

T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İŞLETME ANABİLİM DALI
SAYISAL YÖNTEMLER PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

STOKASTİK BİR YAKLAŞIM İLE COVID 19 DÜNYA
VERİLERİ ÜZERİNE BİR KUYRUK MODELİ UYGULAMASI

Umut Ekrem ŞENYAY

Danışman
Doç. Dr. Aslı ÖZDEMİR

İZMİR – 2021

TEZ ONAY SAYFASI



YEMİN METNİ

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Stokastik Bir Yaklaşım İle Covid 19 Dünya Verileri Üzerine Bir Kuyruk Modeli Uygulaması” adlı çalışmanın, tarafımdan, bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın yazıldığını ve yararlandığım eserlerin kaynakçada gösterilenlerden oluştuğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve bunu onurumla doğrularım.

Tarih

23/09/2021

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

**Stokastik Bir Yaklaşım İle Covid 19 Dünya Verileri Üzerine Bir Kuyruk Modeli
Uygulaması**

Umut Ekrem ŞENYAY

Dokuz Eylül Üniversitesi

Sosyal Bilimler Enstitüsü

İşletme Anabilim Dalı

Sayısal Yöntemler Programı

Bu çalışma Covid-19 virüs salgınının dünya dağılımını incelemek ve virüs popülasyonunun değişimini analiz etmek amacıyla yapılmıştır. Çalışmada, 2020-2021 yılları içerisinde Covid-19 popülasyonuna giriş ve çıkış verileri kullanılarak stokastik bir süreç yaklaşımı olan doğum-ölüm süreçleri incelenmeye çalışılmıştır. Bu amaçla WHO-Dünya Sağlık Örgütü'nün günlük resmi verileri kullanılmıştır. Araştırma kapsamına Avrupa ülkelerini temsilen Almanya, Fransa, İngiltere, İspanya ve İtalya, Kuzey Amerika'yı temsilen A.B.D, Güney Amerika'yı temsilen Brezilya, Uzak Doğu'yu temsilen Çin ve Japonya ile Asya'yı temsilen Rusya ve Hindistan alınmıştır. Tüm bu gruplar incelenirken de Türkiye örneği ele alınmıştır.

İçer ve dışı göç veren olayların stokastik olmaları nedeniyle her ülkeye ait popülasyona giriş ve çıkış olasılık dağılımları belirlenmeye çalışılmıştır. Ülkeler arası doğru karşılaştırma yapılması için virüsün yayılma oranı ve iyileşme oranları üzerinde matematiksel dönüşümler uygulanmıştır. Bu dönüştürülmüş veriler kullanılarak trafik yoğunluk parametresi olarak salgınlarda uygulama ve yorum kolaylığı getiren yeni bir formül önerilmiştir. Çalışma içinde stokastik modeller kullanılmış, analiz sırasında gruplama amaçlı ana bileşenler analizi ve faktör analizi uygulamaları gerçekleştirilmiştir. Bu analizlerin ışığı altında ülke ve bölge gruplamaları ve karşılaştırmaları yapılarak yorumlanmaya çalışılmıştır.

Anahtar Kelime: Kuyruk Teorisi, Covid-19 Korona Virüs, Ölüm-Doğum Süreci.



ABSTRACT
Master's Thesis
A Queuing Model Application On Covid 19 World Data With A Stochastic
Approach
Umut Ekrem Şenyay

Dokuz Eylul University
Graduate School of Social Sciences
Department of Quantative Methods
Program Quantitative Methods

This study was conducted to examine the world distribution of the Covid 19 virus outbreak and to analyze the change in the virus population. In the study, the birth-death process, which is a stochastic process approach, was tried to be examined by using the immigration and emigration data of the Covid-19 population in the years 2020-2021. In this study, the stochastic process approach of birth-death model was examined by utilizing the immigration and emigration data in Covid-19 population during the period of 2020-2021. For this purpose, the daily official data of the WHO (World Health Organization) were used. In the scope of this research, Europe was represented by Germany, France, England, Spain and Italy, North America by USA, South America by Brazil, East Asia by China and Japan, and Asia by Russia and India. While examining these groups, the example of Turkey has also been handled.

Given that the factors causing inflow or outflow in migration are stochastic, probability distributions of entry and exit to populations were determined for each country. Transformations have been applied to accurately compare the rates of virus spread or improvements in countries. Using these transformed data, a new formula has been proposed as a traffic density parameter that provides ease of application and interpretation in outbreaks. Stochastic models were used in the study, principal component analysis and factor analysis applications were performed for grouping purposes during the

analysis. In the light of these analyses, country and region groupings were interpreted by making comparisons and contrasts.

Keywords: Queuing Theory, Covid-19 Disease, Birth-and-Death Process.



STOKASTİK BİR YAKLAŞIM İLE COVID 19 DÜNYA VERİLERİ ÜZERİNE BİR KUYRUK MODELİ UYGULAMASI

İÇİNDEKİLER

TEZ ONAY SAYFASI	ii
YEMİN METNİ	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT	vi
İÇİNDEKİLER	viii
TABLolar LİSTESİ	xi
ŞEKİLLER LİSTESİ	xiv

GİRİŞ	1
-------	---

BİRİNCİ BÖLÜM KUYRUK TEORİSİ VE MODELLERİ

1.1. KUYRUK MODELLERİ	4
1.2. KUYRUK MODELİNİN TEMEL ELEMANLARI	4
1.3. DETERMİNİSTİK KUYRUK MODELLERİ	5
1.4. STOKASTİK KUYRUK MODELLERİ	5
1.4.1. Servis Disiplini	7
1.4.2. Kuyruk Modelleri Notasyonu ve Sınıflandırılması	7
1.4.3. Little Kanunu (Little's Law)	9
1.5. SAF DOĞUM VE ÖLÜM MODELLERİ	10
1.5.1. Saf Doğum Modeli	11
1.5.2. Saf Ölüm Modeli	13
1.6. GENELLEŞTİRİLMİŞ POISSON KUYRUK MODELİ	13
1.7. ÖZEL POISSON KUYRUK MODELLERİ	15
1.7.1. Kararlılık Durumu Performans Ölçütleri	16
1.7.2. ($M/M/1$) Kuyruk Modeli	17
1.7.3. Tek Servisli Modeller	19

1.7.3.1. $(M/M/1) : (GD/\infty/\infty)$ Modeli	19
1.7.3.2. $(M/M/1) : (GD/N/\infty)$ Modeli	20
1.7.3.3. $(M/M/1) : (FCFS/\infty/\infty)$ Modeli	22
1.7.4. Çok Servisli Modeller	23
1.7.4.1. $(M/M/c) : (GD/\infty/\infty)$ Modeli	23
1.7.4.2. $(M/M/c) : (GD/N/\infty)$, $c \leq N$ Modeli	24
1.7.4.3. $(M/M//\infty) : (GD/\infty/\infty)$ Modeli	25
1.7.5. $(M/M/R) : (GD/K/K)$, $R < K$ Modeli	26
1.8. POLLACZEK-KHINTCHINE FORMULÜ - $(M/G/1) : (GD/\infty/\infty)$	27
1.9. KUYRUK KARAR MODELLERİ	28
1.9.1. Maliyet Modelleri	28
1.9.2. İstek Düzey Modeli	29
1.10. KUYRUK MODELLERİ İLE İLGİLİ LİTERATÜR TARAMASI	30

İKİNCİ BÖLÜM

OLASILIK DAĞILIMLARI

2.1. KUYRUK MODELLERİNDE KULLANILAN OLASILIK DAĞILIMLARI	34
2.2. KESİKLİ OLASILIK DAĞILIMLARI	34
2.2.1. Kesikli Tekdüzen (Uniform) Dağılımları	35
2.2.2. Bernouilli Dağılımı	36
2.2.3. Binom Dağılımı	37
2.2.4. Geometrik Dağılım	38
2.2.5. Negatif- Binom (Pascal) Dağılımı	39
2.2.6. Hipergeometrik Olasılık Dağılımı	39
2.2.7. Poisson Dağılımı	40
2.3. SÜREKLİ OLASILIK DAĞILIMLARI	42
2.3.1. Sürekli Tekdüzen (Uniform) Dağılımları	42
2.3.2. Üslü/ Üstel (Exponential) Dağılım	43
2.3.3. Erlang Dağılımı	46
2.3.4. Gamma Dağılımı	47

2.3.5. Pareto Dağılımı	49
2.3.6. Normal Dağılım	49
2.4. OLASILIK DAĞILIŞ TESTLERİ	51
2.5. BAYES OLASILIK YAKLAŞIMI	54

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

UYGULAMA: 2020-2021 DÖNEMİ SEÇİLMİŞ DÜNYA VERİLERİ (WHO) KULLANILARAK İSTATİSTİKSEL BİR İNCELEME

3.1. AMAÇ VE YÖNTEM	59
3.2. UYGULAMADA KULLANILAN NOTASYON	61
3.3. COVID-19:2020 YILI VERİLERİ İLE İLGİLİ GENEL DEĞERLENDİRMELER	64
3.4. COVID-19 VE BENZER HASTALIKLAR İLE İLGİLİ LİTERATÜR TARAMASI	69
3.5. ÜLKELER BAZINDA DEĞERLENDİRMELER	72
3.5.1. Brezilya Değerlendirmeleri	73
3.5.2. Hindistan Değerlendirmeleri	78
3.5.3. Rusya Değerlendirmeleri	82
3.5.4. Japonya Değerlendirmeleri	87
3.5.5. Fransa Değerlendirmeleri	92
3.5.6. Almanya Değerlendirmeleri	97
3.5.7. Çin Değerlendirmeleri	101
3.5.8. A.B.D. Değerlendirmeleri	106
3.5.9. Türkiye Değerlendirmeleri	111
3.5.10. İngiltere Değerlendirmeleri	115
3.5.11. İtalya Değerlendirmeleri	120
3.5.12. İspanya Değerlendirmeleri	125
3.6. ÜLKELER ARASI KARŞILAŞTIRMALAR	130
SONUÇ VE ÖNERİLER	150
KAYNAKÇA	154

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 1: Hafızasız Özellikli Dağılımlar	s. 51
Tablo 2: Brezilya Aylık Parametre Değişimleri	s. 75
Tablo 3: Brezilya Nisan Vaka Frekansları	s. 75
Tablo 4: Brezilya Nisan Ölüm Frekansları	s. 76
Tablo 5: Brezilya İyi Uyum Test İstatistikleri Özet Tablosu	s. 77
Tablo 6: Hindistan Aylık Parametre Değişimleri	s. 80
Tablo 7: Hindistan Eylül Vaka Frekansları	s. 80
Tablo 8: Hindistan Eylül Ölüm Frekansları	s. 81
Tablo 9: Hindistan İyi Uyum Test İstatistikleri Özet Tablosu	s. 82
Tablo 10: Rusya Aylık Parametre Değişimleri	s. 84
Tablo 11: Rusya Temmuz Vaka Frekansları	s. 85
Tablo 12: Rusya Temmuz Ölüm Frekansları	s. 85
Tablo 13: Rusya İyi Uyum Test İstatistikleri Özet Tablosu	s. 87
Tablo 14: Japonya Aylık Parametre Değişimleri	s. 89
Tablo 15: Japonya Temmuz Vaka Frekansları	s. 90
Tablo 16: Japonya Temmuz Ölüm Frekansları	s. 90
Tablo 17: Japonya İyi Uyum Test İstatistikleri Özet Tablosu	s. 92
Tablo 18: Fransa Aylık Parametre Değişimleri	s. 94
Tablo 19: Fransa Temmuz Vaka Frekansları	s. 94
Tablo 20: Fransa Temmuz Ölüm Frekansları	s. 95
Tablo 21: Fransa İyi Uyum Test İstatistikleri Özet Tablosu	s. 96
Tablo 22: Almanya Aylık Parametre Değişimleri	s. 99
Tablo 23: Almanya Temmuz Vaka Frekansları	s. 99
Tablo 24: Almanya Temmuz Ölüm Frekansları	s. 100
Tablo 25: Almanya İyi Uyum Test İstatistikleri Özet Tablosu	s. 101
Tablo 26: Çin Aylık Parametre Değişimleri	s. 103
Tablo 27: Çin Temmuz Vaka Frekansları	s. 104
Tablo 28: Çin Temmuz Ölüm Frekansları	s. 104
Tablo 29: Çin İyi Uyum Test İstatistikleri Özet Tablosu	s. 105
Tablo 30: A.B.D. Aylık Parametre Değişimleri	s. 108

Tablo 31: A.B.D. Mayıs Vaka Frekansları	s. 108
Tablo 32: A.B.D. Mayıs Ölüm Frekansları	s. 109
Tablo 33: A.B.D. İyi Uyum Test İstatistikleri Özet Tablosu	s. 110
Tablo 34: Türkiye Aylık Parametre Değişimleri	s. 113
Tablo 35: Türkiye Temmuz Vaka Frekansları	s. 113
Tablo 36: Türkiye Temmuz Ölüm Frekansları	s. 114
Tablo 37: Türkiye İyi Uyum Test İstatistikleri Özet Tablosu	s. 115
Tablo 38: İngiltere Aylık Parametre Değişimleri	s. 117
Tablo 39: İngiltere Mart Vaka Frekansları	s. 118
Tablo 40: İngiltere Mart Ölüm Frekansları	s. 118
Tablo 41: İngiltere İyi Uyum Test İstatistikleri Özet Tablosu	s. 120
Tablo 42: İtalya Aylık Parametre Değişimleri	s. 123
Tablo 44: İtalya Temmuz Ölüm Frekansları	s. 124
Tablo 45: İtalya İyi Uyum Test İstatistikleri Özet Tablosu	s. 124
Tablo 46: İspanya Aylık Parametre Değişimleri	s. 127
Tablo 48: İspanya Temmuz Ölüm Frekansları	s. 128
Tablo 49: İspanya İyi Uyum Test İstatistikleri Özet Tablosu	s. 130
Tablo 50: Ülkelere Ait Aylık Vaka Parametre Dağılımı	s. 130
Tablo 51: Ülkelere Ait Aylık Standardize Vaka Parametre Dağılımı	s. 131
Tablo 52: Ülkelere Ait Standardize Aylık Vaka Parametre Değişim Grafiği	s. 132
Tablo 53: Ana Bileşenler Analizi Elde Edilen Çıktılar (SPSS çıktısı)	s. 135
Tablo 54: Faktör Analizi Vaka Faktör Yükleri (SPSS çıktısı)	s. 136
Tablo 55: Ülkelerin Faktör Analiz Sonucu Oluşturduğu Gruplar Ve Salgın Periyodları	s. 137
Tablo 56: Ülkelere Ait Aylık Ölüm Parametre Dağılımı	s. 138
Tablo 57: Ülkelere Ait Standardize μ Aylık Ölüm Parametre Dağılımı	s. 139
Tablo 58: Ana Bileşenler Analizi Ölüm Değişken Çıktıları (SPSS çıktısı)	s. 140
Tablo 59: Faktör Analizi Ölüm Faktör Yükleri (SPSS çıktısı)	s. 141
Tablo 60: Ülkelere Ait Aylık Giriş-Çıkış Trafiki Parametre Dağılımı	s. 142
Tablo 61: Ülkelere Ait Standardize Aylık Giriş-Çıkış Trafiki Parametre Dağılımı	s. 143

Tablo 62: Ana Bileşenler Analizi Doğum-Ölüm Trafik Yoğunluğu Çıktıları (SPSS çıktısı)	s. 145
Tablo 63: Faktör Analizi Trafik Yoğunluğu Faktör Yükleri (SPSS çıktısı)	s. 146
Tablo 64: Ülkelere Ait Değiştirilmiş Standardize Aylık Giriş-Çıkış Trafiği Parametre Dağılımı	s. 147



ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1: Basit Kuyruk Modeli Sistemi	s. 5
Şekil 2: Kuyruk Sistemi	s. 15
Şekil 3: Kuyruktaki t Zamanında İş Yapma Süresi: $V(t)$, s_i : Servis Süresi, w_i : Bekleme Süresi	s. 17
Şekil 4: Maliyet Tabanlı Kuyruk Karar Modeli	s. 29
Şekil 5: Olasılık Dağılışı Grafiği	s. 35
Şekil 6: Üstel Dağılım ve Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	s. 46
Şekil 7: λ Ölçek Parametrelili Erlang-k Dağılışı Faz Diyagramı	s. 48
Şekil 8: Erlang-k Dağılışı Yoğunluğu (Ortalaması 1 Olan Çeşitli k Değerleri İçin)	s. 48
Şekil 9: Normal Dağılışı Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	s. 50
Şekil 10: Normal Dağılışı Ortalama Etkisi	s. 51
Şekil 11: Normal Dağılışı Varyans Etkisi	s. 51
Şekil 12: Olasılık Dağılımlarına İlişkin Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu Grafikleri	s. 52
Şekil 13: Dağılımlar Arası İlişkiler	s. 52
Şekil 14: Bayes Yaklaşımı	s. 57
Şekil 15: Covid-19 Verilerinin Stokastik Bakış Açısı İle Modellenmesi	s. 62
Şekil 16: OECD Ülkeleri Hekim Ve Hemşire Sayıları (1.000 Kişi Başına)	s. 68
Şekil 17: Brezilya Günlük Vaka Verileri	s. 73
Şekil 18: Brezilya Günlük Ölüm Verileri	s. 73
Şekil 19: Brezilya Günlük Dönüştürülmüş Vaka Verileri	s. 74
Şekil 20: Brezilya Günlük Dönüştürülmüş Ölüm Verileri	s. 74
Şekil 21: Brezilya Nisan Vaka Frekans Grafiği	s. 76
Şekil 22: Brezilya Nisan Ölüm Frekans	s. 76
Şekil 23: Hindistan Günlük Vaka Verileri	s. 78
Şekil 24: Hindistan Günlük Ölüm Verileri	s. 79
Şekil 25: Hindistan Günlük Dönüştürülmüş Vaka Verileri	s. 79
Şekil 26: Hindistan Günlük Dönüştürülmüş Ölüm Verileri	s. 79
Şekil 27: Hindistan Eylül Vaka Frekans Grafiği	s. 81

Şekil 28: Hindistan Eylül Ölüm Frekans Grafiği	s. 81
Şekil 29: Rusya Günlük Vaka Verileri	s. 82
Şekil 30: Rusya Günlük Ölüm Verileri	s. 83
Şekil 31: Rusya Günlük Dönüştürülmüş Vaka Verileri	s. 83
Şekil 32: Rusya Günlük Dönüştürülmüş	s. 83
Şekil 33: Rusya Temmuz Vaka Frekans Grafiği	s. 86
Şekil 34: Rusya Temmuz Ölüm Frekans Grafiği	s. 86
Şekil 35: Japonya Günlük Vaka Verileri	s. 87
Şekil 36: Japonya Günlük Ölüm Verileri	s. 88
Şekil 37: Japonya Günlük Dönüştürülmüş Vaka Verileri	s. 88
Şekil 38: Japonya Günlük Dönüştürülmüş Ölüm Verileri	s. 88
Şekil 39: Japonya Temmuz Vaka Frekans Grafiği	s. 90
Şekil 40: Japonya Temmuz Ölüm Frekans Grafiği	s. 91
Şekil 41: Fransa Günlük Vaka Verileri	s. 92
Şekil 42: Fransa Günlük Ölüm Verileri	s. 93
Şekil 43: Fransa Günlük Dönüştürülmüş Covid Verileri	s. 93
Şekil 44: Fransa Günlük Dönüştürülmüş Ölüm Verileri	s. 93
Şekil 45: Fransa Temmuz Vaka Frekans Grafiği	s. 95
Şekil 46: Fransa Temmuz Ölüm Frekans Grafiği	s. 96
Şekil 47: Almanya Günlük Vaka Verileri	s. 97
Şekil 48: Almanya Günlük Ölüm Verileri	s. 97
Şekil 49: Almanya Günlük Dönüştürülmüş Vaka Verileri	s. 98
Şekil 50: Almanya Günlük Dönüştürülmüş Ölüm Verileri	s. 98
Şekil 51: Almanya Temmuz Vaka Frekans Grafiği	s. 100
Şekil 52: Almanya Temmuz Ölüm Frekans	s. 100
Şekil 53: Çin Günlük Vaka Verileri	s. 102
Şekil 54: Çin Günlük Ölüm Verileri	s. 102
Şekil 55: Çin Günlük Dönüştürülmüş Vaka Verileri	s. 102
Şekil 56: Çin Günlük Dönüştürülmüş Ölüm Verileri	s. 103
Şekil 57: Çin Temmuz Vaka Frekans Grafiği	s. 104
Şekil 58: Çin Temmuz Ölüm Frekans Grafiği	s. 105
Şekil 59: A.B.D. Günlük Vaka Verileri	s. 106

Şekil 60: A.B.D. Günlük Ölüm Verileri	s. 106
Şekil 61: A.B.D. Günlük Dönüştürülmüş Vaka Verileri	s. 107
Şekil 62: A.B.D. Günlük Dönüştürülmüş Ölüm Verileri	s. 107
Şekil 63: A.B.D. Mayıs Vaka Frekans Grafiği	s. 109
Şekil 64: A.B.D. Mayıs Ölüm Frekans Grafiği	s. 110
Şekil 65: Türkiye Günlük Vaka Verileri	s. 111
Şekil 66: Türkiye Günlük Ölüm Verileri	s. 111
Şekil 67: Türkiye Günlük Dönüştürülmüş Vaka Verileri	s. 112
Şekil 68: Türkiye Günlük Dönüştürülmüş Ölüm Verileri	s. 112
Şekil 69: Türkiye Temmuz Vaka Frekans	s. 114
Şekil 70: Türkiye Temmuz Ölüm Frekans	s. 114
Şekil 71: İngiltere Günlük Covid Verileri	s. 116
Şekil 72: İngiltere Günlük Ölüm Verileri	s. 116
Şekil 73: İngiltere Günlük Dönüştürülmüş Vaka Verileri	s. 116
Şekil 74: İngiltere Günlük Dönüştürülmüş Ölüm Verileri	s. 117
Şekil 75: İngiltere Mart Vaka Frekans Grafiği	s. 119
Şekil 76: İngiltere Mart Ölüm Frekansı	s. 119
Şekil 77: İtalya Günlük Vaka Verileri	s. 120
Şekil 78: İtalya Günlük Ölüm Verileri	s. 121
Şekil 79: İtalya Günlük Dönüştürülmüş Vaka Verileri	s. 121
Şekil 80: İtalya Günlük Dönüştürülmüş Ölüm Verileri	s. 121
Şekil 81: İtalya Temmuz Vaka Frekans Grafiği	s. 122
Şekil 82: İtalya Temmuz Ölüm Frekans Grafiği	s. 122
Şekil 83: İspanya Günlük Vaka Verileri	s. 125
Şekil 84: İspanya Günlük Ölüm Verileri	s. 125
Şekil 85: İspanya Günlük Dönüştürülmüş Vaka Verileri	s. 124
Şekil 86: İspanya Günlük Dönüştürülmüş Ölüm Verileri	s. 126
Şekil 87: İspanya Temmuz Vaka Frekans Grafiği	s. 128
Şekil 89: İspanya Temmuz Ölüm Frekans	s. 129
Şekil 90: Orijinal Verileri Gösteren Eksenler	s. 133
Şekil 91: Dönüştürülmüş Yeni Eksenler	s. 133

Şekil 92: Ana Bileşenlerde İki Boyutlu Örnek Bir Veri Seti Ve Normalize Edilmiş Görünümü	s. 134
Şekil 93: Ana bileşenler Analizi Özdeğerler Vektörü Grafiği (SPSS	s. 136
Şekil 94: Ülkelere Ait Standardize Aylık Ölüm Parametre Değişim Grafiği	s. 140
Şekil 95: Ana Bileşenler Analizi Özdeğerler Vektörü Grafiği (SPSS çıktısı)	s. 141
Şekil 96: Ülkelere Ait Standardize Aylık Doğum-Ölüm Trafıği Parametre Değişim Grafiği	s. 144
Şekil 97: Ana Bileşenler Analizi Trafik Yoğunluğu Özdeğerler Vektörü Grafiği (SPSS çıktısı)	s. 145
Şekil 98: Ülkelere Ait Standardize Aylık Doğum-Ölüm Trafıği Parametre Değişim Grafiği: 2020 ilk 6 ay	s. 147
Şekil 99: Ülkelere Ait Standardize Aylık Doğum-Ölüm Trafıği Parametre Değişim Grafiği: 2020 Yılı Son 6 Ay	s. 148

GİRİŞ

Hizmet ve üretim süreçlerinin hemen hemen bir çok yerinde sisteme giriş ve çıkışlarda bekleme, kalma süresi ve kapasitesinin optimizasyonu önemli bir optimizasyon problem olarak durmaktadır. Bu problemi yaratan en önemli başlık beklemenin ve bulunmanın var olduğu hatlarda sosyal ve iş maliyetlerinin en azaltılması (minimizasyon) isteği ve hatta bazı durumlardaki gereksinimidir. Bu genel problemi karmaşıklaştıran diğer bir başlık ise sisteme giriş (immigration: içe göç) ve sistemden çıkışların (emmigration: dışa göç) düzensizliğidir. Bu düzensizliğe istatistik bilimi çerçevesinde olasılık dağılışı yaklaşımı yaparak uyum sağlayacak modellerle çözüm aranmaktadır. Bu nedenle de bu tür sistemler ancak stokastik modeller aracılığı ile optimize edilebilmektedir.

Günlük hayata birçok yerde kuyruğa girerek sıra beklenir. Örneğin alışverişlerde kasa ödemesi için girilen kuyruklar veya sağlık hizmeti gibi günlük hayatın içerisinde olan beklemeye dayalı alışkanlıklar birer kuyruk sistemidir. Diğer taraftan servis veren internet şebekeleri, telefon hatları, bankalar, deniz ve hava limanları teknolojik ağ içerisinde yaşanan kuyruk problemlerine örnek olarak verilebilir. Bunlar; sisteme giriş ve çıkışlarda kuyruk oluşturan ana kütle içerikli sistemlerdir. Başka bir taraftan şirketlerin aşına olduğu üretim sistemlerine örnek verecek olursak üretimi elleçleme (Material Handling) yolu ile gerçekleştirildiği tekstil ve giyim sanayi, gıda sanayileri yani üretim hattının (bandının) olduğu yerler de sıralanabilir.

Kuyruk teorisi alanında yapılan ilk çalışma Danimarkalı mühendis Karl Erlang olarak bilinmektedir. Ancak tarihe ilk geçen eser Johannsen'in 1907'de yayınlanan "Bekleme Zamanları ve Telefon Etme Sayısı (Waiting Times and Number of Calls)" makalesidir. Buna rağmen Erlang tarafından 1909 tarihi itibariyle başlayan makaleleri sayesinde kuyruk teorisi alanındaki çalışmaları hızlandıran ve etkileyen eserleri olmuştur (Timör, 2001: 434; Sariaslan, Karacabey, 2003: 360). Erlang bir telefon şirketinde mühendis olarak çalışıp konusu ile ilgili talep dalgalanmalarını inceleyen deneyler yapıyordu. Operatör işi gereken hızda yapamaması sorunundan dolayı müşteriler telefonda beklemek zorunda kalıyorlardı. Erlang'a göre ana problem operatör başına düşen gecikmenin hesaplanmasıydı. 1917 yılındaki bu çalışma birden

fazla operatör için geliştirildi. İkinci Dünya Savaşı sonrası bu çalışma genel problemleri içeren kuyruk teorisi ile ilişkilendirilmiştir (Doğan, 1995:425). Daha sonraları 1930 ve 1950 yılları arasında Cirommelin, Pollaczek, Khintchine, Kolomogorow ve Pal gibi bilim adamları kuyruk teorisinin gelişiminde önemli katkılar sunmuşlardır. 1960 sonrası bilim adamları birçok karmaşık skolastik faaliyetleri kapsayacak genel modelleri geliştirmişlerdir.

Erlang'ın yapmış olduğu çalışmalarından bugüne işletmelerde kuyruk problemleri ile karşılaşmış ve bu problemlerin giderilmesi üzerine de birçok farklı model geliştirilmiştir. Yapılan bu modellerin esas olarak temelindeki konular bekleme maliyeti ve işletmenin servis maliyetinin optimum seviyede tutulması amaçlandığı bilinmektedir. Bekleme süresi, müşteriler ve şirket açısından birbirinden ayrı maliyet oluşturmamasından ötürü her iki tarafta da üzerinde durulması gerekmektedir.

Bekleme hattı modellerinde sistemin performansı ölçmek için rastgele şartlar altında hizmeti sağlayan araçların işleyişi üzerinde çalışmalar ve simülasyonlar yapılarak değişkenlikler ve performans ölçeklerinin özellikleri tespit edilmeye çalışılmaktadır. Hizmet öncesi bekleme süresinin tahmini, modele ait olan ölçülerden bir tanesi olarak örnek verilebilir. Bir diğer örnek ise, hizmeti sağlayan araçların kullanıma yüzdelerinin belirlenmesidir. İlk ölçü müşteriler açısından önem teşkil ederken ikincisi hizmet araçlarının kullanım derecesini geliştirme yönünde sisteme bir tür yaklaşım tarzıdır (Özkan, 2005:237).

Tez çalışmasının birinci bölümünde kuyruk modellerinin tanıtımı yapılmıştır. Burada söz konusu modellere deterministik ve stokastik sınıflandırma yaklaşımı altında ele alınmıştır. Ancak tez içeriğinde özellikle stokastik modeller tanıtılmış ve uygulamanın stokastik yaklaşım içinde olması nedeniyle konuların bu yönde detaylandırılmasına yer verilmiştir. Bu çerçevede temel kavramlar ve temel modeller ele alınırken özellikle olasılık dağılışı ile giriş ve çıkışların gerçekleştiği doğum-ölüm süreçleri tanıtılmıştır.

İkinci bölümde kuyruk modellerinin sisteme giriş ve çıkışlarındaki stokastik düzene açıklamaya çalışan olasılık dağılışı tanıtılmıştır. Buradaki temel sınıflama olarak şans değişkeninin kesikli ve sürekli olmasına dayalı olarak anlatıma yer verilmiştir. Temel olarak kuyruk sistemine giriş sayıları ve sistemden çıkış sayılarının kesikli dağılışlara uygun olmakta, gelişler arası sürelerin ve çıkışlar arası sürelerin ise

sürekli olasılık dağılımlarına uygun olduğu bilinmektedir. Özellikle poisson dağılımı içindeki parametre ve değişkenlerin yapısı nedeniyle, poisson olasılık dağılımı hem kesikli hem de sürekli dağılımlar içinde yer alan yegâne bir dağılımdır. Bu özelliğin yanı sıra, beklenen değerinin ve varyansının birbirine eşit olması ve dağılım varsayımları içerisinde hafızasızlık (memoryless) özelliği nedeniyle de uygulama rahatlığı ve kolaylığı sağlayan bir olasılık dağılımıdır. Bu nedenlerle de kuyruk modellerinde özel bir yeri vardır. Bölüm içerisinde özellikle değişken popülasyon durumlarında ve aynı zamanda bilinmeyen popülasyonlar için daha etkin çözüm üretmesi nedeniyle Bayes olasılık yaklaşımı tanıtılmıştır. Günümüzde de aşı çalışmalarında güncel bir yaklaşımdır.

Çalışmanın üçüncü bölümünde 2020 yılının başından itibaren dünyanın en güncel konusu haline gelen, ekonomiden sosyal hayata kadar dünyayı ve devlet yönetimlerini ciddi etkisi altına alan Covid-19 pandemisi için dünya sağlık örgütü (WHO-World Health Organization) tarafından yayınlanan günlük istatistik verileri kullanılarak bir uygulama yapılmaya çalışılmıştır. Öncelikle Covid pandemi ve ardından Covid-19 pandemisi hakkında temel ve ayrıca güncel bilgiler anlatılmış, bu konuda incelenen literatüre yer verilmiştir. Uygulama içerisinde kuyruk modellerinin en önemli parametrelerinden biri olan trafik parametresi hakkında yeni bir önerisi geliştirilmiş, teoriye özellikle yorum kolaylığı getirmesi ile de önemli bir katkı sağlayacağı düşünülmüştür. Uygulama içerisinde dünyanın özellikle coğrafi olarak her bölgesini kapsayacak ve veri sağlığı açısından da sorunsuz olduğu 12 ülke (A.B.D., Brezilya, İngiltere, Fransa, Almanya, İspanya, Türkiye, Rusya Federasyonu, Hindistan, Çin ve Japonya) Covid-19 sistemine günlük giriş ve çıkış verileri aylık bazda incelenmiş, bu incelemelerde ülkeler arası ortak yorumlamaları sağlaması açısından gerekli sayısal dönüşümler uygulanarak verilerin uyum sağladığı dağılımlar belirlenmiştir. Gerekli testler yapılarak hem ülke bazında hem de ülkeler arası ortak bazda yorumlama yapılmaya çalışılmıştır. Ülkeler arası yorumlara destek vermesi için faktör analizi ve ana bileşenler analizi gibi çok değişkenli istatistik metotları da kullanılmıştır.

Son bölümde çalışmadan elde edilen sonuçlar değerlendirilmiştir. Ayrıca çalışma sırasında elde edilen bulgulara dayanarak konu hakkında başka hangi çalışmaların yapılabileceği konularında da bazı öneriler yapılmaya çalışılmıştır.

BİRİNCİ BÖLÜM

KUYRUK TEORİSİ VE MODELLERİ

1.1. KUYRUK MODELLERİ

Kuyruk modelleri, değişken veya sabit parametrelili popülasyonların giriş - çıkışlarında oluşan sorunları istatistiksel bir analiz aracı olarak kullanmaktadır. Market ve hastane gibi toplu servis veren yerlerde, telefon ve internet gibi dijital ağlarda, elektronik servis veren istasyonlarda, bankalarda, internet satışı gibi internet üzerinden verilen servislerde, kara, deniz ve hava yolu gibi trafik oluşturan hizmetlerde, atık toplama, aktarma, temizlik işleri gibi belediye servislerinde oluşan kuyruk sistemlerinde hem servis alanları açısından beklemleri azaltmak ve dengelemek amacıyla, hem de servis veren açısından optimum servis modelinin belirlenmesi amacıyla yapılan özellikle ekonomik ve sosyal yönlü çok yarar sağlayan bir analiz aracıdır. Söz konusu kuyruk modelleri servis ve gelişlerinin sabit olduğu deterministik modeller ve yine servis ve gelişlerin değişken olduğu stokastik modeller olarak iki ana grupta ele alınabilir. Bu tez kapsamında sadece stokastik davranış gösteren modeller ele alınıp incelenmeye çalışılmıştır.

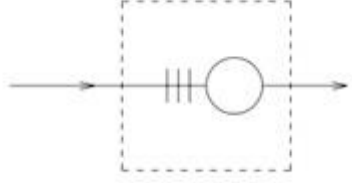
1.2. KUYRUK MODELİNİN TEMEL ELEMANLARI

Kuyruk modeli temel bileşenleri servis almaya gelen müşteriler ve hizmet veren kişi veya sistemlerdir. Müşteriler hizmet yerinde servis alabilir ya da servis sıralarını bekleme durumunda kuyrukta yer almaktadırlar. Kuyrukta bekleyen müşteri, hizmet yerinin boşalması durumunda kuyruktan çıkar ve hizmet görür. Kuyruk olmadığı zaman ilk gelen müşteri ilk servisi alacak ve o zamana kadar kuyruk boş olarak kalacaktır. Müşterilerin geliş, gelişler arası süre ile gösterilir. Verilen hizmet müşteri başına hizmet süresi ile ifade edilir. Genellikle gelişler arası süre ve hizmet süresi postane çalışmasındaki gibi olasılıklı veya iş görüşmeleri için adayların gelişinde olduğu gibi deterministik olabilir (Boxma, 2008: 4).

Kuyruk büyüklüğü kuyruk analizinde etkin bir rol oynar. Müşterilerden türetilen kuyruk sonlu veya sonsuz büyüklükte olabilir. Sonlu kaynak hizmet için

gelen müşterileri sınırlar. Sonsuz kaynak, her zaman telefon santraline gelmekte olan çağrılar gibidir.

Şekil 1: Basit Kuyruk Modeli Sistemi



Yukarıdaki Şekil 1’de basit bir kuyruk modeli sistemi gösterilmiştir. Sisteme girişler içeride kuyruk olmaması durumunda hizmet aldıktan sonra çıkış yapılırken, hizmet yerinin meşgul olduğu durumda kuyruk yaratarak işlem öncesi bekleme süresine dahil olmakta ve işlemin bitmesi sonucunda sistemden çıkışı sağlanmaktadır.

1.3. DETERMİNİSTİK KUYRUK MODELLERİ

Gelişler arası ve hizmet sürelerinin deterministik olduğu basit durumları ele alan kuyruk modelleridir. Belirsizlik durumunun önlenmesi için, bir giriş ve bir çıkış aynı anda meydana geldiği durumda, ilk önce çıkışın gerçekleştiği varsayılmaktadır. Bu tür bir varsayım, kuyruk modelinin sürekli zamanlı bir Markov Zincirini takip eden Markov kuyrukları için gerekli değildir, çünkü aynı anda iki olayın meydana gelme olasılığı sıfırdır. Ancak deterministik kuyruklar için gereklidir. Deterministik kuyruklar için $P(Q = n)$ notasyonu kullanılmaktadır. Herhangi bir zamanda, kuyrukta n müşteri olmasının olasılığıdır (Zukerman, 2013: 127).

$$E[Q] = \sum_{n=0}^{\infty} nP(Q = n) \quad (1)$$

1.4. STOKASTİK KUYRUK MODELLERİ

Stokastik kuyruk modelleri; servis alanların ve verenlerin servis sürelerini ve gelişler arası sürelerin değişken olduğu modelleri kapsamaktadırlar. Bu modellerde kullanılan olasılık dağılımları genellikle Hafızasız (*Memoryless*) özellikli dağılımlardır.

Bu nedenlerle Poisson Dağılışına dayalı Erlang ailesi ve üstel dağılımlar burada özel bir öneme sahiptir. Modellerin temeli bir kararlılık ve denge veya optimum çözüme yönelik yöntemleri içerir. Bu yöntemler içerisinde özellikle fark denklemleri ile çözüm arayışları ağırlıklı bir matematiksel araçtır. Bu çalışma kapsamında biyolojik salgınlarda kullanılan Doğum-Ölüm Süreçleri inceleme kapsamına alınmıştır.

Parametre uzayı T ve durum uzayı E olan bir Stokastik Süreç, aynı olasılık uzayında tanımlanmış ve E 'de değer alan $\{x_t, t \in T\}$ rastgele değişkenlerin koleksiyonudur.

Stokastik sürecin, T ve E ile sınıflandırılması;

- T sayılabilir değere sahipse, x_t 'ye kesikli parametre Stokastik Süreci denir.
- T bir aralık ise, x_t sürekli bir Stokastik Süreç uzayıdır.

Yukarıda yer alan sınıflandırmaya göre dört tip Stokastik Süreç bulunmaktadır;

- 1) Kesikli parametre, kesikli uzay Stokastik Süreci
- 2) Kesikli parametre, sürekli uzay Stokastik Süreci
- 3) Sürekli parametre, sürekli uzay Stokastik Süreci
- 4) Sürekli parametre, kesikli uzay Stokastik Süreci.

Not: Birçok referans “parametre” yerine “zaman” terimini kullanmaktadır (Şahinoğlu, 1992: 13)

Kuyruk sistemlerinin iki temel bileşenini, kuyruğa giriş oranı ve kuyruktan çıkış oranı belirler. Tüm kuyruk sistemleri bu temel bileşenler üzerinde oluşan farklı disiplinleri ele alarak model sınıflandırmaları oluşturulur. Sisteme giriş ve çıkış oranlarına dayalı modellerde temel olarak 3 farklı form bulunmaktadır (Levin ve Kirkpatrick, 1965: 339).

- Kuyruk Yok – Boş Zaman (No Queue - Idle Time)
- Kuyruk Yok – Boş Zaman Yok (No Queue – No Idle Time)
- Kuyruk Formları – Boş Zaman Yok (Queue Forms – No Idle Time)

Burada sözü edilen kuyruk formu giriş oranının çıkış oranından büyük olması durumunda oluşan farklı servis yapılarını ifade etmektedir.

1.4.1. Servis Disiplini

Kuyruk disiplini, müşterilerin hizmet alma sırasını belirtir ve kuyruk analizinde önemli bir faktördür. Birimlerin hizmet kanalına veya kanallarına hangi kurallara göre alınacağını bildirir.

- İlk Gelen İlk Hizmet Görür (İĞİHG – İngilizce haliyle FCFS): İlk gelen kişiye ilk önce hizmet verilmektedir. Örnek olarak market kuyruğunda sıra bekleyen müşteriler sırayla ilk gelenden başlamak üzere hizmet alırlar.
- Son Gelen İlk Hizmet Görür (SGİHG – İngilizce haliyle LCFS): Son gelen kişi ilk hizmeti alır ve sistemden ayrılış yapar. Örnek olarak taşıma aracına ilk yüklenen eşya varış noktasında en sonda kamyonundan indirilir.
- Rastgele Sırada Hizmet Verme (RSHV – İngilizce haliyle SIRO): Kuyruktaki birimlere rastgele olarak hizmet verilir. Örnek olarak kalite kontrol ve üretim birimlerinde ürünler banttan rastgele seçilerek numune oluşturulur.
- Genel Disiplin (GD): Genel disiplini belirtmektedir. Örnek olarak özel birimler veya müşteriler önem ve öncelik sırasına göre hizmet alabilmektedirler. Örnek olarak hastane yatışlarında acil hastalara ilk olarak bakılması şeklinde gerçekleşmektedir.

Bu tip servis disiplini farklılıkları aynı zamanda kuyruktaki bekleme zamanlarının dağılımında değişiklik göstermesine sebep olabilir (Sztrick, 2012: 10).

1.4.2. Kuyruk Modelleri Notasyonu ve Sınıflandırılması

Kendall (1953) ve Lee (1966) tarafından, kuyruk sistemine geliş-gidiş dağılımlarını, paralel servis kanalları sayısına ve servis disiplinine göre maksimum birim sayısını, hizmet alacak birimlerin kaynağını tanımlayabilecek 6 karakteristiğe sahip kuyruk modeli notasyonu belirlenmiştir.

Kendall-Lee gösterimi bize eğik çizgilerle ayrılmış sırayla listelenen özellikler için altı kısaltma vermektedir. Birinci ve ikinci özellikler, varış ve hizmet süreçlerini

ilgili olasılık dağılımlarını tanımlar. Birinci ve ikinci özellikler için, M üstel bir dağılımı temsil eder, E bir Erlang dağılımını ve G genel bir dağılımı temsil eder. Üçüncü özellik, paralel sunucuların sayısı olarak da bilinen, aynı anda birlikte çalışan sunucuların sayısını verir. Dördüncüsü, verilen kısaltma ile kuyruk disiplini tanımlar. Beşincisi, sistemde izin verilen maksimum müşteri sayısını verir. Altıncı, sistemin kabul edebileceği müşteri havuzunun boyutunu verir.

Örneğin; $(M/M/5)(FCFS/20/\infty)$: 5 vezne, üstel varış süreleri, üstel hizmet süreleri, FCFS kuyruk disiplini, toplam 20 müşteri kapasitesi ve sonsuz nüfus havuzuna sahip bir bankayı temsil etmektedir (Berry, 2006: 7).

Kuyruk durumunun karakteristiklerini özetlemek için Kendall-Lee Notasyonu ayrıntılı olarak aşağıdaki biçimde gösterilir:

$$(a / b / c) : (d / e / f)$$

a = Geliş veya gelişlerarası sürenin dağılımı

b = Servis süresi dağılımlarının tanımlanması

c = Serviste yer alan hizmet sayısı ($=1, 2, \dots, \infty$)

d = Kuyruk disiplini (FIFO,LIFO gibi)

e = Sistemde (kuyruktaki + hizmet gören) izin verilen maksimum sayı (sonlu veya sonsuz)

f = İstek kaynağının veya hizmet alacak birimlerin kaynağı (sonlu veya sonsuz) büyüklüğü

Sisteme giriş ve çıkış dağılımlarını (a ve b notasyonlarının yerine gelebilecek) gösteren standart notasyon:

M = Markov geliş veya gidiş dağılımları. Bu girişler ve çıkışlar Poisson dağılımına uygunluk göstermektedir

D = Sabit (deterministik) süre

E_k = Gelişlerarası sürenin Erlang veya Gamma olması (bağımsız üstel dağılımların toplamı)

G = Genel ya da rastgele dağılım göstermesi

1.4.3. Little Kanunu (Little's Law)

Kuyrukta veya sistemde yer alan ortalama müşteri sayısı ile kuyruktaki müşteri başına beklenen süre arasında bir ilişki olduğunu göstermektedir (Sztrick, 2012: 102).

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda_{eff}} = \frac{\lambda(1 + \rho^N(N-1) - N\rho^{N-1})}{\mu(\mu - \lambda)(1 - \rho^N)} \quad (2)$$

L_q : kuyruk uzunluğu

λ : sisteme geliş hızı (oranı)

$\lambda - \lambda_{eff}$: servis almadan geri dönen birim sayısı

$\lambda_{eff} = \lambda(1 - P^N)$ etkili geliş hızı = sisteme geliş hızı $\times$ sistemin boş kalma olasılığı

μ : servis hızı

$\rho = \lambda / \mu$ trafik hızı

Kuyruk teorisinde, sabit bir sistemdeki uzun vadeli ortalama müşteri sayısı (L), uzun vadeli ortalama etkin varış hızı (λ) ile bir müşterinin sistemde harcadığı ortalama süre (W) ile çarpımıdır.

Birçok kuyrukta, sistemin nasıl çalıştırılması gerektiğine ilişkin yargılarda bulunmak için sistemin belirli bileşenleri için çeşitli bekleme süreleri ve kuyruk boyutlarının belirlenmesi yararlıdır. L 'nin kararlı duruma ulaştığını varsayarak, L değeri herhangi bir anda kuyruktaki ortalama müşteri sayısı olarak tanımlanmıştır. Bunu, L_q kuyrukta bekleyen ortalama müşteri sayısı ve L_s hizmetteki ortalama müşteri sayısı olarak ayırabiliriz. Sistemdeki müşteriler sadece kuyrukta veya hizmette olabileceğinden;

$$L = L_q + L_s \quad (3)$$

olduğunu gösterir. W , bir müşterinin kuyruk sisteminde geçirdiği ortalama süre olarak tanımlayabiliriz. W_q , kuyruğun kendisinde harcanan ortalama süredir ve W_s hizmette harcanan ortalama süredir. Daha önce benzer durumda olduğu gibi;

$$W = W_q + W_s. \quad (4)$$

Yukarıdaki tanımlarda tüm ortalamaların sabit durum ortalamaları olduğu unutulmamalıdır. λ 'nın sisteme geliş hızı yani birim zamanda sisteme gelen müşteri sayısı olarak tanımlanması gösterilebilir.

$$L = \lambda W \quad (5)$$

$$L_q = \lambda W_q \quad (6)$$

$$L_s = \lambda W_s \quad (7)$$

Yukarıdaki 5, 6 ve 7 numaralı eşitlikler, Little'ın kuyruk formülü olarak bilinmektedir (Berry, 2006: 8).

Başka bir anlatım ile Little yasası; $E(L)$ sistemdeki ortalama müşteri sayısı, $E(S)$ ortalama ikamet süresi ve λ birim zamanda sisteme giren ortalama müşteri sayısı arasında çok önemli bir ilişki verir. Little yasası aşağıdaki dengeyi belirtir:

$$E(S) = \lambda E(L) \quad (8)$$

Burada sistemin kapasitesinin müşterilerle ilgilenmek için yeterli olduğu varsayılmaktadır (yani sistemdeki müşteri sayısı sonsuza çıkmaz; $\rho < 1$ olmalıdır) (Boxma, 2008: 6; Little, 1961:1)

1.5. SAF DOĞUM VE ÖLÜM MODELLERİ

Doğum-ve-ölüm süreçleri Feller tarafından geliştirilmiş, stokastik süreçlerin özellikle biyolojik popülasyonlarda uygulanan önemli bölümünü içermektedir (Cooper, 1981: 73).

Bir doğum-ölüm süreci, herhangi bir t anında sistemin durumunun negatif olmayan bir tam sayı olduğu bir süreçtir. λ_j değişkeni, j durumundaki doğum oranı olarak bilinir ve belirli bir süre boyunca meydana gelen bir geliş olasılığını sembolize

eder. μ_j değişkeni, j durumundaki ölüm oranı olarak bilinir ve belirli bir süre içinde hizmetin tamamlanma olasılığını sembolize eder. Bu nedenle, doğumlar ve ölümler sırasıyla varışlar ve hizmetlerin tamamlanması ile eş anlamlıdır. Negatif bir duruma girmenin mümkün olmaması gerektiğinden sistemde $\mu_0 = 0$ olduğuna dikkat edilmelidir. Ayrıca teorik olarak bir doğum-ölüm süreci sayılabilmesi için doğum ve ölümlerin birbirinden bağımsız olması gerekir (Berry, 2006: 5).

Başka bir tanımla; Markov Zinciri'ne dayanan $M/M/1$ kuyruk sisteminin bir varyasyonu olarak, üssel dağılmış gelişler arası sürelerine (exponential distributed interarrival times) ve hizmet sürelerine sahip, ancak duruma bağlı varış ve hizmet oranlarına sahip bir sistemdir. Sistemde n sayıda müşteri varken geliş hızı λ_n , hizmet oranı μ_n şeklinde tanımlanır (Daigle, 2005: 82).

Saf doğum-ölüm modellerine tipik örnek olarak telefon santraline gelen çağrılar ve salgın hastalıklar gösterilebilir. (Cooper, 1981: 11).

