

**T.C.
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**SOSYAL AĞLARIN MATEMATİKSEL OLARAK MODELLENMESİ VE
ANALİZİ**

DOKTORA TEZİ

Ahmet KARADOĞAN

Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ali KARCI

ARALIK 2020

**T.C
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**SOSYAL AĞLARIN MATEMATİKSEL OLARAK MODELLENMESİ VE
ANALİZİ**

DOKTORA TEZİ

**Ahmet KARADOĞAN
(23614190502)**

Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ali KARCI

ARALIK 2020

TEŞEKKÜR VE ÖNSÖZ

Bu tez çalışmasının her aşamasında yardım, öneri, bilgi, tecrübe ve desteklerini esirgemedi beni her konuda yönlendiren, lisansüstü öğrenimim ve akademik hayatım boyunca değerli zamanını fazlasıyla paylaşıp yol göstererek bugünlere gelmemde emeği ve katkısı çok büyük olan danışman hocam Sayın Prof. Dr. Ali KARCI'ya;

Bu süreç boyunca bana her türlü desteği sunan Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı öğretim üyelerine;

Ayrıca yetişmemde sonsuz emeği olan ve tüm hayatım boyunca olduğu gibi bu çalışmalarım süresince de benden desteklerini esirgemeyen aileme ve bu süreçte hep yanımda olup sabırla ve özveriyle bana destek olarak motivasyonumu sağlayan eşime ve çocuklarıma

teşekkür ederim.

ONUR SÖZÜ

Doktora tezi olarak sunduğum “Sosyal Ağların Matematiksel Olarak Modellenmesi ve Analizi” başlıklı bu çalışmanın bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın tarafımdan yazıldığına ve yararlandığım bütün kaynakların hem metin içinde hem de kaynakçada yöntemine uygun biçimde gösterilenlerden oluştuğunu belirtir, bunu onurumla doğrularım.

Adı ve Soyadı
Ahmet KARADOĞAN



İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR VE ÖNSÖZ	i
ONUR SÖZÜ	ii
İÇİNDEKİLER.....	iii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	v
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vi
SEMBOLLER VE KISALTMALAR	vii
ÖZET	viii
ABSTRACT	ix
1. GİRİŞ	1
2. ÇİZGE(GRAF) YAPILARI	5
3. PETRİ AĞLARI	10
3.1 Petri Ağı Analiz Yöntemleri	13
3.1.1 Erişilebilirlik Ağacı Analizi	13
3.1.2 Matris Denklemleri Analizi	15
3.2 Petri Ağının Davranışsal Özellikleri.....	16
3.2.1 Erişilebilirlik.....	16
3.2.2 Sınırlılık.....	16
3.2.3 Canlılık	17
3.2.4 Tersinirlik	17
3.2.5 Kapsanabilirlik	17
3.2.6 Süreklilik	17
3.3 Petri AğınınYapısal Özellikleri	18
3.3.1 Yapısal Canlılık	18
3.3.2 Yapısal Sınırlılık.....	18
3.3.3 Kontrol Edilebilirlik	18
3.3.4 Tekrarlılık	18
3.3.5 Tutarlılık	18
3.4 Renkli Petri Ağları	18
3.5 Zamansal Petri Ağları	19
4. MATERYAL VE YÖNTEM	21
4.1 Sosyal Ağlardaki Bireylerin Petri Ağı İle Modellenmesi	21
4.2 Petri Ağı Modelinin Çalışma Prensipleri	28

4.3 Petri Ağı Modelinin Matriks Denklemi İle Analizi.....	31
4.4 Petri Ağı Modelinin Erişilebilirlik Ağacı İle Analizi	32
4.5 Petri Ağı Modelinin Davranışsal Özellikleri	33
4.6 Petri Ağı Modelinin Yapısal Özellikleri.....	34
5. DENEYSEL SONUÇLAR.....	36
5.1 Kullanıcı Hareketlerinin Analizi	36
5.2 Geçişlerin Tetiklenme Süreleri.....	40
6. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	44
KAYNAKLAR.....	46
ÖZGEÇMİŞ.....	50



ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1 : Çizge örneği için bitişiklik matrisi.	7
Çizelge 2.2 : Çizge örneği için komşuluk matrisi.	8
Çizelge 4.1 : Sosyal ağdaki bir kişi için Petri ağı modelindeki yerler ve geçişlerin tanımı.	22
Çizelge 4.2 : İki kişilik bir Petri ağı modeli için yerler ve geçişlerin gösterimi	24
Çizelge 4.3 : Bireylere ait yerler ve geçişler kümesi	26
Çizelge 4.4 : Başlangıç adımında P yerlerinde bulunan jeton sayıları.....	29
Çizelge 4.5 : Başlangıç adımında T geçişlerinin aktiflik/pasiflik durumu.....	29
Çizelge 4.6 : 2.adımda P yerlerinde bulunan jeton sayıları.....	30
Çizelge 4.7 : 2.adımda T geçişlerinin aktiflik/pasiflik durumu:	30
Çizelge 4.8 : 3.adımda P yerlerinde bulunan jeton sayıları.....	31
Çizelge 4.9 : 3.adımda T geçişlerinin aktiflik/pasiflik durumu.	31
Çizelge 5.1 : Geçiş süreleri için dört ayrı durum ve toplam süreler	43

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1 : 5 düğüm ve 8 kenardan oluşan bir çizge yapısı.....	6
Şekil 2.2 : Sosyal ağlarda çizge yapısı kullanımı.	9
Şekil 3.1 : Örnek bir Petri Ağının yapısı.	11
Şekil 3.2 : T3 geçişinin tetiklenmesi sonrası oluşan yeni durum.....	12
Şekil 3.3 : Örnek Petri ağına ait erişilebilirlik ağacı.....	14
Şekil 3.4 : Renkli bir Petri ağı modeli.	19
Şekil 3.5 : Zamansal bir Petri ağı modeli	20
Şekil 4.1 : Bir kullanıcıyı temsil etmek için oluşturulan Petri ağı modeli.....	22
Şekil 4.2 : Sosyal ağdaki iki birey için Petri ağı modeli ...	23
Şekil 4.3 : Sosyal ağdaki iki birey için Petri ağı modeli (C-MSN)	25
Şekil 4.4 : Sosyal ağdaki üç birey için genişletilmiş Petri ağı modeli ...	26
Şekil 4.5 : Üç kişilik MSN modeli için etki matrisi	27
Şekil 4.6 : Üç kişilik MSN modeli için başlangıç işaret vektörü	27
Şekil 4.7 : İlk durum(T3 ve T2 aktif)	28
Şekil 4.8 : Veri iletimine başlanması(T3 tetiklenmesi) ...	29
Şekil 4.9 : Veri iletiminin sonlanıp tekrar başa dönülmesi	30
Şekil 4.10 : Petri ağı modeline ait erişilebilirlik ağacı	33
Şekil 5.1 : 10 kişilik grup için etkinlik oranları ...	37
Şekil 5.2 : 10 kişilik grup için kullanıcı mesaj sayıları.....	37
Şekil 5.3 : 10 kişilik grup için kullanıcıların harcadıkları toplam süreler.	37
Şekil 5.4 : 10 kişilik grup için kullanıcıların bekleme süreleri.....	38
Şekil 5.5 : 50 kişilik grup için etkinlik oranları.	38
Şekil 5.6 : 50 kişilik grup için kullanıcı mesaj sayıları.....	39
Şekil 5.7 : 50 kişilik grup için kullanıcıların harcadıkları toplam süreler.	39
Şekil 5.8 : 50 kişilik grup için kullanıcıların bekleme süreleri.....	39
Şekil 5.9 : C-MSN modelinde gruptaki kullanıcı sayısına göre ortalama bekleme sürelerinin değişimi.....	40
Şekil 5.10 : C-MSN modelinde farklı sürelerle sahip geçişler.	41
Şekil 5.11 : C-MSN modelinde eşit sürelerle sahip geçişler..	41
Şekil 5.12 : P-MSN modelinde farklı sürelerle sahip geçişler.....	42
Şekil 5.13 : P-MSN modelinde eşit sürelerle sahip geçişler.....	42

SEMBOLLER VE KISALTMALAR

PN	: Petri Ağı
P	: Petri Ağındaki yerler kümesi
T	: Petri Ağındaki geçişler kümesi
F	: Yer ve geçişler arası yönlü oklar
W	: Ağırlık fonksiyonu
M_0	: Başlangıç işaret vektörü
CPN	: Renkli Petri Ağı
TPN	: Zamanlı Petri Ağı
G	: Çizge
V	: Düğüm
E	: Kenar
M	: İşaret Matrisi
A	: Etki Matrisi
I	: Bireyin Petri ağı modeli
MSN	: İşaretli Sosyal Ağlar
P-MSN	: Paralel İşaretli Sosyal Ağlar
C-MSN	: Eşzamanlı İşaretli Sosyal Ağlar

ÖZET

Doktora Tezi

SOSYAL AĞLARIN MATEMATİKSEL OLARAK MODELLENMESİ VE ANALİZİ
Ahmet KARADOĞAN

İnönü Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı

51+IX sayfa

2020

Danışman: Prof. Dr. Ali KARCI

İnternet teknolojilerinin hızlı bir şekilde gelişmesi ile birlikte sosyal ağlar da yaygınlaşmış ve kullanım oranı artmıştır. Bu nedenle sosyal ağların analizi ile ilgili bir çok çalışma yapılmaya başlanmıştır. Bu çalışmalarda genellikle metinsel analizler yapılmış ve ağ yapısını modellemek için de çizge yapıları kullanılmıştır. Çizgeler statik yapılar olduğundan sosyal ağın dinamik davranışlarını modellemekte yetersiz kalmaktadırlar. Bu tez çalışması kapsamında ise sosyal ağdaki kullanıcı davranışlarını modellemek amacıyla dinamik bir yapı olan Petri ağları kullanılmıştır. Petri ağı, grafiksel ve matematiksel bir modelleme aracıdır ve dinamik yapıların modellenmesinde kullanılmaktadırlar. Bu nedenle Petri ağlarının kullanılması önerilmiş ve İşaretli Sosyal Ağlar olarak adlandırılan yeni bir model sunulmuştur. Ayrıca bu model Eşzamanlı İşaretli Sosyal Ağlar ve Paralel İşaretli Sosyal Ağlar olmak üzere iki farklı gruba ayrılmıştır. Elde edilen model üzerinde matematiksel analizler yapılarak modelin yapısal ve davranışsal özellikleri incelenmiştir. Aynı zamanda model üzerinde kullanıcılar arası erişim durumlarını analiz etmek için matris işlemleri ve erişilebilirlik ağacı yöntemleri incelenmiştir. Deneysel sonuçlar kapsamında farklı sayıda kullanıcılardan oluşan sosyal ağ grupları modellenerek analiz edilmiş ve önerilen modelin sosyal ağlardaki dinamik davranışları modellemekte kullanılabileceği ortaya konmuştur.

Anahtar Kelimeler: sosyal ağlar, çizge, petri ağları, işaretli sosyal ağlar, matematiksel modelleme

ABSTRACT

Phd. Thesis

MATHEMATICAL MODELING AND ANALYSIS OF SOCIAL NETWORKS

Ahmet KARADOĞAN

Inonu University
Graduate School of Nature and Applied Sciences
Department of Computer Engineering

51+IX page

2020

Supervisor: Prof. Dr. Ali KARCI

With the rapid development of internet technologies, social networks have also become widespread, and their usage rate has increased. For this reason, many studies have been started on the analysis of social networks. In these studies, text-based analyzes were generally made, and graph structures were used to model the network structure. Since graphs are static structures, they are insufficient to model the dynamic behavior of social networks. Within the scope of this thesis study, Petri nets, a dynamic structure, were used to model user behaviors in the social network. Petri nets are a graphical and mathematical modeling tool and are used to model dynamic structures. For this reason, the use of Petri nets has been proposed, and a new model called Marked Social Networks is presented. Also, this model is divided into two different groups, Concurrent Marked Social Networks, and Parallel Marked Social Networks. Mathematical analysis was made on the obtained models and the structural and behavioral properties of the models were examined. At the same time, matrix operations and reachability tree methods have been examined to analyze the reachability cases between users on the models. Within the scope of the experimental results, social network groups consisting of different numbers of users were modeled and analyzed and it was revealed that the proposed model could be used to model dynamic behaviors in social networks.

Keywords: social networks, graphs, petri nets, marked social networks, mathematical modeling

1. GİRİŞ

İnternet kullanımının son yıllarda hızlı yayılımı ile beraber insanların internet üzerinden iletişimi de hızlı bir şekilde yaygınlaşmıştır. Çevrimiçi sosyal ağları kullanarak kişiler bir çok farklı veri üretilip veri paylaşımında ve birbirleriyle iletişimde bulunmaktadır. Sosyal ağlar kavramı ilk olarak insanlar arası ilişkileri tanımlamak için kullanılmıştır (Barnes, 1954). Sosyal ağların zamanla gelişimiyle birlikte bir çok sosyal ağ ortamları meydana gelmiştir. Çevrimiçi sosyal ağlar ilk olarak elektronik posta şeklinde ortaya çıkmış ve internetin ve akıllı cihazların gelişimiyle birlikte kullanım oranı artmıştır. Böylece verilerin ve bilgilerin çevrimiçi sosyal ağlar aracılığıyla yayılması giderek hızlanmıştır (Li ve diğ., 2017).

Çevrimiçi sosyal ağlar sayesinde insanlar dünya genelinde içerik üretilip paylaşabilmektedir. Herhangi bir bilginin iletimi ve yayılmasında sosyal ağlar büyük bir rol oynamaktadır. Aynı zamanda toplumsal olayların ortaya çıkmasında da etkili olmaktadır (Guille ve diğ., 2013). Sosyal ağların insanlar ve toplumlar üzerindeki etkisinden dolayı bu ağlar üzerindeki büyük verileri toplamak ve anlamlı veriler çıkarmak önem kazanmıştır. Bu nedenle sosyal ağlardaki verilerin elde edilmesi, kullanılması ve analiz edilmesi ile ilgili çalışmalar bir çok alanda yaygınlaşmıştır.

Sosyal ağların kullanımı yaygınlaştıkça sosyal ağlarla ilgili farklı analizler yapılmaya başlanmıştır. Sosyal ağlarda kullanıcıların ve verilerin analizi ile ilgili çok sayıda çalışma yapılmıştır. Bu çalışmalar genelde sosyal ağ gruplarının tespit edilmesi, metin tabanlı analizler, duygu analizi, konumsal bilgi analizi, konu ve olay yayılım analizi, sosyal gruplardaki etkin bireylerin tespit edilmesi vb. alanlarda yapılmaktadır (Guille ve diğ., 2013; Li ve diğ., 2017; Liue ve diğ., 2017; Wang ve diğ., 2018).

Sosyal ağların analizi ile ilgili yapılan çalışmalarda çizge yapıları sıklıkla kullanılmaktadır. Çizge yapıları düğümler ve düğümler arası bağlantılardan oluşan yapılardır (Bondy & Murty, 1976; Freeman, 1989). Sosyal ağların modeli oluşturulurken kullanılan çizge yapısında kullanıcılar çizge üzerindeki düğümler olarak, kullanıcılar arası bağlantılar ise çizge üzerinde kenarlar olarak gösterilmektedir (Diestel, 2006; Godsil & Royle, 2001).

Sosyal ağlarda çizge kullanılarak yapılan diğer güncel çalışmalara bakıldığında Gündüz ve Karadoğan (2017) dört farklı üniversitenin öğrencilerine ait sosyal medya hesapları üzerinde analizler yaparak topluluk tespiti yapmak için çizge yapısı kullanmışlardır. Wei ve diğ. (2019) aşılama ikilemi hakkında sosyal ağlardaki farklı tutumları araştırmak için çizge yapısına başvurmuşlardır. Akademik yayınlardan elde edilen veriler üzerinden akademik işbirliklerinin tespit edilmesi ve çizge ile modellenmesi sağlanmıştır (İnce ve Karcı, 2019). Guo ve diğ. (2020) sosyal ağlardaki bilgiye karşı insanların davranışlarını irdelemek için çizge yapısı kullanmışlardır.

Çizgeler yapıları gereği statik olduğundan sosyal ağları tam olarak modellemek için yetersiz kalmaktadırlar. Sosyal ağda bireyler arası ilişkiler dışında kullanıcı davranışları ve aktivitelerinin de modellenmesi ve analiz edilmesi gereken durumlarda dinamik yapılara gereksinim duyulmaktadır. Çizge yapıları üzerinde bu dinamik hareketler gösterilemediğinden istenilen sonuç elde edilememektedir. Bu nedenle bu tez çalışması kapsamında dinamik bir yapıya sahip olan Petri ağları kullanılarak sosyal ağların ve kullanıcı davranışlarının modellenmesi amaçlanmıştır.

Petri ağları grafiksel ve matematiksel bir modelleme aracı olup dinamik sistemleri modellemek ve analiz etmek için kullanılmaktadırlar (Murata, 1989). Petri ağları endüstriyel otomasyon sistemleri, dağıtık sistemler, ayrık olaylı sistemler, haberleşme sistemleri, iş akış tasarımı, kimyasal ve biyolojik süreçler gibi bir çok farklı alanda modelleme ve analiz aracı olarak uygulanmaktadır (Yılmaz, 2009).

Sosyal ağ analizi ile ilgili yapılan çalışmalara bakıldığında sosyal ağlarda topluluk keşfi ile ilgili çalışmaların çoğunlukta olduğu görülebilir. Topluluk keşfinin amacı sosyal ağ üzerindeki benzer özelliklere sahip olan grupları belirlemektir (Can ve Alataş, 2019). Topluluk tespiti, ilgili sosyal ağın matematiksel bir modeli olan grafikte klik tespiti kullanılarak ele alınabilir (Karadeniz ve Karcı, 2016; Khana ve diğ, 2020). Sosyal ağlarda topluluk keşfi için etiket yayılım algoritması kullanılmış ve bu algoritmaya yayma aktivasyonu eklenerek yeni bir algoritma önerilmiştir (Sattari ve Zamanifar, 2017).

