



GİRESUN
ÜNİVERSİTESİ



FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

***SP-BULANIK ESNEK ALT YARIGUPLAR VE
İDEALLER***

**MATEMATİK
ANABİLİM DALI**

Yüksek Lisans Tezi

Ülkü KARAKAYA

20152110034

Mayıs 2019

GİRESUN

**T.C.
GİRESUN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

***SP*-BULANIK ESNEK ALT YARIGRUPLAR VE
İDEALLER**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Ülkü KARAKAYA

Enstitü Anabilim Dalı : Matematik

Tez Danışmanı : Dr. Öğr. Üyesi Canan AKIN

Mayıs 2019

T.C.
GİRESUN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**SP-BULANIK ESNEK ALT YARIGUPLAR VE
İDEALLER**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Ülkü KARAKAYA

Enstitü Anabilim Dalı : Matematik

Bu tez 03/05/2019 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oybirliği ile kabul edilmiştir.



**Doç. Dr.
İmdat İŞCAN
Jüri Başkanı**



**Dr. Öğr. Üyesi
Şerife YILMAZ
Üye**



**Dr. Öğr. Üyesi
Canan AKIN
Üye**

**Doç. Dr.
Bahadır KOZ
Enstitü Müdürü**

BEYAN

Tez içindeki tüm verilerin akademik kurallar çerçevesinde tarafımdan elde edildiğini, görsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uygun şekilde sunulduğunu, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmadığını, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunulduğunu, tezde yer alan verilerin bu üniversite veya başka bir üniversitede herhangi bir tez çalışmasında kullanılmadığını beyan ederim.



Utku KARAKAYA

03/05/2019

TEŞEKKÜR

Tez çalışmalarımın tüm aşamalarında her türlü bilimsel desteği sağlayan ve yardımlarını esirgemeyen değerli hocam sayın Dr. Öğr. Canan AKIN'a sabırla yol gösterdiği için çok teşekkür ederim.

Ayrıca çalışmalarımnda manevi destek gösteren aileme ve arkadaşlarıma çok teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR	I
İÇİNDEKİLER	II
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ	III
ŞEKİLLER LİSTESİ	V
TABLolar LİSTESİ	VI
ÖZET	V II
SUMMARY	VIII
BÖLÜM 1.GİRİŞ.....	I
BÖLÜM 2.KAYNAK ARAŞTIRMASI	3
2.1. Yarıgruplar ve İdealler	3
2.2. Yarıgrupların Bulanık Alt Kümeleri.....	3
2.3. Esnek Kümeler	5
2.4. Bulanık Esnek Kümeler	7
BÖLÜM 3. ARAŞTIRMA BULGULARI	11
3.1. <i>SP</i> -Bulanık Esnek Alt Yarıgruplar ve İdealler.....	12
BÖLÜM 4. TARTIŞMA VE SONUÇ	29
KAYNAKLAR	30
ÖZGEÇMİŞ	

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

$\wedge$	: infimum operatörü
$\vee$	: supremum operatörü
U	: evrensel küme
$\mathcal{P}(U)$	: U nun güç kümesi
P	: tüm parametrelerin kümesi
S	: yarıgrup
$[0,1]$	: birim aralık
Λ	: indis kümesi
$F(S)$	: S nin tüm bulanık alt kümelerinin kümesi
f_t	: f bulanık kümesinin t -seviye alt kümesi
$\bigwedge_{i \in \Lambda} f_i$	: f_i bulanık alt küme ailesinin infimumu
$\bigvee_{i \in \Lambda} f_i$	: f_i bulanık alt küme ailesinin supremumu
χ_A	: A nın karakteristik fonksiyonu
$f \circ g$	: f ve g bulanık kümelerinin çarpımı
(U, P)	: parametreleri P den seçilmiş U üzerindeki esnek kümeler sınıfı
(S, P)	: parametreleri P den seçilmiş S üzerindeki esnek kümeler sınıfı
(F, A)	: esnek küme
$\bigcap_{i \in \Lambda} A_i$	: $\{A_i \mid i \in \Lambda\}$ parametre kümelerinin ailesinin kesişimi
$\bigcup_{i \in \Lambda} A_i$	: $\{A_i \mid i \in \Lambda\}$ parametre kümelerinin ailesinin birleşimi
$\prod_{i \in \Lambda} A_i$	: $\{A_i \mid i \in \Lambda\}$ parametre kümelerinin ailesinin çarpımı
$\bigcap_{i \in \Lambda}^r (F_i, A_i)$	: $\{(F_i, A_i) \mid i \in \Lambda\}$ esnek küme ailesinin kısıtlanmış kesişimi
$\bigcap_{i \in \Lambda}^e (F_i, A_i)$	: $\{(F_i, A_i) \mid i \in \Lambda\}$ esnek küme ailesinin genişletilmiş kesişimi
$\bigcup_{i \in \Lambda}^r (F_i, A_i)$	: $\{(F_i, A_i) \mid i \in \Lambda\}$ esnek küme ailesinin kısıtlanmış birleşimi
$\bigcup_{i \in \Lambda}^e (F_i, A_i)$	: $\{(F_i, A_i) \mid i \in \Lambda\}$ esnek küme ailesinin genişletilmiş birleşimi
$\bigwedge_{i \in \Lambda} (F_i, A_i)$	: $\{(F_i, A_i) \mid i \in \Lambda\}$ esnek küme ailesinin $\wedge$ -kesişimi
$\bigvee_{i \in \Lambda} (F_i, A_i)$	: $\{(F_i, A_i) \mid i \in \Lambda\}$ esnek küme ailesinin $\vee$ -birleşimi
$\prod_{i \in \Lambda} (F_i, A_i)$	: $\{(F_i, A_i) \mid i \in \Lambda\}$ esnek küme ailesinin çarpımı

(f, E)	: bulanık esnek küme
$(\widetilde{U, P})$	: parametreleri P den seçilmiş U üzerindeki bulanık esnek kümeler sınıfı
(F_α, E)	: (f, E) bulanık esnek kümesinin α -seviye kümesi
$\cong$	: bulanık esnek alt küme operatörü
$\widetilde{\cap}_{i \in \Lambda}(f_i, E_i)$	: $\{(f_i, E_i) \mid i \in \Lambda\}$ bulanık esnek küme ailesinin kısıtlanmış kesişimi
$\widetilde{\cap}_{i \in \Lambda}^e(f_i, E_i)$	: $\{(f_i, E_i) \mid i \in \Lambda\}$ bulanık esnek küme ailesinin genişletilmiş kesişimi
$\widetilde{\cup}_{i \in \Lambda}(f_i, E_i)$	: $\{(f_i, E_i) \mid i \in \Lambda\}$ bulanık esnek küme ailesinin kısıtlanmış birleşimi
$\widetilde{\cup}_{i \in \Lambda}^e(f_i, E_i)$	: $\{(f_i, E_i) \mid i \in \Lambda\}$ bulanık esnek küme ailesinin genişletilmiş birleşimi
$\widetilde{\wedge}_{i \in \Lambda}(f_i, E_i)$	: $\{(f_i, E_i) \mid i \in \Lambda\}$ bulanık esnek küme ailesinin $\wedge$ -kesişimi
$\widetilde{\vee}_{i \in \Lambda}(f_i, E_i)$	: $\{(f_i, E_i) \mid i \in \Lambda\}$ bulanık esnek küme ailesinin $\vee$ -birleşimi
$\widetilde{\prod}_{i \in \Lambda}(f_i, E_i)$	: $\{(f_i, E_i) \mid i \in \Lambda\}$ bulanık esnek küme ailesinin çarpımı
$(f, E)^c$	: (f, E) bulanık esnek kümesinin tümleyeni

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 3.1. Motivasyon	11
Şekil 3.2. Üzerinde çalışılan sınıf	12

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 2.1. (F, E) esnek kümesinin tablosu	6
---	---

SP-BULANIK ESNEK ALT YARIGRUPLAR VE İDEALLER

ÖZET

Bu tezde, bir U evrensel kümesi ve bir P parametre kümesi ile (U, P) bir esnek sınıf ve $(\widetilde{U}, \widetilde{P})$ bir bulanık esnek sınıf olmak üzere, yeni bir kavram olarak, (U, P) sınıfındaki bir esnek kümenin $(\widetilde{U}, \widetilde{P})$ sınıfının bir üyesi olan UP -bulanık esnek alt kümesi tanımı verilmiştir. Bir esnek kümenin bir UP -bulanık esnek alt kümesinin tümleyeni ve α -seviye esnek kümesi gibi bazı temel kavramlar tanımlanmıştır. Ayrıca UP -bulanık esnek alt kümelerinin kısıtlanmış birleşim ve kısıtlanmış kesişim için De Morgan kurallarını sağladığı gösterilmiştir. Dahası bu tezde, evrensel küme olarak bir S yarıgrubunu alarak bir esnek kümenin SP -bulanık esnek alt yarıgrubu ve SP -bulanık esnek sol (sağ, bi-, quasi, interior) ideali olarak adlandırılan bazı yeni cebirsel yapılar tanıtılmıştır. SP -bulanık esnek alt yarıgrupların ve SP -bulanık esnek sol (sağ, bi-, quasi, interior) ideallerin ailelerinin kısıtlanmış ve genişletilmiş kesişimlerinin ve çarpımlarının bazı temel özellikleri incelenmiştir. Üstelik bu tezde gösterilmiştir ki bir esnek kümenin SP -bulanık esnek alt kümesinin α -seviye esnek alt kümesi her $\alpha \in [0,1]$ için bir esnek alt yarıgruptur ancak ve ancak bu SP -bulanık esnek alt küme ilgili esnek kümenin SP -bulanık esnek alt yarıgrubudur.

Anahtar kelimeler: (Bulanık) esnek küme, UP -bulanık esnek alt küme, SP -bulanık esnek alt yarıgrup

SP-FUZZY SOFT SUBSEMIGROUPS AND IDEALS

SUMMARY

In this thesis, a definition of UP -fuzzy soft subset of a soft set on the class (U, P) is introduced as a new concept which is a member of the class $(\widetilde{U}, \widetilde{P})$, where $(\widetilde{U}, \widetilde{P})$ denotes the fuzzy soft class and (U, P) denotes the soft class with the universal set U and the set of parameters P . We give some basic definitions such as complement and α -level soft set of a UP -fuzzy soft subset of a soft set. It is also demonstrated that UP -fuzzy soft subsets provide De Morgan rules for restricted union and restricted intersection. Furthermore, considering a semigroup S as an universal set, in this thesis, we present some new algebraic notions which are called SP -fuzzy soft subsemigroup and SP -fuzzy soft left (right, bi-, quasi, interior) ideal of a soft semigroup. We examine some basic properties such as restricted intersection, extended intersection and product of the families of SP -fuzzy soft subsemigroups and SP -fuzzy soft left (right, bi-, quasi, interior) ideals. Moreover it is indicated that an α -level soft set of a SP -fuzzy soft subset of a soft set is a soft subsemigroup for all $\alpha \in [0,1]$ if and only if the SP -fuzzy soft subset is a SP -fuzzy soft subsemigroup of related soft set.

Keywords: (Fuzzy) soft set, UP -fuzzy soft subset, SP -fuzzy soft subsemigroup

BÖLÜM 1. GİRİŞ

Günlük yaşamımızda birçok kez belirsizlik içeren durumlarla karşılaşırız. Örneğin, “Hangi evler ucuzdur?” veya “Hangi evler ne kadar ucuzdur?” gibi soruların cevapları kişilere, zamana veya olaylara göre değişkenlik gösterebilir. Satın alacağımız evleri “çok ucuz, ucuz, pahalı veya çok pahalı” gibi sıfat tamlamalarıyla ifade etmeye çalışabiliriz. Burada akla gelen sorulardan biri “Kime göre ucuz veya pahalı ev?” olabilir. Satın alacağımız evlerde aradığımız “ucuz, güzel, bahçeli, iyi bir çevrede bulunan, havuzlu” gibi sıfatlar bulunabilir. Burada aklımıza gelen soru “Hangi evi almam iyidir?” olabilir. Bu tür durumlarda insanlarda doğal olarak bulunan sağduyu yol göstericidir. Böylece yaşamımızda belirsizlik veya bilgi eksikliği hissetmeyebiliriz. Zihinlerimizin karmaşık yapısı, duyularımız ve hislerimiz karşılaşılabileceğimiz bu tür bilgi eksikliği veya belirsizliklerle başa çıkmada doğal olarak bizleri yönlendirir. Buna rağmen bu yönlendirme her zaman çok yeterli olmayabilir ve kesin (genel-geçer) bilgilerin varlığına ihtiyaç duyarız. Bilim ve teknolojiye eksik veya belirsiz bilgileri kesin bilgilere dönüştürmemiz gerekebilir. Örneğin, bilgisayarlar insanların sadece sağduyusunu kullanarak karar verdikleri “soğuk hava, ucuz ev, sıcak su, güzel çiçek” gibi değer yargılarını anlayabilecek şekilde çalışmazlar. Bu tür bilgileri matematik yardımıyla işlemek kaçınılmazdır.

