

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SPOR AYAKKABISININ BİYOMEKANİK KURALLARA
GÖRE SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE
İNCELENMESİ

Mak. Müh. Hakan BALABAN

FBE Makina Mühendisliği Anabilim Dalı Konstrüksiyon Programında

Hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Özgen Ümit ÇOLAK

İSTANBUL, 2006

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ	v
KISALTMA LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	vii
ÇİZELGE LİSTESİ	ix
ÖNSÖZ	x
ÖZET	xi
ABSTRACT	xi
1. GİRİŞ	1
2. BİYOMEKANİĞE GİRİŞ	3
2.1 Biyomekanikğin Kısa Tarihçesi	3
2.2 Biyomekanikğin Kısa Tanımı	3
2.3 Günümüzde Biyomekanikğin Uygulanmalarının Konu Başlıkları	5
2.4 İnsan Ayağının Biyomekanikği	5
2.5 İnsan Ayağının Yapısı	6
2.6 İnsan Ayağının Maruz Kaldığı Çeşitli Zorlanmalar	6
2.7 Yürüme ve Koşmanın Biyomekanikği	8
2.8 Yürüme ve Koşma Hakkın Yapılan İncelemeler	8
2.9 Yürüme Çevrimi	9
2.10 Spor Ayakkabısı Malzemeleri ve Destekleri	10
2.11 Tabandaki Gerilmelerin Önemi	10
3. TEMEL KAVRAMLAR	12
3.1 Genel	12
3.2 Skalerler, Vektörler ve Tansörler	12
3.3 Kuvvet Vektörü	12
3.4 Tork ve Moment Vektörleri	13
3.5 Newton Yasaları	13
3.6 Denge Şartları	14
3.7 Statik	15
3.8 Şekil Değiştirme Modları	15
3.9 Malzemelerin Yapısal Özellikleri	16
3.10 0.2% Akma Mukavemeti	17
3.11 Pekleşme, Süneklik, Tokluk ve Sertlik Tanımları	19
3.11.1 Pekleşme	19

3.11.2	Süneklik	19
3.11.3	Gevrek Kırılma	20
3.11.4	Sünek kırılma.....	20
3.12	Gerinim Hızı	21
3.13	Gerilme	21
3.13.1	Tek Eksenli Gerilme Tanımı	21
3.13.2	Üç Boyutta Gerilme Tanımı	22
3.13.3	Gerilme Tensörü	25
3.13.4	Asal gerilmeler	26
3.13.5	Malzemelerin Akma Kriterleri	27
3.14	Gerilme-Gerinim İlişkileri	29
3.15	Viskoelastisite.....	31
3.15.1	Gerilme rahatlaması ve sürünme (creep) fonksiyonları.....	32
3.15.1.1	Gerilme rahatlama modülü	32
3.15.1.2	Sürünme işlemi	32
3.15.1.3	Maxwell modeli	33
	Sürünme davranışı	34
	Gerilme Rahatlaması	34
3.15.1.4	Kelvin Voight	34
	Sürünme modeli.....	35
	Gerilme rahatlaması.....	35
3.15.1.5	Standart lineer model.....	36
3.15.1.6	Genelleştirilmiş Maxwell modeli	36
3.15.2	Elastromerlerin ve kauçukların hiperelastik davranışları	37
3.15.2.1	Katı elastomerlerin ve kauçukların davranışlarının modellenmesi	38
	Polinomik gerinme enerjisi fonksiyonu.....	38
	Ogden gerinme enerjisi fonksiyonu.....	39
3.16	Sonlu Elemanlar Yöntemi	40
3.16.1	Giriş	40
3.16.2	Sonlu Elemanlar Yöntemi Kullanarak Modelleme.....	41
3.16.2.1	Genel Modelleme	41
3.16.2.2	Eleman Seçimi	42
	3D Kiriş Elemanı.....	42
	Sabit Gerilmeli Üçgen Eleman (SGU)	43
	Lineer Gerilmeli Üçgen Eleman(LGU).....	44
	Çifte Lineer Dörtgen Eleman	44
	Kabuk Elemanlar	45

Dört Nodlu ve Dört Kenarlı Elastik Kabuk Eleman.....	46
3.16.2.3 Yüklemler ve Sınır Koşulları	47
3.16.2.4 Önemli Noktalar ve Ayırıklaştırma	48
4. AYAK VE SPOR AYAKKABISI TABANIN İLİŞKİSİNİN İNCELENMESİ...	51
4.1 Ayak Geometrisinin Oluşturulması	51
4.2 Ayak Geometrisinin Meshlenmesi	52
4.3 Malzeme Modelleri.....	55
4.3.1 Kemik için malzeme modeli	56
4.3.2 Kıkırdak için malzeme modeli	56
4.3.3 Yumuşak doku için malzeme modeli	57
4.3.4 Spor ayakkabısı tabanı için malzeme modelleri	57
4.4 Sınır Şartları.....	58
4.5 Ayakta meydana gelen gerilme ve deplasmanlar	60
4.5.1 Microcell Puff malzeme modeli için sonuçlar.....	61
4.5.2 Microcell Puff Light malzeme modeli için sonuçlar	65
4.5.3 Plastazote Medium malzeme modeli için sonuçlar	66
4.5.4 Poron malzeme modeli için sonuçlar.....	68
4.5.5 Malzeme sonuçlarının karşılaştırması	69
5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	70
KAYNAKLAR.....	71
ÖZGEÇMİŞ.....	72

SİMGE LİSTESİ

σ_1	1. asal eksenindeki gerilme
σ_2	2. asal eksenindeki gerilme
σ_3	3. asal eksenindeki gerilme
θ	Açısal yerdeğiştirme
σ_y	Akma gerilmesi
L	Boy
G	Bulk modülü
I	Eylemsizlik momenti
σ	Gerilme
ε	Gerinme
σ_{ij}	Her hangi bir yöndeki
$G(\infty)$	İraksak kayma modülü
A_0	İlk Alan
l_0	İlk boy
F_0	İlk kuvvet
a	İvme
γ	Kayma gerinmesi
K	Kayma modülü
σ_u	Kopme gerilmesi
F	Kuvvet
m	Kütle
M	Moment
ν	Poisson oranı
A_f	Son Alan
l_f	Son boy
F_x	X yönündeki kuvvet
M_x	X yönündeki moment
σ_{xx}	XX yönündeki nominal gerilme
τ_{xy}	XY yönündeki tegetsel gerilme
τ_{xz}	XZ yönündeki tegetsel gerilme
F_y	Y yönündeki kuvvet
M_y	Y yönündeki moment
$G(0)$	Yakınsak kayma modülü
E	Young modülü
σ_{yy}	YY yönündeki nominal gerilme
τ_{yz}	YZ yönündeki tegetsel gerilme
F_z	Z yönündeki kuvvet
M_z	Z yönündeki moment
σ_{zz}	ZZ yönündeki nominal gerilme

KISALTMA LİSTESİ

CAD	Computer Aided Design
CAE	Computer Aided Engineering
LGU	Lineer Gerilmeli Üçgen Eleman
MR	Manyetik Rezonans
SEY	Sonlu Elemanlar Yöntemi
SGU	Sabit Gerilmeli Üçgen Eleman
STL	Stereolitograpghy

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1 Ayak bileğinin yapısı	7
Şekil 2.2 Ayaktaki kas yapıları	7
Şekil 2.3 Ayakta durma ve maksimum hız arasındaki kabaca adımlar	9
Şekil 3.1 (a) ve (b) sünek bir metalin mühendislik çekme diyagramı	17
Şekil 3.2 0.2% akma mukavemeti	18
Şekil 3.3 Deformasyon bölgelerinin mühendislik gerilme-gerinim diyagramı ve test parçası ile ilişkisi	18
Şekil 3.4 Çekme deneyinde kırılma tipleri, (a) Çok kristalli metallerde gevrek kırılma, (b) Sünek tek kristallerde kayma kırılması, (c) Çok kristalli metallerde sünek çanak-koni tipi kırılma, (d) Çok kristalli metallerde tam sünek kırılma (kesit daralması % 100)	20
Şekil 3.5 Tek eksenli gerinim a) Çekme b) Basma	21
Şekil 3.6 Tek eksenli çekme testi	22
Şekil 3.7 Harici kuvvetlerin etkidiği sürekli yapı	23
Şekil 3.8 Normali n olan düzleme etki eden iç kuvvetler	23
Şekil 3.9 noktasındaki pozitif x yüzündeki gerilme bileşenleri numaralı denklem grafiksel olarak gösterilmesi	24
Şekil 3.10 Pozitif ve negatif küp yüzeylerinin tanımlanması	25
Şekil 3.11 Ox yönündeki kuvvet dengesi	26
Şekil 3.12 Üç boyutlu asal gerilme düzleminde Tresca ve von Mises akma yüzeyleri	28
Şekil 3.13 Akma kriterlerinin iz düşüm bakışı	28
Şekil 3.14 Gerinim hızı ve gerilme değişimleri	31
Şekil 3.15 Gerilme rahatlaması gerilme zaman grafiği	32
Şekil 3.16 Sürünme işlemi gerinme zaman grafiği	33
Şekil 3.17 Maxwell modelinin şekilsel gösterimi	33
Şekil 3.18 Maxwell modelinde sürünme davranışı	34
Şekil 3.19 Maxwell modelinde gerilme rahatlaması	34
Şekil 3.20 Kevin Voight modeli şekilsel gösterimi	34
Şekil 3.21 Kevin.voight modeli sürünme rahatlaması	35
Şekil 3.22 Kevin voight modeli gerilme rahatlaması	35
Şekil 3.23 Standart lineer modelin şekilsel gösterimi	36
Şekil 3.24 (a) ve (b) Standard lineer modelin sürünme ve gerilme rahatlaması grafiğidir.	36
Şekil 3.25 Genelleştirilmiş Maxwell modelinin şekilsel gösterimi	37
Şekil 3.26 Sonlu elemanlar modeline bir örnek	40
Şekil 3.28 silindirik yüzey etrafındaki tipik eleman dağılımı	42
Şekil 3.29 Delikli geometride delik etrafındaki tipik eleman dağılımı	42
Şekil 3.30 Sabit Gerilmeli Üçgen Eleman	44
Şekil 3.31 Dört Nodlu Çifte Lineer Dörtgen Eleman	45
Şekil 3.32 Dört nodlu ve dörtkenarlı elastik eleman (x,y eksenleri eleman düzlemi içindedir).46	
Şekil 3.33 İki ucu basit mesnetli kiriş	47
Şekil 4.1 Gerçekçi ayak geometrisinin elde edilmesi	51
Şekil 4.2 Ayak geometrisine üstten bakış	52
Şekil 4.3 Ayak mesh yapısı yandan görünüşü	53
Şekil 4.4 Ayak mesh yapısı izometrik görünümü	53
Şekil 4.5 Ayak; kemik, yumuşak doku, kıkırdak ve spor ayakkabısı tabanının meshlenmiş görüntüsü	54
Şekil 4.6 Kemik ve kıkırdak dokularının meshlenmiş görüntüsü	55
Şekil 4.7 Malzemelerin gerilme-gerinme eğrileri	58
Şekil 4.8 Sınır şartları	59
Şekil 4.9 Ayak tabanı ve spor ayakkabısı arasındaki seçili kontak nodları	60

Şekil 4.10 Modeldeki Von Misses edeğer gerilme dağılımı 1	61
Şekil 4.11 Ayakkabının yere yüzeyindeki eşdeğer gerilme dağılımı	62
Şekil 4.12 Ayak tabanındaki gerilme dağılımı (yumuşak doku)	62
Şekil 4.13 Ayak kemikleri ve kıkırdaklardaki gerilme dağılımı	63
Şekil 4.14 Kemiklerin taban kısmındaki ve parmakların arkasındaki kemik guruplarındaki eşdeğer gerilmeler	63
Şekil 4.15 Spor ayakkabısı tabanındaki eşdeğer gerilmeler. (Deforme olmuş ve olmamış sonuçlar).....	64
Şekil 4.16 Tabandaki toplam eşdeğer gerilmeler	64
Şekil 4.17 Tabandaki toplam eşdeğer gerilmeler	65
Şekil 4.18 Ayak tabanındaki toplam eşdeğer gerilmeler	65
Şekil 4.19 Toplam yer değiştirmeler	66
Şekil 4.20 Ayak tabanındaki toplam eşdeğer gerilmeler	66
Şekil 4.21 Tabandaki toplam eşdeğer gerilmeler	67
Şekil 4.22 Toplam yer değiştirmeler	67
Şekil 4.23 Ayak tabanındaki toplam eşdeğer gerilmeler	68
Şekil 4.24 Tabandaki toplam eşdeğer gerilmeler	68
Şekil 4.25 Toplam yer değiştirmeler	69
Şekil 4.26 16976 ‘nolu noda oluşan gerilmelerin sonuçlarının karşılaştırması.....	69

ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge 4.1 Kemik için kullanılan izotropik malzeme modeli	56
Çizelge 4.2 Kıkırdak için lineer viskoelastik malzeme modeli	56
Çizelge 4.3 Yumuşak doku için lineer viskoelastik malzeme modeli.....	57
Çizelge 4.4 İki terimli Ogden için malzeme değerleri.....	57

ÖNSÖZ

Bir Biyo-mühendislik uygulaması olan bu çalışma, mevcut literatürdeki bilgiler ışığında yeni modelleme yöntemleri geliştirmek ve bunların uygulamalarını sağlamayı hedeflemektedir. Bu çalışmada elde edilen bilgiler başlıca geliştirilen ev bilgisayarlarının ve mühendislik programlarını kullanarak ayak biyomekaniğine nasıl bir yaklaşım yapılabileceğidir. Modelleme ve mesh atmadaki zorlukların haricinde non-lineer bir çözümün zorluklarında barındıran bu çalışmada emeği geçen herkese çok teşekkür ederim. Ayrıca bana böyle bir çalışma imkânını veren Sayın **Doç. Dr. Özgen Ümit ÇOLAK** 'a teşekkürü borç bilirim.

ÖZET

Bu çalışmada spor ayakkabısı tabanın insan ayağı üzerindeki etkileri incelenmiştir. İnsan vücudunu taşımakla yükümlü olan bu önemli parçamızın gelişmiş mühendislik yöntemleri ile incelenmesi çok büyük önem taşımaktadır. Biyolojik bir konunun mühendislik yöntemleri ile ele alınmasına biyo mühendislik denmektedir ve mekanik ile konularının dâhil olduğu kısımlara ise biyomekanik denir.

Spor ayakkabıları günümüzde sporcuların ve spor yapma bilincinin artması önem kazanmaktadır. Bu konunun incelenmesi ve biyomekaniğinin anlaşılması da günümüzde gelişen ayakkabı tasarımlarının konfor ve desteklerinin anlaşılması açısından da önemlidir.

Bu sorulara çeşitli disiplinlerdeki mühendislik yöntemleri ile incelemek mümkün olmuştur. Bu yöntemlere örnek vermek gerekirse malzeme, mekanik, tersine mühendislik, matematiktir. Ele aldığımız biyomekanik problemin matematiksel modelin de sonlu elemanlar yöntemi kullanılmıştır. Geometrinin elde edilmesindeki tersine mühendislik işleminde görüntü işleme teknikleri kullanılmıştır.

Geliştirilen yöntem ise MR datası ile gelen STL formatındaki yüzeylerin işlenerek birbirinin ile uyumlu şekilde sonlu elemanlar modelinin oluşturulması ve modelin viskoelastik, hiperelastik malzeme modelleri ile tanımlanması olmuştur.

Sonuç olarak ayak ve ayakkabı tabanın maruz kaldığı yükleme koşu ile çeşitli taban malzemeleri ile bilgisayar ortamında oluşan gerilmeler yani mevcut zararlar ve etkiler incelenmiştir. Bu gerilmelerin ayak üzerinde uygun bir şekilde dağılım oluşturulduğuna bakılmıştır.

Anahtar kelimeler: Biyomekanik, Sonlu elemanlar, Viskoelastik, Hiperelastik

ABSTRACT

In this study, an effect of sport shoe on the human foot was observed. With importance of carrying human body, takes a great interest for improved engineering analysis. When a biological subject was issued with engineering methods this is called bio engineering and if this relates with mechanics this is also called biomechanics.

Recently, with the increase of athletes and conscious of making sport, sport shoes has gained benefits. The observation and understanding of sport shoe can help design of better and more comfortable shoes.

To answer to these questions, the analysis was made with the help of multi disciplinary engineering methods Stress distribution of one of the most important parts of human body was observed. The question of how much the sole of sport shoes supports the foot was considered with finite element method.

The methodology was to process STL format data originating from MR images to construct surfaces and then meshing to get viscoelastic and hyperelastic model in order to analyze the foot and shoe interaction.

Keywords: Biomechanics, Finite Element Method, Viscoelastic, Hyperelastic

1. GİRİŞ

Ayak biyomekaniği incelenmesi çok zor bir mühendislik problemi olması yanı sıra birçok araştırmacıya ve araştırmaya konu olmuş bir problemidir. Bu problemi incelemenin gerekliliği günümüzde araştırmacı ve geliştirmecileri amaçlasa da geliştirilen yöntemin ilerleyen zamanlarda klinik yardımlar düzeyine inmeyi amaçlamaktadır. Kırık, çatlak, doku zedelenmeleri ve ergonomi yapısının düzgün modellenebilmesi ve bilgisayarların gelişmesi ile uygulanabilecek yeni yöntemlerin geliştirilmesine çalışılmıştır.

Burada yapılan incelemede ayak ve bilek üzerindeki gerilmelerin sonlu elemanlar yöntemi ile anlaşılması ve bir spor aracı olan spor ayakkabıların, destekleme biçimleri ve bunun üç boyutlu bir incelemesini yapılmasıdır. Bu ve buna benzer incelemeler literatürde olmasına rağmen sınır koşulları ve malzeme modelleri incelenmesi yapının anlaşılması açısından önem taşıyacağı için incelenmiştir.

Ayak gibi karmaşık bir yapıya sahip bir geometrinin düzenlenmesi ve mevcut malzemelerin aşırı nonlinear olması problemin tam olarak tanımlanmasını engellese de çeşitli kabuller ile incelemeyi yapmak mümkün olmuştur. Çalışmada tersine mühendislik işlemleri ile manyetik rezonans ile oluşturulmuş görüntülerin üç boyutlu yüzeyler haline getirilmesi ve bu yüzeylerin sonlu elemanlar yönteminde kullanılacak biçimde ön işlemleri gerçekleştirilmiştir. Bunun yanında spor ayakkabısı tabanlarının nasıl desteklediğini görmek amaçlı taban modeli dâhil edilmiştir. Bu koşullar göz önüne alındığında birçok araştırmacı bilgisayar destekli metotlardan destek almaya başlamıştır. Ayak yapısının çok kemikli olması ve bunların bir birleri ile iletişimi problemi gerçekten çok zorlayıcı ve çözülmesi zor bir problem olmayı sürdürmektedir. Bu yüzden sonlu elemanlar yöntemi (SEY) deneysel yaklaşıma karşılık olarak yük dağılımı, birçok değişik malzeme seçeneğini karşılaştırma kolaylığı, farklı ortamların daha efektif bir şekilde aktarılması ve iç gerilme/gerinmeleri göstermesi bakımından tercih edilen bir yöntem olmaktadır. Ayak modelini geliştirmede çeşitli kabullere gidilmektedir. Örneğin, basitleştirilmiş geometri, limitli rölatif eklem hareketleri, azaltılmış ligament ve tendon modellenmesi ve basitleştirilmiş malzeme modelleri. Literatür deki bazı çalışmalar direkt olarak diyabetiklerde görülen tabandaki yumuşak dokuların zedelenmesi incelenmesi içindir. Bu modellerde kemiksi yapılar göz önüne alınamamaktadır. Daha sonra geliştirilenlerin bir kısmı mikro-hasar düzeyindeki doku zedelenmeleri incelenmektedir.

Literatürde sonlu elemanlar modelleri göstermiştir ki değişik kalınlıklardaki ve sertlikteki taban yumuşak dokuları tabandaki basınç dağılımlarında çeşitli benzerlikler sergilemektedir.

Ayrıntılı bir ayak ve bilek modeli ve daha gerçekçi malzeme modelleri ile gerçeğe daha uygun uygulamalar yapmak ve bu sayede ayak- bilek biyomekaniğini anlamak açısından her zaman önemli olmuştur.

Sonlu elemanlar yönteminde çözüm esnasında yakınsama problemi ve mevcut bilgisayar sistemlerinin yeterliliği göz önüne alındığında birçok modelde lineer elastik malzeme modelleri kullanılmıştır.

Bu çalışmada, insan ayağını ve ekleminin de içinde olduğu bir üç boyutlu sonlu elemanlar modelinin ayak iskeletinin ve yumuşak dokularının gerçek geometrisi kullanıldığı bir model geliştirilmiştir. Üç boyutlu MR resimlerinin tekrar işlemesi ile geometri oluşturulmuştur. Burada çeşitli basitleştirmelere gidilse de, modelin aslı kemik iskeleti, kıkırdak, ana ligamentler ve yumuşak dokudan oluşmaktadır. Taban destekleyici olarak da spor ayakkabısı olarak kabul edilen Micro Puff kullanılmıştır. Bunların arasındaki dokusal bağlar ile tamamen birleşik olduğu varsayılmıştır. Ligamentler de gerçek modele uygunluğu açısından sadece çekiye çalışan bir boyutlu elemanlar ile gerekli noktalardan kemik yüzeylerine bağlı bir şekilde modellenmiştir. Kemikler lineer izotropik malzeme modeli ile modellenirken, kıkırdak, yumuşak doku ve ligamentler de viskoelastik malzeme modeli ile modellenmiştir, ayakkabı olarak spor ayakkabısı tabanı kullanılmıştır ve hiperelastik olarak modellenmiştir.

2. BİYOMEKANİĞE GİRİŞ

Biyomekanik tanım ve anlam açısından hayvanlar ve bitkilerin biyolojik mekanizmalarını ve yapılarını inceleyen bilim dalı olarak adlandırılmıştır. Bu konularda en çok ilgi çekici tür olarak da insanı ele alır. İnsanlar doğalarından gelen araç yapma yetenekleri sayesinde yaşamlarını kolaylaştırmakta ve performanslarını arttırmaktadır. İnsanlık tarihin boyunca oluşturdukları bu araçlarla belirli bir ergonomi ve kullanım rahatlığı aramışlardır. Bu sebeplerden ötürü biyomekanik sürekli gündeme gelen ve diğer bilim dalları ile ortak çalışan bir alan olmuştur.

2.1 Biyomekaniğin Kısa Tarihçesi

- Aristo(M. Ö. 384–322) Hayvan lokomasyonu
- Leonardo Da Vinci (1452–1519) Yürütme, zıplama, ayakta durma, oturma ve benzeri aktivitelerin biyomekaniği
- Galileo (1564–1643) Fizyolojik işlevlerin matematiksel analizi
- William Harvey (1578–1657) Biyolojik akışkanların (sıvıların) biyomekaniği
- Alfonso Borelli (1608–1679) Biyolojik katı cisimlerin mekaniği, kas gerilmesi
- Weber & Weber (1830) Kadavralarda insanı yürüyüşünün zamanlaması
- Marey (1873) In-vivo yürüyüş analizi

2.2 Biyomekaniğin Kısa Tanımı

Biyomekanik hastalık, yıpranma, yaşlanma, kaza ve zorlamalar sonucunda, özellikle insan makinesinde oluşan işlevsel bozuklukları tanımlamak amacıyla, fizyolojik işlevleri izlemek ve bunlarla ilgili veri toplamak için kullanılan bilim dalıdır.

Biyomekanik, biyomühendislikle biyotıbbın bir dalı olarak değerlendirilir. Biyomühendislik, mühendislik, temel bilimler ve teknolojiye yöntem ve ilkelerin tıpta kullanım için cihaz tasarlamak, denemek ve imal etmek için uygulandığı ve de fizyoloji ve biyolojideki sorunları anlamak, belirlemek ve çözmek için kullanıldığı disiplinler arası bir alandır. Biyomekanik,

klasik mekaniğin, biyolojik ve fizyolojik sistemlere uygulanması ile ilgilenir. Biyomekaniğin farklı dalları uygulamalı mekaniğin farklı kısımlarını kullanır. Örneğin, statikğin temel ilkeleri, kas-iskelet sistemindeki çeşitli eklem ve kasların kuvvetlerinin doğasını ve büyüklüğünü incelemek için kullanılır. Dinamiğin ilkeleri hareket tarifinde, hareket analizinde ve kısmi hareket analizinde kullanıldı ve spor mekaniğinde birçok uygulaması vardır. Katıların mekaniği, biyolojik sistemlerin değişik yük koşulları altında işlevsel davranışlarını belirlemek için gerekli denklemleri oluşturacak bilgiyi sağlar. Akışkanlar mekaniğinin ilkeleri dolaşım sistemindeki kan akışını, akciğerlerdeki hava akışını ve eklemlerdeki yağlamayı inceleme için kullanılmaktadır.

Biyomekanikteki araştırma çok karmaşık bir yapı olan insan bedeni hakkındaki bilgimizi arttırma amacındadır. Biyomekanikteki araştırma faaliyetleri üçe ayrılabilir: Deneysel çalışmalar model incelenmesi ve uygulamalı araştırma. Biyomekanikteki deneysel araştırmalar kemik, kıkırdak, kas, sinir, bağ, deri ve de sistemin bütününe oluşturan bir parça olarak kan gibi biyolojik malzemelerin mekanik özelliklerini belirlemek için yapılır. Matematiksel model analizlerini içeren teorik çalışmalar, biyomekanik araştırmaların önemli bir bileşenidir. Genelde, deneysel bulgulara dayanan bir model tekrardan deneysel çalışma yapmadan çevrenin ve çalışma koşullarının etkilerini ön görmede kullanılabilir.

