

**TARIM SİGORTALARINDA DOLU RİSKİNİN
KÜMELENMESİ VE TOPLAM HASAR DAĞILIMININ HIZLI
FOURIER DÖNÜŞÜMÜ İLE BELİRLENMESİ**

**CLUSTERING OF HEAL RISK AND DETERMINATION OF
AGGREGATE LOSS DISTRIBUTION BY FAST FOURIER
TRANSFORM IN AGRICULTURAL INSURANCE**

VELİ KISA

DOÇ. DR. KASIRGA YILDIRAK

Tez Danışmanı

Hacettepe Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin

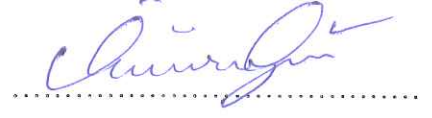
Aktüerya Bilimleri Ana Bilim Dalı için Öngördüğü

YÜKSEK LİSANS TEZİ Olarak Hazırlanmıştır.

2018

VELİ KISA'nın hazırladığı “Tarım Sigortalarında Dolu Riskinin Kümelenmesi ve Toplam Hasar Dağılımının Hızlı Fourier Dönüşümü ile Belirlenmesi” adlı çalışma aşağıdaki jüri tarafından AKTÜERYA BİLİMLERİ ANABİLİM DALI'nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Ömür UĞUR
Başkan



Doç. Dr. Kasırga YILDIRAK
Danışman



Doç. Dr. Çağdaş Hakan ALADAĞ
Üye



Doç. Dr. Özge SEZGİN ALP
Üye



Dr. Öğr. Üyesi Başak BULUT KARAGEYİK
Üye



Bu tez Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tarafından YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak onaylanmıştır.

Prof.Dr. Menemşe GÜMÜŞDERELİOĞLU
Fen Bilimleri Enstitü Müdürü

YAYIMLAMA VE FİKRİ MÜLKİYET HAKLARI BEYANI

Enstitü tarafından onaylanan lisansüstü tezimin/raporumun tamamını veya herhangi bir kısmını, basılı (kağıt) ve elektronik formatta arşivleme ve aşağıda verilen koşullarla kullanıma açma iznini Hacettepe Üniversitesine verdiğimi bildiririm. Bu izinle Üniversiteye verilen kullanım hakları dışındaki tüm fikri mülkiyet haklarım bende kalacak, tezimin tamamının ya da bir bölümünün gelecekteki çalışmalarda (makale, kitap, lisans ve patent vb.) kullanım hakları bana ait olacaktır.

Tezin kendi orijinal çalışmam olduğunu, başkalarının haklarını ihlal etmediğimi ve tezimin tek yetkili sahibi olduğumu beyan ve taahhüt ederim. Tezimde yer alan telif hakkı bulunan ve sahiplerinden yazılı izin alınarak kullanılması zorunlu metinlerin yazılı izin alınarak kullandığımı ve istenildiğinde suretlerini Üniversiteye teslim etmeyi taahhüt ederim.

o Tezimin/Raporumun tamamı dünya çapında erişime açılabilir ve bir kısmı veya tamamının fotokopisi alınabilir. (Bu seçenekle teziniz arama motorlarında indekslenebilecek, daha sonra tezinizin erişim statüsünün değiştirilmesini talep etmeniz ve kütüphane bu talebinizi yerine getirirse bile, teziniz arama motorlarının önbelleklerinde kalmaya devam edebilecektir)

o Tezimin/Raporumun 04.07.2018 tarihine kadar erişime açılmasını ve fotokopi alınmasını (İç Kapak, Özet, İçindekiler ve Kaynakça hariç) istemiyorum (Bu sürenin sonunda uzatma için başvuruda bulunmadığım takdirde, tezimin/raporumun tamamı her yerden erişime açılabilir, kaynak gösterilmek şartıyla bir kısmı veya tamamının fotokopisi alınabilir).

o Tezimin/Raporumun 04.07.2021 tarihine kadar erişime açılmasını istemiyorum ancak kaynak gösterilmek şartıyla bir kısmı veya tamamının fotokopisinin alınmasını onaylıyorum.

o Serbest Seçenek/Yazarın Seçimi

04 / 07 / 2018

(İmza)

Öğrencinin Adı SOYADI

Veli Kısa
VELİ KISA

ETİK

Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada,

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

03/07/2018

VELİ KISA

ÖZET

TARIM SİGORTALARINDA DOLU RİSKİNİN KÜMELENMESİ VE TOPLAM HASAR DAĞILIMININ HIZLI FOURIER DÖNÜŞÜMÜ İLE BELİRLENMESİ

Veli KISA

Yüksek Lisans, Aktüerya Bilimleri Bölümü

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Kasırga YILDIRAK

Haziran 2018, 59 Sayfa

Katastrofik risk olarak tanımlanan, gerçekleşme olasılığı düşük fakat gerçekleştiğinde şiddeti büyük olan olayların, sigorta şirketlerinin finansal yapılarını korumaları için iyi analiz edilmeleri oldukça önemlidir. Değişen iklim koşulları ile beraber bu risklerin daha sık görüldüğü tarım sigortaları için hasar haritasının çıkartılması ve toplam hasar dağılımının hesaplanması üretim verimliliği ve ekonomik kaybı azaltmak açısından gereklidir.

Bu çalışmada, Türkiye’de tarım sektöründe en sık karşılaşılan risk olan dolu olayı için risk haritasının oluşturulması ve buğday ürünü toplam hasar dağılımının hesaplanması amaçlanmıştır. Hesaplama öncelikle hasar sıklık oranı kullanılarak konumsal tarama istatistiği ile kümeleme yapılmış, Türkiye dolu hasar haritası oluşturulmuştur. Sonrasında ise oluşturulan kümelerin toplamına Panjer Yineleme, Monte Carlo Benzetim, Normal Dağılım Yaklaşımı ve Hızlı Fourier Dönüşümü yöntemleri uygulanarak toplam hasar dağılımı elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Tarama İstatistiği, Toplam Hasar Dağılımı, Hızlı Fourier Dönüşümü, Kesikli Fourier Dönüşümü, Riske Maruz Değer.



ABSTRACT

CLUSTERING OF HEAL RISK AND DETERMINATION OF AGGREGATE LOSS DISTRIBUTION BY FAST FOURIER TRANSFORM IN AGRICULTURAL INSURANCE

Veli KISA

Master, Department of Actuarial Science

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Kasırga Yıldırak

June 2018, 59 Pages

It is a great importance for insurance companies to analyze the catastrophic risk that poses low probability and high severity by nature. With drastic changes in climatical conditions it became an obligation to form the risk maps and to compute the aggregate loss for agricultural insurance that exposed to catastrophic risks in order to increase production yield and decrease economic loss.

