

**T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI
EKONOMETRİ PROGRAMI
DOKTORA TEZİ**

**SÜREÇ VERİLERİNİN NORMAL DAĞILIŞA
UYMADIĞI DURUMLARDA KULLANILAN SÜREÇ
YETENEK ANALİZİ YÖNTEMLERİ ÜZERİNE BİR
ARAŞTIRMA**

Esin Cumhur PİRİNÇCİLER

**Danışman
Doç. Dr. Cenk ÖZLER**

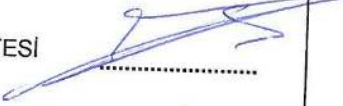
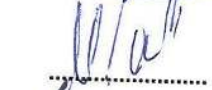
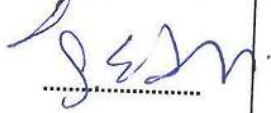
İZMİR - 2012

DOKTORA
TEZ ONAY SAYFASI

Üniversite : Dokuz Eylül Üniversitesi 2008800767
Enstitü : Sosyal Bilimler Enstitüsü
Adı ve Soyadı : Esin Cumhuri PİRİNÇCİLER
Tez Başlığı : Süreç Verilerinin Normal Dağılışı Uymadığı Durumlarda Kullanılan Süreç Yetenek Analizi Yöntemleri Üzerine Bir Araştırma

Savunma Tarihi : 27.11.2012
Danışmanı : Doç.Dr.Cenk ÖZLER

JÜRİ ÜYELERİ

<u>Ünvanı, Adı, Soyadı</u>	<u>Üniversitesi</u>	<u>İmza</u>
Doç.Dr.Cenk ÖZLER	DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ	
Doç.Dr.Ali Kemal ŞEHİRLİOĞLU	DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ	
Yrd.Doç.Dr.Ali Rıza FİRUZAN	DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ	
Yrd.Doç.Dr.Murat TANIK	DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ	
Doç.Dr.Sibel SELİM	CELAL BAYAR ÜNİVERSİTESİ	

Oybirliği ☒
Oy Çokluğu ()

Esin Cumhuri PİRİNÇCİLER tarafından hazırlanmış ve sunulmuş "Süreç Verilerinin Normal Dağılışı Uymadığı Durumlarda Kullanılan Süreç Yetenek Analizi Yöntemleri Üzerine Bir Araştırma" başlıklı tezi kabul edilmiştir.

Prof.Dr. Utku UTKULU
Enstitü Müdürü

YEMİN METNİ

Doktora Tezi olarak sunduğum “**Süreç Verilerinin Normal Dağılışa Uymadığı Durumlarda Kullanılan Süreç Yetenek Analizi Yöntemleri Üzerine Bir Araştırma**” adlı çalışmanın, tarafımdan, bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın yazıldığını ve yararlandığım eserlerin kaynakçada gösterilenlerden oluştuğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve bunu onurumla doğrularım.

Tarih

.../.../.....

Esin Cumhuriyet PİRİNÇCİLER

İmza

ÖZET

Doktora Tezi

Süreç Verilerinin Normal Dağılışa Uymadığı Durumlarda Kullanılan

Süreç Yetenek Analizi Yöntemleri Üzerine Bir Araştırma

Esin Cumhur PİRİNÇCİLER

Dokuz Eylül Üniversitesi

Sosyal Bilimler Enstitüsü

Ekonometri Anabilim Dalı

Ekonometri Programı

Süreç yetenek analizi, bir üretim sürecinin, üretilen ürünlere ait kalite karakteristikleri için belirlenen toleransları karşılama yeteneğini ölçmek için kullanılmaktadır. Süreç yetenek indeksleri, süreçlerin yeteneğini ölçmek için kullanılan en önemli araçlardır.

Literatürde ilk önerilmiş olan süreç yetenek indeksleri, süreç verilerinin normal dağılması, kalite karakteristiklerine ait toleransların simetrik olması ve sürecin kontrol altında olması varsayımları altında çalışmaktadır. Daha sonraki çalışmalarda, (i) süreç verilerinin normal dağıldığı ve toleransların asimetrik olduğu, (ii) süreç verilerinin asimetrik bir dağılıma uyduğu ve toleransların simetrik olduğu durumlar için bazı yetenek indeksleri önerildiği görülmektedir.

Bu tezde, literatürdeki çalışmalardan farklı olarak, toleransların asimetrik ve süreç verilerinin dağılımının normal olmadığı durumlar için yeni bir süreç yetenek indeksi önerilmiştir. Asimetrik toleranslı durumlarda, üretim süreci tarafından üretilmesi istenen bir asimetrik dağılımın ne olması gerektiğini bulmak ve üretim sürecinin gerçekte ürettiği verilerin bu istenen dağılıma ne kadar yaklaştığını belirlemek için Pearson dağılım ailesi ile çalışılmıştır. Önerilen indeksin çeşitli durumlarda gösterdiği performans örneklerle incelenmiştir. Ayrıca vana üreten bir fabrikada önerilen süreç yetenek indeksinin bir uygulaması gerçekleştirilip elde edilen sonuçlar değerlendirilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Asimetrik Tolerans, Asimetrik Dağılım, Süreç Yetenek İndeksi, Pearson Dağılım Ailesi

ABSTRACT
Doctoral Thesis
Doctor of Philosophy(PhD)
A Research on Process Capability Analysis Methods Used in Cases of Non
Normally Distributed Process Data
Esin Cumhur PİRİNÇCİLER

Dokuz Eylül University
Graduate School of Social Sciences
Department of Econometrics
Econometrics Program

Process capability analysis is used to measure the ability of a production process to meet the tolerances specified for the quality characteristics of the manufactured products. Process capability indices are the most important tools used to measure the ability of the processes.

Early proposed process capability indices in the literature work under the assumptions that the process data is normally distributed, the tolerances of quality characteristics are symmetric and the process is under control. In further studies it's seen that various capability indices are proposed in cases where (i) the process data is distributed normally and the tolerances are asymmetric, (ii) the process data is asymmetrically distributed and the tolerances are symmetric.

Apart from other studies in the literature, in this thesis, a new process capability index is proposed for the cases where the tolerances are asymmetric and the distribution of the process data is not normal. Pearson distribution family is used in order to find out what an asymmetric distribution desired to be produced by the production process should be and to determine how close are the actual data produced by production process to this desired distribution. The performance of the proposed index in various cases is examined with examples. In addition, an application of the proposed process capability index in a valve producing factory has been made and the results have been evaluated.

Keywords: Asymmetric Tolerance, Asymmetric Distribution, Process Capability Indices, Pearson Distribution Family.

**SÜREÇ VERİLERİNİN NORMAL DAĞILIŞA UYMADIĞI
DURUMLARDA KULLANILAN SÜREÇ YETENEK ANALİZİ
YÖNTEMLERİ ÜZERİNE BİR ARAŞTIRMA**

İÇİNDEKİLER

TEZ ONAY SAYFASI	ii
YEMİN METNİ	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT	v
İÇİNDEKİLER	vii
KISALTMALAR	x
TABLolar LİSTESİ	xi
ŞEKİLLER LİSTESİ	xiii
EKLER LİSTESİ	xv
GİRİŞ	1

BİRİNCİ BÖLÜM

SÜREÇ YETENEK İNDEKSLERİ

1.1. NORMAL DAĞILIM VE SİMETRİK TOLERANSA SAHİP SÜREÇLERDE YETENEK İNDEKSLERİ	4
1.1.1. C_p İndeksi	4
1.1.2. C_{pk} İndeksi	6
1.1.3. C_{pm} İndeksi	7
1.2. NORMAL DAĞILIM VE ASİMETRİK TOLERANSA SAHİP SÜREÇLERDE YETENEK İNDEKSLERİ	8
1.2.1. Normal Dağılım-Asimetrik Tolerans İçin C_{pk} İndeksi	8
1.2.2. Normal Dağılım-Asimetrik Tolerans İçin C_{pm} İndeksi	9
1.3. ASİMETRİK DAĞILIM VE SİMETRİK TOLERANSA SAHİP SÜREÇLERDE YETENEK İNDEKSLERİ	10
1.3.1. Clement'in Yaklaşımı	11

1.3.2. Kantil Dönüşüm Yaklaşımları	12
1.3.3. Esnek İndeks $C_{j\bar{k}p}$	13
1.3.4. Wright C_s İndeksi	14
1.3.5. Üst Düzey Yetenek İndeksleri $C_{Np}(u,v)$	16
1.3.6. C_{pc} İndeksi	19
1.3.7. (Genel) Ağırlıklandırılmış Varyans(WV) Metodu	20
1.3.8. Ağırlıklandırılmış Standart Sapma(WSD) Metodu	23

İKİNCİ BÖLÜM

PEARSON DAĞILIŞ AİLESİ

2.1. DİFERANSİYEL DENKLEMİN GENEL ÇÖZÜMÜ	27
2.2. DAĞILIŞ ANA TİPLERİNİN İNCELENMESİ	32
2.2.1. Pearson Tip I Dağılımı: Beta Dağılımı	32
2.2.1.1. Sağa Çarpık Durumlarda Tip I'ın İncelenmesi	32
2.2.1.2. Sola Çarpık Durumlarda Tip I'ın İncelenmesi	34
2.2.2. Pearson Tip IV Dağılımı	34
2.2.3. Pearson Tip VI Dağılımı: İkinci Tip Beta Dağılımı	38
2.2.3.1. Sağa Çarpık Durumlarda Tip VI'nın İncelenmesi	38
2.2.3.2. Sola Çarpık Durumlarda Tip VI'nın İncelenmesi	40
2.2.4. Pearson Tip II Dağılımı	41

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

ASİMETRİK DAĞILIM VE ASİMETRİK TOLERANS GÖSTEREN DURUMLARDA KULLANILABİLECEK BİR İNDEKS VE PERFORMANSI

3.1. YENİ BİR İNDEKS VE BAZI UYGULAMALARI	44
3.2. BAZ DAĞILIM	46
3.3. BAZ DAĞILIM VE SAĞA ÇARPIK DURUMLARDA GERÇEKLEŞEN DAĞILIMLARIN İNDEKS PERFORMANSLARINA İLİŞKİN ÖRNEKLER	48
3.3.1. Pearson Tip I İçin Örnekler	48

3.3.2. Pearson Tip VI İçin Örnek	63
3.4. BAZ DAĞILIM VE SOLA ÇARPIK DURUMLARDA GERÇEKLEŞEN DAĞILIMLARIN İNDEKS PERFORMANSLARINA İLİŞKİN ÖRNEKLER	65
3.4.1. Pearson Tip I İçin Örnekler	66
3.4.2. Pearson Tip VI İçin Örnek	83

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

BİR VANA FABRİKASINDA İNDEKSİN UYGULANMASI

4.1. ELASTOMER YATAKLI SÜRGÜLÜ VANA TANITIMI	87
4.2. UYGULAMA	89
SONUÇ	95
KAYNAKÇA	96
EKLER	

KISALTMALAR

ASL	Alt Spesifikasyon Limiti
bkz.	Bakınız
NC	Uygun Olmayan Ürün Miktarı
oyf	Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu
s.	Sayfa No
SYİ	Süreç Yetenek İndeksi
T	Hedef değer
USL	Üst Spesifikasyon Limiti

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo1 : Tip I Dağılımının Genel Koşulları	s.32
Tablo 2: Pearson Tip I Dağılımına Sahip Baz Dağılımının Parametre Değerleri	s.46
Tablo 3: Örnek 1'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri	s.48
Tablo 4: Örnek 1'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri	s.50
Tablo 5: Örnek 2'ye Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri	s.50
Tablo 6: Örnek 2'ye Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri	s.52
Tablo 7: Örnek 3'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri	s.53
Tablo 8: Örnek 3'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri	s.55
Tablo 9: Örnek 4'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri	s.55
Tablo 10: Örnek 4'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri	s.57
Tablo 11: Örnek 5'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri	s.58
Tablo 12: Örnek 5'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri	s.60
Tablo 13: Örnek 6'ya Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri	s.60
Tablo 14: Örnek 6'ya Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri	s.62
Tablo 15: Örnek 7'ye Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri	s.63
Tablo 16: Örnek 7'ye Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri	s.65
Tablo 17: Örnek 8'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri	s.66
Tablo 18: Örnek 8'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri	s.68
Tablo 19: Örnek 9'a Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri	s.68
Tablo 20: Örnek 9'a Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri	s.70
Tablo 21: Örnek 10'a Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri	s.71

Tablo 22: Örnek 10'a Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri	s.73
Tablo 23: Örnek 11'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri	s.73
Tablo 24: Örnek 11'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri	s.75
Tablo 25: Örnek 12'ye Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri	s.76
Tablo 26: Örnek 12'ye Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri	s.78
Tablo 27: Örnek 13'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri	s.78
Tablo 28: Örnek 13'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri	s.80
Tablo 29: Örnek 14'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri	s.81
Tablo 30: Örnek 14'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri	s.83
Tablo 31: Örnek 15'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri	s.83
Tablo 32: Örnek 15'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri	s.85
Tablo 33: Elastomer Yataklı Sürgülü Vana Miline Ait Baz Dağılımının Parametre Değerleri	s.90
Tablo 34: Elastomer Yataklı Sürgülü Vana Miline Ait Gerçekleşen Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri	s.91
Tablo 35: Elastomer Yataklı Sürgülü Vanaya Ait A Değeri İçin Gözlemlenen Veriler	s.91
Tablo 36: Elastomer Yataklı Sürgülü Vana Miline Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri	s.93

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1: C_p Parametrelerinin İlişkisi	s.5
Şekil 2: Süreç Dağılımının Çeşitli Yayılımları İçin C_p İndeksleri	s.6
Şekil 3: Baz Dağılımının Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	s.47
Şekil 4: Örnek 1 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	s.49
Şekil 5: Örnek 1 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımının Karşılaştırılması	s.49
Şekil 6: Örnek 2 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	s.51
Şekil 7: Örnek 2 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımının Karşılaştırılması	s.52
Şekil 8: Örnek 3 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	s.54
Şekil 9: Örnek 3 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımının Karşılaştırılması	s.54
Şekil 10: Örnek 4 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	s.56
Şekil 11: Örnek 4 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımının Karşılaştırılması	s.57
Şekil 12: Örnek 5 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	s.59
Şekil 13: Örnek 5 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımının Karşılaştırılması	s.59
Şekil 14: Örnek 6 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	s.61
Şekil 15: Örnek 6 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımının Karşılaştırılması	s.62
Şekil 16: Örnek 7 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	s.64
Şekil 17: Örnek 7 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımının Karşılaştırılması	s.64
Şekil 18: Örnek 8 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	s.67
Şekil 19: Örnek 8 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımının Karşılaştırılması	s.67
Şekil 20: Örnek 9 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	s.69
Şekil 21: Örnek 9 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımının Karşılaştırılması	s.70
Şekil 22: Örnek 10 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	s.72
Şekil 23: Örnek 10 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımının Karşılaştırılması	s.72
Şekil 24: Örnek 11 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	s.74
Şekil 25: Örnek 11 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımının Karşılaştırılması	s.75
Şekil 26: Örnek 12 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	s.77
Şekil 27: Örnek 12 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımının Karşılaştırılması	s.77
Şekil 28: Örnek 13 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	s.79
Şekil 29: Örnek 13 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımının Karşılaştırılması	s.80
Şekil 30: Örnek 14 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	s.82

Şekil 31: Örnek 14 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımın Karşılaştırılması	s.82
Şekil 32: Örnek 15 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	s.84
Şekil 33: Örnek 15 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımın Karşılaştırılması	s.85
Şekil 34: Elastomer Yataklı Sürgülü Vana Milinin Teknik Şekli	s.87
Şekil 35: Elastomer Yataklı Sürgülü Vananın Üç Boyutlu Şekli	s.88
Şekil 36: Elastomer Yataklı Sürgülü Vana Milinin Kontrol Kriterleri	s.89
Şekil 37: Elastomer Yataklı Sürgülü Vana Mili Verileri İle Baz Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	s.90
Şekil 38: Elastomer Yataklı Sürgülü Vana Mili Verileri İle Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımın Karşılaştırılması	s.92

EKLER LİSTESİ

EK 1 Örnek Verileri İçin C_{pca} İndeksini Oluşturan Formüllerin Sayısal Sonuçları	ek s.1
EK 2 Elastomer Yataklı Sürgülü Vana Üretimi Operasyon Talimatı	ek s.2

GİRİŞ

Süreç yetenek indeksleri, üretim süreçlerinin, bu süreçlerde üretilen ürünlerin spesifikasyon limitlerini (toleransları) karşılama yeteneğini özetleyen göstergelerdir. Bu indeksler kalite güvence ve süreç yetenek analizinde kullanılan etkili araçlardır. Süreç yeteneğinin istatistiksel ölçümü için yapılan ilk çalışmalarda birtakım varsayımlar öne sürülmüştür. Bu varsayımlar sürecin kontrol altında olması (kararlılığı), ürün çıktılarının yaklaşık olarak normal dağılıyor olması ve toleransların bir hedef değer etrafında simetrik olmasıdır. Süreç karakteristiğinin dağılımı normal olmadığında, süreç yetenek indekslerinin (SYİ) hesaplanmasında kullanılan klasik yöntemler, süreç yeteneğinin yorumlanmasında hatalara neden olacaktır.

1990'lı yıllarla birlikte süreç karakteristiğinin normal olmadığı durumlar ile ilgili süreç yetenek indeksi geliştirme çalışmalarına başlanmıştır. Bu çalışmalar verilerin normal hale getirilmesi için dönüşüm teknikleri uygulama, bilinen belirli dağılımlar (Burr Dağılımı, Log-normal Dağılım, Weibull Dağılımı vb.) için süreç yetenek indeksleri geliştirme, sağlam (robust) teknikleri uygulama ve asimetrik dağılımlar için yeni indeksler ortaya koyma şeklinde özetlenebilir. Ancak bütün bu çalışmaların her birinde tolerans limitleri simetrik olarak ele alınmıştır. Diğer bir deyişle, kalite karakteristiğinin hedef değerinin, spesifikasyon limitlerinin ortalamasına eşit olduğu varsayılmıştır.

Bu çalışmada amaçlanan, süreç verilerinin normal dağılışa uymadığı ve aynı zamanda asimetrik toleransa sahip durumlarda kullanılabilecek bir indeks ortaya koymaktır. Bu indeksi belirlemede temel dayanak, asimetrik toleranslı durumlarda süreç verileri için olması istenen dağılımın, (i) verilerin çoğunun (diğer bir deyişle modunun) hedef değer etrafında bulunduğu, (ii) toleranslara yaklaştıkça bu bölgelerdeki süreç verilerinin frekansının azaldığı ve (iii) toleransların dışarısına herhangi bir verinin düşmediği bir asimetrik (çarpık) dağılım olması gerektiği fikri olmuştur. Süreç verileri için bu koşulları sağlayan dağılıma “baz” dağılım adı verilmiştir. Kısaca baz dağılım, asimetrik toleranslar içerisinde dağılan ve modu kalite karakteristiğinin hedef değerine eşit olan bir asimetrik (çarpık) dağılımdır. Bu dağılıma baz denmesinin sebebi, süreç verileri gerçekten böyle bir dağılım gösterdiğinde, verilerin çoğu hedef değer etrafında toplanması ve toleransların dışına

düşen bir veri ile karşılaşılması güvence altına alınmış olmakla beraber, pratikte daha iyi dağılımlar (örn. modu hedef değerde olan ve standart sapması daha düşük olan) ile karşılaşılmasının da olası olmasıdır. Bu tezde, pratikte sürecin ürettiği verilerin uyduğu dağılıma "gerçekleşen dağılım" adı verilmiştir. Asimetrik toleranslar için bir baz dağılımın tanımlanmasında ve pratikte sürecin ürettiği verilerin hangi dağılıma uyduğunun, diğer bir deyişle gerçekleşen dağılımın ne olduğunun belirlenmesinde Pearson dağılım ailesinden yararlanılmıştır. Ardından, baz dağılım ile gerçekleşen dağılımın yer ölçülerinin (modunun), yayılmalarının, çarpıklıklarının ve basıklıklarının karşılaştırılmasına olanak sağlayan ve aynı zamanda ürüne ait spesifikasyon limitlerinin ne derece karşılandığını dikkate alan bir süreç yetenek indeksi tanımlanmıştır. Bu doğrultuda, tez içerisindeki bölümler aşağıdaki satırlarda açıklandığı şekilde ele alınmıştır:

Birinci bölümde literatürde, süreç yetenek analizi için önerilmiş indeksler, dağılım tipine ve toleranslarının simetrisine göre sınıflandırılarak incelenmiştir. Bu bölümde sırasıyla simetrik tolerans-normal dağılım, asimetrik tolerans-normal dağılım, simetrik tolerans-asimetrik dağılım gösteren süreç yetenek indeksleri gözden geçirilmiştir.

İkinci bölümde Pearson dağılım ailesi tanıtılmış ve bir ürüne ait hedef değer verildiğinde ve bu hedef değer etrafında simetrik yada asimetrik alt ve üst spesifikasyon limitleri söz konusu olduğunda, baz dağılım hakkındaki tüm parametrelerin nasıl elde edilebileceği açıklanmıştır. Çalışmada kullanılacak baz dağılım ve gerçekleşen dağılımların olasılık yoğunluk fonksiyonlarının ve ilk dört momentin elde edilmesine ilişkin ispatlar sunulmuştur. Asimetrik tolerans söz konusu ise Pearson Tip I dağılımı, simetrik tolerans söz konusu ise Pearson Tip II dağılımının neden baz dağılım olarak kabul edileceği açıklanmıştır.

Üçüncü bölümde asimetrik tolerans ve asimetrik dağılım için kullanılabilecek yeni bir indeks ortaya konulmuş, yapısı açıklanmış ve bu indeksin çeşitli olası durumlarda gösterdiği performanslar örneklerle incelenmiştir. Bu bölümde “baz dağılım” kavramı açıklanmış ve baz dağılımın süreç yetenek indeksi temel alınarak asimetrik toleransa sahip çeşitli asimetrik gerçekleşen dağılımların süreç yetenek indeksleri karşılaştırılmıştır. Ayrıca yeni indeksin pratikte uygulanabilmesi ile ilgili bir prosedür de verilmiştir.

Dördüncü bölümde bir vana fabrikasında üretilen elastomer yataklı sürgülü vana mili üzerinde ölçülen veriler ile yeni indeksin pratikte verdiği sonuçlar yorumlanmıştır.

BİRİNCİ BÖLÜM

SÜREÇ YETENEK İNDEKSLERİ

Süreç yetenek analizi üretim süreçlerinde üretilen ürünlerin, izin verilen süreç yayılımına diğer bir deyişle istenilen toleranslara sahip olup olmadığını incelemek amacıyla özellikle ön seri üretim aşamasında yapılan çalışmalardır. Süreç yetenek analizinde sürecin potansiyelini ve performansını ölçmeye yarayan pek çok yetenek indeksi kullanılmaktadır. Süreç yetenek indeksleri ile yapılan çalışmalarda öncelikli olarak süreç verilerinin normal dağıldığı ve tolerans limitlerinin simetrik olduğu varsayımı ele alınmıştır. Bu bölümde sırasıyla simetrik tolerans-normal dağılım, asimetrik tolerans-normal dağılım, simetrik tolerans-asimetrik dağılım gösteren süreç yetenek indeksleri gözden geçirilmiştir.

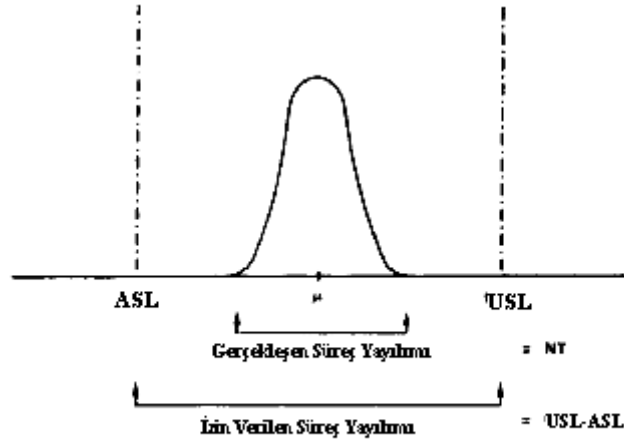
1.1. NORMAL DAĞILIM VE SİMETRİK TOLERANSA SAHİP SÜREÇLERDE YETENEK İNDEKSLERİ

Bu bölümde incelenecek indeksler süreç verilerinin normal dağıldığı ve süreç ortalamasının spesifikasyon limitlerinin orta noktasına eşit olduğu varsayımları ile elde edilmiştir.

1.1.1. C_p İndeksi

İlk olarak Sullivan (1984) tarafından Japonya’da kullanılan C_p indeksi, temel olarak sürecin spesifikasyon limitlerinin sürecin doğal tolerans aralığı (6σ) içinde olup olmadığını araştırmaktadır. Bahsedilen indeks sadece izin verilen süreç yayılımı ile gerçekleşen süreç yayılımının oransal bir karşılaştırmasını ifade eder. Şekil 1’de süreç yayılımlarının grafiksel gösterimi sunulmuştur.

Şekil 1: C_p Parametrelerinin İlişkisi



Kaynak: Kane, 1986:41.

Sürecin potansiyel indeksi aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} C_p &= \frac{\text{izin verilen süreç yayılımı}}{\text{gerçekleştirilen süreç yayılımı}} \\ &= \frac{USL - ASL}{6\sigma} \\ &= \frac{USL - ASL}{DT} \end{aligned} \quad (1)$$

USL= Sürecin üst spesifikasyon limiti

ASL= Sürecin alt spesifikasyon limiti

σ = Süreç standart sapması

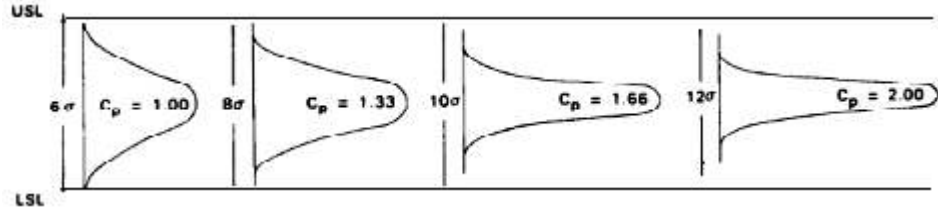
DT=Doğal Tolerans

Her zaman C_p 'nin büyük değerler alması arzu edilmektedir. $C_p = 1$ ise uygun olmayan ürün miktarının (NC) beklenen oranı %0.27'dir ve "kabul edilebilir büyüklükte" olarak sayılır (Kotz ve Johnson, 1993:39).

Montgomery (1985) aşağıda C_p için minimum değerler önermiştir:

- Mevcut bir süreç için 1.33,
- Yeni bir süreç için 1.50 (Kotz, Johnson, 1993:43).

Şekil 2: Süreç Dağılımının Çeşitli Yayılımları İçin C_p İndeksleri



Kaynak: Kane, 1986:43.

C_p indeksi, başlangıç üretim montajında karşılaşılabilecek değişkenliğin varlığında, süreç potansiyelini ölçen ve kısa dönem çalışmalarda kullanılan bir indekstir. Ancak daha sonraki süreç düzeltmelerinde ya da yenilemelerinde C_p indeksinin kullanımı yaygın değildir. Ayrıca üretim sürecinde elde edilen verilerin normal dağıldığı varsayılmaktadır. Ancak pratikte karşılaşılan durumlarda verilerin normal olmadığı gözlemlenmektedir.

C_p indeksinin diğer bir dezavantajı da indeksin sadece sürecin potansiyelini ölçmesi ve sürecin merkezde olup olmadığını hesaba katmamasıdır. Diğer bir deyişle süreç ortalamasının konumunu dikkate almamaktadır. İndeks sadece süreç ortalamasının spesifikasyon limitlerinin orta noktasına eşit olduğu durumlarda hesaplanmaktadır.

1.1.2. C_{pk} İndeksi

C_{pk} indeksi C_p ile ilişkilidir, ancak süreç ortalamasını hesaba katmakta ve süreç performansının ölçümünü de dikkate almaktadır. C_{pk} indeksi alt ve üst spesifikasyon limitlerinin ayrı ayrı hesaplanmasıyla elde edilmektedir (Kane, 1986:45).

$$C_{pk} = \min\{CPL, CPU\} \quad (2)$$

Tek bir spesifikasyon limiti verilen tek taraflı tolerans durumları için CPL ve CPU indeksi kullanılmaktadır. Üst spesifikasyon limitine ilişkin CPU indeksi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$CPU = \frac{\text{izin verilen üst yayılımı}}{\text{gerçekleşen üst yayılımı}} = \frac{USL - \mu}{\frac{DT}{2}} = \frac{USL - \mu}{3\sigma} \quad (3)$$

CPU indeksi Japonya’da geliştirilmiş ve pek çok Japon şirketi tarafından kullanılmıştır. Benzer şekilde alt spesifikasyon limitleri için CPL indeksi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$CPL = \frac{\mu - ASL}{3\sigma} \quad (4)$$

μ = Süreç ortalaması

Sonuç olarak C_{pk} indeksi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$C_{pk} = \text{Min} \left\{ \frac{USL - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - ASL}{3\sigma} \right\} \quad (5)$$

C_{pk} indeksinin yorumlanması C_p indeksi ile aynıdır. C_{pk} indeksi süreç ortalamasını göz önünde bulundurmasına rağmen sürecin hedef değerini ve süreç ortalamasına olan uzaklığını hesaba katmaması ile önemli bir dezavantaja sahiptir.

Porter ve Oakland (1990) kontrol limitlerinin dışında, n örnek hacmine dayalı örnek aritmetik ortalamasının elde edilme olasılığı ile C_{pk} arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Bu ilişkiler faydalı olmasına rağmen süreç yeteneğinin yorumlanması açısından daha kolay ifadeler bulunmaktadır. Ayrıca Gensidy (1985), Barnett (1996) ve Coleman (1991) C_p ve C_{pk} arasındaki ilişkiyi incelemiştir (Johnson, Kotz, 1993:54).

1.1.3. C_{pm} İndeksi

Hsiang ve Taguchi (1985) tarafından önerilen ve Chan ve diğerleri (1988) tarafından geliştirilen C_{pm} indeksi hedef değer ile süreç ortalaması arasındaki farkı dikkate almıştır. Literatürde bu indeks Taguchi indeksi olarak da anılmaktadır (Pearn, Kotz, 2006:67).

C_{pm} indeksinin orijinal tanımı aşağıdaki gibidir:

$$C_{pm} = \frac{USL - ASL}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (6)$$

μ = süreç ortalaması

σ = süreç standart sapması

T =hedef değeri'dir. Hedef değeri genellikle spesifikasyon aralığının orta noktasıdır ($m=1/2(USL+ASL)$).

C_{pm} indeksinin en önemli dezavantajı asimetrik toleransa sahip süreçlerde kullanılamamasıdır. Çünkü hedef değerin süreç spesifikasyon aralığının orta noktasında olduğu varsayılmaktadır ($T=m$). Boyles (1991) C_p ile C_{pm} arasında bir karşılaştırma yapmıştır ve yaptığı çalışmada C_p ile C_{pm} indeksleri için elde ettiği sonuçlar zıt doğrultudadır. C_p 'ye göre en yetenekli süreç, C_{pm} 'e göre yeteneği en düşük süreçtir. C_{pk} indeksine göre de arada bir fark yoktur. Sonuç olarak hedef değeri spesifikasyon aralığının orta noktasına eşit olmadıkça süreç yeteneğinin ölçüsü güvenli sonuçlar vermeyecektir.

1.2. NORMAL DAĞILIM VE ASİMETRİK TOLERANSA SAHİP SÜREÇLERDE YETENEK İNDEKSLERİ

Üretim endüstrisinde hedef değerin (T) süreç spesifikasyon aralığının orta noktasında (m) olmadığı pek çok durumla karşılaşılabilir ($T \neq m$). Asimetrik toleranslı durumlar için süreç yetenek indeksleri Boyles (1994), Vannman (1997), Chen (1998), Chen vd. (1999), Chen ve Pearn (2001), Pearn vd. (2001) tarafından ele alınmıştır. İlgili çalışmalarda süreç verilerinin normal dağılışı gösterdiği varsayılmaktadır.

1.2.1. Normal Dağılım-Asimetrik Tolerans İçin C_{pk} İndeksi

Asimetrik toleranslar için ilk yapılan çalışma Kane (1986) tarafından ortaya konmuştur. $USL - T \neq T - ASL$ durumu için düzeltilmiş C_p^* , C_{pk}^* , C_{pu}^* ve C_{pl}^* indekslerini tanımlamıştır:

$$C_p^* = \min \left\{ \frac{T - ASL}{3\sigma}, \frac{USL - T}{3\sigma} \right\} \quad (7)$$

$$C_{pk}^* = \min \{CPL, CPU\} \quad (8)$$

$$C_{pl}^* = \frac{T - ASL}{3\sigma} \left\{ 1 - \frac{|T - \mu|}{T - ASL} \right\} \quad (9)$$

$$C_{pu}^* = \frac{USL - T}{3\sigma} \left\{ 1 - \frac{|T - \mu|}{USL - T} \right\} \quad (10)$$

$|T - \mu| > T - ASL$ iken $C_{pl}^* < 0$ ve $|T - \mu| > USL - T$ iken $C_{pu}^* > 0$ 'dır. Bu indeksler hedef değeri ile tek taraflı spesifikasyon limitleri için kullanılabilir. Yukarıdaki eşitlikler $T = \mu$ iken önceden tanımlanan C_{pk} formülüne denktir (Kane, 1986:46-48).

Alternatif olarak diğer bir asimetrik toleransa sahip süreç yetenek indeksi Boyles (1994) tarafından sunulmuştur:

$$C'_{pk} = \frac{d' - |\mu - T|}{3\sigma} \quad (11)$$

Burada $d' = \frac{[(USL-T)+(T-ASL)]}{2}$, dir.

Buna ek olarak Pearn ve Chen (1998), Boyles'un C'_{pk} indeksini geliştirerek yeni bir indeks elde etmişlerdir:

$$C''_{pk} = \frac{d^* - A^*}{3\sigma} \quad (12)$$

Burada $A^* = \max\{d^*(\mu - T)/D_u, d^*(T - \mu)/D_l\}$ 'dır. $D_u = USL - T$ ve $D_l = T - ASL$ ve $d^* = \min\{D_u, D_l\}$ 'dir (Pearn, Kotz, 2006:181-186).