1.5.1. Saf Doğum Modeli

Girişlerin birim zamanda λ müşteri hızı ile meydana geldiği ve zaman aralığı $h > 0$ için;

$$p_0(h) = e^{-\lambda h} = 1 - \lambda h + \frac{(\lambda h)^2}{2!} - \dots = 1 - \lambda h + 0(h)^2 \quad (9)$$

Olduğunu gösterir. $h > 0$ olduğunda en çok bir olayın (giriş) ortaya çıkabileceğini ifade eder. Böylece $h \rightarrow 0$ olunca,

$$p_1(h) = 1 - p_0(h) \approx \lambda h \quad (10)$$

elde edilir. Bu sonuç, h süresi boyunca gelişin ortaya çıkma olasılığının, geliş hızı λ 'nın oransal olarak sabit olmasıyla birlikte, h ile doğru orantılı olduğunu gösterir. Bu kısmın teorik detayları 2.2.7. Poisson Dağılımı bölümünde işlenmiştir.

Poisson dağılımını türetmek için, $p_n(t)$ 'yi t boyunca n gelişin olasılığı olarak tanımlayalım. Böylece, $h > 0$ ve yeterli derecede küçük olmak üzere;

$$p_n(t+h) \approx p_n(t)(1-\lambda h) + p_{n-1}(t)\lambda h \quad n > 0 \quad (11)$$

$$p_0(t+h) \approx p_0(t)(1-\lambda h), \quad n = 0 \quad (12)$$

elde edilir. Birinci denklemde, eğer t süresi boyunca n geliş olur ve h süresi boyunca hiçbir geliş olmazsa veya t süresi boyunca $n-1$ geliş ve h süresi boyunca bir geliş olursa, $t+h$ süresi boyunca n geliş gerçekleştirilecektir. 12 numaralı denkleme göre, yalnızca h boyunca hiçbir geliş yoksa $t+h$ süresi boyunca sıfır geliş ortaya çıkar.

Terimleri yeniden düzenleyip $h \rightarrow 0$ 'a göre limit alırsak,

$$p'_n(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{p_n(t+h) - p_n(t)}{h} \quad (13)$$

$$= -\lambda p_n(t) + \lambda p_{n-1}(t), \quad n > 0 \quad (14)$$

$$p'_0(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{p_0(t+h) - p_0(t)}{h} \quad (15)$$

$$= -\lambda p_0(t) \quad (16)$$

elde edilir. Burada $p'_n(t)$, $p_n(t)$ 'nin t 'ye göre birinci türevidir. Önceki fark-diferansiyel denklemin çözümü;

$$p_n(t) = \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (17)$$

ile gösterilen ve t süresi boyunca ortalaması $E\{n|t\} = \lambda t$ gelişe sahip olan Poisson dağılımını verir. Poisson dağılımının varyansı λt 'ye eşittir.

Önceki sonuç şunu gösterir; gelişler arası zaman, ortalaması $\frac{1}{\lambda}$ olan üstel dağılımsa, belirli bir t periyodu için gelişlerin, λt ortalamayla Poisson dağılımına uygundur. Bunun tersi de doğru kabul edilir (Taha, 2000: 606).

1.5.2. Saf Ölüm Modeli

Saf ölüm modelinde sistem, t_0 anında N sayıda müşteri ile başlamaktadır. Çıkışlar (gidiş) birim zaman başına μ müşteri hızında gerçekleşir. t zaman birimi sonrasında geriye kalan n müşterinin olasılığını bulmak üzere fark diferansiyel denklemleri olan $p_n(t)$ 'yi geliştirmek için, saf doğum modelinde kullanılan formüller izlenmektedir. Bu şekilde;

$$p'_N(t) = -\mu p_N(t) \quad (18)$$

$$p'_n(t) = -\mu p_n(t) + \mu p_{n+1}(t), \quad 0 < n < N \quad (19)$$

$$p'_0(t) = \mu p_1(t) \quad (20)$$

olur. Bu denklemlerin çözümü;

$$p_n(t) = \frac{(\mu t)^{N-n} e^{-\mu t}}{(N-n)!}, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (21)$$

$$p_0(t) = 1 - \sum_{n=1}^N p_n(t) \quad (22)$$

kesilmiş (truncated) Poisson dağılımını verir (Taha, 2000: 609).

1.6. GENELLEŞTİRİLMİŞ POISSON KUYRUK MODELİ

Genelleştirilmiş modelin gelişimi, sistemin yeterli derecede uzun bir süre çalıştırılmasında sonra elde edilen kuyruk durumunun kararlılık durumuna veya uzun süreli işleyebilmesine dayanır.

Bu tip analizler, sistemin işletildiği ilk zamanlarda hüküm süren geçici davranışıyla çelişir. Burada geçici davranışın tartışılmasının bir nedeni, analitik olarak karmaşık olmasıdır. Başka bir neden de kuyruk durumuyla ilgili çoğu çalışmanın kararlılık durumu altında gerçekleşmesidir.

Genelleştirilmiş model, geliş ve gidiş hızlarının tümünün duruma bağımlı olduğunu varsayar. Bu da modelin, hizmet yerindeki müşteri sayısına bağlı olması anlamına gelir. Örneğin, otoban gişesinde kalabalık saatlerde gişe memuru ücret almayı hızlandırmaya çalışır. Ayrıca belirli sayıda makineye sahip bir atölyede arızalı

makinelerin sayısı arttıkça arıza hızı azalır, çünkü sadece çalışan makineler yeni arızalar çıkarır.

n = sistemdeki müşteri sayısı (kuyruktaki + hizmet verilen)

λ_n = sistemdeki n müşterinin geliş hızı

μ_n = sistemdeki n müşterinin gidiş hızı

p_n = sistemdeki n müşterinin kararlılık durumu olasılığı

Genelleştirilmiş model p_n 'yi λ_n ve μ_n 'nin bir fonksiyonu olarak türetir. Bu olasılıklar daha sonra ortalama kuyruk uzunluğu, ortalama bekleme zamanı ve ortalama servis yeri kullanım oranı gibi sistemin performans ölçütlerini belirlemek için kullanılır.

p_n olasılıkları geçiş hızı diyagramı kullanılarak belirlenir. Sistemdeki müşteri sayısı n olduğunda, kuyruk sisteminin durumu da n olmaktadır. Poisson sürecinin aksiyomlarına göre h gibi küçük bir aralık boyunca birden fazla olayın ortaya çıkma olasılığı 0 olduğu varsayılmaktadır. Bu, $n > 0$ için n durumu, yalnızca iki olası duruma değişebilir anlamına gelmektedir;

μ_n hızıyla gidiş olduğunda $n - 1$

λ_n hızıyla geliş olduğunda $n + 1$

servise izin verilmektedir.

$n=0$ durumunda, yalnızca λ_0 hızıyla geliş olduğunda sistem 1 durumuna değişebilir. Sistem boşken hiç gidiş olamayacağından dolayı μ_0 'ın tanımlanmamış olduğuna dikkat edilmesi gerekmektedir.

Kararlılık durumunda, $n > 0$ için n durumunda akışın içeri veya dışarı beklenen akışları birbirine eşit olmalıdır. Bu gerçeğe dayanarak n durumu yalnızca $n - 1$ ve $n + 1$ durumlarına değiştirilebilir ve

$$\left(\begin{array}{c} n \text{ durumunda} \\ \text{gelişin} \\ \text{beklenen hızı} \end{array} \right) = \lambda_{n-1}p_{n-1} + \mu_{n+1}p_{n+1} \quad \text{elde edilir.} \quad (23)$$

Benzer şekilde;

$$\left(\begin{array}{c} n \text{ durumunda} \\ \text{gidişin} \\ \text{beklenen hızı} \end{array} \right) = (\lambda_n + \mu_n)p_n \quad (24)$$

Böylelikle iki hızın eşitliği ile aşağıdaki denge denklemini elde ederiz:

$$\lambda_{n-1}p_{n-1} + \mu_{n+1}p_{n+1} = (\lambda_n + \mu_n)p_n, \quad n = 1, 2, \dots \quad (25)$$

$n = 0$ ilişkin denge denklemi;

$$\lambda_0 p_0 = \mu_1 p_1 \quad (26)$$

Denge denklemleri yinelenerek p_0 cinsinden aşağıdaki gibi çözülür.

$$n = 0 \text{ için} \quad p_1 = \left(\frac{\lambda_0}{\mu_1} \right) p_0 \quad (27)$$

$$n = 1 \text{ için} \quad \lambda_0 p_0 + \mu_2 p_2 = (\lambda_1 + \mu_1) p_1 \quad (28)$$

bulunur.

$$p_1 = \left(\frac{\lambda_0}{\mu_0} \right) p_0 \text{ yerine konulup sadeleştirmeler yapıldığında} \quad (29)$$

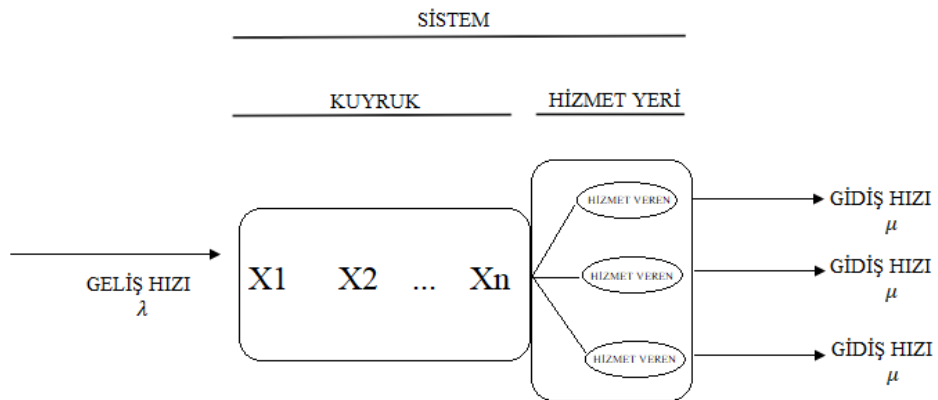
$$p_2 = \left(\frac{\lambda_1 \lambda_0}{\mu_2 \mu_1} \right) p_0 \quad (30)$$

elde edilir (Shortle, Thompson, Gropss ve Harris, 2018: 78).

1.7. ÖZEL POISSON KUYRUK MODELLERİ

Aşağıdaki şekilde c tane aynı paralel hizmet verenin olduğu özel Poisson kuyruk durumunu göstermektedir. Boştaki ilk hizmet veren tarafından, hizmet verilmesi üzere kuyruktan bir müşteri seçilir. Sistemdeki geliş hızı birim zamanda λ müşteridir. Sistemdeki müşterilerin sayısı hizmet gören ve kuyrukta bekleyenlerin toplamını içermek üzere tanımlanır (Taha, 2000:618).

Şekil 2: Kuyruk Sistemi



1.7.1. Kararlılık Durumu Performans Ölçütleri

Kuyruk durumunda en yaygın kullanılan performans ölçütleri şunlardır
(Taha, 2000: 619);

L_s = Sistemdeki beklenen müşteri sayısı

L_q = Kuyruktaki beklenen müşteri sayısı

W_s = Sistemdeki beklenen bekleme zamanı

W_q = Kuyruktaki beklenen bekleme zamanı

$\bar{c}$ = Meşgul durumdaki hizmet verenlerin beklenen sayısı

Sistemdeki n kararlı hal olasılığı p_n 'den bu ölçütlerin türetildiğini göstermek üzere;

$$L_s = \sum_{n=1}^{\infty} np_n \quad (31)$$

$$L_q = \sum_{n=c+1}^{\infty} (n - c)p_n \quad (32)$$

elde edilir.

L_s ile W_s (ayrıca L_q ile W_q) arasındaki ilişki Little'ın formülü diye bilinmektedir ve

$$L_s = \lambda_{eff} W_s \quad (33)$$

$$L_q = \lambda_{eff} W_q \quad (34)$$

şeklinde verilir. Yukarıdaki ilişkiler genel koşullar altında geçerlidir. λ_{eff} parametresi sistemdeki etkin geliş hızıdır. Tüm müşterilerin sisteme katılması durumunda (nominal) geliş hızı λ 'ya eşittir. Aksi durumda, sistem dolu olduğu için bazı müşteriler sisteme katılmazlarsa $\lambda_{eff} < \lambda$ olur.

W_s ve W_q arasında dolaysız bir ilişki bulunmaktadır;

$$\left(\begin{array}{c} \text{Sistemdeki} \\ \text{beklenen} \\ \text{bekleme süresi} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Kuyruktaki} \\ \text{beklenen} \\ \text{bekleme süresi} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Beklenen} \\ \text{hizmet} \\ \text{süresi} \end{array} \right)$$

Bu da;

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu} \quad (35)$$

denklemine dönüşür.

L_s ile L_q 'yu ilişkilendirmek için son formülün her iki tarafını λ_{eff} ile çarpalım, Little'ın formülüyle birlikte;

$$L_s = L_q + \frac{\lambda_{eff}}{\mu} \quad (36)$$

denklemini verir.

Tanıma göre, sistemdeki ortalama sayı olan L_s ile kuyruktaki ortalama sayı olan L_q 'nun farkı, meşgul hizmet verenlerin ortalaması olan $\bar{c}$ 'ye eşit olmalıdır. Böylece

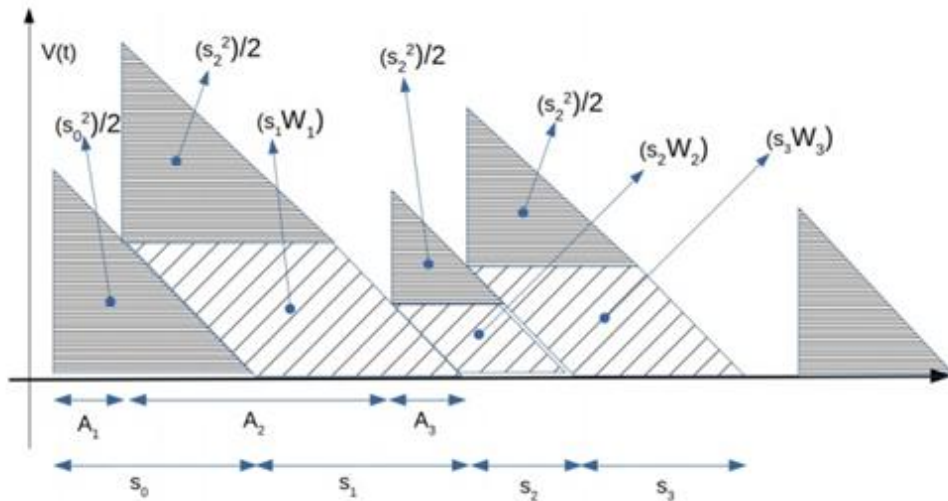
$$\bar{c} = L_s - L_q = \frac{\lambda_{eff}}{\mu} \quad (37)$$

denklemini elde edilir. Böylece, hizmet verenlerin kullanım oranı yüzdesi $\left(\frac{c}{\bar{c}}\right) 100$ olarak hesaplanır.

1.7.2. (M / M / 1) Kuyruk Modeli

M / M / 1 kuyruğu, en çok kullanılan kuyruk modellerinin en sade halidir. Geliş oranı λ olan Poisson olasılık dağılışı varsayılır. Bu süreç, $(0, t]$ zaman aralığında servis almaya gelen müşteri sayısının bir Poisson dağılımına sahip olduğu varsayımına dayanır.

Şekil 3: Kuyruktaki t Zamanında İş Yapma Süresi: $V(t)$, s_i : Servis Süresi, w_i : Bekleme Süresi



Kaynak: Sharma, 2019: 76.

Poisson olasılık dağılışına göre λ ortalamalı t zamanı süresince meydana gelen j sayıdaki olayın meydana gelme olasılığı aşağıdaki gibidir;

$$P[N(t) = j] = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^j}{j!}, \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (38)$$

Aynı zamanda, varış zamanlarının olasılık yoğunluğu ile üstel bir dağılıma sahip olduğu doğal bir sonuçtur. Poisson olayları, gelişler arası sürelerin üstel ve gamma ailesine uygun olduğu dağılımlardır.

$$a(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x > 0 \quad (39)$$

Servis sürelerinin olasılık yoğunluğu ile üstel bir dağılıma sahip olduğunu varsayımı altında,

$$b(x) = \mu e^{-\mu x}, \quad x > 0 \quad (40)$$

Ve bu varsayıma dayanarak;

$$E[\text{gelişlerarası süre}] = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\text{geliş oranı}} \quad (41)$$

$$E[\text{servis zamanı}] = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\text{servis oranı}} \quad (42)$$

Geliş oranının hizmet oranına oranlanması kuyruk sistemlerinin önemli bir performans ölçüsüdür.

$$\rho = \text{trafik yoğunluğu} = \frac{\text{geliş oranı}}{\text{servis oranı}} \quad (43)$$

$M/M/1$ kuyruk modelinde,

$$\rho = \lambda/\mu \quad (44)$$

$M/M/1$ genel doğum ve ölüm modelinin özel bir durumudur.

$$\lambda_n = \lambda \quad (45)$$

$$\mu_n = \mu \quad (46)$$

Burada türetim matrisi (durum alanı: 0, 1, 2,...) ile gösterilir.

$$A = \begin{bmatrix} -\lambda & \lambda & & \\ \mu & -(\lambda + \mu) & \lambda & \\ & \mu & -(\lambda + \mu) & \lambda \\ & & \cdot & \ddots \end{bmatrix}$$

$P_n(t)$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) için karşılık gelen ileri Kolmogorov denklemleri için;

$$P'_0(t) = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t) \quad (47)$$

$$P'_n(t) = -(\lambda + \mu)P_n(t) + \lambda P_{n-1}(t) + \mu P_{n+1}(t), \quad n = 1, 2, \dots \quad (48)$$

$n = i$ ve $n = 0$ olduğunda $P_n(0) = 1$ dir.

Bu fark-diferansiyel denklemlerin tam bir çözümü için, üretim fonksiyonlarının (fark denklemini dönüştürmek için) ve Laplace dönüşümlerinin (diferansiyel denklemi dönüştürmek için) kullanılmasını gerekir. Ortaya çıkan çözüm, bir üretici fonksiyonun Laplace dönüşümü olduğundan, $P_n(t)$ inversiyon formülleri kullanılarak elde edilebilir. Prosedürün karmaşıklığı ve nihai sonuç nedeniyle, bu sonuçların üretilmesi burada gösterilmemiştir. (Stewart, 1994: 41; Bhat, 2008: 35).

1.7.3. Tek Servisli Modeller

Tek servisli olması ($c = 1$) durumunda iki farklı model söz konusudur. Servis alanların birim zamanda ortalama λ müşteri hızında geldikleri varsayılmaktadır. Bu modelde ortalama servis hızı sabit ve birim zamanda μ ortalama hızı ile servis verilmektedir (Chee-Hock ve Boon-Hee, 2008: 118).

Birinci modelde, sistemin büyüklüğünde bir sınır yoktur, ancak ikinci modelde sistemin büyüklüğünün sınırlı olduğu varsayılmaktadır. Her iki model de sonsuz kapasite kaynaklı anakitle durumu varsayılır. Genelleştirilmiş modelin notasyonu kullanılarak aşağıda yer alan model ifade edilmektedir.

1.7.3.1. (M / M / 1) : (GD / ∞ / ∞) Modeli

$\lambda_n = \lambda$ ve $\mu_n = \mu$, tüm n 'ler için, $n = 0, 1, 2, \dots$ olduğu varsayılır.

Ayrıca $\lambda_{eff} = \lambda$ ve $\lambda_{lost} = 0$ 'dır, çünkü tüm servis alan müşteriler sisteme katılır.

$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ olarak yazılacak olursa, ρ_n için genelleştirilmiş modeldeki ifade

$$\rho_n = \rho^n \rho_0, \quad n=0, 1, 2, \dots \text{ ifadesine indirgenir.} \quad (49)$$

ρ_0 değerini belirlemek için aşağıdaki tanımlama kullanılmaktadır:

$$\rho_0(1 + \rho + \rho^2 + \dots) = 1 \quad (50)$$

$\rho < 1$ olduğunu varsayarak, geometrik seriler ($\frac{1}{1-\rho}$) sonlu toplamına sahip olacaktır ve bu da

$$\rho_0 = 1 - \rho \text{ 'yu verir.} \quad (51)$$

ρ_n için genel formül böylece;

$$\rho_n = (1 - \rho)\rho^n, \quad n=1,2,\dots (\rho < 1) \quad (52)$$

geometrik dağılımı olarak verilir.

ρ_n 'nin matematiksel türevi $\rho < 1$ durumunun oluşumunu zorlaştırır, bu da geliş hızı λ 'nın, sistemin kararlılık durumu koşullarına ulaşabilmesi için kesinlikle hizmet hızı μ 'den küçük olması gerektiği anlamına gelmektedir. Eğer $\lambda \geq \mu$ ise geometrik seriler belirli bir noktada birleşmezler ve bu yüzden kararlılık durumu olasılıkları ρ_n oluşmaz. Bu durum kuyruk uzunluğunun sonsuza doğru gittiğinde geçerlidir. (Taha, 2000: 624).

L_s performans ölçütü aşağıdaki gibi türetilir:

$$L_s = \sum_{n=0}^{\infty} n\rho_n = \sum_{n=0}^{\infty} n(1 - \rho) \rho^n \quad (53)$$

$$= (1 - \rho) \rho \frac{d}{d\rho} \sum_{n=0}^{\infty} \rho^n \quad (54)$$

$$= (1 - \rho) \rho \frac{d}{d\rho} \left(\frac{1}{1-\rho} \right) = \frac{\rho}{1-\rho} \quad (55)$$

Son durum $\lambda_{eff} = \lambda$ olduğundan, geri kalan performans ölçütleri kararlılık durumu performans ölçütlerindeki ilişkiler kullanılarak hesaplanır.

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} = \frac{1}{\mu(1-\rho)} \quad (56)$$

$$W_q = W_s - \frac{1}{\mu} = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)} \quad (57)$$

$$L_q = \lambda W_q = \frac{\rho^2}{\mu(1-\rho)} \quad (58)$$

$$\bar{c} = L_s - L_q = \rho \quad (59)$$

1.7.3.2. (M / M / 1) : (GD / N / ∞) Modeli

Bu model, sistemdeki sayı üzerinde N gibi bir sınırlandırma olduğundan (M/M/1) : (GD/∞/∞) modelinden farklıdır (maksimum kuyruk uzunluğu = N-1). Bu durumun örnekleri, bir makineni sınırlı bir ara stok alanı olması gibi imalat

durumlarını ve bir kuyruklu, bir arabaya servis pencereyi ayaküstü lokantası örnekleri için geçerlidir (Boucherie ve Dijk, 2011: 563).

Sistemdeki müşterilerin sayısı bir kez N 'ye ulaşırsa başka hiçbir gelişe izin verilmez. Böylece,

$$\lambda_n \begin{cases} \lambda, & n = 0, 1, \dots, N-1 \\ 0, & n = N, N+1, \dots \end{cases} \quad (60)$$

$$\mu_n = \mu, \quad n = 0, 1, \dots \quad (61)$$

elde edilir. $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ kullanılarak,

$$p_n = \begin{cases} \rho^n p_0, & n \leq N \\ 0, & n > N \end{cases} \quad (62)$$

bulunur. p_0 değeri $\sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1$ denkleminde elde edilir. Bu da

$$p_n(1 + \rho + \rho^2 + \dots + \rho^N) = 1 \quad (63)$$

veya

$$p_0 = \begin{cases} \frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}}, & \rho \neq 1 \\ \frac{1}{N+1}, & \rho = 1 \end{cases} \quad (64)$$

verir. Böylece,

$$p_n = \begin{cases} \frac{(1-\rho)\rho^n}{1-\rho^{N+1}}, & \rho \neq 1 \\ \frac{1}{N+1}, & \rho = 1 \end{cases} \quad n=0,1,\dots,N \quad (65)$$

Bu modelde $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ değerinin 1'den küçük olmasına gerek yoktur. Çünkü sistemdeki gelişler sistem sınırı N ile kontrol edilir. Bu durumda λ yerine dikkate alınan hız λ_{eff} hızıdır.

$$\lambda_{lost} = \lambda p_N \quad (66)$$

$$\lambda_{eff} = \lambda - \lambda_{lost} = \lambda(1 - p_N) \quad (67)$$

λ_{eff} 'in μ 'den küçük olması beklenir.

Sistemdeki beklenen müşteri sayısı şöyle hesaplanır:

$$L_s = \sum_{n=0}^N np_n \quad (68)$$

$$= \frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}} \sum_{n=0}^N np_n \quad (69)$$

$$= \frac{(1-\rho)\rho}{1-\rho^{N+1}} \frac{d}{d\rho} \left(\frac{1-\rho^{N+1}}{1-\rho} \right) \quad (70)$$

$$= \frac{\rho\{1-(N+1)\rho^N + N\rho^{N+1}\}}{(1-\rho)(1-\rho^{N+1})}, \quad \rho \neq 1 \quad (71)$$

$$\rho = 1 \text{ olduğunda } L_s = \frac{N}{2} \text{ olur.} \quad (72)$$

1.7.3.3. (M / M / 1) : (FCFS / ∞ / ∞) Modeli

Varış oranı λ , hizmet oranı μ olan ve FCFS (first-come-first-service) sistemine göre işlemlerin yapıldığı yaklaşımdır. Kararlılık durumu için $\lambda < \mu$ varsayılmaktadır (Boucherie, 2011: 563).

Ortalama bekleme süresi kuyruk disiplininin bağımsız olmasına rağmen, olasılık yoğunluk fonksiyonu kullanılan kuyruk disiplinine bağlı değildir. Bu noktayı, FCFS disiplinine dayanan (M/M/1) modeli için bekleme süresinin türetilmesiyle gösterilebilir.

τ , yeni gelen bir kişinin sistemde beklemek zorunda kaldığı, başka bir deyişle hizmet tamamlanana kadar beklediği süre kabul edilirse, FCFS disiplinine göre, eğer sistemde gelen müşterinin önünde n müşteri varsa;

$$\tau = t'_1 + t_2 + \dots + t_{n+1} \quad (73)$$

olur. Burada t'_1 , hizmetin tamamlanması için hizmet almakta olan müşteriye gerekli olan süredir, $t_2 + t_3 + \dots + t_n$ ise kuyruktaki n-1 servis alanlar için hizmet süreleridir. t_{n+1} süresi, gelen servis alıcıları için hizmet süresini göstermektedir.

$$w(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} w(\tau|n+1)p_n \quad (74)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\mu(\mu t)^n e^{-\mu t}}{n!} (1-\rho)\rho^n \quad (75)$$

$$= (1-\rho)\mu e^{-\mu t} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^n}{n!} \quad (76)$$

$$= \mu(1 - \rho)e^{-\mu(1-\rho)\tau}, \quad \tau > 0 \quad (77)$$

elde edilir. Bu ise ortalaması $W_s = \frac{1}{\mu(1-\rho)}$ olan bir üstel dağılımdır.

1.7.4. Çok Servisli Modeller

Çoklu paralel hizmet verene sahip üç farklı kuyruk modelini içermektedir. İlk iki model “tek kanallı modellerin çok kanallı tipleridir. Üçüncü model ise paralel hizmet veren sayısını sonsuz olduğu durumla ilgilidir.

Gelişlerin λ hızında ve Poisson dağılımında olduğu, c sayıda sunucuya (*server*) sahip ve her biri bağımsız ve özdeş olarak dağılmış bir üstel hizmet süresi dağılımına sahiptir ve ortalaması $1/\mu$ şeklindedir (Shortle, Thompson, Gross ve Harris, 2018: 90).

1.7.4.1. (M / M / c) : (GD / ∞ / ∞) Modeli

Bu modelde c tane paralel servis veren vardır. Geliş hızı λ ve servis veren başına hizmet hızı μ 'dür. Sistemdeki sayıda bir sınırlama olmadığından $\lambda_{eff} = \lambda$ dır (Sztrick, 2012: 94).

c paralel hizmet verenin kullanılmasının etkisi, hizmet yerinin hizmet hızındaki oransal artıştır. Bu da, eğer $n \leq c$ ise $n\mu$, $n > c$ ise $c\mu$ olacaktır. Böylece genelleştirilmiş modele göre λ_n ve μ_n ;

$$\lambda_n = \lambda, \quad n \geq 0 \quad (78)$$

$$\mu_n = \begin{cases} n\mu, & n \leq c \\ c\mu, & n > c \end{cases} \quad (79)$$

şeklinde ifade edilir.

Bunun sonucu olarak;

$$p_n = \begin{cases} \frac{\lambda^n}{\mu(2\mu)(3\mu)\dots(n\mu)} p_0 = \frac{\lambda^n}{n!\mu^n} p_0, & n \leq c \\ \frac{\lambda^n}{\mu(2\mu)\dots(c-1)\mu(c\mu)^{n-c+1}} p_0 = \frac{\lambda^n}{c!c^{n-c}\mu^n} p_0, & n > c \end{cases} \quad (80)$$

$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ olur ve $\frac{\rho}{c} < 1$ olduğu varsayılırsa, p_0 değeri $\sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1$ 'den belirlenir,

bu da

$$p_0 = \left\{ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!} \sum_{n=c}^{\infty} \left(\frac{\rho}{c} \right)^{n-c} \right\}^{-1} \quad (81)$$

$$= \left\{ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!} \left(\frac{1}{1-\frac{\rho}{c}} \right) \right\}^{-1}, \quad \frac{\rho}{c} < 1 \quad (82)$$

sonucunu verir. L_q 'nin ifadesi aşağıdaki gibi belirlenebilir:

$$L_q = \sum_{n=c}^{\infty} (n - c) p_n \quad (83)$$

$$= \sum_{n=c}^{\infty} k p_{k+c} \quad (84)$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\rho^{k+c}}{c^k c!} p_0 \quad (85)$$

$$= \frac{\rho^c \rho}{c! c} \sum_{k=0}^{\infty} k \left(\frac{\rho}{c} \right)^{k-1} \rho_0 \quad (86)$$

$$= \frac{\rho^{c+1}}{(c-1)!(c-\rho)^2} p_0 \quad (87)$$

$\lambda_{eff} = \lambda$ olduğundan $L_s = L_q + \rho$ olur. W_s ve W_q 'nin değerleri L_s ve L_q 'nin λ 'ya bölünmesiyle elde edilir.

1.7.4.2. (M / M / c) : (GD / N / ∞), c ≤ N Modeli

Bu model (M / M / c) : (GD / ∞ / ∞) modelinden sistemin kapasitesi üzerindeki N sınırı ile ayrılır. Diğer bir deyişle, maksimum kuyruk büyüklüğü $N - c$ 'dir. Geliş ve servis hızları λ ve μ 'dür. Sistemin kapasitesi N ile sınırlandığından etkin geliş hızı λ_{eff} , λ 'dan küçüktür.

Genelleştirilmiş modele göre buradaki λ_n ve μ_n aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$\lambda = \begin{cases} \lambda, & 0 \leq n \leq N \\ 0, & n > N \end{cases} \quad (88)$$

$$\mu = \begin{cases} n\mu, & 0 \leq n \leq c \\ \mu, & c \leq n \leq N \end{cases} \quad (89)$$

λ_n ve μ_n Genelleştirilmiş Poisson Kuyruk Modelindeki ifadede yerine konulur ve

$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ olduğu dikkate alındığında,

$$p_n = \begin{cases} \frac{\rho^n}{n!} p_0, & 0 \leq n \leq c \\ \frac{\rho^n}{c! c^{n-c}} p_0, & c \leq n \leq N \end{cases} \quad (90)$$

elde edilir. Burada p_0 aşağıdaki gibidir:

$$p_0 = \begin{cases} \left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c \left(1 - \left(\frac{\rho}{c}\right)^{N-c+1}\right)}{c! \left(1 - \frac{\rho}{c}\right)} \right]^{-1}, & \frac{\rho}{c} \neq 1 \\ \left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!} (N - c + 1) \right]^{-1}, & \frac{\rho}{c} = 1 \end{cases} \quad (91)$$

Sonra, $\frac{\rho}{c} \neq 1$ olduğu durum için L_q hesaplanır:

$$L_q = \sum_{n=c}^N (n - c) p_n \quad (92)$$

$$= \sum_{j=0}^{N-c} j p_{j+c} \quad (93)$$

$$= \frac{\rho^c \rho}{c! c} \sum_{j=0}^{N-c} j \left(\frac{\rho}{c}\right)^{j-1} p_0 \quad (94)$$

$$= \frac{\rho^{c+1}}{c! c} \sum_{j=0}^{N-c} \left(\frac{\rho}{c}\right)^j \quad (95)$$

$$= \frac{\rho^{c+1}}{(c-1)!(c-\rho)^2} \left\{ 1 - \left(\frac{\rho}{c}\right)^{N-c+1} - (N - c + 1) \left(1 - \frac{\rho}{c}\right) \left(\frac{\rho}{c}\right)^{N-c} \right\} p_0 \quad (96)$$

$\frac{\rho}{c} = 1$ için L_q 'nun aşağıdaki gibi olduğu gösterilebilir:

$$L_q = \frac{\rho^c (N-c)(N-c+1)}{2c!} p_0, \quad \frac{\rho}{c} = 1 \quad (97)$$

W_q 'yu ve dolayısıyla W_s ve L_s 'yi belirlemek için λ_{eff} değerini belirlemek gerekmektedir. N sınırına ulaşıldığında hiçbir servis almayı bekleyen sisteme giremeyeceğinden, $\lambda_{lost} = \lambda p_N$ (98)

$$\lambda_{eff} = \lambda - \lambda_{lost} = (1 - p_N) \lambda \quad (99)$$

elde edilir (Shortle, Thompson, Gropss ve Harris, 2018: 109).

1.7.4.3. (M / M // ∞) : (GD / ∞ / ∞) Modeli

Bu modelde servis verenlerin sayısı sınırsızdır, çünkü servis alan aynı zamanda servis verendir. Bu modelin geliş hızı λ 'nın sabit olduğunu varsaymaktadır. Hizmet hızı μ de ayrıca sabit alınır. Genelleştirilmiş modele göre;

$$\lambda_n = \lambda, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (100)$$

$$\mu_n = n\mu, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (101)$$

olur. Böylelikle,

$$p_n = \frac{\lambda^n}{n! \mu^n} p_0 = \frac{\rho^n}{n!} p_0, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (102)$$

elde edilir. $\sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1$ olduğundan,

$$p_n = \frac{1}{1 + \rho + \frac{\rho^2}{2!} + \dots} = \frac{1}{e^\rho} = e^{-\rho} \quad (103)$$

bulunur. Sonuç olarak elde edilen

$$p_n = \frac{e^{-\rho} \rho^n}{n!}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (104)$$

ortalaması $L_s = \rho$ olan Poisson dağılımıdır. Beklendiği gibi $L_q = W_q = 0$ olur, çünkü bu self servis bir modeldir (Taha, 2000:643).

1.7.5. (M / M / R) : (GD / K / K), R < K Modeli

Bu model içerisinde K sayıda makine vardır. Bir makinenin her arızasında R sayıdaki hazır onarımcılardan birine başvurulmaktadır. Her makine için arıza oranı, birim zaman başına ortalama λ arıza sayısına sahiptir. Bir onarımcı, arızalı makineleri, birim zamanda ortalama μ makineye hizmet verecek bir hızda onarmaktadır. Bütün arızaların ve hizmetlerin Poisson dağılımına uyduğu kabul edilmektedir.

Bu modelin önceki bütün modellerden farklılaştığı nokta, kaynağın, çıkardığı birim sayısının bir kısıtı olarak sonlu olmasıdır. Bunu atölyedeki bütün makinelerin arızalı olması durumunda hizmet talebi olmadığını varsayarak anlaşılabilir. Gerçekte, yalnızca çalışan makineler arızalanabilir ve dolayısıyla servis talep edilebilmektedir.

Bütün atölye için arıza oranı, çalışan makinelerin sayısı ile orantılıdır. Kuyruk modeli terimleriyle ifade edilirse, sistemde n makine bulunması, n makinenin arızalı olduğunu gösterir.

Bütün atölye için arıza oranı;

$$\lambda_n = (K - n)\lambda, \quad 0 \leq n \leq K \quad (105)$$

genelleştirilmiş modelin terimleri ile ifade edilirse;

$$\lambda_n = \begin{cases} (K - n)\lambda, & 0 \leq n \leq K \\ 0, & n \geq K \end{cases} \quad (106)$$

$$\mu_n = \begin{cases} n\mu, & 0 \leq n \leq R \\ R\mu, & R \leq n \leq K \\ 0, & n > K \end{cases} \quad (107)$$

Buradan da genelleştirilmiş modelden şunları elde edebiliriz

$$p_n = \begin{cases} \binom{K}{n} \rho^n p_0, & 0 \leq n \leq R \\ \binom{K}{n} \frac{n! \rho^n}{R! R^{n-R}} p_0, & R \leq n \leq K \end{cases} \quad (108)$$

$$p_0 = \left\{ \sum_{n=0}^R \binom{K}{n} \rho^n + \sum_{n=R+1}^K \binom{K}{n} \frac{n! \rho^n}{R! R^{n-R}} \right\}^{-1} \quad (109)$$

Bu modelde L_s ya da L_q için kapalı bir form elde etmek zordur ve dolayısıyla bunlar, aşağıdaki temel tanıma uygun olarak hesaplanır (Taha, 2000: 645).

$$L_s = \sum_{n=0}^K n p_n \quad (110)$$

1.8. POLLACZEK-KHINTCHINE FORMULÜ - (M / G / 1) : (GD / ∞ / ∞)

Geliş ve gidişlerin Poisson dağılımına uymadığı kuyruk modelleri karmaşıktır. Genelde, böyle durumlarda simülasyonun bu tip vakaların analizinde alternatif bir araç olarak kullanılması önerilir (Sztrick, 2012: 106).

Hizmet süresi t , ortalaması $E\{t\}$ ve varyansı $var\{t\}$ olan herhangi bir olasılık dağılımı tarafından temsil edilir. Modelin sonuçları L_s , L_q , W_s ve W_q temel performans ölçütlerini içermektedir. λ , tek hizmet verene sahip bir servis yerine geliş oranı ile hizmet süresi dağılımında $E\{t\}$ ve $var\{t\}$ verilmişken ve $\lambda E\{t\} < 1$ iken, Markov zinciri analizi kullanılarak aşağıdaki şekilde gösterilebilir:

$$L_s = \lambda E\{t\} + \frac{\lambda^2 E^2\{t\} + var\{t\}}{2(1 - \lambda E\{t\})}, \quad \lambda E\{t\} < 1 \quad (111)$$

$\lambda_{eff} = \lambda$ olduğundan, geri kalan performans ölçütleri (L_q, W_s ve W_q) , L_s 'den türetilir.

1.9. KUYRUK KARAR MODELLERİ

Hizmet düzeyi, hizmet oranının (μ) ve paralel hizmet sağlayıcı sayısının (c) bir fonksiyonudur. Kuyruk sistemlerinde uygun hizmet düzeyinin belirlenebilmesi için iki ana model kullanılmaktadır. Bunlar maliyet modeli ve istek düzeyi modeli olarak aşağıda açıklanmaktadır. Her iki model de daha yüksek hizmet düzeylerinin sistemde bekleme süresini azalttığını kabul etmektedir. Modeller, birbiriyle çelişen hizmet düzeyi ve bekleme faktörleri arasında bir denge kurabilmek amacıyla, daha önce farklı kuyruk durumları için geliştirilen performans ölçütlerinden yararlanmaktadır.

1.9.1. Maliyet Modelleri

Bu maliyet modeli servis alma ve servisi bekleme olarak tanımlanabilen ve birbiriyle çelişen iki maliyeti dengelemeye çalışır (Taha, 2000: 652):

- Hizmet sunma maliyeti
- Hizmet sunumundaki gecikmenin maliyeti (müşteri bekleme süresi)

İki maliyet arasından birindeki artış diğesinde azalmaya neden olduğundan (bunun tersi de geçerlidir) birbiriyle çelişmektedir.

$x = (\mu$ ya da $c)$ hizmet düzeyini temsil ederse maliyet modeli şu şekilde ifade edilebilir:

$$ETC(x) = EOC(x) + EWC(x) \quad (112)$$

Burada,

ETC = birim zaman başına beklenen toplam maliyet

EOC = hizmet yerini birim zamanda işletmenin beklenen maliyeti

EWC = birim zamanda beklemenin beklenen maliyeti

EOC ve EWC 'nin en basit şekilleri aşağıdaki doğrusal fonksiyonlardır.

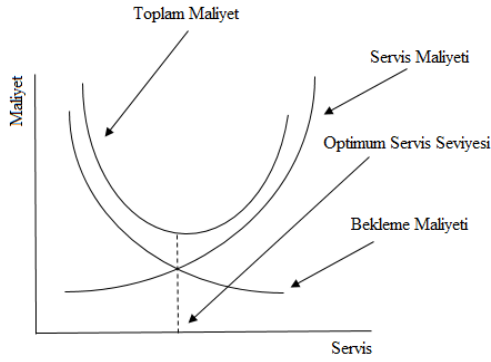
$$EOC(x) = C_1 x \quad (113)$$

$$EWC(x) = C_2 L_s \quad (114)$$

C_1 = birim zamanda birim x için marjinal maliyet

C_2 = her (bekleyen) müşteri için birim zamanda bekleme maliyeti

Şekil 4: Maliyet Tabanlı Kuyruk Karar Modeli



Kaynak: Taha, 2000: 551.

1.9.2. İstek Düzey Modeli

Maliyet modelinin uygulanabilirliği, maliyet parametrelerinin ne denli iyi hesaplanabildiğine bağlıdır. Genel olarak bu parametreleri, özellikle de müşterinin bekleme süresiyle ilgili olanı hesaplamak zordur. İstek düzeyi modeli, bu zorluğu, kuyruk durumunun performans ölçütleriyle doğrudan uğraşarak hafifletmeyi amaçlamaktadır.

Çelişen performans ölçütleri için mantıklı sınırlar tanımlayarak hizmet düzeyinin belirlenmesinde servis oranı (μ) ve servis sağlayıcı sayısı (c)'nin kabul edilebilir değerleri içerisinde bir aralık belirlenmektedir. Böylesi sınırlar, karar vericinin ulaşmak istediği istek düzeyleridir.

Çoklu hizmet verene sahip bir modelde, “kabul edilebilir” bir hizmet veren sayısı (c^*) belirlenmek istenirken, iki çelişen performans ölçütü göz önüne alınmaktadır:

1. Sistemdeki ortalama bekleme süresi, W_s
2. Hizmet verenlerin boşta olma yüzdesi, X

Boşta kalma yüzdesini hesaplamak için;

$$X = \frac{c-\bar{c}}{c} x 100 = \frac{c-(L_s-L_q)}{c} x 100 = \left(1 - \frac{\lambda_{eff}}{c\mu}\right) x 100 \quad (115)$$

formülünden yararlanılır (Taha, 2000: 658).

1.10. KUYRUK MODELLERİ İLE İLGİLİ LİTERATÜR TARAMASI

Hillier ve Lieberman tarafından 1990 yılında yapılan çalışmada, üretim işletmesindeki bakım ve tamirat planlamasına uygun olacak şekilde bekleme hattı modelinin kullanılması ile işletmenin üretim performansını arttırmaya yönelik katkı sağlanması amaçlanmıştır. Yapılan çalışmalarda gelişlerin üstel dağılım grafiğine olan uygunluğu tespit edilmiş, buna uygun bekleme hattı modeli önerilmiş ve performansının artabileceği gösterilmiştir.

Chen ve Henderson 2001’de, çağrı merkezi için yapılmış araştırmada, çalışan işçi sayısının optimizasyonunu sağlamak ve çağrı merkezine yapılan çağrılarının poisson dağılımına uygun girişler olup-olmamasını ölçmek ve değerlendirmek, ona göre de bir model geliştirilmesi üzerine bir çalışma yapmışlardır.

Borst 2001 yılında yaptığı çalışmada, çoklu bekleme hatlarından oluşan telefon çağrı merkezinde çalışan personel sayısının hesaplanması yapılmış, sonuç olarak çalışanların sahip oldukları kişisel yeteneklerine göre farklı bekleme hatları oluşturulması çözümü sunulmuş ve bu şekilde hizmetin verilmesi kararlaştırılmıştır.

Yixin 2005 yılında yayımlanmış olduğu çalışmada, müşterilerin bekleme maliyeti ile işletmenin servis işletim maliyeti arasında optimal seviyenin sağlanması amaçlanmıştır. Elektronik ağ işletmesinde yapılan çalışmada Aktif Kuyruk Yönetimi (AQM) önerilerek elektronik ağa gereken en uygun dinamik davranış kontrol altına alınmıştır.

Akarçay 2008’de, banka için yapılan çalışmada kapasite kullanımına dair düşüklüğün giderilmesi üzerine yapılan çalışmada kuyruk modeli ve açık gişe sayısı arasında hizmet kapasitesinin düzenlenebileceği bir sistemin sonucuna ulaşılmıştır.

Özdağoğlu ve diğerleri 2009 yılında yaptıkları çalışmada, araştırma ve uygulama hastanesinde yapılan çalışmada bekleme problemi ve benzetim uygulaması ile çözüm aranmış, gelen hastaların acil serviste bekleme kuyruğuna ait bir çözüm bulunmuş ve bunun yanı sıra hastaların geliş nedenlerini ve doktor-hemşire görev planlarına göre hastaneye geri dönüş tavsiyelerinde bulunmuşlardır

Nijerya'da üçüncü seviye hastanelerde hasta tatmini üzerine kuyruk teorisi uygulamaları yapılmış ve hastane servislerinde faydalanan hastalar üzerine çalışan ve işverenler üzerine modeller geliştirilmiştir. Bu çalışma Ameh, Sabo ve Oyefabi tarafından 2013 de yayımlanmıştır.

Yang ve Yang 2014'deki çalışmada, kavşaklardaki trafik akışları üzerine yapılan çalışmada kavşakların kapasitesi ile ana yol etkinliği arasındaki analizler yapılmış, burada kuyruk teorisi modelleri ve istatistiksel deneylere dayalı modeller geliştirilmiş ve geliştirilen modeller ile gerçek değerler karşılaştırılmıştır.

Marsudi ve Shafeek tarafından 2014 de yapılmış çok aşamalı üretim hattı üzerine kuyruk teorisi uygulamasında kaynak planlaması ve çok aşamalı üretim hattı performansı incelenmiştir. Hatlarda modellenen sonuçlarla gerçek veriler arasında yüksek uyum sağlayan değerler elde edilmiştir. Bu çalışma 6 bağımsız iş istasyonundan oluşan batarya üretim hatlarında gerçekleştirilmiştir.

Yaduvanshi, Sharma ve More tarafından 2019'da yapılan bir çalışmada hastane operasyonlarında bekleme zamanlarının optimizasyon çalışmasında kuyruk teorisinden yararlanılmıştır. Çalışmada gecikme noktaları belirlenmiş ve yüksek seviyede hasta tatmin oranları elde etmek için daha etkili çözüm önerilerinde bulunulmuştur.

Afolalu ve diğerleri tarafından 2019'da yapılan çalışma, bankacılık sektöründe üretim kuyruk teorisi üzerine bir uygulama ele alınarak müşterilerin servis alma etkinliği ve servis verme yapıları arasındaki kuyruk yönetiminin birleştirilmesi üzerinedir. Bankacılık sektöründe değişik uygulamalar üzerine yapılan bu çalışmada; yapay sinir ağları ve iş süreçlerinin yeniden yapılandırılması ele alınmıştır. $M/M/1$, $M/G/1$ ve Erlang B&C formülleri kullanılarak bekleme hattı ve ekonomik maliyet analizleri gerçekleştirilmiştir.

Anokye ve diğerleri tarafından 2013 yılında yapılan çalışmada, araç trafiği sinyalizasyonu üzerine kuyruk teorisi uygulaması gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada birçok anakent bölgesinde artan seyahat süreleri, hava kirliliği, karbondioksit emisyonu ve yakıt kullanımı problemleri üzerinde durulmuştur. Yollardaki gecikmelerin kuyruk teorisi ile azaltılması ile trafik akışı kısaltılması amaçlanmıştır.

Masek ve diğerleri tarafından 2015 yılında yapılan çalışmada depo optimizasyonu üzerine bir kuyruk teorisi uygulaması yapılmıştır. Bu çalışmada depo

yönetiminde ekipman, teknoloji, operasyon dizaynı ile depo yönetiminin optimizasyonu amaçlanmıştır. Bu analizler yapılırken lojistik zincir sürecindeki tedarikçilerin malzeme akışlarındaki istenen miktar ve kalitede en kısa yol ve en kısa zamanda minimum maliyeti elde edecek çalışma kuyruk teorisi içerisinde gerçekleştirilmiştir.

Bruin ve diğerleri 2007 yılında yapılan çalışmada, bir kuyruk teorisi uygulaması olarak hasta akışındaki acil kalp hastalarının hastaneye ulaşım ve servis modellemesi yapılmış, bu amaçla belli bir bölgedeki optimum yatak sayısı, gelişler ve hastanede kalış süresine bağlı olarak kuyruk teorisi modelleri ile incelenmiş ve uygun kapasite yönetimi üzerine sonuçlar elde edilmiştir.

Fazlollahtabar ve Gholizadeh 2018 yılındaki çalışmada, çok aşamalı esnek akışlı dükkanların kalite kontrolünde kuyruk teorisi üzerine bir uygulaması yapılmıştır. Bu çalışmada bir kalite kontrol süreci çok aşamalı bir dükkan üzerine entegre edilerek $M/M/1$ kuyruk teorisi analizi yapılmıştır. Çalışmada kuyrukla ilgili maliyetlerin ve testlerin en aza indirgenmesi amaçlanmıştır.

Ahmadı tarafında 2013 yılında yapılan çalışmada $M/M/1$ kuyruk modeli kullanılarak kümelenendirilmiş kabloşuz algı ağlarındaki enerji tüketim tahminleri elde edilmiştir. Sınırlı güçteki bataryalar ile enerji etkinliği uygulamaları incelenmiş, bu amaçla enerji tüketimi için analitik bir model önerilmiştir. Çalışmadaki geçerlilik testleri simülasyonlar ile desteklenmiştir.

