [1] yaptığına anlam verememiş ve bu durumu sorgulamıştır. Eda [3] yaptığı işlemi görsel üzerinde sözlü olarak açıkladıktan sonra Nil [4] de bu ifadeye sözlü olarak açıklık getirmiştir (Şekil 64b). Ege [3] ise kendi cümlelerini kullanarak farklı biçimde betimlemiştir. Buradan öğrencilerin temsil içi geçiş (sözel-sözel) yaptıkları görülmektedir. Öğrenciler başlangıçta cebirsel ve nümerik ardından ise görsel ve sözel temsil kullanmışlardır. Buradan öğrencilerin temsiller arası dönüşüm (cebirsel-nümerik, nümerik-görsel, görsel-sözel ve sözel-cebirsel) yaptıkları görülmektedir. Ayrıca Eda'nın [8] çemberin çevresini formülle ifade etmesi, Ege'nin [7] ise bu formülü " $\pi \cdot \text{çap}$ " biçiminde belirtmesinden öğrencilerin temsil içi geçiş (cebirsel-cebirsel) yaptıkları görülmektedir.

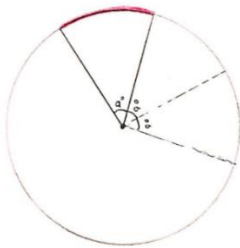
- [9] **Eda:** Pastayı dilimlere ayırmış. Tabloyu doldurmamızı istiyor.
 [10] **Nil:** Tamam. Burada ikiye bölmüş ki 180° olur.
 [11] **Ege:** Evet ikiye bölüyor. Uzunluk 18 cm olur.
 $360^\circ \div 2 = 180^\circ$ $36 \div 2 = 18$ cm
 $360^\circ \div 3 = 120^\circ$ $36 \div 3 = 12$ cm
 $360^\circ \div 4 = 90^\circ$ $36 \div 4 = 9$ cm
 $360^\circ \div 8 = 45^\circ$ $36 \div 8 = 4,5$ cm
 $360^\circ \div 12 = 30^\circ$ $36 \div 12 = 3$ cm

- [12] **Öğretmen:** Tablodaki değerlerin değişimi nasıl bir kural içeriyor?
- [13] **Eda:** Ne kadar çok parçaya ayrılırsa yay uzunluğu o kadar azalıyor.
- [14] **Ege:** Kural soruyor. (Tabloyu inceleyip, düşünürlər.)
- [15] **Nil:** Bence şöyle ikisi de dilim sayısına bölünüyor.
- [16] **Eda:** Giderek yarısı oluyor.
- [17] **Öğretmen:** 60° nin yarısı 45° mi?
- [18] **Eda:** Hayır.
- [19] **Oya:** Merkez açığı 10° 'a böldüğümüzde kırmızı şerit uzunluğunu veriyor.
- [20] **Eda:** Merkez açı α olsun tamam.
- [21] **Ege:** Bir tane çember çizelim. α derecelik eş parçalara ayırıyorum. Şuralar α derece. Bizden şurayı cebirsel olarak ifade etmemizi istiyor.
- [22] **Oya:** Çevresi cebirsel olarak $2 \cdot \pi \cdot r$.
- [23] **Nil:** Tamam 360° yi α 'ya bölersek parça sayısı çıkmaz mı?
- [24] **Oya:** Deneyelim. Tablodan bir değer alalım. $360^\circ \div 180^\circ = 2$ parça. AAA oldu!
- [25] **Nil:** Çevreyi de parça sayısına böleceğiz.
 $\text{çemberin çevresi} \div (360^\circ \div \alpha) = \text{bir dilimin uzunluğu}$
- [26] **Öğretmen:** Bu ifadeyi düzenler misiniz?
- [27] **Ege:** $2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$
- [28] **Eda:** Kontrol edelim oluyor mu.
- [29] **Eda:** GeoGebra yazılımında yarıçapları 3 olan iki tane çember çizelim. Biri 45° lik parçalara ayrılınsın. Diğeri de 60° lik parçalara ayrılınsın.
- [30] **Ege:** Merkez açının ölçüsüne bağlı yay uzunluğu azalıyor.
- [31] **Eda:** Bakalım.
- $2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{45}{360^\circ} = 2,25$ $2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{60}{360^\circ} = 3$
- [32] **Oya:** Evet 2,25 küçüktür 3'ten.

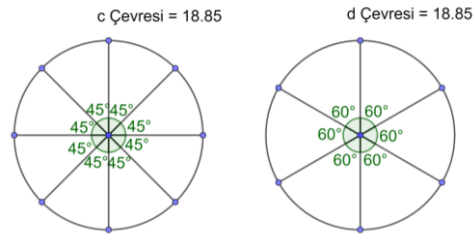
a.

Dilim Sayısı	Her Bir Dilimdeki Merkez Açı Ölçüsü	Kırmızı Şerit Uzunluğu
1 (Bütün Pasta)	360°	36 cm
2	180°	18 cm
3	120°	12 cm
4	90°	9 cm
6	60°	6 cm
8	45°	4,5 cm
12	30°	3 cm

b.



c.



Şekil 65. Derinleştirme-Sınıf İçi Öğrencilerin İş Birliği İçinde Doldurdıkları Tablo, Ege'nin Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve Eda'nın Dinamik Şekli

d) Pastacı Sami, pastayı merkez açısı α derece ~~üç~~ eş parçalara bölseydi her bir dilimdeki kırmızı şerit uzunluğunun kaç cm olacağına ilişkin cebirsel ifadeyi kurunuz.

$\frac{360}{\alpha} = \text{Kaç parça olacağı}$

$\frac{\text{Kırmızı şerit uzunluğu}}{\text{Kaç parça olacağı}} = \text{Kırmızı şerit uzunluğu}$

$\frac{\text{Çemberin çevresi}}{\frac{360}{\alpha}} = \text{Bir dilimin uzunluğu}$

$\frac{2 \cdot \pi \cdot r}{\frac{360}{\alpha}} = \text{Bir dilimin uzunluğu}$

$2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360} = \text{Bir dilimin uzunluğu}$

Örn: $360 \cdot \frac{160}{360} = 160 \text{ cm}$

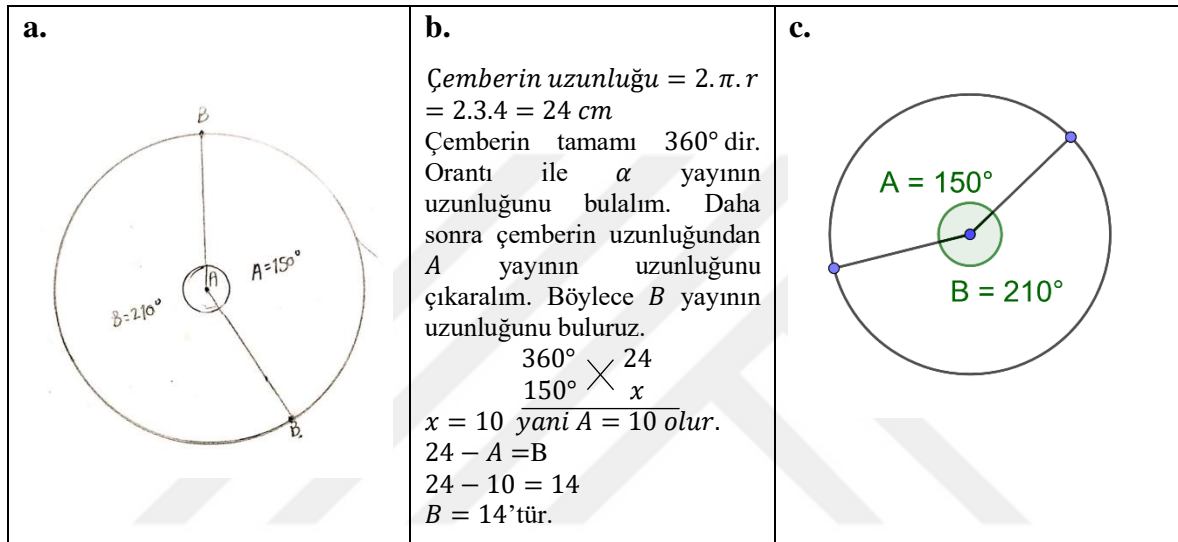
$360 \cdot \frac{120}{360} = 120 \text{ cm}$

Şekil 66. Derinleştirme-Sınıf İçi Öğrencilerin Çember Parçasının Uzunluğunu Cebirsel Olarak Bulmaya İlişkin Uğraşları

Etkinliğin devamında öğrenciler, çember parçasının uzunluğunun cebirsel ifadesine ulaşmak için kendilerine verilen tabloyu doldurmuşlardır (Şekil 65a). Böylece öğrenciler çember parçasının uzunluğu kavramına ilişkin nümerik temsiller kullanmışlardır. Öğrenciler tabloyu doldurduktan sonra öğretmen [12] tablodaki değerlerin değişiminin durumunu sorgulamıştır. Öğrenciler burada kural bulmaya yönelik tartışma sürecine başlamışlardır. Ancak ortaya attıkları düşünceler geçerli olmamıştır. Eda [20] merkez açı yerine α yazmaya karar vermiştir (Şekil 66b). Ardından Ege [21] kâğıt üzerine yaptığı çizimde α derecelik merkez açılara ayrılmış çemberi göstermiştir (Şekil 65b). Pasta diliminin uzunluğunu cebirsel olarak ifade etmeleri gerektiği için Oya [22] çemberin çevresini $2 \cdot \pi \cdot r$ biçiminde ifade etmiştir. Bunun üzerine Nil [23] parça sayısına ulaşmak için 360° yi α 'ya bölmeleri gerektiğini sözlü olarak belirtmiştir. Ardından çevreyi de parça sayısına bölmek gerektiğini belirtmiş ve öğrenciler bir dilimin uzunluğuna ilişkin cebirsel bir ifade oluşturmuşlardır. Bu ifadenin kontrolünü sağlamak için tablodaki sayısal değerlerden ve GeoGebra yazılımındaki dinamik şekilden yararlanmışlardır (Şekil 65). Buradan öğrencilerin çember parçasının uzunluğuna ilişkin temsil içi geçiş (sözel-sözel ve cebirsel-cebirsel) ve temsiller arası dönüşüm (nümerik-sözel, sözel-çizim, çizim-sözel, sözel-cebirsel, cebirsel-görsel ve görsel-nümerik) yaptıkları görülmektedir.

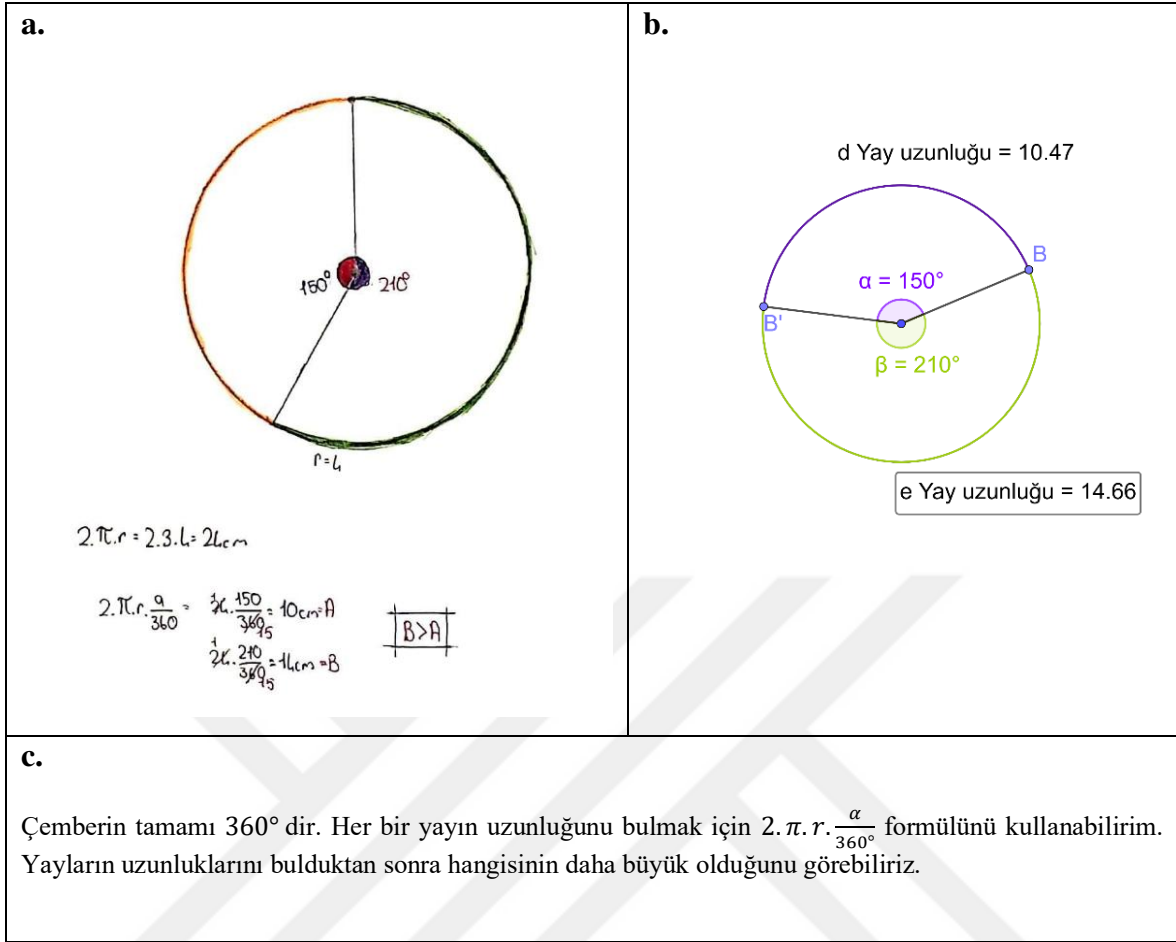
4. 2. 9. Değerlendirme-Sınıf Dışı

Çemberin ve çember parçasının uzunluğuna ilişkin hazırlanan ders planı doğrultusunda değerlendirme aşamasının sınıf dışı sürecinde öğrencilerin öz değerlendirme yapmasını sağlamak için geri bildirimli etkinlik GeoGebra Classroom ortamında paylaşılmıştır. Etkinlik içerisindeki problem durumunda yarıçapı bilinen bir çemberde iki merkez açı oluşturulmuş ve bu merkez açıların gördüğü yayların uzunluklarının nasıl bulunabileceği sorgulanmıştır. Her öğrenci etkinliği bireysel tamamlamıştır.



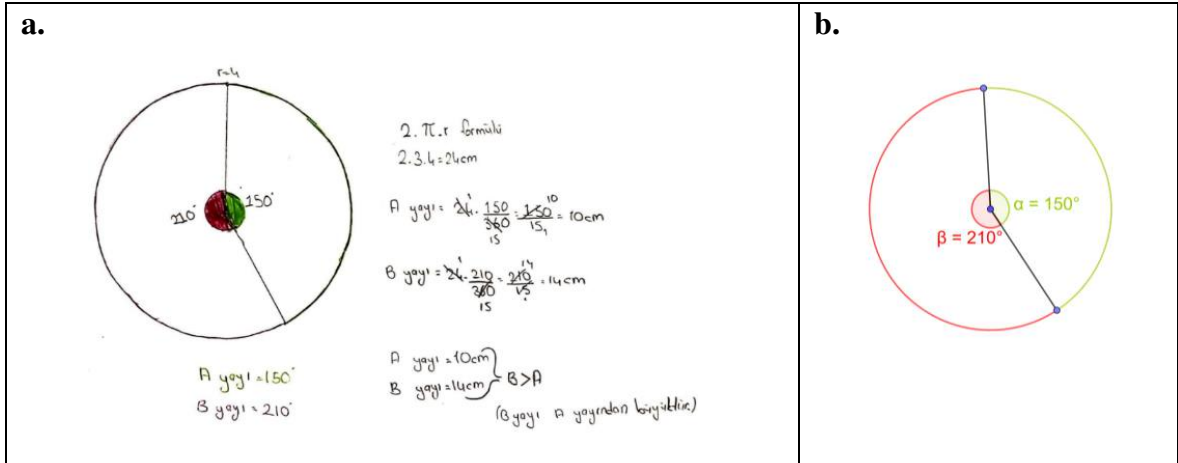
Şekil 67. Değerlendirme-Sınıf Dışı Ege'nin Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Açıklaması ve Dinamik Şekli

Ege, problem çözümüne çemberin ve çember parçasının uzunluğuna ilişkin kâğıt üzerine çizim yaparak başlamıştır (Şekil 67a). Ardından çemberin çevresinin formülünden yararlanarak çevresini bulmuş ve oran-orantı uygulamıştır. Elde ettiği denklemde A yayının uzunluğunu bulmuş ve bulduğu sonucu çemberin çevresinden çıkararak B yayının uzunluğunu bulmuştur. Yapılan klinik görüşmede Ege, sonuca ulaştıktan sonra GeoGebra yazılımında olduğu dinamik şekilde gözlem yaparak büyüklük küçüklüğe göre kendince kontrol sağladığını belirtmiştir (Şekil 67c). Buradan Ege'nin problem durumuna ilişkin temsil içi geçiş (cebirselsel-cebirselsel) ve temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel, sözel-cebirselsel, cebirselsel-nümerik ve nümerik-görsel) yaptığı görülmektedir.



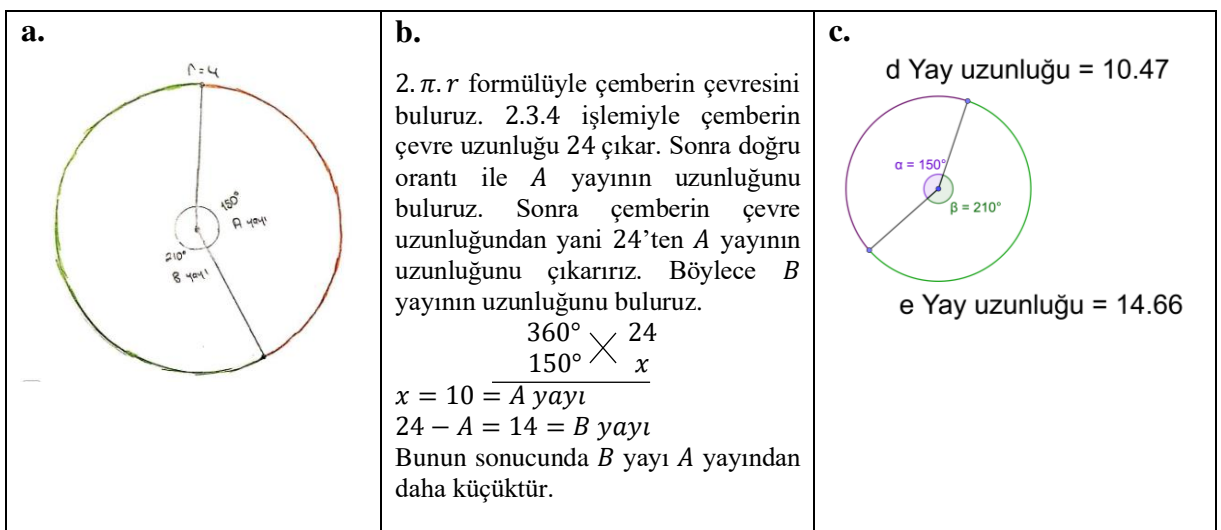
Şekil 68. Değerlendirme-Sınıf Dışı Nil'in Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Dinamik Şekli ve Açıklaması

Nil, problem çözümüne çemberin ve çember parçasının uzunluğuna ilişkin kâğıt üzerine çizim yaparak başlamıştır (Şekil 68a). Ardından çemberin ve çember parçasının uzunluğunu formülden yararlanarak A ve B yayının uzunluğunu bulmuştur. Sonuca ulaştıktan sonra GeoGebra yazılımında oluşturduğu dinamik şekilde ölçüm yaparak kontrol sağlamıştır (Şekil 68b). Problemin çözümüne ilişkin karşılaştırma sonucunu sembol kullanarak ve yazılı olarak ifade etmiştir (Şekil 68c). Buradan Nil'in problem durumuna ilişkin temsil içi geçiş (nümerik-nümerik) ve temsiller arası dönüşüm (çizim-cebirsal, cebirsal-nümerik, nümerik-görsel ve görsel-sözel) yaptığı görülmektedir.



Şekil 69. Değerlendirme-Sınıf Dışı Oya'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Açıklaması ve Dinamik Şekli

Oya, problem çözümüne çemberin ve çember parçasının uzunluğuna ilişkin kâğıt üzerine çizim yaparak başlamıştır (Şekil 69a). Ardından çemberin ve çember parçasının uzunluğu formülünden yararlanarak A ve B yayının uzunluğunu bulmuştur. Yayların büyüklük ve küçüklüğünü sembol kullanarak ifade ettikten sonra altına yazılı olarak da ifade etmiştir. Yapılan klinik görüşmede sonuca ulaştıktan sonra GeoGebra yazılımında oluşturduğu dinamik şekilde gözlemsel ölçüm yaparak kontrol sağladığını belirtmiştir (Şekil 69b). Buradan Oya'nın problem durumuna ilişkin temsil içi geçiş (nümerik-nümerik) ve temsiller arası dönüşüm (çizim-cebirsal, cebirsal-nümerik, nümerik-görsel ve görsel-sözel) yaptığı görülmektedir.

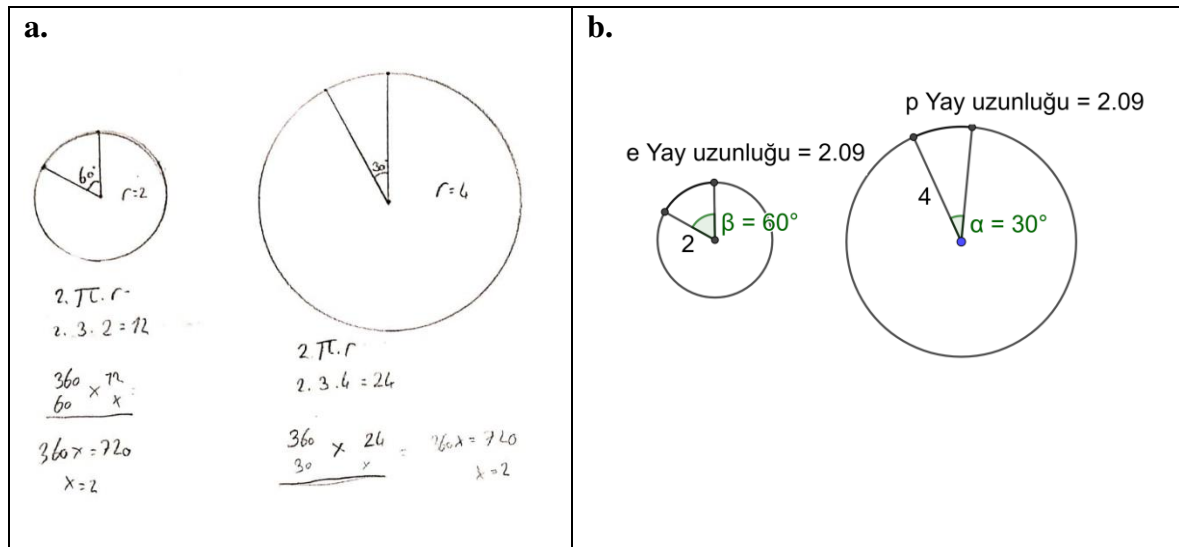


Şekil 70. Değerlendirme-Sınıf Dışı Eda'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Açıklaması ve Dinamik Şekli

Eda, problem çözümüne çemberin ve çember parçasının uzunluğuna ilişkin kâğıt üzerine çizim yaparak başlamıştır (Şekil 70a). Ardından çemberin çevresinin formülünden yararlanarak çevresini bulmuş ve oran-orantı uygulamıştır. Elde ettiği denklemde A yayının uzunluğunu bulmuş ve bulduğu sonucu çemberin çevresinden çıkararak B yayının uzunluğunu bulmuştur (Şekil 70b). Sonuca ulaştıktan sonra GeoGebra yazılımında oluşturduğu dinamik şekil üzerinde ölçüm yaparak kontrol sağlamıştır (Şekil 70c). Buradan Eda'nın problem durumuna ilişkin temsil içi geçiş (cebirsal-cebirsal) ve temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel, sözel-cebirsal, cebirsal-nümerik ve nümerik-görsel) yaptığı görülmektedir.

4. 2. 10. Değerlendirme-Sınıf İçi

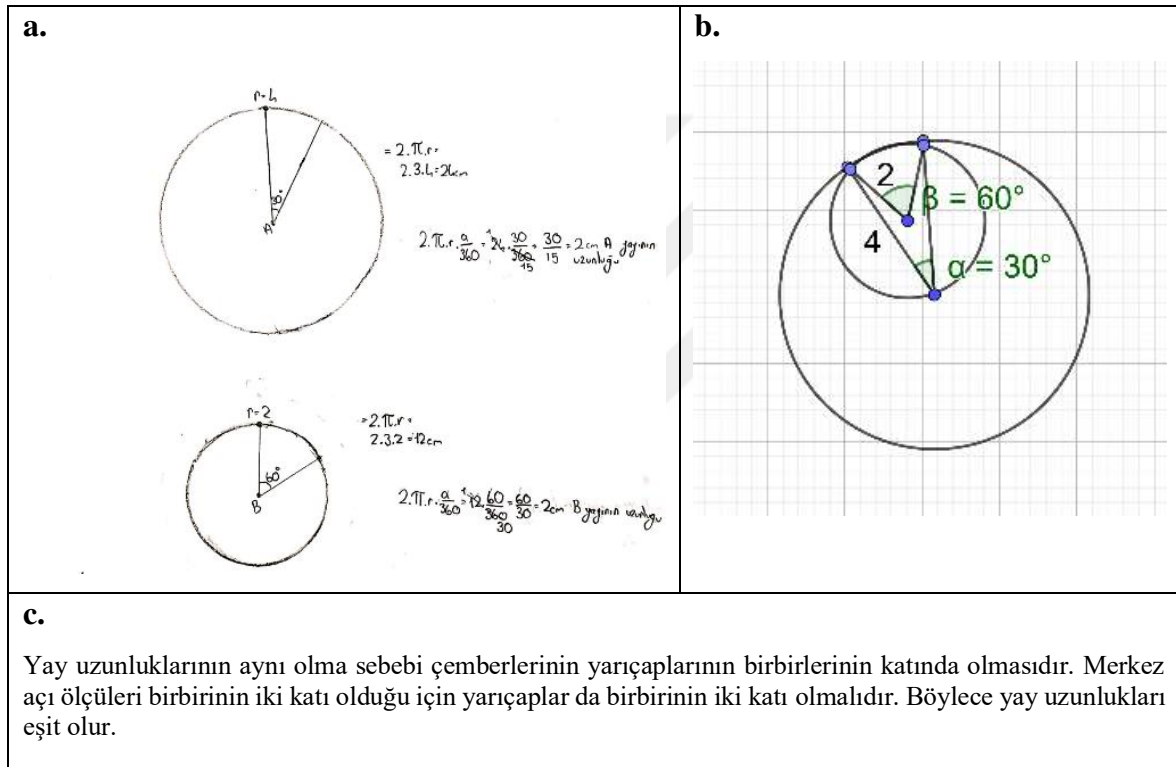
Çemberin ve çember parçasının uzunluğuna yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda tüm sürecin değerlendirmesini ele alan değerlendirme aşamasının sınıf içi sürecindeki etkinliği öğrenciler bireysel olarak tamamlamıştır. Etkinlik içindeki açık uçlu problem durumunda farklı büyüklükte çemberlerdeki merkez açı ölçüleri ve bu merkez açıların gördüğü yayların uzunluklarının aynı olduğu bilgisi verilmiştir. Ardından öğrencilerden bu iki çemberdeki merkez açıların gördüğü yay uzunluklarının nasıl eşit olabileceği üzerine düşünmeleri ve bu durumu açıklamaları istenmiştir.



Şekil 71. Değerlendirme Sınıf-İçi Ege'nin Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Açıklaması ve Dinamik Şekli

Ege, açıklamalarına kâğıt üzerine çizim yaparak başlamıştır (Şekil 71a). Ardından çemberin çevresine ilişkin formülü kullanarak çemberin çevresinin sayısal değerini

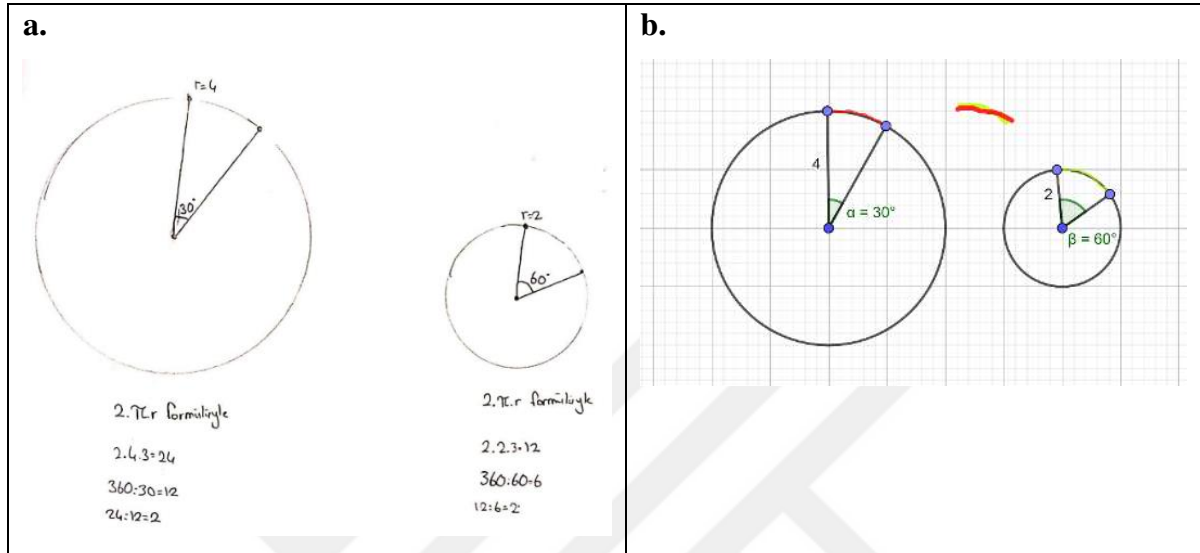
bulmuştur. Yay uzunlukları için oran-orantı uygulamış ve uzunlukların aynı olduğunu göstermiştir. Ardından GeoGebra yazılımında oluşturduğu dinamik şekil ile kontrol sağlamıştır (Şekil 71b). Klinik görüşme sürecinde yarıçap değerlerini neye göre belirlediği sorulmuştur. Ege, “Merkez açılar iki katı olduğuna göre ters orantı olacağını düşündüm ve açısı büyük olana 4, açısı küçük olana ise 2 değerini verdim. Kontrol ettiğimde ise yay uzunlukları eşit çıktı.” ifadesinde bulunmuştur. Buradan Ege’nin problem durumuna ilişkin temsil içi geçiş (cebirsal-cebirsal) ve temsiller arası dönüşüm (çizim-cebirsal, cebirsal-nümerik ve nümerik-görsel) yaptığı görülmektedir.



Şekil 72. Değerlendirme-Sınıf İçi Nil’in Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Dinamik Şekli ve Açıklaması

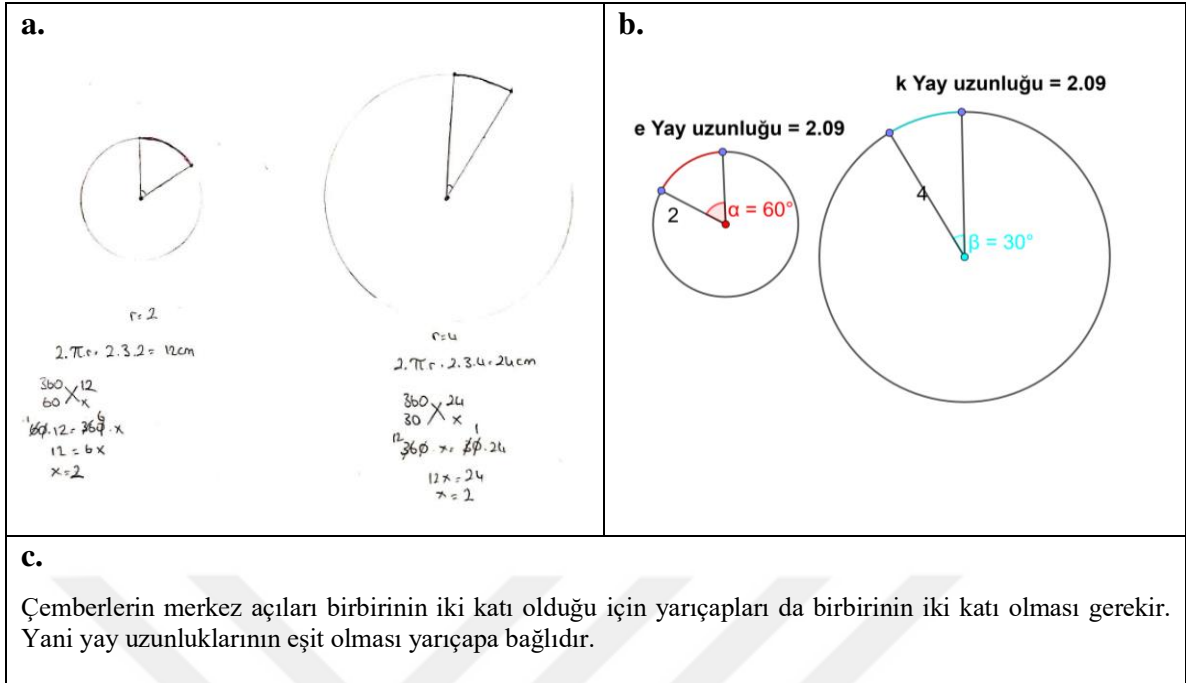
Nil, açıklamalarına kâğıt üzerine çizim yaparak başlamıştır (Şekil 72a). Ardından çemberin ve çember parçasının uzunluğuna ilişkin formül kullanarak çemberin çevresinin sayısal değerini bulmuştur. Nil de merkez açılardan yola çıkarak çemberlerin yarıçapları ile ilgili tahminde bulunmuştur. GeoGebra yazılımında oluşturduğu dinamik şekiller ile kontrol sağlamıştır (Şekil 72b). Düşüncesini yazılı olarak belirterek problem çözümünü sonlandırmıştır (Şekil 72c). Klinik görüşme sürecinde kontrolü nasıl yaptığı sorulmuştur. Nil, “Hata yapmış olabilirim ama aklıma bu yöntem geldi. GeoGebra yazılımında oluşturduğum çemberler hareket edebiliyor. Ben de küçük çember yayının noktalarını büyük

çember yayının noktalarıyla çakıştırdım. Yani oldu gibi.” ifadesinde bulunmuştur. Buradan Nil’in problem durumuna ilişkin temsil içi geçiş (nümerik-nümerik) ve temsiller arası dönüşüm (çizim-cebirsal, cebirsal-nümerik, nümerik-görsel ve görsel-sözel) yaptığı görülmektedir.