Sosyal ağlar ile ilgili yapılan diğer bir çalışma konusu ise görüş tespitidir. Bir konu hakkında bireyin olumlu, olumsuz veya tarafsız davranması ile ilgili bir çalışma olup düşünce araştırması veya duygu analizi olarak da düşünülebilir (Mohammed ve diğ, 2016).

Sosyal ağlarda rol madenciliği konusunda çalışmalar yapılmış olup, rol madenciliğinin amacı bireylerin sosyal konumlarına göre davranışlarını gözlemlemektir (Biddle, 1986).

Bitcoin blok zinciri işlemlerinin hesaplanmasında modelleme ve analiz aracı olarak Petri ağı kullanılmıştır (Pinna ve diğ., 2018).

Sosyal ağlarla ilgili son yıllarda bazı çalışmalarda Petri ağları kullanılmaya başlanmıştır. Çoklu etmen robotik sistemler Petri ağı kullanılarak analiz edilmiştir (Celaya ve diğ., 2009). Renkli ve zamanlı Petri ağı modelleri kullanılarak sosyal ağlarda konu yayılımının tespiti ile ilgili modelleme ve analiz çalışması yapılmıştır (Li ve diğ., 2014). Sosyal ağlarda söylenti yayılımının Petri ağları ile gösterilmesi ile ilgili bir çalışma yapılmıştır (Wang ve diğ., 2015). Sesli sohbet özelliğine sahip uygulamalarda kullanıcılar arası ses verilerinin iletimi Petri ağı kullanılarak modellenmiştir (Li ve diğ., 2016). Sosyal ağlardaki arkadaşlık ilişkisi Petri ağı sayesinde modellenmiş ve simüle edilmiştir (Vongsingthong ve diğ., 2017). Sosyal ağlarda yayılan eksik veya hatalı bilgilerin tespitinde renkli Petri ağları modeli kullanılmış, ayrıca tespit edilen hatalı mesajların engellenmesi sağlanmıştır. Bu çalışmada sosyal medya üzerinden alınan mesajlara ait her bir özellik için farklı renkte jetonlar kullanılarak mesaj bilgileri modellenmiştir (Torky ve diğ., 2018).

Bu tez çalışmasının amacı sosyal ağlarda kullanıcı davranışlarını modellemek ve analiz etmek için Petri ağlarını kullanmaktır. Bu amaçla İşaretli Sosyal Ağlar (Marked Social Network - MSN) ismi verilen bir model önerilmiştir. Önerilen model Paralel İşaretli Sosyal Ağlar (Parallel Marked Social Network – P-MSN) ve Eşzamanlı İşaretli Sosyal Ağlar (Concurrent Marked Social Network – C-MSN) olmak üzere iki farklı türde tanımlanmıştır. Daha sonra elde edilen Petri ağı modelleri üzerinde matematiksel analizler yapılarak modellerin davranışsal ve yapısal özellikleri incelenmiştir. Elde edilen modelin erişilebilirlik ağacı oluşturulmuş ve ağaç yapısı üzerinden de modelin genel özellikleri irdelenmiştir.

Deneysel çalışmaların ikinci aşamasında ise önerilen modeller farklı sayıda kullanıcıdan oluşan sosyal ağ grupları üzerinde simüle edilmiş ve kullanıcı hareketleri analiz edilmiştir. Kullanıcı davranışları Petri ağı üzerindeki geçişler ile taklit edilmiş, bir sosyal ağ grubu içindeki kullanıcılar etkinlik oranları ve işlem süreleri bakımından analiz edilerek etkin bireyler tespit edilmiştir. P-MSN ve C-MSN modelleri karşılaştırılarak elde edilen sonuçlar sunulmuştur. Her iki model için modelin çalışma süreleri ve Petri ağındaki geçişlerin tetiklenme süreleri analiz edilerek sonuçlar sunulmuştur.

Bu tez çalışması altı bölümden oluşmaktadır. Bölümler aşağıda belirtildiği şekilde düzenlenmiştir.

Çalışmanın birinci bölümünde sosyal ağ analizi ile ilgili bilgiler verilmiş, tezde kullanılan Petri ağı ve çizge konularına giriş yapılmış, bu konuda yapılan literatür çalışmalarında bahsedilmiş ve tezin amaç ve kapsamı açıklanmıştır.

İkinci bölümde çizge konusu anlatılarak çizge tanımı ve örneği verilmiştir. Ayrıca sosyal ağlarda çizge kullanımı hakkında bilgi verilmiştir.

Üçüncü bölümde Petri ağları konusu detaylı olarak incelenmiş, Petri ağının genel yapısı ve özellikleri örnek üzerinden analiz edilmiştir.

Dördüncü bölümde tezde kullanılan materyal ve yöntemden bahsedilmiş, önerilen modeller sunulmuş ve tanımları verilmiştir.

Beşinci bölümde bu tez çalışması kapsamında geliştirilen uygulamalara yer verilmiştir. Önerilen modeller üzerinde uygulama yapılmış ve deneysel sonuçlar sunulmuştur.

Tezin son bölümünde ise tez çalışması ile elde edilen sonuç ve önerilere yer verilmiştir.

2. ÇİZGE(GRAF) YAPILARI

Bazı sistemlerde nesneler ve nesneler arası ilişkileri modellemek için çizgeler kullanılmaktadır. Çizge yapıları düğümler ve düğümler arası bağlantıları gösteren kenarlardan oluşan yapılardır (Bondy & Murty, 1976; Freeman, 1989). Sosyal ağlarda bir arkadaş grubu, bir işyerindeki çalışan grubu, bir ailedeki bireyler gibi farklı grupları temsil etmek ve analiz etmek için çizge yapıları kullanılmaktadır. Çizge yapısı matematiksel olarak aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır (Bondy ve Murty,1976; Godsil ve Royle, 2001; Diestel, 2006):

Tanım 2.1: Çizgeler ikili nesneler kümesi ve bu nesneler arası ilişkiler seti olarak tanımlanabilir. Çizge yapısı düğümlerden ve kenarlardan oluşmaktadır. Çizge yapısı genel olarak aşağıdaki denklemdeki gibi gösterilmektedir:

$$G = (V, E) \quad (2.1)$$

Burada varlıklar(düğümler) V ile temsil edilir ve aşağıdaki gibi gösterilir:

$$V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\} \quad (2.2)$$

İlişkiler(kenarlar) ise E ile temsil edilir ve aşağıdaki gibi gösterilir:

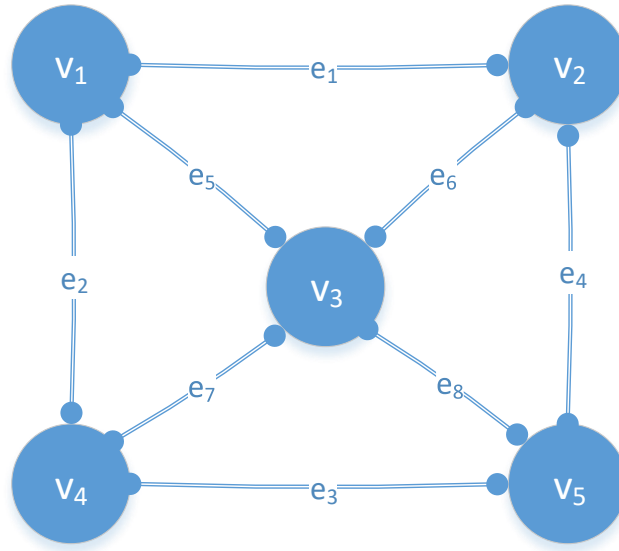
$$E \subseteq V \times V, E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\} \quad (2.3)$$

Burada bir kenar elemanının gösterimi aşağıda verilmiştir:

$$e_i = (v_j, v_k) \quad (2.4)$$

Bu denklemde v_j and v_k değerleri bitişik düğümlerden oluşmaktadır. Bir çizge üzerindeki iki düğüm, kenarlar kümesinde bulunan bir kenarla ilişkilendirilmişse bu iki düğümün birbirine komşu olduğu anlamına gelir. Düğümler arası kenarlar yön bilgisi içeriyorsa yönlü çizge olarak ifade edilirken, hiçbir kenar yön bilgisi içermiyorsa yönsüz çizge veya sadece çizge olarak isimlendirilebilir.

Şekil 2.1’de 5 adet düğüm ve 8 adet kenardan oluşan bir çizge yapısı örneği gösterilmektedir.



Şekil 2.1. 5 düğüm ve 8 kenardan oluşan bir çizge yapısı

Şekil 2.1’de verilen çizge yapısı için düğümler kümesi $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ ve kenarlar kümesi $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\} = \{(v_1, v_2), (v_1, v_4), (v_4, v_5), (v_2, v_5), (v_1, v_3), (v_2, v_3), (v_4, v_3), (v_5, v_3)\}$ olarak ifade edilebilir.

Sosyal ağların gösteriminde çizge yapısı kullanılırken V kümesi bireyler olarak, E kümesi ise bireylerin birbiri arasındaki bağlantıları temsil eder. Bu çizge yapısı üzerinde işlem yapabilmek için bu çizge yapısının bilgisayar ortamında modellenmesi gerekir. Bu amaçla üç farklı veri yapısı kullanılmaktadır. İlk yöntem düğümlerin ve bu düğümler arası ilişkilerin dinamik modellenmesi, ikinci yöntem sadece komşulukların modellenmesi, üçüncü yöntem ise en yaygın kullanılan ve esnek ve basit bir veri yapısı olan bitişiklik matris kullanımı yöntemidir. Bitişiklik ve komşuluk matrisleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır (Li ve diğ., 2016):

Tanım 2.2: Bir çizgede düğümlerle kenarlar arasındaki bağlantı ilişkisini gösteren matrise bitişiklik matrisi denir ve aşağıdaki gibi formülize edilir:

$$A = [a_{ij}] = \begin{cases} 1 & \text{if } (i, j) \in E \\ 0 & \text{if } (i, j) \notin E \end{cases} \quad (2.5)$$

Bitişiklik matrisi düğümlerle kenarlar arasındaki ilişkileri göstermektedir. Bitişiklik matrisinde düğümler satır olarak, kenarlar ise sütun olarak gösterilmektedir.

Sosyal ağların modellenmesinde çizge kullanılırken matematiksel model olarak genelde bitişiklik matrisi kullanılmaktadır. Eğer sosyal ağdaki bireyler arasındaki ilişki farklılık

gösteriyorsa, ayrıt ağırlığı kavramı kullanılmaktadır. Bu durumda bitişiklik matrisinde 1 ile gösterilen yerlere bu ağırlık değerleri yazılmaktadır.

Denklem (2.5) kullanılarak Şekil 2.1’de verilen çizge yapısı için bitişiklik matrisi elde edilmiş ve Çizelge 2.1’de gösterilmiştir.

Çizelge 2.1. Şekil 2.1’de verilen çizge için bitişiklik matrisi

	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	e_8
v_1	1	1	0	0	1	0	0	0
v_2	1	0	0	1	0	1	0	0
v_3	0	0	0	0	1	1	1	1
v_4	0	1	1	0	0	0	1	0
v_5	0	0	1	1	0	0	0	1

Tanım 2.3: Bir çizgede düğümler arası bağlantıyı gösteren matrise komşuluk matrisi denir ve aşağıdaki gibi formülize edilir:

$$A = [a_{ij}] = \begin{cases} 1 & \text{if } (v_i, v_j) \in E \\ 0 & \text{if } (v_i, v_j) \notin E \end{cases} \quad (2.6)$$

Komşuluk matrisi bir düğümden diğer düğümlere olan ilişkiyi göstermektedir. Komşuluk matrisinde satır ve sütunlarda düğümler bulunur.

Denklem (2.6) kullanılarak Şekil 2.1’de verilen çizge yapısı için komşuluk matrisi elde edilmiş ve Çizelge 2.2’de gösterilmiştir.

Çizelge 2.2. Şekil 2.1’de verilen çizge için komşuluk matrisi

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
v_1	0	1	1	1	0
v_2	1	0	1	0	1
v_3	1	1	1	1	1
v_4	1	0	1	0	1
v_5	0	1	1	1	0

Çizelge 2.2’de verilen komşuluk matrisinin simetrik olduğu görülmektedir. Yönsüz çizgeler için her iki yönden de bağlantı sağlandığından komşuluk matrisi simetrik olarak oluşmaktayken, yönlü çizgelerde bağlantı tek yönlü olabileceği için simetrik olmayabilir. Şekil 2.1’de verilen çizge örneği yönsüz olduğundan komşuluk matrisi de simetrik olarak elde edilmiştir. Ayrıca örnekte verilen çizgenin kenarlarlı ağırlıklandırılmamış olduğundan komşuluk matrisi değerleri 1 olarak alınmıştır. Ağırlıkları verilmiş kenarlardan oluşan çizgeler için komşuluk matrisinde ağırlık değerleri yazılmaktadır.

Denklem (2.6)’da verilen tanım ağırlıklandırılmış çizgeler için yazıldığında aşağıdaki denklem elde edilir:

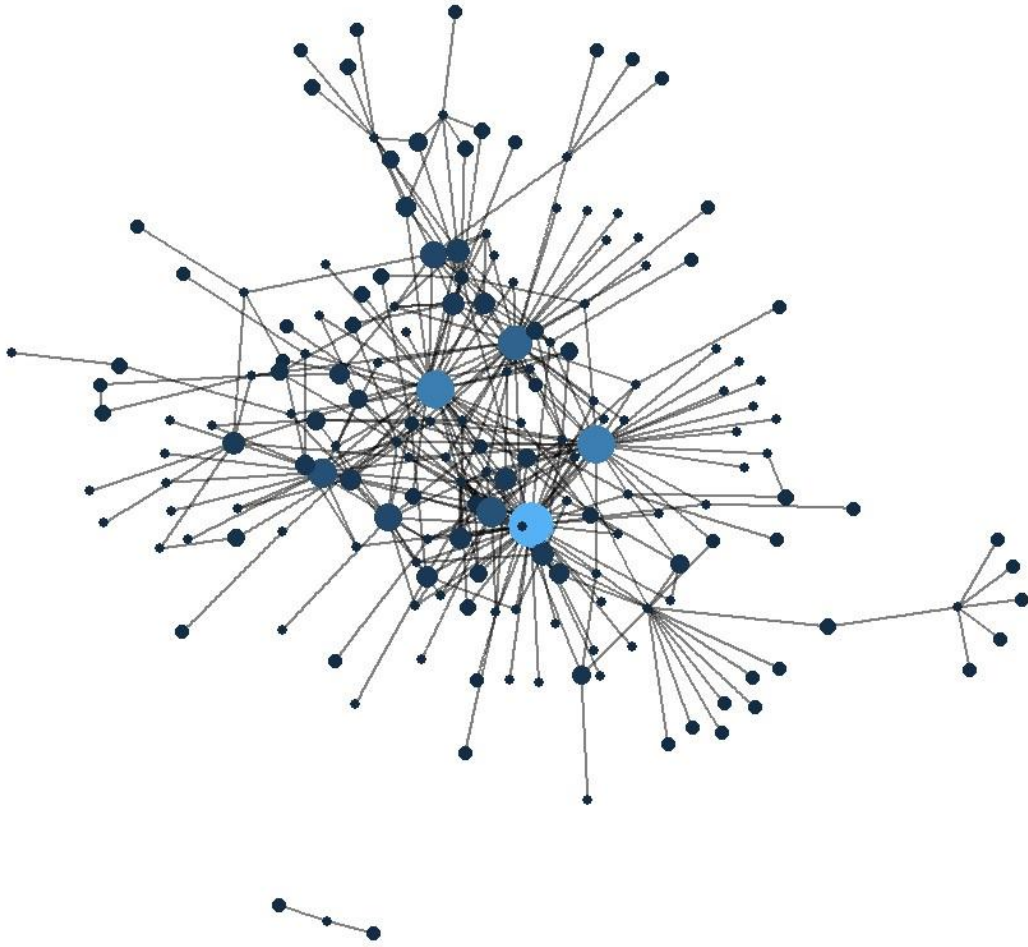
$$A = [a_{ij}] = \begin{cases} w(v_i, v_j) & \text{if } (v_i, v_j) \in E \\ 0 & \text{if } (v_i, v_j) \notin E \end{cases} \quad (2.7)$$

Ağırlıkları verilmiş çizgeler için komşuluk matrisi oluşturulurken Denklem (2.7) kullanılmaktadır.

Çizgeler ile modellenen sistemlerin modellenmesinde sistemin yapısına göre farklı türde çizge topolojileri kullanılabilir. Bazı sistemler ağırlık değeri veya yön bilgisi gibi bilgiler belirtilerek modellenirken bazı sistemler ise ağırlıksız veya yön değeri verilmeden modellenebilir. Ayrıca çizgeler kendi içinde de alt çizgelere bölünebilmektedir.

Sosyal ağlar üzerindeki kullanıcılar, kullanıcılar arası bağlantılar, kullanıcıların ürettiği içerik yoğunluğu gibi farklı türde analizler yapılarak elde edilen sonuçların gösterimi çizge üzerinden gösterilmektedir.

Sosyal ağlarda çizge kullanılmasıyla ilgili Şekil 2.2.'de örnek bir çizge verilmiştir.¹ Bu örnekte sosyal medya (twitter) üzerinden belli bir etiket hakkında veriler çekilmiş ve analiz edilmiştir. Verilerin analizi sonucu elde edilen bağlantılar çizge yapısı kullanılarak görselleştirilmiştir. Bu örnekte görüldüğü gibi çizge yapısı üzerinden sosyal ağlarda topluluk keşfi, arkadaşlık ilişkileri, etkin bireylerin tespiti vb. analizler yapılabilmektedir.