Biyomekanikteki uygulamalı araştırma, bilimsel bilginin insanların faydası için uygulanmasıdır. Sanayileşmiş ülkelerdeki mesleki tehlikelerin en başlıcaları kas-iskelet sistemi yaralanmaları ve rahatsızlıkları olduğunu bilmekteyiz. Kas-iskelet sisteminin genel çalışma koşullarına nasıl uyum gösterdiğini öğrenerek ve çalışma konfor koşulları için insan bedeninin fiziki kısıtlamalarına ve doğal vücut hareketlerine daha uyumlu rehberlik geliştirmekle bu yaralarla mücadele edilebilir. Sonuç olarak biyomekanik günümüzün en çok gelişme gösteren ve göstermekte olan bilim dallarından biridir. Biyomekanik insanın anlaması ve bunu en mükemmel şekilde uyarlanması amaçlanarak uygulanmaya çalışılan barışçıl bir bilim dalı olmaya devam etmektedir. Amaç ve anlam kapsamlarında tedavi ve iyileştirme yatmakta olan bu bilim dalı en zor mühendislik uygulamalarını da içermekte ve uygulamaktadır. Mühendislik ve tıp tarihiyle eş olan tarihi ile hala emekleme aşamalarında olmayı sürdürmektedir fakat son yıllarda kazandığı ivme ile önümüzdeki yıllarda çok faydalı bir bilim dalı olunacağı aşikârdır.

2.3 Günümüzde Biyomekaniğin

Uygulamalarının Konu Başlıkları

- Lokomasyon (yürüme, koşma,...)
- Organlarda kuvvet-hareket ilişkisi
- Yük kaldırma, tırmanma, fırlatma gibi aktivitelerin modelleme ve simülasyonu
- İnsan eklemlerini modellenmesi (ayak bileği, diz, dirsek, kalça, omurga, vb)
- Spor biyomekaniği ve fiziksel performans
- Kas mekaniği
- Protez, ortoz ve implantlar
- Sinir-Kas kontrol (postur analizi gibi)
- Tanı ve tedavi için yöntem ve cihazlar
- Kırık (kemik), rüptür (tendon, bağ)
- Hücre çoğalması
- Doku mühendisliği
- Dolaşım sisteminde kan akışı
- Akciğerde hava akımı ve yapısal etkileri
- Kaza sonucu yolcu güvenliği
- Ergonomi ve insan kinematiki

2.4 İnsan Ayağının Biyomekaniği

İnsan ayağı günlük hayatımız da kalp ve beyin kadar önemli ve karmaşık olmasa bile yine de her koşulda anlaşılması zor bir problemdir. İnsan ayağı çok kemikli kompozit yapısı sayesinde uzun yıllar çok değişik koşullara dayanım gösterebilmektedir. Çeşitli hastalıklardan deformasyon, kırık ve yaşlanmalardan kaynaklanan bozulmalar sonucu vücudu taşıyamayacak hale gelebilir ve çok büyük rahtsızlıklar verebilmektedir. Bunların engellenmesi amacı ile ayak biyomekaniğini çok iyi biçimde incelemek ve anlamak gerekmektedir. Bunun yanın da tarih boyunca hem bir yalıtım, hem konfor hem de bir moda sembolü olan ayakkabı unsurunu da bu bilim dalından ayrı tutmak söz konusu olmamaktadır.

Özellik ile son yıllardaki şehirleşme ve rekabet ile doğru orantılı gelişen spor yapma mantığı sonucunda daha sert tepkileri engellemek için yumuşak tabanı ayakkabıların geliştirilmesi gerekmektedir. Farklı malzeme katmanların ve kullanımı ile sağlanmaktadır. Bu katmanlar sönüm özelliklerini gün geçtikçe daha farklı zemin tiplerine uyarlayabilmektedirler.

2.5 İnsan Ayağının Yapısı

Ayak, 26 kemik, 33 eklem, 107 bağ, 19 kası ve birçok fonksiyonu yerine getiren aşağı bacak tendonlarından oluşur. Ayakta karşılaşılan birçok sorun koşma esnasında oluşan anormal hareketlerden kaynaklanmaktadır. Bu anormallikler, diz, kalça ve başka problemlere de aynı zamanda sebep olabilirler. Bu aşırı kullanım problemleri doğada yavaş olarak gerçekleşen problemlerdir.

Bilek eklemine atında bulunan alt-tatar eklemi eş zamanlı bütün üç vücut düzlemi boyunca da hareket eder. Hareketin hareketi ve menzili, aşağı bacak eklemlerini açıp kapmasına ve (orta kat gibi) orta-tarsal birleşme yerinin (ayağın ortasını karşılayan) karmaşık başka birleşme yerinin kilidini açmasına sebep olmaktadır.

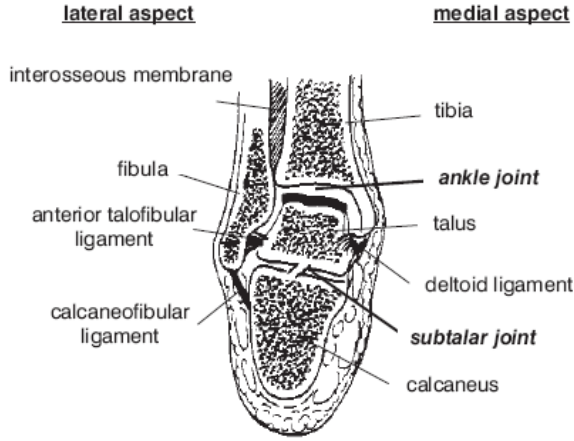
Yürümenin mekaniği değişik serilerdeki hareketler içermektedir. Her biri ile adım at, topuk ideali dik eksen, topuğun dışarıya doğru az bir kaçıklık ile yere neredeyse dik inmelidir. Küçük ayak parmağı, yere dokunmak başlayana kadar orada, ağırlık, ayağın dışına doğru ilerledikçe dağıtılır. Bu noktada ayağın kavisi, ayağın içindene doğru hareketi ile (pronationu), vücut ağırlığını kaydırır. O zaman ayak tabanı yeri itmeye başlar ve olabildiğince ayağın uç kısmına daha yüksek bir itme gücü vücudu ileriye doğru iletir.

2.6 İnsan Ayağının Maruz Kaldığı Çeşitli Zorlanmalar

Ayak kasılmalar esnasında sadece çok büyük bir itici güç oluşturmazlar aynı zaman da ayağın yer ile teması esnasındaki stabilizesini ve zeminden gelen çarpma etkilerinin iskelete iletilmesini engellerler.

Yoğun ve uzun bir yürüyüş esnasında organik yapılarıdaki yıpranmalar yüzünden iç kassal hız iletim hızı azalır buda istenilen kas güçlerinin üretilmemesini sağlar. Eğer buna benzer bir yorulma meydana gelirse bundan ayak ve bacak arasındaki eklemden etkilenir ve stabilite kontrolünü ve şok sönümlemesi azalmaktadır. Bu koşullar altında, ayak, iki ayrı mekanizmadan kaynaklanan zararlara kolayca etkilenir.

Birincisi, Talar altındaki eklem zarar görmesidir. Buda içe ve dışa hareketlerde dinamik olarak dayanıklılığını etkiler. Ayak bileği, çok fazla gerinmelere maruz kaldığında veya destekleyici bağlarının ufak yırtılmaları ile zarar görür. Burkulma, ayak tutarlılığının kaybı ile sonuçlanan zarar, olarak da adlandırılır.



Şekil 2.1 Ayak bileğinin yapısı.



Şekil 2.2 Ayaktaki kas yapıları.

Peroneal kasları, bu zararı önlemek de önemli rol oynarlar. Tam orta pozisyonunda iken kasılarak ayağın içe doğru burkulmasını engelleyici biçimde direnç gösterir ve durma pozisyonun tam oluşuncaya kadar emniyetli hareket etmesini sağlar. Gerçekte, kasılma yanıtında 60 ms den çoğunun yorulma sebebi peroneal zayıflatması ve gecikmesi ayak bileği burkulmasına sebep olduğunu göstermektedir. Bu şekildeki burkulma askeri eğitimlerde çok sık rastlanan bir unsurdur basit bir eğitim sonucunda bile yaygın olarak %20 sinde görülmektedir.

Zararın ikinci tipi ise, azaltmak için adalesel yeteneğin bozunumunun tarafından yüklerin etkisinin düzeyi ikna edilebilir ve kemiğin şiddeti, duruş aşaması sırasında gerer. Normal koşullar altında, adalesel kısılma, yerel yükselen çeki gerilmesini azaltır veya ortadan kaldırır;

kemik üzerinde basıyı önleyerek gerginlikleri, vurgularları, bu fonksiyon, gerilim de sıkıştırmada daha çok mekanik kuvvet sağlayan aşağı bacak gurubu iskelet sistemini ve kemiklerin kabuksal yüzeyini korur. Mekanizmanın yukarı korumasında genelde ön tibia kas guruplarının kısılması parmaktan-topuğa hareketlerde ve gastro-soleus kas guruplarının kasılmasında itme hareketi ile etkilenir.

Bu gurupların yorulma etkili uyarılması bazen lokal mekanik gerilmeler oluşmasını sağlayabilir. Bu gerilmeler uzun yürüyüşler esnasında meydana gelen yükleme/yükün kaldırılması çevirimi ile gelişir. Tepe yapan gerilmeler ve gerinmeler kemikler için psikolojik limit altında kaldığı sürece hiçbir hasar oluşmaz. (Hatta o bölge deki dokular adaptasyon amaçlı kuvvetlenirler). Ancak, eğer fizyolojik gerilme/gerinme sınırı, geçilirseler, kabuksal yüzeyde yerel mikro yorulma, meydana gelir. Eğer bu bölgede ve ya yüzeyde iyileşmez ise bu aşırı stresler mikro çatlaklara sebebiyet verirler.

2.7 Yürüme ve Koşmanın Biyomekaniği

Yürüyüş ve süratli koşu karşılaştırılmaktadır. Yapılan hareket analizlerin de görülmüştür ki; potansiyel ve kinetik enerji etkileşimlerine yürüyüş dönüşümü ve ilişkisinin özellikleri, incelenebilmektedir. Elektromiyografik uygulamasının zaman eşleşmesi sağlanması ile kinematik ve kinetik bilgiler (tabandaki basınçlar, düzlemsel kuvvetler, eklem kuvvetleri ve çarpmadan kaynaklanan etkileri) incelenebilmektedir. Hareket stratejileri yarı kıkırdağımsı kaslarının rolü ve tendonların yay gibi davranış fonksiyonunda ayakkabı literatürün de, değişikliklerin konumu, adreslenilir. Bilginin bu tipi, zarar mekanizmaları ve eğitim stratejiler içine anlayış sağlayabilmektedir.

2.8 Yürüme ve Koşma Üzerine Yapılan İncelemeler

Koşma ve yürüyüş analizleri tarih boyunca ilgi çeken bir konu olsa bile daha yeni geliştirilen yöntemler ile doğru biçimde algılanabilmiştir. Burada algılanmak istenen hareketi meydana getiren kuvvetler ve bunların nasıl dengelendirildiğidir. Leonardo Da Vinci ile 15yy ve 16yy yüzyıllarında çizim amaçlı ilgisini, insan hareketine odaklar ve 17 yüzyılda Newton üç kanununun ilanının tarafından takip edildi. 1836, Weber erkek kardeşlerinde (Wilhelm ve Edward), yürüyüşün de çok ayrıntılı incelemeler yapar bu çalışmalar gelecekteki çalışmalara ışıl tutacaktır. Eklemli organların sarkaç gibi davrandığı gibi yaklaşık 150 hipotez öne sürdüler. Test etmek için daha karmaşık aletlere ihtiyaç duydukları için devam edemediler. Etienne Jules Marey (1830–1904), enstrümantasyonun verimli bir öncüsüydü. Fotoğrametrik araçların kullanmasıyla gerçek olayları fotoğraflayabilmiştir. İlk ciddi kuvvet platformunu

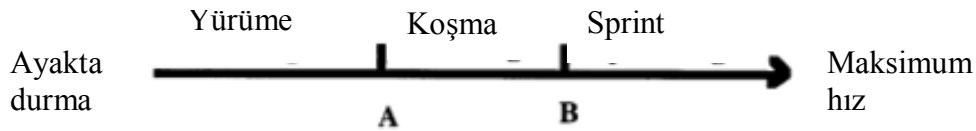
aynı zamanda tasarlar ve inşa eder. Koşmaya olan ilginin artması, araştırmalarını harekete geçirdi. Bu, hızlı fotoğraf makinelerini kapsayan teknikler vasıtası ile uzatmak için ihtiyacı ortadan kaldıran işaret sistemleri sayesinde, videonun sayısallaştırmasında kullanılmaya başlanmıştır. Eğlence veya rekabet için örneğin her yıl yaklaşık olarak 30 milyon amerikan koşmaktadır. Koşucuların 1/4 ile 1/2si arasında her yıl, pratik ve performansı etkileyecek şekilde rahatsızlık görülmektedir. Bu, konuda koşucular eğitilmesinin yanı sıra, ilaçla da tedavi görmektedirler. Çünkü koşu ayakkabısı şirketleri, geniş pazara şimdi sahip olmaları ile araştırmayı desteklemek için karlarının bir kısmını harcadılar. Bunun yanında zararların artması biyomekaniğin daha çok araştırılmasını sağlamıştır. Bu zararlar, çok tekrarlayan dönüşümler üstünde göreceli olarak küçük yüklerin tekrarlayan uygulamasından dolayıdır. Hakiki ve harici etkenlerin değişikliği, zararların bu tiplerinin gelişmesi ile sonuçlanır. Son yıllarda şehirleşmeden kaynaklanan spor faaliyetlerinin artması ve zararların daha artması üreticileri değişik tasarım, malzeme ve yapıları denemeye itmiştir. İlk geliştirilen modeller 1972 olimpiyat koşucusu Steve Prefontaine ve NIKE firmasının kurucularından olan koşu sayesinde olmuştur. Plastik tabanların tost makinesinin de şekillendirmesi ve elde dikilmesi ile üretilmeye geliştirilmeye başlanmıştır.

Daha sonra birçok firmaların desteği ile ilerlemeye devam etmiştir. Gün geçtikçe yeni model çıkaran firmalar tasarımlarının yanı sıra yeni teknolojileri de kullanmaktadırlar. Bunlara örnek olarak 1980'ler de NIKE firmasının geliştirdiği havalı taban modeller, Asic firmasının jel kullandığı tabanlar verilebilir.

2.9 Yürüme Çevrimi

Durgun bir pozisyondan maksimum ilerleme hızına nasıl geçilir? Yürüyüş ve koşma arasındaki hareketler arasındaki farklar nelerdir? Yürüme ile koşmayı ne ayırır?

Şekil 1.2 A noktası görüldüğü gibi ilk harekette her iki ayak ta yere temas halindedir. Daha sonra hızın artması ile zemin ile olan kontak değişir.



Şekil 2.3 Ayakta durma ve maksimum hız arasındaki kabaca adımlar

B noktasında ise hareketler biraz daha süratlidir genelde dayanıklılık gerektirir. Ve daha sonra maksimum hız gelir ki burada belirli bir mesafeyi hızlı kat etmek hedeflenir.

Koşucuların yüzde 80’ni koşarken ayaklarının arkalarını vururlar kalanın çoğu ise orta kısmı ile vurucuları olarak karakterize edilirler. Seçkin koşucular, gerçekten ve ön ayak ile başlangıç teması gerçekleştirirler, ayağın en arka kısmı asla temas ettirilmez.

2.10 Spor Ayakkabısı Malzemeleri ve Destekleri

Koşmak, yürümek ve ayakta durak değişik dizinlerde sabit, zemine bağlı ve sert basmalardan kaynaklanan basınç serileri içermektedir. Spor ayakkabılarının bu denli konforlu olmasının sağlamanın en önemli hali çeşitli köpüklerden meydana gelen orta tabanlar kullanmalarıdır. Bu köpük içerikli tabanlar enerjiyi soğurmasını ve çarpışmalardan kaynaklanan aşırı kuvvetleri de engellemesini sağlamaktadır. Uzun koşularda köpüklerin içlerindeki hücrelerdeki hava hücreleri minder davranışı esnasında ufalırlar ve koşu sonrasında eski hallerine tam anlamıyla dönemezler. Kopolimerin köpük hali olan Etilen ve Vinyl Asetat (EVA) benzeri malzemeler koşu ayakkabılarında orta taban olarak sıklıkla kullanılan bir malzemedir. Bu malzemelerden farklı şekiller de kullanılan çeşitli malzemelerin incelemeleri yapılmaktadır. Bu malzemelerden Microcell Puff, Microcell Puff Light, Plastazote Medium, ve Poron; bu şok emebilen bu malzeme çeşitlerin en standartlaşmış markalarındandır. İlerleyen bölümlerde malzeme özellikleri verilen bu malzemeler bu endüstride en çok kullanılan ve öne çıkan malzemeler olarak belirlenmiştir.

2.11 Tabandaki Gerilmelerin Önemi

İnsan ayağı ve taban kısmında oluşan desteklerden kaynaklan gerilme/gerinim dağılımlarını gözlemlemek bilek ve ayak arasındaki ilişkinin biyomekaniği anlama açısından çok büyük önem taşımaktadır. Ayağın taban kısmında dağılan gerilme dağılımlarının ölçümünde bir çok çeşitli yöntemler ve cihazlar geliştirilmiş olsa da iç gerilmelerin dağılımlarını elde etmek gerçekten zor bir işlemdir.

Ayak en önemli yük taşıyan ve şok emebilen vücut yapılarından biridir. Birçok araştırmacı tarafından dikkat çekilmiştir ki biyomekanik faktörlerin ayak rahatsızlıklarının engellemesi giderilmesinde çok büyük önemi vardır. Bu yüzdendir ki normal ayak davranışının biyomekaniğini anlamak klinik çalışmalara uygulanmadan gerekli bir işlemdir.

Ayak ve ayak giyiminin biyomekaniği günümüzde birçok bilim dalıyla incelenerek anlaşılmaya çalışılmaktadır deneysel metotlar ve teorik metotlar olsun literatürde

geliştirilmektedir. Yeni deneysel tekniklere örnek olarak yürüyüş analizleri biyomekaniği denebilir. Basınca duyarlı platformlar ayakkabı içi basınç transedürleri, basınca duyarlı filimler, kadarvratik deneyler ve in-vivo kuvvet ölçümleri. Ama bu bahsedilen ölçümler sonucunda eklem kinematiği veya tabana yayılan basıncın tanımlanması için kullanılmaktadır. İn-vivo olarak kemik yumuşak dokuların ilişkisini incelemek şu anki test yöntemleri ile bir hayli zorlayıcı olmaktadır. İn-vitro çatışmalarda ise yükleme koşulları ayak yapısı göz önüne alındığında hayli farklılıklar göstermektedir.

Bu yüzden bilinen ölçüm yöntemleri ile genel bir gerilme dağılması almak mümkün olamamaktadır. Deneysel tekniklerin yanında birçok teorik model de geliştirilmektedir örnek olarak, matematiksel, kinematik modeli, sonlu elemanlar modelleri geliştirilmektedir. Sonlu elemanlar metodu giderek arta uygulamalar, tanımlamalar ve bilgisayar sistemleri ile biyomekaniğin birçok dalında kullanımı artan bir yöntem olmaya devam etmektedir. Düzensiz geometrileri ve karmaşık malzeme modellerinin tanımlanabilmesiyle birlikte giderekte artan bir başarı göstermektedir. Hem statik, hem de dinamik analizler çok geniş bir yükleme kapasitesi ve sınır şartlarının uygulanabilirliği sayesinde birçok bakımdan avantajlı konuma geçmektedir. Daha önceki çalışmalarda birçok ayak ve ayak giyimi konusunda sonlu elemanlar analizleri yapılmış olmasına rağmen birçoğu iki boyutta ve ayağın gerekli noktalarına odaklanmışlardır. Üç boyutlu analizlerde dahi aşırı basitleştirilmiş geometriler ve farklı kabullere gidilmiştir. Bu yüzden daha detaylı ayak modellerinin geliştirilmesinde fayda vardır. Bu geliştirilen modeller ve kabuller birbirleri ile karşılaştırılmasına ve sonucunda daha hızlı modelleme ve ameliyat ya da sakatlanma benzeri yapılara, analizlerin daha hızlı adapta edilmesi sağlanabilmektedir. Sonlu elemanlar yönteminde çoklu fizik uygulamalarında mevcut olduğu için ilerleyen zamanlarda kırıkların ne kadar ağırlı yapabileceği ve ihtiyaçların (titanyum vida, protez..) nasıl karışlanabileceği çok rahatlık ile tanımlana bilecektir.

Taban ağrısı ve diyabetiklerin ayaklarındaki ülserasyon taban ve bilek rahatsızlığı yaşayan hastalarda en çok görülen rahatsızlıklardandır. Uzun süreli diyabet hastaların da görülen ve ayaklarda çarpıklık, bozulma ve açık yaralar oluşumu gözlenen rahatsızlıkların büyük ölçüdeki sebeplerinden biri de tabana gelen yüksek basınçlar, ayağı yeteri kadar desteklemeyen tabanlı ayakkabılar, kemiksel eğrilmeler, nasırlar kronik basınçlardan dolayı ortaya çıkmaktadır. Buna benzer rahatsızlıkların bilinen en iyi çözüm yöntemi ortopedik tasarımlardır. Literatürde ayak tabanındaki basınç dağılımının ölçümlerinde basınç sensörleri kullanılmaktadır. Ama bu yöntemlerde iç gerilmelerin yumuşak doku ve kemiksi yapılardaki hali tam olarak nitelendirilememektedir.

3. TEMEL KAVRAMLAR

3.1 Genel

Kas-iskelet sisteminin biyomekaniğini çalışmak sağlam bir temel mekanik bilgisi gerektirir. Mekanik ve fizikteki temel terminoloji ve kavramlar insan bedeninin iç kuvvetlerini belirlemek için kullanılır. Bu kuvvetleri incelemek ile yumuşak dokuların yüklenme sonucunda durumlarını ve meydana gelen mukavemet cevaplarını anlamaktır. Bu bölümün amacı, biyomekanik alanında kullanılan uygulamalı mekaniğin temel kavramlarını gözden geçirmektir.

3.2 Skalerler, Vektörler ve Tansörler

Mekanikteki çoğu kavram skaler ya da vektördür. Skaler bir niceliğin sadece büyüklüğü vardır. Kütle, enerji, güç, mekanik iş ve sıcaklık skaler niceliklerdir. Örneğin, bir nesnenin 80 kg kütlesi olduğunu söylemek yeterlidir. Tersine vektörel bir nicelik hem büyüklüğe ve hem de onuna ilintili bir doğrultuya sahiptir. Kuvvet, moment, hız ve ivme vektörel büyüklüklere örnektir. Bir kuvveti tam olarak belirtebilmek için, ne kadar kuvvet uygulandığı ve ne doğrultuda uygulandığı belirtilmelidir. Bir vektörün büyüklüğü de aynı zamanda skaler bir niceliktir. Herhangi bir niceliğin (skaler yahut vektör)büyüklüğü, her zaman için o büyüklüğün sayısal ölçüsüne karşılık gelen pozitif bir sayıdır.

Bir vektör grafiksel olarak bir okla gösterilir. Okun izinin hareket hattını, okun ucu vektörün doğrultusunu ve yönünü verir. Tek bir çizimde birden fazla bir vektör gösterilecekse, her bir okun uzunluğu karşılık geldiği vektörün büyüklüğü ile orantılı olmalıdır. Hem skalerler hem de vektörler, mekanikte tüm nicelikler için daha genel bir kavram olan tensörlerdir. Skalerler aynı zamanda “sıfırıncı mertebeden tensör“ olarak da bilinirken vektörler “birinci mertebeden tensörlerdir“. Gerilme ve gerinim gibi kavramlar ise “ikinci mertebeden tansörlerdir“.

3.3 Kuvvet Vektörü

Kuvvet bir bozukluk veya yük olarak tanımlanabilir. Bir nesne itildiğinde ya da çekildiğinde, üzerine bir kuvvet uygulanmış olur. Bir top atıldığında veya tekmelendiğinde de bir kuvvet uygulanır. Bir nesneye etki eden kuvvet nesnenin şeklini değiştirebilir, hareket durumunu yahut her ikisini birden değiştirebilir. Kuvvetler uygulandıkları nesneye etkilerine veya diğer bir başkasına kıyasla yönelimlerine göre sınıflandırılabilir.

3.4 Tork ve Moment Vektörleri

Bir nesneye uygulanan kuvvetin etkisi kuvvetin nasıl uygulandığına ve nesnenin nasıl tutulduğuna bağlıdır. Örneğin, açık bir kapı çekildiğinde duvara asıldığı kenar boyunca döner. Kapının dönmesine sebep olan, kapı menteşelerinden geçen eksen boyunca uygulanan kuvvetin yarattığı torktur. Bir tahtayı eğen, tahtanın sabit ucuna etki eden gövde ağırlığının oluşturduğu momenttir. Genelde, tork uygulanan kuvvetlerin dairesel veya döner hareketiyle moment ise eğilme hareketiyle ilişkilendirilir. Ancak, moment ve torkun matematiksel tanımı aynıdır.

3.5 Newton Yasaları

Uygulanan kuvvetler ile neticelerinde oluşan hareketler arasındaki ilişkileri ortaya koyan birkaç temel yasa vardır. Bunlar arasında, Sir Isaac Newton (1642-1727) tarafından ortaya konmuş olanlar en önemlileridir. Newton'un birinci yasasına göre bir cisim üzerine etki eden net kuvvet sıfırsa, cisim durmaktaysa durmaya devam eder veya hareket halinde ise düz bir çizgi üzerinde sabit hızla hareketine devam eder. Newton'un ikinci yasası, sıfırdan farklı bir net kuvvet etki eden bir cismin net kuvvet doğrultusunda ivmelenmesi ve ivmelenmenin büyüklüğünün net kuvvetin büyüklüğü ile orantılı olmasını gerektirir. Newton'un ikinci yasası (3.1) olarak formüllenebilir.

$$\vec{F} = m \times \vec{a} \quad (3.1)$$

Burada F uygulanan kuvvet, m cismin kütlesi ve a kuvvetin uygulandığı cismin çizgisel ivmesidir. Eğer cisim üzerine birden fazla kuvvet etki ediyorsa, F net kuvveti (tüm kuvvetlerin vektörel toplamı) temsil eder. Newton'un ikinci yasasının bir başka ifadesi de (3.2) olup, buradaki M cisim üzerine etki eden tüm kuvvetlerin oluşturduğu net moment, I cismin eylemsizlik momenti ve α cismin açısal ivmesidir. Kütle m ve eylemsizlik momenti I hareketteki değişmeye karşı olan dirençtir. Daha büyük eylemsizliğe sahip bir cismin, harekete geçirilmesi veya hareket ediyorsa durdurulması daha zor olur.

$$\vec{M} = I \times \ddot{\theta} \quad (3.2)$$

Newton'un üçüncü yasası her etkiye karşılık bir tepki olduğunu ve birbiriyle ilişki içindeki cisimler arasındaki etki ve tepki kuvvetlerinin büyüklük olarak eşit, ters yönde ve aynı etki çizgisine sahip olduğunu ortaya koyar. Bu yasa serbest cisim diyagramları hazırlamada çok önemlidir.