Prakash tarafından 2016 yılında yapılan çalışmada inşaat sektöründe üretim maksimizasyonu ve ekipmanlardan yararlanmak için kuyruk teorisi uygulaması yapılmış ve bu çalışmada maliyetler ve bitirme süreleri üzerine analizler gerçekleştirilmiştir. Aynı zamanda farklı takım seçimleri ile kuyruk analizleri karşılaştırılmıştır.

Mehandiratta 2011 yılına ait çalışmada, sağlık hizmetinde kuyruk teorisi üzerine uygulamalar ele alınmıştır. Burada gecikmeler ve verimsizlikler en aza indirgenerek maliyet azaltma çalışmaları yapılmıştır.

Aziati ve Hamdan tarafından 2018 de yapılan çalışmada ayakta tedavide kuyruk teorisi modeli ve hasta akış simülasyonlarının bir uygulaması yapılmıştır. Uzun bekleme süresi problemleri için kliniklerdeki problemlere çözüm aranmıştır. Bu

Çalışmada hastaların geliş zamanları ve servis oranları üzerinde durulmuştur. Bilgisayar destekli benzetim tekniği kullanılmıştır.

Rashid ve diğerleri tarafından 2015 yılında yapılan çalışmada, üretim ve envanter optimizasyonunda kuyruk teorisi uygulaması için matematiksel bir model geliştirilmiştir. Bu modelde müşteri talepleri ve tedarikçiler ele alınarak servis zamanları üzerine stokastik parametreler ile çalışılmıştır. Tek aşamalı ve çok aşamalı sezgisel algoritması ve iki seviyeli envanter kuyruk modeli uygulaması geliştirilmiştir.

Seyedhoseini ve diğerleri tarafından 2015 yılında yapılan çalışmada ikame esnekliği ile envanter sistemlerinde kuyruk teorisi uygulaması gerçekleştirilmiştir. Sipariş emirleri ve stokastik talepler üzerine iki ikame ürün ele alınarak ihmal edilen işlem süreleri göz önüne alınarak eşzamanlı siparişler analiz edilmiştir.

İKİNCİ BÖLÜM

OLASILIK DAĞILIMLARI

2.1. KUYRUK MODELLERİNDE KULLANILAN OLASILIK DAĞILIMLARI

Bu bölüm, kuyruk modellerinde sisteme giriş ve çıkışlardaki değişkenlikleri belirlemek için kullanılan sürekli ve kesikli olasılık dağılımlarını ve sistemin performans analizinde rol oynayan özelliklerini tanıtmak amaçlı oluşturulmuştur. Kuyruk uygulamalarında, rastgele değişkenleri açıklamak için kullanılan olasılık dağılımları hakkında açıklayıcı özet bilgiler bulunmaktadır.

Dağılımlar iki ana grupta ele alınmaktadır; kesikli olasılık dağılımları ve sürekli olasılık dağılımları. Kesikli olasılık dağılımları kuyruk teorisinde sisteme giriş ve çıkışlarda meydana gelen olayların dağılımlarının davranışları hakkında genellemeleri ya da özelleştirmeleri sağlamak amacıyla kullanılırlar. Sürekli olasılık dağılımları ise sisteme giren veya çıkan olaylar arası sürelerin olasılık dağılımları ile ilgilidirler.

2.2. KESİKLİ OLASILIK DAĞILIMLARI

Şans değişkeninin belirli bir tanım aralığı içinde kesikli bir değer alması durumunda kesikli şans değişkeni adını almaktadır. Bir şans değişkeni için değişim aralığı ve hangi noktalarda nasıl yoğunlaştığı konusu dağılım kavramını vermektedir. Hangi yoğunluk ile oluştuğu ise olasılık ile ifade edilir. Eğer dağılım belirleyen olasılık fonksiyonu, kesikli şans değişkenini içeriyor ve değişim de buna bağlı olduğu gözlemleniyorsa, bu fonksiyon kesikli dağılımlar arasında yer aldığı söylenebilmektedir.

Olasılık fonksiyonları 0 ile 1 arasındaki değerleri alırlar. 0'dan daha küçük ve 1'den daha büyük değerler için olasılık fonksiyonu tanımsız olarak kabul edilir. Verilerden olasılık dağılımı elde etmenin yolu doğru birim zaman periyodları kullanılarak frekans verilerinin analizi ile gerçekleştirilir. Buradan da parametre tahminleri elde edilir. Süreç verilerinin doğrudan elde edilemediği durumlarda ise

simülasyon çalışmalarında elde edilen denemelerden yola çıkılarak gerçekleştirilir. Çoğunlukla karşılaşılan özel olasılık dağılışları aşağıda verildiği gibidir.

2.2.1. Kesikli Tekdüzen (Uniform) Dağılımları

Kesikli tekdüzen değişkeni, her biri eşit olasılığa sahip, sınırlı sayıdaki kesikli değeri varsayan değişkendir. X şans değişkeni için tanım aralığı $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ve her birinin eşit olasılıkla $1/n$ yoğunluğuna sahip olduğunu tanımlamaktadır (Montgomery ve Runger, 2014: 74).

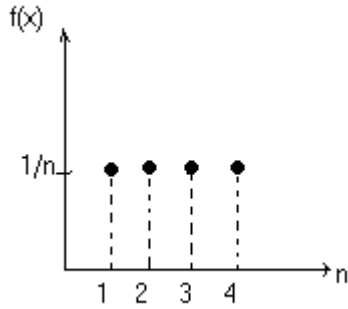
Böyle bir şans değişkeninin yoğunluk fonksiyonu;

$$f(x) = \begin{cases} 1/n, & x = 1, 2, \dots, n \\ 0, & \text{diğer durumlar} \end{cases} \quad (116)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

Bu fonksiyonun olasılık dağılış grafiği, aşağıdaki şekilde gösterilebilmektedir;

Şekil 5: Olasılık Dağılış Grafiği



Bu fonksiyon n değişkenine bağımlı olup, sadece tamsayı değişkenlerinde tanımlı olmaktadır.

$$\sum_{x=1}^n f(x) = \sum_{x=1}^n \frac{1}{n} = 1 \quad (117)$$

Bu fonksiyon tekdüzen dağılışın olasılık yoğunluk fonksiyonudur.

Dağılışın beklenen değeri ve varyansı;

ardışık tam sayı değerleri $(a, a + 1, a + 2, \dots, b)$ ve $a \leq b$ için

$$\mu = E(x) = \frac{b+a}{2} \quad (118)$$

$$\sigma^2 = V(x) = \frac{(b-a+1)^2-1}{12} \quad (119)$$

2.2.2. Bernouilli Dağılımı

Bernouilli dağılımı bir rassal deney yapıldığında yalnızca iyi-kötü gibi sadece iki sonuç elde edileceğinde kullanılır. Bernouilli iki sonuç verdiğine göre, ilgilenilen sonuç elde edildiğinde bu sonuca başarı densin ve $x = 1$ şeklinde ifade edilsin. Diğer sonuç elde edildiğinde de o sonuca başarısız densin ve $x = 0$ şeklinde ifade edilsin. Bu durumda, X rassal değişkenine Bernouilli değişkeni denir. Bir deneyin sonucu p ise, rassal değişkenin olasılık fonksiyonu şöyledir (Aytaç, 1991: 220);

$$P(x) = \begin{cases} p^x(1-p)^{1-x}, & x = 0,1 \text{ için} \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (120)$$

Bernoulli ve Binom dağılımları aynı dağılış ailesine ait olasılık fonksiyonlarıdır. n sayıdaki birbirinden bağımsız olan denemeler sonucu, x sayıda başarıya sahip dağılışlardır. Bu dağılışın varsayımları;

1) Denemeler sonucunda başarı ya da başarısızlık olarak iki farklı çıktı elde edilebilir.

p : başarı ve q : başarısızlık

2) Denemede başarı ya da başarısızlık olasılıkları daima sabittir.

Bernoulli dağılışı, olasılık dağılımları içerisinde deneme sayısının ($n=1$) özel bir durumunu ifade eder.

X değişkeni başarı sayısını gösterdiğine göre;

$$P(x = 1) = p \text{ ve } P(x = 0) = q \quad (121)$$

Bu durumda Bernoulli yoğunluk fonksiyonu;

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}, \quad x = 0, 1, \dots, n \quad (122)$$

beklenen değer ve varyans fomulleri ise aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$\mu = E(x) = p \quad (123)$$

$$\sigma^2 = V(x) = E(x^2) - [E(x)]^2 = p \cdot q \quad (124)$$

2.2.3. Binom Dağılımı

Bu dağılış bağımsız n adet Bernoulli dağılışının toplamı olarak tanımlanabilir. Binom denemeleri sonucunda başarılı/başarısız veya olumlu/olumsuz şeklinde sonuç elde edilmektedir (Montgomery ve Runger, 2014: 76).

- Binom denemelerindeki başarı olasılığının karşılığı p , başarısızlık olasılığı ise q olur.
- Birbirinden bağımsız bir şekilde gerçekleşen denemelerin sonuçları birbirinden etkilenmez ve birbirini etkilemez.

$$p(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, n \quad (125)$$

$p + q = 1$ 'den dolayı $1 - p = q$ başarısızlık olasılığı olmaktadır.

$n > 1$ deneme sonucunda ve $0 < p < 1$ koşulu ile $\binom{n}{x}$; x başarılı ve $n-x$ başarısızlık içeren farklı deneme dizilerinin toplam sayısına eşittir. $f(x) \geq 0$ ve

$$\sum_x f(x) = \sum_{x=0}^n \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = [(1-p) + p]^n = 1 \quad (126)$$

Binom dağılışının yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki şekildedir (Hogg ve Craig, 1969: 78):

$$f(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x q^{n-x}, & x = 0, 1, 2, \dots, n \\ 0, & d. d. \end{cases} \quad (127)$$

Binom dağılışında $p = \frac{1}{2}$ dağılışı simetriktir.

Çok sayıda Binom denemeleri yapıldığında bu $(q + p)^n$ matematiksel ifadesinin açılımı olarak belirlenmektedir.

Dağılışın beklenen değeri ve varyansı bağımsız Bernoulli dağılışlarının toplamından aşağıdaki şekilde elde edilebilir.

$$\mu = E(x) = p + p + \dots + p = n \cdot p \quad (128)$$

$$\sigma^2 = V(x) = pq + pq + \dots + pq = n \cdot p \cdot q \quad (129)$$

2.2.4. Geometrik Dağılım

Geometrik dağılış ve Negatif Binom (veya Pascal) dağılışları da aynı dağılış ailesinin üyeleridir. Bir dizi Bernoulli denemesinde, x değışkeninin ilk başarısına ulaşana kadar yapılan denemelerin sayısı eşit olduğu durumlarla ilgili bir dağılıştır. Bu dağılışın varsayımları da doğal olarak Bernoulli dağılımının temel varsayımları ile aynıdır (Milton ve Arnold, 1995: 57).

$$f(x) = (1 - p)^{x-1}p \quad x = 1, 2, \dots \text{ ve } 0 < p < 1 \quad (130)$$

Negatif binom dağılımının özel bir durumu olarak eğer $n=1$ ise, bu durum geometrik dağılıştır. İlk başarıya ulaşınca kadar yapılan Bernoulli deneme sayısının dağılımıdır. Geometrik dağılım için olasılık yoğunluk formülü aşağıdaki şekilde verilmektedir.

$$f(x, n) = \begin{cases} pq^{x-1}, & x = 1, 2, \dots, \infty \\ 0, & d.d. \end{cases} \quad (131)$$

Bu dağılışın beklenen değeri ve varyansı ise aşağıdaki gibidir;

$$E = (X) = \frac{1}{p} \quad (132)$$

$$\sigma^2 = V(X) = \frac{1-p}{p^2} \quad (133)$$

2.2.5. Negatif- Binom (Pascal) Dağılımı

Başarı sayısının birden fazla olduğu geometrik dağılımların toplamı olarak elde edilen negatif binom dağılımıdır. Birbirinden bağımsız şekilde gerçekleşen Bernoulli denemelerinin toplamında r sayıda başarı elde edilinceye kadar geçen süre içerisinde x denemelere devam edilmesi halinde oluşan dağılımdır. $\binom{x-1}{r-1}$ kadar birbirini engelleyen olay vardır (Aytaç, 1991: 235; Montgomery, 2013: 84).

Negatif Binom dağılımının yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki şekilde gösterilmektedir.

$$f(x) = \binom{x-1}{r-1} (1-p)^{x-r} p^r \quad x = r, r+1, r+2, \dots \quad (134)$$

x denemesinde başarılı olma olasılığı parametresi p 'dir. p ve r parametreleri ile x 'in ortalaması ve varyansı aşağıdaki şekilde gösterilmektedir.

$$\mu = E(x) = r/p \quad (135)$$

$$\sigma^2 = V(x) = r(1-p)/p^2 = r \cdot q/p^2 \quad (136)$$

Bu dağılım genel olarak deneme sayısının önceden belirlenmediği durumlarda görülmektedir. Tersten örnekleme (inverse sampling) örnek olarak verilebilir.

2.2.6. Hipergeometrik Olasılık Dağılımı

Binom dağılımı incelenirken iadeli örneklem çekim varsayımına dayandığı ve örneklem çekimlerinin birbirinden bağımsız olduğu bilinmektedir. Bazı durumlarda ise sonlu bir kütleden iadesiz örneklem çekimi gerekli olabilir. Bu durumda hipergeometrik dağılıma başvurulması gerekmektedir. Hipergeometrik dağılımı kullanabilmek için aşağıdaki üç koşulun ortaya çıkması gerekir (Aytaç, 1991: 239):

- a) Bir deney iki olanaklı sonuca sahiptir.
- b) Deneyin tekrarlanma sayısı n sabittir.
- c) Deneylerden birinin sonucu diğer deneyleri etkiler.

Popülasyonun N olduğu uzayda k tane elemanın olması durumunda popülasyondan iade edilmeksizin rastgele alınan n hacimli örnek içinde bulunan özel elemanlarını belirten x değişkeni hipergeometrik değişken olarak ifade edilmektedir.

Olasılık dağılışı aşağıdaki şekilde verilmektedir (Hoel, 1962: 117).

$$k \leq N \text{ ve } n \leq N \quad (137)$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}, & , x = 0, 1, 2, \dots, n \text{ için} \\ 0 & , \text{diğer durumlar} \end{cases} \quad (138)$$

Hipergeometrik dağılışın ortalama ve varyansı ise aşağıdaki şekildedir.

$$E(x) = \mu = np \quad (139)$$

$$V(X) = \sigma^2 = np(1-p) \left(\frac{N-n}{N-1} \right) \quad (140)$$

$$p = K/N \quad (141)$$

2.2.7. Poisson Dağılımı

Kuyruk teorisinde ve uygulamalarında yaygın olarak kullanılan Poisson dağılımı, olayın belli bir aralığında rastgele meydana gelmesi durumu ile ilgili olasılık dağılışıdır. Rastgele değişken, söz konusu aralık içinde meydana gelen olayların sayısıdır. Bu dağılışın kuyruk teorisinde yaygın kullanılabilmesine olanak sağlayan en önemli özelliklerinden biri bu dağılışın hafızasız (memoryless) özelliğidir.

Poisson dağılımı n 'nin büyük, p 'nin küçük değerleri için binom dağılımından geçişi olan bir dağılımdır. Harekat araştırması, stok kontrolü, bekleme kuyrukları gibi iş idaresi ile ilgili pek çok konuda bu dağılım oldukça çok kullanılır. Poisson dağılımını binom dağılımdan faydalananarak elde etmeye çalışılırsa p 'nin küçük n 'nin büyük değerleri için np pozitif yeni bir sabit olarak tanımlanır. Böylece başarı sayısını X tesadüfi değişkeni temsil ederse binom n denemede hiç olay gelmeme olasılığı aşağıdaki forma dönüşür (Korum, 1977: 132).

$$P(X = 0) = \binom{n}{0} p^0 q^n = (1 - \frac{\lambda}{n})^n \quad (142)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (1 - \frac{\lambda}{n})^n = e^{-\lambda} \quad (143)$$

Poisson sürecin stokastik süreçler kapsamında yer alan kuyruk teorisine temel oluşturan varsayımları aşağıdaki gibidir Bu yaklaşım ile binom dağılışının limit durumunda poisson dağılışı elde edilir.(Montgomery ve Runger, 2014: 89);

a) Çok küçük bir zamanda sadece bir tane olayın meydana gelme olasılığı

$$p(x = 1) = p \cdot \Delta_t + 0(\Delta_t) = p \quad (144)$$

b) Bir alt aralığı içerisinde birden fazla olayın olasılığı sıfıra meyillidir.

$$p(x \geq 2) \cong 0(\Delta_t) = 0 \quad (145)$$

c) Her bir alt aralıkta gerçekleşen olay diğer alt aralıklardan bağımsızdır.

Poisson dağılışının en önemli özelliklerinden bir tanesi hem sürekli hem de süreksiz (kesikli) dağılışlarla ilgili olmasıdır. Bunun nedeni olasılık fonksiyonu içinde hem sürekli hem de kesikli değişkeni içerebiliyor olmasıdır. Olay sayısı kesikli değişken, olaylar arası süre ise kesikli değişken şeklinde tanımlanır. Poisson dağılışı bir diğer açıdan ise üstel dağılışa temel oluşturmaktadır.

Poisson sürecindeki olayların toplam sayısına eşit olan X rastgele değişkeni bir Poisson Rastgele Değişkenidir ve parametresi $0 < \lambda$ olmak üzere fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}, & x = 0, 1, 2, \dots \\ 0, & d. d. \end{cases} \quad (146)$$

λ parametresi, birim aralıkta meydana gelen ortalama olay sayısını göstermek üzere, λ 'nin tutarlı ve uygun birimler olarak kullanılması halinde, olasılık (p) değerinin çok küçük olduğu durumlarda poisson dağılımı, binoma yakın sonuçlar vermektedir. Bu dağılışın şekli λ parametresine bağlı olarak değişkenlik gösterir. λ parametresine sahip bir poisson X rastgele değişkeni, olasılık dağılımına sahip olduğu durumlarda X Poisson değişkeni için ortalama ve varyans aşağıdaki gibidir.

$$\mu = E(X) = \lambda. \quad (147)$$

$$\sigma^2 = V(X) = \lambda. \quad (148)$$

$$c_x^2 = \frac{1}{\lambda} \quad (149)$$

Bu dağılıшта λ büyüdükçe, dağılım mod'a sahiptir ve aralıklar genişleyerek simetrik hale dönüşür hatta normal dağılışa yaklaşımaya başlar.

Aşağıdaki örnek olaylar poisson dağılımının kullanılabileceği durumları göstermektedir (Newbold, 1988: 172);

-Belirli bir hafta içinde bir şehirde meydana gelen ölümlü trafik kazalarının sayısı.

-Belirli bir günde, belirli saat aralığında, bir işyeri santraline gelen telefon görüşmelerinin sayısı.

-Bir bakım firmasında belirli bir zaman periyodunda değiştirilen parça sayısı veya değişim amaçlı siparişlerinin sayısı.

-Ay veya daha uzun sürelerde belli bir ekipmanın arızalanma sayısı.

-Bir kumaş veya iplik fabrikasında belli bir sürede (veya metre) meydana gelen planlanmış üretim sayısı.

-Bir fabrikada bir yıldaki grev sayısı.

Bu örneklerin ortak özelliği hafızasız olmaları yani olaylar arası ilişki bulunmayışı (bağımsızlık varsayımı) ve sürekli bir değişken olan zaman süresi boyunca olayların kesikli bir değişken olarak gerçekleşmesidir.

2.3. SÜREKLİ OLASILIK DAĞILIMLARI

Bir x değişkeni belirli tanım aralığı içerisinde sürekli değerler aldığı durumlarda, sürekli x değişkeni olarak adlandırılmaktadır. Bu tip dağılışlara sürekli olasılık dağılışları denmektedir.

Bir rasgele değişken, gerçek sayıların bazı aralıklarında herhangi bir değer alabiliyorsa ve herhangi bir özel değer alma olasılığı 0 ise, sürekli (Milton ve Arnold, 1995: 118).

2.3.1. Sürekli Tekdüzen (Uniform) Dağılımları

x değişkeni tanım aralığı olarak; $a < x < b$ verilmektedir.

Yoğunluk fonksiyonunun sabit olması durumunda, x 'e ait dağılış uniform veya tekdüzen dağılışı oluşmaktadır.

X sürekli rastgele değişkeni için olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibidir (Süeda Moralı, 1973: 143).

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a < x < b \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (150)$$

Dağılımın kümülatif yoğunluk fonksiyonu ise aşağıdaki şekildedir.

$$F(X) = \frac{x-a}{b-a} \quad (151)$$

$$F(X) = \int_a^x f(x)dx = \frac{x-a}{b-a} \quad (152)$$

X sürekli tekdüzen rastgele değişkeni $a \leq x \leq b$ koşulu ile ortalama ve varyansı aşağıdaki şekildedir.

$$\mu = E(X) = \frac{(a+b)}{2} \quad (153)$$

$$\sigma^2 = V(X) = \frac{(b-a)^2}{12} \quad (154)$$

X 'in herhangi bir m ve n arasında bulunma olasılığı ise aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

$$P(m < x < n) = \frac{(n-m)}{(b-a)} \quad (155)$$

Sürekli Tek-Düzen dağılışı, simülasyonun temelini oluşturan dağılıştır. Non-parametrik (parametrik olmayan) testlerde H_0 hipotezi genellikle tek-düzen dağılımı varsayımı üzerine kurulmaktadır. Bu dağılışın tanım aralığı içerisinde yer alan her bir nokta eşit olasılığa sahip olmaktadır (Montgomery ve Runger, 2014: 114).

2.3.2. Üslü/ Üstel (Exponential) Dağılım

Üslü dağılışın temelini Poisson olasılık fonksiyonu oluşturmaktadır. Aynı zamanda bu dağılış Erlank-k olasılık ailesinden Gamma dağılışının özel bir halidir. Gamma dağılışında ($n=1$) olayın meydana gelmesine kadar geçen zamanın olasılığı ile ilgili dağılışlar üslü dağılış olarak adlandırılmaktadır.

$X > 0$ olmak üzere sürekli bir rassal değişken olsun. Eğer $\alpha > 0$ için X rassal değişkeni aşağıdaki gibi bir dağılıma sahip olursa, X rassal değişkeni üstel dağılmış rassal değişken ve $f(x)$ fonksiyonu da üstel dağılım şeklinde ifade edilmektedir (Aytaç, 1991: 308).

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha}, & x > 0 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (156)$$

Gamma olasılık fonksiyonu $\beta > 0$ ve $\alpha > 0$ olmak üzere iki parametreye sahiptir.

Ortalama olay sayısı $\lambda < 0$ olan bir poisson sürecinde ardışık olaylar arasındaki mesafeye eşit olan rastgele değişken x , λ parametresi olan üstel bir rastgele değişkendir.

$$P(N = 0) = \frac{e^{-\alpha x} (\alpha x)^n}{n!} = e^{-\alpha x} \quad (157)$$

olur. $\lambda = \alpha x$ alınırsa, hiç olay meydana gelmemesi olasılığı

$$P(X > x) = P(n = 0) = \frac{e^{-\lambda} (\lambda)^n}{n!} = \frac{e^{-\lambda} (\lambda)^0}{0!} = e^{-\lambda} \quad (158)$$

olur. Buna göre, ilk olayın meydana gelmesine kadar geçen zamanın olasılığı kümülatif olasılık dağılışını verir,

$$F(x) = P(X \leq x) = 1 - e^{-\alpha x}, \quad x \geq 0 \quad (159)$$

$F(x)$ 'in türevi alınarak olasılık yoğunluk fonksiyonunun $f(x)$ elde edilmektedir;

$$f(x) = \alpha e^{-\alpha x}, \quad x \geq 0 \quad (160)$$

Belirli bir X süresinden sonra ilk olayın meydana gelme olasılığı, gerekli integral işlemleri sonucu;

$$P(X < x) = e^{-\alpha x} \quad (x: \text{ilk olay}) \quad (161)$$

olarak bulunmaktadır. İlk olayın gerçekleşmesinin X zamandan küçük ve eşit olma olasılığı ise aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır.

$$P(X \geq x) = 1 - e^{-\alpha x} \quad (162)$$

Yukarıdaki formülden elde edilen fonksiyon negatif üstel dağılışın kümülatif yoğunluk fonksiyonudur.

α parametresine sahip üstel bir dağılımın yoğunluğu aşağıdaki şekilde elde edilmiş olur:

$$f(x) = \alpha e^{-\alpha x}, \quad 0 \leq x \leq \infty \quad (163)$$

Dağılımın beklenen değer, varyans ve varyasyon katsayısı fonksiyonları ise aşağıdaki gibi hesaplanır;

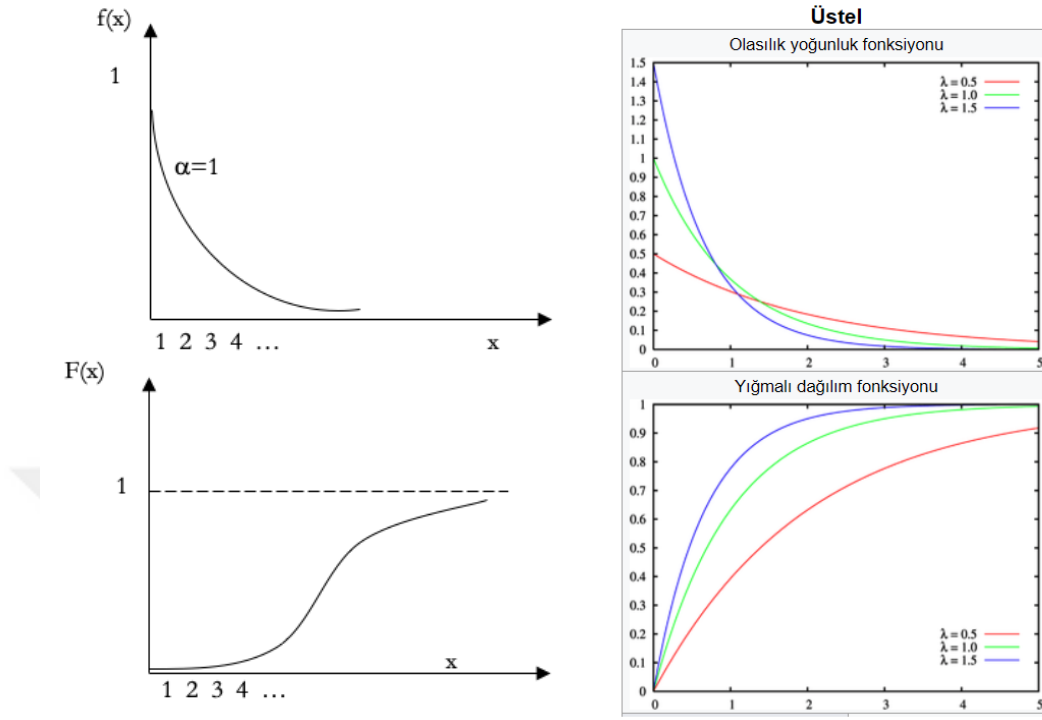
$$E(X) = \frac{1}{\alpha} \quad (164)$$

$$\sigma^2(X) = \frac{1}{\alpha^2} \quad (165)$$

$$c_x = 1 \quad (166)$$

α parametresinin büyümesi ile ilk olay daha çabuk gerçekleşir ve beklenen değer de küçülmesi beklenir.

Şekil 6: Üstel Dağılım ve Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu



2.3.3. Erlang Dağılımı

Erlang dağılımı ile olaylar arasında geçen zamanın dağılışı incelenebilmektedir. r sayıda olayın gerçekleşmesine kadar geçen zamanın olasılığı ile ilgili dağılışlardır.

Eğer X , bir poisson sürecindeki r 'inci olayına kadar geçen süre aşağıdaki gibi gösterilir;

$$P(X > x) = \sum_{k=0}^{r-1} \frac{e^{-\lambda x} (\lambda x)^k}{k!} \quad (167)$$

X 'in olasılık yoğunluk fonksiyonu da aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$f(x) = \frac{\lambda^r x^{r-1} e^{-\lambda x}}{(r-1)!}, \quad x > 0, \quad r = 1, 2, \dots \quad (168)$$

Yukarıdaki olasılık yoğunluk fonksiyonu Erlang rastgele dağılımı değişkenini tanımlar. Erlang değişkeni $r=1$ iken üstel rastgele değişkenidir.

Erlang dağılımını, r 'nin negatif olmadığı durumlar için genelleştirmek uygundur. Bu sebeple, Erlang ve bazı diğer dağılımlar bu genelleştirilmiş dağılımın özel durumları haline gelmektedir. $(r-1)!$ faktöriyel fonksiyonu, herhangi bir negatif olmayan r değerine uygulanacak şekilde genelleştirilmiştir. Ancak genelleştirilmiş fonksiyon, r 'nin pozitif tamsayı olduğu durumlarda her zaman $(r-1)!$ 'e eşit olmalıdır.

$$E(X) = \frac{1}{\lambda} \quad (169)$$

$$V(X) = \frac{1}{\lambda^2} \quad (170)$$

Erlang dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu (pdf) aşağıdaki gibidir (Bhat, Kumar ve Wani, 2016: 14).

$$\varphi(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} \exp(-\beta^{-1}x), 0 < x < \infty \quad (171)$$

2.3.4. Gamma Dağılımı

Diğer olasılık dağılımları bir parametreye sahip olmasına karşın Gamma dağılımında iki parametre kullanılır. Erlang-k dağılışında olay sayısı pozitif tamsayılar için geçerli olduğu özel hali Gamma dağılışına dönüşür. Bu parametreler; ölçek parametresi λ ve şekil parametresi r 'dir.

Fonksiyonun yoğunluğu aşağıdaki şekilde gösterilir (Moralı, 1973: 148);

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{1}{\alpha! \beta^{\alpha+1}} x^\alpha e^{-x/\beta} \quad 0 < x < \infty \quad (172)$$

Gamma fonksiyonu;

$$\Gamma(r) = \int_0^\infty x^{r-1} e^{-x} dx, \quad r > 0 \quad (173)$$

$$\Gamma(r) = (r-1) \cdot \Gamma(r-1) \quad (174)$$

$$\Gamma(r) = (r-1)! \quad (175)$$

Gamma fonksiyonunun bazı özel halleri aşağıdaki gibidir,

$$\Gamma(1) = 0! = 1 \quad (176)$$

$$\Gamma(1/2) = \pi^{1/2} \quad (177)$$

Rastgele değişken X 'in olasılık yoğunluk formülü;

$$f(x) = \frac{\lambda^r x^{r-1} e^{-\lambda x}}{\Gamma(r)}, \quad x > 0 \quad (178)$$

$$\lambda > 0 \quad (179)$$

$$r > 0. \quad (180)$$

Eğer r tam sayı ise, X Erlang dağılımına uymaktadır.

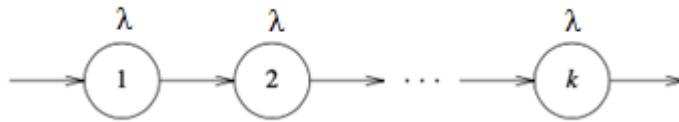
X ; λ ve r parametrelerine sahip bir gamma değişkeni ise, bu durumda ortalama ve varyans ölçümleri aşağıdaki şekilde tanımlanır;

$$\mu = E(x) = r \frac{1}{\lambda} = \frac{r}{\lambda} \quad (181)$$

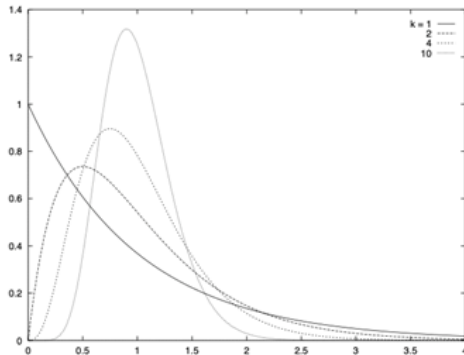
$$\sigma^2 = Var(x) = r \frac{1}{\lambda^2} = \frac{r}{\lambda^2} \quad (182)$$

$$c_x^2 = \frac{1}{r} \quad (183)$$

Şekil 7: λ Ölçek Parametrelili Erlang-k Dağılışı Faz Diyagramı



Şekil 8: Erlang-k Dağılışı Yoğunluğu (Ortalaması 1 Olan Çeşitli k Değerleri İçin)



Gamma dağılışı, r ' nin pozitif tamsayıları için geçerlidir. Ancak özel bir durum olan $r = n/2$ ve $\alpha = 1/2$ ise bu dağılışı ki-kare (χ^2) dağılımına dönüşmektedir. Gamma dağılışının özel bir hali olan ki-kare dağılışı karesel ifadelerle ilgilidir. Ki-kare (χ^2) dağılışı, gamma dağılışına kıyasla en önemli özelliği, parametre sayısının 1'e indirgenmiş olmasıdır.

χ^2 ' nin olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibidir (Montgomery ve Runer, 2014: 130).

$$f(x) = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \cdot x^{\frac{n}{2}-1} \cdot e^{-\frac{x}{2}} \quad x > 0 \quad (184)$$

$$= \frac{1}{2^{\frac{n}{2}} \cdot \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \cdot x^{\frac{n}{2}-1} \cdot e^{-\frac{x}{2}} \quad (185)$$

2.3.5. Pareto Dağılımı

Diğer bir sürekli değişken olan Pareto şans değişkeni genellikle telekomünikasyon modellerinde kullanılır. Bu dağılışın bir aralık (range) parametresi bulunmaktadır.

$$f(x) = \frac{\theta}{x} \left(\frac{\alpha}{x}\right)^{\theta}, \quad x \geq \alpha, \quad \alpha, \theta > 0 \quad (186)$$

Burada $\alpha > 0$ olan ölçek parametresidir ve dağılışın şans değişkeni x 'in en küçük değerini gösterir, $\theta > 0$ olan parametre ise Pareto dağılışının şekil parametresidir (Ghitany, Gómez-Déniz ve Nadarajah, 2018: 12).

2.3.6. Normal Dağılım

Sürekli bir ölçüm için en yaygın şekilde kullanılan olasılık dağılışıdır. Normal dağılışın uygulama alanlarının çok geniş olmasını ve dolayısı ile önemli olmasını sağlayan en önemli altyapı Merkezi Limit teoreminden kaynaklanmaktadır. Merkezi limit teoremi ortalamaları ve varyansları farklı olan farklı dağılımlara uyan bağımsız

değişkenlerin doğrusal fonksiyonlarının normal dağılışa yaklaşımını gösterir. Rastgele bir deney gerçekleştirildiğinde, tekrarlanan olayların ortalaması (veya toplamı) sonucuna eşit olan rastgele değişkeni, tekrarlamaların sayısı arttıkça dağılışın normal dağılımlara sahip olma eğiliminde olduğu görülmektedir.

X rastgele değişkeninin normal dağılış yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki şekildedir (Lipschutz, 1965: 106).

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty \quad (187)$$

Normal dağılışın beklenen ortalaması ve varyansı ise;

$$E(x) = \mu \quad (188)$$

$$V(x) = \sigma^2 \quad (189)$$

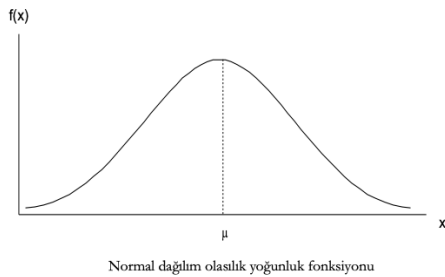
biçiminde gösterilmektedir.

$$N(\mu, \sigma^2) \quad (190)$$

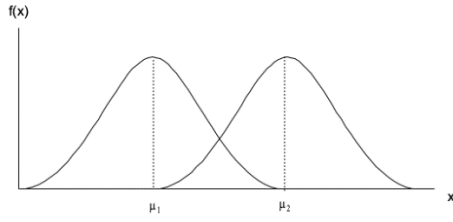
dağılışın notasyonu olarak tanımlanır.

Normal dağılış fonksiyonunda ortalama ve varyansın geometrik etkisi Şekil 9, Şekil 10 ve Şekil 11 'de görülmektedir.

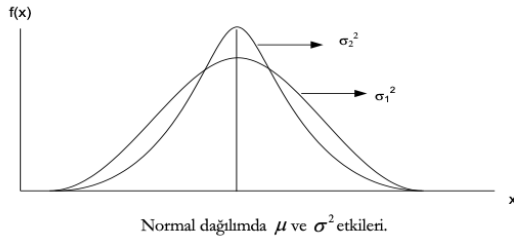
Şekil 9: Normal Dağılış Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu



Şekil 10: Normal Dağılışa Ortalama Etkisi



Şekil 11: Normal Dağılışa Varyans Etkisi



2.4. OLASILIK DAĞILIŞ TESTLERİ

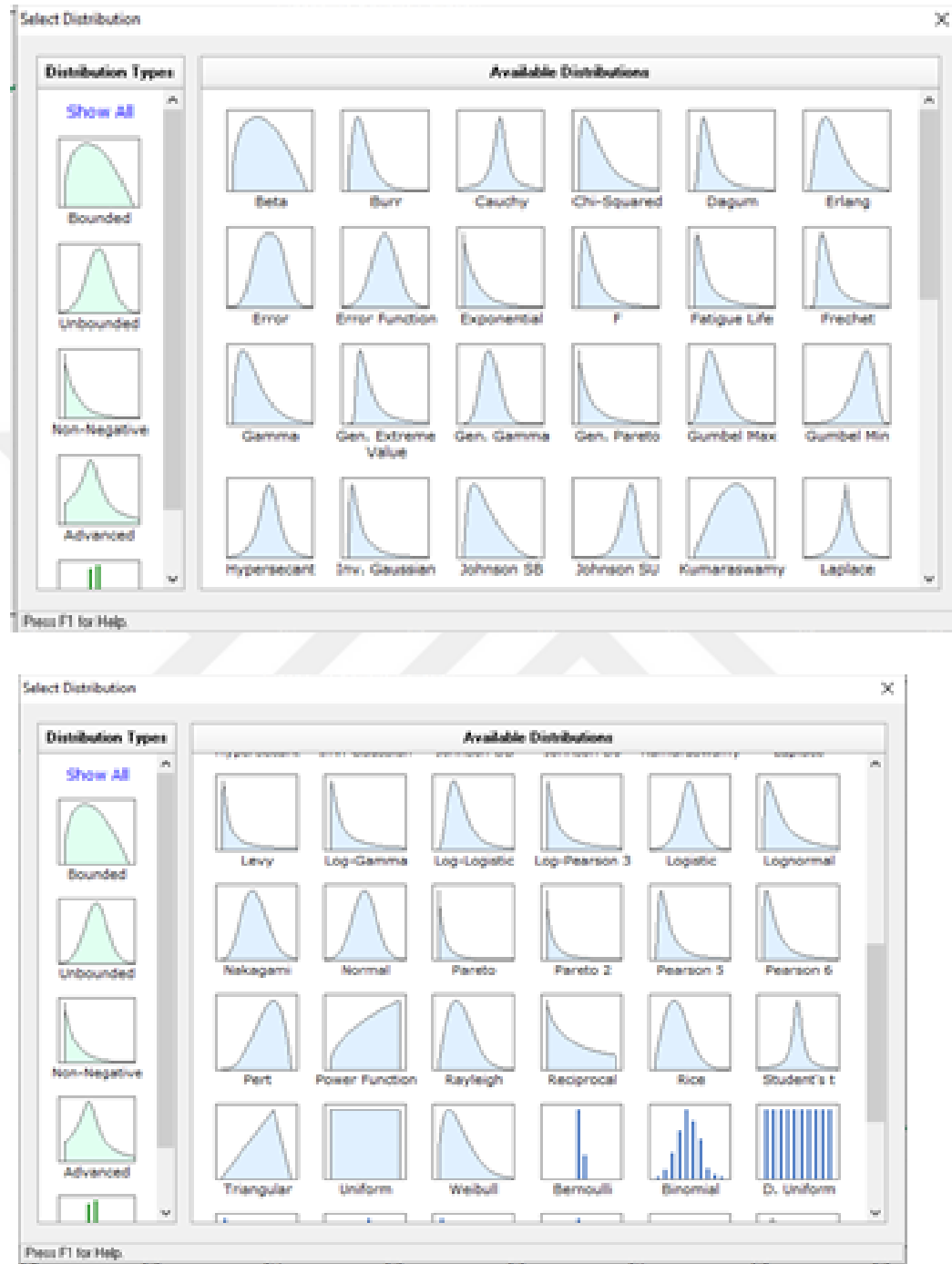
Hafızasız (memoryless) dağılışların en önemli özelliği, zaman değişkeni olan sürekli değişkenin herhangi bir anının başlangıç olarak alınabilmesini sağlar. Bu durum olayların birbirleri ile etkileşimsiz olmasından kaynaklanmaktadır. Diğer bir ifadeyle bağımsızlık koşulunu sağlayan olaylardan oluşan dağılışlardır. Bu özellik nedeniyle stokastik yaklaşımlarda, kuyruk teorisi modellerinde önemli bir varsayımı oluşturmaktadır.

Tablo 1: Hafızasız Özellikli Dağılımlar

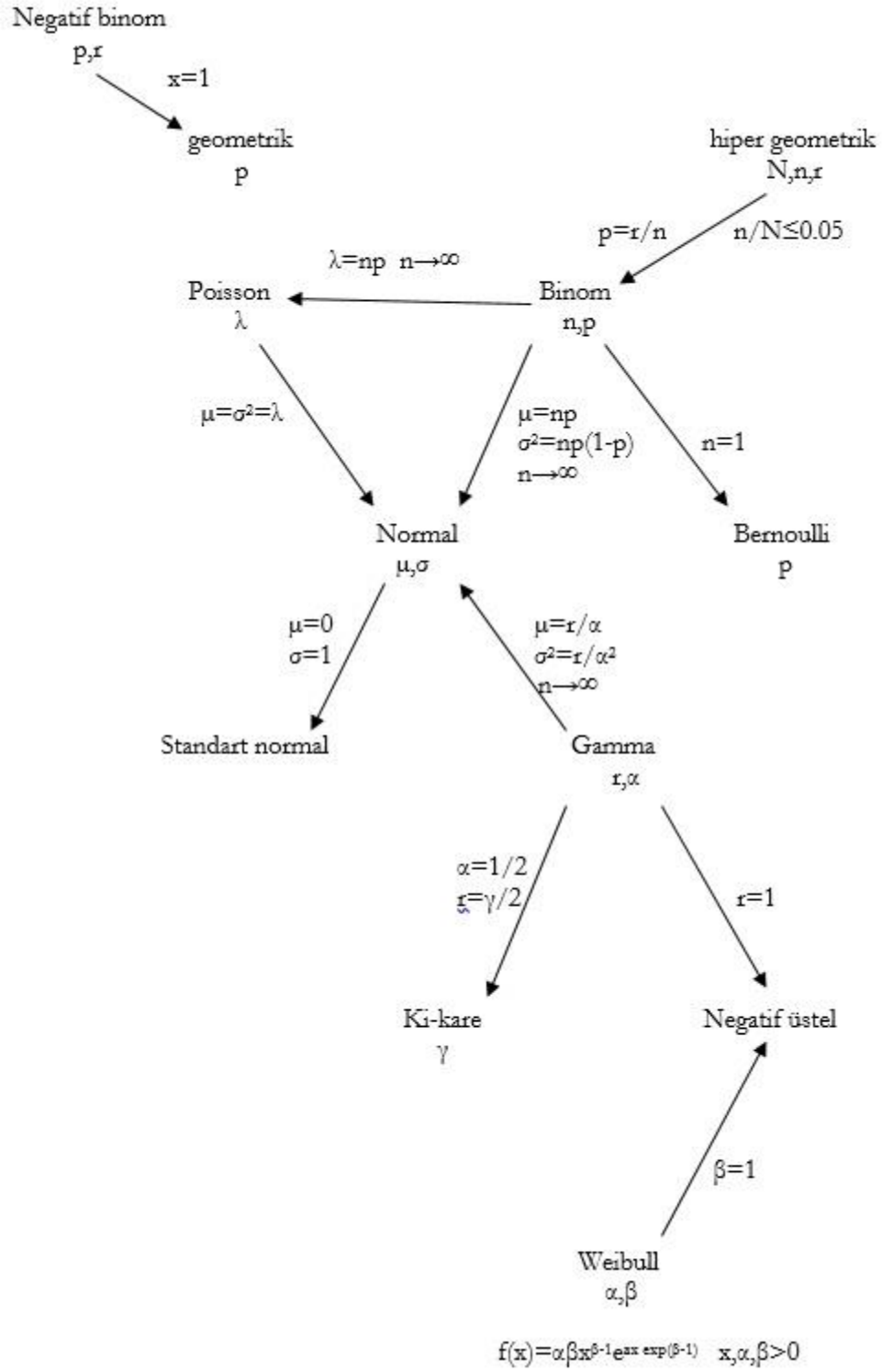
	Sürekli Dağılım	Kesikli Dağılım
$X = 1$	Negatif Üstel Dağılım	Geometrik Dağılım
$X > 1$	Gamma Dağılımı	Negatif Binom (Pascal) Dağılımı

Olasılık dağılışlarının grafik özellikleri açısından değerlendirmelerde kullanılabilmesi amacıyla aşağıdaki yaklaşık bir karşılaştırmalı görsel özet olarak verilmiştir.

Şekil 12: Olasılık Dağılımlarına İlişkin Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu Grafikleri



Şekil 13: Dağılımlar Arası İlişkiler



2.5. BAYES OLASILIK YAKLAŞIMI

Bayes yaklaşımının esaslarından biri, literatürde “ters olasılık ilkesi” olarak da adlandırılan Bayes teoremidir. $p(y, \theta)$ bir rastgele gözlem vektörü y ve yine rastgele kabul edilen parametre vektörü θ için birleşik olasılık yoğunluk fonksiyonu (pdf)² göstermektedir. Parametre vektörü θ , bir modelin eleman katsayılarına, bozulma terimlerinin varyanslarına ve kovaryanslarına vb. sahip olabilmektedir. pdf ile elimizdeki işlemler aşağıdaki gibidir (Zellner, 1971: 13).

$$p(y, \theta) = p(y|\theta)p(\theta) = (\theta|y)p(\theta) \quad (191)$$

$$p(\theta, y) = \frac{p(\theta)p(y|\theta)}{p(y)} \quad (192)$$

Bayes olasılık yaklaşımını kuyruk teorisinde önemli yapan ve bu araştırmaya konu olan pandemi benzeri popülasyon davranışlarında olasılık dağılışı ve parametrelerinin çoğunlukla bilinmiyor ve hatta olasılık dağılışının bilindiği durumlarda parametrelerin değişkenlik gösteriyor olmasından kaynaklanmaktadır.

Bayes teoremi 1763 yılında ortaya atılmış (An Essay towards solving a Problem in the Doctrine of Chances, Thomas Bayes öldükten 2 sene sonra yayınlanmıştır) olmasına rağmen, Bayesci yaklaşım 20. yüzyılın ortalarına kadar karanlık bir dönem geçirmiştir. 1940’lardan sonra, 2.Dünya Savaşı sırasında yaşanan gelişmeler sayesinde, Bayesci yaklaşımın gelişimi hızlanmıştır. Günümüzde gelişen bilgisayarlar sayesinde, hesaplamalar çok kısa sürede yapılabiliyor olması bayesçi gelişmelerde önemli rol oynamıştır.

Bayesci istatistik, özellikle psikoloji alanında, gerçekleştirilen çoğu araştırmanın ve sonuçlarının tekrarlanabilir olmaması nedeniyle Klasik Frekansçı yaklaşıma alternatif olarak sıkça kullanılmaktadır. Bilgi teknolojilerindeki gelişmeler ile hesaplama kolaylıkları da Bayes istatistiğin uygulamalarının yaygınlaşmasına olumlu etkisi olmuştur.

Olasılık teorisi, şansa bağlı (stokastik) olaylar ile ilgilenmektedir. Laplace ve Bernoulli tarafından yapılan klasik olasılık tanımına göre, bir A olayı n eşit olasılıklı durumdan m tanesinde gerçekleşiyor ise A olayının olasılığı m/n olarak tanımlanır.

Klasik Olasılığın tanımına göre hesaplanmasında bazı varsayımlar vardır. Sonuç sayısının uzayının belli olmadığı durumlarda klasik tanım kullanılamaz.

Olasılıkla ilgili bir diğer tanım ise Frekansçı (Frequentist) olasılık tanımıdır. Frekansçı Olasılığın tanımına göre popülasyona ait değişken uzayı belli olmadığı durumlarda frekansçı tanım kullanılamaz. Frekansçı olasılık teorisi sınırlı popülasyon uzayını tercih eder. Bayes yaklaşımının ise sınırsız değişken uzayı durumlarında kullanılması daha çok tercih edilir.

Frekansçı olasılıkta, S örneklem uzayında bir A olayı tanımlanmış olsun ve deney aynı koşullarda n defa tekrarlınsın. Deney her tekrarlandığında, A olayı ya gerçekleşir ya da gerçekleşmez. A olayının gerçekleşme sayısı m ise, olayının gerçekleşme olasılığı;

$$p(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{m}{n} \quad \text{olarak tanımlanır.}$$

(193)

Bir deneyi aynı koşullar altında çok fazla sayıda gerçekleştirmek her zaman mümkün olmadığından bu tanımdaki varsayım da kısıtlayıcıdır.

Koşullu Olasılık Teoremi; A ve B olayları, S örneklem uzayı üzerinde tanımlanmış iki olay ve $p(B) \neq 0$ ise (Hoel, 1962: 15);

$$p(A/B) = \frac{p(B/A) \cdot p(A)}{p(B)} \quad (194)$$

dir.

