

T.C.  
BİTLİS EREN ÜNİVERSİTESİ VE FIRAT ÜNİVERSİTESİ  
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

İSTATİSTİK ANABİLİM DALI  
YÜKSEK LİSANS TEZİ

TARIM VE HAYVANCILIKTA DOĞRUSAL ÇIKARSAMA YÖNTEMİ  
(KANTİL REGRESYON ANALİZİ) ÜZERİNE BİR UYGULAMA

Bahar ARSAN AYSAL

AĞUSTOS 2022

İSTATİSTİK ANABİLİM DALI  
YÜKSEK LİSANS TEZİ

TARIM VE HAYVANCILIKTA DOĞRUSAL ÇIKARSAMA YÖNTEMİ  
(KANTİL REGRESYON ANALİZİ) ÜZERİNE BİR UYGULAMA

Hazırlayan  
Bahar ARSAN AYSAL

Danışman  
Doç. Dr. Hamit MİRİTAGİOĞLU

Jüri Üyeleri  
Prof. Dr. Sıddık KESKİN  
Doç. Dr. Hamit MİRİTAGİOĞLU  
Dr. Öğr. Üyesi Fahrettin ÖZBEY

AĞUSTOS 2022

## ONAY

Bahar ARSAN AYSAL tarafından hazırlanan “**Tarım ve Hayvancılıkta Doğrusal Çıkarsama Yöntemi (Kantil Regresyon Analizi) Üzerine Bir Uygulama**” adlı tez çalışması, 05.08.2022 tarihinde yapılan sınavla aşağıdaki jüri tarafından oybirliği/oyçokluğu ile Bitlis Eren Üniversitesi ve Fırat Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı’nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

### Jüri Üyeleri

### İmza

Prof. Dr. Sıddık KESKİN

(Başkan)

Doç. Dr. Hamit MİRTAGİOĞLU

(Danışman)

Dr. Öğr. Üyesi Fahrettin ÖZBEY

(Üye)

Bu tezin kabulü, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Yönetim Kurulu’nun ...../...../..... gün ve ...../..... sayılı kararı ile onaylanmıştır

Doç. Dr. Mehmet BAKIR ŞENGÜL

Enstitü Müdürü

**BİTLİS EREN ÜNİVERSİTESİ LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**  
**YÜKSEK LİSANS TEZ ÇALIŞMASI**  
**ETİK BEYANI**

Bitlis Eren Üniversitesi ve Fırat Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre hazırlamış olduğum “**Tarım ve Hayvancılıkta Doğrusal Çıkarsama Yöntemi (Kantil Regresyon Analizi) Üzerine Bir Uygulama**” adlı tezimin özgün bir çalışma olduğunu, tez hazırlanırken tüm aşamalarda bilimsel etik ilkelerine uygun davrandığımı, tez kapsamında sunulan tüm verileri bilimsel etik ilkelerine uygun elde ettiğimi, tezde faydalandığım tüm eserlere atıf yaptığımı ve kaynaklar kısmında bu eserleri gösterdiğimi beyan ederim. 05/08/2022

**Bahar ARSAN AYSAL**

**İmza**

## ÖZET

### TARIM VE HAYVANCILIKTA DOĞRUSAL ÇIKARSAMA YÖNTEMİ (KANTİL REGRESYON ANALİZİ) ÜZERİNE BİR UYGULAMA

Bahar ARSAN AYSAL

Yüksek Lisans Tezi

Bitlis Eren Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

İstatistik Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Hamit MİRİTAGİOĞLU

Ağustos 2022, 47 sayfa

Cevap, sonuç veya bağımlı değişken olarak alınan değişkenle, açıklayıcı (bağımsız) değişken veya değişkenler olarak alınan özellikler arası ilişkileri belirlemek üzere kurulan doğrusal veya doğrusal olmayan modeller, genel olarak Regresyon modelleri olarak adlandırılır. Basit veya Çoklu doğrusal regresyon modellerinde parametre tahmini, çoğunlukla En Küçük Kareler (EKK) yöntemi ile yapılır. Ancak bu yöntem için bazı varsayımların sağlanması gerekmektedir. Bu varsayımların sağlanmaması durumlarında, alternatif yöntemlerden birisi olan Kantil regresyon kullanılabilir. Kantil regresyon modeli, açıklayıcı veya bağımsız değişken seti ile bağımlı değişkenin, araştırmacı tarafından özel olarak belirlenmiş persentil veya kantilleri arasındaki ilişkiyi modellemeye çalışır.

Bu çalışmada, Kantil regresyon yöntemine ilişkin genel bilgiler verilmiş ve 2 farklı örneklem genişliği ve değişken sayısı ile 4 farklı kantil oranı kombinasyonunda uygulama yapılarak, Kantil regresyon ve Standart Çoklu regresyon analizinden elde edilen sonuçlar değerlendirilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Doğrusal Regresyon Analizi, Kantil Regresyon, En Küçük Kareler Yöntemi, Değişen Varyans, Normallik Varsayımı

## ABSTRACT

### LINEAR INFERENCE METHOD IN AGRICULTURE AND LIVESTOCK AN APPLICATION ON (QUANTILE REGRESSION ANALYSIS)

Bahar ARSAN AYSAL

Master Thesis

Bitlis Eren University Graduate Education Institute

Department of Statistics

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Hamit MİRTAĞIOĞLU

August 2022, 47 pages

Linear or non-linear models, which are conducted to determine the relationships between the variable considered as response, outcome or dependent variable, and the traits considered as explanatory (independent) variable or variables, are generally called Regression models. Parameter estimation in Simple or Multiple linear regression models is mostly performed by the Least Squares method. However, some assumptions must be provided for this method. In cases where these assumptions are not met, one of the alternative methods, quantile regression, can be used. The quantile regression model attempts to model the relationship between the set of explanatory or independent variables and the percentile or quantiles of the dependent variable, which were specifically determined by the researcher.

In this study, general information about the Quantile regression method was given and the results obtained from the Quantile regression and standard multiple regression analysis were evaluated by applying the combination of 2 different sample sizes and number of variables and 4 different quantile ratios.

**Keywords:** Linear Regression Analysis, Quantile Regression, Least Squares Sum, Varying Variance, Normality Assumption

## TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim süresince varlığını her zaman yanımda hissettiğim, yüksek lisans tezimin hazırlanmasında yardımlarını esirmeyen, tez danışmanım Doç. Dr. Hamit MİRTAGİOĞLU ‘na ve kendisiyle geç tanışma fırsatı bulduğum tezimin her aşamasında emeği olan, ilgiyle ve özveriyle bana yol göstererek, üzerimden desteğini hiç esirgemeyen çok değerli hocam Prof. Dr. Sıddık KESKİN’e sabır ve ilgilerinden dolayı teşekkürlerin en büyüğünü sunarım.

Yüksek lisans eğitim sürecimde desteğini sürekli hissettiğim ve bana sınırlarımı aşmayı öğreten sayın hocam Prof. Dr. Mustafa ATLI’ ya teşekkür eder, saygılarımı sunarım.

Her daim bana tüm kalbiyle inanan, benimle birlikte birçok zorluğa katlanan, evladı olmaktan gurur duyduğum canım annem Özgül ARSAN ve saygıdeğer babam Metin ARSAN’a varlıklarıyla yanımda oldukları için çok teşekkür ederim. Canım abim Fatih ARSAN, ablası olmaktan onur duyduğum kız kardeşim Meryem Sultan ARSAN’a bu süreçte benimle birlikte oldukları ve desteklerini esirgemedikleri için çok teşekkür ederim.

Çalışmam boyunca sevgisini, desteğini ve yardımlarını üzerimden esirgemeyen ve her zaman yanımda olan sevgili eşim İbrahim AYSAL ve biricik kızım İdil AYSAL’a teşekkürlerimi sunarım.

## ÖNSÖZ

Bu tez çalışmasında, Kantil regresyon modeli genel hatlarıyla ele alınmıştır. En Küçük Kareler yönteminin etkin sonuç verebilmesi için gerekli olan varsayımların sağlanmaması durumunda uygulanan Kantil regresyon modelinin birçok avantajının olduğu bilinmektedir. Kantil regresyon modeli, sağlam bir çıkarsama modelidir ve hatalara karşı En Küçük Kareler yönteminden daha az duyarlılık göstermektedir. Özellikle bağımlı değişkenin dağılımının uç değerleri ya da kuyruğu ile ilgilenildiğinde iyi tahminler elde edilebildiği bilinmektedir. Bu çalışmanın önemli bir bölümünü, Kantil regresyon yönteminin parametre tahmini için literatürde var olan yöntemlerin tanıtımı oluşturmaktadır. Uygulama bölümünde ise, serbest erişimli “kaggledataset” internet sitesinden (Dataset Kaggle, 2019) Vine Qualite (şarap kalitesi) veri setinin 300 birimlik kısmı kullanılmıştır.

Uygulamada değişken sayısı 5 ve 11, n sayısı 100, 200 ve 300 ( $n=100,200,300$ ) olarak alınmıştır. İlk olarak veri setinden 5 bağımsız değişken seçilmiş ve STATA programı kullanılarak Doğrusal regresyon ile birlikte 0.20 0.25 0.50 ve 0.75 kantil değerleri için Kantil regresyon analizleri yapılmıştır. Ardından aynı işlemler 11 bağımsız değişken için tekrarlanmıştır. Elde edilen sonuçlar  $R^2$ , RMSE ve Güven aralıkları bakımından değerlendirilmiştir.

## İÇİNDEKİLER DİZİNİ

|                                                                                  | <u>Sayfa</u> |
|----------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| <b>ÖZET</b> .....                                                                | i            |
| <b>ABSTRACT</b> .....                                                            | ii           |
| <b>TEŞEKKÜR</b> .....                                                            | iii          |
| <b>ÖNSÖZ</b> .....                                                               | iv           |
| <b>ÇİZELGELER DİZİNİ</b> .....                                                   | vii          |
| <b>ŞEKİLLER DİZİNİ</b> .....                                                     | viii         |
| <b>SİMGELER DİZİNİ</b> .....                                                     | ix           |
| <b>KISALTMALAR DİZİNİ</b> .....                                                  | x            |
| <b>1. GİRİŞ</b> .....                                                            | 1            |
| 1.1. Literatür Taraması.....                                                     | 2            |
| 1.2. Temel Kavramlar .....                                                       | 5            |
| 1.2.1.1. Doğrusal regresyon analizi.....                                         | 5            |
| 1.2.1.3. Çoklu doğrusal regresyon modeli .....                                   | 7            |
| 1.3. Doğrusal Regresyon Modelinde Parametre Tahmini .....                        | 8            |
| <b>2. MATERYAL VE YÖNTEM</b> .....                                               | 11           |
| 2.1. Kantil Regresyon .....                                                      | 11           |
| 2.1.1. Kantil kavramı.....                                                       | 11           |
| 2.1.2. Kantil regresyon modeli .....                                             | 13           |
| 2.2. Anakütlenin Modellenmesi .....                                              | 14           |
| 2.2.1. Kümülatif (Birikimli) dağılım fonksiyonu (CDF) .....                      | 14           |
| 2.2.2. Olasılık yoğunluk fonksiyonu (PDF) .....                                  | 15           |
| 2.2.4. Kantil yoğunluk fonksiyonu.....                                           | 17           |
| 2.3. Kantil Regresyonun Avantajları.....                                         | 18           |
| 2.4. Kantil Regresyonda Parametre Tahmini .....                                  | 18           |
| 2.5. Genelleştirilmiş Momentler Tahmin Yöntemi (GMM) ile Parametre Tahmini ..... | 20           |
| 2.6. Kantil Regresyonun Doğrusal Programlama Gösterimi ve Parametre Tahmini..... | 21           |
| 2.6.1. Asimptotik kovaryans matris tahmini .....                                 | 21           |
| 2.6.1.1. Sıra istatistikleri tahmincisi .....                                    | 22           |
| 2.6.1.2. Bootstrap tahmincileri .....                                            | 24           |
| 2.6.1.3. Kernel tahmincisi .....                                                 | 27           |
| <b>3. BULGULAR VE TARTIŞMA</b> .....                                             | 29           |
| <b>4. SONUÇ</b> .....                                                            | 42           |
| <b>5. KAYNAKLAR</b> .....                                                        | 43           |

|                       |    |
|-----------------------|----|
| <b>ÖZGEÇMİŞ</b> ..... | 47 |
|-----------------------|----|



## ÇİZELGELER DİZİNİ

| <b><u>ÇİZELGE</u></b>                                              | <b><u>Sayfa</u></b> |
|--------------------------------------------------------------------|---------------------|
| 1.1. Değişken tanımlama gösterimi .....                            | 6                   |
| 2.1. Kantillerin gösterimi.....                                    | 12                  |
| 3.1. Beş değişkenli model için regresyon analiz sonuçları.....     | 29                  |
| 3.2. On bir değişkenli model için regresyon analiz sonuçları ..... | 34                  |



## ŞEKİLLER DİZİNİ

| <b><u>ŞEKİL</u></b>                     | <b><u>Sayfa</u></b> |
|-----------------------------------------|---------------------|
| 2.1. Kümülatif dağılım fonksiyonu ..... | 15                  |
| 2.2. Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu.....  | 16                  |
| 2.3. Kantil fonksiyon .....             | 17                  |



## SİMGELER DİZİNİ

|               |                                                              |
|---------------|--------------------------------------------------------------|
| $X$           | Bağımsız (Açıklayıcı) Değişken                               |
| $Y$           | Bağımlı Değişken                                             |
| $\alpha$      | $X=0$ olduğunda bağımlı değişken olan $y$ 'nin alacağı değer |
| $\beta_l$     | Regresyon Katsayısı                                          |
| $\varepsilon$ | Hata Terimi                                                  |
| $Y_i$         | Gözlem Değeri                                                |
| $\hat{Y}_i$   | Gözlem Değerine En Yakın Tahmini Değer                       |
| $\tau$        | Tau                                                          |
| $m_\tau$      | $\tau$ . Kantil'in değeri                                    |
| $\eta$        | Ölçek Parametresi                                            |

## KISALTMALAR DİZİNİ

|      |                                                                       |
|------|-----------------------------------------------------------------------|
| DRM  | Doğrusal Regresyon Modeli                                             |
| EKK  | En Küçük Kareler Yöntemi                                              |
| KR   | Kantil Regresyon                                                      |
| CDF  | Kümülatif (Birikimli) Dağılım Fonksiyonu                              |
| PDF  | Olasılık Dağılım Fonksiyonu                                           |
| QDF  | Kantil Yoğunluk Fonksiyonu                                            |
| LAD  | En Küçük Mutlak Sapma                                                 |
| MSE  | Hata Kareler Ortalaması                                               |
| MAD  | Mutlak Sapmalar Ortalaması                                            |
| LP   | Doğrusal Programlama                                                  |
| GLS  | Generalized Least Squares (Genelleştirilmiş En Küçük Kareler Yöntemi) |
| GMM  | Generalized Method Of Moments (Genelleştirilmiş Momentler Yöntemi)    |
| S.R. | Standart regresyon                                                    |

## 1. GİRİŞ

Doğadaki değişkenler arasında var olan ilişkinin doğru belirlenebilmesi, ilgilenilen değişkene istenilen şekilde yön verilebilmesi açısından oldukça önemlidir. Değişkenler arası ilişkileri belirlemek üzere farklı istatistik yaklaşımlar geliştirilmiştir. Bunlardan en yaygın olanı regresyon analizidir. Araştırmacının cevap (sonuç) değişkeni veya bağımlı değişken olarak aldığı değişkenle, açıklayıcı (bağımsız) değişken veya değişkenler olarak aldığı özellikler arası ilişkileri belirlemek üzere kurulan doğrusal veya doğrusal olmayan modeller genel olarak Regresyon modelleri olarak adlandırılır. Regresyon modelleri ve bu modellerle ilişkili istatistik analizler, minimum sayıdaki açıklayıcı değişkenle, bağımlı değişkeni en yüksek doğrulukla tahmin etmek üzere gerekli işlemleri içerir.

Değişkenler arasındaki ilişkiler, genel olarak doğrusal ve doğrusal olmayan ilişkiler olmak üzere iki kısımda incelenmektedir. Analiz süreci ve elde edilen sonuçların yorumlanmasındaki kolaylık bakımından doğrusal modeller, doğrusal olmayan modellere göre daha çok tercih edilmektedir. Regresyon modellerine dayalı yapılacak olan regresyon çözümlemeleri için bazı varsayımlar veya ön şartlar gereklidir. Bu varsayımların sağlanmaması durumunda, ya değişkenlere uygun transformasyonlar (dönüşümler) yapılarak, varsayımların sağlanmasına çalışılmakta ya da bu varsayımlara karşı esnek olan parametrik olmayan yöntemler tercih edilmektedir.

Çoklu doğrusal regresyon analizinde parametre tahmini, çoğunlukla En Küçük Kareler (EKK) yöntemine göre yapılır. Diğer bir ifade ile Çoklu doğrusal regresyon, gözlemlerin her bir değeri için açıklayıcı değişkenlere (özelliklere) dayalı, sonuç veya cevap değişkeninin (koşullu) ortalamasını hesaplamak için EKK yöntemini kullanır. EKK yönteminin hesaplama işlemlerinin, diğer yöntemlere göre kısmen daha kolay olması, bu yöntemin tercih edilebilirliğini artırmaktadır. Ancak bu yöntem için bazı varsayımların sağlanması gerektirmektedir. Bu varsayımların sağlanmaması durumlarında, alternatif yöntemlere başvurulabilir. Bu yöntemlerden birisi de Koenker ve Basett (1978) taraflarından önerilen Kantil regresyon modelidir.

Kantil regresyon modeli, açıklayıcı veya bağımsız değişken seti ile bağımlı değişkenin, araştırmacı tarafından özel olarak belirlenmiş persentil veya kantilleri arasındaki ilişkiyi modellemeye çalışır. Diğer bir ifade ile Kantil regresyon, bağımlı değişkenin koşullu medyanını veya diğer kantilleri tahmin eden ve standart doğrusal regresyonun varsayımları sağlanmadığında kullanılabilen Standart çoklu doğrusal regresyon analizinin bir uzantısı olarak düşünülebilir. En Küçük Kareler regresyonu ile karşılaştırıldığında, iki önemli avantaja sahiptir. Bunlardan birincisi,

cevap değişkeni ile ilgili olarak herhangi bir varsayım gerektirmemesi, ikincisi ise uç değer (outlier gözlem) etkisine karşı sağlam (dayanıklı, robust) olmasıdır. Bu nedenle de başta Ekolojik Bilimler olmak üzere, Sağlık Bilimleri, Ekonometri ve Ziraat gibi birçok alanda kullanılabilmektedir.

Yapılan literatür incelemesinde, Kantil regresyon ile ilgili yeteri sayıda çalışmanın olduğu gözlenmiş olsa da, bu çalışmaların farklı kantil oranları, değişken sayısı ve gözlem sayısı bakımından sınırlı olduğu görölmüştür. Bu nedenle, ele alınan bu tez çalışmada, Kantil regresyon yöntemine ilişkin genel bilgiler verilmiş ve 2 farklı örneklem genişliği ve değişken sayısı ile 4 farklı kantil oranı kombinasyonunda uygulama yapılarak, Kantil regresyon ve Standart Çoklu regresyon analizinden elde edilen sonuçlar değerlendirilmiştir.