Şekil 73. Değerlendirme-Sınıf İçi Oya’nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Açıklaması, Dinamik Şekli ve GeoGebra Çizimi

Oya, açıklamalarına kâğıt üzerine çizim yaparak başlamıştır (Şekil 73a). Ardından çemberin çevresine ilişkin formülü kullanarak çemberin çevresinin sayısal değerini bulmuştur. Yay uzunlukları için parça-bütün ilişkisini kullanmış ve uzunlukların eşit olduğunu göstermiştir. Daha sonra GeoGebra yazılımında oluşturduğu dinamik şekil ve çizimi ile kontrol sağlamıştır (Şekil 73b). Klinik görüşme sürecinde yarıçap değerlerini neye göre belirlediği sorulmuştur. Ege, “Merkez açılara göre belirledim. Katı olmalı diye düşündüm. Aslında ben ilk baş büyük çembere büyük açıyı, küçük çembere küçük açıyı yazdım. Ama öyle sağlamadı. Değiştirince sağladı.” ifadesinde bulunmuştur. Bunun üzerine kontrolü nasıl sağladığı sorulduğunda “Yayları renkli kalemle çizdim, üst üste getirince yaklaşık aynı gibilerdi. Doğru olabileceğini düşündüm.” cevabını vermiştir. Buradan Oya’nın problem durumuna ilişkin temsiller arası dönüşüm (çizim-cebirsal, cebirsal-nümerik, nümerik-görsel ve görsel-çizim) yaptığı görülmektedir.



Şekil 74. Değerlendirme-Sınıf İçi Eda'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Dinamik Şekli ve Açıklaması

Eda, açıklamalarına kâğıt üzerine çizim yaparak başlamıştır (Şekil 74a). Ardından çemberin çevresine ilişkin formülü kullanarak çemberin çevresinin sayısal değerini bulmuştur. Yay uzunlukları için oran-orantı uygulamış ve uzunlukların aynı olduğunu göstermiştir. Daha sonra GeoGebra yazılımında oluşturduğu dinamik şekil ile kontrol sağlamıştır (Şekil 74b). Son olarak yazılı açıklamalarla düşüncelerini desteklemiştir (Şekil 74c). Eda da diğer öğrenciler gibi çemberlerin yarıçaplarını merkez açılarına göre belirlemiştir. Buradan Eda'nın problem durumuna ilişkin temsil içi geçiş (cebirsal-cebirsal) ve temsiller arası dönüşüm (çizim-cebirsal, cebirsal-nümerik, nümerik-görsel ve görsel-sözel) yaptığı görülmektedir.

Çemberin ve çember parçasının uzunluğu kazanımına yönelik bulgular sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımı aşamalarına ve süreçlerine göre Tablo 14'te özetlenmiştir. Öğrenciler bütün aşamalarda farklı temsil sistemlerini (sözel, nümerik, çizim, görsel ve cebirsal) kullanmışlardır. Spontane temsil kullanımları özellikle giriş-sınıf içi ve açıklama-sınıf içi süreçte ortaya çıkmıştır. Temsil dönüşümlerinin ise keşfetme, açıklama, derinleştirme aşamalarının sınıf içi süreçlerinde arttığı tespit edilmiştir (bkz. Tablo 14).

Tablo 14. Sorgulayıcı 5E Modeli ile Bütünleştirilmiş Ters-Yüz Sınıf Yaklaşımına Göre İkinci Öğretim Bölümünde Kullanılan Temsiller ve Semiyotik Eylemler

Aşama	Kavram	Kullanılan Temsil	Semiyotik Eylem
Giriş-Sınıf Dışı	Çemberin Uzunluğu	Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 50a)	Temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel)
		Yazılı açıklamalar (Eda [1])	Temsil içi geçiş (sözel-sözel)
		GeoGebra çizimi (notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 50b)	Temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim)
	Çember Parçasının Uzunluğu	Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 51a)	Temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel)
		Yazılı açıklamalar (Eda [2])	Temsil içi geçiş (sözel-sözel)
		Dinamik şekil (notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 51b)	Temsiller arası dönüşüm (sözel-görsel)
Keşfetme-Sınıf Dışı	Çemberin Yarıçapı ve Uzunluğu Arasındaki İlişki	Sayısal değerler (sürgü) (Şekil 53b)	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel)
		Dinamik şekil (navigasyon, etkileşim, notlarla açıklama, manipülasyon) (Şekil 53b)	Temsiller arası dönüşüm (görsel-sözel)
		Yazılı açıklamalar (Eda [1], Eda [2])	Temsil içi geçiş (sözel-sözel)
		Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 53a)	Temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim)
Giriş-Sınıf İçi	Çemberin ve Çember Parçasının Uzunluğu	Sözlü açıklama (Oya [2])	Temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim)
		Spontane çizim (Oya [2])	Temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel)
		Sözlü açıklamalar (Eda [4])	Temsil içi geçiş (sözel-sözel)
		GeoGebra çizimi (notlarla açıklama) (Şekil 54)	Temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim)
		Dinamik şekil (notlarla açıklama) (Şekil 54)	Temsiller arası dönüşüm (çizim-görsel)
		Sayısal değerler (hesaplama) (Şekil 54)	Temsiller arası dönüşüm (görsel-nümerik)
		Sözlü açıklamalar (Oya [9], Nil [10])	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-sözel)
			Temsil içi geçiş (sözel-sözel)

Keşfetme-Sınıflı	Çemberin Uzunluğu	Dinamik şekil (navigasyon, etkileşim, notlarla açıklama, manipülasyon) (Şekil 55a, Şekil 55b)	Temsil içi geçiş (görsel-görsel)
		Sayısal ifade (ölçüm yapma)	Temsiller arası dönüşüm (görsel-nümerik)
			Temsiller arası dönüşüm (nümerik-sözel)
		Sözlü açıklamalar (Ege [7], Oya [8]) Günlük hayat örneği (Eda [9])	Temsil içi geçiş (sözel-sözel)
			Temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim)
		Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 55c)	Temsiller arası dönüşüm (çizim-nümerik)
		Sayısal değer (sürgü, hesaplama, tablo) (Şekil 57a, Şekil 57b, Şekil 57c)	Temsil içi geçiş (nümerik-nümerik)
			Temsiller arası dönüşüm (nümerik-sözel)
		Sözlü açıklamalar (Eda [20], Oya [21], Eda [24])	Temsil içi geçiş (sözel-sözel)
			Temsiller arası dönüşüm (sözel-cebirsal)
		Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifadeler (Eda [26], Ege [27])	Temsil içi geçiş (cebirsal-cebirsal)
		Sözlü açıklama (Oya [28])	Temsiller arası dönüşüm (cebirsal-sözel)

Açıklama-Sınıf içi	Çemberin ve Çember Parçasının Uzunluğu	Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifade (formül) (Nil [1])	Temsiller arası dönüşüm (cebirsel-nümerik)
		Sayısal değer (hesaplama)	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-çizim)
		Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 58a)	Temsil içi geçiş (çizim-çizim)
		Spontane çizim (Oya [6])	Temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel)
		Sözlü açıklamalar [Ege [8], Eda [9])	Temsil içi geçiş (sözel-sözel)
		Sayısal değer (hesaplama)	Temsiller arası dönüşüm (sözel-nümerik)
		GeoGebra çizimi (navigasyon, etkileşim, notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 58b)	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-çizim)
			Temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel)
		Sözlü açıklamalar (Eda [18], Oya [19], Ege [20])	Temsil içi geçiş (sözel-sözel)
		Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 59a)	Temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim)
		Sayısal değerler (hesaplama)	Temsiller arası dönüşüm (çizim-nümerik)
		Sözlü açıklama (Nil [28])	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-sözel)
			Temsiller arası dönüşüm (sözel-cebirsel)
		Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifadeler (Eda [29])	Temsil içi geçiş (cebirsel-cebirsel)
		Dinamik şekil (navigasyon, notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 59b)	Temsiller arası dönüşüm (cebirsel-görsel)

Açıklama-Sınıf Dışı	Çemberin Uzunluğu	Sayısal değerler (sürgü) Dinamik şekiller (Şekil 60a, Şekil 60b, Şekil 60c) Yazılı açıklamalar (Eda [1], Eda [2]) Örnek sayısal değer (Eda [3]) Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 61a) Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifade (Eda [5]) (Şekil 61a) Sayısal değerler (hesaplama) Dinamik şekil (navigasyon, notlarla açıklama) (Şekil 61b)	Temsil içi geçiş (nümerik- nümerik) Temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel) Temsil içi geçiş (görsel-görsel) Temsiller arası dönüşüm (görsel-sözel) Temsil içi geçiş (sözel-sözel) Temsiller arası dönüşüm (sözel-nümerik) Temsiller arası dönüşüm (nümerik-çizim) Temsiller arası dönüşüm (çizim-cebirsal) Temsil içi geçiş (cebirsal-cebirsal) Temsiller arası dönüşüm (cebirsal-nümerik) Temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel)
Derinleştirme-Sınıf Dışı	Çemberin Uzunluğu	Yazılı açıklamalar (Ege [1], Ege [3]) Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifade (formül) (Ege [3]) Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 63a) Sayısal değer (hesaplama) ((Ege [3]) Dinamik şekil (navigasyon, notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 63b)	Temsil içi geçiş (sözel-sözel) Temsiller arası dönüşüm (sözel-cebirsal) Temsiller arası dönüşüm (cebirsal-çizim) Temsiller arası dönüşüm (çizim-nümerik) Temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel)
Derinleştirme-Sınıf İçi	Çemberin Uzunluğu	Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifade (formül) (Eda [1]) Sayısal değer (hesaplama) Dinamik şekil (navigasyon, notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 64b) Sözlü açıklamalar (Eda [3], Nil [4], Ege [5]) Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifadeler (Ege [7], Eda [8])	Temsiller arası dönüşüm (cebirsal-nümerik) Temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel) Temsiller arası dönüşüm (görsel-sözel) Temsil içi geçiş (sözel-sözel) Temsiller arası dönüşüm (sözel-cebirsal) Temsil içi geçiş (cebirsal-cebirsal)

Değerlendirme-Sınıf Dışı	Çember Parçasının Uzunluğu		Sayısal değer (hesaplama, tablo) (Ege [11], Şekil 65a)	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-sözel)
			Sözlü açıklamalar (Eda [13], Nil [15], Eda [16], Oya [19])	Temsil içi geçiş (sözel-sözel)
			Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 65b)	Temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim)
			Sözlü açıklamalar (Ege [21], Nil [23], Nil [25])	Temsil içi geçiş (sözel-sözel)
			Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifadeler (formül) (Nil [25], Ege [27], Şekil 66)	Temsiller arası dönüşüm (sözel-cebirselsel)
			Dinamik şekil (navigasyon, notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 65c)	Temsiller arası dönüşüm (cebirselsel-görsel)
			Örnek sayısal değer (hesaplama) (Eda [31])	Temsiller arası dönüşüm (görsel-nümerik)
	Çember Parçasının Uzunluğu	EGE	Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 67a)	Temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel)
			Yazılı açıklama (Şekil 67b)	Temsiller arası dönüşüm (sözel-cebirselsel)
			Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifadeler (oran-orantı) (Şekil 67b)	Temsil içi geçiş (cebirselsel-cebirselsel)
			Sayısal değer (hesaplama) (Şekli 67b)	Temsiller arası dönüşüm (cebirselsel-nümerik)
			Dinamik şekil (navigasyon, notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 67c)	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel)
		NİL	Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 68a)	Temsiller arası dönüşüm (çizim-cebirselsel)
			Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifadeler (formül) (Şekil 68a)	Temsiller arası dönüşüm (cebirselsel-nümerik)
			Sayısal değerler (hesaplama) (Şekil 68a)	Temsil içi geçiş (nümerik-nümerik)
			Dinamik şekil (navigasyon, notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 68b)	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel)
			Yazılı açıklama (Şekil 68c)	Temsiller arası dönüşüm (görsel-sözel)

Değerlendirme-Sınıf İçi	Çember Parçasının Uzunluğu	OYA	Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 69a)	Temsiller arası dönüşüm (çizim-cebirsel)
			Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifadeler (formül) (Şekil 69a)	Temsiller arası dönüşüm (cebirsel-nümerik)
			Sayısal değerler (hesaplama) (Şekil 69a)	Temsil içi geçiş (nümerik-nümerik)
			Dinamik şekil (navigasyon, notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 69b)	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel)
			Yazılı açıklama (Şekil 69a)	Temsiller arası dönüşüm (görsel-sözel)
		EDA	Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 70a)	Temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel)
			Yazılı açıklamalar (Şekil 70b)	Temsiller arası dönüşüm (sözel-cebirsel)
			Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifadeler (oran-orantı) (Şekil 70b)	Temsil içi geçiş (cebirsel-cebirsel)
			Sayısal değerler (hesaplama) (Şekil 70b)	Temsiller arası dönüşüm (cebirsel-nümerik)
			Dinamik şekil (navigasyon, notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 70c)	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel)
Değerlendirme-Sınıf İçi	Çember Parçasının Uzunluğu	EGE	Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 71a)	Temsiller arası dönüşüm (çizim-cebirsel)
			Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifadeler (oran-orantı) (Şekil 71a)	Temsil içi geçiş (cebirsel-cebirsel)
			Sayısal değer (hesaplama) (Şekil 71a)	Temsiller arası dönüşüm (cebirsel-nümerik)
			Dinamik şekil (navigasyon, notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 71b)	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel)
		NİL	Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 72a)	Temsiller arası dönüşüm (çizim-cebirsel)
			Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifadeler (formül) (Şekil 72a)	Temsiller arası dönüşüm (cebirsel-nümerik)
			Sayısal değerler (hesaplama) (Şekil 72a)	Temsil içi geçiş (nümerik-nümerik)
			Dinamik şekil (navigasyon, etkileşim, notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 72b)	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel)
			Yazılı açıklama (Şekil 72c)	Temsiller arası geçiş (görsel-sözel)

	OYA	Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 73a)	Temsiller arası dönüşüm (çizim-cebirsal)
		Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifade (formül) (Şekil 73a)	Temsiller arası dönüşüm (cebirsal-nümerik)
		Sayısal değer (hesaplama) (Şekil 73a)	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel)
		Dinamik şekil (notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 73b)	Temsiller arası dönüşüm (görsel-çizim)
		GeoGebra çizimi (etkileşim, notlarla açıklama) (Şekil 73b)	
	EDA	Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 74a)	Temsiller arası dönüşüm (çizim-cebirsal)
		Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifade (oran-orantı) (Şekil 74a)	Temsil içi geçiş (cebirsal-cebirsal)
		Sayısal değer (hesaplama) (Şekil 74a)	Temsiller arası dönüşüm (cebirsal-nümerik)
		Dinamik şekil (inşa, notlarla açıklama) (Şekil 74b)	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel)
		Yazılı açıklama (Şekil 74c)	Temsiller arası dönüşüm (görsel-sözel)

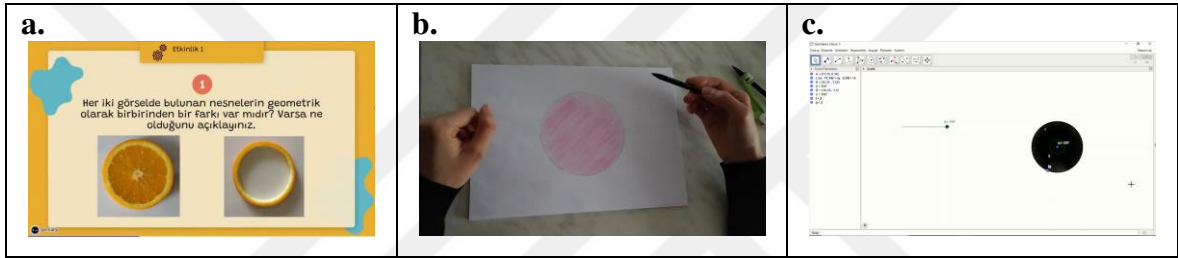
İkinci öğretim bölümünde öğrencilerin özellikle derinleştirme ve değerlendirme aşamalarının sınıf dışı süreçlerinde GeoGebra yazılımını doğrulama aracı olarak kullandıkları görülmüştür. Bir sonraki öğretim bölümüne geçilmeden önce öğrencilere, GeoGebra yazılımı üzerinde görseller oluşturarak çalışabilecekleri, hesaplamalar yapabilecekleri ve sürgü kullanarak kendi inşalarını oluşturabilecekleri söylenmiştir. Öğrencinin dikkatinden kaçma ihtimaline karşı dairenin ve daire diliminin alanına yönelik dinamik GeoGebra çalışma sayfası olarak sunulan etkinliklerdeki yönlendirici sorularda önem arz eden kelimelerin altı çizilmiştir. Ayrıca video olarak sunulan etkinliklerde önem arz eden kelimeler ses tonlamaları ile vurgulanmıştır. Ardından etkinliklerin uygulamasına geçilmiş ve elde edilen veriler geriye dönük analiz edilerek bulgular sunulmuştur.

4. 3. DAİRENİN VE DAİRE DİLİMİNİN ALANI

4. 3. 1. Giriş-Sınıf Dışı

Dairenin ve daire diliminin alanına yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda tasarlanan giriş etkinliği video olarak GeoGebra Classroom ortamında paylaşılmıştır (Şekil 75). Videoda öğrencilerin dikkatini daire kavramına çekmek amacıyla günlük hayattan portakal dilimi ve portakal kabuğu görselleri verilmiş ve öğrencilerin bu görselleri

karşılaştırmaları istenmiştir. Daha sonra öğrencilerden bu görsellerdeki geometrik şekillere benzer günlük hayattan örnek vermeleri istenmiştir (Şekil 75a). Videonun devamında daire kavramına ilişkin, kâğıt üzerinde pergeli ile çizim yapılmış ve öğrencilerden de çizim yapmaları; bu çizim ile görsellerdeki geometrik şekillerin benzerlik ve farklılıklarını karşılaştırmaları istenmiştir (Şekil 75b). Ardından daire kavramına ilişkin GeoGebra uygulaması oluşturulmuş ve bunu öğrencilerden de oluşturmaları; GeoGebra uygulamasındaki geometrik şekil ile çizimlerinin benzerlik ve farklılıklarını karşılaştırmaları istenmiştir (Şekil 75c). Ayrıca nesnelerdeki, çizimdeki ve GeoGebra uygulamasındaki geometrik şeklin nasıl tanımlanabileceği sorgulanmıştır. Her öğrenci etkinliği bireysel tamamlamıştır.



Şekil 75. Giriş-Sınıf Dışı (Daire) Videolarının Ekran Görüntüleri

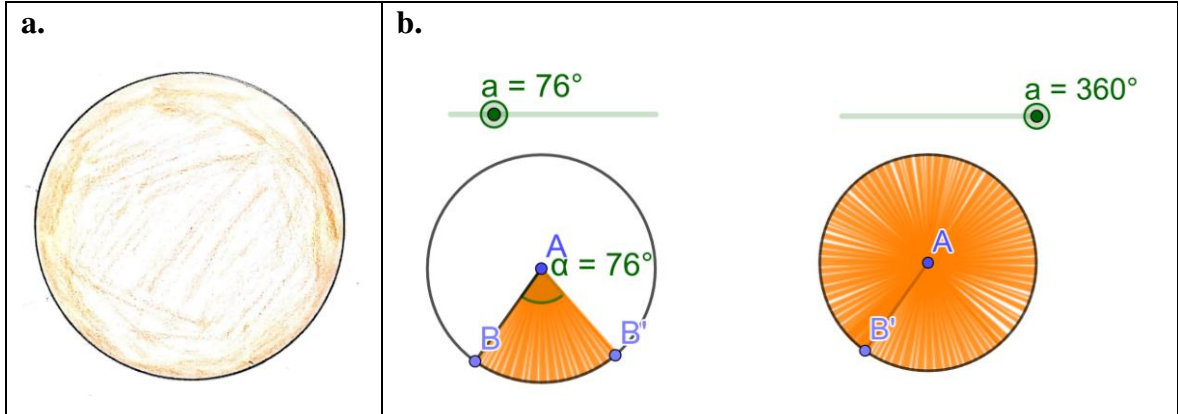
[1] **Ege:** İçi dolu olan daire, içi boş olan ise çemberdir. Daire: Madeni para. Çember: Tekerlek.

...

[2] **Ege:** Çizdiğimiz şekil çemberdi ancak içini doldurunca daire oldu. Görselde verilen ile aynı.

[3] **Ege:** Yarıçapın hareketi ile bıraktığı izler çemberin içini dolduruyor. Bu nedenle meydana gelen şekil bir dairedir.

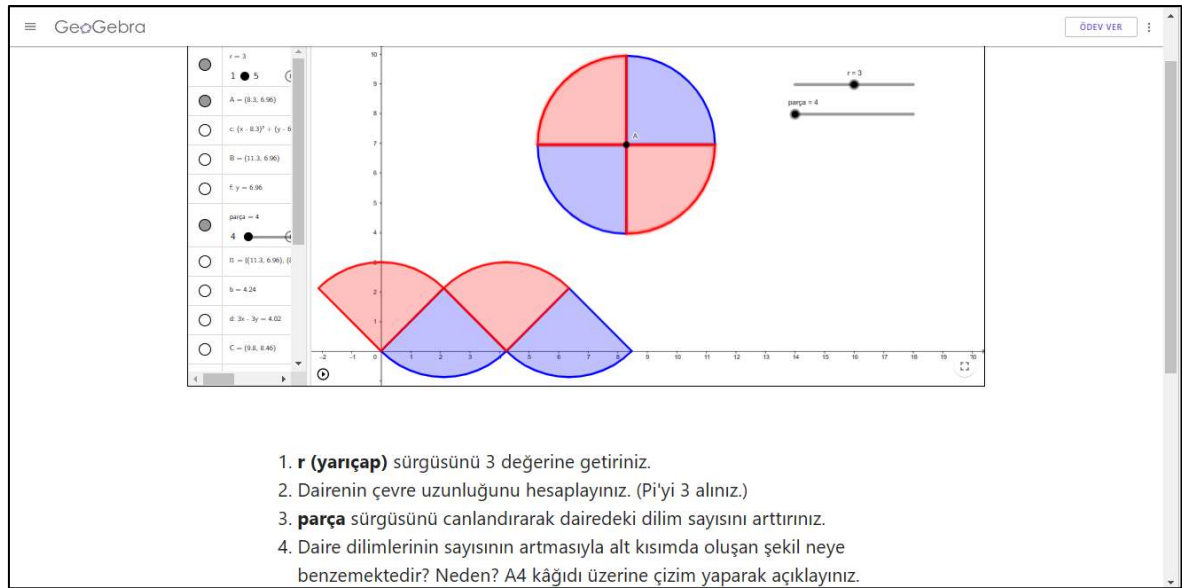
Ege [1] verilen görsellerden portakal dilimini içi dolu olduğu için daire, portakal kabuğunu içi boş olduğu için çember diye adlandırmıştır. Ege [1] iki geometrik şekle de günlük hayattan birer örnek vermiştir. Ege [2] videonun devamında yaptığı çizimin ise başlangıçta çember, içini doldurduktan sonra daire olduğunu ifade etmiştir (Şekil 76a). GeoGebra yazılımında öncelikle çember oluşturmuş daha sonra içini taratmıştır (Şekil 76b). Ege [3] taranan geometrik şekli içi dolu olduğu için daire olarak isimlendirmiştir. Öğrenciler, daire kavramına ilişkin açıklamalarını yazılı olarak sunduktan sonra kâğıt üzerinde çizmiş (Şekil 76a) ve GeoGebra yazılımının simülasyon özelliği sayesinde somutlaştırmışlardır (Şekil 76b). Buradan öğrencilerin daire kavramına ilişkin temsil içi geçiş (sözel-sözel) ve temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim ve çizim-sözel) yaptıkları görülmektedir.



Şekil 76. Giriş-Sınıf Dışı Ege'nin Daire Kavramına İlişkin Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve GeoGebra Yazılımındaki Çizimi

4. 3. 2. Keşfetme-Sınıf Dışı

Dairenin ve daire diliminin alanına yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda keşfetme etkinliğinin ilk bölümü dinamik GeoGebra çalışma sayfası olarak GeoGebra Classroom ortamında paylaşılmıştır (Şekil 77). Öğrencilerden GeoGebra uygulaması üzerindeki parça sürgüsünü canlandırarak etkinliği tamamlamaları istenmiştir. Etkinlikte daire dilimlerinin artmasıyla altta bulunan görselin oluşturduğu geometrik şekil sorgulanmıştır. Her öğrenci etkinliği bireysel tamamlamıştır.



Şekil 77. Keşfetme-Sınıf Dışı Dinamik GeoGebra Çalışma Sayfası Ekran Görüntüsü

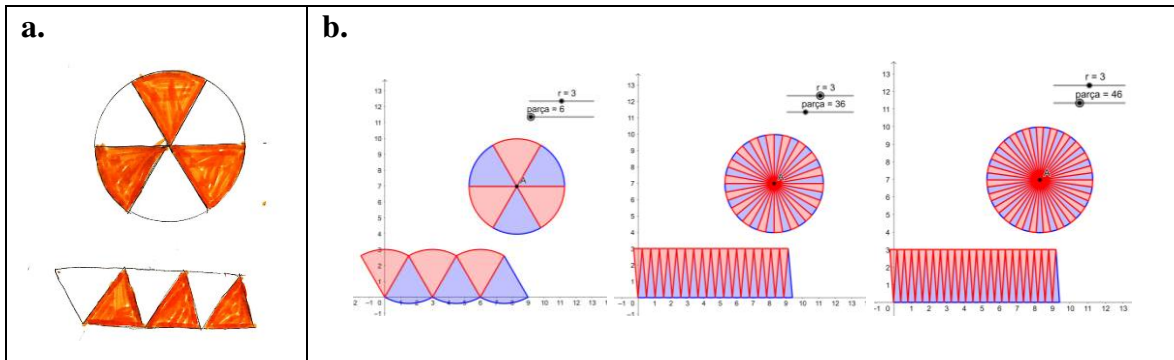
[1] **Ege:** Dairenin çevresi de çember belirtir. Bu yüzden $2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 18 \text{ cm}$ olur.

[2] **Ege:** Mesela 6 parçaya bölünmüş bir daire yapalım. Alttaki görsel yamuk olur. Görsel dairenin dilim sayısına göre değişmektedir. Dairenin dilim sayısı arttıkça görsel giderek dikdörtgene benzemektedir.

[3] **Öğretmen:** Örnek verir misin?

[4] **Ege:** Örneğin, 46 parçaya bölünmüş bir daire, 36 parçaya bölünmüş bir daireden daha fazla dikdörtgene benzemektedir.

Ege [1] öncelikle kendisine verilen dairenin çevresini formül kullanarak sayısal olarak ifade etmiştir. Oya, Eda ve Nil de dairenin çevresine ilişkin açıklamalarını aynı biçimde yapmışlardır. Buradan öğrencilerin dairenin çevresine ilişkin temsiller arası dönüşüm (sözel-cebirselsel ve cebirselsel-nümerik) yaptıkları görülmektedir. Etkinliğin devamında Ege [2] **parça** sürgüsünü canlandırarak daire dilimlerinin arttığı görseller sunmuştur (Şekil 78b). Buradan alt bölümde oluşan şeklin dikdörtgene benzediğini yazılı ve çizim olarak ifade etmiştir (Şekil 78a). Öğretmenin [3] örnek istemesi üzerine Ege [4] sunduğu görseller üzerinde yaptığı gözleme dayanarak 36 ve 46 parçalık şekilleri karşılaştırmış ve düşüncelerini yazılı olarak ifade etmiştir. Ege, dikdörtgen kavramına ilişkin açıklamalarına GeoGebra yazılımının manipülasyon özelliği sayesinde sunduğu görseller ile başlamış (Şekil 78b), yazılı olarak devam etmiş ve çizim yaparak sonlandırmıştır. Buradan Ege'nin dikdörtgen kavramına ilişkin temsil içi geçiş (görsel-görsel ve sözel-sözel) ve temsiller arası dönüşüm (görsel-sözel ve sözel-çizim ve çizim-sözel) yaptığı görülmektedir. Oya, Eda ve Nil ise açıklamalarına görseller sunarak başlamışlar, çizim yaparak devam etmişler ve düşüncelerini yazılı olarak ifade ederek sonlandırmışlardır. Buradan Oya, Eda ve Nil'in dikdörtgen kavramına ilişkin temsil içi geçiş (sözel-sözel) ve temsiller arası dönüşüm (görsel-çizim ve çizim-sözel) yaptıkları görülmektedir.



Şekil 78. Keşfetme-Sınıf Dışı Ege'nin Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve Dinamik Şekilleri

4. 3. 3. Giriş-Sınıf İçi

Dairenin ve daire diliminin alanına yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda sınıf dışı uygulanan giriş etkinliğinde öğrencilerin not aldığı ve öğretmenin süreç içinde ortaya attığı sorular sınıf ortamında toplu olarak tartışılmıştır. Tartışma esnasında yöneltile sorular, öğretmen rehberliğinde öğrenciler tarafından cevaplandırılmıştır.

[1] **Eda:** Daireye günlük hayattan neleri örnek verdiniz?

[2] **Ege:** Ben madeni para dedim.

[3] **Oya:** AAA! Örnek mi vermemiz gerekiyordu? Ben fark etmedim. O zaman... Ne olabilir? Pizza!

[4] **Nil:** Ben de örnek vermedim. Yol kenarlarındaki araç hızını gösteren yuvarlak tabelalar mesela.

[5] **Öğretmen:** Peki GeoGebra yazılımındaki şekil, matematiksel olarak nasıl adlandırılır?

[6] **Eda:** Daire.

[7] **Öğretmen:** Neden?

[8] **Oya:** Yuvarlak.

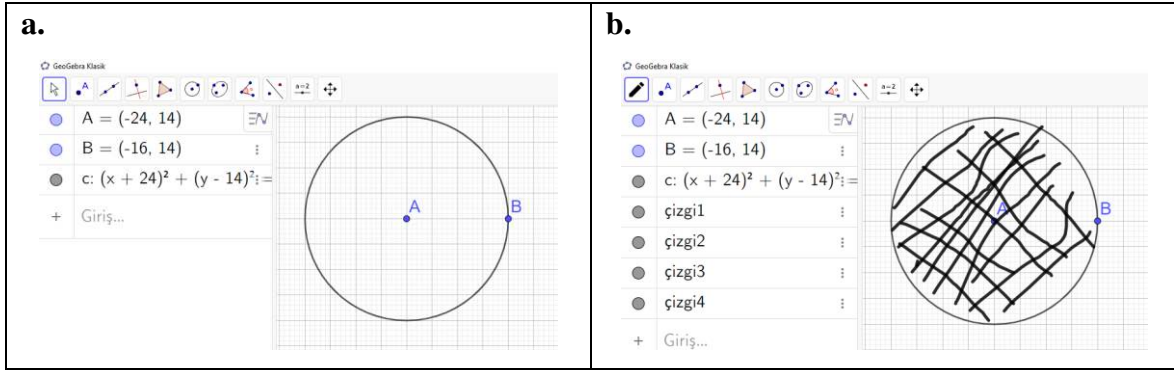
[9] **Nil:** Alanı var.

[10] **Ege:** Merkez açısı var ve 360° dir.

[11] **Eda:** Çemberin içi dolu hâli yani. Böyle çiziyoruz içini tarıyoruz. (Parmağıyla havada gösterir.)

[12] **Öğretmen:** Nasıl GeoGebra yazılımında çizer misin? (Eda, GeoGebra yazılımının kalemiyle çizim yapar.)

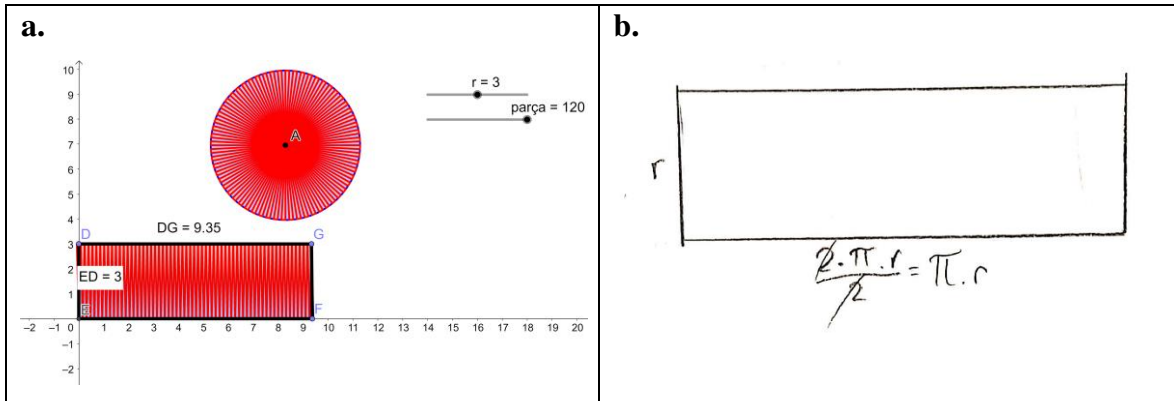
Eda [1] daire kavramına ilişkin günlük hayattan örnekler sorarak sınıf içi tartışmayı başlatmıştır. Ege [2] madeni para örneğini vermiştir. Oya [3] ve Nil [4] sınıf dışı süreçte videoyu izlerken bu kısmı unuttuklarını belirterek pizza ve araç hız levhasını örnek vermiştir. Yapılan klinik görüşmede öğretmenin bu kısmı nasıl unuttuklarını sorması üzerine öğrenciler gözden kaçırdıklarını, aslında videoyu tekrar izleme gibi bir avantajlarının olduğunu ancak tekrar izlemediklerini belirtmişlerdir. Tartışmanın devamında öğretmen [5] öğrencilerin farklı temsiller kullanmasını sağlamak için videoda yer alan GeoGebra uygulamasındaki görseli sorgulamıştır. Bunun üzerine Eda [6] daire olduğunu sözlü olarak ifade etmiştir. Öğretmenin [7] düşüncelerinin nedenini sorması üzerine öğrenciler sözlü açıklamalarda bulunmuştur. Eda [11] sözlü açıklamasının yanı sıra zihnindeki spontane temsil kullanarak parmağıyla havada göstermiştir. Öğretmen [12], Eda'dan gelip GeoGebra yazılımında çizmesini istemiş ve Eda daire kavramına ilişkin çizim yapmıştır (Şekil 79b). Buradan öğrencilerin daire kavramına ilişkin temsil içi geçiş (sözel-sözel ve çizim-çizim) ve temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim) yaptıkları görülmektedir.