Bazı türden belirsizlik problemlerini çözebilmek için çeşitli teoriler ortaya atılmıştır. 1965’te Zadeh [1] tarafından ortaya atılan bulanık küme teorisinde “çok ucuz, ucuz, pahalı veya çok pahalı” gibi kavramların belirsizliklerini nesneleri derecelendirme yolu ile giderilir. 1982’de Pawlak [2] tarafından ortaya atılan kaba(yaklaşımlı) küme teorisinde “Hangi evler ucuzdur?” türünden belirsizlikler bir denklik bağıntısı yardımıyla nesneler için oluşturulan bir sınır bölgesi sayesinde giderilir. 1999’da Molodtsov [3] tarafından ortaya atılan esnek (soft) küme teorisi “Hangi evi almam iyidir?” türünden bir belirsizliği gidermeye çalışmaktadır. Burada evlerde bulunan tüm özellikler parametreler olarak düşünülür ve bir fonksiyon yardımıyla her bir parametre o özelliğe sahip olduğu düşünülen evlerden oluşan kümelere taşınır.

Böylece aranan evin ayırt edilmesi kolaylaşır. Bu teorileri klasik küme teorisinin bir çeşit genelleştirilmesi olarak düşünmek mümkündür. Araştırmacılar, karşılaştıkları çeşitli problemlerdeki belirsizliklerin türüne göre bu teorilerden yararlanırlar. Bazı belirsizliklerle başa çıkmada bu teorilerden aynı anda yararlanılabilir.

Bu tezin temel konusu olan esnek küme teorisinin ilk örneklerini Molodtsov ilk makalesinde açıklamış ve teorisinin diğer teorilerle ilişkilerini incelediği çeşitli uygulamalara yer vermiştir. Maji ve arkadaşları [4], esnek alt küme ve iki esnek kümenin eşitliği, kesişimi, birleşimi, tümleyeni gibi esnek küme teorisinin temel kavramları ile null esnek küme ve absolute esnek küme kavramlarını tanıtmıştır. Ali ve arkadaşları [5] 'te Maji ve arkadaşlarının bazı sonuçlarını değerlendirmişler ve yeni fikirler vermişlerdir. 2001 yılında Maji ve arkadaşları [6] bulanık esnek kümeler kavramını tanıtmıştır. Yang ve arkadaşları [7] bulanık esnek kümeler kavramı üzerine çeşitli katkılar sağlamışlardır. Ahmad ve Kharal [8], Yang ve arkadaşlarının çalışmalarını tartışmış ve bulanık esnek işlemleri tanımlamışlardır. Esnek kümelerin cebirsel yapılara uygulanması birçok araştırmacının dikkatini çekmiştir. Ali ve arkadaşları [9] bir yarıgrup üzerinde esnek ideallerin, esnek quasi ideallerin ve esnek bi-ideallerin bazı özelliklerini araştırmışlardır. Feng ve arkadaşları [10] esnek bağıntıları yarıgruplara uygulamıştır. Bulanık esnek yarıgrup ve bulanık esnek (sol, sağ) ideal kavramları Yang [11] tarafından verilmiştir. Kazancı ve Yılmaz [12], ε - esnek küme ve q -esnek küme kavramlarını tanıtmışlardır.

Bu tez çalışmasında bulanık kümelerin tanımından ilhamla yeni bir kavram olarak bir soft kümenin bulanık soft alt kümesi kavramı tanıtılmaktadır. Bir esnek yarıgrupun SP -bulanık esnek alt yarı grubu ve SP -bulanık esnek sol (sağ, bi-, quasi, interior) ideali olarak adlandırdığımız bazı yeni cebirsel kavramlar tanımlanmıştır.

BÖLÜM 2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

Bu bölümde bilinen ve tezin anlaşılmasında okuyucuya gerekli bazı yapılar, kavramlar ve tanımlar verilmiştir.

2.1. Yarıgruplar ve İdealler

S bir yarıgrup olsun. S yarı grubunun boş olmayan A ve B alt kümeleri için AB kümesi $\{ab|a \in A, b \in B\}$ olarak tanımlanır. $A = \emptyset$ veya $B = \emptyset$ ise $AB = \emptyset$ dir. S nin $A^2 \subseteq A$ olacak şekildeki boş olmayan bir A alt kümesine S nin alt grubu denir. S nin $SA \subseteq A$ ($AS \subseteq A$) olacak şekildeki boş olmayan bir A alt kümesine S nin sol (sağ) ideali denir. S nin hem sol hem de sağ ideali olan boş olmayan bir alt kümesine S nin iki taraflı ideali (veya ideali) denir. S nin $ASA \subseteq A$ olacak şekildeki boş olmayan bir A alt kümesine S nin genelleştirilmiş bi-ideali denir. A, S nin bir alt yarı grubu olmak üzere $ASA \subseteq A$ ise A ya S nin bir bi-ideali denir. S nin $SA \cap AS \subseteq A$ olacak şekildeki bir alt kümesine S nin quasi ideali denir. A, S nin bir sol (sağ, iki taraflı veya quasi) idealiyse, A, S nin bir bi-idealidir. A, S nin boş olmayan bir alt kümesi ve $SAS \subseteq A$ ise A ya, S nin interior ideali denir. A, S nin quasi ideali ise A, S nin alt yarı grubudur. (Bakınız: [13,14,15])

2.2. Yarıgrupların Bulanık Alt kümeleri

S boştan farklı bir küme olsun, S den $[0,1]$ aralığına tanımlanan f fonksiyonuna S nin bir bulanık alt kümesi denir. S nin tüm bulanık alt kümelerinin kümesi $F(S)$ ile gösterilir. Bulanık küme teorisi [1] tanıtıldığı tarihten itibaren tüm dünyada geniş yankılar bulmuştur ve uzantıları hala birçok araştırmaya tabidir [8, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22]. Bulanık kümelerle ve bulanık cebirsel yapılarla ilgili temel bilgiler [1,14, 15, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29] kaynaklarından edinilebilir. f ile g , S nin bulanık alt kümeleri olsun, $\forall a \in S$ için $f(a) \leq g(a)$ ise f, g nin alt kümesidir ve bu durum $f \leq g$ olarak gösterilir. $t \in [0,1]$ için $f_t = \{a \in S \mid t \leq f(a)\}$ kümesine f nin seviye

kümesi denir. f ve g , S nin iki bulanık alt kümesi ve $(f_i)_{i \in \Lambda}$, S nin bulanık alt kümelerinin bir ailesi olsun. $\bigvee_{i \in \Lambda} f_i$ ve $\bigwedge_{i \in \Lambda} f_i$ bulanık alt kümeleri her $x \in S$ için

$$\left(\bigvee_{i \in \Lambda} f_i \right)(x) = \bigvee_{i \in \Lambda} f_i(x)$$

$$\left(\bigwedge_{i \in \Lambda} f_i \right)(x) = \bigwedge_{i \in \Lambda} f_i(x)$$

olarak tanımlanır. A , S nin alt kümesi olmak üzere,

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$$

şeklinde tanımlanan χ_A ya A nin karakteristik fonksiyonu denir. $f \circ g$ bulanık alt kümesi her $x \in S$ için

$$(f \circ g)(x) = \begin{cases} \bigvee_{x=a.b} f(a) \wedge g(b), & \exists a, b \in S \text{ ve } x = ab \\ 0, & \text{diğer} \end{cases}$$

olarak tanımlanır. $f \circ g$ ye f ile g nin çarpımı denir.

Tanım 2.2.1. S bir yarıgrup ve f , S nin bulanık bir alt kümesi olsun. Bu takdirde

- i. f ye, S nin bulanık alt yarıgrubu denir: $\Leftrightarrow$ Her $a, b \in S$ için $f(ab) \geq f(a) \wedge f(b)$ dir.
- ii. f ye, S nin bulanık sol (sağ) ideali denir : $\Leftrightarrow$ Her $a, b \in S$ için $f(ab) \geq f(b)$ ($f(ab) \geq f(a)$) dir. f ye, S nin ideali denir: $\Leftrightarrow f$, S nin sağ ve sol idealidir.
- iii. f ye, S nin bulanık genelleştirilmiş bi-ideali denir : $\Leftrightarrow$ Her $a, b, c \in S$ için $f((ab)c) \geq f(a) \wedge f(c)$ dir.
- iv. f ye, S nin bulanık bi-ideali denir: $\Leftrightarrow f$, S nin bulanık alt yarıgrubu ve bulanık genelleştirilmiş bi-idealidir.
- v. f ye, S nin bulanık quasi ideali denir: $\Leftrightarrow$ Her $a, b, c \in S$ için $(f \circ 1) \wedge (1 \circ f) \leq f$ dir.

- vi. f ye, S nin bulanık interior ideali denir: $\Leftrightarrow$ Her $a, b, c \in S$ için $f((ac)b) \geq f(x)$ dir.

2.3. Esnek kümeler

Esnek küme teorisi özellikle bilgisayar uygulamalarında çokça kullanılır. Belirsizlik durumlarını parametrelendirme yoluyla modellemeyi ve karar vermeyi sağlar.

Tanım 2.3.1. [3] U bir evrensel küme, P parametreler kümesi ve $A \subseteq P$ olsun. Bu takdirde $F: A \rightarrow \mathcal{P}(U)$ bir fonksiyon olmak üzere (F, A) çiftine U üzerinde bir esnek küme denir. Burada $\mathcal{P}(U)$, U nun güç kümesidir.

Örnek 2.3.2. [3] U , üzerinde düşünülen evlerin kümesi, E parametrelerin kümesi olsun. Her bir parametre bir kelime ya da bir cümle olarak verilebilir. $E = \{pahalı; güzel; ucuz; ahşap; bahçeli\}$ olsun. Bu durumda esnek kümenin anlamı pahalı evler, güzel evler, ahşap evler şeklinde tanımlanabilir. (F, E) esnek kümesi, bay X in alacağı ev için “evlerin çekiciliği” ni gösteren kümedir.

U evrensel kümesi 6 evden oluşsun; $U = \{h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6\}$ ve kısalık için $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$ olsun. Yani e_1, e_2, e_3, e_4, e_5 parametrelerine sırayla pahalı, güzel, ahşap, ucuz ve bahçeli özellikleri karşılık gelsin. $F(e_1) = \{h_2, h_4\}, F(e_2) = \{h_1, h_3\}, F(e_3) = \{h_3, h_4, h_5\}, F(e_4) = \{h_1, h_3, h_5\}, F(e_5) = \{h_1\}$ olsun. O zaman (F, E) esnek kümesi;

$(F, E) = \{(e_1, \{h_2, h_4\}), (e_2, \{h_1, h_3\}), (e_3, \{h_3, h_4, h_5\}), (e_4, \{h_1, h_3, h_5\}), (e_5, \{h_1\})\}$ şeklinde yazılır. Tablo 2.3. (F, E) esnek kümesinin tablosu aşağıda verilmiştir.

Tablo 2.1. (F, E) esnek kümesinin tablosu [3].

U	$Pahalı$	$Güzel$	$Ahşap$	$Ucuz$	$Bahçeli$
h_1	0	1	0	1	1
h_2	1	0	0	0	0
h_3	0	1	1	1	0
h_4	1	0	1	0	0
h_5	0	0	1	1	0
h_6	0	0	0	0	0

Tanım 2.3.3. [30] (U, P) çifti, $\{(F, A) | A \subseteq P, F: A \rightarrow \mathcal{P}(U) \text{ fonksiyondur}\}$ kümesi olarak tanımlanır ve (U, P) ye esnek sınıf denir.

Tanım 2.3.4. [3] $(F, A), (G, B) \in (U, P)$ olsun.

1. $A \subseteq B$,

2. Her $x \in A$ için $F(x) \subseteq G(x)$

ise $(F, A), (G, B)$ nin esnek alt kümesidir ve bu durum $(F, A) \subseteq (G, B)$ ile gösterilir.

Tanım 2.3.5. [5, 31, 32, 33] $\{(F_i, A_i) | i \in \Lambda\} \subseteq (U, P)$ esnek kümelerin bir ailesi olsun.

1. $\bigcap_{i \in \Lambda} A_i \neq \emptyset$ olmak üzere $\{(F_i, A_i) | i \in \Lambda\}$ ailesinin kısıtlanmış kesişimi (F, A) esnek kümesi olsun. Bu takdirde (F, A) ; $A = \bigcap_{i \in \Lambda} A_i$ ve $\forall x \in A$ için $F(x) = \bigcap_{i \in \Lambda} F_i(x)$ olarak tanımlanır ve $\bigcap_{i \in \Lambda}^r (F_i, A_i)$ ile gösterilir.

2. $\{(F_i, A_i) | i \in \Lambda\}$ ailesinin genişletilmiş kesişimi (F, A) esnek kümesi olsun. Bu takdirde (F, A) ; $A = \bigcup_{i \in \Lambda} A_i$ ve $\forall x \in A$ için $F(x) = \bigcap_{i \in \Lambda(x)} F_i(x)$ olarak tanımlanır ve $\bigcap_{i \in \Lambda}^e (F_i, A_i)$ ile gösterilir. Burada $\Lambda(x) = \{i | x \in A_i\}$ dir.

3. $\bigcap_{i \in \Lambda} A_i \neq \emptyset$ olmak üzere $\{(F_i, A_i) | i \in \Lambda\}$ ailesinin kısıtlanmış birleşimi (F, A) esnek kümesi olsun. Bu takdirde (F, A) ; $A = \bigcap_{i \in \Lambda} A_i$ ve $\forall x \in A$ için $F(x) = \bigcup_{i \in \Lambda} F_i(x)$ olarak tanımlanır ve $\bigcup_{i \in \Lambda}^r (F_i, A_i)$ ile gösterilir.