### 1.1. Literatür Taraması

Kantil regresyon modeli ilk olarak Koenker ve Bassett (1978) taraflarından önerilmiştir. Koenker ve Bassett (1978), Kantil regresyon modellerinin doğrusal regresyon modelleri (DRM)'ne bağlı bir yan dal olabileceğini ifade etmişlerdir. Daha sonra koşullu Kantil regresyon modeli geliştirilmiştir.

Powell (1983), Koenker ve Bassett (1978)'in koşullu Kantil regresyon modeli bilgisinin ardından, sansürlenmiş Kantil regresyon modeli çalışmalarını yürütmüş ve bu konu ile ilgili bir tahminci önerisinde bulunmuştur. Ancak, Powell tarafından açıklanan tahmincinin her koşulda uygun sonuç vermediği gözlemlenmiştir.

İlerleyen birkaç yıl içerisinde Koenker ve d'Orey (1987), Borrodale ve Roberts (BR) algoritmasını, serinin ortanca değerine karşılık gelen Kantil değeri için ele almışlar ve genelleştirildiği taktirde Kantil regresyon için uygulanabileceği konusunda çalışmalar yapmışlardır.

Hyndman vd. (1996), Avusturalya'nın günlük sıcaklıklarından oluşan veri setlerinde yarı-parametrik modeller geliştirmişler ve bu modellerin analizinde, büyük ölçüde bağımsız bilgiler vermesi adına Kantil regresyonu kullanmışlardır. Maksimum sıcaklık değerinin bir önceki günün maksimum sıcaklık değerleriyle ilişkisi için saçılım grafiği oluşturmuşlar ve 19 Kantil regresyon eğrisi üst üste gelecek şekilde çizimler yapmışlardır.

Portnoy ve Koenker (1997) tarafından, doğrusal programlama algoritmalarından olan BR ve Frisch-Newton alışmaları yapılmış ve sonuçta, BR algoritmasının, Frisch-Newton algoritmasına göre veri sayısının fazlalaşması durumlarında etkinliğinin azaldığı vurgulanmıştır (Koenker, Hallock, 2001).

Buchinsky ve Hahn (1998); Buchinsky, Hahn ve Powell (2001), çalışmalarında veri sayısının az olmasından kaynaklı meydana gelebilecek sorunları gidermek üzere iki aşamadan oluşan tahminci önerisinde bulunarak tahmincilerin etkinliğini test etmişlerdir. Çalışma sonucunda gözlemlerin sansürlenmeden seçilmesi şartıyla iki düzeyli seçim modellerinde, iki aşamadan meydana gelen tahmincilerin, daha etkin sonuçlar verdiğini vurgulamışlardır.

Shapiro ve Friedman (2001), vergi politikasını incelemeyi amaçlayan çalışmalarında, zenginlik seviyelerinin sıralamasında nüfus ölçeği üzerinde durarak, Kantil regresyon modelini kullanmışlardır.

Bedi ve Edwards (2002); Eide, Showalter ve Sims (2002), değişkenlerin gelir ve okul kalitesi olduğu çalışmalarında değişkenler arasındaki ilişkiyi belirlerken Kantil regresyon modelini kullanmışlardır.

Yu (2002), çalışmasında var olan hata dağılımlarının olasılık modelini dikkate almayarak, Kantil regresyon modeli için yarı-Bayesçi tahmin modellerini ele almıştır.

Scaccia ve Green (2003), değişkenler arası ilişkinin doğrusal olamadığı ve bağımlı değişkenin koşullu dağılımı söz konusu olduğu durumlarda, uygulamada kullanılan sürekli bağımsız değişkenlerden sadece bir tanesi için modelleme yapılmasının yeterliliği üzerine, Kantil regresyon modelinden yararlanmışlardır.

Chamberlain ve Imbens (2003); Dunson ve Taylor (2005), doğrusal formda bir Kantil regresyon modeli için, yarı-bayesçi çıkarsama modeli önermişlerdir.

Taddy ve Kottas (2007), doğrusal olmayan tüm Kantil regresyon modellerini kapsayan yarı Bayesçi modeller üzerine çalışmalar yapmışlardır. Bu modeller, tüm değişkenlerin birleşik dağılımları üzerinde etkili olabilecek esnek modellere ulaşma imkânı sağlamıştır. Esnek modellere ulaşabilmek adına, bağımlı değişkenin koşullu dağılımlarından faydalanılmış ve farklı kantil değerlerindeki eğriler yorumlanmıştır.

Schaeck (2008), serbest ekonomiden yana olan bankaların işleyişini konu alan çalışmasında; klasik ekonometrik modeller kullanılarak elde edilen çıkarımların tüm resmi görmeye imkân sağlamayacağını ifade etmiştir. Sonuçta benzer faktörlerin bağımlı değişkeni aynı saflıkta etkilemesinin mümkün olmadığı gözlenmiş ve adı geçen değişkenler arasındaki etkilerin bağımlı değişken için uç kısmı etkilemiş olması durumunda etkin bir tahminleme için Kantil regresyona başvurulması gerektiği vurgulanmıştır.

Kuan ve Lin (2010), doğrusal Kantil regresyon modellerini ayrıntılı incelemişler ve yapılan uygulamalar sonucunda modelin genel olarak Ki-kare dağılımına yönelim gösterdiğini ifade etmişlerdir.

Koenker (2011), Kantil regresyon modelinin R programında yapılışından bahseden ayrıntılı bir çalışma yapmıştır.

Özel ve Sezgin, (2012) Türkiye'deki ekonomik büyüme ile ilişkili olarak ticari açıklık seviyesini incelemek üzere, 1998.Q1-2011.Q4 arası verilerde Bootstrap Kantil regresyon modelini kullanılmışlar ve sonuçta, ticari açıklığın büyüme değişkeni üzerinde pozitif yönde ve de anlamlı bir etkisinin olduğunu belirtmişlerdir.

Çelik ve Sevim, (2014) gelir ile ilişkili olan değişkenleri belirlemek üzere, Türkiye İstatistik Kurumu'nun erişime açık verilerinden 2011 yılına ait olan bir veri seti ile çalışma yapmışlar ve çalışmada Kantil regresyon modelini kullanmışlardır

Uyar vd. (2016) gösterge faiz oranları ile Borsa endeksleri arasındaki ilişkileri incelemek üzere Kantil regresyon modelinin kullanmışlar ve sonuçta değişkenler arasındaki ilişkiden sermaye piyasalarının olumsuz etkilendiğini vurgulamışlardır.

Kiren Güler vd. (2018) Türkiye'de tüketim ve gıda harcamaları arasında ilişki olup olmadığını Kantil regresyon modeli ile incelemişlerdir. Büyük veri gruplarında değişen varyans ve aykırı değerlerin olması durumunda, katsayıların etkin tahmin edilebilmesi açısından ancak Kantil regresyon modelinin bu sorundan etkilenmediği veya bu sorunun üstesinden geldiğini vurgulamışlardır

Çınar (2019), Kantil regresyon modelinin etkinliğini, En küçük kareler yöntemi ile birlikte incelemiştir. Uygulama da normal dağılımdan üretilen ve uç değerler içeren veri setleri ile R programında simülasyon çalışması yapılmıştır. Sonuçta, uç değerler içeren veri setlerinde, Kök Ortalama Hata Kare değeri ile yapılan karşılaştırma sonuçlarına göre Kantil regresyon modelinin etkinliğinin, EKK modeline göre daha iyi olduğu vurgulanmıştır.

Çobanoğlu ve Yılmaz (2020), bağımlı değişken olarak; haneden sorumlu kişinin kazanmış olduğu yıllık toplam geliri alarak bağımsız değişkenlerin bu değişken üzerine etkilerini incelemişlerdir. Çalışmada, “Türkiye İstatistik Kurumu (TÜİK)’ndan” sağlanan “Hanehalkı Bütçe Araştırması 2015 yılı” mikro verileri kullanılarak regresyon analizi yapılmış ve değişkenler arasında istatistik olarak önemli (anlamlı) ilişkilerin olduğu belirtilmiştir.

Bağcı (2021), 2008-2020 yılları arasındaki verileri kullanarak, para arzı ile enflasyon arasındaki ilişkiyi Kantil-Kantil Regresyon (KKR) modeli ile incelemiştir. Çalışma sonucunda Türkiye’de para arzı ile enflasyon oranı değerlerinin negatif yönlüde eğilim gösterdiği, ya da para arzında bir artış meydana gelse bile bu durumun, her zaman enflasyon oranında bir artışa neden olmayacağı ifade edilmiştir.

Özçelik vd (2021), Büyüme ve hasılat modelleri için ağaç hacim tahmin işlemi için diğer regresyon modelleri ile birlikte Kantil regresyonu kullanmışlardır.

## **1.2. Temel Kavramlar**

### **1.2.1.1. Doğrusal regresyon analizi**

Regresyon analizine yönelik ilk çalışmalar Sör Francis Galton tarafından yapılmıştır. Galton, değişkenler arası ilişkileri inceleyen ve yorumlayan; ilk bilim adamlarındandır. 1885 yılında kalıtım konusu üzerine çalışmalar yaparken, babalar ve oğulların boyları konusunda yaptığı araştırmalar sonucunda, değişkenler arasında; ortalamaya doğru yönelimin olduğunu göstererek regresyon kavramının temelini atmıştır. Galton'un bu çalışmaları ile değişkenler arasındaki incelenabilir ve test edilebilir hale gelmiştir (Galton, 1886).

Karl Pearson (1903) ise bu çalışmayı daha da ileriye taşıyarak, çalışmasında çocuklar arasında babası uzun boylu olanların babalarının aksine kısa boylu olabileceğini, uzun boylu çocukların babalarının ise kısa olabileceğini vurgulamıştır. Bunun sonucunda, uzun ve kısa çocukların boylarının, benzer şekilde ortalamaya gerilediğini (regressing) ifade etmiştir. Galton bu tür durumları “sıradanlık regresyonu (sıradanlığa doğru çekilme) olarak adlandırmıştır. (Gujarati, 2004).

İstatistik tahmin çalışması yapılmak istendiğinde; akla ilk gelen modellerin başında Regresyon modeli gelmektedir. Regresyon modeli ile iki ya da daha fazla değişken arasındaki ilişkinin gösterilmesi mümkün olabilmektedir (Chatterjee ve Simonoff, 2013). İki değişken arasındaki ilişki neden sonuç ilişkisi olarak da tanımlanabilir. Sonuç değişkeni, cevap değişkeni çıktı değişkeni veya bağımlı değişken olarak da ifade edilirken, neden veya sebep durumunda olan değişken ise bağımsız değişken veya açıklayıcı değişken olarak ifade edilir. Bağımlı değişken, genellikle Y ile gösterilirken, bağımsız değişken X ile gösterilir. Neden sonuç değişkenlerinin doğru belirlenmesi, regresyon analizinin doğru sonuç vermesi bakımından oldukça önemlidir (Orhunbilge, 2000).

Rastgele bir değişken başka bir rastgele değişken veya değişkenlerden etkileniyorsa, bu değişken bağımlı değişken olarak adlandırılır. Bağımlı değişkeni etkileyen değişken veya değişkenler ise bağımsız değişken olarak adlandırılır. Değişkenler arasındaki bağlantı, fonksiyonel olarak ifade edilebilmekte ve saçılım grafikleri doğrusal veya doğrusal olmayan modellerden hangisinin tercih edilebileceği konusunda araştırmacıya yardımcı olmaktadır (Rawling vd, 1998).

X ve Y arasındaki ilişki için çizilen saçılım grafiği serpilme diyagramı olarak da adlandırılır. (Draper ve Smith, 1998). Doğrusal regresyon analizi ikiye ayrılmaktadır.

#### 1.2.1.2. Basit doğrusal regresyon modeli

Basit doğrusal regresyon modelinde bir bağımlı değişken ile bir bağımsız değişken bulunmaktadır. Bu modelde tek bir bağımsız değişken tarafından gönderilen etkilere karşılık; bağımlı değişkenin nasıl dönütler verdiği araştırılmak istenir. Bu etki tepki süreçleri gözlemlendikten sonra, değişkene uygun bir tek bağımsız değişkenli bir regresyon modeli oluşturulur (Montgomery, Peck, ve Vining, 2013). Regresyon modeli ise aşağıdaki gibidir:

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (1.1)$$

Modele ilişkin katsayıların açıklamaları ise Çizelge 1.1’de verilmiştir.

**Çizelge 1.1.** Değişken gösterimi

|               |                                                         |
|---------------|---------------------------------------------------------|
| X             | Bağımsız (Açıklayıcı) Değişken                          |
| Y             | Bağımlı Değişken                                        |
| $\alpha$      | X=0 olduğunda bağımlı değişken olan y’nin alacağı değer |
| $\beta_1$     | Regresyon Katsayısı                                     |
| $\varepsilon$ | Hata Terimi                                             |

Eşitlik 1.1’de  $\alpha$  doğrusal regresyon modelinin sabit parametresi olarak bilinmektedir. Regresyon modelinde bir Regresyon doğrusu bulunmaktadır, bu doğrunun yatay eksenini X’i temsil ederken dikey eksenini Y’yi temsil etmektedir. X’e sıfır verilerek, model üzerindeki etkisi yok edildiğinde; regresyon doğrusu üzerindeki dikey eksenini temsil eden y ile kesiştiği nokta  $\alpha$ ’yı gösterir.

$\beta_1$  parametresi, doğrusal fonksiyonun eğimi olarak ifade edilir.  $\beta_1$  parametresi regresyon modelinde bağımsız değişken x’de meydana gelecek bir birimlik değişimin bağımlı değişken olan Y’de kaç birimlik bir değişim meydana getirebileceğini gösteren regresyon katsayısına karşılık gelen parametredir.

$\varepsilon$  ise, hata terimidir. Bilinmeyen parametre olarak da tanımlanabilir. Tam anlamıyla, rassal bir şekilde ortaya çıkan değişkendir. Modele dahil edilmeyen değişkenlerin yerine onları temsil niteliğinde modele dahil edilmesi amaçlanır (Gujarati, 2004).

Doğrusal regresyon modeli ile parametre tahmini yapılmak istendiğinde, parametre tahmin yöntemlerinden biri olan EKK yönteminden yararlanılır. Bu yöntemin etkin sonuçlar verebilmesi için, bazı varsayımların sağlanması gerekmektedir. Bu varsayımlardan herhangi birinin sağlanmaması durumunda parametre tahmini için farklı bir model kullanmanın daha doğru sonuçlar vereceği savunulmaktadır (Berry, 1993). EKK yönteminin varsayımları aşağıdaki gibidir (Rawling vd, 1998):

- 1) Bağımsız değişkenlerin hepsinin nicel veya nitel olarak ölçülmüş olması, bağımlı değişken olan Y 'nin ise nicel ve sürekli olması gerekmektedir.
- 2) Tüm bağımsız değişkenlerin varyansının, sıfırdan farklı olması gerekmektedir.
- 3) Bağımsız değişkenler arasında, yüksek doğrusal ilişkinin olmaması gerekmektedir.
- 4) Hata teriminin ortalaması sıfır olmalıdır.
- 5) Bağımsız değişkenler ve hata terimi arasında korelasyon olmamalıdır.
- 6) Hata teriminin varyansı sabit olmalıdır.
- 7) Hatalar arasında korelasyon olmamalıdır.
- 8) Hatalar normal dağılmalıdır.

### 1.2.1.3. Çoklu doğrusal regresyon modeli

Çoklu doğrusal regresyon modelinde basit doğrusal regresyon modelinden farklı olarak bağımlı değişken üzerinde etkisi olduğu düşünülen bağımsız değişkenler 1'den fazladır. Çoklu doğrusal regresyona ait model aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i \quad (i=1,2, \dots, n) \quad (1.2)$$

(1.2) no'lu eşitlikte k, bağımsız değişken sayısını ifade eder.

### 1.3. Doğrusal Regresyon Modelinde Parametre Tahmini

Regresyon analizinde parametre tahmini için anakütleyle ilişkin verilerin tamamına ulaşılamadığından bu anakütleden alınan örneklem verileri kullanılır. Anakütle verilerinden hareketle  $\alpha$  ve  $\beta$ 'nin tahminlerini elde edebilmek için parametre tahminleri hata dağılımından bağımsız olarak tahminler veren En Küçük Kareler modeli veya hata dağılımı biliniyorsa En Çok Olabilirlik yöntemi ile yapılır.

#### 1.3.1. En küçük kareler (EKK) yöntemi

Doğrusal regresyon analizlerinde, gözlem noktalarının hepsine birden en yakın geçen doğruyu bulma amaçlanıyorsa kullanılacak yöntem EKK'dir. Parametre tahmininde en sık kullanılan EKK yöntemi, oluşacak hataların kareleri toplamını, minimum yapabilecek şekilde  $\alpha$  ve  $\beta$ 'nin değerinin bulunması esasına dayanır. Bu yaklaşımla elde edilen modelde, hata minimumdur. Yöntemin etkin sonuçlar verebilmesi için aşağıdaki koşulların sağlanması gerekmektedir.

1. Model, doğrusal bir formda olmalıdır.
2. Hatalar, normal dağılımdan göstermelidir.
3. Hatalar, eş varyans özelliğine sahip olmalıdır.

EKK yönteminde amaç;

$$e_i = Y_i - \hat{Y}_i \quad (1.3)$$

ifadesini minimum yapmaktır. (1.3) no'lu eşitlikte;  $Y_i$  gözlem değeri  $\hat{Y}_i$  ise  $Y_i$  gözlem değerine en yakın tahmini değeri ifade etmektedir. Hesaplanan hatalar pozitif, negatif ya da sıfır olabilirken, bunların cebirsel toplamı sıfırdır. İstatistik model, cebirsel olarak ifade edilecek olduğunda, hatalardan kurtulmak gerekeceğinden aşağıdaki işlemler yapılmaktadır.

$$\sum_{i=1}^n e_i = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i) = 0 \quad (1.4)$$

EKK yönteminin temel amacı  $\alpha$  ve  $\beta$ 'nin tahmini değerlerini veren  $a$  ve  $b$ 'yi, gerçek değerlerle tahmin değerleri arasındaki farkların kareleri toplamını en düşük hale getirebilmektir. Bu istatistik olarak aşağıdaki gibi yazılır:

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \min \quad (1.5)$$

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - a - bX_i)^2 \quad (1.6)$$

ifadesinin  $a$  ve  $b$ 'ye göre türevleri alınarak sıfıra eşitlenirse:

$$\frac{\partial e}{\partial a} = -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - a - bX_i) = 0 \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial e}{\partial b} = -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - a - bX_i)X_i = 0 \quad (1.8)$$

olarak yazılır. Buradan

$$\sum Y_i = an + b \sum X_i \quad (1.9)$$

$$\sum X_i Y_i = a \sum X_i + b \sum X_i^2 \quad (1.10)$$

eşitlikleri elde edilir. Bu eşitlikler normal denklemler olarak adlandırılır. Tüm bu değerlerin ( $n$ ,  $\sum X_i$ ,  $\sum Y_i$ ,  $\sum X_i^2$ ,  $\sum Y_i^2$  ve  $\sum X_i Y_i$ ) tek tek hesaplanmasının ardından,  $\alpha$  ve  $\beta$ 'nin tahminleri olan  $a$  ve  $b$  normal denklemler yardımıyla bulunur. Bu katsayılar hesaplandıktan sonra,  $Y$ 'nin  $X$ 'e bağlı doğrusal regresyon modeli

$$\hat{Y} = a + bX \quad (1.11)$$

olarak ifade edilir.

b katsayısının sıfırdan farklı bir değeri alması, değişkenler arasında anlamlı bir ilişki olduğunu belirtir. Katsayının işareti ise Y ile X değişkenleri arasındaki ilişkinin yönünü göstermektedir. EKK tahmin edicileri, doğrusal ve de yansız olmak zorundadır. Doğrusal ve de yansız tahmin ediciler içerisinde, en düşük varyans değeri gerçeğe en yakın sonuçları içereceğinden, EKK sıkça tercih edilmektedir. Hatalar normal dağılım gösteriyorsa, EKK değişkenler arasındaki ilişkiyi en iyi şekilde açıklayabilir. Hataların normal dağılım göstermemesi durumunda (aşırı değerlerin varlığı durumunda hataların normallik varsayımı bozulabilir) En Küçük Kareler yöntemi, etkin sonuçlar vermeyebilir (Gujarati,2004).