Şekil 79. Giriş-Sınıf İçi Eda'nın GeoGebra Yazılımındaki Çizimi

4. 3. 4. Keşfetme-Sınıf İçi

Dairenin ve daire diliminin alanına yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda keşfetme etkinliğinin kalan kısmı grup çalışması olarak gerçekleştirilmiştir. Sunulan dinamik GeoGebra çalışma sayfasında öğrenciler GeoGebra araçlarını (*Sürgü*, *Çokgen*, *Uzaklık veya Uzunluk*) kullanarak meydana gelen değişimleri gözlemlemişlerdir (Şekil 80a). GeoGebra uygulamasında bulunan sürgülerden biri yarıçapı diğeri ise dairenin eş parça sayısını artırıp azaltmaktadır. Öğrenciler GeoGebra yazılımının araçlarından faydalanıp yönlendirici sorular üzerinde tartışarak dikdörtgenin alanından dairenin alanını veren cebirsel ifadeye ulaşmaya çalışmışlardır.



Şekil 80. Keşfetme-Sınıf İçi Eda'nın GeoGebra Yazılımındaki Çizimi ve Kâğıt Üzerindeki Çizimi

- [1] Nil: Uzun kenarı şurası. (GeoGebra uygulamasında gösterir.)
- [2] Eda: Çapa mı eşit?
- [3] Nil: Ölçelim. (Yarıçapı ölçer.) AAA! yarıçap kısa kenarına eşit.
- [4] Eda: Çevresini nasıl buluyorduk?
- [5] Oya: $2 \cdot \pi \cdot r$
- [6] Nil: O zaman uzun kenar çevreye eşit. 18 yani.

[7] **Eda:** Ölçelim. (Altta bulunan görselin köşelerine noktalar yapar. Doğru parçası oluşturur ve ölçer.) 9 imiş, 18 değil. Çapına eşit o zaman.

[8] **Oya:** Çap 6'dır.

[9] **Nil:** Çapına eşit değil. Çapı 6, bunun uzunluğu 9. AAA! Bunun çevresi 18 değil miydi?

[10] **Oya:** Evet.

[11] **Nil:** Çevrenin yarısı bu (uzun kenar).

[12] **Eda:** Şurası kırmızı olanlar dairenin yarısı, şurası mavi olanlar burası da diğer yarısı. $9 + 9 = 18$.

[13] **Öğretmen:** Cebirsel olarak nasıl ifade ederiz?

[14] **Eda:** Nasıl yani?

[15] **Öğretmen:** Dairenin çevresini cebirsel olarak nasıl ifade edersiniz?

[16] **Ege:** $2 \cdot \pi \cdot r$

[17] **Öğretmen:** Yarısını nasıl ifade edersiniz?

[18] **Eda:** $\frac{2 \cdot \pi \cdot r}{2}$

[19] **Öğretmen:** Sadeleştir. Uzun kenar ne olur?

[20] **Eda:** $\pi \cdot r$ (Şekil çizir.) Şurası da r oluyor.

Öğrenciler dairenin parçalarıyla oluşan dikdörtgenin uzun kenarının dairenin hangi değerine eşit olduğunu bulmak için tartışmaya başlamışlardır. Nil [1] GeoGebra yazılımında uzun kenarı göstermiştir (Şekil 80a). Eda'nın [2] düşüncesi çapa eşit olmasıdır. Nil [3] bu düşüncesinin doğru ya da yanlış olduğunu göstermek için dairenin yarıçapını ölçmüştür. Ancak dairenin yarıçapının dikdörtgenin kısa kenarına eşit olduğunu fark etmiştir. Bunun üzerine Nil [6] dikdörtgenin uzun kenarının dairenin çevresine eşit olduğunu ortaya atmıştır. Eda [7] GeoGebra uygulaması üzerinde daire parçalarından oluşan şeklin köşe noktalarını belirleyerek dikdörtgen kavramına ilişkin çizim sunmuştur (Şekil 80b). Uzun kenarını ölçmesi sonucu yaklaşık 9 olduğunu belirtmiştir. Eda bu ölçüm sonucu dikdörtgenin uzun kenarının çapa eşit olduğu düşüncesini tekrar vurgulamıştır. Oya'nın [8] çap değerini söylemesi üzerine Nil [9] dikdörtgenin uzun kenarının çevrenin yarısına eşit olduğunu fark etmiş ve düşüncesini sözlü olarak ifade etmiştir. Bunun üzerine Eda [12] da GeoGebra yazılımındaki dinamik şekli gözlemleyerek kırmızı ve mavi parçalar arasındaki ilişkiyi sözlü olarak açıklamış ve Nil'in [9] söylemini onaylamıştır. Öğretmenin [13] uzun kenarı cebirsel olarak ifade etmelerini istemesi üzerine öğrenciler sessiz kalmışlardır. Öğretmen [15] öğrencilerden dairenin çevresini cebirsel olarak ifade etmelerini isteyerek, öğrencileri uzun kenarı cebirsel biçimde ifade etmeye yönlendirmiştir. Eda [20] kâğıt üzerine çizdiği dikdörtgen üzerinde kısa ve uzun kenarı cebirsel olarak ifade etmiştir. Öğrenciler, dairenin alan formülüne ulaşmak için daire dilimlerinin oluşturduğu dikdörtgenden yararlanarak tartışmaya başlamışlardır. GeoGebra yazılımında dairenin parça sayısının artmasıyla alt bölümde oluşan dinamik şekil üzerinde dikdörtgene ilişkin çizim yapmışlardır. Ardından

ortaya attıkları düşüncelerini bu şekil üzerinde ölçme yaparak kontrol etmişlerdir. Buradan kısa kenarın yarıçapa, uzun kenarın dairenin çevresinin yarısına eşit olduğunu fark ederek sözlü açıklamalar yapmışlardır. Ardından öğretmen yönlendirmesiyle yaptıkları çizim üzerinde dikdörtgenin kısa ve uzun kenarlarını cebirsel olarak ifade etmişlerdir. Buradan öğrencilerin dikdörtgen kavramına ilişkin temsil içi geçiş (sözel-sözel ve cebirsel-cebirsel) ve temsiller arası dönüşüm (görsel-çizim, çizim-sözel, sözel-cebirsel ve cebirsel-çizim) yaptıkları görülmektedir.

[21] Nil: Oluşan şekil dikdörtgen.

[22] Oya: Alanı $3.9 = 27$.

[23] Eda: Cebirsel olarak verelim.

[24] Ege: Alanları eşit olacak!

[25] Nil: Nerden anladın?

[26] Eda: Parçaları eşit.

[27] Nil: HM.

[28] Eda: Kısa ve uzun kenarın çarpımını cebirsel olarak yazalım. $r \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot r^2$
Dairenin alanı da $\pi \cdot r^2$ olmalı.

[29] Öğretmen: Örnek üzerinde deneyin bakalım sağlayacak mı?

[30] Nil: Yarıçap 4 olsun. $3.4.4 = 48$ çıkıyor.

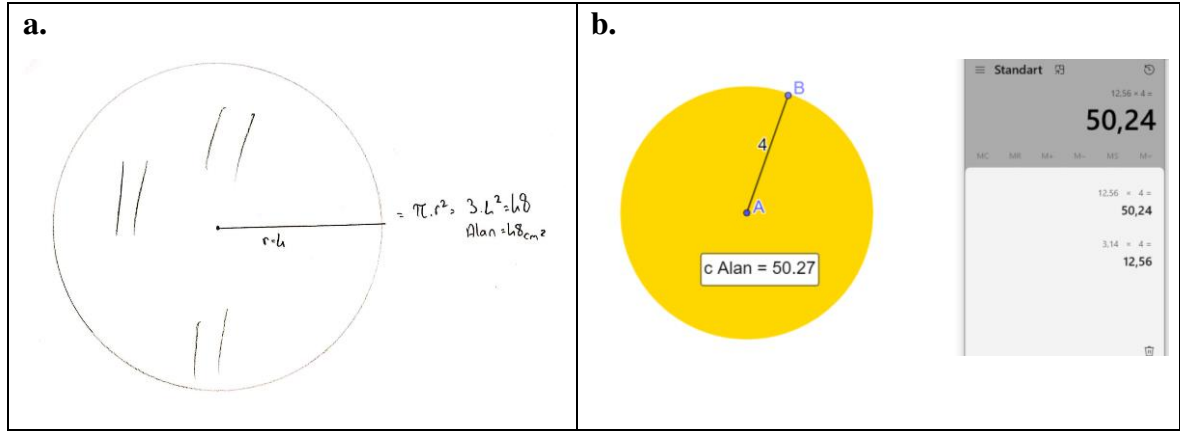
[31] Ege: Tamam. (Çizim yapar.)

[32] Eda: GeoGebra yazılımında bakalım. (Kontrol sağlar.) EEE olmadı.

[33] Ege: Yazılım $\pi = 3,14$ alıyor. Hesap makinesiyle bakalım.

Etkinliğin devamında öğrenciler dikdörtgenin alanı ile dairenin alanı arasındaki ilişkiyi bulmak için tartışmışlardır. Ege [24] alanlarının eşit olacağı düşüncesini ortaya atmıştır. Nil'in [25] nereden anladığını sorması üzerine Eda [26], dairenin ve dikdörtgenin eş parça sayılarının aynı olduğunu belirtmiştir. Eda [28] kısa ve uzun kenarı cebirsel olarak yazıp dikdörtgenin alanını ifade ederek dairenin alanını da cebirsel olarak belirtmiştir. Öğretmenin bir örnek üzerinde denemesini istemesi üzerine Nil [30] yarıçapı 4 olan bir dairenin alanını sayısal olarak hesaplamıştır. Ege [31] çizim yaparak bu örneği görselleştirmiştir (Şekil 81a). Eda [32] GeoGebra yazılımında kontrol sağlamak istemiş ve daire kavramına ilişkin dinamik şekil oluşturmuştur (Şekil 81b). Dairenin alanını ölçtüğünde hesapladıkları sayı ile aynı bulmamış ve bu duruma şaşırmıştır. Ege [33] yazılımın π sayısını 3,14 aldığını belirtmiş ve hesap makinesini açarak kontrol sağlamıştır. Yaklaşık aynı değere ulaşmıştır. Öğrenciler, dairenin alanı ve dikdörtgenin alanı arasındaki ilişkiyi sözlü olarak ifade ederek tartışmışlar ve dairenin alanını cebirsel olarak ifade etmişlerdir. Öğretmenin örnek üzerinde bakmalarını istemesi durumunda öğrenciler, sayısal olarak alanını hesaplamışlar ve çizim yapmışlardır. Ardından GeoGebra yazılımında oluşturdukları dinamik şekil ile kontrol etmişlerdir. Buradan öğrencilerin dairenin alanına ilişkin temsil içi

geçiş (sözel-sözel ve cebirsel-cebirsel) ve temsiller arası dönüşüm (sözel-cebirsel, cebirsel-nümerik, nümerik-çizim ve çizim-görsel) yaptıkları görülmektedir.



Şekil 81. Keşfetme-Sınıf İçi Ege'nin Kâğıt Üzerindeki Çizimi ve Eda'nın Dinamik Şekli

4. 3. 5. Açıklama-Sınıf İçi

Dairenin ve daire dilimin alanını bulmaya yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda açıklama etkinliği grup çalışması olarak gerçekleştirilmiştir. Sunulan dinamik GeoGebra çalışma sayfasında öğrenciler, GeoGebra araçlarını (*Sürgü*, *Çember: Merkez & Yarıçap, Uzaklık veya Uzunluk*) kullanarak Hüseyin Bey'in ineği Sarıkız'ın ağaç etrafında sabit uzaklıkta dönmesi ile otlayabileceği en geniş alan ve ip uzunluğunun bu alanı nasıl etkilediği üzerine tartışmışlardır (Şekil 82c). GeoGebra yazılımında bulunan sürgülerden biri yarıçapı artırıp azaltırken diğeri daire oluşturmaktadır. Öğrenciler sürgüyü kullanıp verilen tabloyu doldurarak yarıçap ile dairenin alanı arasındaki ilişkiyi açıklamışlardır.

[1] **Nil:** Daire, çok belli. Şu ip bana yarıçap GİBİ geldi. Yarıçapı 3 m olan bir çember çizmeliyiz. Pergelin ucu Sarıkız'ın ağaca bağlı olduğu yere gelmeli. (Çizim yapar.)

[2] **Ege:** Sürgüyü canlandırıyorum.

[3] **Oya:** AAA! Otladığı alan bir daire.

[4] **Eda:** BAK! 3 çıktı. (İpin uzunluğunu ölçer.)

[5] **Ege:** Neden daire?

[6] **Eda:** Yuvarlak ve içi dolu, bak. (Parmağıyla havada çizim yapar.)

[7] **Nil:** En geniş alanı $2\pi r$ formülü ile bulacağız. 2.3.3...

[8] **Eda:** HAYIR! πr^2 . (Yüksek ses ile söyler.)

[9] **Nil:** Evet, doğru ya! Alanı soruyor. $\pi r^2 = 3.3^2 = 27$

[10] **Öğretmen:** Bu formülü nasıl buldunuz?

[11] **Nil:** Dikdörtgenin alan formülünden. Yani daireyi dilimlere ayırıp bir ters bir düz sıralarsak dikdörtgen oluşuyor. Dairenin alanı ile dikdörtgenin alanı aynı olur. (Çizim yapar.)

[12] Ege: Tablo için r sürgüsünü canlandırıyorum.

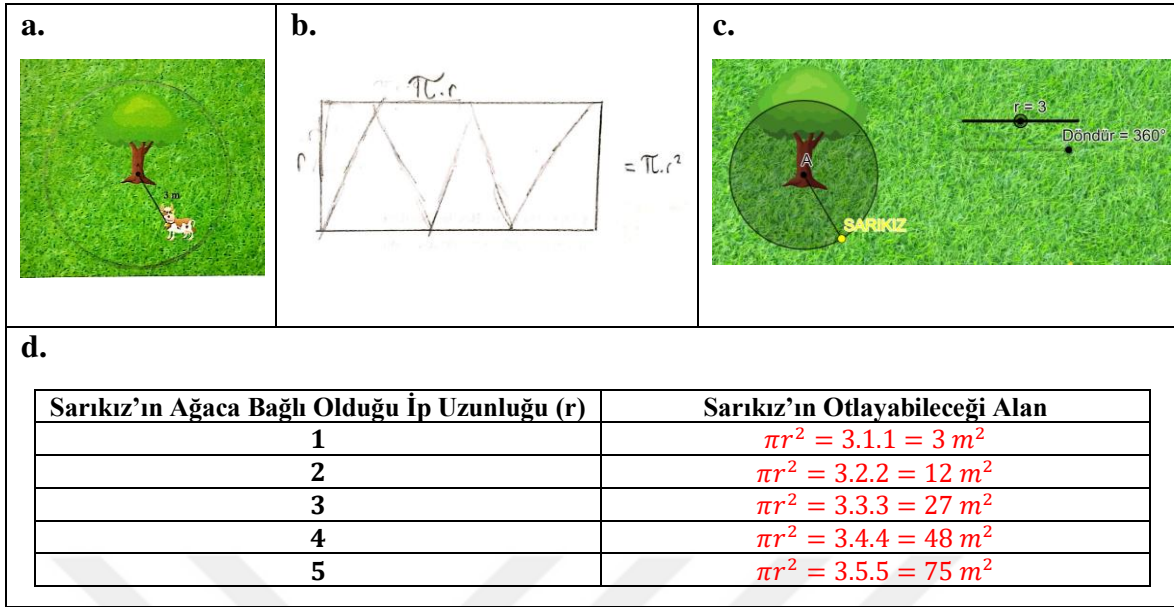
$$\begin{aligned} r = 1 \text{ için } \pi r^2 &= 3.1.1 = 3 & r = 2 \text{ için } \pi r^2 &= 3.2.2 = 12 \\ r = 3 \text{ için } \pi r^2 &= 3.3.3 = 27 & r = 4 \text{ için } \pi r^2 &= 3.4.4 = 48 \\ r = 5 \text{ için } \pi r^2 &= 3.5.5 = 75 \end{aligned}$$

[13] Nil: Yarıçapları değiştiği için alanları da değişiyor.

[14] Oya: Yarıçap arttıkça alan da artar.

Nil [1] Sarıkız'ın ağaç etrafında sabit dönmesi ile oluşan şeklin daire olduğunu sözlü olarak belirtmiştir. Ardından kâğıt üzerinde pergel yardımıyla Sarıkız'ın otlayabileceği alanı göstermiştir (Şekil 82a). Ege [2] sürgüyü canlandığında, Oya [3] onaylayan bir ifade ile oluşan şeklin daire olduğunu sözlü olarak belirtmiştir (Şekil 82c). Ege'nin [5] Sarıkız'ın otladığı alanın geometrik şekline ilişkin neden daire olduğunu sorması üzerine Eda [6], daire kavramına ilişkin sözlü ifadeler kullanarak ve spontane çizim yaparak açıklama yapmıştır. Bunun üzerine Nil [7] Sarıkız'ın otlayabileceği en geniş alanın formülü yerine oluşan şeklin çevre formülünü vermiştir. Eda [8] yüksek sesle ikazda bulunarak alanın formülünü söylemiştir. Nil [8] yanlış bilgiyi kullandığının farkına vararak dairenin alan formülü üzerinde hesaplama yapmıştır. Öğretmenin [10] formülü nasıl bulduklarını sorması üzerine Nil [11] sözel açıklamasının yanı sıra kâğıt üzerinde daire dilimlerinden oluşan bir dikdörtgen çizerek düşüncesini sözlü biçimde ifade etmiştir (Şekil 82b). Ege'nin [12] yarıçap sürgüsünü canlandırıp sayısal değerler kullanarak tabloyu doldurması (Şekil 82d) üzerine Nil [13] ve Oya [14] dairenin yarıçapı ile alanı arasındaki ilişkiyi sözlü olarak ifade etmiştir.

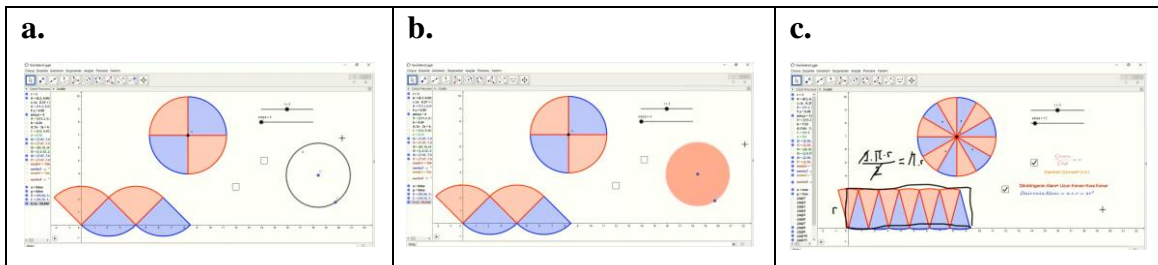
Nil, dairenin alanına ilişkin açıklamalarına sözel temsil aracılığıyla başlayarak, çizim temsil ile devam etmiştir. Ege, **Döndür** sürgüsünü canlandırarak dairenin alanına ilişkin görsel temsil sunmuştur. Bunun üzerine öğrenciler açıklamalarına sözel temsil ile devam etmişler ve spontane çizimler yapmışlardır. Nil'in dairenin alanına ilişkin cebirsel temsil kullanmasının ardından, tablodaki yarıçap değerlerinden yararlanarak dairenin alanını hesaplamaları öğrencilerin nümerik temsil kullandığını göstermektedir. Nil'in ise öğretmenin sorusunun üzerine dairenin alan formülüne ilişkin sözel, çizim ve cebirsel temsil kullandığı görülmektedir. Buradan öğrencilerin dairenin alanına ilişkin temsil içi geçiş (sözel-sözel ve nümerik-nümerik) ve temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim, çizim-görsel, görsel-sözel, sözel-cebirsel, cebirsel-nümerik, nümerik-çizim, çizim-sözel, sözel-nümerik ve nümerik-sözel) yaptıkları görülmektedir.



Şekil 82. Açıklama -Sınıf İçi Nil'in Kâğıt Üzerindeki Çizimleri, Ege'nin Dinamik Şekli ve İş Birliği İçinde Doldurdıkları Tablo

4. 3. 6. Açıklama-Sınıf Dışı

Dairenin ve daire dilimin alanına yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda açıklama aşamasının sınıf dışı sürecinde keşfetme aşamasındaki GeoGebra uygulaması üzerinde hazırlanan açıklayıcı video GeoGebra Classroom ortamında paylaşılmıştır (Şekil 83). Videoda çember kavramından başlanarak daire, dairenin çevresi ve dairenin alanı üzerinde durulmuştur. Öncelikle öğrencilere sorular yöneltilmiş, ardından GeoGebra uygulaması üzerinde araştırmacı tarafından açıklanmıştır. Öğrenciler kendilerine yöneltilen soruları bireysel cevaplandırmışlardır.



Şekil 83. Açıklama-Sınıf İçi Videosunun Ekran Görüntüleri

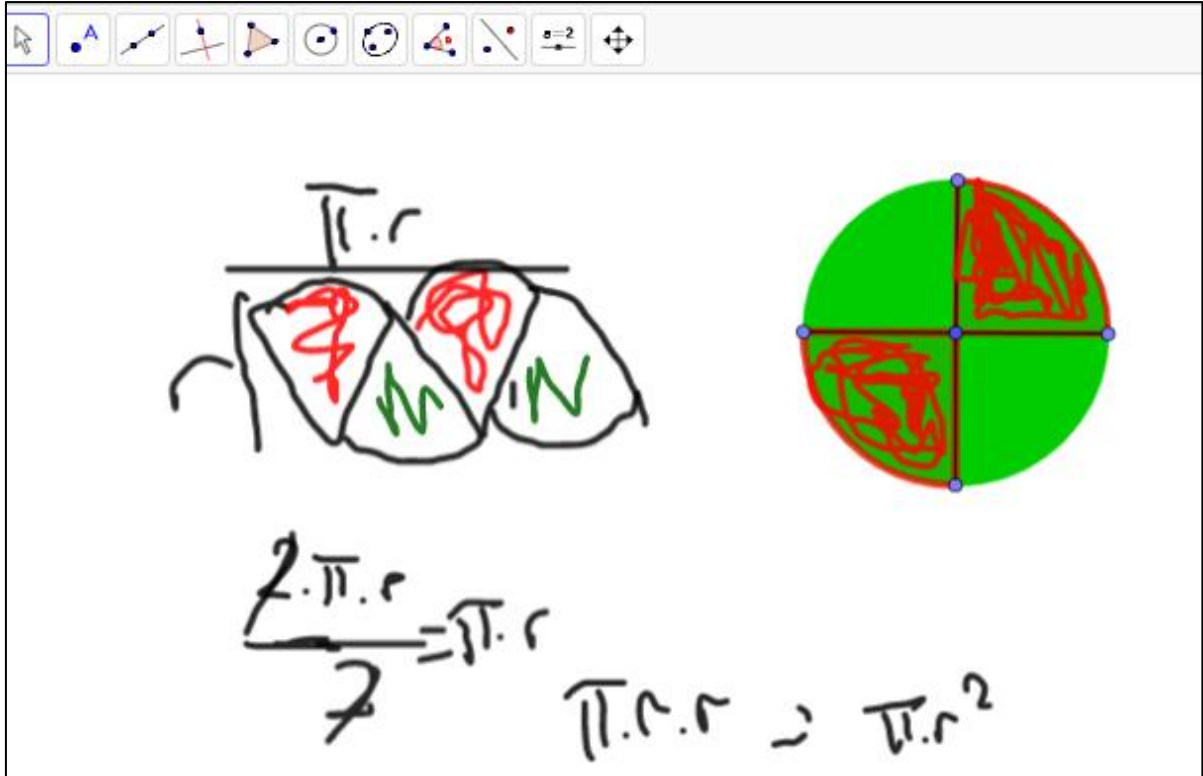
[1] **Eda:** Çemberdir. Çünkü içi boş ve alanı bulunmamaktadır.

[2] **Eda:** Dairedir. Çünkü ichi doludur ve alanı bulunmaktadır.

[3] **Eda:** Dairenin çevresi $2 \cdot \pi \cdot r$ formülüyle bulunmaktadı

r. Bu formül $\frac{\text{Çevre}}{\text{Çap}}$ tan gelmektedir.

[4] **Eda:** Dairenin alanı $\pi \cdot r \cdot r$ formülüyle bulunur. Çizdiğim şekil dikdörtgendir ve kısa kenarı dairenin yarıçapına, uzun kenarı dairenin çevresinin yarısına eşittir. Dikdörtgen, dairenin parçalarından oluştuğu için alanları eşittir. Dikdörtgenin alanı kısa kenar ile uzun kenarın çarpımıdır. Bunun sonucunda dairenin alanı için $\pi \cdot r \cdot r = \pi \cdot r^2$ formülüne ulaşırız.

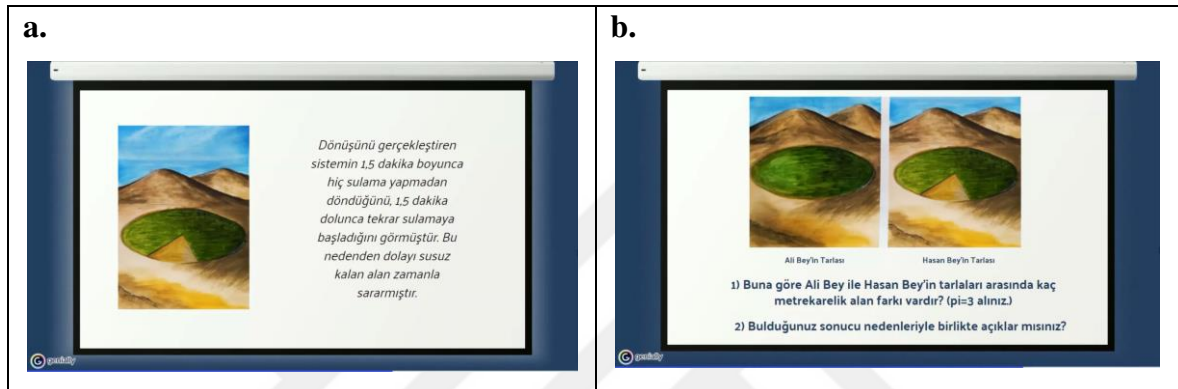


Şekil 84. Açıklama-Sınıf Dışı Eda'nın GeoGebra Yazılımındaki Çizimi ve Açıklaması

Öğrenciler videoda kendilerine yöneltilen soruları GeoGebra Classroom ortamında tek tek yazılı ve cebirsel olarak açıklamışlardır. Bu videoda asıl amaç öğrencilerin dairenin alanını açıklamalarıdır. Eda [4] dairenin alanını dikdörtgenin alan bağıntısını kullanıp, GeoGebra yazılımında çizim yaparak yazılı ve cebirsel olarak ifade etmiştir (Şekil 84). Oya, Eda ve Nil de dairenin alanını GeoGebra yazılımında çizim üzerinde göstererek yazılı ve cebirsel olarak açıklamışlardır. Buradan öğrencilerin dairenin alanına ilişkin temsil içi geçiş (cebirselsel-cebirselsel) ve temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel ve sözel-cebirselsel) yaptıkları görülmektedir.

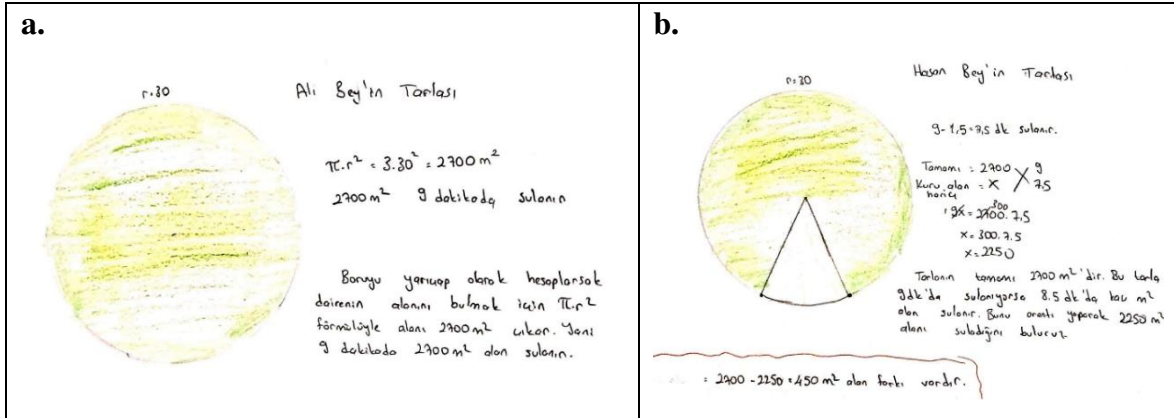
4. 3. 7. Derinleştirme-Sınıf Dışı

Dairenin ve daire diliminin alanına yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda derinleştirme aşamasının sınıf dışı sürecinde günlük bağlam içeren bir problem durumu video hâlinde GeoGebra Classroom ortamına yüklenmiştir (Şekil 85). Videoda dairesel sulama sisteminin kullanıldığı tarlalardan bir tanesinin belli bir süre sulama yapmadan döndüğü, sulama yapılmayan bu alanın kuruduğu bilgisi verilerek iki tarla arasındaki yeşil alan farkı sorgulanmıştır. Her öğrenci etkinliği bireysel tamamlamıştır.



Şekil 85. Derinleştirme-Sınıf Dışı Videosunun Ekran Görüntüleri

Eda, problem çözümüne kâğıt üzerine temsili bir tarla çizerek başlamıştır (Şekil 86). Ardından dairenin alanına ilişkin cebirsel temsillerden yararlanarak Ali Bey'in tarlasının yeşil alanının sayısal değerini bulmuş ve yazılı olarak açıklamıştır. Hasan Bey'in tarlasının yeşil alanını bulmak için oran-orantı uygulamıştır (Şekil 85b). Ali ve Hasan Bey'in tarlaları arasındaki yeşil alan farkını sayısal olarak ifade etmiştir. Oya, Ege ve Nil de aynı çözüm yolunu benimsemişlerdir. Öğrenciler problem durumunda görselleştirmelerini kâğıt üzerinde yapmayı tercih etmişlerdir (Şekil 85). Buradan öğrencilerin daire diliminin alanına ilişkin temsil içi geçiş (cebirsal-cebirsal) ve temsiller arası dönüşüm (çizim-cebirsal, cebirsal-nümerik ve nümerik-sözel) yaptıkları görülmektedir.



Şekil 86. Derinleştirme-Sınıf Dışı Eda'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimleri ve Açıklamaları

4. 3. 8. Derinleştirme-Sınıf İçi

Dairenin ve daire diliminin alanına ilişkin hazırlanan ders planı doğrultusunda derinleştirme etkinliği grup olarak gerçekleştirilmiştir. Sunulan etkinlikte günlük bağlam içeren 12 metre yarıçaplı dairesel bir arazinin yarıçapının değişmesi durumunda alanının nasıl değişeceği, Ahmet Bey'in kardeşleriyle eşit biçimde paylaşacağı arazinin alanının kardeş sayısına göre değişimi ve arazinin merkez açısı α derece olan parçalara ayrılması durumundaki alanın cebirsel olarak nasıl ifade edilebileceği sorgulanmıştır.

[1] Nil: Arazinin alanını bulacağız. $\pi \cdot r^2 = 3 \cdot 12^2$ değil mi? Buradan $3 \cdot 12 \cdot 12 = 432 \text{ m}^2$.

[2] Eda: Alan yarıçapa bağlı olduğu için yarıçapın uzunluğu arttıkça alan da artar ya da azaldıkça azalır.

[3] Nil: İki tane daire oluşturalım GeoGebra yazılımında. Orada daha kolay oluyor. Birinin yarıçapı 4 diğerinin 5 olsun. Alanlarını bulup gösterelim.

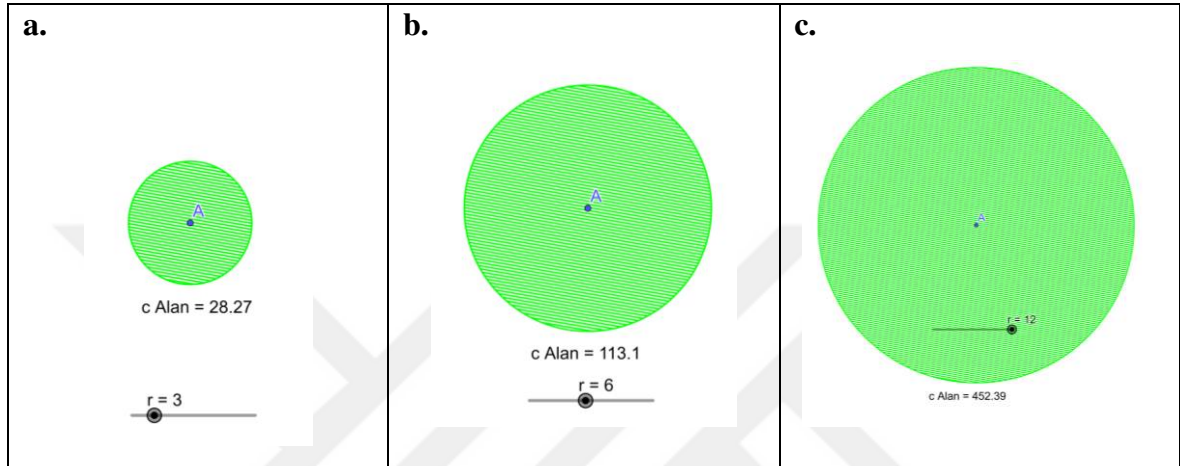
[4] Ege: Sürgü ile yapalım. Hem daha çok değer için görebiliriz. Daire olduğu için içini dolduralım.

