

**TABANINDA GÖZENEKLİ TABAKA BULUNAN KANALLARDAKİ
AKIŞKAN AKIŞI VE KONSANTRASYON DAĞILIMININ SAYISAL
OLARAK İNCELENMESİ**

Levent DEMİRHAN

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

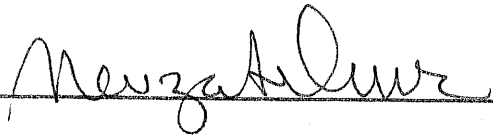
OCAK 2007

ANKARA

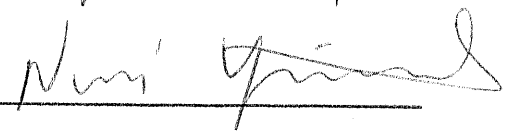
Levent DEMİRHAN tarafından hazırlanan TABANINDA GÖZENEKLI
TABAKA BULUNAN KANALLARDAKİ AKIŞKAN AKIŞI VE
KONSANTRASYON DAĞILIMININ SAYISAL OLARAK İNCELENMESİ adlı
bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.


Prof. Dr. Haşmet TÜRKOĞLU
Tez Yöneticisi

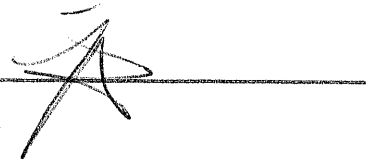
Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği ile Makina Mühendisliği Anabilim
Dalında Yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Nevzat ONUR 

Üye : Prof. Dr. Haşmet TÜRKOĞLU 

Üye : Prof. Dr. Nuri YÜCEL 

Üye : Doç. Dr. Cemil YAMALI 

Üye : Yrd. Doç. Dr. İbrahim ATILGAN 

Tarih : 26.../01.../2007

Bu tez, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına
uygundur.



TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.



Levent DEMİRHAN

**TABANINDA GÖZENEKLİ TABAKA BULUNAN KANALLARDAKİ
AKIŞKAN AKIŞI VE KONSANTRASYON DAĞILIMININ SAYISAL
OLARAK İNCELENMESİ
(Yüksek Lisans Tezi)**

Levent DEMİRHAN

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
Ocak 2007**

ÖZET

Bu çalışmada tabanında gözenekli tabaka bulunan iki paralel levhadan oluşan kanaldaki akışkan akışı ve konsantrasyon dağılımı sayısal olarak incelenmiştir. Yapı itibariyle PEM (Polimer Elektrolit Membranlı) yakıt pilinin katot kısmındaki akışa benzer olduğundan hem yakıt pili sistemi hem de gözenekli yapı hakkında bilgi verilmiştir. Süreklilik, momentum ve konsantrasyon denklemleri kontrol hacim metoduyla ayrıştırılarak ve SIMPLE algoritması kullanılarak geliştirilen bir bilgisayar programı ile çözülmüştür. Geliştirilen programı test etmek için, düz kanal ve alt duvarı gözenekli kanaldaki akışlar simule edilerek sonuçları, literatür sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Gözeneklilik, Reynolds sayısı ve gözenekli tabaka kalınlığının değişik değerleri için simülasyonlar yapılarak bu parametrelerin akışa ve konsantrasyon dağılımına etkileri incelenmiştir. Gözenekli tabakanın gözenekliliği arttırıldığında akışkanın gözenekli tabaka içindeki hızı artmış ve oksijen konsantrasyonu azalmıştır. Reynolds sayısının azalması, gözenekli tabakadaki boyutsuz hızın artmasına ve konsantrasyonun azalmasına neden olmuştur.

Gözenekli tabakanın kalınlığı arttıkça bu tabakadaki boyutsuz hız gradyanı ve gözenekli tabaka alt yüzeyindeki konsantrasyon azalmıştır. Ayrıca gözeneklilik değerin artmasıyla, sürtünme katsayısının azaldığı belirlenmiştir.

Bilim Kodu : 914.1.002
Anahtar Kelimeler : Gözenekli ortam, konsantrasyon dağılımı, sayısal akışkanlar dinamiği
Sayfa Adedi : 99
Tez Yöneticisi : Prof. Dr. Haşmet TÜRKOĞLU

**NUMERICAL ANALYSIS OF FLUID FLOW AND CONCENTRATION
DISTRIBUTION OF CHANNELS WITH POROUS LAYER ON THE BASE**

(M.Sc.Thesis)

Levent DEMİRHAN

**GAZI UNIVERSITY
INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY**

January 2007

ABSTRACT

In this study, fluid flow and concentration distribution in a parallel-plate channel with a porous layer on the base was numerically analyzed. As it is structurally similar to the flow in the cathode section of the PEM (Polymer Electrolyte Membrane) fuel cell, information has been given both on fuel cell system and the porous materials. Continuity, momentum and concentration equations were discretized by the control volume method and solved using a computer program developed using SIMPLE algorithm. Flows in parallel-plate channel and in a channel whose bottom wall is porous were solved by the software developed in this study. Comparing the results of numerical simulations and the result of analytical solution and results from literature, the mathematical model and program developed were tested. Simulations were made for different values of porosity, Reynolds number and thickness of porous layer. Using the results of these simulations, the effects of these parameters on flow and concentration were analyzed. It was observed that when the porosity of porous layer is increased, the velocity and concentration consumption in this layer also increases. Reducing Reynolds number resulted in increase of dimensionless velocity in this layer and decrease of concentration. As the thickness of

the porous layer increases, the dimensionless velocity gradient and concentration decreased. Furthermore, when the porosity of porous layer is increased, the fraction coefficient decreases.

Science Code	: 914.1.002
Key Words	: Porous medium, concentration distribution, computational fluid dynamics
Page Number	: 99
Adviser	: Prof. Dr. Haşmet TÜRKOĞLU

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren Hocam Prof. Dr. Haşmet TÜRKOĞLU'na, tecrübelerinden yararlandığım Makine Yüksek Mühendisi R. Tolga GÜVEN'e, manevi destekleriyle beni hiçbir zaman yalnız bırakmayan aileme ve arkadaşlarıma teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET.....	iv
ABSTRACT.....	vi
TEŞEKKÜR.....	viii
İÇİNDEKİLER.....	ix
ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....	xii
ŞEKİLLERİN LİSTESİ.....	xiii
RESİMLERİN LİSTESİ.....	xvi
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xvii
1. GİRİŞ.....	1
2. MATEMATİKSEL FORMÜLASYON.....	12
2.1. Temel Denklemler.....	12
2.1.1. Süreklilik denklemi.....	13
2.1.2. Momentum denklemleri.....	13
2.1.3. Konsantrasyon denklemleri.....	14
2.2. Sınır Şartları.....	15
2.3. Denklemlerin Boyutsuz Biçime Dönüştürülmesi.....	17
2.3.1. Boyutsuz süreklilik denklemi.....	19
2.3.2. Boyutsuz momentum denklemleri.....	19
2.3.3. Boyutsuz konsantrasyon denklemleri.....	19
2.4. Boyutsuz Sınır Şartları.....	20
3. SAYISAL ÇÖZÜM METODU.....	22
3.1. Kafes Sistemi.....	22

Sayfa

3.2. Temel Denklemlerin Cebirsel Denklemlere Dönüştürülmesi.....	23
3.2.1. Momentum denkleminin X-yönü için cebirsel hale dönüştürülmesi.....	27
3.2.2. Momentum denkleminin Y-yönü için cebirsel hale dönüştürülmesi.....	33
3.2.3. Enerji denkleminin cebirsel hale dönüştürülmesi.....	40
3.3. SIMPLE Algoritması.....	44
3.4. Basınç ve Hız Düzeltme Denklemleri.....	45
3.5. Cebirsel Denklemlerin Çözümü ve SIMPLE Algoritmasında İşlem Sırası.....	47
4. SAYISAL MODELLEME VE PROGRAMIN TEST EDİLMESİ.....	50
4.1. Düz Kanalda Tam Gelişmiş Akış.....	50
4.1.1. Genel denklemler.....	50
4.1.2. Sınır şartları.....	51
4.1.3. Denklemlerin boyutsuz biçime dönüştürülmesi.....	52
4.1.4. Boyutsuz sınır şartları.....	54
4.1.5. Düz kanaldaki akış simülasyonunun analitik çözümle karşılaştırılması.....	55
4.2. Alt Duvarı Gözenekli Kanalda Akış.....	57
4.2.1. Genel denklemler.....	57
4.2.2. Sınır şartları.....	58
4.2.3. Denklemlerin boyutsuz biçime dönüştürülmesi.....	60
4.2.4. Boyutsuz sınır şartları.....	62
4.2.5. Alt duvarı gözenekli kanaldaki akış simülasyonlarının literatürdeki sonuçlarla karşılaştırılması.....	64

Sayfa

5. BULGULAR VE TARTIŞMALAR.....	67
5.1. Gözenekliliğin Akış ve Konsantrasyon Dağılımına Etkisi.....	69
5.2. Reynolds Sayısının Akış ve Konsantrasyona Etkisi.....	78
5.3. Gözenekli Tabaka Kalınlığının Akış ve Konsantrasyona Etkisi.....	84
5.4. Sürtünme Katsayısının Analizi.....	92
6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	95
KAYNAKLAR.....	97
ÖZGEÇMİŞ.....	99

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 1.1. Saf maddelerin porozite değerleri.....	6
Çizelge 1.2. Bazı maddelerin geçirgenlikleri.....	7
Çizelge 3.1. Metod türleri ve $A([P])$ fonksiyonunun aldığı değerler.....	27
Çizelge 5.1. Yapılan çalışmada kullanılan parametrelerin değerleri ve akışkanın özellikleri.....	67
Çizelge 5.2. Gözeneklilik ve boyutsuz geçirgenlik (Da) değerleri.....	68

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 1.1. PEM yakıt pilinin yapısı.....	3
Şekil 1.2. PEM yakıt pilinin anot ve katot tarafında bulunan akış kanalı ve difüzyon bölgesi.....	3
Şekil 2.1. Problemin geometrisi ve koordinat sistemi.....	12
Şekil 2.2. Boyutsuz problemin geometrisi.....	20
Şekil 3.1. Grid sistemi.....	23
Şekil 3.2. Denklemlerin çözümünde kullanılan iki boyutlu kontrol hacim sistemi.....	25
Şekil 3.3. X yönü momentum denkleminin çözümü için grid düzeni.....	28
Şekil 3.4. Y yönü momentum denkleminin çözümü için grid düzeni.....	35
Şekil 3.5. Konsantrasyon denkleminin çözümü için grid düzeni.....	41
Şekil 3.6 Bilgisayar programının akış şeması.....	49
Şekil 4.1. Düz kanal geometrisi ve koordinat sistemi.....	50
Şekil 4.2. Düz kanal geometrisi ve boyutsuz koordinat sistemi.....	54
Şekil 4.3. Düz kanalın içindeki akışın hız vektörü dağılımı.....	55
Şekil 4.4. Düz kanal için akışın gelişmiş bölgesindeki düşey düzlemde sayısal ve analitik olarak elde edilen hız profillerinin karşılaştırılması.....	56
Şekil 4.5. Alt duvarı gözenekli kanalın geometrisi ve koordinat sistemi.....	57
Şekil 4.6. Alt duvarı gözenekli kanalın geometrisi ve boyutsuz koordinat sistemi.....	63
Şekil 4.7. Alt duvarı gözenekli kanaldaki hız vektörü dağılımı.....	64
Şekil 4.8. Kanalın düşey orta düzleminde farklı kayma katsayıları ile elde edilen hız profilleri ($Re_{duvar}=0,02$, $Re=500$, $Sc=5000$)	65

Şekil	Sayfa
Şekil 4.9. Kanal düşey orta düzleminde $\Phi^*_{\text{kayma}}=0,2$ durumu için hız profilinin önceki literatür çalışmasıyla karşılaştırılması.....	66
Şekil 5.1. İncelenen kanalın boyutsuz geometrik yapısı ve koordinat sistemi.....	68
Şekil 5.2. Farklı gözeneklilik değerleri için hız vektörü dağılımı, (Re=200, E=0,2) a) $\varepsilon=0,5$ b) $\varepsilon=0,7$ c) $\varepsilon=0,8$	70
Şekil 5.3. Farklı gözeneklilik değerleri için hız vektörü dağılımı, (Re=600, E=0,2) a) $\varepsilon=0,5$ b) $\varepsilon=0,7$ c) $\varepsilon=0,8$	71
Şekil 5.4. Farklı gözenek değerleri için kanalın düşey orta düzleminde hız profilleri (Re=200, E=0,2)	72
Şekil 5.5. Farklı gözenek değerleri için kanalın düşey orta düzleminde hız profilleri (Re=600, E=0,2)	72
Şekil 5.6. Farklı gözeneklilik değerleri için sabit konsantrasyon eğrileri (Re=200, E=0,2) a) $\varepsilon=0,5$ b) $\varepsilon=0,7$ c) $\varepsilon=0,8$	74
Şekil 5.7. Farklı gözeneklilik değerleri için sabit konsantrasyon eğrileri (Re=600, E=0,2) a) $\varepsilon=0,5$ b) $\varepsilon=0,7$ c) $\varepsilon=0,8$	75
Şekil 5.8. Farklı gözeneklilik değerleri için kanalın düşey orta düzleminde konsantrasyon profilleri (Re=200, E=0,2).....	76
Şekil 5.9. Farklı gözeneklilik değerleri için kanalın düşey orta düzleminde konsantrasyon profilleri (Re=600, E=0,2).....	76
Şekil 5.10. Farklı gözenek değerleri için kanal alt yüzeyi boyunca (y/H=0) konsantrasyon dağılımları (Re=200, E=0,2).....	77
Şekil 5.11. Farklı gözenek değerleri için kanal alt yüzeyi boyunca (y/H=0) konsantrasyon dağılımları (Re=600, E=0,2).....	77
Şekil 5.12. Kanal boyunca hız vektörü dağılımları, ($\varepsilon=0,8$, E=0,2) a) Re=200 b) Re=400 c) Re=600 d) Re=1000.....	79
Şekil 5.13. Farklı Re sayıları için kanal düşey orta düzlemindeki hız profilleri ($\varepsilon=0,8$, e/H=0,2)	80
Şekil 5.14. Kanal boyunca sabit konsantrasyon eğrileri, ($\varepsilon=0,8$, e/H=0,2) a) Re=200 b) Re=400 c) Re=600 d) Re=1000.....	82

Şekil	Sayfa
Şekil 5.15. Farklı Re sayıları için kanalın düşey orta düzlemindeki konsantrasyon dağılımları ($\varepsilon=0,8$ $e/H=0,2$).....	83
Şekil 5.16. Farklı Re sayıları için kanalın alt yüzeyi boyunca ($y/H=0,0$) konsantrasyon dağılımları ($\varepsilon=0,8$, $e/H=0,2$).....	83
Şekil 5.17. Farklı gözenekli tabaka kalınlıkları için hız vektörü dağılımları ($Re=200$, $\varepsilon=0,8$) a) $e/H=0,2$ b) $e/H=0,25$ c) $e/H=0,3$	85
Şekil 5.18. Farklı gözenekli tabaka kalınlıkları için hız vektörü dağılımları ($Re=600$, $\varepsilon=0,8$) a) $e/H=0,2$ b) $e/H=0,25$ c) $e/H=0,3$	86
Şekil 5.19. Farklı gözenekli tabaka kalınlıkları için kanalın düşey orta düzlemindeki hız profilleri ($\varepsilon=0,8$, $Re=200$).....	87
Şekil 5.20. Farklı gözenekli tabaka kalınlıkları için kanalın düşey orta düzlemindeki hız profilleri ($\varepsilon=0,8$, $Re=600$).....	87
Şekil 5.21. Farklı gözenekli tabaka kalınlıkları için sabit konsantrasyon eğrileri ($Re=200$, $\varepsilon=0,8$) a) $e/H=0,2$ b) $e/H=0,25$ c) $e/H=0,3$	89
Şekil 5.22. Farklı gözenekli tabaka kalınlıkları için sabit konsantrasyon eğrileri ($Re=600$, $\varepsilon=0,8$) a) $e/H=0,2$ b) $e/H=0,25$ c) $e/H=0,3$	90
Şekil 5.23. Farklı gözenekli tabaka kalınlıkları için kanalın düşey orta düzlemindeki konsantrasyon dağılımları ($\varepsilon=0,8$, $Re=200$).....	91
Şekil 5.24. Farklı gözenekli tabaka kalınlıkları için kanalın düşey orta düzlemindeki konsantrasyon dağılımları ($\varepsilon=0,8$, $Re=600$).....	91
Şekil 5.25. Farklı gözenekli tabaka kalınlıkları için kanalın alt yüzeyi boyunca konsantrasyon dağılımları ($\varepsilon=0,8$, $Re=200$).....	92
Şekil 5.26. Farklı gözenekli tabaka kalınlıkları için kanalın alt yüzeyi boyunca konsantrasyon dağılımları ($\varepsilon=0,8$, $Re=600$).....	92
Şekil 5.27. Farklı gözeneklilik değerleri için sürtünme katsayısının Reynolds sayısına göre değişimi.....	94

RESİMLERİN LİSTESİ

Resim	Sayfa
Resim 1.1. Katalizör bölgedeki Pt/C gözenekli yapı.....	4
Resim 1.2. PEM yakıt pilinin gözenekli ortamı için kullanılan sıkıştırılmış karbon fiberli Torray kağıt gözenek yapısı.....	5
Resim 1.3. Saf SiC gözenek yapısı.....	5

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış bazı simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklama
c	Konsantrasyon
C	Boyutsuz konsantrasyon [$=c/C_0$]
C₀	Girişteki konsantrasyon
c_w	Gözenekli duvar üzerindeki konsantrasyon
Da	Darcy sayısı [$=K/H^2$]
D_f	Akışkan için difüzyon katsayısı
D_g	Gözenekli ortamın difüzyon katsayısı [$=\varepsilon^{1,5} \times D_f$]
d	Hidrolik çap [$=2H$]
e	Gözenekli ortam yüksekliği
E	Boyutsuz gözenekli ortam yüksekliği
F	Forcheimer katsayısı
H	Kanal yüksekliği
K	Gözenekli ortamın geçirgenliği
l	Gözenekli ortam uzunluğu
l_e	Çıkıştaki levha uzunluğu
l_i	Girişteki levha uzunluğu
l_t	Toplam kanal uzunluğu
L	Gözenekli ortam boyutsuz uzunluğu [$=l/H$]
L_e	Çıkıştaki boyutsuz levha uzunluğu [$=l_e/H$]
L_i	Girişteki boyutsuz levha uzunluğu [$=l_i/H$]
L_t	Toplam boyutsuz kanal uzunluğu [$=l_t/H$]
p	Basınç
P	Boyutsuz basınç [$=p/(p_f \times U_0^2)$]
Re	Reynold sayısı [$=(U_0 \times H)/\nu_f$]

Simgeler**Açıklama****Re_{duvar}**

Duvardaki Reynolds sayısı

 R_k

Konsantrasyon denkleminde fonksiyon

 r_H

Kütle transfer katsayısı

R_HBoyutsuz kütle transfer katsayısı $[(r_H \times H)/\nu_f]$ **Sc**Schmidt sayısı $[\nu_f/D]$ **u**

x yönü hızı

u_{kayma}

Kayma hızı

UBoyutsuz x yönü hızı $[=u/U_0]$ **U₀**

Giriş hızı

v

y yönü hızı

VBoyutsuz y yönü hızı $[=v/U_0]$ **v_w**

Gözenekli duvardaki emme hızı

x

Eksenel koordinat

XBoyutsuz eksenel koordinat $[=x/H]$ **y**

Eksene dik koordinat

YBoyutsuz eksene dik koordinat $[=y/H]$ **ε**

Gözeneklilik (eps)

Φ_{kayma}Kayma katsayısı $[=\sqrt{K}/\alpha]$ **Φ*_{kayma}**Boyutsuz kayma katsayısı $[=\Phi_{kayma}/H]$ **ρ**

Akışkanın yoğunluğu

μ

Akışkanın dinamik vizkozitesi

 ν_f

Akışkanın kinematik vizkozitesi

fSürtünme katsayısı $[(2\Delta p.d)/(l.\rho.u^2)]$ **Kısaltmalar****Açıklama****PEM**

Polimer elektrolitli membran

1. GİRİŞ

İnsanlığın en önemli gereksinimlerinden biri olan enerji, son yıllarda çeşitlilik açısından bir değişime gitmektedir. Bunun nedeni, son 10 yıl içerisinde enerji kaynaklarının hızla tüketilmesi ve enerjinin pahalıya mal olmasıdır. Bu durum daha verimli ve çevreye zararsız enerji kaynağı ihtiyacını doğurmuş, insanları başka alternatiflere doğru yönlendirmiştir.

Yeni enerji teknolojisi olan yakıt pili, yanma olmaksızın hidrojenin kimyasal enerjisini elektrik enerjisine çeviren, emisyon olarak su buharı çıkaran bir sistemdir. Fakat yakıt pilleri hala geleneksel güç dönüşüm sistemlerinden daha pahalıdır. Bu gibi sistemlerin fiyatlarını düşürmenin yollarından birisi daha verimli hale getirmektir. Bu da yakıt pillerinin iç yapısının daha iyi anlaşılmasıyla mümkündür.

Yakıt pillerinden birisi olan katı polimerli yakıt pilleri (PEM), düşük sıcaklıkta çalışmaları, yüksek güç yoğunluğuna sahip olmaları, özellikle de otomotiv sektöründe kullanıma elverişli olması ve elektrolit olarak katı polimer kullanıldığından elektrolit sızıntısı problemi olmaması sebebi ile çalışmaları en fazla ilerleyen sistemlerden biridir. Günümüzde General Motors, Ballard, Toyota, Honda ve Mercedes Benz firmaları PEM yakıt pilli sistemlerini otomobil, ticari araç ve otobüs gibi ulaşım araçlarında bu teknolojiyi kullanmaktadırlar.

Bu çalışmada, PEM yakıt pillerinin akış kanallarındaki akışın bir modeli olarak tabanında gözenekli tabaka bulunan iki boyutlu bir kanal içerisindeki akışkan akışı ve konsantrasyon dağılımı incelenmiştir. Bu kapsamda gözenekli ortamlarla ilgili yapılan çalışmalar incelenmiş, gözenekli ortam özellikleri ve PEM yakıt pilinin çalışma prensibi ile ilgili literatür taraması yapılmıştır.

PEM Yakıt Pilleri

Bu çalışmada incelenen tabanında gözenekli tabaka bulunan kanaldaki akış, yapı itibariyle polimer elektrolit membranlı (PEM) yakıt pili hücresinin katot tarafındaki akışın bir modelidir. Bu benzerliği daha iyi kavrayabilmek için PEM yakıt pilinin çalışma prensibine kısaca değinilmiştir.

PEM yakıt pilinin amacı, yakıtın kimyasal enerjisini direkt olarak elektrik enerjisine çevirerek güç üretmektir. Şekil 1.1’de görüldüğü gibi yakıt pili, katot ve anot bölgesinden oluşur. Katot tarafındaki akış kanalından hava geçerken, anot tarafındaki akış kanalından hidrojen (yakıt) geçmektedir. Anot tarafındaki gözenekli tabakadan katalizör tabakaya geçen hidrojen, platin katalizör sayesinde elektronlarını bırakır [1].

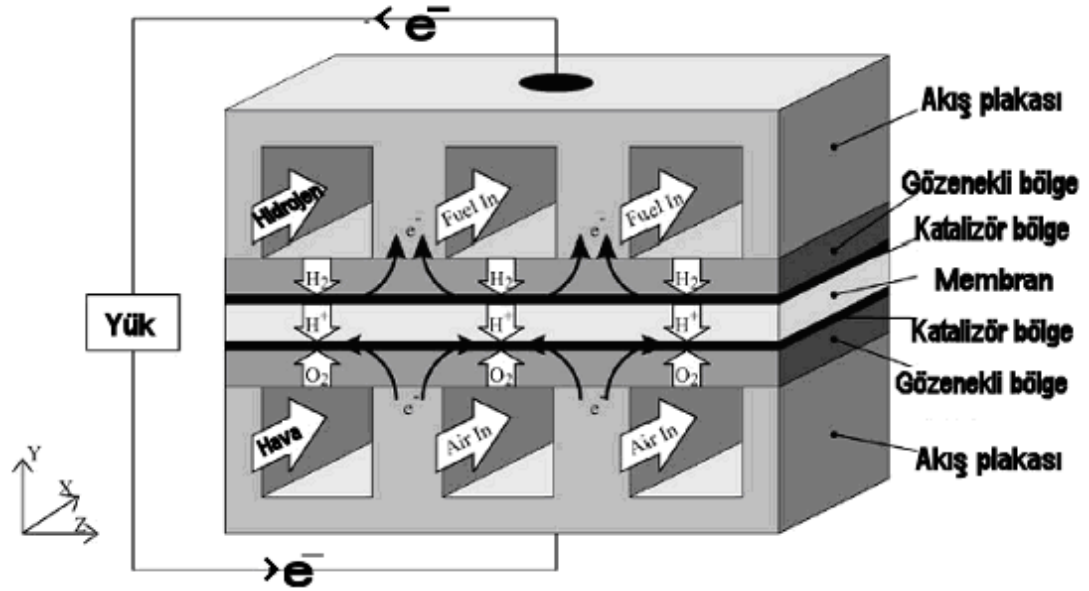


Elektronlar, dış devre boyunca elektrik akımı oluşturarak faydalı işe dönüştürülür. Elektronlarını veren hidrojen molekülleri, hidrojen iyonları olarak (proton) membran içinde ilerleyerek katot tarafına ulaşır. Buradaki iyonlar, katot tarafından geçen oksijen molekülleri ile katalizör bölgesinde birleşerek suyu ve atık ısıyı oluşturur.

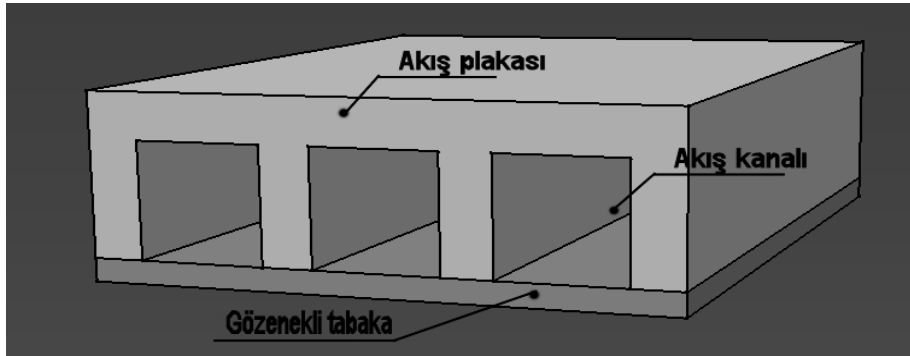


Akış kanallarındaki basınç düşümünün sonucu olarak gözenekli tabakaya gaz geçişi olmaktadır. Akış kanalının içerisinden geçen akışkan, gözenekli ortamda uniform şekilde gaz dağılımı oluşturur. Difüzyon bölgesine düzgün dağılan akışkan molekülleri katalizör bölgeye gelerek burada reaksiyona girerler. Katalizör bölgede oluşan elektronlar, gaz difüzyon (gözenekli) bölgesinden kanal plakasına ilerleyerek düzgün elektron dağılımı oluştururlar [2].

Genelde PEM yakıt pillerinde katalizör tabakası için platin, gözenekli difüzyon tabakası¹ için teflon kaplı karbon malzeme kullanılmaktadır.



Şekil 1.1. PEM yakıt pilinin yapısı [1]



Şekil 1.2. PEM yakıt pilinin anot ve katot tarafında bulunan akış kanalı ve difüzyon bölgesi

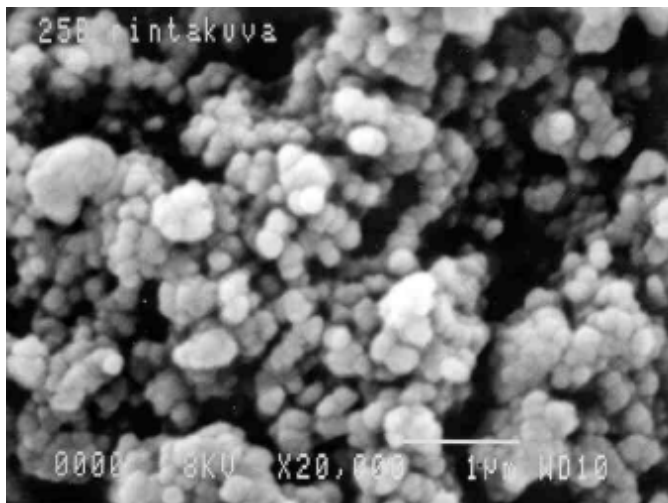
¹ Gözenekli difüzyon tabakasının önemi sadece gazı ortama ideal şekilde difüze etmek değil, aynı zamanda katalizör bölgesiyle kanal plakası arasındaki elektriksel iletimi sağlamaktır. Bu tabakanın kalınlığı genelde 100 – 300 μm arasında değişmektedir.

Gözenekli Ortam ve Özellikleri

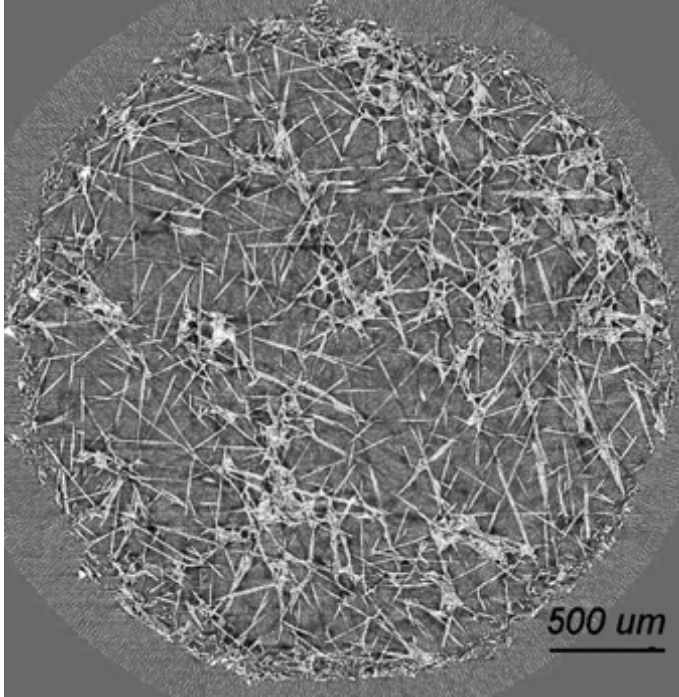
Gözenekli madde, madde içinde düzgün bir dağılım gösteren delikleri ve boşlukları olan katı maddedir. Doğal ve yapma malzemelerin (bir kova kum, kalker parçası, bir küme pamuk, ekmek parçası veya bir parça kumaş) büyük bir kısmı gözeneklidir. Bunun gibi maddelerde gözeneklerin büyüklük ve yapıları geniş sınırlar arasında değişmektedir [3].

Doğal ve yapma gözenekli maddelerin büyük bir kısmı dağınık bir boşluk yapısı gösterirler. Gerçekte bu maddelerin yapıları sadece istatistiksel olarak belirtilebilir. Buna karşın akışkanların gözenekli maddelerdeki akışını makroskopik esasta ayrıntılı bir şekilde inceleme olanağı vardır.