## 2. MATERYAL VE YÖNTEM

Çalışmada, “kaggledataset” internet sitesinin (Dataset Kaggle, 2019) erişime açık verilerinden Vine Qualite (şarap kalitesi) veri setinin 300 birimlik kısmı alınmış ve STATA (ver: 14) programı kullanılarak uygulama yapılmıştır.

Uygulamada ilk olarak 5 değişken alınmış ve n=100 200 ve 300 için doğrusal regresyona ek olarak, 0.20, 0.25, 0.50 ve 0.75 kantil değerleri için Kantil regresyon analizleri yapılmıştır. Aynı işlemler, değişken sayısı 11’e çıkarılarak tekrarlanmıştır.

### 2.1. Kantil Regresyon

Basit doğrusal Kantil regresyon modeli aşağıdaki gibidir:

$$F^{-1}(\tau / X) = \alpha + \beta X + F_{\varepsilon}^{-1}(\tau) \quad (2.1)$$

(2.1) no’lu eşitlikte  $F^{-1}(\tau / X)$  değeri F (Y/X) dağılımının transpozundan yararlanılarak elde edilmiş bağımlı değişkenin,  $\tau$  . koşullu kantilini ifade ederken,  $F^{-1}(\tau)$  ise  $\tau$  . kantilin epsilonlarını ifade etmektedir. Kantil değerlerinin kullanılması durumunda, elde edilen hata değerlerinin beklenen değerinin hiçbir koşulda sıfıra eşit olmayacağı bilinmelidir (Alexander, 2008). Kantil regresyon koşullu kantil fonksiyonlarını tahmin eder. Diğer bir ifade ile bağımsız değişkenler kümesinin bir fonksiyonu olarak bağımlı değişkenin belirli bir kantil değerindeki modellerini tahmin eder (Koenker ve Hallock, 2001).

#### 2.1.1. Kantil kavramı

Kantil kelimesi miktar kelimesinden türemiştir. Daha basit bir ifadeyle bir anakütlenin ya da örneklemin belirli bir oranına karşılık gelen değer olarak ifade edilir. Kantil değeri, değişken dağılımında yer alan ve dağılımı kendisinden küçük ve büyük olmak üzere ikiye ayıran değer olarak nitelendirilir (Turanlı ve Güriş, 2005).

Seriye iki eşit parçaya ayırmak için kullanılan değer medyan, dört eşit parçaya bölmek için kullanılan değer kartil, on eşit parçaya bölmek için kullanılan değere desil ve yüz eşit parçaya bölmek için kullanılan değere ise santildir (Turanlı vd, 1993).

Seriye ortadan ayıran ve %50’lik kısmı barındıran değer medyan kantilidir. %25’lik kısma karşılık gelen dört eş parçaya, %10’luk kısma karşılık gelen on eş parçaya ve %1’lik kısma karşılık gelen yüz eş parçaya ayıran değerlere; kantil değerleri veya bölenler denilmektedir. Bir seride, bir ortanca, 3 kartil ve 99 persantil değerinin bulunduğu bilinmektedir. Bu değerler, böldükleri kısımların sayısının her zaman bir eksiği şeklinde hesaplanır (Çil, 2002). Kantiller Çizelge 2.1’de özetlenmiştir.

**Çizelge 2.1.** Kantillerin gösterimi

|                                                  | Kantiller |
|--------------------------------------------------|-----------|
| Serinin frekansını 2 eş parçaya ayırdığı değer   | Medyan    |
| Serinin frekansını 4 eş parçaya ayırdığı değer   | Kartil    |
| Serinin frekansını 10 eş parçaya ayırdığı değer  | Desil     |
| Serinin frekansını 100 eş parçaya ayırdığı değer | Santil    |

Buna göre serilerde 1 medyan, 3 kartil, 9 desil ve 99 persantil bulunmaktadır.

Birinci kartil olan  $n/4$ , yani serinin %25’lik kısmını içeren bölüm, bu değer altında kalmış olarak ifade edilir.

İkinci kartil olan  $n/2$ , bu değer hem ikinci kartil hem de seriyi 2 eş parçaya ayırdığından medyan olarak ifade edilir. Serinin %50’lik kısmı bu değer altında kalmış olarak ifade edilir.

Üçüncü kartil olan  $3n/4$ , yani serinin %75’lik kısmına karşılık gelen bölüm, bu değer altında kalmış demektir.

Kantiller, bir serideki değerlerin dörtte, onda veya yüzde olarak, ne kadarlık kısmının belirlenmiş kantil değerinin altında, üstünde veya arasında kaldığını belirtir. Kantiller  $\tau$  sembolü ile ifade edilirken,  $\tau$ . kantilin değeri ise  $m_\tau$  sembolüyle gösterilmektedir. Buna göre,  $m_{10}$  değeri, toplam serinin %10’unun bu değer altında kaldığını ifade etmektedir.

### 2.1.2. Kantil regresyon modeli

$$Y_t = \beta + e_t \quad (2.2)$$

olarak yazılır. (2.2) no'lu eşitlikte,  $Y_t$  = simetrik F dağılım fonksiyonuna ait bağımsız, özdeş dağılımlı,  $\beta$  medyanlı bir rastgele değişkendir.

Bu modelde  $\theta$ .'inci örnek kantili,

$$\min_{\beta} \frac{1}{n} \left\{ \sum_{i: y_i \geq \beta} \theta |y_i - \beta| + \sum_{i: y_i < \beta} (1 - \theta) |y_i - \beta| \right\} \quad (2.3)$$

ifadesinin minimizasyonu ile elde edilir. Bu ifade doğrusal regresyon modeli olarak ifade edilecek olursa:

$$Y_i = x_i' \beta + e_i \quad (2.4)$$

yazılabilir.  $x_i'$  ifadesi bağımsız değişken vektörü olmakla birlikte,  $\varepsilon_i$  bağımsız, sıfır etrafında simetrik ve F dağılımına sahiptir.

Böylece,  $\theta$ .'inci Kantil regresyon ( $0 < \theta < 1$ ),

$$\min_{\beta} \frac{1}{n} \left\{ \sum_{i: y_i \geq x_i' \beta} \theta |y_i - x_i' \beta| + \sum_{i: y_i < x_i' \beta} (1 - \theta) |y_i - x_i' \beta| \right\} \quad (2.5)$$

$$\min_{\beta} \frac{1}{n} \left\{ \sum_{i=1}^n \rho_{\theta}(y_i - x_i' \beta) \right\} \quad (2.6)$$

minimizasyonu ile tahmin edilir ve  $y$ 'nin  $\theta$ .'nci kantili olarak tanımlanır.

## 2.2. Anakütlenin Modellenmesi

Rastgele değişkenler; rastgele bir deney yapılarak belirli olasılıklar dahilinde ve belirli bir tanım aralığında değerler alan değişkenler olarak tanımlanmaktadır. Diğer bir ifade ile belirli aralıkta alabileceği değerleri bazı olasılıklarla alan değişkenler olarak ifade edilmektedir (Çakır Zeytinoglu, 2015).

Aldıkları değerler bakımından kesikli ve sürekli olmak üzere iki gruba ayrılır. Değişken tanımları incelendiğinde; tanımlı olduğu aralıkta sadece tam sayılı değerleri alan değişkenler, kesikli rastgele değişken, ondalıklı ve tüm değerleri alabilen değişkenler ise sürekli (rastgele) değişken olarak ifade edilir (Çakır Zeytinoglu, 2015). Rastgele değişkenlere ait farklı olasılık dağılımları ve olasılık fonksiyonları tanımlanmıştır. Bu olasılık fonksiyonları 0 ile 1 arasında değerler alabilmektedir. Sürekli rastgele değişkenler, tanımlı oldukları aralıktaki tüm değerleri kapsadığından bu değişkenler için belirli tek bir değere eşit olması ihtimali hesaplanamaz. Belirli bir değere karşılık gelmeyen durumlarda olasılık değeri sıfıra eşit olduğundan olasılık fonksiyonunu da tartışmaya gerek kalmamaktadır. Bu gibi değişkenlerin olasılık hesaplamalarında olasılık fonksiyonu yerine alternatif olasılık yoğunluk fonksiyonları tercih edilmektedir. (Çakır Zeytinoglu, 2015).

Herhangi bir anakütleden, rasgele alınmış bir örneğin yapısını belirtmenin 4 farklı yolu vardır. Bunlar, Kümülatif dağılım fonksiyonu, Olasılık yoğunluk fonksiyonu, Kantil fonksiyonu ve Kantil yoğunluk fonksiyonudur.

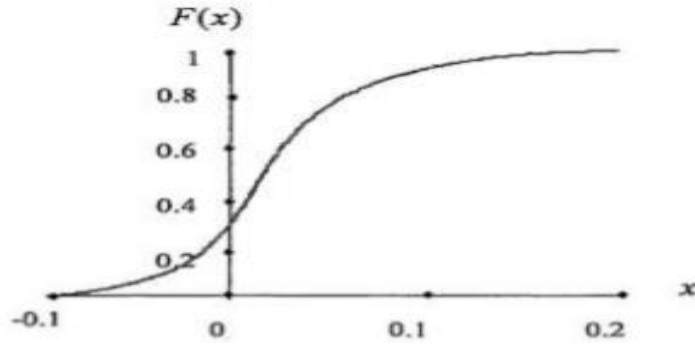
### 2.2.1. Kümülatif (Birikimli) dağılım fonksiyonu (CDF)

Kümülatif dağılım fonksiyonu (CDF), bir  $X$  rastgele değişkeninin  $x$  değerine eşit ya da  $x$  değerinden küçük olma olasılığıdır. Kümülatif dağılım fonksiyonu  $F(X)$ :

$$F(X) = P(X \leq x) \quad (2.7)$$

olarak ifade edilir. Rastgele değişkenin (sürekli veya kesikli) olmasına göre değişiklik göstermez. Kümülatif dağılım fonksiyonu, bir olasılık değeri içerdiğinden, olasılık fonksiyonun özelliklerini de içerir. Böylece, olasılık fonksiyonu gibi CDF de 0 ile 1 arasında değerleri almaktadır (Orloff ve Bloom, 2014).

Kümülatif dağılımın fonksiyonunun grafiği Şekil 2.1’de verilmiştir (Çamurlu, 2018).



Şekil 2. 1. Kümülatif dağılım fonksiyonu

Şekil 2.1’de görüldüğü üzere kümülatif dağılım fonksiyonu, azalan bir fonksiyon olup soldan 0 değeriyle başladıktan sonra sağ tarafta 1 değeri ile bitmektedir. Kümülatif dağılım fonksiyonu, herhangi bir olasılık değerinin, anakütleden alınan değerinin  $x$ ’e göre değişimini göstermektedir. Bu nedenle kümülatif dağılım fonksiyonunun dağılımı tek yönlüdür (Gilchrist, 2000).

### 2.2.2. Olasılık yoğunluk fonksiyonu (PDF)

Olasılık yoğunluk fonksiyonu (PDF); bir değişkenin alabileceği değerlerle, bu değerleri alma olasılıkları arasındaki ilişkiyi gösterir. Bir dağılımın farklı tanımlama yollarından birisi olduğu söylenebilir. Sürekli rastgele değişkenler için olasılık hesaplanamadığı için olasılık fonksiyonunun yerine olasılık yoğunluk fonksiyonu kullanılır.  $f(x)$  ile gösterilen olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$f(x)dx = P(x \leq X \leq x + dx) \quad (2.8)$$

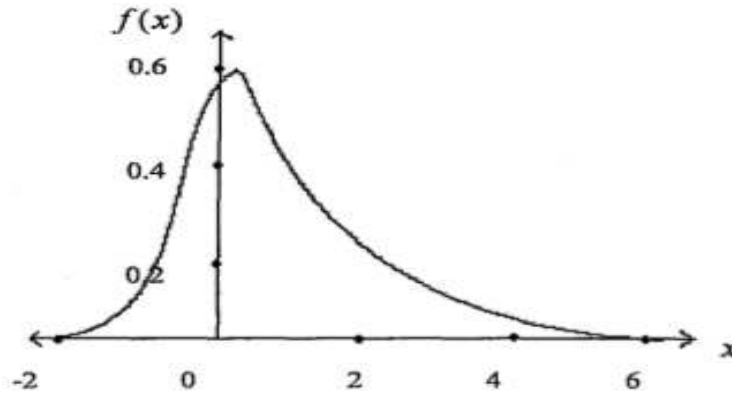
olarak yazılabilir (Saraçoğlu ve Çevik, 1995). Fonksiyonda var olan  $dx$ ,  $x$ ’in sonsuza doğru giderken alabileceği en küçük, minimum aralığını ifade eden değeridir yani türevidir.  $f(x)$  eğrisinin altındaki bölgede, hangi değer alınırsa toplam olasılık değeri 1’e eşit olacaktır. Bu bilgilerle olasılık yoğunluk fonksiyonu ve kümülatif dağılım fonksiyonu arasındaki ilişki aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$f(x)dx = F(x+dx) - F(x) = dF(x) \quad (2.9)$$

Olasılık yoğunluk fonksiyonu hesaplanırken, birikimli dağılım fonksiyonunun türevi;

$$f(x) = dF / dx \quad (2.10)$$

olarak hesaplanır. Olasılık dağılım fonksiyonunun grafiği aşağıdaki gibidir (Çamurlu, 2018).



Şekil 2. 2. Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu

### 2.2.3. Kantil fonksiyonu

Simetrik olmayan dağılımlarda, daha karışık özet ölçülerine ihtiyaç duyulur. Kantiller ve kantil fonksiyonlarıyla birlikte özet ölçüleri daha da zenginleşmiştir.  $Q(F)$  veya  $Q(\theta)$  ile gösterilen kantil fonksiyonu bir dağılımı göstermenin üçüncü yoludur. Değişken dağılımında yer alan ve dağılımı kendisinden küçük veya kendisinden büyük olmak üzere ikiye ayıran değere, kantil değeri denilmektedir. Dolayısıyla  $\theta$ ,  $\theta$ . kantil değerinden, daha küçük hesaplanacaktır. ( $\theta$  olasılık değerinin yerine kullanılmıştır).

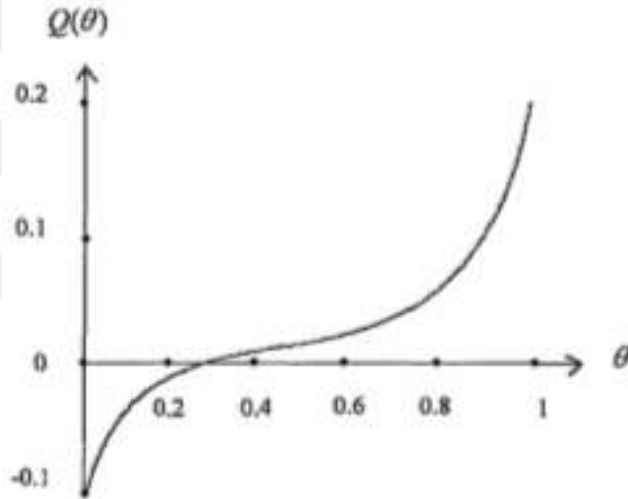
$x_\theta = (X \leq x_\theta)$   $x$  değeri için olasılık hesaplaması gösterilmiştir. Burada  $x_\theta$ 'nin alacağı değer aynı zamanda, anakütlenin  $\theta$ 'nci kantilini temsil edecektir.  $x_\theta = Q(\theta)$  fonksiyonu ise kantil fonksiyonun gösterim şeklidir, aynı zamanda  $\theta$ 'nci kantili,  $\theta$ 'nın bir fonksiyonudur şeklinde ifade edilmektedir.  $\theta F$  ve CDF, herhangi  $(x, \theta)$  çifti için;  $x = Q(\theta)$  ve  $Q = F(x)$  şeklinde yazılır. Kısa tanımıyla, bu iki fonksiyon türü, birbirlerinin transpozuna eşittir ve sürekli artan eğilim gösteren iki farklı fonksiyondur.

Bu fonksiyon,  $Q(\theta) = F^{-1}(\theta)$  ve  $F(x) = Q^{-1}(x)$  olarak gösterilir. Modelleme için kantil fonksiyon kullanılacaksa;  $x$  verilmişken  $y$ 'nin  $\theta$ 'ncı kantili;

$$Q_y(\theta/x) = \beta x + \eta S(\theta) \quad (2.11)$$

olarak yazılır. (2.11) no'lu eşitlikte;  $\eta S(\theta)$  hatayı ifade ederken,  $S(\theta)$  simetrik olmak zorunda olmayan Kantil fonksiyonunu gösterir.  $\eta$ , ölçek parametresini temsil eder ve  $y$ 'nin  $x$  üzerindeki şartlı Kantil fonksiyonudur. Aynı zamanda Kantil regresyon fonksiyonudur da denilebilir (Gilchrist, 2000).

Kantil fonksiyonun grafik gösterimi Şekil 2.3' te verilmiştir (Çamurlu, 2018).



Şekil 2. 3. Kantil fonksiyon

#### 2.2.4. Kantil yoğunluk fonksiyonu

Modellemede, değişken türüne göre yoğunluk fonksiyonu kullanımı da tercih edilebilir. Bunun için normal fonksiyonlarının türevi alınır. Bu ifade;

$$q(\theta) = qQ(\theta) / d\theta \quad (2.12)$$

olarak yazılır.  $Q(\theta)$  Kantil fonksiyonu azalma eğilimi göstermediğinden, eğimi olarak ifade edilen  $q(\theta)$ 'da negatif değer almayacaktır. Kantil yoğunluk fonksiyonu, sadece  $0 \leq \theta \leq 1$  tanım

aralığında değer alabiliyorken, olasılık yoğunluk fonksiyonu olan  $f(x)$ , tanım aralığında sonsuz değer alabilir.