3.6 Denge Şartları

Statik dengedeki rijit cisimler üzerine etki eden kuvvetlerin incelenmesini içeren uygulamalı mekanik alanlarından biridir. Rijit bir cisim hiç şekil değişimine uğramadığı varsayılan bir cisimdir. Gerçekte her nesne ya da malzeme üzerine kuvvet etkiyince şekil değişikliğine uğrar. Bazı durumlarda şekil değiştirmenin değeri o kadar küçüktür ki yapılmak istenen analiz üzerinde hiç etkisi olmaz ve nesne rijit olarak kabul edilebilir. Mekanikte, denge kavramı ilgilenen nesnenin ya duruyor olmasını ya da sabit hızla hareket ediyor olmasını ifade eder. Bir cismin dengede olabilmesi için, hem öteleme hem de çevresel hareket bakımından dengede olması gerekmektedir. Eğer bir cisim üzerine etki eden net kuvvet (tüm kuvvetlerin vektörel toplamı) sıfırsa o cisim öteleme hareketi bakımından dengededir. Net kuvvet sıfırsa, cismin çizgisel ivmesi (lineer hızdaki değişim miktarı) sıfırdır veya cismin lineer hızı sabit veya sıfırdır. Eğer bir cisim üzerine etkiyen net moment (tüm momentlerin vektörel toplamı) sıfırsa dönme bakımından dengededir. Net moment sıfırsa, açısal ivme (açısal hızdaki değişim miktarı) sıfırdır cismin açısal hızı sabit veya sıfırdır. Bu sebepten, denge halindeki bir cisim için hareket denklemleri (Newton 'un ikinci yasası) şu özel biçimleri alırlar (3.3)

$$\sum F = 0 \text{ ve } \sum M = 0 \quad (3.3)$$

Kuvvet ve momentin vektörel nicelikleri olduğunu unutmamak gerekir. Örneğin kartezyen koordinat sisteminde kuvvet ve moment vektörleri x, y ve z doğrultularında bileşenlere haiz olabilirler. Bu nedenle bir nesne üzerine etki eden net kuvvet sıfırsa, her doğrultuda etki eden kuvvetlerin toplamı sıfırdır. (3.4)

$$\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \text{ ve } \sum F_z = 0 \quad (3.4)$$

Benzer şekilde, bir nesne üzerine etki eden net moment sıfırsa her bir doğrultuda etki eden momentlerin toplamı sıfır olmalıdır.(3.5)

$$\sum M_x = 0, \sum M_y = 0, \text{ ve } \sum M_z = 0 \quad (3.5)$$

$$(\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \text{ ve } \sum M_z = 0) \quad (3.6)$$

Bu sebeple üç boyutlu sistemlerde denge için alt şart vardır. XY düzlemindeki iki boyutlu sistemlerde ise bu koşullardan sadece üç tanesinin (3.6) kontrol edilmesi gerekir.

3.7 Statik

Statiğin ilkeleri (denge denklemleri), insan bedeni ve kısımlarının çeşitli duruş konumları da eklemlerde ve çevrelerindeki kas ve eklem kuvvetlerinin araştırılması için uygulanabilir. Statik analiz yapılmasının en önemli sebebi şöyle sorunlara yanıt bulabilmektir: boyun kaslarının boynu belirli bir konumda tutmak için ne kadar kuvvet uygulanması gerekir?, Dirsek, diz ve bilek eklemlerindeki bası dıştan uygulanan kuvvetlerle ve farklı düzlemler ile nasıl değişmektedir?, Elde taşınmakta olan yüklerden uyluk kemiğindeki kuvvetler nasıl etkilenir?, Çeşitli kas gruplarındaki ve eklemlerdeki kuvvetler farklı çalışma koşullarında ne olmaktadır?.

Genelde, kas-iskelet sistemindeki statığı incelemekte karşılaşılan bilinmeyenler eklem tepki kuvvetlerinin ve kas gerilmelerinin büyüklükleridir. Bir iskelet eklemine mekanik analizi kaslardaki gerilmelerin vektör davranışını, kas eklentilerinin doğru konumları, vücut kısımlarını, vücut kısımlarının ağırlığını ve vücut kısımlarının kütle merkezini bilmeyi gerektirir. Mekanik modellemeler karmaşık sistemlerin basitleştirilmiş temsilleridir. Çoğu model, ilgilenilen sistemin statik olarak belirlenmesi için yapılması gereken kabullere sınırlıdır. Herhangi bir model diğer kasların etkilerini de hesaba katmak suretiyle geliştirilebilir, ancak bu bilinmeyenlerin sayısını artırır ve modeli statik olarak belirlenemez hale gelir. Geliştirilmiş modeli inceleyebilmek için, araştırmacının ilgili kas kuvvetleri ile ilgili ek bilgiye ihtiyaç vardır. Bu bilgi kas sinyallerinin elektromiyografi ölçümlerini bir araya getirerek veya belirli optimizasyon yöntemleri kullanılarak elde edilebilir. Benzer bir analiz, kas-iskelet sisteminin diğer ana eklemlerinde ve etraflarındaki kuvvetleri incelemek için de yapılabilir.

3.8 Şekil Değiştirme Modları

Dışarıdan uygulanan kuvvetlerle harekete geçen cisimler net kuvvet doğrultusunda öteleme hareketi ya da net tork doğrultusunda dönme hareketi yapar. Eğer cisim dışarıdan uygulanan bir kuvvete maruzsa ama statik dengede ise cismin bir bölgesinde şekil değişimi vardır. Uygulanan kuvvetin etkisiyle şekil değişimine deformasyon denir. Bir cismin uğrayabileceği şekil değişimi malzeme özellikleri, geometrisi, sıcaklık, nem gibi çevresel şartları, uygulanan kuvvetlerin büyüklüğü, yönü ve uygulama süresi gibi birçok etkenden etkilenir. Kuvvetlerin ayırt etme de kullanıla yöntemlerden biri de uygulanan kuvvetler karşısındaki şekil değiştirmelerini gözlemektir. Örneğin, bir cisim uygulanan kuvvetler doğrultusunda uzama eğiliminde ise çeki, daralma eğiliminde ise basıdadır denir. Kayma kuvveti, kaymaya direnen

alanların teğetsel doğrultuda etkiyen kuvvetler nedeniyle oluşması bakımından çeki ve basıdan farklıdır. Bası ve çeki ise etki ettikleri alanlara dikey olarak uygulanan eş doğrusal kuvvetlerdir. Bası ve çeki kuvvetlerine genellikle normal veya eksensel kuvvetler denirken, kayma kuvvetleri teğetsel kuvvetlerdir. Cisimler üzerine eğme ve burulma yönlerinde kuvvetler uygulandığında da şekil değiştirmektedir. Bunlar ise uygulanan kuvvetlerin yol açtığı moment ve tork ile ilgilidir.

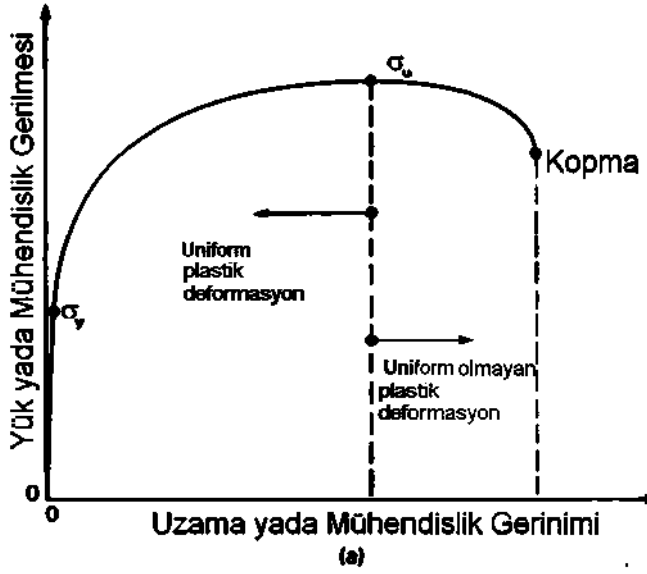
Bir malzeme farklı yükleme düzenlerinde farklı tepkiler verebilir. Belirli bir metal için malzemenin bası, çeki veya kayma kuvvetlerine verdiği tepkilerin analizinde hesaba katılması gereken farklı malzeme özellikleri olabilir. Malzemenin mekanik özellikleri, eş eksenli bası veya çeki, eğilme burulma kesme hacimsel kesme tek eksenli gerilme durumları ve benzeri testlerin uygulanması ile elde edilen gerilme analizleri ile elde edilir.

3.9 Malzemelerin Yapısal Özellikleri

Sünek bir malzemenin (Alüminyum, bakır veya benzeri) yük uzama diyagramı ya da tipik mühendislik gerilme- mühendislik gerinim diyagramı Şekil 3.1 de verilmiştir. Aynı şeklin (b) bölümünde ise doğrusal olan başlangıç bölgesi büyütülerek verilmiştir. Şekilden de görülebileceği gibi, gerinim başlangıçta gerilme ile doğrusal olarak artar. Bu bölgede şekil değişimi elastiktir, yani yükün boşaltılması ile parça başlangıçtaki boyutlarını alır. Doğrunun (Hooke doğrusu) eğimi E ile gösterilir ve elastiklik modülü (Young modülü) adını alır. Doğru boyunca Hooke kanunu (3.7) geçerlidir.

$$\sigma = E\epsilon \quad (3.7)$$

Çekme deneyinde parça uzarken kesit yüzeyi de azalır. Deney çubuğunun eksenine dik doğrultudaki birim şekil değiştirme (en veya kalınlık doğrultusu) ile eksenel (boyuna) doğrultudaki birim şekil değiştirme arasındaki oranın mutlak değerine Poisson oranı denir ve ile gösterilir.

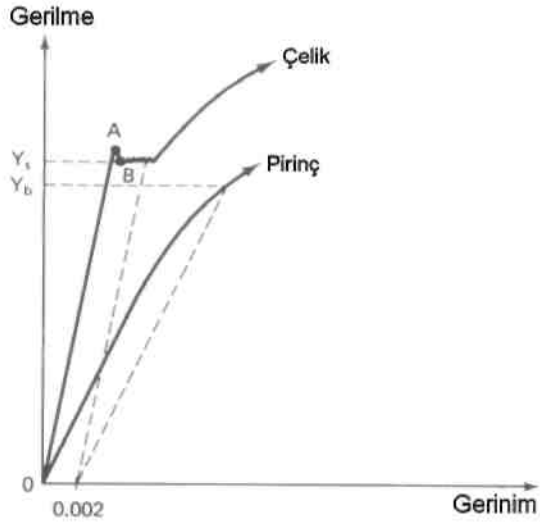


Şekil 3.1 (a) ve (b) sünek bir metalin mühendislik çekme diyagramı.

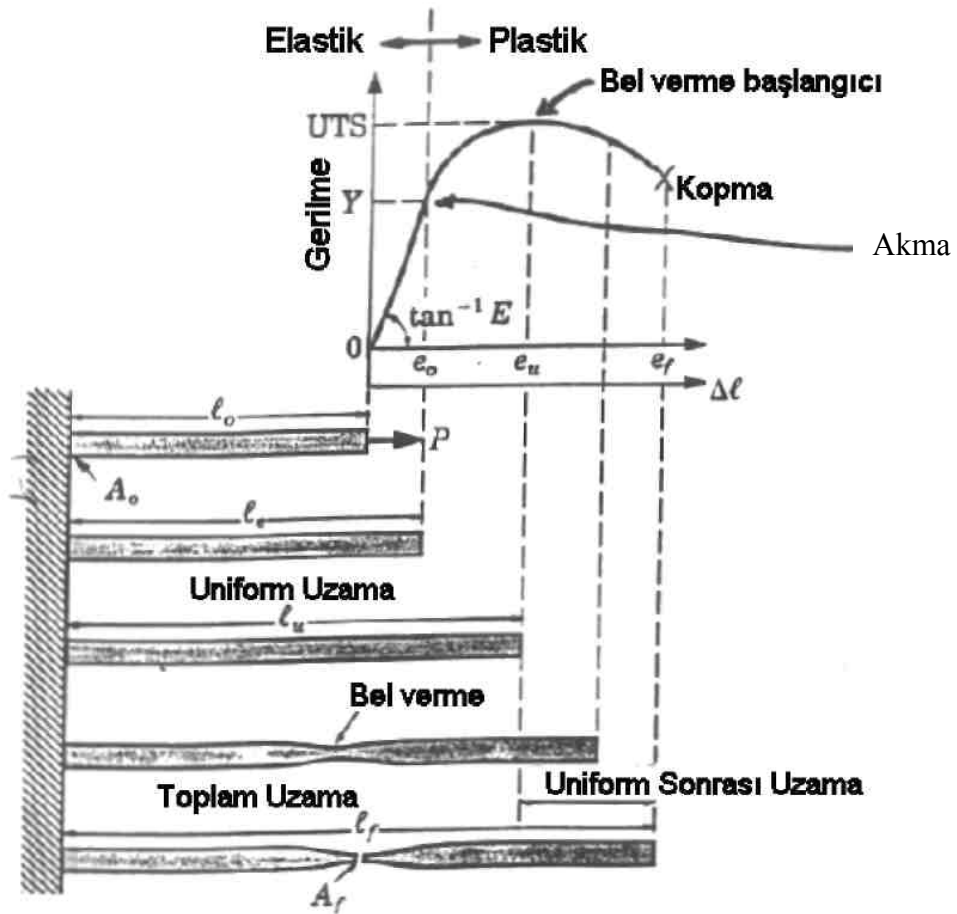
σ_y olarak belirtilen akma mukavemeti noktasından sonra gerilme-gerinim ilişkisi doğrusal olarak devam etmez, yani artık Hooke kanunu geçersizdir. σ_y noktası elastiklik sınırıdır. Tarif olarak elastiklik sınır, çekme yükü kaldırıldığı zaman malzemede kalıcı (plastik) şekil değişiminin görülmediği en büyük gerilmedir. Şekil 3.1 σ_u ile gösterilen tepe noktası maksimum yükün uygulandığı ya da maksimum mühendislik gerilme değerine ulaşıldığı noktadır. Bu noktadan sonra yük boşaltılmadıkça azalan yük de malzeme kopma noktasına kadar gider. Şekilde belirtildiği gibi σ_u noktasına kadar olan bölge uniform plastik deformasyon bölgesi sonrası ise uniform olmayan plastik deformasyon bölgesi olarak adlandırılır.

3.10 0.2% Akma Mukavemeti

Akma sınırının Şekil 3.2 de olduğu gibi belirgin olmadığı hallerde %0.2 plastik gerinimin meydana geldiği mühendislik gerilme değeri akma sınır olarak kabul edilir. Bu gerilme değerinin bulunması için $e=0.002$ noktasından Hook doğrusuna paralel çizilir ve gerilme-gerinim eğrisini kestiği noktadaki gerilme değeri akma mukavemet değeri olarak alınır.



Şekil 3.2 0.2% akma mukavemeti



Şekil 3.3 Deformasyon bölgelerinin mühendislik gerilme.gerinim diyagramı ve test parçası ile ilişkisi.

3.11 Pekleşme, Süneklik, Tokluk ve

Sertlik Tanımları

3.11.1 Pekleşme

Metallerin uygulanan yükler altında elastik bölgeyi geçerek kalıcı şekil değişimine uğraması ve buna bağlı olarak mukavemet ve sertlik değerlerinin artmasına pekleşme adı verilir.

3.11.2 Süneklik

Kopma noktasına kadar olan uzama yüzdesi sünekliğin bir ölçütüdür. Uzama yüzdesi ne kadar fazla ise malzeme o kadar sünektir. Sünek malzemenin karşıtı kırılgan malzeme olarak adlandırılır. Süneklik şu şekilde tanımlanabilir (3.8).

$$\frac{\ell_f - \ell_0}{\ell_0} \times 100 \quad (3.8)$$

$$\frac{A_0 - A_f}{A_0} \times 100 \quad (3.9)$$

Kırılmadaki % uzama veya alan kullanarak kırılmada % kesit azalması olarak yazılır.

A_0 : ilk kesit alan

A_f : Son alan

ℓ_0 : ilk uzunluk

ℓ_f : Son uzunluk

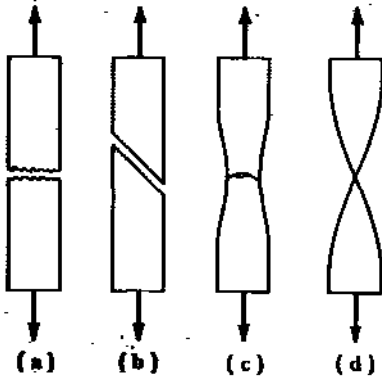
Değerlerini ifade etmektedir.

Genellikle sertlik artınca, süneklik azalır. Malzemeler sünek yapmak için:

Sıcaklık yükseltilir, hidrostatik basınç yükseltilir. Çok yüksek hidrostatik basınç uygulaması kopmayı da geciktirir.

2.6. Kırılma Biçimleri

iç veya dış çatlama sonucunda malzeme ayrılması kırılma olarak adlandırılır. Kırılma, sünek ve gevrek olmak üzere ikiye ayrılır. Şekil 3.4 çekme deneyindeki kırılma biçimleri gösterilmiştir.



Şekil 3.4 Çekme deneyinde kırılma tipleri, (a) Çok kristalli metallerde gevrek kırılma, (b) Sünek tek kristallerde kayma kırılması, (c) Çok kristalli metallerde sünek çanak.koni tipi kırılma, (d) Çok kristalli metallerde tam sünek kırılma (kesit daralması % 100)

3.11.3 Gevrek Kırılma

Gevrek kırılmada malzeme, çok az plastik şekil değiştirdikten sonra veya hiç plastik şekil değiştirmeden iki veya daha çok parçaya ayrılır. Çekme deneyinde bu ayrılma genellikle ayrılma düzlemleri boyunca oluşur. Ayrılma, normal gerilmenin maksimum olduğu kristal düzlemleri boyunca meydana gelir.

Çekmeye zorlanan çok kristalli bi-metalde, gevrek kırılma yüzeyi makroskopik olarak çekme gerilmesine diktir ve çatlakın taneden taneye yayılması sırasında ayrılma düzlemlerinin doğrultusu değiştiği için de parlak taneli bir görünüme sahiptir.

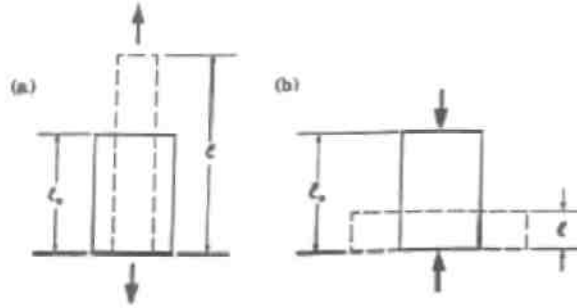
Genel olarak düşük sıcaklık ve yüksek şekil değiştirme hızı, özellikle bazı sıkı düzen hegzaonal ve birçok hacim merkezli kübik metalde, gevrek kırılmayı teşvik eden faktörlerdir. Gerilme hali de kırılma tipine etki eder (örneğin hidrostatik basınç sünekliliği artırır). Yüzey merkezli kübik metaller genellikle gevrek kırılmazlar. Buna karşılık hacim merkezli kübik ve bazı sıkı düzen hegzaonal metallerde ayrılma kırılması görülür.

3.11.4 Sünek kırılma

Sünek kırılma belli bir miktar plastik şekil değişiminden sonra oluşur. Sünek malzemelerin gerilme-gerinim eğrileri altındaki alan büyüktür yani sünek kırılma gevrek kırılmaya kıyasla oldukça büyük enerji yutar. Altın ve kurşun gibi çok sünek malzemelerin çekme deneyinde, kopmadan önce, büzülen kesitin çok küçülmesine ve hemen bir noktaya dönüşmesine karşılık (Şekil 3.4 d) çoğunlukla kesit belirli bir değere düşüncü kopma olur Sünek kırılma genellikle kayma gerilmesinin maksimum olduğu düzlemler boyunca oluşur.

Sünek kırılmalarda oluşan kırılmaya şeklinden dolayı çanak-koni tipi kırılma denir. Kırılma yüzeyinin kenarlarındaki ve çekme doğrultusuyla 45° açı yapan yüzeye de kayma yanaklar adı verilir.

Oksit, sülfür, karbür, silikat gibi bileşikler olan kalıntılar metal ve alaşımlarda boşluk oluşumuna, dolayısıyla süneklik ve sünek kırılmaya negatif yönde etki ederler. Bu etki malzemelerin şekillendirilebilme kabiliyeti bakımından olumsuzdur. Benzer şekilde örneğin dökümde oluşan boşluk ve gözenekler de sünekliğin azalmasına yol açar. Çeliklerdeki mangan sülfür gibi yumuşak ve dolayısıyla kolay şekillendirilebilen kalıntılar şekil verme işlemini doğrudan engellemeyerek iş parçasının şekil değişimine uyarlar. Fakat bu kalıntılar daha sonra malzemenin kullanım özelliklerini etkilerler.



Şekil 3.5 Tek eksenli gerinim a) Çekme b) Basma

3.12 Gerinim Hızı

Gerinimin zamana karşı değişimi gerinim hızı olarak adlandırılır. (3.10)

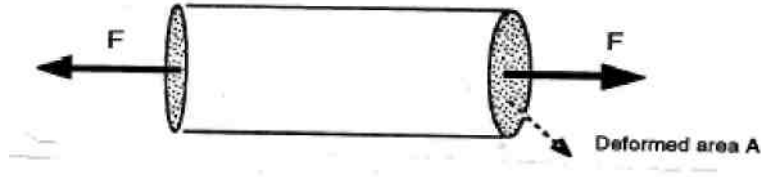
$$\dot{\epsilon} = \frac{d\epsilon}{dt} \quad (3.10)$$

3.13 Gerilme

3.13.1 Tek Eksenli Gerilme Tanımı

Yapının sürekliliği varsayılarak limit alınabilir. (3.11)

$$\sigma = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta F}{\delta A} \quad (3.11)$$



Şekil 3.6 Tek eksenli çekme testi.

.F kuvveti A alanına dik olacak şekilde uygulanır. Kuvvet uygulanmadan önceki kesit alanı A_0 dır. Tek eksenli nominal ya da mühendislik gerilmesi yükün orijinal kesit alana bölünmesiyle elde edilir. (3.12)

$$\sigma_0 = \frac{F}{A_0} \quad (3.12)$$

Tekeksenli gerçek gerilme ise yükün, yük değeri hesaplandığı andaki alana bölünmesiyle elde edilir.(3.13)

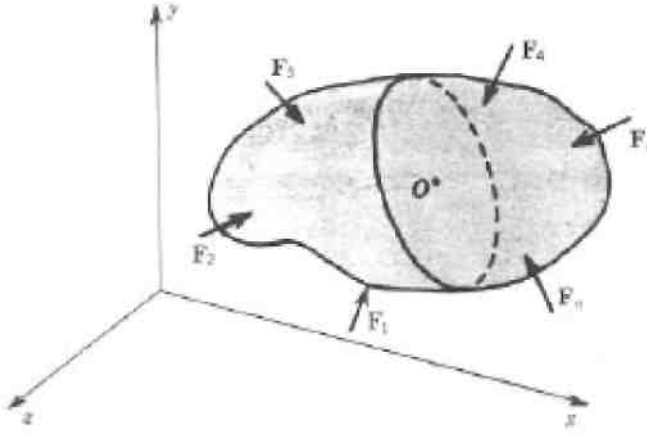
$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (3.13)$$

İki tanımı kolaylıkla ilişkilendirmek mümkündür. (3.14)

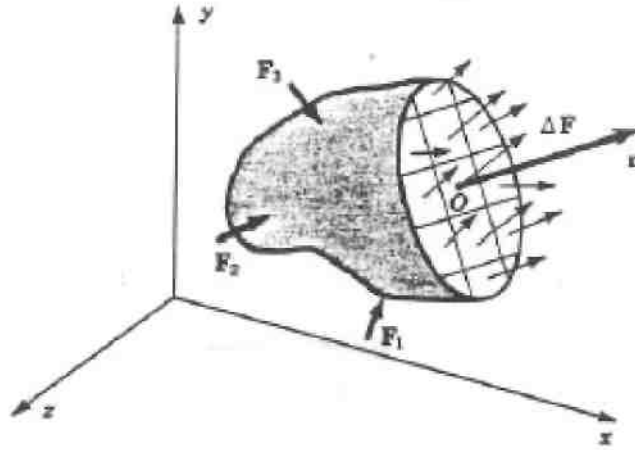
$$\sigma_0 = \frac{F}{A_0} = \frac{F}{A} \frac{A}{A_0} = \sigma \frac{A}{A_0} \quad (3.14)$$

3.13.2 Üç Boyutta Gerilme Tanımı

Dıştan etkiyen kuvvetler tarafından yüklenen sürekli bir yapının içindeki bir O noktasındaki gerilme durumu tanımlanacaktır (Bkz. Şekil 3.7). Birinci aşamada, kavramsal olarak sürekli olan bu yapı O noktasından geçecek bir düzlemle iki parçaya ayrılmaktadır, n birim vektör olarak tanımlanırsa, bu vektör kesme sonucu oluşan yüzeyin normalidir. Şekil 3.8 de gösterilmiştir. Bu şekilde kesme sonucu oluşan parçalardan sadece biri gösterilmiştir. iki yapının statik dengesinin devamının sağlanması için, kesilmiş yüzeye diğer parçaya etki eden iç kuvvetler aktarılmıştır.