4. $\{(F_i, A_i) | i \in \Lambda\}$ ailesinin genişletilmiş birleşimi (F, A) esnek kümesi olsun. Bu takdirde (F, A) ; $A = \bigcup_{i \in \Lambda} A_i$ ve $\forall x \in A$ için $F(x) = \bigcup_{i \in \Lambda(x)} F_i(x)$ olarak tanımlanır ve $\bigcup_{i \in \Lambda} (F_i, A_i)$ ile gösterilir.

Tanım 2.3.6. [4, 31, 32, 33] $\{(F_i, A_i) | i \in \Lambda\} \subseteq (U, P)$ esnek kümelerin ailesi olsun.

1. $\{(F_i, A_i) | i \in \Lambda\}$ ailesinin $\wedge$ -kesişimi (F, A) esnek kümesi olsun. Bu takdirde (F, A) ; $A = \bigcap_{i \in \Lambda} A_i$ ve $\forall (x_i)_{i \in \Lambda} \in A$ için $F((x_i)_{i \in \Lambda}) = \bigcap_{i \in \Lambda} F_i(x_i)$ olarak tanımlanır ve $\bigwedge_{i \in \Lambda} (F_i, A_i)$ ile gösterilir.
2. $\{(F_i, A_i) | i \in \Lambda\}$ ailesinin $\vee$ -birleşimi (F, A) esnek kümesi olsun. Bu takdirde (F, A) ; $A = \bigcap_{i \in \Lambda} A_i$ ve $\forall (x_i)_{i \in \Lambda} \in A$ için $F((x_i)_{i \in \Lambda}) = \bigcup_{i \in \Lambda} F_i(x_i)$ olarak tanımlanır ve $\bigvee_{i \in \Lambda} (F_i, A_i)$ ile gösterilir.
3. $\{(F_i, A_i) | i \in \Lambda\}$ ailesinin çarpımı (F, A) esnek kümesi olsun. Bu takdirde (F, A) ; $A = \bigcap_{i \in \Lambda} A_i$ ve $\forall (x_i)_{i \in \Lambda} \in A$ için $F((x_i)_{i \in \Lambda}) = \prod_{i \in \Lambda} F_i(x_i)$ olarak tanımlanır ve $\prod_{i \in \Lambda} (F_i, A_i)$ ile gösterilir.

Tanım 2.3.7. [11] $(F, A) \in (S, P)$ bir esnek küme olsun.

1. (F, A) , S üzerinde esnek yarıgruptur: $\Leftrightarrow$ Her $x \in A$ için $F(x)$, S 'nin alt yarıgrubudur.
2. (F, A) , S üzerinde esnek sol (sağ) idealdir: $\Leftrightarrow$ Her $x \in A$ için $F(x)$, S 'nin sol(sağ) idealidir.
3. (F, A) , S üzerinde esnek genelleştirilmiş bi-idealdir: $\Leftrightarrow$ Her $x \in A$ için $F(x)$, S 'nin genelleştirilmiş bi-idealidir.
4. (F, A) , S üzerinde esnek interior idealdir: $\Leftrightarrow$ Her $x \in A$ için $F(x)$, S 'nin interior idealidir.
5. (F, A) , S üzerinde esnek quasi idealdir: $\Leftrightarrow$ Her $x \in A$ için $F(x)$, S 'nin quasi idealidir.

2.4. Bulanık esnek kümeler

Tanım 2.4.1. [6] U bir evrensel küme, P bir parametreler kümesi ve $E \subseteq P$ olsun. Bu takdirde $f: E \rightarrow F(U)$ bir dönüşüm olmak üzere (f, E) çifti, U üzerinde bir bulanık esnek küme olarak adlandırılır. $(\widetilde{U}, P)$ çifti, parametrelerin P den seçildiği ve

U üzerindeki tüm bulanık esnek kümelerin koleksiyonunu belirtir ve bir bulanık esnek sınıf olarak adlandırılır [8,30]. Bu tezde evrensel küme olarak S yarıgrubu alınarak $(\widetilde{U}, P)$ esnek sınıfı üzerinde çalışılmaktadır.

Tanım 2.4.2. [16] (f, E) , S üzerinde bulanık esnek küme ve $\alpha \in [0,1]$ olsun. Her $a \in E$ için $f_\alpha(a) = \{x \in S \mid \alpha \leq f(a)(x)\}$ olarak tanımlanan (f_α, E) esnek kümesine (f, E) nin α -seviye kümesi denir ve $(f, E)_\alpha$ ile gösterilir.

Tanım 2.4.3. [6] (f, E) ve (g, H) , S üzerinde bulanık esnek kümeler olsun.

1. $E \subseteq H$,
2. Her $a \in E$ için $f(a) \leq g(a)$,

ise (f, E) , (g, H) nin bulanık esnek alt kümesidir ve bu durum $(f, E) \subseteq (g, H)$ ile gösterilir.

Tanım 2.4.4. [4, 6, 8] $\{(f_i, E_i) \mid i \in \Lambda\} \subseteq (\widetilde{S}, P)$ bulanık esnek kümelerin bir ailesi olsun.

1. $\bigcap_{i \in \Lambda} E_i \neq \emptyset$ olmak üzere $\{(f_i, E_i) \mid i \in \Lambda\}$ ailesinin kısıtlanmış kesişimi (f, E) bulanık esnek kümesi olsun. Bu takdirde (f, E) ; $E = \bigcap_{i \in \Lambda} E_i$ ve $\forall x \in E$ için $f(x) = \bigwedge_{i \in \Lambda} f_i(x)$ olarak tanımlanır ve $\widetilde{\bigcap}_{i \in \Lambda} (f_i, E_i)$ ile gösterilir.
2. $\{(f_i, E_i) \mid i \in \Lambda\}$ ailesinin genişletilmiş kesişimi (f, E) bulanık esnek kümesi olsun. Bu takdirde (f, E) ; $E = \bigcup_{i \in \Lambda} E_i$ ve $\forall x \in E$ için $f(x) = \bigwedge_{i \in \Lambda(x)} f_i(x)$ olarak tanımlanır ve $\widetilde{\bigcap}_{i \in \Lambda}^e (f_i, E_i)$ ile gösterilir.
3. $\bigcap_{i \in \Lambda} E_i \neq \emptyset$ olmak üzere $\{(f_i, E_i) \mid i \in \Lambda\}$ ailesinin kısıtlanmış birleşimi (f, E) bulanık esnek kümesi olsun. Bu takdirde (f, E) ; $E = \bigcap_{i \in \Lambda} E_i$ ve $\forall x \in E$ için $f(x) = \bigvee_{i \in \Lambda} f_i(x)$ olarak tanımlanır ve $\widetilde{\bigcup}_{i \in \Lambda}^r (f_i, E_i)$ ile gösterilir.
4. $\{(f_i, E_i) \mid i \in \Lambda\}$ ailesinin genişletilmiş birleşimi (f, E) bulanık esnek kümesi olsun. Bu takdirde (f, E) ; $E = \bigcup_{i \in \Lambda} E_i$ ve $\forall x \in E$ için $f(x) = \bigvee_{i \in \Lambda(x)} f_i(x)$ olarak tanımlanır ve $\widetilde{\bigcup}_{i \in \Lambda}^e (f_i, E_i)$ ile gösterilir.

Tanım 2.4.5. [6,18] $\{(f_i, E_i) \mid i \in \Lambda\} \subseteq (\widetilde{S}, P)$ bulanık esnek kümelerin bir ailesi olsun.

1. $\{(f_i, E_i) \mid i \in \Lambda\}$ ailesinin $\wedge$ -kesişimi (f, E) bulanık esnek kümesi olsun. Bu takdirde (f, E) ; $E = \prod_{i \in \Lambda} E_i$ ve $\forall (x_i)_{i \in \Lambda} \in E$ için $\bigwedge_{i \in \Lambda} f_i(x_i)$ olarak tanımlanır ve $\tilde{\bigwedge}_{i \in \Lambda} (f_i, E_i)$ ile gösterilir.
2. $\{(f_i, E_i) \mid i \in \Lambda\}$ ailesinin $\vee$ -birleşimi (f, E) bulanık esnek kümesi olsun. Bu takdirde (f, E) ; $E = \prod_{i \in \Lambda} E_i$ ve $\forall (x_i)_{i \in \Lambda} \in E$ için $f((x_i)_{i \in \Lambda}) = \bigvee_{i \in \Lambda} f_i(x_i)$ olarak tanımlanır ve $\tilde{\bigvee}_{i \in \Lambda} (f_i, E_i)$ ile gösterilir.
3. $\{(f_i, E_i) \mid i \in \Lambda\}$ ailesinin çarpımı (f, E) bulanık esnek kümesi olsun. Bu takdirde (f, E) ; $E = \prod_{i \in \Lambda} E_i$ ve $\forall (x_i)_{i \in \Lambda} \in E$ için $f((x_i)_{i \in \Lambda}) = \bigvee_{J \subseteq \Lambda, J \text{ sonlu}} (\bigwedge_{j \in J} f_j(x_j))$ olarak tanımlanır ve $\tilde{\prod}_{i \in \Lambda} (f_i, E_i)$ ile gösterilir.

Tanım 2.4.6. [18] $(f, E_1), (g, E_2) \in (\widetilde{S, P})$ bulanık esnek kümeler olsun. Bu kümelerin bulanık çarpımı $(f, E_1) \widetilde{\times} (g, E_2)$ şeklinde gösterilen $C = E_1 \times E_2$, her $a \in E_1, b \in E_2$ için $h(a, b) = f(a) \circ g(b)$ olarak tanımlanan (h, C) bulanık esnek kümesidir.

Tanım 2.4.7. [11] $(f, E) \in (\widetilde{S, P})$ bir bulanık esnek küme olsun. (f, E) ye S üzerinde bulanık esnek yarıgrup denir ancak ve ancak her $a \in E$ için $f(a)$, S nin bulanık alt yarıgrupudur.

Tanım 2.4.8. [11] $(f, E) \in (\widetilde{S, P})$ bir bulanık esnek küme olsun. (f, E) ye S üzerinde bulanık esnek sol (sağ) ideal denir ancak ve ancak her $a \in E$ için $f(a)$, S nin bulanık sol (sağ) idealidir.

Tanım 2.4.9. [11] $(f, E) \in (\widetilde{S, P})$ bir bulanık esnek küme olsun. (f, E) ye S üzerinde bulanık esnek ideal denir ancak ve ancak (f, E) , S üzerinde hem bulanık esnek sol ideal hem de bulanık esnek sağ idealdir.

Tanım 2.4.10. [34] $(f, E) \in (\widetilde{S, P})$ bir bulanık esnek küme olsun.

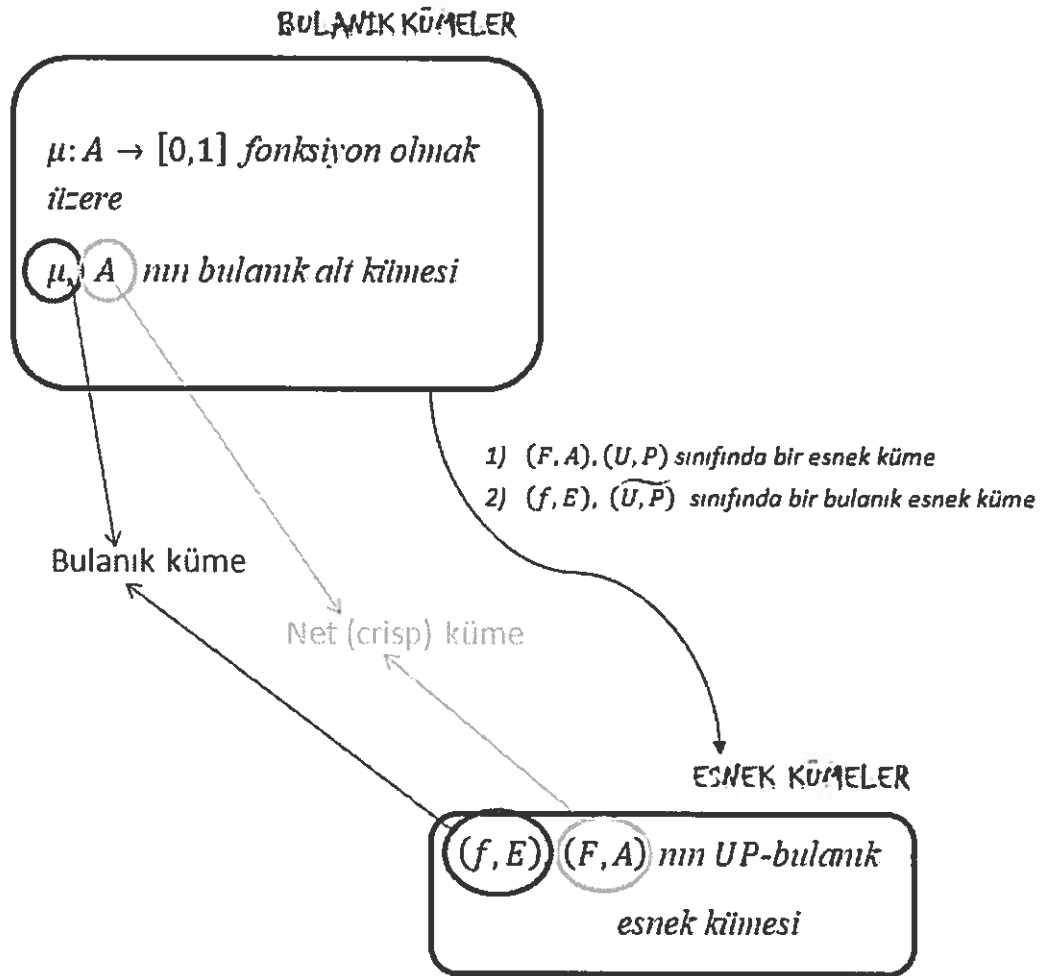
1. (f, E) ye S üzerinde bulanık esnek genelleştirilmiş bi-ideal denir ancak ve ancak her $a \in E$ için $f(a)$, S nin bulanık genelleştirilmiş bi-idealidir.