In this study, we aim at obtaining loss map for hail which has the biggest impact on production and computing the loss distribution for wheat caused by hailstorms. Firstly by using damage frequency, spatial scan statistics is employed for clustering purposes to build the hail loss map for Turkey. Then, each clusters are evaluated in Panjer Recursive, Monte Carlo Simulation, Normal Distribution Approximation and Fast Fourier Transformation algorithms to build the aggregate loss distribution.

Key Words: Scan Statistic, Aggregate Loss Distribution, Fast Fourier Transform, Discrete Fourier Transform, Value at Risk.



TEŞEKKÜR

Tez çalışmamın her aşamasında engin bilgisi ve deneyimiyle yardımcı olan, karşılaştığım zorluklarda yol gösteren danışmanım Sayın Doç. Dr. Kasırga YILDIRAK’a,

göstermiş olduğu destek, yardım ve anlayışı için Sayın Dr. Öğr. Üyesi Başak BULUT KARAGEYİK’e

değerli yorumları, katkıları ve yönlendirmeleri için tez jüri üyelerim Sayın Prof. Dr. Ömür UĞUR’a, Sayın Doç. Dr. Özge SEZGİN ALP’e ve Sayın Doç. Dr. Hakan Çağdaş ALADAĞ’a,

özellikle yazım aşamasındaki yardımları ve imla kılavuzluğunun yanında göstermiş olduğu sabır ve içten sevgisi için Bengi ÇETİN’e,

tüm destekleri ve harika birer dost oldukları için M. Asım ÖZALP’e, Cem YAVRUM’a, Murat GERLEGİZ’e ve Seda KİLİSLİ’ye,

göstermiş oldukları anlayış ve destekleri için Sayın Doç. Dr. Altan TUNÇEL’e, Sayın Dr. Öğr. Üyesi Semih YILMAZ’a, Sayın Dr. Öğr. Üyesi Abdullah YILMAZ’a ve Sayın Dr. Öğr. Üyesi Emel KIZILOK KARA’ya,

desteklerini esirgemeyen Hacettepe Üniversitesi Aktüerya Bilimleri Bölümü akademisyenleri ve idari personellerine,

verdiğim her kararın arkasında olup, bugünlere gelmemdeki en büyük güç olan sevgili aileme,

en içten teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET	i
ABSTRACT	iii
TEŞEKKÜR	v
İÇİNDEKİLER.....	vi
ÇİZELGELER.....	viii
ŞEKİLLER	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR	x
1. GİRİŞ.....	1
2.TARAMA İSTATİSTİĞİ.....	4
2.1 Konumsal Tarama İstatistiği.....	4
2.2 Konumsal Tarama İstatistiği Modelleri.....	4
2.2.1 Bernoulli Modeli	4
2.2.2 Poisson Modeli	5
2.3 Konumsal Tarama İstatistiği için Olabilirlik Oranı Testi.....	6
2.3.1 Bernoulli Modeli İçin Olabilirlik Oranı Testi	6
2.3.2 Poisson Modeli İçin Olabilirlik Oranı Testi	7
3.TOPLAM HASAR DAĞILIMI	11
3.1 Bireysel Risk Modeli.....	11
3.2 Kolektif Risk Modeli.....	12
3.2.1 Konvolüsyon Yöntemi.....	13
3.2.2 Panjer Yineleme Yöntemi	14
3.2.3 Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT)	15
3.2.3.1 Fourier Dönüşümü.....	15
3.2.3.2 Euler Formülü.....	15
3.2.3.3 Kesikli Fourier Dönüşümü (DFT)	16
3.2.4 Normal Dağılım Yaklaşımı Yöntemi	18
3.2.5 Monte Carlo Benzetim Yöntemi	18
3.3 Risk Altındaki Değer (VaR).....	19

3.4 Aritmetik Dağılım Elde Etme.....	19
3.4.1 Yuvarlama Metodu.....	19
3.4.2 Yerel Moment Eşleştirme Metodu	20
4.UYGULAMA.....	21
4.1 Giriş	21
4.2 Verinin İncelenmesi.....	21
4.3 Dolu Hasar Haritası için Kümeleme Çalışması.....	22
4.3.1 Bağlı Risk (Relative Risk).....	23
4.4 Hasar Sıklığı ve Hasar Şiddeti Dağılımlarının Hesaplanması.....	27
4.5 Toplam Hasar Dağılımının Hesaplanması.....	34
4.5.1 Panjer Yineleme Yöntemi	35
4.5.2 Monte Carlo Benzetim Yöntemi	35
4.5.3 Normal Dağılım Yaklaşımı Yöntemi	36
4.5.4 Hızlı Fourier Dönüşümü Yöntemi.....	37
5.SONUÇ VE ÖNERİLER	39
5.1 Sonuç	39
5.1.1 Dolu Hasar Haritası için Kümeleme Çalışması.....	39
5.1.2 Buğday Ürünü için Toplam Hasar Dağılımı Hesaplaması	39
5.2 Öneriler.....	40
KAYNAKLAR.....	42
EKLER	44
ÖZGEÇMİŞ.....	59

ÇİZELGELER

Sayfa

Çizelge 4.1 Bitkisel ürünlerde dolu paket riskleri muafiyet ve müşterek sigorta oranları	22
Çizelge 4.2 Uzaklık matrisi özet tablosu	26
Çizelge 4.3 Hassar sıklığı dağılımları için Kolmogrov Smirnov test istatistiği sonuçları	27
Çizelge 4.4 Hasar sıklığı dağılımları parametre tahminleri.....	28
Çizelge 4.5 Hasar şiddeti dağılımları uyum iyiliği test sonuçları.....	32
Çizelge 4.6 Test istatistikleri için $\alpha=0.05$ kritik değerleri	33
Çizelge 4.7 Hasar şiddeti dağılımları için tahmin edilen parametreler	33
Çizelge 4.8 Toplam hasar dağılımı- Panjer Yineleme yöntemi.....	35
Çizelge 4.9 Toplam hasar dağılımı- Monte Carlo Benzetim yöntemi.....	35
Çizelge 4.10 Toplam hasar dağılımı- Normal Dağılım Yaklaşımı yöntemi.....	36
Çizelge 4.11 Toplam hasar dağılımı- Hızlı Fourier Dönüşümü yöntemi	38
Çizelge 4.12 2017 yılı buğday ürünü riske maruz değerler.....	39

ŞEKİLLER

Sayfa

Şekil 2.1 MC Benzetim Tekniği kullanılarak test istatistiğinin olabilirlik oranı ile belirlenmesi	10
Şekil 4.2 SatScan veri özeti	23
Şekil 4.3 Türkiye dolu hasar haritası	25
Şekil 4.4 Buğday ürünü hasar sıklığı grafiği	27
Şekil 4.5 Dolu hasarı ödenen tazminat miktarı-sıklık grafiği.....	29
Şekil 4.6 Hasar şiddeti raslantı değişkeni birikimli dağılım fonksiyonları grafiği.....	30
Şekil 4.7 Hasar şiddeti raslantı değişkeni Q-Q grafiği karşılaştırması.....	31
Şekil 4.8 Hasar şiddeti raslantı değişkeni P-P grafiği karşılatırması.....	32
Şekil 9 Ek-2 M=8 noktalı dizi için Kesikli Fourier Dönüşümü	57
Şekil 10 Ek-3 M=8 noktalı dizi için Hızlı Fourier Dönüşümü	58
Şekil 11 Ek-4 Hızlı Fourier Dönüşümü Kelebek Hesaplaması	58