### 2.3. Kantil Regresyonun Avantajları

- ✓ Anakütleye ait parametre tahmini yapılırken, en sık tercih edilen iki model arasından ilki En Küçük kareler yöntemi, ikincisi ise LAD regresyon modelidir. En çok tercih edilen bu iki yöntemin çalışma şekli birbirine benzerdir. İki modelde de amaç değişken olan  $y$ 'nin, dağılımına göre yalnızca ortalaması hakkında bilgi vermektir. Ancak bu durum, bazı çalışmalarda yeterli görülmemektedir. Bu modellerin alternatifi olan KR'da; koşullu olan dağılımının, bütünü hakkında bilgiye sahip olunabilir. Bu da diğer iki modelin açığını kapatır niteliktedir.
- ✓ Kantiller, EKK yöntemi tahmincilerine göre bağımlı değişkende olması istenmeyen değerlerin varlığında bile çok daha kararlı ve de güçlüdür.
- ✓  $\min_b \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \rho_\theta(y_i - x_i\beta)$  ifadesinin minimizasyonu, Kantil regresyonun doğrusal programlamada ki gösterimidir ve tahmini kolaylaştırır.
- ✓ Doğrusal regresyon varsayımlarından hataların normal dağılması durumu sağlanmadığı durumda, Kantil regresyon tahmincileri, çoklu doğrusal regresyon tahmincilerine göre daha güvenilir sonuçlar vermektedir.
- ✓ Kantil regresyon, değişen varyansın belirlenmesine olanak sağlamaktadır.
- ✓ Farklı kantillerde farklı sonuçların olması, bağımlı değişkenin koşullu dağılımının farklı noktalarındaki açıklayıcı değişkenlerdeki değişikliklere farklı tepki vermesi anlamına gelmektedir.
- ✓ Kantiller, monoton dönüşümler yapılmasına imkân sağlar ve bir  $h(\cdot)$  monoton fonksiyonu için;  
 $Q_{h(y)/x}(\tau/x) = h(Q_{y/x}(\tau/x))$  olur. Buradan, kantillerin, monoton dönüşümlere eşit olduğu sonucuna ulaşılır.

### 2.4. Kantil Regresyonda Parametre Tahmini

Değişkenler normal dağılım göstermiyorsa ve seride uç değerler bulunuyorsa, Kantil regresyon tercih edilebilir. Bu regresyonda parametrelerin tahmini klasik regresyon yönteminden biraz daha farklıdır. Kantil regresyonda asimptotik olarak ağırlıklandırılmış hataların minimize

edilmesi esasına dayalı hesaplanan regresyon tahminleri vardır ve bunlar doğrusal programlama yöntemleriyle elde edilmiştir. Doğrusal programlama yöntemleri haricinde genelleştirilmiş momentler yöntemi ile asimptotik kovaryans tahmini ve Kantil regresyonun parametre tahminçileri elde edilmektedir.

Klasik regresyon modelleri,  $E(Y / X = x)x' \beta$  olduğu durumda, kısmi türevlerini alarak katsayıları yorumlama imkânı sunmaktadır. Klasik regresyon modellerinde, tahmin edilen regresyon katsayıları açıklayıcı değişkendeki bir birimlik artış meydana geldiğinde bağımlı değişkendeki kaç birimlik bir değişim olduğunu ifade etmektedir.

$$\frac{\partial E(Y / X = x)}{\partial x_i} = \beta_i \quad (2.13)$$

Eşitliği ile belirli bir x için y'nin  $\tau$ . koşullu kantili ;

$$Q_\tau(y_i / x_i) = x_i' \beta_\tau \quad (2.14)$$

olarak yazıldığında, kantilin tahminçisi:

$$\hat{Q}_\tau(y_i / x_i) = x_i' \hat{\beta}_\tau \quad (2.15)$$

olarak ifade edilir.  $\tau$ , 0' dan 1'e doğru sürekli arttığından, x üzerine koşullu y'nin tüm koşullu dağılımı bunu izler.

Kantil regresyon modellerinde, tahmin edilen parametrelerin marjinal etkileri incelenirken monoton dönüşümlerden faydalanılmaktadır. Herhangi bir  $h(\cdot)$  monoton dönüşümde

$$Q_{h(y)}(\tau / X = x) = h(Q_y(\tau / X = x)) \quad (2.16)$$

durumu dikkate alınır ve marjinal etkiler incelenir.

$$Q_{h(y)}(\tau / X = x) = x' \beta(\tau) \quad (2.17)$$

olduğundan

$$\frac{\partial Q_y(\tau / X = x)}{\partial x_i} = \frac{\partial h^{-1}(x' \beta)}{\partial x_i} \quad (2.18)$$

Kantil regresyon katsayılarının yorumu da doğrusal klasik regresyon katsayılarını yorumuyla benzerlik göstermektedir.

Kantil katsayıları için;

J olarak adlandırılan açıklayıcı değişkenlerin birine göre y'nin koşullu kantilinin kısmi türevi,

$\frac{\delta Q_\tau(y_i/x_i)}{\delta x_{ij}}$  bulunarak işleme devam edilir. Bu türev şu şekilde yorumlanmalıdır: x'in j'inci

elemanındaki marjinal değişim nedeniyle,  $\tau$ . koşullu kantildeki marjinal değişim, x, K tane ayırık farklı değişken içeriyorsa, sadece j. değişken üzerindeki  $\beta_{\tau_j}$  katsayısını verir.

Kantil regresyon katsayıları bağımsız değişkendeki, bir birimlik değişiminin bağımlı değişkenin belirli bir kantilinde nasıl bir değişime neden olacağını gösterir. Ancak tahminleme sürecinde yine de birkaç zorlukla karşılaşmaktadır. Bunlar:

- 1) Kantil regresyon tahmincisi,  $\beta(\tau)$ , kapalı forma sahip değildir.
- 2)  $Q_T(\beta; \tau)$  ifadesinin orijine göre türevi alınamamaktadır, bu nedenle standart sayısal algoritmalar geçerli olamamaktadır.
- 3)  $Q_T(\beta, \tau)$  ifadesinin minimizasyonu, w noktasının her noktada negatif olmayan olduğu yönsel türevlerine benzer.

## 2.5. Genelleştirilmiş Momentler Tahmin Yöntemi (GMM) ile Parametre Tahmini

Kantil regresyon modellerinde asimptotik kovaryans tahmini ve parametre tahminlerinin yapılabilmesi için genelleştirilmiş momentler yöntemine başvurulabilmektedir. Kantil regresyon modelinin  $\tau$ . kantil fonksiyonu birinci mertebe koşullarının vektörü yardımıyla yazılabilir.

## 2.6. Kantil Regresyonun Doğrusal Programlama Gösterimi ve Parametre Tahmini

İki veya daha fazla değişkenin doğrusal formda olması şartıyla, belirtilmiş bazı hipotezler eşliğinde; bir amacı gerçekleştirebilmek adına ne kadar miktarın optimize edilmesi gerektiğini saptayan programa, doğrusal programlama denilmiştir. Daha kısa ifade ile kısıtlamaların doğrusal formda olması şartı ile onları optimize etme işlemine dayalı işlemler bütünüdür (Koenker, 2005).

Kantil regresyon ile,  $y_i$  'nin  $\theta$ . kantil değerini veren ifadesi;

$$\min_{\beta} \frac{1}{n} \left\{ \sum_{i: y_i \geq x_i' \beta} \theta |y_i - x_i' \beta| + \sum_{i: y_i \leq x_i' \beta} (1 - \theta) |y_i - x_i' \beta| \right\} = \min_{\beta} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \rho_{\theta}(u_{\theta_i}), \quad (2.19)$$

olarak yazılır. (2.19) no'lu eşitlikte  $y_i$ , yalnızca pozitif elemanların bir fonksiyonu olarak yazılması durumunda, minimizasyonun, doğrusal programlama ile gösterimidir ve

$$y_i = \sum_{j=1}^K x_{ij} \beta_{\theta_j} + u_{\theta_i} = \sum_{j=1}^K x_{ij} (\beta_{\theta_j}^1 - \beta_{\theta_j}^2) + (\varepsilon_{\theta_i} - \nu_{\theta_i}) \quad (2.20)$$

$$\beta_{\theta_j}^1 \geq 0, \beta_{\theta_j}^2 \geq 0 (j=1, \dots, K), \text{ ve } \varepsilon_{\theta_i} \geq 0, \nu_{\theta_i} \geq 0 (i=1, \dots, n) \quad (2.21)$$

şeklinde ifade edilir.

Kantil regresyon modelinde, tahmin yapılmak istendiğinde, sınırlı sayıda simpleks çözüm yapılarak tahminleme yapılabileceği kesinlik kazanmıştır. Bununla birlikte parametre tahmini aşamasında, seride uç değerler bulunması durumunda, doğrusal regresyon modeline göre daha sağlamdır (robust). Bağımlı değişkenin büyüklüğünden daha çok, tahmini hiper düzlemin hangi tarafında gözlem olduğu önemlidir (Buchinsky, 1998)

### 2.6.1. Asimptotik kovaryans matris tahmini

Asimptotik kavramı, gözlem sayısının sonsuza gitmesi durumunda, tahmin edicinin nasıl davrandığını ifade eder. Kovaryans matrisinin tahmininin yapılmak istenmesi, Kantil regresyon modelleri için önemlidir. Bunun nedeni ise, kovaryans ve korelasyon matrislerinin hesaplanabilmesi için Kantil regresyonun sadece iki yöntem sunmasıdır. Bunlardan ilki

Asimptotik model ve ikincisi ise Bootstrap modelidir. Yeniden örnekleme yöntemlerinde güven aralığı hesaplanırken Bootstrap kovaryans ve korelasyon matrisi hesaplamaları da yapılmak zorundadır. Aksi taktirde, asimptotik kovaryans ve korelasyon matrisleri hesaplanması gerekmektedir.

$$\Lambda_{\theta} = \theta(1-\theta) \left( E \left[ f_{u_{\theta}}(0/x_i) x_i x_i' \right] \right)^{-1} E \left[ x_i x_i' \right] \left( E \left[ f_{u_{\theta}}(0/x_i) \right] x_i x_i' \right)^{-1} \quad (2.22)$$

$$\Lambda_{\theta} = \frac{\theta(1-\theta)}{f_{u_{\theta}}^2(\theta)} E \left[ x_i x_i' \right]^{-1} \quad (2.23)$$

$\Lambda_{\theta}$ 'in tahmin edilmesi araştırmacıya bağlıdır ve tüm yaklaşımlarda olduğu gibi bu yaklaşımda da bazı avantajlar ve dezavantajlar vardır (Buchinsky, 1998).

$\hat{\beta}_{\theta}$ 'nın farklı tahmincilerle asimptotik kovaryansı incelenebilir. Bu tahminciler arasından en çok kullanılanlar: Sıra İstatistiği, Bootstrap ve Kernel Tahmincileridir (Buchinsky, 1995).

#### 2.6.1.1. Sıra istatistikleri tahmincisi

Sıra istatistikleri tahmincisi istatistik için önemlidir. Zira, olasılık hesaplamalarında sıkça sıra istatistikleri tahmincisinden yararlanılmaktadır. Parametrik olmayan istatistik analizlerde sıkça kullanılan bir tahmin modeli olması bakımından araştırmacıya kolaylıklar sağlamaktadır (Pirinççiler, 2012).

Sıra istatistikleri tahmincisi,  $f_{u_{\theta}}(0/x) = f_{u_{\theta}}(0)$  varsayımı sağlandığında geçerli olmaktadır. Dolayısıyla bağımsızlık varsayımı geçerli olduğunda kullanılır. Bu varsayımla birlikte asimptotik kovaryans matrisi daha sade ve anlaşılır hale gelmiştir. Sadeleştirilmiş asimptotik kovaryans matrisi:

$$\Lambda_{\theta} = \sigma_{\theta} (E \left[ x x' \right])^{-1} \quad (2.24)$$

$$\sigma_{\theta}^2 = \frac{\theta(1-\theta)}{f_{u_{\theta}}^2(0)} \quad (2.25)$$

olarak yazılır ve  $\sigma_\theta^2, \hat{u}_\theta, \dots, \hat{u}_{\theta_n}$ 'nin  $[n\theta]$ 'nıncı sıralı istatistiğinden oluşmuş bir güven aralığı belirlenir. Eşitlik 2.24 teki ikinci terim ise  $\hat{E}(xx') = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i x_i'$  eşitliği ile tahmin edilebilir. Rastgele bir değişkenin  $\theta$ . kantili için güven aralıkları hesaplanabilmektedir.

$$\Pr(y_{(j)} \leq \xi_\theta \leq y_{(k)}) = \Pr(y_{(j)} \leq \xi_\theta) - \Pr(y_{(k)} \leq \xi_\theta) \quad (2.26)$$

eşitliğinde  $y_{(j)}$  ve  $y_{(k)}, y_{(1)}, \dots, y_{(n)}$ 'in j ve k sıra istatistikleridir.

Son iki eşitlik birinci eşitlikte yerine yazılacak olursa;

$$\Pr(y_{(j)} \leq \xi_\theta \leq y_{(k)}) = \sum_{i=j}^{k-1} \binom{n}{i} (1-\theta)^{n-i} \quad (2.27)$$

elde edilir ve

$\xi_\theta$  için,  $(1-\alpha)$  düzeyinde simetrik bir güven aralığı oluşturulabilir.

$$j = [n\theta - 1], \quad k = (n\theta + 1), \quad X \sim B(n, \theta) \quad (2.28)$$

olduğunda

$$\Pr(y_{[n\theta-1]} \leq \xi_\theta \leq y_{[n\theta+1]}) = \Pr([n\theta-1] \leq X \leq [n\theta+1]) \quad (2.29)$$

$$\approx \left( \left| \frac{X - n\theta}{\sqrt{n\theta(1-\theta)}} \right| \leq \frac{1}{\sqrt{n\theta(1-\theta)}} \right) \quad (2.30)$$

$$X - n\theta / \sqrt{n\theta(1-\theta)} \xrightarrow{L} N(0,1) \quad (2.31)$$

yazılabilir ve olasılığın  $(1-\alpha)$  olarak alınması ile

$$l = Z_{1-\alpha/2} \sqrt{n\theta(1-\theta)} \quad (2.32)$$

olur ve kesin güven aralığı uzunluğu asimptotik normal güven aralığı ile birleştirildiğinde  $\sigma_\theta^2$ 'nin tahmini

$$\sigma_\theta^2 = \frac{n(y_{(n\theta+1]} - y_{(n\theta-1]})^2}{4Z_{1-\alpha/2}^2} \quad (2.33)$$

olarak yazılır.

### 2.6.1.2. Bootstrap tahmincileri

Bootstrap modeli, örneklem ortalamaları, standart hataları ve güven aralıklarının oluşturulması için geliştirilmiştir. Genel olarak incelendiğinde, bu model aslında n hacimli örnek kullanılarak hesaplanmış parametre tahmininin, örneklem dağılımı için elde edilmiş bir Monte-Carlo modelidir. Bootstrap modelinin, Monte-Carlo simülasyonundan farkına Efron (1979) değinmiş ve bu modelin, aynı kütleden tekrarlı örneklemeler elde edilmesi prensibine dayandığından, genel bir yeniden örnekleme olduğunu vurgulamıştır. Örneklem gözlemleri ile istatistiklerin dağılımlarını tahmin etmek üzere geliştirilmiş bilgisayara dayalı model olarak bilinmektedir.

Bootstrap modeli çalışma şekli olarak; istatistik tahminleme işleminin, sürekli tekrar ettirilmesi ile oluşan bir süreci kapsar. Uygulanabilmesi için veri setinden farklılık göstermesi beklenmez. Bootstrap modeli kullanılarak elde edilmiş olan tahminler, varsayımlardan bir veya birkaçının sağlanmaması durumunda da etkinliği koruyabilmektedir (Okutan, 2009). EKK uygulanabilmesi için gerekli olan temel varsayımların sağlanmadığı varsayılırsa, bir düzeltme işlemi olarak da düşünülebilir. Parametrik olan veya olmayan tüm testlerde kullanılabilir.

Bootstrap yöntemi; güven aralıklarının oluşturulması, hata tahminlerinin minimizasyonu, “küçük standart sapmaların elde edilmesi, yanlılık tahmini ve hipotez testinin yanı sıra, güvenilir tahminler elde etmek için kullanılabilir.

Bu yöntemde, doğru çıkarımlarda bulunmak için örneklem büyüklüğünün fazla önemi yoktur. Asimptotik olarak çoğaltılmasının zor olduğu örnekleme dağılımları için istatistik

türetmek üzere kullanılır. Yöntem, ilgili örneklem dağılımının en iyi tahminini elde edebilmek için orijinal örneklem ile yer değiştirmiş çok sayıda tekrarlanan örneklem üretir.

$\beta_0$ 'nın asimptotik kovaryans matrisinin şekliyle ilgili farklı varsayımlara dayanarak, Bootstrap yönteminden üç farklı şekilde faydalanılabilir. Bunlardan birincisi düzen (design) matris bootstrap tahmincisi, daha genel koşullarla asimptotik matrisin tutarlı bir tahmincisini sağlarken; bir diğeri yani hata bootstrap tahmincisi ise yalnızca bağımlılık varsayımı altında tutarlı bir tahminci olma özelliğini taşır. Üçüncü bootstrap tahmincisi ise sigma tahmincisidir. Bu tahminde, kovaryans matrisinin sadece bir kısmı  $\hat{\sigma}_\theta^2$  kullanılarak tahmin edilmektedir.

#### 2.6.1.2.1. Design matris bootsrap tahmincisi

Design matris, bootsrap tahmincisinin genel şartlar sağlandığında, asimptotik matrisin tutarlı bir tahmincisidir. Bu tahminci için bootsrap örnekleri olan  $x$  ve  $y$ ,  $F_{nxy}$ 'nin deneysel bileşik dağılımından tesadüfi olarak çekilmektedir.

$F_{nxy}$  dağılımından tesadüfi olarak alınmış bir örnek;

$(y_i^*, x_i^*), i=1, \dots, n$  olduğunda;

$y_i = x_i \beta_\theta + u_{\theta_i}$  için  $Quant_\theta(y_i / x_i) = x_i' \beta_\theta$  olur.

Eşitlikte  $Quant_\theta(y_i / x_i)$ ,

$y_i$  'nin koşullu kantilini temsil etmektedir. Bu ilişkiden yola çıkarak;

$$y^* = x^* \beta_\theta + u_{\theta_i}^* \quad (2.34)$$

$y^* = (y_1^*, \dots, y_n^*)'$  ve  $X^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)'$  şeklinde yazılabilir.

$\hat{\beta}_\theta^*$  ise  $y^*$  'nin  $x^*$  üzerindeki Kantil regresyonundan belirlenen bootstrap tahminini göstermektedir.