2. (f, E) ye S üzerinde bulanık esnek quasi idealdir ancak ve ancak her $a \in E$ için $f(a)$, S nin bulanık quasi idealidir.
3. (f, E) ye S üzerinde bulanık esnek interior idealdir ancak ve ancak (f, E) , S nin bulanık interior idealidir.

BÖLÜM 3. ARAŞTIRMA BULGULARI

μ , A nın bir üyelik fonksiyonu olsun. Bu takdirde A , “net” bir kümedir, ancak μ , “bulanık” bir kavram olarak düşünülür ve μ ye, A nın bir bulanık alt kümesi denir.

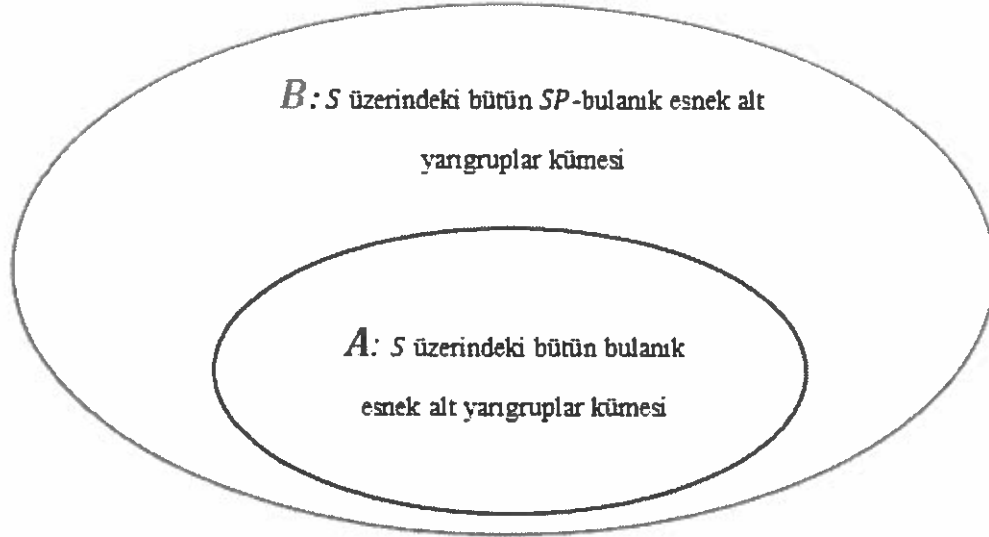
Bu tezdeki motivasyon aşağıdaki şekilde görselleştirilmiştir.



Şekil 3.1. Motivasyon

Bu husustan hareketle, Tanım 3.1.1. de bu teze temel olarak klasik bir esnek kümenin bulanık alt kümesi kavramı önerilmiştir. Bu tezde evrensel küme olarak S yarıgrubu alınmış ve (S, P) esnek ile $(\widetilde{S}, \widetilde{P})$ bulanık esnek sınıfları üzerinde çalışılmıştır. A ile

S nin tüm bulanık esnek alt yarıgruplarının kümesi ve B ile de S nin tüm SP -bulanık esnek alt yarıgruplarının kümesi gösterilsin ve $(f, E) \in A$ olsun. Bu takdirde her $e \in E$ için $f(e)$, S nin bulanık alt yarı grubudur. Her $e \in E$ için $F(e) = S$ olarak tanımlanırsa (F, E) , S nin esnek alt yarı grubudur. Her $e \in E$ için $f(e)$, $F(e)$ nin bulanık alt yarı grubu olduğundan (f, E) , (F, E) nin SP -bulanık esnek alt yarı grubudur. Böylece $(f, E) \in B$ elde edilir. Bu tez çalışmasında, S üzerindeki bulanık esnek alt yarıgrupların sınıfı yerine daha geniş bir sınıf olan S üzerindeki SP -bulanık esnek alt yarıgrupların sınıfında çalışılmıştır.



Şekil 3.2. Üzerinde çalışılan sınıf

3.1. SP -Bulanık Esnek Alt Yarıgruplar ve İdealler

Tanım 3.1.1. $(F, A) \in (U, P)$ bir esnek küme ve $(f, E) \in (\widetilde{U}, P)$ bir bulanık esnek küme olsun. Bu takdirde $(f, E), (F, A)$ nın UP -bulanık esnek alt kümesidir : $\Leftrightarrow$

- $E \subseteq A$ dır.
- $\forall x \in E$ için $f(x), F(x)$ in bir bulanık alt kümesidir.

Bu durum $(f, E) \subseteq_{UP} (F, A)$ şeklinde gösterilir.

Örnek 3.1.2. Evlerin kümesi olarak düşünölen U evreni beş evden oluşsun:

$U = \{h_1, h_2, h_3, h_4, h_5\}$. P parametreler kümesi $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$ olsun ve burada her bir parametre bir sıfat olarak düşünölmüş olsun. Örneğın $e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8$ parametrelerine, sırasıyla; güzel, ucuz, bahçeli, yeşil muhitte bulunan, deniz manzaralı, sakın muhitte bulunan, ahşap ve de şehir merkezinde bulunan özellikleri karşılık gelsin. $E = \{e_1, e_2, e_6\}$ ve $A = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_6\}$ olmak üzere (F, A) ve (f, E) aşğıdaki şekilde tanımlansın.

$$F(e_1) = \{h_1, h_2, h_3, h_4, h_5\},$$

$$F(e_2) = \{h_1, h_3, h_5\},$$

$$F(e_3) = \{h_1, h_2, h_4\},$$

$$F(e_4) = \{h_2, h_3, h_4, h_5\},$$

$$F(e_6) = \{h_1, h_2, h_3, h_4, h_5\},$$

$$f(e_1) = \{(h_1, 0,7), (h_2, 0,6), (h_3, 0,5), (h_4, 0,8), (h_5, 1)\},$$

$$f(e_2) = \{(h_1, 1), (h_3, 0,5), (h_5, 0,7)\},$$

$$f(e_6) = \{(h_1, 0,5), (h_2, 0,6), (h_3, 0,8), (h_4, 0,8), (h_5, 0,7)\}.$$

Böylece (F, A) nın UP -bulanık esnek alt kümesi olan (f, E)

$\{(güzel\ evler, f(e_1)), (ucuz\ evler, f(e_2)), (sakın\ muhitte\ bulunan\ evler, f(e_6))\}$, kümesi olarak düşünölür.

Tanım 3.1.3. $(f, E) \subseteq_{UP} (F, A)$ olsun. Bu takdirde (F_α, E) esnek kümesine (f, E) nin α -seviye esnek alt kümesi denir. Burada $F_\alpha: E \rightarrow \mathcal{P}(U)$ dönüşümü her $x \in E$ için $F_\alpha(x) = \{a \in F(x) \mid \alpha \leq f(x)(a)\}$ olarak tanımlanır.

Tanım 3.1.4. $(f, E) \subseteq_{UP} (F, A)$ olsun. $x \in E$ olmak üzere her $a \in F(x)$ için $f^c(x): F(x) \rightarrow [0,1]$ dönüşümü $f^c(x)(a) = 1 - f(x)(a)$ olarak tanımlansın. Bu takdirde (f^c, E) bulanık esnek kümesine (f, E) nın UP -bulanık esnek tümleyeni denir ve bu durum $(f, E)^c := (f^c, E)$ ile gösterilir.

Teorem 3.1.5. $\{(f_i, E_i) : i \in \Lambda\}$, (F, A) nın UP -bulanık esnek alt kümelerinin ailesi bir olsun. Bu takdirde kısıtlanmış kesişim ve kısıtlanmış birleşim için De Morgan kuralları sağlanır, yani, $(\bigwedge_{i \in \Lambda} (f_i, E_i))^c = \bigvee_{i \in \Lambda} (f_i, E_i)^c$ ve $(\bigvee_{i \in \Lambda} (f_i, E_i))^c = \bigwedge_{i \in \Lambda} (f_i, E_i)^c$ dir.

İspat. $\bigwedge_{i \in \Lambda} (f_i, E_i) = (f, E)$ ve $\bigvee_{i \in \Lambda} (f_i, E_i)^c = (g, B)$ olsun. Bu takdirde $E = \bigcap_{i \in \Lambda} E_i = B$ dir ve $x \in E$ için $f(x) = \bigwedge_{i \in \Lambda} f_i(x)$ ve $g(x) = \bigvee_{i \in \Lambda} f_i^c(x)$ olur. Böylece $\forall a \in F(x)$ için

$$\begin{aligned} f^c(x)(a) &= 1 - f(x)(a) = 1 - \left(\bigwedge_{i \in \Lambda} f_i(x) \right)(a) = 1 - \left(\bigwedge_{i \in \Lambda} f_i(x)(a) \right) \\ &= \bigvee_{i \in \Lambda} (1 - f_i(x)(a)) = \bigvee_{i \in \Lambda} (f_i^c(x)(a)) = \left(\bigvee_{i \in \Lambda} f_i^c(x) \right)(a) \\ &= g(x)(a) \end{aligned}$$

olduğundan $(\bigwedge_{i \in \Lambda} (f_i, E_i))^c = \bigvee_{i \in \Lambda} (f_i, E_i)^c$ elde edilir. Benzer şekilde $(\bigvee_{i \in \Lambda} (f_i, E_i))^c = \bigwedge_{i \in \Lambda} (f_i, E_i)^c$ eşitliği elde edilir.

Tanım 3.1.6. $(F, A) \in (S, P)$ bir esnek alt yarıgrup ve $(f, E) \in (\widetilde{S}, \widetilde{P})$ bir bulanık esnek küme olsun.

1. $(f, E), (F, A)$ nın SP -bulanık esnek alt yarıgrupudur : $\Leftrightarrow E \subseteq A$ ve $\forall x \in E$ için $f(x), F(x)$ in bulanık alt yarıgrupudur.
2. $(f, E), (F, A)$ nın SP -bulanık esnek sol (sağ) idealidir: $\Leftrightarrow E \subseteq A$ ve $\forall x \in E$ için $f(x), F(x)$ in bulanık sol (sağ) idealidir.
3. $(f, E), (F, A)$ nın SP -bulanık esnek (genelleştirilmiş) bi-idealidir: $\Leftrightarrow E \subseteq A$ ve $\forall x \in E$ için $f(x), F(x)$ in bulanık (genelleştirilmiş) bi-idealidir.
4. $(f, E), (F, A)$ nın SP -bulanık esnek quasi idealidir : $\Leftrightarrow E \subseteq A$ ve $\forall x \in E$ için $f(x), F(x)$ in bulanık quasi idealidir.
5. $(f, E), (F, A)$ nın SP -bulanık esnek interior idealidir : $\Leftrightarrow E \subseteq A$ ve $\forall x \in E$ için $f(x), F(x)$ in bulanık interior idealidir.

Teorem 3.1.7. $(F_1, A_1), (F_2, A_2) \in (S, P)$ esnek kümeler, $E \subseteq A_1 \cap A_2$ ve $(F_1, A_1) \subseteq (F_2, A_2)$ olsun. $(f, E), (F_2, A_2)$ nin SP -bulanık esnek alt yarıgrubu (sol, sağ, bi-, interior ve quasi ideali) ise (F_1, A_1) in de SP -bulanık esnek alt yarıgrubu (sol, sağ, bi-, interior ve quasi ideali) dir.

İspat. Açıktır.

Teorem 3.1.8. $(f, E), (F, A)$ nin SP -bulanık esnek alt kümesi olsun.

1. Her $\alpha \in [0,1]$ için (F_α, E) esnek alt yarıgrup ise $(f, E), (F, A)$ esnek alt yarıgrubunun bir SP -bulanık esnek alt yarıgrubudur. Tersine olarak $(f, E), (F, A)$ esnek alt yarıgrubunun bir SP -bulanık esnek alt yarıgrubu olsun. Bu takdirde eğer her $x \in E$ için $F_\alpha(x) \neq \emptyset$ ise her $\alpha \in [0,1]$ için (F_α, E) esnek alt yarıgruptur.
2. Her $\alpha \in [0,1]$ için (F_α, E) esnek sol (sağ) ideali ise $(f, E), (F, A)$ esnek sol (sağ) idealinin SP -bulanık esnek sol (sağ) idealidir.
3. Her $\alpha \in [0,1]$ için (F_α, E) esnek (genelleştirilmiş) bi-ideali ise $(f, E), (F, A)$ esnek (genelleştirilmiş) bi-idealinin SP -bulanık esnek (genelleştirilmiş) bi-idealidir.
4. Her $\alpha \in [0,1]$ için (F_α, E) esnek interior ideali ise $(f, E), (F, A)$ esnek interior idealinin SP -bulanık esnek interior idealidir.