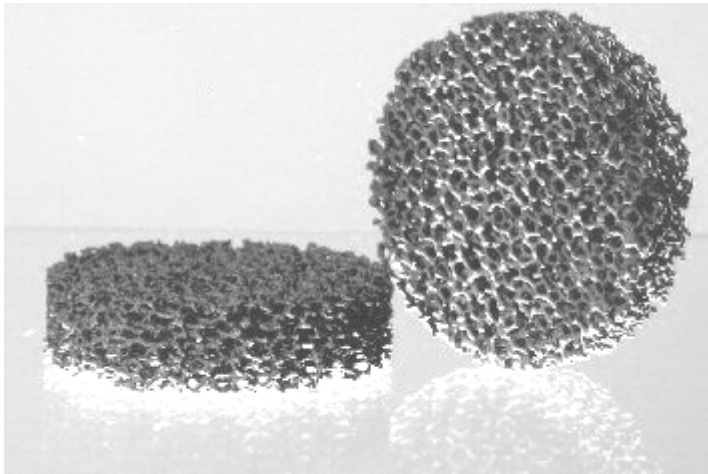
Gözenekli maddeler biçim, yapı ve bağlanabilirliklerine göre çeşitli matris yapıları oluştururlar: Çok uzun düz silindirler, çok küçük veya çok geniş olabilmekle beraber iki boyutlu gözenek yapısına sahiptirler. Toprak grubu (anizotropik) bu matris yapıya bir örnektir. Küreler, izotropik üç boyutlu gözenek yapısına sahiptir. Kısa ve uzun lifler bir diğer matris biçimini oluşturur [4]. Değişik biçimli gözenekli yapılar, makroskopik olarak aşağıda gösterilmektedir.



Resim 1.1. Katalizör bölgedeki Pt/C gözenekli yapı [5]



Resim 1.2. PEM yakıt pilinin gözenekli ortamı için kullanılan sıkıştırılmış karbon fiberli Torray kağıt gözenek yapısı [1]



Resim 1.3. Saf SiC gözenek yapısı

Gözeneklilik (porozite) ve yapısı

Gözenekli maddenin gözenekliliği (ϵ), boşluk hacminin toplam hacme oranı şeklinde tanımlanır. Boyutsuz büyüklük olan gözeneklilik her zaman 1'den

küçük bir değerdir.

$$\varepsilon = \frac{V_A}{V_B} \quad (1.3)$$

Mutlak porozite, gözenek ilişkileri düşünülmezsizin kaba hacme göre oransal boşluk hacmidir. Etkin porozite ise kaba hacimde birbirleriyle ilişkili boşlukların meydana getirdiği orandır. Bazı maddelerin porozite değerleri Çizelge 1.1'de görülmektedir [6].

Çizelge 1.1. Saf maddelerin porozite değerleri

Saf Madde	Porozite (ε)
Fiberglas	0,88 – 0,93
Tel kıvrımları	0,68 – 0,76
Silis taneleri	0,65
Deri	0,56 – 0,59
Toprak	0,43 – 0,54
Kum	0,37 – 0,50
Sigara filtresi	0,17 – 0,49
Kömür	0,02 – 0,12

Geçirgenlik

Darcy kanununa göre geçirgenlik (K), akış iletkenliği ölçüsüdür. Darcy, yapmış olduğu gözenekli ortamda akışkan akışı deneyleri sonucunda gözenekli ortamın geçirgenliğiyle ilgili ampirik bir bağıntı bulmuştur [6].. Gözenekli yatakta birim alandaki ortalama akışkan hızının bu yatağa uygulanan basınç gradyanı ile doğru orantılı, akışkan vizkozitesiyle (μ_f) ters orantılı ve gözenekli ortam geçirgenliğiyle (K) doğru orantılı olduğunu göstermiştir.

$$U = \frac{K}{\mu_f} \left(- \frac{\partial P}{\partial x} \right) \quad (1.4)$$

Geçirgenliğin birimi metrik sistemde m² dir, ayrıca uygulamalarda Darcy birimi olarak kullanılır.

Çizelge 1.2. Bazı matrislerin geçirgenlikleri [6]

Matris Yapısı	Yaklaşık geçirgenlik değerleri K (m ²)
Sigara	1,1 x 10 ⁻⁹
Gevşek kum	1,3 x 10 ⁻¹⁰
Fiberglas	3,6 x 10 ⁻¹¹
Deri	1,0 x 10 ⁻¹³
Silis tozu	3,4 x 10 ⁻¹⁴
Kireç taşı	1,0 x 10 ⁻¹⁵
Kum taşı	5,0 x 10 ⁻¹⁵

Literatür Özeti

Çok sayıda bilimsel ve teknolojik uygulama alanı olması sebebi ile gözenekli bir ortamda ısı ve kütle geçişi mekanizmasının anlaşılması ve iyi bilinmesi gerekir. Gözenekli ortamlarda akış ile ilgili ilk rastlanan çalışma Henry Philibert Gaspard Darcy [7] tarafından 1856 yılında Fransa'nın Dijon kentine temiz su getirme projesi kapsamında yapılan bir deneysel çalışmadır. Bu ilginç deneysel çalışmanın sonuçları daha sonraları gözenekli ortamlarda akış problemlerine uygulanabilecek bir matematik model haline getirilmiştir ve halen kullanılmaktadır.

Darcy yasası, gözenekli ortamdaki akışlar için güvenilir modeldir. Fakat gözenekli ortam ve serbest akışın olduğu ortam arasındaki sınır şartları için hızın ve yüzey geriliminin sürekliliğini sağlama şartlarını bu yasa sağlamaz. Bundan dolayı Beavers ve Joseph [8], Darcy kanununun gözenekli ortamda

geçerli olduğunu, serbest akış ortamında Navier-Stokes yasalarının geçerli olduğunu ve ortak sınırdaki kayma şartının aşağıda formülasyonla ifade edileceğini deneysel olarak göstermişlerdir. Bu deneysel çalışmada, üst duvarı geçirgen olmayan, alt duvarı gözenekli olan iki boyutlu bir kanaldan viskoz akışkan akışını deneysel olarak incelemişlerdir. Gövde kuvvetlerinin ihmal edildiği bir akışta Darcy kanunundan faydalanarak, deneme yanılma yoluyla gözenekli duvardaki sınır şartlarını bulmuşlardır. Burada k , gözenekli duvar malzemesinin geçirgenliğini, α gözenekli ortamın yapısına bağlı boyutsuz sabit sayı, Q ise gözenekli ortamın içinde akmakta olan akışkanın ortalama hızını göstermektedir. Bu ifadeden anlaşıldığı gibi, gözenekli duvar üzerinde akışkanın bir hızı olup kayma şartı gözenekli duvar için geçerlidir.

$$\frac{\partial u_{kayma}}{\partial y}(x,0) = \frac{\alpha}{\sqrt{k}}(u_{kayma} - Q) \quad (1.5)$$

Darcy yasası yalnızca düşük hızlar için geçerli olup atalet ve sınır etkilerini dikkate almaz. Forcheimer, Darcy yasasına ikinci dereceden bir hız terimi ekleyerek atalet etkisini modele dahil etmiştir [9]. Brinkman, isotropik, yüksek geçirgenlikli gözenekli ortamda akış için Darcy yasasına kendi adı ile anılan bir terim eklenmiştir [10]. Sonraki yıllarda Hubbert, Whitaker [10] ve Slattery gibi çeşitli araştırmacılar, Darcy yasasını akışkanlar mekaniğinin temel prensipleriyle ispat etme yolunu denemişlerdir.

Gözenekli ortamda kanal içi zorlanmış akışkan akışı ve ısı transferi üzerine, geçirgen olmayan kenarın ve akış hızlarının etkileri Vafai ve Tien [11] tarafından araştırılmış, sonuçlar çeşitli parametrelere bağlı olarak ifade edilmiştir. Bu parametrelerden bazıları akışkan viskozitesi, atalet kuvvetlerine olan direnç ve Prandtl sayısıdır. Çalışmada akışkan akışının modellenmesinde kullanılan hareket denklemi Darcy-Brinkman-Forcheimer denklemidir. Bu çalışma gözenekli ortamda akışkan akışı ve ısı transferi ile ilgili pek çok farklı çalışmada referans gösterilmiştir.

Singh ve Laurence [12] gözenekli duvardaki kayma hızının kanal ve tüp içindeki akışlar için iki farklı çalışma ile incelemişlerdir. Bu çalışmalarda, kayma katsayısının, hız profiline, basınç gradyenine ve konsantrasyon polarizasyonuna etkisi araştırılmış, momentum ve süreklilik denklemleri pertürbasyon metodu, konsantrasyon denklemi sonlu farklar metodu ile çözülmüştür. Membran yüzeyindeki konsantrasyon polarizasyonunun azalması, kayma katsayısının artmasıyla mümkün olmuştur.

Yarı sonsuz gözenekli bir kanalda gözenek değişiminin akışa olan etkisini inceleyen Hsu ve Cheng [13], kanalın alt duvar çapları d_p olan kürelerden oluşturulan geçirgen bir yapıya sahip olduğunu kabul etmişlerdir. Gözenek değişimi d_p 'ye bağlı üstel bir fonksiyon alınarak gözenek değişiminin akışa etkisi incelenmiştir. Akışın üst duvarın sabit hızda hareketi ile akışkan akışı sağlanmış, kayma katsayısının gözenek değişimine bağlı olarak azalması ile sonuçlanmıştır.

Yücel ve Türkoğlu [14] yatay bir kanalın alt duvarının gözenekli olduğunu kabul ederek kararlı laminar akış için momentum ve konsantrasyon denklemlerini sayısal olarak çözmüşlerdir. Kayma katsayısı arttıkça, gözenekli duvardaki konsantrasyon polarizasyonunun azaldığı ve kanal içindeki maksimum hızın gözenekli duvara doğru kaydığını göstermişlerdir. Gözenekli duvardan olan emme hızının sabit olması durumunda, akış doğrultusunda ilerledikçe gözenekli duvar üzerinde konsantrasyon miktarının arttığı görülmüştür. Gözenekli duvardan olan emme hızının kanal boyunca lineer olarak artması durumunda ise akış doğrultusunda ilerledikçe, gözenekli duvar üzerindeki konsantrasyon polarizasyonun önce arttığı daha sonra ise bir asimtotik değere ulaştığı görülmüştür.

Kapalı gözenekli ortam içerisinde geçen doğal konveksiyon akışın, Darcy modeli kullanılmadan hidrodinamik ve ısı transfer karakteristiklerini inceleyen Hadim [15], gözenekli ortam içerisindeki akışı, geliştirilmiş Darcy-Forcheimer –Brinkman formülasyonu ile modellemiştir. Sonuç olarak güç indeksi değiştiği

zaman, Darcy rejiminden Darcy-Forcheimer-Brinkman rejimine geçildiğinde Rayleigh ve Darcy sayılarının da değiştiği görülmüştür.

Oosthuizen ve ark. [2] akışkan plakası içindeki hava akışı ve PEM yakıt pilinin difüzyon kısmının kesitini nümerik olarak incelemiştir. Akışkan plakası kare kesit ve serpentine akış kanallarından oluştuğu kabul edilmiştir. Darcy kanunu kullanılarak gözenekli difüzyon kısmındaki akış modellenerek akış kanallarında basınç düşümünden dolayı hava geçişleri olduğu gözlenmiştir. Reynolds sayısı, malzemedeki ısı iletkenlik, difüzyon kısmındaki boyutsuz geçirgenlik ve plakadaki ısı dağılımı sayısal olarak incelenerek hava geçişlerine etkisi araştırılmıştır.

Pharoah [16] yakıt pilleri için kullanılan, içinde geçirgen gaz difüzyon ortamına sahip laminar akış kanalını incelemiştir. Sayısal akışkanlar dinamiği kullanılarak gaz difüzyon ortamın bir fonksiyonu olarak konveksiyonel taşınımın önemi belirtilmiştir. İzotropik ve ortotropik geçirgenlikler hesaplanarak sonuçta düzlem içi geçirgenliğin parametre olarak önemi görülmüştür.

Nguyen ve ark. [17] serpentin akış kanalına sahip PEM yakıt pilinin 3 boyutlu sayısal modelindeki membran ve gaz difüzyon kısmını incelemiştir. Bu kısımlardaki ısı transferi, kütle transferi ve potansiyel akım incelenerek gerekli konsantrasyon ve potansiyel dağılımlarının hücredeki potansiyel kayıplara olan etkisi araştırılmıştır. Sonuçta; katalizör-gaz difüzyon tabakası arasında oksijen miktarının tükendiği görülmüş, simülasyonların alçak ve düşük yük şartlarında çok farklı akım dağılımları gösterdiği ortaya çıkmıştır.

Roshandel ve ark. [18] yaptıkları çalışmada gaz difüzyon tabakasının ilgili gazları katalizör tabakaya taşınması açısından ve PEM yakıt pilinin performansının büyük bir etkiye sahip olduğunu gösteren performans analizi yapmışlardır. Öncelikle oksijen ve hidrojen kütle yüzdeleri, katalizör tabakadaki elektriksel akım yoğunluğu ve yakıt pili potansiyeli araştırılarak

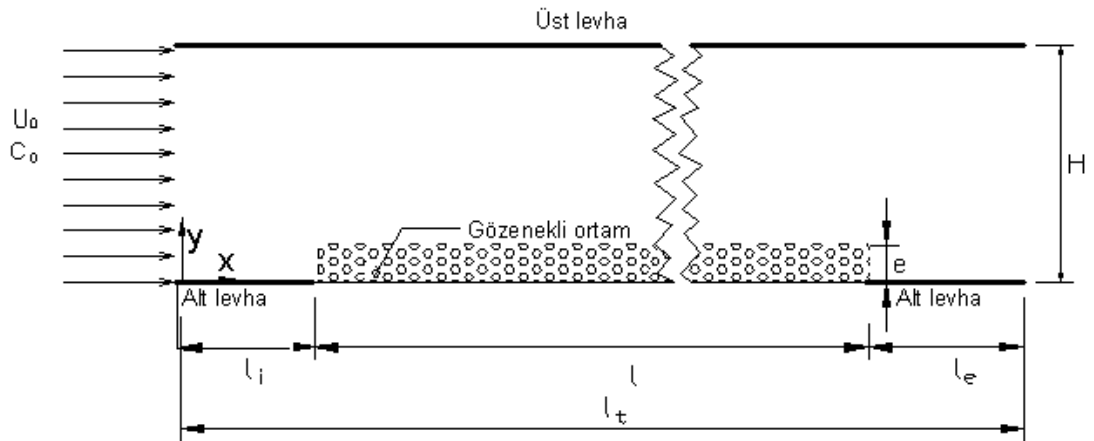
matematiksel bir model oluşturmışlardır. Uygulanan basınç ve hücrede üretilen su miktarı bulunarak gaz difüzyon tabakasında gözenekliliğin değişimi hesaplanmıştır. Sonuç olarak gözeneklilik değerindeki düşüş, oksijen tüketiminin azalmasına ve daha düşük elektriksel akım yoğunluğuna neden olacaktır. Kütle taşınımında gözenekliliğin değişimi, akım yoğunluğunun azaldığını ve düşük hücre performansının olduğu yerde değişken bir yapı gösterdiğini bulmuşlardır.

Çalışmanın amacı

Çalışmada, tabanında gözenekli tabaka bulunan iki paralel levhalı kanalda akışkan akışı ve konsantrasyon dağılımı incelenmiştir. Kanalin üst duvarı geçirgen olmayan levhadan meydana gelmiştir. Kanal giriş ve çıkışında akışla ilgili sınır şartlarının belirlenmesindeki zorlukları elimine etmek için kanal giriş ve çıkışı düz levhalarla uzatılmıştır. Çalışmanın amacı, gözeneklilik, Reynolds sayısı ve gözenekli tabakanın boyutsuz kalınlığına bağlı olarak hız, konsantrasyon ve sürtünme katsayısı değişimini incelemektir. Bundan dolayı problem önce matematiksel olarak ifade edilmiştir. Diferansiyel denklemler kontrol hacim metoduyla cebirsel denklemlere dönüştürülmüştür. Ayrışan denklemler, bilgisayar programı ile çözülerek incelenen parametrelerin akışkan akışı ve konsantrasyon dağılımına olan etkileri analiz edilmiştir.

2. MATEMATİKSEL FORMÜLASYON

Bu çalışmada, PEM yakıt pillerindeki akışın incelenmesinde bir temel oluşturmak üzere tabanında gözenekli tabaka bulunan bir kanalda akış ve konsantrasyon dağılımını incelemek için bir model geliştirilmiş ve sayısal çözüm metodu kullanılarak simülasyonlar elde edilmiştir. Bunun için Şekil 2.1'de görüldüğü gibi tabanında bir gözenekli tabaka bulunan kanal ele alınmıştır. Kanal giriş ve çıkışında akışla ilgili sınır şartlarının belirlenmesindeki zorlukları elimine etmek için kanal giriş ve çıkışı düz levhalarla uzatılmıştır. Kanal girişinde ve çıkışında akışın gelişimini sağlamak için l_i ve l_e boyunda geçirgen olmayan alt levhalar bulunmaktadır. Kanal içerisinde l uzunluğu boyunca gözenekli tabaka yerleştirilmiştir. Akışkanın kanala uniform hızla girdiği ve tam gelişmiş şartlarda çıktığı kabulü yapılmıştır. Gözenek yapısının homojen ve isotropik olduğu kabul edilmiştir.



Şekil 2.1. Problemin geometrisi ve koordinat sistemi

2.1. Temel Denklemler

Şekil 2.1'de görüldüğü gibi inceleme alanı gözenekli bölge ve serbest akış (gözenekli maddenin bulunmadığı) bölgesinden oluşmaktadır. Serbest akış bölgesinde Navier-Stokes denklemleri, gözenekli bölgedeki akış Darcy-Brinkman-Forcheimer denklemleriyle formüle edilmiştir. Sayısal çözümü elde

edebilmek için bu denklemler birlikte çözülmüştür. Problemin matematiksel olarak ifade edilebilmesi için süreklilik, momentum ve konsantrasyon denklemleri iki boyutlu kartezyen koordinat sisteminde aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

2.1.1. Süreklilik denklemi

Her iki bölge için süreklilik denklemi şöyle yazılabilir [14].

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

2.1.2. Momentum denklemleri

Serbest akış bölgesi ve gözenekli bölge olmak üzere iki farklı bölgede akış gerçekleşmektedir Serbest akış bölgesinde Navier Stokes denklemleri, gözenekli bölgede ise Darcy-Brinkman-Forcheimer denklemi ile akış modellenmiştir.

Serbest akış bölgesinde

x-yönünde

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu_f \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (2.2)$$

y-yönünde

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu_f \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] \quad (2.3)$$

Gözenekli bölgede

Gözenekli bölgedeki akışın matematiksel modellenmesi Darcy-Brinkman-Forcheimer denklemi ile yapılmıştır. Gözenek mikro yapısından dolayı oluşan viskoz kuvvet etkisini temsil eden Darcy, kayma kuvvetlerinden oluşan sürtünme etkisini temsil eden Brinkman ve atalet etkisini temsil eden Forcheimer denklemlerinin birleşiminden oluşan bu denklem aşağıdaki gibi yazılabilir [9, 15, 21].

x-yönünde

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left[u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right] = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\nu_f}{K} u - \frac{F}{K^{1/2}} (u^2 + v^2)^{1/2} u + \frac{\nu_f}{\varepsilon} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (2.4)$$

Darcy
Forcheimer
Brinkman

y-yönünde

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left[u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right] = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\nu_f}{K} v - \frac{F}{K^{1/2}} (u^2 + v^2)^{1/2} v + \frac{\nu_f}{\varepsilon} \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] \quad (2.5)$$

Bu denklemlerde F Forcheimer katsayısı, ν_f [m²/s] akışkanın kinematik viskozitesi ve K [m²] gözenekli ortam geçirgenliğidir.

2.1.3. Konsantrasyon denklemleri

Kanalın girişindeki akışkan (hava) içerisinde belirli konsantrasyonda ve uniform dağılımda oksijen ve azot vardır. Gözenekli tabaka alt yüzeyinde gerçekleşen elektro-kimyasal reaksiyon nedeniyle gözenekli tabaka içinde bir konsantrasyon gradyanı oluşur.

Oksijenin hava içindeki difüzyon katsayısı D ile ifade edilerek serbest akış bölgesinde ve gözenekli bölgede, oksijen için konsantrasyon denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

Serbest akış bölgesinde

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D_f \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \quad (2.6)$$

Gözenekli bölgede

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D_g \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \quad (2.7)$$

Gözenekli bölge için difüzyon katsayısı, Bruggemann düzeltme denklemiyle aşağıdaki şekilde yazılır [18]:

$$D_g = \varepsilon^{1.5} D_f \quad (2.8)$$

2.2. Sınır Şartları

Problemi modelleyen denklemlerin çözülebilmesi için denklemlerdeki değişkenlerin sınır şartlarının bilinmesi gerekir. Akışkanın kanala uniform u_0 hızı ile girdiği ve oksijenin girişteki konsantrasyonu C_0 olduğu kabul edilmiştir. Çıkışta ise, akış hızının ve oksijen konsantrasyonunun tam gelişmiş şartlara ulaştığı kabul edilmiştir.

Üst duvarda ve alt duvarın giriş ve çıkış bölgelerinde kaymasızlık şartı sağlanmaktadır. Gözenekli bölgenin alt yüzeyinde kayma mevcuttur ve elektro-kimyasal reaksiyon nedeniyle oksijen tüketimi gerçekleşmektedir.

Kanal girişinde ($x=0$)

$$u(0, y) = u_0, \quad v(0, y) = 0, \quad c(0, y) = C_0 \quad (2.9)$$

Kanal çıkışında ($x=l_t$)

$$\frac{\partial u(l_t, y)}{\partial x} = 0, \quad v(l_t, y) = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial x}(l_t, y) = 0 \quad (2.10)$$

Üst levhada ($y=H$)

$$u(x, H) = 0, \quad v(x, H) = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial y}(x, H) = 0 \quad (2.11)$$

Kanal alt yüzeyi ($y=0$)

$$u(x, 0) = 0, \quad v(x, 0) = 0 \quad 0 \leq x \leq l_i \quad \text{ve} \quad l_i + l \leq x \leq l_t$$

$$u(x, 0) = u_{kayma} = \frac{\sqrt{K}}{\alpha} \frac{\partial u}{\partial y}(x, 0), \quad v(x, 0) = 0 \quad l_i \leq x \leq l_i + l \quad (2.12)$$

Gözenekli tabakanın alt yüzeyindeki akışta, bir kayma olduğu kabul edilmiştir. Aynı zamanda bu sınır ($y = 0, l_i \leq x \leq l_i + l$) bir elektro-kimyasal reaksiyonun gerçekleştiği sınırdır. Hava içindeki oksijen konsantrasyonu, bu reaksiyonun sonucu olarak azalır.

$\frac{\sqrt{K}}{\alpha}$ ($= \phi_{kayma}$), gözenekli tabakanın alt yüzeyindeki kayma katsayısını göstermektedir [14].

Gözenekli tabakanın alt yüzeyinde kütlenin konveksiyon ve difüzyonla olan transportundan olan sınır şartları aşağıdaki gibi yazılabilir [18].

$$\frac{\partial c}{\partial y}(x, 0) = 0 \quad 0 \leq x \leq l_i$$

$$D \frac{\partial c}{\partial y}(x,0) = -r_H \cdot c_w \quad l_i \leq x \leq l_i + l$$

$$\frac{\partial c}{\partial y}(x,0) = 0 \quad l_i + l \leq x \leq l_t \quad (2.13)$$

r_H , katalizör bölgede yer alan elektro-kimyasal reaksiyonlar sonucu oluşturulan kütle transfer katsayısını belirtir [18, 23].

2.3. Denklemlerin Boyutsuz Biçime Dönüştürülmesi

Denklemlerin boyutsuz değişkenlere bağlı olarak çözülmesi ile elde edilen sonuçlar geniş bir uygulama alanı sağladığından denklemler boyutsuz hale getirildikten sonra çözülmüştür. Denklemler ve sınır şartları referans değerler kullanılarak boyutsuz olarak ifade edilebilir. Bu çalışmada kullanılan referans değerler aşağıda verilmiştir.

Referans uzunluk

$$X_R = H \quad (2.14)$$

Referans basınç

$$P_R = \rho_0 U_0^2 \quad (2.15)$$

Referans hız

$$u_R = U_0 \quad (2.16)$$

Referans değerler kullanılarak boyutsuz değişkenler aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

Boyutsuz uzunluk;

$$X = \frac{x}{H} \quad , \quad Y = \frac{y}{H} \quad , \quad E = \frac{e}{H} \quad (2.17)$$

Boyutsuz hız;

$$U = \frac{u}{U_0} \quad \text{ve} \quad V = \frac{v}{U_0} \quad (2.18)$$

Boyutsuz basınç;

$$P = \frac{P}{\rho_f U_0^2} \quad (2.19)$$

Denklemlerde kullanılan boyutsuz sayılar aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

Schmidt sayısı

$$Sc = \frac{\nu_f}{D} \quad (2.20)$$

Reynolds Sayısı

$$Re = \frac{U_0 H}{\nu_f} \quad (2.21)$$

Darcy sayısı (Boyutsuz geçirgenlik)

$$Da = \frac{K}{H^2} \quad (2.22)$$

2.3.1. Boyutsuz süreklilik denklemi

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2.23)$$

2.3.2. Boyutsuz momentum denklemleri

X yönü için;

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left[\frac{\partial(UU)}{\partial X} + \frac{\partial(VU)}{\partial Y} \right] = -\frac{\partial P}{\partial X} - \frac{1}{\text{Re } Da} U - \frac{F}{Da^{1/2}} (U^2 + V^2)^{1/2} U + \frac{1}{\varepsilon \text{Re}} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] \quad (2.24)$$

Y yönü için;

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left[\frac{\partial(UV)}{\partial X} + \frac{\partial(VV)}{\partial Y} \right] = -\frac{\partial P}{\partial Y} - \frac{1}{\text{Re } Da} V - \frac{F}{Da^{1/2}} (U^2 + V^2)^{1/2} V + \frac{1}{\varepsilon \text{Re}} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] \quad (2.25)$$

2.3.3. Boyutsuz konsantrasyon denklemleri

Boyutsuz değişkenler konsantrasyon denkleminde yerlerine konur ve düzenlenirse;

$$\left[U \frac{\partial C}{\partial X} + V \frac{\partial C}{\partial Y} \right] = \frac{1}{Sc \text{Re}} \left[\frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2} \right] \quad (2.26)$$

Eş. 2.26'da gösterilen konsantrasyon denklemi, serbest akışkan ve gözenekli bölge için aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.

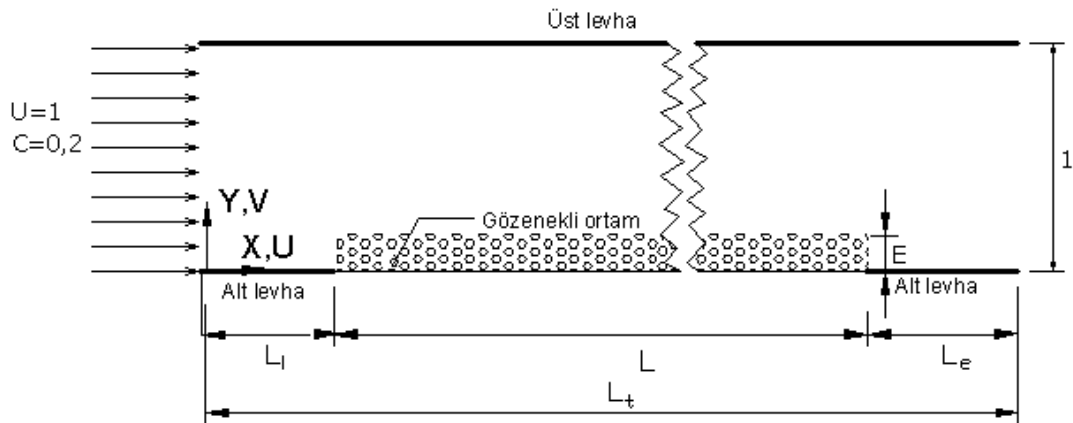
$$\left[U \frac{\partial C}{\partial X} + V \frac{\partial C}{\partial Y} \right] = \frac{Rk}{\frac{v_f}{D_f} \text{Re}} \left[\frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2} \right] \quad (2.27)$$

$$R_k = \begin{cases} 1 & \text{Serbest akış bölgesinde} \\ \varepsilon^{1.5} & \text{Gözenekli bölgede} \end{cases} \quad (2.28)$$

R_k , konsantrasyon denkleminde bölgeye göre değişen bir fonksiyon olarak tanımlanmıştır.

3.4. Boyutsuz Sınır Şartları

Problemin geometrisi ve boyutsuz değişkenleri Şekil 2.2'de gösterilmiştir.



Şekil 2.2. Problemin geometrisi ve boyutsuz değişkenler

Kanal girişinde ($X=0$)

$$U(0,Y)=1, \quad V(0,Y)=0, \quad C=0.2 \quad (2.29)$$

Havanın içindeki oksijen oranı kütleli olarak yaklaşık %20 varsayılmıştır.

Kanal çıkışında ($X=L_t$)

$$\frac{\partial U(L_t,Y)}{\partial X} = 0, \quad V(L_t,Y)=0, \quad \frac{\partial C}{\partial Y}(L_t,Y)=0 \quad (2.30)$$

Üst levhada (Y=1)

$$U(X,1)=0, \quad V(X,1)=0, \quad \frac{\partial C}{\partial Y}(X,1)=0 \quad (2.31)$$

Kanalın alt yüzeyinde (Y=0)

$$U(X,0)=0, \quad V(X,0)=0 \quad 0 \leq X \leq L_i \text{ ve } (L_i + L) \leq X \leq L_t$$

$$U_0 U(X,0) = \phi_{kayma} \frac{U_0}{H} \frac{\partial U}{\partial Y}(X,0) \Rightarrow U(X,0) = \phi_{kayma} \frac{1}{H} \frac{\partial U}{\partial Y}(X,0)$$

$$U(X,0) = \phi_{kayma}^* \frac{\partial U}{\partial Y}(X,0), \quad V(X,0)=0 \quad L_i \leq X \leq L_i + L \quad (2.32)$$

Burada $\phi_{kayma}^* = \frac{\phi_{kayma}}{H}$ olup, boyutsuz kayma katsayısıdır.

Gözenekli duvarda boyutsuz konsantrasyon sınır şartı;

$$\frac{\partial C}{\partial Y}(X,0) = \frac{-r_H}{D} H.C_w$$

$$\frac{\partial C}{\partial Y}(X,0) = -\frac{r_H H}{\nu} \frac{\nu}{D} C_w \Rightarrow \frac{\partial C}{\partial Y}(X,0) = -R_H Sc.C_w \quad L_i \leq X \leq L_i + L$$

$$\frac{\partial C}{\partial Y}(X,0)=0 \quad 0 \leq X \leq L_i \text{ ve } L_i + L \leq X \leq L_t \quad (2.33)$$

Burada gösterilen $R_H = \frac{r_H H}{\nu}$ olup, gözenekli tabaka alt yüzeyi ile katalizör yüzeyi arasındaki sınırdaki meydana gelen boyutsuz kütle transfer katsayısıdır.