1.2.2. Normal Dağılım-Asimetrik Tolerans İçin C_{pm} İndeksi

Asimetrik tolerans durumunda Chan ve diğerleri (1988) C_{pm} indeksini aşağıdaki gibi geliştirmiştir:

$$C_{pm}^* = \min\left\{\frac{USL - T}{3\tau}, \frac{ASL - T}{3\tau}\right\} = \frac{d^*}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (13)$$

Burada $D_u = USL - T$ ve $D_l = T - ASL$ ve $d^* = \min\{D_u, D_l\}$ 'dir. Chen ve diğerleri $\sigma^2 = E(X - \mu)^2$ yerine $\tau^2 = E(X - T)^2$ kullanmıştır. C_{pm}^* indeksi $ASL = -\infty$ iken ya da $USL = \infty$ iken de tek taraflı spesifikasyon limitleri varlığında da kullanılabilir.

Chen ve diğerleri (1999) aşağıdaki indeksi geliştirmiştir:

$$C''_{pm} = \frac{d^*}{3\sqrt{\sigma^2 + (A^*)^2}} \quad (14)$$

Burada $A^* = \max\left\{\frac{d^*(\mu - T)}{D_u}, \frac{d^*(T - \mu)}{D_l}\right\}$ 'dır. $D_u = USL - T$ ve $D_l = T - ASL$ ve $d^* = \min\{D_u, D_l\}$ 'dir (Pearn, Kotz, 2006:195-199).

1.3. ASİMETRİK DAĞILIM VE SİMETRİK TOLERANSA SAHİP SÜREÇLERDE YETENEK İNDEKSLERİ

Son yıllarda asimetrik dağılıma ve simetrik toleransa sahip süreçler için kullanılabilecek süreç yetenek indeksleri için birtakım yaklaşımlar önerilmiştir:

Bu önerilerden biri Box-Cox dönüşümü, Johnson dönüşümü ve Kantil dönüşümü gibi veri dönüşüm tekniklerinin kullanılmasıdır. Somerville ve Montgomery (1996), Kotz ve Loveplace (1998), Tang ve Than (1999) bu dönüşümler için çeşitli çalışmalar yapmıştır. Genel olarak dönüşümlerde orjinal ölçeğe geçerken hesaplamalarda bazı sorunlar ortaya çıkmaktadır.

İkinci bir yöntem ise bilinmeyen bir dağılım yerine, deneysel bir dağılım ya da üç-dört parametrelili bilinen bir dağılım ile çalışmaktır. Bununla ilgili Clements (1989), Pearn ve Kotz (1994), Franklin ve Wasserman (1991,1992), Shore (1998) ve Polansky (1998) çalışmalar yapmıştır. Castagliola (1996) Burr dağılımını kullanarak uygun olmayan parçaların oranını tahminlemiş ve normal olmayan veriler için süreç yetenek indeksleri elde etmeye çalışmıştır. Bu yöntem oldukça karmaşık ve büyük örnekler gerektirmektedir.

Üçüncü bir yöntem ise sağlamlılığı (robustness) arttırmak için süreç yetenek indekslerinin standart tanımlarının tekrar düzenlenmesidir. Bu yaklaşımın amacı dağılımın şekline mümkün olduğunca duyarsız süreç yetenek indeksleri elde etmektir (Pearn ve diğerleri (1992) ve Rodriguer (1992)). Uygulamada bu yaklaşım memnun edici sonuçlar vermemektedir.

Dördüncü bir yöntem ise yeni indeksler geliştirmek için deneysel argümanların kullanılmasıdır. Bai ve Choi (1995), Choobineh ve Branting (1986)'in fikrine dayanarak ağırlıklandırılmış varyans (WV) süreç yetenek indeksleri öngörmüşlerdir. Wu ve diğerleri (1999) bu metodu geliştirerek yeni ağırlıklandırılmış varyans süreç yetenek indeksleri önermişlerdir. Chang ve diğerleri (2002) ağırlıklandırılmış standart sapma (WSD) metoduna dayalı çarpık dağılımlar için basit süreç yetenek indeksleri geliştirmiştir. Bu yöntem ile süreç ortalamasının üstünde ve altında sapmalar hesaplanarak, esas popülasyona göre çarpıklık derecesi göz önüne alınıp, düzeltilmiş süreç yetenek indeks değerleri elde edilmektedir. Esas

populasyon simetrik olduğunda bu indeksler standart süreç yetenek indekslerine indirgenir.

Tang ve Than (1999) pek çok yöntem ortaya koymuşlardır ve kapsamlı bir değerlendirme yapmışlardır. Süreç yetenek indeksleri ile ilgili daha detaylı bilgi iki kitapta mevcuttur (Kotz ve Johnson (1993) ve Kotz ve Lovelace (1998)). Ayrıca Kotz ve Johnson (2002) makalesinde normal olmamanın sonuçları ve sorunları tartışılmıştır.

Aşağıda literatürde yer alan ölçülmüş süreç yetenek indeksleri için farklı yöntemler özetlenmiştir:

1.3.1.Clements'in Yaklaşımı

Clements (1989), Pearson eğrilerini kullanarak $X_{0,00135}$, $X_{0,50}$ (medyan) ve $X_{0,99865}$ değerleri ile C_p ve C_{pk} indekslerinin tahminleyicilerinin hesaplanması için orijinal bir yöntem önermiştir. Ayrıca Pearn ve Kotz (1994) Clements'in yöntemini kullanarak C_{pm} ve C_{pmk} için iki farklı tahminleyici elde etmişlerdir:

$$\hat{C}_p = \frac{USL - ASL}{U_p - L_p} \quad (15)$$

$$\hat{C}_{pk} = \min \left\{ \frac{USL - m}{U_p - m}, \frac{m - ASL}{m - L_p} \right\} \quad (16)$$

$$\hat{C}_{pm} = \frac{USL - ASL}{6\sqrt{\left[\frac{U_p - L_p}{6}\right]^2 + (m - T)^2}} \quad (17)$$

$$\hat{C}_{pmk} = \min \left\{ \frac{USL - m}{3\sqrt{\left[\frac{U_p - m}{3}\right]^2 + (m - T)^2}}, \frac{m - ASL}{3\sqrt{\left[\frac{m - L_p}{3}\right]^2 + (m - T)^2}} \right\} \quad (18)$$

$U_p = \%99,865$, $L_p = \%0,135$ örnek verilerinden hesaplanan çarpıklık, basıklık, varyans ve ortalama değerleri için Gruska ve diğerleri (1989) evrensel bir tablo elde etmiştir. C_p ve C_{pm} indeksleri için Clements'in tahminleyicileri 6σ yerine $U_p - L_p$ koyularak belirli bir dağılıma bakılmaksızın elde edilir. C_{pk} ve C_{pmk} indeksleri de süreç ortalaması μ yerine medyan (m) tarafından tahminlenir.

Clements (1989) küçük hacimli örnekler için genelde güvenilir olmayan üçüncü moment yani çarpıklık (β_3) tahminleyicilerini ve dördüncü moment yani

basıklık (β_4) tahminleyicilerini kullanmıştır. Pearn ve Chen (1995) σ yerine $(U_p - L_p)/6$ kullanmıştır:

$$\hat{C}'_p = \frac{USL - ASL}{U_p - L_p} \quad (19)$$

$$\hat{C}'_{pk} = \min \left\{ \frac{USL - m}{[U_p - L_p]/2}, \frac{m - ASL}{[U_p - L_p]/2} \right\} \quad (20)$$

$$\hat{C}'_{pm} = \frac{USL - ASL}{6\sqrt{\left[\frac{U_p - L_p}{6}\right]^2 + (m - T)^2}} \quad (21)$$

$$\hat{C}'_{pmk} = \min \left\{ \frac{USL - m}{3\sqrt{\left[\frac{U_p - L_p}{6}\right]^2 + (m - T)^2}}, \frac{m - ASL}{3\sqrt{\left[\frac{U_p - L_p}{6}\right]^2 + (m - T)^2}} \right\} \quad (22)$$

Geliştirilmiş tahmincilerin orijinal Clements tahmincilerine göre daha iyi olduğunu göstermek amacıyla Pearn ve Chen (1995) üç proses örneği üzerine bir çalışma yapmışlardır. İlki “hedef içi” ve diğeri ikisi “hedef dışı” örneklerindeki orijinal Clements tahmincilerin hedef değerden süreç medyanına uzaklığının çok az duyarlı olduğunu göstermiştir. Ancak geliştirilen tahminciler belirgin bir şekilde diğer iki hedef dışı sürecinden hedef içi olanı ayırt etmiştir.

1.3.2. Kantil Dönüşümü Yaklaşımları

Gilchrist (1993), Clements yöntemine benzer bir kantil dönüşüm tekniği geliştirmiştir. Ancak Pearson eğrilerinden ziyade dönüşüm için standart dağılımları kullanmıştır. Gilchrist tekniği ile modellenen dağılımlarda p yerine X_p 'yi tanımlamak için ters dönüşüm fonksiyonu kullanır (Banks (1996)). Örnek olarak süreç verilerinin üstel dağıldığı varsayılarak olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0, \quad \lambda > 0$$

Bu durumda $X_p = -\left(\frac{1}{\lambda}\right) \ln(1 - p)$ fonksiyonu $X_{0,00135}$, $X_{0,50}$ ve $X_{0,99865}$ tahminlenmesi için kullanılabilir. $1/\lambda$; üstel dağılımın ortalaması ve $1/\hat{\lambda} = \bar{X}$ 'dir. Bu yöntemin doğru bir şekilde çalışması için büyük örnek hacimlerine ihtiyaç duyulmaktadır.

Chang ve Lu (1994) normallik varsayımı olmaksızın, uygun istatistiksel tablolar ya da verilerin çarpıklık ve basıklık değerlerini hesaplayarak süreç yetenek

indekslerinin hesaplanması için yüzdelik metodu kullanmışlardır. Bu sayede Clements tekniğini bir adım öteye götürmüştür. Bu yaklaşım örnekteki tüm gözlemlerin spesifikasyon limitleri içinde olduğunda $C_p > 1$ ve $C_{pk} > 1$ olduğunu garanti etmektedir.

Hill ve diğerleri (1976) tarafından yukarıdaki dağılım aileleri için X 'in ilk dört momentinin hesaplaması için bir algoritma geliştirilmiştir. Böylece süreç yetenek indeks değerleri dönüştürülmüş veri kullanılarak hesaplanabilir.

1.3.3. Esnek İndeks C_{jpk}

Johnson ve diğerleri (1994) kendi isimlerinin ilk harflerini kullanarak (jpk) esnek bir süreç yetenek indeksi C_{jpk} 'yi elde etmişlerdir. İndeks alt ve üst spesifikasyon limitlerinden hedef değer farklarını hesaplamak için kullanılmaktadır. Ayrıca C_{jpk} indeksi süreç dağılımının şekli değiştiğinde (örneğin çarpıklaştığında) indeks değerinin değişmesinin avantajını sağlar. Diğer süreç yetenek indeksleri bunu başaramaz. CU_{jpk} ve CL_{jpk} süreç verisinin alt ve üst yarılarının yeteneklerini tanımlamaktadır. C_{jpk} 'de ikisinin minimumudur.

$$C_{jpk} = \min\{CU_{jpk}, CL_{jpk}\} = \min\left\{\frac{USL - T}{3W + \sqrt{2}}, \frac{T - ASL}{3W - \sqrt{2}}\right\} \quad (23)$$

$$W_+^2 = E_{X>T}[(X - T)^2] = E[(X - T)^2 | X > T] \Pr(X > T)$$

ve

$$W_-^2 = E_{X<T}[(X - T)^2] = E[(X - T)^2 | X < T] \Pr(X < T).$$

Johnson ve diğerleri (1994) diğer süreç yetenek indekslerinde kullanılan $\frac{1}{3}$ değeri yerine $\frac{1}{3\sqrt{2}}$ çarpanını kullanmışlardır. Çünkü varyans σ^2 ve beklenen değer T ile simetrik bir dağılım için;

$$E_{X>T}[(X - T)^2] = E_{X<T}[(X - T)^2] = \frac{1}{2} \sigma^2$$

Dikkat edilirse $T = (USL + ASL)/2 = m$ olduğunda $USL - T = T - ASL = d$ 'dir. $d = (USL - ASL)/2$ 'dir. Böylece C_{jpk} aşağıdaki şekilde elde edilebilir:

$$C_{jpk} = \frac{d}{3\sqrt{2}} \max\{E_{X>T}[(X - T)^2], E_{X<T}[(X - T)^2]\}^{-\frac{1}{2}} \quad (24)$$

Genel olarak C_{jpk} 'nin doğal bir tahminleyicisi aşağıdaki gibidir:

$$\hat{C}_{j_{kp}} = \frac{d}{3\sqrt{2}} \min \left\{ \frac{USL - T}{\sqrt{s_+/n}}, \frac{T - ASL}{\sqrt{s_-/n}} \right\} \quad (25)$$

$$s_+ = \sum_{x_i < T} (x_i - T)^2$$

ve

$$s_- = \sum_{x_i < T} (x_i - T)^2$$

‘dir. Dikkat edilirse;

$$E[s_+] = nE[(X - T)^2 | X > T] \Pr(X > T)$$

$$E[s_-] = nE[(X - T)^2 | X < T] \Pr(X < T).$$

Sonuç olarak $\frac{s_+}{n}$ ve $\frac{s_-}{n}$ sırasıyla $E_{X>T}[(X - T)^2]$ ve $E_{X<T}[(X - T)^2]$ ’lerin sapmasız tahminleyicileridir.

Johnson ve diğerleri (1994) parametrelerin belirli değerleri için $\frac{\hat{C}_{j_{kp}}}{C_{j_{kp}}}$ ’nin ortalama ve varyansı için sayısal değerler elde etmişlerdir. Franklin ve Wasserman (1992) bu indeks için %95 güven aralığı ile bootstrap(önyükleme) simülasyonunu kullanarak $\hat{C}_{j_{kp}}$ ’nin dağılımını araştırmışlardır. Standart önyükleme metodu %95 güven limiti için C_p , C_{pk} , C_{pm} ve $C_{j_{kp}}$ indekslerinde kabul edilebilir bir güven alanı oluşturmaktadır. $C_{j_{kp}}$ indeksi sadece $\mu = T$ iken önemli ölçüde düşük bir etkinlik alanı üretir. Süreç hafifçe çarpıklaştığında sonuçlar C_p , C_{pk} ve C_{pm} için oldukça azalan bir hal alır. Ancak standart önyükleme, diğer indekslere göre $C_{j_{kp}}$ için oldukça yüksek bir etkinlik alanı sağlamıştır. Bu yüzden $C_{j_{kp}}$ indeksinin performansı eşli önyükleme (paired with bootstrap) simülasyon tekniği ile süreç verisi çarpık olduğunda diğer indekslere göre daha fazla dirençlidir. $\hat{C}_{j_{kp}}$ ’nin örneklem dağılımı ile ilgili daha fazla çalışma yapılmalıdır.

1.3.4. Wright C_s indeksi

C_{pmk} indeksi sürecin hedef değerden sapması halinde ve süreç varyasyonu arttığında uyarı verir. Ancak dağılımın şeklindeki değişikliklere karşı oldukça duyarlıdır. Wright (1995) tarafından elde edilen C_{pmk} ’nin düzeltilmiş şekli simetrik olmama durumlarında indeks değerini azaltmak için paydada bir çarpıklık terimi ile toplanır. 3.merkezi moment kullanılarak $\mu_3 = E(X - \mu)^3$, Wright indeksi C_s hedef

değerde ve spesifikasyon limitleri arasında merkezlenmemiş süreçler için C_{pmk} 'nin uygulanabilir özelliğine sahiptir. C_s indeksi aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$\begin{aligned} C_s &= \frac{\min\{USL - \mu, \mu - ASL\}}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2 + \left|\frac{\mu_3}{\sigma}\right|}} \\ &= \frac{d - |\mu - T|}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2 + \left|\frac{\mu_3}{\sigma}\right|}} \\ &= \frac{(d - |\mu - T|)/\sigma}{3\sqrt{1 + [(\mu - T)/\sigma]^2 + |k_1|}} \end{aligned} \quad (26)$$

Burada;

$d = \frac{USL-ASL}{2}$ spesifikasyon aralığının yarısı

$T = \frac{USL+ASL}{2}$ hedef değer ve

$k_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$ çarpıklık katsayısı olarak tanımlanır.

μ_3 'ün σ 'ya bölünmesiyle elde edilen çarpıklık terimi negatif çarpıklık olduğunda mutlak değer elde edilmesini sağlar. Pay ise $\min(x, y) = \frac{x+y}{2} - \frac{|x-y|}{2}$, $x, y \in R$ şeklinde elde edilmiştir.

Uygulama için süreç ortalaması μ , süreç standart sapması σ ve üçüncü merkezi moment μ_3 , Wright C_s indeksini hesaplamak için gereklidir. Genellikle bu parametreler örnek hacmi n 'den tahminlenir. C_s 'nin doğal bir tahminleyicisi Wright (1995) tarafından oluşturulmuştur:

$$\hat{C}_s = \frac{d - |\bar{X} - T|}{3\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n (X_i - T)^2 + \left|\frac{n^2 m_3}{(n-1)(n-2)} \times \left(\frac{n}{n-1} \times \frac{m_2}{c_4^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right|}} \quad (27)$$

$m_2 = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n}$ ve $m_3 = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X})^3}{n}$ örnek merkezi momentleri ve

$c_4 = \left[\frac{2}{n-1}\right]^{\frac{1}{2}} \times \Gamma\left(\frac{n}{2}\right) \Gamma\left[\frac{n-1}{2}\right]^{-1}$ Wright (1995)'in C_s indeksinin tahmincisini

araştırırken elde ettiği sapma için düzeltici terimdir. Sapma ve varyans ile normal dağılan süreçler için simulasyon kullanarak çalışılmıştır. Çarpık dağılımlar için Pearn ve Chang (1997) $\hat{C}_s$ 'nin sapmasını daha net bir şekilde açıklamışlardır. Chan ve Kotz (1996), Wright indeksinin dağılımsal özelliğini araştırmış ve $\hat{C}_s$ tahminleyicisinin

çarpıklığa duyarlı olduğu sonucuna varmışlardır. Bu araştırmacılar Wright'ın elde ettiği sonucu $\mu \neq T$ ve $\mu_3 \neq 0$ $\hat{C}_s$ 'nin asimtotik dağılımının normal olduğunu kanıtlamışlardır. Verilerin asıl dağılımına bakılmaksızın büyük örnek hacimleri için süreç yetenek değerlendirilmesinde bu sonuç doğal bir seçenek oluşturmaktadır. Genel olarak C_s indeksi istatistiksel olarak 3 genel koşul altında süreç yetenek analizi yaklaşımını sunmaktadır.

1. $USL - \mu \neq \mu - ASL$ (örneğin; $\mu \neq M = \frac{USL+ASL}{2}$)
2. $\mu \neq T$
3. $\mu_3 \neq 0$

Sonuç olarak simetrik dağılımlarda $C_s = C_{pk} = C_{pmk}$ 'nin uygulanması için sürecin kesinlikle merkezileşmiş ($\mu = T$) olması varsayılmaktadır.

1.3.5. Üst Düzey Yetenek İndeksleri $C_{Np}(u, v)$

Vännman (1995) 4 temel indeksi C_p, C_{pk}, C_{pm} ve C_{pmk} 'nin özel durumlarını içeren $C_p(u, v)$ indekslerinin üst düzey bir modelini elde etmiştir. Ancak $C_p(u, v)$ indeksi sadece normal veya normale yakın süreçler için uygun sonuçlar vermektedir. Esas dağılım normal olmadığı durumlarda uygulanabilir olması için Pearn ve Chen (1997) aşağıdaki gibi tanımlanan $C_p(u, v)$ 'yi geliştirmiş ve rastgele dağılımlar ile süreçlere uygulanabilir hale getirmiştir:

Genelleştirmeden önce;

$$C_p(u, v) = \frac{d - u|\mu - m|}{3\sqrt{\sigma^2 + v(\mu - T)^2}} \quad (28)$$

Pearn ve Chen (1997) tarafından düzeltilmiş hali ise;

$$C_{Np}(u, v) = \frac{d - u|M - m|}{3\sqrt{\left[\frac{F_{99,865} - F_{0,135}}{6}\right]^2 + v(M - T)^2}} \quad (29)$$

F_α esas dağılımın α .yüzdesi, M dağılımın medyanı, $m=(USL+ASL)/2$ üst ve alt spesifikasyon limitleri arasındaki orta nokta, μ sürecin ortalaması, σ sürecin standart sapması ve $u, v \geq 0$ 'dır. C_{Np} elde edilirken Pearn ve Chen (1997) süreç ortalaması yerine süreç medyanı M 'yi (özellikle uzun kuyruklu çarpık dağılımlar için süreç merkezi yayılımlarında daha dirençli bir ölçümdür) ve süreç standart sapması

yerine $\frac{F_{99,865}-F_{0,135}}{6}$ koymuştur. Bu düşüncenin altında yatan neden normal dağılımın bir özelliğine benzeterek süreç ortalaması μ 'den $\pm 3\sigma$ limitleri dışında kuyruk olasılığının % 0,27'ye eşit olmasıdır. $C_{Np}(u, v) = 1$ değeri hesaplandığında olasılık, sürecin spesifikasyon limitlerinin dışında (ASL, USL) önemsenmeyecek kadar küçüktür. Eğer süreç normal dağılıma uyarsa, net bir şekilde $C_{Np}(u, v)$ temel indeks $C_p(u, v)$ 'ye indirgenecektir. Pearn ve Chen (1997) $C_{Np}(u, v)$ genelleştirmesini araştırmış ve $C_{Np}(u, v)$ 'yi hesaplamak için örnek yüzdelik metodunu kullanmıştır. $(u, v) = (0,0), (0,1), (1,0), (1,1)$ değerleri kullanılırsa normal olmayan dağılımlar için temel indekslerin (C_p, C_{pk}, C_{pm} ve C_{pmk}) 4 genelleştirilmiş hali elde edilir ve aşağıda açıkça ifade edilmiştir:

$$C_{Np} = \frac{USL - ASL}{F_{99,865} - F_{0,135}} \quad (30)$$

$$C_{Npk} = \min \left\{ \frac{USL - M}{\frac{F_{99,865}-F_{0,135}}{2}}, \frac{M - ASL}{\frac{F_{99,865}-F_{0,135}}{2}} \right\} \quad (31)$$

Sürecin kuyruk olasılığının ortalamadan $\pm 3\sigma$ limitleri dışında olduğu (normal dağılıma benzer şekilde) ve %0,27'ye eşit olduğu varsayımıyla;

$$C_{Npm} = \frac{USL - ASL}{6\sqrt{\left[\frac{F_{99,865}-F_{0,135}}{6}\right]^2 + (M - T)^2}} \quad (32)$$

$$C_{Npmk} = \min \left\{ \frac{USL - M}{3\sqrt{\left[\frac{F_{99,865}-F_{0,135}}{6}\right]^2 + (M - T)^2}}, \frac{M - ASL}{3\sqrt{\left[\frac{F_{99,865}-F_{0,135}}{6}\right]^2 + (M - T)^2}} \right\} \quad (33)$$

Zwick (1995), Schneider ve diğerleri (1995) C_p ve C_{pk} 'nin iki genelleştirmesini tanımlamışlardır. Temel olarak C_{Np} ve C_{Npk} 'ya benzemekte fakat süreç medyanı M yerine süreç ortalaması μ 'yü kullanmışlardır. Tanımlamayı genişleterek C_{pm} ve C_{pmk} indekslerini de içine almış ve üst düzey bir yapı oluşturmuşlardır (Chen ve Pearn (1997)).

$$C'_{Np}(u, v) = \frac{d - u|M - m|}{3\sqrt{\left[\frac{F_{99,865} - F_{0,135}}{6}\right]^2 + v(M - T)^2}} \quad (34)$$

Chen ve Pearn (1997), Pearn ve Kotz (1994), Pearn ve Chen (1995) Pearson dağılım tipleri ile $C_p(u, v)$ indeksini hesaplamak için tahminciler elde etmişlerdir. Bu tahminciler özellikle Clements metodunda (1989) 6σ yerine $U_p - L_p$ uzaklığını koyarak oluşturulmuştur. Ortalama, standart sapma, çarpıklık ve basıklık parametreleri Pearson dağılım eğrisinin tiplerini belirlemektedir. Bu yüzden Pearson eğrilerinin yüzdelikleri F_α çarpıklık ve basıklıkların bir fonksiyonu gibi kullanılabilir. Tahminleyiciler aşağıdaki şekilde gösterilebilir:

$$\tilde{C}_{Np}(u, v) = \frac{d - u|\hat{M} - m|}{3\sqrt{\left[\frac{U_p - L_p}{6}\right]^2 + v(\hat{M} - T)^2}} \quad (35)$$

U_p , $F_{99,865}$ 'yi tahminler; L_p , $F_{0,135}$ 'yi ve $\hat{M}$ medyanın bir tahminleyicisidir. U_p , L_p ve $\hat{M}$ değerini elde etmek için Gruska ve diğerleri (1989) bir tablo oluşturmuşlardır.

Örnek yüzdeliklere dayalı Chang ve Lu (1994) normal olmayan dağılımlar için $F_{99,865}$, $F_{0,135}$ ve medyan M 'nin hesaplanmasında farklı bir yöntem ortaya koymuşlardır. Yöntem örnek yüzdelere dayanmakta ancak birtakım eklentiler kullanılmaktadır. Diğer bir deyişle Gruska ve diğerlerinin (1989) oluşturdukları tablolara ihtiyaç duyulmamaktadır. Bu yöntemi uygularken $C_{Np}(u, v)$ için yüzde tahminleyicisi aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$\hat{C}_{Np}(u, v) = \frac{d - u|\hat{M} - m|}{3\sqrt{\left[\frac{\hat{F}_{99,865} - \hat{F}_{0,135}}{6}\right]^2 + v(\hat{M} - T)^2}} \quad (36)$$

$$\hat{F}_{99,865} = X_{([R_1])} + \{R_1 - [R_1]\} \times \{X_{([R_1]+1)} - X_{([R_1])}\},$$

$$\hat{F}_{0,135} = X_{([R_2])} + \{R_2 - [R_2]\} \times \{X_{([R_2]+1)} - X_{([R_2])}\},$$

$$\hat{M} = X_{([R_3])} + \{R_3 - [R_3]\} \times \{X_{([R_3]+1)} - X_{([R_3])}\},$$

$$R_1 = \left(\frac{99.865n + 0.135}{100}\right), \quad R_2 = \left(\frac{0.135n + 99.865}{100}\right), \quad R_3 = \left(\frac{n + 1}{2}\right)$$

$[R]$ notasyonu R sayısına eşit ya da daha büyük tam sayıları gösterir ve $X_{(i)}$ i.inci sıra istatistiği olarak tanımlanır.

1.3.6. C_{pc} İndeksi

Luceño (1996) hem süreç konumunu hem de yayılımını kapsayan C_{pc} indeksini ortaya koymuştur. Diğer indeksler normallikten uzaklaştıkça duyarsız hale gelen güven sınırları oluştururken C_{pc} indeksi aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır:

$$C_{pc} = \frac{USL - ASL}{6\sqrt{\frac{\pi}{2}}E|X - m|} \quad (37)$$
$$m = \frac{USL + ASL}{2}$$

Luceño (1996) payda da $6\sqrt{\pi/2} = 7.52$ faktörünü kullanmıştır ki bu durum normal dağılım durumlarında $N(\mu, \sigma^2)$ 6σ 'ya eşittir. Ancak $6\sqrt{\pi/2}$ faktörü normalliğe bağlı değildir.

Luceño(1996) C_{pc} için güven aralığını $100(1 - \alpha)\%$ aşağıdaki gibi geliştirmiştir:

$$\bar{c} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - m|$$

Böylece tahminleyici aşağıdaki gibi oluşur:

$$\bar{C}_{pc} = \frac{USL - ASL}{6\sqrt{\frac{\pi}{2}}\bar{c}} \quad (38)$$

$E|X - m|$ için $100(1 - \alpha)\%$ güven aralığı;

$$\bar{c} \pm t_{\alpha, n-1} \frac{s_c}{\sqrt{n}}$$

$t_{\alpha/2, n-1}$ $\alpha/2$ kantilidir (örneğin n-1 serbestlik dereceli Student t dağılımının $\alpha/2$ olasılığını aşma değeri) ve

$$s_c^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (|x_i - m| - \bar{c})^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (|x_i - m|^2 - n\bar{c}^2)$$

Böylece C_{pc} için güven aralığı $100(1 - \alpha)\%$ aşağıdaki gibidir:

$$\frac{\bar{C}_{pc}}{1 \pm t_{\alpha/2, n-1} \frac{s_c}{\bar{c}\sqrt{n}}} \quad (39)$$

Luceño (1996) güven aralıklarının normallikten uzaklaşmasına duyarsız olduğu yorumunu Merkezi Limit Teoremine dayanarak yapmıştır. Ek olarak

yaklaşımlar büyük örnek hacimli n için kullanışlıdır. Örneğin X , $N(\mu, \sigma^2)$ olarak dağıldığında $s_c/\bar{c}$ oranı $(\pi/2 - 1)^{1/2} \approx 0,7555$ 'e yakındır.

1.3.7. (Genel) Ağırlıklandırılmış Varyans (WV) Metodu

Ağırlıklandırılmış varyans (WV) metodu, Choobineh ve Ballard (1987) tarafından esas populasyon çarpık olduğunda kontrol kartlarını oluşturmak için ilk defa ortaya atılmıştır. Bu yöntem Choobineh ve Branting (1986)'in "semi-varyans" yaklaşımına dayanmaktadır ve çarpık dağılımlar için $\bar{X}$ ve R kartlarında asimetric kontrol limitleri oluşturmaktadır. Bai ve Choi (1995) populasyonda herhangi bir varsayım olmaksızın, $\bar{X}$ ve R kartlarını ağırlıklandırılmış varyans metodu kullanarak geliştirmiştir. Bu metot çarpık ya da asimetric populasyonlar için alt ve üst kontrol limitlerin hesaplanmasında farklı varyanslar kullanarak örnek verisinden tahminlenen çarpıklık derecesi ve doğrultusuna göre asimetric kontrol limitleri elde eder. Populasyon simetric olduğunda bu kartlar Shewhart kontrol kartları haline gelir. Choobineh ve Ballard (1987) ağırlıklandırılmış varyans metodunun esas dağılımın simetric olması durumunda Shewhart metodu gibi aynı limitleri elde edeceğini ortaya koymuştur. Esas dağılım çarpık olduğunda yeni limitler çarpıklığın doğrultusuna göre düzelir. Bai ve Choi (1995)'nin çalışması simetric populasyonlar için bu kontrol kartlarının Shewhart kartlarına eşit olduğunu göstermiştir. Ancak esas populasyon Weibull ya da Burr ise özellikle çarpıklık arttığında "oluşturulan asimetric kartlar" Shewhart kartlarına göre üstünlük sağlamıştır.

Bai ve Choi (1997) normal olmayan süreç verilerinin çarpıklık derecesini hesaplamak için ağırlıklandırılmış varyans metodu uygulamıştır. Bu teknikte ortalamanın altında ve üstünde olmak üzere ayrı ayrı standart sapmalar hesaplanır. C_p ve C_{pk} indeksleri ağırlıklandırılmış varyans metoduna dayalı olarak hesaplanır. C_p^{WV} ve C_{pk}^{WV} aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\begin{aligned} C_p^{WV} &= \min \left\{ \frac{USL - ASL}{6\sigma_x \sqrt{2P_x}}, \frac{USL - ASL}{6\sigma_x \sqrt{2(1 - P_x)}} \right\} \\ &= \frac{USL - ASL}{6\sigma_x} \min \left\{ \frac{1}{\sqrt{2P_x}}, \frac{1}{\sqrt{2(1 - P_x)}} \right\} \\ &= \frac{C_p}{W_x} \end{aligned} \quad (40)$$

ve

$$C_{pk}^{wv} = \min \left\{ \frac{USL - \mu_x}{3\sigma_x \sqrt{2P_x}}, \frac{\mu_x - ASL}{3\sigma_x \sqrt{2(1 - P_x)}} \right\} \quad (41)$$

$$W_x = \sqrt{2} \max(\sqrt{P_x}, \sqrt{1 - P_x}) = \sqrt{1 + |1 - 2P_x|} \quad P_x = Pr(X \leq \mu)$$

Benzer şekilde C_{pm} ve C_{pm}^* indeksleri (Chan ve diğerleri (1988)) aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$\begin{aligned} C_{pm}^{wv} &= \min \left\{ \frac{USL - ASL}{6\sigma_T \sqrt{2P_T}}, \frac{USL - ASL}{6\sigma_T \sqrt{2(1 - P_T)}} \right\} \\ &= \frac{USL - ASL}{6\sigma_T} \min \left\{ \frac{1}{\sqrt{2P_T}}, \frac{1}{\sqrt{2(1 - P_T)}} \right\} \\ &= \frac{C_{pm}}{W_T} \end{aligned} \quad (42)$$

ve

$$C_{pm}^{*wv} = \min \left\{ \frac{USL - T}{6\sigma_T \sqrt{2P_T}}, \frac{T - ASL}{6\sigma_T \sqrt{2(1 - P_T)}} \right\} \quad (43)$$

$$P_T = Pr(X \leq T) \quad W_T = \sqrt{1 + |1 - 2P_T|} \quad \text{ve} \quad \sigma_T = \sqrt{\sigma_x^2 + (\mu - T)^2}$$

Bu indeksleri ölçmek için μ_x , σ_x ve σ_T parametreleri $\hat{\mu}_x = \bar{X}$, $\hat{\sigma}_x = S_x$ ve $\hat{\sigma}_T = \sqrt{\sigma_x^2 + (\mu - T)^2}$ olarak tahminlenebilir. P_x olasılığı deneysel olarak $\bar{X}$ 'ye eşit ya da daha az gözlem sayısı olarak tahminlenebilir ve olasılık P_T , $\hat{W}_T = \sqrt{1 + |1 - 2\hat{P}_T|}$ iken T 'ye eşit ya da daha az gözlem sayısı olarak tahminlenebilir.