$\hat{\beta}_{\theta 1}^*, \dots, \hat{\beta}_{\theta B}^*$  bootstrap tahminlerinin bulunabilmesi için B kere tekrarlanmalıdır.

$\Lambda_\theta$  'nın, bootstrap tahmincisi aşağıdaki gibidir.

$$\hat{\Lambda}_{\theta}^{DMB} = \frac{n}{B} \sum_{j=1}^B (\hat{\beta}_{\theta_j}^* - \bar{\beta}_{\theta}^*)' \quad (2.35)$$

$$\bar{\beta}_{\theta}^* = 1/B \sum_{j=1}^B \hat{\beta}_{\theta_j}^* \quad (2.36)$$

Alternatif olarak  $\bar{\beta}_{\theta}^*$ 'in yerine asıl değeri olarak  $\hat{\beta}_{\theta}$  kullanılabilir.

$$\Lambda_{\theta} = \theta(1-\theta)(E[f_{u_{\theta}}(0/x_i)x_i x_i'])^{-1} E[x_i x_i'] (E[f_{u_{\theta}}(0/x_i)] x_i x_i')^{-1} \quad (2.37)$$

Eşitlik 2.37 de,  $\hat{\beta}_{\theta}$ 'nın asimptotik kovaryansının, sürekli bir tahmin edicisidir. (Bickel ve Freedman, 1981).

#### 2.6.1.2.2. Hata bootstrap tahmincisi

Bağımsızlık varsayımı sağlandığında hata bootstrap tahmincisi, ikinci tahminci olup sürekli tahmin ediciyi verir. Tahmin edici için örnekler deneysel bileşik dağılımdan alınır. Benzer şekilde bağımsızlık varsayımı sağlandığında  $F_{nx}$  ve  $F_{n\hat{u}\theta}$  marjinal dağılımlarından yeniden örnekleme yapılarak bootstrap tahmin yöntemini gerçekleştirmek mümkündür.

$F_{n\hat{u}\theta}$  dağılımından rastgele alınan bir örnek

$n_{\theta}^* = (u_{\theta_1}^*, \dots, u_{\theta_n}^*)'$  ve  $F_{nx}$  dağılımından rastgele alınan bir örnek  $X^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)'$  olduğunda, Kantil regresyon modeli aşağıdaki gibidir.

$$y^* = x^* \hat{\beta}_{\theta} + u_{\theta}^* \quad (2.38)$$

Bu modelin çözümü için bootsrap tahmincisi  $\hat{\beta}_{\theta}^*$  kullanılır. Design matris bootstrap tahmincisinde uygulandığı gibi bu işlem bootstrap tahmincisi için de B kez tekrarlanmalıdır.  $\hat{\beta}_{\theta}$ 'nın asimptotik kovaryans matrisi olarak gösterilen  $\Lambda_{\theta}$ 'nın da tahmincisi hesaplanmak istendiğinde, aynı design matris kullanılarak işlemler yapılabilir. Ancak, design matris tahmincisi

üzerinde kullanılan bir hata bootstrap tahmincisinin hiçbir avantajı bulunmamaktadır. Hesaplanma süresi bakımından, her ikisi de birbirine oldukça yakındır ve yine her iki tahminci de birbirinden bağımsız olarak saklanmaktadır. Küçük hacimli örnekler kullanıldığında ve gerekli olan bağımsızlık ilkesi de yerine geldiğinde, hata bootstrap tahmincisinin, daha etkin ve verimli olduğu belirtilmiştir (Kurtoğlu, 2011).

### 2.6.1.2.3. Sigma Bootstrap Tahmincisi

Bootstrap tahmincilerinden üçüncüsü olan Sigma bootstrap tahmincisi, kovaryans matrisi hesaplanmak istendiğinde, yalnızca belirli bir bölüme kadar tahmin edebilmektedir. Bu tahminci için de bağımsızlık koşulu bulunmaktadır. Modelin temeli, asimptotik kovaryans matrisin çalışma temeli ile bir noktaya kadar aynıdır ve istatistik ifadesi;

$$\Lambda_{\theta} = \frac{\theta(1-\theta)}{f_{u_{\theta}}^2(0)} \left( E \left[ x_i x_i' \right] \right)^{-1} \quad (2.39)$$

olarak yazılır. (2.39) no'lu eşitlikte  $\sigma_{\theta}^2$ 'nin bir tahmincisi aşağıdaki eşitlikle bulunmaktadır.

$$\hat{q}_{\theta}^* = 1/B \sum_{j=1}^B \hat{q}_{\theta_j}^* \quad (2.40)$$

### 2.6.1.3. Kernel tahmincisi

Kernel tahmincisi, asimptotik kovaryans tahmin edicilerindendir. Bu tahmin edicinin asimptotik dağılımı, ortalama hata kareni yaklaşık olarak bulunması için imkân sağlamaktadır. Kernel tahmincisi, içeriğinde toplam parametre tahminini barındırdığından ortalama hata kareni doğrudan hesaplanmasına imkân olmadığı belirlenmiştir (Kato, 2012).

Kernel tahmincisi;

$$\hat{E} = (f_{u_{\theta}}(0/x)xx') = (c_n n)^{-1} \sum_{i=1}^n k(\hat{u}_{\theta_i}) x_i x_i' \quad (2.41)$$

olarak ifade edilir. (2.41) no'lu eşitlikte  $\hat{E}(xx')$ ,

$$\hat{E}(xx') = \sum_{i=1}^n xx' / n \quad (2.42)$$

eşitliği ile tahmin edilir.

Veri yapısına bağlı olarak uygulamada, kernel bant genişliğinin seçiminde bazı problemler meydana gelmektedir. Bu nedenle,  $c_n$  doğrudan en uygun seçimi vermemektedir. En uygun  $c_n$  'nin seçilebilmesi için birçok çapraz doğrulama yöntemi bulunmaktadır. Bu nedenle, ilk önce  $c_n$  bir çapraz doğrulama yöntemi ile bulunur ve daha sonraki aşamada ise  $E = (f_{u_\theta}(0/x)xx')$  'nin tahmin edilebilmesi için en ideal olan  $c_n$  kullanılır.  $E(xx')$  'e ek olarak  $f_{u_\theta}(0)$  'in tahmini için bağımsızlık koşuluna dikkat edilmelidir. Kovaryans matrisi olan  $\Lambda_\theta$  'nın tahmini aşağıdaki gibidir:

$$\Lambda_\theta = \frac{\theta(1-\theta)}{f_{u_\theta}^2(0)} (1/n \sum_{i=1}^n x_i x_i')^{-1} \quad (2.44)$$

### 3. BULGULAR VE TARTIŞMA

Çalışmanın uygulama kısmında, şarap kalitesine etkili olan değişkenleri belirlemek üzere, 5 ve 11 bağımsız değişken alınarak; n =100, 200 ve 300 örneklem genişliklerinde standart regresyon modeli ile birlikte, 0.20, 0.25 0.50 ve 0.75 kantil değerleri için Kantil regresyon analizleri yapılmıştır. Beş bağımsız değişken için regresyon katsayıları ve güven aralıkları Çizelge 3. 1’ de verilmiştir. Onbir bağımsız değişken için regresyon katsayıları ve güven aralıkları ise Çizelge 3. 2’ de yer almaktadır.

**Çizelge 3.1.** Beş değişkenli model için regresyon analiz sonuçları

| Değişken      |       |                       | n = 100           | n = 200               |                   | n = 300                      |                              |
|---------------|-------|-----------------------|-------------------|-----------------------|-------------------|------------------------------|------------------------------|
|               |       | $b \pm S_b$           | %95 güven aralığı | $b \pm S_b$           | %95 güven aralığı | $b \pm S_b$                  | %95 güven aralığı            |
| Sabit Asitlik | sabit | 5.91 + .59            | 4.75 - 7.07       | 5.85 + .39            | 5.09 - 6.61       | 5.52 + 0.93                  | 4.94 - 6.11                  |
|               | s.r   | .10 + .07             | -.03 - .23        | .05 + .05             | -.03 - .14        | .13 + .03                    | 0.07 - .19                   |
|               | 0.20  | $2.82e^{-16} + .03$   | -.06 - .06        | $2.82e^{-16} + .03$   | -.06 - .06        | $7.22e^{-16} + .02$          | -.03 - .03                   |
|               | 0.25  | $1.99e^{-16} + .03$   | -.06 - .06        | -                     | -                 | $-1.45e^{-16} + 1.78e^{-16}$ | $-4.95e^{-17} - 2.06e^{-16}$ |
|               | 0.50  | $-6.22e^{-17} + .04$  | -.07 - .07        | $-6.22e^{-17} + .04$  | -.07 - .72        | .17 + .05                    | .07 - .26                    |
|               | 0.75  | .05 + .11             | -.16 - .27        | .05 + .11             | -.16 - .27        | .12 + .05                    | .03 - .21                    |
| Uçucu Asitlik | sabit | 5.91 + .59            | 4.75 - 7.07       | 5.85 + .39            | 5.09 - 6.61       | 5.52 + 0.93                  | 4.94 - 6.11                  |
|               | s.r   | -2.05 + .49           | -3.01 - -1.09     | -1.30 + .27           | -1.83 - .78       | 1.63 + .26                   | -2.14 - -1.12                |
|               | 0.20  | $-6.26e^{-16} + .17$  | -.33 - .33        | $-6.26e^{-16} + .17$  | -.33 - .33        | $1.61e^{-16} + .14$          | -.28 - .28                   |
|               | 0.25  | $-1.20e^{-15} + .22$  | -.43 - .43        | -                     | -                 | $-4.37e^{-15} + 1.51e^{-15}$ | $-7.35e^{-15} - 1.39e^{-15}$ |
|               | 0.50  | $1.96e^{-15} + .22$   | -.43 - .43        | $1.96e^{-15} + .22$   | -.43 - .43        | -1.29 + .41                  | -2.09 - -.48                 |
|               | 0.75  | -1.41 + .66           | -2.72 - .10       | -1.41 + .66           | -2.72 - .10       | -1.53 + .40                  | -2.31 - -.75                 |
| Sitrik Asit   | sabit | 5.91 + .59            | 4.75 - 7.07       | 5.85 + .39            | 5.09 - 6.61       | 5.52 + 0.93                  | 4.94 - 6.11                  |
|               | s.r   | -1.70 + .50           | -2.69 - .71       | -.90 + .29            | -1.47 - -.33      | -.91 + .29                   | -1.49 - -.33                 |
|               | 0.20  | $2.67e^{-15} + .18$   | -.35 - .35        | $2.67e^{-15} + .18$   | -.35 - .35        | $-8.88e^{-16} + .16$         | -.32 - .32                   |
|               | 0.25  | $-2.13e^{-15} + .22$  | -.44 - .44        | -                     | -                 | $-1.06e^{-15} + 1.72e^{-15}$ | $2.33e^{-15} - 2.33e^{-15}$  |
|               | 0.50  | $2.16e^{-15} + .23$   | -.46 - .46        | $2.16e^{-15} + .23$   | -.46 - .46        | -.93 + .47                   | -1.85 - -.02                 |
|               | 0.75  | -1.11 + .71           | -2.51 - .30       | -1.11 + .71           | -2.51 - .30       | -1.25 + .45                  | -2.13 - -.36                 |
| Kalan Şeker   | sabit | 5.91 + .59            | 4.75 - 7.07       | 5.85 + .39            | 5.09 - 6.61       | 5.52 + 0.93                  | 4.94 - 6.11                  |
|               | s.r   | .00 + .05             | -.09 - .09        | -.03 + .03            | -.09 - .04        | .01 + .03                    | -.05 - .07                   |
|               | 0.20  | $-6.60e^{-16} + .02$  | .04 - .04         | $-6.60e^{-16} + .02$  | .04 - .04         | $2.90e^{-17} + .02$          | -.04 - .04                   |
|               | 0.25  | $1.11e^{-16} + .02$   | -.04 - .04        | -                     | -                 | $1.60e^{-15} + 1.93e^{-16}$  | $5.39e^{-14} - 5.39e^{-14}$  |
|               | 0.50  | $-4.19e^{-16} + .03$  | -.05 - .05        | $-4.19e^{-17} + .03$  | -.05 - .05        | -.01 + .05                   | -.11 - .10                   |
|               | 0.75  | -1.24 + .09           | -.29 - .04        | -1.24 + .09           | -.29 - .04        | -.02 + .05                   | -1.20 - .08                  |
| Klorit        | sabit | 5.91 + .59            | 4.75 - 7.07       | 5.85 + .39            | 5.09 - 6.61       | 5.52 + 0.93                  | 4.94 - 6.11                  |
|               | s.r   | .87 + .67             | -.46 - 2.21       | .04 + .53             | -.94 - 1.08       | -.43 + .58                   | -1.57 - .71                  |
|               | 0.20  | $-3.55e^{-15} + 0.33$ | -.64 - .64        | $-3.55e^{-15} + 0.33$ | -.64 - .64        | $-1.89e^{-16} + .32$         | -.62 - .62                   |
|               | 0.25  | $3.12e^{-15} + .30$   | -.60 - .60        | -                     | -                 | $6.21e^{-15} + 3.39e^{-15}$  | $1.29e^{-14} - 1.29e^{-14}$  |
|               | 0.50  | $-8.88e^{-16} + .42$  | -.84 - .84        | $-8.88e^{-16} + .42$  | -.84 - .84        | .30 + .92                    | -1.51 - 2.10                 |
|               | 0.75  | .23 + 1.30            | -2.32 - 2.79      | .23 + 1.30            | -2.32 - 2.79      | -.78 + .89                   | -2.53 - .98                  |

|                               |  | s.r  | 0.20 | 0.25 | 0.50 | 0.75 | s.r  | 0.20 | 0.25 | 0.50 | 0.75 | s.r  | 0.20 | 0.25 | 0.50 | 0.75 |
|-------------------------------|--|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| R <sup>2</sup>                |  | 0.18 | 0.0  | -0.0 | -0.0 | 0.14 | 0.12 | -0.0 | -    | -0.0 | 0.09 | 0.20 | -0.0 | -0.0 | 0.03 | 0.05 |
| R <sup>2</sup> <sub>Düz</sub> |  | 0.14 | -    |      |      |      | 0.10 |      |      |      |      | 0.19 |      |      |      |      |
| RMSE                          |  | 0.61 |      |      |      |      | .59  |      |      |      |      | .65  |      |      |      |      |

Çizelge 3.1 regresyon sabiti için incelendiğinde; en yüksek değerin, 5.91 ile n=100 örneklem genişliğinde elde edildiği ve bunu 5.85 ile n=200 ve 5.52 ile n =300 örneklem genişliklerinin izlediği görülür. Güven aralığı değerleri ise n=100 de diğer örneklem genişliklerine göre daha geniş güven aralığı gözlenmiştir.

**Sabit Asitlik:** Standart regresyon modeli için en yüksek regresyon katsayısı 0.13 ile n=300 örneklem genişliğinde elde edilirken, bunu 0.10 ile n=100 ve 0.05 ile n=200 örneklem genişlikleri izlemiştir.

n=100 örneklem genişliğinde; 0.20, 0.25 0.50 ve 0.75 kantil değerleri için en yüksek regresyon katsayısı 0.05 ile 0.75 kantil değerinde elde edilirken bunu, 2.82 ile 0.20 kantil değeri izlemiş, en düşük katsayı ise -0.0622 ile 0.5 kantil değerinde elde edilmiştir.

Örneklem genişliğinin n=200 olması durumunda; regresyon katsayıları, n=100 örneklem genişliğindeki katsayılarla oldukça yakın olmuş ve 0.75 kantil değerinde standart regresyon modelindeki regresyon katsayısı ile aynı katsayı ve standart hata değerleri elde edilmiştir. 0.50 kantil değeri ise en geniş güven aralığı ile dikkat çekmiştir. 0.20, 0.50, 0.75 kantil değerlerinde, 100 ve 200 örneklem genişliği için regresyon katsayıları, standart hatalar ve güven aralıkları aynı bulunmuştur. 0.25 kantil değeri için ise sonuç hesaplanamamıştır.

Örneklem genişliğinin n=300 olması durumunda; regresyon katsayılarında değişkenlik gözlenmekle birlikte, standart regresyon modelindeki regresyon katsayısına en yakın katsayı 0.75 kantil değerinde elde edilmiş, ancak standart hata değeri, standart modeldeki değerden bir miktar büyük bulunmuştur. En geniş güven aralığı ise 0.20 kantil değerinde elde edilmiştir.

**Uçucu Asitlik:** Standart regresyon modeli için en yüksek regresyon katsayısı 1.63 ile n=300 örneklem genişliğinde elde edilirken, bunu -1.30 ile n=200 ve -2.05 ile n=100 örneklem genişlikleri izlemiştir.

n=100 örneklem genişliğinde 0.20, 0.25 0.50 ve 0.75 kantil değerleri için en yüksek regresyon katsayısı  $1.96e^{-15}$  ile 0.50 kantil değerinde elde edilirken bunu,  $-1.20e^{-12}$  ile 0.25 kantil değeri izlemiş, en düşük katsayı ise -1.41 ile 0.75 kantil değerinde elde edilmiştir.

Örneklem genişliğinin n=200 olması durumunda; regresyon katsayıları, n=100 örneklem genişliğindeki katsayılarla oldukça yakın olmuş ve 100 ve 200 örneklem genişliğinde 0.20, 0.50,

0.75 kantil değerlerinde regresyon katsayıları ile aynı katsayı, standart hata ve güven aralık değerleri elde edilmiştir. 0.25 kantil değeri için sonuçlar oluşmamıştır. 0.50 kantil değeri ise en geniş güven aralığı ile dikkat çekmiştir.

Örneklem genişliğinin  $n=300$  olması durumunda; regresyon katsayılarında değişkenlik gözlenmekle birlikte, standart regresyon modelindeki regresyon katsayısına en yakın katsayı 0.20 kantil değerinde elde edilmiş ancak standart hata değeri, standart modeldeki değerden bir miktar büyük bulunmuştur. En geniş güven aralığı ise 0.20 kantil değerinde elde edilmiştir.

**Sitrik Asit:** Standart regresyon modeli için en yüksek regresyon katsayısı -0.90 ile  $n=200$  örneklem genişliğinde elde edilirken, bunu -0.91 ile  $n=300$  ve -1.70 ile  $n=300$  örneklem genişlikleri izlemiştir.

$n=100$  örneklem genişliğinde 0.20, 0.25 0.50 ve 0.75 kantil değerleri için en yüksek regresyon katsayısı  $2.67e^{-15}$  ile 0.20 kantil değerinde elde edilirken bunu,  $2.16e^{-15}$  ile 0.50 kantil değeri izlemiş, en düşük katsayı ise -1.11 ile 0.75 kantil değerinde elde edilmiştir.

Örneklem genişliğinin  $n=200$  olması durumunda; regresyon katsayıları,  $n=100$  örneklem genişliğindeki katsayılara oldukça yakın bulunmuş ve 0.20, 0.50 ve 0.75 kantil değerinde standart regresyon modelindeki regresyon katsayısı ile aynı katsayı ve standart hata değerleri elde edilmiştir. 0.25 kantil değerinde sonuç oluşmamıştır. 0.20 ve 0.50 kantil değerleri ise en geniş güven aralıkları ile dikkat çekmiştir.