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

μ	Ortalama
σ	Varyans
λ	Lambda

Kısaltmalar

FFT	Fast Fourier Transform
DFT	Discrete Fourier Transform
MC	Monte Carlo
VaR	Value at Risk
TARSİM	Tarım Sigortaları Havuzu

1. GİRİŞ

Sigorta sektörü için toplam hasar dağılımının belirlenmesi, gerek sigorta şirketinin yükümlülüklerini yerine getirmesi açısından gerek düşük sıklık ile gelen yüksek hasar şiddetine sahip katastrofik risklerin belirlenmesi açısından önemlidir.

Tarım sigortaları ürünlerinden bitkisel ürün sigortaları için hasara neden olan olaylar; dolu, don, fırtına, hortum, yangın, deprem, heyelan, sel ve su baskınları gibi katastrofik risk kategorisinde tanımlanabilecek olaylardır. Bu riskler içerisinde dolu olayı, bitkisel ürün sigortaları için en sık karşılaşılan hasar nedenidir.

Türkiye, coğrafi konumu bakımından tropik kuşağa yakın olması nedeniyle dolu riskine sahip bir ülkedir. “Ülkemizde dolu yağışlarına daha çok ilkbahar aylarında rastlanılmaktadır. Oluşan dolu çapı 1 cm’den daha azdır ve dolu taneleri yumuşak bir biçimdedir. Ancak ilkbahar aylarında gelişme safhasında olan tarımsal ürünler için dolu yağışı önemli bir risk faktörüdür.” [1]

Bitkisel ürün sigortalarında dolu riskinin toplam hasar dağılımının etkin bir şekilde hesaplanabilmesi için öncelikle Türkiye dolu hasar haritasının oluşturulması gereklidir.

Coğrafi bilgi sistemleri yardımı ile konum bilgisine sahip olunan bir bölge için enlem, boylam ve/veya yükseklik değerleri kullanılarak yapılan kümeleme işlemi noktasal bazlı veya alan bazlı kümeleme olarak iki farklı yolla yapılabilir. Literatürde konumsal tarama istatistiği ile yapılan kümeleme işlemine genellikle beşeri, botanik, zooloji ve tıp alanlarında karşılaşılmaktadır. Örneğin; bir hayvan veya bitki türü için belirli bir habitatta yapılan araştırmalar, insan vücudundaki tehlikeli hastalıklar için yapılan araştırmalar veya insan davranışlarındaki farklılıklarda konuma bağlı olarak yapılan araştırmalarda konumsal tarama istatistiği ile kümeleme işlemi sıkça başvurulan bir yöntemdir.

Literatürde tek boyutlu nokta süreci ile tarama istatistiği çalışmasını ilk olarak Naus (1965a) [2] yapmıştır. Weinstock(1981) [3], sıfır hipotezi altında Homojen Olmayan Poisson süreci problemi ile ilgili çalışmalarda bulunmuştur. Saperstein (1972) [4] ve Naus (1974) [5], çalışmalarını Bernoulli model ile ilişkilendirmişlerdir. Loader (1991) [6], çalışmada sabit olmayan tarama penceresi kullanmıştır. M. Kulldroff (1997) [7] ise tek boyutlu noktasal süreç

için tarama istatistiğini geliştirerek konumsal ve/veya zamansal olarak ele almış ve olabilirlik oranı testi kullanarak çembersel ve silindirik tarama pencereleriyle küme belirleme çalışmaları yapmıştır.

Sigorta sektöründe finansal riskler karşısında parasal olarak llebilien kayıpları önceden tahmin ederek nlem alınabilmesi önemli bir araştırma konusudur. Tarım sigortalarında bitkisel ürünler için karşılaşılabilecek risk olaylarının, belirli bir ürün ve/veya belirli bir bölgede meydana getirebileceği parasal kaybı ölçebilmek için hasarın gerçekleşme sıklığı ve gerçekleştiği durumda şiddetinin belirlenmesi gerekmektedir.

Öncelikle bilgisayarların yaygınlaşmadığı ve gelişmediği dönemlerde aktüerler toplam hasar dağılımını Merkezi Limit Teoremi gibi basit yaklaşımlar ile hesaplamışlardır. Daha sonra, değiştirilmiş Gamma ve Ters Gaussian gibi yaklaşımlar kullanılmıştır. Bu yaklaşımlar günümüzde hala geçerliğini korusa da bilgisayar sistemlerinin gelişmesiyle daha kesin sonuçlara ulaşabilecek yöntemler geliştirilmiştir. Panjer (1981) [8], araştırmasında Yineleme tekniğini göstermiştir. Yineleme tekniğine Fourier dönüşümünü uygulayan Heckman ve Meyers (1983) [9] ile Cooley ve Tuckey (1965) [10]'nin araştırmaları bu alanda temel çalışmaları oluşturur. Sonrasında sinyal işleme alanında popüler olan Hızlı Fourier dönüşümünü Feilmeier ve Bertram(1987) [11] toplam hasar dağılımı için uygulamışlardır.

Bu çalışmada toplam hasar dağılımını elde etmek için Panjer Yineleme, Monte Carlo Benzetimi, Normal Dağılım Yaklaşımı ve Hızlı Fourier Dönüşümü yöntemleri kullanılmış ve yöntemler karşılaştırılarak en doğru sonucu veren yöntem belirlenmeye çalışılmıştır.

Çalışmanın ikinci bölümünde, tarama istatistiği hakkında bilgi verilmiş ve tarama istatistiği yöntemlerinden bahsedilmiştir. Ayrıca bu yöntemler için küme belirlemede kullanılan test istatistiği incelenmiştir.

Çalışmanın nc bölümünde, toplam hasar dağılımının hesaplanması için kullanılan yöntemler gösterilmiş, bu yöntemlerden Hızlı Fourier Dönüşümü yöntemi ayrıntılı şekilde incelenmiştir. Ayrıca toplam hasar dağılımını elde edebilmek için Panjer Yineleme, Monte Carlo Benzetimi, Normal Dağılım Yaklaşımı ve Hızlı Fourier Dönüşümü yöntemlerinin hesaplamalarından bahsedilmiştir.