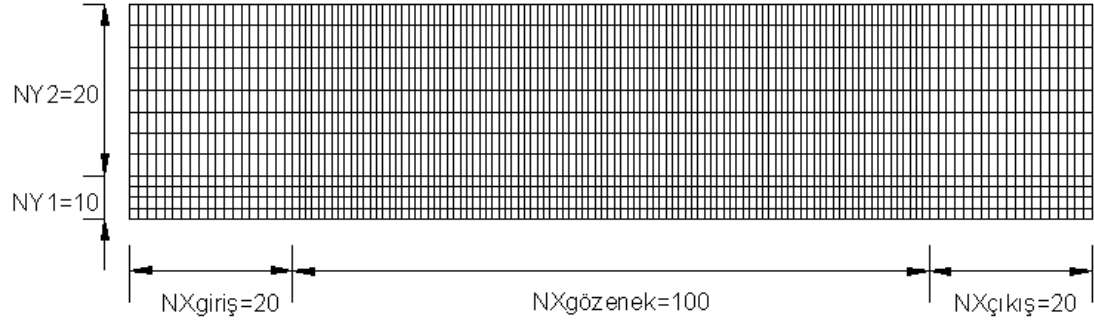
3. SAYISAL ÇÖZÜM METODU

Problemi modelleyen süreklilik, momentum ve konsantrasyon denklemleri birbirlerine bağlı non-lineer kısmi diferansiyel denklemlerdir. Bu denklemlerin lineer olmamalarından dolayı analitik çözümleri yoktur. Birbirlerine bağlı bu denklemlerin aynı anda çözümleri gerekir. Bu çalışmada denklemler sayısal olarak çözülmüştür. Bu tip problemlerin çözümü için geliştirilmiş çok sayıda sayısal metod vardır. Kullanılan sayısal çözüm metodunda akış alanı sonlu kontrol hacimlerine bölünmüştür ve temel denklemler bu kontrol hacimlerinde integre edilerek cebirsel denklem sistemlerine dönüştürülmüştür [19]. SIMPLE algoritması esas alınarak geliştirilen bilgisayar programı kullanılarak cebirsel denklem takımı çözülmüş ve problem alanında sonlu sayıda noktada hız, basınç ve konsantrasyon dağılımları elde edilmiştir.

3.1. Kafes (Grid) Sistemi

Kontrol hacmi metodu ile problemin diferansiyel denklemlerini cebirsel denklemlere dönüştürmek için akış alanını kontrol hacimlerine ayıran bir kafes (grid) hücre sistemi oluşturmak gerekir. Teorik olarak sayısal çözümlerde hassasiyet, kafes sayısı arttıkça artar. Fakat pratikte grid sayısının istenildiği kadar artırılmasının teknik imkanlar ve maliyet açısından mümkün olmadığı görülmektedir. Kullanılan bilgisayar kapasitesi ve zaman nedeni ile maliyet ve sonuçların hassasiyeti arasında uygun dengeyi sağlayacak şekilde en uygun grid sayısının belirlenmesi gerekir. Bu çalışmada gözenekli ortam yüksekliğine göre y yönündeki grid dağılımı ayarlanarak gözenekli ortam yüksekliğinin kontrol hacmi yüzeyleri ile çakışması sağlanmıştır. Gözenekli ortamın bulunduğu bölgede hız ve konsantrasyon gradyanının daha yüksek beklenmesinden dolayı bu bölgelerdeki grid yoğunluğu diğer yerlere göre daha büyük seçilmiştir. Bu çalışmada, test simülasyonları ve sonuçların literatürdeki değerlerle karşılaştırılması sonunda $(NX,NY)=(140,30)$ 'luk üniform olmayan grid sistemi

seçilmiştir. Kullanılan grid sisteminin şematik görünümü Şekil 3.1.'de verilmiştir.



Şekil 3.1. Grid (kafes) sistemi

3.2. Temel Denklemlerin Cebirsel Denklemlere Dönüştürülmesi

Problemin temel denklemleri kontrol hacmi merkezindeki genel bir değişken Φ ile şöyle ifade edilebilir:

$$\frac{\partial}{\partial x}(u\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(v\phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) + S \quad (3.1)$$

Eş. 3.1'de momentum ve konsantrasyon denklemlerine, süreklilik denklemi eklenerek ifade edilen denklemde, Γ difüzyon katsayısını, S kaynak terimini göstermektedir.

Eş. 3.1 yeniden düzenlendiğinde aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(u\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(v\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) = S \quad (3.2)$$

Difüzyon ve konveksiyon akılarından oluşan toplam akı J_x ve J_y ;

$$J_x = u\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad J_y = v\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} = S \quad (3.4)$$

Eş. 3.4, Şekil 3.2'deki kontrol hacminde integre edildiğinde;

$$J_e - J_w + J_n - J_s = (S_c + S_p) \Delta X \Delta Y \quad (3.5)$$

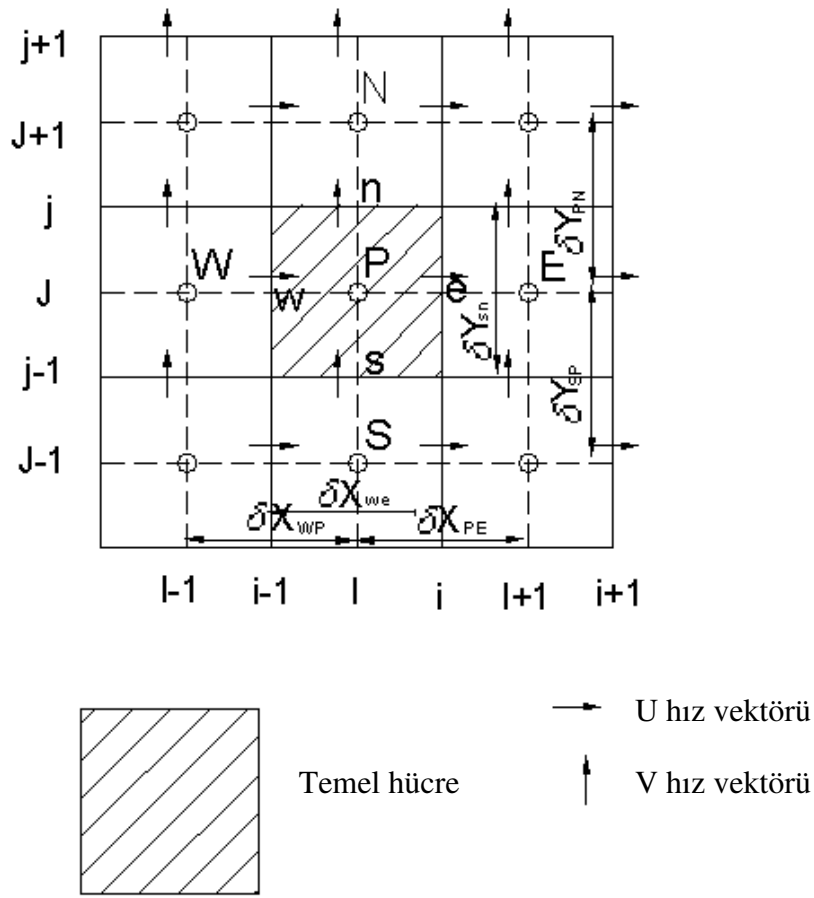
Süreklilik denklemi Şekil 3.2'deki kontrol hacminde integre edildiğinde aşağıdaki ifadeye ulaşılır.

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (3.6)$$

$$(J_e - F_e \Phi_P) - (J_w - F_w \Phi_P) + (J_n - F_n \Phi_P) - (J_s - F_s \Phi_P) = (S_c + S_p) \Delta X \Delta Y \quad (3.7)$$

Şekil 3.2'de denklemlerin çözümünde kullanılan grid sistemi şematik olarak gösterilmiştir [21].

Diferansiyel Denklemler, Şekil 3.2'de görülen kontrol hacimlerinde integre edilerek cebirsel hale dönüştürülmüştür. Şekil 3.2'de görüldüğü gibi skalar değişkenler basınç P ve konsantrasyon C kontrol hacimlerinin merkezinde, hız bileşenleri u ve v ana kontrol hacminin yüzeyine kaydırılmış noktalarda çözülmüştür. Kontrol hacminin merkezi P, komşu kontrol hacimlerinin merkezleri E,W,N,S ve kontrol hacmi yüzeyleri ise e,w,n,s olarak tanımlanmıştır. Konsantrasyon ve süreklilik denklemleri ana kontrol hacminde integre edildi. X-yönü momentum denklemi ana kontrol hacimlerinin doğu yüzeylerinde e noktası çevresinde oluşturulan bir kaydırılmış kontrol hacminde, Y-yönü momentum denklemi ise ana kontrol hacimlerinin kuzey yüzeylerinde bulunan n noktası çevresinde oluşturulan bir kaydırılmış kontrol hacminde integre edilmiştir [20,21].



Şekil 3.2. Denklemlerin çözümünde kullanılan iki boyutlu kontrol hacim sistemi

Problemi modelleyen diferansiyel denklemler kontrol hacimlerinde integre edilerek Eş. 3.8'deki gibi bir cebirsel eşitliklere dönüştürülür [19].

$$a_P \Phi_P = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + b \quad (3.8)$$

a_P , a_E , a_W , a_N ve a_S cebirsel denklemin katsayıları olup aşağıdaki eşitliklerle ifade edilir.

$$a_E = D_e A(P_e) + \|\mathbf{F}_e, 0\| \quad (3.9.a)$$

$$a_w = D_w A(P_w) + \|F_w, 0\| \quad (3.9.b)$$

$$a_n = D_n A(P_n) + \|-F_n, 0\| \quad (3.9.c)$$

$$a_s = D_s A(P_s) + \|F_s, 0\| \quad (3.9.d)$$

$$a_p = a_e + a_w + a_n + a_s - S_p \Delta X \Delta Y \quad (3.9.e)$$

$$b = S_c \Delta X \Delta Y \quad (3.9.f)$$

$$D_e = \frac{\Gamma_e \Delta Y}{(\delta X)_e}, \quad D_w = \frac{\Gamma_w \Delta Y}{(\delta X)_w}, \quad D_n = \frac{\Gamma_n \Delta Y}{(\delta Y)_n}, \quad D_s = \frac{\Gamma_s \Delta Y}{(\delta Y)_s} \quad (3.10)$$

$$F_e = U_e \Delta Y, \quad F_w = U_w \Delta Y, \quad F_n = V_n \Delta X, \quad F_s = V_s \Delta X \quad (3.11)$$

$$P_e = \frac{F_e}{D_e}, \quad P_w = \frac{F_w}{D_w}, \quad P_n = \frac{F_n}{D_n}, \quad P_s = \frac{F_s}{D_s} \quad (3.12)$$

Burada F_e, F_w, F_n, F_s kontrol hacmi yüzeylerindeki konveksiyon akısını, D_e, D_w, D_n, D_s ise difüzyon akısını gösterir.

Kontrol hacim yüzeylerindeki difüzyon akısı katsayıları gibi terimler, kontrol yüzeyindeki difüzyon katsayısına, yüzey alanına ($\Delta X \times 1$ veya $\Delta Y \times 1$) ve grid noktaları arasındaki uzaklığa bağlıdır. Kontrol hacmi yüzeyi tamamen akışkan veya gözenekli ortam içinde olduğu zaman akışkanın veya ortamın difüzyon katsayıları kullanılır. Akışkan ve gözenekli ortam ile ortak olan kontrol hacmi yüzeylerinde, difüzyon katsayısı, harmonik ortalama kullanılarak hesaplanır [19].

Eşitliklerdeki $A(|P|)$ fonksiyonu kullanılan ayrıştırma metoduna göre farklılık gösterir. En basit yöntem, merkezi farklar metodu olup düşük hız değerleri ve difüzyon terimlerinin dominant olduğu zaman iyi sonuçlar verirken konveksiyon terimlerinin baskın olması halinde sayısal kararsızlık göstermektedir. Yapılan çalışmada bu problemi ortadan kaldırmak için Upwind metodu kullanılmıştır. Bu metodta , denklem katsayıları daima pozitifdir ama kontrol hacimlerinde değişimin lineer kabul edilmesi nedeniyle bazen hatalı sonuçlar verebilmektedir.

Aşağıda verilen Çizelge 3.1’de diferansiyel metod türleri ve $A(|P|)$ fonksiyonunun aldığı değerler görülmektedir.

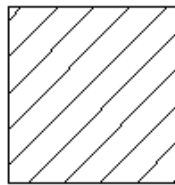
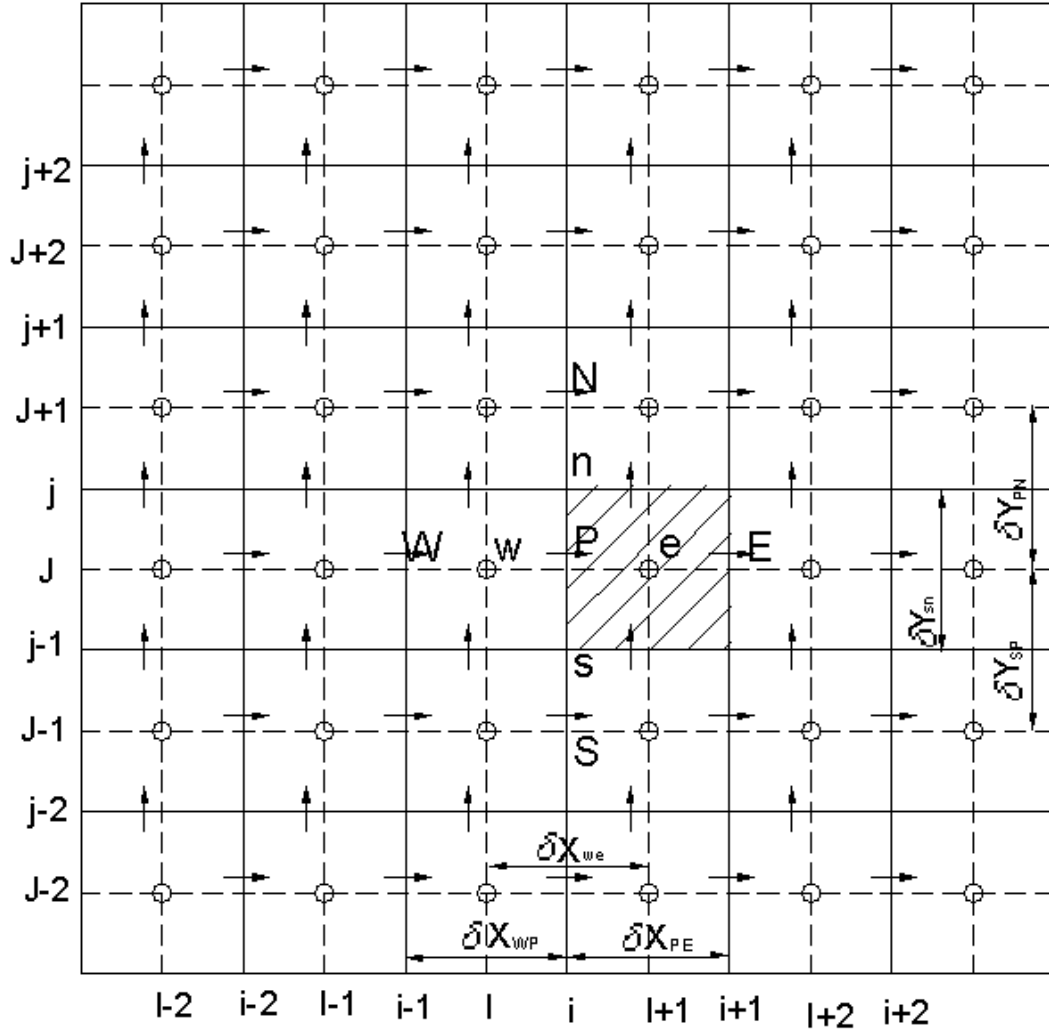
Çizelge 3.1. Metod türleri ve $A(|P|)$ fonksiyonunun aldığı değerler [19, 20]

Diferansiyel Metodlar	$A(P)$ fonksiyonu
Merkezi fark Metodu	$1 - 0.5x P $
Upwind Metodu	1
Hibrid Metodu	Max. $\ 0.1 - 0.5x P \ $
Power Law Metodu	Max. $\ 0.1 - 0.1x P ^5\ $
Üstel Metod	$ P_e / [\exp(P) - 1]$

3.2.1. Momentum denkleminin X-yönü için cebirsel hale dönüştürülmesi

X-yönü momentum denklemi Şekil 3.3’de görüldüğü gibi ana kontrol hacimlerinin doğu yüzeylerinde bulunan e noktası çevresinde oluşturulan kaydırılmış kontrol hacminde integre edilmiştir.

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left[\frac{\partial(UU)}{\partial X} + \frac{\partial(VU)}{\partial Y} \right] = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\varepsilon \text{Re}} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] - \frac{1}{\text{Re} Da} U - \frac{F}{Da^{1/2}} (U^2 + V^2)^{1/2} U \quad (3.13)$$



Temel hücre

→ U hız vektörü

↑ V hız vektörü

Şekil 3.3. X yönü momentum denkleminin çözümü için grid düzeni

X-yönü için boyutsuz momentum denklemini cebirsel hale getirmek için terimlerini şekildeki kontrol hacminde integre edersek;

$$\begin{aligned}
\int \frac{1}{\varepsilon^2} \left[\frac{\partial(UU)}{\partial X} \right] dV &= \frac{1}{\varepsilon_p^2} \left[\frac{(UU)_e - (UU)_w}{\delta X_{ew}} \right] \delta V \\
&= \frac{1}{\varepsilon_{i,j}^2} \left[\frac{U_{I+1,J} U_{I+1,J} - U_{I,J} U_{I,J}}{\delta X_{ew}} \right] \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z
\end{aligned} \tag{3.14}$$

$$\begin{aligned}
\int \frac{1}{\varepsilon^2} \left[\frac{\partial(VU)}{\partial Y} \right] dV &= \frac{1}{\varepsilon_p^2} \left[\frac{(VU)_n - (VU)_s}{\delta Y_{sn}} \right] \delta V \\
&= \frac{1}{\varepsilon_{i,j}^2} \left[\frac{V_{i,j} U_{i,j} - V_{i,j-1} U_{i,j-1}}{\delta Y_{sn}} \right] \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z
\end{aligned} \tag{3.15}$$

$$\int -\frac{\partial P}{\partial X} dV = -\frac{P_{I+1,J} - P_{I,J}}{\delta X_{ew}} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \tag{3.16}$$

$$\begin{aligned}
\int \frac{\partial}{\partial X} \left[\frac{1}{\varepsilon \text{Re}} \frac{\partial U}{\partial X} \right] dV &= \frac{\left[\frac{1}{\varepsilon \text{Re}} \frac{\partial U}{\partial X} \right]_e - \left[\frac{1}{\varepsilon \text{Re}} \frac{\partial U}{\partial X} \right]_w}{\delta X_{ew}} \delta V = \\
&= \frac{\frac{1}{\varepsilon_{I+1,J} \text{Re}} \frac{(U_{I+1,J} - U_{I,J})}{\delta X_{PE}} - \frac{1}{\varepsilon_{I,J} \text{Re}} \frac{(U_{I,J} - U_{I-1,J})}{\delta X_{WP}}}{\delta X_{ew}} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z
\end{aligned} \tag{3.17}$$

$$\begin{aligned}
\int \frac{\partial}{\partial Y} \left[\frac{1}{\varepsilon \text{Re}} \frac{\partial U}{\partial Y} \right] dV &= \frac{\left[\frac{1}{\varepsilon \text{Re}} \frac{\partial U}{\partial Y} \right]_n - \left[\frac{1}{\varepsilon \text{Re}} \frac{\partial U}{\partial Y} \right]_s}{\delta Y_{sn}} \delta V = \\
&= \frac{\frac{1}{\varepsilon_{i,j} \text{Re}} \frac{(U_{i,j+1} - U_{i,j})}{\delta Y_{PN}} - \frac{1}{\varepsilon_{i,j-1} \text{Re}} \frac{(U_{i,j} - U_{i,j-1})}{\delta Y_{SP}}}{\delta Y_{sn}} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z
\end{aligned} \tag{3.18}$$

$$\int -\frac{1}{\text{Re} Da} U dV = -\frac{1}{\text{Re} Da} U_p \delta V = -\frac{1}{\text{Re} Da} U_{i,j} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \tag{3.19}$$

$$\begin{aligned}
\int -\frac{F}{Da^{1/2}}(U^2 + V^2)^{1/2} U dV &= -\frac{F}{Da^{1/2}}(U_p^2 + V_p^2)^{1/2} U_p \delta V \\
&= -\frac{F}{Da^{1/2}}(U_{i,J}^2 + V_{i,J}^2)^{1/2} U_{i,J} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z
\end{aligned} \tag{3.20}$$

Denklemler yerlerine konduğu takdirde aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{\varepsilon_{i,J}^2} \left[\frac{U_{I+1,J} U_{I+1,J} - U_{I,J} U_{I,J}}{\delta X_{ew}} \right] \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z + \frac{1}{\varepsilon_{i,J}^2} \left[\frac{V_{i,j} U_{i,j} - V_{i,j-1} U_{i,j-1}}{\delta Y_{sn}} \right] \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \\
&- \frac{P_{I+1,J} - P_{I,J}}{\delta X_{ew}} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z + \frac{1}{\varepsilon_{I+1,J} \text{Re}} \frac{(U_{i+1,J} - U_{i,J})}{\partial X_{PE}} - \frac{1}{\varepsilon_{I,J} \text{Re}} \frac{(U_{i,J} - U_{i-1,J})}{\delta X_{WP}} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \\
&+ \frac{1}{\varepsilon_{i,j} \text{Re}} \frac{(U_{i,j+1} - U_{i,j})}{\partial Y_{PN}} - \frac{1}{\varepsilon_{i,j-1} \text{Re}} \frac{(U_{i,J} - U_{i,J-1})}{\delta Y_{SP}} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z - \frac{1}{\text{Re} Da} U_{i,J} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \\
&- \frac{F}{Da^{1/2}} (U_{i,J}^2 + V_{i,J}^2)^{1/2} U_{i,J} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z
\end{aligned} \tag{3.21}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{\varepsilon_{i,J}^2} \left[\frac{U_{I+1,J} U_{I+1,J}}{\delta X_{ew}} \right] \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z - \\
&\frac{1}{\varepsilon_{i,J}^2} \left[\frac{U_{I,J} U_{I,J}}{\delta X_{ew}} \right] \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z + \frac{1}{\varepsilon_{i,J}^2} \left[\frac{V_{i,j} U_{i,j}}{\delta Y_{sn}} \right] \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \\
&- \frac{1}{\varepsilon_{i,J}^2} \left[\frac{V_{i,j-1} U_{i,j-1}}{\delta Y_{sn}} \right] \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z = -\frac{P_{I+1,J} - P_{I,J}}{\delta X_{ew}} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \\
&+ \frac{1}{\varepsilon_{I+1,J} \text{Re}} \left[\frac{U_{i+1,J} - U_{i,J}}{\delta X_{PE} \delta X_{ew}} \right] \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z - \frac{1}{\varepsilon_{I,J} \text{Re}} \left[\frac{U_{i,J} - U_{i-1,J}}{\delta X_{WP} \delta X_{ew}} \right] \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \\
&+ \frac{1}{\varepsilon_{i,j} \text{Re}} \left[\frac{U_{i,j+1} - U_{i,J}}{\delta Y_{PN} \delta Y_{sn}} \right] \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z - \frac{1}{\varepsilon_{i,j-1} \text{Re}} \left[\frac{U_{i,J} - U_{i,J-1}}{\delta Y_{SP} \delta Y_{sn}} \right] \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \\
&- \frac{1}{\text{Re} Da} U_{i,J} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z - \frac{F}{Da^{1/2}} (U_{i,J}^2 + V_{i,J}^2)^{1/2} U_{i,J} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z
\end{aligned} \tag{3.22}$$

Katsayılar düzenlendiğinde;

$$Fe = \frac{U_{I+1,J}}{\varepsilon_{i,J}^2} \delta Y_{sn} \Delta Z \quad (3.23)$$

$$Fw = \frac{U_{I,J}}{\varepsilon_{i,J}^2} \delta Y_{sn} \Delta Z \quad (3.24)$$

$$Fn = \frac{V_{i,j}}{\varepsilon_{i,J}^2} \delta X_{ew} \Delta Z \quad (3.25)$$

$$Fs = \frac{V_{i,j-1}}{\varepsilon_{i,J}^2} \delta X_{ew} \Delta Z \quad (3.26)$$

$$De = \frac{1}{\varepsilon_{I+1,J}} \frac{1}{Re} \frac{1}{\delta X_{PE}} \delta Y_{sn} \Delta Z \quad (3.27)$$

$$Dw = \frac{1}{\varepsilon_{I,J}} \frac{1}{Re} \frac{1}{\delta X_{WP}} \delta Y_{sn} \Delta Z \quad (3.28)$$

$$Dn = \frac{1}{\varepsilon_{i,j}} \frac{1}{Re} \frac{1}{\delta Y_{PN}} \delta X_{ew} \Delta Z \quad (3.29)$$

$$Ds = \frac{1}{\varepsilon_{i,j-1}} \frac{1}{Re} \frac{1}{\delta Y_{SP}} \delta X_{ew} \Delta Z \quad (3.30)$$

Momentum denklemi için kaynak terimleri ;

$$Sp_{U1} = -\frac{1}{Re Da} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z, \quad Sp_{U2} = -\frac{F}{Da^{1/2}} (U_{i,J}^2 + V_{i,J}^2)^{1/2} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \quad (3.31)$$

İkinci kaynak teriminde bulunan V hızı X-yönü kontrol hacminin orta noktasında bulunmadığında dolayı komşu noktalardaki V hızlarının ortalaması alınmıştır.

$$V_{i,J} = (V_{I,j-1} + V_{I,j} + V_{I+1,j-1} + V_{I+1,j}) / 4.0 \quad (3.32)$$

$$\delta V = \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \quad (3.33)$$

Katsayılar yerlerine yazıldığında aşağıdaki denklem elde edilir;

$$\begin{aligned} F_e U_{I+1,J} - F_w U_{I,J} + F_n U_{i,j} - F_s U_{i,j-1} = & -(P_{I+1,J} - P_{I,J}) \delta Y_{sn} \Delta Z + D_e (U_{i+1,J} - U_{i,J}) \\ & - D_w (U_{i,J} - U_{i-1,J}) + D_n (U_{i,J+1} - U_{i,J}) - D_s (U_{i,J} - U_{i,J-1}) + Sp_{U1} U_{i,J} + Sp_{U2} U_{i,J} \end{aligned} \quad (3.34)$$

Upwind metodu uygulandığında ;

$$F_e U_{I+1,J} = U_{i,J} \|F_e, 0\| - U_{i+1,J} \| - F_e, 0\| \quad (3.35)$$

$$F_w U_{I,J} = U_{i-1,J} \|F_w, 0\| - U_{i,J} \| - F_w, 0\| \quad (3.36)$$

$$F_n U_{i,j} = U_{i,J} \|F_n, 0\| - U_{i,J+1} \| - F_n, 0\| \quad (3.37)$$

$$F_s U_{i,j-1} = U_{i,J-1} \|F_s, 0\| - U_{i,J} \| - F_s, 0\| \quad (3.38)$$

Düzenlendiğinde ;

$$\begin{aligned} U_{i,J} \|F_e, 0\| - U_{i+1,J} \| - F_e, 0\| - U_{i-1,J} \|F_w, 0\| + U_{i,J} \| - F_w, 0\| + U_{i,J} \|F_n, 0\| - U_{i,J+1} \| - F_n, 0\| \\ - U_{i,J-1} \|F_s, 0\| + U_{i,J} \| - F_s, 0\| = D_e (U_{i+1,J} - U_{i,J}) - D_w (U_{i,J} - U_{i-1,J}) + D_n (U_{i,J+1} - U_{i,J}) - \\ D_s (U_{i,J} - U_{i,J-1}) - (P_{I+1,J} - P_{I,J}) \delta Y_{sn} \Delta Z + Sp_{U1} U_{i,J} + Sp_{U2} U_{i,J} \end{aligned} \quad (3.39)$$

$$\begin{aligned}
& U_{i,J} [\|F_e, 0\| + \|-F_w, 0\| + \|F_n, 0\| + \|-F_s, 0\| + D_e + D_w + D_n + D_s - \text{Sp}_{U1} - \text{Sp}_{U2}] \\
& = U_{i+1,J} [\|-F_e, 0\| + D_e] + U_{i-1,J} [\|F_w, 0\| + D_w] + U_{i,J+1} [\|-F_n, 0\| + D_n] + U_{i,J-1} \\
& [\|F_s, 0\| + D_s] + b
\end{aligned} \tag{3.40}$$

Yukardaki lineer cebirsel sisteminin katsayıları a_P, a_E, a_W, a_N, a_S aşağıdaki gibi ifade edilir ;

$$a_P \Phi_P = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + b \tag{3.41}$$

$$\Phi_P = U_{i,J} , \quad \Phi_E = U_{i+1,J} , \quad \Phi_W = U_{i-1,J} , \quad \Phi_N = U_{i,J+1} , \quad \Phi_S = U_{i,J-1} \tag{3.42}$$

$$a_P = [\|F_e, 0\| + \|-F_w, 0\| + \|F_n, 0\| + \|-F_s, 0\| + D_e + D_w + D_n + D_s - \text{Sp}_{U1} - \text{Sp}_{U2}] \tag{3.43}$$

$$a_E = [\|-F_e, 0\| + D_e] \tag{3.44}$$

$$a_W = [\|F_w, 0\| + D_w] \tag{3.45}$$

$$a_N = [\|-F_n, 0\| + D_n] \tag{3.46}$$

$$a_S = [\|F_s, 0\| + D_s] \tag{3.47}$$

$$b = -(P_{I+1,J} - P_{I,J}) \delta Y_{sn} \Delta Z \tag{3.48}$$

3.2.2. Momentum denkleminin Y-yönü için cebirsel hale dönüştürülmesi

Şekil 3.4.'de momentum denkleminin Y-yönü için grid sistemi şematik olarak gösterilmiştir [21].

Y-yönü momentum denklemi Şekil 3.4'de görüldüğü gibi ana kontrol hacimlerinin kuzey yüzeylerinde bulunan n noktası çevresinde oluşturulan kaydırılmış kontrol hacminde integre edilmiştir.