Örneklem genişliğinin  $n=300$  olması durumunda; regresyon katsayılarında değişkenlik gözlenmekle birlikte, standart regresyon modelindeki regresyon katsayısına en yakın katsayı 0.50 kantil değerinde -0.93 ile elde edilmiş ancak standart hata değeri, standart modeldeki değerden bir miktar büyük bulunmuştur. En geniş güven aralığı ise 0.20 kantil değerinde elde edilmiştir.

**Kalan Şeker:** Standart regresyon modeli için en yüksek regresyon katsayısı 0.01 ile  $n=300$  örneklem genişliğinde elde edilirken, bunu 0 ile  $n=100$  ve -0.03 ile  $n=200$  örneklem genişlikleri izlemiştir.

$n=100$  örneklem genişliğinde; 0.20, 0.25 0.50 ve 0.75 kantil değerleri için en yüksek regresyon katsayısı  $1.11e^{-16}$  ile 0.25 kantil değerinde elde edilirken bunu,  $-4.19e^{-17}$  ile 0.50 kantil değeri izlemiş, en düşük katsayı ise -0.12 ile 0.75 kantil değerinde elde edilmiştir.

Örneklem genişliğinin  $n=200$  olması durumunda; regresyon katsayıları,  $n=100$  örneklem genişliğindeki katsayılara oldukça yakın bulunmuş ve 0.20, 0.50 kantil değerinde standart regresyon modelindeki regresyon katsayısı ile aynı katsayı ve standart hata değerleri elde

edilmiştir. 0.25 kantil değeri için sonuç oluşmamıştır. 0.75 kantil değeri ise en geniş güven aralığı ile dikkat çekmiştir.

Örneklem genişliğinin  $n=300$  olması durumunda; regresyon katsayılarında değişkenlik gözlenmekle birlikte, standart regresyon modelindeki regresyon katsayısına en yakın katsayı 0.20 kantil değerinde elde edilmiş ancak standart hata değeri, standart modeldeki değerden bir miktar büyük bulunmuştur. En geniş güven aralığı ise 0.20 kantil değerinde elde edilmiştir.

**Klorit:** Standart regresyon modeli için en yüksek regresyon katsayısı 0.87 ile  $n=100$  örneklem genişliğinde elde edilirken, bunu 0.04 ile  $n=200$  ve -0.43 ile  $n=300$  örneklem genişlikleri izlemiştir.

$n=100$  örneklem genişliğinde 0.20, 0.25 0.50 ve 0.75 kantil değerleri için en yüksek regresyon katsayısı 0.23 ile 0.75 kantil değerinde elde edilirken bunu,  $3.12e^{-15}$  ile 0.25 kantil değeri izlemiş, en düşük katsayı ise  $-8.88e^{-16}$  ile 0.5 kantil değerinde elde edilmiştir.

Örneklem genişliğinin  $n=200$  olması durumunda; regresyon katsayıları,  $n=100$  örneklem genişliğindeki katsayılara oldukça yakın olmuş ve 0.20, 0.50, 0.75 kantil değerlerinde regresyon katsayısı ile aynı katsayı, standart hata ve güven aralığı değerleri elde edilmiştir. Klorit değişkeni için de 0.25 kantil değerinde sonuç oluşmamıştır. 0.75 kantil değeri ise en geniş güven aralığı ile dikkat çekmiştir.

Örneklem genişliğinin  $n=300$  olması durumunda; regresyon katsayılarında değişkenlik gözlenmekle birlikte, standart regresyon modelindeki regresyon katsayısına en yakın katsayı 0.5 kantil değerinde elde edilmiş ancak standart hata değeri, standart modeldeki değerden bir miktar büyük bulunmuştur. En geniş güven aralığı ise 0.5 kantil değerinde elde edilmiştir.

**Çizelge 3.2.** On bir değişkenli model için regresyon analiz sonuçları

| Değişken      |       |                            | n = 100           | n = 200                     |                   | n = 300                                     |                                             |
|---------------|-------|----------------------------|-------------------|-----------------------------|-------------------|---------------------------------------------|---------------------------------------------|
|               |       | $b \pm S_b$                | %95 güven aralığı | $b \pm S_b$                 | %95 güven aralığı | $b \pm S_b$                                 | %95 güven aralığı                           |
| Sabit Asitlik | sabit | 45.31 + 122.67             | -198.47 – 289.10  | .51 + 85.62                 | -169.4 – 169.4    | 71.41 + 57.89                               | .05 - .28                                   |
|               | s.r   | 0.08 + 0.14                | -.20 - .36        | .12 + .10                   | -.07 - .31        | .17 + .06                                   | .05 - .28                                   |
|               | 0.20  | -.07 + .20                 | -.47 - .32        | -4.69e <sup>-16</sup> + .07 | -.13 - .13        | 5.85e <sup>-16</sup> + .03                  | -.07 - .07                                  |
|               | 0.25  | 1.05e <sup>-15</sup> + .05 | -.11 - .11        | -8.01e <sup>-17</sup> + .05 | -.09 - .09        | 4.12e <sup>-16</sup> + 1.84e <sup>-16</sup> | 5.03e <sup>-17</sup> - 7.73e <sup>-16</sup> |
|               | 0.50  | 2.19e <sup>-15</sup> + .14 | -.27 - .27        | .29 + .10                   | -.16 - .21        | .18 + .10                                   | -.02 - .37                                  |
|               | 0.75  | .09 + .26                  | -.43 - .61        | .05 + .19                   | -.32 - .41        | .13 + .08                                   | -.03 - .29                                  |
| Uçucu         | sabit | 45.31 + 122.67             | -198.47 – 289.10  | .51 + 85.62                 | -169.4 – 169.4    | 71.41 + 57.89                               | .05 - .28                                   |

|                |       |                             |                  |                             |                  |                                              |                                               |
|----------------|-------|-----------------------------|------------------|-----------------------------|------------------|----------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| Asitlik        | s.r   | -1.95 + 0.51                | -2.96 - -.93     | -1.22 + .28                 | -1.78 - -.66     | -1.32 + .25                                  | -1.81- -.83                                   |
|                | 0.20  | -.82 + .71                  | -2.26 - .56      | 4.44e <sup>-16</sup> + .21  | -.41 - .41       | -4.72e <sup>-15</sup> + .14                  | -.29 - .29                                    |
|                | 0.25  | 2.08e-14 + .20              | -.39 - .39       | 3.19e <sup>-15</sup> + .14  | -.27 - .27       | -2.47e <sup>-15</sup> + 7.82e <sup>-16</sup> | -4.01e <sup>-15</sup> - -9.34e <sup>-16</sup> |
|                | 0.50  | -3.80e <sup>-15</sup> + .50 | -.99 - .99       | -.47 + .28                  | -1.03 - .09      | -.89 + .42                                   | -1.72 - -.06                                  |
|                | 0.75  | -1.61 + .95                 | -3.50 - .28      | -.85 + .55                  | -1.93 - .24      | -.73 + .35                                   | -1.41 - -.06                                  |
| Sitrik Asit    | sabit | 45.31 + 122.67              | -198.47 – 289.10 | .51 + 85.62                 | -169.39 – 169.41 | 71.41 + 57.89                                | .05 - .28                                     |
|                | s.r   | -1.41 + .57                 | -2.55 - - .28    | -.71 + .35                  | -1.40 - -.03     | -.68 + .29                                   | -1.25 - .10                                   |
|                | 0.20  | -.67 + .79                  | -2.23 - .91      | 1.43e <sup>-15</sup> + .25  | -.50 - .50       | -2.26e <sup>-16</sup> + .17                  | -.34 - .34                                    |
|                | 0.25  | 1.71e <sup>-14</sup> + .22  | -.44 - .44       | 1.04e <sup>-14</sup> + .17  | -.33 - .33       | -2.77e <sup>-15</sup> + 9.23e <sup>-16</sup> | -4.58e <sup>-15</sup> - -9.52e <sup>-16</sup> |
|                | 0.50  | -4.14e <sup>-15</sup> + .55 | -1.10 – 1.10     | -.04 + .35                  | -.73 - .64       | -.24 + .50                                   | -1.22 - .74                                   |
|                | 0.75  | -.89 + 1.06                 | -2.99 – 1.22     | -.35 + .68                  | -1.68 - .99      | -.00 + .40                                   | -.80 - .79                                    |
| Kalan Şeker    | sabit | 45.31 + 122.67              | -198.47 – 289.10 | .51 + 85.62                 | -169.39 – 169.41 | 71.41 + 57.89                                | .05 - .28                                     |
|                | s.r   | .00 + .07                   | -.14 - .14       | -.03 + .05                  | -.13 - .07       | .04 + .04                                    | -.04 - .12                                    |
|                | 0.20  | -.05 + .10                  | -.24 - .13       | -9.10e <sup>-18</sup> + .04 | -.07 - .07       | -8.85e <sup>-17</sup> + .02                  | -.05 - .05                                    |
|                | 0.25  | 3.72e <sup>-16</sup> + .03  | -.05 - .05       | 4.36e <sup>-16</sup> + .03  | -.05 - .05       | -8.76e <sup>-17</sup> + 1.30e <sup>-16</sup> | 3.43e <sup>-16</sup> - 1.68e <sup>-16</sup>   |
|                | 0.50  | 1.42e <sup>-16</sup> + .07  | -.13 - .13       | -.06 + .05                  | -.65 - .04       | -.02 + .07                                   | -.16 - .12                                    |
|                | 0.75  | .12 + .13                   | -.14 - .37       | -.07 + .10                  | -.27 - .12       | -.00 + .06                                   | -.12 - .11                                    |
| Klorit         | sabit | 45.31 + 122.67              | -198.47 – 289.10 | .51 + 85.62                 | -169.39 – 169.41 | 71.41 + 57.89                                | .05 - .28                                     |
|                | s.r   | -.00 + 1.18                 | -2.36 – 2.35     | -.40 + .84                  | -2.05 – 1.26     | -.54 + .69                                   | -1.89 - .81                                   |
|                | 0.20  | .31 + 1.64                  | -2.96 – 3.57     | -3.65e <sup>-15</sup> + .61 | -1.20 – 1.20     | -1.50e <sup>-15</sup> + .40                  | -.79 - .79                                    |
|                | 0.25  | -7.55e <sup>-15</sup> + .46 | -.91 - .91       | -1.20e <sup>-14</sup> + .41 | -.81 - .81       | 3.11e <sup>-15</sup> + 2.16e <sup>-15</sup>  | -1.14e <sup>-15</sup> - 7.36e <sup>-15</sup>  |
|                | 0.50  | 2.68e <sup>-15</sup> + 1.15 | -2.28 – 2.28     | -.25 + .08                  | -1.91 – 1.41     | .02 + 1.17                                   | -2.28 - 2.32                                  |
|                | 0.75  | -1.80 + 2.20                | -6 .17 – 2.57    | -2.34 + 1.63                | -5.55 - .88      | -1.84 + .95                                  | -3.70 - .02                                   |
| Serbest Kükürt | sabit | 45.31 + 122.67              | -198.47 – 289.10 | .51 + 85.62                 | -169.39 – 169.41 | 71.41 + 57.89                                | .05 - .28                                     |
|                | s.r   | .50 + .01                   | -.00 - .04       | .00 + .00                   | -.00 - .02       | .01 + .01                                    | -.00 - .01                                    |
|                | 0.20  | .00 + .01                   | -.03 - .03       | 1.88e <sup>-17</sup> + .00  | -.00 - .00       | -2.60e <sup>-16</sup> + .00                  | -.00 - .00                                    |
|                | 0.25  | 9.46e-18 + .00              | -.00 - .00       | 5.37e <sup>-17</sup> + .00  | -.00 - .00       | -7.64e <sup>-18</sup> + 1.85e <sup>-17</sup> | -4.41e <sup>-17</sup> - 2.88e <sup>-17</sup>  |
|                | 0.50  | -1.07e-16 + .00             | -.02 - .02       | .00 + .00                   | -.00 - .00       | .01 + .01                                    | -.01 - .03                                    |
|                | 0.75  | .02 + .00                   | -.01 - .06       | .00 + .01                   | -.01 - .04       | .01 + .00                                    | -.00 - .02                                    |
| Toplam Kükürt  | sabit | 45.31 + 122.67              | -198.47 – 289.10 | .51 + 85.62                 | -169.39 – 169.41 | 71.41 + 57.89                                | .05 - .28                                     |
|                | s.r   | -.00 + .00                  | -.01 - .04       | -.00 + .00                  | -.00 - .00       | -.00 + .00                                   | -.00 - -.00                                   |
|                | 0.20  | -.00 + .00                  | -.01 - .00       | -2.33e <sup>-17</sup> + .00 | -.00 - .00       | 5.99e <sup>-17</sup> + .00                   | -.00 - .00                                    |
|                | 0.25  | 2.85e <sup>-17</sup> + .00  | -.00 - .00       | -3.14e <sup>-19</sup> + .00 | -.00 - .00       | -3.97e <sup>-19</sup> + 5.21e <sup>-18</sup> | -1.06e <sup>-17</sup> - 9.85e <sup>-18</sup>  |

|                               |       |                                |      |      |      |      |                  |      |      |                              |      |      |                  |      |      |                                              |  |  |                                              |  |  |
|-------------------------------|-------|--------------------------------|------|------|------|------|------------------|------|------|------------------------------|------|------|------------------|------|------|----------------------------------------------|--|--|----------------------------------------------|--|--|
|                               | 0.50  | 4.49e <sup>-17</sup> + .00     |      |      |      |      | - .00 – .00      |      |      | - .00 + .00                  |      |      | - .00 - .00      |      |      | - .00 + .00                                  |  |  | - .00 - .00                                  |  |  |
|                               | 0.75  | -.01 + .00                     |      |      |      |      | - .02 - .00      |      |      | - .00 + .00                  |      |      | - .01 - -.00     |      |      | - .01 + .00                                  |  |  | - .01 - -.00                                 |  |  |
| Yoğunluk                      | sabit | 45.31 + 122.67                 |      |      |      |      | -198.47 – 289.10 |      |      | .51 + 85.62                  |      |      | -169.39 – 169.41 |      |      | 71.41 + 57.89                                |  |  | .05 - .28                                    |  |  |
|                               | s.r   | -39.31 + 124.92                |      |      |      |      | -287.59 – 2008.9 |      |      | 2.50 + 87.09                 |      |      | -169.30 – 174.31 |      |      | -70.0 + 58.89                                |  |  | -185.9 - 45.9                                |  |  |
|                               | 0.20  | 183.82 + 173.33                |      |      |      |      | -160.65 – 528.30 |      |      | 1.89e <sup>-13</sup> + 63.28 |      |      | -124.82 – 124.82 |      |      | -3.27e <sup>-13</sup> + 34.39                |  |  | -67.70 – 67.70                               |  |  |
|                               | 0.25  | -3.13e <sup>-12</sup> + 48.25  |      |      |      |      | - 95.89 – 95.89  |      |      | -1.19e <sup>-12</sup> +42.64 |      |      | -84.11 – 84.11   |      |      | -8.97e <sup>-14</sup> + 1.86e <sup>-13</sup> |  |  | 4.55e <sup>-13</sup> - 2.76e <sup>-13</sup>  |  |  |
|                               | 0.50  | -9.20e <sup>-13</sup> + 121.40 |      |      |      |      | -241.27 – 241.27 |      |      | 20.77 + 87.10                |      |      | -151.1 – 192.6   |      |      | -27.9 + 100.46                               |  |  | -225.6 - 169.8                               |  |  |
|                               | 0.75  | -207.77 + 232.17               |      |      |      |      | -669.16 – 253.62 |      |      | 52.34 + 168.97               |      |      | -280.9 – 385.7   |      |      | -52.3 + 81.24                                |  |  | -212.2 – 107.6                               |  |  |
| Ph                            | sabit | 45.31 + 122.67                 |      |      |      |      | -198.47 – 289.10 |      |      | .51 + 85.62                  |      |      | -169.39 – 169.41 |      |      | 71.41 + 57.89                                |  |  | .05 - .28                                    |  |  |
|                               | s.r   | -.76 + .94                     |      |      |      |      | -2.62 – 1.10     |      |      | .13 + .63                    |      |      | -1.11 – 1.37     |      |      | .39 + .44                                    |  |  | -.48 - 1.26                                  |  |  |
|                               | 0.20  | -1.14 + 1.30                   |      |      |      |      | -3.73 – 1.44     |      |      | 1.10e <sup>-15</sup> + .46   |      |      | -.90 - .90       |      |      | 5.99e <sup>-15</sup> + .26                   |  |  | -.51 - .51                                   |  |  |
|                               | 0.25  | 2.03e <sup>-14</sup> + .36     |      |      |      |      | -.72 - .72       |      |      | -1.85e <sup>-15</sup> + .31  |      |      | -.61 - .61       |      |      | 1.52e <sup>-15</sup> + 1.39e <sup>-15</sup>  |  |  | -1.06e <sup>-17</sup> - 4.26e <sup>-15</sup> |  |  |
|                               | 0.50  | 4.41e <sup>-16</sup> + .91     |      |      |      |      | -1.81 – 1.81     |      |      | -.03 + .63                   |      |      | -1.28 – 1.21     |      |      | .41 + .75                                    |  |  | 1.08 - 1.89                                  |  |  |
|                               | 0.75  | -1.40 + 1.74                   |      |      |      |      | -4.86 – 2.07     |      |      | .04 + 1.22                   |      |      | -2.37 – 2.45     |      |      | .32 + .61                                    |  |  | -.88 – 1.52                                  |  |  |
| Sülfat                        | sabit | 45.31 + 122.67                 |      |      |      |      | -198.47 – 289.10 |      |      | .51 + 85.62                  |      |      | -169.39 – 169.41 |      |      | 71.41 + 57.89                                |  |  | .05 - .28                                    |  |  |
|                               | s.r   | .16 + .33                      |      |      |      |      | -.49 - .81       |      |      | .12 + .24                    |      |      | -.34 - .60       |      |      | .44 + .20                                    |  |  | .04 - .84                                    |  |  |
|                               | 0.20  | -.23 + .45                     |      |      |      |      | -1.13 - .67      |      |      | 1.74e <sup>-17</sup> + .17   |      |      | -.34 - .34       |      |      | 1.09e <sup>-15</sup> + .12                   |  |  | -.24 - .24                                   |  |  |
|                               | 0.25  | 4.14e <sup>-15</sup> + .13     |      |      |      |      | -.25 - .25       |      |      | 3.92e <sup>-16</sup> + .12   |      |      | -.23 - .23       |      |      | 4.35e <sup>-16</sup> + 6.46e <sup>-16</sup>  |  |  | -8.36e <sup>-16</sup> - 1.71e <sup>-15</sup> |  |  |
|                               | 0.50  | -1.18e <sup>-15</sup> + .32    |      |      |      |      | -.63 - .63       |      |      | .00 + .24                    |      |      | -.46 - .47       |      |      | -.02 +.35                                    |  |  | -.70 - .67                                   |  |  |
|                               | 0.75  | .44 + .60                      |      |      |      |      | -.77 – 1.65      |      |      | .56 + .46                    |      |      | -.36 – 1.47      |      |      | .75 + .28                                    |  |  | .19 – 1.30                                   |  |  |
| Alkol                         | sabit | 45.31 + 122.67                 |      |      |      |      | -198.47 – 289.10 |      |      | .51 + 85.62                  |      |      | -169.39 – 169.41 |      |      | 71.41 + 57.89                                |  |  | .05 - .28                                    |  |  |
|                               | s.r   | .24 + .15                      |      |      |      |      | -.05 - .54       |      |      | .18 + .09                    |      |      | .00 - .37        |      |      | .19 + .07                                    |  |  | .06 - .32                                    |  |  |
|                               | 0.20  | .18 + .20                      |      |      |      |      | -.22 - .60       |      |      | -5.33e <sup>-16</sup> + .07  |      |      | -.13 – .13       |      |      | -5.75e <sup>-16</sup> + .04                  |  |  | -.08 - .08                                   |  |  |
|                               | 0.25  | -3.61e <sup>-15</sup> + .06    |      |      |      |      | -.11 - .11       |      |      | -7.01e <sup>-16</sup> + .05  |      |      | -.09 - .09       |      |      | 6.75e <sup>-17</sup> + 2.09e <sup>-16</sup>  |  |  | -3.44e <sup>-16</sup> - 4.79e <sup>-16</sup> |  |  |
|                               | 0.50  | -9.05e <sup>-16</sup> + .14    |      |      |      |      | -.29 - .29       |      |      | .21 + .09                    |      |      | .02 - .39        |      |      | .20 + .11                                    |  |  | -.02 - .42                                   |  |  |
|                               | 0.75  | .37 + .27                      |      |      |      |      | -.18.32 - .91    |      |      | .30 + .18                    |      |      | -.06 - .66       |      |      | .25 + .09                                    |  |  | .07 - .43                                    |  |  |
|                               |       | s.r                            | 0.20 | 0.25 | 0.50 | 0.75 | s.r              | 0.20 | 0.25 | 0.50                         | 0.75 | s.r  | 0.20             | 0.25 | 0.50 | 0.75                                         |  |  |                                              |  |  |
| R <sup>2</sup>                |       | 0.25                           | 0.03 | -0.0 | 0.0  | 0.23 | 0.21             | -0.0 | -0.0 | 0.0                          | 0.19 | 0.32 | -0.0             | -0.0 | 0.10 | 0.17                                         |  |  |                                              |  |  |
| R <sup>2</sup> <sub>Düz</sub> |       | 0.16                           |      |      |      |      | 0.16             |      |      |                              |      | 0.30 |                  |      |      |                                              |  |  |                                              |  |  |
| RMSE                          |       | .60                            |      |      |      |      | .57              |      |      |                              |      | .61  |                  |      |      |                                              |  |  |                                              |  |  |