Şekil 2.2. Sosyal ağlarda çizge yapısı kullanımı

¹ Twitter ile sosyal ağ analizi, Erişim:2 Aralık 2020, <https://leventcan.github.io/blog/twitter-ile-sosyal-a%C4%9F-analizi/>

3. PETRİ AĞLARI

Petri ağları dinamik sistemlerin modellenmesinde ve analizinde kullanılan grafiksel ve matematiksel bir modelleme aracıdır. Genellikle ayrık olaylı, eş zamanlı, paralel veya dağıtık şeklindeki bilgi işleme sistemlerini tanımlamak ve analiz etmek için kullanılmaktadır. Petri ağları teorisi ilk olarak Carl Adam Petri tarafından doktora tezi olarak sunulmuştur (Murata, 1989; Petri, 1962). İlerleyen dönemlerde ise Zamanlı Petri Ağları ve Renkli Petri Ağları gibi farklı türleri geliştirilmiş ve bir çok alanda uygulanmıştır.

Petri ağları yönlü çizgelerin bir özel türü olarak düşünülebilir. Bir Petri ağı yerler ve geçişler olmak üzere iki farklı düğüm türünden ve bu düğümleri birbirine bağlayan yönlü oklardan oluşur. Petri ağı grafiksel gösteriminde yerler daire şeklinde, geçişler ise dikdörtgen şeklinde gösterilir. Yönlü oklar pozitif bir tamsayı olacak şekilde ağırlıklarıyla etiketlenir. Petri ağlarında yerler durumları, geçişler ise olayları temsil etmektedir. Ayrıca sistemin dinamik davranışını gösterebilmek için yerlere jetonlar atanarak işaretli yerler elde edilir. Bir yer için jeton sayısı o yerde bulunan veriyi veya mevcut kaynakları ifade eder. Burada jetonlar nokta ile gösterilir ve her bir yer için negatif olmayan bir tamsayı olacak şekilde işaretleme yapılır. Bir Petri ağındaki tüm işaretlemeler ise bir M vektörü ile gösterilerek her bir yer için bulunan jeton sayıları bu vektörde belirtilir. Bir Petri ağı temel olarak 5 bileşenden oluşur ve matematiksel olarak şu şekilde gösterilir (Murata, 1989):

$$PA = (P, T, F, W, M_0)$$

Burada;

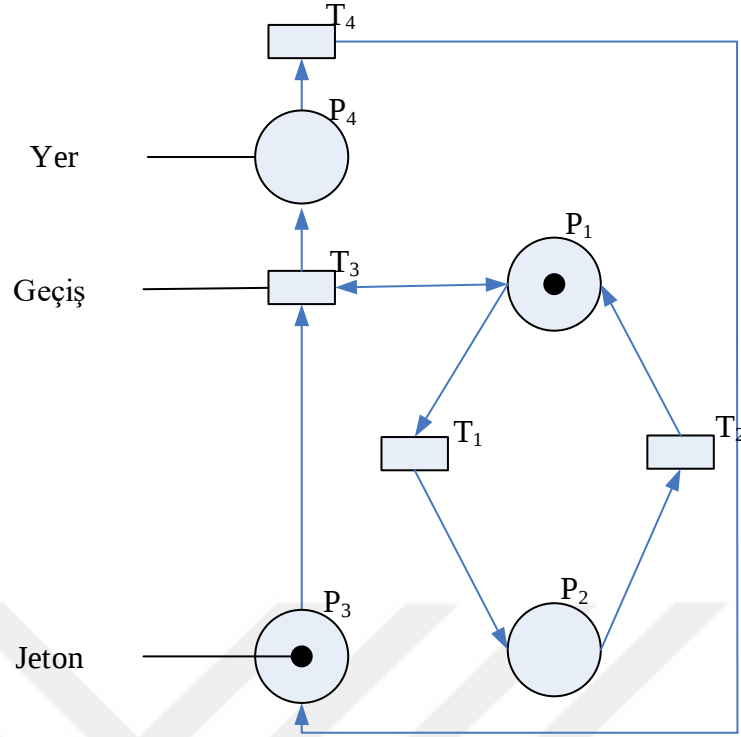
P : sonlu yerler kümesini

T : sonlu geçişler kümesi

F : $(P \times T) \cup (T \times P)$ kümesinin alt kümesi olup yerlerden geçişlere ve geçişlerden yerlere olan akış oklarını

W : okların ağırlık fonksiyonunu

M_0 : başlangıç işaret vektörünü göstermektedir.



Şekil 3.1. Örnek bir Petri Ağının yapısı

Petri ağı bileşenleri bir örnek üzerinde Şekil 3.1’de gösterilmiştir. Bu örnek için;

$$P = \{P_1, P_2, P_3, P_4\}$$

$$T = \{T_1, T_2, T_3, T_4\}$$

$$F = \{(P_1, T_1), (T_1, P_2), (P_2, T_2), (T_2, P_1), (T_4, P_3), (P_3, T_3), (T_3, P_4), (P_4, T_4), (P_1, T_3), (T_3, P_1)\}$$

$W = 1$ (tüm ağırlıklar eşit ve 1 olarak kabul edilmiştir)

$$M_0 = (1 \ 0 \ 1 \ 0)^T$$

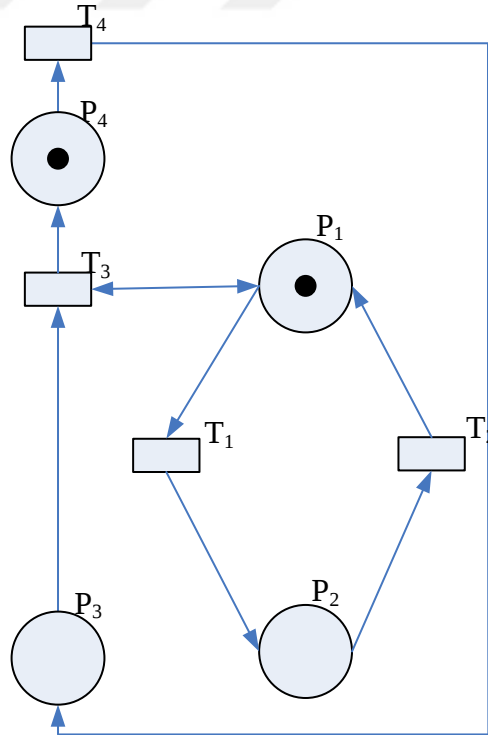
Bir Petri ağındaki yerlerde bulunan jetonlar o ağıın işaretleme durumunu göstermektedir. Petri ağındaki yerlerde sağlanması gereken şartları belirlemek için yerlere jetonlar eklenir. Bu jetonlar Petri ağında bulunan geçişlerin tetiklenmesiyle ağ üzerinde hareket ederler. Geçişlerin tetiklenmesi durumunda geçişin girişinde bulunan yerlerden jetonlar alınarak geçişin çıkışında bulunan yerlere eklenir. Böylece Petri ağındaki jetonların yerleri ve sayısı değişir ve Petri ağı mevcut durumdan başka bir duruma geçiş yapmış olur. Bu şekilde sistemin dinamik yapısının modellenmesi sağlanır.

Bir Petri ağında ateşlemenin (geçişlerin tetiklenmesinin) gerçekleşebilmesi aşağıda belirtilen kurallara bağlıdır (Murata, 1989):

1. Bir geçişin tetiklenebilir (aktif) olması için bu geçişin tüm giriş yerlerinde en az bir tane jeton bulunmalıdır. Bu durum giriş yerlerinden geçişe gelen okların ağırlığının 1 olarak kabul edilmesi durumunda geçerlidir. Geçişe gelen yönlü okların ağırlığının farklı olması durumunda ağırlık değeri kadar jeton bulunması gerekmektedir. $t_j \in T$ ve $\forall p_i \in I(t_j)$ ($\forall p_i \in \bullet t$) için $M(p_i) \geq w(p_i, t_j)$
2. Bir geçişin ateşlenmesi durumunda bu geçişe gelen yönlü okların ağırlığı kadar jeton sayısı giriş yerlerinden alınmakta ve aynı şekilde çıkış yerlerine giden yönlü okların ağırlığı kadar jeton da çıkış yerlerine eklenmektedir.
3. Aktif olan bir geçiş, yerdeki duruma bağlı olarak ateşlenebilir veya ateşlenmeyebilir.

Şekil 3.1'deki Petri ağına bakıldığında T_1 geçişinin aktif olması için P_1 , T_2 geçişinin aktif olması için P_2 , T_3 geçişinin aktif olması için P_1 ve P_3 , T_4 geçişinin aktif olması için P_4 yerlerinde en az 1 adet jeton bulunmalıdır. Bu Petri ağına başlangıç durumunda T_1 ve T_3 geçişleri aktif durumdadır. Bu iki geçişten hangisinin önce tetikleneceğine sistemin işleyişine göre karar verilir.

Şekil 3.1'deki Petri ağı modelinde aktif olan T_1 ve T_3 geçişlerinden T_3 geçişinin tetiklenmesi durumunda erişilen yeni durum Şekil 3.2'de gösterilmiştir.



Şekil 3.2. T_3 geçişinin tetiklenmesi sonrası oluşan yeni durum

Şekil 3.2’de görüldüğü gibi T_3 geçişi tetiklendikten sonra P_1 ve P_3 yerlerinden birer jeton alınır ve P_4 yerine bir jeton eklenir. (P_1, T_3) oku çift yönlü olduğundan aynı zamanda P_1 yerine de tekrar bir jeton eklenmiş olur. Yerlerde bulunan jeton sayılarını gösteren vektör başlangıçta $M_0 = (1\ 0\ 1\ 0)^T$ iken yeni durumda $M_1 = (1\ 0\ 0\ 1)^T$ olarak değişmiş olur.

3.1 Petri Ağı Analiz Yöntemleri

3.1.1 Erişilebilirlik Ağacı Analizi

Petri ağı analiz yöntemlerinden biri de erişilebilirlik(kapsanabilirlik) ağacı oluşturmaktır. Bir Petri ağının erişilebilirlik ağacında ulaşılabilecek tüm işaretlemeler gösterilmektedir. Karmaşık Petri ağlarında ağaç yapısının çok fazla büyümesinden dolayı bu yöntem genelde daha küçük Petri ağlarında uygulanmaktadır.

Petri ağında aktif olan her bir geçiş için mümkün olabilecek tüm ateşlemelerden sonraki ulaşılabilecek tüm durumlar erişilebilirlik ağacı üzerinde gösterilir. Başlangıç durumu işaretlemesinden itibaren aktif olan geçiş sayısı kadar yeni işaretlemeler elde edilebilir. Ulaşılan bu yeni işaretlemeler için tekrar aktif olan geçiş sayısı kadar yeni işaretlemeler elde edilebilir. Bu durum aktif olan geçiş kalmayınca kadar veya başlangıç durumuna dönene kadar devam eder. Bu işlem sonunda ulaşılabilecek tüm işaretlemeler bir ağaç yapısı ile ifade edilir (Murata, 1989).

Erişilebilirlik ağacında başlangıç işaretlemesinden itibaren ulaşılabilen işaretlemeler düğüm olarak gösterilir. Her bir işaretlemeye ulaşmayı sağlayan geçişler ise oklarla gösterilir. Erişilebilirlik ağacı oluşturma algoritması şu şekildedir (Murata, 1989):

Adım 1) M_0 başlangıç işaretlemesini kök olarak belirleyip “yeni” olarak etiketle

Adım 2) “yeni” işaretlemeler mevcut olduğu sürece tekrarla:

Adım 2.1) Yeni bir M işaretlemesi seç

Adım 2.2) Eğer seçilen M işaretlemesi, kök düğümünden M düğümüne kadarki yol üzerinde önceki bir düğüm ile aynı işaretlemeye sahipse M düğümünü “eski” olarak etiketle ve yeni bir işaretlemeye geç

Adım 2.3) Eğer M işaretlemesinde aktif bir geçiş yoksa M düğümünü “ölü düğüm” olarak etiketle

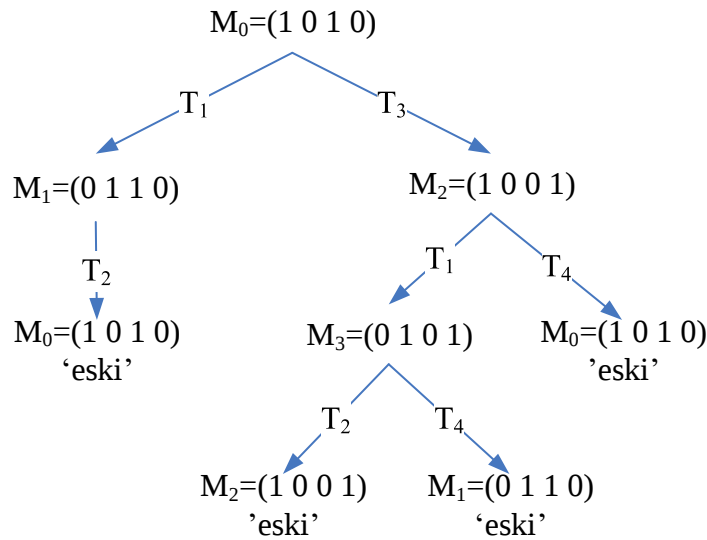
Adım 2.4) M işaretlemesinde aktif geçişler olduğu sürece her bir aktif geçiş için tekrarla:

Adım 2.4.1) Aktif geçişin tetiklenmesi sonucu oluşan yeni M' işaretlemesini elde et

Adım 2.4.2) Elde edilen M' işaretlemesini yeni bir düğüm olarak ağaca yerleştir

Adım 2.4.3) M' 'den M' düğümüne geçişi belirten bir ok çizip M' düğümünü “yeni” olarak etiketle

Bu algoritma Şekil 3.1’de gösterilen Petri ağına uygulanarak erişilebilirlik ağacı elde edilebilir. Başlangıç durumunda $M_0 = (1\ 0\ 1\ 0)$ olup bu işaretleme ağacın kök düğümü olarak yerleştirilir. Bu işaretleme için T_1 ve T_3 geçişleri aktif durumdadır. Her bir aktif geçiş için tetiklenmesi durumunda bir sonraki işaretleme bulunup düğüm olarak ağaca ekleneceğinden bu işaretlemeler sırayla bulunur. T_1 geçişi tetiklendiğinde oluşacak işaretleme durumu $M_1 = (0\ 1\ 1\ 0)$ olacaktır. Bu durumda iken sadece T_2 geçişi aktif olur. T_2 geçişinin tetiklenmesiyle de tekrar eski durumuna(M_0) dönmektedir. T_3 geçişi tetiklendiğinde ise oluşacak işaretleme durumu $M_2 = (1\ 0\ 0\ 1)$ şeklinde yeni bir işaretleme durumu elde edilmektedir. Bu yeni durumda ise T_1 ve T_4 geçişleri aktif hale gelmekte, sonrasında T_4 geçişi tetiklendiğinde tekrar ilk başlangıç(M_0) durumuna dönmektedir. Tüm bu işlemler sonucu oluşan erişilebilirlik ağacı Şekil 3.3’te gösterilmektedir.



Şekil 3.3. Örnek Petri ağına ait erişilebilirlik ağacı

3.1.2 Matris Denklemleri Analizi

Bir Petri ağının dinamik davranışları matematiksel olarak analiz edilebilmektedir. Karmaşık veya büyük boyutlu Petri ağlarında erişilebilirlik ağacının oluşturulması daha zor olmaktadır. Bu yüzden bu tür Petri ağlarında matematiksel yöntemler kullanılmaktadır. Petri ağının mevcut durumda iken aktif bir geçişin tetiklenmesiyle elde edilen yeni durum bilgisi matematiksel denklemlerle elde edilebilir. Bunun için öncelikle Petri ağına ait etki matrisi oluşturulmalıdır.

Etki Matrisi: Bir Petri ağında m adet yer ve n adet geçiş varsa, etki matrisi $n \times m$ boyutunda olup aşağıdaki gibi gösterilir (Murata, 1989):

$$A = [a_{ij}] \quad (3.1)$$

Bu etki matrisindeki a_{ij} değeri i geçişi tetiklendiğinde j yerinde değişen jeton sayısını gösterir ve şu şekilde hesaplanır:

$$a_{ij} = a_{ij}^+ - a_{ij}^- \quad (3.2)$$

Burada $a_{ij}^+ = w(i, j)$ olup i geçişinden j yerine giden yönlü okun ağırlık değeri iken, $a_{ij}^- = w(j, i)$ olup j yerinden i geçişine giden yönlü okun ağırlık değeridir. Buradaki a_{ij}^+ ifadesi i geçişi tetiklendiğinde j yerine eklenen jeton sayısını gösterirken, a_{ij}^- ifadesi i geçişi tetiklendiğinde j yerinden silinen jeton sayısını göstermektedir.

Bir petri ağındaki herhangi bir tetiklenmeden sonraki işaret durumunu elde etmek için aşağıdaki denklem kullanılır:

$$M_k = M_{k-1} + A^T u_k, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (3.3)$$

M_k : Petri ağındaki k .tetiklenmesinden sonraki işaretleme durumu olup $m \times 1$ sütun vektörü olarak ifade edilir. Bu vektörün j . Satırı k . tetiklenmeden sonra j yerindeki jeton sayısını gösterir.

u_k : $n \times 1$ sütun vektörü olup, k .tetiklenmedeki i geçişini gösterir. Tetiklenen geçiş 1, diğer geçişler 0 olacak şekilde, yani $n-1$ adet 0 ve 1 adet 1 sayısından oluşan bir vektör tanımlanır.