Çalışmanın dördüncü bölümünde, TARSİM bitkisel ürün sigortaları verisi ile önce Türkiye dolu hasar haritası oluşturulmuş, daha sonra buğday ürünü dolu riski için toplam hasar dağılımı Panjer Yineleme, Monte Carlo Benzetimi, Normal Dağılım Yaklaşımı ve Hızlı Fourier Dönüşümü yöntemleri ile hesaplanmıştır.

Çalışmanın beşinci bölümünde, Türkiye’de dolu olayı için tarama istatistiği ile yapılan kümeleme çalışması sonuçlarından bahsedilmiş, en riskli ve en az riskli yerler belirlenmiştir. Belirlenen kümelerin toplamı kullanılarak Türkiye’de buğday ürününün dolu olayına karşı toplam hasar dağılımını en iyi hesaplayan yöntem karşılaştırmalar ile belirlenmiştir.



2.TARAMA İSTATİSTİĞİ

Tarama istatistiği yaygın olarak, tamamen rastgele olan tek boyutlu bir nokta sürecini test etmek veya herhangi bir küme tespit edilebildiği durumlarda kullanılır. Tarama istatistiğinde çok boyutlu nokta sürecindeki kümeleri belirlemek, kümeleri belirlerken kullanılan tarama penceresinin alanın değiştirilmesini sağlamak için temel süreç Homojen Olmayan Poisson Süreci veya Bernoulli Süreci olabilir.

Tarama istatistiği üç gruba ayrılır;

- Konumsal Tarama İstatistiği
- Zamansal Tarama İstatistiği
- Konum-Zaman Tarama İstatistiği

2.1 Konumsal Tarama İstatistiği

Konumsal tarama istatistiği, tıp ve biyostatistik alanında daha çok bir hastalığın nedeni araştırılırken konumsal bilgileri var olan veriler için kullanılır.

Genellikle $d=2$ veya $d=3$ için d boyutlu rasgele nokta modelini ifade eden konumsal nokta süreci, çalışılan konudaki konumların nokta olarak tanımlanmasıyla gözlemlenen noktaların modellenmesinde kullanılmaktadır [12].

G , Z adet alt kümeye sahip coğrafik bir alanı, $N(A)$, $A \subset G$ kümesi içine düşen rastgele noktaların sayısını, N ise konumsal nokta sürecini ifade etsin. Tarama penceresinin belirlenen alan boyunca hareket etmesi $Z \subset G$ alanlarının toplamlarını gösterebilir. Z hem G 'nin alt kümesini hem de belirlenen alanın küme parametresini simgeleyecektir.

2.2 Konumsal Tarama İstatistiği Modelleri

2.2.1 Bernoulli Modeli

Bernoulli modelinde, tek bir μ ölçüsü vardır ve tüm $A \subset G$ kümeleri için $\mu(A)$ tam sayıdır.

Üzerinde araştırma yapılan nesne veya bireyler belirli iki durumdan birine dahildir (Hasta veya değil. A türü veya B türü gibi). Bu nesne veya kişilerin bu iki durumdan birinde olması nokta olarak ifade edilir ve bu noktaların konumları nokta sürecine uygundur.

Modelde tek bir alan vardır ($Z \subset G$). Öyle ki üzerinde araştırma yapılan nesne veya kişilerin nokta olarak bu alanın içinde olmaları durumu p olasılığına, bu alanın dışında olmaları durumu q olasılığına sahiptir. Ayrıca her bir nesne veya kişinin olasılığı diğerlerinden bağımsızdır. Sıfır hipotezi ve alternatif hipotezler sırasıyla şu şekilde gösterilir;

$$H_0 : p = q$$

$$H_1 : p > q, \quad Z \in \mathcal{Z}$$

H_0 hipotezi altında tüm $A \subset G$ kümeleri için $N(A) \sim \text{Bin}(\mu(A), p)$ dağılımına sahiptir.

H_1 hipotezi altında tüm $A \subset Z$ kümeleri için $N(A) \sim \text{Bin}(\mu(A), p)$ ve tüm $A \subset Z^c$ kümeleri için $N(A) \sim \text{Bin}(\mu(A), q)$ dağılımına sahiptir.

2.2.2 Poisson Modeli

Poisson modelinde noktalar Homojen Olmayan Poisson süreciyle üretilirler ve modelde tek bir alan vardır ($Z \subset G$). Öyle ki $N(A) \sim \text{Po}(p\mu(A \cap Z) + q\mu(A \cap Z^c)) \quad \forall A$.

Sıfır hipotezi ve alternatif hipotezler sırasıyla şu şekilde gösterilir;

$$H_0 : p = q$$

$$H_1 : p > q, \quad Z \in \mathcal{Z}$$

H_0 hipotezi altında tüm A kümeleri için $N(A) \sim \text{Po}(p\mu(A))$ dağılımına sahiptir.

En iyi tarama penceresinin seçimi ve dolayısıyla Z alanları toplamaları uygulamaya bağlıdır [7].

Konumsal tarama istatistiği için bazı tarama pencereleri:

1) Bütün çembersel alt kümeler.

2)Olası üst limitli çember boyutu ile sabit bir alan üzerindeki herhangi birkaç odak noktasını merkez olarak kabul eden tüm çemberler.(Kuldroff ve Nagarwalla, 1994) [13]

3) Sabit çember boyutu ile sabit bir alan üzerindeki herhangi birkaç odak noktasını merkez olarak kabul eden tüm çemberler. (Turnbull et al,1989) [14]

4) Sabit boyutlu ve şekilli tüm dikdörtgenler. (Naus, 1965b) [15]

Bernoulli veya Poisson modelleri arasındaki seçim $\mu(G)$ 'ye göre toplam nokta sayısı küçük olduğunda çok önemli değildir, her iki model de birbirine yakındır. Diğer durumlarda uygulamaya bağlıdır. Örneğin; bir bitkinin iki türü inceleniyorsa Bernoulli modeli, eğer verimiz bir risk faktörüne bağlı ise Poisson modeline uygundur.

2.3 Konumsal Tarama İstatistiği için Olabilirlik Oranı Testi

Tarama penceresiyle taranan alan içinde bir kümenin varlığını belirlemek için olabilirlik oranı testi yapılır. Olabilirlik oranı testi Bernoulli ve Poisson modelleri için oldukça farklıdır. Z alanı içindeki gözlemlenen nokta sayısı n_z , toplam gözlemlenen nokta sayısı n_G olarak ifade edilsin.

2.3.1 Bernoulli Modeli İçin Olabilirlik Oranı Testi

Bernoulli modeli için olabilirlik oranı testi;

$$L(Z, p, q) = p^{n_z} (1-p)^{\mu(Z)-n_z} q^{n_G-n_z} (1-q)^{(\mu(G)-\mu(Z))-(n_G-n_z)} \quad (2.1)$$

En iyi olasılıklı kümenin alanını bulabilmek için olasılık fonksiyonunu maksimize eden $\hat{Z}$ alanını bulmak gerekir. $\hat{Z}$, Z parametresinin en çok olabilirlik tahmin edicisidir. $\hat{Z}$ tahmin edicisi iki adımda hesaplanır.