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left[\frac{\partial(UV)}{\partial X} + \frac{\partial(VV)}{\partial Y} \right] = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\varepsilon \text{Re}} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] - \frac{1}{\text{Re} Da} V - \frac{F}{Da^{1/2}} (U^2 + V^2)^{1/2} V \quad (3.49)$$

Y-yönü için boyutsuz momentum denklemini diskritize edip ayrı ayrı terimleri yazarsak;

$$\int \frac{1}{\varepsilon^2} \left[\frac{\partial(UV)}{\partial X} \right] dV = \frac{1}{\varepsilon_p^2} \left[\frac{(UV)_e - (UV)_w}{\delta X_{ew}} \right] \delta V =$$

$$\frac{1}{\varepsilon_{I,j}^2} \left[\frac{U_{i,j} V_{i,j} - U_{i-1,j} V_{i-1,j}}{\delta X_{ew}} \right] \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \quad (3.50)$$

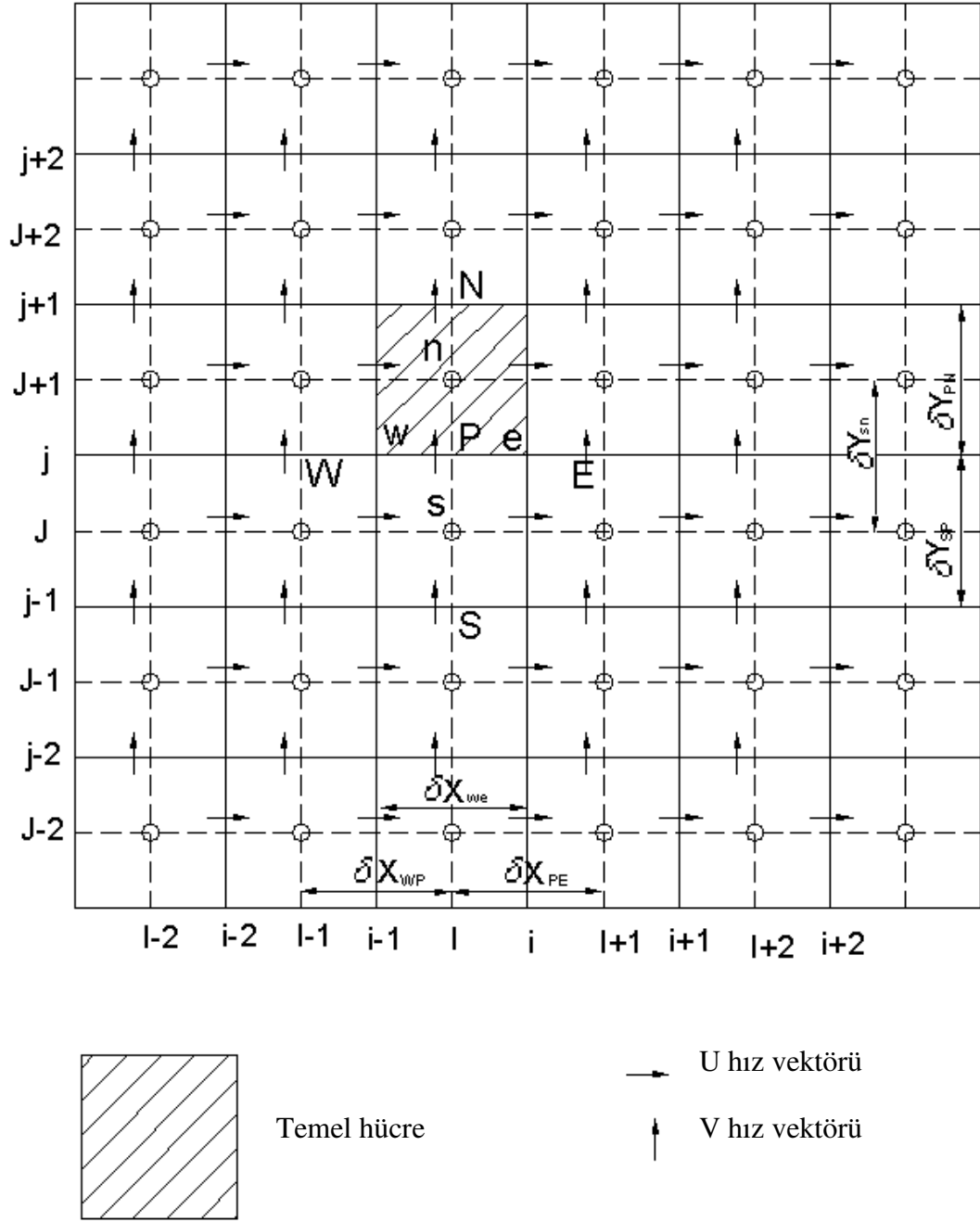
$$\int \frac{1}{\varepsilon^2} \left[\frac{\partial(VV)}{\partial Y} \right] dV = \frac{1}{\varepsilon_p^2} \left[\frac{(VV)_n - (VV)_s}{\delta Y_{sn}} \right] \delta V =$$

$$\frac{1}{\varepsilon_{I,j}^2} \left[\frac{V_{I,J+1} V_{I,J+1} - V_{I,J} V_{I,J}}{\delta Y_{sn}} \right] \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \quad (3.51)$$

$$\int -\frac{\partial P}{\partial Y} dV = -\frac{P_{I,J+1} - P_{I,J}}{\delta Y_{sn}} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \quad (3.52)$$

$$\int \frac{\partial}{\partial X} \left[\frac{1}{\varepsilon \text{Re}} \frac{\partial V}{\partial X} \right] dV = \frac{\left[\frac{1}{\varepsilon \text{Re}} \frac{\partial V}{\partial X} \right]_e - \left[\frac{1}{\varepsilon \text{Re}} \frac{\partial V}{\partial X} \right]_w}{\delta X_{ew}} \delta V =$$

$$= \frac{\frac{1}{\varepsilon_{i,j} \text{Re}} \frac{(V_{I+1,j} - V_{I,j})}{\delta X_{PE}} - \frac{1}{\varepsilon_{i-1,j} \text{Re}} \frac{(V_{I,j} - V_{I-1,j})}{\delta X_{WP}}}{\delta X_{ew}} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \quad (3.53)$$



Şekil 3.4 Y yönü momentum denkleminin çözümü için grid düzeni

$$\int \frac{\partial}{\partial Y} \left[\frac{1}{\epsilon Re} \frac{\partial V}{\partial Y} \right] dV = \frac{\left[\frac{1}{\epsilon Re} \frac{\partial V}{\partial Y} \right]_n - \left[\frac{1}{\epsilon Re} \frac{\partial V}{\partial Y} \right]_s}{\delta Y_{sn}} \delta V =$$

$$= \frac{\frac{1}{\varepsilon_{I,J+1} \text{Re}} \frac{(V_{I,j+1} - V_{I,j})}{\partial Y_{PN}} - \frac{1}{\varepsilon_{I,J} \text{Re}} \frac{(V_{I,j} - V_{I,j-1})}{\partial Y_{SP}}}{\partial Y_{sn}} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \quad (3.54)$$

$$\int -\frac{1}{\text{Re } Da} V dV = -\frac{1}{\text{Re } Da} V_P \delta V = -\frac{1}{\text{Re } Da} V_{I,j} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \quad (3.55)$$

$$\begin{aligned} \int -\frac{F}{Da^{1/2}} (U^2 + V^2)^{1/2} V dV &= -\frac{F}{Da^{1/2}} (U_P^2 + V_P^2)^{1/2} V_P \delta V \\ &= -\frac{F}{Da^{1/2}} (U_{i,J}^2 + V_{i,J}^2)^{1/2} V_{I,j} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \end{aligned} \quad (3.56)$$

Denklemler yerlerine konduğu takdirde aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\varepsilon_{I,j}^2} \left[\frac{U_{i,j} V_{i,j} - U_{i-1,j} V_{i-1,j}}{\delta X_{ew}} \right] \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z + \frac{1}{\varepsilon_{I,j}^2} \left[\frac{V_{I,J+1} V_{I,J+1} - V_{I,J} V_{I,J}}{\delta Y_{sn}} \right] \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \\ &= -\frac{P_{I,J+1} - P_{I,J}}{\delta Y_{sn}} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z + \\ &\quad \frac{\frac{1}{\varepsilon_{i,j} \text{Re}} \frac{(V_{I+1,j} - V_{I,j})}{\partial X_{PE}} - \frac{1}{\varepsilon_{i-1,j} \text{Re}} \frac{(V_{I,j} - V_{I-1,j})}{\partial X_{WP}}}{\delta X_{ew}} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \\ &\quad + \frac{\frac{1}{\varepsilon_{I,J+1} \text{Re}} \frac{(V_{I,j+1} - V_{I,j})}{\partial Y_{PN}} - \frac{1}{\varepsilon_{I,J} \text{Re}} \frac{(V_{I,j} - V_{I,j-1})}{\partial Y_{SP}}}{\delta Y_{sn}} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z - \frac{1}{\text{Re } Da} V_{I,j} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \\ &\quad - \frac{F}{Da^{1/2}} (U_{i,J}^2 + V_{i,J}^2)^{1/2} V_{I,j} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \end{aligned} \quad (3.57)$$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\varepsilon_{I,j}^2} \left[\frac{U_{i,j} V_{i,j}}{\delta X_{ew}} \right] \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z - \\ &\frac{1}{\varepsilon_{I,j}^2} \left[\frac{U_{i-1,j} V_{i-1,j}}{\delta X_{ew}} \right] \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z + \frac{1}{\varepsilon_{I,j}^2} \left[\frac{V_{I,J+1} V_{I,J+1}}{\delta Y_{sn}} \right] \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{\varepsilon_{I,j}^2} \left[\frac{V_{I,J} V_{I,J}}{\delta Y_{sn}} \right] \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z = -\frac{P_{I,J+1} - P_{I,J}}{\delta Y_{sn}} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \\
& + \frac{1}{\varepsilon_{i,j} \text{Re}} \left[\frac{V_{I+1,j} - V_{I,j}}{\delta X_{PE} \delta X_{ew}} \right] \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z - \frac{1}{\varepsilon_{i-1,j} \text{Re}} \left[\frac{V_{I,j} - V_{I-1,j}}{\delta X_{WP} \delta X_{ew}} \right] \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \\
& + \frac{1}{\varepsilon_{I,J+1} \text{Re}} \left[\frac{V_{I,j+1} - V_{I,j}}{\delta Y_{PN} \delta Y_{sn}} \right] \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z - \frac{1}{\varepsilon_{I,J} \text{Re}} \left[\frac{V_{I,j} - V_{I,j-1}}{\delta Y_{SP} \delta Y_{sn}} \right] \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \\
& - \frac{1}{\text{Re} Da} V_{I,j} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z - \frac{F}{Da^{1/2}} \left(U_{i,j}^2 + V_{i,j}^2 \right)^{1/2} V_{I,j} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \quad (3.58)
\end{aligned}$$

Katsayılar düzenlendiğinde;

$$Fe = \frac{U_{i,j}}{\varepsilon_{I,J}^2} \delta Y_{sn} \Delta Z \quad (3.59)$$

$$Fw = \frac{U_{i-1,j}}{\varepsilon_{I,j}^2} \delta Y_{sn} \Delta Z \quad (3.60)$$

$$Fn = \frac{V_{I,J+1}}{\varepsilon_{I,j}^2} \delta X_{ew} \Delta Z \quad (3.61)$$

$$Fs = \frac{V_{I,J}}{\varepsilon_{I,j}^2} \delta X_{ew} \Delta Z \quad (3.62)$$

$$De = \frac{1}{\varepsilon_{i,j} \text{Re}} \frac{1}{\delta X_{PE}} \delta Y_{sn} \Delta Z \quad (3.63)$$

$$Dw = \frac{1}{\varepsilon_{i-1,j} \text{Re}} \frac{1}{\delta X_{WP}} \delta Y_{sn} \Delta Z \quad (3.64)$$

$$Dn = \frac{1}{\varepsilon_{I,J+1} \text{Re}} \frac{1}{\delta Y_{PN}} \delta X_{ew} \Delta Z \quad (3.65)$$

$$Ds = \frac{1}{\varepsilon_{I,J}} \frac{1}{Re} \frac{\delta X_{ew} \Delta Z}{\delta Y_{SP}} \quad (3.66)$$

Momentum denklemi için kaynak terimleri ;

$$Sp_{V1} = -\frac{1}{Re Da} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z, \quad Sp_{V2} = -\frac{F}{Da^{1/2}} (U_{I,j}^2 + V_{I,j}^2)^{1/2} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \quad (3.67)$$

İkinci kaynak teriminde bulunan U hızı için komşu noktalardaki U hızlarının ortalaması alınmıştır.

$$U_{I,j} = (U_{i-1,j} + U_{i-1,j+1} + U_{i,j} + U_{i,j+1}) / 4.0 \quad (3.68)$$

$$\delta V = \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \quad (3.69)$$

Katsayılar yerlerine yazıldığında aşağıdaki denklem elde edilir;

$$\begin{aligned} F_e V_{i,j} - F_w V_{i-1,j} + F_n V_{I,j+1} - F_s V_{I,j} = & -(P_{I,j+1} - P_{I,j}) \delta X_{ew} \Delta Z + D_e (V_{I+1,j} - V_{I,j}) \\ & - D_w (V_{I,j} - V_{I-1,j}) + D_n (V_{I,j+1} - V_{I,j}) - D_s (V_{I,j} - V_{I,j-1}) + Sp_{V1} V_{I,j} + Sp_{V2} V_{I,j} \end{aligned} \quad (3.70)$$

Upwind metodu uygulandığında ;

$$F_e V_{i,j} = V_{I,j} \|F_e, 0\| - V_{I+1,j} \| - F_e, 0\| \quad (3.71)$$

$$F_w V_{i-1,j} = V_{I-1,j} \|F_w, 0\| - V_{I,j} \| - F_w, 0\| \quad (3.72)$$

$$F_n V_{I,j+1} = V_{I,j} \|F_n, 0\| - V_{I,j+1} \| - F_n, 0\| \quad (3.73)$$

$$F_s V_{I,j} = V_{I,j-1} \|F_s, 0\| - V_{I,j} \| - F_s, 0\| \quad (3.74)$$

Düzenlendiğinde ;

$$\begin{aligned}
& V_{I,j} \|F_e, 0\| - V_{I+1,j} \|-F_e, 0\| - V_{I-1,j} \|F_w, 0\| + V_{I,j} \|-F_w, 0\| + V_{I,j} \|F_n, 0\| - V_{I,j+1} \|-F_n, 0\| - \\
& V_{I,j-1} \|F_s, 0\| + V_{I,j} \|-F_s, 0\| = D_e (V_{I+1,j} - V_{I,j}) - D_w (V_{I,j} - V_{I-1,j}) + D_n (V_{I,j+1} - V_{I,j}) \\
& - D_s (V_{I,j} - V_{I,j-1}) - (P_{I,J+1} - P_{I,J}) \delta X_{ew} \Delta Z + \text{Sp}_{V1} V_{I,j} + \text{Sp}_{V2} V_{I,j} \quad (3.75)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& V_{I,j} [\|F_e, 0\| + \|-F_w, 0\| + \|F_n, 0\| + \|-F_s, 0\| + D_e + D_w + D_n + D_s - \text{Sp}_{V1} - \text{Sp}_{V2}] \\
& = V_{I+1,j} [\|-F_e, 0\| + D_e] + V_{I-1,j} [\|F_w, 0\| + D_w] + V_{I,j+1} [\|-F_n, 0\| + D_n] + V_{I,j-1} [\|F_s, 0\| + D_s] \\
& + b \quad (3.76)
\end{aligned}$$

Yukardaki lineer cebirsel sisteminin katsayıları a_P, a_E, a_W, a_N, a_S aşağıdaki gibi ifade edilir ;

$$a_P \Phi_P = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + b \quad (3.77)$$

$$\Phi_P = V_{I,j}, \quad \Phi_E = V_{I+1,j}, \quad \Phi_W = V_{I-1,j}, \quad \Phi_N = V_{I,j+1}, \quad \Phi_S = V_{I,j-1} \quad (3.78)$$

$$a_P = [\|F_e, 0\| + \|-F_w, 0\| + \|F_n, 0\| + \|-F_s, 0\| + D_e + D_w + D_n + D_s - \text{Sp}_{V1} - \text{Sp}_{V2}] \quad (3.79)$$

$$a_E = [\|-F_e, 0\| + D_e] \quad (3.80)$$

$$a_W = [\|F_w, 0\| + D_w] \quad (3.81)$$

$$a_N = [\|-F_n, 0\| + D_n] \quad (3.82)$$

$$a_S = [\|F_s, 0\| + D_s] \quad (3.83)$$

$$b = -(P_{I,J+1} - P_{I,J}) \delta X_{ew} \Delta Z \quad (3.84)$$

3.2.3. Konsantrasyon denkleminin cebirsel hale dönüştürülmesi

Konsantrasyon denkleminin çözümü için grid sistemi şematik olarak Şekil 3.5'de gösterilmiştir.

$$\left[\frac{\partial(CU)}{\partial X} + \frac{\partial(CV)}{\partial Y} \right] = \frac{Rk}{Sc Re} \left[\frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2} \right] \quad (3.85)$$

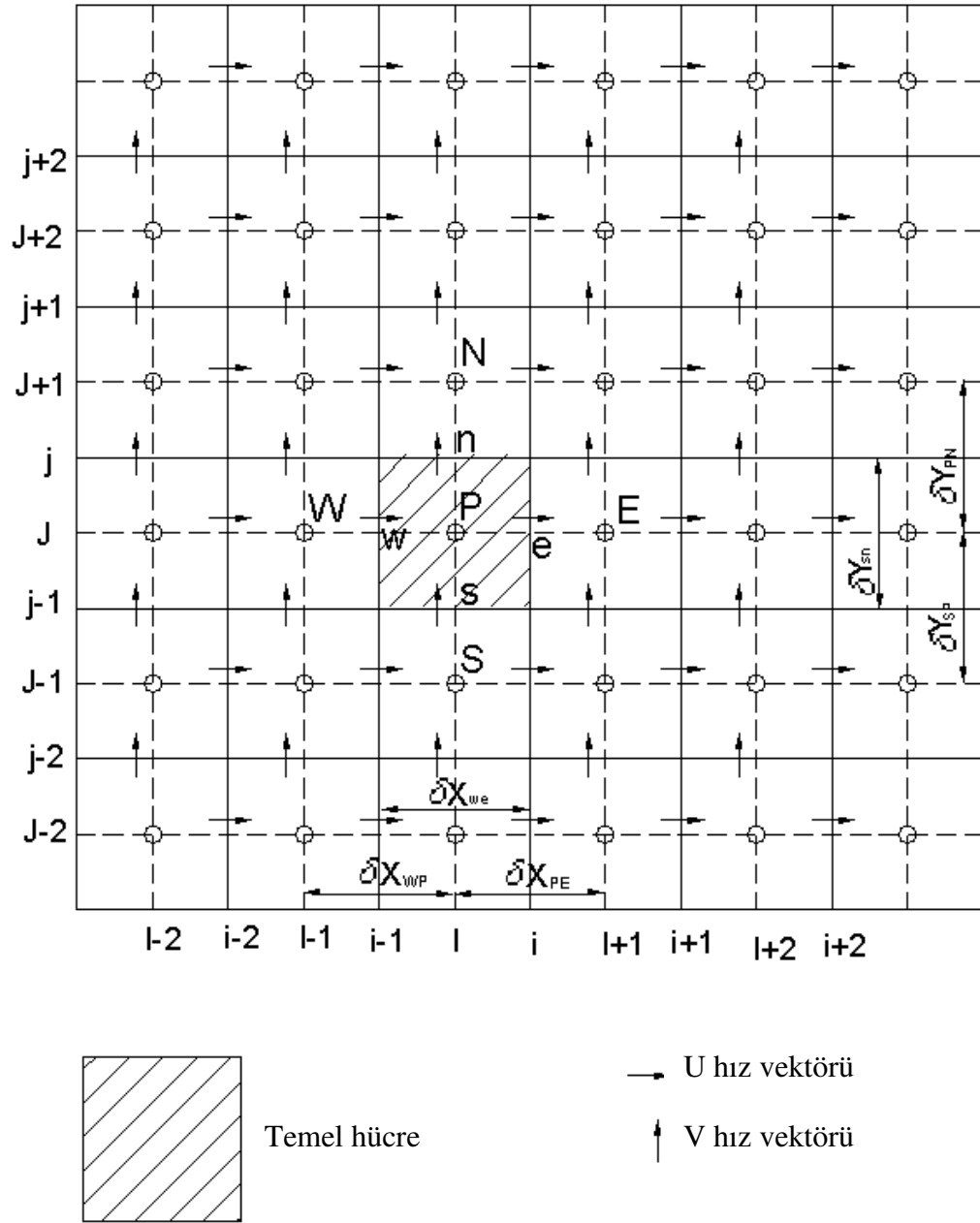
$$\int \left[\frac{\partial(CU)}{\partial X} \right] dV + \int \left[\frac{\partial(CV)}{\partial Y} \right] dV = \int \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{Rk}{Sc Re} \frac{\partial C}{\partial X} \right) dV + \int \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{Rk}{Sc Re} \frac{\partial C}{\partial Y} \right) dV \quad (3.86)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{(CU)_e - (CU)_w}{\delta X_{ew}} \right] \delta V + \left[\frac{(CV)_n - (CV)_s}{\delta Y_{sn}} \right] \delta V = & \frac{\left[\frac{Rk}{Sc Re} \frac{\partial C}{\partial X} \right]_e - \left[\frac{Rk}{Sc Re} \frac{\partial C}{\partial X} \right]_w}{\delta X_{ew}} \delta V + \\ & \frac{\left[\frac{Rk}{Sc Re} \frac{\partial C}{\partial Y} \right]_n - \left[\frac{Rk}{Sc Re} \frac{\partial C}{\partial Y} \right]_s}{\delta Y_{sn}} \delta V \end{aligned} \quad (3.87)$$

Konsantrasyon denklemi Şekil 3.5'de görüldüğü gibi ana kontrol hacminin orta noktasında integre edilmiştir.

Terimler konsantrasyon denkleminde yerlerine konulduktan sonra ;

$$\begin{aligned} \left[\frac{C_{i,j} U_{i,j} - C_{i-1,j} U_{i-1,j}}{\delta X_{ew}} \right] \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z + \left[\frac{C_{i,j} U_{i,j} - C_{i,j-1} U_{i,j-1}}{\delta Y_{sn}} \right] \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z = \\ \frac{Rk_{i,j}}{Sc Re} \frac{(C_{i+1,j} - C_{i,j})}{\delta X_{PE}} - \frac{Rk_{i-1,j}}{Sc Re} \frac{(C_{i,j} - C_{i-1,j})}{\delta X_{WP}} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z + \\ \frac{Rk_{i,j}}{Sc Re} \frac{(C_{i,j+1} - C_{i,j})}{\delta Y_{PN}} - \frac{Rk_{i,j-1}}{Sc Re} \frac{(C_{i,j} - C_{i,j-1})}{\delta Y_{SP}} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \end{aligned} \quad (3.88)$$



Şekil 3.5. Konsantrasyon denkleminin çözümü için grid düzeni

$$\left[\frac{C_{i,j} U_{i,j}}{\Delta x_{ew}} \right] \Delta x_{ew} \Delta y_{sn} \Delta z - \left[\frac{C_{i-1,j} U_{i-1,j}}{\Delta x_{ew}} \right] \Delta x_{ew} \Delta y_{sn} \Delta z + \left[\frac{C_{i,j} U_{i,j}}{\Delta y_{sn}} \right] \Delta x_{ew} \Delta y_{sn} \Delta z -$$

$$\left[\frac{C_{i,j-1} U_{i,j-1}}{\Delta y_{sn}} \right] \Delta x_{ew} \Delta y_{sn} \Delta z = \frac{Rk_{i,j}}{Sc Re} \frac{(C_{i+1,j} - C_{i,j})}{\Delta x_{pe} \Delta x_{ew}} \Delta x_{ew} \Delta y_{sn} \Delta z -$$

$$\begin{aligned}
& \frac{Rk_{i-1,J}}{Sc \text{ Re}} \frac{(C_{I,J} - C_{I-1,J})}{\delta X_{WP} \delta X_{ew}} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z + \frac{Rk_{I,j}}{Sc \text{ Re}} \frac{(C_{I,J+1} - C_{I,J})}{\delta Y_{PN} \delta Y_{sn}} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \\
& - \frac{Rk_{I,j-1}}{Sc \text{ Re}} \frac{(C_{I,J} - C_{I,J-1})}{\delta Y_{SP} \delta Y_{sn}} \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z
\end{aligned} \tag{3.89}$$

Katsayılar düzenlenirse ;

$$Fe = U_{i,J} \delta Y_{sn} \tag{3.90}$$

$$Fw = U_{i-1,J} \delta Y_{sn} \tag{3.91}$$

$$Fn = V_{I,j} \delta X_{ew} \tag{3.92}$$

$$Fs = V_{I,j-1} \delta X_{ew} \tag{3.93}$$

$$De = \frac{Rk_{i,J}}{Sc \text{ Re}} \frac{1}{\delta X_{PE}} \delta Y_{sn} \tag{3.94}$$

$$Dw = \frac{Rk_{i-1,J}}{Sc \text{ Re}} \frac{1}{\delta X_{WP}} \delta Y_{sn} \tag{3.95}$$

$$Dn = \frac{Rk_{I,j}}{Sc \text{ Re}} \frac{1}{\delta Y_{PN}} \delta X_{ew} \tag{3.96}$$

$$Ds = \frac{Rk_{I,j-1}}{Sc \text{ Re}} \frac{1}{\delta Y_{SP}} \delta X_{ew} \tag{3.97}$$

$$\delta V = \delta X_{ew} \delta Y_{sn} \Delta Z \tag{3.98}$$

$$P_e = \frac{F_e}{D_e}, \quad P_w = \frac{F_w}{D_w}, \quad P_n = \frac{F_n}{D_n}, \quad P_s = \frac{F_s}{D_s} \quad (3.99)$$

Katsayılar yerlerine yazıldığında aşağıdaki denklem elde edilir;

$$F_e C_{i,j} - F_w C_{i-1,j} + F_n C_{i,j} - F_s C_{i,j-1} = D_e (C_{i+1,j} - C_{i,j}) - D_w (C_{i,j} - C_{i-1,j}) + D_n (C_{i,j+1} - C_{i,j}) - D_s (C_{i,j} - C_{i,j-1}) \quad (3.100)$$

Upwind metodu uygulandığında ;

$$F_e C_{i,j} = C_{i,j} \|F_e, 0\| - C_{i+1,j} \|-F_e, 0\| \quad (3.101)$$

$$F_w C_{i-1,j} = C_{i-1,j} \|F_w, 0\| - C_{i,j} \|-F_w, 0\| \quad (3.102)$$

$$F_n C_{i,j} = C_{i,j} \|F_n, 0\| - C_{i,j+1} \|-F_n, 0\| \quad (3.103)$$

$$F_s C_{i,j-1} = C_{i,j-1} \|F_s, 0\| - C_{i,j} \|-F_s, 0\| \quad (3.104)$$

Düzenlendiğinde ;

$$C_{i,j} \|F_e, 0\| - C_{i+1,j} \|-F_e, 0\| - C_{i-1,j} \|F_w, 0\| + C_{i,j} \|-F_w, 0\| + C_{i,j} \|F_n, 0\| - C_{i,j+1} \|-F_n, 0\| - C_{i,j-1} \|F_s, 0\| + C_{i,j} \|-F_s, 0\| = D_e (C_{i+1,j} - C_{i,j}) - D_w (C_{i,j} - C_{i-1,j}) + D_n (C_{i,j+1} - C_{i,j}) - D_s (C_{i,j} - C_{i,j-1}) \quad (3.105)$$

$$C_{i,j} [\|F_e, 0\| + \|-F_w, 0\| + \|F_n, 0\| + \|-F_s, 0\| + D_e + D_w + D_n + D_s] = C_{i+1,j} [\|-F_e, 0\| + D_e] + C_{i-1,j} [\|F_w, 0\| + D_w] + C_{i,j+1} [\|-F_n, 0\| + D_n] + C_{i,j-1} [\|F_s, 0\| + D_s] \quad (3.106)$$

Yukardaki lineer cebirsel sisteminin katsayıları a_P, a_E, a_W, a_N, a_S aşağıdaki gibi ifade edilir ;

$$a_P \Phi_P = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S \quad (3.107)$$

$$\Phi_P = C_{I,J} , \quad \Phi_E = C_{I+1,J} , \quad \Phi_W = C_{I-1,J} , \quad \Phi_N = C_{I,J+1} , \quad \Phi_S = C_{I,J-1} \quad (3.108)$$

$$a_P = [\|F_e, 0\| + \|-F_w, 0\| + \|F_n, 0\| + \|-F_s, 0\| + D_e + D_w + D_n + D_s] \quad (3.109)$$

$$a_E = [\| -F_e, 0\| + D_e] \quad (3.110)$$

$$a_W = [\| F_w, 0\| + D_w] \quad (3.111)$$

$$a_N = [\| -F_n, 0\| + D_n] \quad (3.112)$$

$$a_S = [\| F_s, 0\| + D_s] \quad (3.113)$$

3.3. SIMPLE Algoritması

Diferansiyel denklemler cebirsel denklemlere aşağıda yazıldığı gibi dönüştürülmüştür.

$$a_P \Phi_P = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + b$$

Bu ifadeden yararlanılarak hız bileşenleri U ve V için cebirsel denklemler şu şekilde yazılabilir:

$$a_e U_e = \sum a_{nb} U_{nb} + b + (P_P - P_E) A_e \quad (3.114)$$

$$a_n V_n = \sum a_{nb} V_{nb} + b + (P_P - P_N) A_n \quad (3.115)$$

Bu denklemde a_{nb} , U_{nb} ve V_{nb} bütün komşu noktalardaki değişkenleri ve ilgili katsayıları temsil eder. A_e kontrol hacminin doğu yüzeyinin alanı olup $\Delta Y \times 1$ dir. A_n ise kontrol hacminin kuzey yüzeyinin alanı olup $\Delta X \times 1$ dir. Eğer basınç dağılımı biliniyor veya tahmini bir basınç alanı kullanılıyorsa Eş. 3.114 ve Eş. 3.115'den U ve V hız bileşenleri çözülebilir. Tahmini basınç alanı kullanılarak çözülen hız alanı gerçek hız dağılımı olmayacağından süreklilik denklemi çok büyük bir olasılıkla sağlanamayacaktır. Tahmini basınç P^* kullanılması ile çözülen hız bileşenlerini U^* ve V^* olarak gösterelim. Buna göre P^* basıncına karşı hızlar aşağıdaki şekilde olacaktır.

$$a_e U_e^* = \sum a_{nb} U_{nb}^* + b + (P_P^* - P_E^*) A_e \quad (3.116)$$

$$a_n V_n^* = \sum a_{nb} V_{nb}^* + b + (P_P^* - P_N^*) A_n \quad (3.117)$$

3.4. Basınç ve Hız Düzeltme Denklemleri

Eş. 3.116 ve Eş. 3.117' de kullanılan basınçlar tahmini basınç olduğundan bu denklemlerde çözülen hızlar tahmini olup doğru değildir. Bu nedenle doğru sonuca ulaşmak için P^* tahmini basıncın doğru basınç dağılımına yaklaştırılması gerekir. Doğru basıncın P olduğunu kabul edersek ;

$$P = P^* + P' \quad (3.118)$$

İfadesinden elde edildiğini düşünerek basınçtaki P' düzeltmesine karşılık hız bileşenlerindeki düzeltmeler şöyle ifade edilir:

$$U = U^* + U' , \quad V = V^* + V' \quad (3.119)$$

Eğer Eş. 3.119, Eş. 3.114'de yerine konur ve Eş. 3.116 bu yeni eşitlikten çıkarılırsa;

$$a_e U'_e = \sum a_{nb} U'_{nb} + (P'_P - P'_E) A_e \quad (3.120)$$

olur. Bu eşitliğin sağ tarafındaki birinci terimin etkisinin az olması nedeniyle bu terim ihmal edilebilir [19]. Böylece denklem;

$$a_e U'_e = (P'_P - P'_E) A_e \quad (3.121)$$

olur. Burada hız düzeltmesi ;

$$U'_e = d_e (P'_P - P'_E) \quad (3.122)$$

İfadesi elde edilerek bu eşitlikte;

$$d_e = \frac{A_e}{a_e} \quad (3.123)$$

kısaltması yapılarak benzer şekilde V hız bileşenindeki düzeltme aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$V'_n = d_n (P'_P - P'_N) \quad (3.124)$$