Wu ve diğerleri (1999) orijinal ağırlıklandırılmış varyans metodundan (Bai ve Choi (1995)) farklı olarak yeni bir ağırlıklandırılmış varyans metodu kullanarak 4 tane temel indeks ortaya koymuşlardır. Temel olarak orijinal dağılımdan oluşturulan iki yeni dağılımın çarpıklık ve asimetrik özellikleri değerlendirilir. Örneğin asıl dağılımdan elde edilen iki dağılım aynı ortalamaya sahip olsa bile farklı standart sapmaya sahip olabilir. Ortalaması μ ve standart sapması σ olan bir populasyon için μ 'ye eşit ya da daha küçük toplam n 'nin dışındaki n_1 gözlem olsun. Benzer şekilde μ 'den büyük n 'nin dışında n_2 gözlem olsun. İki yeni dağılım sırasıyla n_1 ve n_2 gözlem kullanılarak belirlenir. Bu iki dağılım aynı ortalamaya sahipken σ_1 ve σ_2 olarak iki farklı standart sapmaya sahip olacaktır. Eğer populasyon simetrik ise n_1 yaklaşık

olarak n_2 'ye eşit olacak ve $n/2$ 'ye yaklaşacaktır. Aynı şekilde σ_1 ve σ_2 'nin her ikisi de σ 'ya yaklaşacaktır ($\sigma_1 \approx \sigma_2 \approx \sigma$).

Özellikle μ , $\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i/n$; σ_1^2 , S_1^2 ve σ_2^2 , S_2^2 olarak tahminlenebilir. $\bar{X}$ 'ya eşit ya da daha küçük n_1 gözlem ile örnek standart sapması S_1 ve benzer şekilde $\bar{X}$ değerinden büyük n_2 gözlem ile örnek standart sapması S_2 örnek varyansının hesaplanmasında kullanılan benzer bir formülle aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:

$$S_1^2 = \frac{2 \sum_{i=1}^{n_1} (X_i - \bar{X})^2}{2n_1 - 1} \quad (44)$$

ve

$$S_2^2 = \frac{2 \sum_{i=1}^{n_2} (X_i - \bar{X})^2}{2n_2 - 1} \quad (45)$$

Diğer taraftan Boyles (1991) hedef değer T 'den örnek standart sapmaları S_{T1} ve S_{T2} 'nin yansız tahmincilerini kullanarak aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

$$S_{T1}^2 = \frac{2 \sum_{i=1}^{n_1} (X_i - T)^2}{2n_1} = \frac{2n_1 - 1}{2n_1} S_1^2 + (\bar{X} - T)^2 \quad (46)$$

ve

$$S_{T2}^2 = \frac{2 \sum_{i=1}^{n_2} (X_i - T)^2}{2n_2} = \frac{2n_2 - 1}{2n_2} S_2^2 + (\bar{X} - T)^2 \quad (47)$$

Orjinal ağırlıklandırılmış varyans metodu için (Bai ve Choi (1995) tarafından kullanılan) S_1^2 , S_2^2 , S_{T1}^2 , S_{T2}^2 aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$S_1^2(B\&C) = 2(1 - P_x) \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}, \quad S_2^2(B\&C) = 2P_x \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}$$

$$S_{T1}^2(B\&C) = 2(1 - P_T) \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - T)^2}{n - 1}, \quad S_{T2}^2(B\&C) = 2P_T \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - T)^2}{n - 1}$$

Yukarıda olduğu gibi $P_x = \Pr(X \leq \mu)$ ve $P_T = \Pr(X \leq T)$ 'dir. Böylece P_x , $\bar{X}$ 'ya eşit ya da daha küçük gözlemler için tahminlenebilir ve P_T aynı şekilde T 'ye eşit ya da daha küçük gözlemler için tahminlenebilir.

Wu ve diğerleri (1999) aynı düşünceye dayalı olarak ortalamadan asimetrik ya da çarpık dağılımı bölerek iki ağırlıklandırılmış varyans metodu kaydetmişlerdir. Ancak iki WV metotları için varyansların yapısı farklıdır. Sonuç olarak 4 temel indeks ($C_p, C_{pk}, C_{pm}, C_{pmk}$) yeni ağırlıklandırılmış varyans metodu kullanılarak düzenlenebilir.

“Normalliğe” dayalı orijinal süreç yetenek indeksleri ile ağırlıklandırılmış varyansa dayalı süreç yetenek indeksleri arasındaki fark paydanın biçimidir. Orijinal C_p indeksinde payda $\pm 3\sigma$ limitlerinin uzunluğunu gösterirken ağırlıklandırılmış varyans metodunda yaklaşık $3(\sigma_1 + \sigma_2)$ ’dir. Bu nedenle orijinal “normalliğe” dayalı tahminleyici $\hat{C}_p$ ve $\hat{C}_{pk}$ ’daki payda S olarak düzeltilmelidir.

$$\hat{C}_p^{wv} = \frac{USL - ASL}{3(S_1 + S_2)} \quad (48)$$

$$\hat{C}_{pk}^{wv} = \min \left\{ \frac{USL - \bar{X}}{3S_1}, \frac{\bar{X} - ASL}{3S_2} \right\} \quad (49)$$

Ayrıca $\hat{C}_{pm}$ ve $\hat{C}_{pmk}$ tahminleyicilerindeki S_T yerine S_{T1} ve S_{T2} kullanarak WV metodunun formülü elde edilir. $\hat{C}_{pm}^{wv}$ ve $\hat{C}_{pmk}^{wv}$ aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\hat{C}_{pm}^{wv} = \min \left\{ \frac{USL - T}{3S_{T2}}, \frac{T - ASL}{3S_{T1}} \right\} \quad (50)$$

$$\hat{C}_{pmk}^{wv} = \min \left\{ \frac{USL - \bar{X}}{3S_{T2}}, \frac{\bar{X} - ASL}{3S_{T1}} \right\} \quad (51)$$

Düzeltilmiş normalliğe dayalı süreç yetenek indeksi WV metodunu kullanmanın avantajı, ağırlıklandırılmış varyansa dayalı yetenek indekslerinin bir dağılımın çarpıklık ve basıklık değerini yansıtmasıdır. Bu yüzden örnek standart sapmaları S_1 ve S_2 ile hedeften örnek standart sapmaları S_{T1} ve S_{T2} , farklı basıklık ve çarpıklık değerlerinin ortalamasını alarak ayarlanır. Bununla birlikte n_1 ve n_2 örnek hacimleri de çarpıklık ve basıklık değerlerine göre aynı değişikliklere maruz kalır. Diğer taraftan dağılım simetrik ise S_1 ve S_2 , S ’e eşit olacaktır. Aynı durum S_{T1} ve S_{T2} için de geçerlidir. n_1 ve n_2 de yaklaşık olarak $n/2$ ’ye eşit olacaktır. Sonuç olarak simetrik dağılımlar için ağırlıklandırılmış varyansa dayalı yetenek indeksleri orijinal süreç yetenek indeksleri haline gelir.

1.3.8. Ağırlıklandırılmış Standart Sapma(WSD) Metodu

Chang ve diğerleri (2002) esas populasyonun çarpıklık derecesine göre kontrol kartlarını düzenleyen WSD metodunu önermiştir. WV metoduna benzer şekilde WSD metodu σ_x ’i alt ve üst sapmalara bölme fikri üstüne kurgulanmıştır. İki normal olasılık yoğunluk fonksiyonu olacak şekilde asimetrik olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(x)$ Chang ve diğerleri tarafından aşağıdaki gibi elde edilmiştir:

$$f_U(x) = \frac{1}{2\sigma_U^W} \phi\left(\frac{x - \mu_x}{2\sigma_U^W}\right) \quad (52)$$

$$f_L(x) = \frac{1}{2\sigma_L^W} \phi\left(\frac{x - \mu_x}{2\sigma_L^W}\right) \quad (53)$$

Yukarıdaki formülasyonlardan da anlaşılacağı gibi ortalama μ_x aynı, fakat farklı standart sapmalar $2\sigma_U^W$ ve $2\sigma_L^W$ kullanılmaktadır. $\sigma_U^W = P_x\sigma_x$ ve $\sigma_L^W = (1 - P_x)\sigma_x$ 'dir. $P_x = \Pr(X \leq \mu_x)$.

WSD metodu üst ve alt süreç yetenek indekslerinin hesaplanmasında farklı standart sapmaları kullanarak esas populasyonun çarpıklık derecesine göre süreç yetenek indeks değerini düzenlemek için kullanılabilir. $2\sigma_U^W$ ve $2\sigma_L^W$ çarpık populasyonlar için süreç yetenek indeksleri oluşturmak için kullanılabilir. WSD metoduna dayalı C_p, C_p^{WSD} aşağıdaki gibi tanımlanabilir (Chang ve diğerleri (2002)):

$$\begin{aligned} C_p^{WSD} &= \min\left\{\frac{USL - ASL}{6 \cdot 2\sigma_U^W}, \frac{USL - ASL}{6 \cdot 2\sigma_L^W}\right\} \quad (54) \\ &= \min\left\{\frac{USL - ASL}{6 \cdot 2P_x\sigma_x}, \frac{USL - ASL}{6 \cdot 2(1 - P_x)\sigma_x}\right\} \\ &= \frac{USL - ASL}{6\sigma_x} \min\left\{\frac{1}{2P_x}, \frac{1}{2(1 - P_x)}\right\} \\ &= \frac{C_p}{D_x} \end{aligned}$$

$D_x = 1 + |1 - 2P_x|$. Bu tanımda $2\sigma_U^W$ ve $2\sigma_L^W$ değerleri serbestlik derecesini yansıtması için σ_x 'in yerine kullanılmaktadır. Eğer esas populasyon simetrik ise $P_x = 0,5$, $D_x = 1,0$ ve $C_p^{WSD} = C_p$ 'dir. Çarpık dağılımlar için $D_x > 1,0$ ve $C_p^{WSD} < C_p$ 'dir.

Chang ve diğerleri (2002) tek bir spesifikasyon limiti var olduğundaki durum ile ilgili de çalışmışlardır. Bu durumda WSD metodunu kullanarak üst ve alt yetenek indeksleri C_{pk} 'nın köklerine indirgeyerek aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$\begin{aligned} C_{pku}^{WSD} &= \frac{USL - \mu_x}{3 \cdot 2\sigma_U^W} = \frac{USL - \mu_x}{6P_x\sigma_x} \\ C_{pkl}^{WSD} &= \frac{\mu_x - ASL}{3 \cdot 2\sigma_L^W} = \frac{\mu_x - ASL}{6P_x\sigma_x} \end{aligned}$$

İki taraflı spesifikasyon durumu için yetenek indeksi;

$$C_{pk}^{WSD} = \min\{C_{pku}^{WSD}, C_{pkl}^{WSD}\} = \min\left\{\frac{USL - \mu_x}{6P_x\sigma_x}, \frac{\mu_x - ASL}{6(1 - P_x)\sigma_x}\right\} \quad (55)$$

Simetrik bir populasyon için C_{pk}^{WSD} C_{pk} 'ya indirgenir ve μ_x iki spesifikasyon limitinin merkezinde konumlandığı sürece C_{pk}^{WSD} C_p^{WSD} 'ye indirgenir.

Uygulamada bu indekslerin işleyişi için μ_x , σ_x ve P_x tahminlenebilir olmalıdır. n hacimli bir şans örneği $X_1, X_2, \dots, X_n$ olduğunda μ_x , σ_x örnek ortalaması $\bar{X}$ ve örnek standart sapması S_x tarafından tahminlenebilir. P_x de μ_x 'e eşit ya da daha az olabilmesinin olasılığı $P_x = \Pr(X \leq \mu_x)$ $\bar{X}$ 'ya eşit ya da daha az gözlem sayısı kullanılarak tahminlenirse;

$$\hat{P}_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I(\bar{X} - X_i)$$

$x \geq 0$ için karakteristik fonksiyon $I(x) = 1$ ve $x < 0$ için $I(x) = 0$ 'dır. Böylece amaçlanan süreç yetenek indeksleri C_{pk}^{WSD} ve C_p^{WSD} aşağıdaki gibi tahminlenebilir:

$$\hat{C}_p^{WSD} = \frac{USL - ASL}{6\hat{D}_x S_x} \quad (56)$$

$$\hat{C}_{pk}^{WSD} = \min\{\hat{C}_{pku}^{WSD}, \hat{C}_{pkl}^{WSD}\} = \min\left\{\frac{USL - \bar{X}}{6\hat{P}_x S_x}, \frac{\bar{X} - ASL}{6(1 - \hat{P}_x) S_x}\right\} \quad (57)$$

$$\hat{D}_x = 1 + |1 - 2\hat{P}_x|$$

S_x gerçek değerinin altında σ_x 'i yansıtır ve bu yüzden süreç yetenek indeksleri gerçek değerden daha büyük tahminlenir ve eğilim düzeltme faktörü n küçük olduğunda uygulanmalıdır:

$$b(n) = \sqrt{\frac{2}{n-1} \frac{\Gamma[(n-1)/2]}{\Gamma[(n-2)/2]}}$$

Dikkat edilirse $b(n)$ normallik varsayımı altında elde edilmiştir ve çarpık populasyonlar için doğrudan uygulanamaz. Bu nedenle eğilim düzeltme faktörü (bias correction factor) çarpık populasyonlar için çarpıklık derecesini de yansıtmalıdır.

WSD metodu iki normal dağılımın ortalaması tarafından asimetrik bir dağılıma yaklaşır ve n gözleme ait $n.P_x$ gözlem olasılık yoğunluk fonksiyonunun alt tarafından $f_L(x)$ ve $n(1-P_x)$ gözlem $f_U(x)$ 'un üst tarafından elde edilir. Böylece $2n.P_x$ ve $2n(1-P_x)$ gözlem $f_L(x)$ ve $f_U(x)$ 'dan şans örnekleri olarak varsayılırsa sırayla

eğilimi azaltmak için kullanılabilir. Bu düzeltme faktörlerinin kullanılmasıyla WSD süreç yetenek indekslerinin tahmininin son hali aşağıdaki gibidir:

$$\tilde{C}_p^{WSD} = \frac{USL - ASL}{6S_x} \min \left\{ \frac{\hat{b}_U^{WSD}}{2\hat{P}_x}, \frac{\hat{b}_L^{WSD}}{2(1 - \hat{P}_x)} \right\} \quad (58)$$

$$\hat{C}_{pk}^{WSD} = \min \{ \hat{b}_U^{WSD} \hat{C}_{pku}^{WSD}, \hat{b}_L^{WSD} \hat{C}_{pkl}^{WSD} \} \quad (59)$$

$\hat{b}_L^{WSD} = b(2n\hat{P}_x)$ ve $\hat{b}_U^{WSD} = b(2n(1 - \hat{P}_x))$. P_x arttıkça b_L^{WSD} artar ve b_U^{WSD} azalır. Sonuç olarak çarpıklık, düzeltme faktöründe yansıtılır. Ek olarak WSD süreç yetenek indekslerinin performansını çeşitli süreç yetenek indeksleri karşılaştırılmış ve Chang ve diğerleri (2002) Monte Carlo Simulasyonunu kullanarak bu tahminlerin sonlu örnek özelliklerini araştırmışlardır. Sayısal sonuçlar göstermektedir ki esas dağılım çarpık olduğunda WSD metodu kullanılarak oldukça iyi sonuçlar elde edilmektedir.

İKİNCİ BÖLÜM

PEARSON DAĞILIŞ AİLESİ

Bu bölümde Pearson dağılış ailesinin genel tanımı yapılmıştır. Pearson dağılış ailesinin diferansiyel denkleminde yola çıkılarak Pearson Ana Tipleri olan Tip I, Tip IV ve Tip VI dağılımlarının olasılık yoğunluk fonksiyonları ve Tip II dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu elde edilmiştir. Asimetrik tolerans söz konusu ise Pearson Tip I dağılımı, simetrik tolerans söz konusu ise Pearson Tip II dağılımının neden baz dağılım olarak kabul edileceği açıklanmıştır. İlk olarak Pearson dağılış ailesinin genel denklemi tanıtılacaktır:

Bazı önemli kesikli dağılımlar (poisson, binom, hipergeometrik) aşağıdaki ilişkiyi sağlamaktadır:

$$\frac{f_{j+1} - f_j}{f_j} = \frac{(j - a)}{b_0 + b_1j + b_2j^2}$$

Bu dağılış ailesi Ord (1967) tarafından ilk olarak çalışılmıştır. Eğer değişken uzunluğu h olan bir aralıkta tanımlanır ve katsayılar yeniden ölçeklenir ise, yukarıdaki eşitliğin $h \rightarrow 0$ için limiti,

$$\frac{1}{f} \frac{df}{dx} = \frac{x - a}{b_0 + b_1x + b_2x^2}$$

diferansiyel denklemini verir. Bu denklem Pearson dağılış ailesinin denklemini vermektedir (Dündar, 2012:1). Pearson dağılış ailesi ilk olarak Karl Pearson tarafından ortaya atılmıştır.

Teorik yoğunluk fonksiyonu $f(x)$ olsun. Pearson sistemi $f(x)$ 'in bir diferansiyel denklemi şeklinde aşağıdaki gibi oluşturulmuştur:

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{(a - x)f(x)}{b_0 + b_1x + b_2x^2}$$

2.1 DİFERANSİYEL DENKLEMİN GENEL ÇÖZÜMÜ

Bu bölümde bir ürüne ait hedef değer verildiğinde ve bu hedef değer etrafında simetrik yada asimetrik alt ve üst spesifikasyon limitleri söz konusu olduğunda, baz

dağılım hakkındaki tüm parametrelerin nasıl elde edilebileceği açıklanmıştır. Çalışmada kullanılacak baz dağılım ve gerçekleşen dağılımların olasılık yoğunluk fonksiyonlarının ve ilk dört momentin elde edilmesine ilişkin ispatlar sunulmuştur.

Bir Pearson dağılışının momentleri eşitlik (60)'daki sabitlerin değerleri ve integral sabiti ile belirlenir. Buna karşın bir Pearson eğrisinin dört momenti verilmiş ise ilk olarak bu sabitler için çözüm gerçekleştirilir daha sonra eşitlik (60)'nın çözümü elde edilir. Pearson dağılış sistemini 1'den 12'ye kadar Romen rakamları ile numaralandırmıştır (Dündar, 2012:3-7).

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(a-x)y}{(b_0 + b_1x + b_2x^2)} \quad (60)$$

$$(b_0 + b_1x + b_2x^2) \frac{dy}{dx} = (a-x)y$$

Her iki tarafta x^n le çarpılır integrali alınır. Şans değişkeninin sınırları r ve s olsun bu sınırlar, $-\infty$ ve ∞ olabilir.

$$\int_r^s x^n (b_0 + b_1x + b_2x^2) \left(\frac{dy}{dx} \right) dx = \int_r^s x^n (a-x)y dx$$

Eşitliğin sol tarafına kısmi integrasyon uygulanır.

$$x^n (b_0 + b_1x + b_2x^2) = v$$

$$\left(\frac{dy}{dx} \right) dx = du$$

$$nb_0x^{n-1} + (n+1)b_1x^n + (n+2)b_2x^{n+1} dx = dv \text{ ve } f'(x)dx = du$$

$$\int_r^s f'(x)dx = \int du$$

$$f(x) \Big|_r^s = u$$

$$\int v du = vu - \int u dv$$

$$= x^n (b_0 + b_1x + b_2x^2) f(x) \Big|_r^s - \int_r^s f(x) [nb_0x^{n-1} + (n+1)b_1x^n + (n+2)b_2x^{n+1}] dx$$

$\lim_{x \rightarrow \begin{smallmatrix} r \\ s \end{smallmatrix}} f(x) = 0$ varsayımı ile ilk terim sıfır olur,

$$\int_r^s x^n (b_0 + b_1x + b_2x^2) \left(\frac{dy}{dx} \right) dx = - \int_r^s [nb_0x^{n-1} f(x) + (n+1)b_1x^n f(x) + (n+2)b_2x^{n+1} f(x)] dx$$

bulunur. Eşitliğin sağ tarafı:

$$\begin{aligned}\int_r^s x^n (a-x) y dx &= \int_r^s x^n (a-x) f(x) dx \\ &= \int_r^s a x^n f(x) dx - \int_r^s x^{n+1} f(x) dx\end{aligned}$$

şeklindedir.

$$-\int_r^s n b_0 x^{n-1} f(x) dx - \int_r^s (n+1) b_1 x^n f(x) dx - \int_r^s (n+2) b_2 x^{n+1} f(x) dx = \int_r^s a x^n f(x) dx - \int_r^s x^{n+1} f(x) dx$$

Bu denklem dağılımın momentleri cinsinden;

$$\begin{aligned}-n b_0 \mu'_{n-1} - (n+1) b_1 \mu'_n - (n+2) b_2 \mu'_{n+1} &= a \mu'_n - \mu'_{n+1} \\ \mu'_{n+1} &= a \mu'_n + (n+1) b_1 \mu'_n + n b_0 \mu'_{n-1} + (n+2) b_2 \mu'_{n+1}\end{aligned}\quad (61)$$

$n = 0, 1, 2, 3$, değerleri kullanılarak, tüm gerekli momentlerin $\mu'_1, \mu'_2, \mu'_3, \mu'_4$ ya da μ_2, μ_3, μ_4 ve μ'_1 mevcut olduğu varsayımı ile, dört denklemden dört sabit a, b_0, b_1 ve b_2 belirlenebilir.

$$\begin{aligned}\mu'_1 &= a \mu'_0 + (n+1) b_1 \mu'_0 + n b_0 \mu'_{-1} + (n+2) b_2 \mu'_1 \\ \mu'_2 &= a \mu'_1 + (n+1) b_1 \mu'_1 + n b_0 \mu'_0 + (n+2) b_2 \mu'_2 \\ \mu'_3 &= a \mu'_2 + (n+1) b_1 \mu'_2 + n b_0 \mu'_1 + (n+2) b_2 \mu'_3 \\ \mu'_4 &= a \mu'_3 + (n+1) b_1 \mu'_3 + n b_0 \mu'_2 + (n+2) b_2 \mu'_4\end{aligned}\quad (62)$$

olup $\mu'_1 = 0$ alınarak dağılımın ortalaması için sistemin orijini değiştirilir ve $\mu_0 = 1$ olduğu hatırlanarak

$$\begin{aligned}0 &= a + b_1 \\ \mu_2 &= b_0 + 3b_2 \mu_2 \\ \mu_3 &= a \mu_2 + 3b_1 \mu_2 + 4b_2 \mu_3 \\ \mu_4 &= a \mu_3 + 4b_1 \mu_3 + 3b_0 \mu_2 + 5b_2 \mu_4\end{aligned}\quad (63)$$

elde edilir. Bu denklemler a, b_0, b_1, b_2 için çözülerek

$$b_1 = a = -\frac{\mu_3(\mu_4 + 3\mu_2^2)}{A}$$

$$b_0 = -\frac{\mu_2(4\mu_2\mu_4 - 3\mu_3^2)}{A} \quad (64)$$

$$b_2 = -\frac{(2\mu_2\mu_4 - 3\mu_3^2 - 6\mu_2^3)}{A}$$

sonuçları elde edilir. Burada,

$$A = 10\mu_4\mu_2 - 12\mu_3^2 - 18\mu_2^3$$

şeklindedir. Bunun dışında $\mu'_1 \neq 0$ olması durumunda,

$$\begin{aligned} -b_1 - 2b_2\mu'_1 &= \mu'_1 - a \\ -b_0 - 2b_1\mu'_1 - 3b_2\mu'_2 &= \mu'_2 - a\mu'_1 \\ -2b_0\mu'_1 - 3b_1\mu'_2 - 4b_2\mu'_3 &= \mu'_3 - a\mu'_2 \\ -3b_0\mu'_2 - 4b_1\mu'_3 - 5b_2\mu'_4 &= \mu'_4 - a\mu'_3 \end{aligned} \quad (65)$$

denklemleri elde edilir. Bu denklemler a, b_0, b_1, b_2 için çözüldüğünde,

$$\begin{aligned} a &= -\frac{(20\mu'_2\mu'_3\mu_1'^2 + 13\mu'_1\mu'_2\mu'_4 - 12\mu'_4\mu_1'^3 - 9\mu'_1\mu_2'^3 - 8\mu'_1\mu_3'^2 - 3\mu_2'^2\mu'_3 - \mu'_3\mu'_4)}{B} \\ b_0 &= -\frac{(4\mu_2'^2\mu'_4 + 4\mu_1'^2\mu_3'^2 - 3\mu_2'\mu_3'^2 - \mu_2'^2\mu'_3\mu'_1 - 3\mu_2'\mu_1'^2\mu'_4 - \mu'_1\mu'_3\mu'_4)}{B} \\ b_1 &= -\frac{(8\mu'_2\mu'_3\mu_1'^2 + 7\mu'_1\mu'_2\mu'_4 - 6\mu'_4\mu_1'^3 - 3\mu'_1\mu_2'^3 - 2\mu'_1\mu_3'^2 - 3\mu_2'^2\mu'_3 - \mu'_3\mu'_4)}{B} \\ b_2 &= -\frac{(3\mu_3'^2 + 6\mu_2'^3 + 4\mu_1'^3\mu'_3 + 2\mu_1'^2\mu'_4 - 3\mu_1'^2\mu_2'^2 - 10\mu'_1\mu'_2\mu'_3 - 2\mu'_2\mu'_4)}{B} \end{aligned} \quad (66)$$

Olup burada,

$$B = 18\mu_2'^3 - 6\mu_1'^2\mu_2'^2 - 10\mu'_2\mu'_4 - 32\mu'_1\mu'_2\mu'_3 + 10\mu_1'^2\mu'_4 + 8\mu_1'^3\mu'_3 + 12\mu_3'^2$$

olarak tanımlanmıştır. Bu denklemlerdeki orijine göre momentlerin merkezi momentler ile olan ilişkisi,

$$\begin{aligned} \mu'_2 &= \mu_2 + \mu'_1 \\ \mu'_3 &= \mu_3 + 3\mu_2\mu'_1 + \mu_1'^3 \\ \mu'_4 &= \mu_4 + 4\mu_3\mu'_1 + 6\mu_2\mu_1'^2 + \mu_1'^4 \end{aligned} \quad (67)$$

eşitlikleri ile tanımlıdır. Eşitlik (64)'deki b_0 , payı pozitif olduğu için pozitif ya da negatif değerler alabilir fakat sıfır değerini alamaz. Eğer dağılım simetrik ise $\beta_1 = 0$

olup bu neden ile $b_1 = a = 0$ 'dır. Eşitlik (60) ile tanımlanan denklemin modü (türevin sıfıra eşit olduğu değer) $x = a$ noktasıdır.

Eşitlik (64) kullanılarak Pearson çarpıklık ölçümü, $\mu'_1 = 0$ ve $\mu_2 = 1$ için,

$$\frac{\text{ortalama} - \text{mod}}{\sigma} = \frac{-a}{\sqrt{\mu_2}} = \frac{\sqrt{\beta_1}(\beta_2 + 3)}{10\beta_2 - 12\beta_1 - 18} \quad (68)$$

elde edilir (Dündar, 2012:3-7).

$$\beta_1 = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3} \text{ ve } \beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} \text{ olarak elde edilebilir.}$$

$$b_0 + b_1x + b_2x^2 = 0 \text{ ise}$$

$$r_1 = \frac{-b_1 - \sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2}}{2b_2} \text{ ve } r_2 = \frac{-b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2}}{2b_2}, \text{ idi.}$$

$$a = b_1$$

Bu yüzden

$$r_1 + r_2 = -\frac{b_1}{b_2}$$

ise b_2 aşağıdaki gibi elde edilir:

$$b_2 = -\frac{a}{r_1 + r_2}$$

Aynı şekilde

$$r_1 - r_2 = \frac{-2\sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2}}{2b_2} = \frac{-\sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2}}{b_2}$$

ise b_0 aşağıdaki gibi elde edilir:

$$b_2(r_1 - r_2) = -\sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2}$$

$$b_2^2(r_1 - r_2)^2 = b_1^2 - 4b_0b_2$$

$$\left[-\frac{a}{r_1 + r_2}\right]^2 (r_1 - r_2)^2 = a^2 + \frac{4a}{r_1 + r_2} \cdot b_0$$

$$\frac{a^2}{(r_1 + r_2)^2} (r_1 - r_2)^2 - a^2 = \frac{4a}{r_1 + r_2} \cdot b_0$$

$$\left[\frac{(r_1 - r_2)^2}{(r_1 + r_2)^2} - 1\right] a = \frac{4}{r_1 + r_2} \cdot b_0$$

$$b_0 = -\frac{ar_1r_2}{r_1 + r_2} \quad (70)$$

2.2. DAĞILIŞ ANA TİPLERİNİN İNCELENMESİ

Pearson sisteminde ana tiplere karşılık gelen durumlar aşağıdaki gibidir. Bu çalışmada sadece Tip I ve Tip VI incelenecektir.

1. Kökler ters işaretli ise Tip I,
2. Kökler karmaşık ise Tip IV,
3. Kökler gerçel ve aynı işaretli ise Tip VI'dır.

2.2.1. Pearson Tip I Dağılımı: Beta Dağılımı

Bu bölümde Tip I için sağa çarpık ve sola çarpık olasılık yoğunluk fonksiyonunun elde edilmesi açıklanmıştır. Tip I dağılımının genel koşulları Tablo 1'de verilmiştir:

Tablo 1: Tip I Dağılımının Genel Koşulları

Parametreler: Eşitlik	Parametreler: Eşitlik	Eğim Tipleri
$m_1 > 0$ ve $m_2 > 0$	$p, q > 1$	B-shaped
$m_1 > 0$ ve $m_2 < 0$	$0 < q \leq 1 < p$	J-shaped (sola çarpık)
$m_1 < 0$ ve $m_2 > 0$	$0 < p \leq 1 < q$	J-shaped (sağa çarpık)
$m_1 < 0$ ve $m_2 < 0$	$0 < p, q \leq 1$	U-shaped

2.2.1.1. Sağa Çarpık Durumlarda Tip I'in İncelenmesi

$-r_1 < 0 < r_2$ ve $|r_1| < r_2$ ise Tip I için Pearson diferansiyel denkleminin integrali alınarak olasılık yoğunluk fonksiyonunun elde edilmesi aşağıdaki gibi açıklanmıştır.

Diferansiyel denklem aşağıdaki gibi ifade edilir ise;

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{(x-a)f(x)}{b_0 + b_1x + b_2x^2}$$
$$\frac{1}{f(x)} \frac{df(x)}{dx} = \frac{1}{b_2} \frac{(x-a)}{(x+r_1)(x-r_2)}$$

burada,

$$b_0 + b_1x + b_2x^2 = b_2(x+r_1)(x-r_2)$$

olduğundan,

$$\int \frac{1}{f(x)} \frac{df(x)}{dx} = \int \frac{1}{b_2} \left[\frac{(x-a)}{(x+r_1)(x-r_2)} dx \right]$$

$$\frac{(x-a)}{(x+r_1)(x-r_2)} = \frac{A}{(x+r_1)} + \frac{B}{(x-r_2)}$$

$$A(x-r_2) + B(x+r_1) = x-a$$

$$Ax - Ar_2 + Bx + Br_1 = x - a$$

$$(A+B)x + Br_1 - Ar_2 = x - a$$

$A+B=1$ ve $Br_1 - Ar_2 = -a$ ise

A ve B kısmi kesirler metodu ile;

$$A = \frac{a+r_1}{r_1+r_2}$$

$$B = \frac{r_2-a}{r_1+r_2} \quad (71)$$

bulunur. Diferansiyel denklemden olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılır.

$$\frac{1}{f(x)} \frac{df(x)}{dx} = \frac{1}{b_2} \frac{(x-a)}{(x+r_1)(x-r_2)}$$

$$\ln f(x) = K + \ln|x+r_1|^{\frac{A}{b_2}} + \ln|x-r_2|^{\frac{B}{b_2}}$$

$$f(x) = K \ln|x+r_1|^{m_1} + \ln|x-r_2|^{m_2}$$

$$f(x) = K|x+r_1|^{m_1}|x-r_2|^{m_2} \quad -r_1 < x < r_2$$

Olasılık yoğunluk fonksiyonunu sınırlara göre aşağıdaki gibi belirlenir.

	$-r_1$	0	r_2
$x+r_1$	+		+
r_2-x	+		+

Sonuç olarak Tip I'in genel formu;

$$f(x) = K(x+r_1)^{m_1}(r_2-x)^{m_2} \quad -r_1 < x < r_2 \quad (72)$$

şeklindedir. Burada K sabitinin elde edilmesi için gerekli değişken dönüşümü yapıldığında aşağıdaki sonuçlar elde edilir:

$$w = \frac{r_2-x}{r_2+r_1}$$

$$x \rightarrow -r_1 \quad w = 1$$

$$x \rightarrow r_2 \quad w = 0$$

$$(r_2 + r_1)w = r_2 - x$$

$$x = r_2 - (r_2 + r_1)w$$

$$dx = -(r_2 + r_1)dw$$

$$K = \int_1^0 (r_2 - (r_2 + r_1)w + r_1)^{m_1} (r_2 - r_2 - (r_2 + r_1)w)^{m_2} (r_2 + r_1)dw$$

$$K = \int_0^1 (r_2 + r_1) - (r_2 + r_1)w)^{m_1} ((r_2 + r_1)w)^{m_2} (r_2 + r_1)dw$$

$$K = (r_2 + r_1)^{m_1+m_2+1} \int_0^1 (1-w)^{m_1} w^{m_2} dw = 1$$

$$K = \frac{1}{(r_2 + r_1)^{m_1+m_2+1} B(m_2 + 1, m_1 + 1)} \quad (73)$$

2.2.1.2. Sola Çarpık Durumlarda Tip I'in İncelenmesi

Eğer $|r_1| > r_2$ ise dağılım sola çarpıktır. Olasılık yoğunluk fonksiyonunun elde edilişi sağa çarpık durumlar için elde edilen ile aynıdır. Burada sadece a 'nın değeri pozitif olarak alınır ($a > 0$).

2.2.1. Pearson Tip IV Dağılımı

Pearson dağılım ailesinin en zor dağılımıdır.