$p(A|B)$ terimi B olayı gerçekleştiğinde A olayının gerçekleşme olasılığıdır.

$p(B|A)$ terimi A olayı gerçekleştiğinde B olayının gerçekleşme olasılığıdır.

$p(A)$ ve $p(B)$ terimleri, A ve B olaylarının gerçekleşme olasılıklarıdır.

Veriler ve parametreler arasındaki ilişkiler, Frekansçı ve Bayesçi bakış açıları aşağıdaki gibi özetlenebilir.

Frekansçı bakış açısına göre

- Veriler rasgeledir, çünkü veriler stokastik süreçlerin (random processes) bir sonucudur.
- Model parametreleri sabit kabul edilir. Bir parametrenin gerçek değeri bir bilinmeyen ve sabittir.

Bayesci bakış açısına göre

- Veriler sabittir. Veriler rasgele olsalar bile, bir kez gözlemlendikten sonra değişmezler.
- Model parametreleri rasgele olmayabilirler, ancak Bayesciler parametre değerlerindeki belirsizlikleri tanımlamak için olasılık dağılımlarını kullanırlar ve bu nedenle parametreler rasgele olarak değerlendirilir.

Tıbbi bir test senaryosu ele almak istenirse,

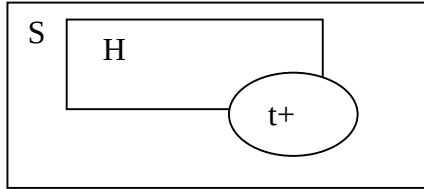
$p(H)$ = Hastalığın görülmesi olasılığı

$p(t+|H)$ = Bir bireyde hastalık mevcut ise testin pozitif çıkma olasılığı

$p(t+|S)$ = Bir bireyde hastalık mevcut değilken testin pozitif çıkma olasılığı gösterirse,

Bu durumda, test pozitif çıktığında bireyin gerçekten hasta olma olasılığı

$$\frac{p(\text{BireyHasta}|\text{TestPozitif})}{p(\text{TestPozitif}|\text{BireyHasta})p(\text{BireyHasta})/p(\text{TestPozitif})} =$$



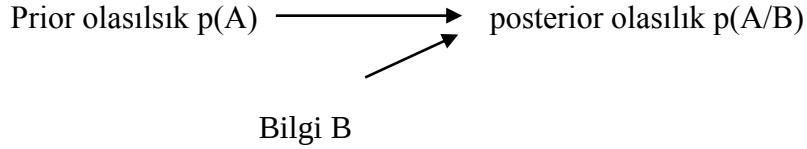
Yukarıdaki tanım ve şekilde ifade edilen bayes olasılığı, aşağıdaki formül 195'deki gibidir.

$$p(H/t+) = \frac{p(t+/H)p(H)}{p(t+)} = \frac{P(t+/H)p(H)}{p(H)p(t+/H) + p(S)p(t+/S)} \quad (195)$$

Yani, test pozitif çıktığında bireyin gerçekten hasta olma olasılığı yaklaşık olarak elde edilir. Burada, bireyin aynı testten bir kere daha yaptırdığını düşünelim. Bu durumda bireyin hasta olma olasılığını yukarıdaki formülden yeni elde edilen

değerle tekrarlı olarak güncellenebilir. Bayes teoremi, yeni bilgiler edindikçe olasılıkları güncellemeye doğal yoldan izin vermektedir.

Şekil 14: Bayes Yaklaşımı



Farklı oluşan olasılık yoğunluk fonksiyonları içinde en uygunun seçim kriteri varyansta en çok azalmayı sağlayacak olandır.

$$\pi(E_i / A) = \frac{P(A / E_i) \pi(E_i)}{\sum_{i=1}^t P(A / E_i) \pi(E_i)} \quad P(X) > 0, \quad \text{şeklinde bulunur.} \quad (196)$$

veya diğer bir şekilde yazılırsa,

$$A = \{ \theta_j = 0, 1/N, 2/N, \dots, N/N \} \quad j=0,1,2,\dots,N \quad (197)$$

$$\pi(\theta_i / A) = \frac{P(A / \theta_i) \pi(\theta_i)}{\sum_{i=1}^t P(A / \theta_i) \pi(\theta_i)} \quad (198)$$

θ parametresinin gerçek değerinin bir şans değişkenini tarafından gerçekleştirildiğini varsayılırsa, $\theta \sim f(x)$ dağılışı gösterir ve $E(\theta)$, $\text{Var}(\theta)$ θ için öncül dağılıştır.

$f(x)$ dağılışının özellikleri tamamen sübjektif veya kişisel olabilir. Bayesian Yaklaşım θ için öncül (prior) dağılış olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır

$$\theta \sim \pi(\theta), \quad \theta \in A \quad (199)$$

verilen θ ve P_θ için X 'in koşullu (conditional) dağılışının olasılık yoğunluk fonksiyonu ise

$$p(x | \theta), \quad x \in A \quad (200)$$

şeklinde ifade edilir. Burada (θ, X) için birleşik (joint) dağılışı olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f(\theta, x) = \pi(\theta) p(x | \theta) \quad (201)$$

şeklinde gösterilir. Verilen $X = x \in A$ olasılık yoğunluk fonksiyonu değerleri ile θ için sonsal (posterior) dağılış ise $\pi(\theta | x)$ dir. Buradaki değişkenlerin kesikli ya da sürekli olmasına dayalı olarak bayes dağılış içeren formüller aşağıdaki gibi düzenlenebilir.

$$\text{Kesikli öncül ise } \pi(\theta / x) = \frac{\pi(\theta)p(x / \theta)}{\sum_t \pi(t)p(x / t)} \quad (202)$$

$$\text{Sürekli öncül ise } \pi(\theta / x) = \frac{\pi(\theta)p(x / \theta)}{\int_{\theta} \pi(t)p(x / t)dt} \quad (203)$$

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

UYGULAMA: 2020-2021 DÖNEMİ SEÇİLMİŞ DÜNYA VERİLERİ (WHO) KULLANILARAK İSTATİSTİKSEL BİR İNCELEME

3.1. AMAÇ VE YÖNTEM

Bu bölümde yer alan uygulama çalışması Covid 19 virüs dünya verilerinin dağılımını incelemek ve gerçekleşen popülasyonun giriş ve çıkışlarını belirleyen vaka ve ölüm verilerinin değişimini derinlemesine incelemek amacıyla bu çalışma yapılmıştır. Çalışmada 2020 yılında ilk doğuşundan 2021 yılı içerisinde günümüze kadar oluşan Covid 19 popülasyonuna giriş ve çıkışlar bir stokastik süreç yaklaşımı olan doğum-ölüm (immigration-emmigration) süreci olarak incelenmeye çalışılmıştır. Virüs popülasyonu belli bir oranda içe göç almakta ve başka bir oranda dışarı göç vermektedir. İçe göç olarak virüse günlük yakalanıp tespit edilen bireyler inceleme kapsamına alınmış, dışa göç için ise günlük ölüm ve iyileşen sayılarının toplamı alınmıştır. Bu amaçla WHO Dünya Sağlık Örgütü'nün günlük resmi verileri kullanılmıştır (<https://covid19.who.int/info>).

Araştırma kapsamına Avrupa ülkelerini temsilen Almanya, Fransa, İngiltere, İtalya ve İspanya, kuzey Amerika'yı temsilen A.B.D alınmış, güney Amerika'yı temsilen Brezilya, uzak doğuyu temsilen Çin, ve Japonya, Asya'yı temsilen Rusya ve Hindistan günlük verileri kullanılmıştır. Tüm bu gruplar incelenirken de Türkiye örneği de özel olarak daha detaylı ele alınmıştır. Bu ülkelerin seçiminde birden çok seçim kriteri uygulanmıştır. Ancak temel kriter dünya popülasyonun temsil yeteneğini sağlayabiliyor olmasıdır. Bu kriterlerden ilki dünya sağlık örgütüne veri üretmede veri güvenliği yüksek olan ülkelerin seçilmiş olmasıdır. Bu amaçla daha çok gelişmiş ve gelişmekte olan ülkeler ele alınmıştır. Dolayısıyla ülke sağlık sisteminin belirli bir ortalama ve üstü olan ülkeler seçilmiş olması sebebi ile Covid mücadele standardının uygulanabilirliğinde de bir alt sınır olması göz önüne alınmıştır. İkinci kriter Dünya nüfus dağılımındaki homojenlik ve ülkeler arası heterojenlik dikkate alındığında hem tabakalı hem küme örneklemelerinin bir karışımı olabilecek şekilde toplam dünya nüfusunun %50'sini aşan oranda yüksek bir temsil yeteneği olan örneklem alınmıştır. Üçüncü kriter olarak, virüsün yayılmasında etkisi olduğu düşünülen coğrafi şartlar ve

ulařım dūřınılerek farklı coęrafi bōlgeleri temsil edecek ōrnekler seēilmiřtir. Dōrdūncū kriter olarak da dūnyada yařayan ırkların ve dolayısıyla deęiřik genetik ōzellikleri iēine alan ōrnekler seēilmeye ēalıřılmıřtır. Burada seēilen 12 ūlke yukarıda sayılan 4 farklı kriteri de iēerisinde barındırdıęı dūřınılmaktadır.

Ōncelikle covid-19 populasyonuna iēe gōē ve dışa gōē veren yapıların stokastik olması nedeniyle her ūlkeye ait popūlasyona giriş ve ēıkıř olasılık dağılımları belirlenmeye ēalıřılmıřtır. Bu sūreē hazırlanırken aylık verilerin frekans yoğunlukları elde edilmiş ve uygun olasılık dağılışı EasyFit bilgisayar programı aracılığı ile belirlenmiş, aylık frekans dağılımları olacak şekilde dūzenlenen Covid-19 test pozitif ve ōlūm tabloları tūm ūlkeler ve incelenen periyotları kapsayacak şekilde aylık olarak dūzenlenmiřtir. Alternatif olasılık dağılımları iēerisinden uygun olanlar belirlenmiş ve bu belirlenen dağılışların en uygunlarını bulmak iēin dağılışlara ait beklenen ve varyans gibi parametreler Kolmogorov Simirnov ve Anderson Darling uyum testlerine tabi tutulmuşlar ve geēerlilięi sağlanan dağılışlar daha sonraki analizler iēin temel kabul edilmiştir.

Anderson Darling testi $x_1, x_2, \dots, x_n$ veri setinin sınanmasında hangi olasılık dağılışından geldiği ve sōz konusu olasılık dağılımının parametresinin testini gerēekleřtirir. H_0 hipotezi ōrnekten elde edilen verilerin ve elde edilen istatistiğin, parametresi belirli olan dağılımdan geldiğini, H_A ise sōz konusu parametresi dağılıştan gelmediğini gōsterir. $F(x)$ olasılık dağılım fonksiyonunu gōstermek kaydı ile $Y_1 < \dots Y_N$ sıraya konulmuş verileri gōstermek ūzere kullanılan test istatistiği aşağıdaki gibidir (Engineering Statistics Handbook, 2002: 10);

$$S = \sum_{k=1}^N \frac{2k-1}{N} [\ln F(Y_k) + \ln(1 - F(Y_{N+1-k}))]$$

(204)

$$A^2 = -N - S$$

(205)

biēimindedir.

Kolmogorov Simirnov testi $x_1, \dots, x_n$ veri setinin dağılış uygunluğunu gerēekleřtirmektedir. H_0 hipotezi ōrnekten elde edilen verilerin ve elde edilen istatistiğin, parametresi belirli olan dağılımdan geldiğini, H_A ise sōz konusu

parametresi dağılıştan gelmediğini gösterir. Olasılık dağılım fonksiyonu $F_n(x)$ için aşağıdaki test kullanılır (Pham, 2006: 20).

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_{x_i < x} \quad (206)$$

$$\delta_{x_i < x} = \begin{cases} 1, \dots, x_i, & < x \text{ ise} \\ 0, & \text{hayır ise} \end{cases} \quad (207)$$

$$D = P[\sup_x |F_n(x) - F(x)|] > \frac{c}{\sqrt{n_{n \rightarrow \infty}}} \rightarrow \alpha(c), \dots, c > 0 \text{ için} \quad (208)$$

$$\alpha(c) = 2 \sum_{r=1}^{\infty} (-1)^{r-1} \exp(-2r^2 c^2) \quad (209)$$

Diğer taraftan herhangi bir anda vaka ülke sayılarını doğru karşılaştırabilmek için nüfusa oranları elde edilmiş ve halen Dünya Sağlık Örgütü ve Türkiye Cumhuriyeti Sağlık Bakanlığı'nın kullandığı yüz binde gösterimi sağlayan dönüşümler uygulanmıştır. Dönüşüm oranı olarak vakalarda 2020 ülke nüfusları kullanılmıştır. Bu sırada kesikli bir değişken olan vakaların gerçekleşme sayıları çok geniş bir skalada olmaları nedeniyle günlük oluşan vaka frekans sınıflandırma aralıkları kullanılmıştır ve analizler buna göre gerçekleştirilmiştir. Böylece ülke bazında giriş ve çıkış olasılık dağılımları belirlenmiş, belirlenen dağılış parametreleri elde edilmiş ve uyum yeterliliği için gerekli hipotez testleri yapılmıştır.

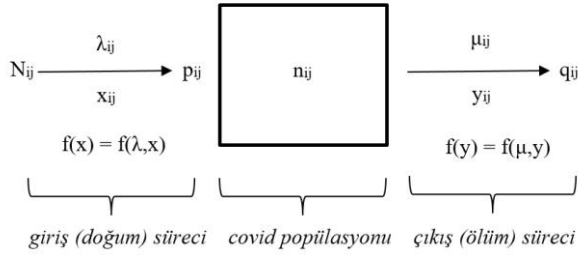
Olasılık dağılışları elde edilen sonuçlar doğum-ölüm süreç parametrelerine uygulanmış ve stokastik analizler yapılmaya çalışılmıştır.

Bu analizlerin ışığı altında ülke ve bölge gruplamaları, parametreler açısından değişkenlik karşılaştırmaları yapılarak yorumlanmaya çalışılmıştır. Bu amaçla bir sınıflandırma analiz aracı olan faktör analizi uygulanarak yorumlanmıştır.

3.2. UYGULAMADA KULLANILAN NOTASYON

Covid uygulaması olarak doğum-ölüm sürecinde kullanılan notasyon aşağıdaki gibi belirlenmiştir:

Şekil 15: Covid-19 Verilerinin Stokastik Bakış Açısı İle Modellenmesi



Değişken ve parametre tanımları :

N_{ij} : Nüfus $i : 1, 2, \dots$ (ülke) j : zaman (yıl, ay)

n_{ij} : pandemi nüfusu

p_{ij} : pandemi olma oranı

$q_{ij} : q_{(1)ij} + q_{(2)ij}$ pandemiden çıkış oranı (ölüm + iyileşen oranı)

x_{ij} : pandemiye giriş sayısı

$y_{ij} : y_{(1)ij} + y_{(2)ij}$ pandemiden çıkış sayısı (ölüm + iyileşen sayısı)

λ_{ij} : olasılık yoğunluk fonksiyonu pandemi giriş beklenen değeri

μ_{ij} : olasılık yoğunluk fonksiyonu pandemiden çıkış beklenen değeri

$f(x) = f(\lambda, x)$: pandemiye giriş olasılık yoğunluk fonksiyonu

$f(y) = f(\mu, y)$: pandemiden çıkış olasılık yoğunluk fonksiyonu

ρ : pandemi trafik parametresi

$$n_{ij} = \sum_i \sum_j x_{ij} - \sum_i \sum_j y_{ij} \quad (210)$$

$$n_{ij} = p_{ij} N_{ij} - q_{ij} n_{ij} \quad (211)$$

$$p_{ij} = \frac{x_{ij}}{N_{ij}} \quad (212)$$

$$q_{ij} = \frac{y_{ij}}{n_{ij}} \quad (213)$$

$$n_{ij} = x_{ij} - y_{ij} \quad (214)$$

Trafik yoğunluğu parametresi: doğum-ölüm süreçlerinin en önemli performans göstergesi olarak kabul edilmektedir.

$$\rho_{ij} = \frac{\lambda_{ij}}{\mu_{ij}} \quad (215)$$

Trafik yoğunluğu parametresi doğum-ölüm süreçlerinde çıktıların girdileri karşılama kapasitesini gösterir, diğer bir deyişle sistemde potansiyel oluşacak ortalama kuyruk bekleme uzunluğu hakkında bilgi sağlar. Trafik yoğunluk parametre katsayısının olanaklı durumları aşağıdaki gibidir

(1) $\lambda > \mu$ olduğu hallerde, sisteme giriş yoğunluğu çıkıştan fazla olduğu için kuyruk bekleme uzunluğu giderek artar ve kuyruk kapasitesi dolu olur.

(2) $\lambda = \mu$ olduğu hallerde, sisteme giriş ve çıkış yoğunlukları aynı olduğu için kuyruk uzunluğu sıfır veya sabit kalır, kuyruk uzunluğunun değişmediği bir durumu gösterir.

(3) $\lambda < \mu$ olduğu hallerde ise, sisteme girişler, çıkış yoğunluğundan daha az olduğu için sıfır bekleme durumu söz konusudur yani bu durum kuyruğun oluşmamasını gösterir. Diğer bir bakış açısı ile sistemde servis açısından boş kalma durumları süreklilik gösterir.

Ancak pandemi uygulamalarında, bu trafik yoğunluk parametresinin yorumlanmasında yetersiz olması nedeniyle, örneğin $\rho = 1$ sistemin denge hali olmasına karşın pandemi uygulamalarında λ vaka oranını, μ ise ölüm oranını gösteriyor olmasından dolayı $\rho=1$ denge durumu çok kötü bir senaryoyu, hatta gerçek hayatta gerçekleşmesi çok zor olan bir denge senaryosunu göstermektedir. Bu nedenle bu çalışma kapsamında bir diğer ρ' parametresi geliştirme ihtiyacı doğmuş ve çok daha etkin kullanımı olan ve daha iyi yorumlanabilen aşağıdaki ρ' parametresi bu çalışmada geliştirdiğimiz bir öneri olarak sunulmuştur.

$$\rho' = \frac{\lambda}{\lambda - \mu} \quad (216)$$

Bu yeni geliştirilmiş trafik parametresi ile diğer trafik parametresi arasındaki ilişkiyi gösteren özellikler aşağıdaki gibidir.

$$1) \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'} = 1 \quad (217)$$

$$2) \rho + \rho' = \rho \cdot \rho' \quad (218)$$

$$3) \rho' \geq 0 \quad (219)$$

Bu iki özellikten yararlanılarak aşağıdaki parametreler arası geçişi sağlayan ilişkiler de önem kazanmaktadır.

$$\rho' = \frac{\rho}{\rho - 1} \quad (220)$$

$$\rho = \frac{\rho'}{\rho' - 1} \quad (221)$$

Pandemi ile ilgili kaynaklarda 2 istatistik öne çıkmaktadır, bunlar;

- 1) Vakaların toplam nüfusa oranı
- 2) Ölümünün toplam oluşan vakalara oranıdır.

Burada önerilen ρ' parametresi yukarıdaki ikinci önemli özelliğin göstergesidir. Bu parametre bire yaklaştığı durumlar pandemi ölümlerinin azaldığını dolayısı ile pandeminin en önemli ölümcül etkisinin azaldığını gösterir. Bire eşit olduğunda ise pandemi ölümlerinin bittiğini göstermektedir, birden uzaklaşarak büyümesi ise pandemi ölümlerinin artışı göstermektedir. Bu parametre birden küçük değerler almaz.

3.3. COVID-19:2020 YILI VERİLERİ İLE İLGİLİ GENEL DEĞERLENDİRMELER

Aralık 2019'un sonlarında, Çin'in Hubei eyaletinin Wuhan şehrinde bir deniz ürünleri pazarında, nedeni bilinmeyen çok sayıda pnömoni hastasının olduğu bildirildi. Dünya Sağlık Örgütü (DSÖ), ilk olarak 12 Ocak 2020'de bu şikâyetlerin sebebinin yeni tip bir korona virüs olduğunu (2019-nCoV) açıklamış ve 11 Şubat 2020'de bu yeni virüs SARS-CoV-2 olarak adlandırılmıştır. Hastalardan edinilen numuneler sonucunda, 7 Ocak 2020'de SARS-CoV-2'nin tüm genom dizisi, Çinli bilim adamları tarafından kısa sürede haritalandırıldı. DSÖ ise 11 Şubat 2020 tarihinde bu salgını "Covid-19" pandemisi olarak adlandırdı. DSÖ başkanı Tedros Adhanom Ghebreyesus, 31 Aralık 2019 tarihinde Covid-19 kodlamasının açılımını; "korona" için "CO", "virüs" için "VI", "hastalık" için "D" şeklinde tanımladı. Böyle bir isim, belirli bir bölgeyi, hayvan türlerini veya insanı damgalamaktan kaçınmak için seçilmiştir. Salgın Çin'den sonra başta Asya bölge ülkeleri olmak üzere kısa sürede birçok ülkeye yayılarak tüm dünyayı etkileyen uluslararası bir boyuta ulaştı. Sonuç olarak 30 Ocak 2020 tarihinde DSÖ, Covid-19'u uluslararası halk sağlığı sorunu kabul ederek salgın ilan etmiştir (TUBA, 2020: 28).

Birçok enfeksiyon etkeni farklı bulaş yolları ile salgınlara yol açabilir. Bu salgın hastalıklar etkenin virölansına bağlı olarak zamanla kendi kendini sınırlandırabilir. Ancak, yüksek enfektiviteye bağlı kısa ya da uzun periyotlu etkiler de ortaya çıkarabilir. Vakaya teorik olarak bakıldığında, Pandemiler (eski Yunanca'dan pan: tüm + demos: insanlar), bir kıta, hatta tüm dünya yüzeyi gibi çok geniş bir alanda yayılan ve etkisini gösteren salgın hastalıkların genel ismi olarak karşımıza çıkar. Covid-19 verilerini izleme platformları aşağıda gösterildiği gibidir.

Uluslararası Platformlar:

Dünya Sağlık Örgütü

ABD Hastalık Kontrol ve Korunma Merkezleri

Amerikan Gıda ve İlaç Dairesi

Coronavirus Covid-19 Global Cases by the Center for Systems Science and Engineering (CSSE) at Johns Hopkins University (JHU)

Covid-19 İzleyici haritası

Coronavirus Pandemic: Real Time Counter, World Map, News

CoronaTracker

Worldometers Covid-19

HEALTHLYNKED Covid-19 Tracker

Ulusal Platformlar:

Türkiye Cumhuriyeti Sağlık Bakanlığı

Covid-19 Türkiye Web Portalı

HASUDER Yeni Coronavirüs (Covid-19) Haber Postası TÜRK TABİPLERİ BİRLİĞİ

Covid-19 HUB

Büyüme hızı (growth rate); Bu hız aktif vaka sayısındaki büyüme oranını göstermektedir. Pozitif olması kötü, negatif olması iyidir. Zaman içinde büyüme

hızında sürekli düşüş ve bu oranı negatif bölgede tutma kontrollü ilerleme olduğunu gösterecektir. Büyüme hızı aşağıdaki formül ile hesaplanmaktadır (TUBA, 2020: 41).

$$G_t = \frac{(A_t - A_{t-1})}{A_{t-1}} \quad (222)$$

A (aktif vaka sayısı) = kümülatif vaka-ölüm-kümülatif tedavi olan vaka (t: gün)

Aşağıda Dünya Sağlık Örgütü tarafından da kullanılan bazı tanımlamalara yer verilmiştir.

Eğri düzleşme indeksi (curve flattening index); Bu indeks bir ülkenin herhangi bir zamanda pandemi eğrisini ne kadar iyi düzleştirdiğinin bir ölçüsüdür. Büyüme hızının zaman içinde nasıl değiştiğini gösteren bir endekstir. Eğrinin pozitif bölgede olması o dönemde büyüme oranlarının (Growth rate) düştüğü anlamına gelmektedir. Bu indeks C_t aşağıdaki formül ile bulunmaktadır. Bu indeks pandeminin tüm zaman dilimini kapsamaktadır. Bu endekste pozitif değerler iyi, negatif değerler kötü olarak yorumlanmaktadır (TUBA, 2020: 43).

$$C_t = - \frac{(\ln A_t - \ln A_{t-1}) - (\ln A_{t-1} - \ln A_{t-2})}{\sqrt{(\ln A_{t-1} - \ln A_{t-2})^2}} \quad (223)$$

Ölüm hızlarının değerlendirilmesinde farklı formüller kullanılmaktadır. Fataliteyi değerlendirmek için en çok kullanılan formül olgu fatalitesidir. Olgu fatalitesi şu şekilde hesaplanmaktadır (TUBA, 2020: 44).

$$CFR (case fatality rate) = \frac{\text{current total deaths (şu andaki toplam ölüm)}}{\text{current confirmed cases (doğrulanmamış toplam vaka)}} \quad (224)$$

Bu formül ile ilgili yapılan eleştiri; salgın eğer bitmiş olsaydı bu formülün kullanılabileceği, fakat salgın bitmediği için bu formülün kullanılmasının kusurlu olduğudur. Viral enfeksiyonun teşhisi, iyileşme veya ölümden günler ila haftalar önce gerçekleşir ve bu nedenle ölümlerin sayısı geçmiş vaka sayılarıyla karşılaştırılmalıdır, alternatif formül bu gecikmeyi hesaba katarak vaka ölüm oranını tahmin eder. Alternatif olarak sunulan –salgın devam ettiği için- formül ise şu şekildedir;

$$CFR = \frac{X \text{ günündeki ölüm sayısı}}{(X-T) \text{ günündeki vaka sayısı}} \quad (225)$$

T = vaka doğrulanmasından ölüme kadar geçen ortalama süre, bu süre 0 olamaz.

Vaka hızı için aşağıdaki şu formüller verilmektedir (TUBA, 2020: 45).

$$CFR = \frac{\text{current total deaths}}{\text{current confirmed cases}} \quad (226)$$

CFR : (current mortality rate or case fatality rate)

Salgın eğer bitmiş olsaydı bu formül kullanılabilirdi, fakat salgın bitmediği için bu formül kusurludur ve alternatif bir formül şu şekildedir;

$$CFR = \frac{X \text{ günündeki ölüm sayısı}}{X-T \text{ günündeki vaka sayısı}} \quad (227)$$

X = gün

T = vaka doğrulanmasından ölüme kadar geçen ortalama süre, bu süre 0 olamaz.

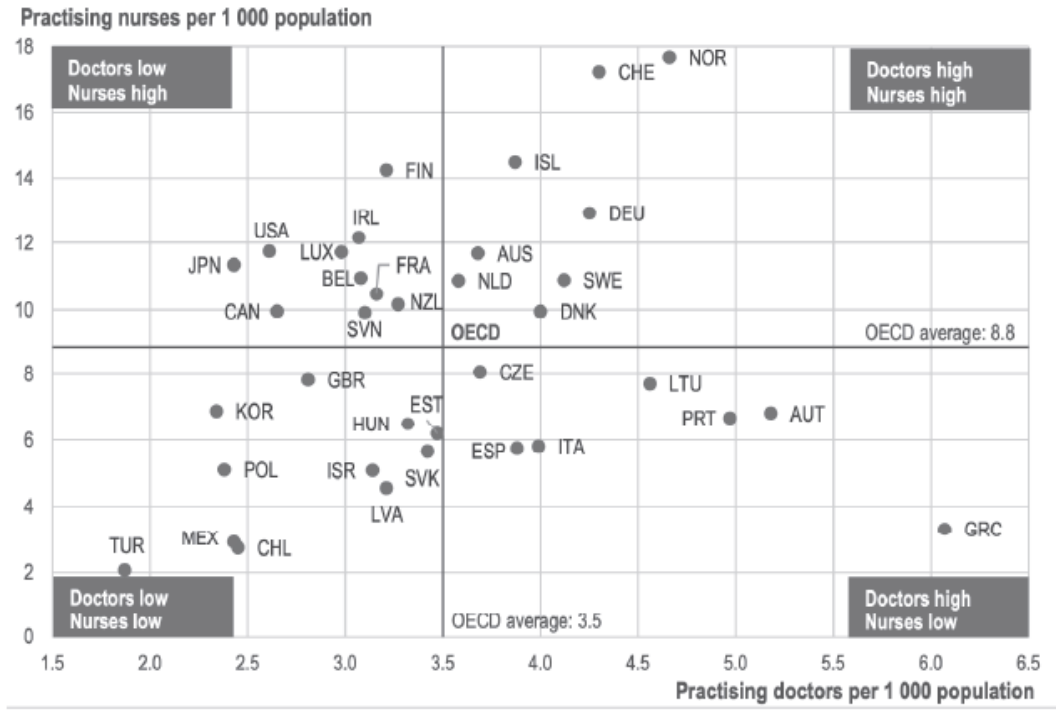
Virüsün kuluçka dönemi (incubation) alt başlığında yapılan çalışmalara göre virüsün kuluçka süresi verilmektedir. Son verilere göre Covid-19'un kuluçka süresi 2-14 ya da 0-27 gün olarak belirtilmiştir.

Pandemilerin sona ermesi için 3 temel yol vardır:

- Toplumun önemli bir kesiminin hastalıkla karşılaşp koruyucu antikor oluşturması
- Aşı veya koruyucu ilaç kullanımı ile hastalığa açık nüfusun azaltılması
- Etkenin enfeksiyözite (bulaştırıcılık) ve patojenitesinde (hastalık yapıcılık) azalma olması

pandemi mücadelesinde ülkelerin sağlık personel kapasitesi en önemli rolleri üstlenmektedir. Aşağıdaki şekilde 2020 yılı itibari ile OECD ülkeleri sağlık personeli kapasitelerini göstermektedir.

Şekil 16: OECD Ülkeleri Hekim Ve Hemşire Sayıları (1.000 Kişi Başına)



Kaynak: OECD, 2020: 7.

Türkiye’de Covid-19 Salgınında Mevcut Durum; Türkiye, Covid-19 ile ilgili olarak dünyada en erken önlem alan ülkelerden birisidir. Bu bağlamda Türkiye’de kaynağa yönelik (kaynağın bulunması, hastalığın bildirilmesi, kesin tanı, hastaların tedavisi, izolasyon, taşıyıcı araması, şüphelilerin sürveyansı, sağlık denetimi, sağlık eğitimi, kişisel temizlik ve koruyucu ekipman kullanımı, nüfus hareketlerini kısıtlamak) ve sağlam kişiye yönelik (karantina, gözlem) önlemler alınmıştır ve alınmaya devam etmektedir.

Türkiye’de indeks vaka 11.03.2020 tarihinde tespit edilmiştir. Bu tarihten sonra aşamalı olarak virüsün toplumda yayılmasını engellemek ve azaltmak için ülke çapında yerel tedbirler alınmaya başlanmıştır. Dünyada ilk korona virüs vakası çıktıktan sonra ve ülkemizde ilk vaka tespit edildikten sonra alınan tedbirler/önlemler sürdürülmüştür. Bu tedbirler toplumsal katmanlarda hayatın normal akışını sınırlasa da ekonomik ve sosyal haklara zarar vermemeye özen gösterilerek yürütülmüştür (TUBA, 2020: 10).

3.4. COVID-19 VE BENZER HASTALIKLAR İLE İLGİLİ LİTERATÜR TARAMASI

Broek 2006’da, epidemik bir hastalık salgınının istatistiksel olarak modellemede belli hususları dâhil etmek üzere genelleştirilmiş doğrusal olmayan modeller önerilmiştir. Bu hususlardan ilki, verilerin bağımlılığı, homojen olmayan bir ölüm veya doğum süreci ile alınmasıdır. İkinci olarak salgının ilk aşaması, epidemik SIR modeli ile tanımlanmıştır. Üçüncü olarak homojen olmayan doğum süreci, bir miktar gecikmeyle enfekte olanların kaydedildiği ancak duyarlı olmayanların kaydedilmiş olduğu gerçeğini ele almıştır. Son olarak, alınan önlemlerin neden olduğu salgının sona ermesi, uzun vadeli hayatta kalma modellerinde olduğu gibi, hayatta kalma işlevinin bir nihai boyutu parametresi ile değiştirilmesiyle birleştirilmiştir. Bu modellerin uygulaması üç farklı salgın örneğinde yapılmıştır: 1997-1998 Hollanda Klasik Domuz Humması Salgını (The Dutch classical swine fever), 2001 Büyük Britanya Şap Hastalığı Salgını (the foot-and-mouth disease) ve 2003 Hollanda Kuş Gribi (H7N7) Salgınıdır.

Amor’os ve diğerleri 2014’de, bu makalede grip verilerinden salgın dönemini belirlemek için farklı yaklaşımları gözden geçirmişlerdir. İlk yaklaşımda farklı insidans oranları süreci, sistemin bir salgın veya salgın olmayan aşamada olmasına bağlı olarak birinci dereceden bir otoregresif süreçle veya Gauss süreciyle modellenmesidir. İkinci yaklaşım, gözlemlenen vakaların sürecini, sistemin epidemik aşamasına bağlı olarak parametreleri farklı şekilde modellenen Gauss insidans oranlarına sahip bir Bayes hiyerarşik Poisson modeli aracılığı ile doğrudan modelleme olarak gerçekleştirmiştir. Her iki durumda da, her iki faz arasındaki geçişler, salgın durumu üzerinden gizli bir Markov anahtarlama modeli ile modellenmiştir. Her iki model de herhangi bir andaki salgın durumunda olma olasılığını sağlamaktadır. Her iki metodun duyarlılık, özgüllük ve zamanlılık açısından önceki yaklaşımlara göre bir karşılaştırması da yapılmıştır.

Pontikis ve diğerleri 2020’de, bu çalışmada günlük olarak bildirilen yeni enfeksiyon vakaları ve küresel olarak Covid-19 nedeniyle yaşanan ölümlerin, pandeminin başlangıcından bu yana geçen sürenin Gauss işlevleriyle yaklaşık olarak tahmin edilmiştir. Bu yaklaşımın, belirli bir bölge veya ülkedeki yeni vakaların günlük

oranlarının zaman değişimini ve salgının toplam süresini tutarlı bir şekilde belirlediği gösterilmiştir. Analiz, salgının kendine özgü özelliklerini ve salgının yerel özelliklerini de ortaya çıkarır, her ülkedeki salgının zirve tarihini tahmin etmeye yardımcı olur ve ortalama vaka sayısı için güven aralıklarının vermektedir. Uygulanan fenomenolojik analiz ile farklı ülkelerdeki salgın evriminin karşılaştırılmasını ve ilgili sağlık politika etkinliklerinin değerlendirilmesi yapılmıştır.

Açıkgöz ve Günay 2020 yılında yaptıkları çalışmada Covid-19 enfekte olmuş bireylerin potansiyel olarak sağlık ve ekonomik yönünden refah riski altında oldukları görülmektedir. Covid-19 küresel bir sorun olup dünya ekonomisi neredeyse durmuş olarak yorumlanabilmektedir. Bu bağlamda çalışma, pandeminin kısa ve uzun vadeli küresel ekonomik etkilerinin potansiyel ilk tepkilerini hem Dünya hem de Türkiye için açıklanan verilere göre maliyetlerini değerlendirerek sektörler üzerinden tartışmaktadır. Ayrıca pandemi sonrası Dünya ekonomisi ve politikası açısından senaryoları ortaya koymaya çalışmaktadır. Bu tarihsel olayın ekonomik sonuçlarıyla ilgili güncel raporları ve tartışmaları özetleyen ve bunları dikkate alarak bazı çıkarımlar yapmaya çalışan bir derleme makalesidir. Makale sonucunda bu pandemik olayın çalışanlar, müşteriler, tedarik zincirleri ve finans piyasaları üzerinde olumsuz etkileri olduğunu, büyük olasılıkla küresel bir ekonomik durgunluğa neden olacağı ve pandeminin sonunun belirsizliğinden dolayı bu yaşanan daralmanın hem uzunluğu hem de boyutunun tahmin edilemez olduğu çıkarılmıştır.

Muthusami 2020’de, mevcut halk sağlığı acil durumuna yanıt olarak, bu çalışmayı istatistiksel analizler gerçekleştirmiştir ve Johns Hopkins Üniversitesi tarafından sağlanan açık veri toplamasına dayanarak bildirilen 2019 korona virüs hastalığı vakalarını (Covid-19) görselleştirmesi yapılmıştır. Doğrulanmış enfekte vakalarının yerleri ve sayısının gösterildiği yerlerde, ülkeler arasında ölümler, iyileşmiş vakalar ve büyüme oranlarının karşılaştırmaları yapılmıştır.

Şahin 2020 yılındaki çalışmasında hava durumu ve korona virüs hastalığı arasındaki ilişkiyi Türkiye’deki dokuz şehri dikkate alarak incelemiştir. Meteorolojik parametrelerin bulaşıcı hastalıkları etkileyen önemli faktörler arasında arasında olmasında dolayı bu bağlamda, hava durumu parametreleri olarak sıcaklık, çiy noktası, nem ve rüzgâr hızı gibi değişkenler kabul edilmiştir. Araştırmalar Covid-19 kuluçka süresinin 1-14 gün aralığında belirtmesinden dolayı her bir parametrenin 1,3,7 ve 14

gün içindeki etkileri incelenmiştir. Bunlara ek olarak popülasyon, değerlendirme için etkili bir parametre olarak dahil edilmiştir. Analizler, Spearman korelasyon katsayılarına göre yapılmıştır. Sonuçlar, bir şehirdeki kalabalığın daha yüksek Covid-19 vakası sayısı ile yakından ilişkili olduğunu göstermektedir. Ayrıca olayın yaşandığı gün de dahil olmak üzere son 14 günün rüzgar hızı, Covid-19 vaka sayısı ile pozitif bir ilişkiyi temsil ettiği bulunmuştur. Diğer bir deyiş ile, 14 günde ortalama rüzgar hızı ne kadar yüksekse, vaka sayısı da o kadar yüksek olduğu gözlemlenmiştir. Bir başka sonuç olarak sıcaklık ile vakaların en yüksek korelasyona sahip olmasıdır. Başka bir deyişle, bir günde sıcaklık ne kadar düşükse, o günkü Covid-19 vaka sayısı o kadar yüksek olduğu görülmüştür.

Zuo 2020 yılında yayımlanmış bu makalesinde Asya ülkelerinin toplam vaka, toplam ölüm, toplam iyileşen ve aktif vakalar gibi Covid-19 olaylarının kısa bir karşılaştırması yapılmıştır. Ayrıca Asya ülkelerindeki Covid-19 toplam ölüm verilerinin en iyi tanımını sağlamak için istatistiksel bir model önerimi sunulmuştur.

Öztoprak ve Javed 2020’de, Türkiye’deki ilk Covid-19 ölümünün 17 Mart tarihinde bildirilmesinden sonra, son 15 günlük veriler ile CFR’yi doğrusal regresyon istatistiksel analizi ile hesaplamışlardır. İnceleme altında olan tüm ülkelerin CFR’leri hızlı artış göstermesi üzerine Covid-19 un gelecekte artma olasılığının yüksek olacağını tahminlemişlerdir. Bu çalışma, araştırma için seçilen Türkiye ve Avrupa ülkeleri için Covid-19 epidemiyolojik verileriyle ilgili istatistiksel verileri kaydetme girişimidir.

Ankaralı ve diğerleri 2020’de yayınlanmış bu çalışmada, ilk teşhisten başlayarak dört ülkede, Çin, İtalya, Güney Kore ve Türkiye’de SARS-CoV-2 salgını için kümülatif vakaları ve kümülatif ölüm sayısını kullanarak hem bir model oluşturmayı hem de göstergeleri karşılaştırmayı amaçlamaktadırlar. En başarılı tahmin bu dört ülkede sağlanırken, doğal logaritmali kübik modelden elde edilmiştir. Modelin başarı %99 oranında sağlandığı bilinmektedir. Ancak ikinci haftada sonra Çin, İtalya ve Güney Kore’de farklılaşmalar olduğu gözlemlenmiştir. Bu çalışmada önerilen log-kübik model, belirtilen ülkeler için başarılı sonuçlar elde etmek ve Covid-19 salgınının seyrini tahmin etmek için ortaya konulmuştur. Viral yayılma ve bulaşma üzerinde etkisi olabilecek klimakterik faktörler ve genetik farklılıklar gibi diğer faktörler de model tahmin kapasitesini güçlendirdiği görülmüştür.

3.5. ÜLKELER BAZINDA DEĞERLENDİRMELER

Bu çalışmada her ülke verileri analiz edilirken, pandemi ana kitlesine girişler bir doğum süreci olarak ele alınmıştır, çıkışlar ise ölüm süreci olarak alınmıştır. WHO (World Health Organization) kayıtlarında vaka olarak verilen veriler günlük corona pozitif sayılarını tanımlamaktadır, süreçten çıkış için ölüm sayıları verilmektedir. Aslında stokastik teori kapsamında süreçten çıkışlar ölümler ile hasta toplamaları olup iyileşmeleri de kapsamaktadır, ancak hastalıktan pandemi popülasyonundan çıkışlarının belli bir süreç içinde ya ölüm veya iyileşme olarak oluşmasından dolayı, günlük ölüm verileri süreçten çıkış dağılımını temsil etmekte yeterli ve etkin olacağı düşünülmüştür. Veriler WHO tarafından 01.01.2020 tarihi itibari ile resmi kayıt altına alınmaya başlaması nedeniyle tez uygulamasında kullanılan veri tabanı da bu tarihten itibaren analizin tamamlandığı Mart.2021 tarihine kadar olan veriler analize tabi tutulmuşlardır. Dünya nüfusunun yoğun olduğu, veri elde etme güvenliğinin daha sağlıklı olduğu bilinen 12 ülke verileri analiz kapsamına alınmıştır. Ayrıca dünya üzerindeki coğrafi dağılımı da doğru temsil edecek bölgesel seçimler dikkate alınmıştır. İtalya, İspanya, Fransa, Almanya, İngiltere ve Türkiye özellikle daha detaylı olarak, Amerika Birleşik Devletleri, Brezilya, Rusya Federasyonu, Hindistan, Çin ve Japonya verileri analize tabi tutulmuşlardır. Birleşmiş Milletler istatistiklerine göre bu 12 ülke nüfusunun 2020 yılı itibari ile toplamı, dünya toplam nüfusunun yaklaşık %50 si kadardır.

Söz konusu veriler bir yılı aşkın süre içerisinde farklı fonksiyonel gelişme davranışları göstermesinden dolayı, bu fonksiyonel değişiklikleri daha iyi tanımlayabilecek aylık veriler halinde analiz edilmeye çalışılmıştır. Daha küçük zaman periyodları yeterli analiz sayısı elde etmekte yetersiz kalmakta, daha büyük veri periyodları ise birden çok fazla fonksiyonel davranış değişikliğini içinde barındırması nedeniyle aşırı büyük olduğu tespit edilmiştir. Bu verilerin istatistiksel olarak ülke bazlı analiz edilerek karşılaştırılabilmesi için, veriler ülke nüfusları temel alınarak standardize edilmiş, aynı zamanda WHO ve TC Sağlık Bakanlığının da kullandığı yüz binde oranlar biçiminde dönüştürülmüşlerdir.

Aylık frekans dağılımları üzerinden elde edilen doğum λ , ölüm μ ve süreç trafik yoğunluğu- ρ parametresi için elde edilen tahminler üzerinden dağılış tespitleri

yapılmıştır. Analizlerde değişen olasılık yoğunluk fonksiyonları ve zamana göre değişen parametre değerleri elde edilmiştir. Ülke bazlı doğum-ölüm süreç analizleri de bu kapsamda ele alınmıştır. Zamana bağlı değişen parametrelerin değişim miktarlarına göre Covid sürecinin sonlanmasında önemli bir faktör olduğu görülmektedir. Covid sürecinin sonlanmasında önemli bir rolü olan parametrelerin zamana bağlı değişimleri önemli bir faktör olarak görülmektedir.

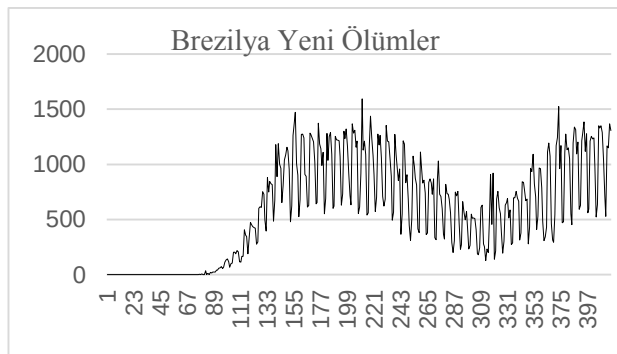
3.5.1. Brezilya Değerlendirmeleri

Brezilya ve benzer şekilde devam eden diğer ülke analizlerinde öncelikle tüm veri periyodunu kapsayan vaka ve ölüm grafikleri ile bu verilerin istatistiksel analizinde kullanılan karşılaştırma amaçlı standardize edilerek dönüştürülmüş grafiklere yer verilmiştir. Grafiklerdeki yatay eksenler gün sayısını, dikey eksenler ise vaka ve ölüm sayılarını göstermektedir.

Şekil 17: Brezilya Günlük Vaka Verileri



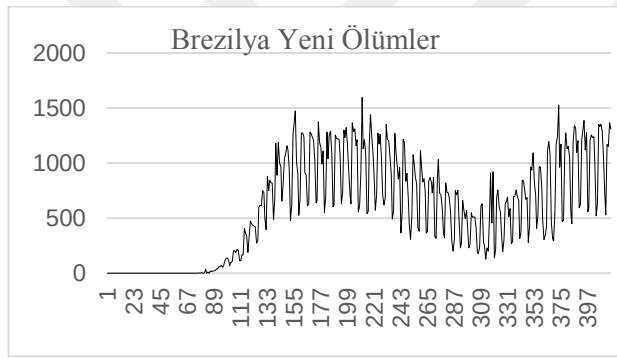
Şekil 18: Brezilya Günlük Ölüm Verileri



Şekil 19: Brezilya Günlük Dönüştürülmüş Vaka Verileri



Şekil 20: Brezilya Günlük Dönüştürülmüş Ölüm Verileri



Brezilya günlük verileri analiz edildiğinde iki ana dalganın olduğu görülmektedir. Virüsün doğum ve ölüm süreçlerinin dönüştürülmüş verilerinin de aynı yapıda olduğu görülmektedir. Aylık vaka, ölüm ve trafik parametre ve dağılış analizlerinde elde edilen değerler aşağıdaki Tablo 2’de özetlenmiştir. Burada kullanılan doğum ve ölüm parametre değerleri, olasılık yoğunluk fonksiyonuna dayalı beklenen değer yöntemi ile elde edilmişlerdir. Doğal olarak trafik parametre değerleri de diğer elde edilen parametrelerin bir fonksiyonu olarak hesaplanmıştır.

Tablo 2: Brezilya Aylık Parametre Değişimleri

Brezilya	Mr.20	Ns.20	My.20	Hız.20	Tm.20	Ağ.20	Ey.20	Ek.20	Ks.20	Ar.20	Oc.21	Şb.21
Vakalar λ	134,71	2325,2	12693	29434	38653	41646	29712	554,31	26710	42582	49581	46906
Ölümler μ	5,7097	171	754,29	1001,4	1065,9	978,16	719	23901	447	663,23	962,09	1069,6
$\rho = \lambda/\mu$	23,59	13,59	16,82	29,39	36,26	42,57	41,32	0,023	59,75	64,20	51,53	43,85
$\rho' = \lambda/(\lambda-\mu)$	1,044	1,079	1,063	1,035	1,028	1,024	1,024	-0,023	1,017	1,015	1,019	1,023

Tablo 2’de verilen parametreler dönüştürülmüş verilerden elde edildiği için parametre tahminleri de benzer şekilde yüz binde oran olarak yorumlanabilir. Doğum ve ölüm süreçleri açısından beklenen değerler ve varyansları ve frekans grafiklerindeki dağılımlar incelendiğinde çoğunun poisson sürecine uygun davranış gösterdiği görülmektedir. İkinci safhanın azalış trendinde olduğu görülmektedir. Trafik yoğunluğu parametresinin Ekim 2020 de -0,023 olarak gerçekleşmesi pandemideki 1. safhanın tamamlandığı noktayı belirlemektedir. Şubat 2021 itibari ile Brezilya pandemi ρ trafik parametresi giderek azalma eğilimindedir. ρ' trafik parametresi ise yükselmeye devam etmektedir. Bu sonuçlar pandemi safhasının devam ettiği hatta geliştiği şeklinde yorumlanabilir. Örnek bir dönemi temsil etmesi nedeniyle Nisan 2020 vaka ve ölüm dağılım frekansları aşağıda görülmektedir.