Eş. 3.122 ve Eş. 3.124 kullanılarak basınçtaki P' düzeltmesine karşılık hız bileşenlerinde yapılması gereken düzeltmeler hesaplanabilir. Bu düzeltmelerin sistematik olması için basınç düzeltmesi P' için bir denklem elde edilmiştir. Bu denklem süreklilik denkleminde elde edilebilmektedir. Süreklilik denklemi Şekil 3.5'de görülen kontrol hacminde integre edilirse;

$$(U_e - U_w) \Delta Y + (V_n - V_s) \Delta X = 0 \quad (3.125)$$

olur ve bu eşitlikte;

$$U_e = U_e^* + \frac{A_e}{a_e} (P'_P - P'_E) \quad (3.126)$$

$$V_e = V_e^* + \frac{A_n}{a_n} (P'_P - P'_N) \quad (3.127)$$

olur. Bu denklemler yerlerine konur ve düzenlenirse;

$$a_P P'_P = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b \quad (3.128)$$

elde edilir. Bu eşitlik ise basınç düzeltme denklemi olarak bilinir. Burada ;

$$a_E = \frac{A_e}{a_e} \Delta Y, \quad a_W = \frac{A_w}{a_w} \Delta Y, \quad a_N = \frac{A_n}{a_n} \Delta X, \quad a_S = \frac{A_s}{a_s} \Delta X \quad (3.129)$$

$$b = (U_w^* - U_e^*) \Delta Y + (V_s^* - V_n^*) \Delta X \quad (3.130)$$

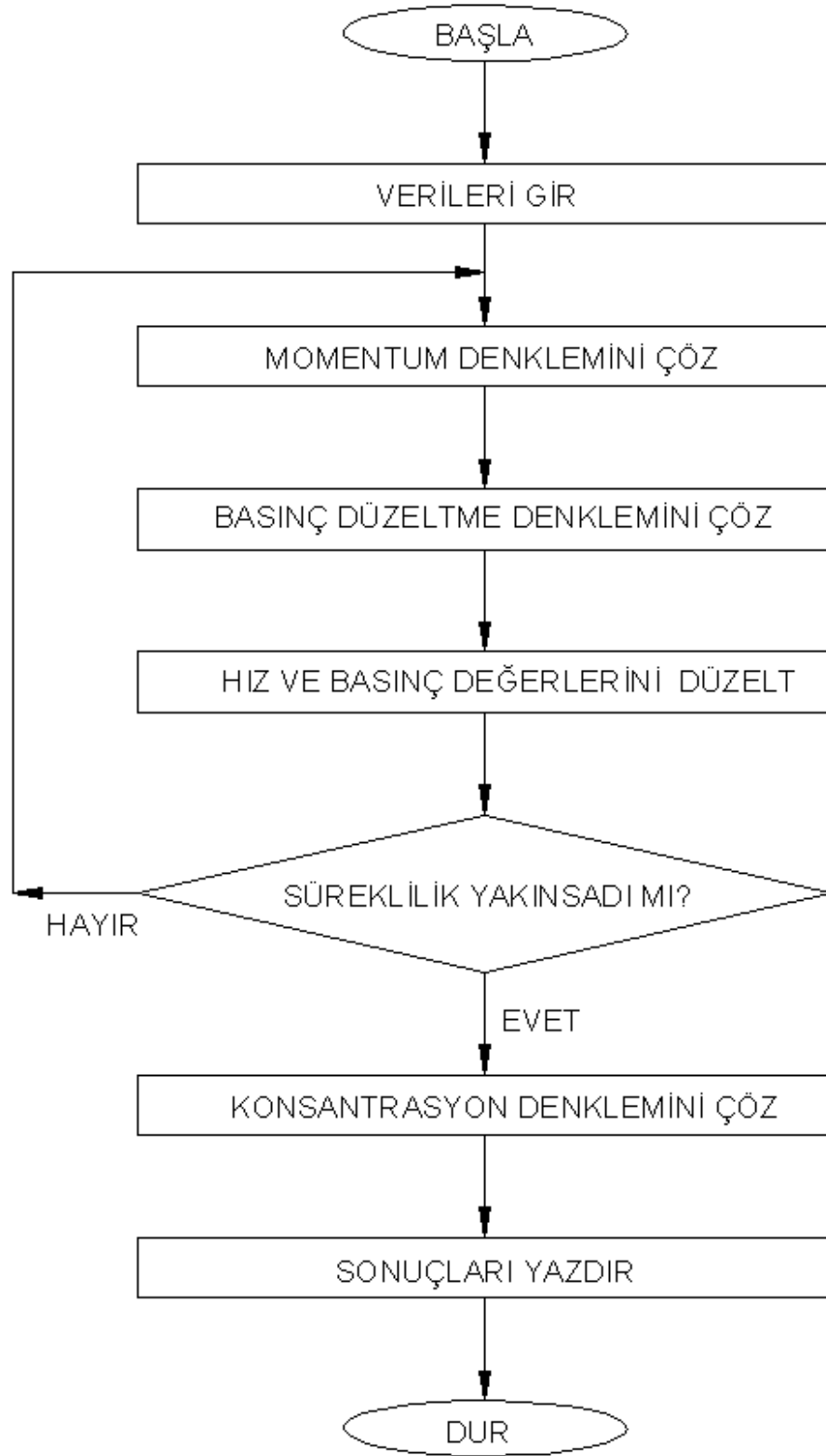
3.5. Cebirsel Denklemlerin Çözümü ve SIMPLE Algoritmasında İşlem Sırası

Elde edilen cebirsel denklem sistemlerini sayısal olarak çözmek için Gauss Seidel iterasyon tekniği kullanılmıştır. Bu çözüm metodunda değişkenlerden biri biliniyor kabul edilerek (bir önceki iterasyon değeri kullanılarak) çözülür. Bu işlem birbirini takip eden iki iterasyonda bütün değişken değerlerindeki değişim yeteri kadar küçük (10^{-3}) oluncaya kadar tekrarlanır.

SIMPLE Algoritmasındaki işlem sırası ve geliştirilen programın akış şeması Şekil 3.6'da verilmiştir. Kontrol hacim metodu ve SIMPLE algoritması esas alınarak elde edilen cebirsel denklem sistemleri şu sırayla çözülür [19, 20].

1. Akış alanı içerisindeki basınç dağılımı P^* tahmin edilir.

2. Bu basınç dağılımı ile momentum denklemleri Eş. 3.116 ve Eş. 3.117 kullanılarak akış alanı içerisindeki hız dağılımı çözülür.
3. Elde edilen hız değerleri kullanılarak süreklilik denkleminin sağlanıp sağlanmadığına bakılır ve basınç düzeltme denklemi çözülerek basınç elde edilir.
4. Eğer süreklilik denklemi sağlanmamışsa basınç $P=P^*+P'$ ifadesinden düzeltilir.
5. Hız bileşenleri Eş. 3.126 ve Eş. 3.127 kullanılarak düzeltilir.
6. Düzeltilmiş basınç ile yeni bir basınç alanı kullanılarak, ikinci adımdan sonraki işlemler sonuçlar yakınsayıncaya kadar tekrarlanır.
7. Düzeltilmiş hızlar esas alınarak konsantrasyon denklemlerinden konsantrasyon dağılımı bulunur.



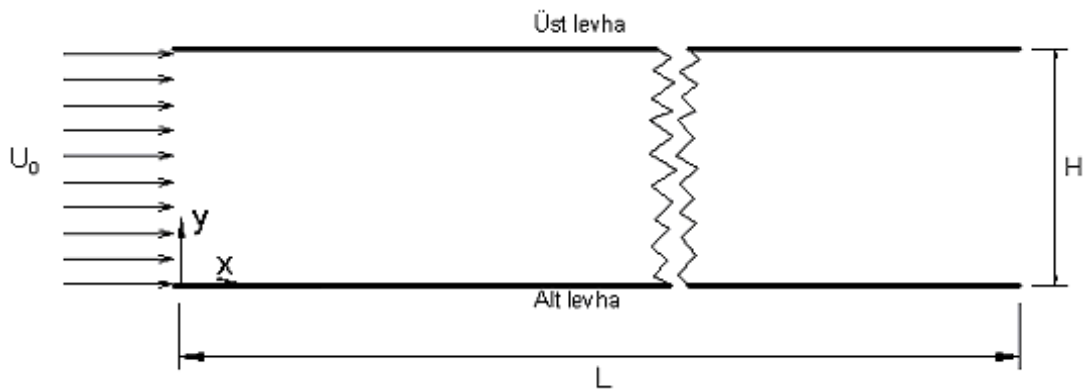
Şekil 3.6. Bilgisayar programının akış şeması

4. SAYISAL MODELLEME VE PROGRAMIN TEST EDİLMESİ

Geliştirilen sayısal modelin ve programın doğruluğunu test etmek için, çalışmanın konusu olan problemi çözmeden önce analitik çözümü olan düz kanal içindeki akış ve alt duvarı gözenekli bir kanaldaki akış analiz edilmiş, literatürdeki sonuçlar ile karşılaştırılmıştır.

4.1. Düz Kanalda Tam Gelişmiş Akış

İki paralel plakadan oluşan düz kanaldaki akış, Şekil 4.1’de gösterilmiştir. Yüksekliği H , uzunluğu L olan iki paralel levhadan oluşan bir kanaldaki akış incelenmiştir. Akışkan, kanala uniform bir hız ile girmekte ve yeterli uzunluktaki kanaldan tam gelişmiş akış şartlarında çıkmaktadır. İki boyutlu düzlemde incelenen kanaldaki Newtonian akışkanın kararlı rejim ve laminar olduğu kabul edilmiştir.



Şekil 4.1. Düz kanal geometrisi ve koordinat sistemi

4.1.1. Genel denklemler

Problemin matematiksel olarak ifade edilebilmesi için süreklilik ve momentum denklemleri, iki boyutlu kartezyen koordinat sisteminde aşağıdaki gibi yazılabilir.

İki boyutlu kararlı bir akış için süreklilik denklemi ;

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4.1)$$

Momentum denklemleri

x-yönünde

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu_f \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (4.2)$$

y-yönünde

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu_f \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] \quad (4.3)$$

4.1.2. Sınır şartları

Akışkanın kanala uniform u_0 hızı ile girdiği, çıkışta ise akışın tam gelişmiş olduğu kabul edilmiştir.

Kanal girişinde (x=0)

$$u(0, y) = u_0, \quad v(0, y) = 0 \quad (4.4)$$

Kanal çıkışında (x=L)

$$\frac{\partial u(L, y)}{\partial x} = 0, \quad v(L, y) = 0 \quad (4.5)$$

Üst plakada (y=H)

$$u(x, H) = 0, \quad v(x, H) = 0 \quad (4.6)$$

Alt plakada ($y=0$)

$$u(x,0)=0, \quad v(x,0)=0 \quad (4.7)$$

4.1.3. Denklemlerin boyutsuz biçime dönüştürülmesi

Denklemleri ve sınır şartlarını boyutsuz hale getirmek için referans değerleri kullanılarak çözüme gidilmiştir.

Referans uzunluk;

$$X_R = H \quad (4.8)$$

Referans basınç;

$$P_R = \rho_0 U_0^2 \quad (4.9)$$

Referans hız;

$$u_R = U_0 \quad (4.10)$$

Referans değerler kullanılarak boyutsuz değişkenler aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

Boyutsuz uzunluk;

$$X = \frac{x}{H}, \quad Y = \frac{y}{H}, \quad L = \frac{l}{H} \quad (4.11)$$

Boyutsuz hız;

$$U = \frac{u}{U_0}, \quad V = \frac{v}{U_0} \quad (4.12)$$

Boyutsuz basınç;

$$P = \frac{p}{\rho_f U_0^2} \quad (4.13)$$

Denklemlerde kullanılan boyutsuz sayılar ise aşağıdaki gibi yazılmıştır :

Reynolds Sayısı;

$$\text{Re} = \frac{u_0 H}{\nu_f} \quad (4.14)$$

Boyutsuz süreklilik denklemi

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (4.15)$$

Boyutsuz momentum denklemleri

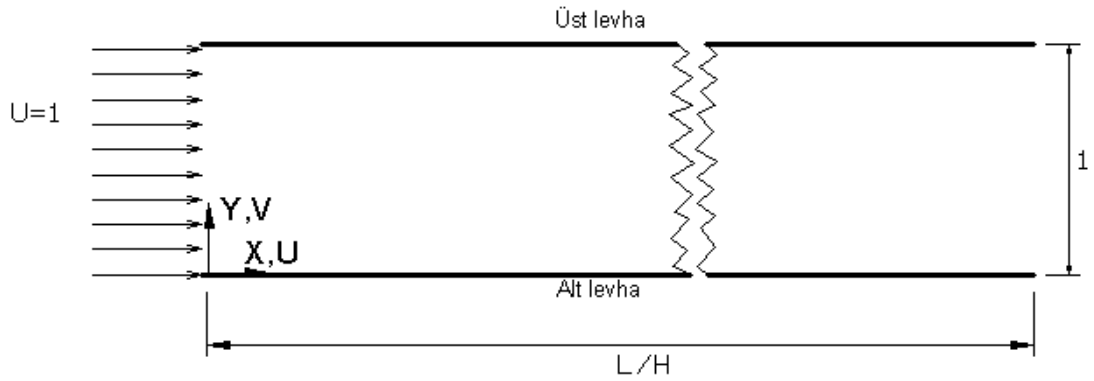
X yönü için;

$$\left[\frac{\partial(UU)}{\partial X} + \frac{\partial(VU)}{\partial Y} \right] = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] \quad (4.16)$$

Y yönü için;

$$\left[\frac{\partial(UV)}{\partial X} + \frac{\partial(VV)}{\partial Y} \right] = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] \quad (4.17)$$

4.1.4. Boyutsuz sınır şartları



Şekil 4.2. Düz kanal geometrisi ve boyutsuz koordinat sistemi

Kanal girişinde (X=0)

$$U(0, Y) = 1, \quad V(0, Y) = 0 \quad (4.18)$$

Kanal çıkışında (X=L/H)

$$\frac{\partial U(L/H, Y)}{\partial X} = 0, \quad V(L/H, Y) = 0 \quad (4.19)$$

Üst levhada (Y=1)

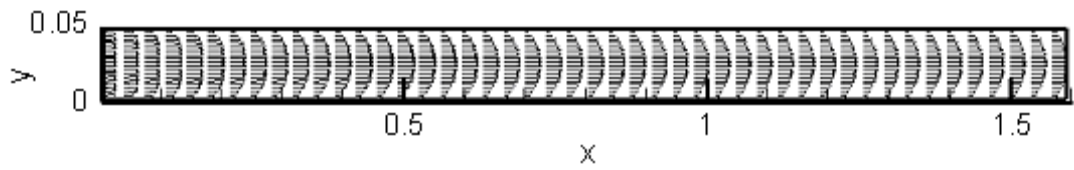
$$U(X, 1) = 0, \quad V(X, 1) = 0 \quad (4.20)$$

Alt levhada (Y=0)

$$U(X, 0) = 0, \quad V(X, 0) = 0 \quad (4.21)$$

4.1.5. Düz kanaldaki akış simülasyonunun analitik çözümle karşılaştırılması

Geliştirilen bilgisayar programı ile elde edilen hız vektörü dağılımı Şekil 4.3'de verilmiştir. Bu şekilde görüldüğü gibi uniform bir hızla giren akış, kanal boyunca gelişerek tam gelişmiş bir akış oluşmaktadır.



Şekil 4.3. Düz kanalın içindeki akışın hız vektörü dağılımı

Tam gelişmiş akışın denklemi analitik olarak çözümlenerek tam gelişmiş akış hız profili elde edilebilir.

$$u(y) = \frac{1}{\rho\nu} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right) \frac{y^2}{2} - \frac{1}{\rho\nu} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right) \frac{H}{2} y \quad \text{veya}$$

$$u(y) = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right) \frac{y^2}{2} - \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right) \frac{H}{2} y \quad (4.22)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x}, \text{ sabit olduğu için; } \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right) = -\frac{\Delta P}{L} \text{ dir.} \quad (4.23)$$

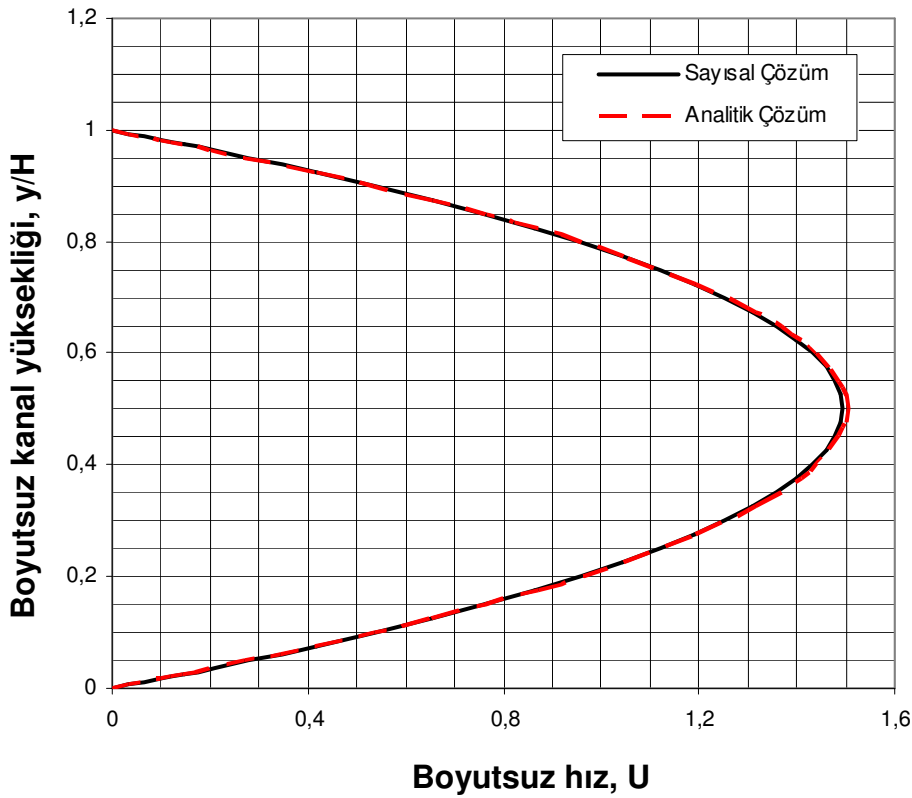
x – yönündeki basınç değişimi aşağıda görülmektedir.

$$u_0 = -\frac{1}{12\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right) H^2 \longrightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{12\mu u_0}{H^2} \right) \quad (4.24)$$

$$u(y) = \frac{1}{\mu} \left(-\frac{12\mu u_0}{H^2} \right) \frac{y^2}{2} - \frac{1}{\mu} \left(-\frac{12\mu u_0}{H^2} \right) \frac{H}{2} y$$

$$u(y) = 6u_0 \frac{y}{H} \left(1 - \frac{y}{H} \right) \quad (4.25)$$

Geliştirilen bilgisayar programının doğruluğunu test etmek için tam gelişmiş akış bölgesinde sayısal ve analitik olarak elde edilmiş olan hız profilleri Şekil 4.4'de karşılaştırılmıştır.

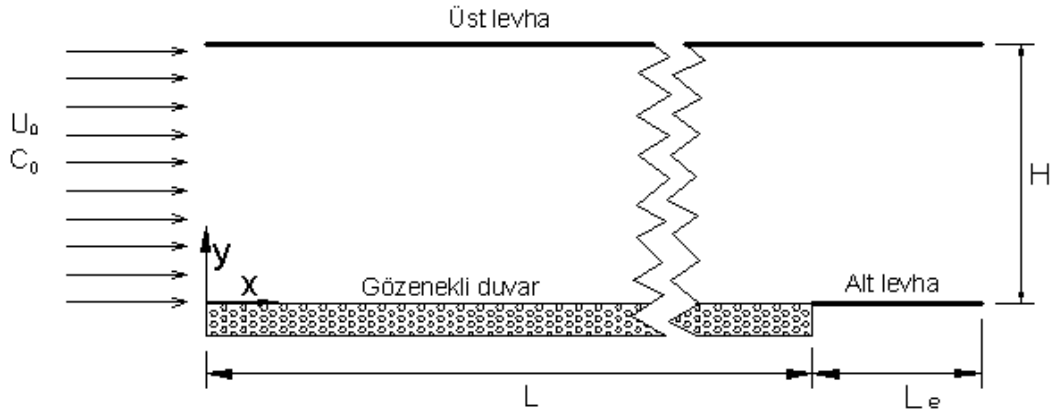


Şekil 4.4. Düz kanal için akışın gelişmiş bölgesindeki düşey düzlemde sayısal ve analitik olarak elde edilen hız profillerinin karşılaştırılması

Bu şekilde görüldüğü gibi sayısal metotla elde edilen sonuçlar, analitik metot ile elde edilen hız profiline oldukça yakındır. Bu da program çözümünün doğruluğunu göstermektedir.

4.2. Alt Duvarı Gözenekli Kanalda Akış

Geliştirilen matematiksel model ve programın gözenekli ortamlardaki doğruluğunu test etmek için literatürde çözümü bulunan alt duvarı gözenekli bir kanaldaki akış geliştirilen bir program ile simüle edilmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Problemin geometrisi ve koordinatları Şekil 4.5'de şematik olarak gösterilmiştir. H yüksekliğinde, $L+L_e$ uzunluğunda iki boyutlu bir kanaldaki akış incelenmiştir. L uzunluğunda gözenekli duvar, L_e uzunluğunda geçirgen olmayan bir plakayla uzatılarak akışın gelişmiş olması sağlanmıştır.



Şekil 4.5. Alt duvarı gözenekli kanalın geometrisi ve koordinat sistemi

4.2.1. Genel denklemler

Problemin matematiksel olarak ifade edilebilmesi için süreklilik, momentum ve konsantrasyon denklemleri iki boyutlu olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir [14, 20] .

Süreklilik denklemi

İki boyutlu kararlı bir akış için süreklilik denklemi ;

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4.26)$$

Momentum denklemleri

x-yönünde

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu_f \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (4.27)$$

y-yönünde

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu_f \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] \quad (4.28)$$

ν_f , akışkanın kinematik vizkozitesini, p basıncı göstermektedir.

Konsantrasyon denklemi

$$u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \right) \quad (4.29)$$

Kanalın girişindeki C_0 konsantrasyonun uniform olduğu kabul edilmiştir. Akışkan, kanalın gözenekli duvarından kanal dışına doğru akmaktadır. Bundan dolayı akış içerisinde bir konsantrasyon gradyanı oluşur.

Partiküllerin difüzyon katsayısı D olarak ifade edilmiştir.

4.2.2. Sınır şartları

Problemin denklemlerinin çözülebilmesi için denklemlerde kullanılan değişkenlerin sınır şartlarının bilinmesi gerekir. Akışkanın kanala uniform u_0 hızı ile girdiği ve girişte konsantrasyonun C_0 , çıkışta ise akışın tam gelişmiş akış olduğu varsayılmıştır.

Kanal girişinde (x=0)

$$u(0, y) = u_0, \quad v(0, y) = 0, \quad c(0, y) = C_0 \quad (4.30)$$

Kanal çıkışında (x=L+L_e)

$$\frac{\partial u(L + L_e, y)}{\partial x} = 0, \quad v(L + L_e, y) = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial x}(L + L_e, y) = 0 \quad (4.31)$$

Üst levhada (y=H)

$$u(x, H) = 0, \quad v(x, H) = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial y}(x, H) = 0 \quad (4.32)$$

Kanalın alt sınırında (y=0)

$$u(x, 0) = u_{kayma} = \phi_{kayma} \frac{\partial u}{\partial y}(x, 0), \quad v(x, 0) = v_w(x) \quad (4.33)$$

ϕ_{kayma} , akışkan ile gözenekli duvar arasındaki kaymayı göstermektedir.

Gözenekli duvarda akışkan y doğrultusunda akmaktadır ve genel olarak duvar boyunca değişken olabilir [14].

Gözenekli duvar üzerinde kütlenin konveksiyon ve difüzyonla olan eşitliğinden sınır şartı;

$$D \frac{\partial c}{\partial y}(x, 0) = v_w c_w \quad 0 \leq x \leq L$$

$$\frac{\partial c}{\partial y}(x, 0) = 0 \quad L \leq x \leq L + L_e \quad (4.34)$$

4.2.3. Denklemlerin boyutsuz biçime dönüştürülmesi

Denklemlerin boyutsuz değişkenlere bağlı olarak çözülmesi ile elde edilen sonuçlar geniş bir uygulama alanı sağladığından denklemler bu şekilde çözülmüştür. Denklemleri ve sınır şartlarını boyutsuz hale getirmek için referans değerleri kullanılarak çözüme gidilmiştir.

Referans Değerler

Referans uzunluk

$$X_R = H \quad (4.35)$$

Referans basınç

$$P_R = \rho_0 U_0^2 \quad (4.36)$$

Referans hız

$$u_R = U_0 \quad (4.37)$$

Referans konsantrasyon

$$C_R = C_0 \quad (4.38)$$

Referans değerler kullanılarak aşağıdaki boyutsuz değişkenler ifade edilmiştir;

Boyutsuz uzunluk;

$$X = \frac{x}{H} \quad \text{ve} \quad Y = \frac{y}{H} \quad (4.39)$$

Boyutsuz hız;

$$U = \frac{u}{U_0} \quad \text{ve} \quad V = \frac{v}{U_0} \quad (4.40)$$

Boyutsuz basınç;

$$P = \frac{P}{\rho_f U_0^2} \quad (4.41)$$

Boyutsuz konsantrasyon;

$$C = \frac{c}{C_0} \quad (4.42)$$

Bu denklemlerde kullanılan boyutsuz sayılar aşağıdaki gibi yazılmıştır :

Schmidt sayısı

$$Sc = \frac{\nu_f}{D} \quad (4.43)$$

Reynolds Sayısı

$$Re = \frac{U_0 H}{\nu_f} \quad (4.44)$$

Boyutsuz süreklilik denklemi

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (4.45)$$

Boyutsuz momentum denklemleri

X yönü için;

$$\left[\frac{\partial(UU)}{\partial X} + \frac{\partial(VU)}{\partial Y} \right] = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] \quad (4.46)$$

Y yönü için;

$$\left[\frac{\partial(UV)}{\partial X} + \frac{\partial(VV)}{\partial Y} \right] = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] \quad (4.47)$$

Boyutsuz konsantrasyon denklemi

Boyutsuz değişkenler konsantrasyon denkleminde yerlerine konur ve düzenlenirse;

$$\left[U \frac{\partial C}{\partial X} + V \frac{\partial C}{\partial Y} \right] = \frac{1}{Sc \text{Re}} \left[\frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2} \right] \quad (4.48)$$

4.2.4. Boyutsuz Sınır Şartları

Kanal girişinde (X=0)

$$U(0,Y) = 1, \quad V(0,Y) = 0, \quad C = 1 \quad (4.49)$$

Üst levhada (Y=1)

$$U(X,1) = 0 \quad V(X,1) = 0 \quad \frac{\partial C}{\partial Y}(X,1) = 0 \quad (4.50)$$

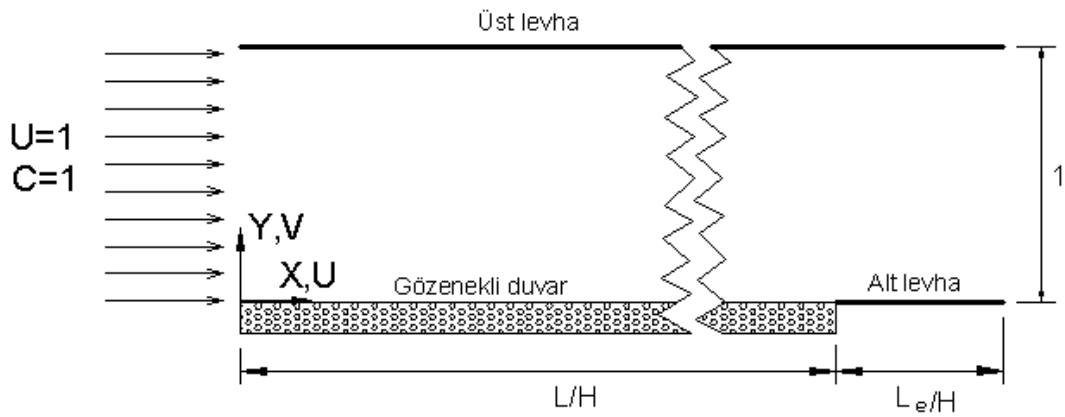
Kanal çıkışında ($X=(L+L_e)/H$)

$$\frac{\partial U((L+L_e)/H, Y)}{\partial X} = 0, \quad V((L+L_e)/H, Y) = 0, \quad \frac{\partial C}{\partial Y}((L+L_e)/H, Y) = 0 \quad (4.51)$$

Kanalın alt sınırında ($Y=0$)

$$U_0 U(X, 0) = \phi_{kayma} \frac{U_0}{H} \frac{\partial U}{\partial Y}(X, 0) \Rightarrow U(X, 0) = \phi_{kayma} \frac{1}{H} \frac{\partial U}{\partial Y}(X, 0)$$

$$U(X, 0) = \phi_{kayma}^* \frac{\partial U}{\partial Y}(X, 0), \quad V(X, 0) = \frac{v_w(x)}{U_0} = V_w(X) \quad (4.52)$$



Şekil 4.6. Alt duvarı gözenekli kanalın geometrisi ve boyutsuz koordinat sistemi

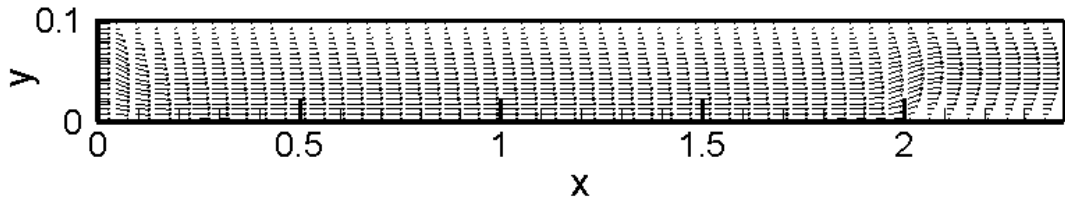
Gözenekli duvarda boyutsuz konsantrasyon sınır şartı aşağıdaki şekilde yazılabilir [18].

$$\frac{\partial C}{\partial Y}(X, 0) = Sc Re V_w C_w \quad 0 \leq X \leq \frac{L}{H}$$

$$\frac{\partial C}{\partial Y}(X, 0) = 0 \quad \frac{L}{H} \leq X \leq \frac{L+L_e}{H} \quad (4.53)$$

4.2.5. Alt duvarı gözenekli kanaldaki akış simülasyonlarının literatürdeki sonuçlarla karşılaştırılması

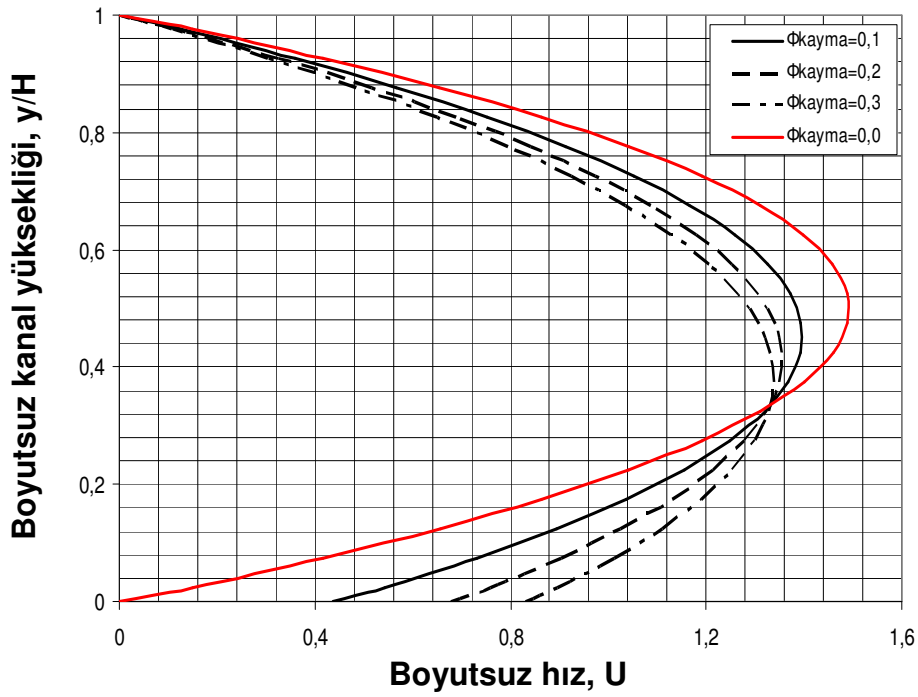
SIMPLE algoritması kullanılarak meydana getirilen bilgisayar programıyla analizi yapılan alt duvarı gözenekli kanaldaki hız vektörü dağılımı Şekil 4.7’de görülmektedir. Bu simülasyonda gözenekli duvar üzerindeki boyutsuz kayma katsayısı $\Phi^*_{\text{kayma}}=0,2$ alınmıştır.