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = \frac{d \ln y}{dx} = \frac{a - x}{b_2 [(x - r_1)(x - r_2)]}$$

diferansiyel denklemi,

$$d \ln y = \frac{-1}{b_2} \int \frac{(x - a)}{(x^2 + \frac{b_1}{b_2}x + \frac{b_0}{b_2})} dx$$

$$d \ln y = -\frac{1}{2b_2} \int \frac{(2x + \frac{b_1}{b_2}) - \frac{b_1}{b_2}}{\left(x^2 + \frac{b_1}{b_2}x + \frac{b_0}{b_2}\right)} dx + \frac{a}{b_2} \int \frac{1}{\left(x^2 + \frac{b_1}{b_2}x + \frac{b_0}{b_2}\right)} dx$$

$$d \ln y = -\frac{1}{2b_2} \int \frac{2x + \frac{b_1}{b_2}}{\left(x^2 + \frac{b_1}{b_2}x + \frac{b_0}{b_2}\right)} dx + \frac{b_1}{2b_2^2} \int \frac{1}{\left(x^2 + \frac{b_1}{b_2}x + \frac{b_0}{b_2}\right)} dx + \frac{2ab_2}{2b_2^2} \int \frac{1}{\left(x^2 + \frac{b_1}{b_2}x + \frac{b_0}{b_2}\right)} dx$$

Burada,

$$\begin{aligned} x^2 + \frac{b_1}{b_2}x + \frac{b_0}{b_2} &= \left(x + \frac{b_1}{2b_2}\right)^2 - \frac{b_1^2}{4b_2^2} + \frac{b_0}{b_2} \\ &= \left(x + \frac{b_1}{2b_2}\right)^2 + \left(\frac{b_0}{b_2} - \frac{b_1^2}{4b_2^2}\right) \\ &= \left(x + \frac{b_1}{2b_2}\right)^2 + A^2 \end{aligned}$$

olduğundan,

$$\frac{d \ln y}{dx} = -\frac{1}{2b_2} \int \frac{2x + \frac{b_1}{b_2}}{\left(x^2 + \frac{b_1}{b_2}x + \frac{b_0}{b_2}\right)} dx + \frac{b_1 + 2ab_2}{2b_2^2} \int \frac{1}{\left(x + \frac{b_1}{2b_2}\right)^2 + A^2} dx$$

yazılabilir. Eşitliğin sağındaki ilk terim için,

$$w = x^2 + \frac{b_1}{b_2}x + \frac{b_0}{b_2} \text{ alındığında } dw = \left(2x + \frac{b_1}{b_2}\right) dx$$

elde edildiğinden ve ikinci terim için,

$$x + \frac{b_1}{2b_2} = A \tan \theta \text{ ve } dx = A(1 + \tan^2 \theta) d\theta$$

elde edilir. Burada,

$$\theta = \text{Arc tan}\left(\frac{2b_2x + b_1}{2b_2A}\right)$$

olup elde edilenler eşitlikte yerine konarak,

$$\begin{aligned}
d \ln y &= -\frac{1}{2b_2} \ln(x^2 + \frac{b_1}{b_2}x + \frac{b_0}{b_2}) + \frac{b_1 + 2ab_2}{2b_2^2} \int \frac{A(1 + \tan^2 \theta) d\theta}{A^2(1 + \tan^2 \theta)} \\
\ln f(x) &= -\frac{1}{2b_2} \ln(x^2 + \frac{b_1}{b_2}x + \frac{b_0}{b_2}) + \frac{b_1 + 2ab_2}{2b_2^2 A} \operatorname{Arc} \tan(\frac{2b_2x + b_1}{2b_2A}) + \ln K \\
\ln f(x) &= \ln(x^2 + \frac{b_1}{b_2}x + \frac{b_0}{b_2})^{-\frac{1}{2b_2}} + \left[\frac{b_1 + 2ab_2}{2b_2^2 A} \arctan(\frac{2b_2x + b_1}{2b_2A}) \right] + \ln K \\
f(x) &= K(x^2 + \frac{b_1}{b_2}x + \frac{b_0}{b_2})^{-\frac{1}{2b_2}} \exp \left[\frac{b_1 + 2ab_2}{2b_2^2 A} \arctan(\frac{2b_2x + b_1}{2b_2A}) \right]
\end{aligned}$$

elde edilir. Burada A,

$$A = \sqrt{\frac{4b_0b_2 - b_1^2}{4b_2^2}}$$

olarak verilmiştir. Son eşitlikteki fonksiyon Tip IV'ün olasılık yoğunluk fonksiyonu olup,

$$f(x) = K \left[(x+r)^2 + s_1^2 \right]^{-m} e^{-v \operatorname{Arctan} \frac{x+r}{s_1}} \quad -\infty < x < \infty \quad (74)$$

olarak yazılabilir. Bu eşitlikteki parametreler aşağıda tanımlanmıştır.

$$(x^2 + \frac{b_1}{b_2}x + \frac{b_0}{b_2}) = (x + \frac{b_1}{2b_2})^2 + (\frac{b_0}{b_2} - \frac{b_1^2}{4b_2^2})$$

ise

$$\left[(x+r)^2 + s_1^2 \right] = (x + \frac{b_1}{2b_2})^2 + (\frac{b_0}{b_2} - \frac{b_1^2}{4b_2^2})$$

yazılabilir. Bu durumda,

$$r = \frac{b_1}{2b_2} \quad \text{ve} \quad s_1^2 = \frac{b_0}{b_2} - \frac{b_1^2}{4b_2^2} = \frac{4b_0b_2 - b_1^2}{4b_2^2}$$

olmalıdır. Ayrıca,

$$-m = -\frac{1}{2b_2}$$

bulunur. Üstel terimin parametreleri

$$-v = \frac{b_1 + 2ab_2}{2b_2^2 A} = \frac{b_1}{2b_2^2 s_1} + \frac{2ab_2}{2b_2^2 s_1} = \frac{b_1}{2b_2^2 s_1} + \frac{a}{b_2 s_1}$$

bulunur. Son olarak,

$$\frac{x+r}{s_1} = \frac{2b_2x + b_1}{2b_2s_1}$$

$$\frac{x}{s_1} + \frac{r}{s_1} = \frac{x}{s_1} + \frac{b_1}{2b_2s_1}$$

Burada

$$r = \frac{b_1}{2b_2}$$

olduğundan

$$\frac{x+r}{s_1} = \frac{2b_2x+b_1}{2b_2s_1}$$

elde edilmiş olur. Olasılık yoğunluk fonksiyonu için K sabitinin elde edilmesi,

$$-K \int_{-\infty}^{\infty} \left[(x+r)^2 + s_1^2 \right]^{-m} e^{-\text{var} c \tan\left(\frac{x+r}{s_1}\right)} dx = 1$$

olmalı. Burada $x+r = s_1 \tan\theta$ dönüşümü yapılarak $dx = s_1(1+\tan^2\theta)d\theta$ elde edilir. Bu durumda,

$$\frac{x+r}{s_1} = \tan\theta \quad \text{ve} \quad \theta = \arctan\left(\frac{x+r}{s_1}\right)$$

elde edilir. İntegralde yerine konduğunda,

$$K \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(s_1^2 \tan^2\theta + s_1^2 \right)^{-m} e^{-\nu\theta} s_1 (1 + \tan^2\theta) d\theta = 1$$

$$K s_1^{-2m+1} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(1 + \tan^2\theta \right)^{1-m} e^{-\nu\theta} d\theta = 1$$

$$K = \frac{s_1^{2m-1}}{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(1 + \tan^2\theta \right)^{1-m} e^{-\nu\theta} d\theta}$$

olarak elde edilebilir. Burada,

$$\left(1 + \tan^2\theta \right)^{1-m} = \left(\frac{1}{\cos^2\theta} \right)^{1-m} = \cos^{2m-2}\theta$$

olduğundan,

$$K = \frac{s_1^{2m-1}}{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^{2m-2}\theta e^{-\nu\theta} d\theta} \quad (75)$$

bulunur. Sonuç olarak, Pearson Tip IV olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir:

$$f(x) = \frac{s_1^{2m-1}}{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^{2m-2} \theta e^{-v\theta} d\theta} \left[(x+r)^2 + s_1^2 \right]^{-m} e^{-v \operatorname{Arctan} \frac{x+r}{s_1}} \quad -\infty < x < \infty \quad (76)$$

2.2.2. Pearson Tip VI Dağılımı: İkinci Tip Beta Dağılımı

Tip VI dağılımı r_1 ve r_2 değerlerinden biri sonsuza giderken oluşan bir dağılımdır. Aşağıda sağa veya sola çarpık durumlar için Tip VI Pearson dağılımın elde edilişi açıklanmıştır.

2.2.3.1 Sağa Çarpık Durum:

Parametreler r_1, r_2, m_1, m_2 için genel formüller geçerlidir. $|r_2| > |r_1|$ dir. m_2 'nin denklemini incelendiğinde daima $m_2 < 0$ olduğu görülür. $m_1 > 0$ ise a iki kökün arasındadır. Dağılımın sınırı $r_1 < x < \infty$ olduğundan $m_1 > 0$ ise dağılım B-eğimlidir. Tip VI için olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda elde edilmiştir:

$$\begin{aligned} -r_1 < -r_2 < 0 \text{ ise;} \\ \frac{df(x)}{dx} &= \frac{(x-a)f(x)}{b_0 + b_1x + b_2x^2} \\ \frac{1}{f(x)} \frac{df(x)}{dx} &= \frac{1}{b_2} \frac{(x-a)}{(x+r_1)(x+r_2)} \end{aligned}$$

olarak yazılabilir.

$$d \ln f(x) = \frac{1}{b_2} \int \frac{(x-a)}{(x+r_1)(x+r_2)} dx$$

$$= \frac{1}{b_2} \frac{A}{(x+r_1)} + \frac{B}{(x+r_2)}$$

$$A(x+r_2) + B(x+r_1) = x-a$$

$$Ar_2 + Ax + Bx + Br_1 = x-a$$

$$(A+B)x + Br_1 + Ar_2 = x-a$$

$$A+B=1 \text{ ve } Br_1 + Ar_2 = -a \text{ ise}$$

A ve B kısmi kesirler yöntemi ile belirlenir:

$$A = \frac{-a-r_1}{r_2-r_1}$$

$$B = \frac{r_2+a}{r_2-r_1} \quad (77)$$

bulunur.

$$Inf(x) = \frac{1}{b_2} [A \ln|x + r_1| + B \ln|x + r_2| + K]$$

Olasılık yoğunluk fonksiyonunu sınırlara göre aşağıdaki gibi belirlenir:

	$-\infty$	$-r_1$	$-r_2$	0
$x + r_1$	-	+	+	
$-r_1 - x$	+	-	-	
$-r_2 - x$	+	+	-	

$$f(x) = K|-r_1 - x|^{\frac{A}{b_2}} + |-r_2 - x|^{\frac{B}{b_2}}$$

olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f(x) = K(-r_1 - x)^{m_1}(-r_2 - x)^{m_2} \quad -\infty < x < -r_1 \quad (78)$$

şeklinde dir. K sabiti gerekli değişken dönüşümü yapıldığında aşağıdaki gibi elde edilir:

$$t = \frac{-r_1 - x}{r_1 - r_2}$$

$$x \rightarrow -r_1 \quad t = 0$$

$$x \rightarrow -\infty \quad t \rightarrow \infty$$

$$x = -r_1 - t(r_1 - r_2)$$

$$dx = -(r_1 - r_2)dt$$

$$-r_1 - x = -r_1 + r_1 + t(r_1 - r_2)$$

$$-r_2 - x = -r_2 + r_1 + t(r_1 - r_2)$$

$$= (r_1 - r_2)(1 + t)$$

$$f(x) = K \int_{-\infty}^0 [-r_1 + r_1 + t(r_1 - r_2)]^{m_1} [-r_2 + r_1 + t(r_1 - r_2)]^{m_2} (-r_1 - r_2) dt$$

$$f(x) = K \int_0^{\infty} [t(r_1 - r_2)]^{m_1} [(r_1 - r_2)(1 + t)]^{m_2} (r_1 - r_2) dt$$

$$f(x) = K(r_1 - r_2)^{m_1+m_2+1} \int_0^{\infty} \frac{t^{m_1}}{(1+t)^{m_2}} dt$$

$$K = \frac{1}{(r_1 - r_2)^{m_1+m_2+1} B(m_1 + 1, m_1 - m_2 - 1)} \quad (79)$$

2.2.3.2. Sola Çarpık Durumlarda Tip VI'nın İncelenmesi

Parametreler r_1, r_2, m_1, m_2 için genel formüller geçerlidir. r_1 ve r_2 aynı işarete sahip olup $r_1 > r_2$ olur. m_1 'nin denklemi incelendiğinde daima $m_1 < 0$ olduğu görülür. Eğer a değeri $a < r_2 < r_1$ şeklinde ise $m_2 > 0$ olup dağılım B-eğimlidir.

Sola çarpık durum için Tip VI olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda elde edilmiştir:

$$0 < r_2 < r_1 \text{ ise;}$$

$$\frac{d \ln f(x)}{dx} = \frac{(x-a)f(x)}{b_0 + b_1 x + b_2 x^2}$$

$$\frac{1}{f(x)} \frac{d \ln f(x)}{dx} = \frac{1}{b_2} \frac{(x-a)}{(x-r_1)(x-r_2)}$$

olarak yazılabilir. Bu ispata dayanarak diferansiyel denklemin çözümü aşağıda açıklanmıştır.

$$\frac{1}{b_2} \int \frac{(x-a)}{(x-r_1)(x-r_2)} = \frac{1}{b_2} \int \frac{A}{(x-r_1)} + \frac{B}{(x-r_2)}$$

Kısmi kesirlerle çözüm için A ve B elde edilmesi:

$$A(x-r_2) + B(x-r_1) = x-a$$

$$Ax - Ar_2 + Bx - Br_1 = x-a$$

$$(A+B)x - Br_1 - Ar_2 = x-a$$

$A+B=1$ ve $-Br_1 - Ar_2 = -a$ ise

$$A = \frac{r_1 - a}{r_1 - r_2}$$

$$B = \frac{a - r_2}{r_1 - r_2} \quad (80)$$

elde edilir.

$$\ln f(x) = K + \ln|x-r_1|^{\frac{A}{b_2}} + \ln|x-r_2|^{\frac{B}{b_2}}$$

$$f(x) = K \ln|x-r_1|^{m_1} + \ln|x-r_2|^{m_2}$$

$$f(x) = K(x-r_1)^{m_1}(x-r_2)^{m_2} \quad r_2 < x < \infty \quad (81)$$

Gerekli değişken dönüşümü yapıldığında K değeri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$t = \frac{x-r_2}{r_2-r_1}$$

$$x \rightarrow r_2 \quad t = 0$$

$$x \rightarrow \infty \quad t \rightarrow \infty$$

$$\begin{aligned}
x &= r_2 + t(r_2 - r_1) \\
dx &= (r_2 - r_1)dt \\
x - r_1 &= r_2 + t(r_2 - r_1) - r_1 \\
&= (r_2 - r_1) + t(r_2 - r_1) \\
&= (r_2 - r_1)(1 + t) \\
x - r_2 &= r_2 + t(r_2 - r_1) - r_2 \\
&= t(r_2 - r_1) \\
f(x) &= K \int_0^\infty [(r_2 - r_1)(1 + t)]^{m_1} [t(r_2 - r_1)]^{m_2} (r_2 - r_1) dt \\
f(x) &= K(r_2 - r_1)^{m_1+m_2+1} \int_0^\infty \frac{t^{m_2}}{(1+t)^{m_1}} dt \\
K &= \frac{1}{(r_2 - r_1)^{m_1+m_2+1} B(m_2 + 1, -m_1 - m_2 - 1)} \tag{82}
\end{aligned}$$

2.2.3. Pearson Tip II Dağılımı

Asimetrik dağılım ve simetrik toleransın söz konusu olduğu süreçler için baz dağılım Tip II denklem (63)' deki 2. ve 3. eşitlikler kullanılarak β_2 değerine göre seçilebilir. Çünkü Tip II dağılışında $b_1 = 0, b_0 \neq 0$ ve $b_2 \neq 0$ 'dır. Bu nedenle, $\Delta = -4b_2b_0$ ve $r_1 = -r_2$ olup, Tip II dağılışında $m_1 = m_2$ dır.

Tip II için olasılık yoğunluk fonksiyonunun elde edilmesi;

$$\frac{d \ln y}{dx} = \frac{-x}{b_0 + b_2 x^2}$$

Burada $b_0, b_2 < 0$ olup,

$$\int d \ln y = - \int \frac{x}{b_0 - b_2 x^2} dx$$

ve $t = b_0 - b_2 x$ dönüşümü ile $dt = -2b_2 x dx$ elde edilir ve Pearson diferansiyel denkleminde değişken dönüşümü uygulanarak,

$$\ln y = \frac{1}{2b_2} \int \frac{dt}{t}$$

$$\ln y = \frac{1}{b_2} \ln |b_0 - b_2 x^2| + c$$

$$y = C(b_0 - b_2 x^2)^{\frac{1}{2b_2}} = C b_2^{\frac{1}{2b_2}} \left(\frac{b_0}{b_2} - x^2 \right)^{\frac{1}{2b_2}}$$

burada, $R^2 = \frac{b_0}{b_2}$ ve $M = \frac{1}{2b_2}$ olmak üzere

$$y = K(R^2 - x^2)^M \quad -R < x < R$$

elde edilir. Burada ayrıca, $-r_1=r_2=R$ ve $-m_1=-m_2=M$ olduğu görülebilir. K sabitinin bulunması:

$$y = K \int_{-R}^R (R^2 - x^2)^M dx = 1$$

$$y = K \int_{-R}^R [(R-x)(R+x)]^M dx = K \int_{-R}^R (R-x)^M (R+x)^M dx$$

R 'ye böler ve çarparsak,

$$y = K R^{2M} \int_{-R}^R \left(1 - \frac{x}{R}\right)^M \left(1 + \frac{x}{R}\right)^M dx$$

$2w = 1 + \frac{x}{R}$ dönüşümü uygulanarak, $1 - \frac{x}{R} = 2 - 2w$ ise $\frac{x}{R} = 2w - 1$, sonuç olarak,

$x = 2Rw - R$ ve $dx = 2Rdw$ bulunur. Bu durumda integralin sınırları değişecektir. Sınırlar $x = -R$ ise $w=0$ ve $x = R$ ise $w=1$ olacaktır.

$$y = K R^{2M} \int_0^1 (2-2w)^M (2w)^M 2Rdw = 1$$

$$y = K R^{2M} \int_0^1 2^M (1-w)^M 2^M w^M 2Rdw = 1$$

$$y = K R^{2M+1} \int_0^1 2^{2M+1} (1-w)^M w^M dw = 1$$

$$y = K (2R)^{2M+1} \int_0^1 w^M (1-w)^M dw = 1$$

Bu integral bir beta fonksiyonudur. Beta fonksiyonuna göre,

$$\int_0^1 w^M (1-w)^M dw = B(M+1, M+1) = \frac{\Gamma(M+1)\Gamma(M+1)}{\Gamma(2M+2)} = \frac{[\Gamma(M+1)]^2}{\Gamma(2M+2)}$$

$$y = K(2R)^{2M+1} \frac{[\Gamma(M+1)]^2}{\Gamma(2M+2)} = 1$$

$$K = \frac{\Gamma(2M+2)}{(2R)^{2M+1}(\Gamma(M+1))^2}$$

Sonuç olarak Pearson Tip II olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$y = \frac{\Gamma(2M+2)}{(2R)^{2M+1}(\Gamma(M+1))^2} (R^2 - x^2)^M \quad -R < x < R \quad (83)$$

elde edilir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

ASİMETRİK TOLERANSLI-ASİMETRİK DAĞILIM GÖSTEREN DURUMLARDA KULLANILABİLECEK BİR İNDEKS VE PERFORMANSI

Şimdiye kadar anlatılan indeksler, asimetrik dağılım ve asimetrik toleransların varlığında istenilen sonuçları vermemektir. Bu bölümde uygulamada karşılaşılabilecek asimetrik dağılım ve asimetrik toleransa sahip süreçlerin yeteneğini ölçmek için kullanılabilecek yeni bir indeks önerilmiştir.

3.1. YENİ BİR İNDEKS VE BAZI UYGULAMALARI

Asimetrik toleransa sahip ve asimetrik dağılım gösteren süreçlerin yeteneğini ölçmek için önerilen indeks aşağıdaki gibidir:

$$C_{pca} = \min \left\{ \left[\frac{USL - mod}{U - mod} \right] \left[1 - \frac{|mod - T|}{USL - ASL} \right] \left[1 - \frac{|\mu_{3b} - \mu_{3g}|}{(USL - ASL)^3} \right] \left[\frac{\beta_{2g}}{\beta_{2b}} \right]; \right. \\ \left. \left[\frac{mod - ASL}{mod - L} \right] \left[1 - \frac{|mod - T|}{USL - ASL} \right] \left[1 - \frac{|\mu_{3b} - \mu_{3g}|}{(USL - ASL)^3} \right] \left[\frac{\beta_{2g}}{\beta_{2b}} \right] \right\} \quad (84)$$

Burada;

mod = Gerçekleşen sürecin modu (= a)

T = Baz dağılımının hedef değeri

USL = Baz dağılımının üst spesifikasyon limiti (= r_2)

ASL = Baz dağılımının alt spesifikasyon limiti (= r_1)

U = Gerçekleşen dağılımının üst sınır değeri

$$U = \begin{cases} r_2, & \text{Tip I ise} \\ X_{0,99865}, & \text{Tip VI - sağa çarpık ise} \\ r_2, & \text{Tip VI - sola çarpık ise} \\ X_{0,99865}, & \text{Tip IV ise} \end{cases}$$

L = Gerçekleşen dağılımının alt sınır değeri

$$L = \begin{cases} r_1, & \text{Tip I ise} \\ r_1, & \text{Tip VI - sağa çarpık ise} \\ X_{0,00135}, & \text{Tip VI - sola çarpık ise} \\ X_{0,00135}, & \text{Tip IV ise} \end{cases}$$

μ_{3b} = Baz dağılımının çarpıklık değeri

μ_{3g} = Gerçekleşen dağılımın çarpıklık değeri

β_{2b} = Baz dağılımın β_2 değeri

β_{2g} = Gerçekleşen dağılımın β_2 değeri

Bu indeks ile amaçlanan, üretim süreçlerinde gerçekleşen dağılımların baz dağılıma göre yeteneğinin karşılaştırılmasıdır. Arzu edilen, her daim baz dağılıma yakın süreçlerin gerçekleşmesidir. Ölçülen verilerin, belirlenen ASL ve USL değerleri içinde olması ve çoğunun hedef değer etrafında toplanması arzu edilir. İndeks bölümler halinde incelendiğinde;

i. $\left[\frac{USL-mod}{U-mod} \right]$ ifadesi baz dağılımın üst spesifikasyon limiti ile hedef değer arasındaki uzaklık, gerçekleşen dağılımın üst sınırı ile modu arasındaki uzaklığa oranlanmaktadır. Bu oran büyüdükçe süreç yetenek indeks değeri de artacaktır. Diğer bir deyişle gerçekleşen dağılım verileri hedef değere yaklaştıkça indekste olumlu bir katkıda bulunacaktır. Aynı şekilde $\left[\frac{mod-ASL}{mod-L} \right]$ ifadesi baz dağılımın alt spesifikasyon limiti ile hedef değer arasındaki uzaklık, gerçekleşen dağılımın alt sınırı ile modu arasındaki uzaklığa oranlanmaktadır. Bu oran büyüdükçe süreç yetenek indeks değeri de artacaktır.

ii. $\left[1 - \frac{|mod-T|}{USL-ASL} \right]$ ifadesi gerçekleşen dağılımın modunun, baz dağılımın hedef değerine yakın olmasının, indeks değerini arttıracak görülmektedir.

iii. $\left[1 - \frac{|\mu_{3b}-\mu_{3g}|}{(USL-ASL)^3} \right]$ ifadesi ile çarpıklık değerindeki değişim indeks değerinde azalmaya neden olacağından, süreç yetenek indeks değerini küçültmeye yönelik bir bileşen olarak düşünülmüştür. Çarpıklık değerinin büyümesi, hiçbir zaman istenmeyeceği için, çarpıklık değerindeki oluşan fark mutlak değerce incelenmelidir.

iv. $\left[\frac{\beta_{2g}}{\beta_{2i}} \right]$ ifadesi, gerçekleşen dağılımın basıklık değeri baz dağılımının basıklık değerine göre oranlanmaktadır. Basıklık değeri arttıkça süreç yetenek indeks değerinin de artmasına neden olacaktır.

3.2. BAZ DAĞILIM

Üretim süreçlerinde her zaman simetrik toleransa sahip süreçler arzu edilmemektedir. Asimetrik toleransa sahip süreçler için uygun dağılım, normal dağılımdan ziyade asimetrik bir dağılım olacaktır. Asimetrik toleranslı durumlarda süreç verileri için olması istenen dağılımın, (i) verilerin çoğunun (diğer bir deyişle modunun) hedef değer etrafında bulunduğu, (ii) toleranslara yaklaştıkça bu bölgelerdeki süreç verilerinin frekansının azaldığı ve (iii) toleransların dışarısına herhangi bir verinin düşmediği bir asimetrik (çarpık) dağılım olması koşullarını sağlayan dağılıma “baz” dağılım adı verilmiştir. Kısaca baz dağılım, asimetrik toleranslar içerisinde dağılan ve modu kalite karakteristiğinin hedef değerine eşit olan bir asimetrik (çarpık) dağılımdır. Bu dağılıma baz denmesinin sebebi, süreç verileri gerçekten böyle bir dağılım gösterdiğinde, verilerin çoğu hedef değer etrafında toplanması ve toleransların dışına düşen bir veri ile karşılaşılması güvence altına alınmış olmakla beraber, pratikte daha iyi dağılımlar (örn. modu hedef değerde olan ve standart sapması daha düşük olan) ile karşılaşılmasının da olası olmasıdır. Sürecin ürettiği verilerin dağılımı (gerçekleşen dağılım) ile baz dağılım aynı parametrelere sahip ise, diğer bir deyişle her iki dağılım aynı ise, süreç yetenek indeksi her zaman 1 değerini alacaktır.

Bu çalışmada indeksin performansını göstermek için aşağıdaki USL, ASL ve T değerine sahip baz dağılımı seçilmiştir. Baz dağılımın ve örneklerin C_{pca} indeksinin formülasyon bölümlerinin sonuçları EK 1’de ayrıntılı olarak verilmiştir.

Baz Dağılım: USL = 100, T = 80, ASL = 70 olan ve $T < \mu < ASL + USL/2$ olacak şekilde ortalama $\mu = 82$ olan bir baz dağılım düşünelim. Pearson Tip I dağılımına sahip olan sürecin ilgili parametreleri aşağıdaki gibidir:

Tablo 2: Pearson Tip I Dağılımına Sahip Baz Dağılımının Parametre Değerleri

r_2	18	m_1	5	b_0	-14.4
a	-2	m_2	10	μ_2	12
r_2	-12	$B(m_2+1, m_1+1)$	2.08E-05	μ_3	37.89474
A	0.333333	$(r_1+r_2)^{m_1+m_2+1}$	4.3E+23	μ_4	559.3263
B	0.666667	K	1.12E-19	B_1	0.831025
b_2	0.066667	b_1	-2	B_2	3.884211

Elde edilen parametreler çerçevesinde Pearson Tip I olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki formülden elde edilir.

$$f(x) = K(x + r_1)^{m_1}(r_2 - x)^{m_2} \quad - r_1 < x < r_2$$

$$K = \frac{1}{(r_2 + r_1)^{m_1+m_2+1}B(m_2 + 1, m_1 + 1)}$$

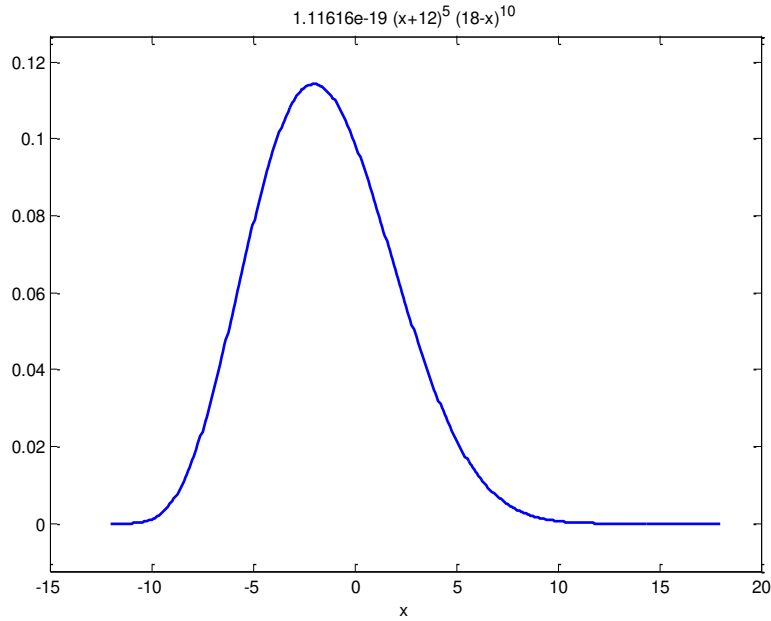
Matlab paket programında kullanılan komut ve sonuç aşağıdaki gibidir. Sonucun 1 çıkması Pearson Tip I dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunun uygun olduğu anlamı taşımaktadır.

```
quadl('1.11616e-19.*(x+12).^5.*(18-x).^10',-12,18)
```

```
ans =1
```

Baz dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda gösterilmiştir:

Şekil 3: Baz Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu



Yeni indekste değerleri formüle uyguladığımızda C_{pca} değeri 1 olur yani baz dağılımının süreç yetenek indeksi 1'dir.

3.3. BAZ DAĞILIM VE SAĞA ÇARPIK DURUMLARDA GERÇEKLEŞEN DAĞILIMLARIN İNDEKS PERFORMANSLARINA İLİŞKİN ÖRNEKLER

Bu bölümde baz dağılım temel alınarak üretim süreçlerinde gerçekleşebilecek sağa çarpık durumlar örneklerle incelenmektedir. Gerçekleşen dağılımların sınırlarında, çarpıklık ve basıklık değerlerinde oluşacak değişimlerin indeks üzerinde nasıl bir etkisi olduğu ayrıntılı bir şekilde ele alınmaktadır. Tüm uygulama örneklerinde baz dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu mavi renk ile gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu kırmızı renk ile gösterilmiştir.

3.3.1. Pearson Tip I için Örnekler

Örnek 1: $U = 95$, $\text{mod} = 80$, $L = 70$ olan ve $\text{mod} < \mu < L + U/2$ olacak şekilde ortalama $\mu = 82$ olan bir dağılımın gerçekleştiğini düşünelim. Pearson Tip I dağılımına sahip olan sürecin ilgili parametreleri aşağıdaki gibidir:

Tablo 3: Örnek 1'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri

r_2	13	m_1	5	b_0	-12.48
a	-2	m_2	7.5	μ_2	10.06452
r_2	-12	$B(m_2+1, m_1+1)$	7.29E-05	μ_3	30.49853
A	0.4	$(r_1+r_2)^{m_1+m_2+1}$	7.45E+18	μ_4	399.8619
B	0.6	K	1.84E-15	B_1	0.912387
b_2	0.08	b_1	-2	B_2	3.947519

Elde edilen parametreler çerçevesinde Pearson Tip I olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki formülden elde edilir.

$$f(x) = K(x + r_1)^{m_1}(r_2 - x)^{m_2} \quad - \quad r_1 < x < r_2$$

$$K = \frac{1}{(r_2 + r_1)^{m_1+m_2+1} B(m_2 + 1, m_1 + 1)}$$

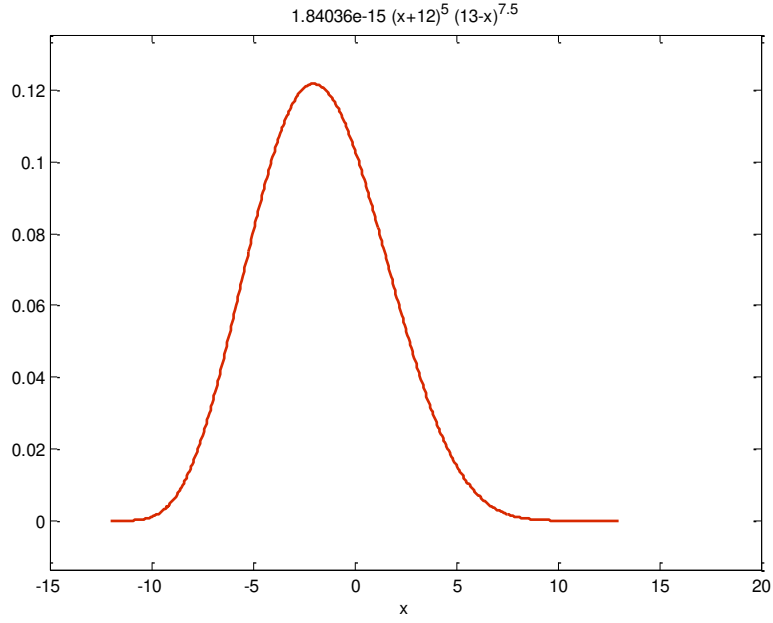
Matlab paket programında kullanılan komut ve sonuç aşağıdaki gibidir. Sonucun 1 çıkması Pearson Tip I dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunun uygun olduğu anlamı taşımaktadır.

```
quadl('1.84036e-15.*(x+12).^5.*(13-x).^7.5',-12,13)
```

```
ans =1
```

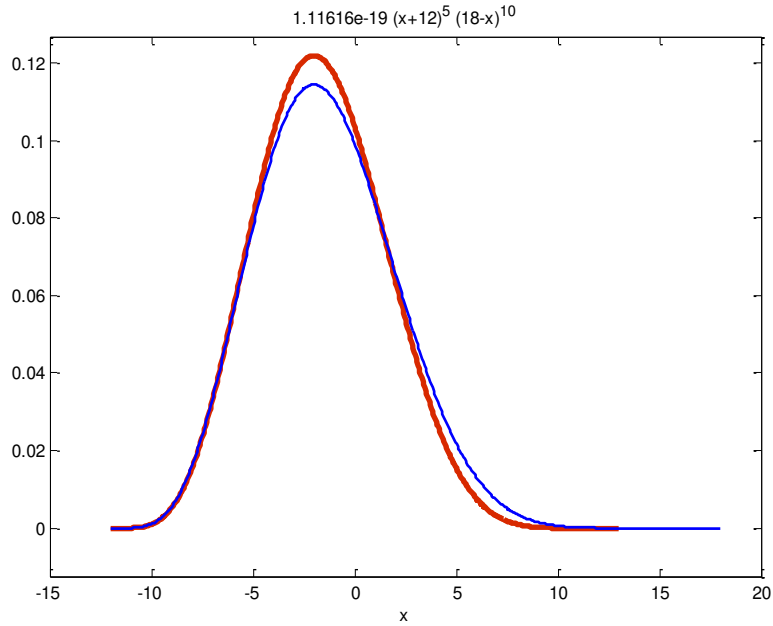
Gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda gösterilmiştir:

Şekil 4: Örnek 1 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu



Ayrıca gerçekleşen dağılım ile baz dağılımın ortak grafiksel gösterimi Şekil 5 de gösterilmiştir.