[5] Oya: $\pi \cdot r^2 = 3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$ olur bir tanesi. Diğeri ise $\pi \cdot r^2 = 3 \cdot 5 \cdot 5 = 75$ olur. Yarıçapı büyük olan daha büyüktür.

[6] Eda: Alan kontrolünü de yapalım. (GeoGebra araçlarıyla ölçüm yapar.) Tamam sağlıyor. Yarıçapı artırırsak alan da artıyor. Azaltırsak alan da azalıyor. (Sürgüyü hareket ettirir.)

Nil [1] dairesel arazinin alanına ilişkin cebirsel ve nümerik temsiller kullanarak tartışmayı başlatmıştır. Eda [2] yarıçapın arttıkça alanın da artacağı düşüncesini ortaya atmıştır. Nil [3] yarıçapı farklı olan iki daire üzerinde bakmayı önermiştir. GeoGebra yazılımında daha kolay olduğu için yarıçapı 4 ve 5 olan iki daire oluşturulabileceğini belirtmiştir. Ege [4] sürgüye bağlı daireler oluşturmanın daha çok örnek görmeye fırsat sunduğunu belirterek GeoGebra yazılımında sürgüye bağlı daire oluşturmuştur (Şekil 87).

Eda [6] GeoGebra yazılımında dairelerin alanını ölçmüş ve sürgüyü hareket ettirmiştir. Öğrenciler GeoGebra yazılımının manipülasyon özelliği sayesinde ekranda oluşan görselleri gözlemlemişlerdir. Bunun sonucunda Eda [6] yarıçapa bağlı alanın artıp azaldığını sözlü olarak tekrar ifade etmiştir. Buradan öğrencilerin dairenin alanına ilişkin temsil içi geçiş (nümerik-nümerik ve görsel-görsel) ve temsiller arası dönüşüm (cebirsal-nümerik, nümerik-sözel, sözel-nümerik, nümerik-görsel ve görsel-sözel) yaptıkları görülmektedir.



Şekil 87. Derinleştirme-Sınıf İçi Ege'nin Dinamik Şekilleri

[7] **Nil:** Her bir daire diliminin alanını bulacağız.

[8] **Eda:** Hepsi aynı değil mi? Yarıçapı aynı. HM! Daire dilimi diyor. Daire diliminin merkez açısı ile alan orantılı oluyor.

[9] **Oya:** 2'ye böleceğiz, 4'e böleceğiz...
(Tabloyu doldurmaya başlarlar.)

[10] **Eda:**

$$360^\circ \text{ de } 432 \text{ m}^2$$

$$360^\circ \div 2 = 180^\circ \text{ de } 432 \div 2 = 216 \text{ m}^2$$

$$360^\circ \div 3 = 120^\circ \text{ de } 432 \div 3 = 144 \text{ m}^2$$

$$360^\circ \div 4 = 90^\circ \text{ de } 432 \div 4 = 108 \text{ m}^2$$

$$360^\circ \div 6 = 60^\circ \text{ de } 432 \div 6 = 72 \text{ m}^2$$

$$360^\circ \div 12 = 30^\circ \text{ de } 432 \div 12 = 36 \text{ m}^2$$

[11] **Nil:** Şimdi kardeş sayısının bilinmediğini düşüneceğiz.

[12] **Eda:** Önce tamamının alanını bulacağız.

[13] **Oya:** Tamam bulmuştuk. 360° yi merkez açıya bölsek kardeş sayısı çıkmaz mı?

[14] **Eda:** Buldum! Orantı yapacağız. Tamamını bulacağız. Sonra $360^\circ \text{ de } 432 \text{ ise } 180^\circ \text{ de kaçtır?}$ (Denerler.) AAA oldu! Bulduk! Bir daire diliminin alanını orantı ile bulabiliriz. Örneğin (GeoGebra yazılımında çizime geçer.) bir parça 180° olsun.

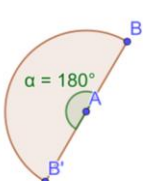
[15] **Nil:** Merkez açısına α diyoruz.

[16] **Eda:** $360^\circ \text{ de } 432 \text{ ise } \alpha \text{ derecede kaçtır?}$ İçler dışlar yapalım. (Doğru orantıdan formül elde eder.) (Tablodaki değerlerden seçip denerler.)

Öğrenciler etkinliğin devamında tabloyu doldurmaya yönelik tartışmışlardır (Şekil 88b). Öğrenciler tabloyu doldururken daire diliminin alanına ilişkin nümerik temsillerden yararlanmışlardır. Daire diliminin alanını cebirsel olarak ifade etmek için Oya [13], tam açığı merkez açıya bölerek kardeş sayısının bulunabileceğini sözlü olarak belirtmiştir. Eda ise [14] heyecanlı bir ses tonu ile orantı kullanarak GeoGebra yazılımında yaptığı çizimdeki yarım dairenin alanını bulmuştur (Şekil 88a). Nil [15] merkez açının bilinmeyen olduğunu vurgulamıştır. Bunun üzerine Eda [16] orantıda merkez açının olduğu yere a yazmış, daire diliminin alanına x yazmış ve x 'i yalnız bırakarak daire diliminin alanını cebirsel olarak ifade etmiştir. Tablodaki değerlerden birini seçip, bulduğu cebirsel ifadede yerine yazarak formülünün sağlayıp sağlamadığını kontrol etmiştir. Buradan öğrencilerin daire diliminin alana ilişkin temsil içi geçiş (nümerik-nümerik ve cebirsel-cebirsel) ve temsiller arası dönüşüm (nümerik-sözel, sözel-çizim, çizim-cebirsel ve cebirsel-nümerik) yaptıkları görülmektedir.

a.

ÖRNEK



$$\begin{array}{r} 360 \\ 180 \end{array} \times \begin{array}{r} 432 \\ x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 360 \cdot x = 180 \cdot 432 \\ 2x = 432 \\ \frac{2x}{2} = \frac{432}{2} \\ x = 216 \end{array}$$

b.

Yarıçap Uzunluğu (r) (metre)	Toplam Kardeş Sayısı	Dilim Sayısı	Dilimlerin Merkez Açısı Ölçüsü	Her Bir Daire Diliminin Alanı
12	1	1	360°	432 m ²
12	2	2	180°	216 m ²
12	3	3	120°	144 m ²
12	4	4	90°	108 m ²
12	6	5	60°	72 m ²
12	12	6	30°	36 m ²

c.

Handwritten notes and calculations:

$\frac{360}{a} \times \frac{\pi \cdot r^2}{x}$

$\frac{360x}{360} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot a}{360}$

$x = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot a}{360}$

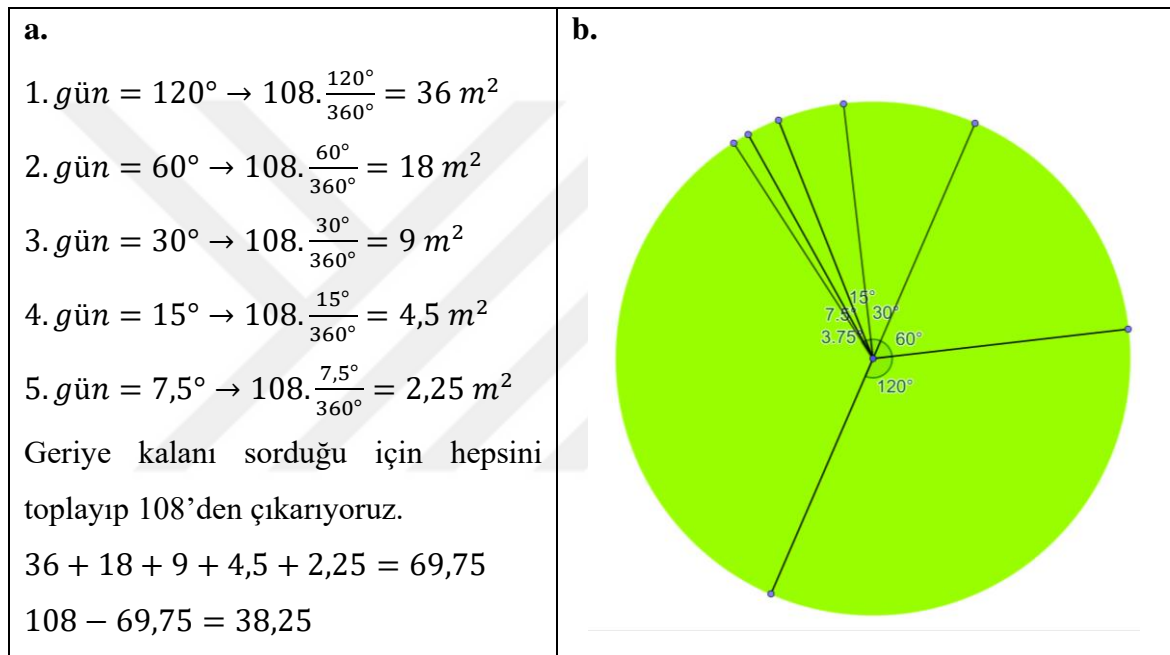
$x = \text{Daire diliminin alanı}$

örnek: $\frac{432 \cdot 60^\circ}{360} = \frac{432}{6} = 72 \text{ m}^2$

Şekil 88. Derinleştirme-Sınıf İçi Eda'nın GeoGebra Yazılımındaki Çizimi, Öğrencilerin İş Birliği İçinde Doldurdıkları Tablo ve Açıklamaları

4. 3. 9. Değerlendirme-Sınıf Dışı

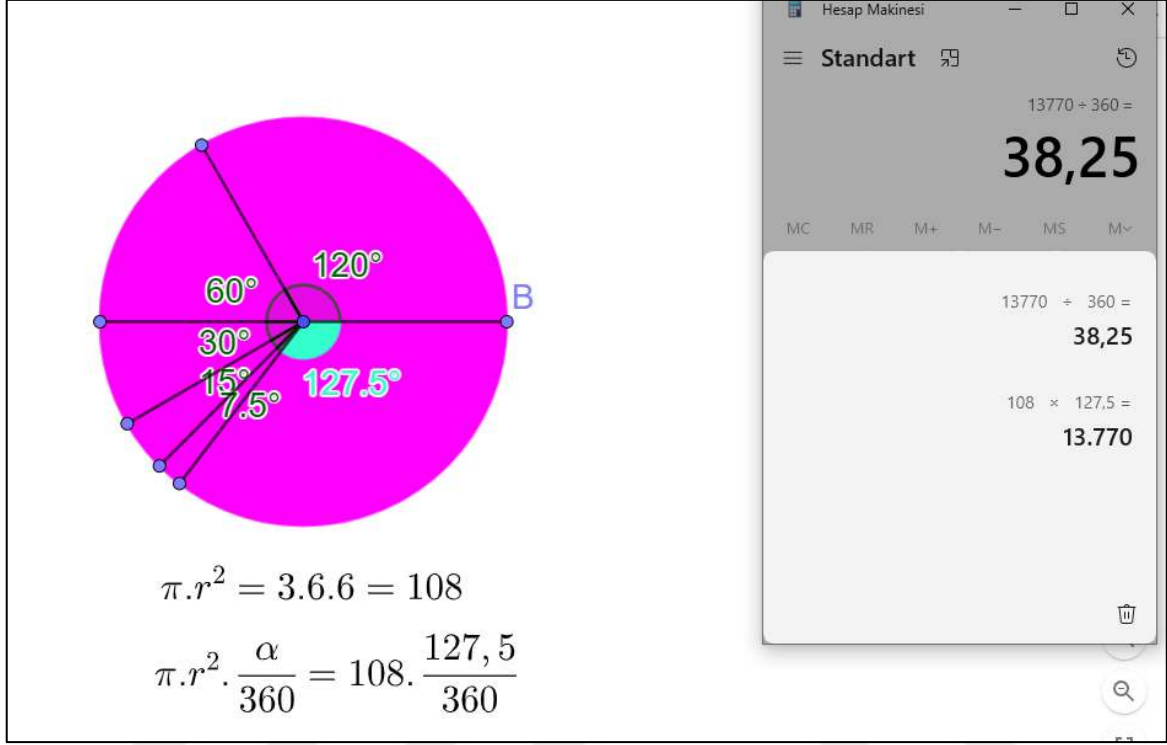
Dairenin ve daire diliminin alanına yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda değerlendirme aşamasının sınıf dışı sürecinde öğrencilerin öz değerlendirme yapmasını sağlamak için geri bildirimli etkinlik GeoGebra Classroom ortamında paylaşılmıştır. Etkinlik içerisindeki problem durumunda yarıçapı bilinen daire şeklindeki bir kalıbın, her gün bir önceki gün sökülen kısmının merkez açısının yarısı kadar kısmının söküldüğü bilgisi verilerek öğrencilerden beşinci gün sonunda kalan kalıbı bulmaları istenmiştir. Her öğrenci etkinliği bireysel tamamlamıştır.



Şekil 89. Değerlendirme-Sınıf Dışı Ege'nin Açıklaması ve Dinamik Şekli

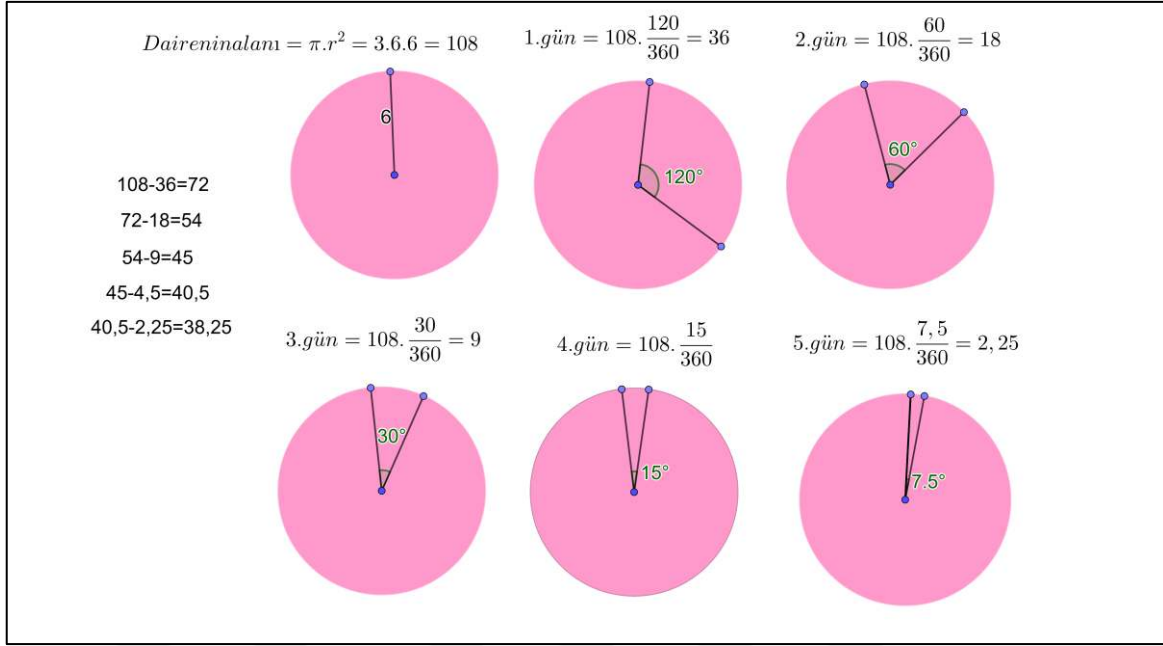
Ege, problem durumuna ilişkin açıklamalarına, bahsedilen kalıbı GeoGebra yazılımında görselleştirerek başlamıştır (Şekil 89b). Kâğıt üzerinde sökülen alanları bulmaya yönelik tablo oluşturarak devam etmiştir (Şekil 89a). Ege tablo üzerinde her gün sökülen kalıbın merkez açısını ve bu daire dilimin merkez açıya bağlı alanını sayısal olarak hesaplamıştır. Yapılan klinik görüşmede alan hesaplarırken nasıl bir yol izlediği sorulmuştur. Ege, “Kalıp dairesel olduğu için kalıbın merkez açısı verilen diliminin alanını $\pi \cdot r^2 \frac{a}{360^\circ}$ formülünü kullanarak hesapladım. Sökülen alanı bulduktan sonra tüm alandan çıkararak geriye kalan alanı buldum.” ifadesinde bulunmuştur. Buradan Ege'nin problem durumuna ilişkin temsil içi geçiş (nümerik-nümerik) ve temsiller arası dönüşüm (görsel-cebirsal ve cebirsal-nümerik) yaptığı görülmektedir. Ayrıca klinik görüşme esnasında neden kâğıt

üzerine çizim yapmayıp GeoGebra yazılımını tercih ettiği sorulmuştur. Ege, “Kâğıt üzerinde de çizim yapabilirdim ancak GeoGebra yazılımında şekiller daha net, canlı ve düzgün oluyor. Hem ölçme araçları da var.” ifadesinde bulunmuştur.



Şekil 90. Değerlendirme-Sınıf Dışı Nil’in Açıklaması ve Dinamik Şekli

Nil, problem durumuna ilişkin açıklamalarına GeoGebra yazılımı üzerinde görsel oluşturarak başlamıştır (Şekil 90). Her gün sökülen daire diliminin merkez açısını oluşturmuş ve geriye kalan alanın açısını ölçmüştür. Nil, daire diliminin alanını temsil eden formülü kullanarak, değerleri yerine yazmıştır. Hesap makinesi aracılığıyla sonucu hesaplamıştır. Klinik görüşme esnasında çözümünü anlatması istenmiştir. Bunun üzerine Nil, “Kalan alanın merkez açısını ölçtükten sonra burası bir daire dilimi olduğunu için $\pi.r^2 \frac{\alpha}{360^\circ}$ formülünü kullandım.” ifadesinde bulunmuştur. Buradan Nil’in problem durumuna ilişkin temsiller arası dönüşüm (görsel-cebirselsel ve cebirselsel-nümerik) yaptığı görülmektedir. Ayrıca klinik görüşme esnasında neden kâğıt üzerine çizim yapmayıp GeoGebra yazılımını tercih ettiği sorulmuştur. Nil, “Çözümü zihninde planladığımda kalan daire diliminin merkez açısı için ölçüm yapmam gerekiyordu. Açölçerle yapmaya çalışsam tam sonuç çıkmıyor. Ama GeoGebra yazılımında tam sonuç çıkıyor.” ifadesinde bulunmuştur.



Şekil 91. Değerlendirme-Sınıf Dışı Oya'nın Açıklamaları ve Dinamik Şekilleri

Oya, problem durumuna ilişkin açıklamalarına GeoGebra yazılımında her gün sökülen kısma yönelik görseller oluşturarak başlamıştır (Şekil 91). Her bir gün sökülen alanı modelleyerek, $\pi \cdot r^2 \frac{a}{360^\circ}$ formülü ile sökülen alanı hesaplamıştır. Ardından kalan alandan sökülen kalıbın alanını çıkarmış ve sırasıyla devam etmiştir. Buradan Oya'nın problem durumuna ilişkin temsil içi geçiş (nümerik-nümerik) ve temsiller arası dönüşüm (görsel-cebirsal ve cebirsal-nümerik) yaptığı görülmektedir. Ayrıca klinik görüşme esnasında nasıl bir yol izlediği ve neden kâğıt üzerine çizim yapmayıp GeoGebra yazılımını tercih ettiği sorulmuştur. Oya, " $\pi \cdot r^2 \frac{a}{360^\circ}$ formülünü kullandım. GeoGebra yazılımında daire dilimlerini oluşturmak daha kolay geldi. Hem daire oluştururken içini doldurması kolay oluyor. Ayrıca zevkli." ifadesinde bulunmuştur.

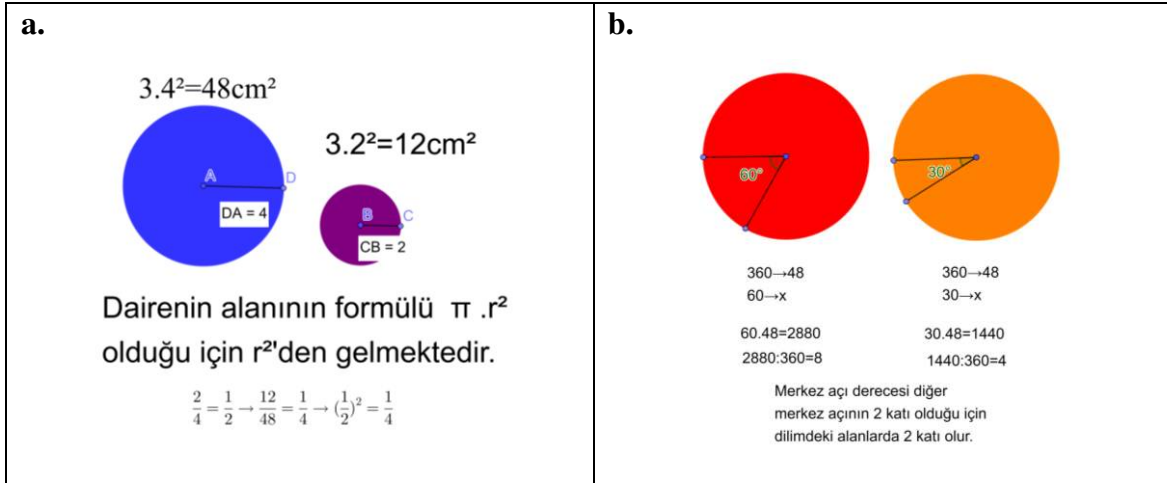


Şekil 92. Değerlendirme-Sınıf Dışı Eda'nın Açıklaması ve Dinamik Şekli

Eda, problem durumuna ilişkin açıklamalarına GeoGebra yazılımında daire görselini oluşturarak başlamıştır (Şekil 92). Ardından sökülün alanlara ilişkin merkez açıları bulmuş ve $\pi \cdot r^2 \frac{a}{360^\circ}$ formülünü kullanarak hesaplamalar yapmıştır. Sökülün alanı bulduktan sonra tüm alandan çıkararak geriye kalan alanı bulmuştur. Son olarak dairenin merkez açısının yarıya inmesi durumunda alanın da yarıya indiğini yazılı olarak belirtmiştir. Klinik görüşme esnasında çözümünü anlatması istenmiştir. Bunun üzerine Eda, “Önce tüm alanı buldum. Her gün sökülün alan bir daire dilimi olduğunu için $\pi \cdot r^2 \frac{a}{360^\circ}$ formülünü kullandım. Böylece her gün sökülün alanı buldum ve kalan alandan çıkardım.” ifadesinde bulunmuştur. Buradan Eda'nın problem durumuna ilişkin temsil içi geçiş (nümerik-nümerik) ve temsiller arası dönüşüm (görsel-cebirselsel, cebirselsel-nümerik ve nümerik-sözel) yaptığı görülmektedir.

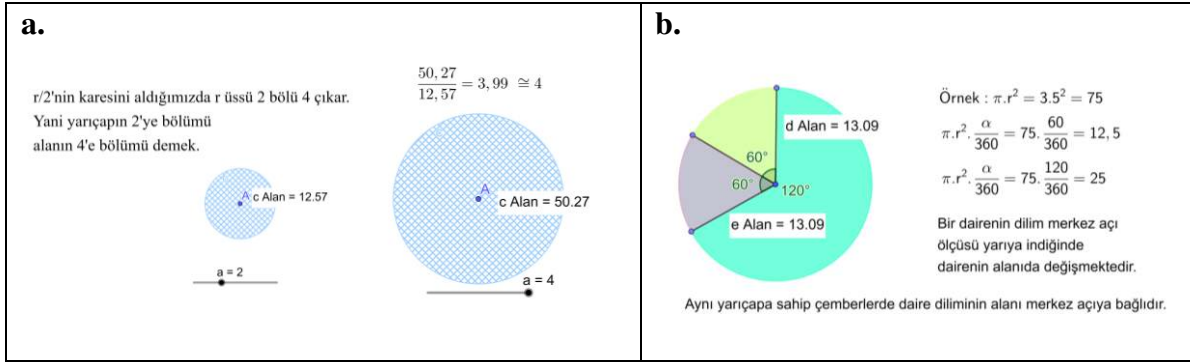
4. 3. 10. Değerlendirme-Sınıf İçi

Dairenin ve daire dilimin alanına yönelik hazırlanan ders planı doğrultusunda tüm sürecin değerlendirmesini ele alan değerlendirme aşamasının sınıf içi sürecindeki etkinliği öğrenciler bireysel olarak tamamlamışlardır. Etkinlik içindeki açık uçlu problem durumunda bir dairenin yarıçapının yarıya indiğinde, alanının başlangıçtaki çeyreği kadar olması durumu ve belli bir merkez açısı ile oluşturulan daire diliminin, merkez açısının yarıya indiğinde alanının da yarıya inmesi durumu sorgulanmıştır. Öğrencilerden bu iki durumu farklı örnekler üzerinde inceleyerek açıklamaları istenmiştir.



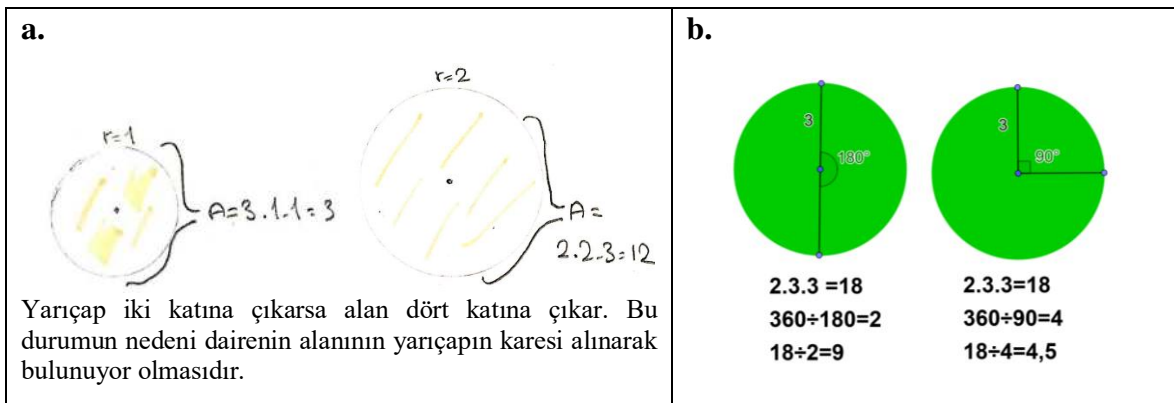
Şekil 93. Değerlendirme-Sınıf İçi Ege'nin Açıklamaları ve Dinamik Şekilleri

Ege, ilk durumla ilgili olarak GeoGebra yazılımında yarıçapı yarıya inen iki tane daire oluşturmuştur (Şekil 93a). Dairelerin alanlarını cebirsel olarak ifade ederek sayısal değerlerini bulmuştur. Bir dairenin alanının diğer dairenin alanının dört katı olması durumunun, formülde yarıçapının karesinin alınmasından geldiğini yazılı olarak belirtmiştir. Ardından yazılı ifadesini sayısal bir örnek üzerinde göstermiştir. Buradan Ege'nin problemdeki ilk duruma ilişkin temsil içi geçiş (nümerik-nümerik) ve temsiller arası dönüşüm (görsel-cebirsel, sözel ve sözel-nümerik) yaptığı görülmektedir. Ege, ikinci durumla ilgili olarak soruda verilen yazılı ifadelerin GeoGebra yazılımında görsellerini oluşturmuştur (Şekil 93b). Ardından orantı kullanarak daire dilimlerinin alanlarını sayısal olarak bulmuştur. Yaptığı işlemler sonucundaki gözlemlerini yazılı olarak ifade etmiştir. Yapılan klinik görüşmede 48 sayısının nereden geldiği sorulmuştur. Ege, bu sayısının dairenin alanı olduğunu ve $\pi .r^2$ den yararlanarak zihinden yaptığını belirtmiştir. Buradan Ege'nin problemdeki ikinci duruma ilişkin temsiller arası dönüşüm (görsel-cebirsel, cebirsel-nümerik ve nümerik-sözel) yaptığı görülmektedir.



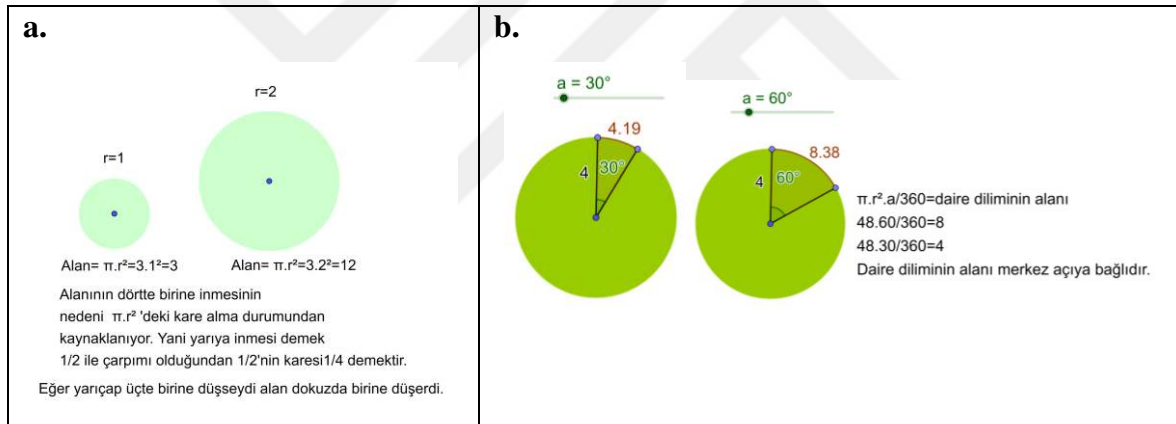
Şekil 94. Değerlendirme-Sınıf İçi Nil'in Açıklamaları ve Dinamik Şekilleri

Nil, ilk duruma ilişkin açıklamasına cebirsel ifadeler kullanarak yazılı olarak başlamıştır. Klinik görüşmedeki ifadesinde “Ben direkt yarıçapı cebirsel olarak kullandım. Sonuçta bilmiyorum. $\pi \cdot r^2$ formülüne yöre $\frac{r}{2}$ 'nin karesini almam gerekiyor. O zaman $\frac{r^2}{4}$ oluyor. Yani çeyreği kadar oluyor. Ben bu görüşümü örnek ile desteklemeye çalıştım.” sözlü ifadesinde bulunmuştur. Ardından sürgülü sistem üzerinde görseller oluşturarak düşüncesini destekleyen sayısal örnekler vermeye çalışmıştır (Şekil 94a). Buradan Nil'in problemdeki ilk duruma ilişkin temsil içi geçiş (nümerik-nümerik) ve temsiller arası dönüşüm (cebirselsözel, sözel-görsel ve görsel-nümerik) yaptığı görülmektedir. Nil, problemdeki ikinci durumu açıklamaya GeoGebra yazılımında görsel oluşturarak başlamıştır (Şekil 94b). Ardından merkez açığa göre oluşturduğu daire dilimlerinin alanlarını ölçmüş ve birbirinin iki katı olduğunu belirtmiştir. Dairenin alanını cebirsel olarak ifade ettikten sonra sayısal değerini bulmuştur. Ardından bu durumu yazılı olarak ifade etmiştir. Buradan Nil'in problemdeki ikinci duruma ilişkin temsil içi geçiş (sözel-sözel) ve temsiller arası dönüşüm (görsel-cebirselsel, cebirselsel-nümerik ve nümerik-sözel) yaptığı görülmektedir.



Şekil 95. Değerlendirme-Sınıf İçi Oya'nın Kâğıt Üzerindeki Çizimi, Açıklaması ve Dinamik Şekli

Oya, ilk duruma ilişkin açıklamalarına kâğıt üzerinde çizim yaparak başlamıştır (Şekil 95a). Yarıçapları birbirinin iki katı olan iki daire çizerek alanlarını hesaplamıştır. Klinik görüşme sürecinde alanları nasıl hesapladığı sorulmuştur. Oya, $\pi \cdot r^2$ formülünde değerleri yerine yazarak bulduğunu ifade etmiştir. Oya açıklamasının devamını kâğıt üzerine yazılı olarak ifade etmiştir. Klinik görüşmede neden kâğıt-kalem ile çalışmayı tercih ettiği sorulduğunda “Pergel ile çizim yapmaya alışmışım. Böylece rahatlıkla görselleştirebildim.” ifadesinde bulunmuştur. Buradan Oya’nın problemdeki ilk duruma ilişkin temsiller arası dönüşüm (çizim-cebirsel, cebirsel-nümerik ve nümerik-sözel) yaptığı görülmektedir. Oya, ikinci duruma ilişkin GeoGebra yazılımında görseller oluşturmuştur (Şekil 95b). Ardından dairenin alan formülünü kullanarak sayısal hesaplamalar yapmış ve daire dilimlerinin alanlarının birbirinin iki katı olduğunu göstermiştir. Buradan Oya’nın problemdeki ikinci duruma ilişkin temsiller arası dönüşüm (görsel-cebirsel ve cebirsel-nümerik) yaptığı görülmektedir.



Şekil 96. Değerlendirme-Sınıf İçi Eda’nın Açıklamaları ve Dinamik Şekilleri

Eda, ilk duruma ilişkin açıklamalarına GeoGebra yazılımında görsel sunarak başlamıştır (Şekil 96a). Dairenin alan formülünden yararlanarak, alanların sayısal değerlerini bulmuştur. Ardından bu durumu yazılı olarak ifade etmiştir. Son olarak yazılı başka bir örnek vererek açıklamalarını sonlandırmıştır. Buradan Eda’nın problemdeki ilk duruma ilişkin temsil içi geçiş (sözel-sözel) ve temsiller arası dönüşüm (görsel-cebirsel, cebirsel-nümerik ve nümerik-sözel) yaptığı görülmektedir. Eda, ikinci duruma ilişkin açıklamalarına sürgüye bağlı daire dilimleri oluşturarak başlamıştır (Şekil 96b). Ölçüm yaparak daire dilimlerinin alanlarını bulmuş ve birbirinin iki katı olduğunu göstermiştir. Ardından daire dilimin alanına ilişkin cebirsel ifadeden yararlanarak, daire dilimlerinin sayısal değerlerini hesaplamış ve bu duruma yönelik yazılı ifadede bulunmuştur. Buradan

Eda'nın problemdeki ikinci duruma ilişkin temsiller arası dönüşüm (görsel-cebirsel, cebirsel-nümerik ve nümerik-sözel) yaptığı görülmektedir.