Petri ağında M_0 başlangıç durumundan bir tetiklenme sırası $\{u_1, u_2, u_3, \dots, u_d\}$ aracılığıyla M_d hedef işaret durumuna ulaşılabilir. Bu durumda Denklem (3.3) denklemi $k = 1, 2, \dots, d$ için yazılıp toplandığında aşağıdaki denklem elde edilmiş olur:

$$M_d = M_0 + A^T \sum_{k=1}^d u_k \quad (3.4)$$

Bu denklemin genel ifadesi aşağıdaki şekildedir:

$$A^T x = \Delta M \quad (3.5)$$

Burada x vektörü, negatif olmayan tamsayılar içeren $n \times 1$ sütun vektörü olup **tetikleme sayısı vektörü** olarak adlandırılır. Bu vektörün i . satırı M_0 dan M_d 'ye ulaşmak için i geçişinin kaç kez tetiklenmesi gerektiğini gösterir. Eğer verilen bir M_d işaret durumu için bu denklemde x vektörüne ait bir çözüm kümesi elde edilemiyorsa M_d 'ye erişilemiyor demektir.

3.2 Petri Ağının Davranışsal Özellikleri

Davranışsal özellikler Petri ağının başlangıç işaretleme durumuna bağımlı olan özelliklerdir. Bu özellikler erişilebilirlik (reachability), sınırlılık (boundedness), canlılık (liveness), tersinirlik (reversibility), kapsanabilirlik (coverability) ve süreklilik (persistence) özellikleridir (Murata, 1989).

3.2.1 Erişilebilirlik

Dinamik sistemlerin temel özelliklerden olup herhangi bir M_i işaretlemesinden diğer bir M_j işaretlemesine erişilebilirliği ifade eder (Murata, 1989). Bir Petri ağındaki geçişlerin tetiklenmeleri durumunda elde edilebilecek işaretlemeler bulunarak erişilebilecek tüm olası durumlar gösterilebilir.

3.2.2 Sınırlılık

Bir Petri ağındaki her bir yer için jeton sayısının sınırlı olmasını ifade eder. Eğer jeton sayısı sürekli artıyorsa bu ağ sınırlı değildir ve ağın güvenli olmadığı anlamına gelir. Bir Petri Ağında her hangi bir yerde bulunabilecek maksimum jeton sayısı şeklinde ağa sınırlama getirilirse bu ağa k -sınırlı ağ denir. Bir ağın k -sınırlı olması, o ağın yerlerinde k 'dan daha fazla jeton bulunamayacağı anlamına gelir (Murata, 1989).

3.2.3 Canlılık

Bir Petri ağında sürekli aktif geçişlerin olmasını, kilitlenme yaşanmadığını gösterir. Erişilen her bir yeni durum için en az bir adet aktif tetiklenebilir geçiş varsa bu Petri ağının canlılık özelliğine sahip olduğunu gösterir.

Petri ağı ile modellenen sistemlerde canlılık özelliği istenilen ve olması gereken bir özelliktir. Sistemlerin karmaşıklığı arttıkça canlılık özelliğini analiz etmek de güçleşmektedir. Bu nedenle canlılık özelliği aşağıdaki gibi farklı seviyelere ayrılarak analiz edilmiştir (Murata, 1989; Başkocagil, 2004):

- L0-canlı: Bir Petri ağında herhangi bir tetiklenme serisindeki (dizisindeki) bir geçiş hiçbir zaman tetiklenmiyorsa bu geçiş L0-canlı olarak tanımlanır ve ölü bir geçiş olduğu anlamına gelir.
- L1-canlı: Bir Petri ağındaki bir geçiş herhangi bir tetiklenme serisi içinde en az bir defa tetikleniyorsa bu geçiş L1-canlı olarak tanımlanır.
- L2-canlı: Bir Petri ağındaki bir geçiş belirli bir k pozitif tamsayısı kadar tetiklenebiliyorsa bu geçiş L2-canlı olarak tanımlanır.
- L3-canlı: Bir Petri ağındaki bir geçiş herhangi bir tetiklenme serisinde sonsuz sayıda tetiklenebiliyorsa bu geçiş L3-canlı olarak tanımlanır.
- L4-canlı: Bir Petri ağındaki bir geçiş erişilen tüm yeni işaretlemeler için L1-canlı ise bu geçiş L4-canlı olarak tanımlanır.

3.2.4 Tersinirlik

Bir Petri ağının aktif geçişler tetiklendikten sonraki bir durumdan tekrar başlangıç durumuna dönebilmesini ifade eder (Murata, 1989).

3.2.5 Kapsanabilirlik

Kapsanabilirlik özelliği erişilebilir durumların genel halini ifade eder ve bir Petri ağındaki herhangi bir geçişin ileriki durumlarda tetiklenip tetiklenemeyeceğini gösterir (Murata, 1989).

3.2.6 Süreklilik

Bir Petri ağında aktif olan herhangi iki geçişten birinin tetiklenmesi durumunda diğer geçişin tetiklenmesi engellenmeyip aktif tetiklenebilir olarak kalıyorsa bu Petri ağının süreklilik özelliğine sahip olduğu söylenebilir (Murata, 1989).

3.3 Petri Ağının Yapısal Özellikleri

Yapısal özellikler Petri ağının başlangıç işaretleme durumuna bağımlı olmayan özelliklerdir. Bu özellikler yapısal canlılık (structural liveness), yapısal sınırlılık (structural boundedness), tekrarlılık (repetitive), kontrol edilebilirlik (controllability) ve tutarlılık (consistency) özellikleridir (Murata, 1989).

3.3.1 Yapısal Canlılık

Bir Petri ağında herhangi bir canlı/aktif geçişin mevcut olması bu ağın yapısal canlılık özelliğine sahip olduğunu gösterir (Murata, 1989).

3.3.2 Yapısal Sınırlılık

Bir Petri ağı için A etki matrisi ile pozitif tamsayılardan oluşan bir x vektörünün çarpım sonucu negatif veya sıfır değerlerinden oluşuyorsa bu Petri ağının yapısal olarak sınırlılık özelliğine sahip olduğu ifade edilir. (Murata, 1989).

3.3.3 Kontrol Edilebilirlik

Bir Petri ağındaki herhangi bir işaretlemeye diğer herhangi bir işaretlemeden ulaşılabiliriyorsa tamamen kontrol edilebilirdir (Murata, 1989).

3.3.4 Tekrarlılık

Bir Petri ağının tekrarlı olabilmesi için tüm geçişlerin sürekli ateşlenebilir hale gelebilmesi gerekir (Murata, 1989).

3.3.5 Tutarlılık

Bir Petri ağında M_0 başlangıç durumundan itibaren herhangi bir tetiklenme sırasında sonra tekrar M_0 başlangıç durumuna döndüğünde her bir geçişin en az bir kere tetiklenmişse tutarlılık özelliği vardır (Murata, 1989).

3.4 Renkli Petri Ağları

Klasik Petri ağlarında tüm jetonlar aynı özellikte olduğundan bir yer içerisindeki birden fazla jetonu ayrı ayrı takip edilememektedir. Her bir jetonun farklı özelliklere sahip olacak şekilde tanımlanması gereken durumlar için Renkli Petri Ağları (Coloured Petri Nets) önerilmiştir (Jensen, 1993). Renkli Petri ağında her bir jetona bir renk bilgisi etiketlenerek jetonların ağ

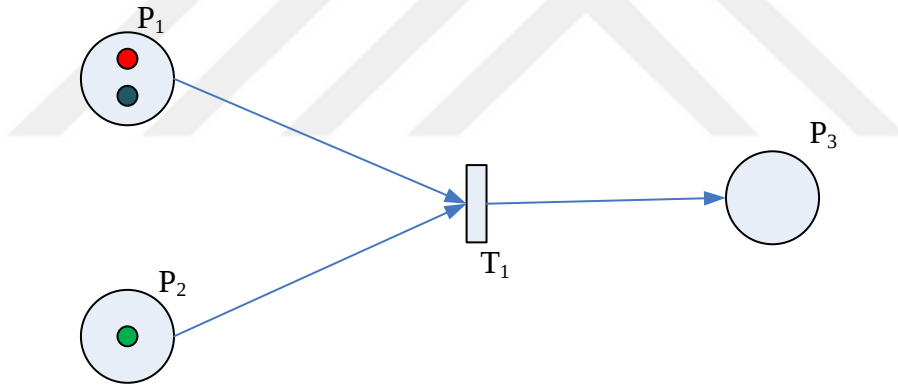
içerisindeki dolaşmalarının ayrı ayrı takip edilebilmesi sağlanmıştır. Ayrıca çok sayıda yer ve geçiş kullanmak yerine renkli jetonlar kullanılarak daha az yer ile daha küçük boyutlarda bir ağ modeli oluşturulabilmesi sağlanmıştır.

Normal bir Petri ağı yapısına geçişlerin ve yerlerin renk bilgisi ile renk kümesi eklenerek Renkli Petri ağı yapısı şu şekilde tanımlanabilir (Yorulmaz, 2009):

$$PA = (P, T, F, W, M_0, C, \Omega)$$

Bu gösterimde C renklendirme fonksiyonu olup Ω ise sonlu sayıda renk kümesini ifade eder. Renklendirme fonksiyonu hem geçişler hem de yerler için ayrı ayrı tanımlanabilir. Böylece her bir geçiş ilgili olduğu renkteki jetonlara göre davranır.

Renkli Petri ağı kullanılarak bir Petri ağı modelinde aynı süreçlerden oluşan birbirinden bağımsız birden fazla işlemi ayrı ayrı modellemek yerine tek bir model oluşturup her bir süreç için farklı renklerde jetonlar tanımlanabilir. Böylece daha küçük boyutlu ve daha az karmaşık bir model elde edilmiş olur. Renkli bir Petri ağı modeli Şekil 3.4'te verilmiştir.



Şekil 3.4 Renkli bir Petri ağı

3.5 Zamansal Petri Ağları

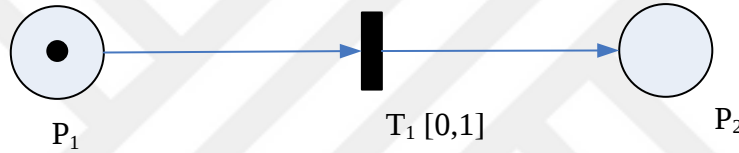
Petri ağı ile modellenen sistemlerde işlemlerin zaman bilgisinin gerekli olduğu durumlarda zamansal Petri ağları kullanılabilir. Zamansal Petri ağlarında geçişlerin tetiklenebilmesi için her bir geçişe bir zaman etiketi verilir. Zamansal Petri ağındaki geçişlere belli bir gecikme süresi verilerek bu geçişin tetiklenebilmesi için bu gecikme süresinin geçmesi beklenir. Geçişler aktif olmasına rağmen bu gecikme süresi dolmadan tetiklenemezler. Gecikme

süresi dolduktan sonra aktif geçiş tetiklenir ve jetonların bir yerden sonraki diğer yerlere taşınması sağlanmış olur (Başkocagil, 2004).

Zamansal Petri ağında her geçişin bekleme süresi farklı olabilir. Geçişlerin tetiklenme gecikme sürelerinin model tanımında belirlenmesi ve gösterilmesi gerekir. Normal bir Petri ağı yapısına geçişlerin tetiklenme zamanlarını gösteren bir D matrisi eklenerek Zamansal Petri ağı yapısı şu şekilde tanımlanır (Yılmaz, 2009; Kurumahmut, 2010):

$$PA = (P, T, F, W, M_0, D)$$

Burada D matrisi her bir geçişin tetiklenme bekleme süresini tutmaktadır. Diğer bir ifadeyle jetonların bir geçişte ne kadar süre beklemesi gerektiğini göstermektedir. Şekil 3.5'te zamansal bir Petri ağı modeli gösterilmiştir.



Şekil 3.5 Zamansal Petri ağı modeli

4. MATERYAL VE YÖNTEM

4.1 Sosyal Ağlardaki Bireylerin Petri Ağı İle Modellenmesi

Sosyal ağlar dinamik yapılar olduğundan, statik bir yapı olan çizge yapısı ile tam olarak modellenemezler. Bu nedenle dinamik yapıların modellenmesinde ve analizinde kullanılan bir yapı olarak Petri ağları ile daha etkili bir şekilde modellenebilirler. Böylece sosyal ağdaki kullanıcıların hareketlerini ve iletişimlerini dinamik bir şekilde analiz etmek mümkün olmaktadır.

Bu çalışma kapsamında sosyal ağlardaki bir bireyi ve dinamik davranışlarını temsil eden Petri ağı modeli aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

Tanım 4.1: İşaretli Sosyal Ağ Modeli (Marked Social Network-MSN): Sosyal ağdaki bir bireyin Petri ağı modeli $I = (P, T, F, W, M_0)$ olarak ifade edilir. Burada;

$$P = \{ \text{Çevrimiçi, Çevrimdışı, Veri oluşumu, Veri iletimi} \}$$

$$T = \{ \text{Çevrimiçi durumdan çevrimdışı durumuna geçiş, Çevrimdışı durumdan çevrimiçi durumuna geçiş, Veri iletimi başlanması, Veri iletimi sonlandırılması} \}$$

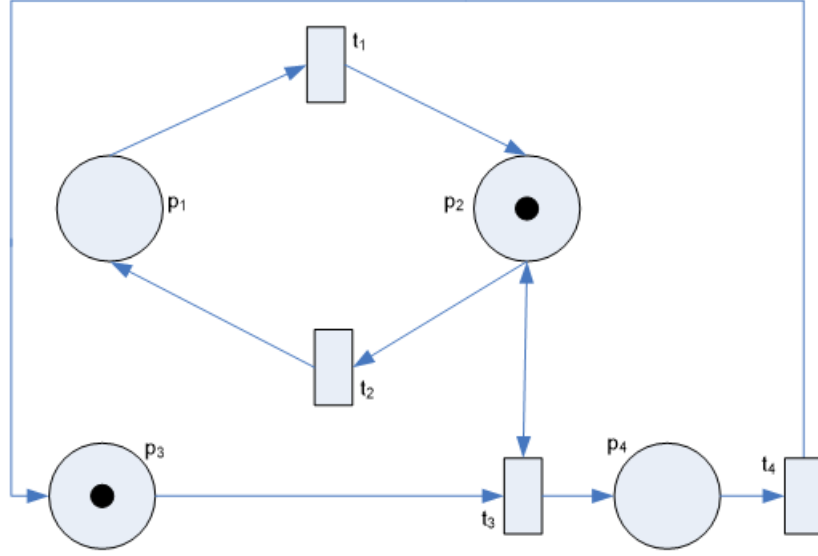
$$F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$$

$$W = \{1\} \text{ (Tüm ağırlıklar 1 olarak alınmıştır)}$$

$$M_0 = (1 \ 0 \ 1 \ 0) \text{ başlangıç işaretlemesi}$$

Burada tanımlanan bireylerin Petri ağı modeli kullanılarak oluşturulan bireyler ve bir ortak erişim yerinden (D-Dummy place) oluşan Petri ağı modeline İşaretli Sosyal Ağ (Marked Social Network-MSN) denilir ve $MSN = (D, I_1, I_2, I_3, \dots, I_n)$ şeklinde gösterilir.

İşaretli sosyal ağlarda bir kullanıcıyı temsil etmek için oluşturulan model Şekil 4.1’de gösterilmiştir.



Şekil 4.1. Bir kullanıcıyı temsil etmek için oluşturulan Petri ağı modeli

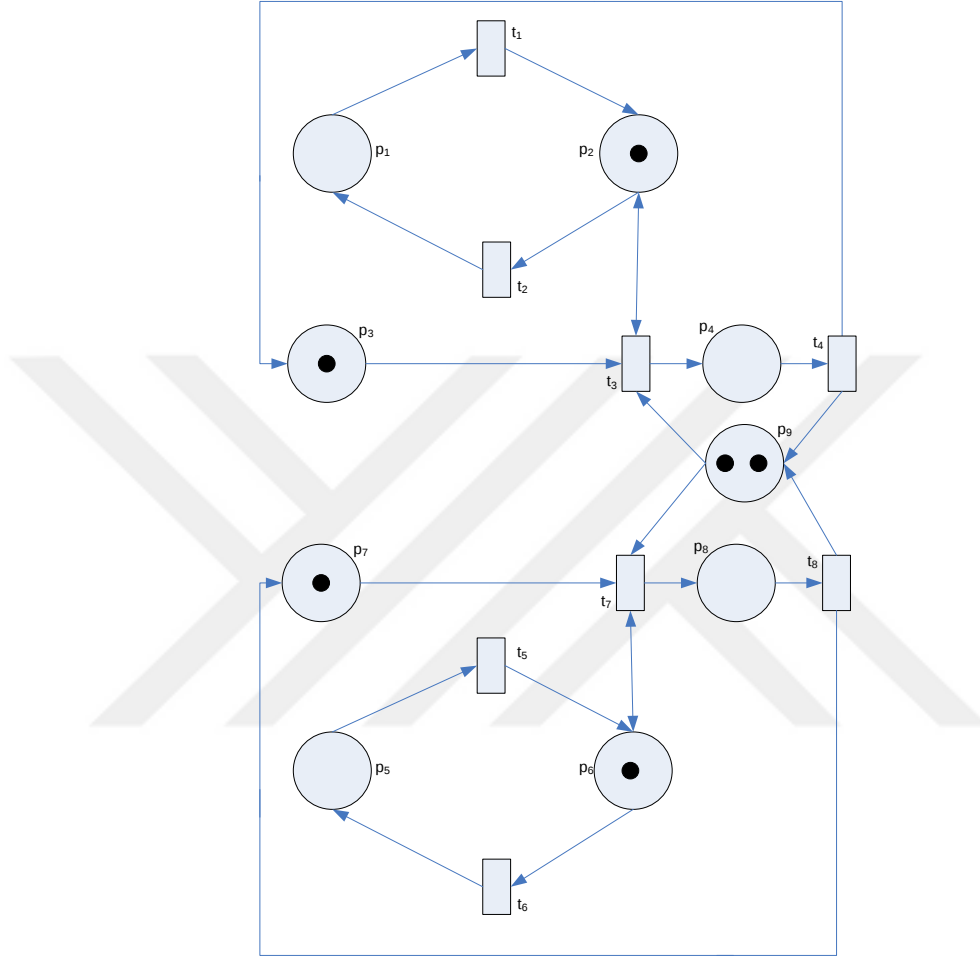
Burada her bir kullanıcı için sosyal ağdaki dört temel davranışı gözönüne alınmıştır. Bu davranışlar; çevrimiçi olma, çevrimdışı olma, içerik/veri üretimi, veri alım/gönderim durumu olup her bir durum Petri ağı üzerinde p yerleri olarak gösterilmiştir. Durumlar arası hareketler de t geçişleri ile gösterilmiştir. Bu yerler ve geçişlerin özeti aşağıda Çizelge 4.1’de özetlenmiştir.