Şekil 5: Örnek 1 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımın Karşılaştırılması



Yeni indekste değerler yerine koyulduğunda C_{pca} değeri 1.016 bulunmuştur.

Tablo 4: Örnek 1'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri

	USL	T	ASL	μ	r_2	a	r_1	μ_3	β_2
Baz dağılım	100	80	70	82	18	-2	-12	37.895	3.884
Örnek1	95 (= U)	80 (= mod)	70 (= L)	82	13	-2	-12	30.499	3.948

	$\frac{USL - mod}{U - mod}$	$\left[1 - \frac{ mod - T }{USL - ASL}\right]$	$\left[1 - \frac{ \mu_{3b} - \mu_{3g} }{(USL - ASL)^3}\right]$	$\frac{[\beta_{2g}]}{[\beta_{2i}]}$	$\frac{mod - ASL}{mod - L}$	C_{pca}
Baz dağılım	1.000	1.000	1	1.000	1.000	1.000
Örnek1	1.333	1.000	0.9997	1.016	1.000	1.016

Şekil 5'te de görüleceği gibi gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonunu baz dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonuna göre basıklık değeri daha fazladır. Bu da verilerin hedef değer etrafında toplandığını göstermekte ve bu bileşenin indeks değerini arttırması gerekmektedir. L sabit kalmakla birlikte U değeri limitlerden daha içeride gerçekleşmiştir. Bu da indeks bileşeninde pozitif yönde bir katkı sağlamaktadır. Aynı şekilde mod değerinde bir değişiklik olmadığı için indeks bileşeninde 1 değerini alarak olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmayacaktır. Gerçekleşen dağılımın çarpıklık değerindeki azalma indeksi değerini de azaltmaktadır. Gerçekleşen dağılım baz dağılımına göre daha iyi bir süreç yeteneğine sahiptir.

Örnek 2: $U = 97$, $mod = 80$, $L = 72$ olan ve $mod < \mu < L + U/2$ olacak şekilde ortalama $\mu = 82$ olan bir dağılımın gerçekleştiğini düşünelim. Pearson Tip I dağılımına sahip olan sürecin ilgili parametreleri aşağıdaki gibidir:

Tablo 5: Örnek 2'ye Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri

r_2	15	m_1	4	b_0	-12
a	-2	m_2	8.5	μ_2	9.677419
r_2	-10	$B(m_2+1, m_1+1)$	0.000124	μ_3	29.32551
A	0.32	$(r_1+r_2)^{m_1+m_2+1}$	7.45E+18	μ_4	374.5287
B	0.68	K	1.08E-15	B_1	0.948883
b_2	0.08	b_1	-2	B_2	3.999134

Elde edilen parametreler çerçevesinde Pearson Tip I olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki formülden elde edilir.

$$f(x) = K(x + r_1)^{m_1}(r_2 - x)^{m_2} \quad - r_1 < x < r_2$$

$$K = \frac{1}{(r_2 + r_1)^{m_1+m_2+1}B(m_2 + 1, m_1 + 1)}$$

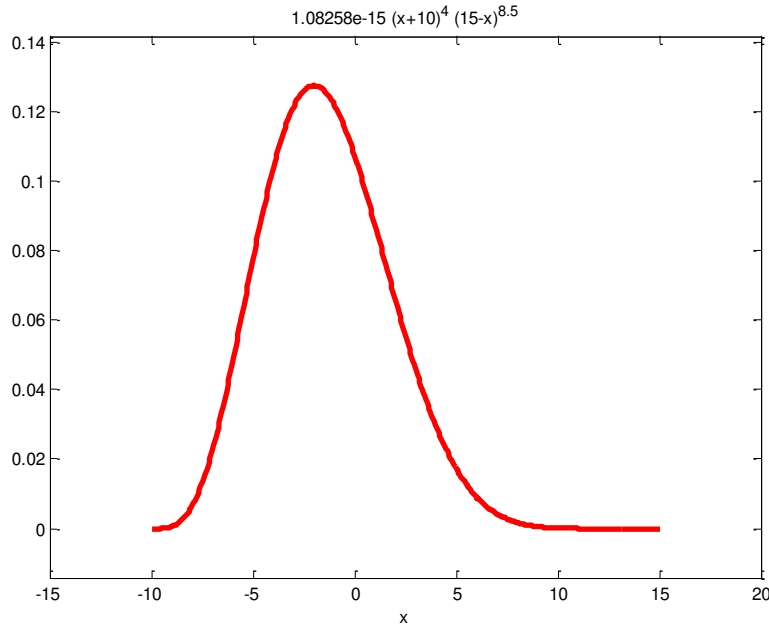
Matlab paket programında kullanılan komut ve sonuç aşağıdaki gibidir. Sonucun 1 çıkması Pearson Tip I dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunun uygun olduğu anlamı taşımaktadır.

```
quadl('1.08258e-15.*(x+10).^4.*(15-x).^8.5',-10,15)
```

```
ans =1
```

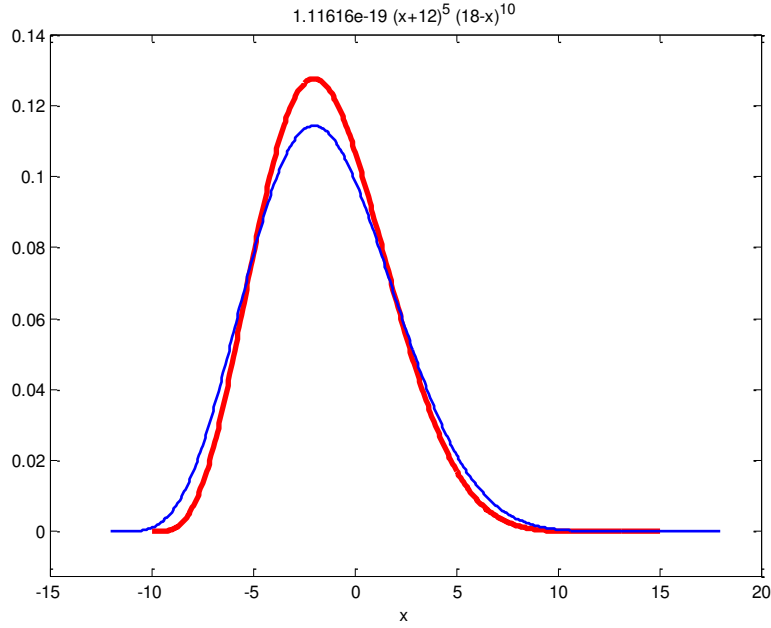
Gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda gösterilmiştir:

Şekil 6: Örnek 2 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu



Ayrıca gerçekleşen dağılım ile baz dağılımın ortak grafiksel gösterimi Şekil 7 de gösterilmiştir.

Şekil 7: Örnek 2 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımın Karşılaştırılması



Yeni indekste değerler yerine koyulduğunda C_{pca} değeri 1.211 bulunmuştur.

Tablo 6: Örnek 2'ye Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri

	USL	T	ASL	μ	r_2	a	r_1	μ_3	β_2
Baz dağılım	100	80	70	82	18	-2	-12	37.895	3.884
Örnek2	97 (= U)	80 (= mod)	72 (= L)	82	15	-2	-10	29.326	3.999

	$\left[\frac{USL - mod}{U - mod} \right]$	$\left[1 - \frac{ mod - T }{USL - ASL} \right]$	$\left[1 - \frac{ \mu_{3b} - \mu_{3g} }{(USL - ASL)^3} \right]$	$\left[\frac{\beta_{2g}}{\beta_{2t}} \right]$	$\left[\frac{mod - ASL}{mod - L} \right]$	C_{pca}
Baz dağılım	1.000	1.000	1	1.000	1.000	1.000
Örnek2	1.176	1.000	0.9997	1.030	1.250	1.211

Şekil 7'de de görüleceği gibi gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu baz dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonuna göre basıklık değeri daha fazladır. U ve L değeri daha limitlerin içindedir. Yani gerçekleşen süreçte tüm veriler tolerans limitlerinin içindedir. Aynı şekilde mod değerinde bir değişiklik olmadığı için indeks bileşeninde 1 değerini alarak olumlu ya da olumsuz bir etkisi

olmamaktadır. Gerçekleşen dağılımın çarpıklık değerindeki azalma indeksi değerini de azaltmaktadır. Ancak U, L ve basıklık değerinde görülen iyileşme çarpıklıkta oluşan azalmayı bertaraf etmiştir. Gerçekleşen dağılım baz dağılımına göre daha iyi bir süreç yeteneğine sahiptir.

Örnek 3: U = 100, mod = 80, L = 75 olan ve $\text{mod} < \mu < L + U/2$ olacak şekilde ortalama $\mu = 82$ olan bir dağılımın gerçekleştiğini düşünelim. Pearson Tip I dağılımına sahip olan sürecin ilgili parametreleri aşağıdaki gibidir:

Tablo 7: Örnek 3'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri

r_2	18	m_1	2.5	b_0	-10.08
a	-2	m_2	10	μ_2	8.129032
r_2	-7	$B(m_2+1, m_1+1)$	0.000522	μ_3	24.63343
A	0.2	$(r_1+r_2)^{m_1+m_2+1}$	7.45E+18	μ_4	281.1589
B	0.8	K	2.57E-16	B_1	1.129622
b_2	0.08	b_1	-2	B_2	4.254752

Elde edilen parametreler çerçevesinde Pearson Tip I olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki formülden elde edilir.

$$f(x) = K(x + r_1)^{m_1}(r_2 - x)^{m_2} \quad - \quad r_1 < x < r_2$$

$$K = \frac{1}{(r_2 + r_1)^{m_1+m_2+1} B(m_2 + 1, m_1 + 1)}$$

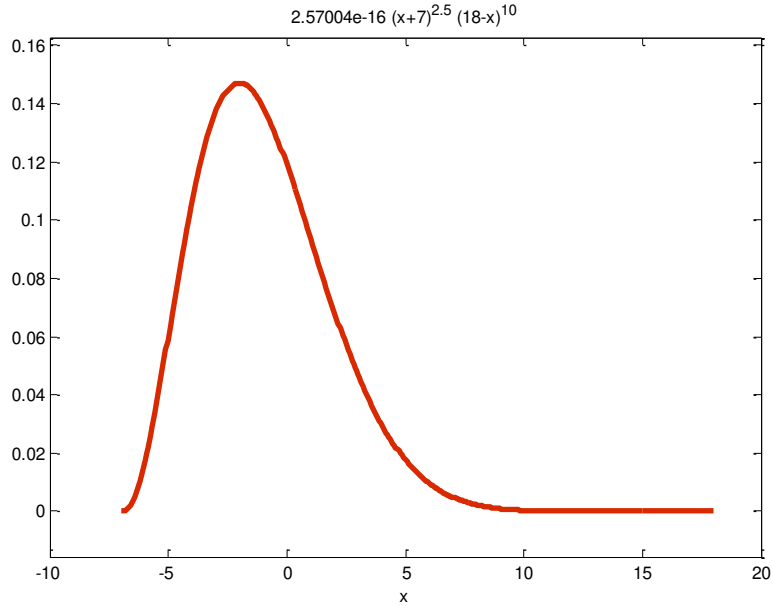
Matlab paket programında kullanılan komut ve sonuç aşağıdaki gibidir. Sonucun 1 çıkması Pearson Tip I dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunun uygun olduğu anlamı taşımaktadır.

```
quadl('2.57004e-16.*(x+7).^ (2.5).*(18-x).^ (10)',-7,18)
```

```
ans =1
```

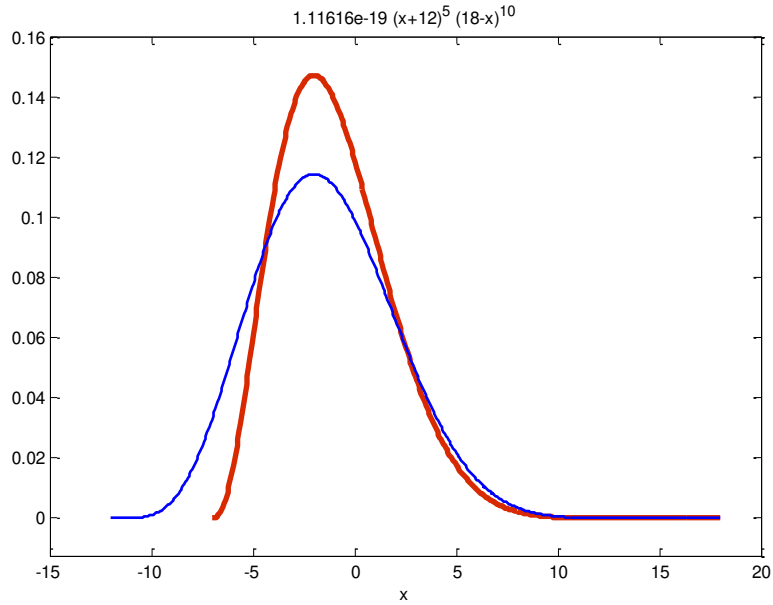
Gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda gösterilmiştir:

Şekil 8: Örnek 3 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu



Ayrıca gerçekleşen dağılım ile baz dağılımın ortak grafiksel gösterimi Şekil 9’da gösterilmiştir.

Şekil 9: Örnek 3 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımın Karşılaştırılması



Yeni indekste değerler yerine koyulduğunda C_{pca} değeri 1.095 bulunmuştur.

Tablo 8: Örnek 3'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri

	USL	T	ASL	μ	r_2	a	r_1	μ_3	β_2
Baz dağılım	100	80	70	82	18	-2	-12	37.895	3.884
Örnek3	100 (= U)	80 (= mod)	75 (= L)	82	18	-2	-7	24.633	4.255

	$\left[\frac{USL - mod}{U - mod} \right]$	$\left[1 - \frac{ mod - T }{USL - ASL} \right]$	$\left[1 - \frac{ \mu_{3b} - \mu_{3g} }{(USL - ASL)^3} \right]$	$\left[\frac{\beta_{2g}}{\beta_{2i}} \right]$	$\left[\frac{mod - ASL}{mod - L} \right]$	C_{pca}
Baz dağılım	1.000	1.000	1	1.000	1.000	1.000
Örnek3	1.000	1.000	0.9995	1.095	2.000	1.095

Örnek 3'de U değeri sabit bırakılıp L değeri hedef değere yaklaştırılmıştır. Gerçekleşen dağılımda verilerin tamamı tolerans limitlerinin içindedir. Şekil 9'da de görüleceği gibi gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu baz dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonuna göre basıklık değeri daha fazladır. Aynı şekilde mod değerinde bir değişiklik olmadığı için indeks bileşeninde 1 değerini alarak olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmamaktadır. Gerçekleşen dağılımın çarpıklık değerindeki azalma indeksi değerini de azaltmaktadır. Ancak L ve basıklık değerinde görülen iyileşme çarpıklıkta oluşan azalmaya rağmen indeks değerini arttırmıştır. Gerçekleşen dağılım baz dağılımına göre daha iyi bir süreç yeteneğine sahiptir.

Örnek 4: U = 105, mod = 80, L = 70 olan ve $mod < \mu < L + U/2$ olacak şekilde ortalama $\mu = 82$ olan bir dağılımın gerçekleştiğini düşünelim. Pearson Tip I dağılımına sahip olan sürecin ilgili parametreleri aşağıdaki gibidir:

Tablo 9: Örnek 4'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri

r_2	23	m_1	5	b_0	-15.7714
a	-2	m_2	12.5	μ_2	13.46341
r_2	-12	$B(m_2+1, m_1+1)$	7.4E-06	μ_3	43.83437
A	0.28571429	$(r_1+r_2)^{m_1+m_2+1}$	3.68E+28	μ_4	700.0141
B	0.71428571	K	3.68E-24	B_1	0.787343
b_2	0.05714286	b_1	-2	B_2	3.861858

Elde edilen parametreler çerçevesinde Pearson Tip I olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki formülden elde edilir.

$$f(x) = K(x + r_1)^{m_1}(r_2 - x)^{m_2} \quad - r_1 < x < r_2$$

$$K = \frac{1}{(r_2 + r_1)^{m_1+m_2+1}B(m_2 + 1, m_1 + 1)}$$

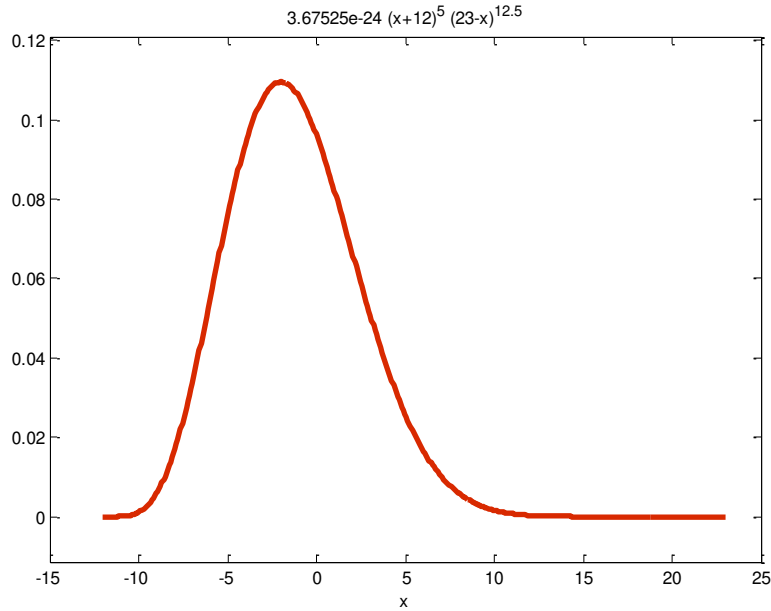
Matlab paket programında kullanılan komut ve sonuç aşağıdaki gibidir. Sonucun 1 çıkması Pearson Tip I dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunun uygun olduğu anlamı taşımaktadır.

```
quadl('3.67525e-24.*(x+12).^5.*(23-x).^12.5',-12,23)
```

```
ans =1
```

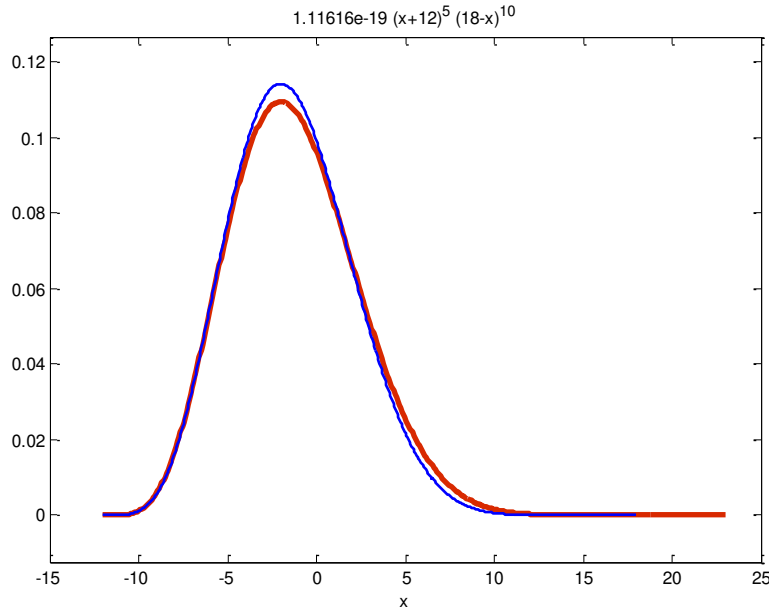
Gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda gösterilmiştir:

Şekil 10: Örnek 4 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu



Ayrıca gerçekleşen dağılım ile baz dağılımın ortak grafiksel gösterimi Şekil 11’de gösterilmiştir.

Şekil 11: Örnek 4 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımın Karşılaştırılması



Yeni indekste değerler yerine koyulduğunda C_{pca} değeri 0.795 bulunmuştur.

Tablo 10: Örnek 4'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri

	USL	T	ASL	μ	r_2	a	r_1	μ_3	β_2
Baz dağılım	100	80	70	82	18	-2	-12	37.895	3.884
Örnek4	105 (= U)	80 (= mod)	70 (= L)	82	23	-2	-12	43.834	3.862

	$\left[\frac{USL - mod}{U - mod} \right]$	$\left[1 - \frac{ mod - T }{USL - ASL} \right]$	$\left[1 - \frac{ \mu_{3b} - \mu_{3g} }{(USL - ASL)^3} \right]$	$\left[\frac{\beta_{2g}}{\beta_{2l}} \right]$	$\left[\frac{mod - ASL}{mod - L} \right]$	C_{pca}
Baz dağılım	1.000	1.000	1	1.000	1.000	1.000
Örnek4	0.800	1.000	0.9998	0.994	1.000	0.795

Örnek 4'de L değeri sabit bırakılıp U değeri baz dağılımın USL limitinin dışında gerçekleşmektedir. Gerçekleşen dağılımda verilerin bir kısmı tolerans limitinin dışındadır. Şekil 11'de de görüleceği gibi gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu baz dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonuna göre daha az basıktır. L değerinde bir değişiklik olmadığı için indeks bileşeni olarak 1 değerini almıştır. Ancak U değeri limitin dışına çıktığı için indekse negatif yansımaktadır. Aynı şekilde mod değerinde bir değişiklik olmadığı için indeks bileşeninde 1

değerini alarak olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmamaktadır. Gerçekleşen dağılımın çarpıklık değerindeki azalma indeksi değerini de azaltmaktadır. Gerçekleşen dağılım baz dağılımına göre daha kötü bir süreç yeteneğine sahiptir.

Örnek 5: $U = 100$, $\text{mod} = 80$, $L = 68$ olan ve $\text{mod} < \mu < L + U/2$ olacak şekilde ortalama $\mu = 82$ olan bir dağılımın gerçekleştiğini düşünelim. Pearson Tip I dağılımına sahip olan sürecin ilgili parametreleri aşağıdaki gibidir:

Tablo 11: Örnek 5'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri

r_2	18	m_1	6	b_0	-15.75
a	-2	m_2	10	μ_2	13.26316
r_2	-14	$B(m_2+1, m_1+1)$	7.35E-06	μ_3	42.44211
A	0.375	$(r_1+r_2)^{m_1+m_2+1}$	3.87E+25	μ_4	671.4947
B	0.625	K	3.52E-21	B_1	0.772063
b_2	0.0625	b_1	-2	B_2	3.817234

Elde edilen parametreler çerçevesinde Pearson Tip I olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki formülde elde edilir.

$$f(x) = K(x + r_1)^{m_1}(r_2 - x)^{m_2} \quad - r_1 < x < r_2$$

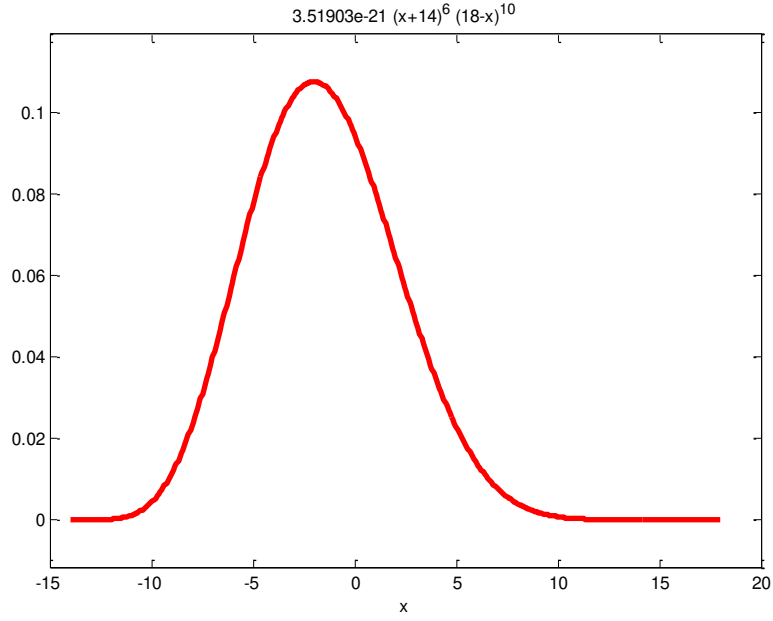
$$K = \frac{1}{(r_2 + r_1)^{m_1+m_2+1} B(m_2 + 1, m_1 + 1)}$$

Matlab paket programında kullanılan komut ve sonuç aşağıdaki gibidir. Sonucun 1 çıkması Pearson Tip I dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunun uygun olduğu anlamı taşımaktadır.

```
quadl('3.51903e-21.*(x+14).^6.*(18-x).^10',-14,18)
ans =1
```

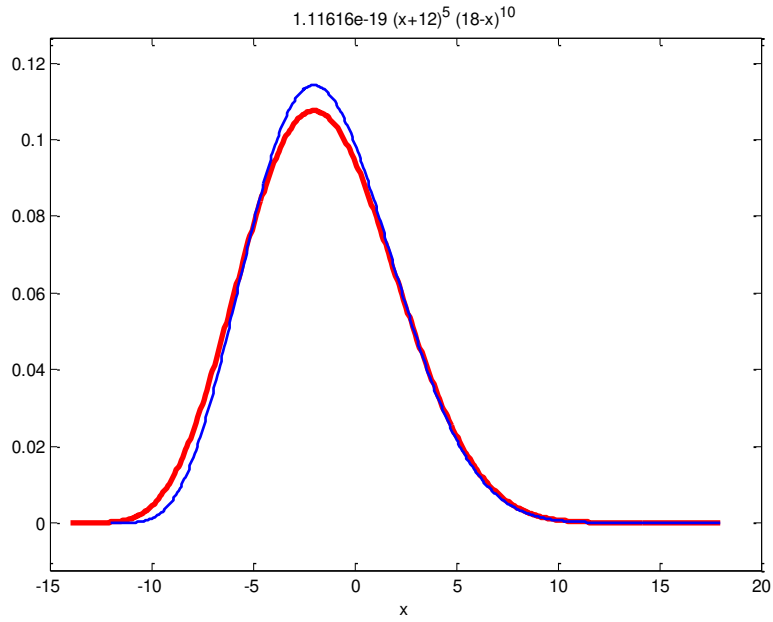
Gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda gösterilmiştir:

Şekil 12: Örnek 5 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu



Ayrıca gerçekleşen dağılım ile baz dağılımın ortak grafiksel gösterimi Şekil 5’de gösterilmiştir.

Şekil 13: Örnek 5 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımın Karşılaştırılması



Yeni indekste değerler yerine koyulduğunda C_{pca} değeri 0.819 bulunmuştur.

Tablo 12: Örnek 5’e Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri

	USL	T	ASL	μ	r_2	a	r_1	μ_3	β_2
Baz dağılım	100	80	70	82	18	-2	-12	37.895	3.884
Örnek5	100 (= U)	80 (= mod)	68 (= L)	82	18	-2	-14	42.442	3.817

	$\left[\frac{USL - mod}{U - mod} \right]$	$\left[1 - \frac{ mod - T }{USL - ASL} \right]$	$\left[1 - \frac{ \mu_{3b} - \mu_{3g} }{(USL - ASL)^3} \right]$	$\left[\frac{\beta_{2g}}{\beta_{2i}} \right]$	$\left[\frac{mod - ASL}{mod - L} \right]$	C_{pca}
Baz dağılım	1.000	1.000	1	1.000	1.000	1.000
Örnek5	1.000	1.000	0.9998	0.983	0.833	0.819

Örnek 5’de U değeri sabit bırakılıp L değeri baz dağılımın ASL limitinin dışında gerçekleşmektedir. Gerçekleşen dağılımda verilerin bir kısmı tolerans limitinin dışındadır. Şekil 13’de de görüleceği gibi gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu baz dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonuna göre daha az basıktır. U değerinde bir değişiklik olmadığı için indeks bileşeni olarak 1 değerini almıştır. Ancak L değeri limitin dışına çıktığı için indekse negatif yansımaktadır. Aynı şekilde mod değerinde bir değişiklik olmadığı için indeks bileşeninde 1 değerini alarak olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmamaktadır. Gerçekleşen dağılımın çarpıklık değeri baz dağılımın çarpıklığına göre daha büyüktür ancak baz dağılımının çarpıklık değerinden uzaklaştığı için indeks değerini azaltmaktadır. Gerçekleşen dağılım baz dağılımına göre daha kötü bir süreç yeteneğine sahiptir.

Örnek 6: U = 102, mod = 80, L = 67 olan ve $mod < \mu < L + U/2$ olacak şekilde ortalama $\mu = 82$ olan bir dağılımın gerçekleştiğini düşünelim. Pearson Tip I dağılımına sahip olan sürecin ilgili parametreleri aşağıdaki gibidir:

Tablo 13: Örnek 6’ya Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri

r_2	20	m_1	6.5	b_0	-17.1429
a	-2	m_2	11	μ_2	14.63415
r_2	-15	$B(m_2+1, m_1+1)$	2.69E-06	μ_3	47.64606
A	0.37142857	$(r_1+r_2)^{m_1+m_2+1}$	3.68E+28	μ_4	807.7141
B	0.62857143	K	1.01E-23	B_1	0.724356
b_2	0.05714286	b_1	-2	B_2	3.771576

Elde edilen parametreler çerçevesinde Pearson Tip I olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki formülden elde edilir.

$$f(x) = K(x + r_1)^{m_1}(r_2 - x)^{m_2} \quad - r_1 < x < r_2$$

$$K = \frac{1}{(r_2 + r_1)^{m_1+m_2+1}B(m_2 + 1, m_1 + 1)}$$

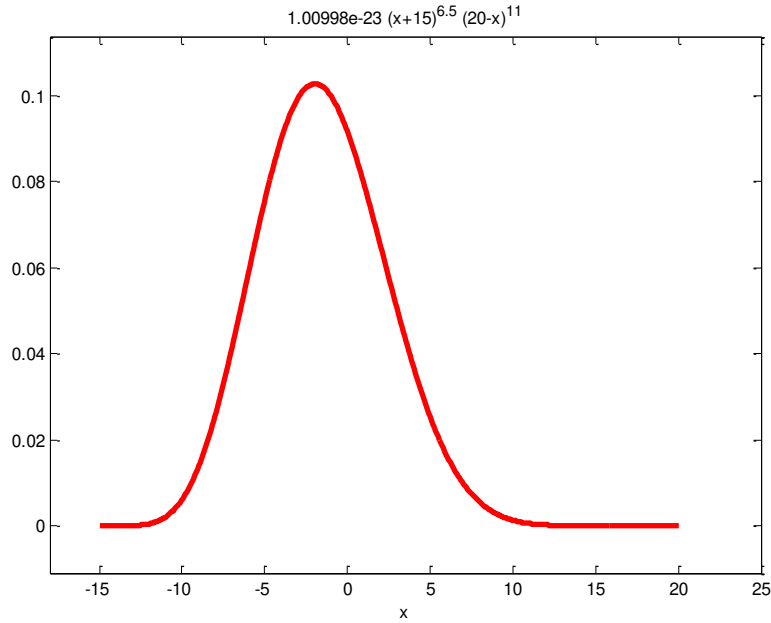
Matlab paket programında kullanılan komut ve sonuç aşağıdaki gibidir. Sonucun 1 çıkması Pearson Tip I dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunun uygun olduğu anlamı taşımaktadır.

```
quadl('1.00998e-23.*(x+15).^6.5.*(20-x).^11',-15,20)
```

```
ans =1
```

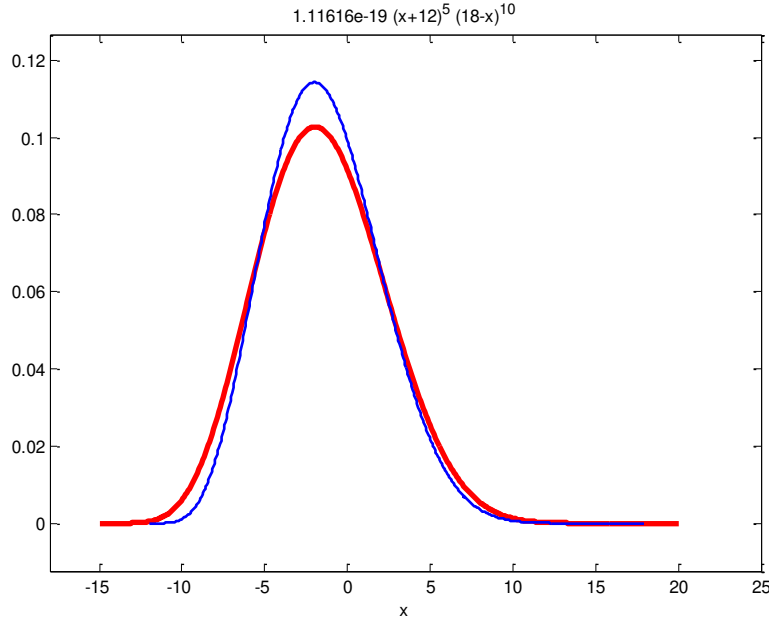
Gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda gösterilmiştir:

Şekil 14: Örnek 6 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu



Ayrıca gerçekleşen dağılım ile baz dağılımın ortak grafiksel gösterimi Şekil 15’de gösterilmiştir.

Şekil 15: Örnek 6 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımın Karşılaştırılması



Yeni indekste değerler yerine koyulduğunda C_{pca} değeri 0.747 bulunmuştur.