Tablo 3: Brezilya Nisan Vaka Frekansları

Alt limit (<u>veni_vaka</u>)	Üst limit (<u>veni_vaka</u>)	Dönüştürülmüş (<u>veni_vaka</u>) (100,000 de)	<u>veni-</u> vaka	Frekans
NİSAN				
750	322			
323	1073	0,32837877	698	3
1074	1824	0,68169175	1449	10
1825	2575	1,03500472	2200	7
2576	3326	1,3883177	2951	4
3327	4077	1,74163067	3702	3
4078	4828	2,09494365	4453	1
4829	5579	2,44825662	5204	2
5580				
			Toplam	30

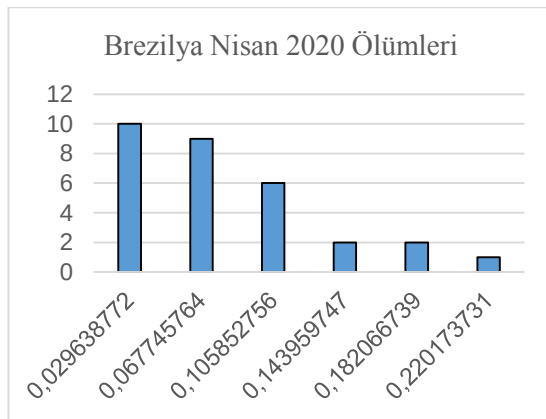
Tablo 4: Brezilya Nisan Ölüm Frekansları

Alt limit (yeni vaka)	Üst limit (yeni vaka)	Dönüştürülmüş (yeni vaka) (100,000 de)	yeni vaka	Frekans
80	22			
23	103	0,02963877	63	10
104	184	0,06774576	144	9
185	265	0,10585276	225	6
266	346	0,14395975	306	2
347	427	0,18206674	387	2
428	508	0,22017373	468	1
509				
			Toplam	30

Şekil 21: Brezilya Nisan Vaka Frekans Grafiği Grafiği



Şekil 22: Brezilya Nisan Ölüm Frekans



Burada sadece Nisan 2020 verileri Şekil 21 ve 22’de örnek olarak gösterilmiştir. Tüm aylara ilişkin frekans tablosu, grafikleri ve olasılık dağılış testleri Kolmogorov Smirnov ve Anderson Darling testleri, verilerin geçerli olduğu tüm aylara için ayrı ayrı gerçekleştirilmiştir. Tüm veriler için yapılan EasyFit programı ile yapılan tüm aylara ve verilere ait değerlendirmeler benzer yapılarda olması nedeniyle yukarıdaki tüm dönemlere ait parametre tahminleri Tablo 2’de özet olarak verilmiştir.

Analize tabi tutulan dönemde tüm verilerin aylık davranışları için uygun olasılık dağılışları aranmıştır. Bu amaçla EasyFit istatistik paket programından elde edilen virüse yakalanma ve ölüm istatistiklerine ait günlük veriler analize tabi tutulan dönem için ay bazlı olarak elde edilmiş sonuçları aşağıda Tablo 5’de sunulmuştur. Tabloda bazı istatistik değerlerin elde edilememiş olması, ilgili aylar için dünya sağlık örgüne veri iletilemediği veya yetersiz veri iletildiğinden kaynaklanmaktadır.

Tablo 5: Brezilya İyi Uyum Test İstatistikleri Özet Tablosu

Brezilya	Goodness of Fit						Goodness of Fit					
	Ölüm İstatistikleri - Aylık Uyum İyiliği Test İstatistikleri						Bulaşma İstatistikleri - Aylık Uyum İyiliği Test İstatistikleri					
		Kolmogorov Smirnov		Anderson Darling				Kolmogorov Smirnov		Anderson Darling		
	Dağılım	İstatistik	Derece	istatistik	Derece		Dağılım	İstatistik	Derece	istatistik	Derece	
Oca.20		-	-	-	-			-	-	-	-	
Şub.20		-	-	-	-			-	-	-	-	
Mar.20	Poisson	0,69794	4	34,036	4		Poisson	0,70968	4	-8,1914	1	
Nis.20	Poisson	0,61408	4	42,626	5		Poisson	0,66208	4	56,199	5	
May.20	Poisson	0,51075	4	79,875	5		Poisson	0,48387	4	-1,0813	1	
Haz.20	Poisson	0,4997	4	121,34	5		Poisson	0,574	4	18,813	4	
Tem.20	Poisson	0,5799	4	171,08	5		Poisson	0,54839	4			
Ağu.20	Poisson	0,534	4	87,917	5		Poisson	0,625	4			
Eyl.20	Poisson	0,51572	4	135,36	5		Poisson	0,58065	4			
Eki.20	Poisson	0,65625	4				Poisson	0,49388	4	112,2	5	
Kas.20	Poisson	0,46667	4	61,742	5		Poisson	0,48387	4	-11,669	1	
Ara.20	Poisson	0,58397	4	30,677	5		Poisson	0,60606	4	N/A		
Oca.21	Poisson	0,60606	4	161,47	5		Poisson	0,6129	4	-9,7395	1	
Şub.21	Poisson	0,56575	4	148,12	5		Poisson	0,64516	4	N/A		

Kolmogorov-Smirnov testi, gözlem sayısı az olduğunda, kuyruklarındaki sorunlara karşı çok duyarlı olmamaktadır. Gözlem sayısı genellikle $n \geq 50$ ise Kolmogorov Smirnov testi kullanılması tercih edilmektedir. Shapiro-Wilk testi gözlem sayısı daha az olduğunda ($n < 50$) Kolmogorov-Smirnov testinden daha güçlüdür. Anderson-Darling testi ise parametrik olmayan bir istatistik testi olup örneklem verilerinin belirli bir olasılık dağılımı gösterip göstermediğini sınamak için, yani uygunluk iyiliği sınaması için kullanılmaktadır. Bu sınama Kolmogorov-Smirnov

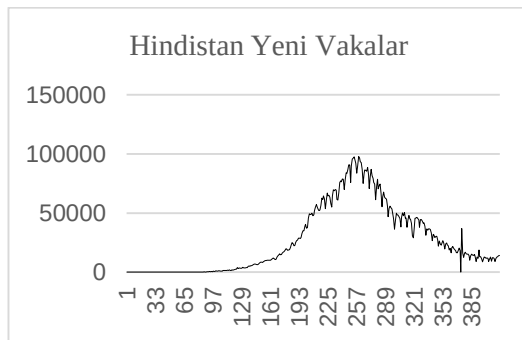
sınamasının değiştirilmesi ve olasılık dağılımının kuyruklarına daha çok ağırlık verilmesi ile ortaya çıkartılmıştır. Anderson-Darling testi pratikte veriler için normal dağılımdan ayrılıp ayrılmadığını incelemek için kullanılan normallik sınaması yöntemleri arasında bulunan en güçlü sınamalardan biri olmakla beraber hem çok küçük (n ile; 25) örneklem sayılı veriler için hem de hacmi 200'ü aşan sanayi kalite kontrol verileri için başarıyla kullanılmaktadır (Mayers, 2013: 595).

Tablo 5 EasyFit 5.5 Professional bilgisayar programı aracılığı ile elde edilmiş olup Brezilya'ya ait aylık ölçekte elde edilmiş bulaşma ve ölüm verilerinin dağılış uyum testleri için elde edilmiş çıktı tablolarıdır. Bu tablolarda boş olarak bırakılmış satırlar, ilgili aya ait veri yetersizliği veya uygunsuzluğu nedeni ile oluşmuştur. Burada Poisson dağılışının parametresinin, ortalama beklenen değeri kullanması nedeni ile ve aynı zamanda uyum derecesi açısından da hipotez testlerinde uygun olması sebebiyle seçilmiştir. Bu şekilde elde edilen sonuçların da kendi içinde yorum uyumu olması açısından da Poisson seçimi tercih edilmiştir. Tablodaki istatistik kolonundaki veriler bulaşma tablosunda λ -bulaşma beklenen değerini, ölüm tablosunda ise μ -ölüm beklenen değeri parametresinin aylık tahmin değerleridir.

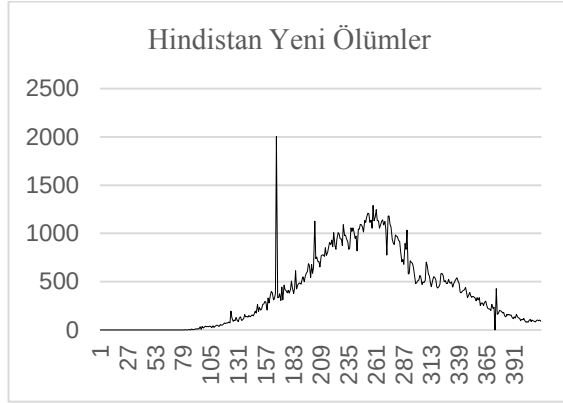
3.5.2. Hindistan Değerlendirmeleri

Aşağıda yer alan 23, 24, 25 ve 26 numaralı şekiller ve Tablo 6 Hindistan için tüm veri periyodunu kapsayan vaka ve ölüm grafikleri ile bu verilerin istatistiksel analizinde kullanılan karşılaştırma amaçlı standardize edilerek dönüştürülmüş grafiklerdir.

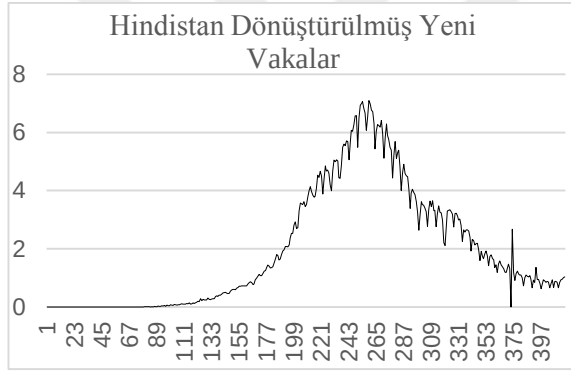
Şekil 23: Hindistan Günlük Vaka Verileri



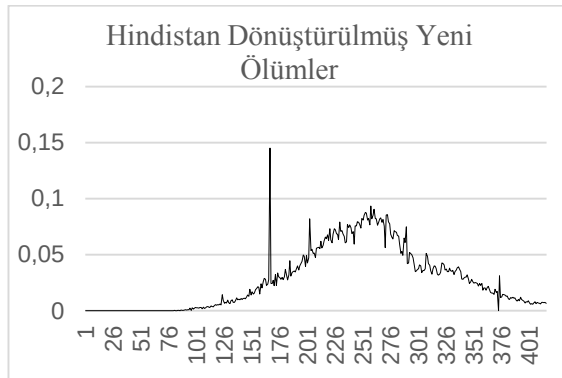
Şekil 24: Hindistan Günlük Ölüm Verileri



Şekil 25: Hindistan Günlük Dönüştürülmüş Vaka Verileri



Şekil 26: Hindistan Günlük Dönüştürülmüş Ölüm Verileri



Tablo 6: Hindistan Aylık Parametre Değişimleri

Hindistan	Mr.20	Ns.20	My.20	Hz.20	Tm.20	Ağ.20	Ey.20	Ek.20	Ks.20	Ar.20	Oc.21	Şb.21
Vakalar λ	53	1085,6	4721	12574	34865	64928	86726	61756	42143	371,42	15437	12709
Ölümler μ	1,7188	34,933	133,38	351,74	603,06	926,13	1089	780,39	511,13	26779	180,57	100,53
$\rho = \lambda/\mu$	30,83	31,07	35,39	35,74	57,81	70,10	79,63	79,13	82,45	0,013	85,49	126,42
$\rho' = \lambda/(\lambda - \mu)$	1,033	1,033	1,029	1,028	1,017	1,014	1,012	1,012	1,012	-0,014	1,011	1,007

Tablo 6’da verilen parametreler dönüştürülmüş verilerden elde edilmiştir. Söz konusu parametre tahminleri yüz binde oran olarak yorumlanmalıdır. Hindistan’a ait tüm aylık veriler analiz edildiğinde çoğu olasılık dağılımlarının benzer yapıda olduğu ve parametre tahminlerinin de buna göre yorumlanabileceği görülmektedir. Hindistan’ın bu süreci tek safhada tamamlayabileceği görülmektedir. ρ trafik yoğunluğu parametresinin her ne kadar Aralık 2020’de -0,013 olarak gerçekleşmiş olması 1. safhanın tamamlandığı bir noktayı belirlemekmekteyse de ρ ve ρ' trafik parametrelerinin değerleri, pandeminin giderek azalma eğiliminde olmasına rağmen devam ettiğini göstermektedir.

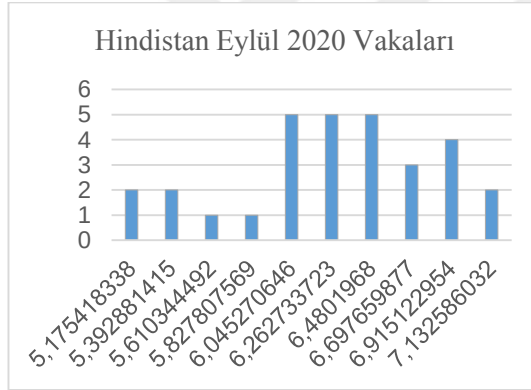
Tablo 7: Hindistan Eylül Vaka Frekansları

<u>AltLimit</u> <u>Yeni_Vaka</u>	<u>ÜstLimit</u> <u>Yeni_Vaka</u>	<u>Dönüştürül.</u> <u>Yeni_Vaka</u>	<u>Yeni_Vaka</u>	<u>Frekans</u>
		(100,000 de)		
EYLÜL				
3000	69920			
69921	72921	5,175418338	71421	2
72922	75922	5,392881415	74422	2
75923	78923	5,610344492	77423	1
78924	81924	5,827807569	80424	1
81925	84925	6,045270646	83425	5
84926	87926	6,262733723	86426	5
87927	90927	6,4801968	89427	5
90928	93928	6,697659877	92428	3
93929	96929	6,915122954	95429	4
96930	99930	7,132586032	98430	2
99931			Toplam	30

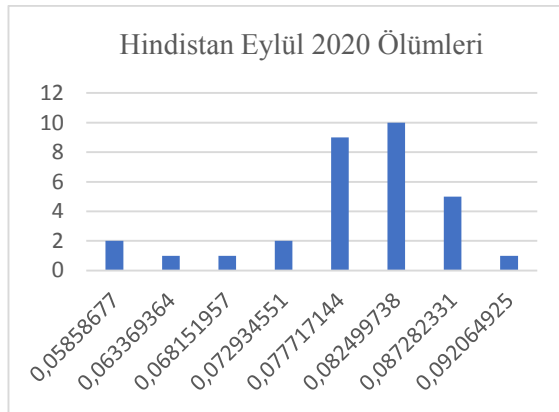
Tablo 8: Hindistan Eylül Ölüm Frekansları

<u>AltLimit</u> <u>Yeni ölüm</u>	<u>ÜstLimit</u> <u>Yeni ölüm</u>	<u>Dönüştürülmüş</u> <u>Yeni ölüm</u> (100,000 de)	<u>Yeni</u> <u>ölümler</u>	<u>Fr</u>
65	775			
776	841	0,05858677	808	2
842	907	0,063369364	874	1
908	973	0,068151957	940	1
974	1039	0,072934551	1006	2
1040	1105	0,077717144	1072	9
1106	1171	0,082499738	1138	10
1172	1237	0,087282331	1204	5
1238	1303	0,092064925	1270	1
1304			Toplam	31

Şekil 27: Hindistan Eylül Vaka Frekans Grafiği



Şekil 28: Hindistan Eylül Ölüm Frekans Grafiği

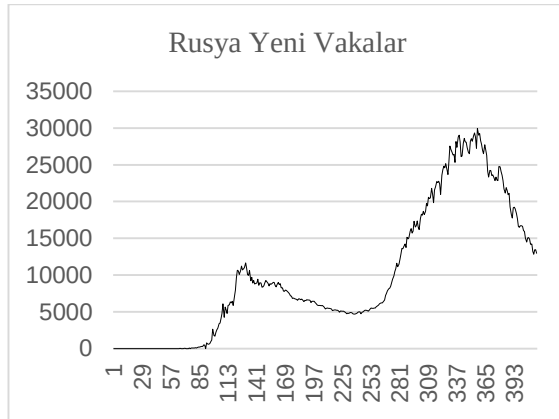


Tablo 9: Hindistan İyi Uyum Test İstatistikleri Özet Tablosu

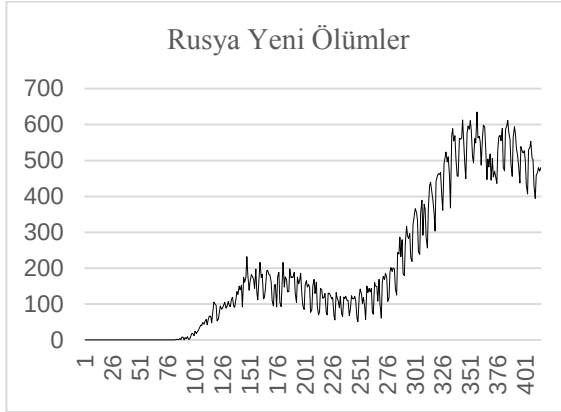
Hindistan	Goodness of Fit						Goodness of Fit					
	Ölüm İstatistikleri - Aylık Uyum İyiliği Test İstatistikleri						Bulaşma İstatistikleri - Aylık Uyum İyiliği Test İstatistikleri					
		Kolmogorov Smirnov		Anderson Darling			Kolmogorov Smirnov		Anderson Darling			
	Dağılım	İstatistik	Derece	istatistik	Derece		Dağılım	İstatistik	Derece	istatistik	Derece	
Oca.20												
Şub.20												
Mar.20	Poisson	0,48745	1	7,7035	1		Poisson	0,60606	4	259,93	4	
Nis.20	Poisson	0,32259	2	25,881	5		Poisson	0,51404	4	23,011	5	
May.20	Poisson	0,38921	3	39,588	5		Poisson	0,58017	4	31,386	5	
Haz.20	Poisson	0,40107	3	78,127	5		Poisson	0,58621	4	134,31	5	
Tem.20	Poisson	0,45148	3	114,36	5		Poisson	0,51613	4	-15	1	
Ağu.20	Poisson	0,35532	3	19,116	4		Poisson	0,5	3	-16	1	
Eyl.20	Poisson	0,44839	3	24,887	4		Poisson	0,46667	2	-7,2658	1	
Eki.20	Poisson	0,51205	4	137,96	5		Poisson	0,59683	4	23,18	4	
Kas.20	Poisson	0,29467	3	11,396	4		Poisson	0,6	4	362,09	5	
Ara.20	Poisson	0,52097	4	4,4733	3		Poisson	0,47363	3	63,864	5	
Oca.21	Poisson	0,46609	3	34,911	5		Poisson	0,44736	3	7,8253	2	
Şub.21	Poisson	0,2227	3	2,6137	2		Poisson	0,54839	4	304,96	5	

3.5.3. Rusya Değerlendirmeleri

Rusya ile ilgili değerlendirmelere esas teşkil edecek grafikler aşağıda yer almaktadır. İncelendiğinde genel olarak iki safhalı bir pandemi yaşandığı görülmektedir. ikinci aşamanın ise düşüş trendinde olduğu görülmektedir.

Şekil 29: Rusya Günlük Vaka Verileri

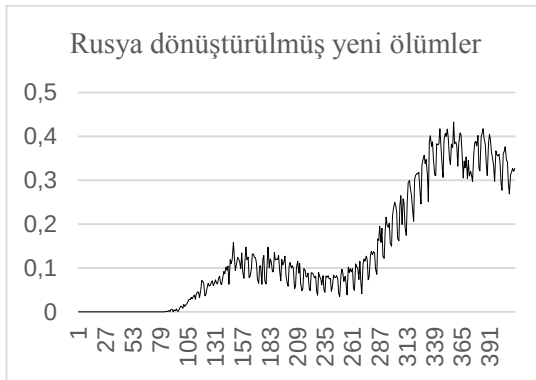
Şekil 30: Rusya Günlük Ölüm Verileri



Şekil 31: Rusya Günlük Dönüştürülmüş Vaka Verileri



Şekil 32: Rusya Günlük Dönüştürülmüş



Rusya'ya ait Şekil 29, Şekil 30, Şekil 31 ve Şekil 32'de pandeminin iki ana dalgaya sahip olduğu görülmektedir. Tablo 9'da ise aylık periyodların poisson

dağılımına uyum sağladığı anlaşılmaktadır. İlk dalganın sonlarına doğru 250'inci gün sonrasında ikinci dalganın başladığı görülmektedir. Rusya'da ikinci dalgadaki yeni vakaların azaldığı dönemde ölümlerin devam ettiği grafikteki yüksek değişkenlikten anlaşılmaktadır.

Tablo 10: Rusya Aylık Parametre Değişimleri

Rusya	Mr.20	Ns.20	My.20	Hız.20	Tm.20	Ağ.20	Ey.20	Ek.20	Ks.20	Ar.20	Oc.21	Şb.21
Vakalar λ	85,871	3574,4	9690,9	8066,3	6205,7	103,77	5017	14272	22596	27896	22482	13877
Ölümler μ	0,625	39,933	112,7	164,71	150,03	6028,5	116,73	235,13	397,4	554,26	519,29	458
$\rho = \lambda/\mu$	137,39	89,50	85,98	48,97	41,36	0,017	42,97	60,69	56,85	50,33	43,29	30,29
$\rho' = \lambda/(\lambda-\mu)$	1,007	1,011	1,011	1,02	1,024	-0,017	1,023	1,016	1,017	1,02	1,023	1,034

Yukarıdaki tabloda görülen 2020 Mayıs ayı yeni vaka sayısı 9690,9 ilk dalganın, 2020 Aralık ayı yeni vaka sayısı 27896 ikinci dalganın tepe noktalarını işaret etmektedir. Yaşanan ölümlerin 2020 Ağustos ayı içerisinde zirve yaptığı görülmektedir. Rusya'ya ait aylık vaka ve ölüm analizleri için kullanılan frekans tablolarından bir örnek olarak Temmuz 2020 verilerine ait tablolar aşağıda görüldüğü gibidir.

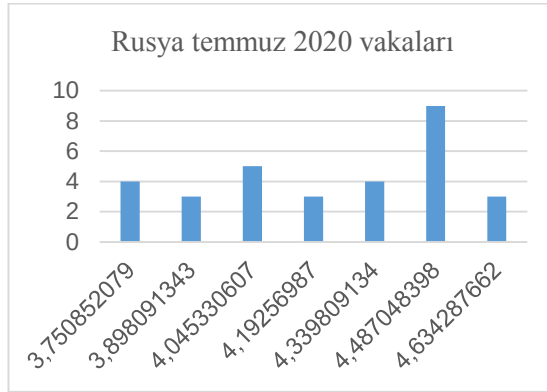
Tablo 11: Rusya Temmuz Vaka Frekansları

AltLimit yeni_vakalar	ÜstLimit yeni_vakalar	Dönüştürül. yeni_vakalar	yeni_ vakalar	Fre-kans
		(100,000 de)		
TEMMUZ				
215	5394			
5395	5610	3,75085208	5502	4
5611	5826	3,89809134	5718	3
5827	6042	4,04533061	5934	5
6043	6258	4,19256987	6150	3
6259	6474	4,33980913	6366	4
6475	6690	4,4870484	6582	9
6691	6906	4,63428766	6798	3
6907				
			Toplam	31

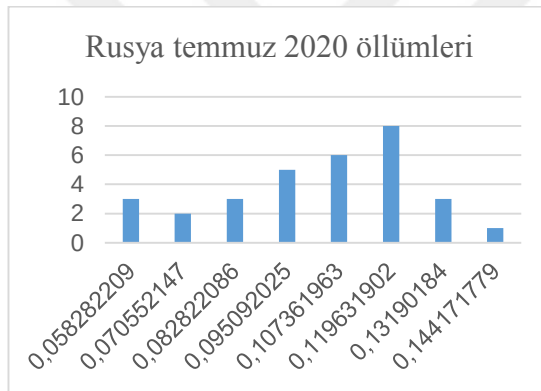
Tablo 12: Rusya Temmuz Ölüm Frekansları

AltLimit Yeni_ölümler	ÜstLimit yeni_ölümler	Dönüştürül. Yeni_ölümler	Yeni_ ölümler	Fre- kans
		(100,000 de)		
17	76			
77	94	0,05828221	85	3
95	112	0,07055215	103	2
113	130	0,08282209	121	3
131	148	0,09509202	139	5
149	166	0,10736196	157	6
167	184	0,1196319	175	8
185	202	0,13190184	193	3
203	220	0,14417178	211	1
221				
			Toplam	31

Şekil 33: Rusya Temmuz Vaka Frekans Grafiği



Şekil 34: Rusya Temmuz Ölüm Frekans Grafiği



Rusya Temmuz 2020 vakaları için uygun frekans aralığı 215 olarak tespit edildikten sonra elde edilen frekanslar Tablo 11 'de görüldüğü gibidir. Nüfusa bağlı olarak elde edilen vaka oranları yüz binde 3,75 – 4,63 aralığında değişmektedir.

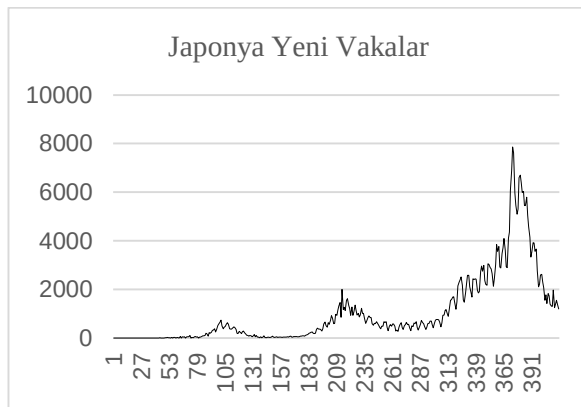
Temmuz 2020 ayı için günlük ölüm sayıları 76 – 221 arasında değiştiği görülmektedir. Bunların nüfusa bağlı yorumlanmasında ise yüz binde 0,058 – 0,144 arasında değiştiği görülmektedir. Poisson sürecine ait trafik parametresi 41,36 olarak belirlenmiştir.

Tablo 13: Rusya İyi Uyum Test İstatistikleri Özet Tablosu

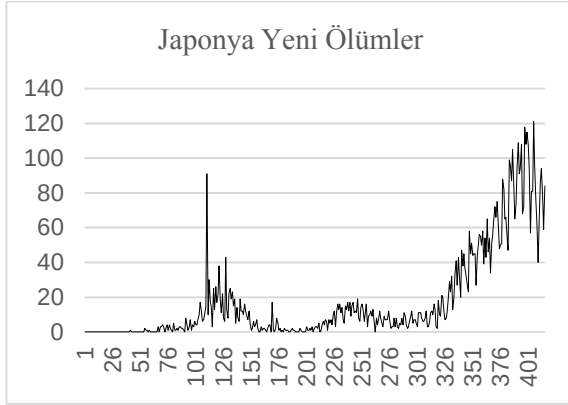
Rusya	Goodness of Fit						Goodness of Fit					
	Ölüm İstatistikleri - Aylık Uyum İyiliği Test İstatistikleri						Bulaşma İstatistikleri - Aylık Uyum İyiliği Test İstatistikleri					
		Kolmogorov Smirnov		Anderson Darling				Kolmogorov Smirnov		Anderson Darling		
	Dağılım	İstatistik	Derece	istatistik	Derece		Dağılım	İstatistik	Derece	istatistik	Derece	
Oca.20												
Şub.20												
Mar.20	Poisson	0,53526	2	11,203	1		Poisson	0,58621	3	324,71	4	
Nis.20	Poisson	0,45889	4	73,32	5		Poisson	0,51724	4	103,72	5	
May.20	Poisson	0,38183	3	32,573	5		Poisson	0,58065	4	181,78	5	
Haz.20	Poisson	0,3669	3	32,926	5		Poisson	0,46662	3	143,35	5	
Tem.20	Poisson	0,36629	3	23,081	5		Poisson	0,49516	2	115,99	4	
Ağu.20	Poisson	0,58059	4	45,33	5		Poisson	0,44349	3	23,35	5	
Eyl.20	Poisson	0,38721	3	32,048	5		Poisson	0,34299	2	-27,959	3	
Eki.20	Poisson	0,44466	4	81,774	5		Poisson	0,48387	3	-3,8662	1	
Kas.20	Poisson	0,36183	3	51,019	5		Poisson	0,5	3	132,55	5	
Ara.20	Poisson	0,37768	3	10,219	2		Poisson	0,53654	2	85,885	4	
Oca.21	Poisson	0,3314	3	20,254	4		Poisson	0,58065	3	208,89	5	
Şub.21	Poisson	0,30471	3	22,148	4		Poisson	0,51613	3	161,75	5	

3.5.4. Japonya Değerlendirmeleri

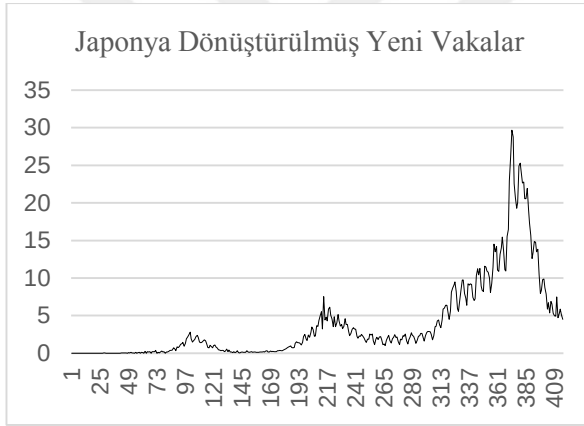
Japonya ile ilgili değerlendirmelere esas teşkil edecek grafikler aşağıda yer almaktadır. İncelendiğinde kendi içerisinde dalgalanmaları olan tek safhalı bir pandeminin azalmakta olduğu görülmektedir.

Şekil 35: Japonya Günlük Vaka Verileri

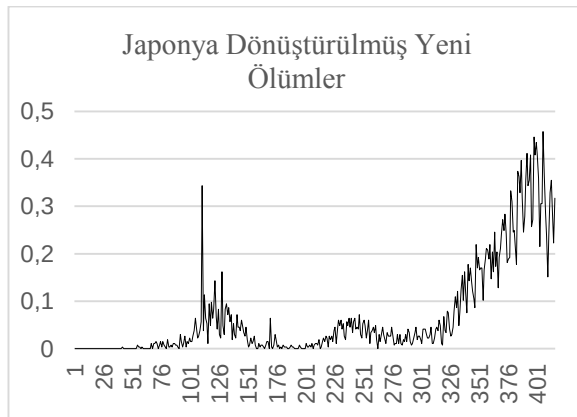
Şekil 36: Japonya Günlük Ölüm Verileri



Şekil 37: Japonya Günlük Dönüştürülmüş Vaka Verileri



Şekil 38: Japonya Günlük Dönüştürülmüş Ölüm Verileri



Japonya için yeni vakalardan oluşan grafikte, art arda gelen ve gittikçe büyüyen üç dalga görülmektedir.

Ölümlerin yaşandığı Şekil 36 ve Şekil 38’de, ilk dalga ortalama 105’inci güne denk gelmektedir. İkinci dalga 235’inci güne denk gelen ve yaşanmış en düşük yoğunluğa sahip dalga olarak görülürken üçüncü ve son dalganın 365’inci gün itibariyle zirveye ulaştığı ve yoğunluğunu koruyarak devam ettiği söylenebilir.

Tablo 14: Japonya Aylık Parametre Değişimleri

Japonya	Mr.20	Ns.20	My.20	Hz.20	Tm.20	Ağ.20	Ey.20	Ek.20	Ks.20	Ar.20	Oc.21	Şb.21
Vakalar												
λ	60,364	403,4	96,813	57,533	505,81	1082,1	503,47	565,16	1530,1	2721,9	5169	1544,2
Ölümler												
μ	2,0606	9,6667	15,75	2,4516	1,3714	8,1935	9,5	5,5484	11,667	42,129	70,935	74,097
$\rho = \lambda/\mu$	29,29	41,73	6,14	23,46	368,82	132,06	52,99	101,86	131,14	64,60	72,86	20,84
$\rho' = \lambda/(\lambda-\mu)$	1,035	1,024	1,19	1,044	1,0027	1,0076	1,019	1,0099	1,007	1,015	1,013	1,05

Yukarıdaki Tablo 14’de görülen Japon yeni vakaların aylık analizine göre 2020 Nisan, 2020 Ağustos ve 2021 Ocak ayları, dalgaların zirve yaptıkları aylar olarak yorumlanabilmektedir. Ölümlerin yaşandığı aylık grafiğe göre ise 2020 Mayıs ve 2021 Ocak/Şubat ayları ortalamanın üzerinde yoğunluk yaşanan ayları olarak görülmektedir.

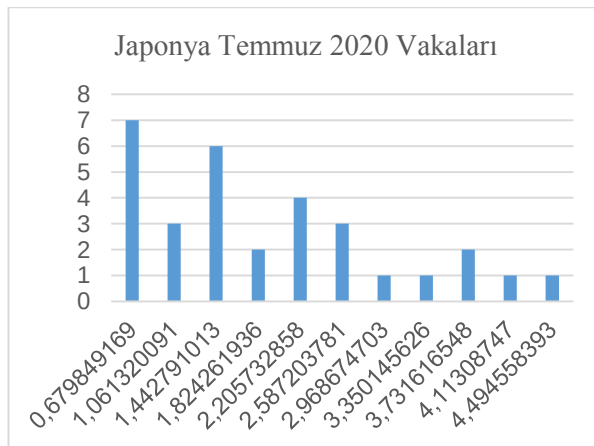
Tablo 15: Japonya Temmuz Vaka Frekansları

<u>AltLimit</u> <u>Yeni vaka</u>	<u>ÜstLimit</u> <u>Yeni vaka</u>	<u>Dönüştürülmüş</u> <u>Yeni vaka</u> (100,000 de)	<u>Yeni_</u> <u>vaka</u>	<u>Fr-</u> <u>kans</u>
TEMmuz				
100	129			
130	230	0,67984917	180	7
231	331	1,06132009	281	3
332	432	1,44279101	382	6
433	533	1,82426194	483	2
534	634	2,20573286	584	4
635	735	2,58720378	685	3
736	836	2,9686747	786	1
837	937	3,35014563	887	1
938	1038	3,73161655	988	2
1039	1139	4,11308747	1089	1
1140	1240	4,49455839	1190	1
1324			Toplam	31

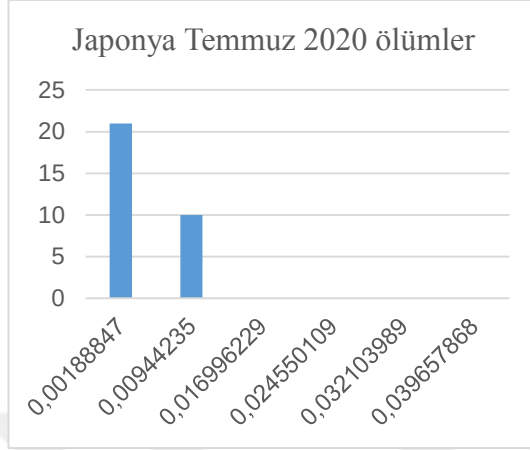
Tablo 16: Japonya Temmuz Ölüm Frekansları

<u>AltLimit</u> <u>Yeni ölüm</u>	<u>ÜstLimit</u> <u>Yeni ölüm</u>	<u>Dönüştürülmüş</u> <u>Yeni ölüm</u> (100,000 de)	<u>Yeni_</u> <u>ölüm</u>	<u>Fr-</u>
1	-1			
0	1	0,00188847	0	21
2	3	0,00944235	2	10
4	5	0,01699623	4	0
6	7	0,02455011	6	0
8	9	0,03210399	8	0
10	11	0,03965787	10	0
12			toplam	31

Şekil 39: Japonya Temmuz Vaka Frekans Grafiği



Şekil 40: Japonya Temmuz Ölüm Frekans Grafiği



Temmuz 2020 ayına ait günlük vakaların uygun frekans aralığı 100 olarak tespit edildikten sonra vaka sayılarının 129 ile 1324 arasında değiştiği görülmektedir. Nüfusa bağlı olarak elde edilen vaka oranı yüz binde 0,67 – 4,49 arasında değişmektedir.

Günlük ölüm sayılarının 0 ile 12 arasında değiştiği görülen Japonya verilerinde, nüfusa orantılı olarak ölüm oranlarının 0,0018 – 0,0396 arasında değiştiği görülmektedir.

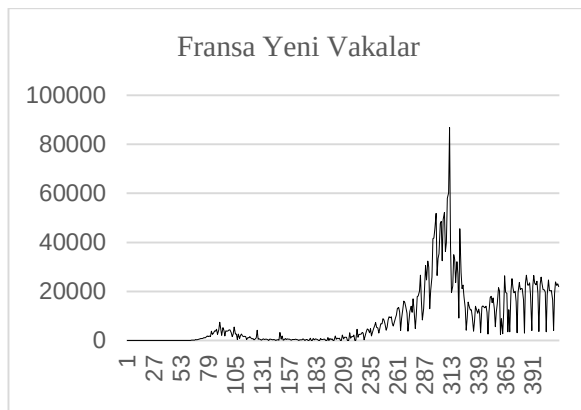
Temmuz 2020 ayına ait poisson süreci trafik parametresine göre 368,83 olarak görülen zirve noktası sonrasında iyileşme sürecine girdiğini göstermektedir.

Tablo 17: Japonya İyi Uyum Test İstatistikleri Özet Tablosu

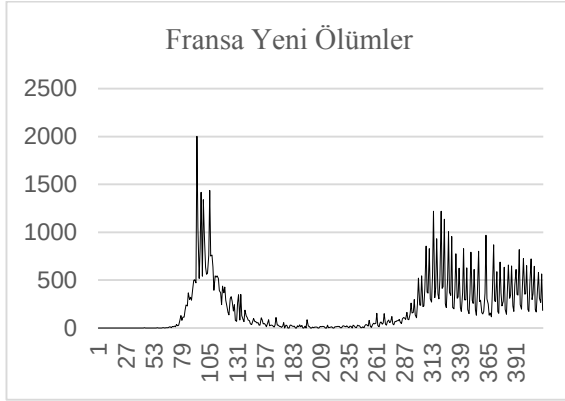
Japonya	Goodness of Fit						Goodness of Fit				
	Ölüm İstatistikleri - Aylık Uyum İyiliği Test İstatistikleri						Bulaşma İstatistikleri - Aylık Uyum İyiliği Test İstatistikleri				
		Kolmogorov Smirnov	Anderson Darling					Kolmogorov Smirnov	Anderson Darling		
	Dağılım	İstatistik	Derece	istatistik	Rank		Dağılım	İstatistik	Derece	istatistik	Rank
Oca.20											
Şub.20	Poisson	0,82353	4				Poisson	0,57143	3	-3,7298	1
Mar.20	Poisson	0,38985	1	4,4232	1		Poisson	0,49816	5	44,738	5
Nis.20	Poisson	0,52016	5	29,249	5		Poisson	0,49237	4	78,277	5
May.20	Poisson	0,53125	4	10,374	3		Poisson	0,6875	4	206,24	5
Haz.20	Poisson	0,70968	4	6,1174	2		Poisson	0,45192	3	30,815	5
Tem.20	Poisson	0,6	3	6,2634	2		Poisson	0,51613	4	153,61	5
Ağu.20	Poisson	0,54836	4	8,0135	4		Poisson	0,54621	4	163,3	5
Eyl.20	Poisson	0,56667	4	2,7837	2		Poisson	0,5	3	85,051	5
Eki.20	Poisson	0,51613	4	2,793	2		Poisson	0,54839	3	82,692	5
Kas.20	Poisson	0,73333	4	7,3674	3		Poisson	0,53333	4	42,461	5
Ara.20	Poisson	0,51613	4	6,2287	2		Poisson	0,50898	4	88,67	5
Oca.21	Poisson	0,51561	4	19,631	5		Poisson	0,5	4	130,89	5
Şub.21	Poisson	0,54839	4	110,87	5		Poisson	0,58065	3	131,11	5

3.5.5. Fransa Değerlendirmeleri

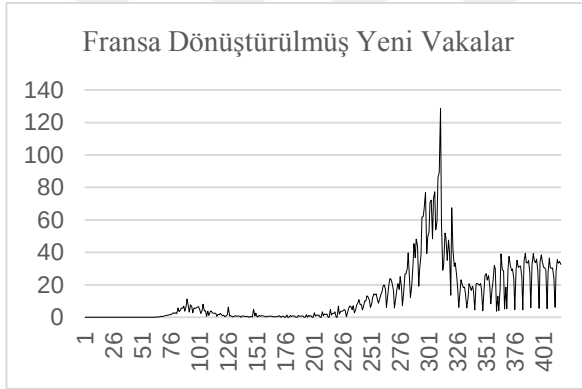
Fransa ile ilgili değerlendirmelere esas teşkil edecek grafikler aşağıda yer almaktadır. İncelendiğinde genel olarak iki safhalı bir pandemi yaşandığı görülmektedir. İkinci aşamanın ise düşüş trendinde olduğu görülmektedir.

Şekil 41: Fransa Günlük Vaka Verileri

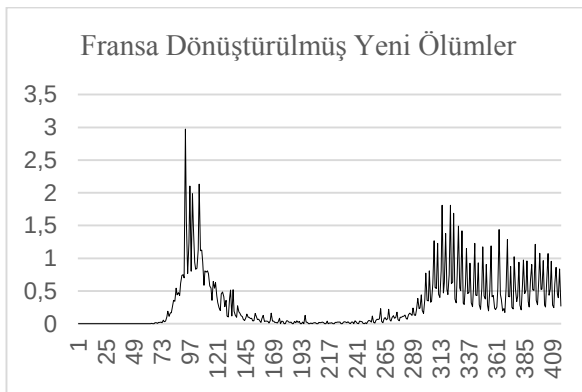
Şekil 42: Fransa Günlük Ölüm Verileri



Şekil 43: Fransa Günlük Dönüştürülmüş Covid Verileri



Şekil 44: Fransa Günlük Dönüştürülmüş Ölüm Verileri



Fransa için yapılan analizde Şekil 41 ve Şekil 43’deki günlük covid verileri ile Şekil 42 ve Şekil 44’de yer alan günlük ölüm verileri iki dalgalı ve possion sürecine uygun bir grafik sunmaktadır. Yeni vakalara ait tepe noktaları 300’üncü günden sonra yaşanırken diğer günlerin tepe noktasına göre oldukça düşük olduğu görülmektedir. Ölüm verileri incelendiği takdirde ilk dalganın ikinci dalgaya göre daha büyük olduğu görülürken ikinci dalganın ilk dalga tepe noktası kadar yüksek olmasa da uzun sürdüğü ve yoğunluğun daha fazla yaşandığı açık bir şekilde görülmektedir.

Tablo 18: Fransa Aylık Parametre Değişimleri

Fransa	Şb.20	Mr.20	Ns.20	My.20	Hız.20	Tm.20	Ağ.20	Ey.20	Ek.20	Ks.20	Ar.20	Oc.21	Şb.21
Vaka λ	1,86	1535,7	2869,5	566,39	309,71	634,84	2980	8751,3	369,55	133,42	55,87	324,32	272,87
Ölüm μ	1,2	107,26	744	152	36,625	13	11,844	36,189	25381	29486	12188	18011	18577
$\rho = \lambda/\mu$	1,55	14,31	3,85	3,72	8,45	48,83	251,6	241,82	0,014	0,004	0,004	0,018	0,014
$\rho' = \lambda/(\lambda-\mu)$	0	1,075	1,35	1,36	1,13	1,02	1,003	1,004	-0,014	-0,004	-0,004	-0,01	-0,014

Yukarıdaki Tablo 18’de, yeni vakalar için ilk dalga 2020 Nisan ve ikinci dalga 2020 Eylül olarak görülmektedir. Günlük ölüm verileri için 2020 Nisan ve 2020 Kasım aylarının iki dalgaya ait tepe noktaları görülmektedir. ρ ve ρ' trafik yoğunluğu 2020 Ağustos ayında yaşanan zirve sonrasında düşüşün hakim olduğunu ve yoğunluğun sıfır derecesine kadar düştüğünü göstermektedir.

Tablo 19: Fransa Temmuz Vaka Frekansları

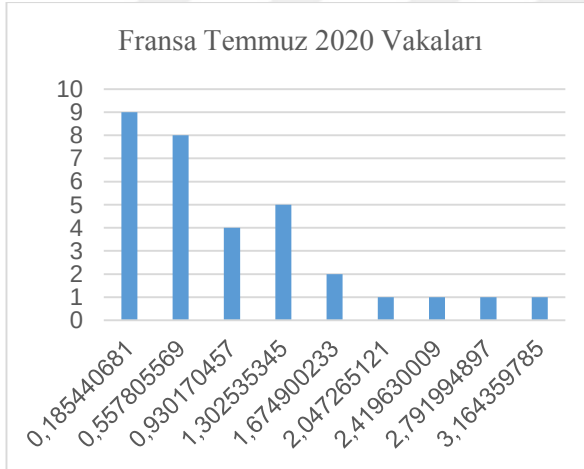
Alt Limit Yeni_vaka	Üst Limit Yeni_vaka	Dönüştürülmüş yeni_vaka (100,000 de)	Yeni_vaka	Frek- ans
250	-1			
0	250	0,18544068	125	9
251	501	0,55780557	376	8
502	752	0,93017046	627	4
753	1003	1,30253534	878	5
1004	1254	1,67490023	1129	2
1255	1505	2,04726512	1380	
1506	1756	2,41963001	1631	1
1757	2007	2,7919949	1882	1

2008	2258	3,16435978	2133	1
2259			toplam	32

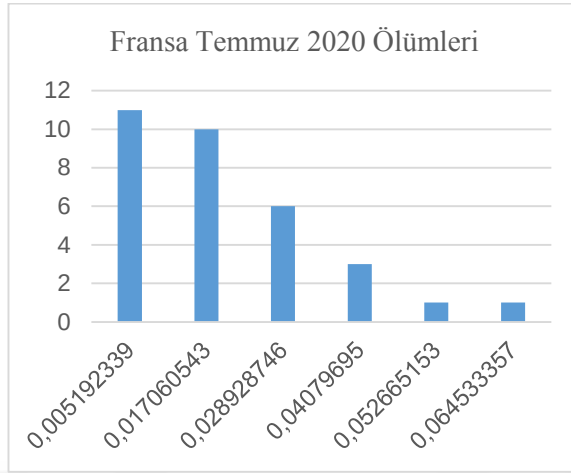
Tablo 20: Fransa Temmuz Ölüm Frekansları

Alt Limit Yeni_ölüm	Üst Limit Yeni_ölüm	Dönüş. Yeni_ölüm (100,000 de)	Yeni- ölüm	Frek ans
7	-1			
0	7	0,0051923	3	11
8	15	0,0170605	11	10
16	23	0,0289287	19	6
24	31	0,0407969	27	3
32	39	0,0526652	35	1
40	47	0,0645334	43	1
48			Toplam	32

Şekil 45: Fransa Temmuz Vaka Frekans Grafiği



Şekil 46: Fransa Temmuz Ölüm Frekans Grafiği



Fransa Temmuz ayı vaka frekans grafiği Tablo 19’da uygun frekans aralığı 250 olarak tespit edilmiştir. Temmuz ayına ait günlük vaka sayıları 250 – 2259 arasında değişmektedir. Nüfusa bağlı elde edilen vaka oranı yüz binde 0,18 – 3,16 arasında değişmektedir. Günlük ölümlerin 0 – 48 sayıları arasında değiştiği ve nüfusa bağlı oranların 0,005 – 0,064 arasında değiştiği görülmektedir.

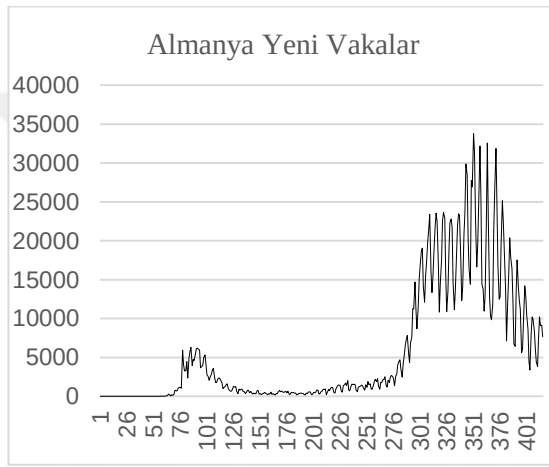
Tablo 21: Fransa İyi Uyum Test İstatistikleri Özet Tablosu

Fransa	Goodness of Fit						Goodness of Fit					
	Ölüm İstatistikleri - Aylık Uyum İyiliği Test İstatistikleri						Bulaşma İstatistikleri - Aylık Uyum İyiliği Test İstatistikleri					
		Kolmogorov Smirnov	Anderson Darling					Kolmogorov Smirnov	Anderson Darling			
	Dağılım	İstatistik	Derece	istatistik	Derece		Dağılım	İstatistik	Derece	istatistik	Derece	
Oca.20												
Şub.20	Poisson	0,52738	3	13,591	2		Poisson	0,4433	2	7,5296	1	
Mar.20	Poisson	0,64424	4	28,156	4		Poisson	0,5625	4	-12,762	1	
Nis.20	Poisson	0,625	4	458,9	5		Poisson	0,6129	4	100,19	5	
May.20	Poisson	0,54809	4	183,65	5		Poisson	0,7741	5	187,43	5	
Haz.20	Poisson	0,62681	5	75,518	5		Poisson	0,56412	4	52,317	5	
Tem.20	Poisson	0,3427	3	26,431	5		Poisson	0,53125	4	-5,3976	1	
Ağu.20	Poisson	0,34908	4	26,262	5		Poisson	0,53125	4	219,36	5	
Eyl.20	Poisson	0,49593	4	58,53	5		Poisson	0,56667	4	104,27	5	
Eki.20	Poisson	0,54839	4				Poisson	0,5177	4	85,194	5	
Kas.20	Poisson	0,56667	4				Poisson	0,51613	4	206,96	5	
Ara.20	Poisson	0,64516	4	356,92	5		Poisson	0,63333	4	234,48	5	
Oca.21	Poisson	0,69697	4				Poisson	0,4998	4	65,456	5	
Şub.21	Poisson	0,75758	5	371,98	5		Poisson	0,61091	4	190,74	5	

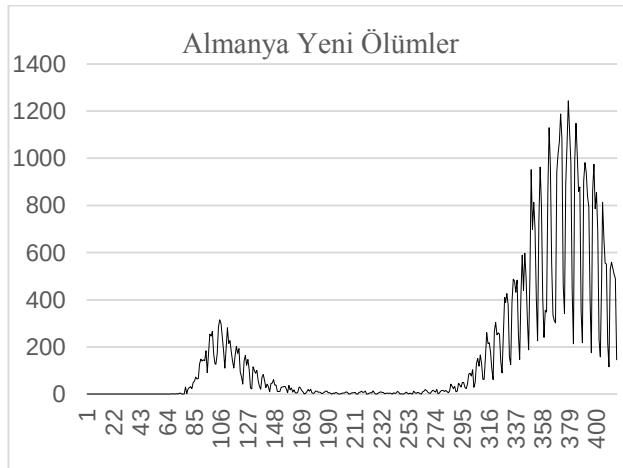
3.5.6. Almanya Değerlendirmeleri

Almanya ile ilgili değerlendirmelere esas teşkil edecek grafikler aşağıda yer almaktadır. İncelendiğinde genel olarak iki safhalı bir pandemi yaşandığı görülmektedir. İlk dalganın çok küçük, ikinci dalganın ise birinciye oranla çok yüksek olduğu görülmektedir. İkinci dalгада sönümlenme noktasına yaklaşmıştır.