Çizelge 4.1. Sosyal ağdaki bir kişi için Petri ağı modelindeki yerler ve geçişler

Adı	Açıklama
p_1	Çevrimdışı durumu
p_2	Çevrimiçi durumu
p_3	Kullanıcılar tarafından üretilen veri
p_4	Veri iletimi/alımına hazır olma durumu
t_1	Çevrimdışı durumdan çevrimiçi duruma geçiş
t_2	Çevrimiçi durumdan çevrimdışı duruma geçiş
t_3	Veri iletimi başlatılması
t_4	Veri iletimi sonlandırılması

Bu model genel sosyal ağlardaki kullanıcıların temel davranışlarını temsil etmek için kullanılmıştır. Sosyal ağların çeşitliliği gözönüne alındığında farklı sosyal ağlardaki kullanıcıları temsil etmek için bu model özelleştirilip yeni durum ve davranışlar modele eklenebilir.

Sosyal ağlardaki bireyler arası iletişimi ifade etmek için Şekil 4.1’de gösterilen model genişletilerek iki kişi arasındaki davranış modeli ortaya konmuştur. Bunun için sosyal ağı temsil eden ve tüm bireylerin ortak bağlantı noktasını ifade eden yeni bir durum eklenmiştir. Elde edilen model aşağıda Şekil 4.2’te gösterilmiştir.



Şekil 4.2. Sosyal ağdaki iki birey için Petri ağı modeli

Şekil 4.2’de görüldüğü gibi her birey için elde edilen model birleştirilerek sosyal ağın bütün modeli elde edilebilir. Bireyler arasındaki bağlantıyı ve veri iletimini temsil eden yeni bir durum eklenmiş ve P₉ ile gösterilmiştir. Bu modelde P₁, P₂, P₃ ve P₄ yerleri ile T₁, T₂, T₃ ve T₄ geçişleri birinci kullanıcıyı, P₅, P₆, P₇ ve P₈ yerleri ile T₅, T₆, T₇ ve T₈ geçişleri ise ikinci kullanıcıyı temsil etmektedir. P₉ yeri ise kullanıcıların bağlı bulunduğu ortak sosyal ağ yerini göstermek için kullanılmıştır. Bu yerlerin ve geçişlerin hangi durumları temsil ettiği Çizelge 4.2’de gösterilmiştir.

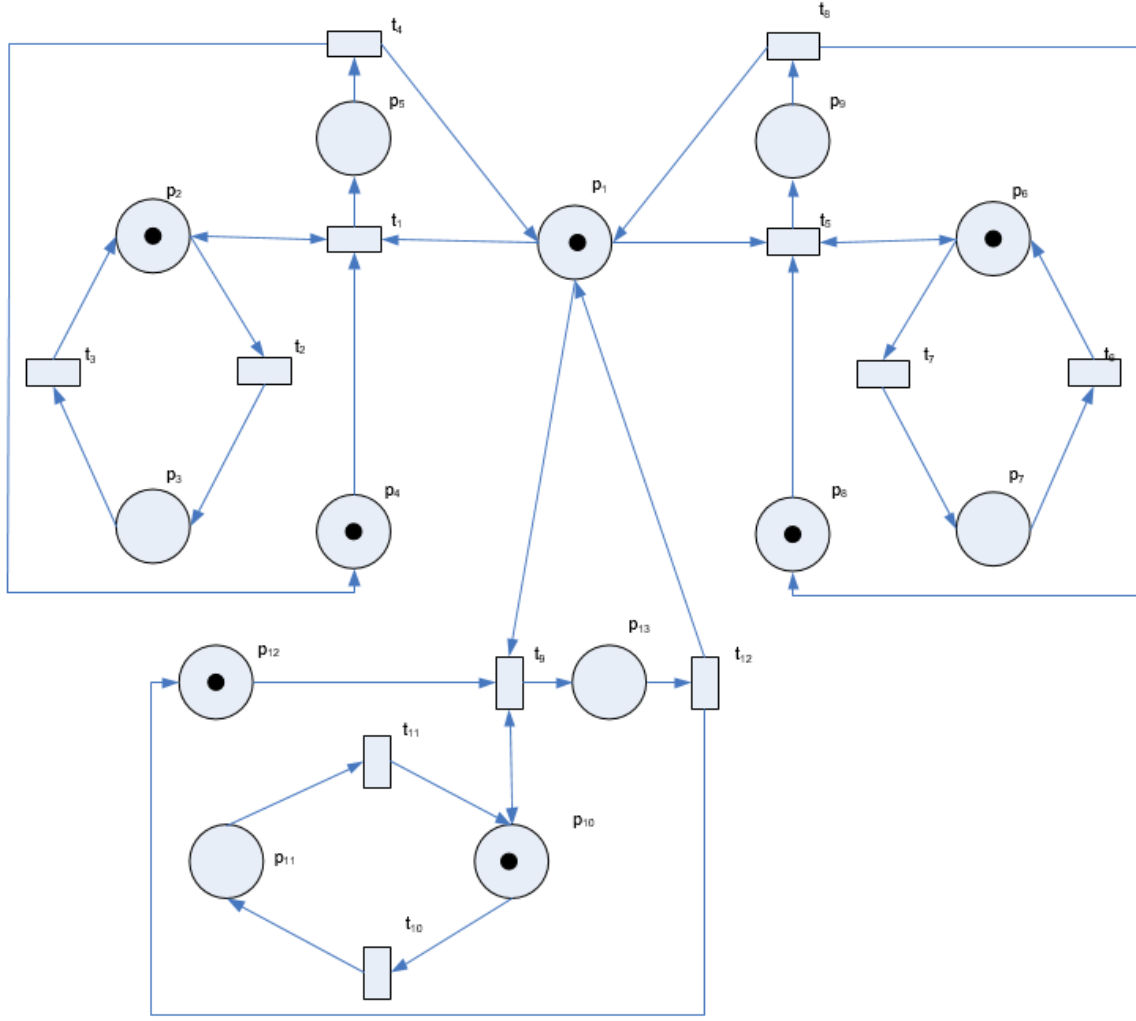
Çizelge 4.2. İki kişilik bir Petri ağı modeli için yerler ve geçişlerin gösterimi

Adı	Açıklama
P_1, P_5	Çevrimdışı durumu
P_2, P_6	Çevrimiçi durumu
P_3, P_7	Kullanıcılar tarafından üretilen veri
P_4, P_8	Veri iletimi/alımına hazır olma durumu
P_9	Paylaşılan ortak sosyal ağ durumu (Dummy place)
T_1, T_5	Çevrimdışı durumdan çevrimiçi duruma geçiş
T_2, T_6	Çevrimiçi durumdan çevrimdışı duruma geçiş
T_3, T_7	Veri iletimi
T_4, T_8	Veri iletimi

Şekil 4.2’de gösterilen modelde P_9 ile gösterilen yerde her bir birey için bir jeton eklendiğinden iki adet jeton bulunmaktadır. Buradaki jeton sayısının belirlenmesi donanımsal yapıya bağlı olarak iki farklı şekilde tanımlanabilir. Her birey için bir jeton eklenmesi veya sosyal ağı temsilen birey sayısına bakılmaksızın tek jeton bulunması şeklinde iki farklı yapıda olabilir. Bu yapılar ayrı ayrı aşağıdaki gibi tanımlanmış ve modellenmiştir.

Tanım 4.2: Paralel İşaretli Sosyal Ağ Modeli(P-MSN): Ortak ağ yerinde(P_9) her bir kullanıcı için bir adet jeton bulundurulması ile oluşturulan Petri ağı modelidir. Kullanıcı sayısı kadar jeton bulunduğundan bir kullanıcının veri iletiminde bulunması diğer kullanıcıların geçişlerini etkilemeyeceğinden paralel olarak veri iletişimi gerçekleştirilebilir. Şekil 4.2’de gösterilen model paralel işaretli sosyal ağ modelini temsil etmektedir.

Tanım 4.3: Eşzamanlı İşaretli Sosyal Ağ Modeli(C-MSN): Ortak ağ yerinde(P_9) birey sayısından bağımsız olarak tek jeton bulunan Petri ağı modelidir. Bu modelde ortak erişim yerinde tek jeton olduğundan kullanıcılar aynı anda veri iletiminde bulunamazlar. Her bir kullanıcı veri iletimine başlarken ortak noktada bulunan jeton sayısı bir eksildiğinden ortak noktada jeton kalmayıp diğer kullanıcının veri iletimi için gerekli geçiş pasif duruma gelecektir. Bu nedenle diğer kullanıcının veri iletimini bitirmesini beklemek zorunda kalacaktır. C-MSN modeli Şekil 4.3’te iki birey için gösterilmiştir.



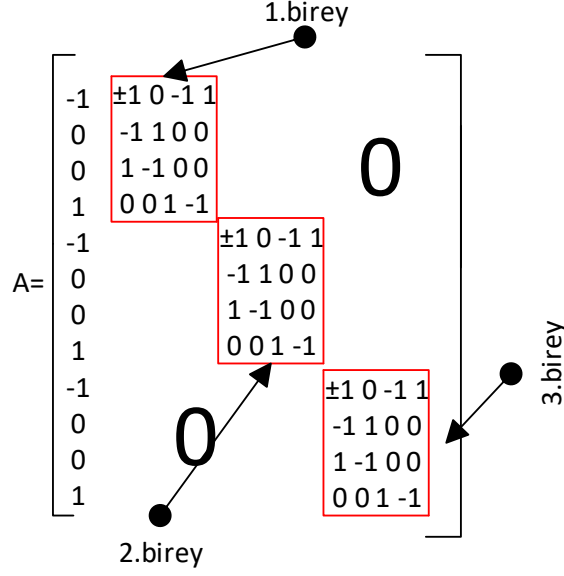
Şekil 4.4. Sosyal ağdaki üç birey için genişletilmiş Petri ağı modeli

Şekil 4.4'te gösterilen Petri ağı modeli için bireylere ait yerler ve geçişler Çizelge 4.3'te gösterilmiştir.

Çizelge 4.3. Sosyal ağdaki bir kişi için Petri ağı modelindeki yerler ve geçişler

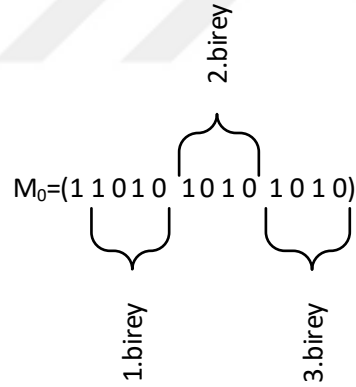
Birey No	Yerler	Geçişler
1.Birey	$P = \{p_2, p_3, p_4, p_5\}$	$T = \{t_1, t_2, t_3, t_4\}$
2.Birey	$P = \{p_6, p_7, p_8, p_9\}$	$T = \{t_5, t_6, t_7, t_8\}$
3.Birey	$P = \{p_{10}, p_{11}, p_{12}, p_{13}\}$	$T = \{t_9, t_{10}, t_{11}, t_{12}\}$

Şekil 4.2'te gösterilen model için etki matrisi gösterimi Denklem (3.1) kullanılarak elde edilmiş ve aşağıda Şekil 4.5'te gösterilmiştir:



Şekil 4.5 Üç kişilik MSN modeli için etki matrisi

Şekil 4.5'te gösterilen etki matrisinin ilk sütununda ortak yer olan p_1 yeri tutulurken, kırmızı kutucuklarla gösterilen bölgeler ise her bir bireyi temsil etmektedir. Bu modelde M_0 başlangıç işaret vektörünün yapısı ise Şekil 4.6'da gösterilmiştir:



Şekil 4.6 Üç kişilik MSN modeli için başlangıç işaret vektörü

Birden fazla bireyden oluşan herhangi bir MSN modelinde başlangıç işaret vektörü $M_0 = (1 (1 0 1 0) +)$ olarak ifade edilir. Burada $(1 0 1 0) +$ ifadesi $(1 0 1 0)$ işaretlemesinin birden fazla tekrar edebileceği anlamına gelmektedir.

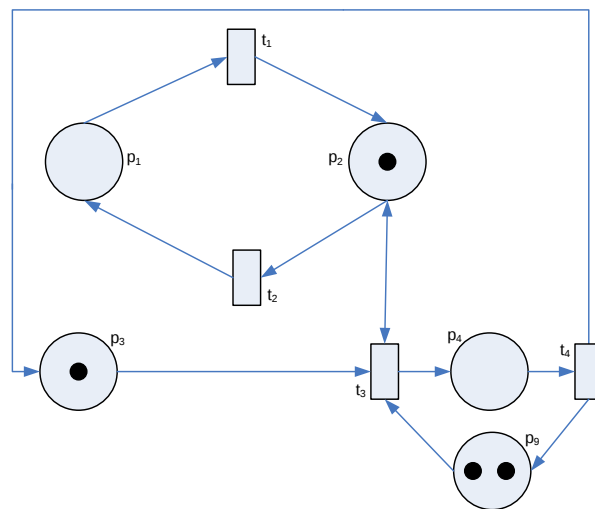
Elde edilen Petri ağı modellerinden P-MSN modeli için çalışma şekli bir sonraki bölümde verilmiştir.

4.2 Petri Ağı Modelinin Çalışma Prensibi

Şekil 4.2’de gösterilen iki kişilik P-MSN modelinin çalışma şekli şu şekilde özetlenebilir: İlk kullanıcının sosyal ağ üzerindeki diğer kullanıcılara bir veri göndermek istediği düşünölsün. İlk kullanıcının veri göndermesi için T3 geçişinin tetiklenmesi gerekmektedir. T3 geçişinin aktif olabilmesi için de bu geçişin girişlerinde bulunan tüm yerlerde en az birer adet jeton bulunması gerekir. Bu yerler P2, P3 ve P9 yerleridir. Kullanıcının çevrimiçi olması durumunda P2 yerinde bir jeton, veri oluşması durumunda P3 yerinde bir jeton ve uygun sosyal ağa ait ortak nokta bağlantısı olması durumunda P9 yerinde bir jeton olacağından T3 geçişi aktif yani tetiklenebilir duruma gelmektedir. T3 geçişi tetiklendikten sonra bu geçişin her bir girişinde bulunan yerlerden birer adet jeton alınır(eksiltilir) ve çıkışında bulunan yer olan P4 yerine bir adet jeton eklenir. T3 geçişinden P2 geçişine gelen ok çift yönlü olduğundan P2 yerinden alınan jeton tekrar P2 yerine eklenmiş olur ve kullanıcı online olduğu sürece burası aktif halde kalır. P4 yerine jeton eklendiğinden bu yerin çıkışında bulunan T4 geçişi aktif hale gelir. T4 geçişi tetiklendiğinde ise veri iletimi tamamlanmış olur ve P4 yerinden bir jeton alınarak T4 geçişinin çıkışında bulunan P3 ve P9 yerlerine birer adet jeton eklenmiş olur. Bu durumda model tekrar başlangıç haline dönmüş olmaktadır. Bu işlemler adım adım simüle edilerek aşağıdaki şekillerde gösterilmiştir.

Adım 1 (Başlangıç durumu): İlk kullanıcı için Petri ağı modelinin başlangıç durumu Şekil 4.7’de gösterilmiştir.

Bu adımda ağın işaret matrisi $M_0 = [0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 2]^T$



Şekil 4.7. İlk durum(T3 ve T2 aktif)

İlk kullanıcı için Petri ağı modelindeki yer ve geçişlerin değerleri Çizelge 4.4 ve Çizelge 4.5'te gösterilmiştir.

Çizelge 4.4. Başlangıç adımında P yerlerinde bulunan jeton sayıları

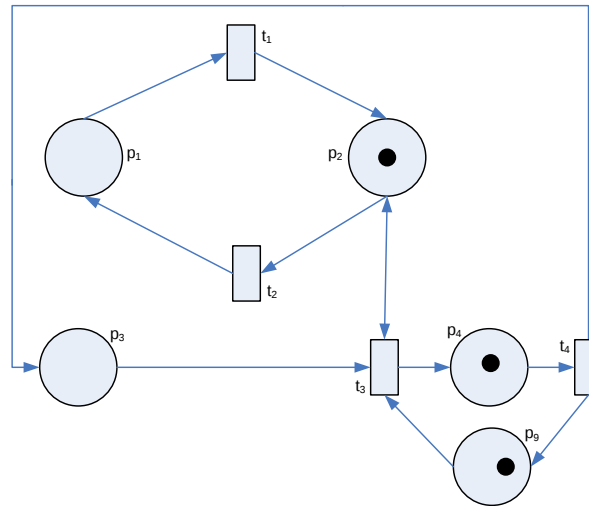
P1	P2	P3	P4	P9
0	1	1	0	2

Çizelge 4.5. Başlangıç adımında T geçişlerinin aktiflik/pasiflik durumu:

T1	T2	T3	T4
Pasif	Aktif	Aktif	Pasif

Adım 2 (Veri iletimine başlama): İlk kullanıcı için veri iletimine başlama durumu Şekil 4.8'de gösterilmiştir.