Tablo 14: Örnek 6'ya Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri

	USL	T	ASL	μ	r_2	a	r_1	μ_3	β_2
Baz dağılım	100	80	70	82	18	-2	-12	37.895	3.884
Örnek6	102 (= U)	80 (= mod)	67 (= L)	82	20	-2	-15	47.646	3.772

	$\frac{USL - mod}{U - mod}$	$1 - \frac{ mod - T }{USL - ASL}$	$1 - \frac{ \mu_{3b} - \mu_{3g} }{(USL - ASL)^3}$	$\frac{\beta_{2g}}{\beta_{2i}}$	$\frac{mod - ASL}{mod - L}$	C_{pca}
Baz dağılım	1.000	1.000	1	1.000	1.000	1.000
Örnek6	0.909	1.000	0.9996	0.971	0.769	0.747

Örnek 6'da hem U hem de L değeri baz dağılımın tolerans limitlerinin dışında gerçekleşmektedir. Şekil 15'de de görüleceği gibi gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu baz dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonuna göre daha az basıktır. U ve L değerleri limitlerin dışına çıktığı için indekse negatif yansımaktadır. Aynı şekilde mod değerinde bir değişiklik olmadığı için indeks bileşeninde 1

değerini alarak olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmamaktadır. Gerçekleşen dağılımın çarpıklık değeri baz dağılımın çarpıklığına göre daha büyüktür ancak baz dağılımının çarpıklık değerinden uzaklaştığı için indeks değerini azaltmaktadır. Gerçekleşen dağılım baz dağılımına göre daha kötü bir süreç yeteneğine sahiptir.

3.3.2. Tip VI için Örnek

Pearson Tip VI dağılımı limitlerden birinin sonsuza gitmesi ile gerçekleşmektedir. Pek çok üretim sürecinde de USL veya ASL değerinin sonsuza gitmesi talep edilebilir.

Örnek 7: $U = \infty$, $\text{mod} = 80$, $L = 70$ olacak şekilde ortalama $\mu = 82$ olan bir dağılımın gerçekleştiğini düşünelim. Pearson Tip VI dağılımına sahip olan sürecin ilgili parametreleri aşağıdaki gibidir:

Tablo 15: Örnek 7'ye Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri

r_2	-17	m_1	29	b_0	14.06897
a	-2	m_2	-43.5	μ_2	11.65714
r_2	-12	$B(m_1+1, -m_1-m_2-1)$	1.65E-12	μ_3	36.54672
A	2	$(r_1-r_2)^{m_1+m_2+1}$	3.66E-10	μ_4	528.9095
B	-3	K	1.66E+21	B_1	0.84318
b_2	0.06896552	b_1	-2	B_2	3.892218

Elde edilen parametreler çerçevesinde Pearson Tip VI olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki formülden elde edilir.

$$f(x) = K(-r_1 - x)^{m_1}(-r_2 - x)^{m_2} \quad -\infty < x < -r_1$$

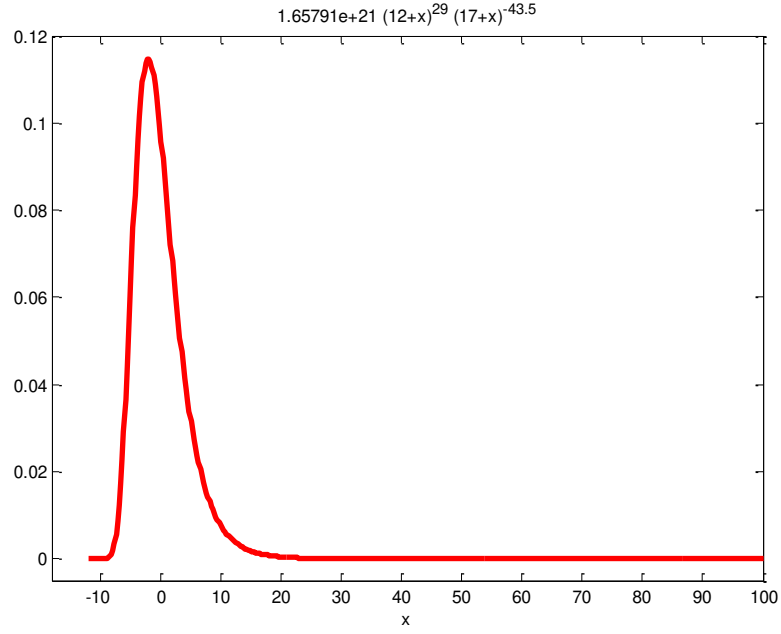
$$K = \frac{1}{(r_1 - r_2)^{m_1+m_2+1} B(m_1 + 1, m_1 - m_2 - 1)}$$

Matlab paket programında kullanılan komut ve sonuç aşağıdaki gibidir. Sonucun 1 çıkması Pearson Tip VI dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunun uygun olduğu anlamı taşımaktadır.

```
quadl('1.65791e+21.*(12+x).^ (29).*(17+x).^(-43.5)',-12,100)
ans =1
```

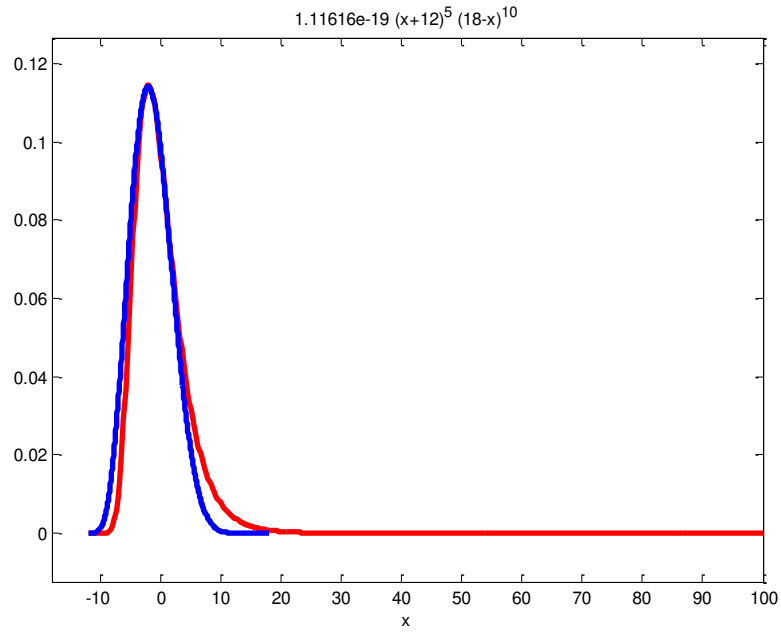
Gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda gösterilmiştir:

Şekil 16: Örnek 7 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu



Ayrıca gerçekleşen dağılım ile baz dağılımın ortak grafiksel gösterimi Şekil 17’de gösterilmiştir.

Şekil 17: Örnek 7 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımın Karşılaştırılması



Yeni indekste değerler yerine koyulduğunda C_{pca} değeri 0.871 bulunmuştur.

Tablo 16: Örnek 7’ye Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri

	USL	T	ASL	μ	$X_{0.99865}$	$X_{0.00135}$	r_1	μ_3	β_2
Baz dağılım	100	80	70	82	9.120	-9.495	-12	37.895	3.884
Örnek7	$\infty (= U)$	80 (= mod)	70 (= L)	82	21.000	-7.650	-12	36.547	3.892

	$\left[\frac{USL - mod}{U - mod} \right]$	$\left[1 - \frac{ mod - T }{USL - ASL} \right]$	$\left[1 - \frac{ \mu_{3b} - \mu_{3g} }{(USL - ASL)^3} \right]$	$\left[\frac{\beta_{2g}}{\beta_{2i}} \right]$	$\left[\frac{mod - ASL}{mod - L} \right]$	C_{pca}
Baz dağılım	1.000	1.000	1	1.000	1.000	1.000
Örnek7	0.870	1.000	0.999	1.002	1.000	0.871

Örnek 7’de U değeri sonsuza giderken L değeri sabit kalmıştır. Şekil 17’de de görüleceği gibi gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu baz dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonuna göre daha fazla basıktır. U değerleri limitin dışına çıktığı için indekse negatif yansımaktadır. Aynı şekilde mod değerinde bir değişiklik olmadığı için indeks bileşeninde 1 değerini alarak olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmamaktadır. Gerçekleşen dağılımın çarpıklık değeri baz dağılımın çarpıklığına göre daha küçüktür ancak baz dağılımının çarpıklık değerinden uzaklaştığı için indeks değerini azaltmaktadır. Gerçekleşen dağılım baz dağılımına göre daha kötü bir süreç yeteneğine sahiptir.

3.4. BAZ DAĞILIM VE SOLA ÇARPIK DURUMLARDA GERÇEKLEŞEN DAĞILIMLARIN İNDEKS PERFORMANSLARINA İLİŞKİN ÖRNEKLER

Bu bölümde baz dağılım temel alınarak üretim süreçlerinde gerçekleşebilecek sola çarpık durumlar örneklerle incelenmektedir. Gerçekleşen dağılımlarda USL ve ASL, çarpıklık ve basıklık değerlerinde oluşacak değişimlerin indeks üzerinde nasıl bir etkisi olduğu ayrıntılı bir şekilde ele alınmaktadır.

3.4.1. Pearson Tip I için Örnekler

Örnek 8: $U = 100$, $\text{mod} = 84$, $L = 60$ olan ve $\text{mod} > \mu > L + U/2$ olacak şekilde ortalama $\mu = 82$ olan bir gerçekleşen dağılım düşünelim. Pearson Tip I dağılımına sahip olan sürecin ilgili parametreleri aşağıdaki gibidir:

Tablo 17: Örnek 8'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri

r_2	18	m_1	12	b_0	-19,8
a	2	m_2	8	μ_2	17,21739
r_2	-22	$B(m_2+1, m_1+1)$	3,78E-07	μ_3	-57,3913
A	0,6	$(r_1+r_2)^{m_1+m_2+1}$	4,4E+33	μ_4	1093,649
B	0,4	K	6,01E-28	B_1	0,645342
b_2	0,05	b_1	2	B_2	3,689293

Elde edilen parametreler çerçevesinde Pearson Tip I olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki formülden elde edilir.

$$f(x) = K(x + r_1)^{m_1}(r_2 - x)^{m_2} \quad - r_1 < x < r_2$$

$$K = \frac{1}{(r_2 + r_1)^{m_1+m_2+1} B(m_2 + 1, m_1 + 1)}$$

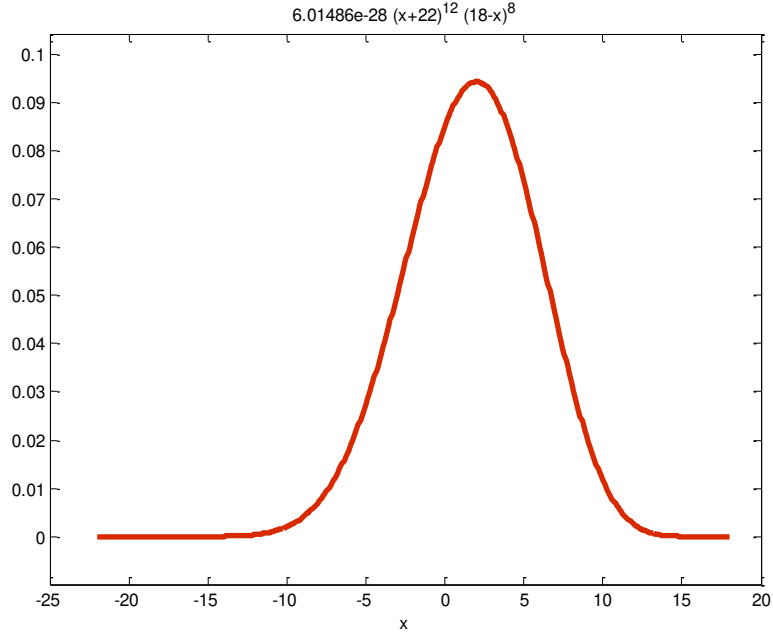
Matlab paket programında kullanılan komut ve sonuç aşağıdaki gibidir. Sonucun 1 çıkması Pearson Tip I dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunun uygun olduğu anlamı taşımaktadır.

```
quadl('6.01486e-28.*(x+22).^12.*(18-x).^8',-22,18))
```

```
ans =1
```

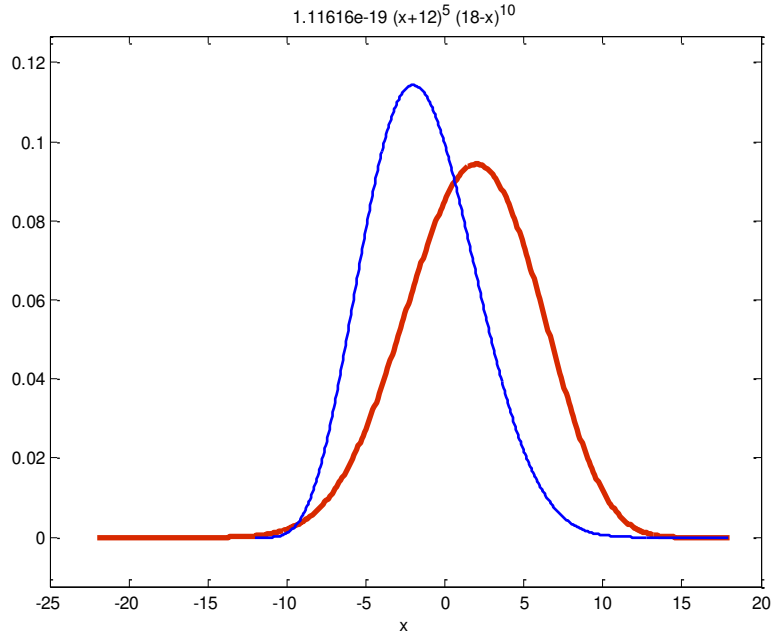
Gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda gösterilmiştir:

Şekil 18: Örnek 8 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu



Ayrıca gerçekleşen dağılım ile baz dağılımın ortak grafiksel gösterimi Şekil 19’da gösterilmiştir.

Şekil 19: Örnek 8 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımın Karşılaştırılması



Yeni indekste değerleri formüle uyguladığımızda C_{pca} değeri 0.478 olur.

Tablo 18: Örnek 8'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri

	USL	T	ASL	μ	r_2	a	r_1	μ_3	β_2
Baz dağılım	100	80	70	82	18	-2	-12	37.895	3.884
Örnek8	100 (= U)	84 (= mod)	60 (= L)	82	18	2	-22	-57.391	3.689

	$\left[\frac{USL - mod}{U - mod} \right]$	$\left[1 - \frac{ mod - T }{USL - ASL} \right]$	$\left[1 - \frac{ \mu_{3b} - \mu_{3g} }{(USL - ASL)^3} \right]$	$\left[\frac{\beta_{2g}}{\beta_{2i}} \right]$	$\left[\frac{mod - ASL}{mod - L} \right]$	C_{pca}
Baz dağılım	1.000	1.000	1	1.000	1.000	1.000
Örnek8	1.000	0.867	0.9965	0.950	0.583	0.478

Örnek 8'de U sabit iken L değeri baz dağılımın ASL'sinin dışında gerçekleşmektedir. Şekil 19'da da görüleceği gibi gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu baz dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonuna göre daha az basıktır. L değeri limitlerin dışına çıktığı için indekse negatif yansımaktadır. Mod değeri 80'den 84'e çıkmıştır ve bu durum indeks değerinde bir azalmaya neden olacaktır. Gerçekleşen dağılımın çarpıklık değeri baz dağılımının çarpıklık değerinden uzaklaştığı için indeks değerini azaltmaktadır. Gerçekleşen dağılım baz dağılımına göre daha kötü bir süreç yeteneğine sahiptir.

Örnek 9: U = 100, mod = 84, L = 63 olan ve $mod > \mu > L + U/2$ olacak şekilde ortalama $\mu = 82$ olan bir dağılımın gerçekleştiğini düşünelim. Pearson Tip I dağılımına sahip olan sürecin ilgili parametreleri aşağıdaki gibidir:

Tablo 19: Örnek 9'a Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri

r_2	18	m_1	10.5	b_0	-18.4865
a	2	m_2	8	μ_2	15.90698
r_2	-19	$B(m_2+1, m_1+1)$	8.8746E-07	μ_3	-52.3163
A	0.567567568	$(r_1+r_2)^{m_1+m_2+1}$	3.8013E+30	μ_4	941.6028
B	0.432432432	K	2.9643E-25	B_1	0.680003
b_2	0.054054054	b_1	2	B_2	3.721281

Elde edilen parametreler çerçevesinde Pearson Tip I olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki formülden elde edilir.

$$f(x) = K(x + r_1)^{m_1}(r_2 - x)^{m_2} \quad - r_1 < x < r_2$$

$$K = \frac{1}{(r_2 + r_1)^{m_1+m_2+1}B(m_2 + 1, m_1 + 1)}$$

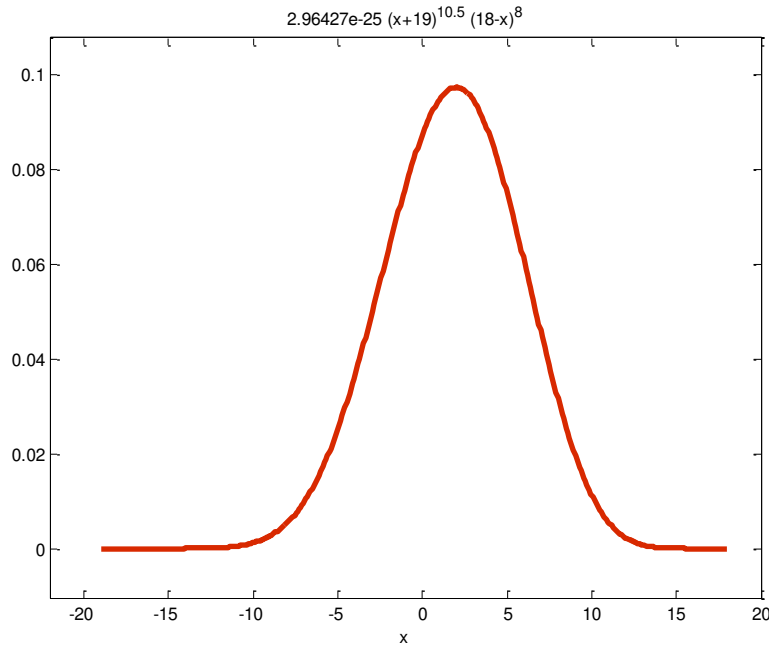
Matlab paket programında kullanılan komut ve sonuç aşağıdaki gibidir. Sonucun 1 çıkması Pearson Tip I dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunun uygun olduğu anlamı taşımaktadır.

```
quadl('2.96427e-25.*(x+19).^ (10.5).*(18-x).^ (8)',-19,18)
```

```
ans =1
```

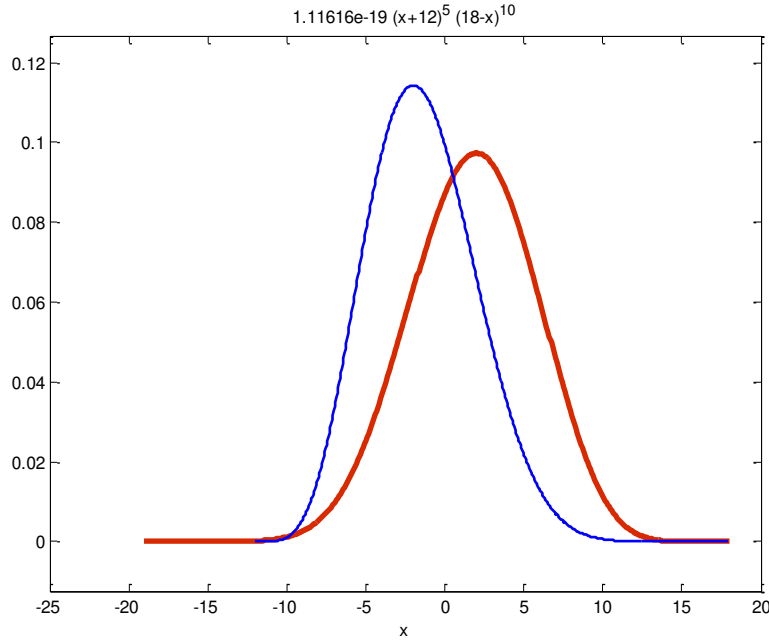
Gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda gösterilmiştir:

Şekil 20: Örnek 9 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu



Ayrıca gerçekleşen dağılım ile baz dağılımın ortak grafiksel gösterimi Şekil 21’de gösterilmiştir.

Şekil 21: Örnek 9 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımın Karşılaştırılması



Yeni indekste değerler yerine koyulduğunda C_{pca} değeri 0.552 bulunmuştur.

Tablo 20: Örnek 9'a Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri

	USL	T	ASL	μ	r_2	a	r_1	μ_3	β_2
Baz dağılım	100	80	70	82	18	-2	-12	37.895	3.884
Örnek9	100 (= U)	84 (= mod)	63 (= L)	82	18	2	-19	-52.316	3.721

	$\left[\frac{USL - mod}{U - mod} \right]$	$\left[1 - \frac{ mod - T }{USL - ASL} \right]$	$\left[1 - \frac{ \mu_{3b} - \mu_{3g} }{(USL - ASL)^3} \right]$	$\left[\frac{\beta_{2g}}{\beta_{2t}} \right]$	$\left[\frac{mod - ASL}{mod - L} \right]$	C_{pca}
Baz dağılım	1.000	1.000	1	1.000	1.000	1.000
Örnek9	1.000	0.867	0.9967	0.958	0.667	0.552

Örnek 9'da U sabit iken L değeri baz dağılımın ASL'sinin dışında gerçekleşmektedir. Şekil 21'de de görüleceği gibi gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu baz dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonuna göre daha az basıktır. L değeri limitlerin dışına çıktığı için indekse negatif yansımaktadır. Mod değeri 80'den 84'e çıkmıştır ve bu durum indeks değerinde bir azalmaya neden

olacaktır. Gerçekleşen dağılımın çarpıklık değeri baz dağılımının çarpıklık değerinden uzaklaştığı için indeks değerini azaltmaktadır. Gerçekleşen dağılım baz dağılımına göre daha kötü bir süreç yeteneğine sahiptir. Bu örnekte asıl üstünde durulmak istenilen durum örnek 8’de $L = 60$ iken örnek 9’da $L = 63$ seçilmiştir ve hedef değere daha çok yakınlaştığı için örnek 9’un C_{pca} değeri 0.552, örnek 8’in C_{pca} değeri ise 0.478 çıkmıştır. Diğer bir deyişle indeks bileşenlerinden elde edilen sonuç kendi içinde de tutarlıdır.

Örnek 10: $U = 90$, $mod = 84$, $L = 60$ olan ve $mod > \mu > L + U/2$ olacak şekilde ortalama $\mu = 82$ olan bir dağılımın gerçekleştiğini düşünelim. Pearson Tip I dağılımına sahip olan sürecin ilgili parametreleri aşağıdaki gibidir:

Tablo 21: Örnek 10’a Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri

r_2	8	m_1	12	b_0	-11.7333
a	2	m_2	3	μ_2	9.777778
r_2	-22	$B(m_2+1, m_1+1)$	0.00013736	μ_3	-30.8772
A	0.8	$(r_1+r_2)^{m_1+m_2+1}$	4.30467E+23	μ_4	397.0807
B	0.2	K	1.69122E-20	B_1	1.019894
b_2	0.066667	b_1	2	B_2	4.153349

Elde edilen parametreler çerçevesinde Pearson Tip I olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki formülden elde edilir.

$$f(x) = K(x + r_1)^{m_1}(r_2 - x)^{m_2} \quad - r_1 < x < r_2$$

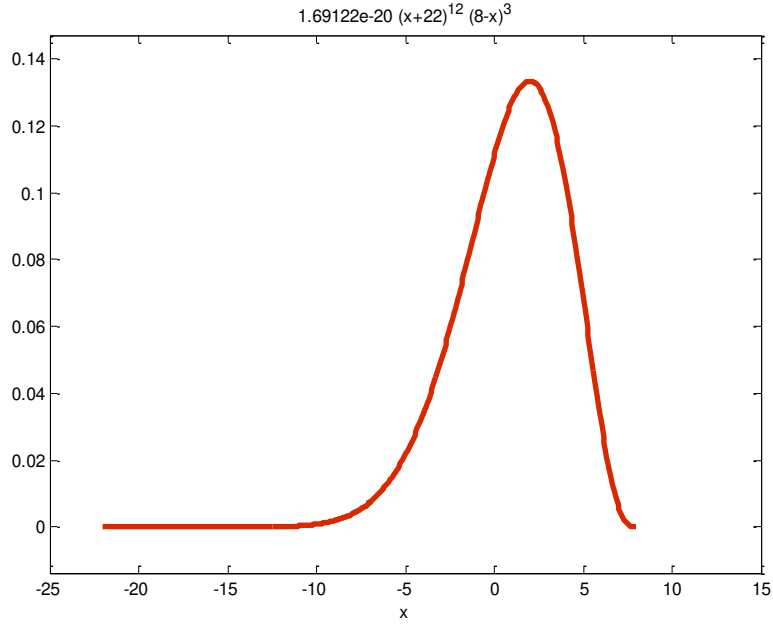
$$K = \frac{1}{(r_2 + r_1)^{m_1+m_2+1}B(m_2 + 1, m_1 + 1)}$$

Matlab paket programında kullanılan komut ve sonuç aşağıdaki gibidir. Sonucun 1 çıkması Pearson Tip I dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunun uygun olduğu anlamı taşımaktadır.

```
quadl('1.69122e-20.*(x+22).^12.*(8-x).^3',-22,8)
ans = 1
```

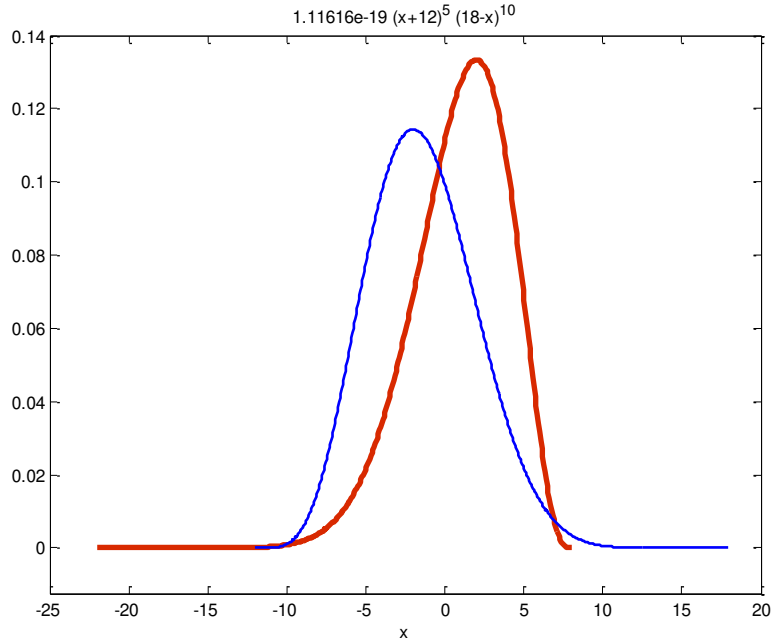
Gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda gösterilmiştir:

Şekil 22: Örnek 10 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu



Ayrıca gerçekleşen dağılım ile baz dağılımın ortak grafiksel gösterimi Şekil 23’de gösterilmiştir.

Şekil 23: Örnek 10 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımın Karşılaştırılması



Yeni indekste değerler yerine koyulduğunda C_{pca} değeri 0.539 bulunmuştur.

Tablo 22: Örnek 10’a Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri

	USL	T	ASL	μ	r_2	a	r_1	μ_3	β_2
Baz dağılım	100	80	70	82	18	-2	-12	37.895	3.884
Örnek10	90 (= U)	84 (= mod)	60 (= L)	82	8	2	-22	-30.877	4.153

	$\left[\frac{USL - mod}{U - mod} \right]$	$\left[1 - \frac{ mod - T }{USL - ASL} \right]$	$\left[1 - \frac{ \mu_{3b} - \mu_{3g} }{(USL - ASL)^3} \right]$	$\left[\frac{\beta_{2g}}{\beta_{2i}} \right]$	$\left[\frac{mod - ASL}{mod - L} \right]$	C_{pca}
Baz dağılım	1.000	1.000	1	1.000	1.000	1.000
Örnek10	2.667	0.867	0.9975	1.069	0.583	0.539

Örnek 10’da U baz dağılımının USL’ine göre hedef değere daha yakın ancak L değeri baz dağılımının ASL’sinin dışında gerçekleşmektedir. Şekil 23’de de görüleceği gibi gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu baz dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonuna göre daha fazla basıktır. L değeri limitlerin dışına çıktığı için indekse negatif yansımaktadır. Mod değeri 80’den 84’e çıkmıştır ve bu durum indeks değerinde bir azalmaya neden olacaktır. Gerçekleşen dağılımın çarpıklık değeri baz dağılımının çarpıklık değerinden uzaklaştığı için indeks değerini azaltmaktadır. Gerçekleşen dağılım baz dağılımına göre daha kötü bir süreç yeteneğine sahiptir.

Örnek 11: U = 90, mod = 84, L = 50 olan ve $mod > \mu > L + U/2$ olacak şekilde ortalama $\mu = 82$ olan bir dağılımın gerçekleştiğini düşünelim. Pearson Tip I dağılımına sahip olan sürecin ilgili parametreleri aşağıdaki gibidir:

Tablo 23: Örnek 11’e Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri

r_2	8	m_1	17	b_0	-12.8
a	2	m_2	3	μ_2	11.13043
r_2	-32	$B(m_2 + 1, m_1 + 1)$	4.18E-05	μ_3	-37.1014
A	0.85	$(r_1 + r_2)^{m_1 + m_2 + 1}$	4.4E+33	μ_4	520.0139
B	0.15	K	5.44E-30	B_1	0.998264
b_2	0.05	b_1	2	B_2	4.1975

Elde edilen parametreler çerçevesinde Pearson Tip I olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki formülden elde edilir.

$$f(x) = K(x + r_1)^{m_1}(r_2 - x)^{m_2} \quad - r_1 < x < r_2$$

$$K = \frac{1}{(r_2 + r_1)^{m_1+m_2+1} B(m_2 + 1, m_1 + 1)}$$

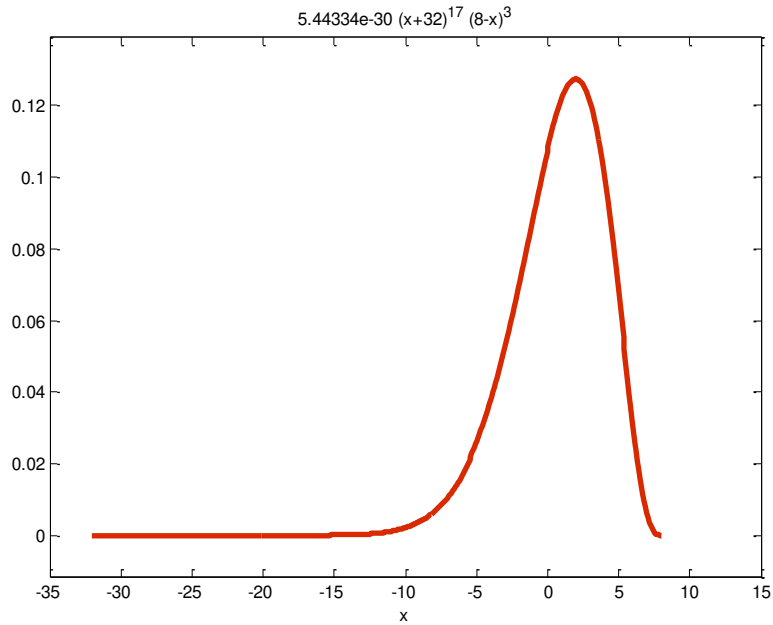
Matlab paket programında kullanılan komut ve sonuç aşağıdaki gibidir. Sonucun 1 çıkması Pearson Tip I dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunun uygun olduğu anlamı taşımaktadır.

```
quadl('5.44334e-30.*(x+32).^17.*(8-x).^3',-32,8)
```

```
ans =1
```

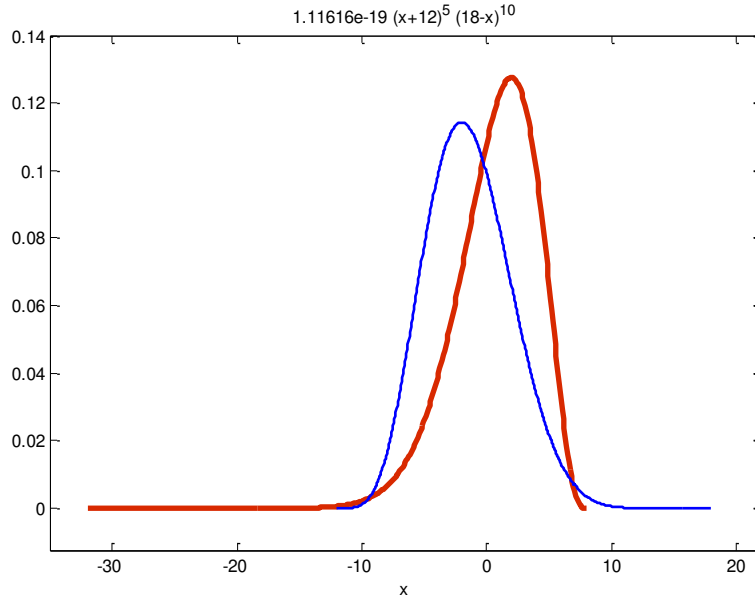
Gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda gösterilmiştir:

Şekil 24: Örnek 11 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu



Ayrıca gerçekleşen dağılım ile baz dağılımın ortak grafiksel gösterimi şekil 25’de gösterilmiştir.

Şekil 25: Örnek 11 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımın Karşılaştırılması



Yeni indekste değerler yerine koyulduğunda C_{pca} değeri 0.385 bulunmuştur.

Tablo 24: Örnek 11'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri

	USL	T	ASL	μ	r_2	a	r_1	μ_3	β_2
Baz dağılım	100	80	70	82	18	-2	-12	37.895	3.884
Örnek11	90 (= U)	84 (= mod)	50 (= L)	82	8	2	-32	-37.101	4.198

	$\frac{USL - mod}{U - mod}$	$\left[1 - \frac{ mod - T }{USL - ASL}\right]$	$\left[1 - \frac{ \mu_{3b} - \mu_{3g} }{(USL - ASL)^3}\right]$	$\frac{\beta_{2g}}{\beta_{2i}}$	$\frac{mod - ASL}{mod - L}$	C_{pca}
Baz dağılım	1.000	1.000	1	1.000	1.000	1.000
Örnek11	2.667	0.867	0.9972	1.081	0.412	0.385

Örnek 11’de U baz dağılımının USL’sine göre hedef değere daha yakın ancak L değeri baz dağılımının ASL’sinin çok dışında gerçekleşmektedir. Şekil 25’de de görüleceği gibi gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu baz dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonuna göre daha fazla basıktır. L değeri limitlerin dışına çıktığı için indekse negatif yansımaktadır. Mod değeri 80’den 84’e çıkmıştır ve bu durum indeks değerinde bir azalmaya neden olacaktır. Gerçekleşen dağılımın

çarpıklık değeri baz dağılımının çarpıklık değerinden uzaklaştığı için indeks değerini azaltmaktadır. Gerçekleşen dağılım baz dağılımına göre daha kötü bir süreç yeteneğine sahiptir. Örnek 10 ile karşılaştırıldığında L değerinin baz dağılımın ASL'sinden daha çok uzaklaşması C_{pca} değerinde de belirgin bir şekilde azalmaya neden olduğu görülmektedir.