Şekil 4.7. Alt duvarı gözenekli kanaldaki hız vektörü dağılımı

Bu şekilde görüldüğü gibi, hız üst levha üzerinde sıfır iken alt gözenekli levhadaki hız kaymadan dolayı sıfırdan farklıdır.

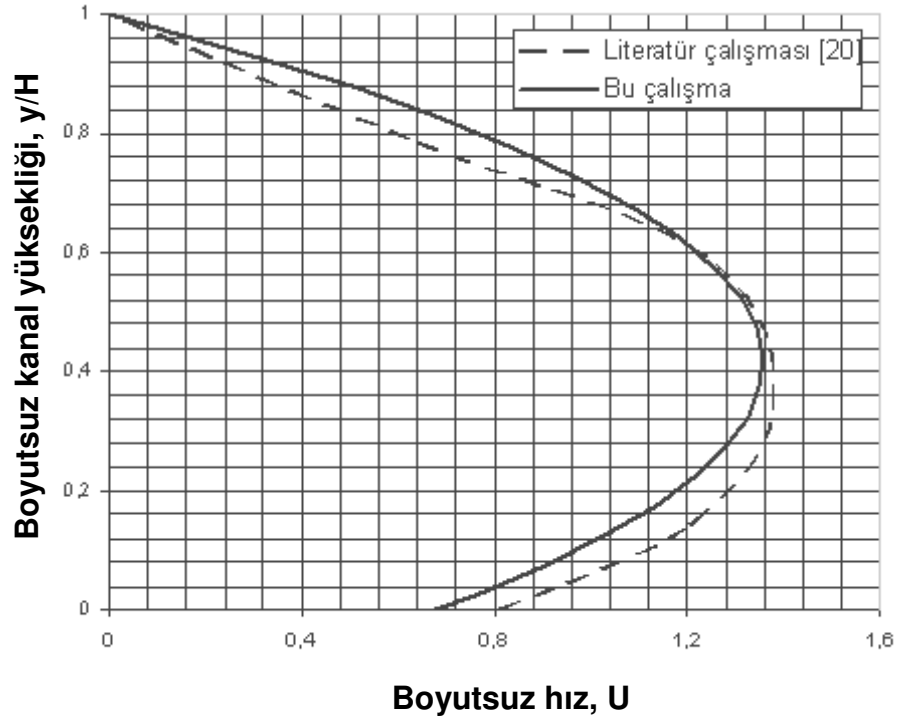
Kanalın düşey orta düzleminden alınan kesitte $Re_{\text{duvar}}=0,02$, $Re=500$, $Sc=5000$ olduğu durumda farklı boyutsuz kayma katsayıları için hız profilleri Şekil 4.8’de gösterilmiştir. $\Phi^*_{\text{kayma}}=0$ olduğunda akışkan düz kanal içerisindeki gibi hareket etmektedir. Kayma katsayısı arttıkça gözenekli duvar üzerindeki X doğrultusunda hız artmaktadır ve kanalın düşey kesitindeki maksimum hız gözenekli duvara doğru kayacaktır [20].



Şekil 4.8. Kanalın düşey orta düzleminde farklı kayma katsayıları ile elde edilen hız profilleri ($Re_{duvar}=0,02$, $Re=500$, $Sc=5000$)

Programın doğruluğunun tespit edilmesi amacıyla Şekil 4.9'da $Re=500$, $Sc=5000$, $Re_{duvar}=0,02$ ve $\Phi^*_{kayma}=0,2$ durumunda kanalın düşey orta düzlemindeki hız profili önceki literatür çalışmasındaki sonuçla karşılaştırılmıştır.

Bu şekilde görüldüğü gibi bu çalışmada elde edilen hız değeri, Varol [20] tarafından yapılan çalışmada elde edilen hız profiline göre üst levhadan kanal ortasına kadar daha büyüktür. Kanal ortasından gözenekli alt duvara kadar olan bölgede ise tam tersi bir durum gözlenmiştir. Bu çalışmada elde edilen hız profilinin literatürdekine olan farkı, grid sayılarının farklı olmasından dolayı hız profilinin az bir değişiklik gösterip yukarıya doğru kaymasıdır (Şekil 4.9).



Şekil 4.9. Kanalın düşey orta düzleminde $\Phi_{\text{kayma}}^*=0,2$ durumu için hız profilinin önceki literatür çalışmasıyla karşılaştırılması

5. BULGULAR VE TARTIŞMALAR

Bu çalışmada tabanında gözenekli difüzyon tabakası bulunan kanallardaki akışkan hareketi ve konsantrasyonu incelenmiştir. Yapılan çalışmada kullanılan geometrik boyutlar, akışkan özellikleri ve giriş şartları Çizelge 5.1’de verilmiştir. Farklı Reynolds sayılarında ($Re = 200, 400, 600, 1000$) farklı gözeneklilik değerlerine sahip ortamlarda ($\varepsilon = 0,5, 0,7, 0,8$) ve gözenekli tabaka kalınlığının farklı değerleri için ($E = 0,2, 0,25, 0,3$) simülasyonlar yapılarak bu parametrelerin kanal içerisinde akış ve konsantrasyon dağılımına etkileri incelenmiştir.

Simülasyonlarda akışkan olarak hava kullanılmıştır. Gözenekli bölgenin alt yüzeyinde gerçekleşen elektro-kimyasal reaksiyon nedeniyle hava içindeki oksijen konsantrasyonu değişimi ve akış incelenmiştir. Bütün simülasyonlarda boyutsuz kayma katsayısı $\Phi^*_{\text{kayma}} = 0,05$, Forcheimer katsayısı $F = 0,35$, oksijenin hava içerisindeki difüzyon katsayısı $D = 2,12 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, havanın kinematik vizkozitesi $\nu_f = 1,56 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ ve gözenekli tabakanın alt yüzeyinde elektro-kimyasal reaksiyon nedeniyle gerçekleşen boyutsuz kütle transfer katsayısı $R_H = 0,005$ olarak alınmıştır [18, 23].

Çizelge 5.1. Yapılan çalışmada kullanılan parametrelerin değerleri ve akışkanın özellikleri

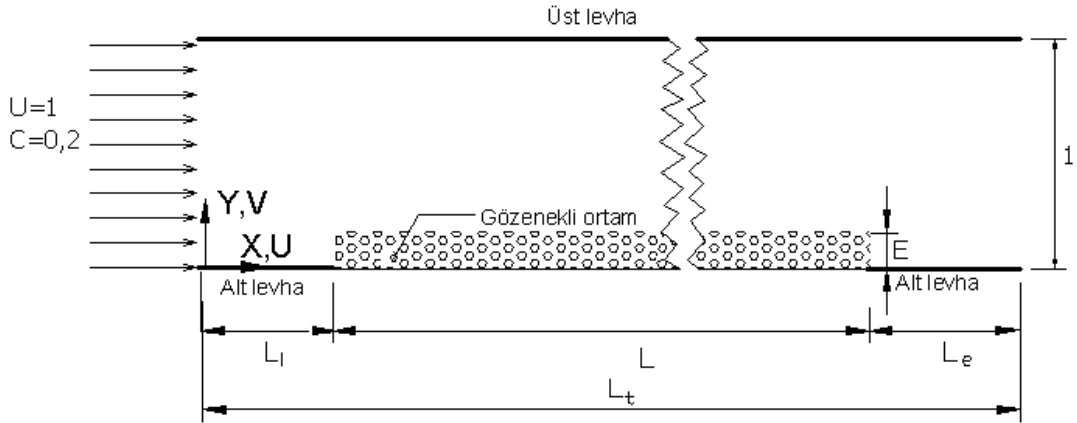
Parametreler	Parametre değerleri
Re	200 – 400 – 600 - 1000
ε	0,5 - 0,7 - 0,8
E (=e/H)	0,2 - 0,25 - 0,3
L_i	4
L	15
L_e	4
Φ^*_{kayma}	0,05
F	0,35
Sc	0,74
R_H	0,005

Çizelge 5.2’de farklı gözeneklilik değerlerine (ε) bağlı olarak boyutsuz geçirgenlik Darcy sayısı (Da) değerleri verilmiştir.

Çizelge 5.2. Gözeneklilik ve boyutsuz geçirgenlik (Darcy sayısı) değerleri [2]

Gözeneklilik (ε)	Boyutsuz geçirgenlik (Da)
0,5	$6,875 \times 10^{-7}$
0,7	10^{-4}
0,8	10^{-2}

Şekil 5.1’de incelemelere esas alınan kanalın geometrik yapısı ve koordinat sistemi görülmektedir. Kanalın üst duvarı geçirgen olmayan L_t ($=L_i+L+L_e$) boyunda düz levhadan, alt duvarı ise giriş kısmındaki L_i boyunda düz levha, L boyunda gözenekli tabaka ve çıkış kısmındaki L_e boyundaki düz levhadan oluşmaktadır. Gözenekli tabakanın kalınlığı E ile gösterilmiştir.



Şekil 5.1. İncelenen kanalın boyutsuz geometrik yapısı ve koordinat sistemi

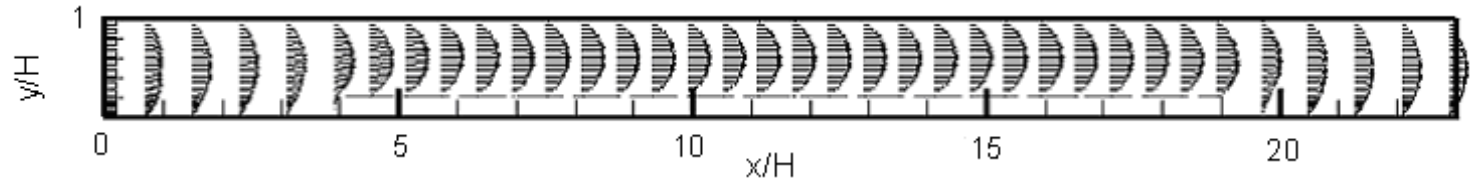
Gözenekli tabakanın gözenekliliği, Reynolds sayısı ve gözenekli tabakanın kalınlığı gibi üç önemli parametrenin değerleri değiştirilerek simülasyonlar yapılmış ve sonuçları irdelenmiştir. Bu parametrelerin, tabanında gözenekli tabaka bulunan kanalda, akışkan akışı ve konsantrasyon dağılımları üzerindeki etkisini görmek için hız vektör dağılımları, sabit konsantrasyon eğrileri, hız ve konsantrasyon profilleri çizilerek birbirleriyle karşılaştırılmıştır.

5.1. Gözenekliliğin Akış ve Konsantrasyon Dağılımına Etkisi

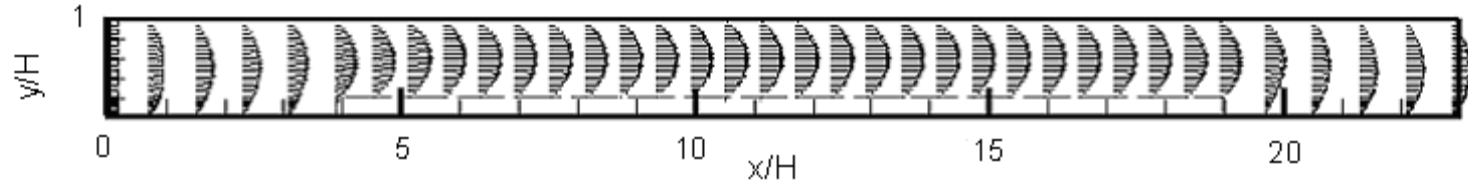
Gözenekliliğin akış ve konsantrasyon dağılımı üzerindeki etkilerini analiz etmek için, Reynolds sayısı ve gözenekli tabaka kalınlığı sabit tutularak, farklı gözeneklilik değerleri için simulasyonlar yapılmıştır.

Reynolds sayısı 200 ve gözenekli tabaka kalınlığı 0,2 için farklı gözeneklilik değerleri ile elde edilen hız vektör dağılımları Şekil 5.2’de, Reynolds sayısı 600 ve gözenekli tabaka kalınlığı 0,2 için farklı gözeneklilik değerleriyle elde edilen hız vektör dağılımı Şekil 5.3’de verilmiştir. Bu şekillerde görüldüğü gibi kanal girişinde uniform hızı olan akış, gözenekli tabakaya gelene kadar gelişmektedir. Gözenekli tabakanın içerisinden geçen akışın bu bölgedeki hızı, gözenekli tabakanın alt yüzeyine kadar hızlı bir şekilde azalmaktadır.. Gözenekli tabakanın bulunduğu düşey düzlemde, serbest akış bölgesinin yüksekliği azaldığından, akış hızı serbest akış bölgesinde artmaktadır. Gözenekli bölgenin bitmesinden sonra ($X>19$) akış, kanal sonuna kadar gelişerek tam gelişmiş akış halini almaktadır.

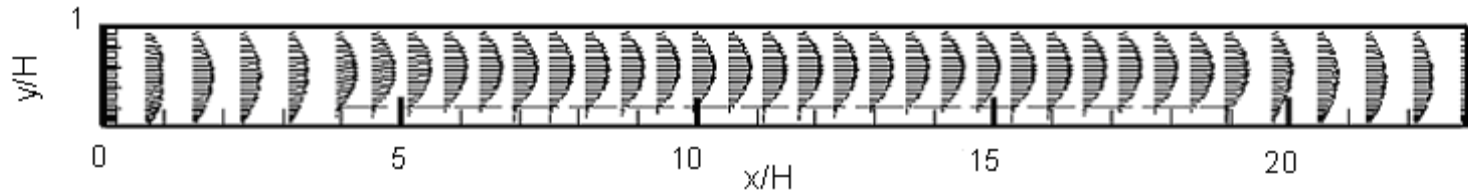
Kanalın düşey orta düzleminde hızın x-yönü bileşeninin profilleri, farklı gözeneklilik değerleri için Reynolds sayısının 200 ve 600 olması durumunda Şekil 5.4 ve Şekil 5.5’de verilmiştir. Bu şekiller incelendiğinde, gözenekliliğin artması sonucu hızın gözenekli bölgede arttığı, serbest akış bölgesinde ise azaldığı görülmektedir. Bunun nedeni, gözenekli maddenin içindeki boşluk hacminin artması nedeniyle akışın bu tabaka içine daha kolay girebilmesidir. Gözenekliliğin 0,5 ve 0,7 olduğu durumlarda gözenekli tabaka içindeki hız sıfıra çok yaklaşmaktadır. Gözenekli tabaka içinde akışkan ancak gözeneklilik belli bir değer üstüne çıktığında belirli bir hıza ulaşabilmektedir. Gözeneklilik 0,7 ‘den büyük olduğu zaman gözenekli tabaka içinde görülür bir akışkan hızı oluşmaktadır.



(a)



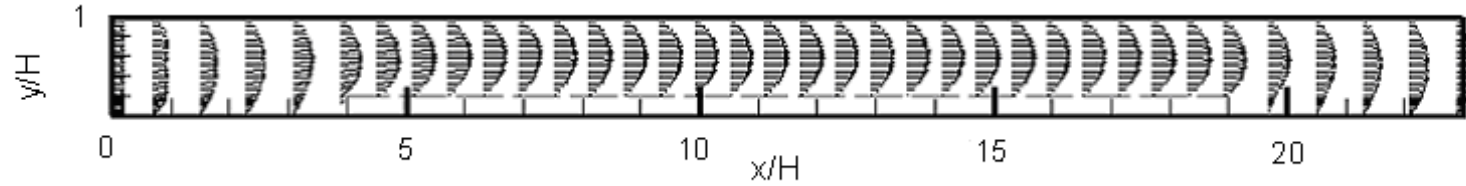
(b)



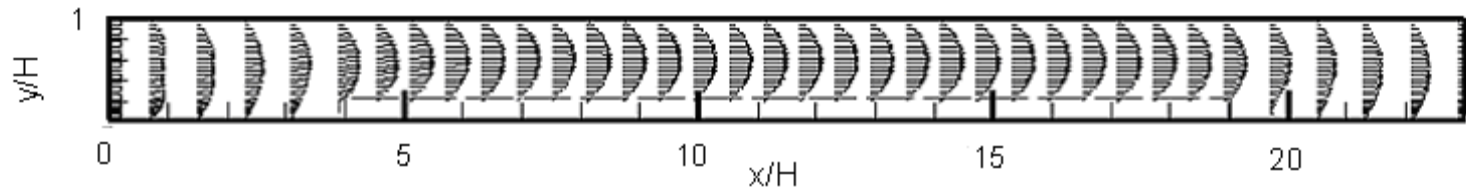
(c)

Şekil 5.2. Farklı gözeneklilik değerleri için hız vektörü dağılımı, ($Re=200$, $E=0,2$)

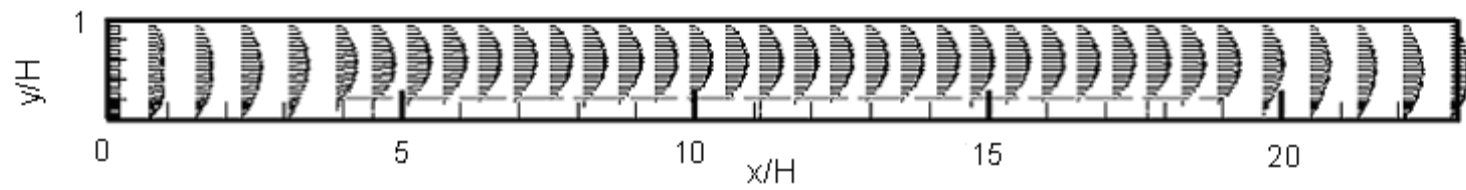
a) $\varepsilon=0,5$ b) $\varepsilon=0,7$ c) $\varepsilon=0,8$



(a)



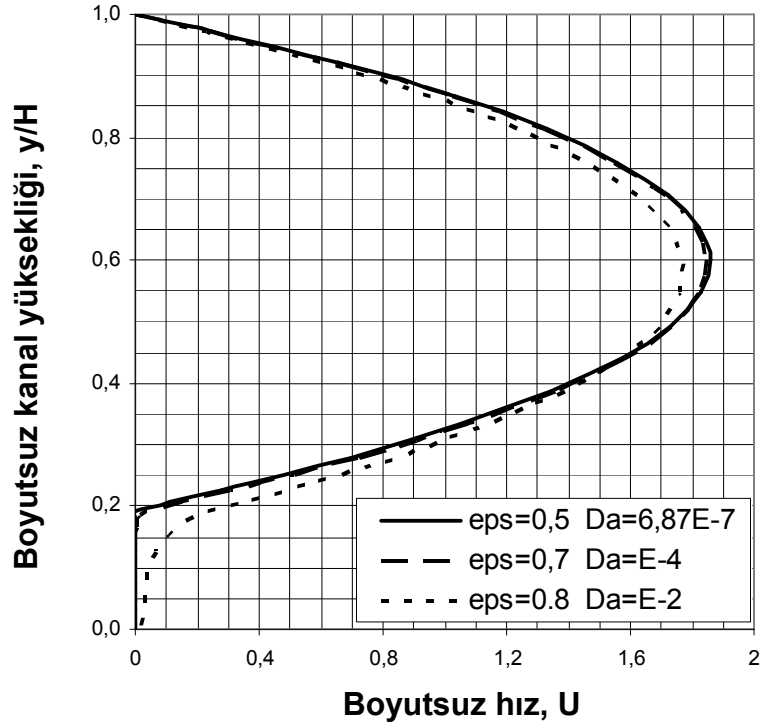
(b)



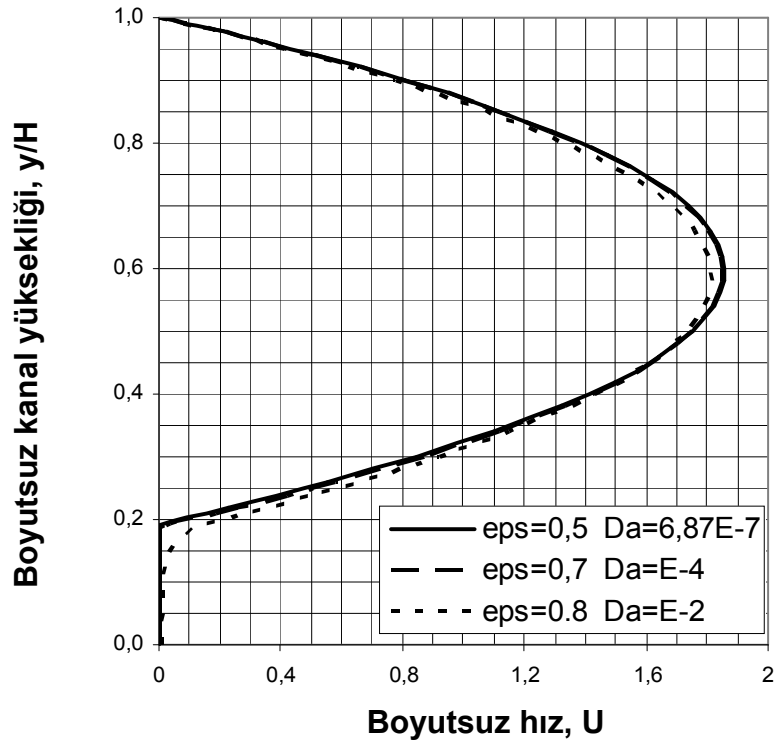
(c)

Şekil 5.3. Farklı gözeneklilik değerleri için hız vektörü dağılımı, ($Re=600$, $E=0,2$)

a) $\varepsilon=0,5$ b) $\varepsilon=0,7$ c) $\varepsilon=0,8$



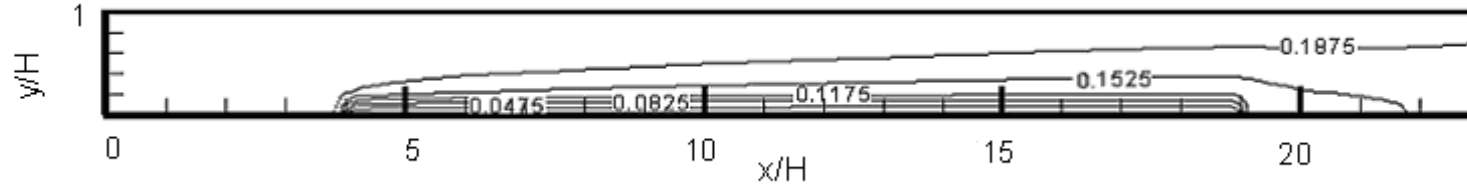
Şekil 5.4. Farklı gözenek değerleri için kanalın düşey orta düzleminde hız profilleri ($Re=200$, $E=0,2$)



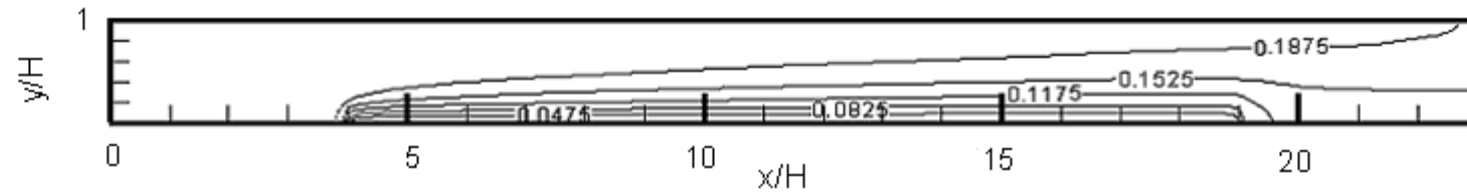
Şekil 5.5. Farklı gözenek değerleri için kanalın düşey orta düzleminde hız profilleri ($Re=600$, $E=0,2$)

Şekil 5.6 ve Şekil 5.7’de Reynolds sayısı $Re=200$ ve $Re=600$ ve gözenekli tabaka kalınlığı $E=0,2$ olduğunda değişik gözeneklilik değerlerinde ($\varepsilon=0,5, 0,7, 0,8$) oksijenin sabit konsantrasyon eğrileri verilmiştir. Bu şekillerde görüldüğü gibi, serbest akış bölgesinde O_2 konsantrasyonu girişteki konsantrasyona çok yakın değerlere sahip olurken, gözenekli tabaka içinde yüksek konsantrasyon gradyanı oluşmaktadır. Gözeneklilik değerinin artmasıyla, serbest akış bölgesindeki konsantrasyon bir miktar azalırken, gözenekli tabakanın alt yüzeyinde konsantrasyon oldukça düşmektedir.

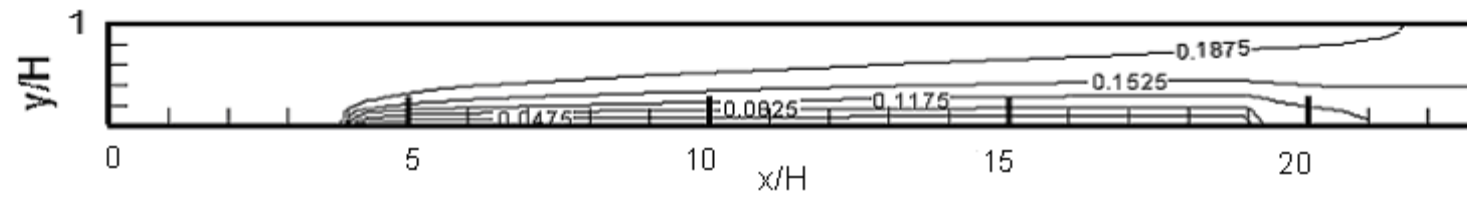
Değişik gözeneklilik değerleri ve gözenekli tabaka kalınlığı $E=0,2$ için Reynolds sayısının $Re=200$ ve $Re=600$ olduğu şartlarda, kanalın düşey orta düzlemindeki konsantrasyon profilleri Şekil 5.8 ve Şekil 5.9’da verilmiştir. Bu şekillerde görüldüğü gibi, gözenekli tabakanın başladığı yerden alt yüzeye kadar ($y/H=0,2 - 0,0$) konsantrasyon hızlı bir şekilde azalmaktadır. Buna karşılık serbest akış bölgesinin önemli bir kısmında konsantrasyonda çok küçük bir değişiklik olmaktadır. Gözenekli tabaka içinde oksijen konsantrasyonunun çok küçük olması, gözenekli tabakanın alt yüzeyinde gerçekleşen elektro-kimyasal reaksiyonun sonucu olarak oksijen moleküllerinin azalmasından dolayıdır. Gözeneklilik arttığında, gözenekli tabaka içine daha fazla akışkan girdiğinden elektro-kimyasal reaksiyona giren oksijen molekülü de artar. Bunun sonucu olarak daha fazla oksijen tüketilir ve kanal içindeki oksijen konsantrasyonu azalır.