İlk adımda Z 'de koşullu olabilirlik fonksiyonunu maksimize edilir.

$$\frac{n_z}{\mu(Z)} > \frac{(n_G - n_z)}{(\mu(G) - \mu(Z))} \text{ için,}$$

$$L(Z) \stackrel{\text{def}}{=} \sup_{p>q} L(Z, p, q) = \left(\frac{n_z}{\mu(Z)} \right)^{n_z} \left(1 - \frac{n_z}{\mu(Z)} \right)^{\mu(Z)-n_z} \left(\frac{n_G - n_z}{\mu(G) - \mu(Z)} \right)^{n_G - n_z} \left(1 - \frac{n_G - n_z}{\mu(G) - \mu(Z)} \right)^{(\mu(G) - \mu(Z)) - (n_G - n_z)} \quad (2.2)$$

Diğer durumlar için,

$$L(Z) = \left(\frac{n_G}{\mu(G)} \right)^{n_G} \left(\frac{\mu(G) - n_G}{\mu(G)} \right)^{\mu(G) - n_G} \quad (2.3)$$

İkinci adımda $\hat{Z} = \{Z : L(Z) \geq L(Z') \forall Z' \in \mathcal{Z}\}$ } çözümü hesaplanır.

$$L_0 = \sup_{p=q} L(Z, p, q) = \left(\frac{n_G}{\mu(G)} \right)^{n_G} \left(\frac{\mu(G) - n_G}{\mu(G)} \right)^{\mu(G) - n_G} \quad (2.4)$$

Olabilirlik oranı λ ;

$$\lambda = \frac{\sup_{Z \in \mathcal{Z}, p>q} L(Z, p, q)}{\sup_{p=q} L(Z, p, q)} = \frac{L(\hat{Z})}{L_0} \quad (2.5)$$

Olabilirlik oranı λ test istatistiği olarak kullanılır. Genel olarak bazı alanlardaki anormal şekilde yüksek hasar sayıları için tarama istatistiği yapılırken, eşitlik 2.2'deki iki eşitsizliğin yerleri değiştirilerek anormal olarak düşük hasar sayılarının bulunduğu alanlar için de tarama istatistiği yapılabilir.

2.3.2 Poisson Modeli İçin Olabilirlik Oranı Testi

Poisson model için olabilirlik fonksiyonu Bernoulli modele göre biraz daha karmaşıktır. n_G ,toplam gözlemlenen nokta sayısının olasılığı;

$$\frac{e^{-p\mu(Z)-q(\mu(G)-\mu(Z))} [p\mu(Z) + q(\mu(G) - \mu(Z))]^{n_G}}{n_G!} \quad (2.6)$$

x konumundaki gözlemlenmiş olan kesin noktaların yoğunluk fonksiyonu;

$$f(x) = \begin{cases} \frac{p\mu(x)}{p\mu(Z) + q(\mu(G) - \mu(Z))} & x \in Z \\ \frac{q\mu(x)}{p\mu(Z) + q(\mu(G) - \mu(Z))} & x \notin Z \end{cases} \quad (2.7)$$

Poisson modeli için olabilirlik fonksiyonu;

$$\begin{aligned} L(Z, p, q) &= \frac{e^{-p\mu(Z) - q(\mu(G) - \mu(Z))} [p\mu(Z) + q(\mu(G) - \mu(Z))]^{n_G}}{n_G!} \\ &\times \prod_{x_i \in Z} \frac{p\mu(x_i)}{p\mu(Z) + q(\mu(G) - \mu(Z))} \prod_{x_i \notin Z} \frac{q\mu(x_i)}{p\mu(Z) + q(\mu(G) - \mu(Z))} \\ &= \frac{e^{-p\mu(Z) - q(\mu(G) - \mu(Z))}}{n_G!} p^{n_Z} q^{(n_G - n_Z)} \prod_{x_i} \mu(x_i) \end{aligned}$$

Poisson modeli için olabilirlik oranı;

$$L_0 = \sup_p \frac{e^{-p\mu(G)} p^{n_G}}{n_G!} \prod_{x_i} \mu(x_i) = \frac{e^{-n_G}}{n_G!} \left(\frac{n_G}{\mu(G)} \right)^{n_G} \prod_{x_i} \mu(x_i) \quad (2.8)$$

Olabilirlik fonksiyonu $p = \frac{n_Z}{\mu(Z)}$ ve $q = \frac{(n_G - n_Z)}{(\mu(G) - \mu(Z))}$ değerleri için maksimum değerini alır.

$$L(Z) = \begin{cases} \frac{e^{-n_G}}{n_G!} \left(\frac{n_Z}{\mu(Z)} \right)^{n_Z} \left(\frac{n_G - n_Z}{\mu(G) - \mu(Z)} \right)^{n_G - n_Z} \prod_{x_i} \mu(x_i) & \frac{n_Z}{\mu(Z)} > \frac{(n_G - n_Z)}{(\mu(G) - \mu(Z))} \text{ için.} \\ \frac{e^{-n_G}}{n_G!} \left(\frac{n_G}{\mu(G)} \right)^{n_G} \prod_{x_i} \mu(x_i) & \text{diğer değerler için.} \end{cases} \quad (2.9)$$

Olabilirlik oranını λ ;

$$\begin{aligned}
\lambda &= \frac{\sup_{Z \in \mathcal{Z}} L(Z)}{\frac{e^{-n_G}}{n_G!} \left(\frac{n_G}{\mu(G)} \right)^{n_G} \prod_{x_i} \lambda(x_i)} \\
&= \sup_{Z \in \mathcal{Z}} \frac{\left(\frac{n_Z}{\mu(Z)} \right)^{n_Z} \left(\frac{n_G - n_Z}{\mu(G) - \mu(Z)} \right)^{n_G - n_Z}}{\left(\frac{n_G}{\mu(G)} \right)^{n_G}} I \left(\frac{n_Z}{\mu(Z)} > \frac{n_G - n_Z}{\mu(G) - \mu(Z)} \right) \quad (2.10)
\end{aligned}$$