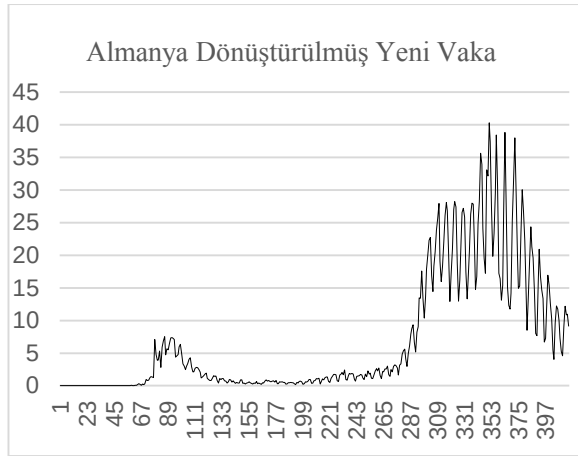
Şekil 47: Almanya Günlük Vaka Verileri



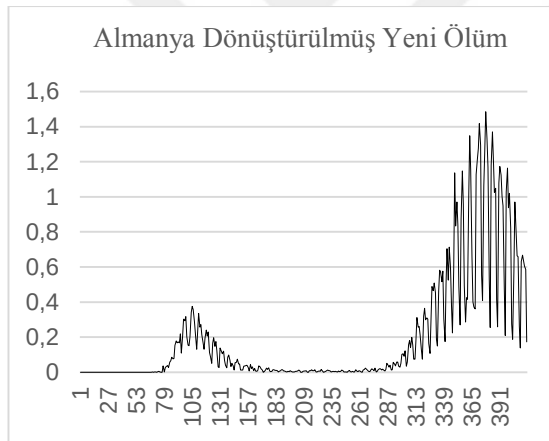
Şekil 48: Almanya Günlük Ölüm Verileri



Şekil 49: Almanya Günlük Dönüştürülmüş Vaka Verileri



Şekil 50: Almanya Günlük Dönüştürülmüş Ölüm Verileri



Almanya için yapılan analizde Şekil 47 ve Şekil 49'daki günlük vaka verileri ile Şekil 48 ve Şekil 50'de yer alan ölüm verilerinin poisson sürecine uyum sağladığı görülmektedir. Ortalama 80'inci gün ve 280'inci günlerde başlayan iki dalga görülmektedir. İkinci dalganın zirve noktası daha yüksekte ve yoğunluk olarak daha uzun sürdüğü gözlenmektedir.

Tablo 22: Almanya Aylık Parametre Değişimleri

Almanya	Mr.20	Ns.20	My.20	Hız.20	Tm.20	Ağ.20	Ey.20	Ek.20	Ks.20	Ar.20	Oc.21	Şb.21
Vaka λ	2088,2	3299,3	717,8	433,47	441,28	1110,2	1557,2	7287,7	18028	21793	15910	7794,2
Ölüm μ	20,452	192	72,83	15,133	5,2069	5,2581	6,4	33,667	201,28	538,61	768,19	450,88
$\rho = \lambda/\mu$	102,10	17,18	9,85	28,64	84,74	211,14	243,31	216,46	89,56	40,46	20,71	17,28
$\rho' = \lambda/(\lambda-\mu)$	1,009	1,061	1,11	1,036	1,011	1,0047	1,0041	1,004	1,011	1,02	1,05	1,06

Yukarıdaki Tablo 22’de görüldüğü üzere yeni vakalar 2020 Nisan ayında ilk dalganın zirvelerini gördükten sonra ikinci dalganın tepe noktası 2020 Aralık ayına denk gelmektedir. Ölüm vakalarının analizinde ise 2020 Nisan ve 2021 Ocak ayındaki tepe noktaları görülmektedir. ρ ve ρ' trafik parametrelerinde ilk dalgaya karşılık gelen 2020 Mart ayı ve ikinci dalgaya denk gelen 2020 Eylül ayı gözlenmektedir.

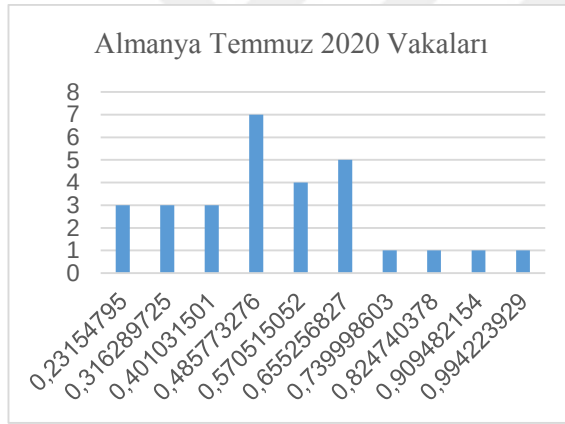
Tablo 23: Almanya Temmuz Vaka Frekansları

Alt Limit Yeni vaka	Üst Limit Yeni vaka	Dönüştürülmüş Yeni vaka	Yeni vaka	Fre kans
(100,000 de)				
TEMMUZ				
70	158			
159	229	0,231548	194	3
230	300	0,31629	265	3
301	371	0,401032	336	3
372	442	0,485773	407	7
443	513	0,570515	478	4
514	584	0,655257	549	5
585	655	0,739999	620	1
656	726	0,82474	691	1
727	797	0,909482	762	1
798	868	0,994224	833	1
869				
			toplam	29

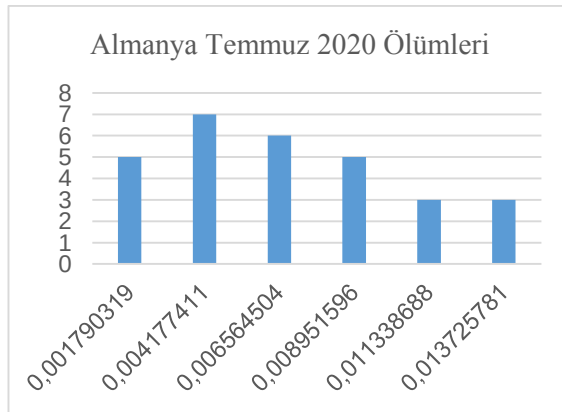
Tablo 24: Almanya Temmuz Ölüm Frekansları

Alt Limit Yeni ölüm	Üst Limit Yeni ölüm	Dönüş. Yeni ölüm (100,000 de)	Yeni ölüm	Fr
1	0			
1	2	0,00179	1	5
3	4	0,004177	3	7
5	6	0,006565	5	6
7	8	0,008952	7	5
9	10	0,011339	9	3
11	12	0,013726	11	3
13				
			toplam	29

Şekil 51: Almanya Temmuz Vaka Frekans Grafiği



Şekil 52: Almanya Temmuz Ölüm Frekans



Almanya vaka frekansları grafiği Tablo 23’de, temmuz ayı için uygun frekans aralığı 70 olarak belirlenmiştir. Yaşanan vakaların 158 – 869 arasında yaşanmasına karşılık gelen nüfusa bağlı olarak elde edilmiş vaka oranı yüz binde 0,23 – 0,99 arasında değiştiği görülmektedir. Ölüm frekansları grafiği Tablo 24’de ise günlük ölüm sayılarının 1 – 13 aralığında olduğu, günlük ölüm oranlarının ise 0,0017 ile 0,013 arasında olduğu görülmektedir.

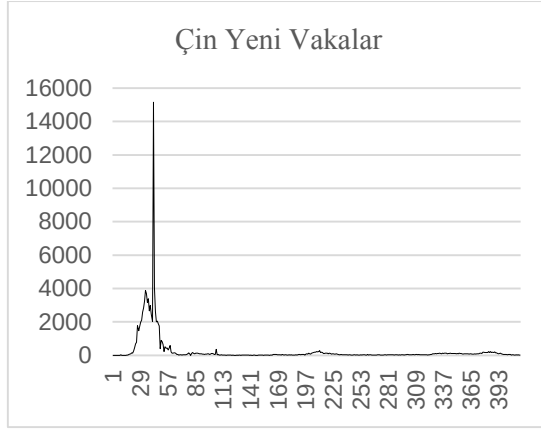
Tablo 25: Almanya İyi Uyum Test İstatistikleri Özet Tablosu

Almanya	Goodness of Fit					Goodness of Fit				
	Ölüm İstatistikleri - Aylık Uyum İyiliği Test İstatistikleri					Bulaşma İstatistikleri - Aylık Uyum İyiliği Test İstatistikleri				
		Kolmogorov Smirnov	Anderson Darling				Kolmogorov Smirnov	Anderson Darling		
	Dağılım	İstatistik	Derece	İstatistik	Derece		Dağılım	İstatistik	Derece	İstatistik
Oca.20										
Şub.20	Poisson	0,52738	3	13,591	2		Poisson	0,43214	1	7,8609
Mar.20	Poisson	0,64498	4	123	4		Poisson	0,625	4	27,489
Nis.20	Poisson	0,42901	3	62,314	5		Poisson	0,5992	4	32,075
May.20	Poisson	0,46976	4	119,98	5		Poisson	0,41935	4	63,475
Haz.20	Poisson	0,40102	4	54,259	5		Poisson	0,47816	4	187,2
Tem.20	Poisson	0,22345	5	2,6366	1		Poisson	0,49922	4	73,261
Ağu.20	Poisson	0,28994	2	4,6617	2		Poisson	0,4375	4	298,86
Eyl.20	Poisson	0,29826	4	10,888	4		Poisson	0,46667	4	132,93
Eki.20	Poisson	0,45221	4	94,534	5		Poisson	0,6129	4	
Kas.20	Poisson	0,5157	4	162,97	5		Poisson	0,53295	4	75,756
Ara.20	Poisson	0,45161	4	223,33	5		Poisson	0,51613	4	43,8
Oca.21	Poisson	0,5625	4	114,26	5		Poisson	0,48387	4	3,7582
Şub.21	Poisson	0,49835	4	70,355	5		Poisson	0,51613	4	10,396

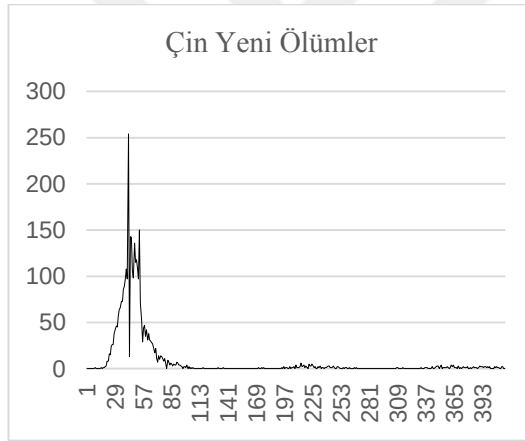
3.5.7. Çin Değerlendirmeleri

Çin ile ilgili değerlendirmelere esas teşkil edecek grafikler aşağıda yer almaktadır. İncelendiğinde genel olarak tek safhalı bir pandemi yaşandığı görülmektedir. Çin pandemisinin tüm ülkelerden önce başladığı ve yine çok önce sönmüldüğü diğer ülkelere kıyaslandığında açıkça görülüp dikkat çekmektedir.

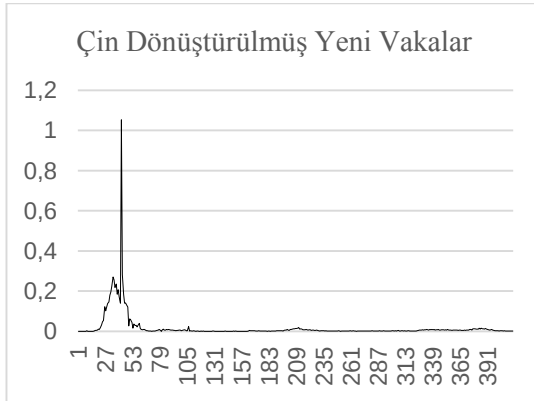
Şekil 53: Çin Günlük Vaka Verileri



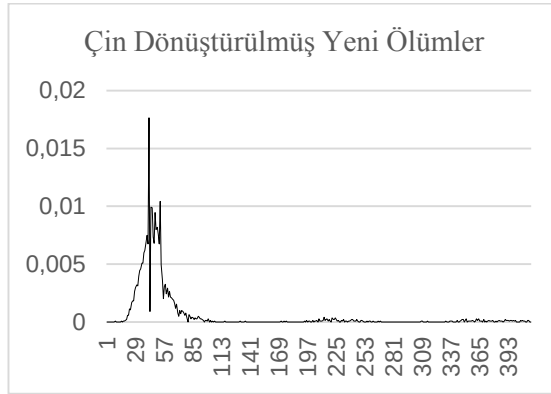
Şekil 54: Çin Günlük Ölüm Verileri



Şekil 55: Çin Günlük Dönüştürülmüş Vaka Verileri



Şekil 56: Çin Günlük Dönüştürülmüş Ölüm Verileri



Çin için yapılan araştırmada tek dalgalı bir poisson uyum süreci sağlandığı görülmektedir. Vakaların ilk günden tespiti ile başlayan ve takip eden ayın içerisinde zirve noktasını bulan dağılım görülmektedir.

Tablo 26: Çin Aylık Parametre Değişimleri

Çin	Oc.20	Şb.20	Mr.20	Ns.20	My.20	Hz.20	Tm.20	Ağ.20	Ey.20	Ek.20	Ks.20	Ar.20	Oc.21	Şb.21
Vaka λ	451,7	2084	95,31	53,2	6,71	21,87	89,75	80	21,8	27,19	52,71	103,35	135,97	35,66
Ölüm μ	9,25	88,65	16	2,73	0,571	0,588	0,72	2,06	0,72	0,83	1,51	1,47	1,058	0,941
$\rho = \lambda/\mu$	48,79	23,51	5,95	19,46	11,757	37,18	123,4	38,78	30,072	32,63	34,82	70,27	128,4	37,89
$\rho' = \lambda/(\lambda-\mu)$	1,02	1,04	1,20	1,05	1,09	1,027	1,008	1,026	1,034	1,031	1,029	1,014	1,007	1,027

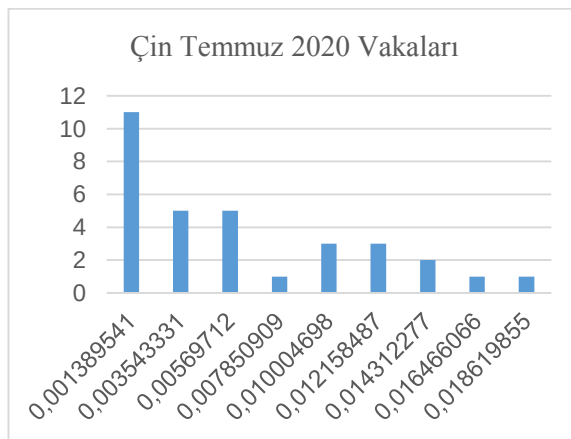
Yukarıdaki Tablo 26'ya göre 2020 Şubat ayında 2084,9 ile ilk dalganın tepe noktasının yaşandığı görülmektedir. Normalüstü ortalamalarda 2020 Temmuz ve 2021 Ocak aylarındaki yükselmeler yaşanmış olmasına rağmen 2020 Şubat ayına benzer bir vaka ve ölüm yoğunluğunun yaşanmadığı ve bu yüzden iyileşme sürecinin devamlı olarak sürdüğünü söyleyebiliriz.

Tablo 27: Çin Temmuz Vaka Frekansları

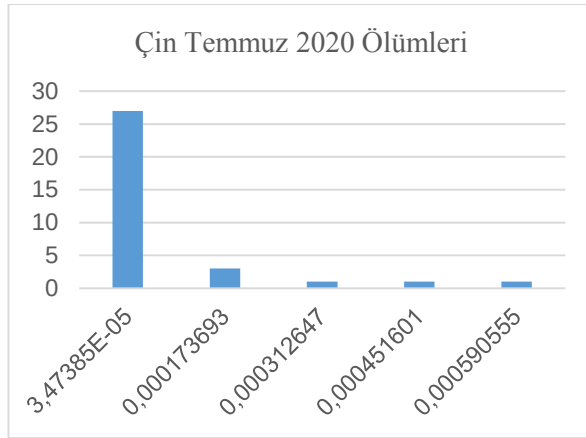
Alt Limit Yeni vaka	Üst Limit Yeni vaka	Dönüştürül Yeni vaka (100,000 de)	Yeni vaka	Frek ans
TEMMUZ				
30	4			
5	35	0,001389541	20	11
36	66	0,003543331	51	5
67	97	0,00569712	82	5
98	128	0,007850909	113	1
129	159	0,010004698	144	3
160	190	0,012158487	175	3
191	221	0,014312277	206	2
222	252	0,016466066	237	1
253	283	0,018619855	268	1
284			toplam	32

Tablo 28: Çin Temmuz Ölüm Frekansları

Alt Limit Yeni ölüm	Üst Limit Yeni ölüm	Dönüştürülmüş Yeni ölüm (100,000 de)	Yeni ölüm	Frekans
1	-1			
0	1	3,47385E-05	0	27
2	3	0,000173693	2	3
4	5	0,000312647	4	1
6	7	0,000451601	6	1
8	9	0,000590555	8	1
10				
			toplam	33

Şekil 57: Çin Temmuz Vaka Frekans Grafiği

Şekil 58: Çin Temmuz Ölüm Frekans Grafiği



Çin için yapılan aylık analiz için Temmuz ayındaki uygun frekans aralığı 30 olarak belirlenmiştir. Yaşanan vakalar 4 – 284 arasında değişirken nüfusa bağlı olarak elde edilen vaka oranları 0,001 – 0,018 arasında gerçekleşmiştir.

Temmuz ayı ölüm frekans grafiğine göre yaşanan ölüm sayıları 0 – 10 arasında değişirken nüfusa bağlı oranı yüz binde 3,471 ile 0,0005 olarak görülmektedir.

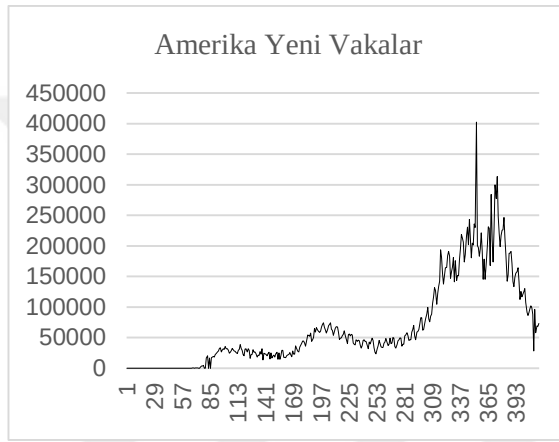
Tablo 29: Çin İyi Uyum Test İstatistikleri Özet Tablosu

Çin	Goodness of Fit						Goodness of Fit					
	Ölüm İstatistikleri - Aylık Uyum İyiliği Test İstatistikleri						Bulaşma İstatistikleri - Aylık Uyum İyiliği Test İstatistikleri					
		Kolmogorov Smirnov		Anderson Darling				Kolmogorov Smirnov		Anderson Darling		
	Dağılım	İstatistik	Derece	istatistik	Derece		Dağılım	İstatistik	Derece	istatistik	Derece	
Oca.20	Poisson	0,6401	4	64,711	4		Poisson	0,6875	4	111,11	4	
Şub.20	Poisson	0,42251	4	53,016	5		Poisson	0,61937	4	56,772	5	
Mar.20	Poisson	0,41135	4	30,559	5		Poisson	0,40607	4	42,54	5	
Nis.20	Poisson	0,29066	1	1,9723	1		Poisson	0,39948	4	124,26	5	
May.20	Poisson	0,56472	2	13,022	1		Poisson	0,26852	4	8,8723	4	
Haz.20	Poisson	0,55531	2	12,392	1		Poisson	0,41719	4	39,149	5	
Tem.20	Poisson	0,48323	1	9,6037	1		Poisson	0,49999	4	70,972	5	
Ağu.20	Poisson	0,38935	1	4,5081	1		Poisson	0,48372	4	118,45	5	
Eyl.20	Poisson	0,48323	1	9,6037	1		Poisson	0,27534	3	4,4993	2	
Eki.20	Poisson	0,4346	1	11,745	2		Poisson	0,2292	3	3,7215	2	
Kas.20	Poisson	0,59068	3	18,551	2		Poisson	0,51367	4	74,687	5	
Ara.20	Poisson	0,38786	2	7,0585	2		Poisson	0,25374	3	6,7356	3	
Oca.21	Poisson	0,34686	1	6,5812	1		Poisson	0,42763	4	63,052	5	
Şub.21	Poisson	0,39017	1	7,3969	1		Poisson	0,45591	4	26,464	5	

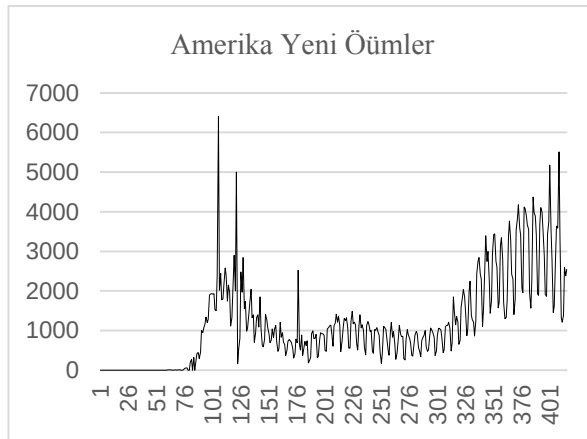
3.5.8. A.B.D. Değerlendirmeleri

Amerika ile ilgili değerlendirmelere esas teşkil edecek grafikler aşağıda yer almaktadır. Günlük Covid verileri incelendiğinde sönmekte olan tek safhalı bir pandemi yaşanmaktadır. Günlük ölüm verilerine bakıldığında ise ölümlerde dalgalanmalı yükseliş görülmektedir.

Şekil 59: A.B.D. Günlük Vaka Verileri



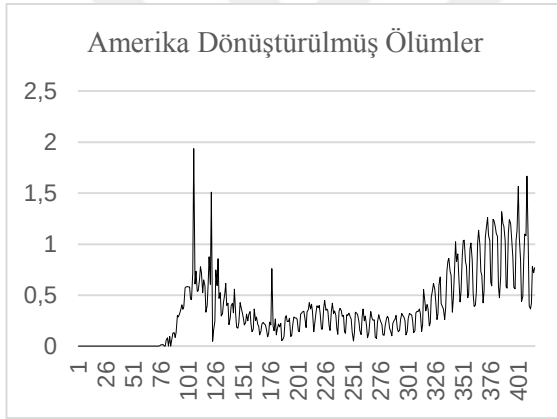
Şekil 60: A.B.D. Günlük Ölüm Verileri



Şekil 61: A.B.D. Günlük Dönüştürülmüş Vaka Verileri



Şekil 62: A.B.D. Günlük Dönüştürülmüş Ölüm Verileri



Amerika için yapılan araştırmada 3 dalgadan oluşan poisson uyum dağılışı yukarıda yer alan şekillerde görülmektedir. Günlük vaka verileri 340 – 365’inci günler arasında tepe yaptığı ancak takip eden periyotta sönümlendiği gözlenmektedir. Günlük ölüm verilerinin ise yoğun dalgalanmalı ve yükselme eğiliminde olduğu belirlenmiştir.

Tablo 30: A.B.D. Aylık Parametre Değişimleri

ABD	Mr.20	Ns.20	My.20	Hız.20	Tm.20	Ağ.20	Ey.20	Ek.20	Ks.20	Ar.20	Oc.21	Şb.21
Vaka λ	5879,3	29065	23792	26584	59707	49078	38835	58589	141720	196660	204770	86006
Ölüm μ	89,941	1836,7	1585,7	890,71	767,29	1016,8	737,53	759,68	1231,1	2295,9	3129	2448,8
$\rho = \lambda/\mu$	65,36	15,82	15,00	29,84	77,81	48,26	52,65	77,12	115,11	85,65	65,442	35,12
ρ' $=\lambda/(\lambda-\mu)$	1,015	1,067	1,071	1,034	1,013	1,021	1,019	1,013	1,008	1,0118	1,015	1,02

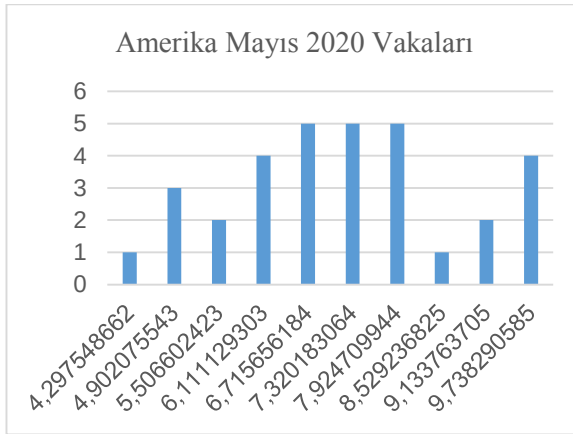
Tablo 31: A.B.D. Mayıs Vaka Frekansları

Alt Limit Yeni vaka	Üst Limit Yeni ölüm	Dönüştürül. Yeni vaka (100,000 de)	Yeni vaka	Frekans
MAYIS				
2000	13224			
13225	15225	4,29754866	14225	1
15226	17226	4,90207554	16226	3
17227	19227	5,50660242	18227	2
19228	21228	6,1111293	20228	4
21229	23229	6,71565618	22229	5
23230	25230	7,32018306	24230	5
25231	27231	7,92470994	26231	5
27232	29232	8,52923682	28232	1
29233	31233	9,13376371	30233	2
31234	33234	9,73829059	32234	4
33235			toplam	32

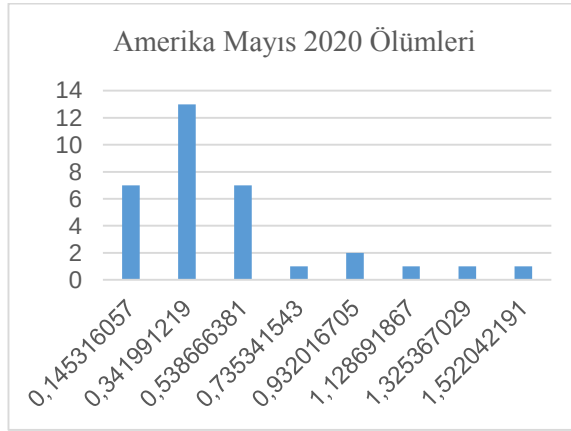
Tablo 32: A.B.D. Mayıs Ölüm Frekansları

Alt Limit Yeni ölüm	Üst Limit Yeni ölüm	Dönüştür. Yen ölüm	Yeni ölüm	fr
		(100,000 de)		
650	155			
156	806	0,14531606	481	7
807	1457	0,34199122	1132	13
1458	2108	0,53866638	1783	7
2109	2759	0,73534154	2434	1
2760	3410	0,9320167	3085	2
3411	4061	1,12869187	3736	1
4062	4712	1,32536703	4387	1
4713	5363	1,52204219	5038	1
5364			toplam	33

Şekil 63: A.B.D. Mayıs Vaka Frekans Grafiği



Şekil 64: A.B.D. Mayıs Ölüm Frekans Grafiği



Amerika'nın Mayıs ayı için yapılan analizinde ve Tablo 31'de görüleceği üzere uygun frekans aralığı 2000 olarak belirlenmiştir. Yeni vakaların yaşanma aralığı 13224 – 33235 arasında olduğu gözlemlenmekte ve nüfusa bağlı vaka oranları yüz binde 4,29 – 9,73 aralığında yaşandığı gözlemlenmiştir. Mayıs ayı ölüm frekans grafiği Tablo 32'ye göre ölümler 155 – 5364 arasında yaşandığı görülmektedir. Nüfusa bağlı olarak elde edilen ölüm vakalarının oranı ise yüz binde 0,14 – 1,52 arasında yer aldığı görülmektedir.

Tablo 33: A.B.D. İyi Uyum Test İstatistikleri Özet Tablosu

A.B.D.	Goodness of Fit					Goodness of Fit				
	Ölüm İstatistikleri - Aylık Uyum İyiliği Test İstatistikleri					Bulaşma İstatistikleri - Aylık Uyum İyiliği Test İstatistikleri				
		Kolmogorov Smirnov	Anderson Darling				Kolmogorov Smirnov	Anderson Darling		
	Dağılım	İstatistik	Derece	istatistik	Derece		Dağılım	İstatistik	Derece	
Oca.20										
Şub.20										
Mar.20	Poisson	0,7151	4	61,705	4		Poisson	0,68571	4	46,318
Nis.20	Poisson	0,60945	4	45,837	5		Poisson	0,41935	3	-4,6312
May.20	Poisson	0,60606	4	-13	1		Poisson	0,52895	4	5,8896
Haz.20	Poisson	0,58824	4	361,12	5		Poisson	0,6	4	
Tem.20	Poisson	0,54837	4	117,34	5		Poisson	0,51613	4	23,743
Ağu.20	Poisson	0,56245	4	137,45	5		Poisson	0,54839	4	-14
Eyl.20	Poisson	0,53333	4	119,89	5		Poisson	0,54838	4	49,546
Eki.20	Poisson	0,47307	4	115,63	5		Poisson	0,5151	4	2,2925
Kas.20	Poisson	0,59367	4	59,693	5		Poisson	0,56667	4	214,56
Ara.20	Poisson	0,53122	4	54,349	5		Poisson	0,6129	4	
Oca.21	Poisson	0,60603	4	57,318	5		Poisson	0,51613	4	
Şub.21	Poisson	0,5091	4	0,4633	1		Poisson	0,51613	4	

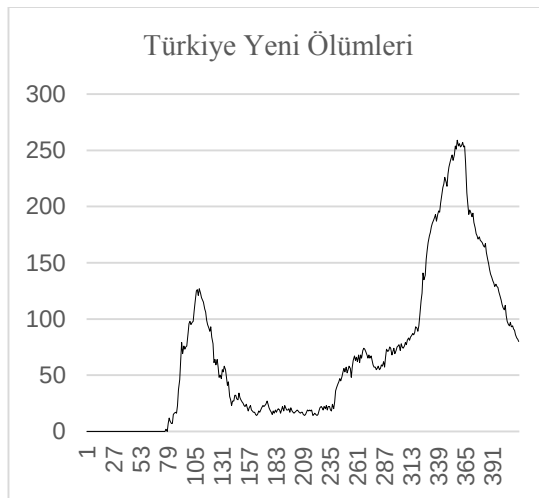
3.5.9. Türkiye Değerlendirmeleri

Türkiye ile ilgili değerlendirmelere esas teşkil edecek grafikler aşağıda yer almaktadır. İncelendiğinde genel olarak iki safhalı bir pandemi yaşandığı görülmektedir. İlk dalganın çok küçük, ikinci dalganın ise birinciye oranla çok yüksek olduğu görülmektedir. İkinci dalгада sönümlenme noktasına yaklaşmıştır.

Şekil 65: Türkiye Günlük Vaka Verileri



Şekil 66: Türkiye Günlük Ölüm Verileri



Şekil 67: Türkiye Günlük Dönüştürülmüş Vaka Verileri



Şekil 68: Türkiye Günlük Dönüştürülmüş Ölüm Verileri



Türkiye değerlendirmelerinde yer alan Şekil 65, ,66, 67 ve 68’de iki dalgaya sahip poisson uyumluluğu görülmektedir. 70’inci güne denk ilk dalganın başlangıcı 11 Mart 2020 tarihine karşılık gelmektedir. İlk dalganın tepe noktası 100. Güne yani 12 Nisan 2020 tarihinde yaşandığı görülmektedir. İkinci dalganın başlangıcı ortalama 210’inci güne denk gelen 29 Temmuz tarihi olarak belirlenebilir. İkinci dalganın tepe noktasını 9 Aralık 2020 tarihinde 33198 yeni vaka sayısı ile kaydedilmiştir. Sonrasında ise ikinci dalganın başlangıç seviyelerine kadar vakalar ve ölümler gerilemiştir.

Tablo 34: Türkiye Aylık Parametre Değişimleri

Türkiye	Mr.20	Ns.20	My.20	Hız.20	Tm.20	Ağ.20	Ey.20	Ek.20	Ks.20	Ar.20	Oc.21	Şb.21
Vakalar												
λ	454,4	3565,7	1447	1151,2	1021,7	7975,6	8356,2	8549,8	10813	25756	8909,6	8140
Ölümler												
μ	7,823	96,8	46,29	20,1	17,118	21,375	59,5	66,455	111,93	229,26	170,09	91,032
$\rho = \lambda/\mu$	58,08	36,83	31,25	57,27	59,68	373,12	140,44	128,65	96,605	112,34	52,38	89,41
$\rho' = \lambda/(\lambda-\mu)$	1,017	1,027	1,033	1,017	1,017	1,0026	1,0071	1,0078	1,01	1,0089	1,01946	1,011

Yukarıdaki Tablo 34’de Türkiye için yapılmış aylık verilerin analizinde 2020 Aralık ayı 25756 yeni vaka ile en yüksek yeni ölüm vakasının yaşandığı tarih olarak görülmektedir. Ölüm vakalarının aylık analizine göre ise yine 2020 Aralık tarihinde 229,26 vaka sayısı ile gözlenmektedir.

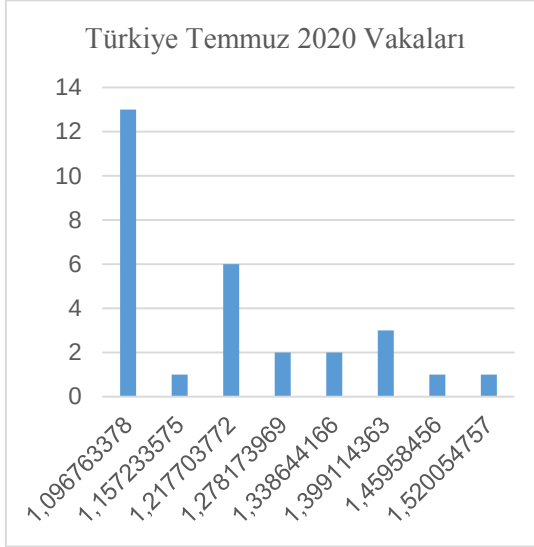
Tablo 35: Türkiye Temmuz Vaka Frekansları

Alt Limit	Üst Limit	Dönüştürül.	Yeni	Frek
Yeni vaka	Yeni vaka	Yeni vaka	vaka	ans
		(100,000 de)		
TEMMUZ				
50	899			
900	950	1,09676338	925	13
951	1001	1,15723357	976	1
1002	1052	1,21770377	1027	6
1053	1103	1,27817397	1078	2
1104	1154	1,33864417	1129	2
1155	1205	1,39911436	1180	3
1206	1256	1,45958456	1231	1
1257	1307	1,52005476	1282	1
1308				
			toplam	29

Tablo 36: Türkiye Temmuz Ölüm Frekansları

Alt Limit Yeni ölüm	Üst Limit Yeni Ölüm	Dönüş. Yeni ölüm (100,000 de)	Yeni ölüm	Frek ans
1	13			
14	15	0,0171925	14	6
16	17	0,0195639	16	11
18	19	0,0219353	18	11
20	21	0,0243066	20	4
22	23	0,026678	22	2
24				
			toplam	34

Şekil 69: Türkiye Temmuz Vaka Frekans



Şekil 70: Türkiye Temmuz Ölüm Frekans



Türkiye Temmuz ayı verilerinde uygun frekans aralığı Tablo 35’de 50 olarak belirlenmiştir. Tabloda, temmuz ayında yaşanan vakaların sayıları 899 – 1308 arasında değiştiği görülmektedir. Bunun nüfusa bağlı olarak elde edilen vaka oranı yüz binde 1,09 - 1,52 arasında değişmektedir. Ölüm frekansları grafiğine göre 13 – 24 arasında günlük ölüm yaşanmıştır ve bunların nüfusa bağlı vaka oranları 0,017 - 0,026 arasında gerçekleşmiştir.

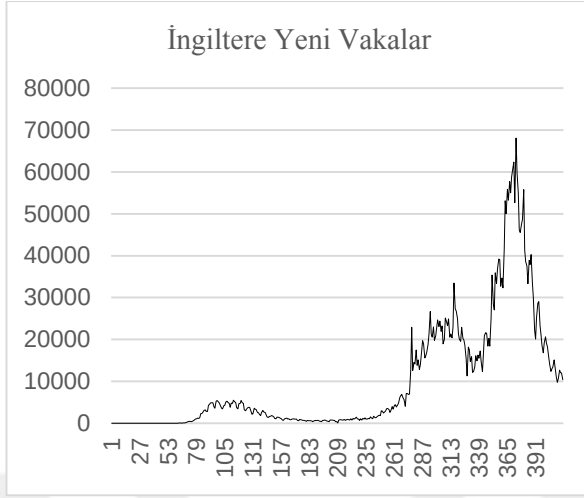
Tablo 37: Türkiye İyi Uyum Test İstatistikleri Özet Tablosu

Türkiye	Goodness of Fit						Goodness of Fit					
	Ölüm İstatistikleri - Aylık Uyum İyiliği Test İstatistikleri						Bulaşma İstatistikleri - Aylık Uyum İyiliği Test İstatistikleri					
		Kolmogorov Smirnov		Anderson Darling				Kolmogorov Smirnov		Anderson Darling		
	Dağılım	İstatistik	Derece	istatistik	Derece		Dağılım	İstatistik	Derece	istatistik	Derece	
Oca.20												
Şub.20												
Mar.20	Poisson	0,5847	4	63,976	4		Poisson	0,72727	4	242,52	4	
Nis.20	Poisson	0,3081	3	14,284	4		Poisson	0,5	4	59,75	5	
May.20	Poisson	0,38073	3	26,812	5		Poisson	0,46667	3	95,957	5	
Haz.20	Poisson	0,23969	3	1,6468	1		Poisson	0,48116	3	188,34	5	
Tem.20	Poisson	0,27998	2	3,4325	1		Poisson	0,44715	3	45,168	5	
Ağu.20	Poisson	0,30238	3	3,1444	2		Poisson	0,2347	2	5,5128	1	
Eyl.20	Poisson	0,21905	3	1,149	2		Poisson	0,19227	2	1,2854	1	
Eki.20	Poisson	0,19846	2	1,7585	1		Poisson	0,47199	2	41,1	4	
Kas.20	Poisson	0,51607	3	58,12	5		Poisson	0,66667	4	-9	1	
Ara.20	Poisson	0,30432	3	9,1199	3		Poisson	0,59344	4	23,743	4	
Oca.21	Poisson	0,25389	3	9,5052	3		Poisson	0,54506	4	6,8332	2	
Şub.21	Poisson	0,28551	3	8,2902	2		Poisson	0,56135	4	87,803	5	

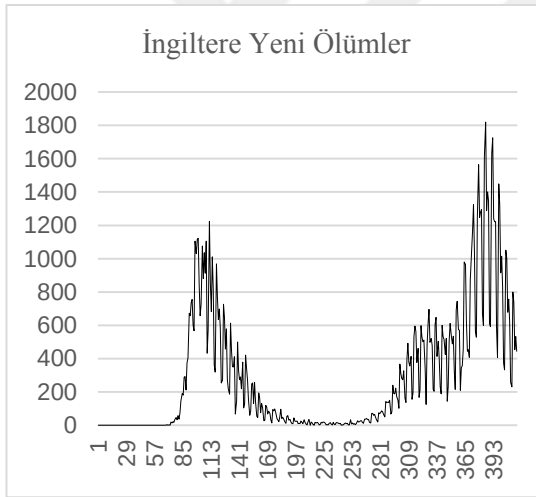
3.5.10. İngiltere Değerlendirmeleri

İngiltere ile ilgili değerlendirmelere esas teşkil edecek grafikler aşağıda yer almaktadır. İncelendiğinde genel olarak iki safhalı bir pandemi yaşandığı görülmektedir. İlk dalganın çok küçük, ikinci dalganın ise birinciye oranla çok yüksek olduğu görülmektedir. İkinci dalgada sönümlenme noktasına yaklaşmıştır.

Şekil 71: İngiltere Günlük Covid Verileri



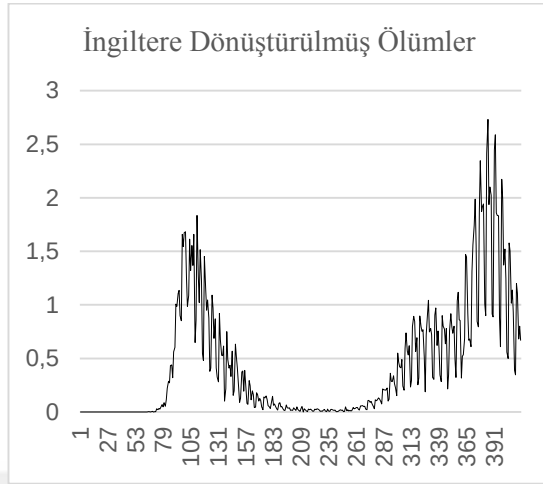
Şekil 72: İngiltere Günlük Ölüm Verileri



Şekil 73: İngiltere Günlük Dönüştürülmüş Vaka Verileri



Şekil 74: İngiltere Günlük Dönüştürülmüş Ölüm Verileri



İngiltere için yapılan analizde ve yukarıdaki şekillere göre iki ana poisson dalgası görülmektedir. Türkiye grafiğine benzer şekilde ilk dalga sonrasında 280’inci güne denk gelen ikinci dalganın başlangıcı görülmektedir. İkinci dalganın başlangıcından sonrasında iki tepe noktası görülmektedir ancak tek bir poisson dağılımı olarak yorumlanmaktadır.

Tablo 38: İngiltere Aylık Parametre Değişimleri

İngiltere	Mr.20	Ns.20	My.20	Haz.20	Tm.20	Ağ.20	Ey.20	Ek.20	Ks.20	Ar.20	Oc.21	Şb.21
Vakalar λ	1032,8	4591,6	2864	983,71	590,28	1060,9	3677,9	17352	21355	26814	43875	12645
Ölümler μ	83,969	805,5	370,48	101,23	29	10,871	21,156	141,53	409,65	444,4	1064,8	557,77
$\rho = \lambda/\mu$	12,29	5,70	7,73	9,71	20,35	97,58	173,84	122,6	52,12	60,33	41,20	22,67
$\rho' = \lambda/(\lambda-\mu)$	1,088	1,212	1,148	1,114	1,051	1,0103	1,005	1,008	1,019	1,016	1,024	1,046

Yukarıdaki Tablo 38’e göre, 2020 Nisan ayı ilk dalganın tepe noktasını göstermektedir. İkinci dalganın iki tepe noktası olduğunu söylersek ilki 2020 Eylül ve asıl önemli olan ikinci dalganın en yüksek tepe noktası 2021 Ocak ayı olarak görülmektedir.

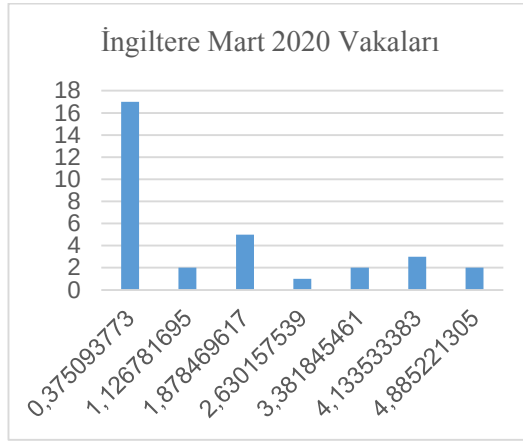
Tablo 39: İngiltere Mart Vaka Frekansları

Alt Limit Yeni vaka	Üst Limit Yeni vaka	Dönüştürül. Yeni vaka	Yeni Vaka	Frek ans
		(100,000 de)		
MART				
500	-1			
0	500	0,3750938	250	17
501	1001	1,1267817	751	2
1002	1502	1,8784696	1252	5
1503	2003	2,6301575	1753	1
2004	2504	3,3818455	2254	2
2505	3005	4,1335334	2755	3
3006	3506	4,8852213	3256	2
3507			toplam	32

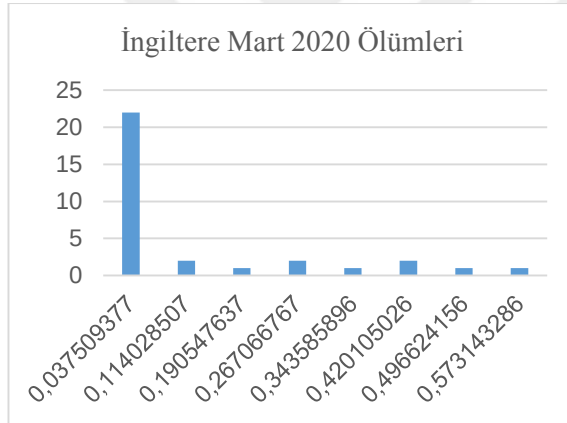
Tablo 40: İngiltere Mart Ölüm Frekansları

Alt Limit Yeni ölüm	Üst limit Yeni ölüm	Dönüştürül. Yeni ölüm	Yeni ölüm	Frek
		(100,000 de)		
50	-1			
0	50	0,0375094	25	22
51	101	0,1140285	76	2
102	152	0,1905476	127	1
153	203	0,2670668	178	2
204	254	0,3435859	229	1
255	305	0,420105	280	2
306	356	0,4966242	331	1
357	407	0,5731433	382	1
408			toplam	32

Şekil 75: İngiltere Mart Vaka Frekans Grafiği



Şekil 76: İngiltere Mart Ölüm Frekansı



Mart ayı için Tablo 39’da yapılan analizde uygun frekans aralığı 500 olarak tespit edilmiş ve buna uygun aralıklar belirlenmiştir. İngiltere Mart ayı vaka frekansına göre yeni vaka sayıları 0 – 3507 arasında belirlenmiş ve nüfusa bağlı olarak elde edilen vaka oranı 0,37 – 4,88 olarak görülmektedir.

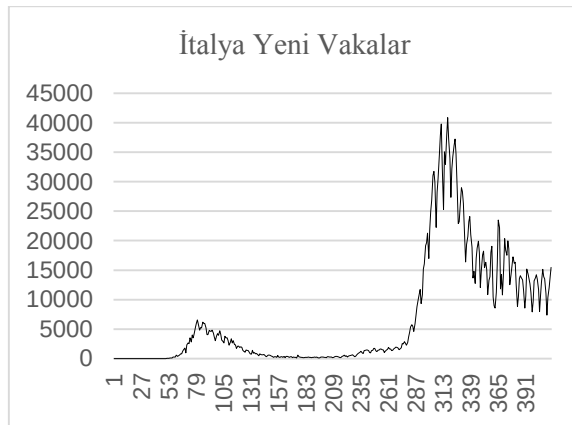
Tablo 40’da yer alan mart ayına ait ölüm frekans verilerinde frekans aralığı 50 olarak belirlenmiştir. Ölüm vakaları grup aralıkları 0 – 408 arasında değişirken nüfusa bağlı olarak oranı 0,037 – 0,573 arasında değiştiği görülmektedir.

Tablo 41: İngiltere İyi Uyum Test İstatistikleri Özet Tablosu

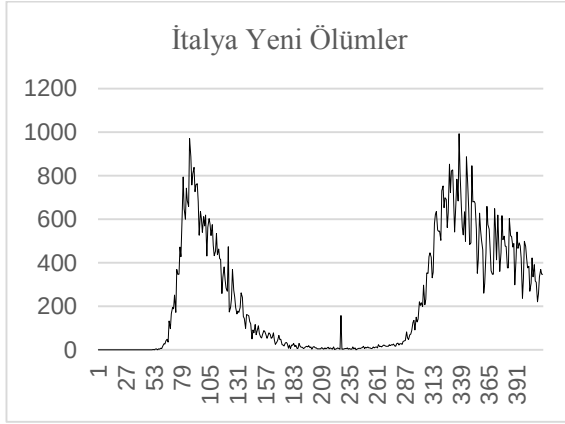
İngiltere	Goodness of Fit						Goodness of Fit					
	Ölüm İstatistikleri - Aylık Uyum İyiliği Test İstatistikleri						Bulaşma İstatistikleri - Aylık Uyum İyiliği Test İstatistikleri					
		Kolmogorov Smirnov		Anderson Darling				Kolmogorov Smirnov		Anderson Darling		
	Dağılım	İstatistik	Derece	İstatistik	Derece		Dağılım	İstatistik	Derece	İstatistik	Derece	
Oca.20												
Şub.20												
Mar.20	Poisson	0,6875	4	565,49	4		Poisson	0,59375	4	-13	1	
Nis.20	Poisson	0,46281	4	76,565	5		Poisson	53326	3	136,4	5	
May.20	Poisson	0,52848	4	108,8	5		Poisson	0,53105	4	75,441	5	
Haz.20	Poisson	0,48189	4	82,421	5		Poisson	0,41924	3	93,48	5	
Tem.20	Poisson	0,44823	4	66,15	5		Poisson	0,55039	4	169,09	5	
Ağu.20	Poisson	0,34148	4	13,76	5		Poisson	0,46851	3	139,62	5	
Eyl.20	Poisson	0,47003	4	54,132	5		Poisson	0,5	4	-13,477	1	
Eki.20	Poisson	0,49997	4	199,83	5		Poisson	0,56249	4	63,54	5	
Kas.20	Poisson	0,50444	4	93,459	5		Poisson	0,45161	4	-6,9846	1	
Ara.20	Poisson	0,5314	4	84,166	5		Poisson	0,5625	4			
Oca.21	Poisson	0,53125	4	129,01	5		Poisson	0,51613	4	-15	1	
Şub.21	Poisson	0,51613	4	110,86	5		Poisson	0,5806	4	57,608	5	

3.5.11. İtalya Değerlendirmeleri

İtalya ile ilgili değerlendirmelere esas teşkil edecek grafikler aşağıda yer almaktadır. İncelendiğinde genel olarak iki safhalı bir pandemi yaşandığı görülmektedir. İlk dalganın çok küçük, ikinci dalganın ise birinciye oranla çok yüksek olduğu görülmektedir. İkinci dalgada giderek sönümlenme noktasına yaklaşmaktadır.