Dairenin ve daire diliminin alanı kazanımına yönelik bulgular sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımı aşamalarına ve süreçlerine göre Tablo 15'te özetlenmiştir. Öğrenciler bütün aşamalarda farklı temsil sistemlerini (sözel, nümerik, çizim, görsel ve cebirsel) kullanmışlardır. Spontane temsil kullanımları özellikle giriş-sınıf içi süreçte ortaya çıkmıştır. Temsil dönüşümlerinin ise keşfetme, açıklama ve derinleştirme aşamalarının sınıf içi süreçlerinde arttığı tespit edilmiştir (bkz. Tablo 15).

Tablo 15. Sorgulayıcı 5E Modeli ile Bütünleştirilmiş Ters-Yüz Sınıf Yaklaşımına Göre Üçüncü Öğretim Bölümünde Kullanılan Temsiller ve Semiyotik Eylemler

Aşama	Kavram	Kullanılan Temsil	Semiyotik Eylem
Giriş-Sınıf Dışı	Daire	Yazılı açıklamalar (Ege [1])	Temsil içi geçiş (sözel-sözel) Temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim) Temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel) Temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim) Temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel)
		Günlük hayat örneği [Ege [1]]	
		Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 76a)	
		Yazılı açıklama (Ege [2])	
		GeoGebra çizimi (navigasyon, etkileşim, notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 76b)	
		Yazılı açıklama (Ege [3])	
Keşfetme-Sınıf Dışı	Dairenin Çevresi	Yazılı açıklama (Ege [1])	Temsiller arası dönüşüm (sözel-cebirsel) Temsiller arası dönüşüm (cebirsel-nümerik)
		Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifade (formül) (Ege [1])	
		Sayısal değer (hesaplama) (Ege [1])	
	Dairenin Alanı (Dikdörtgen)	Dinamik şekil manipülasyon) (Şekil 78b) (etkileşim,	Temsil içi geçiş (görsel-görsel) Temsiller arası dönüşüm (görsel-sözel)
		Yazılı açıklamalar (Ege [2])	
		Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 78a)	Temsil içi geçiş (sözel-sözel) Temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim) Temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel)
		Yazılı açıklama (Ege [4])	

Giriş-Sınıf İçi	Daire	Günlük hayat (Ege [2], Oya [3], Nil [4]) Sözlü açıklamalar (Eda [6], Oya [8], Nil [9], Ege [10], Eda [11]) Spontane çizim (Eda [11]) GeoGebra çizimi (Şekil 79b)	Temsil içi geçiş (sözel-sözel) Temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim) Temsil içi geçiş (çizim-çizim)
Keşfetme-Sınıf İçi	Dairenin Alanı	Dinamik şekil (etkileşim, manipülasyon) (Şekil 80a) GeoGebra çizimi (notlarla açıklama) (Şekil 80a) Sözlü açıklamalar (Nil [1], Nil [9], Nil [11], Eda [12]) Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifadeler (Ege [16], Eda [18], Eda [20]) Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 80b) Sözlü açıklamalar (Nil [21], Ege [24], Eda [26]) Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifadeler (formül) (Eda [28]) Örnek sayısal değer (Nil [30]) Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 81a) Dinamik şekil (navigasyon, notlarla açıklama) (Şekil 81b)	Temsiller arası dönüşüm (görsel-çizim) Temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel) Temsil içi geçiş (sözel-sözel) Temsiller arası dönüşüm (sözel-cebirselsel) Temsil içi geçiş (cebirselsel-cebirselsel) Temsiller arası dönüşüm (cebirselsel-çizim) Temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel) Temsil içi geçiş (sözel-sözel) Temsiller arası dönüşüm (sözel-cebirselsel) Temsil içi geçiş (cebirselsel-cebirselsel) Temsiller arası dönüşüm (cebirselsel-nümerik) Temsiller arası dönüşüm (nümerik-çizim) Temsiller arası dönüşüm (çizim-görsel)

Açıklama-Sınıf İçi	Dairenin Alanı	Sözlü açıklama (Nil [1])	Temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim)
		Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 82a)	Temsiller arası dönüşüm (çizim-görsel)
		Dinamik şekil (etkileşim, manipülasyon) (Şekil 82c)	Temsiller arası dönüşüm (görsel-sözel)
		Sözlü açıklamalar (Oya [3], Eda [6])	Temsil içi geçiş (sözel-sözel)
		Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifade (formül) (Eda [8])	Temsiller arası dönüşüm (sözel-cebirsal)
		Sayısal değer (hesaplama) (Nil [9])	Temsiller arası dönüşüm (cebirsal-nümerik)
		Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 82b)	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-çizim)
		Sözlü açıklama (Nil [11])	Temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel)
		Sayısal değerler (sürgü, tablo) (Şekil 82c ve Şekil 82d)	Temsiller arası dönüşüm (sözel-nümerik)
		Sözlü açıklamalar (Nil [13], Oya [14])	Temsil içi geçiş (nümerik-nümerik)
Açıklama-Sınıf Dışı	Dairenin Alanı	GeoGebra çizimi (navigasyon, notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 84)	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-sözel)
		Yazılı açıklama ((Eda [4])	Temsiller arası dönüşüm (çizim-sözel)
		Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifadeler (formül) (Şekil 84)	Temsiller arası dönüşüm (sözel-cebirsal)
Derinleştirme-Sınıf Dışı	Daire Dilimin Alanı	Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 86b)	Temsil içi geçiş (cebirsal-cebirsal)
		Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifadeler (oran-orantı) (Şekil 86b)	Temsiller arası dönüşüm (çizim-cebirsal)
		Sayısal değerler (hesaplama) (Şekil 86b)	Temsiller arası dönüşüm (cebirsal-nümerik)
		Yazılı açıklama (Şekil 86b)	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-sözel)

Derinleştirme-Sınıf İçi	Dairenin Alanı		Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifade (formül) (Nil [1])	Temsiller arası dönüşüm (cebirsal-nümerik)
			Sayısal değer (hesaplama) (Nil [1])	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-sözel)
			Sözlü açıklama (Eda [2])	Temsiller arası dönüşüm (sözel-nümerik)
			Sayısal örnekler (sürgü, Oya [5])	Temsil içi geçiş (nümerik-nümerik)
			Dinamik Şekil (etkileşim, notlarla açıklama, simülasyon, manipülasyon) (Şekil 87a, Şekil 87b, Şekil 87c)	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-görsel)
			Sözlü açıklama (Eda [6])	Temsil içi geçiş (görsel-görsel)
				Temsiller arası dönüşüm (görsel-sözel)
	Daire Diliminin Alanı		Sayısal değerler (tablo) (Şekil 88b)	Temsil içi geçiş (nümerik-nümerik)
			Sözlü açıklama (Eda [14])	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-sözel)
			GeoGebra çizimi (navigasyon, notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 88a)	Temsiller arası dönüşüm (sözel-çizim)
			Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifadeler (oran-orantı, formül) (Şekil 88c)	Temsiller arası dönüşüm (çizim-cebirsal)
			Sayısal değer (hesaplama)	Temsil içi geçiş (cebirsal-cebirsal)
				Temsiller arası dönüşüm (cebirsal-nümerik)
Değerlendirme-Sınıf Dışı	Daire Diliminin Alanı	EGE	Dinamik şekil (notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 89b)	Temsiller arası dönüşüm (görsel-cebirsal)
			Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifade (formül)	Temsiller arası dönüşüm (cebirsal-nümerik)
			Sayısal değer (tablo, hesaplama) (Şekil 89a)	Temsil içi geçiş (nümerik-nümerik)
	NİL		Dinamik şekil (notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 91)	Temsiller arası dönüşüm (görsel-cebirsal)
			Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifade (formül)	Temsiller arası dönüşüm (cebirsal-nümerik)
			Sayısal değer (hesaplama)	
	OYA		Dinamik şekil (notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 90)	Temsiller arası dönüşüm (görsel-cebirsal)
			Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifade (formül)	Temsiller arası dönüşüm (cebirsal-nümerik)
			Sayısal değer (hesaplama)	Temsil içi geçiş (nümerik-nümerik)

Değerlendirme-Sınıf İçi	Dairenin Alanı	EDA	Dinamik şekil (notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 92)	Temsiller arası dönüşüm (görsel-cebirsel)
			Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifade (formül)	Temsiller arası dönüşüm (cebirsel-nümerik)
			Sayısal değerler (hesaplama) (Şekil 92)	Temsil içi geçiş (nümerik-nümerik)
			Yazılı açıklama (Şekil 92)	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-sözel)
		EGE	Dinamik şekil (notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 93a)	Temsiller arası dönüşüm (görsel-cebirsel)
			Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifade (formül)	Temsiller arası dönüşüm (cebirsel-sözel)
			Yazılı açıklama (Şekil 93a)	Temsiller arası dönüşüm (sözel-nümerik)
			Sayısal değerler (Şekil 93a)	Temsil içi geçiş (nümerik-nümerik)
		NİL	Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifade (Şekil 94a)	Temsiller arası dönüşüm (cebirsel-sözel)
			Yazılı açıklama (Şekil 94a)	Temsiller arası dönüşüm (sözel-görsel)
			Dinamik şekil (navigasyon, etkileşim, notlarla açıklama, inşa, simülasyon, manipülasyon) (Şekil 94a)	Temsiller arası dönüşüm (görsel-nümerik)
			Sayısal örnek değer (Şekil 94a)	Temsil içi geçiş (nümerik-nümerik)
		OYA	Kâğıt-kalem çizimi (Şekil 95a)	Temsiller arası dönüşüm (çizim-cebirsel)
			Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifade (formül)	Temsiller arası dönüşüm (cebirsel-nümerik)
			Sayısal değer (hesaplama) (Şekil 95a)	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-sözel)
			Yazılı açıklama (Şekil 95a)	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-sözel)
		EDA	Dinamik şekil (notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 96a)	Temsiller arası dönüşüm (görsel-cebirsel)
			Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifade (formül)	Temsiller arası dönüşüm (cebirsel-nümerik)
			Sayısal değer (hesaplama) (Şekil 96a)	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-sözel)
			Yazılı açıklamalar (Şekil 96a)	Temsil içi geçiş (sözel-sözel)

	Daire Diliminin Alanı	EGE	Dinamik şekil (notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 93b)	Temsiller arası dönüşüm (görsel-cebirsel)
			Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifade (formül, oran-orantı)	Temsiller arası dönüşüm (cebirsel-nümerik)
			Sayısal değer (hesaplama)	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-sözel)
			Yazılı açıklama (Şekil 93b)	
		NİL	Dinamik Şekil (notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 94b)	Temsiller arası dönüşüm (görsel-cebirsel)
			Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifade (formül)	Temsiller arası dönüşüm (cebirsel-nümerik)
			Sayısal değer (hesaplama)	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-sözel)
			Yazılı açıklama (Şekil 94b)	Temsil içi geçiş (sözel-sözel)
		OYA	Dinamik şekil (notlarla açıklama, simülasyon) (Şekil 95b)	Temsiller arası dönüşüm (görsel-nümerik)
			Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifade (formül)	Temsiller arası dönüşüm (cebirsel-nümerik)
			Sayısal değer (hesaplama) (Şekil 95b)	
		EDA	Dinamik şekil (etkileşim, notlarla açıklama, inşa, simülasyon, manipülasyon) (Şekil 96b)	Temsiller arası dönüşüm (görsel-cebirsel)
			Bilinmeyen kullanılarak belirtilen ifade (formül)	Temsiller arası dönüşüm (cebirsel-nümerik)
			Sayısal değer (hesaplama) (Şekil 96b)	Temsiller arası dönüşüm (nümerik-sözel)
			Yazılı açıklama (Şekil 96b)	

5. TARTIŞMA

Öğrencilerin kavramsal anlamalarını geliştirmede farklı temsilleri birbirine bağlamak önemli ancak yeterli değildir (Prediger, 2013). Duval (2006) kavramsal anlama için öğrencilerin en az iki farklı temsil sistemi arasında dönüşüm yapması gerektiğini vurgulamaktadır. Dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımıyla oluşturulan öğrenme ortamında gerçekleştirilen bu araştırmada, öğrencilerin kavramsal anlama süreçlerinde farklı temsilleri ve spontane temsilleri kullanarak temsil içi geçişler (sözel-sözel, nümerik-nümerik, çizim-çizim, cebirsel-cebirsel, görsel-görsel) ve temsiller arası dönüşümler (sözel-cebirsel-nümerik-çizim-görsel) yaptıkları görülmüştür. Duval'ın (2006) gerekliliğini sağlayan bu durumun, öğrencilerin kavramsal anlamalarının gelişimine katkı sağladığı söylenebilir.

Öğrencilerin matematiksel kavrama ilişkin farklı temsiller arasında dönüşüm yapması, yapısal ilişkiler kurmasını sağlamaktadır (Duval, 2006). Bu çalışmada öğrencilerin, sözlü ya da yazılı olarak belirttikleri ifadeleri tablo, sürgü veya kâğıt-kalem kullanarak desteklemeye çalıştıkları görülmüştür. Öğrencilerin etkinlik üzerinde çalışırken eylemlerini temsil etmek için kâğıt-kaleme yer vermesi farklı temsiller kullanmasını destekleyerek, öğrencilere düşünmesi ve anlaması için fırsat sağlamaktadır (Fennel & Rowan, 2001). Dolayısıyla araştırmada, kâğıt-kalem ile dinamik geometri yazılımının temsil bağlamındaki potansiyelinin (navigasyon, etkileşim, notlarla açıklama, inşa, simülasyon ve manipülasyon) birlikte kullanımının, temsiller arası dönüşümler sağlayarak kavramla ilgili yapısal ilişkilerin kurulmasını teşvik ettiği söylenebilir. Lisans öğrencileriyle yapılan Zengin'in (2021) çalışmasında da dinamik geometri yazılımıyla birlikte kullanılan kâğıt-kalem etkinliklerinin, öğrencilerin farklı temsil kullanımına olanak sağladığı ve kavramsal anlamaları üzerine olumlu yansıdığı ortaya çıkmıştır. Bu araştırmanın Zengin (2021) ile benzerlik göstermesinde, iki çalışmada da kâğıt-kalem ve dinamik geometri yazılımının birlikte kullanılmasının etkileri olabilir. Bu durum öğrencilerin kavramı anlamlandırma sürecinde üretebildikleri temsillere dikkat etmenin ve matematiksel bir etkinlikte kâğıt-kalem ile teknolojiyi birlikte kullanmanın önemini göstermektedir (Hitt vd., 2017).

Öğrenciler çember ve daire kavramlarına ilişkin temsil içi geçiş ve temsiller arası dönüşümlerinde sözel, nümerik, çizim, görsel ve cebirsel temsilleri kullanmışlardır. Yapılan araştırma sürecinde öğrencilerin kavramları ve kavramlar arasındaki ilişkileri açıklarken

kullandıkları en baskın temsil türü ise sözel temsil olmuştur. Araştırmanın bu bulgusu Duval'ın (2006) semiyotik yaklaşımı çerçevesinde öğrencilerin kavramsal anlamalarının incelendiği çalışmalarda bulgularla benzerlik göstermektedir (ör. Moreno-Aretzona vd., 2021; Zengin, 2021). Ayrıca Gülkılık'ın (2022) lisans öğrencileriyle temsili akıcılık bağlamında yaptığı çalışmada da sözel temsillerin kullanıldığı görülmektedir. Duval (2006) temsiller arası dönüşümlerde açık veya örtük olsun doğal dilin (yani sözel temsillerin) kullanımının kaçınılmaz olduğunu belirtmiştir. Bu kapsamda yapılan çalışmalarda sözel temsillerin baskın olmasında matematiksel etkinliklerde yer alan yönlendirici soruların etkileri olabilir. Gülkılık'ın (2022) çalışmasındaki matematiksel etkinliklerde yer alan yönlendirici sorular “Neden?/Nasıl?” sorgulamalarını içermektedir. Dolayısıyla bu araştırmanın Gülkılık (2022) ile benzerlik göstermesinde, matematiksel etkinliklerdeki yönlendirici soruların Smith ve Stein'in (1998) yüksek düzeyine (ilişkilendirme ile işlemlerden kavramlara ve matematik yapmak) göre geliştirilmiş olmasının etkisi olabilir. Ayrıca Zengin'in (2021) çalışmasıyla benzerlik göstermesinde ise iki araştırmanın da sosyal etkileşim-iletişim içeren öğrenme ortamında gerçekleştirilmiş olmasının etkisi olabilir. Nitekim sunulan tartışma ortamları sayesinde öğrenciler etkinlikleri tamamlarken farklı temsil sistemlerini kullanarak açıklama yapabilirler (Zengin, 2021).

Grup çalışmaları esnasında herhangi bir zamanda kullanılan stratejilerin çeşitliliğinin bir sonucu olarak öğrencilerin arkadaşlarıyla etkileşim ve iletişime girerek daha gelişmiş stratejileri öğrenme fırsatına sahip olduğu söylenebilir. Bu nedenle öğrencilerden farklı temsillerin belirli bileşenlerini birbiriyle ilişkilendirmesi istenmese de hem bireysel problem çözümlerinde hem de grup arkadaşlarıyla yaptıkları çözümlerde temsiller arası dönüşümler gözlemlenmiştir (ör. keşfetme-sınıf içi, açıklama-sınıf içi ve derinleştirme-sınıf içi). Carpenter ve diğerlerinin (1994) çalışmasında da problem çözümünde öğrenciler istedikleri stratejiyi kullanmakta özgürdürler. Bu doğrultuda farklı temsillerin tartışılması ve temsiller arası dönüşüm yapılması öğrencilerin temsiller arasındaki ilişkileri görmelerine yardımcı olmaktadır (Carpenter vd., 1994).

Sınıf ortamında öğretmenin, tartışmalara rehberlik ederek Zhuang ve Conner'ın (2022) çerçevesine göre yönelttiği soruların öğrencilerin temsiller arası dönüşüm yapmalarını desteklediği söylenebilir (ör. öğretim bölümü 1 (açıklama-sınıf içi)). Öğretmen, grup tartışmalarına dâhil olduğu zamanlarda hiçbir şekilde öğrencilere doğru cevabı söylememiştir. Öğrencileri, grup içi iş birliğine teşvik etmiş ve onları etkinliği tamamlamaları için yönlendirmiştir (ör. öğretim bölümü 1 (derinleştirme-sınıf içi)). Ayrıca

öğrencilerin düşüncelerine açıklık getirmek için onlardan gerekçe istemiştir (ör. öğretim bölümü 1 (derinleştirme -sınıf içi)). Bu bulgular Schwarz ve diğerlerinin (2018) iş birlikli bir geometri sınıfında öğrencilerde kavramsal anlamının çıkışını inceleyen çalışmasındaki sonuçlarla benzerlik göstermektedir. Schwarz ve diğerleri (2018) ile benzerlik göstermesinde her iki çalışmada da bir grup öğrencinin kavramsal anlamayı teşvik etmek için tasarlanmış zor bir etkinliğe cevap verdiklerinde ya da veremediklerinde öğretmenin bu kritik andaki yönlendirmelerinin (başka bir soru yöneltmesi, gerekçe istemesi, spontane temsiller kullandırması vb.) etkisi olabilir.

Sınıf dışı süreçlerde kullanılan GeoGebra Classroom, *Geri Bildirim* sekmesi sayesinde verilen etkinlikleri kimlerin tamamladığını, kimlerin başlamadığını, kimlerin teslim ettiğini, kimlerin geciktirdiğini kimlerin işlemine devam etmekte olduğunu bildirerek öğretmenin öğrencileri uyarmasını ve öğrencilerin cevaplarına dönütler vermesini sağlamıştır (ör. öğretim bölümü 1 (değerlendirme-sınıf dışı)). Böylece her öğrenci sınıf dışı süreç için verilen etkinlikleri zamanında tamamlamıştır. Ayrıca GeoGebra Classroom, öğrencilere GeoGebra yazılımında kendi hızlarında çalışarak, inşa yapmalarına, notlarla açıklamalarına, navigasyon ve etkileşim özelliği ile simülasyon ve manipülasyon oluşturmalarına fırsat tanımıştır. Bu durumun öğrencilere çemberde merkez açılar ve bu açıların gördüğü yaylara, çemberin ve çember parçasının uzunluğuna, dairenin ve daire diliminin alanına yönelik farklı temsiller kullanarak (ör. sözel, nümerik, çizim, cebirsel ve görsel) onların temsiller arası dönüşüm yapmalarına katkı sağladığı görülmüştür (ör. Şekil 96). Dolayısıyla bağlantılı bir sınıf teknolojisi olan GeoGebra Classroom ortamının öğrencilerin kavramsal anlama süreçlerine olumlu yansıdığı söylenebilir. Bu sonuçlar Zöchbauer ve diğerlerinin (2021) önerilerini destekler niteliktedir.

Matematiksel etkinliklerin tamamlanması sürecinde öğrencilerin düşüncelerini ifade ederken ki ses tonları, jestleri ve mimikleri matematiği anlamlı hâle getirmesine yardımcı olmaktadır (Shvarts & van Helden, 2021). Bu çalışmada yapılan söylem analizinde, tartışma sürecinde öğrencilerin ses tonlarında yükseklik, düşüklük, düşüncelilik ve heyecanlanma gibi durumlar tespit edilmiştir. Öğrencilerin GeoGebra yazılımındaki canlandırma hareketlerini (manipülasyon ve simülasyon) parmaklarıyla tekrarladığı veya bazı durumları çizimlerinde açıklarken parmaklarıyla işaret ettikleri görülmüştür (ör. öğretim bölümü 1 ve 3 (giriş-sınıf içi)). Ayrıca öğrencilerin spontane olarak ürettikleri temsillerin genelde jestlerini kullanarak yaptıkları çizimler olduğu görülmüştür (ör. öğretim bölümü 1 (giriş-

sınıf içi)). Gülkılık'ın (2022) çalışmasında da öğrencilerin düşüncelerini sözel olarak ifade ederken jestleriyle destekledikleri görülmektedir. Gülkılık (2022), bu durumun öğrencilerin farklı temsilleri ilişkilendirmesine olumlu yansıdığı sonucuna ulaşmıştır. Fennel ve Rowan (2001) öğrencilerin spontane kullandığı temsillerin, kendi düşüncelerinden doğduğunu belirtmektedir. Bu kapsamda sınıf ortamındaki tartışma sürecinde üretilen spontane temsillerin kavramları somutlaştırarak öğrencilerin kavramsal anlamalarına katkı sağladığı söylenebilir. Çalışmanın bu sonucu Shvarts ve van Helden'in (2021) çalışmasındaki önerileri destekler niteliktedir.

Öğrenciler dinamik geometri yazılımı sayesinde sunulan problem durumlarına ilişkin modelleme yaparak çözüm üretmeye çalışmışlardır (ör. öğretim bölümü 3 (değerlendirme-sınıf içi)). Böylece öğrencilerin kavramlara ilişkin görsel temsil oluşturdıkları tespit edilmiştir. Bu durumun öğrencilerin farklı temsil kullanımlarına fırsat sağlayarak, temsiller arası dönüşüm yapmalarını desteklediği söylenebilir. Fennel ve Rowan (2001) üçüncü sınıf öğrencileriyle yaptıkları çalışmada, öğrencilerin problemdeki hikâyeyi modellemek için temsilleri kullandıklarını belirlemişlerdir. Bu tür temsiller, öğrencilerin problemi analiz etmeleri ve onlara çözüm üretmeleri için gereklidir (Fennel & Rowan, 2001). Öğrencilerin problem çözme aşamasında modelleme yapmasında iki çalışmada da öğretmenin etkinliklerde ve süreç içinde temsil kullanımına yönlendirmesinin etkisi olabilir. Öğrencilerin düşüncelerini modellemelerine yardımcı olmak, onlara bir problemi çözmek için kullanabilecekleri temsillere erişim sağlamanın bir yoludur (Steele, 2000). Bu çalışmanın Fennel ve Rowan'ın (2001) çalışmasından farkı ise öğrencilerin temsillere erişmek için dinamik geometri yazılımını kullanma fırsatlarının bulunmasıdır. Bu kapsamda Fennel ve Rowan (2001), bir öğrencinin problemin anlaşılmasını ve çözümünü gösteren bir resim çizebileceğini ve bir başkasının problemi temsil etmek ve çözmek için bilgisayardaki bir uygulamayı kullanabileceğini ayrıca öğrencilerin bir problemi modellemek için manipülasyonları da kullanabileceğini belirtmektedir. Fennel ve Rowan'ın (2001) ifadeleri bu çalışmadaki öğrencilerin dinamik geometri yazılımında modelleme yaparak görsel temsil oluşturmalarını destekler niteliktedir.

Dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımıyla oluşturulan öğrenme ortamında gerçekleştirilen bu araştırmada, her aşamanın sınıf dışı ve sınıf içi süreçlerinin kendi arasında bir bütünlük sağlayarak bir sonraki sürece temel oluşturmasının uygulama süreci boyunca öğrencilerin

çember ve daire kavramlarına ilişkin sınıf içi tartışmalar yaparak farklı temsiller kullandıkları ve spontane temsiller ürettikleri (ör. öğretim bölümü 2 (açıklama-sınıf içi)) görülmektedir. Ayrıca dinamik geometri yazılımının öğrencilere sözel, nümerik, görsel, çizim ve cebirsel temsilleri kullanma fırsatı sağlamasının, öğrencilerin temsil içi geçiş ve temsiller arası dönüşüm yapmasını kolaylaştırdığı söylenebilir. Bu durumların öğrencilerin geometrik ilişkiler kurmasına yardımcı olduğu düşünülmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin kavramsal anlama süreçlerinin gelişim gösterdiği söylenebilir. Bu genel bulgular Demir ve diğerleri (2022) ile Özcan ve diğerlerinin (2022) çalışmasında ulaştığı sonuçlarla uyum sağlamaktadır.

Bu araştırmada öğrencilerin sınıf dışı süreçlerde ön bilgilerini hatırlayarak (giriş aşaması), yeni konuya hazırlık yaptıkları (keşfetme aşaması); öğrendiklerini tekrar edip (açıklama aşaması), modelleme yaparak günlük yaşam problemine uyguladıkları (derinleştirme aşaması) ve öz değerlendirme yaptıkları (değerlendirme aşaması) görülmektedir. Sınıf içi süreçlerde ise ön bilgilerini gerekçelendirerek tartıştıkları (giriş aşaması), yeni matematiksel kavramları keşfettikleri (keşfetme aşaması), öğrendiklerini gerekçelendirerek açıkladıkları (açıklama aşaması), yeni ama yakından ilişkili problem durumunda modelleme yaparak geliştirdikleri (derinleştirme aşaması), modelleme yaparak üst düzey değerlendirme yaptıkları (değerlendirme aşaması) görülmektedir. Bu kapsamda öğrencilerin sınıf dışı ve sınıf içi süreçlerde farklı temsilleri kullanmalarının, sınıf içi süreçlerde spontane temsiller üretmelerinin, temsil içi geçiş ve temsiller arası dönüşüm yapmalarının kavramsal anlama süreçlerine katkı sağladığı söylenebilir. Dolayısıyla dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz öğrenme ortamında gerçekleştirilen bu araştırmadan elde edilen sonuçların ortaokul öğrencilerinin kavramsal anlama süreçlerinin Duval'ın (2006) semiyotik yaklaşımı (bkz. Şekil 7 ve Şekil 8) çerçevesinde temsil kullanımlarının, ürettikleri spontane temsillerin, temsil içi geçişlerinin ve temsiller arası dönüşümlerinin nasıl ortaya çıktığının belirlenmesinde ve incelenmesinde yol göstereceği düşünülmektedir.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Ortaokul öğrencilerinin dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz öğrenme ortamında çember ve daire kavramlarına yönelik kavramsal anlama süreçlerinin temsil bağlamında incelendiği bu araştırmada, öğrencilerin farklı temsil kullanımlarına, ürettikleri spontane temsillere, temsil içi geçişlere ve temsiller arası dönüşümlerine odaklanılmıştır. Bu doğrultuda araştırma, nitel araştırma yöntemlerinden öğretim deneyi kullanılarak yapılmıştır. Araştırmacı tarafından geliştirilen matematiksel etkinlikler, uygulama esnasında alınan ekran ve ses kayıtları, öğrencilerin GeoGebra dosyaları, klinik görüşmeler, araştırmacı ve gözlemci notları veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Çember ve daire kavramlarını ele alan etkinlikler öğrencilerin temsil kullanımlarına fırsat vererek, temsil içi geçiş ve temsiller arası dönüşümler yapmalarına olanak sağlayacak biçimde hazırlanmıştır. Bu doğrultuda etkinliklerin geliştirilmesinde Smith ve Stein'in (1998) matematiksel etkinlik tasarlama çerçevesinin yüksek düzeyi (ilişkilendirme ile işlemlerden kavramlara ve matematik yapmak), Duval'in (2006) semiyotik yaklaşımı (bkz. Şekil 7 ve Şekil 8), Schallert ve diğerleri (2022a, 2022b) ile Schaller-Vallaster ve Lavicza'nın (2021) sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımı (bkz. Tablo 2); Schallert ve diğerlerinin (2022b) ders planlama ilkeleri (bkz. Tablo 3) kullanılmıştır. Matematiksel etkinliklerin uygulanmasıyla ortaya çıkan verilerin analizi Duval'in (2006) semiyotik yaklaşımı çerçevesinde (bkz. Şekil 7 ve Şekil 8) söylem analizi ile gerçekleştirilmiştir.

Araştırmanın bulguları, dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin çember ve daire kavramlarına ilişkin temsil içi geçişler (sözel-sözel, nümerik-nümerik, cebirsel-cebirsel, çizim-çizim ve görsel-görsel) ve temsiller arası dönüşümler (sözel-nümerik-cebirsel-çizim-görsel) yaptıklarını göstermektedir (bkz. Tablo 13, Tablo 14, Tablo 15). Bu doğrultuda dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E öğrenme modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz öğrenme ortamında gerçekleştirilen temsil dönüşümlerinin ortaokul öğrencilerinin kavramsal anlama süreçlerini desteklediği söylenebilir. Elde edilen bu sonuç öğrencilerin matematiksel kavramları anlayarak öğrenmeleri için uygun bir öğrenme ortamının nasıl planlanması gerektiğine ilişkin çözüm sunmaktadır. Demir ve diğerlerinin (2022) çalışmasında GeoGebra yazılımıyla zenginleştirilmiş sorgulamaya

dayalı 5E öğrenme modeli ile ters-yüz edilmiş sınıf yaklaşımı benimsenerek tasarlanmış öğrenme ortamında öğrencilerin nesnelleştirme araçları kullanarak dairenin ve daire dilimin alanına yönelik kavramsal anlamalar gerçekleştirdikleri sonucuna ulaşılmıştır. Özcan ve diğerlerinin (2022) çalışmasında sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters-yüz edilmiş sınıf yaklaşımı benimsenerek uygulanan GeoGebra destekli etkinliklerde ortaokul öğrencilerinin farklı temsil sistemlerini kullanarak temsiller arası dönüşüm gerçekleştirmelerinin kavramsal anlama süreçlerine katkı sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu doğrultuda öğrencilerin matematik öğretiminde kavramsal anlamalarının geliştirilmesinde dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımıyla oluşturulan öğrenme ortamlarından yararlanılabilir. Diğer yandan sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımıyla oluşturulan öğrenme ortamının öğrencilerin kavramsal anlamaları üzerindeki etkisi tam olarak bilinmemektedir. Bu nedenle sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımıyla oluşturulan öğrenme ortamlarının öğrencilerin kavramsal anlamaları üzerindeki etkisinin incelendiği deneysel araştırmalar yapılabilir.

Ortaokul öğrencilerinin kavramsal anlama süreçlerinin temsil bağlamında incelendiği bu araştırmada, öğrenciler temsil içi geçiş ve temsiller arası dönüşüm yaparken çember ve daire kavramlarına ilişkin sözel, nümerik, cebirsel, çizim ve görsel temsilleri kullanmışlardır. Ayrıca süreç içinde öğrencilerin kavramları ve kavramlar arasındaki ilişkileri açıklarken kullandıkları temsiller arasından en baskını sözel temsil olmuştur. Dolayısıyla öğrencilerin matematiksel kavramları öğrenmeye çalışırken yazılı ve sözlü olarak yaptıkları açıklamaların temsil içi geçişleri ve temsiller arası dönüşümleri teşvik ettiği düşünülmektedir. Bu doğrultuda matematiksel etkinlik tasarımı ve sınıf tartışmalarında öğrencilere matematiksel kavramları yazılı ve sözlü olarak betimleyecek yönlendirici sorulara yer verilmesi önerilmektedir. Nitekim matematiksel kavrama ilişkin temsiller arası dönüşümler yaparken doğal dilin kullanımı önemli bir yere sahiptir (Duval, 2006).

Sınıf içi yapılan grup çalışmalarında öğretmenin tartışmaya zamanında müdahale etmesinin öğrencileri düşünme sürecine yönlendirerek, onların matematiksel kavrama ilişkin düşüncelerini farklı biçimlerde temsil etmesini desteklediği görülmüştür. Bireysel ve grupça yapılan etkinliklerde öğretmen doğrudan öğrenciye cevabı söylememiştir. Öğrencinin düşüncesini sormuş ve bu durumu çizim yaparak açıklamasını, GeoGebra yazılımında görselleştirmeler yaparak anlatmasını, bilinmeyen kullanarak ifade etmesini veya tablo

oluşturarak sayısal örnekler vermesini isteyerek onu temsiller arası dönüşüm yapmaya teşvik etmiştir. Ayrıca öğrenciden kavrama ilişkin günlük hayattan farklı örnekler vermesini, bulduğu sonucu farklı biçimde ifade etmesini veya cebirsel ifadeyi en sade hâliyle yazmasını isteyerek onu temsil içi geçiş yapmaya teşvik etmiştir. Matematiksel kavramları anlamaya ilişkin tasarlanmış bir etkinlikteki soruya öğrenciler cevap verdiklerinde ya da veremediklerinde öğretmenin bu kritik andaki yönlendirmesi (başka bir soru yöneltmesi, gerekçe istemesi vb.) önem taşımaktadır (Schwarz vd., 2018). Öğretmenlerin, öğrencilere ne düşündüklerini sorması ve ardından bu düşüncelerini çizim, denklem veya notlarla çeşitli biçimlerde temsil etmeleri onların modelleme yapmasında önemli bir rol oynamaktadır (Fennel & Rowan, 2001). Dolayısıyla öğretmenin, öğrenci tartışmaları esnasında pasif bir konumda olmaması gerekir. Öğretmenler özellikle keşfetme, açıklama ve derinleştirme aşamasında gerekçe veya farklı temsil sistemlerinde açıklamalar isteyerek öğrencilerin kavramsal anlamalarına katkı sağlayabilirler.