Şekil 3.7 Harici kuvvetlerin etkidiği sürekli yapı



Şekil 3.8 Normali n olan düzleme etki eden iç kuvvetler

Gösterilen kesik düzlem için traksiyon vektörü t_n tanımlanırsa (Tek boyuttaki gerilme

$$t_n = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (3.15)$$

tanımında yapıldığı gibi);

Burada;

ΔF : Küçük bir alana etki eden iç kuvvet

ΔA : O noktası etrafındaki küçük alan

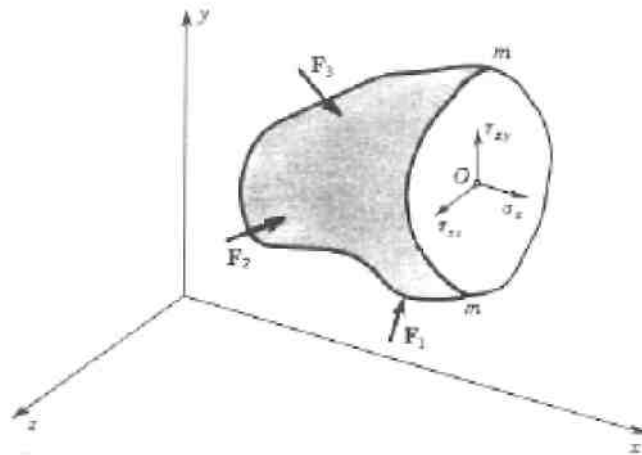
t_n : Normali n olan bir düzleme O noktasında etki eden kuvvet yoğunluğu ya da gerilmedir.

Eğer birim vektörleri n_x, n_y, n_z olan sabit kartezyen koordinat sistemi; x, y, z dikkate alınırsa traksiyon vektörü t_n 'nin bileşenleri aşağıdaki gibi yazılabilir. (3.16)

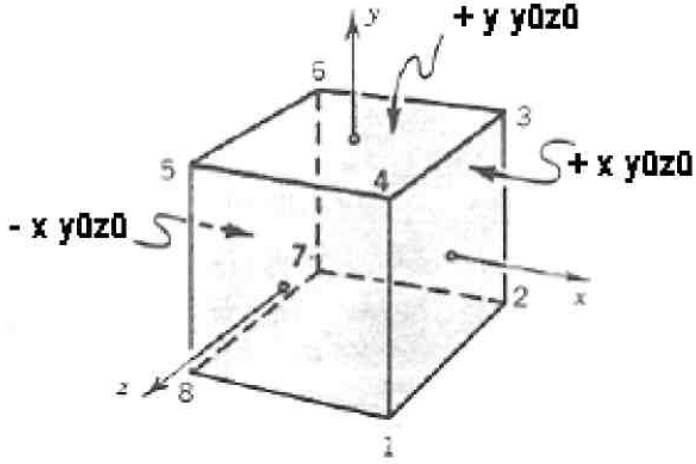
$$t_n = n_x t_{nx} + n_y t_{ny} + n_z t_{nz} \quad (3.16)$$

Eğer bir noktadan geçen herhangi bir düzlem için traksiyon vektörü hesaplanabilirse bu nokta için gerilme durumu bilinir. Yukarıda düzleminin normali n olan bir O noktası için traksiyon t_n hesabını yapılmıştır. Eğer O noktasından geçen karşılıklı birbirlerine dik üç düzlemin traksiyon vektörleri biliniyorsa O noktasından geçen diğer herhangi bir düzlemin traksiyon vektörü hesaplanabilir.

$n = n_x, n_y, n_z$ şeklinde seçilmiştir (x, y ve z eksenlerindeki birim vektörler). Bunlar yz, xz ve xy kesişim düzlemlerine etkiyen üç traksiyonu belirtir. Her bir traksiyon kuvveti üç bileşene sahiptir. Ayrıntılı olarak aşağıdakiler yazılabilir.



Şekil 3.9 noktasındaki pozitif x yüzündeki gerilme bileşenleri numaralı denklem grafiksel olarak gösterilmesi.



Şekil 3.10 Pozitif ve negatif küp yüzeylerinin tanımlanması

3.13.3 Gerilme Tensörü

O noktasındaki gerilme matris formunda aşağıdaki gibi gösterilir. (3.17)

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

ve bu gösterim gerilme tensörü olarak adlandırılır. Gerilmeyi tensör yapan dört özellik vardır.

Bunlar:

Büyüklik

Yön

Uygulama düzlemi

Uygulama yönü σ_{ij} ifadesinde;

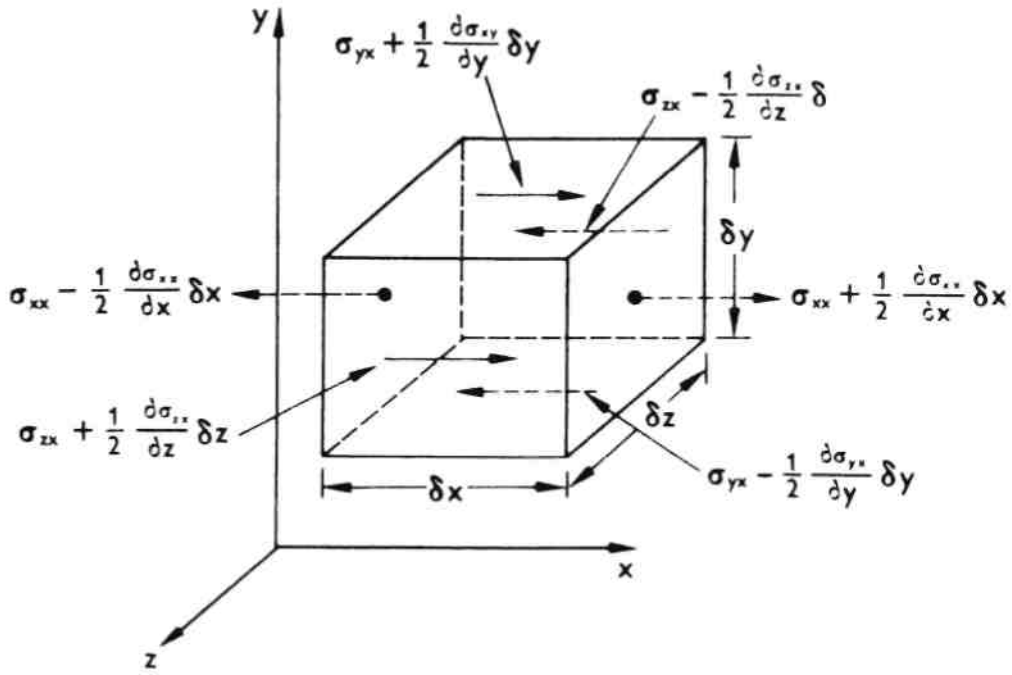
i: Uygulama yönü

j: Uygulanan düzlemin normali yönünü ifade ederler.

Traksiyon t_n xyz düzlemine uygulanır. Bunun bileşeni olan σ_{xx} x yönündedir (yz düzlemine dik).

σ_{xx} , σ_{yy} ve σ_{zz} normal gerilme bileşenleridir. Geri kalan diğer σ_{ij} ; $i \neq j$ gerilme bileşenleri

kayma gerilmesi olarak adlandırılırlar.



Şekil 3.11 Ox yönündeki kuvvet dengesi

$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} = 0 \quad (3.18)$$

3.13.4 Asal gerilmeler

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_{x'} + \sigma_{y'} + \sigma_{z'} \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} I_2 &= -(\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x) + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 \\ &= -(\sigma_{x'} \sigma_{y'} + \sigma_{y'} \sigma_{z'} + \sigma_{z'} \sigma_{x'}) + \tau_{x'y'}^2 + \tau_{y'z'}^2 + \tau_{z'x'}^2 \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} I_3 &= \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{zx}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2 \\ &= \sigma_{x'} \sigma_{y'} \sigma_{z'} + 2\tau_{x'y'} \tau_{y'z'} \tau_{z'x'} - \sigma_{x'} \tau_{y'z'}^2 - \sigma_{y'} \tau_{z'x'}^2 - \sigma_{z'} \tau_{x'y'}^2 \end{aligned} \quad (3.21)$$

Asal gerilme değerleri kullanılması durumunda (3.19), (3.20) ve (3.21) denklemleri

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (3.22)$$

$I_2 = -(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)$	(3.23)
$I_3 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3$	(3.24)

formunu alır.

Hidrostatik gerilmenin (3.25) olduğu düşünülürse (3.26) olur ve I_1 hidrostatik bileşen olarak

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (3.25)$$

$$I_1 = 3\bar{\sigma} \quad (3.26)$$

adlandırılabilir. I_1 akmayı etkilemez ama kırılmayı geciktirir. Dolayısıyla akma kriteri I_1 'in fonksiyonu değildir. Bir gerilme sapma gerilmesi (deviatoric stress) bileşeni ve hidrostatik bileşen olarak ikiye ayrılabilir;

$$\sigma_i = \sigma' + \bar{\sigma} \quad (3.27)$$

O zaman sapma gerilmesi (3.27)

$$\sigma' = \sigma - \bar{\sigma} \quad (3.28)$$

(3.28) şeklinde ifade edilir.

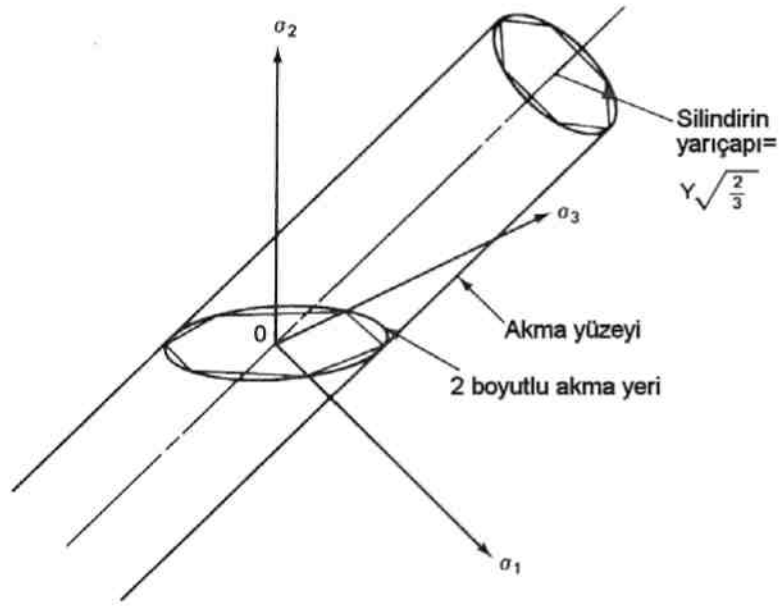
Asal gerilmeler (3.29)

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \quad (3.29)$$

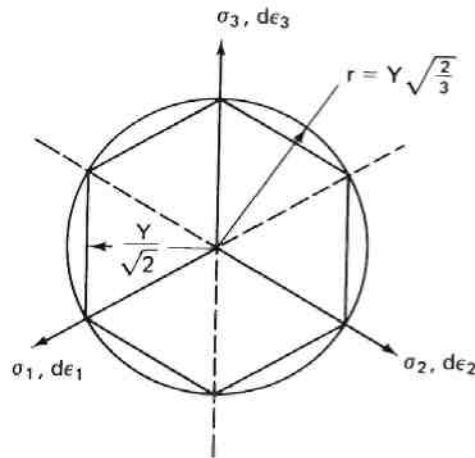
3.13.5 Malzemelerin Akma Kriterleri

Şekil 3.12 de Tresca ve von Mises kriterlerinin asal gerilme uzayındaki çizimlerini göstermektedir. Tresca için olan sekizgen prizma von Mises için olan ise silindir şeklindedir. Her ikisi de yön kosinüsleri aynı olan bir çizgi merkezlidir. Eğer akma

gerçekleşiyorsa $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 'ün herhangi bi kombinasyonunun vektör toplamı akma yüzeyine temas etmelidir. Şekil 3.13 de $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 =$ sabit ile tanımlanan bir düzlem Şekil 3.12 deki bir yüzey içinden geçirilirse oluşan şekilleri göstermektedir. Şekil 3.13 $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 =$ sabit olan bir düzleme izdüşümü alınan Tresca ve Von Mises akma yüzeyleri



Şekil 3.12 Üç boyutlu asal gerilme düzleminde Tresca ve von Mises akma yüzeyleri



Şekil 3.13 Akma kriterlerinin iz düşüm bakışı.

Şekil 7.6'daki bir yüzey içinden geçirilirse oluşan şekilleri göstermektedir.

Şekil 7.7. $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 =$ sabit olan bir düzleme izdüşümü alınan Tresca ve von

Mises akma yüzeyleri.

3.14 Gerilme-Gerinim İlişkileri

Deneyler göstermiştir ki tek eksenli yüklemede belirli bir gerilme değerine karşılık gelen gerinim iki kısımdan oluşur. Geri kazanılabilen elastik gerinim ve geri kazanılamayan plastik gerinim. Deneyler elastik gerinimin gerilmeye genel doğrusal elastik denklemlerle ilişkilendirilebileceğini göstermiştir ki izotrop katı malzemeler için geçerli olan gerilme gerinim denklemleri şunlardır.

$$e_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)) \quad (3.30)$$

$$e_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)) \quad (3.31)$$

$$e_z = \frac{1}{E}(\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)) \quad (3.32)$$

$$2G\gamma_{xy} = \tau_{xy} \quad (3.33)$$

$$2G\gamma_{yz} = \tau_{yz} \quad (3.34)$$

$$2G\gamma_{xz} = \tau_{xz} \quad (3.35)$$

ν : Poisson oranı

E : Young elastik modülü

G : Kayma elastik modülü

Yukarıdaki e_x, e_y ve e_z için olan denklemler yeniden düzenlenip hidrostatik ve sapma gerilmeleri cinsinden ifade edilebilir.

$$e_x = \frac{1}{2G}(\sigma_x - \sigma_m) + \frac{(1-2\nu)}{E}\sigma_m \quad (3.36)$$

$$e_y = \frac{1}{2G}(\sigma_y - \sigma_m) + \frac{(1-2\nu)}{E}\sigma_m \quad (3.37)$$

$$e_z = \frac{1}{2G}(\sigma_z - \sigma_m) + \frac{(1-2\nu)}{E}\sigma_m \quad (3.38)$$

σ_m hidrostatik gerilmedir ve burada (3.39) olarak tanımlıdır.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \quad (3.39)$$

σ' de sapma gerilmesi (deviatoric stress) dir ve (3.40) olarak tanımlıdır. İndisel notasyonla yazılırsa (3.41) ve (3.42)

$$\sigma' = \sigma - \sigma_m \quad (3.40)$$

$$e_{ij} = \frac{\sigma'_{ij}}{2G} + \frac{(1-2\nu)}{E}\delta_{ij}\sigma_m \quad (3.41)$$

$$\sigma_m = \frac{1}{3}\sigma_{ii} \quad (3.42)$$

$\delta_{ij}=1$ eğer $i=j$ ise

$\delta_{ij}=0$ eğer $i \neq j$ ise

3.15 Viskoelastisite

Malzemelerin viskoelastik davranışları elastik katı ile viskoz sıvı arasında davranış göstermesidir. Bu yüzden ilk matematik modellemeleri katılar için Hook kanunu benzetmesi ve sıvılar içinde Newton'un viskozite kanununu kullanılmıştır. Basit bir kesme gerilmesi şeklinde tanımlamak gerekirse.(3.43) ve (3.46)

$$\sigma = \sigma_{elastik} + \sigma_{viskoz} \quad (3.43)$$

$$\sigma_{elastik} = G\varepsilon \quad (3.44)$$

$$\sigma_{viskoz} = \eta \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad (3.45)$$

σ =Toplam gerilme

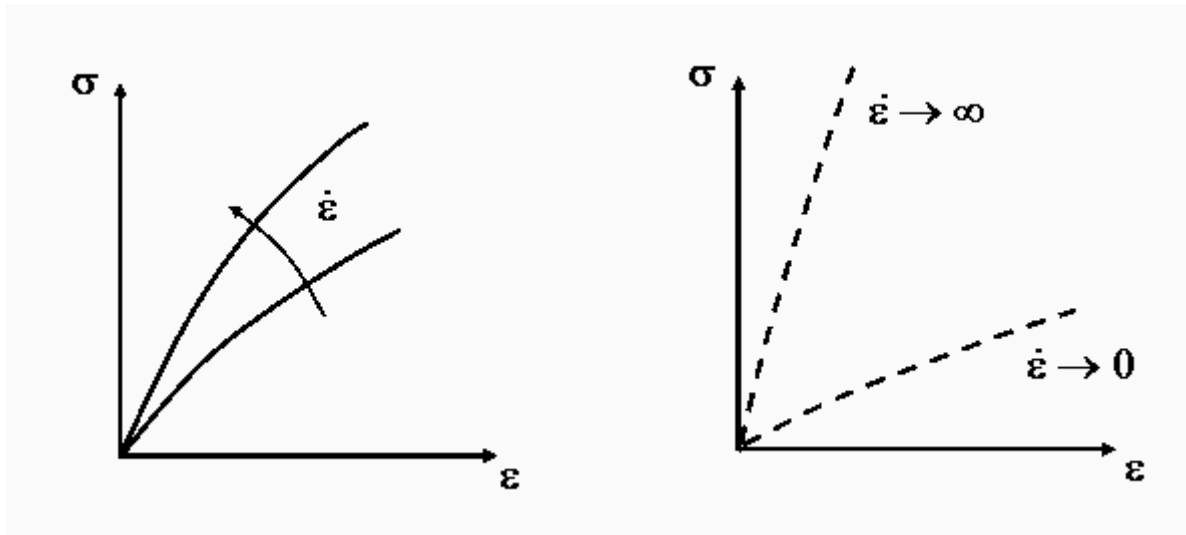
ε = Gerinme

t =Zaman değişkeni

G =Kesme modülü

η =Eşdeğer viskozite

$$\sigma = G\varepsilon + \eta \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad (3.46)$$



Şekil 3.14 Gerinim hızı ve gerilme değişimleri

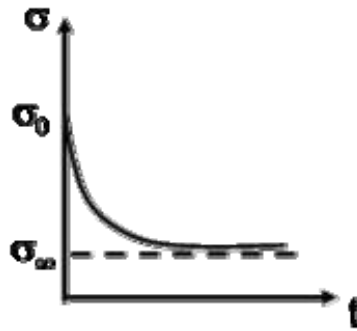
Bu formülasyon ile en basit kabuller ile gerinme ve gerinme hızına bağlı olarak kesme gerilmesini tanımlamış olduk. Bu Kevin-Voight modeli olarak da bilinir ve bir yay ile bir sönümleyicinin paralel olarak bağlanmasıdır.

Daha hassas yaklaşımlarda gerilme ve gerinmelerinde türevleri kullanılmaktadır. Bunlar bünye denklemlerinin diferansiyel formu olan kısmı diferansiyelleri ile çözülmektedir. Malzeme modellerinin integral formları da mevcuttur. Boltzmann süperpozisi ilkesinin türevi kullanılır.

3.15.1 Gerilme rahatlaması ve sürünme (creep) fonksiyonları

3.15.1.1 Gerilme rahatlama modülü

$$G(t) = \sigma(t) / \varepsilon_0 \quad (3.47)$$

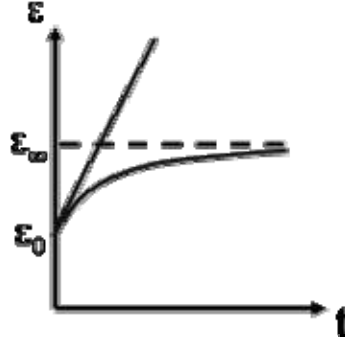


Şekil 3.15 Gerilme rahatlaması gerilme zaman grafiği

Burada gerinme sabit kalmasına rağmen zamanla gerilme azalmaktadır. Bu ifade de zamana bağlı olarak düşünürsek şekil değişmez iken gerilme değeri azalmaktadır. Örnek olarak köpük malzemesi verilebilir.

3.15.1.2 Sürünme işlemi

Sürünme işleminde ise durum tersidir. Gerilme sabit kalması ile birlikte gerinme zamana bağlı olarak artmaktadır. Buna örnek olarak yüksek ısılardaki camları örnek verebiliriz.



Şekil 3.16 Sürünme işlemi gerinme zaman grafiği

Yayların ve sönümlerin bulunduğu mekanik modellerde viskoelastik yaklaşımlar sürekli uygulanmaktadır. Bu konuda yapılan en temel yaklaşımlar Maxwell ve Kevin-Voigt den gelmiştir. Bu yaklaşımlarda seri ve paralel bağlı yaylardan oluşmaktadır. Diğer bir model ise lineer karı modeldir ki bunda yaylar seri ve paralellerin birleşimi şeklinde bağlanmış modellerdir.

3.15.1.3 Maxwell modeli

Maxwell modeli seri şekilde bağlanmış yay ve sönüm modelidir.



Şekil 3.17 Maxwell modelinin şekilsel gösterimi

$$\sigma_{yay} = \sigma_{sönüm} = \sigma \quad (3.48)$$

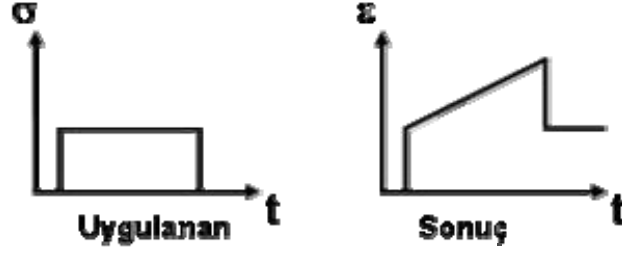
$$\sigma_{yay} = E\varepsilon \quad (3.49)$$

$$\sigma_{sönüm} = \eta \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad (3.50)$$

$$\varepsilon_{toplam} = \varepsilon_{yay} + \varepsilon_{sönüm} \quad (3.51)$$

Sürünme davranışı

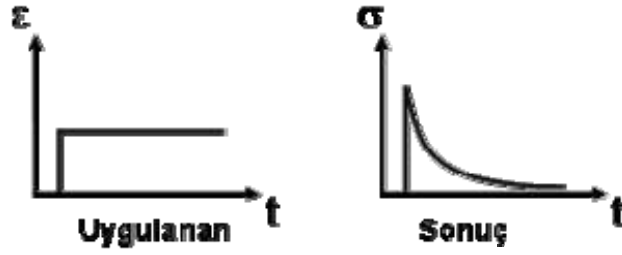
$$\dot{\varepsilon} = \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (3.52)$$



Şekil 3.18 Maxwell modelinde sürünme davranışı

Gerilme Rahatlaması

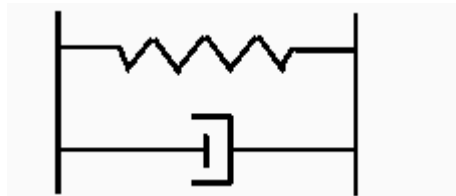
$$\sigma = E\varepsilon_0 e^{-\frac{tE}{\eta}} \quad (3.53)$$



Şekil 3.19 Maxwell modelinde gerilme rahatlaması

3.15.1.4 Kelvin Voight

Kelvin-Voight modeli bir adet yay ve sönümleyicinin paralel bağlanması ile oluşur.



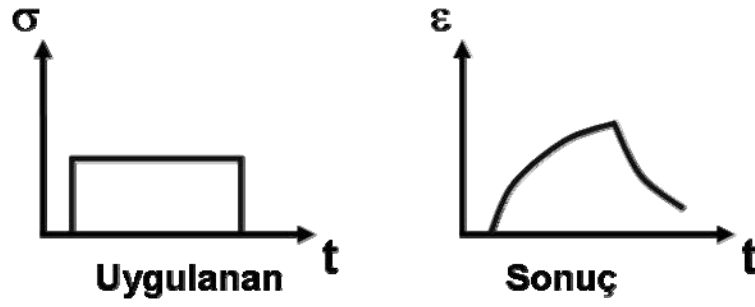
Şekil 3.20 Kelvin Voight modeli şekilsel gösterimi

$$\sigma_{toplam} = \sigma_{yay} + \sigma_{sönüm} \quad (3.54)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{yay} = \varepsilon_{sönüm} \quad (3.55)$$

Sürünme modeli

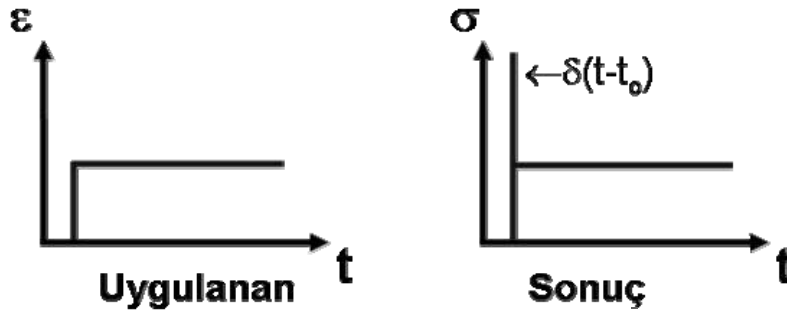
$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} \left(1 - e^{-\frac{tE}{\eta}} \right) \quad (3.56)$$



Şekil 3.21 Kelvin.Voight modeli sürünme rahatlaması

Gerilme rahatlaması

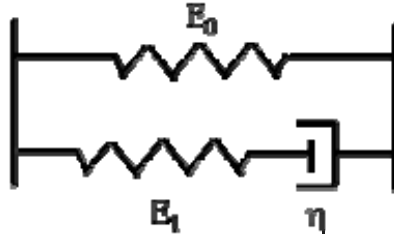
Burada $\varepsilon = \text{sabit}$ tir.