(a)



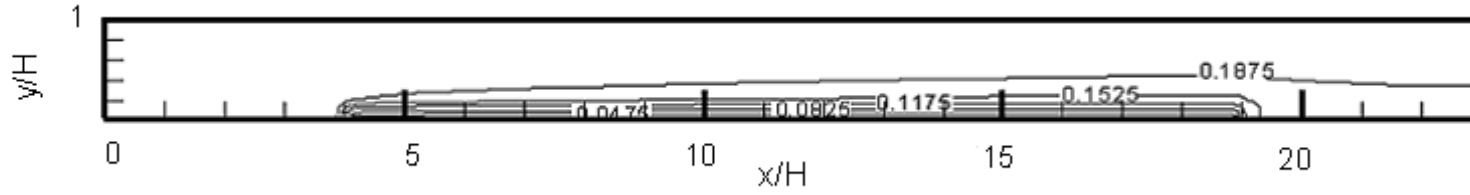
(b)



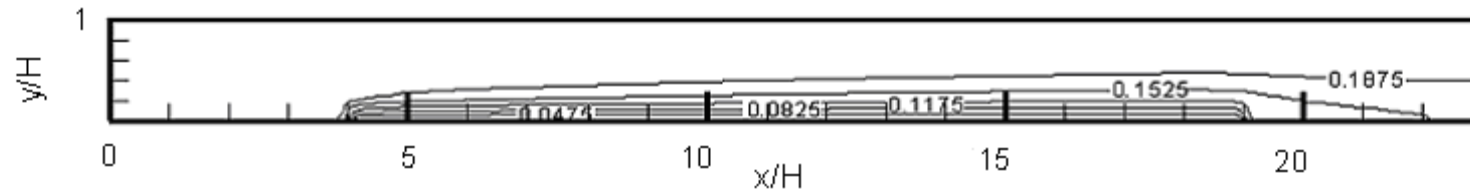
(c)

Şekil 5.6. Farklı gözeneklilik değerleri için sabit konsantrasyon eğrileri ($Re=200$, $E=0,2$)

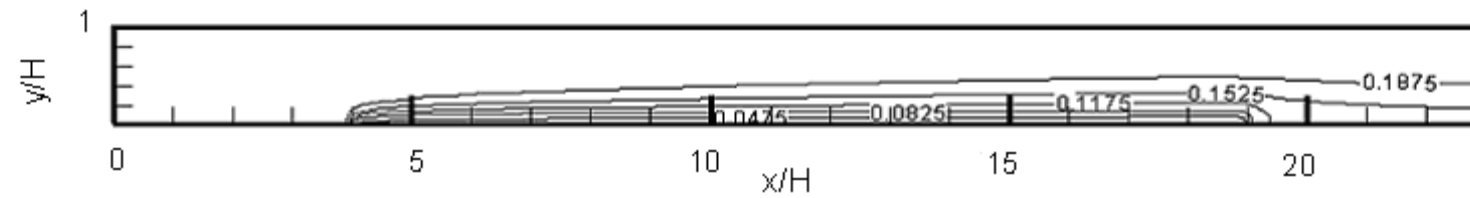
a) $\varepsilon=0,5$ b) $\varepsilon=0,7$ c) $\varepsilon=0,8$



(a)



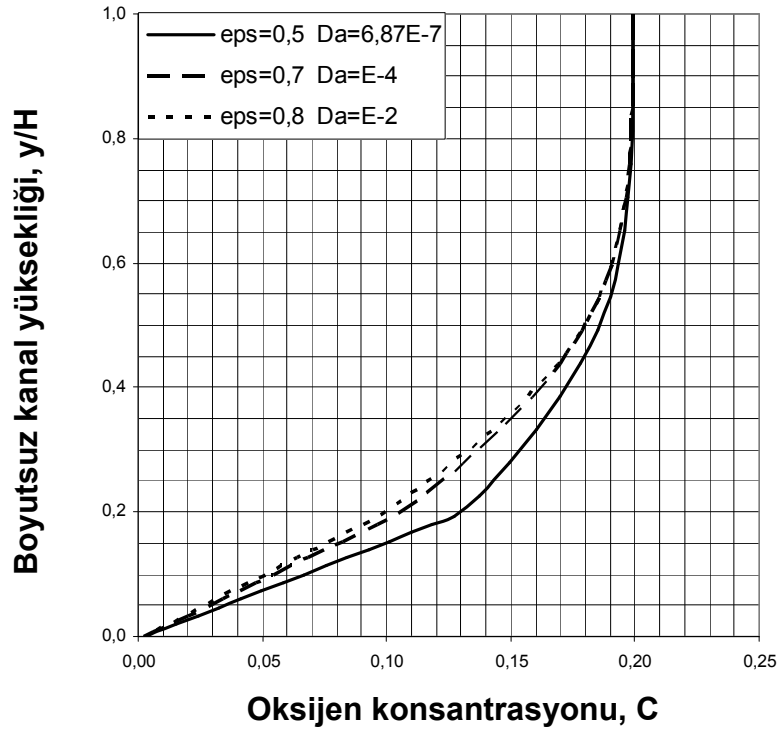
(b)



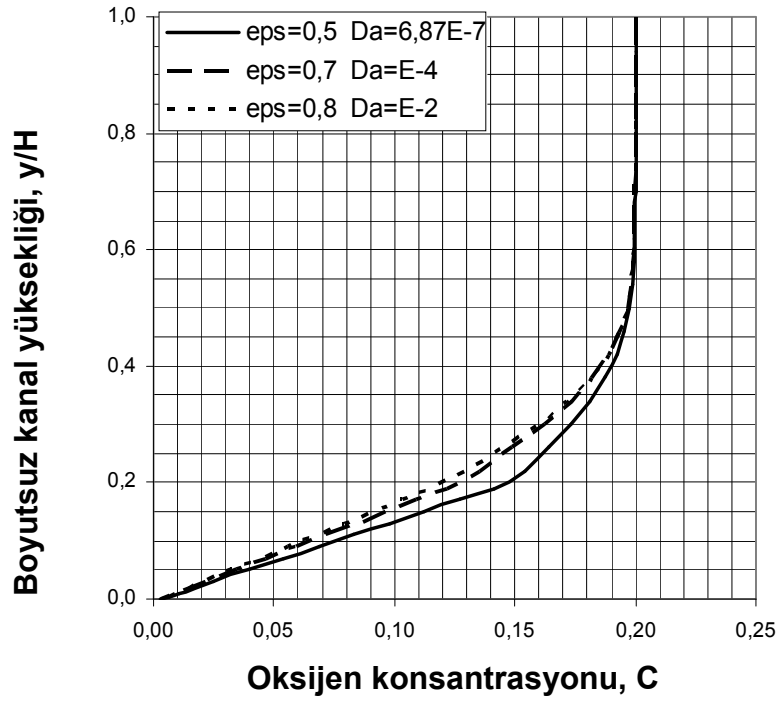
(c)

Şekil 5.7. Farklı gözeneklilik değerleri için sabit konsantrasyon eğrileri ($Re=600$, $E=0,2$)

a) $\varepsilon=0,5$ b) $\varepsilon=0,7$ c) $\varepsilon=0,8$

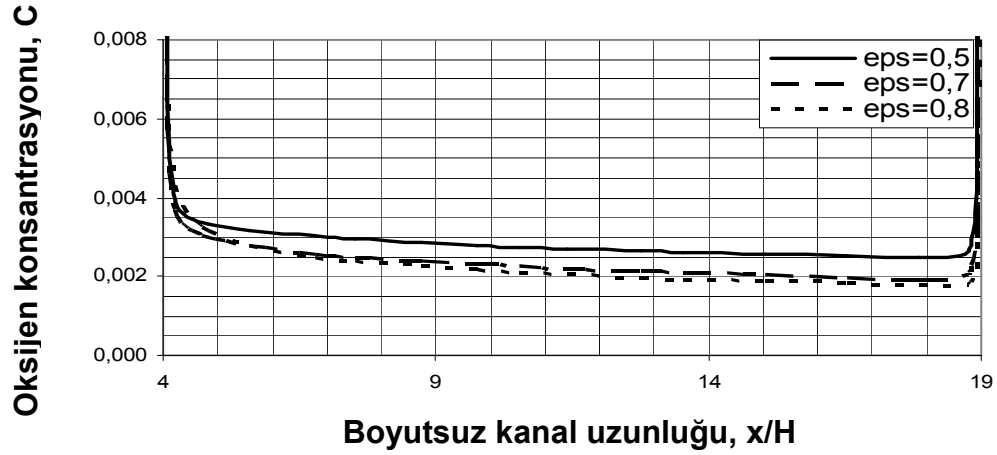


Şekil 5.8. Farklı gözeneklilik değerleri için kanalın düşey orta düzleminde konsantrasyon profilleri ($Re=200$, $E=0,2$)

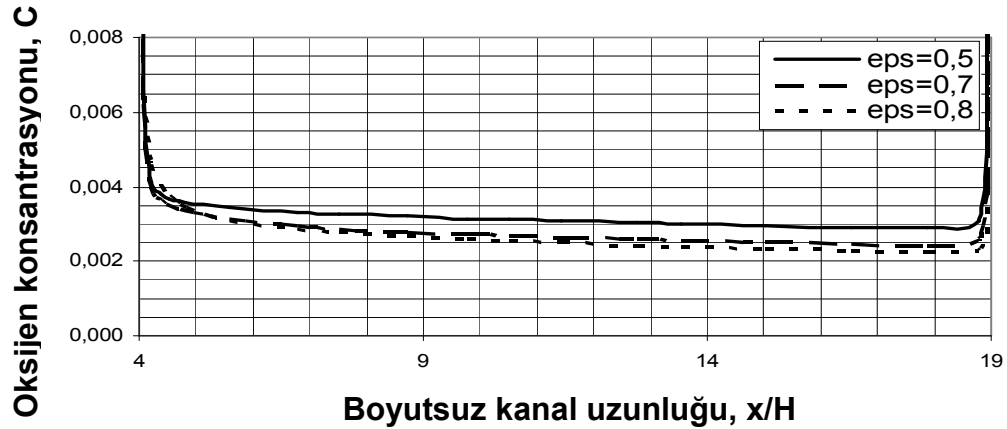


Şekil 5.9. Farklı gözenek değerleri için kanalın düşey orta düzleminde konsantrasyon dağılımları ($Re=600$, $E=0,2$)

Farklı gözeneklilik değerleriyle $\varepsilon=0,5, 0,7, 0,8$ gözenekli tabaka kalınlığının $E=0,2$ Reynolds sayısının $Re=200$ ve $Re=600$ olduğu şartlarda gözenekli tabakanın alt yüzeyindeki konsantrasyonun yüzey boyunca değişimleri Şekil 5.10 ve Şekil 5.11’de verilmiştir. Bu şekillerde görüldüğü gibi, $x/H=4$ olduğu yerde gözenekli tabaka başladığından konsantrasyonda ani bir düşüş, $x/H=19$ ‘da ise gözenekli tabakadan serbest akış bölgesine geçiş olduğundan ani bir artış görülmektedir. Gözenekliliğin yüksek değerlerinde gözenekli tabaka alt yüzeyindeki konsantrasyon yüzey boyunca daha düşük olmaktadır. Bunun sebebi gözenekliliğin artmasıyla konsantrasyonun düşmesi, yüzeydeki reaksiyona bağlı olarak orantılı bir şekilde gerçekleşmesidir.



Şekil 5.10. Farklı gözenek değerleri için kanal alt yüzeyi boyunca ($y/H=0,0$) konsantrasyon dağılımları ($Re=200, E=0,2$)

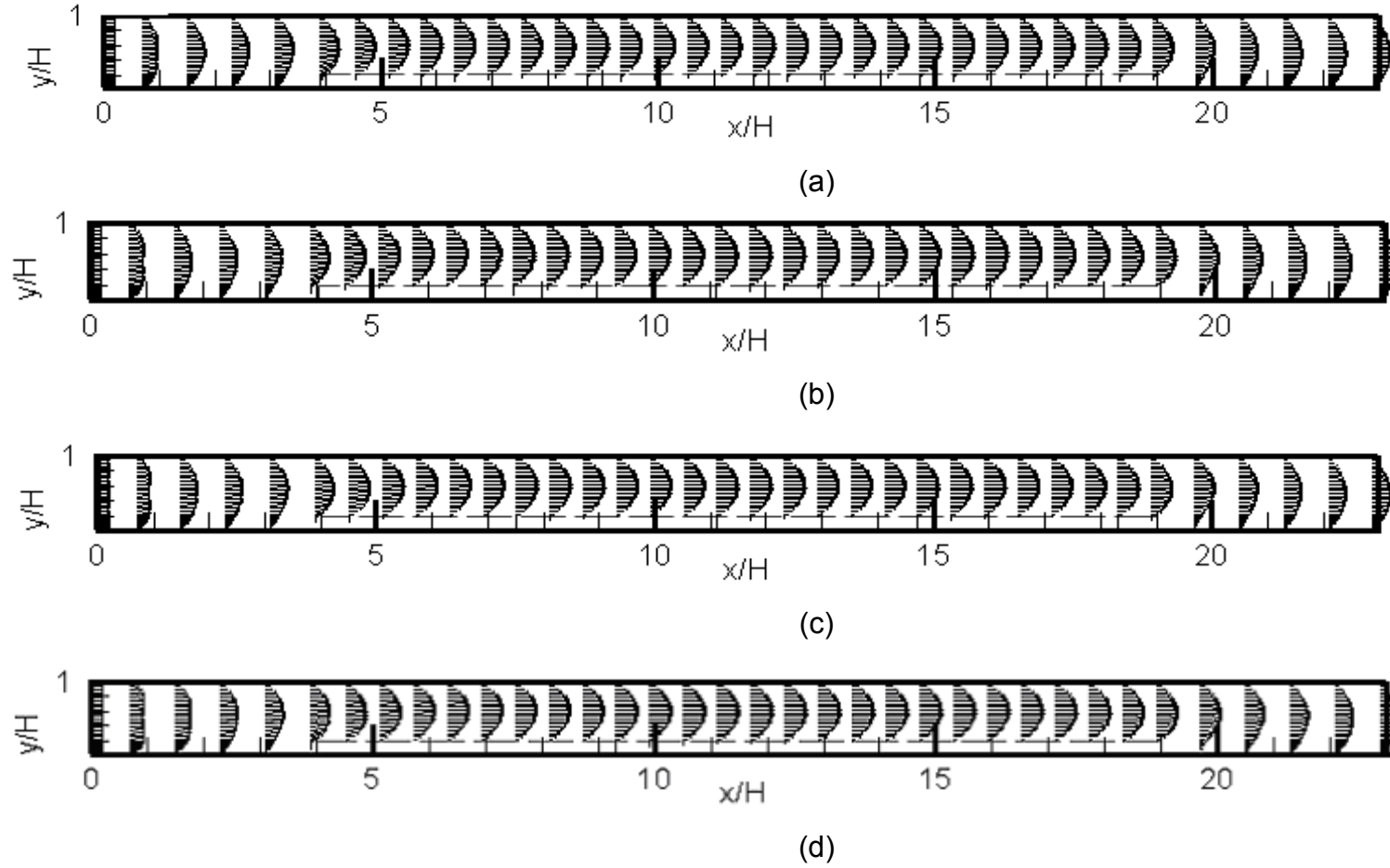


Şekil 5.11. Farklı gözenek değerleri için kanal alt yüzeyi boyunca ($y/H=0,0$) konsantrasyon dağılımları ($Re=600, E=0,2$)

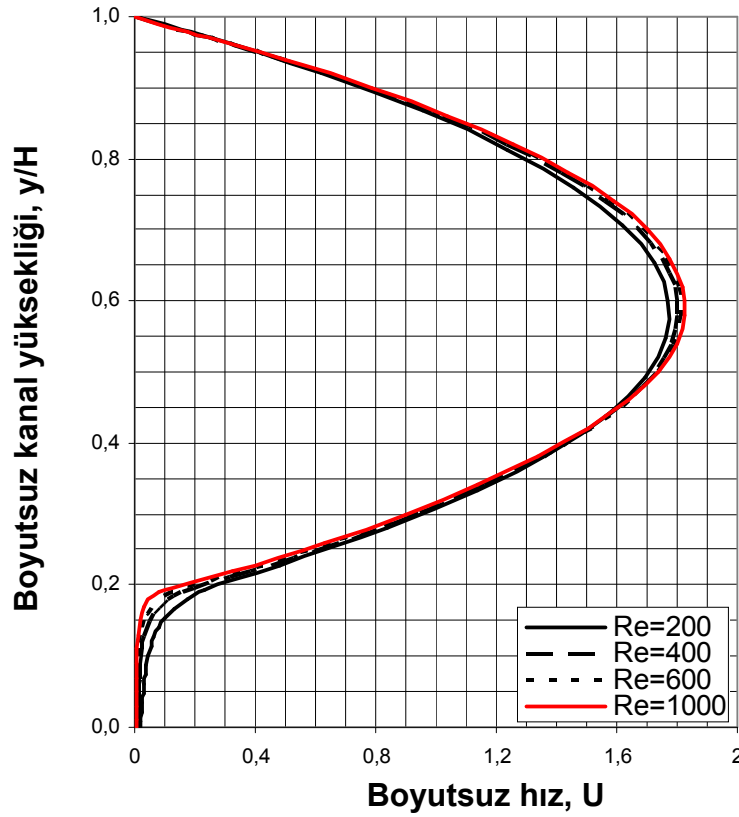
5.2. Reynolds Sayısının Akış ve Konsantrasyona Etkisi

Gözeneklilik değerini $\varepsilon=0,8$, gözenekli tabaka kalınlığını $E=0,2$ de sabit tutarak farklı Reynolds sayıları için yapılan simülasyonlarla Reynolds sayısının akışkan akışına ve konsantrasyon dağılımına etkileri incelenmiştir.

Farklı Reynolds sayılarında ($Re=200, 400, 600, 1000$), gözenekli tabaka kalınlığının $E=0,2$ ve gözeneklilik değerinin $\varepsilon=0,8$ olduğu durumdaki hız vektörü dağılımları Şekil 5.12'de verilmiştir. Şekil 5.13'de ise kanalın düşey orta düzlemindeki hız profilleri verilmiştir. Bu şekillerde görüldüğü gibi, Reynolds sayısının artırılması, serbest akış bölgesinde ($0,2 < y/H < 1,0$) boyutsuz hızı arttırmakta, gözenekli bölgede ise ($0 \leq y/H \leq 0,2$) boyutsuz hızı azaltmaktadır..



Şekil 5.12. Kanal boyunca hız vektörü dağılımları, ($\varepsilon=0,8$, $E=0,2$) a) $Re=200$ b) $Re=400$ c) $Re=600$ d) $Re=1000$

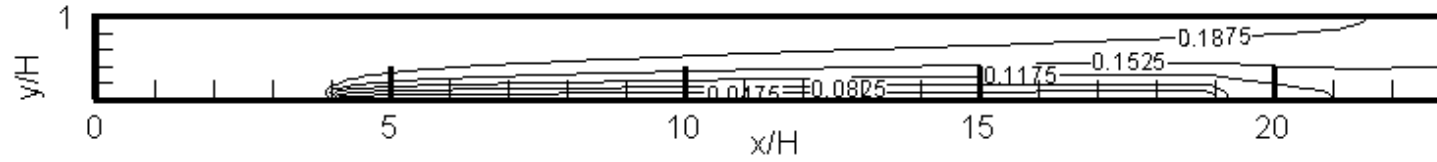


Şekil 5.13. Farklı Re sayıları için kanal düşey orta düzlemindeki hız profilleri ($\varepsilon=0,8$, $e/H=0,2$)

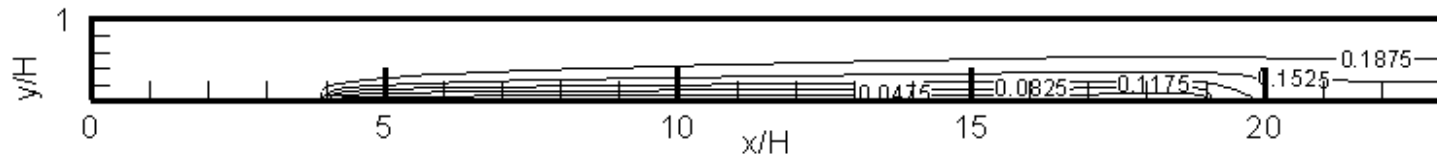
Şekil 5.14'de kanal boyunca gözenekli tabaka kalınlığının $E=0,2$ ve gözeneklilik değerinin $\varepsilon=0,8$ olduğu durumda farklı Reynolds sayıları ($Re=200, 400, 600, 1000$) için oksijenin sabit konsantrasyon eğrileri verilmiştir. Bu şekiller incelendiğinde Reynolds sayısının artmasıyla beraber, serbest akış bölgesi içerisinde bulunan yüksek oksijen konsantrasyon eğrileri aşağıya doğru kaymaktadır ve gözenekli tabaka içindeki oksijen konsantrasyonu artmaktadır. Bunun sebebi, artan Reynolds sayısı ile kanala giren toplam akışkan debisindeki artışın, gözenekli tabaka içine giren ve elektro-kimyasal reaksiyona katılan oksijen miktarından oransal olarak daha fazla olmasıdır.

Reynolds sayılarının farklı değerleri ($Re=200, 400, 600, 1000$) için gözeneklilik değeri $\varepsilon=0,8$ ve gözenekli tabaka kalınlığı $E=0,2$ olduğu durumda

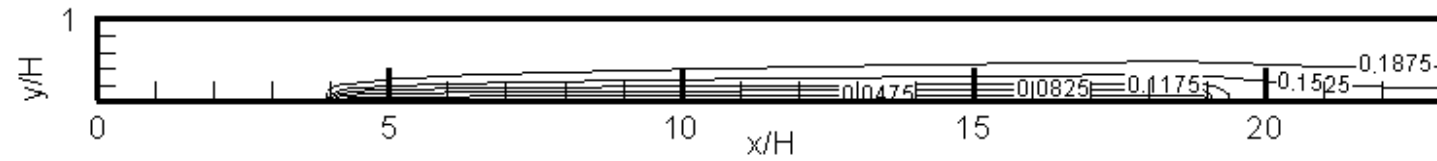
kanalın düşey orta düzleminden alınan konsantrasyon profilleri Şekil 5.15’de ve gözenekli tabaka alt yüzeyi boyunca konsantrasyon değişimi Şekil 5.16’da verilmiştir. Bu şekiller incelendiğinde, Reynolds sayısı arttıkça gözenekli tabaka içinde ve serbest akış bölgesinde, oksijen konsantrasyonu artmakta olduğu görülmektedir. Bunun nedeni, Reynolds sayısının artışıyla gözenekli tabaka içine daha az akışkan gireceğinden elektro-kimyasal reaksiyona katılacak olan oksijen miktarı azalacaktır. Tüketilen oksijen miktarı, reaksiyona giren oksijen miktarıyla orantılı şekilde azalacağından kanal içindeki oksijen konsantrasyon profili artacaktır.



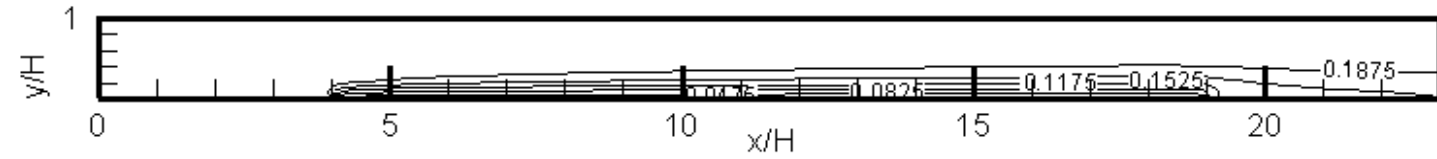
(a)



(b)

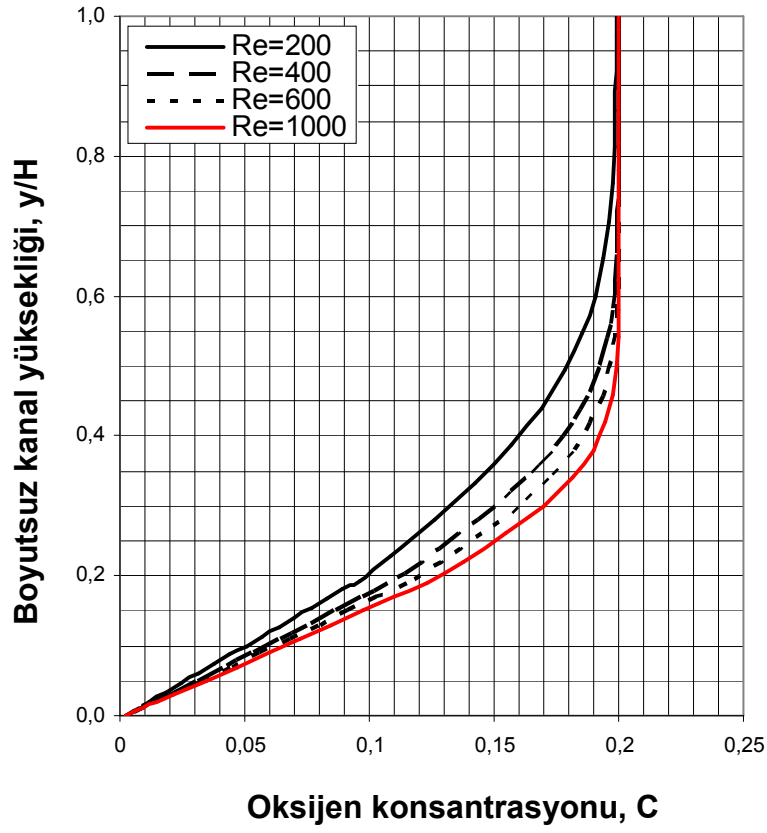


(c)

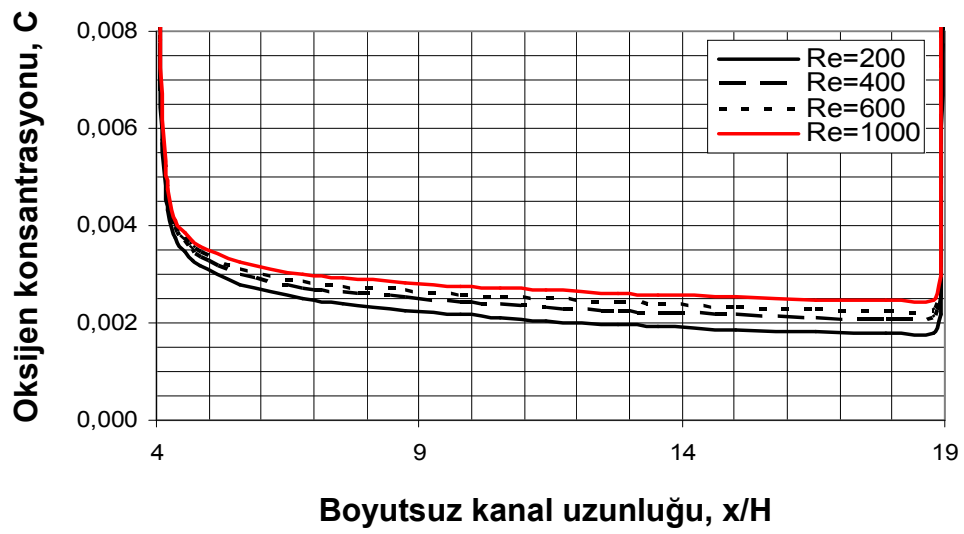


(d)

Şekil 5.14. Kanal boyunca sabit konsantrasyon eğrileri, ($\varepsilon=0,8$, $e/H=0,2$) a) $Re=200$ b) $Re=400$ c) $Re=600$ d) $Re=1000$



Şekil 5.15. Farklı Re sayıları için kanalın düşey orta düzlemindeki konsantrasyon dağılımları ($\varepsilon=0,8$, $e/H=0,2$)

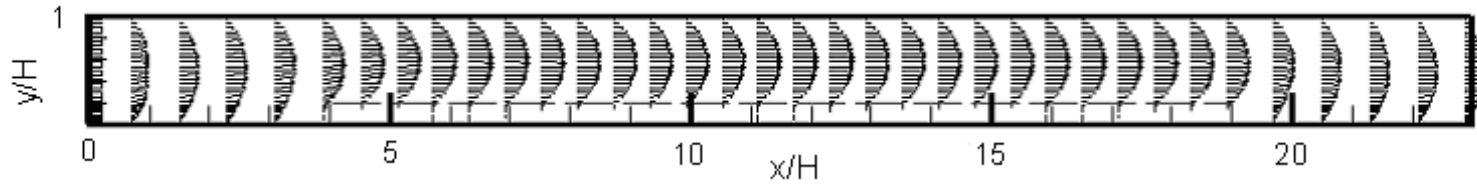


Şekil 5.16. Farklı Re sayıları için kanalın alt yüzeyi boyunca ($y/H=0,0$) konsantrasyon dağılımları ($\varepsilon=0,8$, $e/H=0,2$)

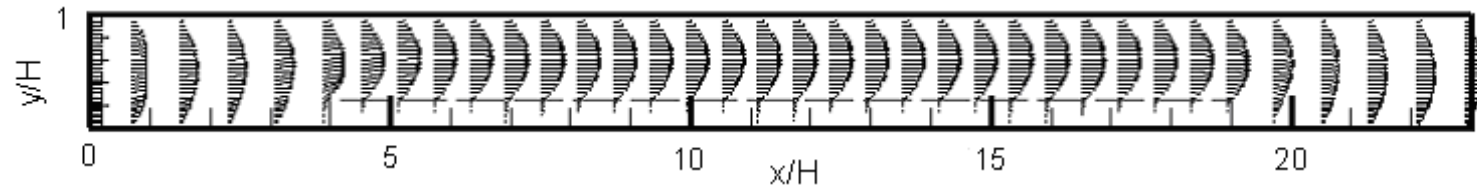
5.3. Gözenekli Tabaka Kalınlığının Akış ve Konsantrasyona Etkisi

Gözenekli tabaka kalınlıkları değiştirilerek ($E=0,2, 0,25, 0,3$) sabit gözeneklilik $\varepsilon=0,8$ ve Reynolds sayılarında ($Re=200, 600$) akışkan akışı ve konsantrasyon dağılımına etkisi analiz edilmiştir.

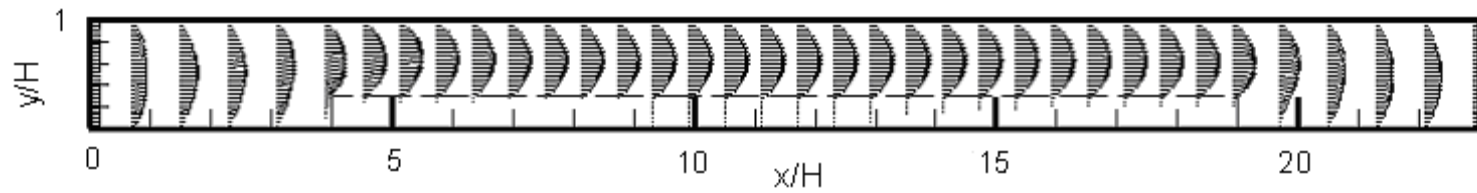
Şekil 5.17 ve Şekil 5.18’de farklı gözenekli tabaka kalınlıkları ($E=0,2, 0,25, 0,3$) ve gözeneklilik değeri $\varepsilon=0,8$ olduğu durumda Reynolds sayısı $Re=200$ ve $Re=600$ için yapılan simülasyonlar sonucu elde edilen hız vektörü dağılımları verilmiştir. Reynolds sayısı $Re=200$ ve $Re=600$ de kanalın düşey orta düzlemindeki hız profilleri ise Şekil 5.19 ve Şekil 5.20’de gösterilmiştir. Bu şekiller incelendiğinde gözenekli tabaka kalınlığının artmasıyla, serbest akış bölgesi yüksekliğini azalttığı için bu bölgedeki maksimum boyutsuz hız artmaktadır. Gözenekli tabakanın üst sınırındaki hız ise yaklaşık sabit kalmaktadır. Gözenekli tabakanın alt yüzeyindeki hız, gözenekli tabakanın kalınlığına bağlı olarak ihmal edilebilecek kadar bir değişiklik göstermektedir.