s.r. Standart regresyon

Çizelge 3.2 regresyon sabiti için incelendiğinde; en yüksek değerin; 71.41 ile n=300 örneklem genişliğinde elde edildiği ve bunu 45.31 ile n=100 ve 0.51 ile n =200 örneklem genişliklerinin

izlediği görülür. Güven aralığı değerleri ise  $n=100$  de diğer örneklem genişliklerine göre daha geniş olmuştur.

**Sabit Asitlik:** Standart regresyon modeli için en yüksek regresyon katsayısı 0.17 ile  $n=300$  örneklem genişliğinde elde edilirken, bunu 0.12 ile  $n=200$  ve 0.08 ile  $n=100$  örneklem genişlikleri izlemiştir.

$n=100$  örneklem genişliğinde 0.20, 0.25, 0.50 ve 0.75 kantil değerleri için en yüksek regresyon katsayısı 0.09 ile 0.75 kantil değerinde elde edilirken bunu,  $2.19e^{-15}$  ile 0.50 kantil değeri izlemiş, en düşük katsayı ise -0.07 ile 0.20 kantil değerinde elde edilmiştir.

Örneklem genişliğinin  $n=200$  olması durumunda; regresyon katsayılarında değişkenlik gözlenmekle birlikte 0.75 kantil değeri ise en geniş güven aralığı ile dikkat çekmiştir. Standart regresyon modelindeki regresyon katsayısına en yakın katsayı 0.20 kantil değerinde elde edilmiş ancak, standart hata değeri, standart modeldeki değerden bir miktar büyük bulunmuştur.

Örneklem genişliğinin  $n=300$  olması durumunda da; regresyon katsayılarında değişkenlik gözlenmekle birlikte, standart regresyon modelindeki regresyon katsayısına en yakın katsayı 0.5 kantil değerinde elde edilmiş ancak standart hata değeri, standart modeldeki değerden bir miktar büyük bulunmuştur. Regresyon sabiti için güven aralığı değerleri, standart regresyondaki güven aralık değerleri ile aynı bulunmuştur. En geniş güven aralığı ise 0.5 kantil değerinde elde edilmiştir.

**Uçucu Asitlik:** Standart regresyon modeli için en yüksek regresyon katsayısı -1.22 ile  $n=200$  örneklem genişliğinde elde edilirken, bunu -1.32 ile  $n=300$  ve -1.95 ile  $n=100$  örneklem genişlikleri izlemiştir.  $n=100$  örneklem genişliğinde 0.20, 0.25, 0.50 ve 0.75 kantil değerleri için en yüksek regresyon katsayısı  $2.08e^{-14}$  ile 0.25 kantil değerinde elde edilirken bunu,  $-3.80e^{-15}$  ile 0.50 kantil değeri izlemiş, en düşük katsayı ise -1.61 ile 0.75 kantil değerinde elde edilmiştir.

Örneklem genişliğinin  $n=200$  olması durumunda; regresyon katsayılarında değişkenlik gözlenmekle birlikte, 0.20 kantil değeri ise en geniş güven aralığı ile dikkat çekmiştir. Standart regresyon modelindeki regresyon katsayısına en yakın katsayı 0.75 kantil değerinde elde edilmiş ancak standart hata değeri, standart modeldeki değerden bir miktar büyük bulunmuştur.

Örneklem genişliğinin  $n=300$  olması durumunda da; regresyon katsayılarında değişkenlik gözlenmekle birlikte, standart regresyon modelindeki regresyon katsayısına en yakın katsayı 0.25 kantil değerinde elde edilmiş ancak standart hata değeri, standart modeldeki değerden bir miktar büyük bulunmuştur. En geniş güven aralığı ise 0.20 kantil değerinde elde edilmiştir.

**Sitrik Asit:** Standart regresyon modeli için en yüksek regresyon katsayısı -0.68 ile  $n=300$  örneklem genişliğinde elde edilirken, bunu -1.40 ile  $n=200$  ve -1.41 ile  $n=100$  örneklem genişlikleri izlemiştir.

$n=100$  örneklem genişliğinde 0.20, 0.25, 0.50 ve 0.75 kantil değerleri için en yüksek regresyon katsayısı  $1.71e^{-14}$  ile 0.25 kantil değerinde elde edilirken, bunu  $-4.14e^{-15}$  ile 0.50 kantil değeri izlemiş, en düşük katsayı ise -0.89 ile 0.75 kantil değerinde elde edilmiştir.

Örneklem genişliğinin  $n=200$  olması durumunda; regresyon katsayılarında değişkenlik gözlenmekle birlikte, 0.5 kantil değeri en geniş güven aralığı ile dikkat çekmiştir. Standart regresyon modelindeki regresyon katsayısına en yakın katsayı, 0.75 kantil değerinde elde edilmiş, ancak standart hata değeri, standart modeldeki değerden bir miktar büyük bulunmuştur.

Örneklem genişliğinin  $n=300$  olması durumunda da; regresyon katsayılarında değişkenlik gözlenmekle birlikte, standart regresyon modelindeki regresyon katsayısına en yakın katsayı 0.5 kantil değerinde elde edilmiş, ancak standart hata değeri, standart modeldeki değerden bir miktar büyük bulunmuştur. En geniş güven aralığı ise 0.75 kantil değerinde elde edilmiştir.

**Kalan Şeker:** Standart regresyon modeli için en yüksek regresyon katsayısı 0.04 ile  $n=300$  örneklem genişliğinde elde edilirken, bunu 0 ile  $n=100$  ve -0.03 ile  $n=200$  örneklem genişlikleri izlemiştir.

$n=100$  örneklem genişliğinde 0.20, 0.25, 0.50 ve 0.75 kantil değerleri için en yüksek regresyon katsayısı -0.05 ile 0.25 kantil değerinde elde edilirken bunu, -0.13 ile 0.50 kantil değeri izlemiş, en düşük katsayı ise -0.24 ile 0.20 kantil değerinde elde edilmiştir.

Örneklem genişliğinin  $n=200$  olması durumunda; regresyon katsayılarında değişkenlik gözlenmekle birlikte 0.5 kantil değeri ise en geniş güven aralığı ile dikkat çekmiştir. Standart regresyon modelindeki regresyon katsayısına en yakın katsayı 0.75 kantil değerinde elde edilmiş ancak standart hata değeri, standart modeldeki değerden bir miktar küçük bulunmuştur.

Örneklem genişliğinin  $n=300$  olması durumunda da regresyon katsayılarında değişkenlik gözlenmekle birlikte, standart regresyon modelindeki regresyon katsayısına en yakın katsayı 0.20 kantil değerinde elde edilmiş ancak standart hata değeri, standart modeldeki değerden bir miktar küçük bulunmuştur. En geniş güven aralığı ise 0.5 kantil değerinde elde edilmiştir.

**Klorit:** Standart regresyon modeli için en yüksek regresyon katsayısı 0 ile  $n=100$  örneklem genişliğinde elde edilirken, bunu -0.40 ile  $n=200$  ve -0.54 ile  $n=300$  örneklem genişlikleri izlemiştir.

$n=100$  örneklem genişliğinde 0.20, 0.25, 0.50 ve 0.75 kantil değerleri için en yüksek regresyon katsayısı 0.31 ile 0.20 kantil değerinde elde edilirken, bunu  $2.68e^{-15}$  ile 0.50 kantil değeri izlemiş, en düşük katsayı ise -1.80 ile 0.75 kantil değerinde elde edilmiştir.

Örneklem genişliğinin  $n=200$  olması durumunda; regresyon katsayıları,  $n=100$  örneklem genişliğindeki katsayılara oldukça yakın bulunmuş ve 0.25 kantil değeri ise en geniş güven aralığı ile dikkat çekmiştir. Standart regresyon modelindeki regresyon katsayısına en yakın katsayı 0.5 kantil değerinde elde edilmiş ancak standart hata değeri, standart modeldeki değerden bir miktar küçük bulunmuştur.

Örneklem genişliğinin  $n=300$  olması durumunda; regresyon katsayılarında değişkenlik gözlenmekle birlikte, Standart regresyon modelindeki regresyon katsayısına en yakın katsayı 0.75 kantil değerinde elde edilmiş ancak standart hata değeri, standart modeldeki değerden bir miktar büyük bulunmuştur. En geniş güven aralığı ise 0.20 kantil değerinde elde edilmiştir.

**Serbest Kükürt:** Standart regresyon modeli için en yüksek regresyon katsayısı 0.50 ile  $n=100$  örneklem genişliğinde elde edilirken, bunu 0.01 ile  $n=300$  ve 0 ile  $n=200$  örneklem genişlikleri izlemiştir.

$n=100$  örneklem genişliğinde 0.20, 0.25, 0.50 ve 0.75 kantil değerleri için en yüksek regresyon katsayısı 0.02 ile 0.75 kantil değerinde elde edilirken bunu, .00 ile 0.20 kantil değeri izlemiş, en düşük katsayı ise  $-1.07e^{-16}$  ile 0.5 kantil değerinde elde edilmiştir.

Örneklem genişliğinin  $n=200$  olması durumunda; regresyon katsayıları,  $n=100$  örneklem genişliğindeki katsayılara oldukça yakın bulunmuş ve 0.75 kantil değeri ise en geniş güven aralığı ile dikkat çekmiştir. Standart regresyon modelindeki regresyon katsayısına en yakın katsayı 0.5 ve 0.75 kantil değerlerinde elde edilmiş ancak, diğer kantil değerlerinin de standart regresyon katsayısına oldukça yakın olduğu dikkat çekmiştir.

Örneklem genişliğinin  $n=300$  olması durumunda; regresyon katsayıları  $n=100$  genişliğindeki katsayılar ile oldukça benzerlik göstermekle birlikte, standart regresyon modelindeki regresyon katsayısına en yakın katsayı,  $n=200$  örneklem büyüklüğünde olduğu gibi 0.50 ve 0.75 kantil değerinde elde edilmiştir. En geniş güven aralığı ise 0.25 kantil değerinde elde edilmiştir.

**Toplam Kükürt:** Standart regresyon modeli için en yüksek regresyon katsayısı 0 ile tüm örneklem genişliğinde aynıdır.

n=100 örneklem genişliğinde 0.20, 0.25, 0.50 ve 0.75 kantil değerleri için en yüksek regresyon katsayısı  $4.49e^{-17}$  ile 0.5 kantil değerinde elde edilirken bunu,  $2.85e^{-17}$  ile 0.25 kantil değeri izlemiş, en düşük katsayı ise -0.01 ile 0.75 kantil değerinde elde edilmiştir.

Örneklem genişliğinin n=200 olması durumunda; regresyon katsayıları, n=100 örneklem genişliğindeki katsayılara oldukça yakın bulunmuş ve 0.20, 0.25, 0.5 ve 0.75 kantil değerlerinde ise güven aralığı 0 ile aynı bulunmuştur. Standart regresyon modelindeki regresyon katsayısına en yakın katsayı, 0.5 ve 0.75 kantil değerlerinde elde edilmiş, ancak diğer kantil değerlerinde de Standart regresyon katsayısına oldukça yakın değerler bulunmuştur.

Örneklem genişliğinin n=300 olması durumunda; regresyon katsayıları n=100 genişliğindeki katsayılar ile oldukça benzerlik göstermekle birlikte, Standart regresyon modelindeki regresyon katsayısına en yakın katsayı n=200 örneklem büyüklüğünde olduğu gibi 0.50 ve 0.75 kantil değerinde elde edilmiştir. En geniş güven aralığı ise 0.25 kantil değerinde elde edilmiştir.

**Yoğunluk:** Standart regresyon modeli için en yüksek regresyon katsayısı 2.50 ile n=200 örneklem genişliğinde elde edilirken, bunu -39.31 ile n=100 ve -70.0 ile n=300 örneklem genişlikleri izlemiştir.

n=100 örneklem genişliğinde 0.20, 0.25, 0.50 ve 0.75 kantil değerleri için en yüksek regresyon katsayısı 183.82 ile 0.20 kantil değerinde elde edilirken bunu,  $-9.20e^{-13}$  ile 0.5 kantil değeri izlemiş, en düşük katsayı ise -207.77 ile 0.75 kantil değerinde elde edilmiştir.

Örneklem genişliğinin n=200 olması durumunda; regresyon katsayıları, n=100 örneklem genişliğindeki katsayılarla benzer olmamakla birlikte ve 0.75 kantil değeri ise en geniş güven aralığı ile dikkat çekmiştir. Standart regresyon modelindeki regresyon katsayısına en yakın katsayı, 20.77 ile 0.5 kantil değerlerinde elde edilmiş ancak diğer kantil değerlerinin de standart regresyon katsayısına oldukça yakın olduğu görülmüştür.

Örneklem genişliğinin n=300 olması durumunda; regresyon katsayılarında değişkenlik gözlenmekle birlikte, Standart regresyon modelindeki regresyon katsayısına en yakın katsayı, -52.3 ile 0.75 kantil değerinde elde edilmiştir. En geniş güven aralığı ise 0.5 kantil değerinde elde edilmiştir.

**Ph:** Standart regresyon modeli için en yüksek regresyon katsayısı 0.39 ile  $n=300$  örneklem genişliğinde elde edilirken, bunu 0.13 ile  $n=200$  ve -0.76 ile  $n=300$  örneklem genişlikleri izlemiştir.

$n=100$  örneklem genişliğinde; 0.20, 0.25, 0.50 ve 0.75 kantil değerleri için en yüksek regresyon katsayısı  $4.41e^{-16}$  ile 0.5 kantil değerinde elde edilirken bunu,  $2.03e^{-14}$  ile 0.25 kantil değeri izlemiş, en düşük katsayı ise -1.41 ile 0.75 kantil değerinde elde edilmiştir.

Örneklem genişliğinin  $n=200$  olması durumunda; regresyon katsayıları,  $n=100$  örneklem genişliğindeki katsayılarla benzer olmakla birlikte, 0.25 kantil değeri en geniş güven aralığı ile dikkat çekmiştir. Standart regresyon modelindeki regresyon katsayısına en yakın katsayı 0.04 ile 0.75 kantil değerinde elde edilmiştir.

Örneklem genişliğinin  $n=300$  olması durumunda; regresyon katsayılarında değişkenlik gözlenmekle birlikte, Standart regresyon modelindeki regresyon katsayısına en yakın katsayı 0.32 ile 0.75 kantil değerinde elde edilmiştir. En geniş güven aralığı ise 0.20 kantil değerinde elde edilmiştir.

**Sülfat:** Standart regresyon modeli için en yüksek regresyon katsayısı 0.44 ile  $n=300$  örneklem genişliğinde elde edilirken, bunu 0.16 ile  $n=100$  ve 0.12 ile  $n=200$  örneklem genişlikleri izlemiştir.

$n=100$  örneklem genişliğinde 0.20, 0.25, 0.50 ve 0.75 kantil değerleri için en yüksek regresyon katsayısı 0.44 ile 0.75 kantil değerinde elde edilirken bunu,  $-1.18e^{-15}$  ile 0.25 kantil değeri izlemiş, en düşük katsayı ise -0.23 ile 0.20 kantil değerinde elde edilmiştir.

Örneklem genişliğinin  $n=200$  olması durumunda; regresyon katsayıları,  $n=100$  örneklem genişliğindeki katsayılarla benzer olmakla birlikte ve 0.5 kantil değeri ise en geniş güven aralığı ile dikkat çekmiştir. Standart regresyon modelindeki regresyon katsayısına en yakın katsayı 0 ile 0.5 kantil değerlerinde elde edilmiştir.

Örneklem genişliğinin  $n=300$  olması durumunda; regresyon katsayılarında değişkenlik gözlenmekle birlikte, Standart regresyon modelindeki regresyon katsayısına en yakın katsayı 0.75 ile 0.75 kantil değerinde elde edilmiştir. En geniş güven aralığı ise 0.20 kantil değerinde elde edilmiştir.

**Alkol:** Standart regresyon modeli için en yüksek regresyon katsayısı 0.24 ile  $n=100$  örneklem genişliğinde elde edilirken, bunu 0.19 ile  $n=300$  ve 0.18 ile  $n=200$  örneklem genişlikleri izlemiştir.

n=100 örneklem genişliğinde 0.20, 0.25, 0.50 ve 0.75 kantil değerleri için en yüksek regresyon katsayısı 0.37 ile 0.75 kantil değerinde elde edilirken bunu, 0.18 ile 0.20 kantil değeri izlemiş, en düşük katsayı ise  $-3.61e^{-15}$  ile 0.25 kantil değerinde elde edilmiştir.