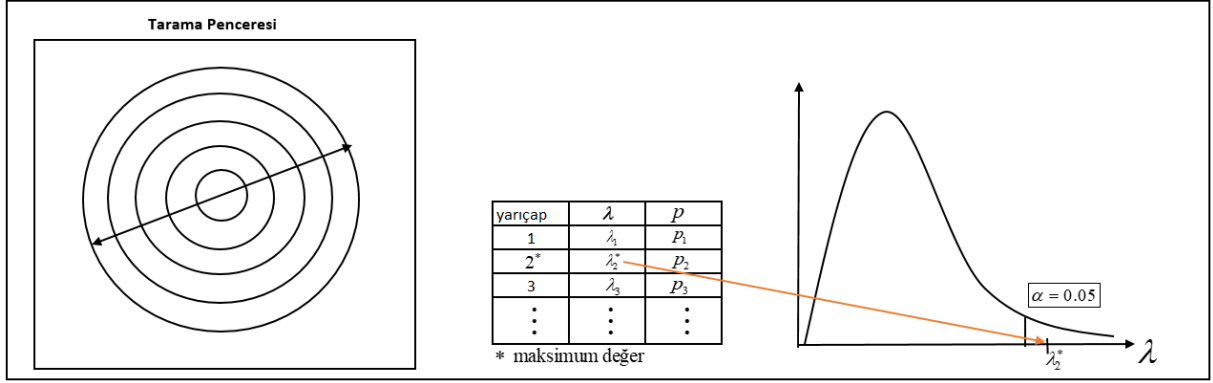
$I(\cdot)$ gösterge fonksiyonu olarak tanımlanır. En az bir Z alanının olduğu durumda $\frac{n_Z}{\mu(Z)} > \frac{(n_G - n_Z)}{(\mu(G) - \mu(Z))}$ eşitliği sağlanır.

Sıfır hipotezi reddedilerek bulunan alanların toplamı, olabilirlik oranı maksimize olacak şekilde hesaplanarak test istatistiği elde edilir. Fakat bu alanların toplamı, sonsuz olabileceğinden bu hesaplama oldukça zordur ve hesaplaması uzun sürebilir.

Sabit odak noktaları için tarama penceresinin boyutunu, her bir yeni nokta tarama penceresine dahil olacak şekilde arttırılarak işlem yapıldığında, her yeni noktanın tarama penceresine dahil olduğu durumlarda olabilirlik oranı hesabı tekrar yapılarak daha kolay bir hesaplama gerçekleştirilebilir.

Test istatistiği dağılımının kapalı analitik bir formda bulunması beklenmez [7]. Bunun yerine Monte Carlo Benzetim tekniği kullanılır. Sıfır hipotezi altında elde edilen benzetim tekniği ile üretilen veri setleri n_G toplam gözlemlenen nokta sayısı koşulu ile gösterilebilir. 9999 benzetim sayısı ile gerçek veri seti için test istatistiği değeri, en yüksek 500 test istatistiği değerinin üretilen benzetim veri setlerinden geldiği durumda test %5 düzeyinde önemlidir.

Monte Carlo Benzetim tekniği kullanılarak test istatistiğinin olabilirlik oranı ile belirlenmesi Şekil 2.1’de gösterilmiştir [16].



Şekil 2.1 MC Benzetim Tekniği kullanılarak test istatistiğinin olabilirlik oranı ile belirlenmesi

3.TOPLAM HASAR DAĞILIMI

Toplam hasar, sigorta sektöründe gerçekleşen her bir hasar sonucu meydana gelen tüm parasal kayıpların toplamını ifade eder. Toplam hasar dağılımını modellemek için bireysel risk modeli ve kolektif risk modeli olmak üzere temelde 2 yaklaşım vardır [15].

1. Bireysel Risk Modeli
2. Kolektif Risk Modeli

Toplam hasar dağılımını elde etme sürecinde kullanılan bazı gösterimler ve varsayımlar şunlardır [17]:

- Tek bir risk ölçüsü (dolu riski için hasarlı poliçeler) ve tek bir zaman periyodu (1 yıl) dikkate alınmıştır.
- Belirlenen zaman periyodu boyunca dolu riski için hasar sıklığı N kesikli rastgele değişken olarak modellenmiştir.
 $\Pr[N = k], \quad k = 0, 1, \dots$
- $X_i, \quad i \geq 1$ pozitif hasar şiddeti, sürekli bir dağılım fonksiyonundan ($F(X) \quad x \geq 0$ ve $F(0) = 0$), birbirinden bağımsız ve eş dağılımlı rastgele değişkenler olarak modellenmiştir. Hasar şiddeti dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(x)$ olarak gösterilmiştir.
- N ve X_i , hasar sıklığı ve hasar şiddeti bütün i değerleri için birbirinden bağımsızdır.
- $f(s)$, toplam hasar dağılımı için olasılık yoğunluk fonksiyonunu, $F(s)$, toplam hasar dağılımı için dağılım fonksiyonunu göstermektedir.

3.1 Bireysel Risk Modeli

Bireysel risk modelinde toplam poliçe sayısı n ile ifade edilmek üzere; her bir poliçenin hasar şiddeti birbirinden bağımsız ve aynı dağılıma sahip X raslantı değişkeni $X_i, \quad i=1,2,\dots,n$ olarak gösterilsin. Tüm poliçelerden gelen toplam hasar miktarı şu şekilde ifade edilir [15];

$$S = X_1 + X_2 + \dots + X_n \quad (3.1)$$

S , toplam hasar miktarı dağılımı için beklenen değer, poliçe sayısı ile hasar şiddeti raslantı değişkeninin beklenen değerinin çarpımına; varyans ise toplam poliçe sayısı ile hasar şiddeti raslantı değişkeninin varyansının çarpımına eşittir.

$$E(S) = nE(X) \text{ ve } Var(S) = nVar(X) \quad (3.2)$$

Bir poliçenin hasar getirme olasılığı θ , hasar getirmeme olasılığı $1 - \theta$ olacak şekilde belirtilirse; poliçe hasar getirdiği durumda, μ_Y ortalama ve σ_Y^2 varyans ile Y hasar şiddeti, pozitif ve sürekli bir raslantı değişkeni olarak gösterilebilir. θ olasılığı ile $X = Y$, $1 - \theta$ olasılığı ile $X = 0$ 'dır.

I , Y 'den bağımsız şekilde Bernoulli dağılımına sahip rastgele değişken olarak tanımlansın,

$$I = \begin{cases} 0, & 1 - \theta \text{ olasılığı ile,} \\ 1, & \theta \text{ olasılığı ile.} \end{cases} \quad (3.3)$$

O halde X , hasar şiddeti raslantı değişkeni şu şekilde ifade edilebilir:

$$X = IY \quad (3.4)$$

X , raslantı değişkeninin ortalama ve varyansı,

$$E(X) = E(I)E(Y) = \theta\mu_Y, \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} Var(X) &= Var(IY) = [E(Y)]^2 Var(I) + E(I^2)Var(Y) \\ &= \mu_Y^2 \theta(1 - \theta) + \theta\sigma_Y^2. \end{aligned} \quad (3.6)$$

3.2 Kolektif Risk Modeli

Kolektif risk modeli, bağımsız ve aynı dağılıma sahip X hasar şiddeti değişkenleri için N adet hasarın toplamı olarak tanımlanır [15]. Kolektif risk modelinde toplam hasar dağılımı, N hasar sıklığı dağılımının ve X hasar şiddeti dağılımının oluşturduğu bileşik bir dağılıma sahiptir. N , hasar sayısını ve X_i , $i = 1, 2, \dots, N$ için i . hasarın şiddetini gösterebilir. Toplam hasar miktarı şu şekilde ifade edilir:

$$S = X_1 + X_2 + \dots + X_N \quad (3.7)$$

Bileşik dağılımı oluşturan birinci dağılım, N hasar sıklığı rasgele değişkenini iken, ikinci dağılım $X_1, X_2, \dots, X_N$ aynı dağılıma sahip pozitif hasar şiddeti rasgele değişkeni X 'tir. N ve X bağımsız varsayılmıştır.