(a)



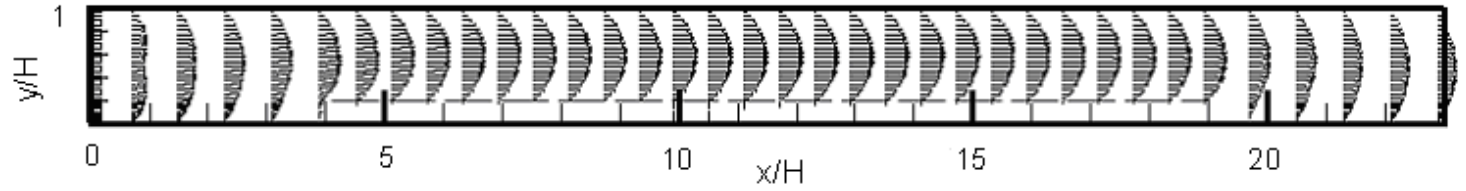
(b)



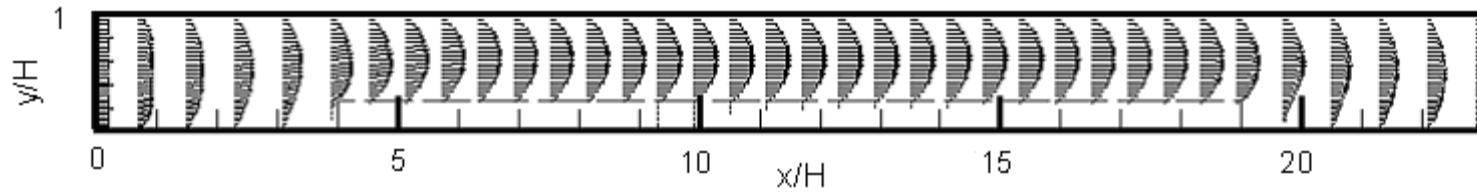
(c)

Şekil 5.17. Farklı gözenekli tabaka kalınlıkları için hız vektörü dağılımları, ($Re=200$, $\varepsilon=0,8$)

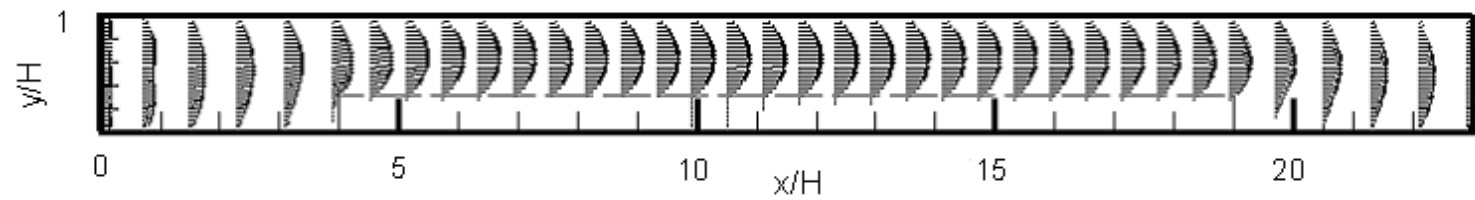
a) $e/H=0,2$ b) $e/H=0,25$ c) $e/H=0,3$



(a)



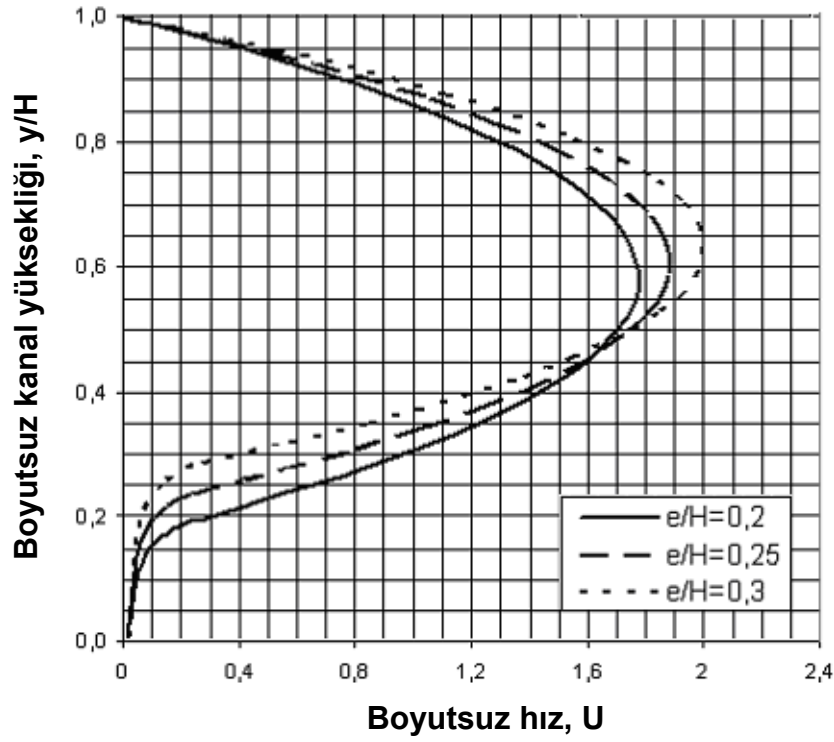
(b)



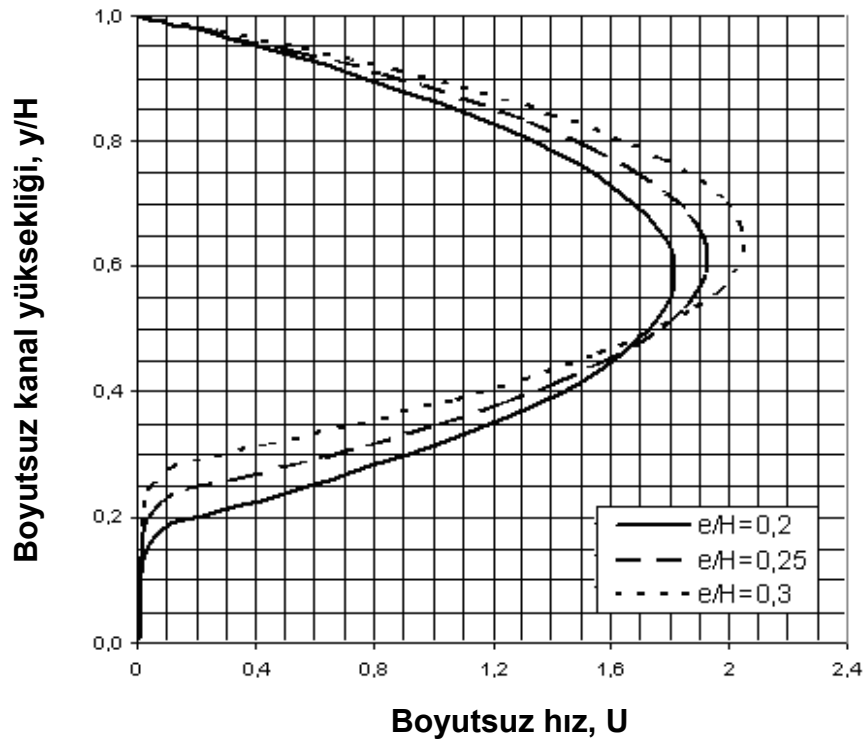
(c)

Şekil 5.18. Farklı gözenekli tabaka kalınlıkları için hız vektörü dağılımları, ($Re=600$, $\varepsilon=0,8$)

a) $e/H=0,2$ b) $e/H=0,25$ c) $e/H=0,3$



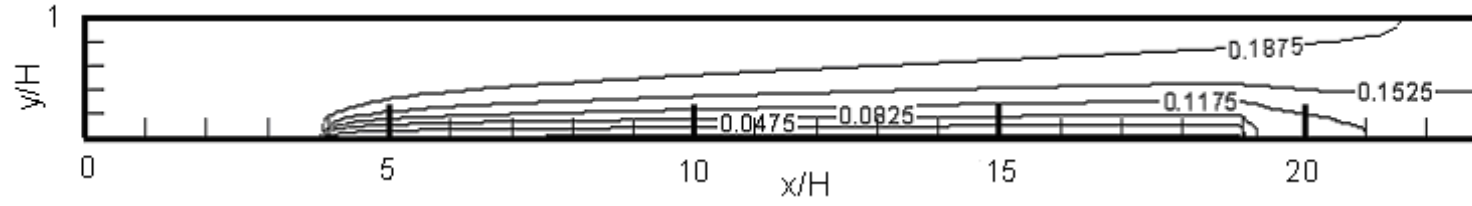
Şekil 5.19. Farklı gözenekli tabaka kalınlıkları için kanalın düşey orta düzlemindeki hız profilleri ($\varepsilon=0,8$, $Re=200$)



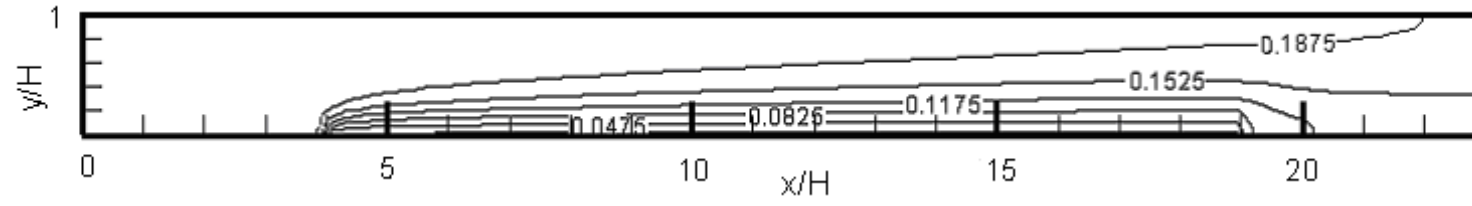
Şekil 5.20. Farklı gözenekli tabaka kalınlıkları için kanalın düşey orta düzlemindeki hız profilleri ($\varepsilon=0,8$, $Re=600$)

Değişik gözenekli tabaka kalınlık değerleri ve gözeneklilik değeri $\varepsilon=0,8$ için Reynolds sayısının $Re=200$ ve $Re=600$ olduğu şartlardaki sabit konsantrasyon eğrileri Şekil 5.21 ve Şekil 5.22’de verilmiştir. Şekil 5.23 ve Şekil 5.24’de ise Reynolds sayısı $Re=200$ ve $Re=600$ için oksijenin konsantrasyon profilleri verilmiştir. Reynolds sayısı $Re=200$ ve $Re=600$ için gözenekli tabakanın alt yüzeyi boyunca ($y/H=0$) konsantrasyon profilleri Şekil 5.25 ve Şekil 5.26’da görülmektedir.

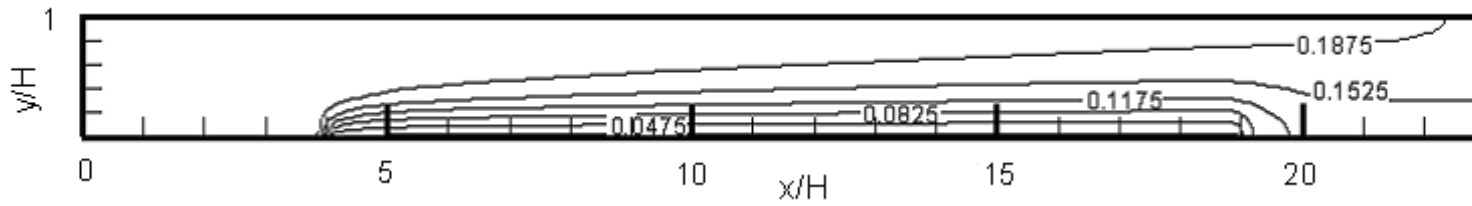
Bu şekiller incelendiğinde, gözenekli tabaka kalınlığının artması, gözenekli tabaka içinde ve gözenekli tabaka alt yüzeyinde oksijen konsantrasyonunun çok az miktarda azalmasına sebep olmaktadır. Bu durum, gözenekli tabaka kalınlığının artmasının gözenekli tabakanın akışa olan direncinin artmasının bir sonucu olarak, gözenekli tabaka içine daha az akışkan girmesine bağlı olduğunu göstermektedir.



(a)

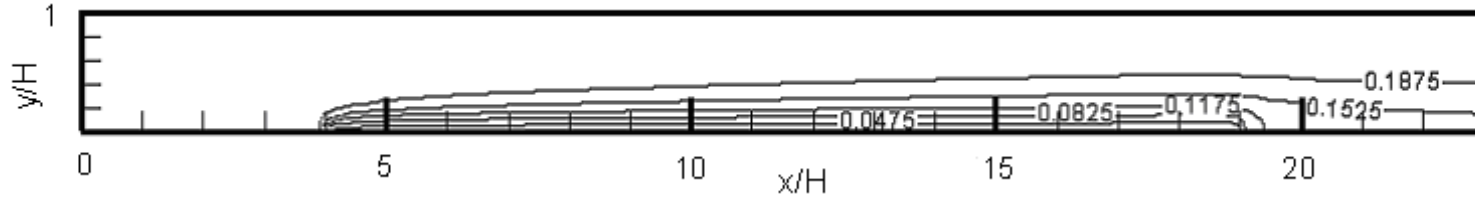


(b)



(c)

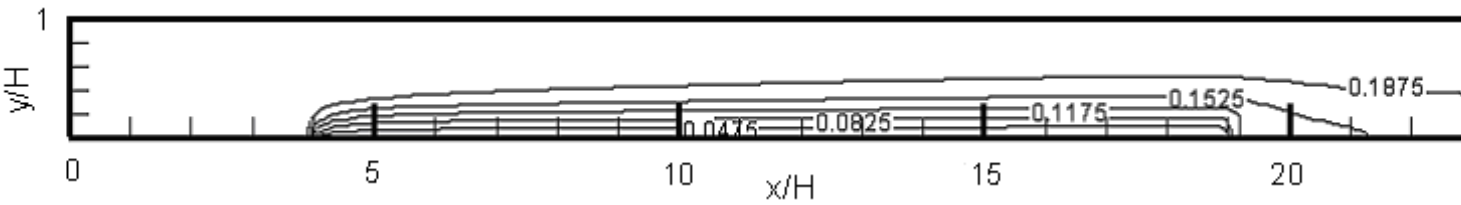
Şekil 5.21. Farklı gözenekli tabaka kalınlıkları için sabit konsantrasyon eğrileri, ($Re=200$, $\varepsilon=0,8$)
 a) $e/H=0,2$ b) $e/H=0,25$ c) $e/H=0,3$



(a)



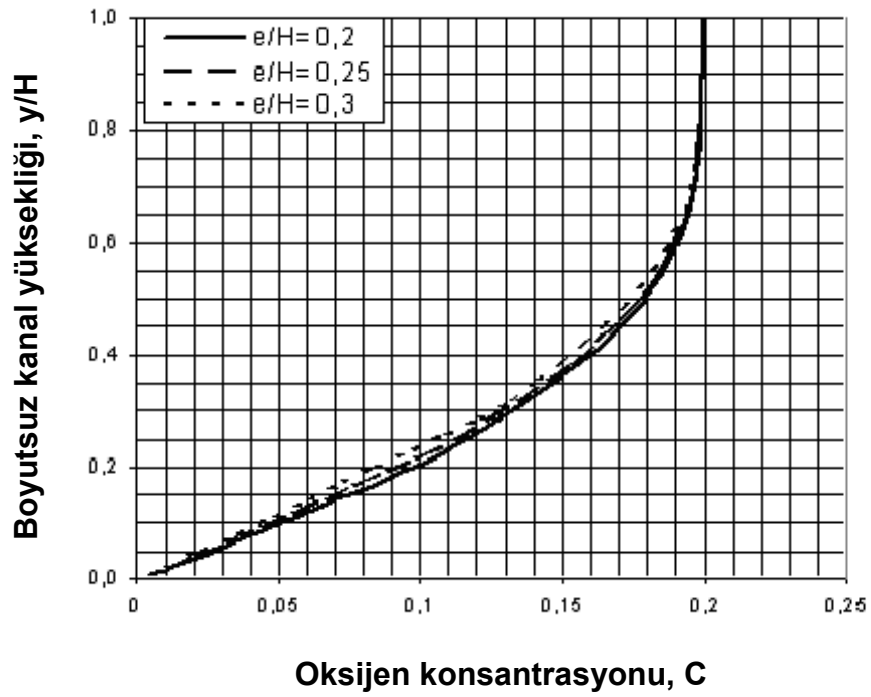
(b)



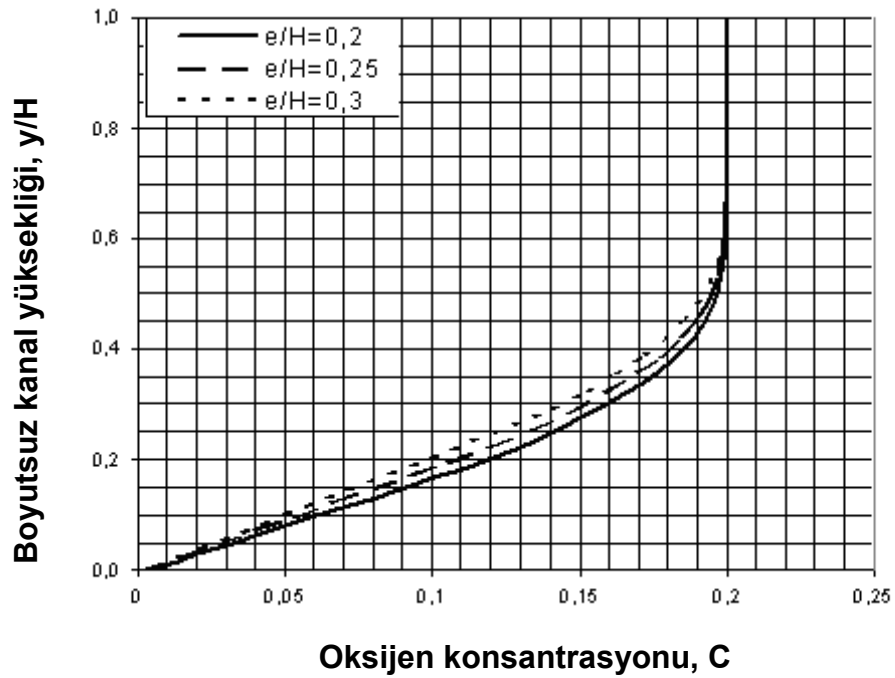
(c)

Şekil 5.22. Farklı gözenekli tabaka kalınlıkları için sabit konsantrasyon eğrileri, ($Re=600$, $\varepsilon=0,8$)

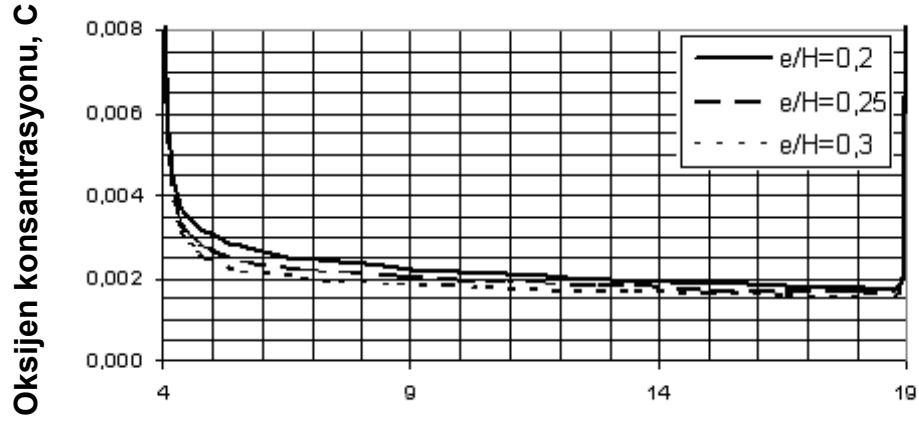
a) $e/H=0,2$ b) $e/H=0,25$ c) $e/H=0,3$



Şekil 5.23. Farklı gözenekli tabaka kalınlıkları için kanalın düşey orta düzlemindeki konsantrasyon dağılımları ($\varepsilon=0,8$, $Re=200$)

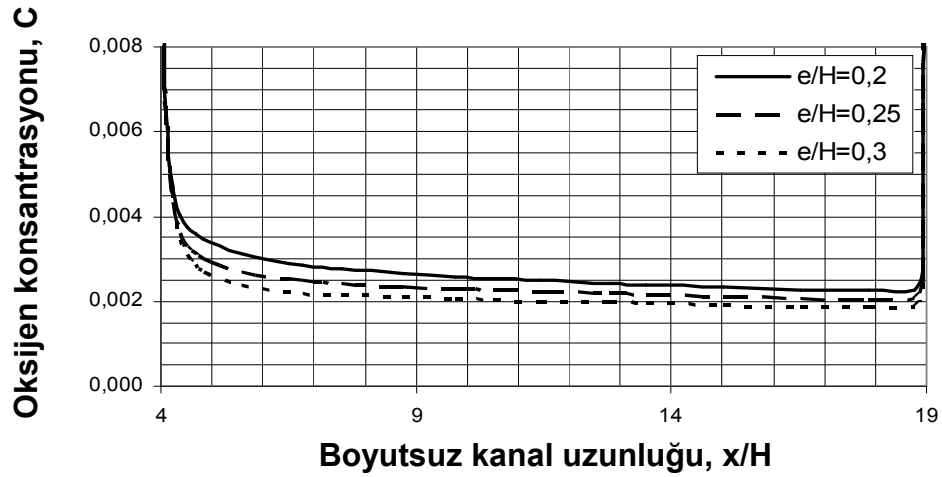


Şekil 5.24. Farklı gözenekli tabaka kalınlıkları için kanalın düşey orta düzlemindeki konsantrasyon dağılımları ($\varepsilon=0,8$, $Re=600$)



Boyutsuz kanal uzunluğu, x/H

Şekil 5.25. Farklı gözenekli tabaka kalınlıkları için kanalın alt yüzeyi boyunca konsantrasyon dağılımları ($\varepsilon=0,8$, $Re=200$)



Boyutsuz kanal uzunluğu, x/H

Şekil 5.26. Farklı gözenekli tabaka kalınlıkları için kanalın alt yüzeyi boyunca konsantrasyon dağılımları ($\varepsilon=0,8$, $Re=600$)

5.4. Sürtünme Katsayısının Analizi

Gözeneklilik değerleri değiştirilerek, Reynolds sayısına göre sürtünme katsayısının değişimi incelenmiştir.

Kapalı bir kanaldaki basınç düşümü şöyle ifade edilebilir.

$$\Delta p = f \frac{l}{d} \rho \frac{U_0^2}{2} \quad (5.1)$$

Bu eşitlikten sürtünme katsayısı çözülürse

$$f = \frac{2\Delta p.d}{l.\rho.U_0^2} \quad (5.2)$$

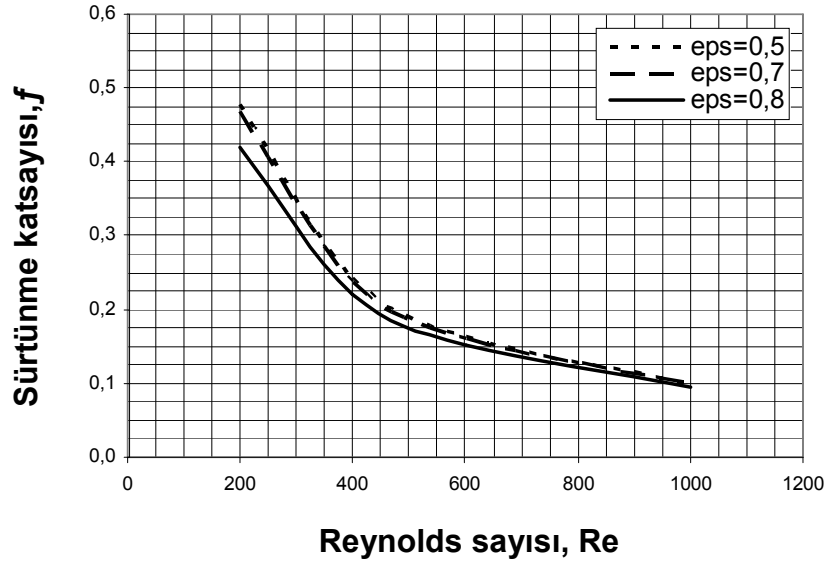
elde edilir.

Sürtünme katsayısı, boyutsuz değişkenler cinsinden ifade edilirse;

$$f = \frac{4\Delta P}{L^*} \quad (5.3)$$

Eş. 5.3'deki ΔP gözenekli tabaka uzunluğu boyunca olan ortalama boyutsuz basınç düşümünü, L^* ise gözenekli tabakanın boyutsuz uzunluğunu göstermektedir.

Gözenekliliğin farklı değerleri için sabit gözenekli tabaka kalınlığında ($E=0,2$) sürtünme katsayısının Reynolds sayısına göre değişimi, Şekil 5.27'de verilmiştir. Buna göre gözenekliliğin bütün değerlerinde, Reynolds sayısı arttıkça sürtünme katsayısı azalmaktadır. Gözeneklilik değeri $\varepsilon=0,5$ ve $0,7$ olduğu durumlarda Reynolds sayısı ile sürtünme katsayısının değişimi yaklaşık aynıdır. Gözeneklilik değeri arttırıldığında, aynı Reynolds sayıları için sürtünme katsayısı azalmaktadır. Bunlara göre, gözenekliliğin arttırılması akışkanın hareketi için gerekli pompa gücüne olan ihtiyacın daha az olacağı sonucunu ortaya çıkarmaktadır.



Şekil 5.27. Farklı gözeneklilik değerleri için sürtünme katsayısının Reynolds sayısına göre değişimi

6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Yapılan çalışmada, tabanında gözenekli tabaka bulunan kanalda gözeneklilik, Reynolds sayısı ve gözenekli tabaka kalınlığının değişik değerleri için akışkan akışı ve konsantrasyon dağılımı sayısal olarak incelenmiştir. Problemin lineer olmayan diferansiyel denklemleri kontrol hacimlerinde integre edilerek cebirsel denklem sistemine dönüştürülmüştür. SIMPLE algoritması kullanılarak geliştirilen bilgisayar programıyla simülasyonlar gerçekleştirilmiştir.

Yapılan simülasyonlar sonucu; gözenekli tabakanın gözenekliliği arttıkça, tabaka içerisindeki hızın artmakta, konsantrasyonun ise azalmakta olduğu görülmüştür. Bu sonuca göre, gözenekli tabakanın gözeneklilik değerinin uygun seçilmesiyle, bu tabakanın alt yüzeyine ulaşan oksijen konsantrasyonu ve bunun sonucu olarak gerçekleşen elektro-kimyasal reaksiyon oranının kontrol edilebileceği söylenebilir. Reynolds sayısındaki artış, gözenekli tabaka içinde ve alt yüzeyindeki konsantrasyonu arttırmaktadır. Gözenekli tabaka içindeki ve alt yüzeyindeki hız, gözenekli tabaka kalınlığına bağlı olarak çok az değişim göstermektedir. Gözenekli tabaka kalınlığının artışı, gözenekli tabaka içinde ve gözenekli tabaka alt yüzeyinde oksijen konsantrasyonunun çok az miktarda azalmasına sebep olmaktadır. Sürtünme katsayısını ve bunun sonucu olarak girişteki pompa gücünü azaltmak için gözeneklilik değerini arttırmak gerekmektedir.

Yapılan çalışma sonucunda, gözeneklilik, Reynolds sayısı ve gözenekli tabaka kalınlığı gibi parametrelerin uygun değerlerini kullanarak bu tabakanın alt yüzeyindeki ideal hız ve konsantrasyon değerinin elde edilebileceği görülmüştür. Buna göre gözeneklilik, Reynolds sayısı ve gözenekli tabaka kalınlığı gibi parametreler uygun seçilerek PEM yakıt pili gibi sistemlerde sistemin çalışabilmesi için yeterli konsantrasyondaki oksijenin, gözenekli tabakadan katalizör bölgeye iletilerek elektro-kimyasal reaksiyona girmesi sağlanabilir.

PEM yakıt pillerindeki akışın ve oksijen konsantrasyon dağılımının bu parametrelere bağımlılığını incelemek için yapılan bu çalışmada, elektro-kimyasal reaksiyon sabit bir reaksiyon kütle transfer katsayısı ile modellenmiştir. Daha gerçekçi bir modelleme için bu reaksiyon kütle transfer katsayısının konsantrasyon ve diğer parametrelerin fonksiyonu olarak ifade edilerek simülasyonların yapılması daha gerçekçi sonuçlar verebilir.

KAYNAKLAR

1. Berning, T., Djilali, N., "Transport Phenomena in a PEM Fuel Cell: A Parametric Study Using a Three-Dimensional Computational Model Transport phenomena in a PEM fuel cell", **11th Canadian Hydrogen Conference**, Victoria, 699-707 (2001).
2. Oosthuizen, P.H., Sun, L., McAuley, K.B., "The effect of channel-to-channel gas crossover on the pressure and temperature distribution in PEM fuel cell flow plates", **Appl. Thermal Eng.**, 25:1083-1094 (2005).
3. Whitaker, S., "Simultaneous heat, mass and momentum transfer in porous media", **Adv. Heat Transfer**, 13:119-122 (1977).
4. Atak, H., "Gözenekli ortamlarda ısı geçişi", Yüksek Lisans Tezi, **Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**, Eskişehir, 1-4, (2002).
5. Kumpulainen, H., Peltonen, T., Koponen, U., Bergelin, M., Valkiainen, M. And Wasberg, M., "In situ voltammetric characterization of PEM fuel cell catalyst layers", **VTT Tiedotteita-Research Notes 2137**, Finland, 4-28, (2002).
6. Ozveri, H.G., "Poroz ortamda deneysel metotla ısı geçişinin incelenmesi", Yüksek Lisans Tezi, **İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enst.**, İstanbul, 10-16, (2000).
7. Darcy, H., "Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon", **Victor Dalmont**, Paris, 590-594, (1856).
8. Beavers, G.S., Joseph, D.D., "Boundary conditions at a naturally permeable wall", **J. Fluid Mech.**, 30:197-207 (1967).
9. Nield, D.A., Bejan, A., "Convection in porous media", **2nd ed. Springer**, New York, 5-25 (1998).
10. Whitaker, S., "The equation of motions in porous media", **Chemical Engineering Science**, 21:291-300 (1966).
11. Vafai, K., Tien, C.L., "Boundary and inertia effects on flow and heat transfer in porous media", **Int. Jour. Of Heat Mass Transfer**, 24:195-203 (1981).
12. Singh, R., And Laurence, L.R., "Influence of slip velocity at a membrane surface on ultrafiltration performance I-II", **Int. J. Heat Mass Transfer**, 22:721-737 (1979).

13. Hsu, C.T. And Cheng, P., "A singular perturbation solution for Couette flow over a semi-infinite porous bed", **J. Fluid Mech.**, 166:449-472 (1991).
14. Yucel, N., And Turkoglu, H., "Numerical analysis of fluid flow and mass transfer in a channel with a porous bottom wall", **Int. J. For Numerical Methods in Fluids**, 21:391-399 (1995).
15. Hadim, H., "Non-Darcy natural convection of a non-newtonian fluid in a porous cavity", **Int. Com. In Heat and Mass Transfer**, 8 (004):3-7, (2006).
16. Pharoah, J.G., "On the permeability of gas diffusion media used in PEM fuel cells", **Journal of Power Sources**, 144:77-82 (2004).
17. Nguyen, P.T., Berning, T., Bang, M., Djilali, N., "A three-dimensional model of PEM fuel cells with serpentine flow channels", **Hydrogen and fuel cells 2003 conference**, Vancouver, 69-80 (2003).
18. Roshandel, R., Farhanieh, B., Saievar-Iranizad, E., "The effects of porosity distribution variation on PEM fuel cell performance", **Renewable Energy**, 30:1557-1570 (2004).
19. Patankar, S.V., "Numerical heat transfer and fluid flow", **Hemisphere**, New York, 59-66, 83-91, (1980).
20. Varol, S.S., "Alt levhanın gözenekli olduğu ve içerisinde dikey yönlendirici plakalar yerleştirilmiş iki paralel levha arasında akışın ve kütle transferinin sayısal incelenmesi", Yüksek Lisans Tezi, **Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**, Ankara, 10-21, 26-31, (2001).
21. Güven, R.T., "İçinde ısıtıcı bloklar bulunan bir kanalda zorlanmış taşınım ile soğutmanın iyileştirilmesi için gözenekli malzeme kullanımının etkilerinin sayısal olarak incelenmesi", Yüksek Lisans Tezi, **Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**, Ankara, 8-14, 21-39, (2005).
22. Ju, H., Meng, H., Wang, C. Y., "A single-phase, non-isothermal model for PEM fuel cells", **Int. Journal of Heat & Mass Transfer**, 48:1303-1315 (2004).
23. Lukeman, G., "A Model for 1D Multicomponent Gas Transport in the Gas Diffusion Layer of the Proton Exchange Membrane Fuel Cell", Math5285 Fuel Cell Project, **Dalhousie University**, Canada, 6-29, (2002).

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : DEMİRHAN, Levent
Uyruğu : T.C.
Doğum tarihi ve yeri : 14.08.1980 Kırıkkale
Medeni hali : Bekar
Telefon : 0 (312) 479 43 92
e-mail : ledemirhan@yahoo.com

Eğitim

Derece

Yüksek lisans

Lisans

Lise

Eğitim Birimi

Gazi Ün. Makine Müh. Bölümü

Gazi Ün. Makine Müh. Bölümü

Cumhuriyet Lisesi

Mezuniyet tarihi

2007

2003

1997

İş Deneyimi

Yıl

2005-2006

2003-2004

Yer

Layne Bowler Pompa San.

ARBE Müh. Ltd. Şti.

Görev

İhracat Müh.

Makine Müh.

Yabancı Dil

İngilizce

Hobiler

Sinema, Fotoğraf, Basketbol