Şekil 3.22 Kelvin Voight modeli gerilme rahatlaması

3.15.1.5 Standart lineer model

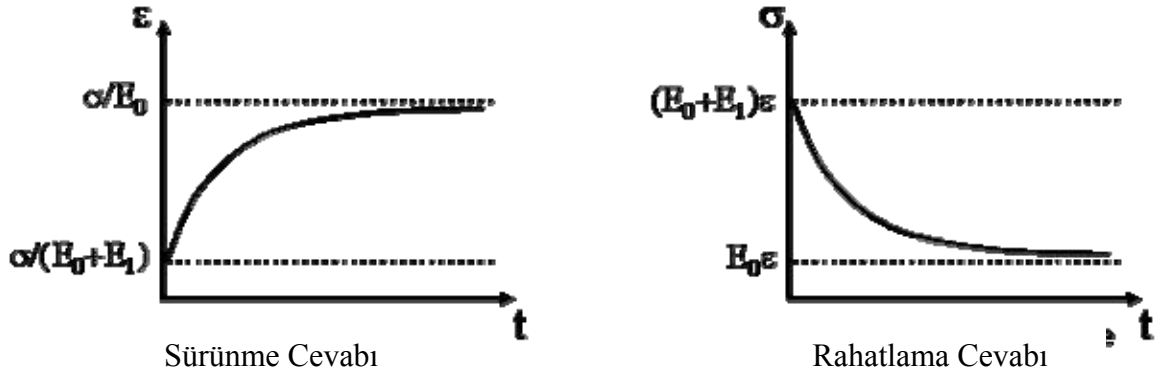
Standart lineer model bir seri bağlı yay sönüm ve buna bağlı bir paralel yay ile modellenir.



Şekil 3.23 Standart lineer modelin şekilsel gösterimi

$$\sigma = E_0 \varepsilon + \sigma_1 \quad (3.57)$$

$$\dot{\sigma}_1 + \frac{E_1 \sigma_1}{\eta_1} = E_1 \dot{\varepsilon} \quad (3.58)$$



Şekil 3.24 (a) ve (b) Standard lineer modelin sürünme ve gerilme rahatlama grafiğidir.

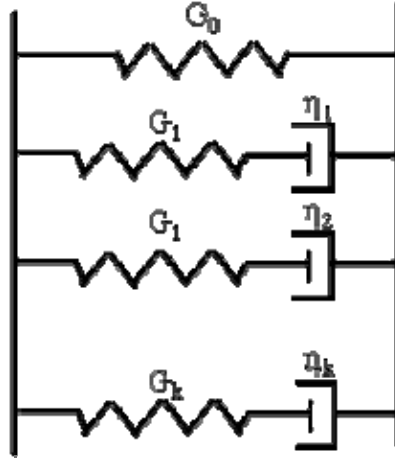
3.15.1.6 Genelleştirilmiş Maxwell modeli

$$\sigma = \sum_{i=0}^k \sigma_i \quad (3.59)$$

$$\dot{\sigma}_i + \frac{\sigma_i}{\lambda_i} = G_i \dot{\varepsilon} \quad (3.60)$$

$$\lambda_i = \frac{\eta_i}{G_i} \quad (3.61)$$

$$\sigma_i = \int_0^t G_i e^{-\frac{t-t'}{\lambda_i}} \dot{\epsilon} dt' \quad (3.62)$$



Şekil 3.25 Genelleştirilmiş Maxwell modelinin şekilsel gösterimi

Hesaba katılan üç çeşit hıza bağımlı malzeme davranışı vardır. Bular kayma modülü, bulk modülü ve volümetrik değişimdir. Kayma modüllü deviatorik katılık olarak adlandırılır. Bulk modülü volumetrik katılık olarak adlandırılır. Volumetrik değişim ise termal genişleme olarak adlandırılır. (3.63) Volumetrik ve deviatorik yapılar viskoelastisitede ayrı ayrı nitelendirilmiştir.

$$\sigma = \kappa \epsilon_v + 2G \epsilon_d \quad (3.63)$$

$$G(\xi) = \sum_{i=1}^N C_i (G(0) - G(\infty)) \cdot e^{-\frac{\xi}{\lambda_i}} + G(\infty) \quad (3.64)$$

Kısa zaman dilimleri için $G(0)$ bu katı faz olarak da bilinir; uzun zaman dilimleri için $G(\infty)$ bu da sıvı faz olarak kullanılır.

3.15.2 Elastomerlerin ve kauçukların hiperelastik davranışları

Elastomerler ve kauçuklar (lastiksi yapılar) elastik olarak çok yüksek gerinmelere kadar uzayabilirler. Boyları yüzde 800 uzayabilir. Buna benzer yapılara hiperelastik yapılar denir. Katı elastomerler ve kauçuklar neredeyse sıkıştırılamazlar. Bu deformasyon esnasında şekil

değiştirebildikleri ama hacimlerini değiştirmedikleri anlamına gelir. Bu yüzden poisson oranları 0.5 e yakındır. Deformasyonları büyük oranda deviatoriktir ve kayma modülleri bulk modüllerine göre çok düşüktür.

3.15.2.1 Katı elastomerlerin ve kauçukların davranışlarının modellenmesi

Elastomerlerin ve kauçukların yapısı tamamen hiperelastiktir. Davranışın izotropik olduğu varsayılırsa, gerinme enerji fonksiyonu W (3.65) gerinme aralıkları (3.66) cinsinden tanımlana bilir.

$$W = W(I_1, I_2) \quad (3.65)$$

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (3.66)$$

$$I_1 = \lambda_1^{-2} + \lambda_2^{-2} + \lambda_3^{-2} \quad (3.67)$$

Ve λ_i 'ler (3.68) de asal uzama oranları veya asal yönlerdeki uzatmalar olarak nitelendirilir.

$$\lambda_i = \frac{\text{Son boy}}{\text{İlk boy}} \quad (3.68)$$

Malzeme sıkıştırılmaz olduğundan,

$$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1 \quad (3.69)$$

Bu denklemler gerçek gerilme tensörlerine uygulandığında,

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2(\lambda_1^2 - \lambda_2^2) \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_3^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \quad (3.70)$$

$$\sigma_2 - \sigma_3 = 2(\lambda_2^2 - \lambda_3^2) \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_1^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \quad (3.71)$$

$$\sigma_3 - \sigma_1 = 2(\lambda_3^2 - \lambda_1^2) \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_2^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \quad (3.72)$$

Ağırlıklı olarak iki adet gerinme enerjisi fonksiyonu vardır.

Polinomik gerinme enerjisi fonksiyonu

Genel olarak polinomik gerinme fonksiyonu sonlu seriler halinde verilir. (3.73)

$$W = \sum_{i,j=0}^{\infty} C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (3.73)$$

Ama uygulamada polinomik gerinme enerjisi fonksiyonu sonlu seriler halinde verilmektedir.

Neo-Hookean formu (3.74)

$$W = C_{10} (I_1 - 3) \quad (3.74)$$

Money-Rivlin formu (3.75)

$$W = C_{10} (I_1 - 3) + C_{01} (I_2 - 3) \quad (3.75)$$

Yeoh formu (3.76)

$$W = C_{10} (I_1 - 3) + C_{01} (I_2 - 3)^2 + C_{30} (I_1 - 3)^3 \quad (3.76)$$

Ogden gerinme enerjisi fonksiyonu

Ogden gerinme enerjisi fonksiyonu aşağıdaki şekilde ifade edilir. (3.77)

$$W = \sum_{n=1}^N \frac{\mu_n}{\alpha_n} (\lambda_1^{\alpha_n} + \lambda_2^{\alpha_n} + \lambda_3^{\alpha_n} - 3) \quad (3.77)$$

Ogden parametreleri α_n ve μ_n pozitif olmaları gerekmez ama stabilite durumları yüzünden $\alpha_n \mu_n > 0$ olması bütün n değerleri için tavsiye edilir. Ogden gerinme enerji fonksiyonu N=3 değeri daha çok kullanılan halidir. N=2 olduğu zaman $\mu_1 = 2C_{10}$, $\mu_2 = 2C_{01}$ ve $\alpha_1 = 2, \alpha_2 = -2$ olur ve Ogden formu Moonley –Rivlin halini alır.

3.16 Sonlu Elemanlar Yöntemi

3.16.1 Giriş

Sonlu elemanlar metodunun temeli mühendisler tarafından atılmış ve geliştirilmiştir. Metot ilk olarak gerilme analizi problemlerine uygulanmıştır. Tüm bu uygulamalarda bir büyüklük alanının hesaplanması istenmektedir. Gerilme analizinde bu değer deplasman alanı veya gerilme alanı; ısı analizinde sıcaklık alanı veya ısı akısı; akışkan problemlerinde ise akım fonksiyonu veya hız potansiyel fonksiyonudur.

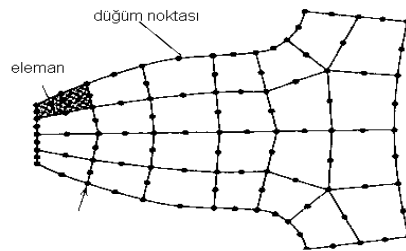
Sonlu elemanlar metodunda tüm yapı, davranışı daha önce belirlenmiş olan bir çok elemana bölünür.

Şekil 3.26 da görüldüğü gibi elemanlar "nod" adı verilen noktalarda tekrar birleştirilirler. Bu şekilde bir denklem takımı elde edilir (ANSYS Theory Manual 1999). Gerilme analizinde bu denklemler nodlardaki denge denklemleridir. İncelenen probleme bağlı olarak bu şekilde yüzlerce hatta binlerce denklem elde edilir. Bu denklem takımının çözümü ise bilgisayar kullanımını zorunlu kılmaktadır.

Sonlu elemanlar metodunda temel fikir sürekli fonksiyonları bölgesel sürekli fonksiyonlar (genellikle polinomlar) ile temsil etmektir. Bunun anlamı bir eleman içerisinde hesaplanması istenen büyüklüğün (örneğin deplasmanın) değeri o elemanın nodlarındaki değerler kullanılarak interpolasyonu ile bulunur. Bu nedenle sonlu elemanlar metodunda bilinmeyen ve hesaplanması istenen değerler nodlardaki değerlerdir. Belirli bir prensip (örneğin; enerjinin minimum olması prensibi) kullanılarak büyüklük alanının nodlardaki değerleri için bir denklem takımı elde edilir. Bu denklem takımının matris formundaki gösterimi;

$$[K] \cdot [D] = [R] \quad (3.78)$$

şeklindedir. Burada $[D]$ büyüklük alanının nodlardaki bilinmeyen değerlerini temsil eden vektör, $[R]$ bilinen yük vektörü ve $[K]$ ise bilinen sabitler matrisidir. Gerilme analizinde $[K]$ rijitlik matrisi olarak bilinmektedir.



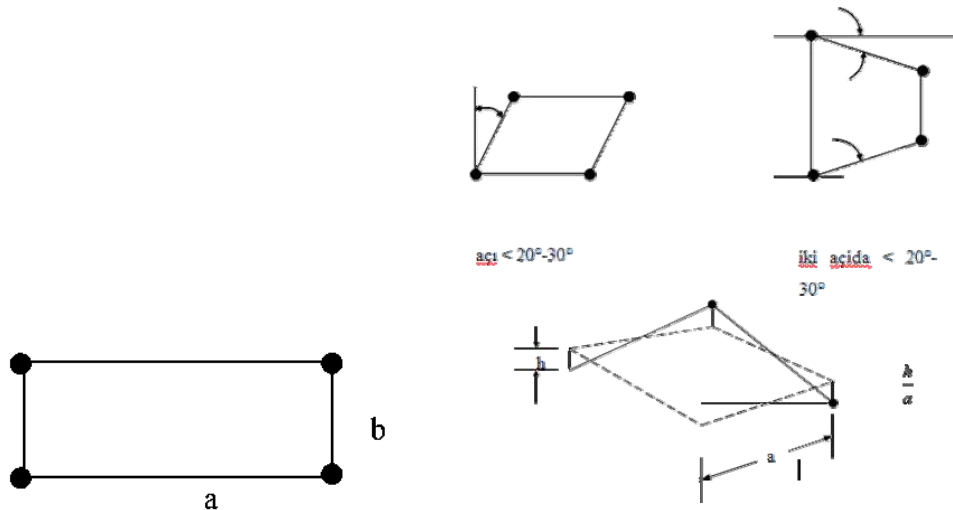
Şekil 3.26 Sonlu elemanlar modeline bir örnek (Dişli Çark)

3.16.2 Sonlu Elemanlar Yöntemi Kullanarak Modelleme

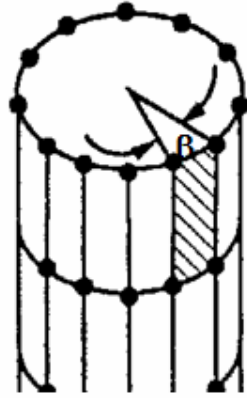
3.16.2.1 Genel Modelleme

Modelleme, bir fiziksel yapı veya sürecin analitik veya sayısal olarak yeniden inşa edilmesidir. Sonlu elemanlar metodunda modelleme basit bir nod ve elemanlardan oluşan ağ yapısı hazırlamak değildir. Problemi gerekli şekilde modelleyebilmek için gerekli sayı ve tipteki elemana karar vermek ancak problemin fiziğinin iyi şekilde anlaşılmasıyla mümkündür.

Kötü şekil verilmiş elemanlar ile hesaplanması istenilen büyüklüğün hesaplama alanı içindeki değişimini yansıtamayacak kadar büyük boyutlu elemanlar modellemede istenmez. Şekil 3.27 elemanlarda genelde izin verilebilecek geometrik biçim bozukluklarının seviyesi gösterilmektedir. Diğer yandan zaman ve bilgisayar olanaklarını boş yere harcamamıza neden olacak, gereğinden fazla sayıda elemanlardan oluşan bir modelleme de istenmemektedir. Hesaplanması istenilen büyüklüğü ve hesaplama alanı içindeki değişimini yeterli doğrulukta verecek kadar sıklıkta bir eleman dağılımına ihtiyaç vardır. Örneğin Şekil 3.28 de silindirik yüzeylerin modellenmesi için 4 nodlu veya 8 nodlu dörtkenarlı elemanlar kullanılması durumunda tipik bir eleman dağılımı gösterilmiştir. Diğer yandan Şekil 3.29 de bir delik etrafında olması gereken tipik eleman dağılımı görülmektedir. Hesaplanan değerlerin kabul edilebilir olup olmadıklarının kontrol edilmesi ayrı bir öneme sahiptir. Dikkat edilmesi gereken hususlar aşağıda kısaca belirtilecektir (ANSYS Theory Manual 1999).



Şekil 3.27 Eleman geometrisinde müsaade edilebilir deformasyonlar genelde h/a oranı %5 den küçük olmalı uzunluk oranı a/b için genelde 10:1 oranına kadar izin verilebilir.

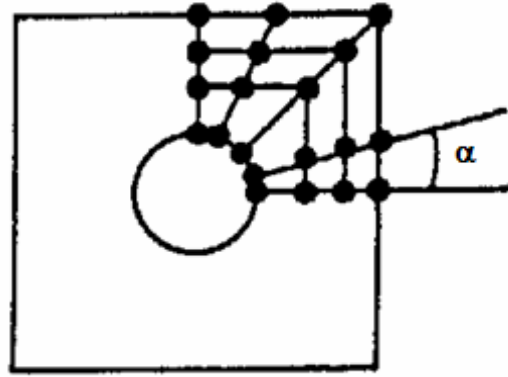


$\beta < 15^\circ$ 4 nodlu dört kenarlı elemanlar için

$\beta < 30^\circ$ 8 nodlu dörtgen elemanlar

Şekil 3.28 silindirik yüzey etrafındaki tipik eleman dağılımı

$\alpha = 15^\circ$ veya
daha küçük



Şekil 3.29 Delikli geometride delik etrafındaki tipik eleman dağılımı

3.16.2.2 Eleman Seçimi

Sonlu elemanlar ile modelleme aşamasında, "eleman tipi (çubuk, kabuk. v.s). eleman şekli (dörtgen, üçgen) ve eleman sayısı ne olmalı?", "ara nodlu elemanlara ihtiyaç var mı?" gibi soruların cevaplanması gerekmektedir. Bu soruların cevabı ancak analiz edilen yapının ve seçilen eleman tiplerinin davranışı hakkında bilgi sahibi olunduktan sonra verilebilir. Örneğin, gerilme analizinde yapının bir bölgesindeki gerilme durumunu en iyi yansıtan eleman tipi o bölge için seçilmelidir. Aşağıda bazı eleman tipleri ve bunların kullanılabileceği mühendislik problem tipleri haklarında bilgi verilmektedir.

3D Kiriş Elemanı

3D Kiriş elemanı genel amaçlı bir sonlu eleman tipi olup 3 boyutlu işlemi yapabilme

kapasitesine sahiptir. Bu eleman tipi aynı zamanda uzay kiriş elemanı olarak da adlandırılmaktadır. Eleman uzayda iki adet nod ile tarif edilmektedir. Üçüncü bir nod ise serbestlik derecesine haiz olmayan ve eleman koordinat sistemini tarif etmek amacıyla kullanılmaktadır. Elemanın iki ucunu tespit eden iki adet nod için 12 adet serbestlik derecesi mevcuttur. Her bir nod 3 adet öteleme ve 3 adet dönme serbestliğine sahiptir. Eleman herhangi doğrultuda gelen kuvvet ve herhangi bir eksen etrafında dönme zorlamasına direnç gösterecek kapasiteye sahiptir. Elemanı tarif etmek için nodların koordinatına, elastisite modülüne (E), kayma modülüne (G), kesit alanına, kesit atalet momenti değerlerine, burulma sabitine (J) ve kiriş eksenine dik doğrultudaki deformasyon faktörlerine ihtiyaç vardır.

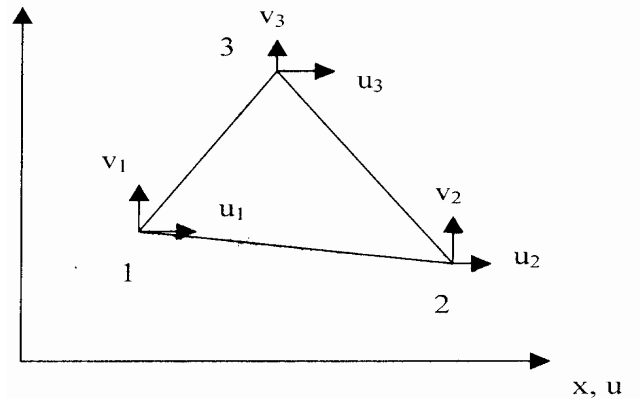
Sabit Gerilmeli Üçgen Eleman (SGU)

SGU elemanı sabit kalınlığı olan, üç nod noktasını birleştiren ve toplam altı serbestlik derecesi ile tarif edilen bir elemandır (Şekil 3.30). Eleman deplasman alanı aşağıdaki gibi tarif edilmektedir.

$$u = a_1 + a_2x + a_3y \quad (3.79)$$

$$v = a_4 + a_5 + a_7y \quad (3.80)$$

Yukarıdaki deplasman bağıntılarından görüldüğü gibi deplasman alanı eleman içinde ve kenarlar boyunca lineerdir. Eleman sınırları içinde ise gerilme değerleri sabittir. Birbirine bağlı elemanlar arasında deplasman uyumluluğu (compatibility), bağlı iki nod noktası arasındaki lineer kenar deformasyon karakteristiği dolayısıyla sağlanmaktadır. Yapının bütün olarak kuvvet dengesi ise nod noktalarında sağlanır (ANSYS Elements Manual 1999).



Şekil 3.30 Sabit Gerilmeli Üçgen Eleman

SGU elemanı sonlu eleman modellerinde küçük gerilme gradyeni karakteristiğine sahip bölgelerde iyi sonuç verecektir. Diğer durumlarda SGU elemanının kullanılması iyi sonuç vermeyecektir. Örneğin sadece eğilmeye maruz bir yapıyı SGU elemanlarıyla modellemek gerçek problem ile uyumsuz sonuçlar verecektir. SGU elemanlarının bu olumsuzlukları, daha sık bir eleman ağ yapısıyla kısmen giderilebilir.

Lineer Gerilmeli Üçgen Eleman(LGU)

LGU elemanları SGU tip elemanların aksine, köşe noktalarına ilaveten kenar orta noktalarında birer adet daha nod noktasına sahiptir. Böylece her bir LGU elemanı 6 adet nod noktasına ve toplam olarak 12 nod serbestlik derecesine sahiptir. Eleman deplasman alanı ise aşağıdaki gibi tarif edilmektedir.

$$u = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 x^2 + a_5 xy + a_6 y^2 \quad (3.81)$$

$$v = a_7 + a_8 x + a_9 y + a_{10} x^2 + a_{11} xy + a_{12} y^2 \quad (3.82)$$

SGU elemanının aksine gerilme büyüklüğü LGU elemanı içerisinde x ve y koordinatları ile lineer olarak değişmektedir. Sadece eğilmeye maruz yapılar için LGU elemanlarıyla yapılan modellemelerde, deplasman ve gerilme alanları için çok iyi yaklaşımlar elde edilecektir.

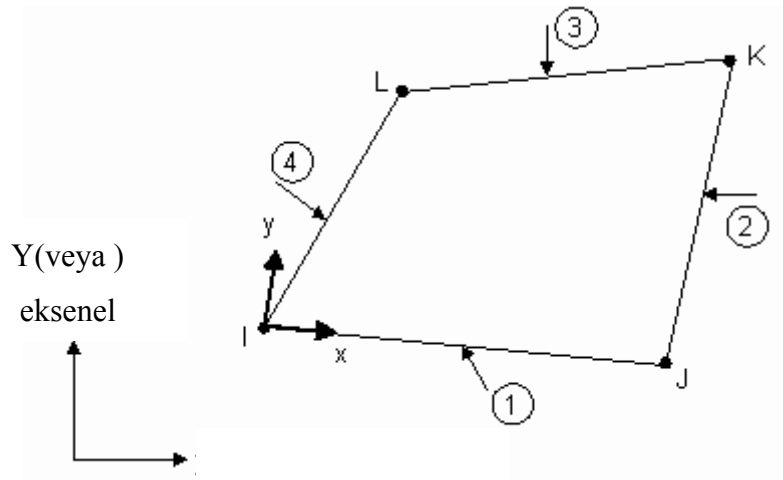
Çifte Lineer Dörtgen Eleman

2 Boyutlu problemler için diğer bir tip eleman, çifte lineer dörtgen elemanlardır. Şekil 3.31 de elemanın köşelerinde dört adet nod yer almaktadır ve eleman sekiz nodal serbestlik derecesine sahiptir. Diğer yandan 8 nodlu eleman tipi için ise kenarların orta noktalarında dört adet nod vardır. Dört nodlu eleman için deplasman alanı aşağıdaki bağıntılarda

verilmiştir.

$$u = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 xy \quad (3.83)$$

$$v = a_5 + a_6 x + a_7 y + a_8 xy \quad (3.84)$$



Şekil 3.31 Dört Nodlu Çifte Lineer Dörtgen Eleman

Elemanın en önemli özelliği σ_x değeri x - koordinatından bağımsızdır. Bu eleman tipi, örneğin ucundan yüklü konsol kirişlerin modellenmesinde uygun sonuç vermeyecektir (ANSYS Elements Manual 1999).

Kabuk Elemanlar

Bir genel kabuk eleman membran ve eğilme etkisini aynı anda temsil edebilmelidir. Örneğin dört nodlu basit bir dörtgen eleman tarif edilebilir. Elemanı tarif eden tüm nodlar aynı düzlem üzerinde olmayabilir. Bu da elemanda çarpılmaya neden olur. Elemanın çarpılması performansını olumsuz yönde etkiler. Ticari paket programlarda küçük miktarlarda çarpılmaya izin vermektedir. Bu dört nodlu elemanın en büyük avantajı formülasyonunun basit olmasıdır. Genellikle az sayıda daha karışık bir eleman tipi kullanılması yerine, daha fazla sayıda basit bir eleman tipi kullanılması tavsiye edilmektedir.

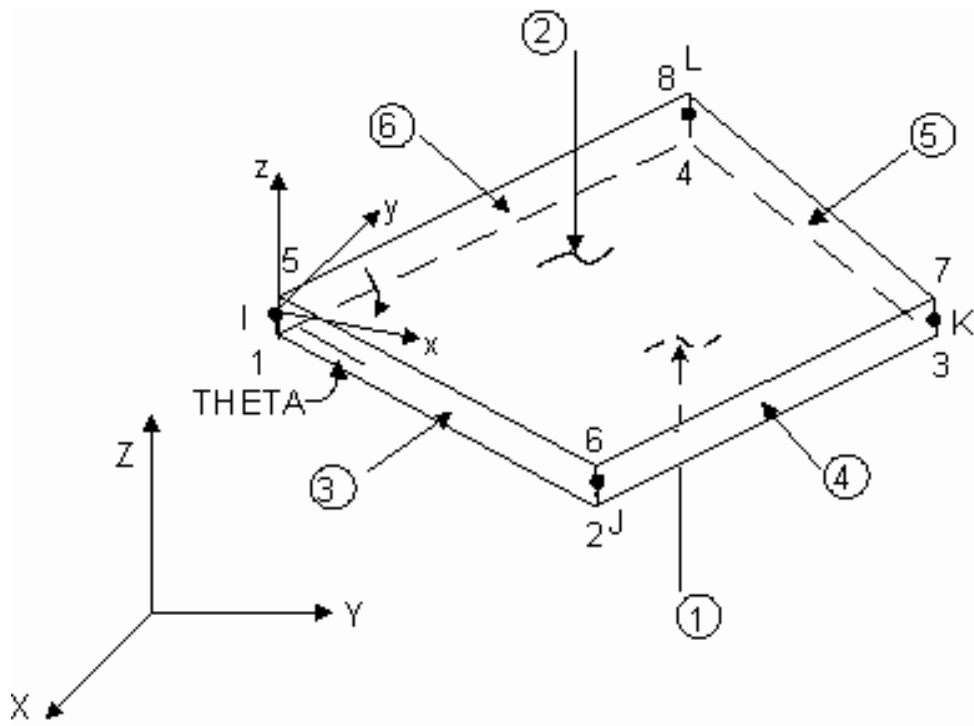
Dört kabuk elemanın en büyük dezavantajı düzgün eğrisel yüzeylerin düzlem elemanlarla veya az miktarda çarpılmış şekle sahip olan elemanla temsil edilmesidir. Kabuk teorisine dayanarak elde edilen eğrisel yüzeyli elemanlar düzlemsel elemanların yaratmış olduğu problemleri ortadan kaldırmaktadır. Fakat diğer yandan beraberinde başka zorlukları getirmektedir. Eğrisel elemanı tarif etmek için çok daha fazla geometrik bilgiye ihtiyacımız

olmaktadır. Elemanın formülasyonu ise düzlemsel elemanlara nazaran çok daha zordur.