Bu adımda ağın işaret matrisi $M_1 = [0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1]^T$



Şekil 4.8. Veri iletimine başlanması(T3 tetiklenmesi durumu)

İlk kullanıcı için veri iletimine başlama durumunda yer ve geçişlerin değerleri Çizelge 4.6 ve Çizelge 4.7’da gösterilmiştir.

Çizelge 4.6. 2.adımda P yerlerinde bulunan jeton sayıları

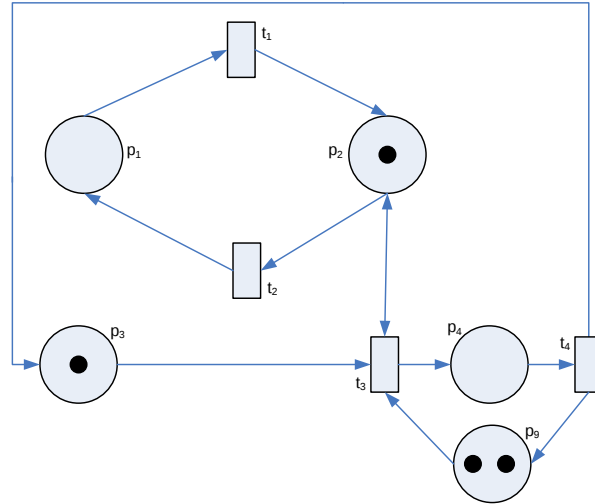
P1	P2	P3	P4	P9
0	1	0	1	1

Çizelge 4.7. 2.adımda T geçişlerinin aktiflik/pasiflik durumu:

T1	T2	T3	T4
Pasif	Aktif	Pasif	Aktif

Adım 3 (Veri iletiminin sonlanması): İlk kullanıcı için veri iletiminin bitmesi durumu Şekil 4.9’da gösterilmiştir.

Bu adımda ağın işaret matrisi $M_2 = [0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 2]^T$



Şekil 4.9. Veri iletiminin sonlanıp tekrar başa dönülmesi(T4 tetiklenmesi durumu)

İlk kullanıcı için veri iletiminin bitmesi durumu için yer ve geçişlerin değerleri Çizelge 4.8 ve Çizelge 4.9’da gösterilmiştir.

Çizelge 4.8. 3.adımda P yerlerinde bulunan jeton sayıları

P1	P2	P3	P4	P9
0	1	1	0	2

Çizelge 4.9. 3.adımda T geçişlerinin aktiflik/pasiflik durumu:

T1	T2	T3	T4
Pasif	Aktif	Aktif	Pasif

Petri ağı modelinin adım adım simülasyon işlemi sonucunda her bir geçişin tetiklenmesinden sonraki ağıın işaretleme durumu görülmüş olmaktadır. Bu işaretleme durumlarının matriks denklemi kullanılarak elde edilmesi bir sonraki bölümde gösterilmektedir.

4.3 Petri Ağı Modelinin Matriks Denklemi İle Analizi

Bir Petri ağı matriks denklemleri kullanılarak analiz edilebilmekte ve ağıın erişilebilir durumları görülebilmektedir. Bunun için Denklem (3.1)'de belirtilen A etki matrisinin kullanılması gerekmektedir. Şekil 4.2'de belirtilen Petri ağı modeline ait etki matrisi yerler ve geçişlerden elde edilir.

Etki matrisi yer ve geçişlerden oluşmaktadır. Şekil 4.2'de belirtilen Petri ağı modeli için yerler kümesi;

$$P = \{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7, P_8, P_9\}$$

Bu model için geçişler kümesi ise;

$$T = \{T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_7, T_8\}$$

Başlangıç işaretleme durumu M_0 kolon vektörü ile gösterilmekte olup aşağıdaki gibidir;

$$M_0 = [0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 2]^T$$

Petri ağındaki her bir geçişin tetiklenmesi sonrası M işaret matrisi değişmektedir. Bu işaret matrisi de A etki matrisi kullanılarak Denklem (3.3) ve Denklem (3.4) denklemleri ile hesaplanmaktadır. Şekil 4.2'deki Petri ağına ait etki matrisi;

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{1} & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

olarak bulunur.

Şekil 4.2'deki Petri ağı modelinde T3 geçişinin tetiklenmesi durumu Şekil 4.7, Şekil 4.8 ve Şekil 4.9'da adım adım gösterilmiş ve ulaşılan işaretleme matrisi elde edilmişti. Matris denklemleri sayesinde tek işlemde her bir geçişin tetiklenmesi sonrası ulaşılan işaretleme durumu elde edilebilmektedir. T3 geçişinin tetiklenmesinden sonraki yeni oluşan M_1 işaretlemesini elde etmek için Denklem 2.4'te bulunan u vektörü şu şekilde elde edilir:

$$u = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

Burada tetiklenecek olan T geçişleri 1, diğer geçişler 0 yapılarak u vektörü elde edilmiştir. Denklem (3.4) kullanılarak M_1 matrisi hesaplandığında aşağıdaki sonuca ulaşılır:

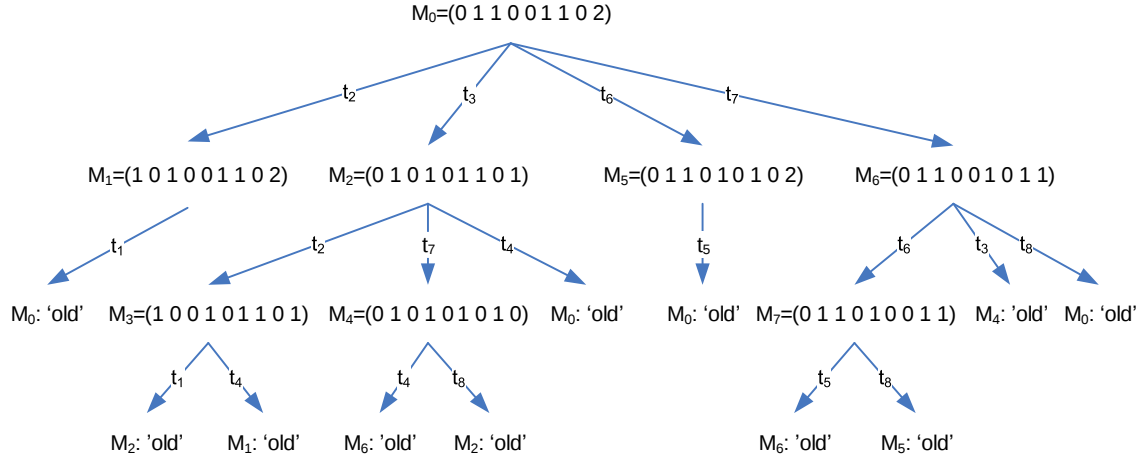
$$M_1 = [0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1]^T$$

Bu işaretlemeden T3 geçişi tetiklendikten sonra hangi yerlerde kaç adet jeton bulunduğu görülmektedir. Benzer şekilde her bir geçiş için matris denklemleri kullanılarak tüm adımlarda her bir yer için jeton sayılarına ulaşılabilmektedir.

Matris denklemleri sayesinde elde edilebilecek tüm adımlar simülasyona gerek kalmadan görülebilmektedir. Ayrıca M işaret matrisinin değerine bakılarak hangi geçişlerin tetiklendiği ve böylece hangi kullanıcının veri iletiminde bulunduğu anlaşılabilmektedir.

4.4 Petri Ağı Modelinin Erişilebilirlik Ağacı İle Analizi

Bir Petri ağına ait erişilebilirlik ağacı oluşturularak her bir geçişin tetiklenmesiyle elde edilebilecek işaretlemeler görülebilir. Şekil 4.2'de verilen Petri ağı için erişilebilirlik ağacı Bölüm 3.1.1 de verilen algoritma kullanılarak Şekil 4.10'daki gibi oluşturulmuştur.



Şekil 4.10. Petri ağı modeline ait erişilebilirlik ağacı

Şekil 4.10’da görüldüğü üzere aktif tüm geçişler için olası tüm işaretlemeler elde edilmiştir. Böylece kullanıcıların her bir davranışı sonrası Petri ağına erişilecek durum görülebilmektedir. Burada ‘old’ ile belirtilen durumlar daha önce ulaşılan işaretlemenin aynısına tekrar ulaşıldığını göstermektedir.

Erişilebilirlik ağacı küçük boyutlu ağlar için uygun iken, kullanıcı sayısının artması dolayısıyla ağın çok fazla büyümesi durumunda durum uzayı karmaşık hale geleceğinden kullanılması çok zor olmaktadır. Bu nedenle büyük boyutlu ağlarda kullanılması uygun değildir.

4.5 Petri Ağı Modelinin Davranışsal Özellikleri

Sosyal ağ için oluşturulan modelin davranışsal özellikleri aşağıda verilmiştir.

Canlılık: Önerilen Petri ağı modeline bakıldığında her bir geçiş sonrasında en az bir aktif geçiş bulunmakta ve tüm geçişlerin pasif olduğu bir durum olmadığından kilitlenme olayı söz konusu olmamaktadır. Bu nedenle bu modelin canlılık özelliğine sahip olduğu söylenebilir.

Sınırlılık: Önerilen Petri ağı modelinde her bir P yeri için jeton sayıları sınırlı kalmaktadır. P-MSN modelinde sadece P9 yerinde jeton sayısı kullanıcı sayısı ile sınırlı iken, diğer yerlerde jeton sayısı en fazla 1 olmaktadır. C-MSN modelinde ise tüm P yerlerinde en fazla 1 adet jeton bulunmaktadır. Bu nedenle P-MSN modeli için k-sınırlı, C-MSN modeli için 1-sınırlı tanımı yapılabilir.

Tersinirlik: Petri ağı modelinde her bir kullanıcı için aktif geçişler tetiklenip veri iletimi sona erdiğinde başlangıç işaretlemesine döndüğü görüldüğünden bu model tersinir özelliğine sahiptir.

Süreklilik: Petri ağı modelinde bir geçişin tetiklenmesi diğer geçişlerde bazılarını pasif hale getirebildiğinden bu model süreklilik özelliğine sahip değildir.

4.6 Petri Ağı Modelinin Yapısal Özellikleri

Petri ağının M_0 başlangıç işaretleme durumuna bağımlı olmayan özelliklerdir. Petri ağına ait etki matrisi(A) kullanılarak elde edilir. Yapısal özellikleri analiz etmek için T-değişmez ve P-değişmezlerin bulunması gerekir.

Denklem (3.5)'te $\Delta M = 0$ için

$$A^T x = 0 \quad (4.1)$$

Denkleminin çözüm kümesine T-değişmez denmektedir. T-değişmezi her bir geçiş için bir değer bulunduran bir vektördür. Bir Petri ağında her bir T geçişi için $x(t) > 0$ olan bir T-değişmez varsa bu ağ yapısal olarak canlılık ve sınırlılık özelliklerine sahiptir.

$$Ay = 0 \quad (4.2)$$

Denkleminin çözüm kümesine ise P-değişmez denir. P-değişmezi her bir P yeri için bir değer bulunduran bir vektördür. Bir Petri ağında her bir P yeri için $y(p) > 0$ olan bir P-değişmez varsa yapısal olarak sınırlı olduğu söylenebilir.

Şekil 4.2'de gösterilen Petri ağı modeli için Denklem (4.1) ve Denklem (4.2) denklemleri kullanılarak T-değişmez ve P-değişmezleri elde edilmiştir.

T-değişmezleri;

$$x_1 = [1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

$$x_2 = [0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

$$x_3 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0]^T$$

$$x_4 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1]^T$$

$$x_5 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$$

P-değişmezleri;

$$y_1 = [1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

$$y_2 = [0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

$$y_3 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0]^T$$

$$y_4 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1]^T$$

$$y_5 = [0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0 \ -1 \ 0]^T$$

Her bir T geçişi için $x(t) > 0$ olan en az bir tane x değeri olduğundan ve aynı şekilde her bir P yeri için $y(p) > 0$ olan en az bir tane y değişmezi bulunmaktadır. Bu nedenle Petri ağı modeli hem T-değişmezi hem de P-değişmezi barındırdığından yapısal olarak canlılık ve sınırlılık özelliklerine sahip olduğu ifade edilebilir.

5. DENEYSEL SONUÇLAR

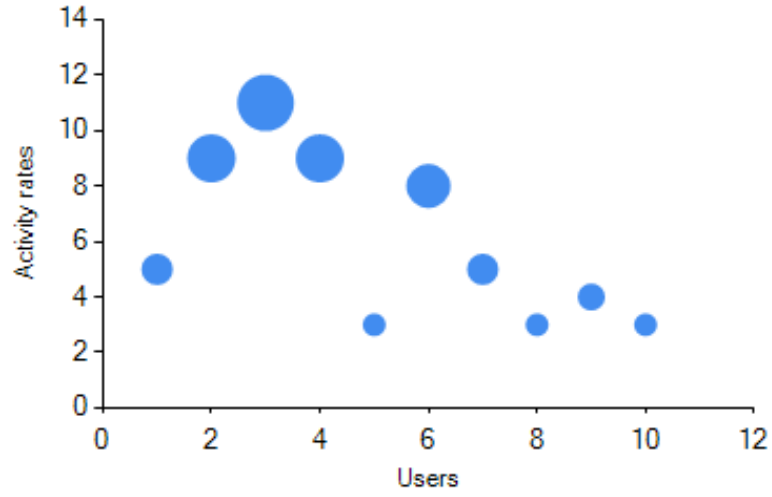
5.1 Kullanıcı Hareketlerinin Analizi

Bu bölümde önerilen model üzerinde deneysel uygulamalar geliştirilmiş ve elde edilen sonuçlar sunulmuştur. Farklı sayılarda kullanıcılardan oluşan sosyal ağ grupları taklit edilerek simüle edilmiş ve gruplardaki kullanıcıların hareketleri analiz edilmiştir.

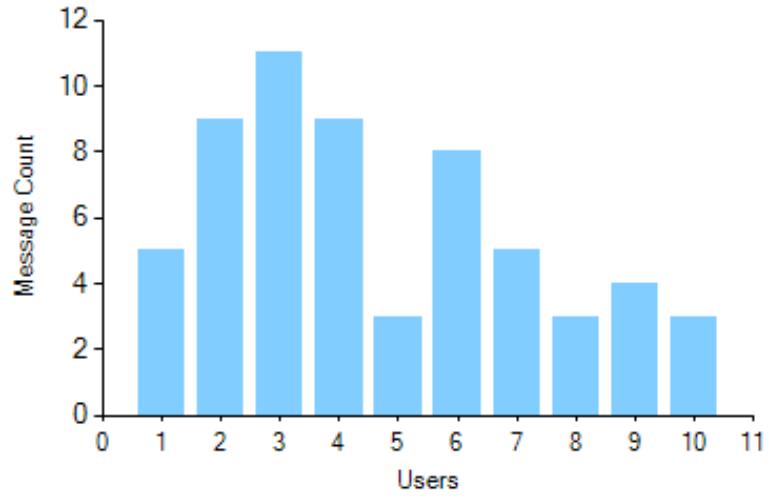
Sosyal ağ gruplarındaki her birey için hareketleri analiz etmek amacıyla jetonların hareketine bakılmıştır. Petri ağı modelindeki aktif geçişler rastgele tetiklenerek kullanıcıların farklı zamanlarda çevrimiçi olma, çevrimdışı olma, mesaj gönderimi, mesaj alımı gibi hareketleri takip edilmiştir. Model üzerindeki P yerlerinde bulunan jetonların değişimini takip etmek için M işaret matrisi kullanılmıştır. M işaret matrisinde her bir kullanıcı normalde dört adet yer ile gösterilmektedir. Bu modele her bir kullanıcı için beşinci bir yer daha eklenerek mesaj sayısının tespit edilmesi amaçlanmıştır. Her paylaşımdan sonra bu yere bir jeton eklenmesi sağlanmıştır.

Uygulama kapsamında farklı sayıda bireylerden oluşan sosyal ağ grupları üzerinde simülasyon çalışması yapılmış ve sonuçlar P-MSN ve C-MSN olarak belirtilen modeller üzerinde karşılaştırılmıştır. Her bir model için 10, 50, 100, 250, 500 ve 1000 kişiden oluşan gruplar oluşturulmuştur. Ayrıca her bir grup için bireylerin aktivitelerine bakılarak gruptaki etkin bireyler belirlenmiştir.

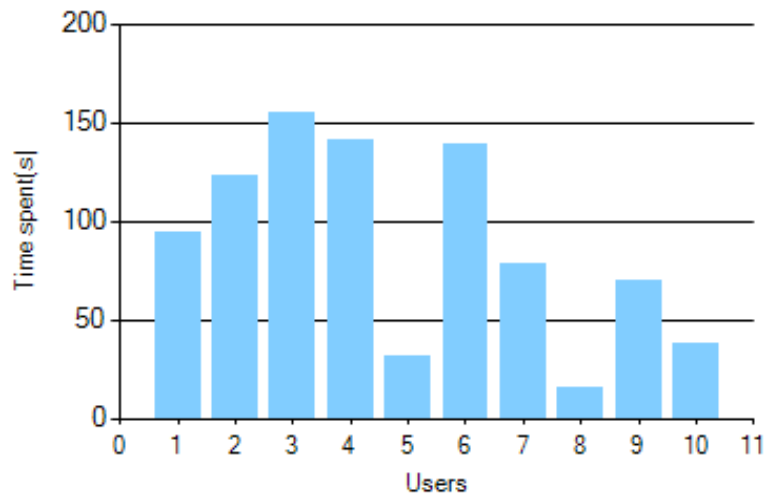
Şekil 5.1, Şekil 5.2, Şekil 5.3 ve Şekil 5.4'te 10 kişilik bir sosyal ağ grubundaki bireylerin hareketlerine bakılarak oluşturulan etkinlik oranları, mesaj sayıları, harcadıkları toplam süreler ve ortalama bekleme süreleri verilmiştir.