S toplam hasar dağılımının beklenen değeri ve varyansı,

$$E(S) = E(N)E(X), \quad (3.8)$$

$$\text{Var}(S) = E(N)\text{Var}(X) + \text{Var}(N)[E(X)]^2. \quad (3.9)$$

Eğer N , hasar sıklığı dağılımı $M_N(t)$ moment çıkaran fonksiyona, X , hasar şiddeti dağılımı $M_X(t)$ moment çıkaran fonksiyonuna sahipse, toplam hasar miktarı S 'nin dağılımının moment çıkaran fonksiyonu [15];

$$M_S(t) = M_N[\log M_X(t)]. \quad (3.10)$$

Eğer N , hasar sıklığı dağılımı $P_N(t)$ olasılık çıkaran fonksiyona, X , hasar şiddeti dağılımı $P_X(t)$ olasılık çıkaran fonksiyonuna sahipse, toplam hasar miktarı S 'nin dağılımının olasılık çıkaran fonksiyonu [15];

$$P_S(t) = P_N[P_X(t)]. \quad (3.11)$$

Kolektif risk modeli için bazı önemli metotlar:

1. Konvolüsyon Yöntemi
2. Panjer Özyineleme Yöntemi
3. Hızlı Fourier Dönüşümü Yöntemi
4. Normal Yaklaşım Yöntemi

3.2.1 Konvolüsyon Yöntemi

$X_1, X_2, \dots, X_n$, n adet birbirinden bağımsız, negatif olmayan kesikli rastgele değişkenlerin olasılık fonksiyonları $f_i(x)$ $x = 0, 1, \dots, m$ ve $i = 1, 2, \dots, n$ olarak tanımlanırsa n . dereceden konvolüsyonun olasılık fonksiyonu [17];

$$f^{*n}(x) = \sum_{y=0}^x f^{*(n-1)}(x-y) f_n(y) = \sum_{y=0}^x f_n(x-y) f^{*(n-1)}(y), \quad x = 0, \dots, nm. \quad (3.12)$$

$N = n$ için S 'nin koşullu dağılımı, toplam hasar miktarının dağılım fonksiyonuna ulaşmamızı sağlar.

$$F_S(s) = \Pr[S \leq s] = \sum_{n=0}^{\infty} F_{x_1 + \dots + x_n | n}(s) f_N(n) = \sum_{n=0}^{\infty} F^{*n}(s) f_N(n) \quad (3.13)$$

$$f_S(s) = \sum_{n=0}^{\infty} f_{x_1 + \dots + x_n | n}(s) f_N(n) = \sum_{n=0}^{\infty} f^{*n}(s) f_N(n) \quad (3.14)$$

S toplam hasar miktarının olasılık yoğunluk fonksiyonu, konvolüsyonların ağırlıklandırılmış toplamıdır.

3.2.2 Panjer Yineleme Yöntemi

Panjer Yineleme yöntemi, $(a, b, 0)$ sınıfına ait hasar sıklığı dağılımı için basit yineleme formülünü konvolüsyon yöntemine uygulayarak toplam hasar miktarı dağılımı S 'nin olasılık yoğunluk fonksiyonuna ulaşmaya çalışır [18].

Negatif olmayan tam sayı değerlerine sahip hasar şiddeti raslantı değişkeni X 'in olasılık yoğunluk fonksiyonu $f_X(x)$, $x = 0, 1, \dots$ şeklinde ifade edilir, bazı gerçekte a ve b sayıları için n adet hasarın gerçekleşme olasılığı q_n , yineleme yöntemi ile şu şekilde gösterilir [19];

$$q_n = \left(a + \frac{b}{n} \right) q_{n-1}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (3.15)$$

Toplam hasar miktarı dağılımı S 'nin olasılık yoğunluk fonksiyonunun yineleme yöntemi ile gösterimi:

$$f_S(0) = \begin{cases} \Pr[N = 0] & \text{eğer } f_X(0) = 0; \\ P_S(0) & \text{eğer } f_X(0) > 0; \end{cases}$$

$$f_S(s) = \frac{1}{1 - af_X(0)} \sum_{j=1}^s \left(a + \frac{bj}{s} \right) f_X(j) f_S(s-j), \quad s = 1, 2, \dots \quad (3.16)$$

3.2.3 Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT)

Hızlı Fourier Dönüşümü, karakteristik fonksiyonun tersini kullanarak toplam hasar dağılımını hesaplayan etkili bir yöntemdir [17]. Bu metot sinyal işleme alanında oldukça yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Hızlı Fourier Dönüşümü, Kesikli Fourier Dönüşümü'ne bağlı olarak kesikli hasar şiddeti ile çalışır.

Hasar sıklığı dağılımı N , $P_N(t)$ olasılık çıkaran fonksiyonuna ve hasar şiddeti dağılımı X , $\varphi_X(t)$ karakteristik fonksiyonuna sahip olsun. Buna göre S toplam hasar dağılımı karakteristik fonksiyonu;

$$\varphi_S(t) = P_N[\varphi_X(t)]. \quad (3.17)$$

“Karakteristik fonksiyon her zaman vardır ve tektir.” [20]

3.2.3.1 Fourier Dönüşümü

Herhangi bir sürekli $f(x)$ fonksiyonu için Fourier dönüşümü;

$$\tilde{f}(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{izx} dx. \quad (3.18)$$

Orijinal $f(x)$ fonksiyonu, Fourier dönüşümünden elde edilebilir.

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{f}(z)e^{-izx} dz. \quad (3.19)$$

3.2.3.2 Euler Formülü

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

$f(x)$, olasılık yoğunluk fonksiyonu olarak ifade edildiğinde $\tilde{f}(z)$, x 'in karakteristik fonksiyonudur. Toplam hasar dağılımı için hesaplamalarda $f(x)$, hasar şiddeti dağılımı için reel değerler, $\tilde{f}(z)$ ise kompleks değerlerdir [21].