Dört Nodlu ve Dört Kenarlı Elastik Kabuk Eleman

Çoğu ticari programda yer alan bu eleman tipi eğilme ve membrane yüklerini taşıyabilme özelliğine sahiptir. Eleman düzlemi içinde ve düzlemine dik doğrultudaki yüklemelere müsaade eder. Her nod, üç tanesi x, y, z - doğrultusunda öteleme ve üç tanesi de bu eksenler etrafında dönme serbestliği olmak üzere altı adet serbestlik derecesine sahiptir (Şekil 3.32).

Eleman dört nod ile tarif edilmekte ve değişken kalınlığa müsaade edilebilmektedir. Değişken kalınlıklı elemanlar için kalınlık eleman içerisinde düzgün olarak değişmelidir. Bu eleman tipi plakların olduğu kadar düzgün eğrisel yüzeylerin modellenmesinde de kullanılmaktadır. Eğrisel yüzeylerde iyi bir yaklaşım elde edebilmek için fazla sayıda bu elemandan kullanılmalıdır. Formülasyonunun basit olması nedeniyle diğer tip elemanlara göre daha avantajlıdır (ANSYS Elements Manual 1999).



Şekil 3.32 Dört nodlu ve dörtkenarlı elastik eleman (x,y eksenleri eleman düzlemi içindedir).

3.16.2.3 Yüklemler ve Sınır Koşulları

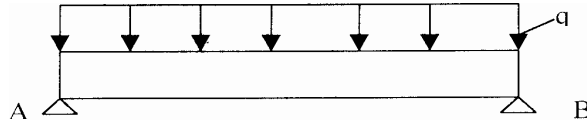
Tekil yükler mutlaka nod noktalarına uygulanmalıdır. Bu nedenle ağ yapısı tekil yüklerin nodal noktalara uygulanmasını sağlayacak şekilde yapılandırılmalıdır. Klasik lineer teoriye göre bir noktaya tekil yük uygulandığı zaman, o noktada;

- Kiriş için sonlu bir deplasman ve gerilme değeri oluşur,
- Levha için sonlu deplasman, sonsuz gerilme değeri oluşur,
- İki veya üç boyutlu geometrik cisim için ise sonsuz deplasman ve gerilme değeri oluşur.

Diğer yandan bir tekil yük malzemede o bölgede akmaya neden olacaktır. Lineer teori ise akmayı modellemez. Sonuç olarak tekil yükler küçük alanlar üzerine dağıtılmış yüksek yoğunluklu yayılı yükler olarak modellenebilir. Eğer tekil yük bir nod noktasına uygulanırsa sonsuz deplasman ve gerilme değerleri hesaplanmaz.

Bir tekil moment sadece öteleme serbestlik derecesine sahip bir noda uygulanamaz. Bu durumda tekil momentler eşlenik kuvvetler olarak temsil edilirler. Diğer yandan yayılı yükler nod noktalarına tekil yükler olarak uygulanırlar.

Sınır koşulları yapıların mekaniğinde mesnet şartları olarak da isimlendirilmektedir. Sonlu eleman modellemelerinde sınır koşulları (mesnet şartları) sık sık yanlış veya eksik olarak tanımlanmaktadır. Modellemede sınır koşullarına gerekli özen daima gösterilmelidir. Her ne kadar yapılan hata küçük gibi görülse de, sonuçlar üzerindeki etkisi oldukça büyük olacaktır. Örneğin şekil Şekil 3.33 de görülen ve iki ucu basit mesnetlenmiş kirişin sonlu elemanlar modelinde, elemanlar tarafsız ekseninden geçen çizgi üzerinde yer alırlar. Kiriş parçasının uçlarının yatay doğrultudaki hareketi sınırlandığı için, kiriş bu doğrultuda zorlanmaya maruz kalacaktır. Bu nedenle kirişin sonlu eleman modelinin uçları düşey bağlantılarla A ve B noktalarına bağlanır.



Şekil 3.33 İki ucu basit mesnetli kiriş

Sonlu elemanlar modelinde aktif olmayan serbestlik dereceleri çözüm işleminden önce

sınırlandırılmalıdır. Bu sınırlandırılması gereken serbestlik derecesi modelin sınırda veya başka bir bölgesinde olabilir. Örneğin düzlem elemanlar nodlarda düzlem içinde iki doğrultudaki ötelemeye karşı direnç gösterirler. Fakat genel amaçlı bir sonlu elemanlar programı her bir noda üçü öteleme ve diğer üçü de dönme olmak üzere altı serbestlik derecesi atayacaktır. Rijidlik matrisinde tekillikleri önlemek amacıyla düzlem elemanlar için her noddaki üç dönme serbestliği ve eleman düzlemine dik doğrultudaki öteleme serbestliği kısıtlanmalıdır. Çünkü seçilen eleman tipi bu serbestlik dereceleri için direnç gösteremeyeceğinden, rijidlik matrisinde tekillikler oluşacak, bu da denklemlerin çözümünü zorlaştıracak veya imkansız hale getirecektir. Doğru bir modelleme için düzlem elemanların her bir nodu için üç serbestlik derecesi atanır. Sınır koşulları için ise yine sınırda yer alan nodlar için bu serbestlik derecelerinden bazılarının kısıtlanması gerekebilir.

Bazı durumlarda gerçek problem için sınır koşulları net olarak anlaşılır olmayabilir. Böyle durumlar için çözümün üst ve alt sınırlarını iki ayrı analizle saptamak fiziksel olarak daha anlamlı olabilir. Örneğin iki ucundan mesnetlenmiş uniform yüklü bir kirişin uçları dönmeye belli olmayan bir dereceye kadar kısıtlanmış olabilir. Böyle bir durum için kirişin uçları bir çözüm için basit mesnetli olarak kabul edilir, diğer bir analiz içinse tamamıyla tespit edilmiş olarak kabul edilerek problem çözülür. İki analizden elde edilen değerler aslında gerçek problem için alt ve üst sınırları göstermektedir (ANSYS Stuctural Analysis Guide 1999).

3.16.2.4 Önemli Noktalar ve Ayırıklaştırma

Bir problemin sonlu elemanlar metoduyla çözümü için kaç adet eleman gereklidir? Böyle bir soruya cevap aramak için aynı problemi iki farklı modelle ayrı ayrı analiz edelim. İkinci analizde daha fazla sayıda eleman ile daha sık bir ağ kullandığımızı farz edelim. İkinci sonlu eleman modeli daha küçük bir ayırıklaştırma hatası verecektir. Ayrıca gerçek fiziksel objenin geometrisi daha iyi modellenmiş olacaktır. Eğer iki analiz neticesinde bulduğumuz sonuçlar arasında önemli bir fark yoksa, sonuçların yakınsamış olduğunu kabul edebiliriz.

Yazılımlarda genelde bir takım hatalar bulunabilir. Sonlu eleman paket programları oldukça büyük yazılımlar olup, devamlı düzeltmeler yapılmaktadır. Elde edilen hatalı sonuçlar için programı suçlamak kolay bir yol olmasına rağmen, hatalı sonuçlara genelde yanlış modellemeler neden olmaktadır. Doğru modelleme yapabilmek için ayırıklaştırma esnasında bir takım hususlara dikkat edilmesi gerekmektedir. Bu hususlar aşağıda sıralanmaya çalışılmıştır.

Sonlu elemanlar grid ağının mümkün olduğu kadar üniform olmasına dikkat edilmelidir.

Fakat yüklemeye ve yapının davranışında hızlı değişimlerin görüldüğü bölgelerde daha sık bir ağ yapısı için üniformluğun bozulmasına izin verilebilir.

Dört kenarlı elemanların üçgen elemana göre bir çok avantajı olması nedeniyle, dört kenarlı elemanlar daima üçgen elemanlara tercih edilmelidir. Fakat geometrinin ve/veya yüklemenin üçgen eleman gerektirdiği durumlarda bu kural bozulabilir.

Deplasman analizi için gerilme analizinde kullanıldığı kadar sık ağ yapısına gerek yoktur. Geometride veya malzemede non-lineerliliği hesaba katan analizler için lineer analizlere kıyasla daha sık bir ağ yapısına ihtiyaç vardır.

Titreşim modlarının hesabı doğal frekansların hesabına kıyasla daha sık ağ yapısı gerektirmektedir. Nodların numaralandırılması mümkün olduğu kadar büyük deplasman bölgelerinden küçük deplasman bölgelerine doğru yapılmalıdır. Fakat genelde sonlu eleman paket programlarında sonuçlar numaralandırmadan etkilenmezler. Eğrisel yüzeylerin düzlemsel elemanlar ile tarif edilmesi durumunda yüzey normali etrafındaki dönme serbestliği kaldırılmalıdır. Aksi takdirde kötü koşullu bir matrisle uğraşılması gerekecektir. Elemanların kenar uzunluk oranları (aspect ratio) eleman tipleri arasında değişiklik gösterse de, uzunluk oranı deplasman hesapları için 10'un altında, gerilme hesapları için ise 5'in altında kalmalıdır. Yüksek mertebeden elemanlar için ara nodların dağılımı mümkün olduğu kadar uniform olmalıdır.

Sonlu eleman hesaplarının ilk kontrolü için yüklerin, kuvvetlerin ve reaksiyonların dengesinin kontrol edilmesi tavsiye edilmektedir. Eğer analiz edilen yapı ve yükleme simetrik ise, hesaplamalarda bu avantaj kullanılmalıdır. Yani analiz için yapının yarısı veya dörtte biri modelleme için kullanılabilir. Fakat burkulma ve özdeğer problemlerinde dikkatli olunması gerekir. Çünkü anti-simetrik nodlar bu problemler için önemli olabilir. Yüksek frekanslı tepkisel değerlerin önemli olmadığı dinamik analizler için statik analizde kullanılabilecek bir ağ yapısı yeterli olacaktır. Transient dinamik analizlerde eleman boyu, zaman adımı, integrasyon metodu ve pulse süresi uyumlu olmalıdır. Yüksek uzunluk oranlı dörtgen elemanlar, büyük açılı üçgen eleman gibi elemanlardan mümkün olduğu kadar sakınılması gerekmektedir. Yakınsaklık analizinde orijinal mesh kullanılarak ağ sıkılaştırılmalıdır. Eğer farklı bir mesh kullanılırsa yakınsaklık analizine tekrar başlamak gerekecektir.

Yüksek ve düşük mertebeden elemanların birbirine bağlanması gerilmelerde düzensizliklere neden olacaktır. Eleman boyutlarında hızlı değişiklikler mümkün olduğu kadar minimize edilmelidir. Anisotropik malzemeler için Poisson oranı açıkça tanımlanmalıdır. Ayrıca ν , E

ve G değerlerinin teorik limitlerinin aşılp aşılmadığı kontrol edilmelidir. Kompleks yapıların sonlu elemanlar metoduyla analizinde, tüm yapı göreceli olarak kaba bir aę yapısıyla analiz edilir. Bu analiz sonuçları yapı içinde detaylı bilgi sahibi olmak istediğimiz bölge için sınır koşulu olarak kullanılarak, bu bölge daha sıkı bir aę yapısı ile analiz edilebilir (ANSYS Elements Manual 1999).

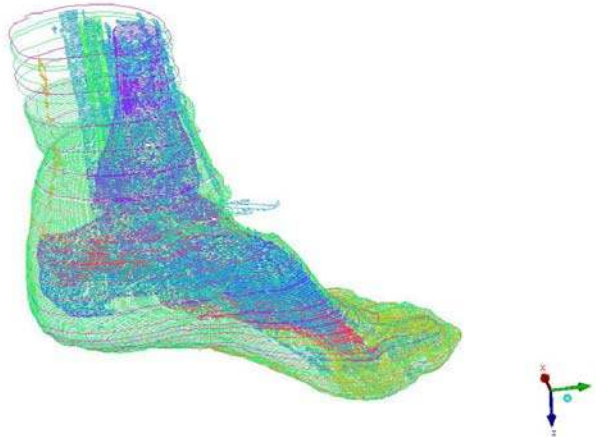
4. AYAK VE SPOR AYAKKABISI TABANIN İLİŞKİSİNİN İNCELENMESİ

4.1 Ayak Geometrisinin Oluşturulması

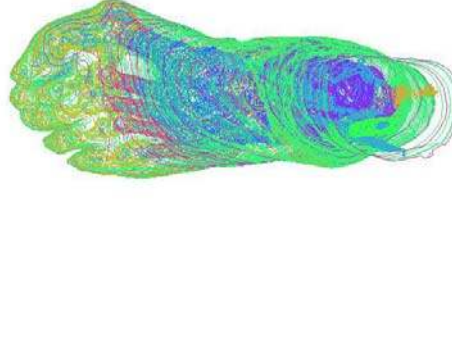
Ayak geometrisi oluşturulması biyomekanik sistemlerde en çok zorluk çekilen ve tersine mühendislik gerektiren işlemlerden biridir. Bu işlem için literatürde tapılan çalışmalar iki türdür. Birincisi taze kadavralardan faydalanılırken bunların en büyük sıkıntısı istenilen pozisyonlar konumlandırılmaması ve kadavranın ölüm sonrası kasılması sebebi ile deformasyonlar oluşmasıdır. İkinci çeşidi ise canlı deneklerden faydalanmaktır ki burada test yapılamama veya testler sırasında kişiye rahatsızlık verilmesi durumu vardır.

Bu çalışmada (Vakhum Project, 2002) 60 yaşlarında dişi bir kadavranın manyetik rezonans bilgisi kullanılmıştır. Bu kısımda art arda çekilmiş imaj dosyalarının taranıp çeşitli bilgisayar programları ile STL (Stereolitograpghy) denen ve küçük üçgenlerden oluşmuş yüzeyler ve bunlara bağlı nokta bulutları elde edilmiştir. Bu işlem için Mimics 8.0 programı kullanılmıştır. Bu program istenilen kalitede çıktıyı tam olarak sağlayamasa da gerekli yüzeyler tekrar düzenlenmesi yoluna gidilmiştir.

Düzenlenme ve taramanın çıktısı alınması esnasında en büyük zorluk kıkırdak ve yoğun bağ dokularının olduğu bölgelerde yaşanmıştır. Bunların yanında son form elde edildikten sonra uygun ergonomide bir taban modeli öne sürülmüş ve inceleme amaçlı tasarlanmıştır.



Şekil 4.1 Gerçekçi ayak geometrisinin elde edilmesi.

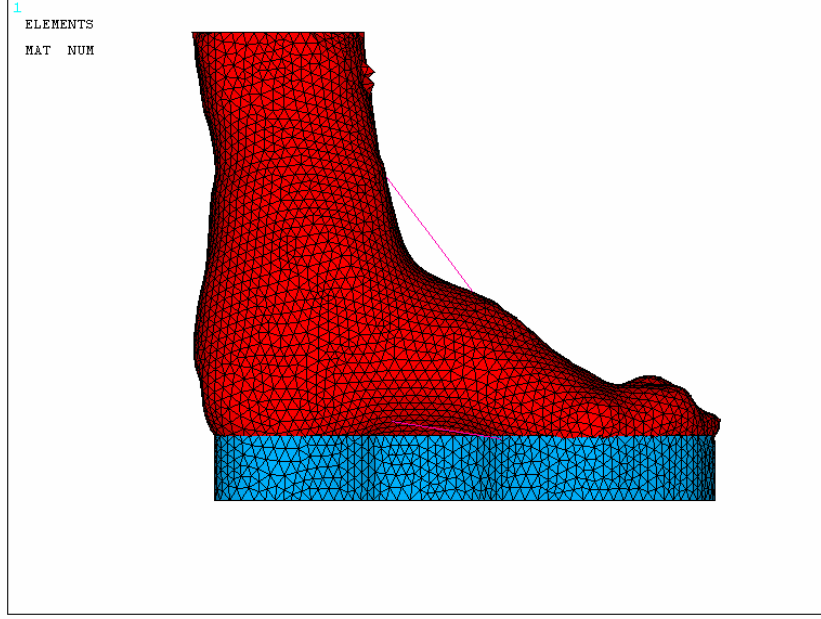


Şekil 4.2 Ayak geometrisine üstten bakış

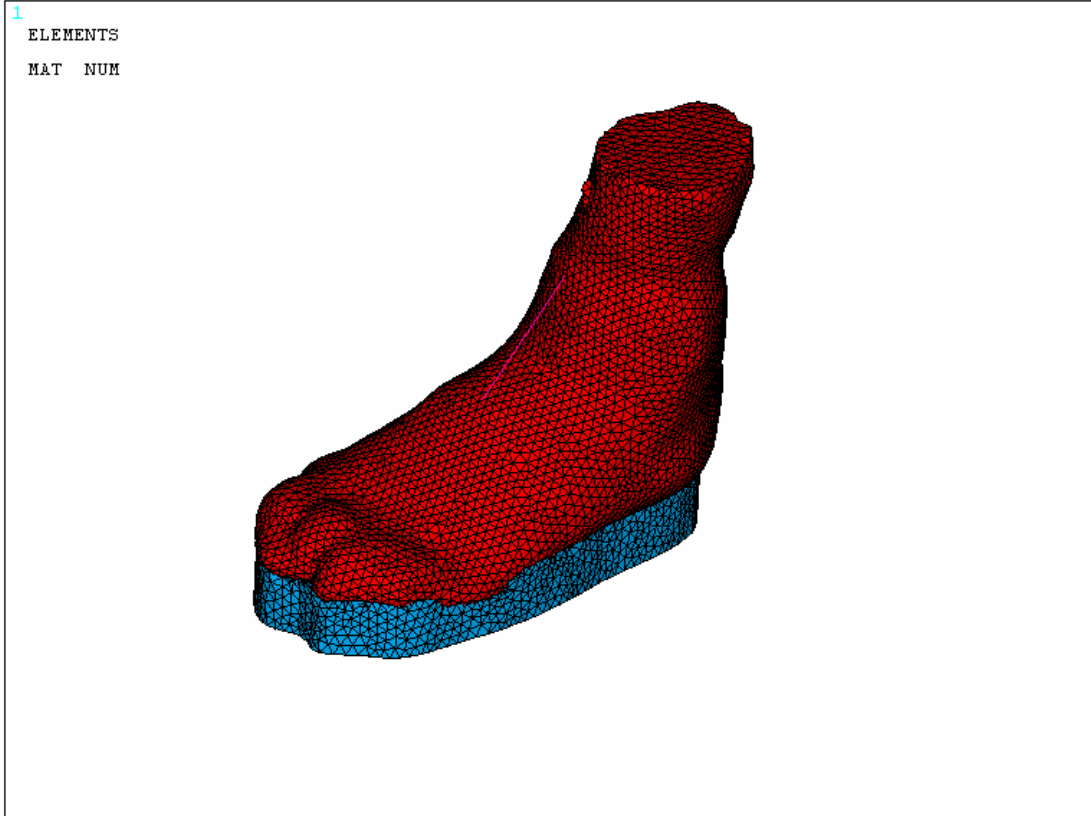
4.2 Ayak Geometrisinin Meshlenmesi

Karmaşık ve iç içe yüzeylerden oluşan geometrinin meshleme işlemi A*I Environment ön işlemci programı ile yapılmıştır. Burada faydalanılan yöntem yüzeylere üçgen mesh atılması ve dış sınırların meshin düzgün hale getirilerek hacimlerin birbirlerine tanıtılması olmuştur.

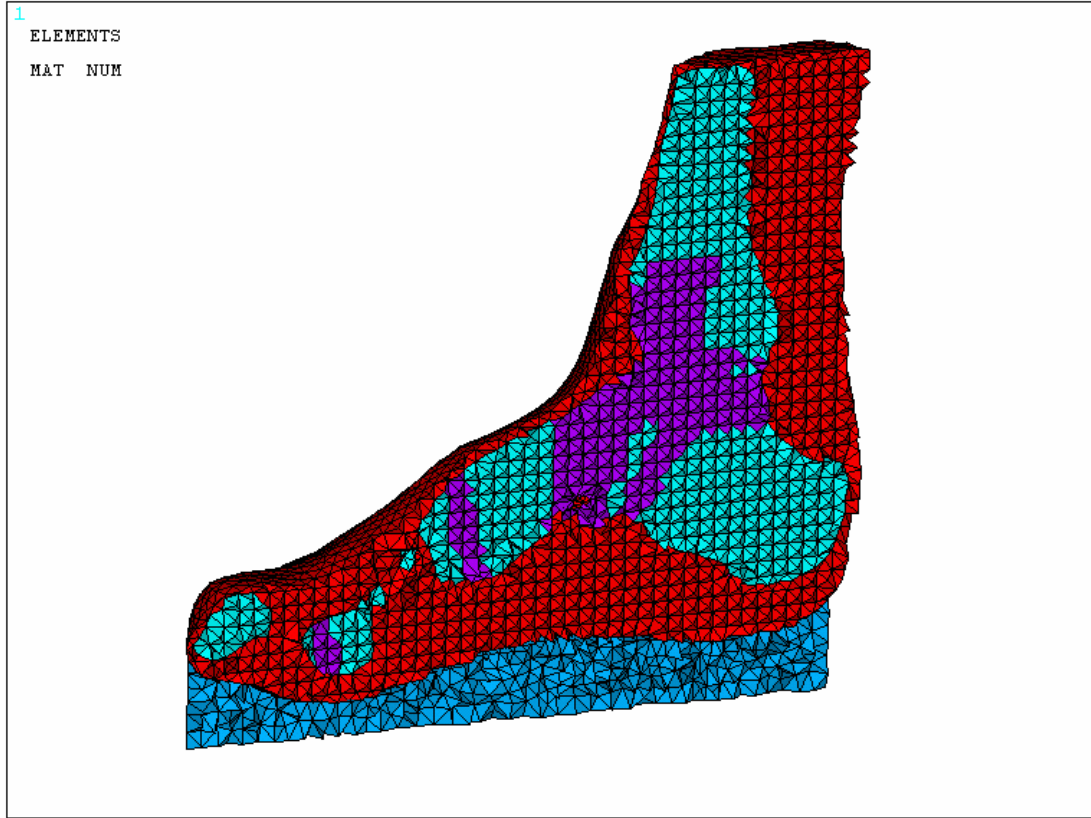
Bu sayede hem kontak sayısı azaltılmış hem de mesh miktarı istenilen sayıda tutula bilmiştir. Bu işlem aynı zamanda bir geometri tamiri görevi de görmüştür. Bu çalışmada kullanılan eleman tipi 4 nod linear elemandır. Bu eleman tipinin seçilmesinin sebebi karmaşık geometriye daha rahat uyum sağlayabileceği ve çözdürülmek istenen problemde yüksek bir non-lineerite bulunmasıdır. Bu çalışmada toplam 161623 adet eleman ve 29881 adet de nod kullanılmıştır.



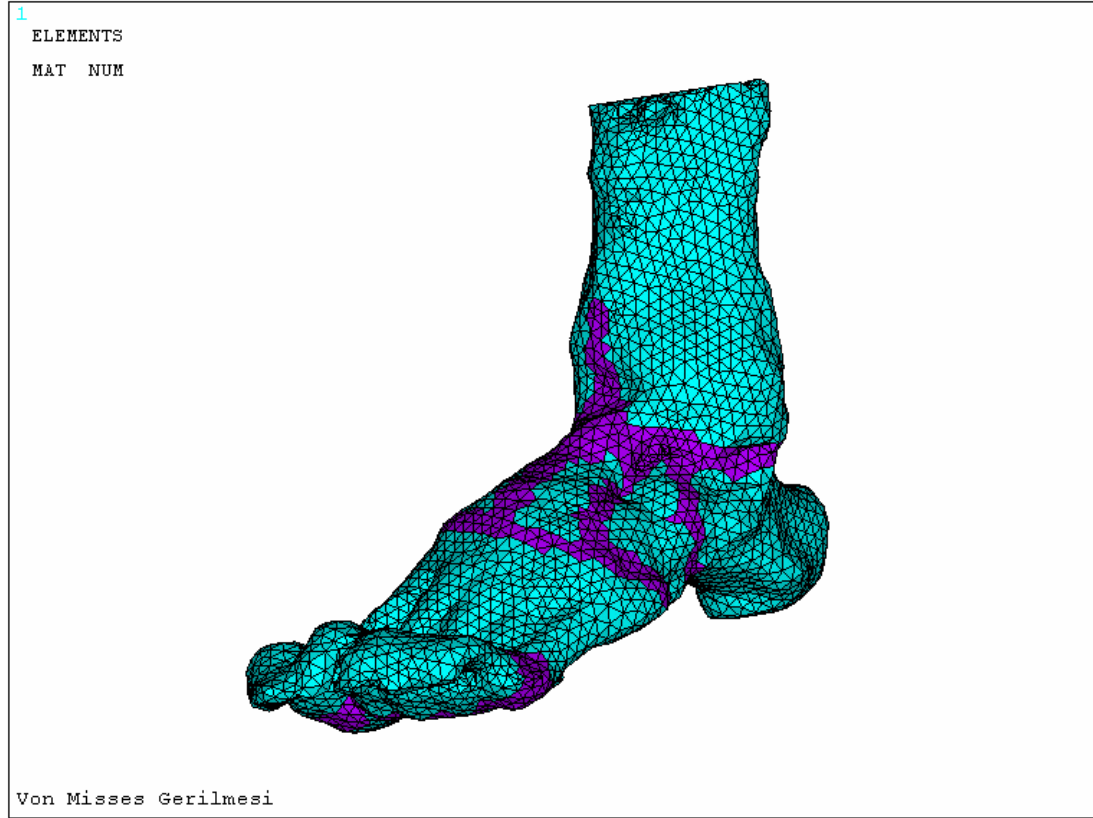
Şekil 4.3 Ayak mesh yapısı yandan görünüşü



Şekil 4.4 Ayak mesh yapısı izometrik görünümü



Şekil 4.5 Ayak; kemik, yumuşak doku, kıkırdak ve spor ayakkabısı tabanının meshlenmiş görüntüsü



Şekil 4.6 Kemik ve kıkırdak dokularının meshlenmiş görüntüsü

4.3 Malzeme Modelleri

İnsan vücudun da ve biyomekaniğin bir çok konusunda çok karmaşık ve tanımlaması zor malzeme modelleri bulunmaktadır. Bu yapılan en büyük kabullerden biri olup çözümünüzün doğruluğunu birinci dereceden etkilemektedir. Bunun için çok geniş çaplı bir literatür taraması yapılmıştır. Bu çalışmada çeşitli kaynakların birçok deney ve yöntem ile elde ettikleri modellerden yararlanılmıştır.