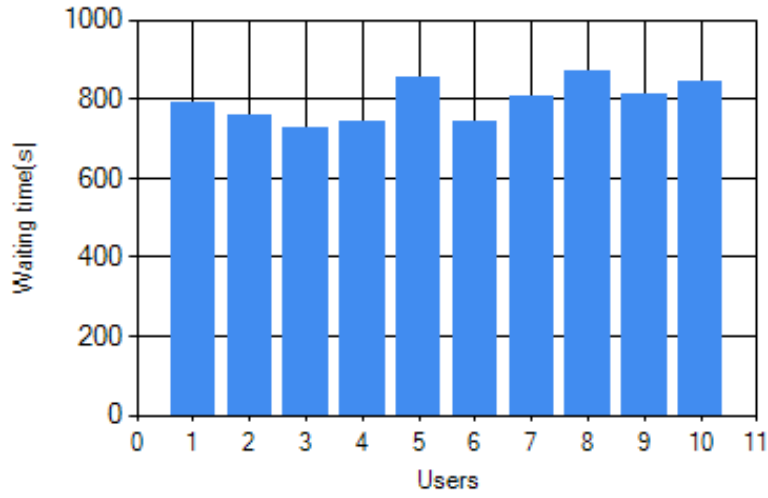
Şekil 5.1. 10 kişilik grup için etkinlik oranları



Şekil 5.2. 10 kişilik grup için kullanıcı mesaj sayıları

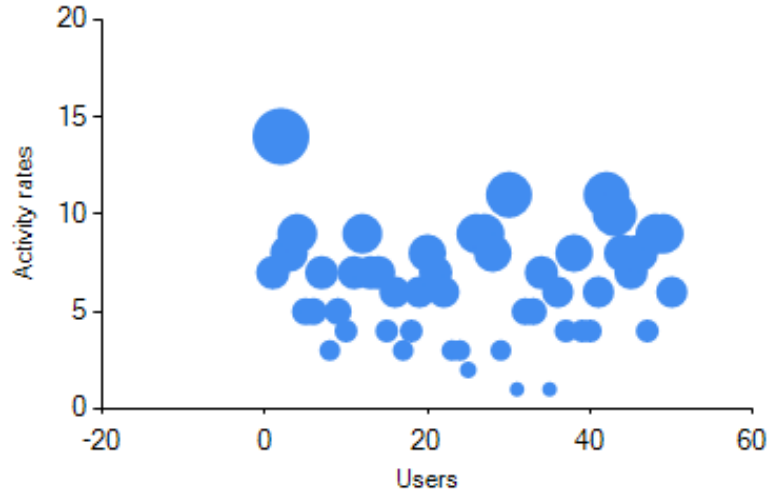


Şekil 5.3. 10 kişilik grup için kullanıcıların harcadıkları toplam süreler

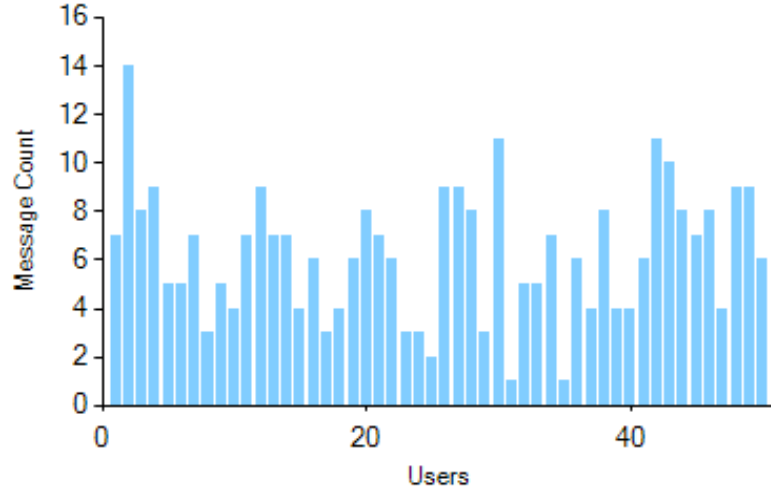


Şekil 5.4. 10 kişilik grup için kullanıcıların bekleme süreleri

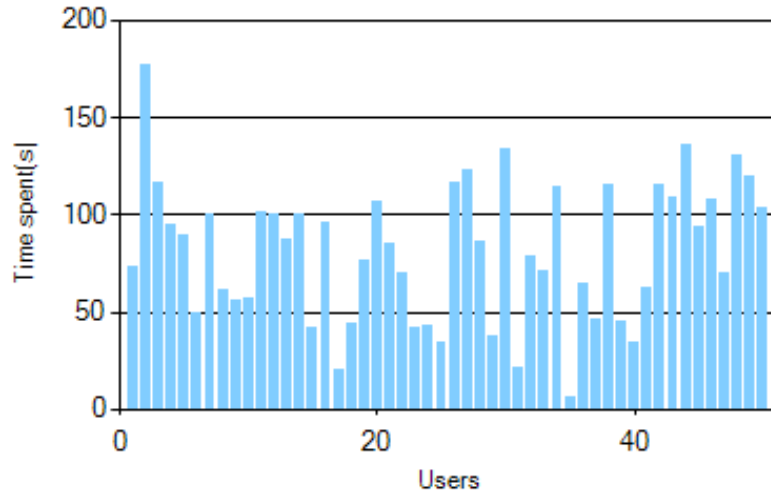
Sosyal ağ grubundaki birey sayısının artması durumunda modelin çalışmasını göstermek için bu analizler 50 kişiden oluşan bir sosyal ağ grubunda yapılmış ve kullanıcıların etkinlik oranları, mesaj sayıları, harcadıkları toplam süreler ve ortalama bekleme süreleri Şekil 5.5, Şekil 5.6, Şekil 5.7 ve Şekil 5.8’de verilmiştir.



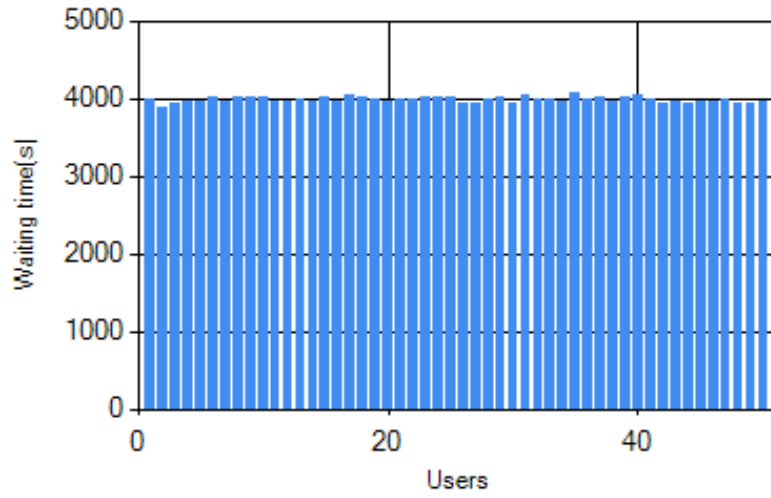
Şekil 5.5. 50 kişilik grup için etkinlik oranları



Şekil 5.6. 50 kişilik grup için kullanıcı mesaj sayıları

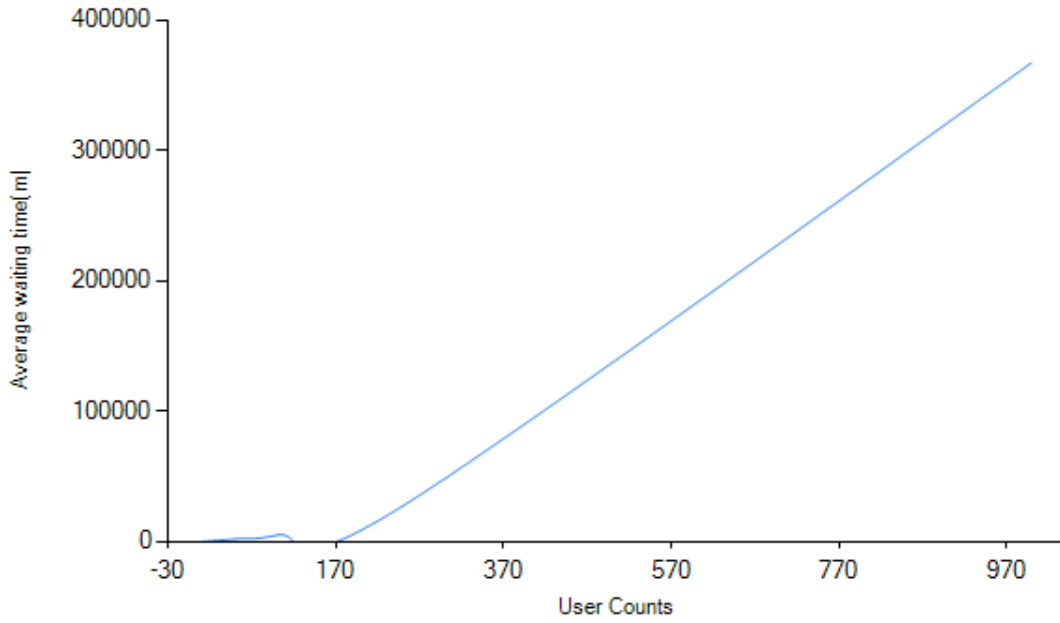


Şekil 5.7. 50 kişilik grup için kullanıcıların harcadıkları toplam süreler



Şekil 5.8. 50 kişilik grup için kullanıcıların bekleme süreleri

P-MSN modelinde ortak paylaşım noktasında(P9) kullanıcı sayısı kadar jeton bulunduğundan kullanıcılar paralel olarak birbirlerini beklemeden mesaj yazıp paylaşımında bulunabilirler. Fakat C-MSN modelinde bu yerde tek jeton olduğundan bir kullanıcının paylaşımı sırasında diğer kullanıcılar bekleme durumunda kalmaktadır. Dolayısıyla bu durum sosyal ağda bir gecikmeye yol açmaktadır. Kullanıcı sayısı arttıkça bu bekleme süresi de artacağından dolayı C-MSN modelinin gerçek hayatta uygulanabilirliği çok zorlaşmaktadır. Şekil 5.9’da C-MSN modeli için kullanıcı sayısı arttıkça ortalama bekleme sürelerinin değişimi gösterilmiştir.



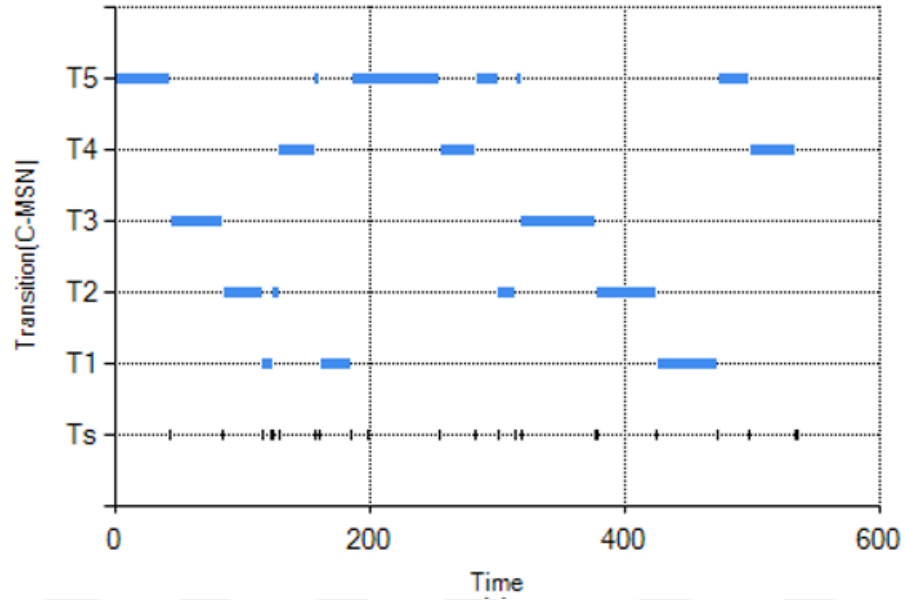
Şekil 5.9. C-MSN modelinde gruptaki kullanıcı sayısına göre ortalama bekleme sürelerinin değişimi

5.2 Geçişlerin Tetiklenme Süreleri

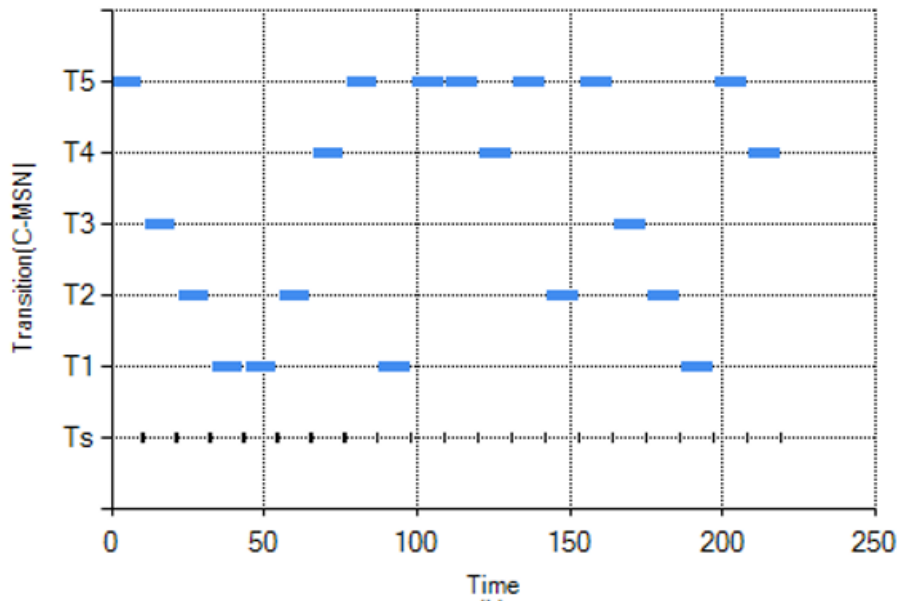
Sosyal ağın bulunduğu sunucu üzerindeki çalışması göz önüne alınarak oluşturulan C-MSN ve P-MSN modelleri T geçişlerinin tetiklenme süreleri bakımından karşılaştırılmıştır. Her bir T geçişinin tetiklenmesi t kadar süre almaktadır. Buradaki t süresi üzerinde bulunan cihazın donanımsal yapısına bağlı olarak değişkenlik göstermektedir. Her bir geçişin tetiklenmesi için eşit süreler belirlenebilir veya farklı sürelerde oluşabilirler. C-MSN modelinde geçişler paralel olmadığından tek işlemcili bir sunucu olarak düşünülebilir. P-MSN modelinde ise geçişler paralel çalıştığından her bir birey için bir işlemci olmak üzere çok işlemcili olduğu varsayılabilir. Bu nedenle C-MSN modelinde her bir geçişe ne kadar süre ayrılacağı gibi bir problem ortaya çıkmaktadır. Bu problem işletim sistemlerindeki CPU zamanlama problemine benzer olup CPU zamanlama için kullanılan yöntemler burda da

kullanılabilir. Sürelerin eşit veya rastgele süre ile belirlenmesine göre C-MSN ve P-MSN modelleri için ayrı ayrı çalıştırılarak geçiş süreleri elde edilmiştir.

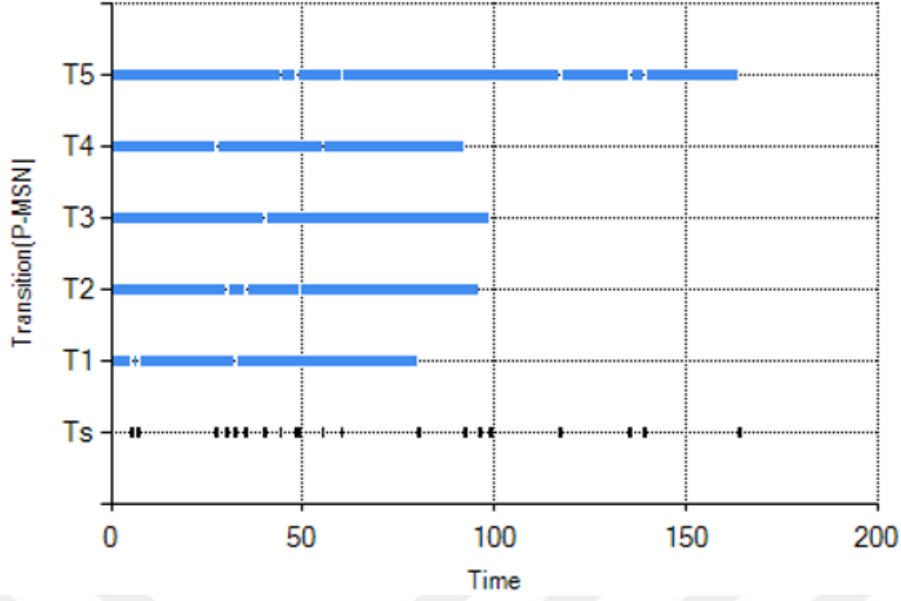
Şekil 5.10 ve Şekil 5.11’de C-MSN modeli için geçişlerin farklı ve eşit sürelerle sahip olması durumu sırasıyla gösterilmiştir. Aynı şekilde Şekil 5.12 ve Şekil 5.13’te P-MSN modeli için geçişlerin farklı ve eşit sürelerle sahip olması durumu sırasıyla gösterilmiştir.