Öğrenciler etkinlik içindeki yönlendirici sorulara ilişkin düşüncelerini ifade ederken kâğıt üzerinde pergel, cetvel ve açıölçer kullanarak yaptıkları çizimlerin doğruluğunu GeoGebra yazılımında oluşturdukları geometrik şekillerle kontrol etmişlerdir. Ayrıca GeoGebra yazılımında varsayımlarını gerekçelendirerek ve somutlaştırarak açıklama fırsatı bulmuşlardır. Kâğıt-kalem ile teknolojinin birlikte kullanılmasının öğrencilere temsiller arası dönüşüm yapma fırsatı tanıdığı ve bu durumun öğrencilerin kavramsal anlamalarına olumlu yansıdığı söylenebilir. Zengin (2021) bu durumun kavramsal anlama için temsiller arasında kurulan dinamik ilişkilerin kilit noktası olduğunu belirtmiştir. Bu durum öğrencilerin kavramsal anlama sürecinde üretebildikleri temsillere dikkat etmenin ve bir etkinlikte kâğıt-kalem ile teknolojinin birlikte kullanımının önemini göstermektedir (Hitt vd., 2017). Diğer yandan öğrencilerin GeoGebra yazılımını kullanmaları açıklama ve doğrulama yapmasını alışkanlık hâline getirmesine katkı sağlamaktadır (Zengin, 2017). Bu doğrultuda öğrencilerin matematiksel kavrama ilişkin temsiller arası dönüşümlerini destekleyerek kavramsal anlama becerilerinin gelişimine katkı sunmak isteyen öğretmenlere GeoGebra yazılımını öğrenerek, öğretim süreçlerinde öğrencilerin kullanmalarına fırsat tanıyacak etkinliklere yer vermesi önerilmektedir.

Sınıf dışında kullanılan GeoGebra Classroom ortamı, verilen etkinlikleri kimlerin tamamlayıp kimlerin tamamlamadığı hakkında geri bildirim vererek öğretmenin öğrencileri uyarmasını ve öğrencilerin cevaplarına dönütler vermesini sağlamıştır. Böylece her öğrenci

sınıf dışı için verilen etkinlikleri zamanında tamamlamıştır. Ayrıca GeoGebra Classroom, öğrencilere GeoGebra yazılımında kendi hızlarında çalışmalar yapmasına fırsat tanımıştır. Bu durumun öğrencilere matematiksel kavramlara ilişkin farklı temsiller kullanarak onların temsiller arası dönüşüm yapmalarına katkı sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımını (Schallert vd., 2022) kullanacak öğretmen ve araştırmacılar sınıf dışı süreçler için GeoGebra Classroom ortamını tercih edebilirler. Ayrıca matematik öğretmenleri GeoGebra Classroom ortamında sınıf grupları oluşturup öğrencilere buradan farklı etkinlikler atayarak, öğrencilerin derse hazırlıklı gelmelerini sağlayabilir.

Öğrencilerin sınıf içinde etkinlikler üzerinde çalışırken yaptıkları tartışmalardaki ses tonları, ses tonları, jestleri ve mimikleri matematiği anlamlı hâle getirmesine yardımcı olduğu bilinmektedir (Shvarts & van Helden, 2021). Bu çalışmada yapılan söylem analizinde tartışma sürecinde öğrencilerin ses tonlarında yükseklik, düşüklük, düşüncelilik ve heyecanlanma gibi durumlar tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin GeoGebra yazılımındaki canlandırma hareketlerini parmaklarıyla tekrarlayarak veya bazı durumları çizimlerinde açıklarken parmaklarıyla işaret ettikleri görülmüştür. Sınıf içindeki tartışma sürecinde üretilen spontane temsillerin kavramları somutlaştırarak öğrencilerin kavramsal anlamalarına katkı sağladığı söylenebilir. Bu doğrultuda öğrencilerin açıklama yaparken kullandıkları spontane temsillerin de kavramsal anlama üzerinde önemli olduğu düşünülmektedir.

Bu çalışmada, dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin çember ve daire alt öğrenme alanındaki kavramsal anlama süreçleri temsil bağlamında incelenmiştir. Araştırmadan elde edilen sonuçlar, öğrenme ortamının öğrencilerin matematiksel kavramlara ilişkin farklı temsilleri kullanarak temsil içi geçiş ve temsiller arası dönüşümler yaptıklarını göstermesi açısından önem taşımaktadır. Ancak nitel olarak ulaşılan bu sonuçlar, dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz öğrenme ortamı ve bu öğrenme ortamına katılım sağlayan ortaokul öğrencilerinin çember ve daire alt öğrenme alanlarındaki kavramsal anlamaları ile sınırlıdır. Dolayısıyla GeoGebra yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz sınıf yaklaşımıyla oluşturulan öğrenme ortamının farklı seviyelerde ve daha geniş gruplarda kullanılmasıyla nasıl sonuçlar ortaya çıkacağı araştırılabilir.

7. KAYNAKLAR

- Abeysekera, L., & Dawson, P. (2015). Motivation and cognitive load in the flipped classroom: Definition, rationale and a call for research. *Higher Education Research & Development*, 34(1), 1–14. <https://doi.org/10.1080/07294360.2014.934336>
- Adu-Gyamfi, K., Bossé, M. J., & Chandler, K. (2017). Student connections between algebraic and graphical polynomial representations in the context of a polynomial relation. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(5), 915–938. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9730-1>
- Ainsworth, S. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction* 16(3), 183–198. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2006.03.001>
- Aksu, N., & Zengin, Y. (2022). Disclosure of students' mathematical reasoning through collaborative technology-enhanced learning environment. *Education and Information Technologies*, 27(2), 1609–1634. <https://doi.org/10.1007/s10639-021-10686-x>
- Akyuz, D. (2016). Mathematical practices in a technological setting: A design research experiment for teaching circle properties. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14(3), 549–573. <https://doi.org/10.1007/s10763-014-9588-z>
- Albaladejo, I. R. M., García, M. D. M., & Codina, A. (2015). Developing mathematical competencies in secondary students by introducing dynamic geometry systems in the classroom. *Education and Science*, 40(177), 43–58.
- Balcı-Şeker, H., & Erdoğan, A. (2017). GeoGebra yazılımı ile geometri öğretiminin geometri ders başarısına ve geometri öz-yeterliliğine etkisi. *Uluslararası Toplum Araştırmaları Dergisi*, 7(12), 82–97.
- Bell, M., Bell, J., Bretzlauf, J., Dillard, A., Flanders, J., & Hartfield, R. (2012). *Everyday mathematics: Teacher's reference manual* (Grades 4-6). McGraw-Hill, USA.
- Bergmann, J., & Sams, A. (2012). *Flip your classroom: Reach every student in every class every day*. ISTE: International Society for Technology in Education.

- Burkhardt, H. (2006). Modelling in mathematics classrooms: Reflections on past developments and the future. *ZDM Mathematics Education*, 38(2), 178–195. <https://doi.org/10.1007/BF02655888>
- Businskas, A. (2008). *Conversations about connections: how secondary mathematics teachers conceptualize and contend with mathematical connections*. Unpublished doctoral dissertation, Faculty of Education, Simon Fraser University, Canada.
- Brown, C. A., Stein, M. K., & Forman, E. A. (1996). Assisting teachers and students to reform the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 31(1–2), 63–93. <https://doi.org/10.1007/BF00143927>
- Bybee, R. W., Taylor, J. A., Gardner, A., Van Scotter, P., Powell, J.C., Westbrook, A., & Landes, N. (2006). *The BSCS 5E instructional model: Origins and effectiveness*. Colorado Springs: BSCS.
- Cai, J., & Lester, F. K. (2005). Solution representations and pedagogical representations in Chinese and U.S. classrooms. *Journal of Mathematical Behavior*, 24(3–4), 221–237. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2005.09.003>
- Carpenter, T.P., Fennema, E., Fuson, K., Hiebert, J., Human, P., Murray, H., Olivier, A., & Wearne, D. (1994, April). Teaching mathematics for learning with understanding in the primary grades. *Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association*, New Orleans.
- Cevikbas, M., & Kaiser, G. (2020). Flipped classroom as a reform-oriented approach to teaching mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 52(7), 1291–1305. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01191-5>
- Cobb, P., & Steffe, L. (1983). The constructivist researcher as teacher and model builder. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14(2), 83–94. <https://doi.org/10.2307/748576>
- Cobb, P. (2000). Conducting teaching experiments in collaboration with teachers. In A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 307–333). Mahwah, NJ: Erlbaum.

- Charles-Ogan, G., & Williams, C. (2015). Flipped classroom versus a conventional classroom in the learning of mathematics. *British Journal of Education*, 3(6), 71–77.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research methods in education* (6nd ed.). New York: Routledge.
- Czarnocha, B., & Maj, B. (2008). A teaching experiment. In B. Czarnocha (Ed.), *Handbook of mathematics teaching research -a tool for teachers- researchers* (pp. 47–58). Poland: University of Reszów.
- Çekmez, E., & Baki, A. (2019). Dinamik matematik yazılımı kullanımının öğrencilerin türev kavramının geometrik boyutuna yönelik anlamalarına etkisi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 10(1), 30–58. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.419038>
- Delice, A., & Sevimli, E. (2010a). An investigation of the pre-services teachers' ability of using multiple representations in problem-solving success: The case of definite integral. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 10(1), 137–149.
- Delice, A., & Sevimli, E. (2010b). Matematik öğretmeni adaylarının belirli integral konusunda kullanılan temsiller ile işlemsel ve kavramsal bilgi düzeyleri. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 9(3), 581–605.
- Demir, M., Zengin, Y., Özcan, Ş., Urhan, S., & Aksu, N. (2022). Students' mathematical reasoning on the area of the circle: 5E-based flipped classroom approach. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 54(4), 1–25. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2022.2101955>
- Dienes, Z. P. (1960). *Building up mathematics*. London: Hutchinson Educational Company.
- Downing, D. (2009). *Dictionary of mathematics terms* (3. Edition). New York: Barron's.
- Dreyfus, T. (2002). Advanced mathematical thinking processes. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 25–41). Springer.
- Duval, R. (1999). *Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning*. Plenary session Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Cuernavaca, Morelos, México.

- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1), 103–131. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>
- Dündar, S., & Yılmaz, Y. (2015). Matematik öğretmen adayları hangi gösterim biçiminde daha başarılıdır? İntegral örneği. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 6(3), 418–445. <http://doi.org/10.16949/turcomat.55314>
- Erbas, A. K., & Aydoğan-Yenmez, A. (2011). The effect of inquiry-based explorations in a dynamic geometry environment on sixth grade students' achievements in polygons. *Computers & Education*, 57(4), 2462–2475. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2011.07.002>
- Fennel, F., & Rowan, T. (2001). Representation: An important process for teaching and learning mathematics. *Teaching Children Mathematics*, 7(5), 288–292. <https://doi.org/10.5951/TCM.7.5.0288>
- Fonger, N. L. (2019). Meaningfulness in representational fluency: An analytic lens for students' creations, interpretations, and connections. *The Journal of Mathematical Behavior*, 54(3), Article 100678. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.10.003>
- García-García, J., & Dolores-Flores, C. (2021b) Exploring pre-university students' mathematical connections when solving Calculus application problems. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 52(6), 912–936. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1729429>
- Goldston, M. J., Dantzler, J., Day, J., & Webb, B. (2013). A psychometric approach to the development of a 5E lesson plan scoring instrument for inquiry-based teaching. *Journal of Science Teacher Education*, 24(3), 527–551. <https://doi.org/10.1007/s10972-012-9327-7>
- Greeno, J. G., & Hall R. B. (1997). Practicing representation: Learning with and about representational forms. *Phi Delta Kappan*, 78(5), 361–367.
- Gülkılık, H. (2022). Representational fluency in calculating volume: an investigation of students' conceptions of the definite integral. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(11), 3092–3114. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1958943>

- Gülkılık, H., Uğurlu, H. H., & Yürük, N. (2015). Öğrencilerin düzlem dönüşümlerine ait kavramsal anlamalarının geliştirdikleri iç temsiller kapsamında incelenmesi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35(3), 395–422.
- Gürbüz, R., & Gülburnu, M. (2013). 8. sınıf geometri öğretiminde kullanılan Cabri 3D'nin kavramsal öğrenmeye etkisi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 4(3), 224–241. <http://dx.doi.org/10.16949/turcomat.60325>
- Gürbüz, R., & Şahin, S. (2015). 8. sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arasındaki geçiş becerileri. *K. Ü. Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(4), 1869–1888.
- Haciomeroglu, E. S., Aspinwall, L., & Presmeg, N. C. (2010). Contrasting cases of calculus students' understanding of derivative graphs. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(2), 152–176. <https://doi.org/10.1080/10986060903480300>
- Hazzan, O., & Goldenberg, E. P. (1997). Students' understanding of the notion of function in dynamic geometry environments. *International Journal of Computers Mathematical Learning*, 1(3), 263–291. <https://doi.org/10.1007/BF00182618>
- Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44(1), 5–23. <http://dx.doi.org/10.1023/A:1012737223465>
- Hegedus, S. J., & Moreno-Armella, L. (2010). Accomodating the instrumental genesis framework within dynamic technological environments. *For the Learning of Mathematics*, 30(1), 26–31.
- Heinze, A., Star, J. R., & Verschaffel, L. (2009). Flexible and adaptive use of strategies and representations in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, 41(5), 535–540. <https://doi.org/10.1007/s11858-009-0214-4>
- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In: D. A. Grouns (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65–92). New York: Macmillan.
- Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371–404). NCTM.

- Hitt, F., & Dufour, S. (2021). Introduction to calculus through an open-ended task in the context of speed: representations and actions by students in action. *ZDM Mathematics Education*, 53(3), 635–647. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01258-x>
- Hitt, F., & González-Martín, A. S. (2015). Covariation between variables in a modelling process: The ACODESA (collaborative learning, scientific debate and self-reflection) method. *Educational Studies in Mathematics*, 88(2), 201–219. <http://dx.doi.org/10.1007/s10649-014-9578-7>
- Hitt, F., Saboya, M., & Cortés-Zavala, C. (2017). Rupture or continuity: The arithmetico-algebraic thinking as an alternative in a modelling process in a paper and pencil and technology environment. *Educational Studies in Mathematics*, 94(1), 97–116. <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9717-4>
- Hohenwarter, M., & Fuchs, K. (2004, July). *Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system GeoGebra*. Paper presented at the Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Teaching Conference, Pecs, Hungary.
- Hohenwarter, M., Hohenwarter, J., Kreis, Y., & Lavicza, Z. (2008). Teaching and learning calculus with free dynamic mathematics software GeoGebra. In *11th International Congress on Mathematical Education*. Monterrey, Nuevo Leon, Mexico.
- Hohenwarter, M., & Jones, K. (2007). Ways of linking geometry and algebra: The case of GeoGebra. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 27 (3), 126–131.
- Hohenwarter, M., & Preiner, J. (2007). Creating mathlets with open source tools. *The Journal of Online Mathematics and Its Applications*, 7(1), 1–29.
- Hohenwarter, M., Jarvis, D., & Lavicza, Z. (2009). Linking geometry, algebra, and mathematics teachers: GeoGebra software and the establishment of the international GeoGebra institute. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 16(2), 83–86.

- Hölzl, R. (1995). Between drawing and figure. In R. Sutherland and J. Mason (Eds.), *Exploiting mental imagery with computers in mathematics education* (Vo. 138, pp. 117–124). Berlin: Springer.
- Hwang, G. J., Lai, C. L., & Wang, S. Y. (2015). Seamless flipped learning: A mobile technology-enhanced flipped classroom with effective learning strategies. *Journal of Computers in Education*, 2(4), 449–473. <https://doi.org/10.1007/s40692-015-0043-0>
- Irving, K. E. (2006). The impact of educational technology on student achievement: Assessment of and for learning. *Science Educator*, 15(1), 13–20.
- İpek, A. S., & Okumuş, S. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmede kullandıkları temsiller. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 11(3), 681–700.
- Kabaca, T., Çontay, E. G., & İymen, E. (2011). Dinamik matematik yazılımı ile geometrik temsilden cebirsel temsile: Parabol kavramı. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(11), 101–110.
- Kapur, M. (2014). Comparing learning from productive failure and vicarious failure. *Journal of the Learning Sciences*, 23(4), 651–677. <https://doi.org/10.1080/10508406.2013.819000>
- Kapur, M. (2016). Examining productive failure, productive success, unproductive failure, and unproductive success in Learning. *Educational Psychologist*, 51(2), 289–299. <https://doi.org/10.1080/00461520.2016.1155457>
- Karabulut-Ilgu, A., Jaramillo Cherrez, N., & Jähren, C. T. (2018). A systematic review of research on the flipped classroom method in engineering education, *British Journal of Educational Technology*, 49(3), 398–411. <https://doi.org/10.1111/bjet.12548>
- Keller, B. A., & Hirsch, C. R. (1998). Student preferences for representations of functions. *International Journal in Mathematics Education Science Technology*, 29(1), 1–17.
- Kemp, A., & Vidakovic, D. (2023). Students' understanding and development of the definition of circle in Taxicab and Euclidean geometries: an APOS perspective with schema interaction. *Educational Studies in Mathematics*, 112(3), 567–588. <https://doi.org/10.1007/s10649-022-10180-2>

- Kim D. J., Choi, S., & Lim, W. (2017). Sfard's commognitive framework as a method of discourse analysis in mathematics. *International Scholarly and Scientific Research & Innovation*, 11(11), 481–485.
- Kimeswenger, B., & Hohenwarter, M. (2014). GeoGebraBooks für Tablets. In J. Roth & J. Ames (Eds.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (pp. 611–614). Münster: Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien.
- Laborde, C. (1993). The computer as part of the learning environment: The case of geometry. In C. Keitel & K. Ruthven (Eds.), *Learning from computers: Mathematics education and technology* (Vol. 121, pp. 48–67). Berlin, Heidelberg: Springer.
- Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K., & Strässer, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. En A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of Mathematics Education: past, present and future* (pp. 275–304). Rotterdam: Sense Publishers.
- Lapp, D. A., & Cyrus, V. F. (2000). Using data-collection devices to enhance students' understanding. *National Council of Teachers of Mathematics*, 93(6), 504–510. <https://doi.org/10.5951/MT.93.6.0504>
- Leung, A. (2008). Dragging in a dynamic geometry environment through the lens of variation. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 13(2), 135–157. <https://doi.org/10.1007/s10758-008-9130-x>
- Lichti, M., & Roth, J. (2018). How to foster functional thinking in learning environments using computer-based simulations or real materials. *Journal for STEM Education Research*, 1(1–2), 148–172. <https://doi.org/10.1007/s41979-018-0007-1>
- Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. Newbury Park, CA: Sage Publications.
- Love, B., Hodge, A., Corritore, C., & Ernst, D. (2015). Inquiry-based learning and the flipped classroom model. *Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies*, 25(8), 745–762. <https://doi.org/10.1080/10511970.2015.1046005>

- Mainali, B. (2021). Representation in teaching and learning mathematics. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 9(1), 1–21. <https://doi.org/10.46328/ijemst.1111>
- Mariotti, M. A., (2000). Introduction to proof: The mediation of a dynamic software environment. *Educational Studies in Mathematics*, 44(1), 25–53. <https://doi.org/10.1023/A:1012733122556>
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Ankara: Millî Eğitim Bakanlığı Yayınevi.
- Moon, K., Brenner, M. E., Jacob, B., & Okamoto, Y. (2013). Prospective secondary mathematics teachers' understanding and cognitive difficulties in making connections among representations. *Mathematical Thinking and Learning*, 15(3), 201–227. <https://doi.org/10.1080/10986065.2013.794322>
- Moreno-Arotzena, O., Pombar-Hospitaler, I., & Barragués, J. I. (2021). University student understanding of the gradient of a function of two variables: an approach from the perspective of the theory of semiotic representation registers. *Educational Studies in Mathematics*, 106(1), 65–89. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09994-9>
- National Assessment of Educational Progress [NAEP]. (1988). *Mathematics objectives: 1990 Assessment*. Princeton, NJ: Educational Testing Service.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA. Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston, VA. Author.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematics success for all*. Reston: NCTM.

- Olivero, F., Robutti, O. (2007). Measuring in dynamic geometry environments as a tool for conjecturing and proving. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 12(2), 135–156. <https://doi.org/10.1007/s10758-007-9115-1>
- Özcan, Ş., Demir, M., Aksu, N., Urhan, S., & Zengin, Y. (2022). Ortaokul öğrencilerinin çember konusundaki kavramsal anlamalarının incelenmesi: 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı. *Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(1), 110–133. <https://doi.org/10.21666/muefd.988366>
- Özgen, K. (2013). Problem çözme bağlamında matematiksel ilişkilendirme becerisi: öğretmen adayları örneği. *NWSA-Education Sciences*, 8(3), 323–345. <http://dx.doi.org/10.12739/NWSA.2013.8.3.1C0590>
- Özgün-Koca, S. A. (1998). Students' use of representations in mathematics education. *North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, NC: Raleigh.
- Patsiomitou, S. (2019). Hybrid-dynamic objects: DGS environments and conceptual transformations. *International Journal for Educational and Vocational Studies*, 1(1), 31–46. <https://doi.org/10.29103/ijevs.v1i1.1416>
- Patton, M. (1990). *Qualitative evaluation and research methods* (pp. 169–186). Beverly Hills, CA: Sage.
- Pierce, R., & Stacey, K. (2011). Using dynamic geometry to bring the real world into the classroom. En L. Bu y R. Schoen (Eds.), *Model-centered learning: Pathways to mathematical understanding using GeoGebra* (pp. 41–57). Rotterdam: Sense Publishers
- Pierce, R., Stacey, K., Wander, R., & Ball, L. (2011). The design of lessons using mathematics analysis software to support multiple representations in secondary school mathematics. *Technology, Pedagogy and Education*, 20(1), 95–112. <https://doi.org/10.1080/1475939X.2010.534869>

- Prediger, S. (2013). Focussing structural relations in the bar board – a design research study for fostering all students' conceptual understanding of fractions. In B. Ubuz, Ç. Haser & M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the 8th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 343–352). Antalya: METU University Ankara.
- Rasmussen, C. L., & King, K. D. (2000). Locating starting points in differential equations: a realistic mathematics education approach. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31(2), 161–172. <https://doi.org/10.1080/002073900287219>
- Rejeki, S., & Putri, R. I. I. (2018). Models to support students' understanding of measuring area of circles. *Journal of Physics: Conference Series*, 948(1), 012058. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/948/1/012058>
- Sahin, A., Cavlazoglu, B., & Zeytuncu, Y. E. (2015). Flipping a college calculus course: A case study. *Educational Technology & Society*, 18(3), 142–152.
- Schallert, S., Lavicza, Z., & Vandervieren, E. (2022a). Merging flipped classroom approaches with the 5E inquiry model: A design heuristic. *International Journal Of Mathematical Education In Science And Technology*, 53(6), 1528–1545. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1831092>
- Schallert, S., Lavicza, Z., & Vandervieren, E. (2022b). Towards inquiry-based flipped classroom scenarios: A design heuristic and principles for lesson planning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 20(2), 277–297. <https://doi.org/10.1007/s10763-021-10167-0>
- Schallert-Vallaster, S., & Lavicza, Z. (2021). Investigating mathematics teachers' intended use of GeoGebra in inquiry-based flipped classroom scenarios. *The International Journal of Technology in Mathematics Education*, 28(3), 117–123.
- Schwarz, B. B., Prusak, N., Swidan, O., Livyn, A., Gal, K., & Segal, A. (2018). Orchestrating the emergence of conceptual learning: a case study in a geometry class. *International Journal of Computer-Suported Collaborative Learning*, 13(2), 189–211. <https://doi.org/10.1007/s11412-018-9276-z>

- Sevimli, E. (2016). Do calculus students demand technology integration into learning environment? case of instructional differences. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, 13(37), 2–18. <https://doi.org/10.1186/s41239-016-0038-6>
- Shahbari, J. A., & Tabach, M. (2020). Features of modeling processes that elicit mathematical models represented at different semiotic registers. *Educational Studies in Mathematic*, 105(2), 115–135. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09971-2>
- Shirley, M. L., Irving, K. E., Sanalan, V. A., Pape, S. J., & Owens, D. T. (2011). The practicality of implementing connected classroom technology in secondary mathematics and science classrooms. *International Journal of Science and Mathematics*, 9(2), 459–481. <https://doi.org/10.1007/s10763-010-9251-2>
- Shvarts, A., & van Helden, G. (2021). Embodied learning at a distance: from sensory-motor experience to constructing and understanding a sine graph. *Mathematical Thinking and Learning*. Advance online publication. <https://doi.org/10.1080/10986065.2021.1983691>
- Simon, M., Saldanha, L., McClintock, E., Karagoz Akar, G., Watanabe, T., & Zembat, I. O. (2010). A developing approach to studying students' learning through their mathematical activity. *Cognition and Instruction*, 28(1), 70–112. <http://dx.doi.org/10.1080/07370000903430566>
- Smith, M. S., & Stein, M. K. (1998). Reflections on practice: Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics teaching in the middle school*, 3(5), 344–350. <https://doi.org/10.5951/MTMS.3.5.0344>
- Song, Y., & Kapur, M. (2017). How to flip the classroom- “Productive failure or traditional flipped classroom” pedagogical design?. *International Forum of Educational Technology & Society*, 20(1), 292–305.
- Steffe, L. P. & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In R. Lesh, & A. E. Kelly (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 267–307). Hillsdale: Erlbaum.

- Steffe, L. P., & Ulrich, C. (2014). The constructivist teaching experiment. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 102–109). Springer, Berlin.
- Steele, D. F. (2000). Enthusiastic voices from young mathematicians. *Teaching Children Mathematics*, 6(7), 464–468. <https://doi.org/10.5951/TCM.6.7.0464>
- Tapan-Broutin, M. S. (2014). Matematiksel nesnelerin yapısı ve temsiller: “Klasik semiyotik üçgenin” geometri öğretimine yansımalarının analizi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27(1), 255–281.
- Tapan-Broutin, M. S. (2015). *Bilgisayar etkileşimli geometri öğretimi: Cabri Geometri ile dinamik geometri etkinlikleri*. Bursa: Ezgi Kitapevi.
- Tchoshanov, M. (2013). *Engineering of Learning: Conceptualizing e-Didactics*. Moscow: UNESCO IITE.
- Toluk-Uçar, Z. (2016). Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının reel sayıları kavrayışlarında temsillerin rolü. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 24(3), 1149–1164.
- Tondorf, A., & Prediger, S. (2022). Connecting characterizations of equivalence of expressions: design research in Grade 5 by bridging graphical and symbolic representations. *Educational Studies in Mathematic*, 111(3), 399–422. <https://doi.org/10.1007/s10649-022-10158-0>
- Tsai, C. W., Shen, P. D., & Lu, Y. J. (2015). The effects of problem-based learning with flipped classroom on elementary students’ computing skills: A case study of the production of ebooks. *International Journal of Information and Communication Technology Education*, 11(2), 32–40. <https://doi.org/10.4018/978-1-4666-8246-7.ch046>
- Uygan, C. (2019). Öğrenci matematiğini araştırmada öğretim deneyi yöntemi: Kuramsal temeller ve örnek bir uygulamadan yansımalar. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi – Journal of Qualitative Research in Education*, 7(2), 792–825. <https://doi.org/10.14689/issn.2148-2624.1.7c.2s.14m>
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. W. (2021). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (10. Baskı). (Çev. S. Durmuş). Ankara: Nobel Yayınları.

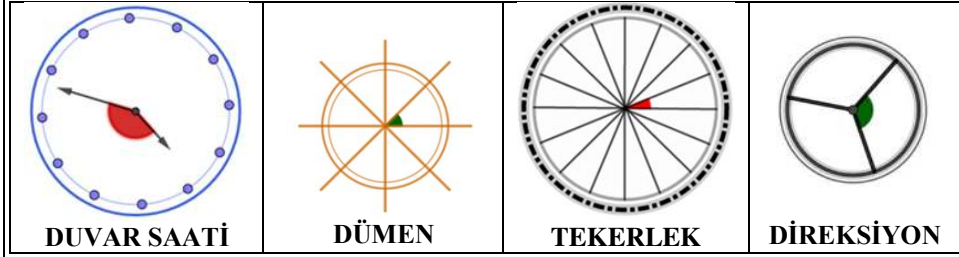
- Voigt, M., Fredriksen, H., & Rasmussen, C. (2020). Leveraging the design heuristics of realistic mathematics education and culturally responsive pedagogy to create a richer flipped classroom calculus curriculum. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 52(5), 1051–1062. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01124-x>
- Yavuz Mumcu, H. (2018). Matematiksel ilişkilendirme becerisinin kuramsal boyutta incelenmesi: Türev kavramı örneği. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9(2), 211–248. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.379891>
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (11. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Zazkis, D. (2013). Prompted and unprompted transitions between representational modes in calculus. In M. Martinez & A. Castro Superfine (Eds.), *Proceedings of the 35th annual meeting of the North American chapter of the International Group for the psychology of mathematics education* (pp. 1232–1239). The University of Illinois at Chicago.
- Zengin, Y. (2017a). Öğretmen adaylarının görüşleri ışığında matematiksel iletişim sağlayabilmede GeoGebra yazılımının potansiyeli. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 11(1), 101–127. <https://doi.org/10.17522/balikesirnef.356141>
- Zengin, Y. (2017b). The effects of GeoGebra software on pre-service mathematics teachers' attitudes and views toward proof and proving. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48(7), 1001–1022. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2017.1298855>
- Zengin, Y. (2017c). Komşuluk ve yığılma noktası kavramlarının dinamik matematik ortamında keşfedilmesi üzerine bir araştırma. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(43), 302–333. <http://dx.doi.org/10.21764/efd.17728>
- Zengin, Y. (2018). Incorporating the dynamic mathematics software GeoGebra into a history of mathematics course. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(7), 1083–1098. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1431850>
- Zengin, Y. (2019). Development of mathematical connection skills in a dynamic learning environment. *Education and Information Technologies*, 24(3), 2175–2194. <https://doi.org/10.1007/s10639-019-09870-x>

- Zengin, Y. (2021). Students' understanding of parametric equations in a collaborative technology-enhanced learning environment. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. Advance online publication. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1966848>
- Zengin, Y., & Tatar, E. (2017). Integrating dynamic mathematics software into cooperative learning environments in mathematics. *Educational Technology & Society*, 20 (2), 74– 88.
- Zhuang, Y., & Conner, A. (2022). Teachers' use of rational questioning strategies to promote student participation in collective argumentation. *Educational Studies in Mathematics*, 111(3), 345–365. <https://doi.org/10.1007/s10649-022-10160-6>
- Zöchbauer, J., Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2021). Evaluating GeoGebra Classroom with usability and user experience methods for further development. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 28(3), 183–191.

8. EKLER

EK-1: UYGULAMA PLANI: ÇEMBERDE MERKEZ AÇILAR VE BU AÇILARIN GÖRDÜĞÜ YAYLAR

Aşamalar	Matematiksel Etkinlikler
Giriş Sınıf Dışı (Video olarak sunulur.)	Çember Kavramı:  CAN SİMİDİ  HULAHOP  YÜZÜK Yukarıda verilen görselleri inceleyiniz. a) Görsellerde benzer olan durumlar nelerdir? Bu üç görselde hangi ortak geometrik şekil bulunmaktadır? Siz de bu görsellerdeki nesnelere benzer günlük hayattan örnekler veriniz. Video ulaşım linki: https://youtu.be/KYmaTH7zbL0 b) Pergel, cetvel ve boş bir A4 kâğıdı hazırlayınız. ➤ Pergelinizin aralığını istediğiniz uzunlukta ayarlayınız. ➤ Pergelinizin sivri ucunu A4 kâğıdına sabitleyiniz. ➤ Pergelinizi, sabitlediğiniz nokta etrafında döndürünüz. İncelediğiniz görsellerde bulunan geometrik şekil ile A4 kâğıdı üzerine çizdiğiniz geometrik şekil arasında nasıl bir ilişki bulunmaktadır? Bu geometrik şekilleri nasıl tanımlarsınız? Neden? Video ulaşım linki: https://youtu.be/VBcIbTYXkZ8 c) Yeni bir GeoGebra dosyası açınız.  Nokta aracını seçerek ekranda A ve B noktaları oluşturunuz.  Sürgü aracını seçerek ekranda boş bir yere tıklayınız. Açılan ekranda Açı kutucuğunu seçerek Tamam'ı tıklayınız.  Verilen Ölçüde Açı aracını seçip A noktasına ve ardından B noktasına tıklayınız. Açılan pencereye sürgünün adını (α) yazarak Tamam'ı tıklayınız.  Taşı aracını seçiniz. A' noktasının üzerine sağ tıklayarak izini açınız. α sürgüsünün üzerine sağ tıklayarak sürgüyü canlandırınız. B noktası etrafında sabit uzaklıkta dönen A' noktasının oluşturduğu izi gözlemleyiniz. Ekranda neler görüyorsunuz? A4 kâğıdı üzerine çizdiğiniz geometrik şekil ile GeoGebra yazılımı üzerindeki izin oluşturduğu geometrik şekil arasında nasıl bir ilişki bulunmaktadır? Bu geometrik şekilleri nasıl tanımlarsınız? Neden? Video ulaşım linki: https://youtu.be/lz9qLF-8Qhw

Merkez Açı Kavramı:

Yukarıda verilen duvar saati, dümen, tekerlek ve direksiyon görsellerini inceleyiniz.

a) Görsellerde bazı açılar renkli olarak gösterilmiştir. Bu dört açının bulunduğu konuma göre ortak bir özelliği var mıdır? Varsa bu özelliği ve nedenini açıklayınız.

Video ulaşım linki: <https://youtu.be/JMBcUJHU924>

b) Pergel, cetvel, açıölçer ve boş bir A4 kâğıdı hazırlayınız.

- Pergelinizin aralığını istediğiniz uzunlukta ayarlayınız.
- Pergelinizin sivri ucunu A4 kâğıdına sabitleyiniz.
- Pergelinizi, sabitlediğiniz nokta etrafında döndürerek O merkezli bir çember çiziniz.
- Çizdiğiniz çember üzerinde iki nokta (A ve B) belirleyiniz.
- Cetvel kullanarak O ile A noktalarından geçen bir doğru parçası çiziniz.
- Cetvel kullanarak O ile B noktalarından geçen bir doğru parçası çiziniz.
- Açıölçer kullanarak AOB açısının ölçüsünü belirleyiniz.