Yapılan çalışmada problemin zorluğu göz önüne alındığında mevcut basitleştirmelere ve kabullere gitmek gereklidir. Bu bağlamda kemiklerin iç kısımlarındaki gerilmelerden ziyade tabandaki gerilmeler incelendiği için kemikler lineer izotropik model tercih edilmiştir. Ama kıkırdak dokunun eklemlerdeki hareketi doğru yansıtması istendiği için lineer viskoelastik olarak model seçilmiştir. Yumuşak dokunun sönüm özelliğinin tam olarak ifade edilebilmesi içinde yine lineer viskoelastik model seçilmiştir. Ligamentler ve tendonlar yay görevi gördükleri için onlarda lineer izotropik olarak seçilmiştir. Spor ayakkabısı tabanı olarak da çok yaygın kullanılan bir EVA türü seçilmiştir. Micro Puff ismi verilen bu malzeme

hiperelastik özellikleri göz önüne alınarak Ogden formunda hiperelastik seçilmiştir. Çözücü olarak ANSYS yazılımı seçildiği için programın gerekli değerleri uygun formata getirmek gereklidir. ANSYS yazılımı genelleştirilmiş maxwell modelini viskoelastik modelini kullanmaktadır. Ogden formu olarak da yine literatürden iki değişkenli model kullanılmıştır.

4.3.1 Kemik için malzeme modeli

Young modülü	1.0588E+006 psi
Poisson oranı	0.3

Çizelge 4.1 Kemik için kullanılan izotropik malzeme modeli [F.A. Bandak, R.E. Tannous, T. Toridis, 1999]

4.3.2 Kıkırdak için malzeme modeli

Young modülü	120 psi
Poisson oranı	0.49
Bulk modülü	2000 psi
$G(0)$	30.02 psi
$G(\infty)$	40.27 psi

Çizelge 4.2 Kıkırdak için lineer viskoelastik malzeme modeli

Kıkırdak için C_i değeri 1 ve λ_i değeri 0.75 alınmıştır. [F.A. Bandak, R.E. Tannous, T. Toridis, 1999]

4.3.3 Yumuşak doku için malzeme modeli

Young modülü	2900 psi
Poisson oranı	0.49
Bulk modülü	48330 psi
$G(0)$	729.9 psi
$G(\infty)$	973.2 psi

Çizelge 4.3 Yumuşak doku için lineer viskoelastik malzeme modeli

Yumuşak doku için C_i değeri 1 ve λ_i değeri de 0.75 alınmıştır. [F.A. Bandak, R.E. Tannous, T. Toridis, 1999]

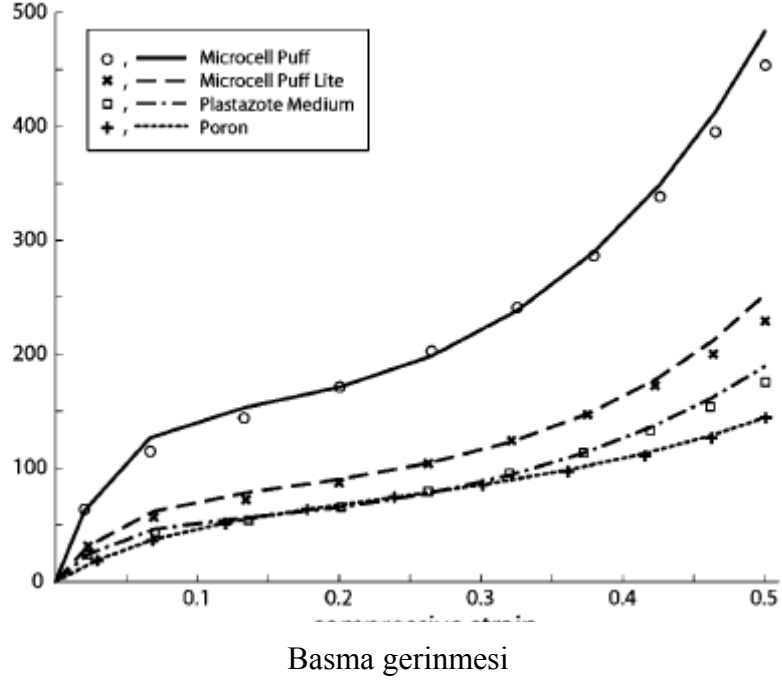
4.3.4 Spor ayakkabısı tabanı için malzeme modelleri

Çizelge 4.4 de spor ayakkabısı taban için kullanılan malzeme modelleri verilmiştir. [Ahmet Erdemir, Jeffrey J. Saucerman, 1999]

	$m_1(\text{psi})$	a_1	$m_2(\text{psi})$	a_2	v_1	v_2
Microcell Puff	306.31	25	-60.45	4.02	0.034	-3.44
Microcell Puff Light	126.85	25	-18.449	0.75	0.051	1.39
Plastazote Medium	1129.4	25	-241.04	6.02	0.032	-1.76
Poron	483.34	14.6	-0.97175	2.156	0.043	0.54

Çizelge 4.4 İki terimli Ogden için malzeme değerleri

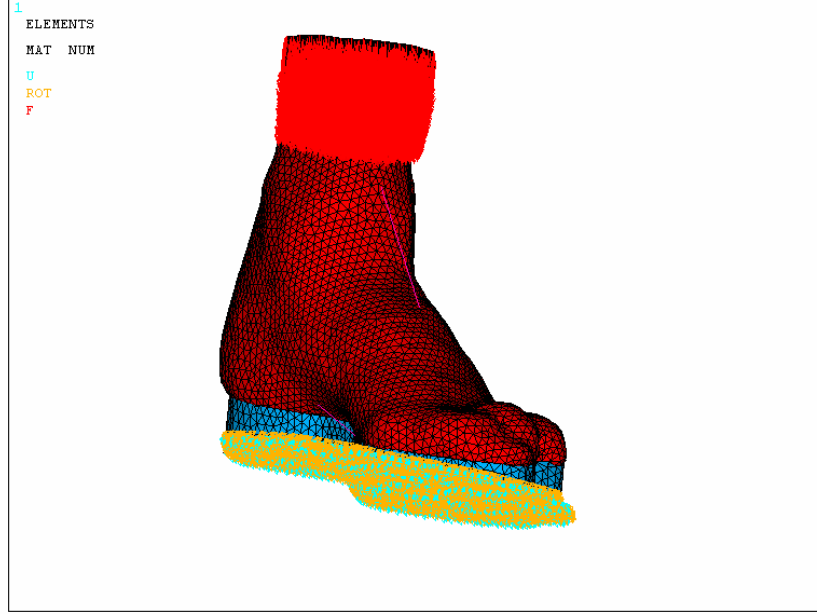
Gerilme (kpa)



Şekil 4.7 Malzemelerin gerilme-gerinme eğrileri

4.4 Sınır Şartları

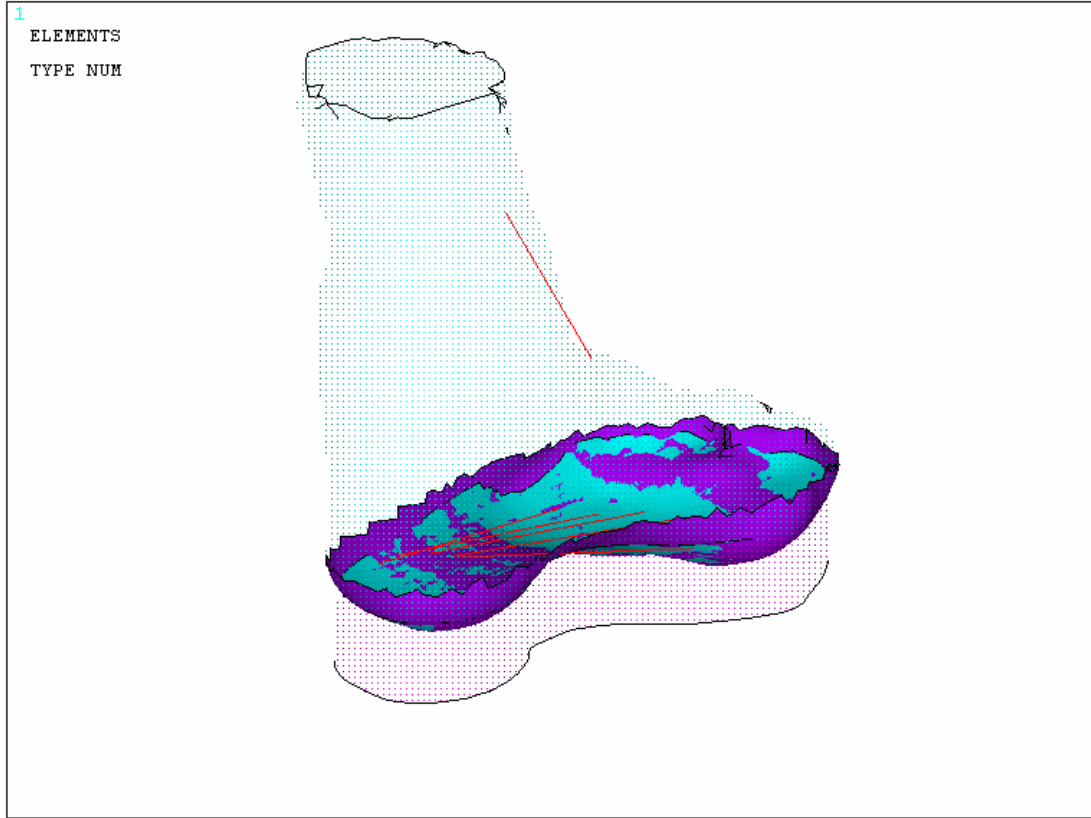
Yapılan çalışmada spor ayakkabısı tabanına ayakta duran bir kişi tarafından ne kadar yük geldiğini anlama ve malzeme hassasiyetini öğrenme amaçlı olarak 70 kg lık bir bireyin ayakta durduğunda ne olacağı sorusuna cevap aranmıştır. Bu yüzden sınır şartı olarak bir ayağa toplam 350 N luk bir yük bilek kısmından uygulanmıştır. Buna karşılık tabanın hareket etmediği varsayılp tabandaki nodlar bütün serbestlik derecelerinden tutturulmuştur. Bilek kısmındaki nodlara 350 N luk kuvvet seçilen 2330 node eşit olarak dağıtılmıştır. (Şekil 4.8)



Şekil 4.8 Sınır şartları

Kontak olarak sadece ayak tabanı ile spor ayakkabısı, altındaki nod grupları tanımlanmıştır. Bunun sebebi kemik, kıkırdak ve yumuşak doku arasındaki yoğun bağın nod noda konuşarak modellenmesinin daha uygun olacağı düşünülmüştür.

Ayak tabanı ve spor ayakkabısı arasındaki kontakta algoritma olarak “no separation” yani ayrılmanın olmadığı kontak seçilmiştir. Çünkü modelde de görüldüğü üzere normal koşullarda spor ayakkabılar bütün ayağı sararken modelimizde sadece alt kısmını tutmaktadır. Diğer parçalarını modellememek için seçilmiş olan bu kontak tipi ayağın ayakkabı alanının dışına çıkmasını engelleyici bir direnç oluşturmaktadır. Buda günlük ayakkabıların uyguladığı dirence eşdeğerdir.

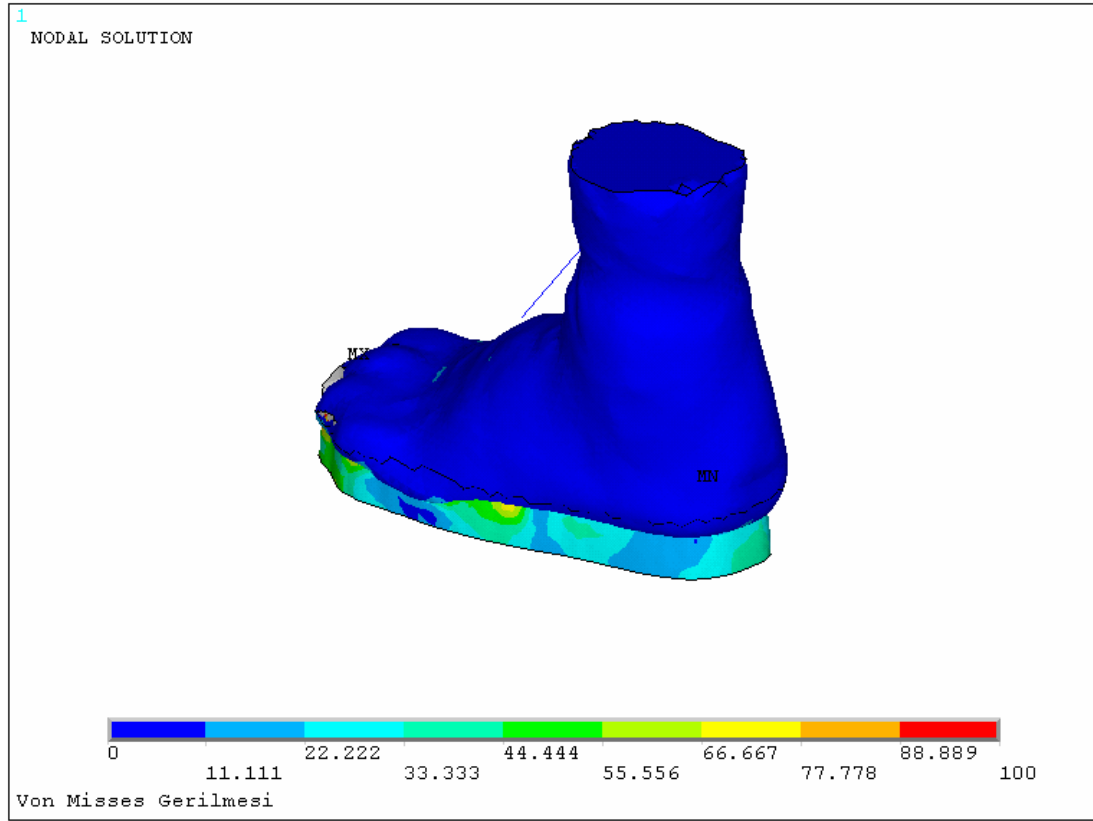


Şekil 4.9 Ayak tabanı ve spor ayakkabısı arasındaki seçili kontak nodları

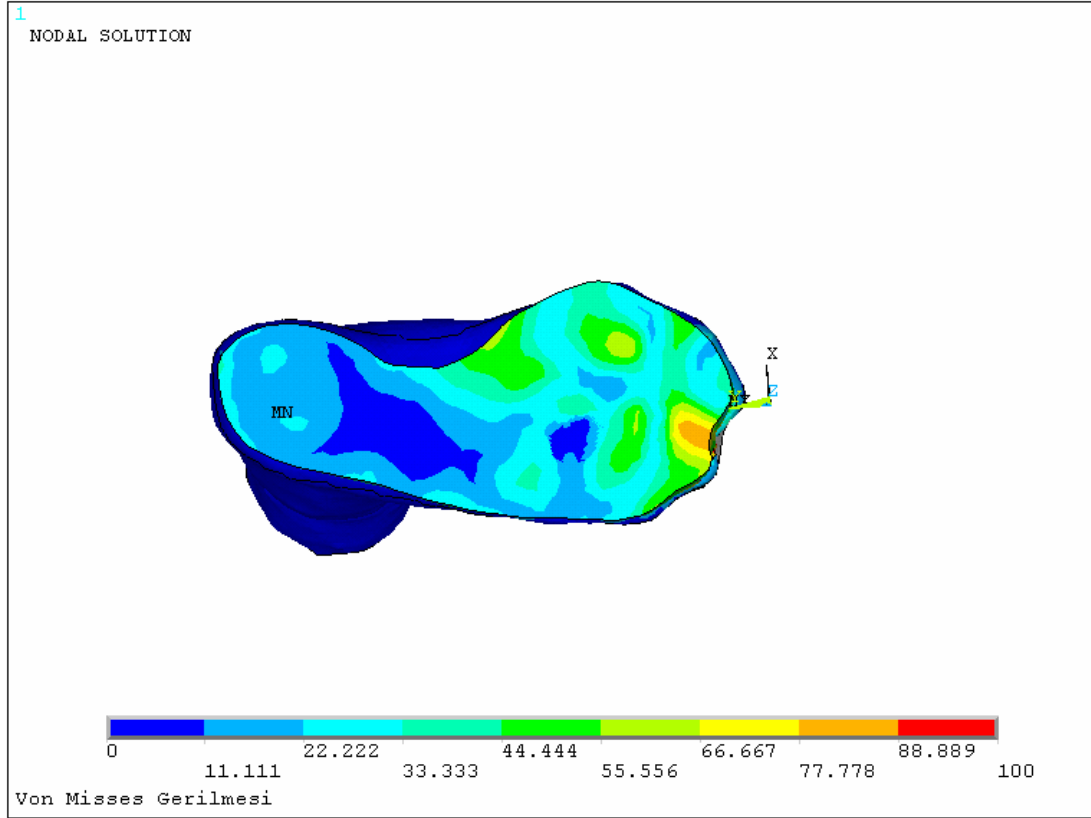
4.5 Ayakta meydana gelen gerilme ve deplasmanlar

Yapılan analizde görülmüştür ki gerilmelerde ayakların parmak kısımlarında maksimum noktalar olmasına rağmen bunların kontakten kaynaklanan tekillik sorunlar olduğu ve asıl gerilmelerin ayağın metasalları denilen parmakların arkasındaki kemik gruplarında olduğu görülmüştür. Deformasyon açısından ise en çok deforme olan bölgenin topuk kısmında olduğu da görülmüştür. Ama tekillik etkileri çıkarıldığında sonuçların kemiğin akması olan 7000 psi a ulaşmadığı görülmüştür. Bunun dışında oluşturulan modelin bilek kısmının da aşırı gerilmeler meydana gelmektedir.

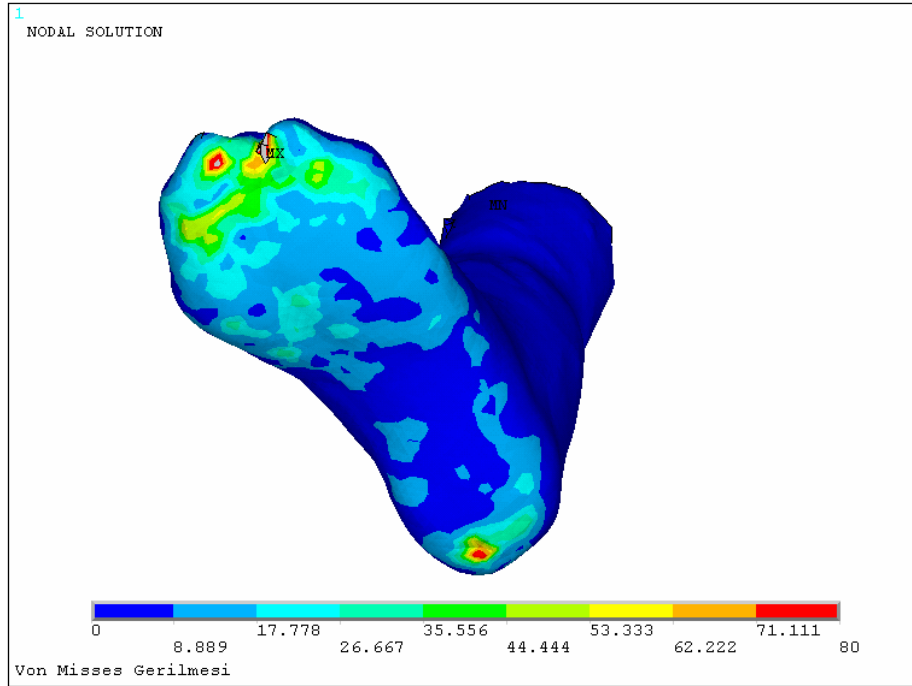
4.5.1 Microcell Puff malzeme modeli için sonuçlar



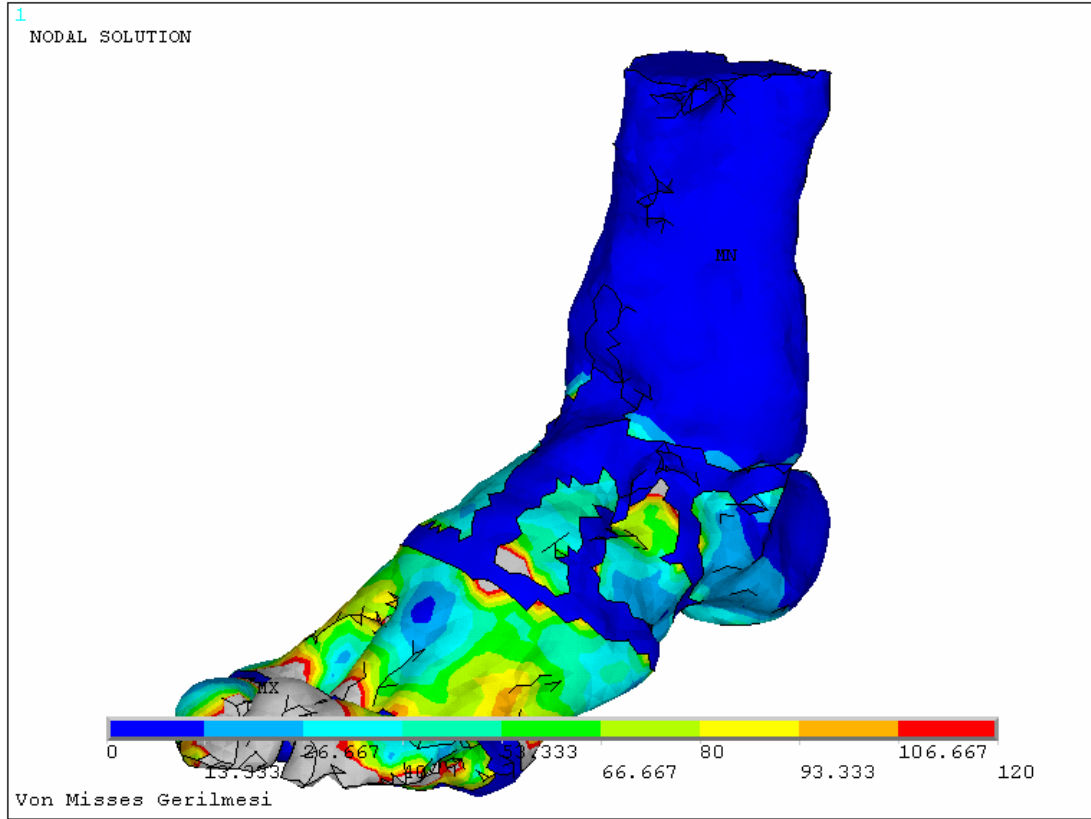
Şekil 4.10 Modeldeki Von Misses edeğer gerilme dağılımı 1



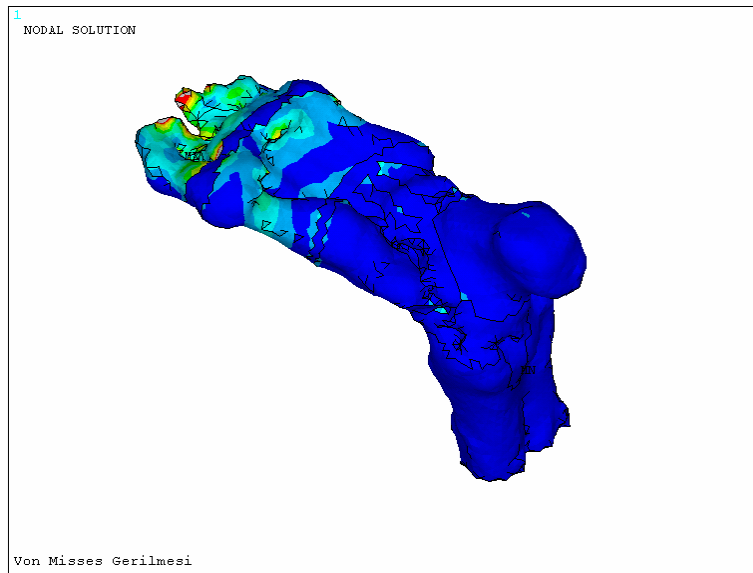
Şekil 4.11 Ayakkabının yere yüzeyindeki eşdeğer gerilme dağılımı



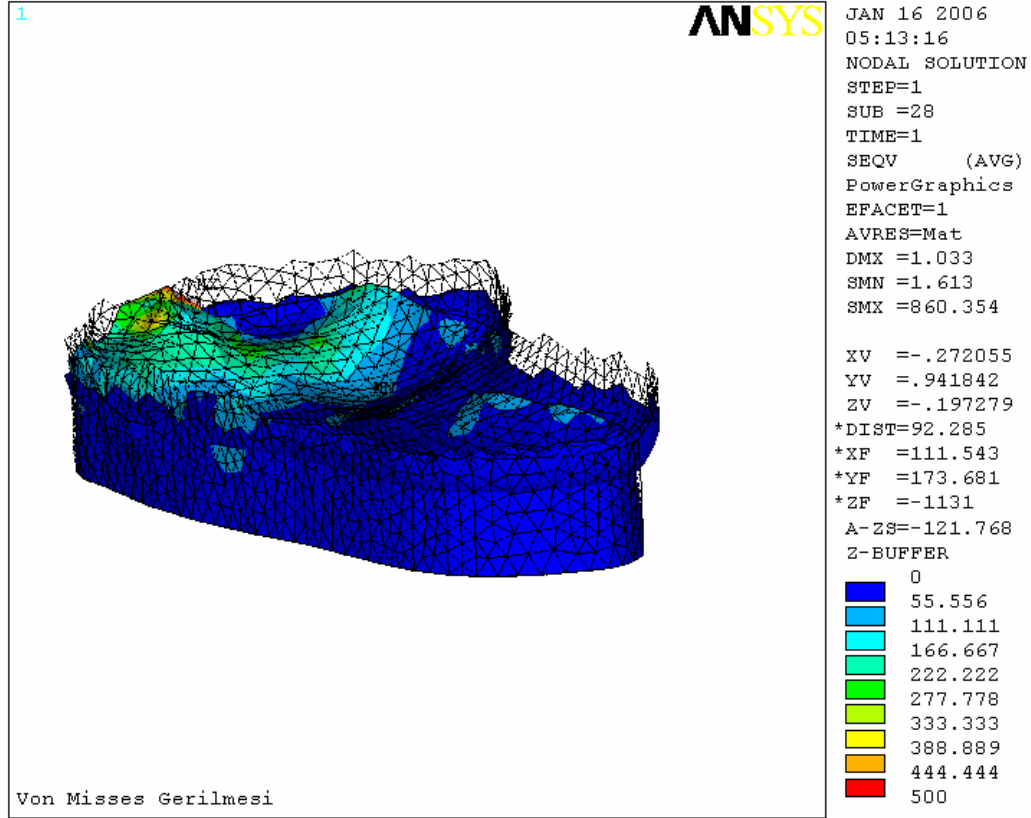
Şekil 4.12 Ayak tabanındaki gerilme dağılımı (yumuşak doku)