İspat.

1. Her $\alpha \in [0,1]$ için (F_α, E) esnek alt yarıgrup olsun. $x \in E$ ve $a, b \in F(x)$ için $\alpha := f(x)(a) \wedge f(x)(b)$ olsun. Buradan $f(x)(a) \geq \alpha$ ve $f(x)(b) \geq \alpha$ elde edilir. Böylece $a, b \in F_\alpha(x)$ dir. Her $x \in E$ için $F_\alpha(x)$, S nin alt grubu olduğundan $ab \in F_\alpha(x)$ dir. Buradan $f(x)(ab) \geq \alpha$ dır. Yani $f(x)(ab) \geq f(x)(a) \wedge f(x)(b)$ dir. Bu nedenle her $x \in E$ için $f(x): F(x) \rightarrow [0,1]$ bulanık alt yarıgruptur. Böylece $(f, E), (F, A)$ nin SP -bulanık esnek alt yarıgrubu olduğu elde edilir.

Tersine olarak her $\alpha \in [0,1]$ için $a, b \in F_\alpha(x)$ olsun. O zaman $f(x)(a) \geq \alpha$ ve $f(x)(b) \geq \alpha$ olur. Böylece $f(x)(a) \wedge f(x)(b) \geq \alpha$ dır. Her $x \in E$ için $f(x), F(x)$ in bulanık alt yarıgrubu olduğundan $f(x)(ab) \geq f(x)(a) \wedge$

- $f(x)(b) \geq \alpha$ olur. Yani $ab \in F_\alpha(x)$ dir. Böylece her $\alpha \in [0,1]$ için (F_α, E) esnek alt yarıgruptur.
2. Her $\alpha \in [0,1]$ için (F_α, E) , esnek sol ideal olsun. $x \in E$ ve $b \in F(x)$ için $\alpha := f(x)(b)$ olsun. Buradan $b \in F_\alpha(x)$ olur. Her $x \in E$ için $F_\alpha(x)$, S nin sol ideali ise her $a \in F(x)$ için $ab \in F_\alpha(x)$ dir. Böylece $f(x)(ab) \geq \alpha$ olur. Yani $f(x)(ab) \geq f(x)(b)$ dir. Bundan dolayı $\forall x \in E$ için $f(x): F(x) \rightarrow [0,1]$ bulanık sol idealdir. Bu nedenle (f, E) , (F, A) nın SP -bulanık esnek sol idealidir.
3. Her $\alpha \in [0,1]$ için (F_α, E) , esnek genelleştirilmiş bi-ideal olsun. $x \in E$ ve $a, b, c \in F(x)$ için $\alpha := f(x)(a) \wedge f(x)(b)$ olsun. Buradan $f(x)(a) \geq \alpha$ ve $f(x)(b) \geq \alpha$ olur. Böylece $a, b \in F_\alpha(x)$ dir. $\forall x \in E$ için $F_\alpha(x)$, S nin genelleştirilmiş bi-ideali olduğundan $acb \in F_\alpha(x)$ dir. Bu nedenle $f(x)(acb) \geq \alpha$ dir. Yani $a, b, c \in F(x)$ için $f(x)(acb) \geq f(x)(a) \wedge f(x)(b)$ dir. Böylece her $x \in E$ için $f(x): F(x) \rightarrow [0,1]$, bulanık genelleştirilmiş bi-idealdir. Bu nedenle (f, E) , (F, A) nın SP -bulanık esnek genelleştirilmiş bi-idealidir.
4. Her $\alpha \in [0,1]$ için (F_α, E) , esnek interior ideal olsun. $x \in E$ ve $b \in F(x)$ için $\alpha := f(x)(b)$ olsun. Böylece $b \in F_\alpha(x)$ olur. Her $x \in E$ için $F_\alpha(x)$, S nin interior ideali olduğundan herhangi $a, c \in F(x)$ için $abc \in F_\alpha(x)$ olur. Böylece $f(x)(abc) \geq \alpha$ dir. Yani $f(x)(abc) \geq f(x)(b)$. Bundan dolayı her $x \in E$ için $f(x): F(x) \rightarrow [0,1]$, bulanık interior idealdir. Bu nedenle (f, E) , (F, A) nın SP -bulanık esnek interior idealidir.

Uyarı 3.1.9. Teorem 3.1.8 de (2), (3) ve (4) teki önermelerin tersi genel olarak doğru olmayabilir.

Teorem 3.1.10. Herhangi bir $a \in A_1$ ve $b \in A_2$ için $F(a)G(b) = G(b)F(a)$ şeklinde (F, A_1) , $(G, A_2) \in (S, P)$ olsun. $(f, E_1), (F, A_1)$ in SP -bulanık esnek sağ ideali ve $(g, E_2), (G, A_2)$ nin SP -bulanık esnek sol ideali ise $(f, E_1) \tilde{\times} (g, E_2)$, $(F, A_1) \times (G, A_2)$ nin SP -bulanık esnek alt yarıgrubudur.

İspat. $E_1 \times E_2 \subseteq A_1 \times A_2$. Herhangi bir $(a, b) \in E_1 \times E_2$ için $u, v \in F(a)G(b)$ olsun. $(f, E_1) \tilde{\times} (g, E_2) = (h, C)$ olsun. Böylece

$$\begin{aligned}
h(a, b)(u) \wedge h(a, b)(v) &= (f(a) \circ g(b))(u) \wedge (f(a) \circ g(b))(v) \\
&= \left(\bigvee_{u=tk} (f(a)(t) \wedge g(b)(k)) \right) \wedge \left(\bigvee_{v=sl} (f(a)(s) \wedge g(b)(l)) \right) \\
&\leq \left(\bigvee_{\substack{u=tk \\ v=sl}} f(a)(ts) \wedge g(b)(kl) \wedge f(a)(s) \wedge g(b)(kl) \right) \\
&\leq \bigvee_{uv=tskl} (f(a)(ts) \wedge g(b)(kl)) = \bigvee_{uv=tskl} (f(a)(ts) \wedge g(b)(kl)) \\
&= h(a, b)(u, v)
\end{aligned}$$

elde edilir.

Herhangi bir $(a, b) \in E_1 \times E_2$ için $h(a, b)$, $F(a)G(b)$ nin bulanık alt yarıgrubu olduğundan (h, C) , $(F, A_1) \times (G, A_2)$ nin *SP*-bulanık esnek alt yarıgrubudur.

Teorem 3.1.11. (f_i, E_i) , her $i \in \Lambda$ için (F_i, A_i) nin *SP*-bulanık esnek alt yarıgrubu olsun.

1. $\bigcap_{i \in \Lambda} E_i \neq \emptyset$ ise $\tilde{\bigcap}_{i \in \Lambda}^r (f_i, E_i)$, $\bigcap_{i \in \Lambda}^r (F_i, A_i)$ nin *SP*-bulanık esnek alt yarıgrubudur.
2. $\tilde{\bigcap}_{i \in \Lambda}^e (f_i, E_i)$, $\bigcap_{i \in \Lambda}^e (F_i, A_i)$ nin *SP*-bulanık esnek alt yarıgrubudur.
3. $\bigcap_{i \in \Lambda} E_i \neq \emptyset$ ise $\tilde{\bigcap}_{i \in \Lambda}^r (f_i, E_i)$, $\bigcap_{i \in \Lambda}^e (F_i, A_i)$ nin *SP*-bulanık esnek alt yarıgrubudur.
4. $\tilde{\bigcap}_{i \in \Lambda} (f_i, E_i)$, $\bigcap_{i \in \Lambda} (F_i, A_i)$ nin *SP*-bulanık esnek alt yarıgrubudur.

İspat.

1. $\tilde{\bigcap}_{i \in \Lambda}^r (f_i, E_i) = (f, E)$ ve $\bigcap_{i \in \Lambda}^r (F_i, A_i) = (F, A)$ olsun. Buradan $E = \bigcap_{i \in \Lambda} E_i \subseteq \bigcap_{i \in \Lambda} A_i = A$ olur. Herhangi bir $x \in E$ için $a, b \in F(x)$ olsun. $F(x) = \bigcap_{i \in \Lambda} F_i(x)$ olduğundan her $a, b \in F(x)$ için $f(x)(ab) = (\bigwedge_{i \in \Lambda} f_i(x))(ab) = \bigwedge_{i \in \Lambda} (f_i(x)(ab)) \geq \bigwedge_{i \in \Lambda} (f_i(x)(a) \wedge f_i(x)(b)) = \bigwedge_{i \in \Lambda} (f_i(x)(a)) \wedge \bigwedge_{i \in \Lambda} (f_i(x)(b)) = f(x)(a) \wedge f(x)(b)$ dir. Buradan $x \in E$

için $f(x)$, $F(x)$ in bulanık alt yarıgrubu olduğunu elde ederiz. Böylece $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^r(f_i, E_i), \Pi_{i \in \Lambda}^r(F_i, A_i)$ nin SP -bulanık esnek alt yarıgrubudur.

2. $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^e(f_i, E_i) = (f, E)$ ve $\Pi_{i \in \Lambda}^e(F_i, A_i) = (F, A)$ olsun. Buradan $E = \bigcup_{i \in \Lambda} E_i \subseteq \bigcup_{i \in \Lambda} A_i = A$ dir. $i \in \Lambda$, $x \in E$ ve $J = \{j \in \Lambda \mid x \in E_j, i \neq j\}$ olsun. Eğer $x \in E_i$ olursa iki durum söz konusudur: $x \in E_i \setminus \bigcup_{i \neq j} E_j$ veya $J \neq \emptyset$ dir. $x \in E_i \setminus \bigcup_{i \neq j} E_j$ ise $F(x) = F_i(x)$ ve $f(x) = f_i(x)$ olur. $f(x)$, $F(x)$ in bulanık alt yarıgrubu olduğundan (f, E) , (F, A) nın SP -bulanık esnek alt yarıgrubudur. Eğer $J \neq \emptyset$ ise $F(x) \subseteq (\bigcap_{j \in J} F_j(x)) \cap F_i(x)$ ve $f(x) = (\bigwedge_{j \in J} f_j(x)) \wedge f_i(x)$ olur. Böylece (1) dekine benzer şekilde (f, E) , (F, A) nın SP -bulanık esnek alt yarıgrubu olduğu görülür. $x \notin E_i$ olsun. Sonra $F(x) \subseteq \bigcap_{j \in J} F_j(x)$ ve $f(x) = \bigwedge_{j \in J} f_j(x)$ olur. Buradan (1) dekine benzer şekilde (f, E) , (F, A) nın SP -bulanık esnek alt yarıgrubu olur.
3. $x \in E$ olsun. $E = \bigcap_{i \in \Lambda} E_i \subseteq \bigcap_{i \in \Lambda} A_i \subseteq \bigcup_{i \in \Lambda} A_i = A$ olduğundan $x \in \bigcap_{i \in \Lambda} A_i$ dir. Böylece $f(x) = \bigwedge_{i \in \Lambda} f_i(x)$ ve $F(x) = \bigcap_{i \in \Lambda} F_i(x)$ olur. Buradan $\bigwedge_{i \in \Lambda} f_i(x)$, $\bigcap_{i \in \Lambda} F_i(x)$ in bulanık alt yarıgrubu olur. Böylece (f, E) , (F, A) nın SP -bulanık esnek alt yarıgrubudur.
4. $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}(f_i, E_i) = (f, E)$ ve $\Pi_{i \in \Lambda}(F_i, A_i) = (F, A)$ olsun. $E = \prod_{i \in \Lambda} E_i \subseteq \prod_{i \in \Lambda} A_i = A$ olduğu açıktır. Herhangi bir $(x_i)_{i \in \Lambda} \in E$ için $a, b \in F((x_i)_{i \in \Lambda})$ olsun.

$$\begin{aligned}
& f((x_i)_{i \in \Lambda})(a) \wedge f((x_i)_{i \in \Lambda})(b) \\
&= \left(\bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in J} f_i(x_i) \right) \right)(a) \wedge \left(\bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in J} f_i(x_i) \right) \right)(b) \\
&= \bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in J} f_i(x_i)(a) \right) \wedge \bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in J} f_i(x_i)(b) \right) \\
&= \bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in J} f_i(x_i)(a) \wedge \bigwedge_{i \in J} f_i(x_i)(b) \right) \\
&= \bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in J} (f_i(x_i)(a) \wedge f_i(x_i)(b)) \right) \\
&\leq \bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in J} (f_i(x_i)(ab)) \right) = \bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in J} f_i(x_i) \right)(ab) \\
&= f((x_i)_{i \in \Lambda})(ab).
\end{aligned}$$

$f((x_i)_{i \in \Lambda})$, $F((x_i)_{i \in \Lambda})$ in bulanık alt yarı grubu olduğundan $\tilde{\prod}_{i \in \Lambda} (f_i, E_i)$, $\prod_{i \in \Lambda} (F_i, A_i)$ nin *SP*-bulanık esnek alt yarı grubu olur.