Örnek 12: $U = 90$, $mod = 84$, $L = 63$ olan ve $mod > \mu > L + U/2$ olacak şekilde ortalama $\mu = 82$ olan bir dağılımın gerçekleştiğini düşünelim. Pearson Tip I dağılımına sahip olan sürecin ilgili parametreleri aşağıdaki gibidir:

Tablo 25: Örnek 12'ye Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri

r_2	8	m_1	10.5	b_0	-11.2593
a	2	m_2	3	μ_2	9.212121
r_2	-19	$B(m_2+1, m_1+1)$	0.000213	μ_3	-28.426
A	0.77777778	$(r_1+r_2)^{m_1+m_2+1}$	5.69E+20	μ_4	351.526
B	0.22222222	K	8.25E-18	B_1	1.033598
b_2	0.07407407	b_1	2	B_2	4.142268

Elde edilen parametreler çerçevesinde Pearson Tip I olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki formülden elde edilir.

$$f(x) = K(x + r_1)^{m_1}(r_2 - x)^{m_2} \quad - r_1 < x < r_2$$

$$K = \frac{1}{(r_2 + r_1)^{m_1+m_2+1} B(m_2 + 1, m_1 + 1)}$$

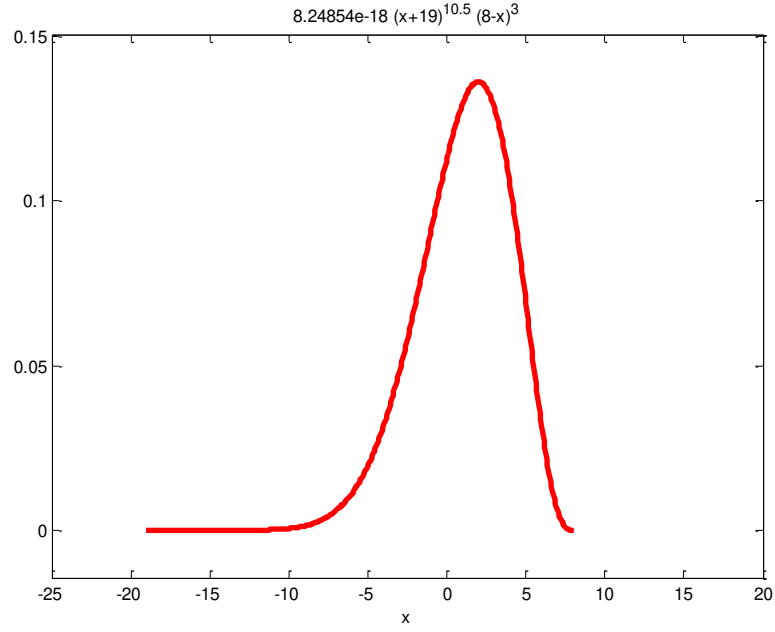
Matlab paket programında kullanılan komut ve sonuç aşağıdaki gibidir. Sonucun 1 çıkması Pearson Tip I dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunun uygun olduğu anlamı taşımaktadır.

```
quadl('8.24854e-18.*(x+19).^ (10.5).*(8-x).^ (3)',-19,8)
```

```
ans =1
```

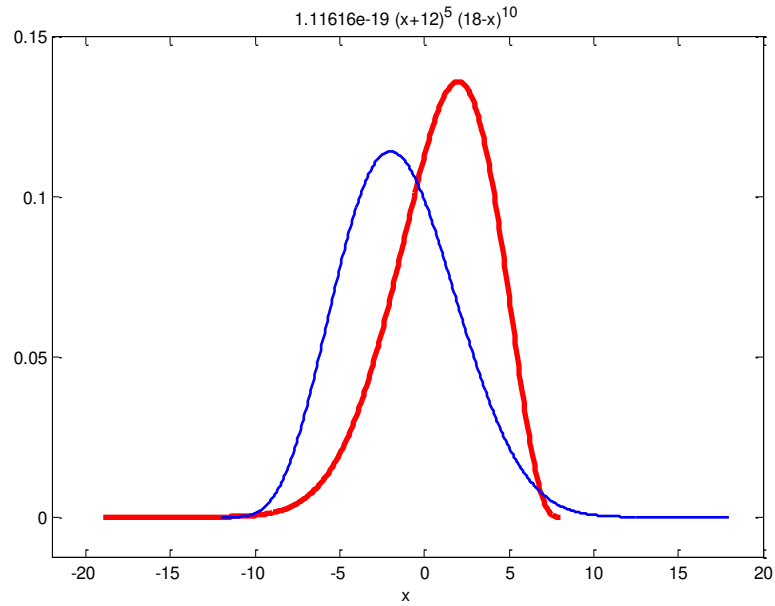
Gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda gösterilmiştir:

Şekil 26: Örnek 12 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu



Ayrıca gerçekleşen dağılım ile baz dağılımın ortak grafiksel gösterimi Şekil 27’de gösterilmiştir.

Şekil 27: Örnek 12 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımın Karşılaştırılması



Yeni indekste değerler yerine koyulduğunda C_{pca} değeri 0.615 bulunmuştur.

Tablo 26: Örnek 12’ye Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri

	USL	T	ASL	μ	r_2	a	r_1	μ_3	β_2
Baz dağılım	100	80	70	82	18	-2	-12	37.895	3.884
Örnek12	90 (= U)	84 (= mod)	63 (= L)	82	8	2	-19	-28.426	4.142

	$\frac{USL - mod}{U - mod}$	$\left[1 - \frac{ mod - T }{USL - ASL}\right]$	$\left[1 - \frac{ \mu_{3b} - \mu_{3g} }{(USL - ASL)^3}\right]$	$\frac{[\beta_{2g}]}{[\beta_{2i}]}$	$\frac{mod - ASL}{mod - L}$	C_{pca}
Baz dağılım	1.000	1.000	1	1.000	1.000	1.000
Örnek12	2.667	0.867	0.9975	1.066	0.667	0.615

Örnek 12’de U baz dağılımının USL’ine göre hedef değere daha yakın ancak L değeri baz dağılımının ASL’sinin dışında gerçekleşmektedir. Ancak örnek 10 ve 11’e göre L baz dağılımının ASL’ne daha yakındır. Şekil 27’de de görüleceği gibi gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu baz dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonuna göre daha fazla basıktır. L değeri limitlerin dışına çıktığı için indekse negatif yansımaktadır. Mod değeri 80’den 84’e çıkmıştır ve bu durum indeks değerinde bir azalmaya neden olacaktır. Gerçekleşen dağılımın çarpıklık değeri baz dağılımının çarpıklık değerinden uzaklaştığı için indeks değerini azaltmaktadır. Gerçekleşen dağılım baz dağılımına göre daha kötü bir süreç yeteneğine sahiptir.

Örnek 13: U = 102, mod = 84, L = 60 olan ve mod> μ >L+U/2 olacak şekilde ortalama $\mu = 82$ olan bir dağılımın gerçekleştiğini düşünelim. Pearson Tip I dağılımına sahip olan sürecin ilgili parametreleri aşağıdaki gibidir:

Tablo 27: Örnek 13’e Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri

r_2	20	m_1	12	b_0	-20.9524
a	2	m_2	9	μ_2	18.33333
r_2	-22	$B(m_2+1, m_1+1)$	1.5464E-07	μ_3	-61.6
A	0.571429	$(r_1+r_2)^{m_1+m_2+1}$	5.14617E+35	μ_4	1229.292
B	0.428571	K	1.25659E-29	B_1	0.615796
b_2	0.047619	b_1	2	B_2	3.657399

Elde edilen parametreler çerçevesinde Pearson Tip I olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki formülden elde edilir.

$$f(x) = K(x + r_1)^{m_1}(r_2 - x)^{m_2} \quad - r_1 < x < r_2$$

$$K = \frac{1}{(r_2 + r_1)^{m_1+m_2+1}B(m_2 + 1, m_1 + 1)}$$

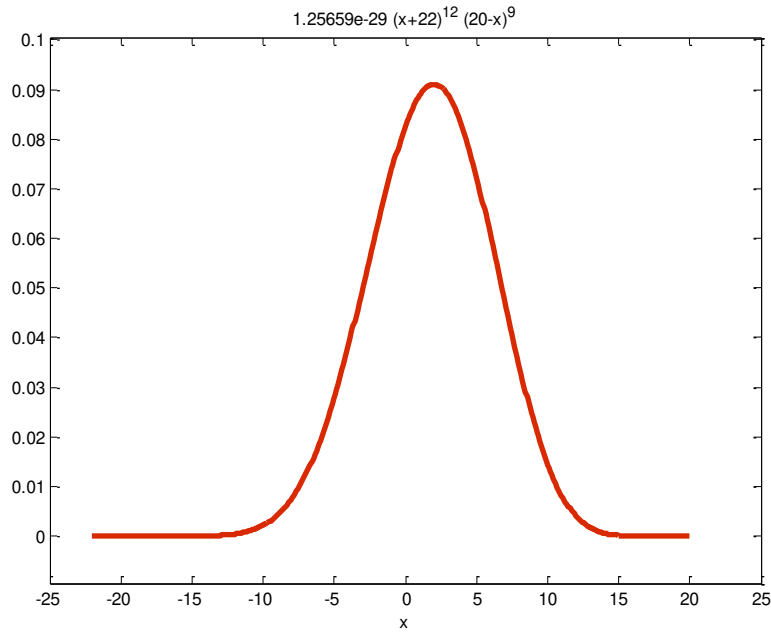
Matlab paket programında kullanılan komut ve sonuç aşağıdaki gibidir. Sonucun 1 çıkması Pearson Tip I dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunun uygun olduğu anlamı taşımaktadır.

```
quadl('1.25659e-29.*(x+22).^12.*(20-x).^9',-22,20)
```

```
ans =1
```

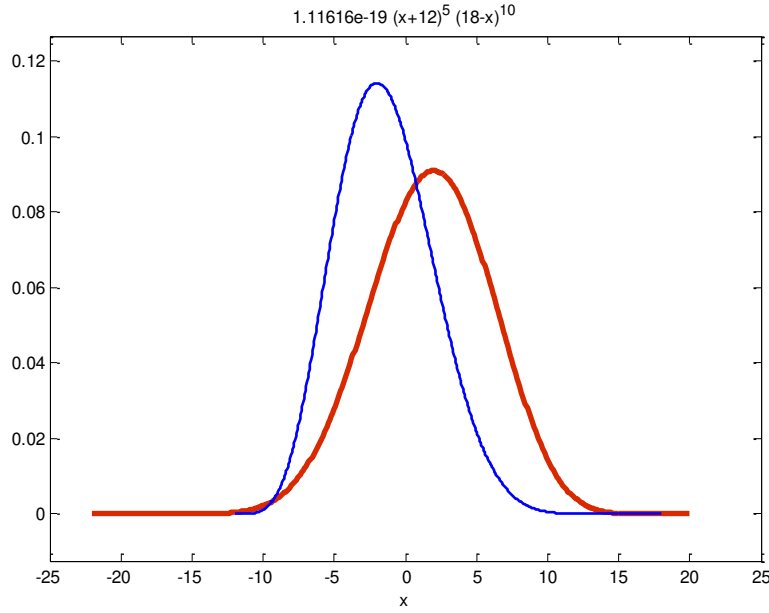
Gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda gösterilmiştir:

Şekil 28: Örnek 13 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu



Ayrıca gerçekleşen dağılım ile baz dağılımın ortak grafiksel gösterimi Şekil 29'da gösterilmiştir.

Şekil 29: Örnek 13 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımın Karşılaştırılması



Yeni indekste değerler yerine koyulduğunda C_{pca} değeri 0.474 bulunmuştur.

Tablo 28: Örnek 13'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri

	USL	T	ASL	μ	r_2	a	r_1	μ_3	β_2
Baz dağılım	100	80	70	82	18	-2	-12	37.895	3.884
Örnek13	102 (= U)	84 (= mod)	60 (= L)	82	20	2	-22	-61.600	3.657

	$\frac{USL - mod}{U - mod}$	$\left[1 - \frac{ mod - T }{USL - ASL}\right]$	$\left[1 - \frac{ \mu_{3b} - \mu_{3g} }{(USL - ASL)^3}\right]$	$\frac{[\beta_{2g}]}{[\beta_{2i}]}$	$\frac{mod - ASL}{mod - L}$	C_{pca}
Baz dağılım	1.000	1.000	1	1.000	1.000	1.000
Örnek13	0.889	0.867	0.9963	0.942	0.583	0.474

Örnek 13’de hem U hem de L değeri baz dağılımın tolerans limitlerinin dışında gerçekleşmektedir. Şekil 29’da da görüleceği gibi gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu baz dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonuna göre daha az basıktır. L ve U değerleri limitlerin dışına çıktığı için indekse negatif yansımaktadır. Mod değeri 80’den 84’e çıkmıştır ve bu durum indeks değerinde bir azalmaya neden olacaktır. Gerçekleşen dağılımın çarpıklık değeri baz dağılımının

çarpıklık değerinden uzaklaştığı için indeks değerini azaltmaktadır. Gerçekleşen dağılım baz dağılımına göre daha kötü bir süreç yeteneğine sahiptir.

Örnek 14: $U = 100$, $\text{mod} = 84$, $L = 57$ olan ve $\text{mod} > \mu > L + U/2$ olacak şekilde ortalama $\mu = 82$ olan bir dağılımın gerçekleştiğini düşünelim. Pearson Tip I dağılımına sahip olan sürecin ilgili parametreleri aşağıdaki gibidir:

Tablo 29: Örnek 14'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri

r_2	18	m_1	13.5	b_0	-20.9302
a	2	m_2	8	μ_2	18.36735
r_2	-25	$B(m_2+1, m_1+1)$	1.74E-07	μ_3	-61.9448
A	0.62790698	$(r_1+r_2)^{m_1+m_2+1}$	5.66E+36	μ_4	1237.238
B	0.37209302	K	1.02E-30	B_1	0.619256
b_2	0.04651163	b_1	2	B_2	3.667416

Elde edilen parametreler çerçevesinde Pearson Tip I olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki formülden elde edilir.

$$f(x) = K(x + r_1)^{m_1}(r_2 - x)^{m_2} \quad - r_1 < x < r_2$$

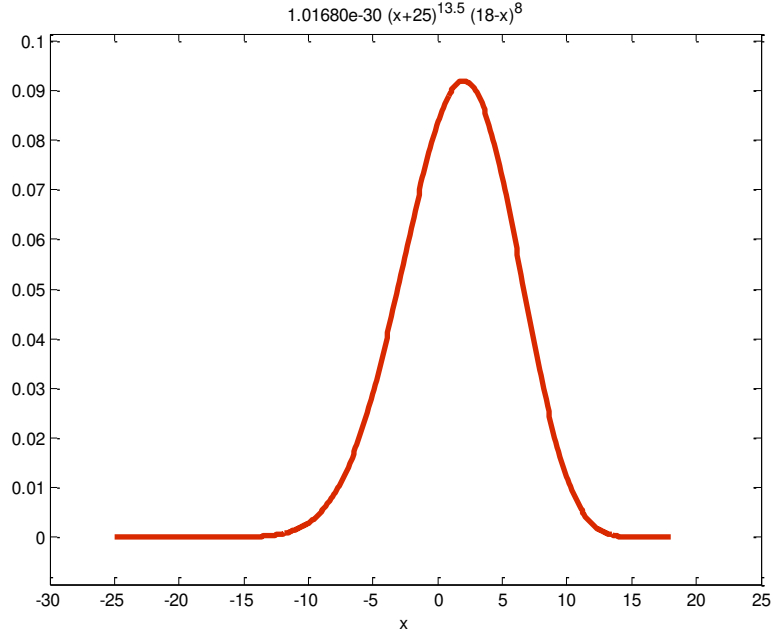
$$K = \frac{1}{(r_2 + r_1)^{m_1+m_2+1} B(m_2 + 1, m_1 + 1)}$$

Matlab paket programında kullanılan komut ve sonuç aşağıdaki gibidir. Sonucun 1 çıkması Pearson Tip I dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunun uygun olduğu anlamı taşımaktadır.

```
quadl('1.01680e-30.*(x+25).^ (13.5).*(18-x).^ (8)',-25,18)
ans =1
```

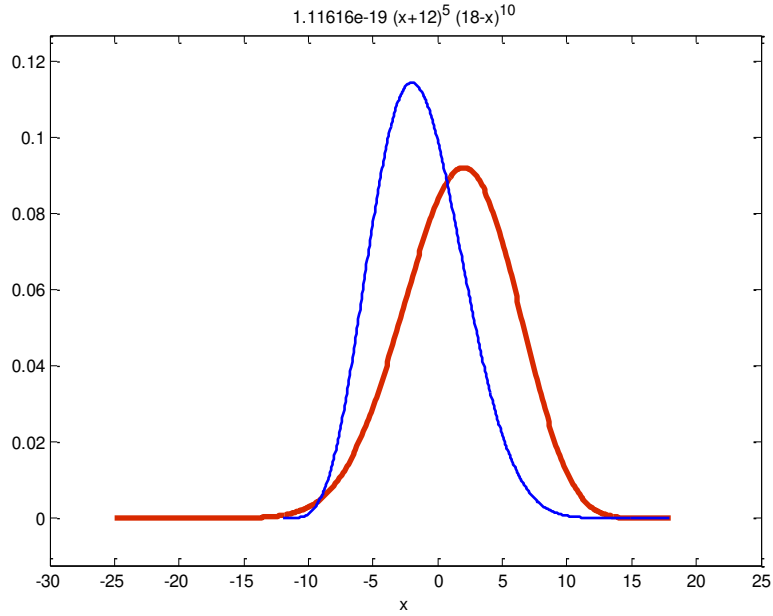
Gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda gösterilmiştir:

Şekil 30: Örnek 14 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu



Ayrıca gerçekleşen dağılım ile baz dağılımın ortak grafiksel gösterimi Şekil 31’de gösterilmiştir.

Şekil 31: Örnek 14 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımın Karşılaştırılması



Yeni indekste değerler yerine koyulduğunda C_{pca} değeri 0.423 bulunmuştur.

Tablo 30: Örnek 14’e Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri

	USL	T	ASL	μ	r_2	a	r_1	μ_3	β_2
Baz dağılım	100	80	70	82	18	-2	-12	37.895	3.884
Örnek14	100 (= U)	84 (= mod)	57 (= L)	82	18	2	-25	-61.945	3.667

	$\frac{USL - mod}{U - mod}$	$\left[1 - \frac{ mod - T }{USL - ASL}\right]$	$\left[1 - \frac{ \mu_{3b} - \mu_{3g} }{(USL - ASL)^3}\right]$	$\frac{[\beta_{2g}]}{[\beta_{2i}]}$	$\frac{mod - ASL}{mod - L}$	C_{pca}
Baz dağılım	1.000	1.000	1	1.000	1.000	1.000
Örnek14	1.000	0.867	0.9963	0.944	0.519	0.423

Örnek 14’de U sabitken L değeri baz dağılımın tolerans limitlerinin dışında gerçekleşmektedir. Şekil 31’de de görüleceği gibi gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu baz dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonuna göre daha az basıktır. L değeri limitlerin dışına çıktığı için indekse negatif yansımaktadır. Mod değeri 80’den 84’e çıkmıştır ve bu durum indeks değerinde bir azalmaya neden olacaktır. Gerçekleşen dağılımın çarpıklık değeri baz dağılımının çarpıklık değerinden uzaklaştığı için indeks değerini azaltmaktadır. Gerçekleşen dağılım baz dağılımına göre daha kötü bir süreç yeteneğine sahiptir.

3.4.2. Pearson Tip VI için Örnek

Örnek 15: U = 95, mod = 84, L = $-\infty$ olan ve ortalaması $\mu = 82$ olan bir dağılımın gerçekleştiğini düşünelim. Pearson Tip VI dağılımına sahip olan sürecin ilgili parametreleri aşağıdaki gibidir:

Tablo 31: Örnek 15’e Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri

r_2	13	m_1	-49.6	b_0	-15.0968
a	2	m_2	34.1	μ_2	18.72
r_2	18	$B(m_1 + L, -m_1 - m_2 - L)$	7.5948E-14	μ_3	-100.925
A	3.2	$(r_1 - r_2)^{m_1 + m_2 + L}$	7.32715E-11	μ_4	2145.475
B	-2.2	K	1.797E+23	B_1	1.55268
b_2	-0.06451612	b_1	2	B_2	6.122259

Elde edilen parametreler çerçevesinde Pearson Tip VI olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki formülden elde edilir.

$$f(x) = K(-r_1 - x)^{m_1}(-r_2 - x)^{m_2} \quad -\infty < x < -r_1$$

$$K = \frac{1}{(r_1 - r_2)^{m_1+m_2+1} B(m_1 + 1, m_2 - 1)}$$

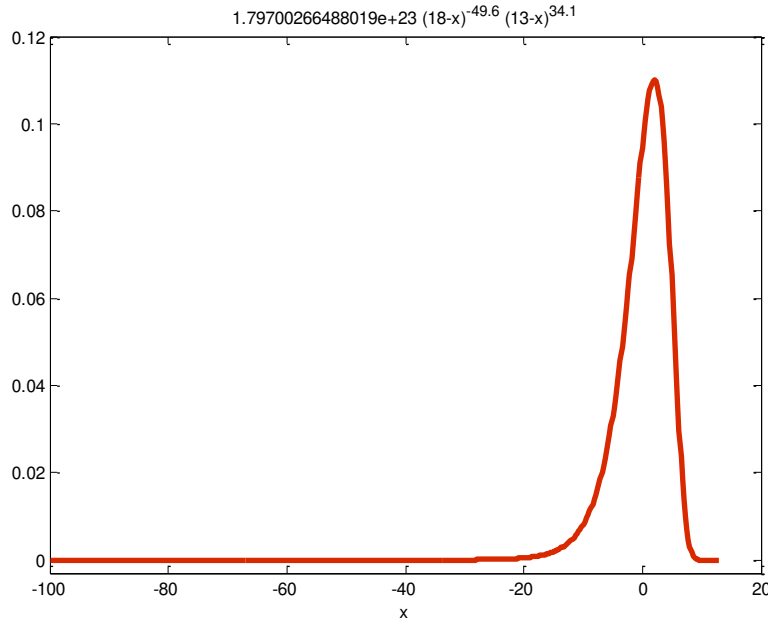
Matlab paket programında kullanılan komut ve sonuç aşağıdaki gibidir. Sonucun 1 çıkması Pearson Tip VI dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunun uygun olduğu anlamı taşımaktadır.

```
quadl('1.79700266488019e+23.*(18-x).^(-49.6).*(13-x).^(34.1)',-100,13)
```

```
ans =1
```

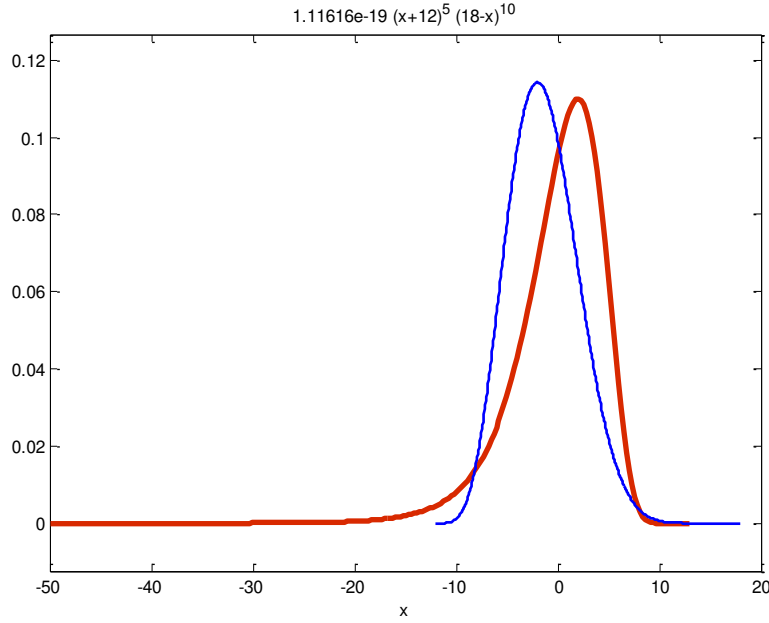
Gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda gösterilmiştir:

Şekil 32: Örnek 15 İçin Gerçekleşen Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu



Ayrıca gerçekleşen dağılım ile baz dağılımın ortak grafiksel gösterimi Şekil 33'de gösterilmiştir.

Şekil 33: Örnek 15 İçin Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımın Karşılaştırılması



Yeni indekste değerler yerine koyulduğunda C_{pca} değeri 0.813 bulunmuştur.

Tablo 32: Örnek 15'e Ait Gerçekleşen Dağılımının Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri

	USL	T	ASL	μ	$X_{0.99865}$	$X_{0.00135}$	r_2	μ_3	β_2
Baz dağılım	100	80	70	82	9.120	-9.495	18	37.895	3.884
Örnek15	95 (= U)	84 (= mod)	$-\infty$ (= L)	82	7.990	-21.400	13	-100.93	6.12

	$\frac{USL - mod}{U - mod}$	$\left[1 - \frac{ mod - T }{USL - ASL}\right]$	$\left[1 - \frac{ \mu_{3b} - \mu_{3g} }{(USL - ASL)^3}\right]$	$\frac{[\beta_{2g}]}{[\beta_{2i}]}$	$\frac{[mod - ASL]}{[mod - L]}$	C_{pca}
Baz dağılım	1.000	1.000	1	1.000	1.000	1.000
Örnek15	1.455	0.867	0.9949	1.576	0.598	0.813

Örnek 15’de L değeri sonsuza giderken U değeri sabit kalmıştır. Şekil 33’de de görüleceği gibi gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu baz dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonuna göre daha fazla basıktır. L değerleri limitin dışına çıktığı için indekse negatif yansımaktadır. Mod değer 80’den 84’e çıkmıştır ve bileşeninde olumsuz bir etkisi olmaktadır. Gerçekleşen dağılımın çarpıklık değeri

baz dağılımının çarpıklık değerinden uzaklaştığı için indeks değerini azaltmaktadır. Gerçekleşen dağılım baz dağılımına göre daha kötü bir süreç yeteneğine sahiptir.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

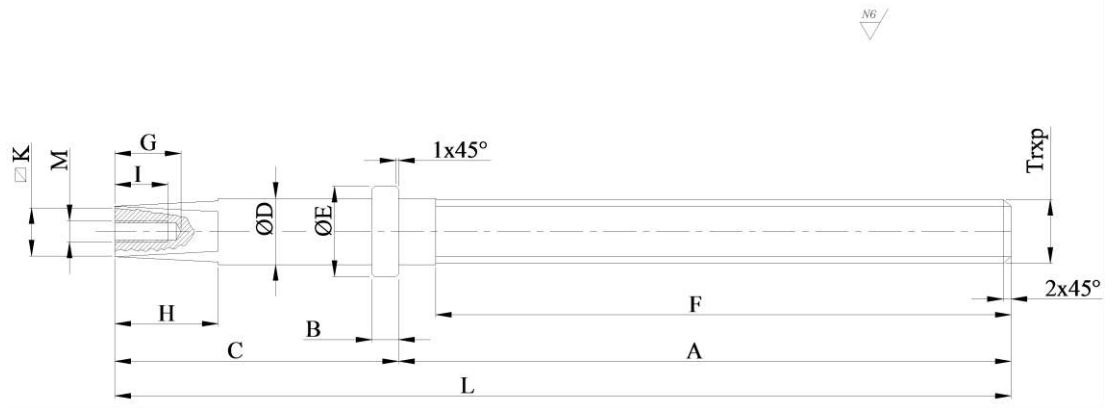
BİR VANA FABRİKASINDA İNDEKSİN UYGULANMASI

Bu bölümde vana üreten bir firmanın üretim sürecinden elde edilen örneklem verileri ile C_{pca} indeksinin elde edilmesi ve yorumlanması ele alınmaktadır.

4.1. ELASTOMER YATAKLI SÜRGÜLÜ VANA TANITIMI

Firmanın ürettiği pek çok vana cinsinden elastomer yataklı sürgülü vana uygulama için seçilmiştir. Öncelikle üretilen ürünün teknik şekli aşağıdaki gibidir:

Şekil 34: Elastomer Yataklı Sürgülü Vananın Teknik Şekli



L: Vana mil boyu

A: Vana milinin pasoyla beraber çekirdeğe olan mesafesi

F: Vana milinin paso(diş)uzunluğu

B: Vana mili çekirdek uzunluğu

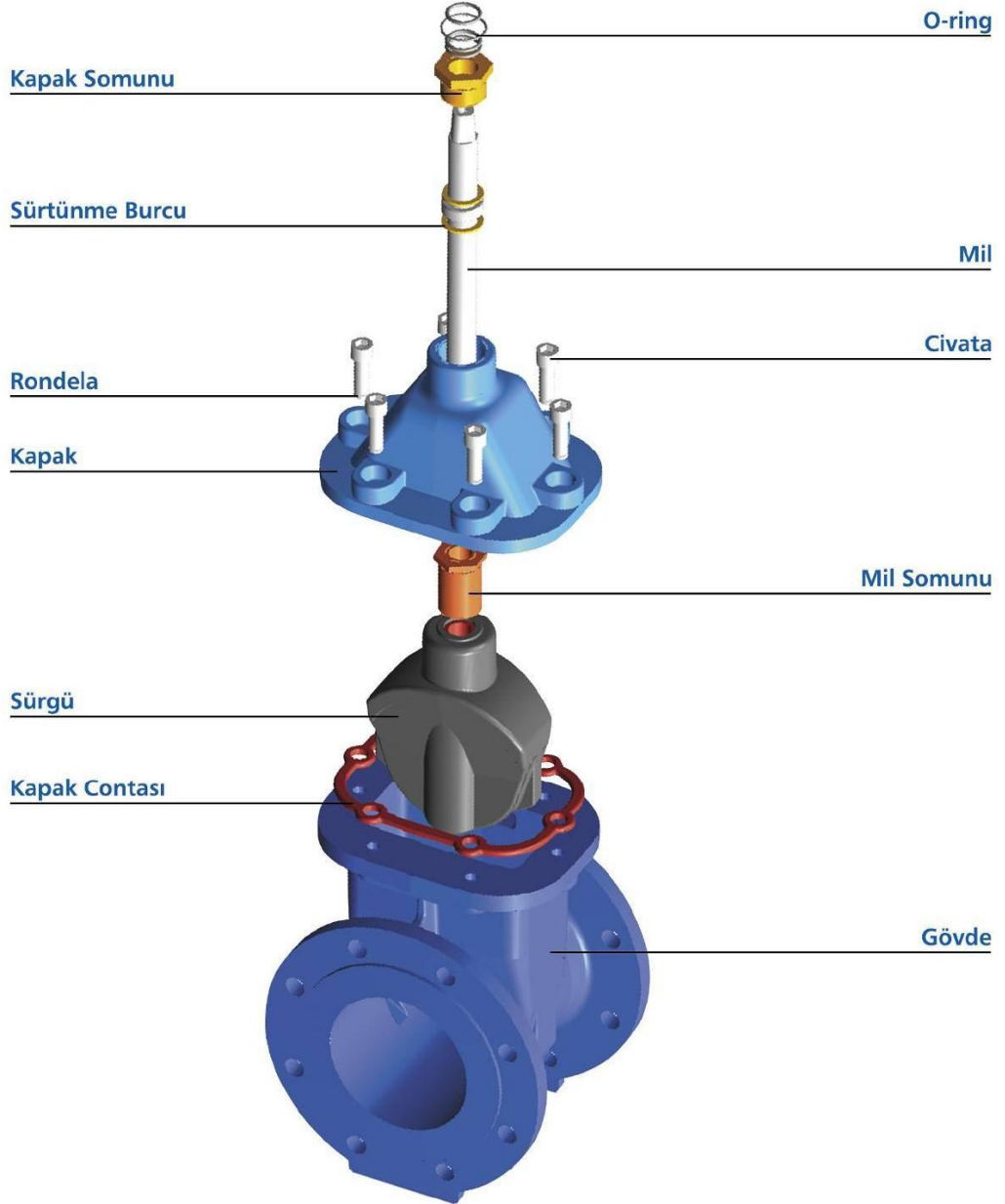
E: Vana mili çekirdek çapı

D: Vana mili sızdırmazlık çapı (o ring çalışan çap)

Ayrıca elastomer yataklı sürgülü vananın üç boyutlu şekli de aşağıda verilmiştir.

Şekil 35: Elastomer Yataklı Sürgülü Vananın Üç Boyutlu Şekli

ELASTOMER YATAKLI SÜRGÜLÜ VANA



Elastomer yataklı sürgülü vana tasarımı itibariyle dikey olmayan konumlarda da monte edilebilir ve düşük tork değerlerine sahip bir vanadır. Üretim merkezinde

yapılan vulkanizasyon uygulaması sayesinde %100 sızdırmazlık sağlaması amaçlanmaktadır. Bunun için süreç verilerinin tolerans limitleri içinde olup olmadığı çok önemlidir.

4.2. UYGULAMA

Uygulama için Şekil 34’de de gösterilen A göstergesi ele alınacaktır. Vana milinin pasoyla beraber çekirdeğe olan mesafesi değişkeni hem asimetrik toleransa hem de asimetrik dağılıma sahiptir. Aşağıda her bir değişken için kontrol limitleri gösterilmiştir.