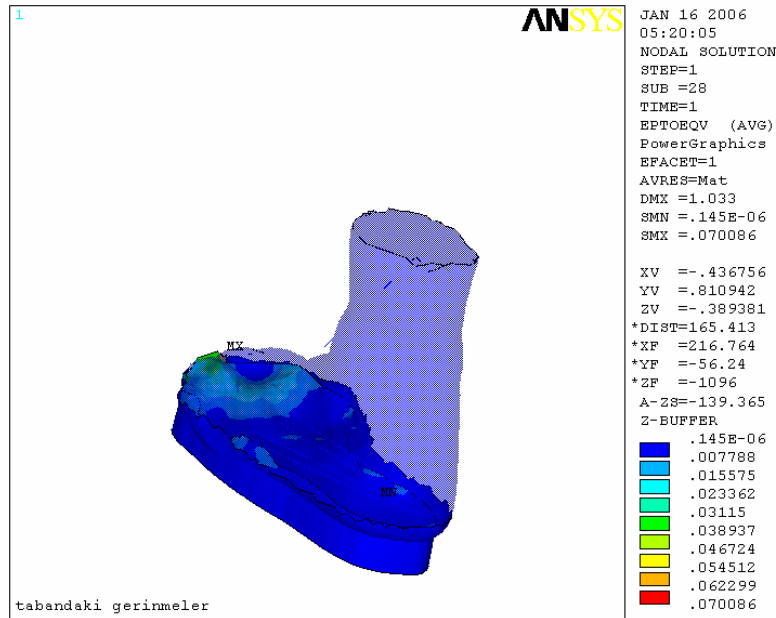
Şekil 4.13 Ayak kemikleri ve kıkırdaklardaki gerilme dağılımı



Şekil 4.14 Kemiklerin taban kısmındaki ve parmakların arkasındaki kemik guruplarındaki eşdeğer gerilmeler

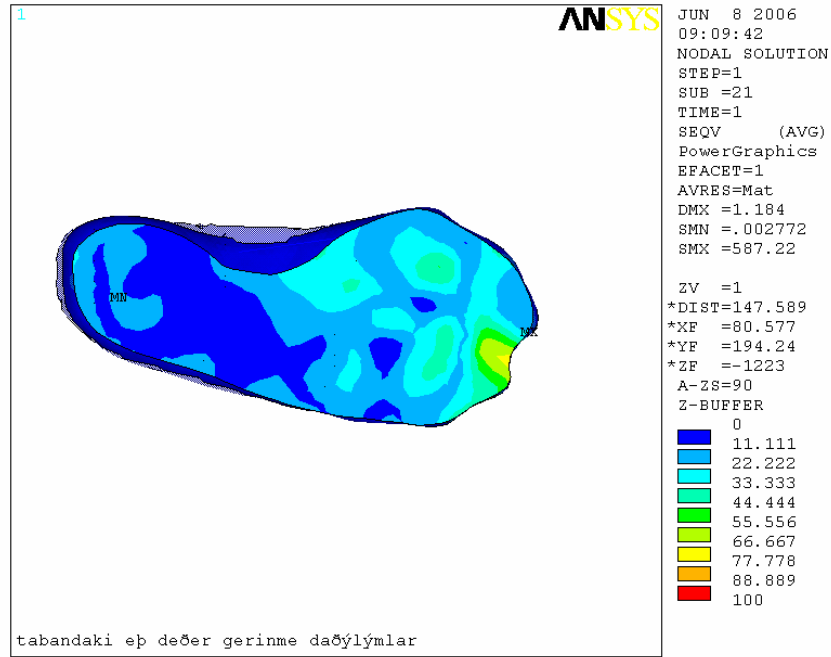


Şekil 4.15 Spor ayakkabısı tabanındaki eşdeğer gerilmeler. (Deforme olmuş ve olmamış sonuçlar)

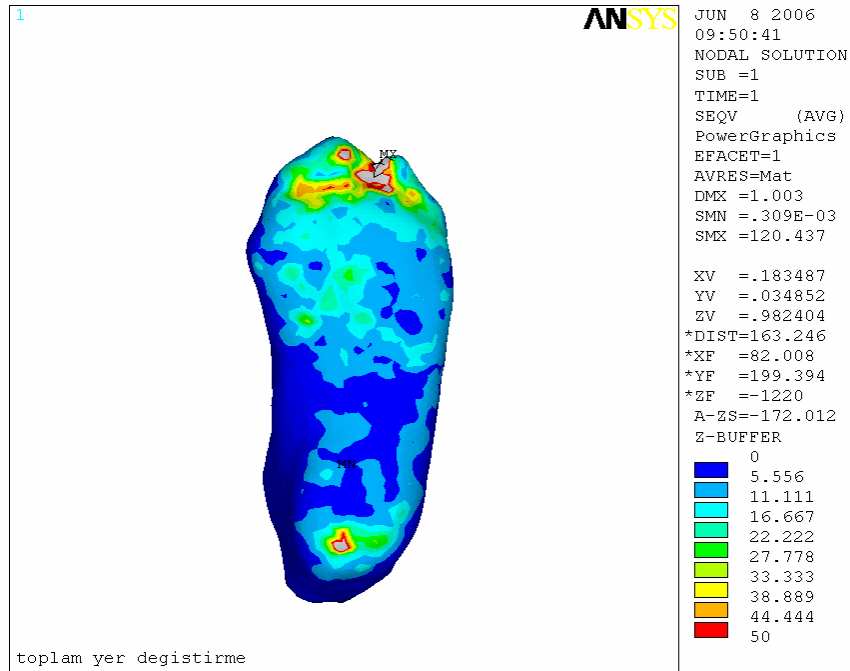


Şekil 4.16 Tabandaki toplam eşdeğer gerilmeler

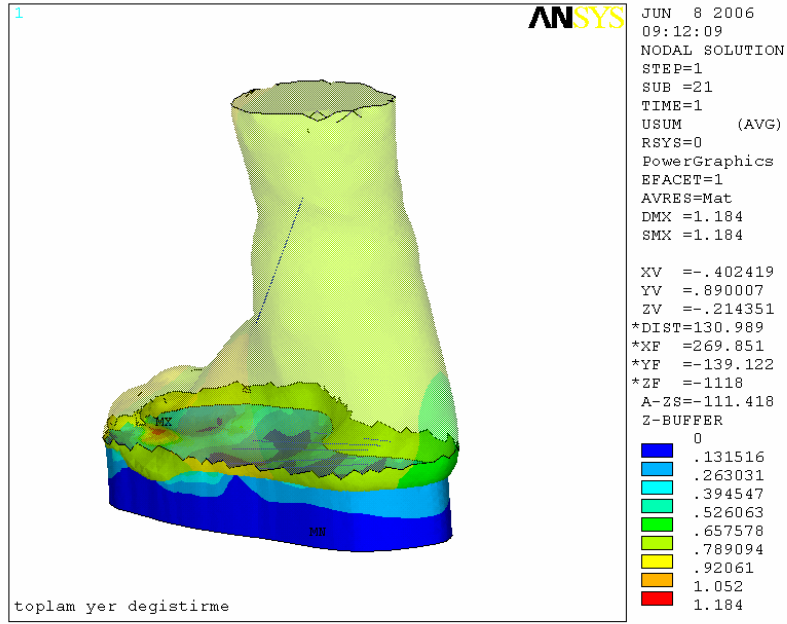
4.5.2 Microcell Puff Light malzeme modeli için sonuçlar



Şekil 4.17 Tabandaki toplam eşdeğer gerilmeler

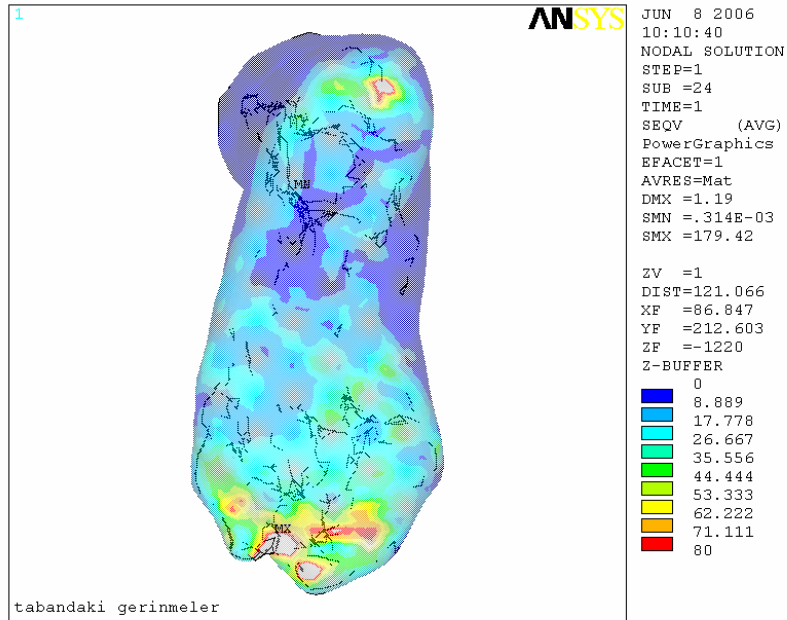


Şekil 4.18 Ayak tabanındaki toplam eşdeğer gerilmeler

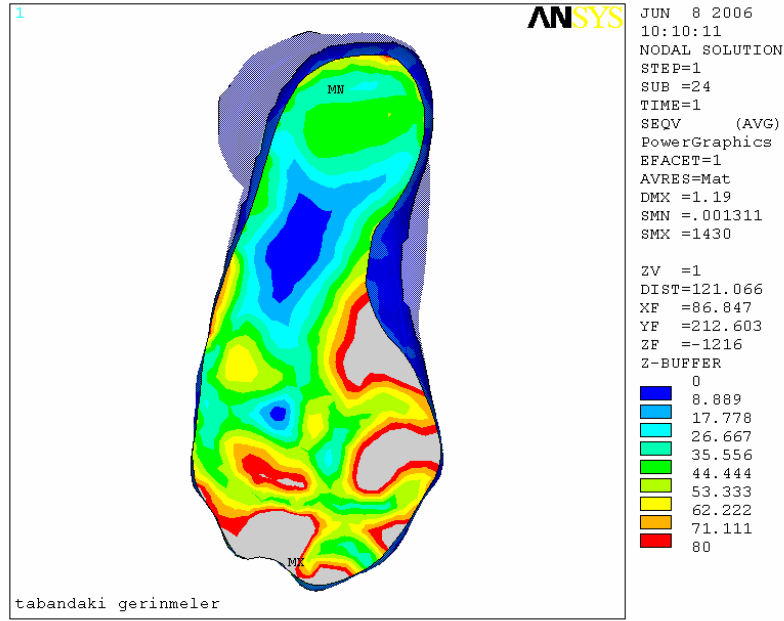


Şekil 4.19 Toplam yer değıştirmeler

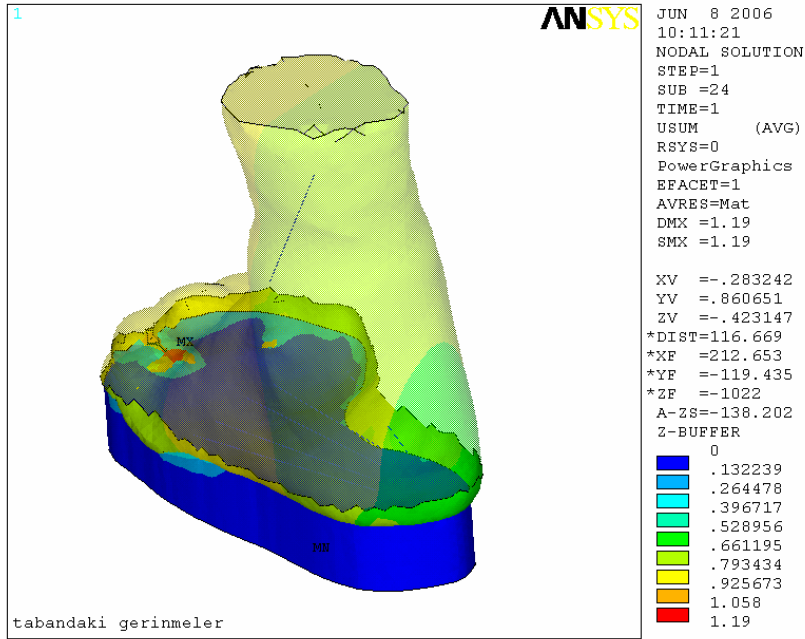
4.5.3 Plastazote Medium malzeme modeli için sonuçlar



Şekil 4.20 Ayak tabanındaki toplam eşdeğer gerilmeler

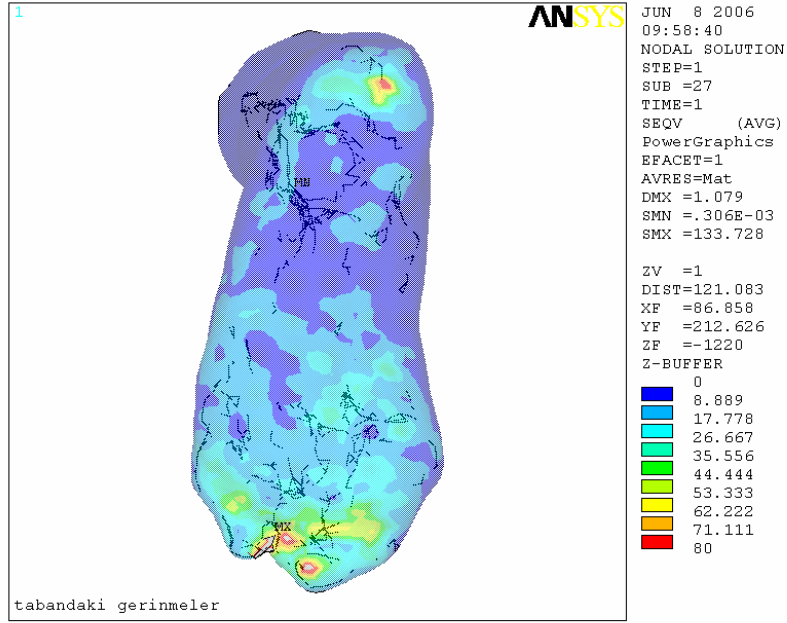


Şekil 4.21 Tabandaki toplam eşdeğer gerilmeler

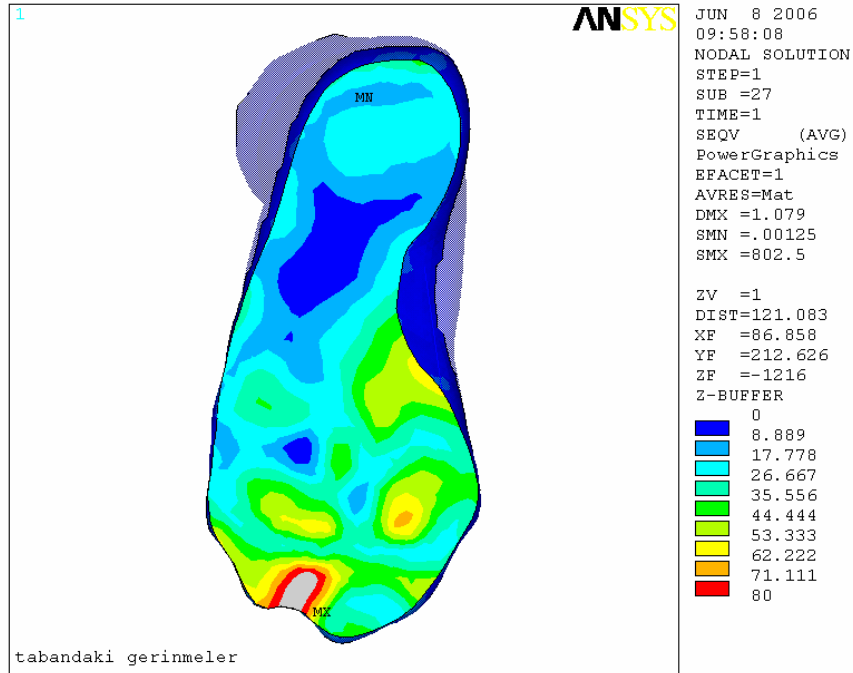


Şekil 4.22 Toplam yer değiştirmeler

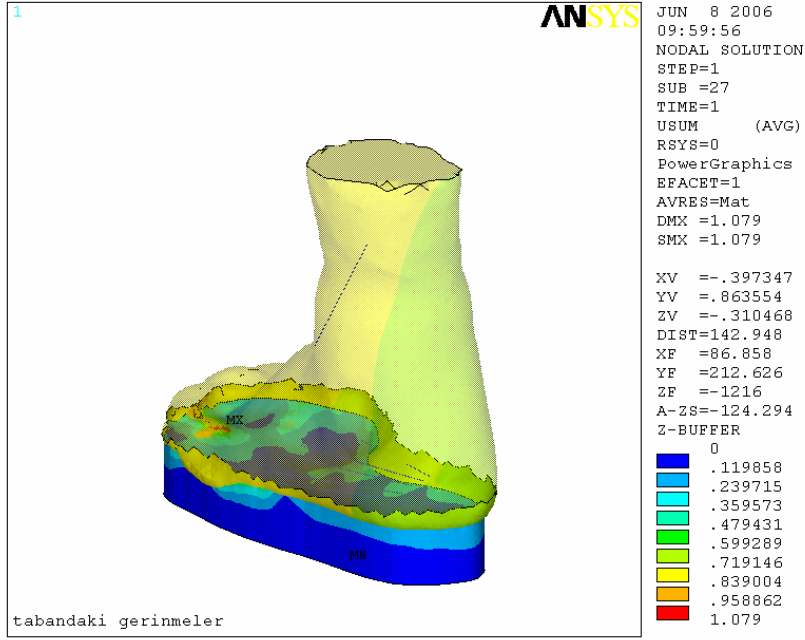
4.5.4 Poron malzeme modeli için sonuçlar



Şekil 4.23 Ayak tabanındaki toplam eşdeğer gerilmeler

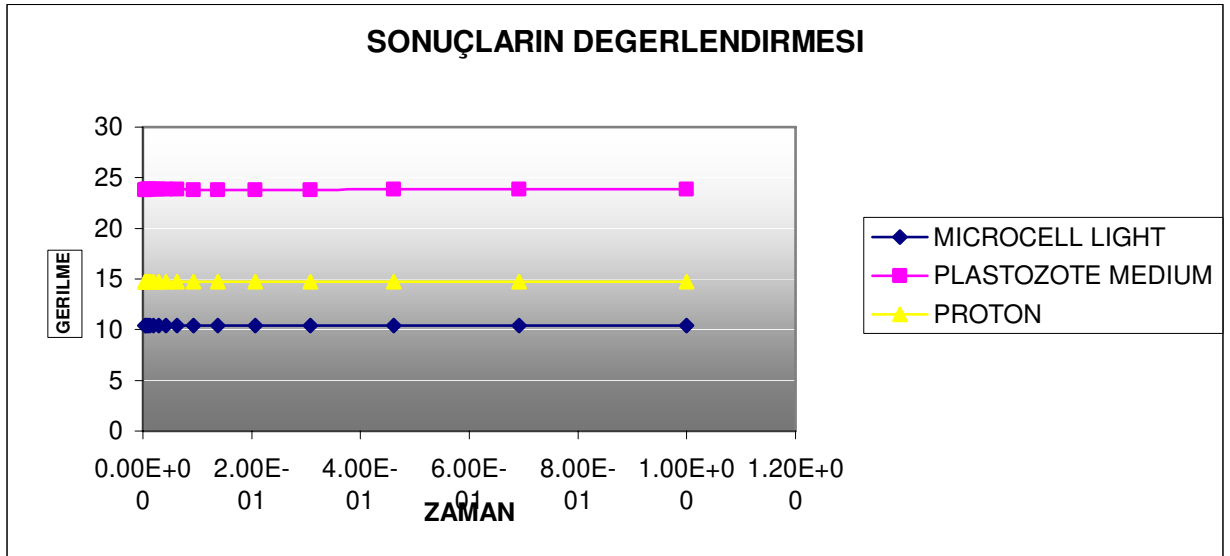


Şekil 4.24 Tabandaki toplam eşdeğer gerilmeler



Şekil 4.25 Toplam yer değiştirmeler

4.5.5 Malzeme sonuçlarının karşılaştırması



Şekil 4.26 16976 'nolu noda oluşan gerilmelerin sonuçlarının karşılaştırması

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Sonuçlarda görülmüştür ki yapılan üç boyutlu analiz modeli daha önce literatürde yapılan inceleme ve analizlere göre kontak ve model hazırlanması bakımından çok çeşitli avantajları olmasına rağmen doğruluğunun tam kanıtlanması için birçok test ve geliştirmeye ihtiyaç duymaktadır.

Günümüzün gelişen mühendislik dünyasında daha önce çözülmüş olan ama günlük hayata indirgenememiş bu ve buna benzer yapıların kazandırılması bir şarttır. Halen araştırma sahası olarak görülen ayak konusu karmaşıklığının yanı sıra önemini korumaktadır.

Farklı malzeme modellerinin karşılaştırılmasında da görülmüştür ki malzeme özellikleri arasındaki farklılıklardan kaynaklanan gerilmelerin daha geniş yüzeylere yayılması veya daha yüksek gerilme değerleri ortaya çıkmasına sebep olmuşlardır. Özellik ile istenilen ayak rahatlığı kıstasının yüzeyde 10 MPA olarak olması gerektiğini düşünürsek bunun yanında daha yayılmış bir gerilme dağılımını elde etmek de diğer bir amaç olmuştur. Bu iki özelliğe uyum sağlayan malzeme modeli Microcell Puff olarak görülse de bu malzemenin diğer malzemeler ile laminasyonu ile gerilme dağılımının daha yumuşak olacağı aşîkârdır. Zaten birçok üreticinin tercihi bu yöndedir.

Burada yapılan çalışmada gelişen yazılımlar ile daha hızlı çözümlenebilecek yöntemler geliştirilmeye çalışılmıştır. Bilgisayar teknolojisi geliştikçe daha büyük modeller ile çalışma imkânı ile bu ve buna benzer yöntemler ile kesin sonuçlara erişilebileceği veya ergonominin sınırlarını zorlayabileceğidir.

KAYNAKLAR

- Ahmet Erdemir, Jeffrey J. Saucerman, 2004, Local plantar pressure relief in therapeutic footwear: design guidelines from finite element models, J. biomechanics 2004;10:1016
- Boulton AJM, Hardisty CA, Betts RP, Frnaks CI, Worth RC, Ward JD, Duckworth T. (1983), "Dynamic foot pressure and other studies as diagnostic and management aids in diabetic neuropathy." Diabetes Care 1983;6:26-33.
- Balmaseda MT, Koozekanani SH, Fatehi MT, Gordon C, Dreyfuss PH, Tanbonliong EC. 1988, "Ground reaction forces, center of pressure, and duration of stance with and without an ankle-foot orthosis." Arch Phys Med Rehabil 1988;69:1009-12.
- Lundeen S, Lundquist K, Cornwall MW, McPoil TG. (1994) "Plantar pressure during level walking compared with other ambulatory activities." Foot Ankle Int 1994;15:324-8.
- Alexander IJ, Chao EYS, Johnson KA. (1990), "The assesment of dynamic foot-to-ground contact forces and plantar pressure distribution: a review of the evolution of current techniques and clinical applications." Foot Ankle 1990;11:152-67.
- Brown M, Rudicel S, Esquenazi A. ,1985, Measurement of dynamic pressures at the shoe-foot interface during normal walking with various foot orthosis using the FSCAN system. Foot Ankle Int 1996;17:152-6.
- Soames RW. Foot pressure patterns during gait. J Biomed Eng 1985;7:120-6.
- Rosenbaum D, Bauer G, Augat P, Claes L., 1996, Calcaneal fractures cause a lateral load shift in chopart joint contact stress and plantar pressure pattern in vitro. J Biomech 1996;29: 1435
- Parenteau CS, Viano DC, Petit PY. , 1998, Biomechanical properties of human cadaveric ankle-subtalar joints in quasi-static loading. J Biomech Eng 1998;220:105-11.
- Stahelin T, Nigg BM, Stefanyshyn DJ, van den Bogert AJ, Kim SJ., 1992, A method to determine bone movement in the ankle joint complex in vitro. J Biomech 1997;30:513-6.
- Jacob HAC, Zollinger H. ,1992, Biomechanics of the foot - forces in the forefoot during walking and their clinical relevance. Orthopade 1992;21:75-80.
- F.A. Bandak, R.E. Tannous, T. Toridis, 1999, On the development of an osseo-ligamentous finite element model of human ankle joint, International Journal of Solids and Structures, 1999, 38, 1681-19697

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi 27.06.1979

Doğum yeri İstanbul

Lise 1990–1997 F.M.V. Özel Ayazağa Işık Lisesi

Lisans 1997–2003 Yıldız Üniversitesi Mühendislik Fak.
Makine Mühendisliği Bölümü

Yüksek Lisans 2003- Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Müh. Anabilim Dalı, Konstrüksiyon

Çalıştığı kurumlar

2004–2005 Figes A.Ş.
2005–2006 Mercedes Benz Türk A.Ş.