Örnek 3.1.12. (f_1, E_1) , (F_1, A_1) in esnek alt yarı grubu ve (f_2, E_2) , (F_2, A_2) in esnek alt yarı grubu olsun. $U = (\mathbb{Z}, +)$, $P = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $A_1 = \{e_1, e_2\}$, $A_2 = \{e_2, e_3\}$, $E_1 = \{e_2\}$ ve $E_2 = \{e_2\}$ olsun. (F_1, A_1) , $F_1(e_1) = 4\mathbb{Z}$, $F_1(e_2) = 3\mathbb{Z}$ şeklinde tanımlansın. (F_2, A_2) , $F_2(e_2) = 2\mathbb{Z}$, $F_2(e_3) = 5\mathbb{Z}$ şeklinde tanımlansın. Bu takdirde (F_1, A_1) ve (F_2, A_2) esnek alt gruplardır.

(f_1, E_1) , aşağıdaki gibi tanımlansın.

$$f_1(e_2): F_1(e_2) \rightarrow [0,1], \text{ her } z \in 3\mathbb{Z} \text{ için } f_1(e_2)(z) = \begin{cases} 1, & \exists t \in \mathbb{Z} : z = 2t \\ 0, & \text{Diğer} \end{cases}$$

(f_2, E_2) , aşağıdaki gibi tanımlansın.

$$f_2(e_2): F_2(e_2) \rightarrow [0,1], \text{ her } z \in 2\mathbb{Z} \text{ için } f_2(e_2)(z) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \exists t \in \mathbb{Z} : z = 3t \\ \frac{1}{4}, & \text{Diğer} \end{cases}$$

Bu takdirde (f_1, E_1) , (F_1, A_1) in ve (f_2, E_2) , (F_2, A_2) in *SP*-bulanık esnek alt yarı gruplarıdır. $(f_1, E_1) \check{\cup}^r (f_2, E_2) = (f, E)$ ve $(F_1, A_1) \check{\cup}^r (F_2, A_2) = (F, A)$ olsun. Bu durumda $A = \{e_2\} = E$ olup $F(e_2) = F_1(e_2) \cup F_2(e_2) = 3\mathbb{Z} \cup 2\mathbb{Z}$ dir. Ancak burada $4 \in F(e_2)$ olmasına karşın $f(e_2)(4) \notin [0,1]$ olduğundan $f(e_2): F(e_2) \rightarrow [0,1]$

fonksiyonu tanımlı değildir. Böylece (f, E) , (F, A) nin SP -bulanık esnek alt yarığırbu değildir.

Teorem 3.1.13. (f_i, E_i) , her $i \in \Lambda$ için (F_i, A_i) nin SP -bulanık esnek sol (sağ) ideal olsun.

1. $\bigcap_{i \in \Lambda} E_i \neq \emptyset$ ise $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^r(f_i, E_i)$, $\bigcap_{i \in \Lambda}^r(F_i, A_i)$ nin SP -bulanık esnek sol (sağ) idealidir.
2. $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^e(f_i, E_i)$, $\bigcap_{i \in \Lambda}^e(F_i, A_i)$ nin SP -bulanık esnek sol (sağ) idealidir.
3. $\bigcap_{i \in \Lambda} E_i \neq \emptyset$ ise $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^r(f_i, E_i)$, $\bigcap_{i \in \Lambda}^e(F_i, A_i)$ nin SP -bulanık esnek sol (sağ) idealidir.
4. $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}(f_i, E_i)$, $\Pi_{i \in \Lambda}(F_i, A_i)$ nin SP -bulanık esnek sol (sağ) idealidir.

İspat.

1. $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^r(f_i, E_i) = (f, E)$ ve $\bigcap_{i \in \Lambda}^r(F_i, A_i) = (F, A)$ olsun. Teorem 3.1.11. (1) den $E \subseteq A$ dir. Herhangi bir $x \in E$ için $a, b \in F(x)$ olsun. $F(x) = \bigcap_{i \in \Lambda} F_i(x)$ olduğundan her $a, b \in F(x)$ için $f(x)(ab) = (\bigwedge_{i \in \Lambda} f_i(x))(ab) = \bigwedge_{i \in \Lambda} (f_i(x)(ab)) \geq \bigwedge_{i \in \Lambda} (f_i(x)(b)) = (\bigwedge_{i \in \Lambda} f_i(x))(b) = f(x)(b)$ olur. Buradan her $x \in E$ için $f(x)$, $F(x)$ in bulanık sol ideali olduğunu elde ederiz. Böylece $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^r(f_i, E_i)$, $\bigcap_{i \in \Lambda}^r(F_i, A_i)$ nin SP -bulanık esnek sol idealidir.
2. $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^e(f_i, E_i) = (f, E)$ ve $\bigcap_{i \in \Lambda}^e(F_i, A_i) = (F, A)$ olsun. Teorem 3.1.11. (2) den $E \subseteq A$ dir. $i \in \Lambda$, $x \in E$ ve $J = \{j \in \Lambda \mid x \in E_j, i \neq j\}$ olsun. Eğer $x \in E_i$ olursa iki durum söz konusudur: $x \in E_i \setminus \bigcup_{i \neq j} E_j$ veya $J \neq \emptyset$ dir. $x \in E_i \setminus \bigcup_{i \neq j} E_j$ ise $F(x) = F_i(x)$ ve $f(x) = f_i(x)$ dir. Buradan $f(x)$, $F(x)$ in bulanık sol ideali olur. Böylece (f, E) , (F, A) nin SP -bulanık esnek sol idealidir. Eğer $J \neq \emptyset$ ise $F(x) \subseteq (\bigcap_{j \in J} F_j(x)) \cap F_i(x)$ ve $f(x) = (\bigwedge_{j \in J} f_j(x)) \wedge f_i(x)$ olur. Buradan (1) dekine benzer şekilde (f, E) , (F, A) nin SP -bulanık esnek sol ideali olduğu görülür. $x \notin E_i$ olsun. Bundan dolayı $F(x) \subseteq \bigcap_{j \in J} F_j(x)$ ve $f(x) = \bigwedge_{j \in J} f_j(x)$ olur. Böylece (1) dekine benzer şekilde (f, E) , (F, A) nin SP -bulanık esnek sol ideali olur.
3. $x \in E$ olsun. Teorem 3.1.11. (3) den $E \subseteq A$ olur. Bu nedenle $x \in \bigcap_{i \in \Lambda} A_i$ dir. Böylece $f(x) = \bigwedge_{i \in \Lambda} f_i(x)$ ve $F(x) = \bigcap_{i \in \Lambda} F_i(x)$ olur. $\bigwedge_{i \in \Lambda} f_i(x)$,

$\bigcap_{i \in \Lambda} F_i(x)$ in bulanık sol idealidir. Böylece (f, E) , (F, A) nin *SP*-bulanık esnek sol ideali olur.

4. $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}(f_i, E_i) = (f, E)$ ve $\prod_{i \in \Lambda}(F_i, A_i) = (F, A)$ olsun. Teorem 3.1.11 (4) den $E \subseteq A$ olduğu açıktır. Herhangi $(x_i)_{i \in \Lambda} \in E$ için $a, b \in F((x_i)_{i \in \Lambda})$ olsun.

$$\begin{aligned} f((x_i)_{i \in \Lambda})(b) &= \left(\bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in J} f_i(x_i) \right) \right)(b) \\ &= \bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \left(\left(\bigwedge_{i \in J} f_i(x_i) \right)(b) \right) \\ &= \bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in J} f_i(x_i)(b) \right) \\ &\leq \bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in J} (f_i(x_i)(ab)) \right) \\ &= \bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in J} f_i(x_i) \right)(ab) = f((x_i)_{i \in \Lambda})(ab). \end{aligned}$$

$f((x_i)_{i \in \Lambda})$, $F((x_i)_{i \in \Lambda})$ in bulanık sol ideal olduğundan $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}(f_i, E_i)$, $\prod_{i \in \Lambda}(F_i, A_i)$ nin *SP*-bulanık esnek sol idealidir. *SP*-bulanık esnek sağ idealler için ispat benzerdir.

Teorem 3.1.14. (f_i, E_i) , her $i \in \Lambda$ için (F_i, A_i) nin *SP*-bulanık esnek bi-ideal olsun.

1. $\bigcap_{i \in \Lambda} E_i \neq \emptyset$ ise $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^r(f_i, E_i)$, $\prod_{i \in \Lambda}^r(F_i, A_i)$ nin genelleştirilmiş *SP*-bulanık esnek bi-idealidir.
2. $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^e(f_i, E_i)$, $\prod_{i \in \Lambda}^e(F_i, A_i)$ nin genelleştirilmiş *SP*-bulanık esnek bi-idealidir.
3. $\bigcap_{i \in \Lambda} E_i \neq \emptyset$ ise $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^r(f_i, E_i)$, $\prod_{i \in \Lambda}^e(F_i, A_i)$ nin genelleştirilmiş *SP*-bulanık esnek bi-idealidir.
4. $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}(f_i, E_i)$, $\prod_{i \in \Lambda}(F_i, A_i)$ nin genelleştirilmiş *SP*-bulanık esnek bi-idealidir.

İspat.

1. $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^r(f_i, E_i) = (f, E)$ ve $\prod_{i \in \Lambda}^r(F_i, A_i) = (F, A)$ olsun. Teorem 3.1.11. (1) den $E \subseteq A$. Herhangi $x \in E$ için $a, b, c \in F(x)$ olsun. $F(x) = \bigcap_{i \in \Lambda} F_i(x)$ olduğundan her $a, b \in F(x)$ için $f(x)(acb) = (\bigwedge_{i \in \Lambda} f_i(x))(acb) =$

$\bigwedge_{i \in \Lambda} (f_i(x)(acb)) \geq \bigwedge_{i \in \Lambda} (f_i(x)(a) \wedge f_i(x)(b)) = \bigwedge_{i \in \Lambda} (f_i(x)(a)) \wedge \bigwedge_{i \in \Lambda} (f_i(x)(b)) = f(x)(a) \wedge f(x)(b)$. Her $x \in E$ için $f(x)$, $F(x)$ in genelleştirilmiş bulanık bi-ideali olduğunu elde ederiz. Böylece $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^r(f_i, E_i)$, $\Pi_{i \in \Lambda}^r(F_i, A_i)$ nin genelleştirilmiş *SP*-bulanık esnek bi-idealidir.

2. $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^e(f_i, E_i) = (f, E)$ ve $\Pi_{i \in \Lambda}^e(F_i, A_i) = (F, A)$ olsun. Teorem 3.1.11. (2) den $E \subseteq A$. $i \in \Lambda$, $x \in E$ ve $J = \{j \in \Lambda \mid x \in E_j, i \neq j\}$ olsun. Eğer $x \in E_i$ olursa iki durum söz konusudur: $x \in E_i \setminus \bigcup_{i \neq j} E_j$ veya $J \neq \emptyset$. $x \in E_i \setminus \bigcup_{i \neq j} E_j$ ise $F(x) = F_i(x)$ ve $f(x) = f_i(x)$ tir. $f(x)$, $F(x)$ in genelleştirilmiş bulanık bi-ideali olduğundan (f, E) , (F, A) nin genelleştirilmiş *SP*-bulanık esnek bi-idealidir. Eğer $J \neq \emptyset$ ise $F(x) \subseteq (\bigcap_{j \in J} F_j(x)) \cap F_i(x)$ ve $f(x) = (\bigwedge_{j \in J} f_j(x)) \wedge f_i(x)$ olur. Böylece (1) dekine benzer şekilde (f, E) , (F, A) nin genelleştirilmiş *SP*-bulanık esnek bi-ideali olduğu görülür. $x \notin E_i$ olsun. Sonra $F(x) \subseteq \bigcap_{j \in J} F_j(x)$ ve $f(x) = \bigwedge_{j \in J} f_j(x)$ olur. Böylece (1) dekine benzer şekilde (f, E) , (F, A) nin genelleştirilmiş *SP*-bulanık esnek bi-ideali olur.
3. $x \in E$ olsun. Teorem 3.1.11. (3) den $E \subseteq A$ olduğundan $x \in \bigcap_{i \in \Lambda} A_i$ dir. Böylece $f(x) = \bigwedge_{i \in \Lambda} f_i(x)$ ve $F(x) = \bigcap_{i \in \Lambda} F_i(x)$ olur. $\bigwedge_{i \in \Lambda} f_i(x)$, $\bigcap_{i \in \Lambda} F_i(x)$ in genelleştirilmiş bulanık bi-ideali olduğundan, (f, E) , (F, A) nin genelleştirilmiş *SP*-bulanık esnek bi-idealidir.
4. $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}(f_i, E_i) = (f, E)$ ve $\Pi_{i \in \Lambda}(F_i, A_i) = (F, A)$ olsun. Teorem 3.1.11 (4) de $E \subseteq A$ olduğu gösterildi. Herhangi $(x_i)_{i \in \Lambda} \in E$ için $a, b, c \in F((x_i)_{i \in \Lambda})$ olsun.

$$\begin{aligned}
& f((x_i)_{i \in \Lambda})(a) \wedge f((x_i)_{i \in \Lambda})(c) \\
&= \left(\bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in J} f_i(x_i) \right) \right)(a) \wedge \left(\bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in J} f_i(x_i) \right) \right)(c) \\
&= \bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in J} f_i(x_i)(a) \right) \wedge \bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in J} f_i(x_i)(c) \right) \\
&= \bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \left(\left(\bigwedge_{i \in J} (f_i(x_i)(a)) \right) \wedge \left(\bigwedge_{i \in J} (f_i(x_i)(c)) \right) \right) \\
&= \bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in J} ((f_i(x_i)(a)) \wedge (f_i(x_i)(c))) \right) \\
&\leq \bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in J} (f_i(x_i)(abc)) \right) \\
&= \bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in J} f_i(x_i) \right)(abc) = f((x_i)_{i \in \Lambda})(abc).
\end{aligned}$$

$f((x_i)_{i \in \Lambda})$, $F((x_i)_{i \in \Lambda})$ in genelleştirilmiş bulanık bi-ideali olduğundan $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}(f_i, E_i)$, $\Pi_{i \in \Lambda}(F_i, A_i)$ nin genelleştirilmiş *SP*-bulanık esnek bi-ideali olur.