Görselde incelediğiniz dört açı ile A4 kâğıdı üzerine çizdiğiniz açı arasında nasıl bir ilişki bulunmaktadır? Sizce bu açılar köşelerinin bulunduğu konuma göre nasıl isimlendirilebilir? Neden?

Video ulaşım linki: <https://youtu.be/DLnIVZiZ7Vk>

c) Yeni bir GeoGebra dosyası açınız.



Çember: Merkez & Yarıçap aracını seçerek A merkezli ve yarıçapı 2 birim olan bir çember oluşturunuz.



Nokta aracını seçerek çember üzerinde B noktası oluşturunuz.



Sürgü aracını seçerek ekranda boş bir yere tıklayınız. Açıklan ekranda **Açı** kutucuğunu seçerek **Tamam**'ı tıklayınız.



Verilen Ölçüde Açı aracını seçip B noktasına ve ardından A noktasına tıklayınız. Açılan pencereye sürgünün adını (α) yazarak **Tamam**'ı tıklayınız.



Doğru Parçası aracını seçerek A ve B noktalarından geçen bir doğru parçası oluşturunuz. Sonra A ve B' noktalarından geçen bir doğru parçası daha oluşturunuz.



Taşı aracını seçiniz. α sürgüsünün üzerine sağ tıklayarak sürgüyü canlandırınız. $[BA]$, A ve $[AB']$ doğru parçaları arasında kalan açığı gözlemleyiniz. Ekranda neler görüyorsunuz?

A4 kâğıdı üzerine çizdiğiniz açı ve GeoGebra yazılımı üzerinde oluşturduğunuz açılar arasında nasıl bir ilişki bulunmaktadır? Sizce bu açılar köşelerinin bulunduğu konuma göre nasıl isimlendirilebilir? Neden?

Video ulaşım linki: https://youtu.be/bO8nZW1_ahw

Yay (Çember Parçası) Kavramı:



Fatma Hanım'ın bileziği bileğine bol gelmektedir. Bu yüzden Fatma Hanım bileziğini şekildeki A ve B noktaları arasında kalan parça kadar daralttırmak istemektedir.

a) Bileziğin A ve B noktaları arasında kalan parçasını matematiksel olarak nasıl ifade edersiniz? Neden?

Video ulaşım linki: <https://youtu.be/KuvNHRxIjU>

b) Pergel, cetvel, açıölçer ve boş bir A4 kâğıdı hazırlayınız.

- Pergelinizin aralığını istediğiniz uzunlukta ayarlayınız.
- Pergelinizin sivri ucunu A4 kâğıdına sabitleyiniz.
- Pergelinizi, sabitlediğiniz nokta etrafında döndürerek O merkezli bir çember çizin.
- Çizdiğiniz çember üzerinde iki nokta (A ve B) belirleyiniz.
- Cetvel kullanarak O ile A noktalarından geçen bir doğru parçası çizin.
- Cetvel kullanarak O ile B noktalarından geçen bir doğru parçası çizin.
- Açıölçer kullanarak AOB açısının ölçüsünü belirleyiniz.
- AOB açısının kolları arasında kalan çember parçasını renkli bir kalemle belirginleştiriniz.

Fatma Hanım'ın bileziğinin A ve B noktaları arasında kalan parçası ile A4 kâğıdı üzerine çizdiğiniz çember parçası arasında nasıl bir ilişki bulunmaktadır? Neden?

Video ulaşım linki: <https://youtu.be/jGUx0HSYRGI>

c) Yeni bir GeoGebra dosyası açınız.



Çember: Merkez & Yarıçap aracını seçerek A merkezli ve yarıçapı 2 birim olan bir çember oluşturunuz.



Nokta aracını seçerek çember üzerinde B noktası oluşturunuz.



Sürgü aracını seçerek ekranda boş bir yere tıklayınız. Açılan ekranda **Açı** kutucuğunu seçerek **Tamam**'ı tıklayınız.



Verilen Ölçüde Açı aracını seçip B noktasına ve ardından A noktasına tıklayınız. Açılan pencereye sürgünün adını (α) yazarak **Tamam**'ı tıklayınız.



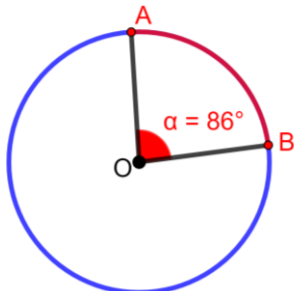
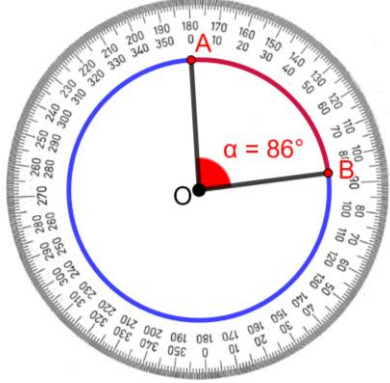
Doğru Parçası aracını seçerek A ve B noktalarından geçen bir doğru parçası oluşturunuz. Sonra A ve B' noktalarından geçen bir doğru parçası daha oluşturunuz.



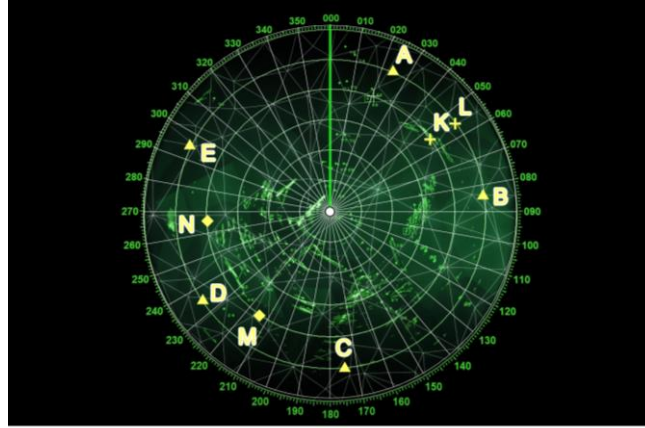
Taşı aracını seçiniz. A' noktasının üzerine sağ tıklayarak izini açınız. α sürgüsünün üzerine sağ tıklayarak sürgüyü canlandırınız. 80° 'de sürgüyü durdurunuz. B ve B' noktaları arasında oluşan izi gözlemleyiniz. Ekranda neler görüyorsunuz?

A4 kâğıdı üzerine çizdiğiniz çember parçası ile GeoGebra yazılımı üzerinde oluşan iz arasında nasıl bir ilişki bulunmaktadır? Neden?

Video ulaşım linki: <https://youtu.be/lufE3GF4kOc>

Keşfetme Sınıf Dışı (Dinamik GeoGebra çalışma sayfası olarak sunulur.)	 $r = 6$ merkezaçı = 86° ☐ Açıölçer r (yarıçap) sürgüsünü hareket ettiriniz. Yarıçapın aldığı değerlere göre merkez açının ölçüsünü not ediniz. Yarıçap değişimine bağlı olarak merkez açıda bir değişim yaşanmakta mıdır? Bu durumun nedeni ne olabilir? Pergel, cetvel ve açıölçer araçları yardımıyla A4 kâğıdı üzerinde çizim yaparak açıklayınız.																											
Giriş Sınıf İçi (GeoGebra uygulaması üzerinde çalışılır.)	Öğrencilerin giriş aşamasının sınıf dışı sürecinde bireysel tamamladığı etkinlik ile ilgili not ettiği sorular veya öğretmenin ders esnasında sunduğu sorular, öğretmen rehberliğinde tartışılır.																											
Keşfetme Sınıf İçi (Dinamik GeoGebra çalışma sayfası olarak sunulur.)	 $r = 6$ merkezaçı = 86° ☒ Açıölçer a) Açıölçer aracını aktif hale getiriniz. merkezaçı sürgüsünü hareket ettiriniz. Aşağıda verilen tablodaki merkez açılara göre <i>A</i> ve <i>B</i> noktaları arasındaki çember yayının (kırmızı parça) ölçülerini tabloya not ediniz. Merkez açı ile kırmızı parçanın ölçüsü arasında nasıl bir ilişki vardır? Neden? Bu ilişkiyi belirten genel bir ifade yazınız. <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">Merkez Açı Ölçüsü</th> <th style="width: 50%;">Kırmızı Parçanın Ölçüsü</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td style="text-align: center;">45°</td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">80°</td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">170°</td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">255°</td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">345°</td><td></td></tr> </tbody> </table> b) Açı aracını seçiniz. <i>A</i>, <i>O</i> ve <i>B</i> noktalarına tıklayarak mavi çember yayını gören merkez açının ölçüsünü bulunuz. merkezaçı sürgüsünü canlandırarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz. Tablodaki iki merkez açı arasında nasıl bir ilişki vardır? Neden? Bu ilişkiyi belirten genel bir ifade yazınız. <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 33%;">Kırmızı Yayı Gören Merkez Açının Ölçüsü</th> <th style="width: 33%;">Mavi Yayı Gören Merkez Açının Ölçüsü</th> <th style="width: 33%;">Merkez Açılarının Toplamı</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td style="text-align: center;">60°</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">120°</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">180°</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">240°</td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>	Merkez Açı Ölçüsü	Kırmızı Parçanın Ölçüsü	45°		80°		170°		255°		345°		Kırmızı Yayı Gören Merkez Açının Ölçüsü	Mavi Yayı Gören Merkez Açının Ölçüsü	Merkez Açılarının Toplamı	60°			120°			180°			240°		
Merkez Açı Ölçüsü	Kırmızı Parçanın Ölçüsü																											
45°																												
80°																												
170°																												
255°																												
345°																												
Kırmızı Yayı Gören Merkez Açının Ölçüsü	Mavi Yayı Gören Merkez Açının Ölçüsü	Merkez Açılarının Toplamı																										
60°																												
120°																												
180°																												
240°																												

Açıklama
Sınıf İçi
(Dinamik
GeoGebra
çalışma sayfası
olarak
sunulur.)



merkezaçı = 0°

Radar, radyo dalgaları sayesinde nesnelerin hızlarını ve konumlarını tespit eden cihazdır. Radarın bir aracı tarama açısı, radyo dalgalarının aracı tamamen kapsayarak çemberin yarıçapına geldiği açı olarak kabul edilmektedir. Yukarıda Mardin'den Diyarbakır'a giden araçların hızlarını ve konumlarını belirleyen radarın görüntüsü verilmiştir.

a) merkezaçı sürgüsünü hareket ettiriniz. Ekrandaki farklı çemberler üzerinde bulunan K ve L araçlarının taranma açılarını karşılaştırınız. Karşılaştırmada nasıl bir sonuca ulaştınız? Bu durumun nedeni ne olabilir? Arkadaşlarınızla tartışınız. Pergel, cetvel ve açıölçer araçları yardımıyla A4 kâğıdı üzerinde çizim yaparak açıklayınız. Yeni bir GeoGebra dosyası açarak, açıklamalarınızı oluşturduklarınızla destekleyiniz.

b) merkezaçı sürgüsünü hareket ettiriniz. Ekrandaki aynı çember üzerinde bulunan M ve N araçlarının taranma açılarını karşılaştırınız. Karşılaştırmada nasıl bir sonuca ulaştınız? Bu durumun nedeni ne olabilir? Arkadaşlarınızla tartışınız. Pergel, cetvel ve açıölçer araçları yardımıyla A4 kâğıdı üzerinde çizim yaparak açıklayınız. Yeni bir GeoGebra dosyası açarak, açıklamalarınızı oluşturduklarınızla destekleyiniz.

c) merkezaçı sürgüsünü hareket ettiriniz. Aşağıdaki tabloda verilen araçların tarandıkları merkez açı ve yay ölçülerini belirleyiniz. Bunlara göre tabloyu doldurunuz. Merkez açı ile gördüğü yayın ölçüsü arasında nasıl bir ilişki vardır? Neden? Arkadaşlarınızla tartışınız. Pergel, cetvel ve açıölçer araçları yardımıyla A4 kâğıdı üzerinde çizim yaparak açıklayınız. Yeni bir GeoGebra dosyası açarak, açıklamalarınızı oluşturduklarınızla destekleyiniz.

Araç	Merkez Açı Ölçüsü	Merkez Açının Gördüğü Yayın Ölçüsü
A		
B		
C		
D		
E		

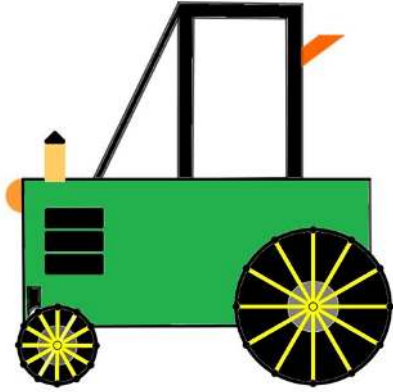
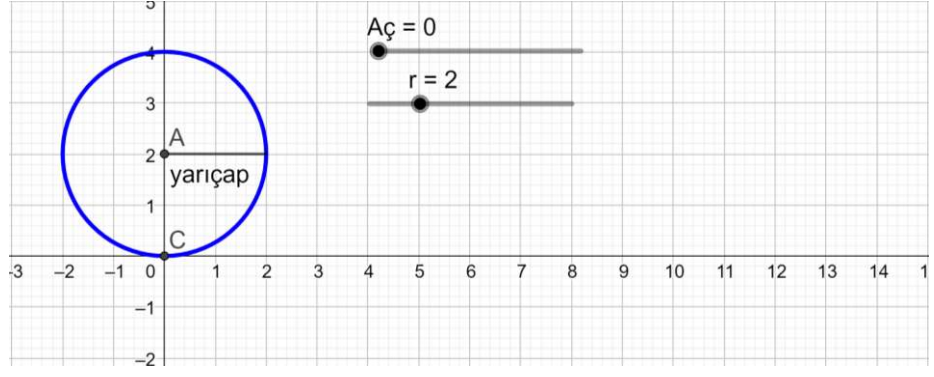
d) merkezaçı sürgüsünü hareket ettiriniz. Radar sırasıyla K, L, M ve N araçlarını taradığında oluşan merkez açıları belirleyerek tabloyu doldurunuz. Bulduğunuz merkez açıların toplamıyla ilgili nasıl bir sonuca ulaştınız? Aynı durum merkez açıların gördüğü yaylar için geçerli midir? Neden? Arkadaşlarınızla tartışınız. Pergel, cetvel ve açıölçer araçları yardımıyla A4 kâğıdı üzerinde çizim yaparak açıklayınız. Yeni bir GeoGebra dosyası açarak, açıklamalarınızı oluşturduklarınızla destekleyiniz.

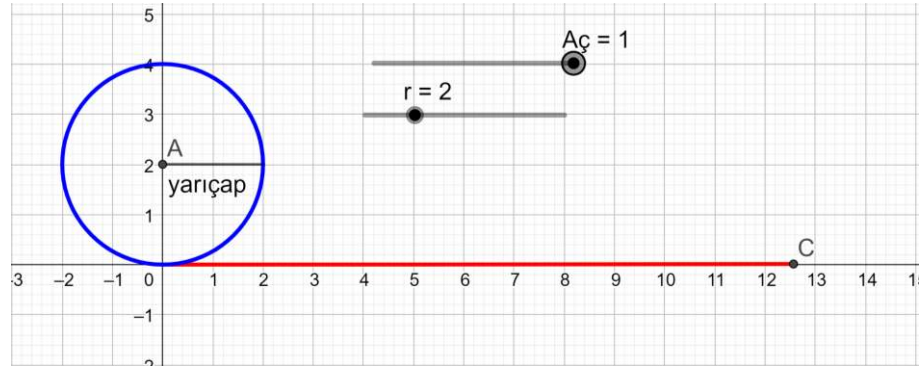
Araç	Radarın Taradığı Bölgenin Merkez Açısı	Radarın Taramadığı Bölgenin Merkez Açısı	Merkez Açılarının Toplamı
K			
L			
M			
N			

Açıklama Sınıf Dışı (Video olarak sunulur.)	Öğretmen, keşfetme aşamasında kullanılan GeoGebra uygulaması üzerinde, sorgulayıcı sorular içeren ve çemberde merkez açıları ve bu açıların gördüğü yayları açıklayan bir video sunar. Video ulaşım linki: https://youtu.be/uAayXUyayRM
Derinleştirme Sınıf Dışı (Video olarak sunulur. GeoGebra yazılımı üzerinde modelleme yapılır.)	Sadece ok yönünde döndürülebilen bir çarkıfelek oyununda ibre X ile işaretlenmiş bölmeyi gösterdiğinde kazanılan bütün puanlar kaybedilmektedir. Çarkıfeleği çevirme sırası gelen Berke, çarkıfeleği tam turdan az çevirmiş ve ibre talihsiz bir şekilde X işaretli bölgeye denk gelmiştir. a) Berke'nin çarkıfeleği kaç derece çevirdiğini nasıl bulabiliriz? Neden? Pergel, cetvel ve açıölçer araçları yardımıyla A4 kâğıdı üzerinde çizim yaparak açıklayınız. Yeni bir GeoGebra dosyası açarak, açıklamalarınızı oluşturduklarınızla destekleyiniz. b) Berke'nin çarkıfeleği α parça kadar çevirdiğini düşününüz. Buna göre Berke'nin çarkıfeleği kaç derece çevirdiğine ilişkin uygun cebirsel ifadeyi yazınız. Video ulaşım linki: https://youtu.be/G4liStZJOYI
Derinleştirme Sınıf İçi (Problem durumu olarak sunulur. GeoGebra yazılımı üzerinde modelleme yapılır.)	Lunaparklarda bulunan dönme dolaplar hem yetişkinlerin hem de çocukların severek bindiği oyuncaklardır. Dönme dolapların kurulum aşamasında yerden yükseklikleri ve buna bağlı olarak kabin sayıları değişebilmektedir. Türkiye'deki en büyük dönme dolap Antalya'nın Konyaaltı ilçesinde yer alan Heart of Antalya'dır. Antalya'yı kuş bakışı bir izleme fırsatı sunan bu dönme dolapta 42 eş kabin bulunmaktadır.

	a) Kabinler arasında kalan merkez açıların kaç derece olacağını bulmak için nasıl bir yöntem izlersiniz? Neden? Pergel, cetvel ve açıölçer araçları yardımıyla A4 kâğıdı üzerinde çizim yaparak açıklayınız. Yeni bir GeoGebra dosyası açarak, açıklamalarınızı oluşturduklarınızla destekleyiniz. b) Zeynep ile abisi İsmet Antalya’da yaşamakta olup her hafta sonu tatilinde lunaparka giderek dönme dolabın farklı kabinlerine binmektedir. Her hafta, aralarındaki kabin sayısı değişmektedir. Zeynep, dönme dolaba bindiklerinde aralarında bulunan kabin sayılarını aşağıdaki tabloya not etmiştir. Zeynep ile abisinin bulunduğu kabinleri görsel üzerinde belirleyerek aşağıdaki tabloyu doldurunuz. <table><tr><th colspan="5">Zeynep ile Abisinin Bulunduğu Kabinler Arasındaki:</th></tr><tr><th>Zeynep ile Abisinin Arasındaki Kabin Sayısı</th><th>Eş Parça Sayısı</th><th>Birinci Merkez Açısı</th><th>İkinci Merkez Açısı</th><th>Merkez Açıların Toplamı</th></tr><tr><td>6</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>13</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>20</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>34</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> c) Tablodaki değerlere göre Zeynep ile abisinin bulunduğu kabinler arasında kalan merkez açıların toplamı arasında nasıl bir ilişki vardır? Neden? Pergel, cetvel ve açıölçer araçları yardımıyla A4 kâğıdı üzerinde çizim yaparak açıklayınız. Yeni bir GeoGebra dosyası açarak, açıklamalarınızı oluşturduklarınızla destekleyiniz. d) Zeynep ile abisinin bulunduğu kabinler arasında kalan merkez açıların gördüğü yayların ölçüsü ve yay ölçülerinin toplamı hakkında ne söylersiniz? Neden? Pergel, cetvel ve açıölçer araçları yardımıyla A4 kâğıdı üzerinde çizim yaparak açıklayınız. Yeni bir GeoGebra dosyası açarak, açıklamalarınızı oluşturduklarınızla destekleyiniz. e) Zeynep ile abisinin α kabinli ve arasındaki eş parça sayısı ρ olan bir dönme dolaba bindiklerinde, aralarındaki her bir merkez açının kaç derece olacağına ilişkin uygun cebirsel ifadeyi yazınız.	Zeynep ile Abisinin Bulunduğu Kabinler Arasındaki:					Zeynep ile Abisinin Arasındaki Kabin Sayısı	Eş Parça Sayısı	Birinci Merkez Açısı	İkinci Merkez Açısı	Merkez Açıların Toplamı	6					13					20					34				
Zeynep ile Abisinin Bulunduğu Kabinler Arasındaki:																															
Zeynep ile Abisinin Arasındaki Kabin Sayısı	Eş Parça Sayısı	Birinci Merkez Açısı	İkinci Merkez Açısı	Merkez Açıların Toplamı																											
6																															
13																															
20																															
34																															
Değerlendirme Sınıf Dışı (GeoGebra yazılımında problem durumu olarak sunulur.)	Kübra, bir çemberin merkez açıların toplamının 360° olduğunu biliyor ama bu durumun açıklamasını yapamıyor. Bu durumu Kübra’ya siz açıklasaydınız nasıl bir yöntem izlerdiniz? Haydi Kübra’ya açıklama yaparak onun öğrenmesini sağlayın! Pergel, cetvel ve açıölçer araçları yardımıyla A4 kâğıdı üzerinde çizim yaparak açıklayınız. Yeni bir GeoGebra dosyası açarak, açıklamalarınızı oluşturduklarınızla destekleyiniz.																														
Değerlendirme Sınıf İçi (Problem durumu olarak sunulur. GeoGebra yazılımı üzerinde modelleme yapılır.)	Hasan ve arkadaşı Kenan çemberde merkez açıları ve bunların gördüğü yay ölçülerini hakkında konuşmaktadır. Aralarında şöyle bir diyalog geçer: Hasan: Çemberde merkez açı ve gördüğü yayların ölçüleri birbirine eşittir. Kenan: Nasıl eşit oluyor? Merkez açı çemberin merkezinde yer alır. Yay ise çember üzerinde bir parçadır. Hasan: Mesela eş merkezli iç içe geçmiş iki çember düşünelim. Bir tane merkez açı oluşturalım. İki çemberde de yaylar aynı merkez açığa denk gelir. Kenan: Ama iki çember parçası da farklı. Nasıl oluyor? Ben anlamadım. Hasan: Senin ne demek istediğini anlıyorum fakat sana açıklayamıyorum. Hasan, merkez açı ve gördüğü yayın ölçülerinin eşit olduğunu biliyor. Ancak bunun nedenini Kenan’a açıklayamıyor. Bu durumu Kenan’a siz açıklamak isteseydiniz nasıl bir yol izlerdiniz? Pergel, cetvel ve açıölçer araçları yardımıyla A4 kâğıdı üzerinde çizim yaparak açıklayınız. GeoGebra sayfası üzerinde, açıklamalarınızı oluşturduklarınızla destekleyiniz.																														

EK-2: UYGULAMA PLANI: ÇEMBERİN VE ÇEMBER PARÇASININ UZUNLUĞU

Aşamalar	Matematiksel Etkinlikler
Giriş Sınıf Dışı (Video olarak sunulur.)	 Yanda verilen traktörün ön ve arka tekerleklerinin merkez açılarının tamamı 360°'dir. Tekerlekler, merkezden geçen sarı şeritlerle süslenmiş ve her bir şerit arasında kalan merkez açıları eşittir. a) Traktörün 10 metre ilerlediğini düşünelim. Sizce bu ilerleme sonunda şekilde görünen ön ve arka tekerlekler eşit sayıda tur atmış mıdır? Neden? Pergel, cetvel ve açıölçer araçları yardımıyla A4 kâğıdı üzerinde çizim yaparak açıklayınız. Yeni bir GeoGebra dosyası açarak, açıklamalarınızı oluşturduklarınızla destekleyiniz. b) İki şerit arasında kalan çember parçasının uzunluğu sizce nelere bağlıdır? Neden? Pergel, cetvel ve açıölçer araçları yardımıyla A4 kâğıdı üzerinde çizim yaparak açıklayınız. Yeni bir GeoGebra dosyası açarak, açıklamalarınızı oluşturduklarınızla destekleyiniz. Video ulaşım linki: https://youtu.be/PnPD_K-7kKI
Keşfetme Sınıf Dışı (Dinamik GeoGebra çalışma sayfası olarak sunulur.)	 r (yarıçap) sürgüsünü canlandırınız. Yarıçap uzunluğuna bağlı olarak oluşan çemberlerin çevresi nasıl değişim göstermektedir? Bu durumun nedeni ne olabilir?
Giriş Sınıf İçi (GeoGebra uygulaması üzerinde çalışılır.)	Öğrencilerin giriş aşamasının sınıf dışı sürecinde bireysel tamamladığı etkinlik ile ilgili not ettiği sorular veya öğretmenin ders esnasında sunduğu sorular, öğretmen rehberliğinde tartışılır.



a) $r = 2$ değerindeyken *Uzaklık veya Uzunluk* aracını seçerek çemberin üzerine tıklayınız. Çemberin çevre uzunluğunu belirtiniz. *Aç* sürgüsünü hareket ettiriniz. *Aç* sürgüsünün hareketiyle birlikte çemberi gözlemleyiniz. Çemberin çevre uzunluğu ile sayı doğrusu üzerine gelen doğru parçasının (kırmızı parça) uzunluğu arasında nasıl bir ilişki vardır? Neden?

b) r (yarıçap) sürgüsü değerleri için GeoGebra araçlarından yararlanarak aşağıdaki tabloda boş bırakılan yerleri doldurunuz.

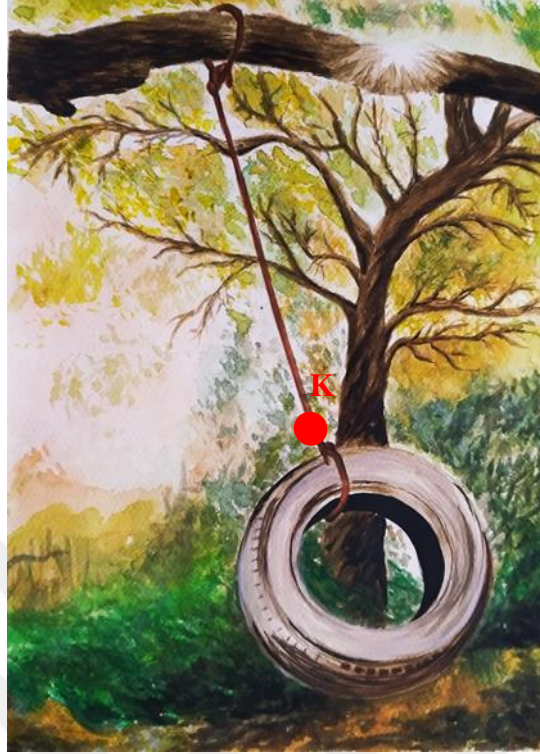
Yarıçap Uzunluğu	Çevre Uzunluğu	$\frac{\text{Çevre}}{\text{Çap}}$
1		
2		
3		
4		
5		

d) Çemberlerin çevre uzunluklarını çap uzunluklarına böldüğünüzde çıkan sonuçlar arasında nasıl bir ilişki vardır? Acaba bu durum herhangi bir çember için geçerli midir? Bu durumun nedeni ne olabilir? Pergel, cetvel ve açıölçer araçları yardımıyla A4 kâğıdı üzerinde çizim yaparak açıklayınız. Yeni bir GeoGebra dosyası açarak, açıklamalarınızı oluşturduklarınızla destekleyiniz.

e) Bir çemberin çevre uzunluğunun çap uzunluğuna bölümünün π sayısına eşit olduğunu öğrenmiştik. O zaman, bir çemberin çevre uzunluğunu hesaplamak sizin için çok kolay olacak. Peki, bir çemberin çevresi nasıl bulunabilir? Cebirsel olarak ifade ediniz. Nedenini belirtiniz.

Çemberin Çevresi	Çap
	π

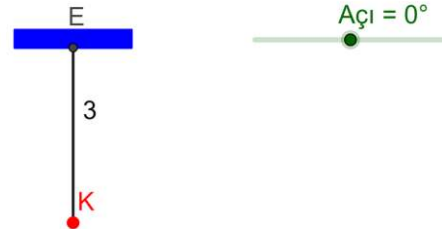
Keşfetme
Sınıf İçi
(Dinamik
GeoGebra
çalışma sayfası
olarak sunulur.)



Memduh Bey pandemi sürecinde parka gidemeyen oğlu Baran için evlerinin bahçesine yanda verilen şekildeki gibi ip uzunluğu 3 metre olan tekerlekten bir salıncak kurmuştur.

Açıklama
Sınıf İçi
(Dinamik
GeoGebra
çalışma sayfası
olarak sunulur.)

a) Salıncak sağa ve sola doğru en fazla 60° gidebilmektedir. Buna göre Baran'ın K noktasından yatay olarak en fazla ne kadar uzağa gidebileceğini nasıl bulabilirsiniz? Neden? Arkadaşlarınızla tartışarak açıklayınız. Pergel, cetvel ve açıölçer araçlarından yararlanarak, açıklamalarınızı çizimlerle destekleyiniz. (π 'yi 3 alınız.)



b) K noktasına sağ tıklayarak **İzi Aç** komutuna getiriniz. **Açı** sürgüsünü canlandırınız. Ekranda neler görüyorsunuz? Oluşan parçanın geometrik şekli sizce nedir? Neden? Arkadaşlarınızla tartışarak açıklayınız.

c) Merkez açı ile oluşan yayın uzunluğu arasında oransal olarak nasıl bir ilişki olabilir? Neden? Arkadaşlarınızla tartışınız. Pergel, cetvel ve açıölçer araçları yardımıyla A4 kâğıdı üzerinde çizim yaparak açıklayınız. Yeni bir GeoGebra dosyası açarak, açıklamalarınızı oluşturduklarınızla destekleyiniz.

d) Çemberin tamamının merkez açısının 360° olduğunu ve 360° 'ye karşılık gelen çevre uzunluğunun $2\pi r$ olduğunu daha önce öğrenmiştik. Buradan çemberde 60° 'ye karşılık gelen yay uzunluğunu nasıl bulabiliriz? Oransal olarak nasıl ifade edersiniz? Neden? Arkadaşlarınızla tartışınız. Pergel, cetvel ve açıölçer araçları yardımıyla A4 kâğıdı üzerinde çizim yaparak açıklayınız. Yeni bir GeoGebra dosyası açarak, açıklamalarınızı oluşturduklarınızla destekleyiniz.

Açıklama Sınıf Dışı (Video olarak sunulur.)	Öğretmen, keşfetme aşamasında kullanılan GeoGebra uygulaması üzerinde, sorgulayıcı sorular içeren ve çemberin ve çember parçasının uzunluğunu açıklayan bir video sunar. Video ulaşım linki: https://youtu.be/wpXvP_mfMIE
Derinleştirme Sınıf Dışı (Video olarak sunulur. GeoGebra yazılımı üzerinde modelleme yapılır.)	Kuyumcu olan Ömer Bey, eşine hediye vermek istemektedir. Eşinin altın takılara ilgisini bilen Ömer Bey, her sene olduğu gibi evliliklerinin dördüncü yıl dönümünde de eşine özel bir bilezik tasarlamak istemiştir. Tasarıma başlamadan önce bir problemle karşılaşmıştır. Ömer Bey, düz bir tel şeklinde olan altından kaç <i>cm</i> keseceğini bilememektedir. İşlerinin iyi gitmemesinden dolayı tutumlu davranan Ömer Bey, bileziği eşinin bileğine tam olacak şekilde tasarlamak istemektedir. Ömer Bey, eşinin çekmecede takmadığı iki bileziği olduğunu hatırlar. Bu bileziklerden biri dar diğeri de geniş olduğundan eşi bunları kullanmamaktadır. Bileziklerin çapını ölçen Ömer Bey dar olanın çapını 6 <i>cm</i>, geniş olanın çapını ise 8 <i>cm</i> olarak hesaplar. Buna göre Ömer Bey'in tasarlayacağı bilezik için kesmesi gereken tel altının uzunluğu hangi aralıkta olmalıdır? Bulduğunuz sonucu nedeniyle birlikte pergel ve cetvel araçları yardımıyla A4 kâğıdı üzerinde çizim yaparak açıklayınız? Yeni bir GeoGebra dosyası açarak, açıklamalarınızı oluşturduklarınızla destekleyiniz. (π'yi 3 alınız.) Video ulaşım linki: https://youtu.be/5E-WPOpuX80

**Derinleştirme
Sınıf İçi
(Problem
durumu olarak
sunulur.
GeoGebra
yazılımı
üzerinde
modelleme
yapılır.)**



Doğum günü pastası hazırlayan Pastacı Sami, yanda verilen şekildeki gibi bir pasta hazırlamış ve bu pastanın etrafını şeker hamurundan yapacağı kırmızı renkli bir şerit ile süslemek istemiştir. Ancak yarıçapı 6 cm olan pasta için hazırlayacağı şeker hamurunun kaç cm olması gerektiğini hesaplayamamıştır. Ayrıca Pastacı Sami, pastalarını hazırlarken yeteri kadar malzeme kullanarak israfı da önlemektedir.

Aşağıdaki soruları metne göre yanıtlayınız. (π 'yi 3 alınız.)

a) Pastacı Sami, pastanın etrafını saracak ve hiç artmayacak şekilde kaç cm uzunluğunda şeker hamuru hazırlamalıdır? Bulduğunuz sonucu nedeniyle birlikte açıklayınız? Pergel, cetvel ve açıölçer araçları yardımıyla A4 kâğıdı üzerinde çizim yaparak açıklayınız. Yeni bir GeoGebra dosyası açarak, açıklamalarınızı oluşturduklarınızla destekleyiniz.

b) Pastacı Sami, hazırladığı doğum günü pastasını bir bütün olarak satmaktan vazgeçmiştir. Aşağıda verilen tablodaki dilim sayılarına eşit bir şekilde bölerek satmaya karar veren Pastacı Sami'ye tablodaki değerleri hesaplaması için yardımcı olur musunuz?