Şekil 77: İtalya Günlük Vaka Verileri

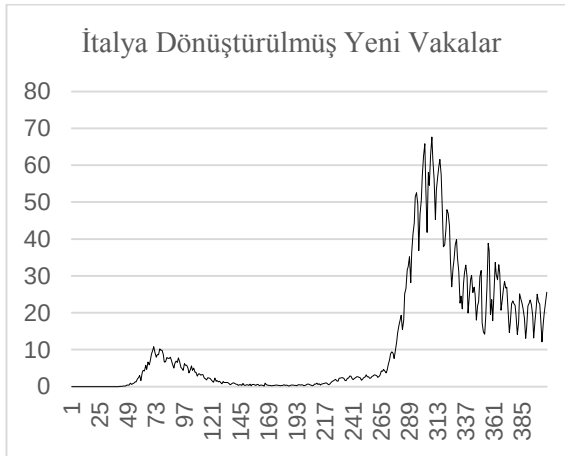
Şekil 78: İtalya Günlük Ölüm Verileri



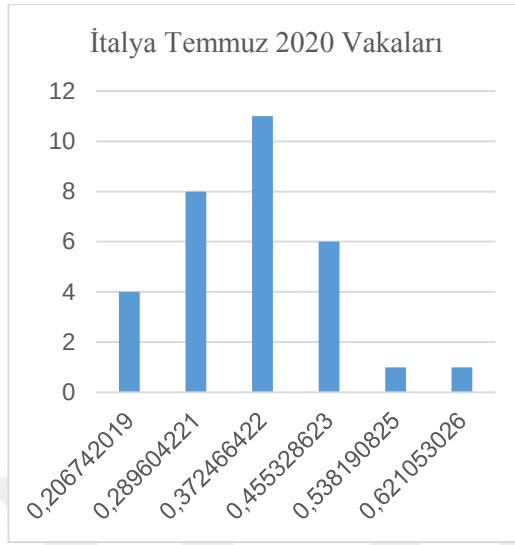
Şekil 79: İtalya Günlük Dönüştürülmüş Vaka Verileri



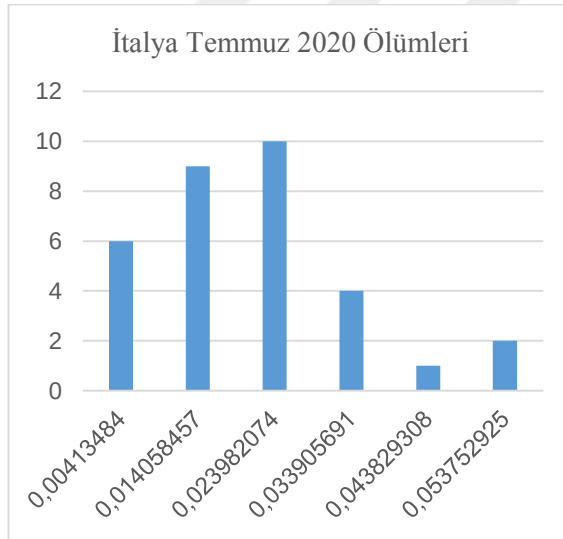
Şekil 80: İtalya Günlük Dönüştürülmüş Ölüm Verileri



Şekil 81: İtalya Temmuz Vaka Frekans Grafiği



Şekil 82: İtalya Temmuz Ölüm Frekans Grafiği



İtalya için yapılan analizde ve yukarıdaki Şekil 77, 78, 79 ve 80’de görüldüğü üzere iki dalgaya sahip bir poisson uyumluluğu söz konusudur. İkinci dalganın tepe noktasından sonrasındaki sürecin trafik yoğunluğu parametrelerine bakıldığında giderek aşağılara doğru seyrettiği gözlemlenmektedir.

Tablo 42: İtalya Aylık Parametre Değişimleri

İtalya	Mr.20	Ns.20	My.20	Hız.20	Tm.20	Ağ.20	Ey.20	Ek.20	Ks.20	Ar.20	Oc.21	Şb.21
Vaka												
λ	3205,6	3380	960,48	261,03	216,94	686,29	1496,7	11031	31228	16145	14726	13413
Ölüm												
μ	394,35	533,33	180,53	45,964	12,313	13,625	13	81	556,2	604,45	475	325,13
$\rho = \lambda/\mu$	8,12	6,33	5,32	5,679	17,61	50,36	115,13	136,18	56,14	26,71	31,002	41,25
$\rho' = \lambda/(\lambda-\mu)$	1,140	1,187	1,23	1,21	1,06	1,02	1,0087	1,007	1,018	1,038	1,03	1,024

Tablo 42’de İtalya aylık parametre değişim verilerine göre ilk dalganın en yoğun yaşandığı 2020 Mart ayından sonra ikinci dalganın tepe noktası 2020 Kasım ayı olarak görülmektedir. Trafik yoğunluğu bakımından 2020 Ekim ayı İtalya için en yoğun görülen ay olmaktadır.

Tablo 43: İtalya Temmuz Vaka Frekansları

Alt Limit Yeni vaka	Üst Limit Yeni vaka	Dönüştürül. Yeni vaka	Yeni vaka	Frekans
		(100,000 de)		
TEMmuz				
50	99			
100	150	0,206742	125	4
150,1	200,1	0,289604	175	8
200,2	250,2	0,372466	225	11
250,3	300,3	0,455329	275	6
300,4	350,4	0,538191	325	1
350,5	400,5	0,621053	375	1
400,6				
			toplam	31

Tablo 44: İtalya Temmuz Ölüm Frekansları

Alt Limit Yeni ölüm	Üst Limit Yeni ölüm	Dönüştürülmüş Yeni ölüm	Yeni ölüm	Fr
		(100,000 de)		
5	-1			
0	5	0,00413	2	6
6	11	0,01406	8	9
12	17	0,02398	14	10
18	23	0,03391	20	4
24	29	0,04383	26	1
30	35	0,05375	32	2
36				
			toplam	32

İtalya temmuz ayı için yapılan Tablo 43'e ait analizde uygun frekans aralığı, yeni vakalar için 50, ölüm vakaları için 5 olarak tespit edilmiş ve buna uygun olarak gruplamalar yapılmıştır. Günlük yeni vakalar 99 ile 400 arasında gerçekleşirken, günlük ölümlerin 0 ile 36 arasında olduğu görülmektedir. Nüfusa bağlı olarak elde edilen vaka oranlarında yeni vaka oranları yüz binde 0,20 – 0,62 ve ölüm oranları için yüz binde 0,004 – 0,05 arasında gerçekleştiği görülmektedir.

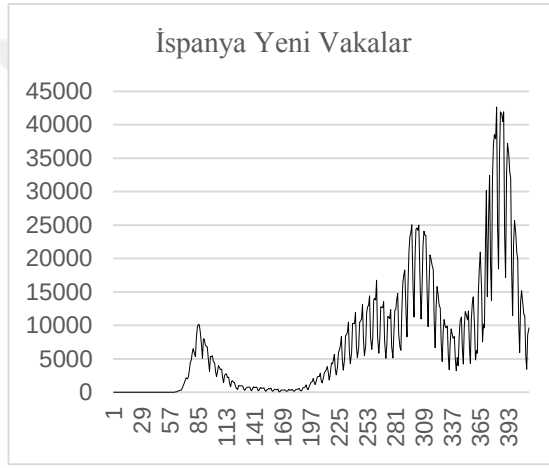
Tablo 45: İtalya İyi Uyum Test İstatistikleri Özet Tablosu

İtalya	Goodness of Fit						Goodness of Fit				
	Ölüm İstatistikleri - Aylık Uyum İyiliği Test İstatistikleri						Bulaşma İstatistikleri - Aylık Uyum İyiliği Test İstatistikleri				
		Kolmogorov Smirnov		Anderson Darling			Kolmogorov Smirnov		Anderson Darling		
	Dağılım	İstatistik	Derece	istatistik	Derece		Dağılım	İstatistik	Derece	istatistik	Derece
Oca.20											
Şub.20											
Mar.20	Poisson	0,48387	4	-0,6429	1		Poisson	0,51467	4	-3,3376	1
Nis.20	Poisson	0,46453	4	100,7	5		Poisson	0,49999	4	140,09	5
May.20	Poisson	0,599	4	100,38	5		Poisson	0,64516	4	203,82	5
Haz.20	Poisson	0,38134	4	32,323	5		Poisson	0,51599	4	127,63	5
Tem.20	Poisson	0,33315	3	12,719	5		Poisson	0,38523	3	48,356	5
Ağu.20	Poisson	0,64871	4	60,882	4		Poisson	0,64516	4	329,47	5
Eyl.20	Poisson	0,20216	3	2,0182	2		Poisson	0,46662	3	99,227	5
Eki.20	Poisson	0,59603	4	216,27	5		Poisson	0,58065	4	-13	1
Kas.20	Poisson	0,46144	4	124,63	5		Poisson	0,53325	4	19,196	4
Ara.20	Poisson	0,45101	4	101,04	5		Poisson	0,54839	4	68,468	5
Oca.21	Poisson	0,32512	3	42,444	5		Poisson	0,58065	4	-13	1
Şub.21	Poisson	0,39229	3	50,274	5		Poisson	0,35484	3	3,0531	2

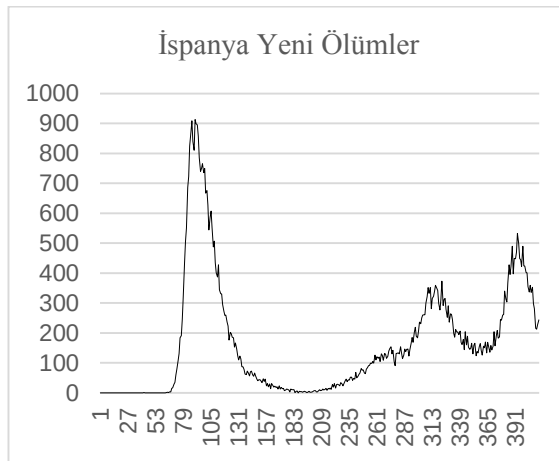
3.5.12. İspanya Değerlendirmeleri

İspanya ile ilgili değerlendirmelere esas teşkil edecek grafikler aşağıda yer almaktadır. İncelendiğinde genel olarak üç safhalı bir pandemi yaşandığı görülmektedir. İlk dalganın çok küçük, ikinci dalganın ise birinciye oranla çok yüksek olduğu görülmektedir. Ancak günlük ölüm verilerine bakıldığında en yüksek ölümlerin birinci dalga içerisinde yaşanmıştır.

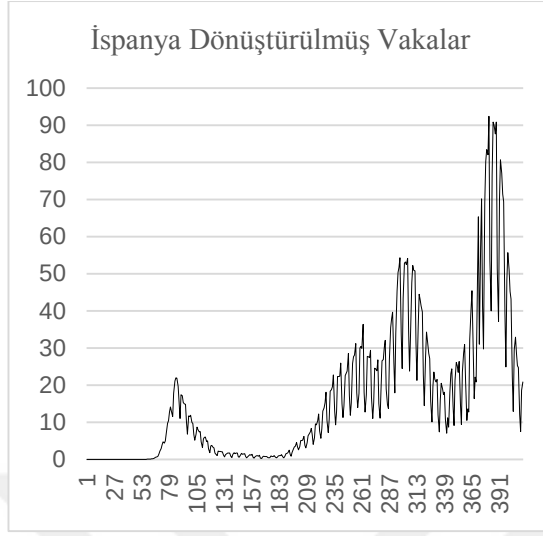
Şekil 83: İspanya Günlük Vaka Verileri



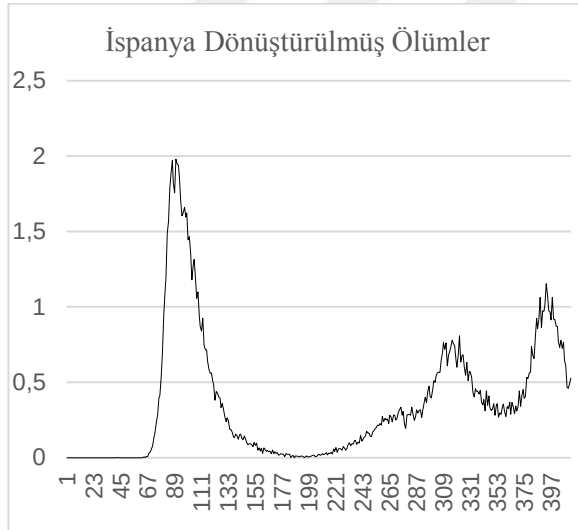
Şekil 84: İspanya Günlük Ölüm Verileri



Şekil 85: İspanya Günlük Dönüştürülmüş Vaka Verileri



Şekil 86: İspanya Günlük Dönüştürülmüş Ölüm Verileri



İspanya için yapılan analizde ve yukarıdaki şekillerde görülen günlük verilerin grafiğinde sürekli olarak bir yeni vaka gelişimi görülmektedir. İlk dalga sonrasında 121 – 211 günleri arasında iyileşme olarak söylenebilecek bir gelişme söz konusu iken sonrasında tekrar bir artan vaka yoğunluğu görülmektedir.

Tablo 46: İspanya Aylık Parametre Değişimleri

İspanya	Mr.20	Ns.20	My.20	Hız.20	Tm.20	Ağ.20	Ey.20	Ek.20	Ks.20	Ar.20	Oc.21	Şb.21
Vaka λ	3693,6	3954	756,8	341,87	1304,8	6038,1	10465	14430	15433	8984,4	27937	10498
Ölüm μ	276,67	576,2	11,55	21,2	5,5	32,689	99,333	158,74	301,58	162,06	300,94	259,77
$\rho = \lambda/\mu$	13,35	6,862	65,523	16,12	237,23	184,71	105,35	90,9	51,17	55,43	92,83	40,41
$\rho' = \lambda/(\lambda-\mu)$	1,08	1,170	1,015	1,066	1,0042	1,005	1,0095	1,011	1,019	1,018	1,01	1,025

Tablo 46’da İspanyanın aylık parametre değişimlerine bakıldığında 2020 Nisan ayında ortalama günlük vaka sayısının 3954 olduğu görülmektedir. Sonrasında devam eden artış ise 2021 Ocak ayında tepe noktası olan 27937 ulaşmaktadır. ρ trafik yoğunluğu parametresi 2020 Temmuz ayında 237,23 ile en yüksek değere ulaşmaktadır. ρ' trafik yoğunluğu parametresi ise tüm pandemi dönem boyunca 1,005 ile 1,17 aralığında küçük bir değişim göstermektedir.

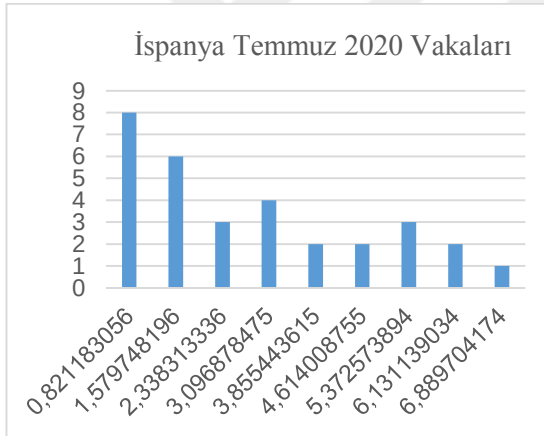
Tablo 47: İspanya Temmuz Vaka Frekansları

Alt Limit Yeni vaka	Üst Limit Yeni vaka	Dönüştürül yeni vaka (100,000 de)	Yeni vaka	Frek ans
TEMMUZ				
350	203			
204	554	0,82118306	379	8
554,1	904,1	1,5797482	729	6
904,2	1254,2	2,33831334	1079	3
1254,3	1604,3	3,09687848	1429	4
1604,4	1954,4	3,85544361	1779	2
1954,5	2304,5	4,61400875	2129	2
2304,6	2654,6	5,37257389	2479	3
2654,7	3004,7	6,13113903	2829	2
3004,8	3354,8	6,88970417	3179	1
3354,9			toplam	31

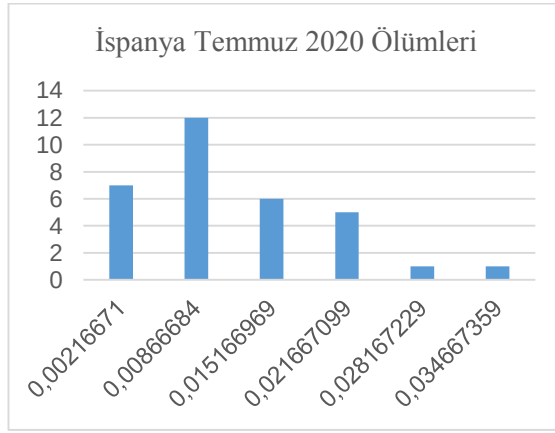
Tablo 48: İspanya Temmuz Ölüm Frekansları

Alt Limit Yeni ölüm	Üst Limit Yeni ölüm	Dönüştürülmüş Yeni ölüm (100,000 de)	Yeni ölüm	Fr
2	-1			
0	2	0,00216671	1	7
3	5	0,00866684	4	12
6	8	0,01516697	7	6
9	11	0,0216671	10	5
12	14	0,02816723	13	1
15	17	0,03466736	16	1
18			toplam	32

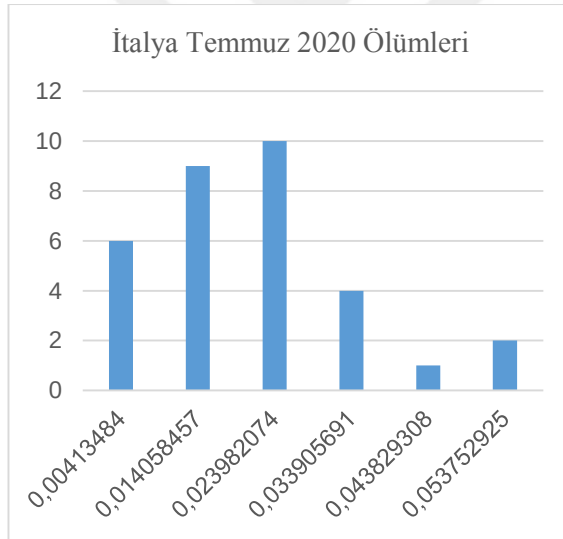
Şekil 87: İspanya Temmuz Vaka Frekans Grafiği



Şekil 88: İspanya Temmuz Ölüm Frekans



Şekil 89: İspanya Temmuz Ölüm Frekans



Temmuz ayı vaka frekans grafiği Tablo 47’de uygun frekans aralığı 350 olarak tespit edilmiştir. Buna göre en az 203 en fazla 3355’lik günlük vakalar görülmüştür. Nüfusa bağlı olarak elde edilen vaka oranı yüz binde 0,82 ile 6,89 arasında değiştiği görülmektedir.

İspanya’da Temmuz ayına ait ölüm frekans grafiği Tablo 48’de ise frekans aralığı 2 olarak tespit edilmiştir. 0 – 18 aralığında günlük ölüm yaşandığı görülürken nüfusa bağlı olarak oranlaması için yüz binde 0,002 – 0,034 aralığında görülmektedir.

Tablo 49: İspanya İyi Uyum Test İstatistikleri Özet Tablosu

İspanya	Goodness of Fit						Goodness of Fit						
	Ölüm İstatistikleri - Aylık Uyum İyiliği Test İstatistikleri						Bulaşma İstatistikleri - Aylık Uyum İyiliği Test İstatistikleri						
		Kolmogorov Smirnov		Anderson Darling				Kolmogorov Smirnov		Anderson Darling			
	Dağılım	İstatistik	Derece	istatistik	Derece		Dağılım	İstatistik	Derece	istatistik	Derece		
Oca.20													
Şub.20													
Mar.20	Poisson	0,63333	4	-0,784	1		Poisson	0,57997	4	4,2338	3		
Nis.20	Poisson	0,43333	4	143,4	5		Poisson	0,54839	4	-10,435	1		
May.20	Poisson	0,54789	4	151,6	5		Poisson	0,60575	4	39,92	5		
Haz.20	Poisson	0,35503	3	19,504	5		Poisson	0,36653	4	116,36	5		
Tem.20	Poisson	0,23623	2	4,483	3		Poisson	0,54839	4	111,3	5		
Ağu.20	Poisson	0,37923	4	27,905	5		Poisson	0,51613	4	-13,802	1		
Eyl.20	Poisson	0,36796	3	21,679	5		Poisson	0,52026	4	0,04751	1		
Eki.20	Poisson	0,40863	3	29,598	5		Poisson	0,56667	4	-13	1		
Kas.20	Poisson	0,27841	3	14,804	4		Poisson	0,51613	3				
Ara.20	Poisson	0,27295	3	10,166	3		Poisson	0,53125	4	115,24	5		
Oca.21	Poisson	0,51497	4	172,1	5		Poisson	0,54839	4	-13,463	1		
Şub.21	Poisson	0,54545	4	198,77	5		Poisson	0,6129	4				

3.6. ÜLKELER ARASI KARŞILAŞTIRMALAR

Burada, daha önceki bölümlerde ele alınan ülke analizi ve değerlendirmeleri toplam olarak birlikte değerlendirilmiş ve karşılaştırmalara yer verilerek ortak davranış gösteren özellikler üzerinden yorumlamalara yer verilmeye çalışılmıştır. Dünyanın değişik bölgelerini temsil eden ve dünya nüfusunun %25' den fazlasını içeren ülkeler inceleme kapsamına alınmıştır. Bu çerçevede ülkeler hem coğrafi dağılımı göz önüne alan hem de gelişmiş ve gelişmekte olan ülkeleri temsil etmesi düşünülerek seçilmiştir.

Tablo 50: Ülkelere Ait Aylık Vaka Parametre Dağılımı

İ.	Brezilya	Hindistan	Rusya	Japonya	Fransa	Almanya	Çin	ABD	Türkiye	İngiltere	İtalya	İspanya
Oca.20	0	0	0	0	0	0	451,75	0	0	0	0	0
Şub.20	0	0	0	7	1,8667	1,2	2084,9	0	0	0	0	0
Mar.20	134,71	53	85,871	60,364	1535,7	2088,2	95,313	5879,3	454,42	1032,8	3205,6	3693,6
Nis.20	2325,2	1085,6	3574,4	403,4	2869,5	3299,3	53,2	29065	3565,7	4591,6	3380	3954
May.20	12693	4721	9690,9	96,813	566,39	717,87	6,7188	23792	1447	2864	960,48	756,8
Haz.20	29434	12574	8066,3	57,533	309,71	433,47	21,876	26584	1151,2	983,71	261,03	341,87
Tem.20	38653	34865	6205,7	505,81	634,84	441,28	89,75	59707	1021,7	590,28	216,94	1304,8
Ağu.20	41646	64928	5017	1082,1	2980	1110,2	80	49078	7975,6	1060,9	686,29	6038,1
Eyl.20	29712	86726	6028,5	503,47	8751,3	1557,2	21,871	38835	8356,2	3677,9	1496,7	10465
Eki.20	23901	61756	14272	565,16	369,55	7287,7	27,194	58589	8549,8	17352	11031	14430
Kas.20	26710	42143	22596	1530,1	133,42	18028	52,71	141720	10813	21355	31228	15433
Ara.20	42582	26779	27896	2721,9	55,87	21793	103,35	196660	25756	26814	16145	8984,4

Tablo 50'deki veriler ülkelere ait aylık vaka olasılık dağılımlarının belirlenmesi sonucu oluşan vaka beklenen değerlerini kapsamaktadır. Bu verilerin doğrusal transformasyonları kullanılarak standartlaştırma amaçlı dönüştürülmüş verileri ise Tablo 51'de gösterildiği gibidir ve bu parametrelerin beklenen değeri ile ilgili aşağıdaki özelliğe dayalı olarak birbirleri ile karşılaştırılabilir yorumlar elde edilmişlerdir. Yukarıdaki parametre tahminleri yüz binde vaka sayılarının aylık parametre tahminleridir. 2020 ilk iki ayı dünyanın birçok ülkesinde vakaların başlangıç dönemi olduğu için pandemi için sıfır değerleri ile oluşmaktadır. Yüz binde en yüksek vaka ortalaması A.B.D.'de görülmüş, en düşük ise oran ise Çin'de görülmüştür.

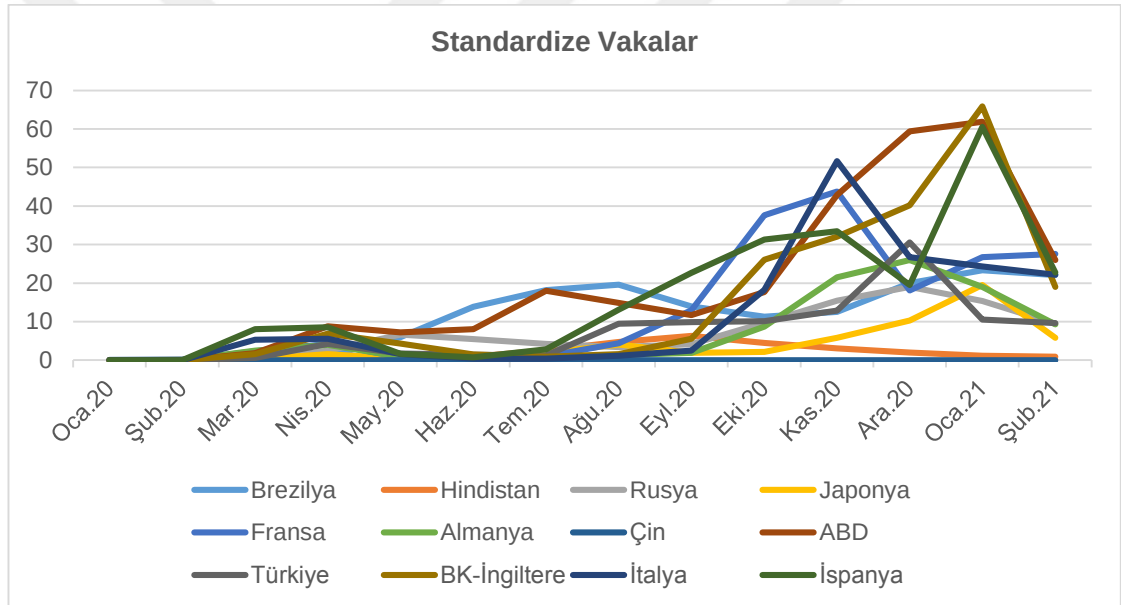
Tablo 51: Ülkelere Ait Aylık Standardize Vaka Parametre Dağılımı

λ	Brezilya	Hindistan	Rusya	Japonya	Fransa	Almanya	Çin	ABD	Türkiye	İngiltere	İtalya	İspanya
Oca.20	0	0	0	0	0	0	0,0314	0	0	0	0	0
Şub.20	0	0	0	0,026438	0,002323	0,002028	0,1449	0	0	0	0	0
Mar.20	0,063374	0,003877	0,058535	0,22988	2,2783	2,4924	0,0066	1,7762	0,5394	1,5496	5,3026	8,0035
Nis.20	1,0939	0,078666	2,4366	1,5255	4,257	3,9379	0,0037	8,7809	4,2278	6,8892	5,591	8,5672
May.20	5,9716	0,3421	6,6059	0,36565	0,84025	0,85741	0,0005	7,1879	1,7157	4,2978	1,5888	1,6408
Haz.20	13,848	0,91114	5,4989	0,2173	0,45947	0,51736	0,0016	8,0312	1,3655	1,4759	0,43274	0,74181
Tem.20	18,185	2,5265	4,2306	1,9104	0,94181	0,52668	0,0062	18,038	1,2114	0,88564	0,3591	2,8277
Ağu.20	19,592	4,7049	3,4199	4,087	4,421	1,325	0,0056	14,827	9,4572	1,5917	1,1354	13,084
Eyl.20	13,978	6,2845	4,1094	1,9035	12,983	1,8586	0,0016	11,732	9,9085	5,5182	2,4758	22,676
Eki.20	11,245	4,4751	9,7284	2,1346	37,654	8,6982	0,0019	17,701	10,137	26,035	18,246	31,265
Kas.20	12,566	3,0538	15,403	5,779	43,743	21,518	0,0037	42,815	12,821	32,041	51,65	33,439
Ara.20	20,033	1,9405	19,016	10,28	18,081	26,011	0,0072	59,414	30,538	40,231	26,704	19,467
Oca.21	23,326	1,1186	15,325	19,523	26,72	18,989	0,0094	61,865	10,564	65,828	24,356	60,532
Şub.21	22,067	0,92096	9,4591	5,8324	27,56	9,3027	0,0025	25,983	9,6518	18,972	22,184	22,746

Tablo 51'de görüleceği gibi vaka safhaları bazı ülkelerde tek dalga halinde, bazılarında iki dalgada, diğerlerinde ise üç dalga halinde süregelmektedir. Tek uzun dalgada virüs görülme vakalarını tamamlayan ülkeler ile iki dalgada tamamlayan

ülkelerin mevcut tedbirler ile bu süreci sıfırlamaya doğru gittikleri görülmektedir. İkiden fazla dalga ile bu süreci sürdüren ülkelerin kaç uzun dalgada tamamlayabilecekleri ise öngörülemez bir durumdur. Çünkü her dalgayı oluşumu, kendi dalga uzunluğu ve büyüklüğünün tahmin edilebilir olmasına olanak sağlamakta, ancak yeni bir dalganın oluşu için bir tahmin geliştirmenin olanaksız olduğu görülmektedir. Bu duruma iki ayrı faktör sebep olmaktadır; birincisi virüsün mutasyonu, diğeri ise önleyici tedbirlerin alınması ve uygulanmasında etkinlik ölçütü yer almaktadır.

Tablo 52: Ülkelere Ait Standardize Aylık Vaka Parametre Değişim Grafiği



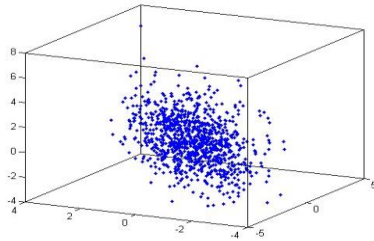
Ülke vakaları, ölümleri ve trafik yoğunluğu parametreleri değişken olarak ele alındığında, aralarındaki ilişkinin daha basit incelenebilmesi için bir boyut indirgemeye ihtiyaç olup olmadığı incelenmiştir. Çok değişkenli istatistik teorisinde boyut indirme amaçlı kullanılan en önemli iki yöntem ana bileşenler analizi ve faktör analizi olarak bilinmektedir. Ana bileşenler analizinde kullanılan boyut indirmenin amacı, esas olarak değişkenlerin doğrusal bileşenlerinin bulunmasıdır. Bu bileşenlerin varyans-kovaryans matrisindeki toplam değişkenlik bilgisini koruyacak şekilde birbirine ortogonal olarak belirleyen bir metottur. Bu yolla bulunan indirgenmiş

boyutları temsil eden eksenler boyunca ölçüm varyansları da birinciden başlayarak azalan bir şekilde elde edilirler.

Ana Bileşenler Analizinde varyansı en büyükleyecek eksen döndürme işlemi sonucu yeni koordinat sisteminde kovaryans matrisi, veri noktaları arasındaki korelasyonu oluşturacak hale dönüşür. Herhangi bir çıkıntının varyansı, özdeğerlerin ağırlıklı ortalaması ile verilmektedir. Bu durum özvektörlerin ortogonal olarak seçildikleri konumdan kaynaklanır, bu nedenle iç çarpımlar toplamı sıfırdır. Tüm özvektörler aynı zamanda birim uzunluğa sahip olduğundan, tümü toplanırsa bu varyansın ağırlıklı bir özdeğerler ortalaması olduğu anlamına gelir. Kuşkusuz, sıralamadaki her yeni özvektör, bir önceki en büyük özdeğerden daha küçüktür, bu nedenle ilk ana bileşenler vektörünü seçmek gerekir. Özdeğer yükseldikçe, faktörün açıkladığı varyans da yükselir (Tabachnick ve Fideli, 2001; Tatlıdil, 1992)

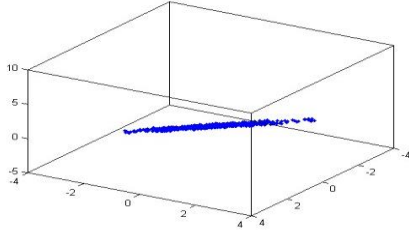
Aşağıdaki Şekil 90 ve Şekil 91’de görüldüğü çok boyutlu bir uzayda veriler genellikle çok açıklayıcı olmayabilirler, ancak verilere doğru açıdan bakıldığında çok boyutlu karmaşık veriler arasındaki ilişkinin yapısı daha kolay anlaşılabilir hale gelebilmektedir. Bu uygun yapı ancak uygun bakış açısı denilen yeni uygun koordinat sistemi ile sağlanabilir. Bu amaçla uygulanan ana bileşenler yönteminde elde edilen 1. eksen verilerin en büyük değişimini sağlayan yöndedir, 2. eksen ise ilk eksene dikey olan (ortogonalite şartının gerekliliği bu nedenle oluşmaktadır) kalan verilerin değişimini en çok açıklayan eksendir. Bu şekilde ortogonal en büyük değişim yönlerini sağlayan metod temel bileşenlerdir.

Şekil 90: Orijinal Verileri Gösteren Ekseneler



(a)

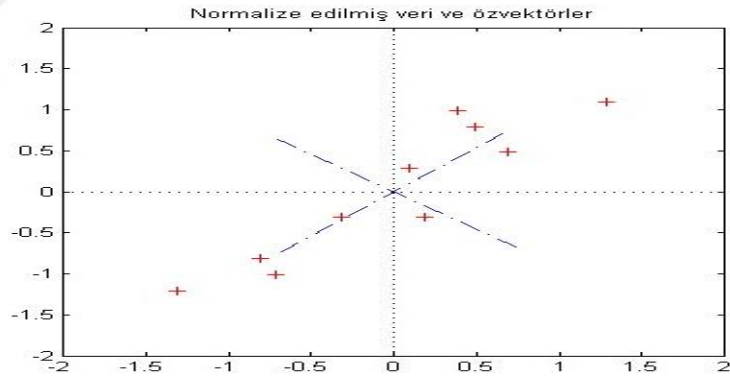
Şekil 91: Dönüştürülmüş Yeni Eksenler



(b)

Ana bileşenler analizi sırasında kovaryans karesel matrisinden öz vektörleri ve özdeğerler elde edilebilir. Bu öz vektörlerden elde edilen eksenler ile normalize edilmiş verilere bir örneği Şekil 92’de görülmektedir. Burada oluşan temel bileşenler en yüksek değerli özdeğer ve öz vektörlerdir. Böylece orijinal verileri en yüksek açıklama gücünden başlayarak daha az boyuttaki ana bileşenler diğer bir deyişle yeni eksenler elde edilmiş olur.

Şekil 92: Ana Bileşenlerde İki Boyutlu Örnek Bir Veri Seti Ve Normalize Edilmiş Görünümü



Kuşkusuz, burada her zaman en büyük öz değerden daha küçük olmayan ilk ana bileşenler vektörünü seçmek gerekir. Ana bileşenler analizinde varyansı en büyükleyecek olan eksen döndürme (rotation) işlemi sonucu yeni oluşan koordinat sistemindeki kovaryans matrisi, değişken vektörlere ait noktalar arasındaki korelasyon en büyükleyecek şekilde dönüştürmektedir. Böylece oluşan herhangi bir çıkıntının varyansı, özdeğerlerin ağırlıklı ortalaması olarak elde edilmektedir.

A kovaryans matrisi gösterdiğini varsayılırsa,

$(A_{n \times n} - \lambda I_n)x = 0$ (x vektörünün sıfır olmadığı durumlarda) istenen sonsuz çözümü veren sadece $\det(A_{n \times n} - \lambda I_n) = 0$ koşulunu sağlayan λ -özvektörleridir (Johnson ve Wichern, 1988: 80).

Bu özvektörlerin elde edildiği söz konusu yukarıdaki homojen denklem sisteminden gelen özellikleri nedeniyle özdeğer toplam ve çarpıları matrisin kendisinden de elde edilebilir. Bu özellikler aşağıda verildiği gibidir.

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = A \text{ matrisinin izi} = a_{11} + a_{22} + \dots + a_{nn}$$

$$\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_n = \det(A)$$

Ülkelere ait covid-19 aylık vaka parametreleri ile yapılan ana bileşenler analizi SPSS programı içerisinde gerçekleştirilmiştir.

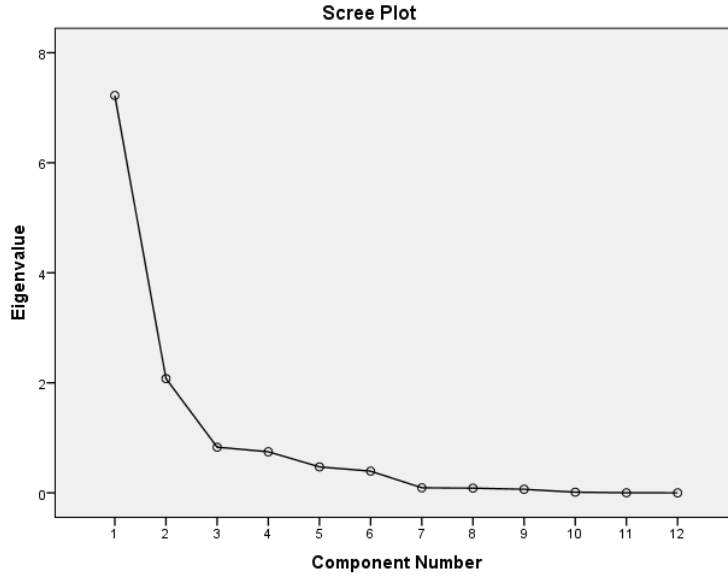
Bu veriler ile yapılan ana bileşenler analizinde değişkenlere ait çıktı verileri Tablo 53'te görülmektedir. Ana bileşenler için elde edilen özdeğerler grafiği ise Şekil 93'de görülmektedir. Burada özdeğerler en yüksek değerden en düşüğe doğru sıralanmış durumdadır.

Özdeğer, her bir faktörün faktör yüklerinin kareleri toplamı, her bir faktör tarafından açıklanan varyansın oranının hesaplanmasında ve önemli faktör sayısına karar vermede kullanılan bir katsayıdır (Tabachnick ve Fideli, 2001; Tatlıdil, 1992).

Tablo 53: Ana Bileşenler Analizi Elde Edilen Çıktılar (SPSS çıktısı)

	İlk	Çıkarma
VAR1 Brezıl	1,000	,790
VAR2 Hind	1,000	,901
VAR3 Rus	1,000	,939
VAR4 Jap	1,000	,940
VAR5 Fran	1,000	,869
VAR6 Alm	1,000	,981
VAR7 Çin	1,000	,913
VAR8 ABD	1,000	,952
VAR9 Türk	1,000	,890
VAR10 BK	1,000	,979
VAR11 İtal	1,000	,797
VAR12 İsp	1,000	,924

Şekil 93: Ana bileşenler Analizi Özdeğerler Vektörü Grafiği (SPSS)



Benzer şekilde faktör analizi de bir boyut indirgeme yöntemidir ve buradan elde edilen özdeğerler her bir faktörün faktör yüklerinin kareleri toplamıdır. Faktör analizi ile ana bileşenler analizi arasındaki en büyük fark açıklanan bir değişkenin olmaması ve yeni vektör değişkenlerin oluşmasıdır. Her bir faktör tarafından açıklanan varyansın yüzdesinin hesaplanmasında, önemli olan faktör sayısına karar vermektir. Özdeğerler yükseldikçe, faktörün açıkladığı varyansın da yükseleceği beklenmektedir. (Tabachnick ve Fideli, 2001; Tatlıdil, 1992)

Tablo 54: Faktör Analizi Vaka Faktör Yükleri (SPSS çıktısı)

Eksen Dönüşü Yapılmış Bileşenler Matrisi

	Bileşen			
	1	2	3	4
VAR00006	,858	,480	-,081	,087
VAR00009	,850	,254	,287	,141
VAR00003	,803	,466	-,130	,244
VAR00011	,799	,364	-,107	,121
VAR00008	,698	,659	-,027	,172

VAR00004	,388	,883	-,053	,083
VAR00012	,343	,866	,169	,166
VAR00010	,551	,809	-,101	,106
VAR00005	-,264	-,040	,893	,031
VAR00002	,240	,056	,879	,262
VAR00007	-,117	-,069	-,142	-,935
VAR00001	,297	,508	,261	,613

Extraction Method: Ana Bileşenler Analizi

Eksen Döndürme Metodu: Kaiser Normalizasyonlu Varimax

Rotasyon 5 iterasyon ile yapılmıştır.

Varyansları en büyükleyen eksen döndürmeleri neticesinde bulun faktör yükleri ve faktör grupları yukarıdaki Tablo 54’de görüldüğü gibidir. Covid sistemine giriş parametrelerindeki değişkenliklere göre yapılan faktör analizi neticesinde elde edilen faktör grupları covid salgınının çok değişkenlik gösterdiği faktör-1’den, değişkenliğin en az olduğu faktör-5 grubuna göre bir araya getirildiği görülmektedir. Bu durumun covid salgınında yükseliş, düşüş ve sık-yüksek dalgalı durağanlığı gösteren özet tablo ise aşağıda daha detaylı değerlendirmelere olanak sağlamaktadır.

Tablo 55: Ülkelerin Faktör Analiz Sonucu Oluşturduğu Gruplar Ve Salgın Periyodları

λ	1.Oca.20	1.Şub.20	1.Mar.20	1.Nis.20	1.May.20	1.Haz.20	1.Tem.20	1.Ağu.20	1.Eyl.20	1.Eki.20	1.Kas.20	1.Ara.20	1.Oca.21	1.Şub.21	1.Mar.21			
rec#	1	31	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335	366	397	425			
FACTOR 1																		
Russia																	yok	
Germany																	artış	
USA																	azalış	
Turkey																	stabil	
Italy																	yüksek dalgalı stabil	
UK																		
FACTOR 2																		
Japan																		
Spain																		
FACTOR3																		
India																		
France																		
FACTOR 4																		
Brazil																		
FACTOR5																		
China																		

Covid doğum dağılışı parametreleri kullanılarak elde edilen faktör gruplarının belirlediği ülkeler ise aşağıdaki gibidir.

(λ) vaka parametrelerine dayalı faktör grupları:

Faktör 1 : Rusya, Almanya, ABD, Türkiye, İtalya, İngiltere

Faktör 2 : Japonya, İspanya

Faktör 3 : Hindistan, Fransa

Faktör 4 : Brezilya

Faktör 5 : Çin

Yukarıdaki tabloda oluşmuş faktör gruplarını birbirinden ayıran en önemli farklılık uzun dönemli dalga sayısından kaynaklanmaktadır. Dalga sayısı ve uzunluğu azalarak oluşan sıralama faktör-1 den faktör-5 e doğru oluşmuştur.

Aşağıdaki Tablo 56 ise aylık ülke ölüm nedeniyle oluşan dağılışı parametrelerinin toplu halde değişimi görülmektedir. Buradaki parametre değişimlerini, doğum parametre değişimleri ile benzerlik dalgalanma göstermesi oldukça doğaldır.

Tablo 56: Ülkelere Ait Aylık Ölüm Parametre Dağılımı

μ	Brezilya	Hindistan	Rusya	Japonya	Fransa	Almanya	Çin	ABD	Türkiye	İngiltere	İtalya	İspanya
Oca.20	0	0	0	0	0	0	9,2581	0	0	0	0	0
Şub.20	0	0	0	0	1,2	1,2	88,655	0	0	0	0	0
Mar.20	5,7097	1,7188	0,625	2,0606	107,26	20,452	16	89,941	7,8235	83,969	394,35	276,67
Nis.20	171	34,933	39,933	9,6667	744	192	2,7333	1836,7	96,8	805,5	533,33	576,2
May.20	754,29	133,38	112,7	15,75	152	72,839	0,57143	1585,7	46,29	370,48	180,53	11,55
Haz.20	1001,4	351,74	164,71	2,4516	36,625	15,133	0,58824	890,71	20,1	101,23	45,964	21,2
Tem.20	1065,9	603,06	150,03	1,3714	13	5,2069	0,72727	767,29	17,118	29	12,313	5,5
Ağu.20	978,16	926,13	103,77	8,1935	11,844	5,2581	2,0625	1016,8	21,375	10,871	13,625	32,689
Eyl.20	719	1089	116,73	9,5	36,189	6,4	0,72727	737,53	59,5	21,156	13	99,333
Eki.20	554,31	780,39	235,13	5,5484	25381	33,667	0,8333	759,68	66,455	141,53	81	158,74
Kas.20	447	511,13	397,4	11,667	29486	201,28	1,5135	1231,1	111,93	409,65	556,2	301,58
Ara.20	663,23	371,42	554,26	42,129	12188	538,61	1,4706	2295,9	229,26	444,4	604,45	162,06
Oca.21	962,09	180,57	519,29	70,935	18011	768,19	1,0588	3129	170,09	1064,8	475	300,94
Şub.21	1069,6	100,53	458	74,097	18577	450,88	0,94118	2448,8	91,032	557,77	325,13	259,77

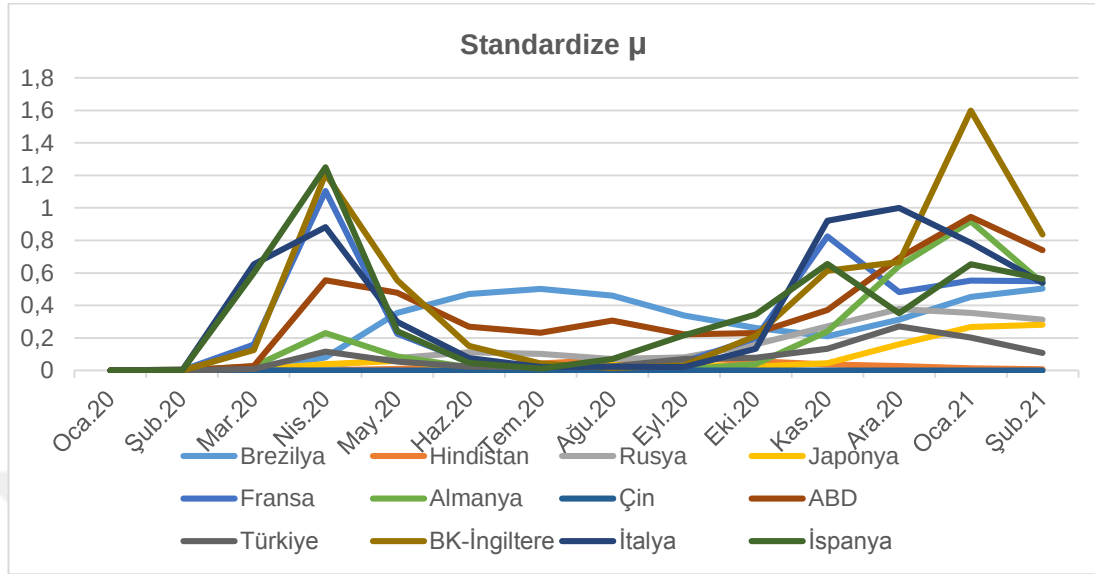
Tablo 56’da tüm pandemi dönemi boyunca en yüksek aylık ortalama ölüm Hindistan’da, en düşük ortalama aylık ölüm ise Japonya’da görülmüştür. İleride açıklanan çok değişkenli analizlere de bakıldığında bu iki ülkenin farklı analiz

kriterlerine göre de iki farklı uça yer aldığı görülmektedir. Ölüm parametrelerinin değişiminde görülen en büyük farklılık, vaka parametre değişimlerine göre gecikmeli davranış göstermesidir. Bu gecikmenin nedeni herhangi bir kişinin Covid vakasına yakalanması ile iyileşmesi veya ölmesi arasındaki süre farklılığından kaynaklanmaktadır. Aşağıdaki Tablo 57 ise standardize aylık ölüm parametre değişimlerini göstermektedir.