Teorem 3.1.15. (f_i, E_i) , her $i \in \Lambda$ için (F_i, A_i) nin *SP*-bulanık esnek quasi ideal olsun.

1. $\cap_{i \in \Lambda} E_i \neq \emptyset$ ise $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^r(f_i, E_i)$, $\cap_{i \in \Lambda}^r(F_i, A_i)$ nin *SP*-bulanık esnek quasi idealidir.
2. $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^e(f_i, E_i)$, $\cap_{i \in \Lambda}^e(F_i, A_i)$ nin *SP*-bulanık esnek quasi idealidir.
3. $\cap_{i \in \Lambda} E_i \neq \emptyset$ ise $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^r(f_i, E_i)$, $\cap_{i \in \Lambda}^e(F_i, A_i)$ nin *SP*-bulanık esnek quasi idealidir.
4. $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}(f_i, E_i)$, $\Pi_{i \in \Lambda}(F_i, A_i)$ nin *SP*-bulanık esnek quasi idealidir.

İspat.

1. $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^r(f_i, E_i) = (f, E)$ ve $\cap_{i \in \Lambda}^r(F_i, A_i) = (F, A)$ olsun. Teorem 3.1.11. (1) den $E \subseteq A$. (f_i, E_i) , herhangi $i \in \Lambda$ için (F_i, A_i) nin *SP*-bulanık esnek quasi ideal olduğundan her $x \in E$ için $(f_i(x) \circ 1) \wedge (1 \circ f_i(x)) \leq f_i(x)$ olur. Herhangi $x \in E$ için $a \in F(x)$ olsun. Böylece

$(f(x) \circ 1)(a) = ((\bigwedge_{i \in \Lambda} f_i(x)) \circ 1)(a) = \bigvee_{a=kt} ((\bigwedge_{i \in \Lambda} f_i(x))(k) \wedge 1(t)) =$
 $\bigvee_{a=kt} (\bigwedge_{i \in \Lambda} (f_i(x)(k)) \wedge 1(t)) \leq \bigwedge_{i \in \Lambda} \bigvee_{a=kt} (f_i(x)(k) \wedge 1(t)) =$
 $\bigwedge_{i \in \Lambda} ((f_i(x) \circ 1)(a)) = (\bigwedge_{i \in \Lambda} (f_i(x) \circ 1))(a)$. Böylece $\bigwedge_{i \in \Lambda} (f_i(x) \circ 1) \geq$
 $f(x) \circ 1$ olur. Benzer şekilde $\bigwedge_{i \in \Lambda} (1 \circ f_i(x)) \geq 1 \circ f(x)$. $f_i(x) \geq$
 $(f_i(x) \circ 1) \wedge (1 \circ f_i(x)) \geq \bigwedge_{i \in \Lambda} (f_i(x) \circ 1) \wedge \bigwedge_{i \in \Lambda} (1 \circ f_i(x)) \geq (f(x) \circ 1) \wedge$
 $(1 \circ f(x))$ olduğundan $f(x) = \bigwedge_{i \in \Lambda} f_i(x) \geq (f(x) \circ 1) \wedge (1 \circ f(x))$ olur.
Her $x \in E$ için $f(x)$, $F(x)$ in bulanık quasi ideali olduğunu elde ederiz.
Böylece $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^r(f_i, E_i)$, $\Pi_{i \in \Lambda}^r(F_i, A_i)$ nin *SP*-bulanık esnek quasi idealidir.

2. $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^e(f_i, E_i) = (f, E)$ ve $\Pi_{i \in \Lambda}^e(F_i, A_i) = (F, A)$ olsun. Teorem 3.1.11. (2) den $E \subseteq A$. $i \in \Lambda$, $x \in E$ ve $J = \{j \in \Lambda \mid x \in E_j, i \neq j\}$ olsun. Eğer $x \in E_i$ olursa iki durum söz konusudur: $x \in E_i \setminus \bigcup_{i \neq j} E_j$ veya $J \neq \emptyset$. $x \in E_i \setminus \bigcup_{i \neq j} E_j$ ise $F(x) = F_i(x)$ ve $f(x) = f_i(x)$ tir. $f(x)$, $F(x)$ in bulanık quasi ideali olduğundan (f, E) , (F, A) nın *SP*-bulanık quasi idealidir. Eğer $J \neq \emptyset$ ise $F(x) \subseteq (\bigcap_{j \in J} F_j(x)) \cap F_i(x)$ ve $f(x) = (\bigwedge_{j \in J} f_j(x)) \wedge f_i(x)$ olur. Böylece (1) dekine benzer şekilde (f, E) , (F, A) nın *SP*-bulanık esnek quasi ideali olduğu görülür. $x \notin E_i$ olsun. Sonra $F(x) \subseteq \bigcap_{j \in J} F_j(x)$ ve $f(x) = \bigwedge_{j \in J} f_j(x)$ olur. Böylece (1) dekine benzer şekilde (f, E) , (F, A) nın *SP*-bulanık esnek quasi ideali olur.
3. $x \in E$ olsun. Teorem 3.1.11 (3) den $E \subseteq A$ olduğundan $x \in \bigcap_{i \in \Lambda} A_i$ tir. Böylece $f(x) = \bigwedge_{i \in \Lambda} f_i(x)$ ve $F(x) = \bigcap_{i \in \Lambda} F_i(x)$ olur. $\bigwedge_{i \in \Lambda} f_i(x)$, $\bigcap_{i \in \Lambda} F_i(x)$ in bulanık quasi ideali olduğundan, (f, E) , (F, A) nın *SP*-bulanık esnek quasi idealidir.
4. $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}(f_i, E_i) = (f, E)$ ve $\Pi_{i \in \Lambda}(F_i, A_i) = (F, A)$ olsun. Teorem 3.1.11. (4) den $E \subseteq A$ olduğu açıktır. Herhangi $(x_i)_{i \in \Lambda} \in E$ için $a \in F((x_i)_{i \in \Lambda})$ olsun.

$$\begin{aligned}
& \left((f((x_i)_{i \in \Lambda}) \circ 1) \wedge (1 \circ f((x_i)_{i \in \Lambda})) \right) (a) \\
&= (f((x_i)_{i \in \Lambda}) \circ 1)(a) \wedge (1 \circ f((x_i)_{i \in \Lambda})) \\
&= \left(\bigvee_{a=kt} f((x_i)_{i \in \Lambda})(k) \wedge 1(t) \right) \\
&\quad \wedge \left(\bigvee_{a=mn} 1(m) \wedge f((x_i)_{i \in \Lambda})(n) \right) \\
&= \bigvee_{a=kt} \left(\left(\bigvee_{\substack{T \subseteq \Lambda \\ T \text{ sonlu}}} \bigwedge_{i \in T} f_i(x_i) \right) (k) \wedge 1(t) \right) \\
&\quad \wedge \bigvee_{a=mn} \left(1(m) \wedge \left(\bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \bigwedge_{i \in J} f_i(x_i) \right) (n) \right) \\
&= \bigvee_{\substack{T \subseteq \Lambda \\ T \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in T} \left(\bigvee_{a=kt} f_i(x_i)(k) \wedge 1(t) \right) \right) \\
&\quad \wedge \bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in J} \left(\bigvee_{a=mn} 1(m) \wedge f_i(x_i)(n) \right) \right) \\
&= \bigvee_{\substack{T \subseteq \Lambda \\ T \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in T} (f_i(x_i) \circ 1)(a) \right) \\
&\quad \wedge \bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in J} (1 \circ f_i(x_i))(a) \right) \\
&= \bigvee_{\substack{T \subseteq \Lambda \\ T \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in T} ((f_i(x_i) \circ 1) \wedge (1 \circ f_i(x_i)))(a) \right) \\
&\leq \bigvee_{\substack{T \subseteq \Lambda \\ T \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in T} f_i(x_i)(a) \right) \\
&= \bigvee_{\substack{T \subseteq \Lambda \\ T \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in T} f_i(x_i) \right) (a) \\
&= \left(\bigvee_{\substack{T \subseteq \Lambda \\ T \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in T} f_i(x_i) \right) \right) (a) = f((x_i)_{i \in \Lambda})(a)
\end{aligned}$$

Her $x \in E$ için (f, E) , (F, A) nın bulanık quasi ideali olduğunu buluruz. Böylece (f, E) , (F, A) nın *SP*-bulanık esnek quasi ideali olur.

Teorem 3.1.16. (f_i, E_i) , her $i \in \Lambda$ için (F_i, A_i) nin *SP*-bulanık esnek interior ideal olsun.

1. $\bigcap_{i \in \Lambda} E_i \neq \emptyset$ ise $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^r(f_i, E_i)$, $\bigcap_{i \in \Lambda}^r(F_i, A_i)$ nin *SP*-bulanık esnek interior idealidir.
2. $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^e(f_i, E_i)$, $\bigcap_{i \in \Lambda}^e(F_i, A_i)$ nin *SP*-bulanık esnek interior idealidir.
3. $\bigcap_{i \in \Lambda} E_i \neq \emptyset$ ise $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^r(f_i, E_i)$, $\bigcap_{i \in \Lambda}^e(F_i, A_i)$ nin *SP*-bulanık esnek interior idealidir.
4. $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}(f_i, E_i)$, $\Pi_{i \in \Lambda}(F_i, A_i)$ nin *SP*-bulanık esnek interior idealidir.

İspat.

1. $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^r(f_i, E_i) = (f, E)$ ve $\bigcap_{i \in \Lambda}^r(F_i, A_i) = (F, A)$ olsun. Teorem 3.1.11. (1) den $E \subseteq A$. Herhangi $x \in E$ için $a, b, c \in F(x)$ olsun. $F(x) = \bigcap_{i \in \Lambda} F_i(x)$ olduğundan her $a, b, c \in F(x)$ için $f(x)((ac)b) = (\bigwedge_{i \in \Lambda} f_i(x))((ac)b) = \bigwedge_{i \in \Lambda} (f_i(x)((ac)b)) \geq \bigwedge_{i \in \Lambda} (f_i(x)(c)) = (\bigwedge_{i \in \Lambda} f_i(x))(c) = f(x)(c)$. Her $x \in E$ için $f(x)$, $F(x)$ in bulanık interior ideali olduğunu elde ederiz. Böylece $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^r(f_i, E_i)$, $\bigcap_{i \in \Lambda}^r(F_i, A_i)$ nin *SP*-bulanık esnek interior idealidir.
2. $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^e(f_i, E_i) = (f, E)$ ve $\bigcap_{i \in \Lambda}^e(F_i, A_i) = (F, A)$ olsun. Teorem 3.1.11. (2) den $E \subseteq A$. $i \in \Lambda$, $x \in E$ ve $J = \{j \in \Lambda \mid x \in E_j, i \neq j\}$ olsun. Eğer $x \in E_i$ olursa iki durum söz konusudur: $x \in E_i \setminus \bigcup_{i \neq j} E_j$ veya $J \neq \emptyset$. $x \in E_i \setminus \bigcup_{i \neq j} E_j$ ise $F(x) = F_i(x)$ ve $f(x) = f_i(x)$ tir. $f(x)$, $F(x)$ in bulanık interior ideali olduğundan (f, E) , (F, A) nin *SP*-bulanık esnek interior idealidir. Eğer $J \neq \emptyset$ ise $F(x) \subseteq (\bigcap_{j \in J} F_j(x)) \cap F_i(x)$ ve $f(x) = (\bigwedge_{j \in J} f_j(x)) \wedge f_i(x)$ olur. Böylece (1) deki benzer şekilde (f, E) , (F, A) nin *SP*-bulanık esnek interior ideali olduğu görülür. $x \notin E_i$ olsun. Sonra $F(x) \subseteq \bigcap_{j \in J} F_j(x)$ ve $f(x) = \bigwedge_{j \in J} f_j(x)$ olur. Böylece (1) deki benzer şekilde (f, E) , (F, A) nin *SP*-bulanık esnek interior ideali olur.
3. $x \in E$ olsun. Teorem 3.1.11. (3) den $E \subseteq A$ olduğundan $x \in \bigcap_{i \in \Lambda} A_i$ tir. Böylece $f(x) = \bigwedge_{i \in \Lambda} f_i(x)$ ve $F(x) = \bigcap_{i \in \Lambda} F_i(x)$ olur. $\bigwedge_{i \in \Lambda} f_i(x)$, $\bigcap_{i \in \Lambda} F_i(x)$ in bulanık interior ideali olduğundan, (f, E) , (F, A) nin *SP*-bulanık esnek interior idealidir.