Örneklem genişliğinin n=200 olması durumunda; regresyon katsayıları, n=100 örneklem genişliğindeki katsayılarla benzer olmakla birlikte ve 0.75 kantil değeri ise en geniş güven aralığı ile dikkat çekmiştir. Standart regresyon modelindeki regresyon katsayısına en yakın katsayı 0.21 ile 0.5 kantildeğerlerinde elde edilmiştir.

Örneklem genişliğinin n=300 olması durumunda; regresyon katsayılarında değişkenlik gözlenmekle birlikte, Standart regresyon modelindeki regresyon katsayısına en yakın katsayı 0.20 ile 0.5 kantil değerinde elde edilmiştir. En geniş güven aralığı ise 0.25 kantil değerinde elde edilmiştir.

Doğrusal regresyon modeli incelendiğinde; regresyon eğrisinin geçebileceği, iki noktanın bulunduğu söylenebilir. Bunlardan birincisi, ağırlık merkezi, ikincisi ise gözlem noktalarının ortasıdır. Kantil regresyon modeli üzerinde, çizimi yapılacak olan regresyon eğrisinin nasıl bir yöntem ile eğrisini çizdiği, tam simetrik olmasa da bulunabilir. Örneğin, kantil değeri 0,25 olarak kabul edildiğinde, bu setteki gözlenen değerlerin %25'inin, regresyon doğrusunun altında kaldığı kabul edilir (Türkçü C, 2015). Buna göre serideki değerlerin birikimli dağılımı kullanılmak istendiğinde, bu çok daha fazla değer içereceğinden, kapsamlı görüntü elde etme avantajı sağlanabilir. Diğer bir ifade ile 0.25' lik kantil düzeyiyle çalışılıyorsa, birikimli dağılım kullanılırsa, değerlerin azımsanacak kısmı Kantil regresyon modeli eğrisinin üzerinden geçer. Kantil regresyonda, tahminleme işlemi sırasında çok hassas olan ortalamalar kullanılmamaktadır (Keskin B, 2012). Bu nedenle de serinin ortalaması yerine, koşullara daha çabuk uyabilen ve robust olan kantillerin kullanılması bazı avantajlar sağlayabilir. Bu avantajlar aşağıdaki gibi özetlenebilir.

- ✓ Dağılımın ortalaması yerine, sadece belirli bir noktası analiz edilmek istenirse bunu olanaklı hale getirir (Koraltan E, 2015).
- ✓ Tahminler, diğer modellerle yapılan tahminlerle karşılanmayacak derecede daha robusttur (Aygören H, Uyar U, 2016).
- ✓ Çarpık veri setlerinde, modelleme işleminin Kantil regresyon modeli yardımıyla yapılması tahmin işlemini daha da kolaylaştırır (Jalali N, Babanezhad M, 2011).
- ✓ Temsili bir değerle çalışılıyorsa tercih edilmesi gereken doğru bir yaklaşımdır (Yavuz Altın A, Gündoğan Aşık E, 2017).

- ✓ Dağılımın kuyruğuyla ilgileniliyorsa tercih edilebilir (Alakaya D, 2019).
- ✓ Değişkenlerin birbirleri arasındaki ilişkilerinin 2 boyutta incelenmesini sağlar. Bu boyutlar: hem konum hem de ölçek parametreleri kullanılarak oluşturulur (Çamurlu S, 2018).
- ✓ Birbiriyle parametrik dağılım gösteren, hata terimleri hakkındaki var olması gereken temel varsayımları önemsemeyen, yarı parametrik bir yaklaşımdır (Rodriguez ve Yao, 2015). Diğer bir ifade ile değişen varyans sorununu ortadan kaldırarak örneklemelerde tahminci kullanımına olanak sağlar (Dorak Ö, 2017).
- ✓ Belirli bir parametrik dağılımın varlığına gerek duymaz (Yavuz ve Gündoğan Aşık, 2017).

Daha önce yapılan çalışmalarda, 0.75 kantil değerinin kullanılmadığı; genellikle 0.20, 0.25 ve 0.50 kantil değerlerinin tercih edildiği gözlenmiştir. Aynı zamanda örneklem genişliğinin farklı kantil değerleri için etkisi incelense de küçük örneklem genişliği üzerinde çalışmalar yapıldığı gözlenmiştir. Bu çalışmada büyük örneklem genişlikleri üzerinde farklı değişken sayıları kullanılarak ve de farklı kantil değerleri ile 24 farklı kombinasyonla standart regresyon ile kantil regresyon karşılaştırılmıştır.

Çalışmada kullanılan kantil oranlarından optimum kantil oranının, 0.75 olduğu gözlenmiştir. Benzer şekilde Alakaya D, (2019) kantil regresyon ile ilgili yapmış olduğu çalışmada; %5, %10 ve %20 aykırı değer varlığında, kantil regresyon analizini kullanmış ve çalışma sonucunda 0.75 kantil değerinin, aykırı değerlerin varlığında da modeli en iyi açıklayan kantil değeri olduğunu vurgulamıştır. Ayrıca Altın Yavuz A, Gündoğan Aşık E, (2017) ise mühendislik alanında beton kırma deneyi üzerinde kantil regresyon çalışmış ve 0.25 ile 0.75 lik kantil değerlerinin, kullanılabileceğini vurgulamıştır.

#### 4. SONUÇ

Şarap kalitesine etkili olan değişkenleri belirlemek üzere, yapılmış olan uygulamada, sonuçlar 3 farklı ölçekle değerlendirilmiştir. İlk olarak 5 ve 11 bağımsız değişken alınarak değişken sayısının artmasının sonuç üzerindeki etkisi incelenmiştir. Ardından  $n = 100, 200$  ve  $300$  olarak farklı ve artan örneklem genişliklerinin sonuç üzerindeki etkileri incelenmiştir. Son olarak da standart regresyon modeli ile birlikte, 0.20, 0.25 0.50 ve 0.75 kantil değerlerinin sonuç üzerindeki etkileri incelenmiştir.

Değişken sayısının etkisi incelendiğinde; 11 değişkenli modelin, 5 değişkenli modele göre küçükte olsa daha yüksek  $R^2$  değerine sahip olduğu gözlenmiştir. Standart hataların ve güven aralıklarının da değişken sayısının artmasıyla bir miktar küçüldüğü ve standart regresyon değerine yaklaştığı gözlenmiştir. Bu nedenle, modelin daha iyi açıklama gücü bakımından, düşük düzeyde de olsa değişken sayısının artmasının etkili olduğu söylenebilir.

Örneklem genişliği bakımından,  $n$  değerinin 100, 200 ve 300 olarak artmasıyla;  $R^2$  değerinin bir miktar arttığı, güven aralığı ve standart hataların ise küçüldüğü gözlenmiştir. Dolayısıyla örneklem genişliğinin artmasının da modele düşük düzeyli olumlu etki sağladığı söylenebilir.

0.20, 0.25 0.50 ve 0.75 kantil değerlerinden, optimum kantil oranının 0.75 olduğu söylenebilir. Zira, Standart regresyon modelindeki katsayılar en yakın değerler, en küçük güven aralıkları ve düşük standart hatalara 0.75 kantil değerinde ulaşmıştır. 0.50 kantil değeri de 0.75 kantil değerinden sonra optimum kantil değeri olarak kullanılabilir.

Sonuç olarak, değişken sayısının kısmen etkisi göz önünde bulundurularak; Standart regresyon analizinin varsayımlarının sağlanmaması durumunda; 0.75 kantil oranı ile Kantil regresyonun kullanılabileceği (veya tercih edilebileceği) söylenebilir. Ancak, Standart regresyon analizi ile Kantil regresyon analizinin; farklı değişken sayısı, örneklem genişliği ve kantil oranlarında etkinliğini karşılaştırmak ve optimum örneklem genişliği, değişken sayısı ve kantil oranını belirlemek üzere daha kapsamlı simülasyon çalışmalarına ihtiyaç duyulduğu unutulmamalıdır.

## 5. KAYNAKLAR

- Alakaya D, 2019. Kantil Regresyon Ve Doğrusal Regresyon Yöntemlerinin Performansını Etkileyen Faktörlerin İncelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, Mersin Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü, Mersin.
- Alexander C, 2008. Market Risk Analysis Volume II, Practical Financial Econometrics. John Wiley & Sons. Chichester.
- Alexander C, 2009. Market Risk Analysis Volume IV, Value At Risk Modal. John Wiley Sons Chichester.
- Altın Yavuz A, Gündoğan Aşık E, 2017. Kantil Regresyon, Uluslar Arası Mühendislik Araştırma Ve Geliştirme Dergisi, 9 (2): 137-146.
- Aygören H, Uyar U, 2016. The Analysis Of Financial Beta Behaviour Vİa Panel Quantile Regression Approach, Journal of Economics Finance and Accounting, 3 (4): 255-265.
- Bağcı B, 2021. Türkiye'de Para Arzı ve Enflasyon Oranı İlişkisine Yeni Bir Bakış: Kantil Regresyon Analizi. Finansal Araştırmalar ve Çalışmalar Dergisi, 13 (25): 309-322.
- Baum CF, 2013. Quantile regression: Applied Econometrics. Journal of Boston College, 8823: 1-20.
- Baur D, Saisana M, Niel S.N, 2004. Modelling The Effects of Meteorological Variables on Ozone Concentration-a Quantile Regression Approach. Atmospheric Environment, 38 (28): 4689-4699.
- Bedi A, Edwards J, 2002. The İmpact of School Quality on Earnings and Educational Returns Evidence From a Low-İncome Country. Journal of Development Economics, 68 (1): 157-185.
- Berry WD, 1993. Understanding Regression Assumption. Sage Publications. London.
- Buchinsky M, 1995. Estimating the Asymptotic Covariance Matrix for Quantile Regression Models a Monte Carlo Study. Journal of Economics, 68 (2): 303-338.
- Buchinsky M, 1998. Recent Advances in Quantile Regression Models: a Practical Quideline For Empirical Research. The Journal of Human Resources, 33 (1): 88-126.
- Buchinsky M, Hahn J, 1998. An Alternative Estimator for Censored Quantile Regression. The Econometric Society, 66 (3): 653-671.
- Buchinsky M, Hahn J, Powell J, 2001. Two Step Estimation of Semiparametric Censored Regression Models. Journal of Economics, 103 (1-2): 73-110.

- Chamberlain G, Imbens GW, 2003. Nonparametric Applications of Bayesian Inference. *Journal of Business & Economic Statistics*, 21 (1): 12-18.
- Chatterjee S, Simonoff JS, 2013. *Handbook of Regression Analysis*. John Wiley&Sons, Hoboken, New Jersey.
- Chen C, Wei Y, 2005. Computational Issues for Quantile Regression. *The Indian Journal of Statistics*, 67 (2): 399-417.
- Çakır Zeytinoğlu F, 2015. *Bayesyen istatistik*. Yalın Yayıncılık. İstanbul.
- Çamurlu S, 2018. *Kantil Regresyon Analizinde Bootstrap Tahmini*, Yüksek Lisans Tezi, Cumhuriyet Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Sivas.
- Çelik Ö, Selim S, 2014. Türkiye’de Kamu ve Özel Sektör Ücret Farklılıklarının Kantil Regresyon Yaklaşımı ile Analizi. *Yönetim ve Ekonomi Dergisi*, 21 (1): 205-232.
- Çınar UK, 2019. En Küçük Kareler Regresyonuna Alternatif Bir Yöntem: Kantil Regresyon. *Avrasya Uluslararası Araştırmalar Dergisi*, 7 (18): 57-71.
- Çil B, 2013. *İstatistik*. Detay Yayıncılık. Ankara.
- Cobanoğlu F, Yılmaz H, 2020. Türkiye’de Hanehalkı Sorumlusunun Toplam Gelirine Etki Eden Belirleyicilerin Kantil Regresyon Yöntemi ile Analizi. *Sosyal Politika Çalışmaları Dergisi*, 20 (47), 313-338.
- Davino C, Furno M, Vistocco D, 2013. *Quantile Regression: Theory and Applications*. John Wiley&Sons. Hoboken, New Jersey.
- Dorak Ö, 2017. *Kantil Regresyon Ve En Küçük Kareler Yöntemlerinin Karşılaştırılması: Bir Uygulama Denemesi*, Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Eskişehir.
- Draper N. R, Smith H, 1998. *Applied Regression Analysis*. John Wiley&Sons. New York.
- Dunson DB, Taylor JA, 2005. Approximate Bayesian inference for quantiles, *Journal of Nonparametric Statistics*, 17 (3): 385-400.
- Efron B, 1979. Bootstrap Methods: Another Look at The Jackknife. *The Annals of Statistics*, 7 (1): 1-50.
- Erickson J, 2006. On the Least Median Square Problem. *Discrete Computational Geometry*, 36: 593–607.
- Gujarati DN, 2004. *Temel Ekonometri*. Literatür Yayıncılık. İstanbul.
- Güriş S, Çağlayan E, 2013. *Ekonometri Temel Kavramlar*. Der Yayınları. İstanbul.
- Güriş S, Çağlayan E, 2010. *Ekonometri Temel Kavramlar*. Der Yayınları. İstanbul.
- Gilchrist W, 1997. *Modelling with quantile distribution*. Chapman and Hall/CRC. New York.

- Hao L, Naiman DQ, 2007. Quantile regression. Sage publications. California.
- Jalali N, Babanezhad M, 2011. Quantile Regression due to Skewness and Outlier, Applied Mathematical Sciences, 2011. 5(39), 1947 – 1951.
- Kato K, 2012. Asymptotic Normality of Powell's Kernel Estimator. Annals of the Institute of Statistical Mathematics, 64: 255-273.
- Keskin B, 2012. Sağlam Bir Çıkarsama Yöntemi: Kantil Regresyon, Yüksek Lisans Tezi, Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Muğla.
- Kiren Gürler Ö, Üçdoğruk Birecikli Ş, Kökcen Eryavuz A, 2017. Türkiye'de Hane Halkı Tüketim ve Gıda Harcamalarının Kantil Regresyon Yöntemiyle Araştırılması.18. EYİ Sempozyumu, 05-07 Ekim, Trabzon, s: 220-237.
- Koenker R, 2005. Quantile regression. Cambridge University Press. Cambridge.
- Koenker R, 2008. Censored quantile regression redux. Journal of Statistical Software, 27(6): 1-25.
- Koenker R, Bassett JrG, 1978. Regression Quantiles. The Econometric Society, 46(1): 33-50.
- Koenker R, Hallock K, 2001. Quantile regression. Journal of Economic Perspectives, 15(4): 143-156.
- Koenker R, 2004. Quantile Regression for Longitudinal Data. Journal of Multivariate Analysis, 91 (1): 74-89.
- Koraltan E, 2015. Kararlı Regresyon Analizinde Sağlam Tahmin Yöntemlerinin Performanslarının İncelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Koşan Nİ, 2014. OECD Ülkelerinde Dış Ticaret Hadlerini Etkileyen Değişkenlerin Panel Kantil Regresyon ile İncelenmesi, Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.
- Kuan CM, Lin HY, 2010. An encompassing test for non-nested quantile regression models. Economics Letters, 107(2): 257-260.
- Kurtoğlu F, 2011. Quantile Regresyon Teorisi ve Uygulamaları, Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana.
- Montgomery DC, Peck E, Vining GG, 2013. Introduction to Linear Regression Analysis. John Wiley&Sons, Hoboken, New Jersey.
- Okutan D, 2009. Bootstrap Yönteminin Regresyon Analizinde Kullanımı ve Diğer Yöntemlerle Karşılaştırılması. Yüksek Lisans Tezi, Ege Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Orhunbilge, Neyran A, 2000. Uygulamalı Regresyon ve Korelasyon Analizi. Nobel Akademik Yayıncılık. İstanbul.

- Özel HA, Sezgin F, 2012. Ticari Serbestleşme-Ekonomik Büyüme İlişkisinin Bootstrap Kantil Regresyon Yardımıyla Analizi. İstanbul Üniversitesi, İktisat Fakültesi Mecmuası, 62 (2): 283-303.
- Pirinçiler EC, 2012. Sıra İstatistikleri ve Uygulama Alanlarından Bir Örneğin Değerlendirmesi. Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Biga İİBF, Girişimcilik ve Kalkınma Dergisi, 7 (2): 89-100.
- Rousseeuw PJ, Leroy AM, 1987. Robust regression and outlier detection, John Wiley&Sons, New York.
- Rawlings JO, Pantula SG, Dickey DA, 1998. Applied Regression Analysis: a Research Tool Second Edition. Springer. New York.
- Saraçoğlu B, Çevik F, 1995. Matematiksel İstatistik. Gazi Büro Kitabevi. Ankara.
- Saçaklı İ, 2005. Kantil Regresyon ve Alternatif Regresyon Modelleri İle Karşılaştırılması. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Schaeck K, 2008. Bank Liability Structure, FDIC Loss, and Time to Failure: A quantile regression Approach. Journal of Financial Services Research, 33: 163-79.
- Taddy M, Kottas A, 2010 A Bayesian Nonparametric Approach to Inference for Quantile Regression. Journal of Business&Economics Statistics, 28 (3): 357-369.
- Turanlı M, Güriş S, 2005. Temel İstatistik. Der Yayınları. İstanbul.
- Turanlı M, Güriş S, Ayaydın A, 1993. İstatistik Temel Kavramlar ve Uygulamalar. M.Ü. Nihad Sayar Eğitim Vakfı Yayınları. İstanbul.
- Türkış C, 2015. Sağkalım Analizinde Kantil Regresyon Ve Parametrik Regresyon Modellerinin Performanslarının Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, Adnan Menderes Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü, Aydın.
- Uyar U, Kangallı Uyar S, Gökçe A, 2016. Gösterge Faiz Oranı ve Dalgalanmaları ile BİST Endeksleri Arasındaki İlişkinin Eşanlı Kantil Regresyon İle Analizi. Ege Akademik Bakış, 16 (4): 587-598
- Yavuz Altın A, Gündoğan Aşık E, 2017. Kantil Regresyon. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Fen Fakültesi, Uluslararası Mühendislik Araştırma ve Geliştirme Dergisi, 9(1): 137-146.

## ÖZGEÇMİŞ

Bitlis Adilcevaz'da 1993 yılında doğmuştur. İlkokulu [REDACTED]’nda, Ortaokulu [REDACTED]’nda ve Liseyi [REDACTED]’nde tamamlamıştır. 2011 yılında girdiği [REDACTED] İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Ekonometri Bölümü’nden 2015 yılında Bölüm üçüncüsü olarak mezun olmuştur. 2019 yılında [REDACTED] Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı’nda yüksek lisansa başlamış ve Ağustos 2022’de yüksek lisansı tamamlamıştır. Yabancı dili İngilizce olup, evli ve bir çocuk annesidir.

Bahar ARSAN AYSAL