Tablo 57: Ülkelere Ait Standardize μ Aylık Ölüm Parametre Dağılımı

μ	Brezilya	Hindistan	Rusya	Japonya	Fransa	Almanya	Çin	ABD	Türkiye	İngiltere	İtalya	İspanya
Oca.20	0	0	0	0	0	0	0,0006	0	0	0	0	0
Şub.20	0	0	0	0,00655	0,00252	0,00203	0,0062	0	0	0	0	0
Mar.20	0,00269	0,000104	0,000766	0,00784	0,15912	0,02501	0,0011	0,027172	0,0098686	0,12598	0,65259	0,59995
Nis.20	0,08045	0,002531	0,027561	0,0384	1,1037	0,22976	0,0002	0,55488	0,11537	1,2086	0,88248	1,2495
May.20	0,35486	0,0097	0,076823	0,05949	0,2255	0,08694	9E-05	0,47907	0,054886	0,55586	0,29957	0,24278
Haz.20	0,47111	0,025488	0,11228	0,01115	0,05433	0,01866	7E-05	0,26909	0,023832	0,15188	0,07602	0,04702
Tem.20	0,50168	0,0437	0,10261	0,00707	0,02003	0,00681	8E-05	0,23181	0,020889	0,04351	0,02119	0,01192
Ağu.20	0,46018	0,06711	0,070739	0,03284	0,01757	0,00628	0,0001	0,30717	0,025936	0,01631	0,02259	0,07082
Eyl.20	0,33826	0,078951	0,079913	0,03588	0,05435	0,00764	8E-05	0,22282	0,070548	0,031742	0,02158	0,21631
Eki.20	0,26078	0,056549	0,16028	0,02284	0,19793	0,04018	9E-05	0,22951	0,079387	0,21235	0,13397	0,34395
Kas.20	0,21053	0,037074	0,27089	0,04595	0,82464	0,24024	0,0001	0,37193	0,13331	0,61462	0,92075	0,65452
Ara.20	0,31225	0,026914	0,37816	0,16101	0,48114	0,64286	0,0001	0,69362	0,27183	0,66752	1,0006	0,35223
Oca.21	0,45286	0,013084	0,35432	0,26792	0,55316	0,91746	0,0001	0,9453	0,20168	1,5977	0,78562	0,65312
Şub.21	0,50318	0,007284	0,3122	0,28175	0,54898	0,53814	1E-04	0,73996	0,10835	0,83687	0,53857	0,56285

Şekil 94: Ülkelere Ait Standardize Aylık Ölüm Parametre Değişim Grafiği



Ülkelerin aylık ölüm dağılım parametre değişimleri Şekil 94’de görülmektedir. Ölüm dalga döneminin vaka dönemleri ile ilişkili olarak ardışık meydana geldiği görüle de, ölüm dalga büyüklüklerinin vaka dalga büyüklüğü ile aynı benzerlikte olmadığı görülmektedir. Bunun da en büyük nedeninin covid tedbir alma ve uygulama etkinliği olarak oluştuğu söylenebilir.

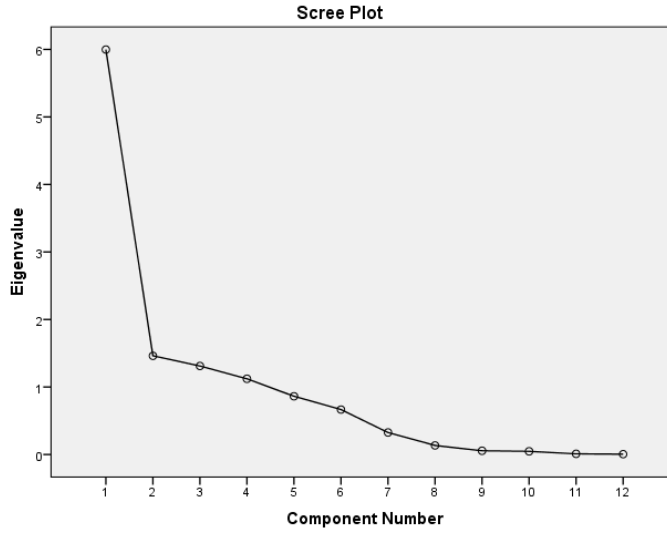
Tablo 58: Ana Bileşenler Analizi Ölüm Değişken Çıktıları (SPSS çıktısı)

	İlk	Çıkarma
VAR00001	1,000	,901
VAR00002	1,000	,986
VAR00003	1,000	,730
VAR00004	1,000	,927
VAR00005	1,000	,825
VAR00006	1,000	,974
VAR00007	1,000	,767
VAR00008	1,000	,940
VAR00009	1,000	,968
VAR00010	1,000	,939
VAR00011	1,000	,916
VAR00012	1,000	,882

Extraction Method: Ana

Bileşenler Analizi.

Şekil 95: Ana Bileşenler Analizi Özdeğerler Vektörü Grafiği (SPSS çıktısı)



Tablo 59: Faktör Analizi Ölüm Faktör Yükleri (SPSS çıktısı)

Eksen Dönüşü Yapılmış Bileşenler Matrisi

	Bileşen				
	1	2	3	4	5
VAR00004	,953	,079	,090	,044	,054
VAR00006	,913	,249	,278	,028	-,019
VAR00008	,872	,306	,171	,025	,236
VAR00010	,779	,576	-,017	-,004	-,005
VAR00009	,665	,366	,599	,170	,059
VAR00012	,300	,886	-,069	,054	-,023
VAR00011	,467	,743	,378	-,025	-,058
VAR00002	,174	-,017	,977	-,022	,027
VAR00001	-,143	-,080	-,041	,933	,039
VAR00005	,476	,230	,098	,731	-,032
VAR00003	,053	-,352	-,043	-,145	,762
VAR00007	-,107	-,402	-,107	-,229	-,728

Çıkarma Metodu: Ana Bileşenler Analizi

Eksen Döndürme Metodu: Kaiser Normalizasyonlu Varimax

Rotasyon 7 iterasyon ile yapılmıştır.

Aylık ölüm dağılışı parametrelerine dayalı ülkelere uygulanan faktör analiz sonucu oluşan faktör grupları aşağıda sıralandığı gibidir. Buradaki gruplamanın da

doğum süreci faktör grupları dağılımına küçük farklılıklarla benzerlik gösterdiği görülmektedir

(μ) ölüm parametrelerine dayalı faktör grupları

Faktör 1: Japonya, Almanya, ABD, İngiltere, Türkiye

Faktör 2: İspanya, İtalya

Faktör 3: Hindistan

Faktör 4: Brezilya, Fransa

Faktör 5: Rusya, Çin

Tablo 60: Ülkelere Ait Aylık Giriş-Çıkış Trafik Parametre Dağılımı

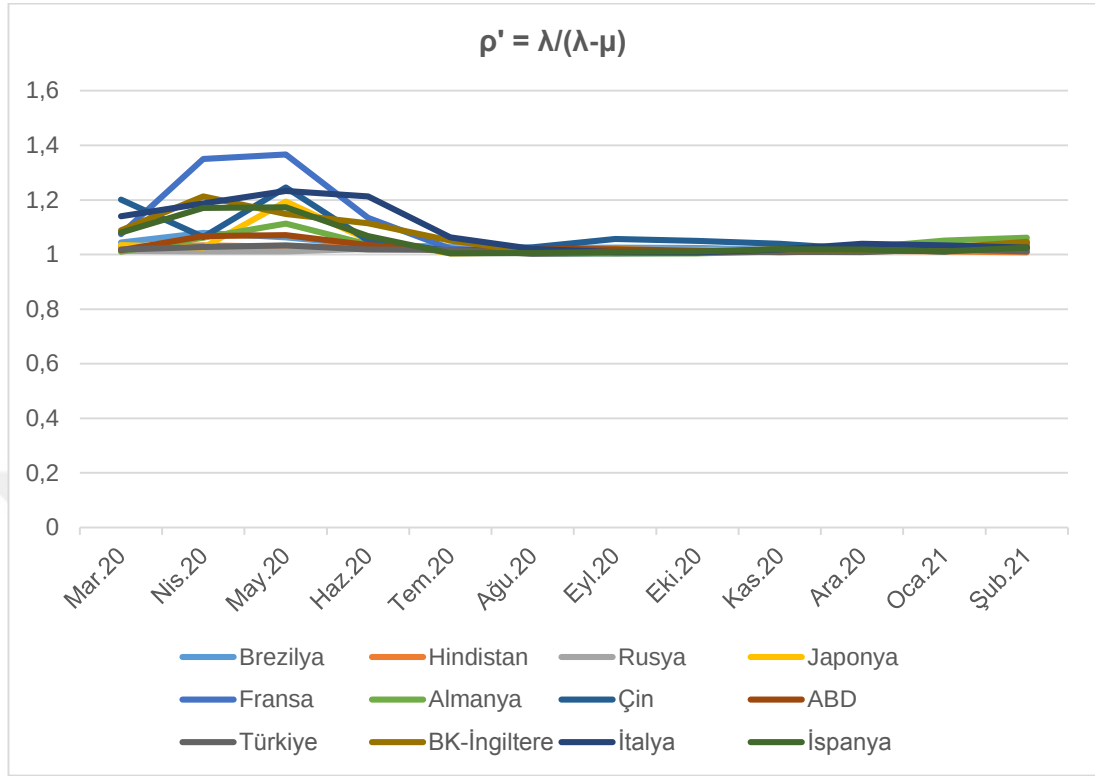
$\rho = \lambda/\mu$	Oca.20	Şub.20	Mar.20	Nis.20	May.20	Haz.20	Tem.20	Ağu.20	Eyl.20	Eki.20	Kas.20	Ara.20	Oca.21	Şub.21
Brezilya	0,00	0,00	23,59	13,60	16,83	29,39	36,26	42,58	41,32	43,12	59,75	64,20	51,53	43,85
Hindistan	0,00	0,00	30,84	31,08	35,40	35,75	57,81	70,11	79,64	79,13	82,45	72,10	85,49	126,42
Rusya	0,00	0,00	137,39	89,51	85,99	48,97	41,36	48,35	51,64	60,70	56,86	50,33	43,29	30,30
Japonya	0,00	0,00	29,29	41,73	6,15	23,47	368,83	132,07	53,00	101,86	131,15	64,61	72,87	20,84
Fransa	0,00	1,56	14,32	3,86	3,73	8,46	48,83	251,60	241,82	0,01	0,00	0,00	0,02	0,01
Almanya	0,00	1,00	102,10	17,18	9,86	28,64	84,75	211,14	243,31	216,46	89,57	40,46	20,71	17,29
Çin	48,80	23,52	5,96	19,46	11,76	37,19	123,41	38,79	30,07	32,63	34,83	70,28	128,42	37,90
ABD	0,00	0,00	65,37	15,82	15,00	29,85	77,82	48,27	52,66	77,12	115,12	85,66	65,44	35,12
Türkiye	0,00	0,00	58,08	36,84	31,26	57,27	59,69	373,13	140,44	128,66	96,61	112,34	52,38	89,42
İngiltere	0,00	0,00	12,30	5,70	7,73	9,72	20,35	97,59	173,85	122,60	52,13	60,34	41,20	22,67
İtalya	0,00	0,00	8,13	6,34	5,32	5,68	17,62	50,37	115,13	136,19	56,15	26,71	31,00	41,25
İspanya	0,00	0,00	13,35	6,86	65,52	16,13	237,24	184,71	105,35	90,90	51,17	55,44	92,83	40,41

Tablo 61: Ülkelere Ait Standardize Aylık Giriş-Çıkış Trafik Parametre Dağılımı

$\rho' = \lambda/(\lambda-\mu)$	Brezilya	Hindistan	Rusya	Japonya	Fransa	Almanya	Çin	ABD	Türkiye	İngiltere	İtalya	İspanya
Oca.20	0	0	0	0	0	0	1,020897	0	0	0	0	0
Şub.20	0	0	0	1,32959	-1	0	1,044670	0	0	0	0	0
Mar.20	1,04425	1,027552	1,013261	1,03531	1,07509	1,01013	1,201629	1,015535	1,018636	1,0884927	1,14034	1,08104
Nis.20	1,07938	1,03324	1,011441	1,02582	1,35001	1,06196	1,064023	1,067454	1,028053	1,2127592	1,18742	1,17075
May.20	1,06318	1,029183	1,011766	1,19429	1,36682	1,11283	1,245529	1,071408	1,03304	1,1485486	1,23236	1,17366
Haz.20	1,03522	1,028779	1,020844	1,05408	1,13411	1,03742	1,050643	1,03466	1,017762	1,1147112	1,21312	1,06767
Tem.20	1,02837	1,017601	1,024857	1,00371	1,02173	1,0131	1,013745	1,013018	1,017546	1,0516666	1,06271	1,00423
Ağu.20	1,02405	1,01447	1,021121	1,0081	1,00399	1,00476	1,026983	1,021155	1,002750	1,0103529	1,0203	1,00544
Eyl.20	1,0248	1,012723	1,019832	1,01921	1,0042	1,00413	1,057538	1,019360	1,007171	1,0057855	1,00879	1,00963
Eki.20	1,02374	1,012798	1,016751	1,01082	1,00528	1,00464	1,050184	1,013136	1,007893	1,008223	1,0074	1,01112
Kas.20	1,01704	1,012289	1,017902	1,00802	1,01921	1,01129	1,039516	1,008763	1,010507	1,0195574	1,01815	1,01996
Ara.20	1,01583	1,014065	1,02029	1,01591	1,02734	1,02534	1,019242	1,011812	1,008981	1,0168721	1,03893	1,01843
Oca.21	1,0198	1,011835	1,023668	1,01391	1,02114	1,05077	1,01152	1,015517	1,019462	1,0248745	1,03333	1,01091
Şub.21	1,02333	1,007972	1,034132	1,05076	1,02032	1,0614	1,041202	1,029313	1,011353	1,0461463	1,02488	1,02537

Yukarıdaki Tablo 60 ve Tablo 61, ülkelere ait aylık trafik parametre tahminlerini göstermektedir. Bu hesaplamalara dayalı olarak en düşük değişkenlik Brezilya'da, en yüksek değişkenlik ise Japonya'da görülmektedir. Trafik yoğunluğu parametresindeki değişkenlik tedbirlerin uygulanmasındaki etkinliği göstermekte, tam tersi durağanlık ise pandemi koşullarının durağanlığını gösterdiği ilk bakışta düşünülmektedir. Ancak bu değişkenlikteki ani iniş ve çıkış değeri ya da diğer bir deyişle en yüksek veya en düşük trafik yoğunluğu değerinde kalma süresinin az ya da çok olması, sırası ile mücadele etkisinin başarısı veya başarısızlığı olarak yorumlanması daha doğru olacaktır.

Şekil 96: Ülkelere Ait Standardize Aylık Doğun-Ölüm Trafığı Parametre Değişim Grafiği



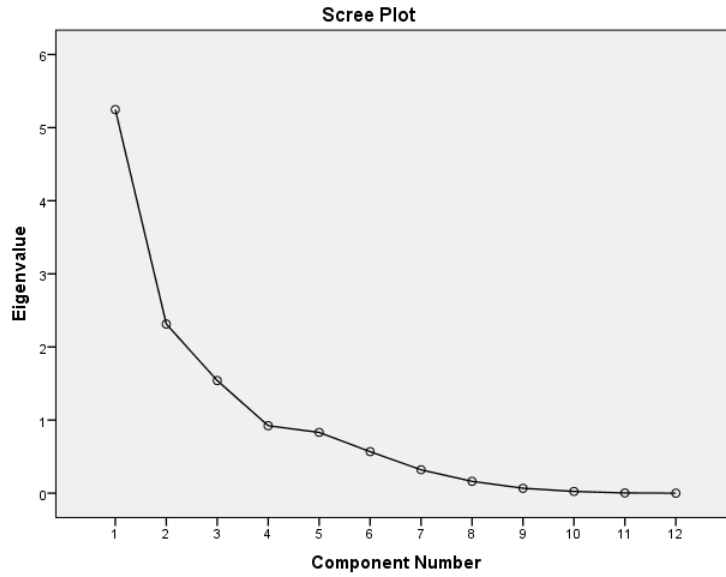
ρ' trafik yoğunluğu parametresi vaka sayılarının, vakalardan ölümlerin çıkartılması ile elde edilen sayıya bölümüyle elde edilen orandır. Dolayısı ile bu oran daima 1 ve 1'in üzerinde olması gerekmektedir. ρ' trafik yoğunluğu parametresinin 1 olması; ölümlerin yok olduğunu, 1'in üstünde değerlere yükseldikçe ölüm veya vaka sayılarının arttığını göstermektedir. Bu çerçevede Şekil 96 ve Tablo 64 birlikte yorumlanmaya çalışıldığında tüm ülkelerde ciddi bir sönümlenmelerin yaşandığı tespit edilmiştir.

Tablo 62: Ana Bileşenler Analizi Doğum-Ölüm Trafik Yoğunluğu Çıktıları (SPSS çıktısı)

	İlk	Çıkarma
VAR00001	1,000	,969
VAR00002	1,000	,691
VAR00003	1,000	,906
VAR00004	1,000	,943
VAR00005	1,000	,916
VAR00006	1,000	,981
VAR00007	1,000	,873
VAR00008	1,000	,887
VAR00009	1,000	,868
VAR00010	1,000	,905
VAR00011	1,000	,977
VAR00012	1,000	,939

Çıkarma Metodu: Ana bileşenler analizi.

Şekil 97: Ana Bileşenler Analizi Trafik Yoğunluğu Özdeğerler Vektörü Grafiği (SPSS çıktısı)



Tablo 63: Faktör Analizi Trafik Yoğunluğu Faktör Yükleri (SPSS çıktısı)

	Bileşenler				
	1	2	3	4	5
VAR00005	,916	,186	,080	,031	-,188
VAR00009	,847	,236	,104	,273	-,095
VAR00006	,713	,630	,172	-,093	,194
VAR00011	,313	,934	,053	-,025	,054
VAR00010	,590	,741	,052	,069	,003
VAR00002	,046	,701	,133	,408	-,113
VAR00004	,141	,080	,949	,089	,089
VAR00012	,464	,185	,818	,107	-,096
VAR00007	-,247	-,005	,767	,331	-,339
VAR00001	,174	,067	,201	,945	,026
VAR00008	,059	,424	,448	,559	,436
VAR00003	-,173	-,016	-,116	,044	,927

Çıkarma Metodu: Ana Bileşenler Analizi

Eksen Döndürme Metodu: Kaiser Normalizasyonlu Varimax

Rotasyon 8 iterasyon ile yapılmıştır.

(p) trafik yoğunluğu parametrelerine bağlı faktör grupları;

Faktör 1: Fransa, Türkiye, Almanya

Faktör 2: İtalya, İngiltere, Hindistan

Faktör 3: Japonya, İspanya, Çin

Faktör 4: Brezilya, ABD

Faktör 5: Rusya

Covid-19 sürecine ait trafik yoğunluğu parametresinin özellikle 2020 yılı yaz aylarında çok yüksek bir değişkenlik gösterdiği görülmektedir. İstatistiksel olarak hesaplanan bu yüksek değişkenlik sağlık açısından yüksek riskli bir dönem olduğunun delili olarak yorumlanabilir. Bu durum sadece Hindistan, Çin, Rusya ve Brezilya için birkaç ay gecikmeli ve daha düşük değişkenlikle gerçekleşmiştir, zaten bu ülkelere ait diğer doğum ve ölüm parametreleri de bu yoruma eşlik eder biçimindedir.

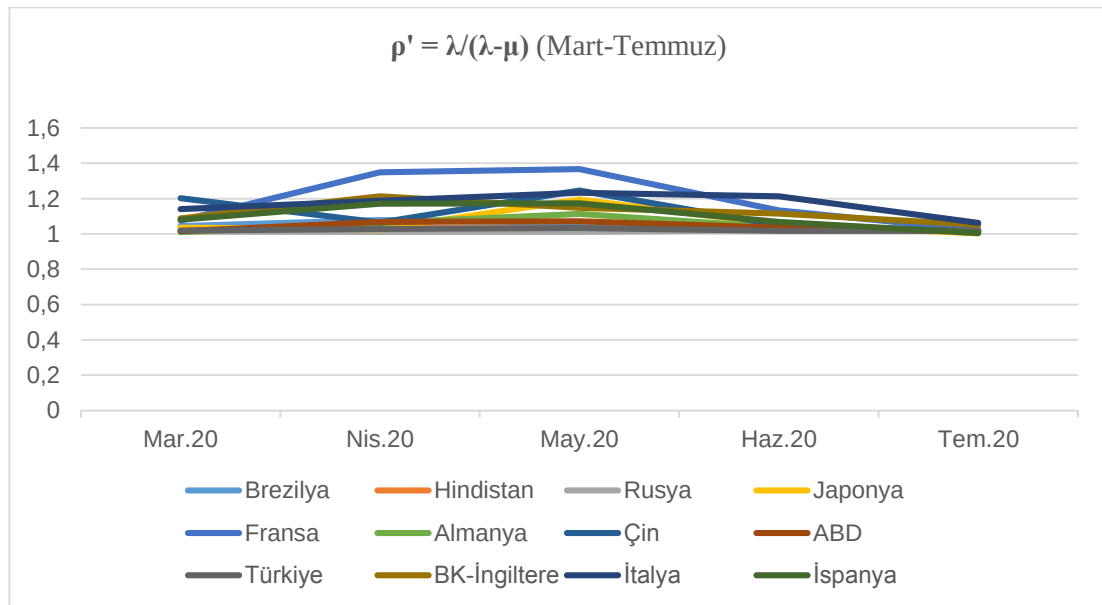
Tüm doğum-ölüm sürecinin tamamı değerlendirildiğinde dünyanın önemli bir kısmının bitiş sürecine girdiği görülmektedir, eğer bu süreç sıfırlanarak sonuçlanmaz ise ya yeni bir mutasyon dalgası olarak ortaya çıkacak ya da pandemi mücadele

etkisinin performansına dayalı yeni bir dalga olarak beklenecektir şeklinde yorumlanabilir.

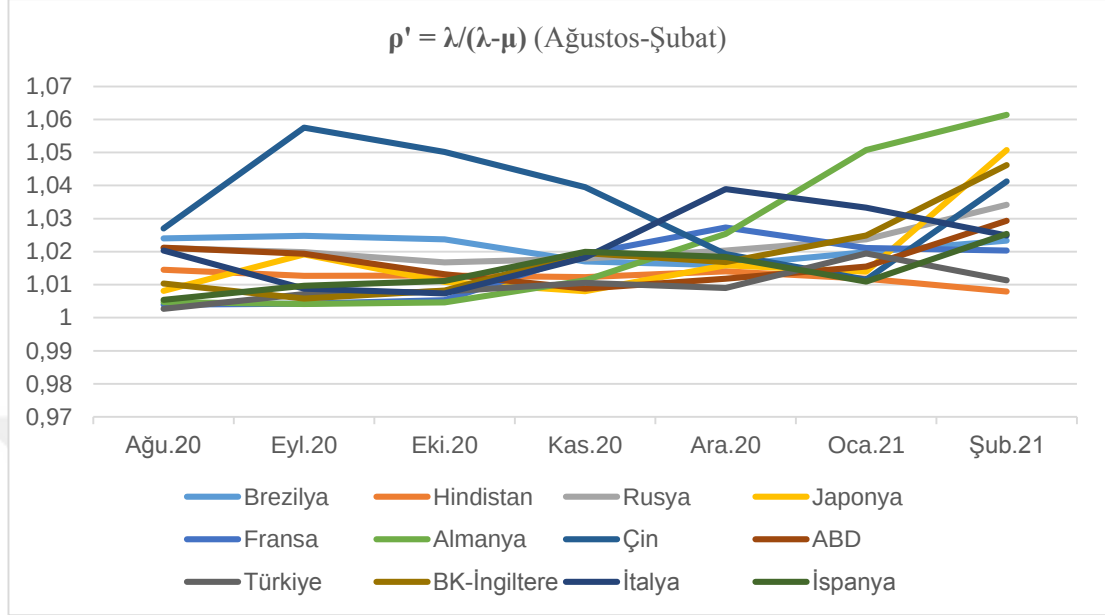
Tablo 64: Ükelere Ait Değiştirilmiş Standardize Aylık Giriş-Çıkış Trafiki Parametre Dağılımı

$\rho' = \lambda/(\lambda-\mu)$	Brezilya	Hindistan	Rusya	Japonya	Fransa	Almanya	Çin	ABD	Türkiye	İngiltere	İtalya	İspanya
Oca.20	0	0	0	0	0	0	1,020897	0	0	0	0	0
Şub.20	0	0	0	1,32959	-1	0	1,044670	0	0	0	0	0
Mar.20	1,04425	1,027552	1,013261	1,03531	1,07509	1,01013	1,201629	1,015535	1,018636	1,0884927	1,14034	1,08104
Nis.20	1,07938	1,03324	1,011441	1,02582	1,35001	1,06196	1,064023	1,067454	1,028053	1,2127592	1,18742	1,17075
May.20	1,06318	1,029183	1,011766	1,19429	1,36682	1,11283	1,245529	1,071408	1,03304	1,1485486	1,23236	1,17366
Haz.20	1,03522	1,028779	1,020844	1,05408	1,13411	1,03742	1,050643	1,03466	1,017762	1,1147112	1,21312	1,06767
Tem.20	1,02837	1,017601	1,024857	1,00371	1,02173	1,0131	1,013745	1,013018	1,017546	1,0516666	1,06271	1,00423
Ağu.20	1,02405	1,01447	1,021121	1,0081	1,00399	1,00476	1,026983	1,021155	1,002750	1,0103529	1,0203	1,00544
Eyl.20	1,0248	1,012723	1,019832	1,01921	1,0042	1,00413	1,057538	1,019360	1,007171	1,0057855	1,00879	1,00963
Eki.20	1,02374	1,012798	1,016751	1,01082	1,00528	1,00464	1,050184	1,013136	1,007893	1,008223	1,0074	1,01112
Kas.20	1,01704	1,012289	1,017902	1,00802	1,01921	1,01129	1,039516	1,008763	1,010507	1,0195574	1,01815	1,01996
Ara.20	1,01583	1,014065	1,02029	1,01591	1,02734	1,02534	1,019242	1,011812	1,008981	1,0168721	1,03893	1,01843
Oca.21	1,0198	1,011835	1,023668	1,01391	1,02114	1,05077	1,01152	1,015517	1,019462	1,0248745	1,03333	1,01091
Şub.21	1,02333	1,007972	1,034132	1,05076	1,02032	1,0614	1,041202	1,029313	1,011353	1,0461463	1,02488	1,02537

Şekil 98: Ükelere Ait Standardize Aylık Doğum-Ölüm Trafiki Parametre Değişim Grafiği: 2020 ilk 6 ay



Şekil 99: Ülkelere Ait Standardize Aylık Doğum-Ölüm Trafığı Parametre Değişim Grafiği: 2020 Yılı Son 6 Ay



Ülkeler ait doğum ve ölüm parametrelerine dayalı geliştirilmiş trafik yoğunluk [$\rho'=\lambda/(\lambda-\mu)$] parametreleri tablosu ve grafiği, ülkelere ait vaka performanslarını karşılaştırmak için çok etkin bir gösterge olarak görülmektedir. Tez içerisinde geliştirilen bu parametrenin 2020 yılının ilk 6 ayı incelendiğinde, ülkelere ait değişimin 1 ile 1,5 arasında değiştiği belirlenmiştir. Bu değişim covid dalgasının yüksek olduğu dönemi göstermektedir. Bu dönemdeki yüksek ρ' , covid nedeni ile ölümlerin oranının yüksekliğini gösterir. 2020 yılı son 6 ayı incelendiğinde ise bu değişimin 1 ile 1,06 arasında olduğu gözlemlenmiştir. Bu durum Covid vakalarında, dünya genelinde ciddi bir azalma şeklinde yorumlanabilir. Doğal olarak bu yorumlar tüm dünya ülkelerine genel bir bakış açısı ile yapılmış bir yorumdur. İkinci altı ayı gösteren grafik daha detaylı incelendiği takdirde ortalamayı aşağıya çeken ülkelerin çok daha fazla olduğu ancak bazı ülkelerin ortalamayı yükselten faktör ülkeler olduğu anlaşılmaktadır. Ülkelerin büyük bir çoğunluğu 1 ile 1,02 arasında olduğu görülmektedir. Bu yorum dünyadaki çoğunlukta olan ülkelerdeki ölümlerin vaka sayılarına oranının düştüğünü belirtmektedir. Bu oran milyonda 1 ve 2 oranına kadar gerilemektedir. Şekil 94 incelendiğinde söz konusu ülkelerin yarısından fazlası

milyonda 1 ve 1'in altında ölüm oranına sahip ülkelerden oluşmaktadır. Ancak tez teslim süresinin kısıtlamasına dayalı olarak WHO verilerinin belli bir tarihten itibaren analize alınması durdurulmuş ve tez kapsamına alınamamıştır. Ancak tez çalışmasını tamamlanma sürecinde yapılan son değerlendirmeler ışığında dünyadaki çoğunlukta olmayan bazı ülkelerin yeni bir dalga ile karşı karşıya olduğu görülmektedir.



SONUÇ VE ÖNERİLER

Tez çalışmasında kuyruk modelleri teorisi üzerine bir inceleme ve literatür taraması gerçekleştirilmiştir. Kuyruk modelleri ile ilgili sınıflandırmalara yer verilmiş ve kuyruk modelinde kullanılan parametrelerin önemine değinilmiştir. Bu kapsamda yeni bir trafik yoğunluğu parametresi (ρ') önerilmiştir. Özellikle biyoloji çalışmalarında popülasyon davranışlarını incelemek için saf doğum ve ölüm süreçlerinin ele alındığı bilinmektedir. Bu nedenle Covid 19 pandemisi stokastik analizi için de doğum-ölüm sürecine özel bir yer verilmiştir. İkinci bölümde ise kuyruk sistemlerinde giriş ve çıkışların stokastik davranış göstermesine dayalı olarak olasılık dağılımları incelenmiştir. Giriş ve çıkışların kesikli değişkenlere bağlı olması nedeni ile, kesikli olasılık dağılımlarına ve giriş-çıkışlar arasındaki sürenin dağılışı ise sürekli bir değişken olması sebebi ile sürekli olasılık dağılımları incelenmiştir. Ele alınan dağılımlar özellikler hafızasız (memoryless) olması kuyruk teorisinin önemli varsayımlarından biridir. Bu bölümde bayes yaklaşımına yer verilmesinin özel nedeni, biyolojik salgınlarda hastalığın ve kullanılan tedavilerin değişken parametrelere bağlı olmasından kaynaklanmaktadır.

Bu tez çalışmasında istatistik teori ve uygulamaları içerisinde bir stokastik süreç olan ve kuyruk teorisi modelleri içerisinde temel bir yeri olan içe göç ve dışa göç modelleri, diğer bir deyişle doğum-ölüm süreçleri incelenmiştir. Bu modellerin kuyruk teorisi içerisinde yeri ve önemi belirlenmiş, bu modelin varsayımları ve parametre tahminleri tanıtılmıştır. Pandemi uygulamaları da stokastik bir bakış içerisinde doğum-ölüm süreçleri kapsamında ele alınmaktadır. Pandemi popülasyonuna giren her vaka doğum süreci içerisinde yerini almakta, pandemi popülasyonunu terk eden her iyileşme veya ölüm ise stokastik yapıda ölüm süreci içerisinde yerini almaktadır. Stokastik olarak pandemi popülasyonunu terk edişlerden çalışma kapsamındaki analizlerde sadece ölüm sayıları üzerine çalışma yapılmasının bir nedeni WHO- World Health Organisation tarafından resmi olarak sadece bu verilerin verilmesinin yanında, hastalıkları iyileşerek çıkanlarında doğal olarak popülasyona dönüşlerinin istatistiksel modeli oluşturan sistemi bozmamış olmasından kaynaklanmaktadır.

Tüm dünya verilerini temsil etmesi açısından Amerika kıtasından A.B.D. ve Brezilya, Avrupa kıtasını temsilen İngiltere, Almanya, Fransa, İspanya, İtalya ve

Türkiye, Asya kıtasını temsilen Rusya, Hindistan, uzak doğu asyayı temsilen Çin ve Japonya olmak üzere toplam 12 ülke ele alınmıştır. Bu ülkelerin seçiminde kullanılan kıtas, dünyadaki salgının dağılışı, salgın ile mücadeledeki davranış şekli ve salgın sırasında veri toplama güvenilirliği düşünülerek seçilen ülkelerin özellikle gelişmiş ve gelişmekte olan dünya ülkeleridir. Söz konusu 12 ülke, dünya nüfus toplamının yaklaşık yarısını kapsamaktadır.

Pandemi popülasyonuna giriş ve çıkışların oluşturduğu doğum ve ölüm süreçleri doğal olarak istatistiksel dağılış teorisi kapsamında incelenmiştir. Bu kapsamda covid19 pandemisinin başlangıcı olan 2020 yılı Ocak ayı ile tezin yazımının tamamlandığı 2021 yılı Mart ayına kadar yayınlanmış olan günlük WHO verileri kullanılmıştır. Bu verilerin tümü üzerinde yapılan dağılış analizlerinde zaman içerisinde covid verilerinde oluşan genel değişkenlikten dolayı değişen parametre yaklaşımına izin veren en uygun aylık periyotlarda analizler EasyFit istatistik paket programı aracılığı ile yaklaşık 168 kez tekrarlanan bir uygulama gerçekleştirilmiştir.

Süreç analizleri kapsamında ele alınan olasılık dağılışlarının tanıtılması içerisinde özellikle Bayes modellemesi ile olasılık dağılışlarının ele alınmasının temel sebebi, uygulamada karşılaşılan değişken parametre yaklaşımı ve yine aşı ve ilaç geliştirme aşamalarında bayes yaklaşımının yapısı gereği daha uygulanabilir ve doğru sonuçlar üretmesidir.

Tüm ülkelerin aylık doğum ve ölüm parametrelerinin karşılaştırılması için 2020 yılı için ülke nüfusları kullanılarak yüz binde oranını sağlayacak standardizasyon işlemi gerçekleştirilmiştir. Bu amaçla WHO verileri öncelikle ülke ayrımları yapıldıktan sonra her ülke için ayrı standardize veriler oluşturulmuştur. Bu standardize etmenin sonuçlarından yararlanılarak ülke pandemi karşılaştırmaları yapılabilmektedir. Öncelikle giriş parametresi, sonra ölüm parametreleri ve daha sonra trafik yoğunluğu parametreleri girdi olarak alınarak SPSS programı aracılığı ile ana bileşenler analizi ile öz vektör analizleri yapılarak yorumlanmış, daha sonra bu üç değişken parametreler kullanılarak faktör analizleri yapılmış ve ülkelerin nasıl ve neden gruplandıkları yorumlanmaya çalışılmıştır. Bu kapsamda kuyruk modellerinin önemli bir parametresi olan trafik yoğunluğu parametresinin pandemik yorumlamalarında yetersizliği görüldüğü için, bu yönde yeni bir trafik yoğunluk parametresi geliştirilmiş, özellikleri

ve diğerk parametreler ile ilişkileri gösterilerek daha kolay yorumlar yapılmasını sağlamaktadır.

Bu çalışmanın özgünlüğüne katkı sağlayan farklı değerlendirme ve yorumları aşağıdaki gibi sıralayabiliriz. Bu çalışmada Dünya Sağlık Örgütü, orijinal Covid 19 verileri kullanılarak, tüm ülkelerin istatistiksel olarak gerçek anlamda birbirleri ile aynı bazda karşılaştırmalarına olanak sağlayan ve ortak bir standardizasyonda gerçekleştirilen bir transformasyon geliştirilmiştir. Kuyruk teorisi içinde belirleyici bir parametre olan trafik yoğunluk parametresi için ilk kez bu çalışmada özellikle salgın popülasyonlarında yorumlama kolaylığı sağlayan özgün yeni bir trafik yoğunluk parametresi geliştirilmiştir. Çalışmada tüm dünya ülkelerinin karşılaştığı Covid-19 popülasyonunu oluşturan oldukça yüksek bir örnekleme oranı ile (Dünya nüfusunun yaklaşık %25'i) yüksek temsil gücü bulunan örneklem üzerinde çalışmalar sürdürülmüştür. Bu yüksek temsil oranına ilave olarak, dünya ülkeleri arasındaki ekonomik değişkenlik, coğrafi değişkenlik, ırk ve genetik değişkenlik, kültürel değişkenlik, gelişmişlik değişkenliği gibi faktörlerin de tümünün temsil edilmesine özen gösterilmiştir. Analiz edilen dönemde standardize edilmiş verilere dayanarak en yüksek vaka oranı Amerika Birleşik Devletleri'nde, en düşük vaka oranı ise Çin'de olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca sadece Çin'de tek bir salgın dalgası ile süreç tamamlanırken, bazı ülkelerde 2 dalga ve bazı ülkelerde 3 dalga ile salgının sürdüğü görülmüş, hatta bazı ülkelerde 4. dalganın yaşanabileceği öngörülmüştür. Dünya'da salgın dalgasını belirleyen istatistiksel parametreler açısından bir homojenlik olmadığı görülmektedir. Bu konunun yorumlanması başta ülkelerin aldığı farklı tedbirler olmak üzere diğerk değişik faktörlere bağlı olduğu düşünülebilir. Bunların dışında, her ülkede yaşanan salgının dalga uzunluğu, büyüklüğü ve ölüm şiddeti parametrelerinin istatistiksel olarak modellenabilir ve tahmin edilebilir olduğu belirlenmiştir.

Tez çalışması sırasında karşılaşılan sorunlar ve aşılma yolları aranırken bazı öneriler de geliştirilmiştir. Daha sonra bu çalışmalara devam edecek araştırmacılar için inceleme önerileri aşağıdaki şekilde sıralanmıştır.

1. Söz konusu çalışma dünya nüfusunun her ne kadar yarısını ele alarak yapılmış olsa da tüm dünya ülkelerini kapsayacak şekilde yapılması sağlanabilir.
2. Uygulamada karşılaşılan değişken parametre durumu için değişimlerin analizini sağlayacak çok değişkenli regresyon analizi çalışması yapılabilir.

3. Doğum, ölüm ve trafik yoğunluğu parametrelerine dayalı yapılan faktör analizi sonuçları kullanılarak oluşan her faktör için daha detaylı istatistiksel analizleri kapsayan teknikler gerçekleştirilebilir.
4. Pandemi ile mücadele yöntemlerinin ülkeler bazında farklılık göstermesine dayalı kategorik değişkenlerin yer aldığı model çalışmaları yapılabilir. Ele alınacak kategorik değişkenler ile pandemi giriş-çıkış-trafik parametreleri arasındaki ilişkiler analiz edilebilir.
5. Tezin teslim süresi kısıtı nedeniyle veri kullanımı Mart 2021 tarihi itibari ile durdurulmak zorunda kalınmıştır. Bu çalışma covid pandemisinin daha ilkeri sönümlenme tarihine kadarki verileri de kapsayacak şekilde analizler tekrarlanabilir.

KAYNAKÇA

Ameh, N., Sabo B ve Oyefabi, M.O. (2013). Application of queuing theory to patient satisfaction at a tertiary hospital in Nigeria. *Nigger Med Journal*. 54(1):64-67.

Ankarali ve diğerleri. (2020). *A Statistical Modeling of the Course of COVID-19 (SARS-CoV-2) Outbreak: A Comparative Analysis*. Asia Pacific Journal of Public Health.

Açıkgöz, Ö., Günay, A. (2020). *The early impact of the Covid-19 pandemic on the global and Turkish economy*. Department of Economics. Ankara.

Ahmadi, M. (2013). *Energy Consumption Estimation in Clustered Wireless Sensor Networks Using M/M/1 Queuing Model*. International Journal of Wireless & Mobile Networks.

Aytaç, M. (1991). *Matematiksel İstatistik*. Bursa: Ezgi Kitabevi Yayınları.

Amorós, R., Conesa, D., Martinez-Beneito, M.A. ve López-Quílez, A. (2014). *Statistical Methods for Detecting the Onset of Influenza Outbreaks: A Review*. Spain.

Akarçay, A. (2008). *Hizmet Üreten Sistemlerde Bekleme Hattı (Kuyruk) Modeli ve Bir Uygulama*. Tokat: Gaziosmanpaşa Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Afolalu, S.A., Babaremu, K.O., Ongbali, S.O., Abioye, A.A., Abdulkareem, A., Adejutigbe, S.B. (2019). *International Conference on Engineering for Sustainable World Journal of Physics: Conference Series*. Nigeria.

Anokye, M., Annin, K., Oduro, F.T. (2013). Application of Queuing Theory to Vehicular Traffic at Signalized Intersection in Kumasi-Ashanti Region. *Ghana: American International Journal of Contemporary Research*. 3(7)

Aziati, A.H.N., Hamdan, N.S. (2018). *Application of Queuing Theory Model And Simulation To Patient Flow At The Outpatient Department*. Malaysia.

Borst, S. (2001). *Robust Algorithms for Sharing Agents with Multiple Skills*. [http://www.chip.com.tr/forum/konu.asp? \(01.06.2007\), TOPIC_ID=23086](http://www.chip.com.tr/forum/konu.asp? (01.06.2007), TOPIC_ID=23086)

Berry, R. (2006). *Queuing Theory*. <https://www.whitman.edu/documents/Academics/Mathematics/berryrm.pdf>

Broek, J.V.D., Heesterbeek, H. (2006). *Nonhomogeneous Birth and Death Models for Epidemic Outbreak Data*, Faculty of Veterinary Medicine. The Netherlands: Utrecht University.

Boxma, O. J. (2008). *Stochastics Performance Modelling*, Eindhoven University of Technology. The Netherlands.

Bhat, U. N. (2015). *An Introduction to Queueing Theory: Modeling and Analysis in Applications*. Birkhäuser.

Bhat, B.A., Kumar, P ve Wani, M.A. (2016). A New Generalization of Erlang Distribution with Bayes Estimation. *International Journal of Innovative Research and Review* ISSN:2347-4424, April-June, Vol4(2).

Bhat, N.U. (2008). *An introduction to Queueing Theory*. Boston.

Boucherie, R.J., Van Dijk, N.M. (2011). *Queueing Networks: A fundamental Approach*. USA.

Chen, B. ve Henderson, S., (2001). *Two Issues in Setting Call Centre Staffing Levels*. USA: Annals of Operations Research.

Chee-Hock, Ng, Boon-Hee, S. (2008). *Queueing Modelling Fundamentals with Applications in Communication Network*. USA: Wiley.

Cooper, R.B. (1981). *Introduction Queueing Theory, Second Edition, Computer Systems and Management Science Florida*. North Holland: Atlantic University.

Daigle, J.N. (2005). *Queueing Theory With Applications to Packet Telecommunication*. Boston: Springer Science.

De Bruin, A.M., Van Rossum, A.C., Visser, M. C., Koole, G. M. (2007). *Modeling the emergency cardiac in-patient flow: an application of queueing theory*. Health Care Manage Sci.

Doğan, İ. (1995). *Yöneylem Araştırması Teknikleri ve İşletme Uygulamaları*. İstanbul: Bilim Teknik Yayınevi.

Engineering Statistics Handbook. (2002). *NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods*.

Fazlollahtabar, H., Gholizadeh, H. (2020). *Application of Queueing Theory in Quality Control of Multi-Stage Flexible Flow Shop*. Yugoslav Journal of Operations Research.

Gunther, J.N. (2011). *Analyzing Computer System Performance with Perl: PDQ*. Second Edition. Berlin.

Ghitany, M.E., Gómez-Déniz, E ve Nadarajah, S. (2018). A New Generalization of the Pareto Distribution and Its Application to Insurance Data. *Journal of Risk and Financial Management*. 11(10). 10

Haviv, M. (2013). *Queues A Course In Queueing Theory*. New York: International Series in Operations research & Management Science.

Hoel, P.G. (1962). *Introduction to Mathematical Statistics*.

Hogg, R.V., Craig, A.T. (1969). *Introduction to Mathematical Statistics*. USA.

Hillier, S. F ve Lieberman, J. G. (1990). *Introduction to Operations Research*. McGraw-Hill International Editions.

Johnson, R.A., Wiehern, D.W. (1988). *Applied Multivariate Statistical Analysis*. USA.

Korum, U. (1977). *Matematiksel İstatistiğe Giriş*. Ankara: Türkiye ve Orta Doğu AMME İdaresi Enstitüsü

Little, J.D. (1961). *A proof of the queueing formula $L = \lambda W$* . Operation Research: Vol:9, No:3, pp. 383-387.

Levin ve Kirkpatrick. (1965). *Quantitative Approaches to Management*. USA.

Lipschutz, S. (1965). *Schaum's Outline Series Theory and Problems of Probability*. USA: McGraw-Hill Book Company.

Marks, B. I. (1973). *State Probabilities of M/M/1 Priority Queues*.

Mayers, A. (2013). *Introduction to Statistics and SPSS in Psychology*. Pearson Education Limited.

Marsudi, M ve Shafeek, H. (2014). *The Application of Queuing Theory in Multi-Stage Production Line*. Indonesia: International Conference on Industrial Engineering and Operations Management Bali.

Masek, J., Camaj, J., Nedeliakova, E. (2015). Application the Queuing Theory in the Warehouse Optimization. *World Academy Of Science: Engineering and Technology International Journal of Industrial and Manufacturing Engineering*, 9(11)

Mehandiratta, R. (2011). Applications of queuing theory in health care, *International Journal of Computing and Business Research*. 2(1)

Montgomery, D.C., Runger, G.C. (2014). *Applied Statistics and Probability for Engineers*. Singapore.

Min Zuo ve diğerkleri. (2020). *Comparison of COVID-19 Pandemic Dynamics in Asian Countries with Statistical Modeling*.

Milton, J.S., Arnold, J.C. (1995). *Introduction to Probability and Statistics, Principles and Applications for Engineering and the Computing Science*. Singapore.

Muthusami, R., Saritha, K. (2020). *Statistical analysis and visualization of the potential cases of pandemic coronavirus*. India: Anna University.

Moralı, S. (1973). *İstatistik Teorisine Giriş*. İstanbul: İstanbul Teknik Üniversitesi Kütüphanesi.

Newbold, P. (1988). *Statistics for Business and Economics*. University of Illinois: Printice-Hall International.

OECD. (2020). Beyond Containment Health Systems Responses to COVID-19 in the OECD. (<https://www.oecd-ilibrary.org>)

Özkan, F. (2010). Bekleme Hattı (Kuyruk) Modelleri ve Bir Çağrı Merkezi Uygulaması. , İstanbul: Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Özkan, Ş. (2005). Yöneylem Araştırması Nicel Karar Teknikleri. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

Özdağoglu, A., Yalçinkaya, Ö. ve Özdağoglu, G. (2009). Ege Bölgesi'ndeki Bir Araştırma ve Uygulama Hastanesinin Acil Hasta Verilerinin Simüle Edilerek Analizi. *İstanbul Ticaret Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*. 5(5): 1-5

Öztoprak, F. ve Javed, A. (2020). Case Fatality Rate Estimation of COVID-19 For European Countries: Turkey's Current Scenario Amidst a Global Pandemic; Comparison of Outbreaks with European Countries. *EJMO*, 4(2), 149-159.

Öztürk, A. (2002). *Yöneylem Araştırması*. Bursa: Ekin Kitabevi.

Pham, H. (2006). *Springer Handbook of Engineering Statistics*. The State University of New Jersey: Springer.

Pontikis, V., Karakostas, T., Komninou, P. (2020). *Two-scale Phenomenological and Statistical Analysis of the COVID-19 Pandemic*. France.

Sheikh, A., Lakshmipathy, M. ve Prakash, A. (2016). Application of Queuing Theory for Effective Equipment Utilization and Maximization of Productivity in Construction Management. *International Journal of Applied Engineering Research*, 11(8), 5664-5672.

Rashid, R., Hoseini, S. F., Gholamian, M. R., & Feizabadi, M. (2015). Application of queuing theory in production-inventory optimization. *Journal of Industrial Engineering International*. 11(4): 485-494.

Sariaslan, H., Karacabey, A. (2003). *İşletmelerde Sayısal Analizler*. Ankara: Turhan Kitapevi.

Sztrick, J. (2012). *Basic Queueing Theory*, Univesity of Debrecen. Faculty of Informatics.

Sharma, V. (2019). *Stochastic Processes and Queuing Theory*. Bangalore: Indian Institute of Science.

Seyedhoseini, S.M., Rashid, R., Kamalpour, I., Zangeneh, E. (2015). *Application of queuing theory in inventory systems with substitution flexibility*. Springerlink.

Shortle, J.F., Thopmson, J.M., Gross, D., Harris, C.M. (2018). *Fundamentals of Queueing Theory*. USA: Wiley & Sons.

Şahin, M. (2020). *Impact of Weather on COVID-19 Pandemic In Turkey*, Department of Industrial Engineering. İskenderun Technical University.

Taha, H. (1992). *Operations Research, An Introduction*. Fayetteville: University of Arkansas.

Taha, H. (2000). *Yöneylem Araştırması*. Çev. Ş. Alp Baray – Şakir Esnaf. Ankara.

Thomopoulos, N.T. (2012). *Fundamentals of Queueing Systems Statistical Methods for Analyzing Queueing Models*. New York.

Timör, M. (2001). *Yöneylem Araştırması ve İşletmecilik Uygulamaları*. İstanbul: İst. Ün. İşletme Fak. Yayınları.

Türkiye Bilimler Akademisi TÜBA. (2020). *Corona 19 Pandemi Değerlendirme Raporu*. Ankara: Türkiye Bilimler Akademisi Yayınları.

TUBA Raporları No.34. (2020). *Covid-19 Pandemi Değerlendirme Raporu*. Ankara: Türkiye Bilimler Akademisi Yayınları.

Tian, N., Zhang, Z.G. (2006). *Vacation Queueing Models Theory and Applications*. United States of America: Springer.

Wilkes, M. (1989). *Operational Research Analysis and Application*. England.

Yıldız, M.S., Arslan, H.M. (2013). *Bekleme Hattı Modeliyle Servis Sisteminin Analizi: Düzce Üniversitesi Merkez Yemekhanesi Örneği*. Yönetim ve Ekonomi Araştırmaları Dergisi, Sayı:21.

Yaduvanshi, D, Sharma, A, More, P.V. (2019). *Application of Queueing Theory to Optimize Waiting-Time in Hospital Operations*. Operations and Supply Chain Management, Vol:12, No:3.

Yang, S. ve Yang, X. (2014). *The Application of the Queueing Theory in the Traffic Flow of Intersection*, World Academy of Science. *International Journal of Mathematical, Computational, Physical, Electrical and Computer Engineering*. 8(6):15-43

Yixin, C. (2005). *Functional Optimization Models for Active Queue Management*. Washington University Research: Department of Computer Science & Engineering.

Zellner, A. (1971). *An Introduction to Bayesian Inference in Economics*. USA: Wiley Series in Probability and Mathematics Statistics.

Zukerman, M. (2013). *Introduction to Queueing Theory and Stochastic Teletraffic Models*. City University of Hong Kong.