4. $\tilde{\prod}_{i \in \Lambda} (f_i, E_i) = (f, E)$ ve $\prod_{i \in \Lambda} (F_i, A_i) = (F, A)$ olsun. Teorem 3.1.11 (4) den $E \subseteq A$ olduğu açıktır. Herhangi $(x_i)_{i \in \Lambda} \in E$ için $a, b, c \in F((x_i)_{i \in \Lambda})$ olsun.

$$\begin{aligned}
f((x_i)_{i \in \Lambda})((ac)b) &= \left(\bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in J} f_i(x_i) \right) \right) ((ac)b) \\
&= \bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \left(\left(\bigwedge_{i \in J} f_i(x_i) \right) ((ac)b) \right) \\
&= \bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \bigwedge_{i \in J} (f_i(x_i)((ac)b)) \\
&\geq \bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \bigwedge_{i \in J} (f_i(x_i)(c)) \\
&= \bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \left(\left(\bigwedge_{i \in J} f_i(x_i) \right) (c) \right) \\
&= \bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \left(\bigwedge_{i \in J} f_i(x_i) \right) (c) \\
&= \left(\bigvee_{\substack{J \subseteq \Lambda \\ J \text{ sonlu}}} \bigwedge_{i \in J} f_i(x_i) \right) (c) = f((x_i)_{i \in \Lambda})(c).
\end{aligned}$$

$f((x_i)_{i \in \Lambda})$, $F((x_i)_{i \in \Lambda})$ in bulanık interior ideali olduğundan $\tilde{\prod}_{i \in \Lambda} (f_i, E_i)$, $\prod_{i \in \Lambda} (F_i, A_i)$ nin SP -bulanık esnek interior ideali olur.

Sonuç 3.1.17. (f_i, E_i) , her $i \in \Lambda$ için (F, A) nin SP -bulanık esnek alt yarıgrubu olsun.

1. $\bigcap_{i \in \Lambda} E_i \neq \emptyset$ ise $\tilde{\prod}_{i \in \Lambda}^r (f_i, E_i)$, (F, A) nin SP -bulanık esnek alt yarıgrubudur.
2. $\tilde{\prod}_{i \in \Lambda}^e (f_i, E_i)$, (F, A) nin SP -bulanık esnek alt yarıgrubudur.

İspat. İspatı teorem 3.1.11 den açıktır.

Sonuç 3.1.18. (f_i, E_i) , her $i \in \Lambda$ için (F, A) nin SP -bulanık esnek sol (sağ) ideali olsun.

1. $\bigcap_{i \in \Lambda} E_i \neq \emptyset$ ise $\tilde{\prod}_{i \in \Lambda}^r (f_i, E_i)$, (F, A) nin SP -bulanık esnek sol (sağ) idealidir.

2. $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^e(f_i, E_i), (F, A)$ nin SP -bulanık esnek sol (sağ) idealidir.

İspat. İspatı teorem 3.1.13 den açıktır.

Sonuç 3.1.19. (f_i, E_i) , her $i \in \Lambda$ için (F, A) nin (genelleştirilmiş) SP -bulanık esnek bi-ideali olsun.

1. $\bigcap_{i \in \Lambda} E_i \neq \emptyset$ ise $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^r(f_i, E_i), (F, A)$ nin (genelleştirilmiş) SP -bulanık esnek bi-idealidir.
2. $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^e(f_i, E_i), (F, A)$ nin (genelleştirilmiş) SP -bulanık esnek bi-idealidir.

İspat. İspatı teorem 3.1.14 ten açıktır.

Sonuç 3.1.20. (f_i, E_i) , her $i \in \Lambda$ için (F, A) nin SP -bulanık esnek quasi ideali olsun.

1. $\bigcap_{i \in \Lambda} E_i \neq \emptyset$ ise $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^r(f_i, E_i), (F, A)$ nin SP -bulanık esnek quasi idealidir.
2. $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^e(f_i, E_i), (F, A)$ nin SP -bulanık esnek quasi idealidir.

İspat. İspatı teorem 3.1.15 ten açıktır.

Sonuç 3.1.21. (f_i, E_i) , her $i \in \Lambda$ için (F, A) nin SP -bulanık esnek interior ideali olsun.

1. $\bigcap_{i \in \Lambda} E_i \neq \emptyset$ ise $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^r(f_i, E_i), (F, A)$ nin SP -bulanık esnek interior idealidir.
2. $\tilde{\Pi}_{i \in \Lambda}^e(f_i, E_i), (F, A)$ nin SP -bulanık esnek interior idealidir.

İspat. İspatı teorem 3.1.16 ten açıktır.

BÖLÜM 4. TARTIŞMA VE SONUÇ

Esnek kümeler teorisi 1999 yılında ortaya atıldığından beri birçok çalışmada etkili olmuştur ve esnek kümelerin cebirsel genişlemeleri de oldukça ilgi çekmektedir. Bu tez çalışmasında, bir esnek kümenin *UP*-bulanık esnek alt kümesi tanımı yeni bir kavram olarak önerilmiş ve bir esnek yarıgrubun *SP*-bulanık esnek alt grubu, *SP*-bulanık esnek sol, sağ, bi-, quasi, interior idealleri gibi kavramlar tanıtılmıştır. Bu tezde özellikle, bu *SP*-bulanık esnek alt cebirsel yapıların ailelerinin kısıtlanmış ve genişletilmiş birleşimlerinin; kısıtlanmış ve genişletilmiş kesişimlerinin ve de çarpımlarının bazı temel özellikleri incelenmiştir. Bu tez çalışmasında, *S* üzerindeki bulanık esnek alt yarıgrupların sınıfı yerine daha geniş bir sınıf olan *S* üzerindeki *SP*-bulanık esnek alt yarıgrupların sınıfında çalışılmıştır.

S üzerindeki *SP*-bulanık esnek alt yarıgrupların sınıfında asallık, yarı asallık ve quasi asallık özelliklerini inceleyerek bu konudaki çalışmalar sürdürülebilir. Dahası; grup, halka, modül gibi cebirsel yapılarda benzer sınıflar tanımlanarak yeni sonuçlar elde edilebilir. Ayrıca, *SP*-bulanık esnek alt kümelerin uygulamalarda sağlayacağı faydalar araştırılabilecek bir diğer konudur.

Bu tezdeki bulgular 27-29 Haziran 2018’de Ordu’da düzenlenen “ International Conference on Mathematics Education (ICMME-2018) ” konferansında bildiri olarak sunulmuş olup tam metin olarak Turkish Journal of Mathematics & Computer Science (TJMCS) dergisinde yayınlanmıştır. (Bakınız [35]).

KAYNAKLAR

- [1] L. A. Zadeh, Fuzzy Sets, Information and Control 8, 338-353, 1965.
- [2] Z. Pawlak, Rough Sets, International Journal of Computer and Information Sciences, 11, 341-356, 1982.
- [3] D. Molodtsov, Soft set theory-first results, Comput. Math. Appl. 37, 19-31, 1999.
- [4] P. K. Maji, R. Biswas, A.R. Roy, Soft set theory, Comput . Math. Appl. 45, 555-562, 2003.
- [5] M. I. Ali, F. Feng, X. Liu and W. K. M. Shabir, On some new operations in soft set theory, Computers and Mathematics with Appl. 57, 1547-1553, 2009.
- [6] P. K. Maji, R. Biswas, A.R. Roy, Fuzzy soft set, Journal of Fuzzy Mathematics 9 (3), 589-602, 2001.
- [7] Yang, X., Yu, D., Yang, J., Wu, C., Generalization of soft set theory: from crisp to fuzzy case, in Proceedings of the 2nd International Conference of Fuzzy Information and Engineering (ICFIE '07), 40 of Advances in Soft Computing, 345–354, 2007.
- [8] Ahmad, B., Kharal, A., On Fuzzy Soft Sets, Advances in Fuzzy Systems, 586507,6 pages 2009.
- [9] Ali, M. I., Shabir, M., Shum, K.P., On Soft Ideals over Semigroups, Southeast Asian Bulletin of Mathematics, 34, 595–610, 2010.
- [10] Feng, F., Ali, M. I., Shabir, M., Soft relations applied to semigroups, Filomat 27(7), 1183–1196, 2013.
- [11] Yang, C.-F., Fuzzy soft semigroups and fuzzy soft ideals, Computers and Mathematics with Applications, 61, 255–261, 2011.
- [12] Kazancı, O., Yılmaz, S., Soft bi-ideals related to generalized fuzzy bi-ideals, Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics 41(2), 191–199, 2012.

- [13] Howie, J.H., Fundamentals of Semigroup Theory, Oxford University Press, Oxford, England, 1996.
- [14] Lajos, S., Notes on regular semigroups, III. Proc. Japan Acad. 47, 185–186, 1971.
- [15] Jun, Y.B., Song S.-Z., Int-Soft (Generalized) Bi-Ideals of Semigroups, Scientific World Journal, 198672, 6 pages, 2015.
- [16] Aygünoğlu, A., Aygün, H., Introduction to fuzzy soft groups, Comput. Math. Appl., 58, 1279–1286, 2009.
- [17] Bayrak, D., Yamak, S., The lattice of generalized normal L-subgroups, Journal of Intelligent Fuzzy Systems, 27, 1143–1152, 2014.
- [18] Çelik, Y., Ekiz, C., Yamak, S., Applications of fuzzy soft sets in ring theory, Annals Fuzzy Mathematics and Informatics, 5, 451–462, 2013.
- [19] Ekiz, C., Ali, M. I., Yamak, S., TL-Fuzzy Set Valued Homomorphisms and Generalized (I,T)-L-Fuzzy Rough Sets on Groups, Filomat, 31(13), 4153–4166, 2017.
- [20] Ekiz, C., Çelik, Y., Yamak, S., Generalized T L-fuzzy rough rings via T L-fuzzy relational morphisms, Journal of Inequalities and Applications 279, 2013.
- [21] Jun, -Y.B. and Song, S. Z., Generalized fuzzy interior ideals in semigroups, Information Sciences 176, 3079–3093, 2006.
- [22] Kazancı, O., Yamak, S., Generalized fuzzy bi-ideals of semigroups, Soft Computing 12, 1119–1124, 2008.
- [23] Goguen, J.A., L-fuzzy sets, J. Math. Anal. Appl. 18, 145–174, 1967.
- [24] Kim, J.P., Bae, D.R., Fuzzy congruences in groups, Fuzzy Sets and Systems 85, 115–120, 1997.
- [25] Kuroki, N., On fuzzy semigroups, Inform Sci., 53, 203–236, 1991.
- [26] Kuroki, N., On fuzzy ideals and fuzzy bi-ideals in semigroups, Fuzzy Sets and Systems 5, 203–215, 1981.
- [27] Mordeson, J. N. , Malik, D. S., Kuroki, N., Fuzzy Semigroups, Springer Science and Business Media, 2003.

- [28] Rosenfeld, A. Fuzzy groups, J. Math. Anal. Appl. 35, 512–517, 1971.
- [29] Wang, Z., Yu, Y., Dai, F. On T-congruence L-relations on groups and rings, Fuzzy Sets and Systems 119, 393–407, 2001.
- [30] Kharal, A., Ahmad, B., Mappings on soft classes, New Mathematics and Natural Computation, 7, 471–481, 2011.
- [31] Çelik, Y., Ekiz, C., Yamak, S., A new view on soft rings, Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics, 40, 273–286, 2011.
- [32] Feng, F., Jun, -Y.B., Zhao, -X., Soft semirings, Computers and Mathematics with Applications, 56, 2621–2628, 2008.
- [33] Kazancı, O., Yılmaz, S., Yamak, S., Soft sets and soft bch-algebras, Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics, 39, 205–217, 2010.
- [34] Naz, M., Shabir, M., Ali, M. I., On Fuzzy Soft Semigroups, World Appl. Sci, 22, 62–83, 2013.
- [35] Akın, C., Karakaya, Ü., *SP*-Fuzzy Soft Ideals in Semigroups, Turkish Journal of Mathematics & Computer Science (ICMME 2018) 10, 22-32, 2018.

ÖZGEÇMİŞ

Ülkü KARAKAYA 1984 yılında Giresun'da doğdu. İlk, orta ve lise eğitimini Giresun'da tamamladı. 2003 yılında Giresun Öğretmen Lisesi'nden mezun oldu. 2003 yılında başladığı Gazi Üniversitesi matematik öğretmenliği Bölümü'nü 2009 yılında bitirdi. 2016 yılında Giresun Üniversitesi Matematik Anabilim Dalında yüksek lisans eğitimine başladı. 2009 yılında Gümüşhane ili Köse Çok Programlı Lisesi'nde matematik öğretmeni olarak çalışmaya başladı. 2011-2014 yılları arasında Giresun ili Dereli Anadolu Lisesi'nde, 2014-2018 yılları arasında Görele Mesleki ve Teknik Anadolu Lisesi'nde matematik öğretmeni olarak çalışmıştır. 2018 yılından itibaren de Piraziz Mesleki ve Teknik Anadolu Lisesi'nde matematik öğretmeni olarak görev yapmaktadır.