Şekil 36: Elastomer Yataklı Sürgülü Vananın Kontrol Kriterleri

ANMA ÇAPI DN (mm)	KONTROL KRİTERLERİ												ÖLÇÜ ALETİ
	40	50	65	80	100	125	150	200	250	300-350	400		
L	179 181 177	179 181 177	194 198 192	232.5 235 231	271 273 269	304.0 308.0 302.0	338 340 336	405 407 403	452 454 450	502 505 500			Kumpas
A	100 102 98	100 102 98	115 117 113	141 143 139	173 176 171	204 206 202	231 233 229	290 292 288	337 339 335	387 389 385			Kumpas
B	7 7 6.8	7 7 6.8	7 7 6.8	10 10 9.8	10 10 9.8	10 10 9.8	10 10 9.8	10 10 9.8	10 10 9.8	10 10 9.8			Kumpas
C	79 80 78	79 80 78	79 80 78	91.5 92.5 90.5	98 99 97	100 101 99	107 108 106	115 116 114	115 116 114	115 116 114			Kumpas
ØD	19 19 18.8	19 19 18.8	19 19 18.8	23 23 22.8	24 24 23.8	24 24 23.8	24 24 23.8	27 27 26.8	32 32 31.8	32 32 31.8			Kumpas
ØE	27 27 26.8	27 27 26.8	27 27 26.8	34 34 33.8	34 34 33.8	34 34 33.8	34 34 33.8	34 34 33.8	44 44 43.8	44 44 43.8			Kumpas
F	90 92 88	90 92 88	105 107 103	129 131 127	160 162 158	190 192 188	217 219 215	275 277 273	320 322 318	370 372 368			Kumpas
G	20 22 18	20 22 18	20 22 18	20 22 18	25 27 23	25 27 23	25 27 23	25 27 23	25 27 23	25 27 23			Kumpas
H	25 26 24	25 26 24	20 21 19	27 28 26	30 31 29	30 31 29	30 31 29	39 40 38	39 40 38	39 40 38			Kumpas
I	15 15.5 14.5	15 15.5 14.5	15 15.5 14.5	15 15.5 14.5	20 20.5 19.5	20 20.5 19.5	20 20.5 19.5	20 20.5 19.5	20 20.5 19.5	20 20.5 19.5			Kumpas
K	14 14.3	14 14.3	14 14.3	14 14.3	17 17.3 16.7	17 17.3 16.7	19 19.3 18.7	19 19.3 18.7	24 24.3 23.7	24 24.3 23.7			Kumpas
M*	M8x1.25	M8x1.25	M8x1.25	M8x1.25	M8x1.25	M8x1.25	M8x1.25	M8x1.25	M8x1.25	M8x1.25			Mastar
Tr*	Tr18x4	Tr18x4	Tr18x4	Tr22x4	Tr24x5	Tr24x5	Tr24x5	Tr28x5	Tr32x6	Tr32x6			Mastar
L kes.													Kumpas
Volan	200	200	200	200	250	250	315	315	400	400			Montaj

Elastomer yataklı sürgülü vana için operasyon talimatı Ek 2’de ayrıntılı olarak yer almaktadır.

Kontrol kriterlerinden de görüleceği gibi A değişkeninin USL değeri 176, ASL değeri 171, hedef değeri 173 ve ortalaması 173.2’dir. Buna göre baz dağılımının değerleri ve olasılık yoğunluk fonksiyonuna aşağıdaki gibi elde edilir:

Tablo 33: Elastomer Yataklı Sürgülü Vanaya Ait Baz Dağılımının Parametre Değerleri

r_2	2.8	m_1	10	b_0	-0.2464
a	-0.2	m_2	15	μ_2	0.22
r_2	-2.2	$B(m_1+1, -m_1-m_2-1)$	1.18E-08	μ_3	0.075862
A	0.4	$(r_1-r_2)^{m_1+m_2+1}$	1.49E+18	μ_4	0.173451
B	0.6	K	5.7E-11	B_1	0.540482
b_2	0.04	b_1	-0.2	B_2	3.583699

Elde edilen parametreler çerçevesinde Pearson Tip I olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki formülden elde edilir.

$$f(x) = K(x + r_1)^{m_1}(r_2 - x)^{m_2} \quad - r_1 < x < r_2$$

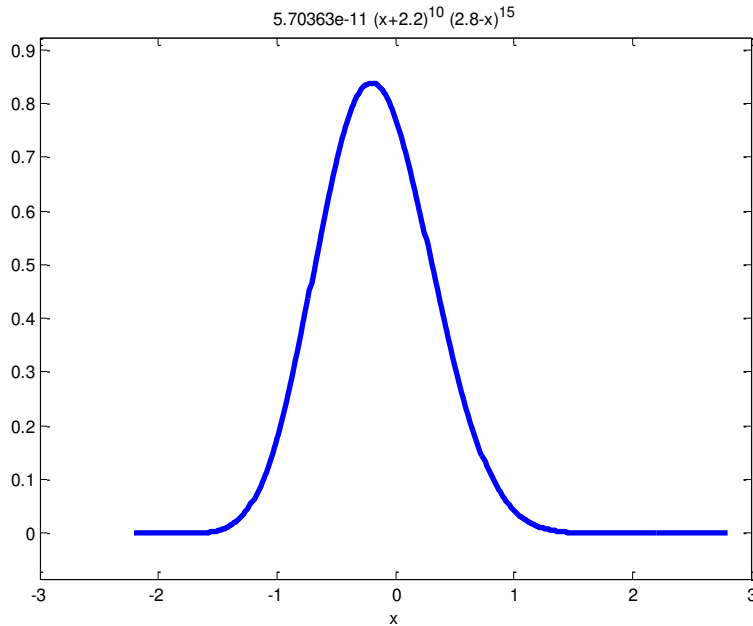
$$K = \frac{1}{(r_2 + r_1)^{m_1+m_2+1} B(m_2 + 1, m_1 + 1)}$$

Matlab paket programında kullanılan komut ve sonuç aşağıdaki gibidir. Sonucun 1 çıkması Pearson Tip I dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunun uygun olduğu anlamı taşımaktadır.

```
quadl('5.70363e-11.*(x+2.2).^10.*(2.8-x).^15',-2.2,2.8)
```

```
ans =1
```

Gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda gösterilmiştir:

Şekil 37: Elastomer Yataklı Sürgülü Vana Verileri İle Baz Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu

Baz dağılımın C_{pca} indeksinin elde edilişi aşağıdaki gibidir:

Tablo 34: Elastomer Yataklı Sürgülü Vanaya Ait Gerçekleşen Ve Baz Dağılımın İndeks Bileşenleri

Elastomer yataklı sürgülü vana	USL	T	ASL	μ	r_2	a	r_1	μ_3	β_2
Baz dağılım	176	173	171	173.2	2.8	-0.2	-2.2	0.0759	3.584

Elastomer yataklı sürgülü vana	$\frac{USL - mod}{U - mod}$	$1 - \frac{ mod - T }{USL - ASL}$	$1 - \frac{ \mu_{3b} - \mu_{3g} }{(USL - ASL)^3}$	$\frac{\beta_{2g}}{\beta_{2t}}$	$\frac{mod - ASL}{mod - L}$	C_{pca}
Baz dağılım	1.000	1.000	1	1.000	1.000	1.000

Üretim sürecinden A değeri için gözlemlenen 200 örneklem verisi aşağıdaki şekilde kaydedilmiştir:

Tablo 35: Elastomer Yataklı Sürgülü Vanaya Ait A Değeri İçin Gözlemlenen Veriler

175.29	173.33	173.80	172.66	173.39	172.59	173.21	173.49	172.86	173.07
174.08	173.22	174.14	173.39	175.45	172.63	172.91	173.91	172.54	172.72
172.13	174.22	172.53	172.42	171.73	174.33	173.53	173.39	176.71	171.99
173.31	174.61	172.14	173.13	173.15	172.37	172.32	171.70	172.04	175.84
176.03	173.39	173.03	172.70	173.38	172.05	173.57	171.75	173.39	172.51
172.46	172.47	175.90	173.68	173.52	173.39	171.97	173.18	172.83	172.34
172.38	175.13	173.13	172.79	173.64	172.46	172.70	173.48	172.72	174.86
174.32	173.00	171.91	173.15	174.10	174.42	171.86	173.62	173.67	171.97
174.20	174.44	171.96	172.88	172.93	172.77	172.03	174.36	173.71	172.74
172.59	172.76	172.38	172.10	173.66	173.09	172.67	174.81	172.83	172.86
173.39	173.87	172.59	172.30	174.14	173.34	173.39	174.19	173.92	172.17
173.39	173.39	172.40	173.39	172.87	173.46	173.50	173.44	173.55	171.88
172.51	172.55	173.03	172.91	173.39	172.53	173.92	172.03	173.36	172.76
172.62	175.57	173.34	172.44	172.85	172.65	172.16	173.22	172.39	174.16
172.27	173.85	172.18	172.38	173.85	173.42	172.81	172.15	176.27	171.84
172.35	173.43	172.17	174.78	172.84	175.57	174.53	173.39	173.61	173.39
174.88	171.99	172.49	172.59	173.64	173.59	173.41	173.16	172.64	174.54
172.39	173.38	172.19	172.11	172.19	172.93	174.60	172.46	172.49	174.13
173.15	173.04	173.73	175.18	172.91	173.39	172.41	171.76	171.92	174.50
175.29	173.39	172.30	173.28	173.94	174.20	174.43	172.51	172.45	172.60

Ölçülen yukarıdaki veriler ile gerçekleşen dağılımdan elde edilen parametreler aşağıda özetlenmiştir:

$$U = 176.7101$$

$$L = 171.7037$$

$$\text{Mod} = 173.3941$$

$$\mu = 173.2$$

$$\mu_3 = 0.86$$

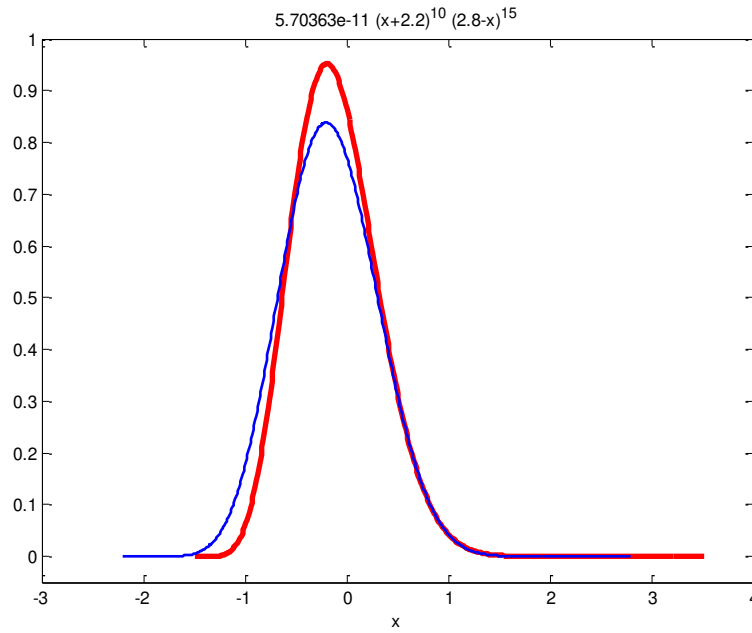
$$\beta_2 = 3.95$$

U = Gerçekleşen dağılımın üst sınır değeri

L = Gerçekleşen dağılımın alt sınır değeri

Gözlemlenen veriler (gerçekleşen dağılım) ile kontrol kriterlerine göre elde edilen dağılımın (baz dağılım) ortak grafiksel gösterimi Şekil 38’de gösterilmiştir.

Şekil 38: Elastomer Yataklı Sürgülü Vana Verileri İle Gerçekleşen Dağılım İle Baz Dağılımın Karşılaştırılması



Yeni indekste değerler yerine koyulduğunda C_{pca} değeri 0.793 bulunmuştur.

Tablo 36: Elastomer Yataklı Sürgülü Vanaya Ait Gerçekleşen Dağılımının Parametre Değerleri

	$\frac{USL - mod}{U - mod}$	$\left[1 - \frac{ mod - T }{USL - ASL}\right]$	$\left[1 - \frac{ \mu_{3b} - \mu_{3g} }{(USL - ASL)^3}\right]$	$\frac{\beta_{2g}}{\beta_{2i}}$	$\frac{mod - ASL}{mod - L}$	C_{pca}
Baz dağılım	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
Gerçekleşen dağılım	0.809	0.92	0.994	1.102	1.413	0.793

Uygulama incelendiğinde L değeri hedef değere yaklaşırken U değeri kontrol kriterinde belirtilen USL değerinden uzaklaşmıştır. Şekil 38’de de görüleceği gibi gerçekleşen dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu baz dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonuna göre daha fazla basıktır. Bu durum indeks bileşenine pozitif yönde yansımaktadır. Mod değeri hedef değerden büyüktür. Bu durum indeks değerini azaltacaktır. Gerçekleşen dağılımın çarpıklık değeri baz dağılımının çarpıklık değerinden uzaklaştığı için indeks değerini azaltmaktadır.

Tablo 35 incelendiğinde gerçekleşen dağılımın C_{pca} değeri 0,793 ve baz dağılımın C_{pca} değeri 1 olarak elde edilmektedir. Sonuç olarak üretim sürecinde üretilen elastomer yataklı sürgülü vananın A değişkeninden elde edilen veriler ile sürecin yeteneğinin baz dağılıma göre yeterli olmadığı söylenebilir.

Önerilen indeks C_{pca} için kullanıcılara aşağıda bir prosedür sunulmuştur:

1. İlk olarak ürünün kalite karakteristikleri için belirlenen USL, ASL, T ve μ değerleri ile baz dağılım olan Pearson Tip I dağılımının parametreleri (b_0 , b_1 , b_2) elde edilir. Eğer μ değeri bilinmiyorsa sola çarpık durumlar için $T > \mu > (ASL + USL)/2$ koşuluna göre, sağa çarpık durumlar için ise $T < \mu < (ASL + USL)/2$ koşuluna göre uygun bir ortalama değeri alınır. Bu parametreler ile baz dağılımın ilk dört momenti ve β_2 değeri hesaplanır.
2. Üretim sürecinden alınan örnek verileri ile gerçekleşen dağılımın üst sınır değeri, alt sınır değeri ve mod değeri belirlenir. Ardından ilk dört moment ve β_2 değeri hesaplanır.
3. C_{pca} indeksinde değerler yerine koyulur ve gerçekleşen dağılım ile baz dağılım arasında ilgili bileşenler ile bir karşılaştırma yapılır.

Aşağıdaki durumlar için önerilen indeks C_{pca} ile sürecin yeteneği hakkında yorum yapılabilir:

- $C_{pca} < 0$ ise gerçekleşen dağılımın modu spesifikasyon limitlerinin dışında yer almaktadır.
- $C_{pca} = 0$ ise gerçekleşen dağılımın modu ile spesifikasyon limitleri aynı değeri almaktadır. Yani gerçekleşen dağılımın modu üst ya da alt spesifikasyon limitlerinin üzerinde oluşmuştur.
- $0 < C_{pca} < 1$ ise gerçekleşen dağılımın sınır değerleri tolerans limitlerinin dışında yer almaktadır.
- $C_{pca} = 1$ ise gerçekleşen dağılım ile baz dağılım birbirine eşittir.
- $C_{pca} > 1$ ise gerçekleşen dağılımın sınır değerleri baz dağılımın tolerans limitlerinin içinde yer almakta ve veriler daha fazla hedef değer etrafında toplanmaktadır.

SONUÇ

Bu çalışmanın amacı, literatürde şimdiye kadar çalışılmayan, asimetrik tolerans ve asimetrik dağılıma sahip süreçlerin yeteneğini ölçmek için kullanılabilecek yeni bir indeks sunmaktır. Önerilen indeks C_{pca} ile gerçekleşen sürecin dağılımı ile karakteristiğın tolerans limitlerinden elde edilen baz dağılımın karşılaştırılması temel alınarak sürecin yeteneğı hakkında yorum yapılabilir. İndeksin değeri, dağılımın hedef değerdan uzaklığı, basıklık ve çarpıklık değerdaki değışimi ile alt ve üst spesifikasyon limitlerine olan yakınlığı dikkate alınarak elde edilmektedir.

Baz dağılımın üst spesifikasyon limiti ile hedef değerdaki uzaklık, gerçekleşen dağılımın üst sınırı ile modu arasındaki uzaklığa oranlandığında, oran büyüdükçe yani yayılım azaldıkça süreç yetenek indeks değeri artacaktır. Diğer bir deyişle gerçekleşen dağılım verileri hedef değere yaklaştıkça indekse olumlu bir katkıda bulunacaktır. Ayrıca gerçekleşen dağılımın modunun, baz dağılımın hedef değerdine yakın olması indeks değerdini arttırdığı sonucuna varılmaktadır. Çarpıklık değerdaki değışim indeks değerdinde azalmaya neden olacağından, süreç yetenek indeks değerdini küçültmeye yönelik bir bileşendir. Çarpıklık değerdinin büyümesi, hiçbir zaman istenmeyeceğı için, çarpıklık değerdindeki oluşan fark mutlak değerce incelenmelidir. Gerçekleşen dağılımın basıklık değeri, baz dağılımının basıklık değerdine göre oranlanmaktadır. Basıklık değerdinin artması süreç yetenek indeks değerdinin de artmasına neden olacaktır.

İndeks, asimetrik toleransa sahip süreçlerde arzu edilen normal olmayan dağılımlar için sürecin yeteneğı hakkında bilgi verse de dezavantajı da vardır. C_{pca} indeksinin dağılış özelliklerinin diğer bir deyişle indeks tahminleyicisinin elde edilmesi için daha fazla çalışma yapılması gerekmektedir.

Bundan sonraki çalışmalar için hedef değerdin spesifikasyon limitlerine eşit olduğu durumlar (örneğin $USL = 70$, $ASL = 50$ ve $T = 70$ gibi.) için indeks geliştirilebilir. Bu gibi bir durumda istenen baz dağılım J-şeklinde olacaktır ve Pearson dağılım ailesi indeksin performansını ölçmek için kullanılabilir.

KAYNAKÇA

Ahmed S. E. and W. Abdul- Kader (2004). *Inference Procedures for Process Capability Indices in Non-Normal Distribution From Various Sources*. Technical Report, Dept of Math and Stat., University of Windsor, Ont. Canada.

Bai, D. S. and Choi, S. S. (1997). *Process capability indices for skewed populations*. MS Thesis, Dept. Industrial Engineering, Advanced Institute of Science and Technology, Taejon, South Korea.

Banks, D. (1993). Is industrial statistics out of control? Rejoinder. *Statistical Science*, 8(4):402-409.

Barnett, N. S.(1996). Process control and product quality: the Cp and Cpk revisited. *International Journal of Quality and Reliability Management*, 7(5): 34-43.

Bittanti, S., Lovera, M. and Moiraghi, L. (1998). Application of non-normal process capability indices to semiconductor quality control. *Semiconductor Manufacturing, IEEE Transactions on Reliability*, 11(2):296 -303.

Boyles, R. A. (1991). The Taguchi capability index. *Journal of Quality Technology*, 23(1):17-26.

Boyles,R. A. (1994). Process capability with asymmetric tolerances.*Communications in Statistics: Simulation and Computation*, 23(3):615-643.

Chan, L. K., Cheng, S. W. and Spiring, F. A. (1988). A new measure of process capability: Cpm. *Journal of Quality Technology*, 20(3):162-175.

Chang, P. L. and Lu, K. H. (1994). PCI calculations for any shape of distribution with percentile. *Quality World, technical section* (September), 110-114.

Chang, Y. S., Choi, I. S. and Bai, D. S. (2002). Process capability indices for skewed populations. *Quality and Reliability Engineering International*, 18(5):383-393.

Chen, H. F. and Kotz, S. (1996). An asymptotic distribution of Wright's process capability index sensitive to skewness. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 55:147-158.

Chen, K. S. ve Pearn, W. L. (2001), Capability indices for processes with asymmetric tolerances, *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, 24:559-568.

Chen, S. M. and Pearn, W. L. (1997). The asymptotic distribution of the estimated process capability index C_{pk} . *Communications in Statistics: Theory and Methods*, 26(10):2489-2497.

Chen, K. S. (1998). Incapability index with asymmetric tolerance, *Statistica Sinica*, 8:253-262.

Chen, K. S., Pearn, W. L. and Lin, P. C. (1999). A new generalization of the capability index $C_{m,m}$ for asymmetric tolerances. *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, 6(4):383-398.

Choi, K. C , Nam, K. H. and Park, D. H. (1996). Estimation of capability index based on bootstrap method. *Microelectronics Reliability*, 36(9):1141-1153.

Chou, Y. M. and Owen, D.B. (1989). On the distributions of the estimated process capability indices. *Communications in Statistics: Theory and Methods*, 4549-4560.

Clements, J. A. (1989). Process capability calculations for non-normal distributions. *Quality Progress*, September, 95-100.

Coleman, D. E.(1991). *Relationships between loss and capability indices*. Applied Math. Comp. Techn., ALCOA Technical Center, PA.

Dündar, S. (2012). Pearson dağılışı ailesi. *Ege Üniversitesi Basımevi*, Bornova, İzmir.

English, J. R. and Taylor, G. D. (1993). Process capability analysis – a robustness study. *International Journal of Production Research*, 31(7):1621-1635.

Franklin, L. A. and Wasserman, G. S. (1991). Bootstrap confidence interval estimates of Cpk: an introduction. *Communications in Statistics: Simulation and Computation*, 20(1):231-242.

Franklin, L. A. and Wasserman, G. S. (1992). A note on the conservative nature of the tables of lower confidence limits for Cpk with a suggested correction. *Communications in Statistics: Simulation and Computation*, 21(4):1165-1169.

Franklin, L. A. and Wasserman, G. S. (1992). Bootstrap lower confidence limits for capability indices. *Journal of Quality Technology*, 24(4):196-210.

Franklin, L. A. and Wasserman, G. S. (1992). Bootstrap lower confidence limits estimates for $C_{j_{kp}}$ (the new flexible process capability indices), *Pakistan Journal of Statistics*, 10(1):33-45.

Gensidy, A. (1985). Cp and Cpk. *Quality Progress*, 18(4):7-8.

Gilchrist, W. (1993). Modeling capability. *Journal of the Operational Research Society*, 44(9):909-923.

Gruska, G. F., Mirkhani K. and Lamberson L. R. (1989). *Non-normal Data Analysis*, Multifac Publishing Co, Michigan.

Gunter, B. H. (1989). The use and abuse of Cpk, Parts 1-4, *Quality Progress*, 22(1):72-73; (3):108-109; (5):79-80; (7):86-87.

Johnson, N. L, Kotz, S. and Pearn, W. L. (1994). Flexible process capability indices. *Pakistan Journal of Statistics*, 10(1)A:23-31.

Kane, V. E. (1986). Process capability indices. *Journal of Quality Technology*, 18(1):41-52.

Kotz, S. and Johnson, N. L. (2002). Process capability indices - a review, 1992-2000. *Journal of Quality Technology*, 34(1):2-53.

Kotz, S. and Lovelace C. R. (1998). *Process Capability Indices in Theory and Practice*, Arnold, London, U.K.

Kotz, S., Johnson N.L.(1993). *Process Capability Indices*. London:Chapman&Hall.

Pearn, W. L. and Chang, C. S. (1997). The performance of process capability index C_s on skewed distributions. *Communications in Statistics: Simulation and Computation*, 26(4):1361-1377.

Pearn, W. L. and Chen, K. S. (1995). Estimating process capability indices for non-normal Pearsonian populations, *Quality and Reliability Engineering International*, 11(5):386-388.

Pearn, W. L. and Chen, K. S. (1997). Capability indices for non-normal distributions with an application in electrolytic capacitor manufacturing. *Microelectronics and Reliability*, 37(12):1853-1858.

Pearn, W. L. and Chen, K. S. (1997). Multi-process performance analysis: a case study. *Quality Engineering*, 10(1):1-8.

Pearn, W. L., Kotz, S. and Johnson, N. L. (1992). Distributional and inferential properties of process capability indices. *Journal of Quality Technology*, 24(4):216-231.

Pearn, W. L., Lin, P. C. ve Chen, K. S. (2001), Estimating process capability index for asymmetric tolerances: distributional properties, *Metrika*, 54:261 – 279.

Pearn, W.L., Kotz, S. (2006). *Encyclopedia and Handbook of Process Capability Indices A Comprehensive Exposition Of Quality Control Measures*, Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

Polansky, A. M. (1998). A smooth nonparametric approach to process capability. *Quality and Reliability Engineering International*, 14:43-48.

Porter, L. J. and Oakland, J. S. (1991). Process capability indices - an overview of theory and practice. *Quality and Reliability Engineering International*, 7:437-448.

Pyzdek, T. (1992). Process capability analysis using personal computers. *Quality Engineering*, 4(3):419-440.

Pyzdek, T. (1995). “Why normal distribution aren’t – all that normal” . *Quality Engineering*, 7:769-777.

Rodriguer, R. N. (1992). Recent developments in process capability analysis. *Journal of Quality Technology*, 24:176-187.

Sarkar, A. and Pal, S. (1997). Estimation of process capability index for concentricity. *Quality Engineering*, 9(4):665-671.

Schneider, H., Pruett, J. and Lagrange, C. (1995). Uses of process capability indices in the supplier certification process. *Quality Engineering*, 8(2):225-235.

Shore, H. (1998). A new approach to analyzing non-normal quality data with application to process capability analysis. *International Journal of Production Research*, 36(7):1917-1933.

Somerville, S. E. and Montgomery, D. C. (1996-97). Process capability indices and non-normal distributions. *Quality Engineering*, 9(2):305-316.

Sullivan, L.P.(1984). Reducing Variability: A New Approach to Quality. *Quality Progress*, 17(7):15-21.

Tang, L. C, Than, S. E. and Ang, B. W. (1997). A graphical approach to obtaining confidence limits of Cpk. *Quality and Reliability Engineering International*, 13:337-346.

Vannman, K. (1995). A unified approach to capability indices. *Statistica Sinica*, 5:805-820.

Vannman, K. (1997). A general class of capability indices in the case of asymmetric tolences. *Communication in Statistics: Theory and Methods*, 26(8):2049-2072.

Wright, P. A. (1995). A process capability index sensitive to skewness, *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 52:195-203.

Wu, H-H., Swain, J. J., Farrington, P.A. and Messimer, S. L. (1999). A weighted variance capability index for general non-normal processes. *Quality and Reliability Engineering International*, 15, 397- 402.

Zwick, D. (1995). A hybrid method for fitting distributions to data and its use in computing process capability indices. *Quality Engineering*, 7(3):601-613.

EKLER

EK 1. Örnek Verileri İçin C_{pca} İndeksini Oluşturan Formüllerin Sayısal Sonuçları

	U	mod	L	μ	r_2	a	r_1	$X_{0.99865}$	$X_{0.00135}$	μ_3	β_2	$\frac{[USL - mod]}{U - mod}$	$\left[1 - \frac{ mod - T }{USL - ASL}\right]$	$\left[1 - \frac{ \mu_{3b} - \mu_{3g} }{(USL - ASL)^3}\right]$	$\frac{[\beta_{2g}]}{[\beta_{2i}]}$	$\frac{[mod - ASL]}{mod - L}$	C_{pca}
Baz dağılım	100 =(USL)	80= (T)	70 =(ASL)	82	18	-2	-12	9.120	-9.495	37.895	3.884	1.000	1.000	1	1.000	1.000	1.000
Örnek 1	95	80	70	82	13	-2	-12	7.500	-9.450	30.499	3.948	1.333	1.000	0.9997	1.016	1.000	1.016
Örnek 2	97	80	72	82	15	-2	-10	8.045	-8.340	29.326	3.999	1.176	1.000	0.9997	1.030	1.250	1.211
Örnek 3	100	80	75	82	18	-2	-7	8.520	-6.345	24.633	4.255	1.000	1.000	0.9995	1.095	2.000	1.095
Örnek 4	105	80	70	82	23	-2	-12	10.355	-9.525	43.834	3.862	0.800	1.000	0.9998	0.994	1.000	0.795
Örnek 5	100	80	68	82	18	-2	-14	9.260	-10.520	42.442	3.817	1.000	1.000	0.9998	0.983	0.833	0.819
Örnek 6	102	80	67	82	20	-2	-15	9.900	-11.020	47.646	3.772	0.909	1.000	0.9996	0.971	0.769	0.747
Örnek 7	∞	80	70	82	-17	-2	-12	21.000	-7.650	36.547	3.892	0.870	1.000	0.999	1.002	1.000	0.871
Örnek 8	100	84	60	82	18	2	-22	12.295	-10.725	-57.391	3.689	1.000	0.867	0.9965	0.950	0.583	0.478
Örnek 9	100	84	63	82	18	2	-19	12.235	-9.870	-52.316	3.721	1.000	0.867	0.9967	0.958	0.667	0.552
Örnek 10	90	84	60	82	8	2	-22	7.035	-9.645	-30.877	4.153	2.667	0.867	0.9975	1.069	0.583	0.539
Örnek 11	90	84	50	82	8	2	-32	7.045	-11.255	-37.101	4.198	2.667	0.867	0.9972	1.081	0.412	0.385
Örnek 12	90	84	63	82	8	2	-19	7.041	-8.985	-28.426	4.142	2.667	0.867	0.9975	1.066	0.667	0.615
Örnek 13	102	84	60	82	20	2	-22	13.055	-10.845	-61.600	3.657	0.889	0.867	0.9963	0.942	0.583	0.474
Örnek 14	100	84	57	82	18	2	-25	12.355	-11.475	-61.945	3.667	1.000	0.867	0.9963	0.944	0.519	0.423
Örnek 15	95	84	$-\infty$	82	13	2	18	7.990	-21.400	-100.93	6.12	1.455	0.867	0.9949	1.576	0.598	0.813

EK 2. Elastomer Yataklı Sürgülü Vana Üretimi Operasyon Talimatı

OPERASYON TALİMATI				TALİMAT NO	İT-1507																		
				REVİZYON NO	10																		
				YAYIN TARİHİ	01.12.2003																		
				REVİZYON TARİHİ	31.10.2011																		
PARÇA ADI	ELASTOMER SÜRGÜLÜ VANA (F4-F5-BS5163)			OPERASYON NO	2																		
OPERASYON	MİL İŞLEME ve DİŞ ÇEKME			MALZEME	Ms58 / X20Cr13																		
L BOYU STANDARTI	DIN3202/F4-F5-BS	FLANŞ STANDARTI	EN 1092/2-BS 4504	ANMA BASINCI	PN16																		
TS 61/23																							
DİŞ ANMA ÖLÇÜSÜ		DİŞ ÜSTÜ ÇAPI	DİŞ DİBİ ÇAPI	MİL TOLERANSI																			
Tr18x4		18	13,5	0 - 0.2																			
Tr20x4		20	15,5	0 - 0.2																			
Tr22x4		22	16,5	0 - 0.2																			
Tr24x5		24	18,5	0 - 0.2																			
Tr28x5		28	22,5	0 - 0.2																			
Tr32x6		32	25,5	0 - 0.2																			
NOT: Ø350 Ø300 ÇAPTAN UYARLANDI.																							
ANMA ÇAPI DN (mm)	KONTROL KRİTERLERİ										ÖLÇÜ ALETİ												
	40	50	65	80	100	125	150	200	250	300-350		400											
L	179	181	179	181	194	198	232.5	235	271	273	304.0	306.0	338	340	405	407	452	454	502	505			Kumpas
A	100	102	100	102	115	117	141	143	173	176	204	206	231	233	290	292	337	339	387	389			Kumpas
B	7	7	7	7	7	7	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10			Kumpas
C	79	80	79	80	79	80	91.5	92.5	98	99	100	101	107	108	115	116	115	116	115	116			Kumpas
ØD	19	19	19	19	19	19	23	23	24	24	24	24	24	24	27	27	32	32	32	32			Kumpas
ØE	27	27.2	27	27.2	27	27.2	34	34.2	34	34.2	34	34.2	34	34.2	34	34.2	44	44.2	44	44.2			Kumpas
F	90	92	90	92	105	107	129	131	160	162	190	192	217	219	275	277	320	322	370	372			Kumpas
G	20	22	20	22	20	21	20	22	25	27	25	27	25	27	25	27	25	27	25	27			Kumpas
H	25	26	25	26	20	21	27	28	30	31	30	31	30	31	39	40	39	40	39	40			Kumpas
I	15	15.5	15	15.5	15	15.5	20	20.5	20	20.5	20	20.5	20	20.5	20	20.5	20	20.5	20	20.5			Kumpas
K	14	14.3	14	14.3	14	14.3	14	14.3	17	17.3	17	17.3	19	19.3	19	19.3	24	24.3	24	24.3			Kumpas
M*	M8x1.25	M8x1.25	M8x1.25	M8x1.25	M8x1.25	M8x1.25	M8x1.25	M8x1.25	M8x1.25	M8x1.25	M8x1.25	M8x1.25	M8x1.25	M8x1.25	M8x1.25	M8x1.25	M8x1.25	M8x1.25	M8x1.25	M8x1.25			Master
Tr*	Tr18x4	Tr18x4	Tr18x4	Tr22x4	Tr24x5	Tr24x5	Tr24x5	Tr24x5	Tr24x5	Tr24x5	Tr24x5	Tr24x5	Tr24x5	Tr24x5	Tr28x5	Tr32x6	Tr32x6	Tr32x6	Tr32x6	Tr32x6			Master
L kes.																							Kumpas
Volan	200	200	200	200	250	250	315	315	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400			Montaj
DİKKAT EDİLECEK HUSUSLAR																							
Parçaların tezgaha bağlandığı yüzey temiz olacak. Operatörler işlediği her ölçüyü kontrol ederek 10 parçada bir parçanın ölçülerini ÜRÜN ETİKETİ ve ÖLÇÜ KAYIT FORMU'na kayıt ederek, Kayıt sütununun altına kaşesini basacaktır. Kalite Kontrol elemanı günde en az 2 defa kontrol yaparak, düzeltici faaliyetleri ve/veya ölçüm sonuçlarını ÜRÜN ETİKETİ ve ÖLÇÜ KAYIT FORMU'na kaydedecek, kaşesini kontrol sütununun altına basacaktır.																							
İLK PARÇA ONAYI																		HAZIRLAYAN					
Her yeni işe başlarken, kalıp sökölüp takıldığında, işlenecek parça farklı tezgaha bağlandığında, tezgah bakım ve onarımından sonra, CNC tezgahlar için, tezgah kapatılıp açıldıktan sonra veya elektrik kesintilerinden sonra ilk parça onayı alınacaktır. İlk parça onayında kontrol kriterleri kullanılacaktır. Tüm ölçüler kontrol edilecek, tolerans değerleri içinde olduğu Kalite Kontrol Elemanı tarafından ölçülerek doğrulanacaktır. Kalite Kontrol Elemanı, kayıt ettiği sütunun altına onay kaşesini basarak, ilk parça onayını verecektir.																		ONAY					