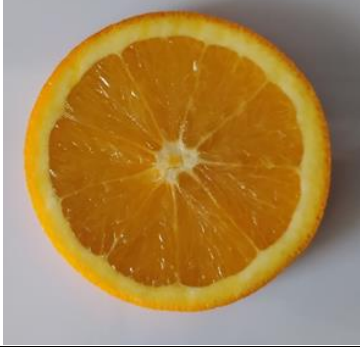
Dilim Sayısı	Her Bir Dilimdeki Merkez Açı Ölçüsü	Kırmızı Şerit Uzunluğu
1 (Bütün Pasta)	360°	
2		
3		
4		
6		
8		
12		

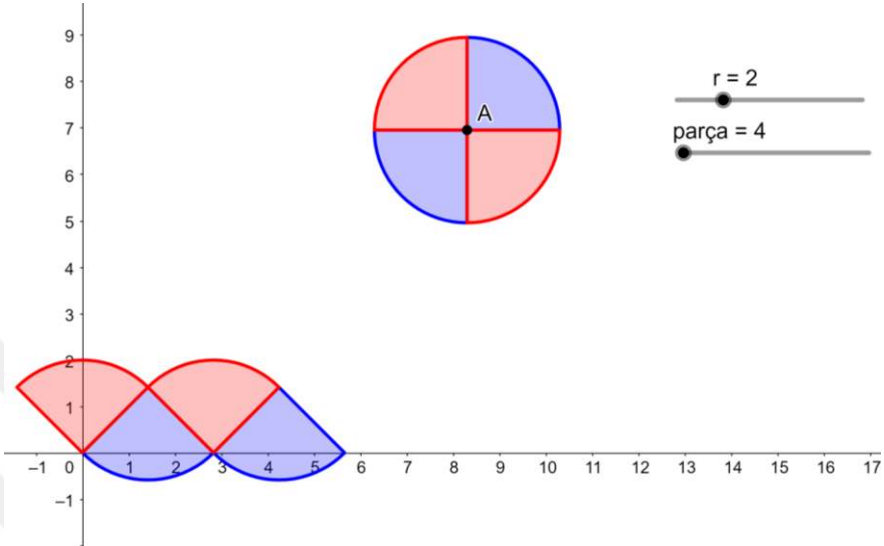
c) Tablodaki değerlere göre merkez açının ölçüsüne bağlı yay (kırmızı şerit) uzunluğunun nasıl değiştiğini inceleyiniz. Bu değişim belli bir kural içermekte midir? Neden? Pergel, cetvel ve açıölçer araçları yardımıyla A4 kâğıdı üzerinde çizim yaparak açıklayınız. Yeni bir GeoGebra dosyası açarak, açıklamalarınızı oluşturduklarınızla destekleyiniz.

d) Pastacı Sami, pastayı merkez açısı α derece olan eş parçalara bölseydi her bir dilimdeki kırmızı şerit uzunluğunun kaç cm olacağına ilişkin cebirsel ifadeyi kurunuz.

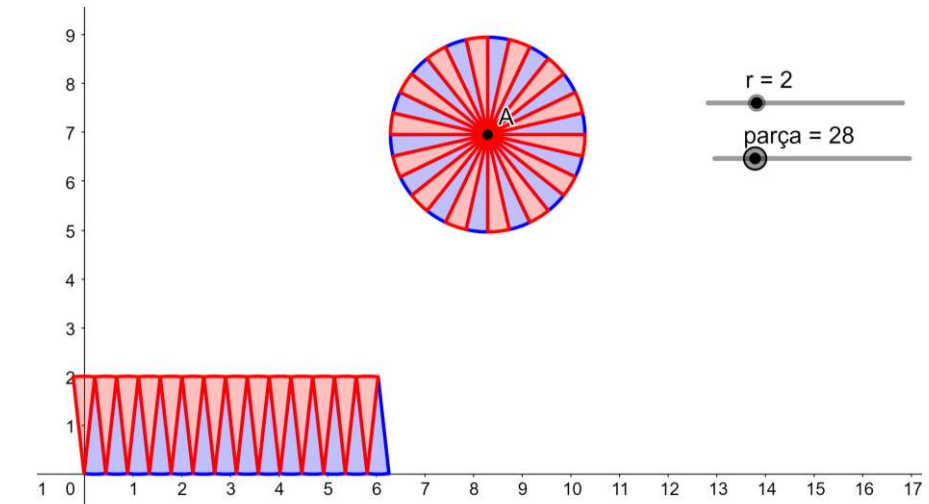
Değerlendirme Sınıf Dışı (GeoGebra yazılımında problem durumu olarak sunulur.)	Mustafa, yarıçapı 4 cm olan bir çember üzerinde merkez açısı 150° olan bir yay oluşturarak çemberi iki parçaya ayırıyor. Merkez açısı 150° olan yayın uzunluğuna A, geriye kalan yayın uzunluğuna ise B diyor. Mustafa, A ve B uzunluklarının birbirinden farklı olduğunu ve hangi uzunluğun daha büyük olduğunu biliyor. Ancak bunun nedenini açıklayamıyor. Siz bu durumu Mustafa'ya açıklamak isteseydiniz nasıl bir yol izlerdiniz? Pergel, cetvel ve açıölçer araçları yardımıyla A4 kâğıdı üzerinde çizim yaparak açıklayınız. Yeni bir GeoGebra dosyası açarak, açıklamalarınızı oluşturduklarınızla destekleyiniz. (π'yi 3 alınız.)
Değerlendirme Sınıf İçi (Problem durumu olarak sunulur. GeoGebra yazılımı üzerinde modelleme yapılır.)	Elif, farklı büyüklükte iki çember çizmiştir. Küçük çemberde 60°'lik, büyük çemberde ise 30°'lik merkez açı oluşturmuştur. Daha sonra bu çemberlerde merkez açının gördüğü yayların uzunluğunu hesaplamıştır. Bu işlem sonucunda Elif, merkez açıları farklı olmasına rağmen yay uzunluklarının eşit çıktığını görmüş fakat bunun nedenini anlayamamıştır. Yayların uzunluklarının eşit olmasının nedenini Elif'e açıklar mısınız? Pergel, cetvel ve açıölçer araçları yardımıyla A4 kâğıdı üzerinde çizim yaparak açıklayınız. GeoGebra sayfasında oluşturduklarınızla destekleyiniz.

EK-3: UYGULAMA PLANI: DAİRENİN VE DAİRE DİLİMİNİN ALANI

Aşamalar	Matematiksel Etkinlikler
Giriş Sınıf Dışı (Video olarak sunulur.)	  Yukarıda verilen görselleri inceleyiniz. a) Her iki görselde bulunan nesnelerin geometrik olarak birbirinden bir farkı var mıdır? Varsa ne olduğunu açıklayınız. b) Bu görsellerin hangi geometrik şekillere benzediklerini söyleyebilir misiniz? Siz de bu görsellerdeki nesnelere benzer günlük hayattan örnekler veriniz. Video ulaşım linki: https://youtu.be/v-0Cy-Jmap4 c) Pergel, cetvel, boya kalem ve boş bir A4 kâğıdı hazırlayınız. ➤ Pergelinizin aralığını istediğiniz uzunlukta ayarlayınız. ➤ Pergelinizin sivri ucunu A4 kâğıdına sabitleyiniz. ➤ Pergelinizi, sabitlediğiniz nokta etrafında döndürünüz. ➤ Oluşturduğunuz geometrik şeklin iç bölgesini renkli bir kalemle boyayınız. Yukarıda verilen görselde incelediğiniz şekiller ile pergel ve cetvel araçlarını kullanarak çizdiğiniz geometrik şekil arasında nasıl bir ilişki bulunmaktadır? Kâğıt üzerine çizdiğiniz geometrik şekli nasıl tanımlarsınız? Neden? Video ulaşım linki: https://youtu.be/-uYQLyDJta0 d) Yeni bir GeoGebra dosyası açınız.  Çember: Merkez & Yarıçap aracını seçerek A merkezli ve yarıçapı 2 birim olan bir çember oluşturunuz.  Nokta aracını seçerek çember üzerinde B noktası oluşturunuz.  Sürgü aracını seçerek ekranda boş bir yere tıklayınız. Açılan ekranda Açı kutucuğunu seçerek Tamam'ı seçiniz.  Verilen Ölçüde Açı aracını seçip B noktasına ve ardından A noktasına tıklayınız. Açılan pencereye sürgünün adını (α) yazarak Tamam'ı seçiniz.  Doğru Parçası aracını seçerek A ve B noktalarından geçen bir doğru parçası oluşturunuz. Sonra A ve B' noktalarından geçen bir doğru parçası daha oluşturunuz.  Taşı aracını seçiniz. $[AB']$ doğru parçası üzerine sağ tıklayarak izini açınız. α sürgüsünün üzerine sağ tıklayarak sürgüyü canlandırınız. Ekranda neler görüyorsunuz?

	Kâğıt üzerine çizdiğiniz geometrik şekil ile GeoGebra’da oluşturduğunuz geometrik şekil arasında nasıl bir ilişki bulunmaktadır? GeoGebra’da oluşturduğunuz geometrik şekli nasıl tanımlarsınız? Neden? Video ulaşım linki: https://youtu.be/DS7W--hLPHs
Keşfetme Sınıf Dışı (Dinamik GeoGebra çalışma sayfası olarak sunulur.)	 ➤ r (yarıçap) sürgüsünü 3 değerine getiriniz. ➤ r = 3 değerindeyken dairenin çevre uzunluğunu hesaplayınız. (π'yi 3 alınız.) ➤ parça sürgüsünü canlandırarak dairedeki dilim sayısını arttırınız. Daire dilimlerinin sayısının artmasıyla alt kısımda oluşan şekil neye benzemektedir? Neden? Oluşan şekli A4 kâğıdı üzerine çizim yaparak ifade ediniz.
Giriş Sınıf İçi (GeoGebra uygulaması üzerinde çalışılır.)	Öğrencilerin giriş aşamasının sınıf dışı sürecinde bireysel tamamladığı etkinlik ile ilgili not ettiği sorular veya öğretmenin ders esnasında sunduğu sorular, öğretmen rehberliğinde tartışılır.

**Keşfetme
Sınıf İçi
(Dinamik
GeoGebra
çalışma sayfası
olarak
sunulur.)**



➤ **parça** sürgüsünü canlandırarak dairedeki dilim sayısını arttırınız.

a) Oluşan şeklin uzun kenar uzunluğunun dairenin hangi değerine eşit olduğunu inceleyiniz. Fark ettiğiniz durum nedir? Bu durumun nedeni ne olabilir? Fark ettiğiniz durumu aşağıdaki boşluğa çizim yaparak ifade ediniz.

b) Oluşan şeklin kısa kenar uzunluğunun dairenin hangi değerine eşit olduğunu inceleyiniz. Fark ettiğiniz durum nedir? Bu durumun nedeni ne olabilir? Fark ettiğiniz durumu aşağıdaki boşluğa çizim yaparak ifade ediniz.

c) Oluşan şeklin alanı ile dairenin alanı arasında nasıl bir ilişki vardır? Neden? Aşağıdaki boşluğa çizim yaparak ifade ediniz.

d) O halde dairenin alanını bulmak için dairenin hangi değerlerini çarpmalıyız? Neden? Aşağıdaki boşluğa çizim yaparak ifade ediniz.

e) Dairenin alanını belirten cebirsel ifadeyi yazınız.

**Açıklama
Sınıf İçi
(Dinamik
GeoGebra
çalışma sayfası
olarak
sunulur.)**



Çiftçi Hüseyin Bey'in Sarıkız'ı otlamayı çok sevmektedir. Bu nedenle Hüseyin Bey, Sarıkız'ı bir ağaca şekildeki gibi 3 metre uzunluğunda bir ip ile bağlamıştır. Hüseyin Bey, Sarıkız'ın en geniş alanda otlayabilmesi için ipin ağaca bağlı olduğu kısım ile ağaç arasında hafif boşluk bırakmıştır.

a) Sarıkız'ın otlayabileceği en geniş alanın geometrik şekli sizce nedir? Neden? Arkadaşlarınızla tartışınız. Görsel üzerinde çizim yaparak açıklayınız.



b) Döndür sürgüsünü canlandırınız. Sarıkız'ın otlayabileceği en geniş alanı nasıl bulabilirsiniz? Neden? Arkadaşlarınızla tartışınız. Görsel üzerinde çizim yaparak açıklayınız. (π 'yi 3 alınız.)

c) Sarıkız'ın ağaca bağlı olduğu ipin uzunluğunu **r** sürgüsünden değiştirerek aşağıdaki tabloyu doldurunuz. Sarıkız'ın ağaca bağlı olduğu ipin uzunluğu değiştiğinde otlayabileceği alan nasıl değişmektedir? Neden? Arkadaşlarınızla tartışarak açıklayınız.

Sarıkız'ın Ağaca Bağlı Olduğu İp Uzunluğu (r)	Sarıkız'ın Otlayabileceği Alan
1	
2	
3	
4	
5	

d) Sarıkız'ın ağaç etrafında sabit dönmesi durumunda kaç m yol alacağını nasıl bulabilirsiniz? Neden? Arkadaşlarınızla tartışınız. Görsel üzerinde çizim yaparak açıklayınız. (π 'yi 3 alınız.)

Açıklama Sınıf Dışı (Video olarak sunulur.)

Öğretmen, keşfetme aşamasında kullanılan GeoGebra uygulaması üzerinde, sorgulayıcı sorular içeren ve dairenin ve daire diliminin alanını açıklayan bir video sunar. Video ulaşım linki: <https://youtu.be/Pe7XcYljc04>

Derinleştirme Sınıf Dışı (Video olarak sunulur. GeoGebra yazılımı üzerinde modelleme yapılır.)



Ali Bey'in Tarlası



Hasan Bey'in Tarlası

Konya’da çiftçiler bir süredir dairesel sulama sistemi kullanmaktadır. Bu sistemde merkezde bulunan motora bağlı bir boru, motor etrafında dönerek taradığı alanı sulamaktadır. 30 metre uzunluğunda olan bu borunun başladığı noktaya tekrar gelmesi 9 dakika sürmektedir. Konya’nın en iyi çiftçilerinden olan Ali Bey ve Hasan Bey, sistemi tarlalarına kurmuştur. Bu ikili bütün hazırlığı yaptıktan sonra sistemi çalıştırmıştır. Bir ay geçtikten sonra Hasan Bey tarlasında beklenmedik bir sorunla karşılaşmıştır. Ali Bey bütün tarlasının yeşil olduğunu görürken Hasan Bey tarlasının bir bölümünün sarardığını görmüştür. Bu durumun nedenini anlamak için incelemelere başlayan Hasan Bey, aldığı sistemin arızalı olduğunu fark etmiştir. Dönüşünü gerçekleştiren sistemin 1,5 dakika boyunca sulama yapmadan döndüğünü, 1,5 dakika dolunca tekrar sulamaya başladığını görmüştür. Bu nedenden dolayı susuz kalan alan zamanla sararmıştır.

Buna göre Ali Bey ile Hasan Bey’in tarlaları arasında kaç metrekarelik yeşil alan farkı vardır? Bulduğunuz sonucu nedeniyle birlikte açıkla mısınız? Pergel, cetvel ve açıölçer araçları yardımıyla A4 kâğıdı üzerinde çizim yaparak açıklayınız. Yeni bir GeoGebra dosyası açarak, açıklamalarınızı oluşturduklarınızla destekleyiniz. (π ’yi 3 alınız.)

Video ulaşım linki: <https://youtu.be/NVsIzuniqMk>

Ahmet Bey ve kardeşlerine daire şeklinde olan yandaki arazi babalarından miras kalmıştır. Ahmet Bey bu tarlayı babasının vasiyeti üzerine kardeşleri ile eşit bir şekilde paylaşmalıdır. Ahmet Bey 12 metre yarıçaplı arazinin alanını hesaplamış ve bulduğu sonucu kardeş sayısına bölmüştür. Ahmet Bey, adil bir paylaşım için daire şeklinde olan arazinin özdeş dilimlere bölünmesi gerektiğini de bilmektedir.

Aşağıdaki soruları metne göre yanıtlayınız. (π ’yi 3 alınız.)

a) Arazinin alanını bulunuz. Arazinin yarıçap uzunluğunun daha fazla olduğu durumda nelerin değişeceğini yazınız. Pergel, cetvel ve açıölçer araçları yardımıyla A4 kâğıdı üzerinde çizim yaparak açıklayınız. Yeni bir GeoGebra dosyası açarak, açıklamalarınızı oluşturduklarınızla destekleyiniz.

b) Ahmet Bey’in kaç kardeşi olduğu kesin olarak bilinmemektedir. Aşağıdaki tabloyu verilen toplam kardeş sayısına göre doldurunuz.

Yarıçap Uzunluğu (r) (metre)	Toplam Kardeş Sayısı	Dilim Sayısı	Dilimlerin Merkez Açısı Ölçüsü	Her Bir Daire Diliminin Alanı
12	1	1	360°	
12	2			
12	3			
12	4			
12	6			
12	12			

c) Kardeş sayısının bilinmediği ama daire dilimlerinin merkez açı ölçüsünün bilindiği durumda her bir dilimin alanı nasıl bulunabilir? Neden? Pergel, cetvel ve açıölçer araçları yardımıyla A4 kâğıdı üzerinde çizim yaparak açıklayınız. Yeni bir GeoGebra dosyası açarak, açıklamalarınızı oluşturduklarınızla destekleyiniz.

d) Merkez açısı α olan daire diliminin alanının kaç m^2 olacağına ilişkin cebirsel ifadeyi yazınız.

Derinleştirme Sınıf İçi (Problem durumu olarak sunulur. GeoGebra yazılımı üzerinde modelleme yapılır.)

Değerlendirme Sınıf Dışı (GeoGebra yazılımında problem durumu olarak sunulur.)	Bir inşaat ustası yeni yapılan bir çay bahçesinin zeminine beton dökmek amacıyla tahtadan bir kalıp oluşturmuştur. Bu kalıp zeminde düz bir yapı oluşmasını sağlamaktadır. Daire şeklinde olan bu kalıbın yarıçapı 6 metredir. İnşaat ustası kalıbı yerleştirip betonu döktükten sonra kurumaya bırakmıştır. Usta bir hafta sonra gelerek kalıbın merkez açısı 120° olan kısmını sökmüştür. Daha sonraki günler, bir önceki gün sökülen kalıbın merkez açısının yarısı kadar merkez açıya sahip kısmı sökmüştür. Bu duruma uygun olarak pergel, cetvel ve açıölçer araçları yardımıyla A4 kâğıdı üzerinde her gün sonunda kalan kalıbın alanını çizim yaparak bulunuz. 5. günün sonunda kalan kalıbın alanını bulunuz ve nasıl bulduğunuzu açıklayınız. Yeni bir GeoGebra dosyası açarak açıklamalarınızı oluşturduklarınızla destekleyiniz. (π'yi 3 alınız.)
Değerlendirme Sınıf İçi (Problem durumu olarak sunulur. GeoGebra yazılımı üzerinde modelleme yapılır.)	Azra bir dairenin alanını nasıl hesaplaması gerektiğini bilmektedir. Dairenin alan hesaplaması ile ilgili alıştırma yapan Azra ilginç bir durumla karşılaşır. Azra, dairenin yarıçapı yarıya indiğinde alanın başlangıçtaki alanın çeyreği kadar olduğunu gözlemler. Ayrıca daire üzerinde belli bir merkez açı ile oluşturulan daire diliminde, merkez açının yarıya inmesi durumunda alanın da yarıya indiğini gözlemliyor. Ancak bu durumun nedenini anlayamıyor. Siz de farklı örnekler üzerinden bu durumları gözlemleyiniz. Pergel, cetvel ve açıölçer araçları yardımıyla A4 kâğıdı üzerinde çizim yaparak açıklayınız. Yeni bir GeoGebra dosyası açarak, açıklamalarınızı oluşturduklarınızla destekleyiniz. (π'yi 3 alınız.)

EK 4: ADAY ETKİNLİK DEĞERLENDİRME FORMU ÖRNEĞİ

Değerli öğretim elemanı,

Bu formdaki maddeler, 7. sınıf matematik dersi Geometri ve Ölçme öğrenme alanının alt öğrenme alanlarından olan Çember ve Dairenin öğretiminde uygulanmak üzere araştırmacı tarafından hazırlanan aday etkinlikleri ifade edilen özelliği içermeye durumuna göre uygunluğunu değerlendirmeniz amacıyla hazırlanmıştır. Etkinliğin; verilen maddeye göre uygun ve kullanılabilir olduğunu belirtmek amacıyla “*Uygun*”, uygun ama düzeltmelere ihtiyacı olduğunu belirtmek amacıyla “*Kısmen Uygun/Düzeltilmeli*”, uygun olmadığını ve kullanılmaması gerektiğini belirtmek amacıyla “*Uygun Değil*” seçeneğini işaretleyiniz. Yapacağınız katkılardan dolayı teşekkür ederim.

AÇIKLAMA AŞAMASI (SINIF İÇİ) ETKİNLİK DEĞERLENDİRME FORMU				
Araştırmanın Amacı: Dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş ve sorgulayıcı 5E modeli ile bütünleştirilmiş ters-yüz öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin çember ve daire kavramlarına yönelik kavramsal anlama süreçlerini temsil bağlamında incelemektir.				
Kazanım M.7.3.3.1. Çemberde merkez açıları, gördüğü yayları ve açı ölçüleri arasındaki ilişkileri belirler.				
Destekleyici İlke: İlke 2: Biçimlendirici değerlendirme için çevrim içi etkinlikler uygulanır. Öğrenciler sınıf dışı ve sınıf içi süreçteki etkinlikleri tamamlamaya motive edilir. Öğrencilerin sınıf dışı etkinlikleri tamamlamasını teşvik etmek için anında dönüt veren sınavlar gibi çevrim içi alıştırmalar öz değerlendirme olarak kullanılabilir. Ayrıca çoğu çevrim içi etkinlik, sorgulama temelli ters-yüz sınıf yaklaşımında öğrencilerin başarısını izleme ve biçimlendirici değerlendirmeye fırsat sağlar. İlke 3: Sınıf içi ve sınıf dışı aşamalarda bilimsel olarak yöneltilmiş sorulara öğrencilerin katılımı sağlanır. İlke 6: Öğrenciler özellikle sınıfta öğrendiklerini gerekçelendirerek açıklamaya teşvik edilir. Sorgulama süreci boyunca öğrenciler, uygun terim ve kavramları kullanarak açıklama yapmaları hususunda yönlendirici sorularla desteklenir. İlke 8: Akran destekli öğrenmeyi kolaylaştırmak için ders sırasında küçük grup çalışması içeren etkinlikler uygulanır. Ters-yüz sınıf yaklaşımında sınıf içinde kazanılan zaman küçük grup çalışmalarında da kullanılabilir. Sorgulama temelli ters-yüz sınıf yaklaşımında keşfetme, açıklama ve derinleştirme aşamalarında küçük grup çalışmaları yapmak akran destekli öğrenme sayesinde daha verimli olabilir. Öğrenciler soruları yanıtlamak, tartışmak ve edindikleri bilgileri etkinliklerde uygulamak için birlikte çalışabilir.				
KRİTERLER	Uygun	Kısmen Uygun Düzeltilmeli	Uygun Değil	AÇIKLAMA
Aday etkinlik anlatım açısından açık mıdır?				
Aday etkinlik programdaki kazanıma uygun mudur?				
Aday etkinlik keşfetme aşamasından açıklama aşamasına mantıklı bir geçiş sağlıyor mu?				
Aday etkinlik öğrencilere kavramsal fikir ile meşgul olmaya fırsat sunuyor mu?				
Aday etkinlik kavramlara (çemberde merkez açıları, gördüğü yaylar ve açı ölçüleri arasındaki ilişkiler) yönelik ilişkilendirme becerisinin gelişimini destekleyen yönlendirici sorular içeriyor mu?				

Aday etkinlik kavramlara (çemberde merkez açılar, gördüğü yaylar ve açı ölçüleri arasındaki ilişkiler) yönelik etkileşimli tartışmayı destekliyor mu?				
Aday etkinlik öğrencilerden öğrenilen kavramların (çemberde merkez açılar, gördüğü yaylar ve açı ölçüleri arasındaki ilişkiler) gerekçelendirilerek açıklanmasını istiyor mu?				
Aday etkinlik kavramları (çemberde merkez açılar, gördüğü yaylar ve açı ölçüleri arasındaki ilişkiler) açıklamak için çeşitli yaklaşımlar içeriyor mu?				
Aday etkinlik öğrencilerin mevcut kavramlar anlayışını (çemberde merkez açılar, gördüğü yaylar ve açı ölçüleri arasındaki ilişkiler) değerlendirmeye fırsat sunuyor mu?				
Aday etkinlik kavramları (çemberde merkez açılar, gördüğü yaylar ve açı ölçüleri arasındaki ilişkiler) sözlü veya yazılı olarak açıklamaya imkân sağlıyor mu?				
Aday etkinlik kavramlara (çemberde merkez açılar, gördüğü yaylar ve açı ölçüleri arasındaki ilişkiler) yönelik nümerik temsilleri kullanmaya fırsat sunuyor mu?				
Aday etkinlik kavramlara (çemberde merkez açılar, gördüğü yaylar ve açı ölçüleri arasındaki ilişkiler) yönelik kâğıt-kalem veya dinamik yazılım ile çizim yapmaya fırsat sunuyor mu?				
Aday etkinlik kavramlara (çemberde merkez açılar, gördüğü yaylar ve açı ölçüleri arasındaki ilişkiler) yönelik geometrik yapı oluşturmaya fırsat sunuyor mu?				
Aday etkinlik öğrencinin soruda verilen veya kendi çizdiği geometrik şekli amacına uygun kullanmasını gerektiriyor mu?				
Aday etkinlik temsil içi geçişe fırsat sunuyor mu?				
Aday etkinlik temsiller arası dönüşüme fırsat sunuyor mu?				
Aday etkinlik öğrencinin amacına ulaşmak için seçtiği temsilleri doğrulamasını gerektiriyor mu?				
Aday etkinlik kavramlara (çemberde merkez açılar, gördüğü yaylar ve açı ölçüleri arasındaki ilişkiler) yönelik GeoGebra araçlarının doğru kullanımını sağlıyor mu?				

Etkinlik formunun ve taslak şablonun oluşturulmasında Goldston ve diğerlerinin (2013) kaynağından yararlanılmıştır. Etkinlik tasarlama çerçevesi olarak şu kaynaklardan yararlanılmıştır (Duval, 2006; Schallert vd., 2022a, 2022b; Schallert-Vallaster & Lavicza, 2021; Smith & Stein, 1998).

EK 5: ETİK KURUL İZİN BELGESİ

	DİCLE ÜNİVERSİTESİ SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURULU PROJE ONAY BELGESİ FORMU (EK 4)
---	---

Üniversitemiz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı 20978019 numaralı tezli yüksek lisans Öğrencisi olan Şule ÖZCAN'nın "Sorgulayıcı 5E Modeli ile Bütünleştirilmiş Ters-Yüz öğrenme Ortamında Ortaokul Öğrencilerinin Çember ve Daire Konusundaki Kavramsal Anlama Süreçlerinin İncelenmesi" başlıklı çalışması, Dicle Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Etik Kurulu Yönergesi uyarınca değerlendirilmiştir.

SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURULU KARARI (Etik Kurul tarafından doldurulacaktır)	
Başvuru formunun Etik Kurula ulaştığı tarih	14.02.2022/232276
Etik Kurul Karar toplantı tarihi ve karar sayısı	18.02.2022—36
☒ Proje etik açısından uygun bulunmuştur.	
☐ Proje etik açısından geliştirilmesi gerekmektedir. Açıklama:	
☐ Proje etik açısından uygun bulunmamıştır. Açıklama:	

Prof. Dr. H. Musa BAĞCI
BAŞKAN

Prof. Dr. Hasan TANRIVERDİ
ÜYE

Prof. Dr. Mehmet Mesut ERGİN
ÜYE

Prof. Dr. Kemal ÖZGEN
ÜYE

Prof. Dr. Yılmaz DEMİRHAN
ÜYE

Prof. Dr. Bahar BURTAN DOĞAN
ÜYE

Prof. Dr. Mehmet Halis ÖZER
ÜYE

ASLI GİBİDİR

EK 6: ARAŞTIRMA UYGULAMA İZNİ



T.C.
MARDİN VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-63050228-605.01-45558391
Konu : Araştırma Uygulama İzni

12.03.2022

VALİLİK MAKAMINA

İlgi : a) Dicle Üniversitesi Rektörlüğü Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı'nın 01/03/2022 tarihli ve E-68508712-044-241119 sayılı yazısı.

© 1998 University Publishing Group, Inc. All rights reserved. 0890-4065/98 \$10.00
© 1998 University Publishing Group, Inc. All rights reserved. 0890-4065/98 \$10.00
© 1998 University Publishing Group, Inc. All rights reserved. 0890-4065/98 \$10.00

İlgi (a) yazıda, Dicle Üniversitesi Rektörlüğü Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı'nın 01/03/2022 tarihli ve 241119 sayılı yazılarına istinaden; Dicle Üniversitesi Rektörlüğü Öğrenci İşleri Daire Başkanlığının Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Bilim Dalı tezli yüksek lisans program öğrencisi Şule ÖZCAN'ın "Sorgulayıcısı 5E Modeli ile Bütünleştirilmiş Ters-Yüz Öğrenme Ortamında Ortaokul Öğrencilerinin Çember ve Daire Konusundaki Kavramsal Anlama Süreçlerinin İncelenmesi" başlıklı tez çalışmasına esaz teşkil eden veri toplama aracını (anketi) tarihleri arasında; İlmiye bağlı Ortaokulunda uygulamabilmesi ile ilgili talebi incelenmiş olup;

Copyright © 2012, John Wiley & Sons, Inc. All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, scanning, or otherwise, except as may be permitted in writing by John Wiley & Sons, Inc. This publication is intended to provide accurate and authoritative information in regard to the subject matter covered. It is sold with the understanding that the publisher is not engaged in rendering legal, accounting, or other professional service. If legal advice or other expert assistance is required, the services of a competent professional person should be sought. This publication is printed on acid-free paper. Printed in the United States of America. 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1

[illegible]

Türkiye Cumhuriyeti Anayasası Millî Eğitim Temel Kanunu ile Türk Millî Eğitiminin genel amaçlarına uygun olarak, 6698 sayılı Kişisel Verilerin Korunması Kanununa, yürürlükteki diğer tüm düzenlemelerde belirtilen hüküm esas ve amaçlara aykırılık teşkil etmeyecek şekilde, denetimleri ilgili ilçe millî eğitim müdürlükleri ve okul/kurum idaresinde olmak üzere, kurum faaliyetlerini aksatmadan, gönüllülük esasına dayalı olarak yapması Müdürlüğümüzce uygun görülmüştür.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Veli TOKER
Müdür a.
Şube Müdürü

OLUR
Mahmut AKAN
Vali a.
İl Millî Eğitim Müdür V.

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır

Adres : Yenişehir Mahallesi 34 Sokak No 9 Artuklu/MARDİN

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>

Telefon No : 0 (482) 212 12 58
E-Posta : stratejigelistirme47@meb.gov.tr
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

Internet Adresi www.mardin.meb.gov.tr

Bilgi için Muazzez SALGİT
Unvan : Memur
Faks 4822121236

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 6dbe-5b62-38e6-bd1c-78b9 kodu ile tevit edilebilir.



9. ÖZGEÇMİŞ

Ortaöğretim eğitimini 2013 yılında Uşak-Eşme Ahmet Avcı Anadolu Öğretmen Lisesi'nde tamamlamıştır. Lisans eğitimini Afyon Kocatepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü'nde tamamlayarak, 2017 yılında mezun olmuştur. 2019 yılında Mardin ilinde ilköğretim matematik öğretmeni olarak göreve başlamıştır. 2020-2021 eğitim ve öğretim yılında Dicle Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Bilim Dalında yüksek lisans eğitimine başlamıştır. Mardin ilinde ilköğretim matematik öğretmeni olarak görevine devam etmektedir.

Uluslararası alan endekslerinde taranan dergilerde yayımlanmış makale:

Demir, M., Zengin, Y., Özcan, Ş., Urhan, S., & Aksu, N. (2022). Students' mathematical reasoning on the area of the circle: 5E-based flipped classroom approach. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 54(4), 1–25. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2022.2101955>

ULAKBİLİM tarafından taranan ulusal hakemli dergilerde yayımlanmış makale:

Özcan, Ş., Demir, M., Aksu, N., Urhan, S., & Zengin, Y. (2022). Ortaokul öğrencilerinin çember konusundaki kavramsal anlamalarının incelenmesi: 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı. *Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(1), 110–133. <https://doi.org/10.21666/muefd.988366>

Uluslararası yayınevleri tarafından yayımlanmış kitapta bölüm yazarlığı:

Özcan, Ş., & Zengin, Y. (2023). Matematiksel ilişkilendirme becerisini geliştirmede teknoloji kullanımı. H. Yavuz Mumcu, A. Osmanoğlu & H. Korkmaz (Ed.), *Matematik eğitiminde ilişkilendirme* (ss. 300–326). Ankara: Pegem Akademi.

Uluslararası kongrelerde sunulan bildiriler:

Demir, M., Zengin, Y., Özcan, Ş., Urhan, S., & Aksu N. (2021, Ekim 28–30). *Ortaokul öğrencilerinin dairenin alanı konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin incelenmesi* [Özet]. 5. Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi (TÜRKBİLMAT–5) Sempozyumu’nda sunulan bildiri, Antalya. Erişim adresi: <https://bilmat.org/turkbilmat2019/dosyalar/files/Bilmat%20%C3%96zet%20Kitap%C3%A7%C4%B1%C4%9F%C4%B1%202021.pdf>

Özcan, Ş., Demir, M., Aksu N., Urhan, S., & Zengin, Y. (2021, Ekim 28–30). *Ortaokul öğrencilerinin çember konusundaki kavramsal anlamalarının incelenmesi: Sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı* [Özet]. 5. Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi (TÜRKBİLMAT–5) Sempozyumu’nda sunulan bildiri, Antalya. Erişim adresi: <https://bilmat.org/turkbilmat2019/dosyalar/files/Bilmat%20%C3%96zet%20Kitap%C3%A7%C4%B1%C4%9F%C4%B1%202021.pdf>

Tübitak Projesi:

121B307 numaralı “Matematiksel Akıl Yürütme Becerisini Geliştirmeye Yönelik Teknoloji Destekli Etkinlik Tasarlama” başlıklı TÜBİTAK4005 projesinde katılımcı olarak yer alma.