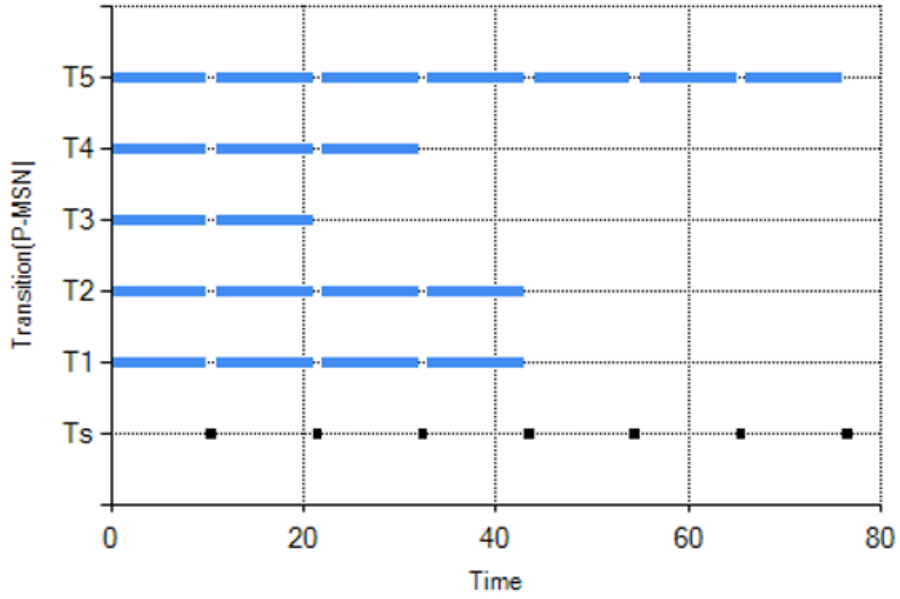
Şekil 5.10. C-MSN modelinde farklı sürelerle sahip geçişler



Şekil 5.11. C-MSN modelinde eşit sürelerle sahip geçişler



Şekil 5.12. P-MSN modelinde farklı sürelerle sahip geçişler



Şekil 5.13. P-MSN modelinde eşit sürelerle sahip geçişler

Bu şekillerdeki sürelerde görüldüğü gibi dört farklı durum ortaya çıkmaktadır. İlk durumda C-MSN modeli için her bir geçiş farklı süreye sahipken geçişlerin çalışma süreleri gösterilmiş olup, ikinci durumda ise tüm geçişler eşit süre olarak alınmıştır. Her iki durumda da C-MSN modeli paralel olmadığından bir t anında sadece bir geçiş tetiklenmiştir. P-MSN modeli için de aynı şekilde geçişlerin farklı ve eşit olması durumu analiz edilmiş olup, burada bir t anında birden fazla geçiş aynı anda tetiklenebilmektedir. Ayrıca geçişlerin değişimi için de çok küçük de olsa bir T_s süresi sabit olarak belirlenmiş ve her bir durum için

grafikte gösterilmiştir. Buradaki T_s değeri bir geçişin tetiklenmesinden diğer geçişin tetiklenmesine kadar geçen süreyi belirtmek için kullanılmıştır. Geçişler arası değişim süresinin önemsiz olduğu durumlarda T_s değeri gözardı edilebilir.

Çizelge 5.1’de yukarda belirtilen dört durum için elde edilen süreler karşılaştırmalı olarak gösterilmiştir. Buradaki süreler her bir model için beş adet geçiş tetiklenerek elde edilmiş ve toplam süreler çizelgede gösterilmiştir. Elde edilen sonuçlar eşit süreli geçişlerden oluşan P-MSN modelinin en uygun değere sahip olduğunu göstermektedir.

Çizelge 5.1. Geçiş süreleri için dört ayrı durum ve toplam süreler

Durumlar	Model	Geçiş süresi türü	Geçişlerin toplam süresi
Durum 1	C-MSN	Farklı	534
Durum 2	C-MSN	Eşit	221
Durum 3	P-MSN	Farklı	163
Durum 4	P-MSN	Eşit	76

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Sosyal ağlar genellikle çizge yapıları ile gösterilip modellenmektedir. Çizge yapıları statik yapılar olduğundan sosyal ağlardaki dinamikliği temsil etmekte yeterli olamamaktadırlar. Çizge yapıları ile oluşturulan sosyal ağ modellerinde bireyler ve bireyler arası ilişkiler gösterilirken düğümler ve kenarlar kullanılmakta olup bu ilişkileri analiz etmek için de bitişiklik ve komşuluk matrisleri kullanılmaktadır. Çizge yapısında bir birey tek bir düğümlerle gösterildiğinden dolayı bireyin sosyal ağdaki dinamik davranışlarını temsil etmekte yetersiz kalmaktadır. Bu nedenle sosyal ağlardaki kullanıcıların dinamik davranışlarını temsil etmek için Petri ağları kullanılabilir. Petri ağları grafiksel ve matematiksel bir yapı olup dinamik sistemlerin hareketlerini modellemek ve analiz etmekte kullanılmaktadırlar. Bu tez çalışması kapsamında sosyal ağlardaki bireylerin dinamik davranışlarının modellenmesi ve analizinde Petri ağları kullanılmıştır.

Sosyal ağlar Petri ağı ile modellenmiş ve elde edilen model İşaretli Sosyal Ağlar (Marked Social Networks, MSN) olarak tanımlanmıştır. İşaretli Sosyal Ağların da Paralel İşaretli Sosyal Ağlar (Parallel Social Networks, P-MSN) ve Eşzamanlı Sosyal Ağlar (Concurrent Social Networks, C-MSN) olmak üzere iki farklı modeli oluşturulmuştur. Elde edilen modeller üzerinde Petri ağının matematiksel analiz yöntemleri kullanılarak davranışsal ve yapısal özellikleri çıkarılmıştır. Petri ağları matematiksel yapılar olduğundan Petri ağı ile modellenebilen sistemlerin analizinde lineer cebir yöntemleri kullanılmaktadır. Bu çalışmada önerilen modeller üzerinde erişilebilirlik ağacı ile analiz ve matris denklemleri ile analiz olmak üzere iki analiz yöntemi kullanılmıştır. Erişilebilirlik ağacı algoritması ile modellerin erişilebilirlik ağacı oluşturularak ağdaki geçişlerin tetiklenmesi ile birlikte ulaşılacak durumlar ağaç üzerinde gösterilmiştir. Petri ağının yapısı büyüdükçe ağaç yapısı da karmaşık hale geleceğinden kullanıcı sayısının çok olduğu durumlarda erişilebilirlik ağacının kullanılması zorlaşmaktadır. Bu tür durumlarda matris denklemleri ile analiz yöntemi daha uygun olduğundan erişilebilirlik ağacı yerine lineer cebir denklemleri sayesinde ağ üzerindeki geçişlerin tetiklenmesi ile ulaşılacak yeni durumlar tespit edilebilmiştir. Bu analizler sayesinde kullanıcıların hareketleri sonrası erişilebilecek olası durumlar belirlenebilmektedir.

DeneySEL çalışmalar kapsamında P-MSN ve C-MSN modelleri farklı sayılarda kullanıcılara sahip sosyal ağ grupları oluşturularak bu gruplar üzerinde kullanıcı hareketleri analiz edilmiştir. Bu analizler sonucunda sosyal ağ grubundaki etkin bireyler, kullanıcıların veri

iletişim süresi, mesaj sayıları ve bekleme süreleri gibi sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca P-MSN ve C-MSN modelleri, geçişlerin tetiklenme süreleri ve bekleme süreleri bakımından analiz edilerek sonuçları karşılaştırılmıştır. P-MSN modelinin çalışma süresi olarak daha iyi sonuçlar verdiği ve gerçek hayat problemlerine daha uygun olduğu gözlemlenmiştir.

Tez kapsamında önerilen modellerin bir Petri ağında bulunması gereken temel özellikleri taşıdığı, Petri ağı modelinin çalışmasını engelleyen ölümcül kilitlenme (deadlock) gibi hataların oluşmadığı grlmştır.

Bu tez çalışmasında sosyal ağlar için genel bir matematiksel model önerilmiştir. Bu model farklı yapılarıdaki sosyal ağlara uyarlanıp analiz edilebilir. Çizge yapıları ile temsil edilen sosyal ağ modellerinde kullanıcıların dinamik davranışlarının gösterilmesi mümkün olmadığından Petri ağlarının kullanılmasının daha uygun olduğu grlmştır.

KAYNAKLAR

- Başkocagil, C. (2004). *Petri Ağlarının İncelenmesi ve Örnek Bir Kontrol Sistemine Uygulanması* (Yüksek Lisans Tezi). İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Barnes, J.A. (1954). Class and Committees in a Norwegian Island Parish, *Human Relations*, vol. 7, no. 1, pp. 39–58.
- Biddle, B.J. (1986). Recent developments in role theory, *Annual Review of Sociology*, vol:12, pp:67–92.
- Can, U., & Alataş, B. (2019). A new direction in social network analysis: Online social network analysis problems and applications, *Physica A*, doi.org/10.1016/j.physa.2019.122372.
- Celaya, J.R., Desrochers, A.A., & Graves, R.J. (2009). Modeling and analysis of multi-agent systems using petri nets, *Journal of Computers*, vol. 4, no. 10, pp. 981–996.
- Farias, D.I.H., & Rosso, P. (2016). *Irony, sarcasm, and sentiment analysis*, in: F.A. Pozzi, E. Fersini, E. Messina, B. Liu (Eds.), *Sentiment Analysis in Social Networks*, first ed., Morgan Kaufmann, 50 Hampshire Street, 5th Floor, Cambridge, MA 02139, United States, ISBN: 978-0-12-804412-4, 2016, pp. 113–119.
- Freeman, L.C. (1989). Social networks and the structure experiment, *Res. Methods Soc. Netw. Anal.*, pp. 11–40.
- Guille, A., Hacid, H., Favre, C., & Zighed, D. A. (2013). Information diffusion in online social networks. *ACM SIGMOD Record*, 42(1), 17. <https://doi.org/10.1145/2503792.2503797>
- Guo, Y., Lu, Z., Kuang, H., & Wang, C. (2020). Information avoidance behavior on social network sites: Information irrelevance, overload, and the moderating role of time pressure, *Information Processing and Management*, Article in Press, <https://doi.org/10.1016/j.ijinfomgt.2020.102067>.
- Gündüz, A. F., & Karadoğan, A. (2017). Community Detection in Social Media Network with Maximum Modularity Using Girvan-Newman Algorithm, *International Symposium on Multidisciplinary Studies and Innovative Technologies*, 222–225, Tokat, Turkey.

- İnce, K , & Karcı, A . (2019). Akademik işbirliklerinin yeni bir çizge olarak modellenmesi ve istatistiki analizi, *Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi* , 34 (1) , 439-460 . DOI: 10.17341/gazimmfd.416506
- Jensen, K. (1993). *An Introduction to the Theoretical Aspects of Coloured Petri Nets*, Lecture Notes In Computer Science; Vol. 803, Springer-Verlag London, UK.
- Karadeniz, E., & Karcı, A. (2016). Sosyal Ağlarda Alt Topluluk Belirleme ve Ortak Birey Tespiti, *International Artificial Intelligence and Data Processing Symposium (IDAP'16)*, pp:556-560, Malatya, Turkey.
- Karadoğan, A., & Karcı, A.(2019). Modeling Dynamically Behavior of Users in Social Networks using Petri Nets, *International Conference on data Science, Machine Learning and Statistics (DMS-2019)*, pp:65, Van, Turkey.
- Kaur, R., & Singh, S.(2016). A survey of data mining and social network analysis based anomaly detection techniques, *Egyptian Informatics Journal*, vol:17, pp:199-216.
- Khana, A., Golaba,L., Kargar, M., Szlichtac,J., & Zihayatb, M. (2019). Compact group discovery in attributed graphs and social networks, *Information Processing and Management*, vol:57, <https://doi.org/10.1016/j.ipm.2019.102054>.
- Kurumahmut, H.(2010). *Çok fonksiyonel zamanlı Petri ağları yazılımı* (Yüksek Lisans Tezi). İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul
- Li, K., Chen, L., Cui, Y., & Jin, Y. (2014). Micro blog topic propagation modeling based on timed Petri-Net, *CCIS 2014 - Proceedings of 2014 IEEE 3rd International Conference on Cloud Computing and Intelligence Systems*, 421–426. <https://doi.org/10.1109/CCIS.2014.7175772>
- Li, L., Zeng, W., Hong, Z., & Shou, L. (2016). Stochastic Petri Net-based performance evaluation of hybrid traffic for social networks system, *Neurocomputing*, vol:204, pp:3-7.
- Li, M., Wang, X., Gao, K., & Zhang, S. (2017). A Survey on Information Diffusion in Online Social Networks: Models and Methods, *Information*, 8(4), 118. <https://doi.org/10.3390/info8040118>

- Mohammad, S., Kiritchenko, S., Sobhani, P., Zhu, X., & Cherry, C. (2016). Semeval-2016 task 6: Detecting stance, in tweets, in: *Proceedings of the 10th International Workshop on Semantic Evaluation (SemEval-2016)*, San Diego, California, pp. 16–17.
- Mukherjee, S., & Bala, P.K. (2017). Sarcasm detection in microblogs using Naïve Bayes and fuzzy clustering, *Technology in Society*, vol:48, pp:19–27.
- Murata, T. (1989). Petri Nets: Properties, Analysis and Applications, *Proceedings of the IEEE*, vol. 77, no. 4, pp. 541–580.
- Pinna, A., Tonelli, R., Orrú, M., & Marchesi, M. (2018). A petri nets model for blockchain analysis, *The Computer Journal*, vol. 61, no. 9, pp. 1374–1388.
- Sattari, M., & Zamanifar, K. (2018). A spreading activation-based label propagation algorithm for overlapping community detection in dynamic social networks, *Data and Knowledge Engineering*, vol. 113, pp. 155-170, <https://doi.org/10.1016/j.datak.2017.12.003>
- Torky, M., Meligy, A., Ibrahim, H., & Hassanein, A.E. (2018). Colored Petri Net Model for Blocking Misleading Information Propagation in Online Social Networks. In: Hassanien A., Shaalan K., Gaber T., Tolba M. (eds) *Proceedings of the International Conference on Advanced Intelligent Systems and Informatics 2017. AISI 2017. Advances in Intelligent Systems and Computing*, vol 639. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-64861-3_56
- Tsapeli, F., Musolesi, M., & Tino, P. (2017). Non-parametric causality detection: An application to social media and financial data, *Physica A*, vol:483, pp:139-155.
- Vongsingthong, S., Boonkrong, S., & Unger, H. (2017). Modeling dynamic network structure in social networks, In *Proceedings of the 3rd International Conference on Communication and Information Processing (ICCIP '17)*. Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, 395–399. DOI:<https://doi.org/10.1145/3162957.3163019>
- Wang, Z., Wen, T., & Wu, W. (2015). Modeling and simulation of rumor propagation in social networks based on Petri net theory, *Proceedings of 2015 IEEE 12th International Conference on Networking, Sensing and Control* Howard Civil Service International House, Taipei, Taiwan, April 9-11.

- Wei, Y., Lin, Y., & Wu, B. (2019). Vaccinating dilemma on an evolving social network, *Journal of Theoretical Biology*, <https://doi.org/10.1016/j.jtbi.2019.08.009>
- Ye, A., Chen, Q., Xu, L., & Wu, W. (2018). The flexible and privacy-preserving proximity detection in mobile social network, *Future Generation Computer Systems*, vol:79, pp:271–283, <http://dx.doi.org/10.1016/j.future.2016.12.012>
- Yorulmaz, S. (2009). *Renkli Petri ağlarında erişilebilirlik ağacı ve P değişmezleri analizi* (Yüksek Lisans Tezi). İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Yılmaz, A. (2009). *Zamanlanmış Petri Ağlarında Erişilebilirlik Analizi* (Yüksek Lisans Tezi). İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Zarrinkalama, F., Kahani, M., & Bagheria, E. (2018). Mining user interests over active topics on social networks, *Information Processing and Management*, vol:54, pp:339-357, <https://doi.org/10.1016/j.ipm.2017.12.003>.
- Zhu, H., Wang, F., Lu, R., Liu, F., Fu, G., & Li, H. (2018). Efficient and privacy-preserving proximity detection schemes for social applications, *IEEE Internet of Things Journal*, 5(4), 2947-2957.

ÖZGEÇMİŞ

Ad-Soyad : Ahmet KARADOĞAN
Doğum Tarihi ve Yeri : 26.02.1988 - Malatya
E-posta : ahmet.karadogan@inonu.edu.tr

ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans** : 2010, Selçuk Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
- **Yüksek Lisans** : 2014, İnönü Üniversitesi, Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı, Bilgisayar Bilimleri
- **Doktora** : 2020, İnönü Üniversitesi, Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı, Bilgisayar Bilimleri

MESLEKİ DENEYİM:

- 3A Bilişim, Konya (2010-2010)
- Datatime Yazılım, Ankara (2010-2012)
- İnönü Üniversitesi, Malatya (2012-2020)

DOKTORA TEZİNDEN TÜRETİLEN ÇALIŞMALAR

Karadoğan, A., & Karcı, A. (2019). Modeling Dynamically Behavior of Users in Social Networks using Petri Nets, *International Conference on data Science, Machine Learning and Statistics (DMS-2019)*, pp:65.

Karadoğan, A., & Karcı, A. (2020). Sosyal ağların dinamik yapılar ile modellenmesi ve analizi, *2nd International Eurasian Conference on Science, Engineering and Technology (EurasianSciEnTech 2020)*, pp:827.

Karadoğan, A., & Karcı, A. (2020). Modeling and analysis of social networks based on Petri net theory, *Anatolian Journal of Computer Sciences*, 2548-1304.