3.2.3.3 Kesikli Fourier Dönüşümü (DFT)

$f_0, f_1, \dots, f_{M-1}$ dizisi için Kesikli Fourier Dönüşümü,

$$\tilde{f}_k = \sum_{m=0}^{M-1} f_m \exp\left(\frac{2\pi i}{M} mk\right), \quad k = 0, 1, \dots, M-1 \quad (3.20)$$

$$\frac{2\pi i mk}{M} = b_k \text{ dersek;}$$

$$\tilde{f}_k = f_0 e^{b_0 i} + f_1 e^{b_1 i} + \dots + f_{M-1} e^{b_{M-1} i}$$

Kesikli Fourier Dönüşümü $e^{\frac{2\pi i mk}{M}}$ simetri özelliğini kullanır [22].

$$W_M^{mk} = e^{\frac{2\pi i mk}{M}} \text{ olarak ifade edilirse } M = m \text{ için } W_M^{kM} = e^{2\pi i k} = 1.$$

$$\tilde{f}_k = \sum_{m=0}^{M-1} f_m W_M^{mk}, \quad k = 0, 1, \dots, M-1 \quad (3.21)$$

Karmaşık sayı eşlenik simetri özelliğine göre [21];

$$W_M^{k(M-m)} = W_M^{-km} = (W_M^{km})^*$$

m ile k arasındaki periyodiklik göz önüne alınırsa;

$$W_M^{km} = W_M^{k(M+m)} = W_M^{(k+M)m}$$

Bu eşitlik matris formatında yazılırsa;

$$\begin{pmatrix} \tilde{f}_0 \\ \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \\ \tilde{f}_3 \\ \vdots \\ \tilde{f}_{M-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & W_M & W_M^2 & W_M^3 & \dots & W_M^{M-1} \\ 1 & W_M^2 & W_M^4 & W_M^6 & \dots & W_M^{M-2} \\ 1 & W_M^3 & W_M^6 & W_M^9 & \dots & W_M^{M-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & W_M^{M-1} & W_M^{M-2} & W_M^{M-1} & \dots & W_M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_0 \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \vdots \\ f_{M-1} \end{pmatrix}$$

Orijinal f_k dizisi, $\tilde{f}_k$ dizisine ters dönüşüm yöntemi uygulanarak hesaplanır.

$$f_k = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \tilde{f}_m \exp\left(-\frac{2\pi i}{M} mk\right), \quad k = 0, 1, \dots, M-1 \quad (3.22)$$

M , f_k dizisi için noktaları ifade etmek üzere, $\tilde{f}_m$ Kesikli Fourier Dönüşümü'nde M noktalarının hesaplanması için gerekli işlem sayısı M^2 'nin mertebesi kadardır. $O(M^2)$. Eğer M , 2'nin kuvveti ise bu dönüşüm, Hızlı Fourier Dönüşümü ile daha etkin bir şekilde hesaplanabilir. Hızlı Fourier Dönüşümü için gerekli işlem sayısı ise $O(\log_2 M)$ 'dir. Kesikli Fourier Dönüşümü için noktaların uzunluğu M , çift noktaların DFT ($\tilde{f}_k^c$) ve tek noktaların DFT ($\tilde{f}_k^t$) toplamı olarak ifade edilirse;

$$\tilde{f}_k = \sum_{m=0}^{M/2-1} f_{2m} W_M^{2mk} + \sum_{m=0}^{M/2-1} f_{2m+1} W_M^{(2m+1)k} \quad (3.23)$$

$$W_M^{2mk} = e^{\frac{2\pi i}{M}(2mk)} = e^{\frac{2\pi i}{M/2}(mk)} = W_{M/2}^{mk}$$

$$\tilde{f}_k = \sum_{m=0}^{M/2-1} f_{2m} W_{M/2}^{mk} + W_M^m \sum_{m=0}^{M/2-1} f_{2m+1} W_{M/2}^{mk}$$

$$\tilde{f}_k = \tilde{f}_k^c + W_M^m \tilde{f}_k^t$$

$$\tilde{f}_k^c = \sum_{m=0}^{M/2-1} f_{2m} \exp\left(\frac{2\pi i}{M} mk\right)$$

$$\tilde{f}_k^t = \sum_{m=0}^{M/2-1} f_{2m+1} \exp\left(\frac{2\pi i}{M} mk\right)$$

$$\tilde{f}_k = \tilde{f}_k^c + \exp\left(\frac{2\pi i}{M} k\right) \tilde{f}_k^t \quad (3.24)$$

Bu eşitlik art arda devam ettirilebilir. Hızlı Fourier Dönüşümü algoritması $M = 2^r$ vektör uzunluğunda varsayılırsa r işlem sonunda $(M/2^1, M/2^2, \dots, M/2^r)$ Kesikli Fourier Dönüşümü 2 noktalı bir dönüşüme indirgenir.

$$\begin{aligned}
\tilde{f}(0) &= \tilde{f}^c(0) + W_M^0 \tilde{f}^t(0) \\
\tilde{f}(1) &= \tilde{f}^c(1) + W_M^1 \tilde{f}^t(1) \\
\tilde{f}(2) &= \tilde{f}^c(2) + W_M^2 \tilde{f}^t(2) \\
&\vdots \\
\tilde{f}\left(\frac{M}{2}-1\right) &= \tilde{f}^c\left(\frac{M}{2}-1\right) + W_M^{\frac{M}{2}-1} \tilde{f}^t\left(\frac{M}{2}-1\right) \\
\tilde{f}\left(\frac{M}{2}\right) &= \tilde{f}^c(0) + W_M^{\frac{M}{2}} \tilde{f}^t(0) = \tilde{f}^c(0) + W_M^0 \tilde{f}^t(0) \\
\tilde{f}\left(\frac{M}{2}+1\right) &= \tilde{f}^c(1) + W_M^{\frac{M}{2}+1} \tilde{f}^t(1) = \tilde{f}^c(1) + W_M^1 \tilde{f}^t(1) \\
&\vdots \\
\tilde{f}(M-1) &= \tilde{f}^c\left(\frac{M}{2}-1\right) + W_M^{M-1} \tilde{f}^t\left(\frac{M}{2}-1\right) = \tilde{f}^c\left(\frac{M}{2}-1\right) + W_M^{\frac{M}{2}} \tilde{f}^t\left(\frac{M}{2}-1\right)
\end{aligned}$$

3.2.4 Normal Dağılım Yaklaşımı Yöntemi

Kolektif risk modelinde toplam hasar miktarı dağılımı için ortalama hasar sayısı fazlaysa, normal yaklaşımın uygulanabileceği söylenebilir. Eşitlik 3.8 ve 3.9’da gösterilen toplam hasar miktarı dağılımının ortalama ve varyans değerleri kullanılarak toplam hasar miktarının dağılım fonksiyonunun Normal Yaklaşım yöntemi ile gösterimi şu şekildedir [17];

$$\Pr(S \leq s) = \Pr\left(\frac{S - E(S)}{\sqrt{\text{Var}(S)}} \leq \frac{s - E(S)}{\sqrt{\text{Var}(S)}}\right) \approx \Phi\left(\frac{s - E(S)}{\sqrt{\text{Var}(S)}}\right) \quad (3.25)$$

Diğer bir ifade ile toplam hasar miktarının dağılım fonksiyonu, ortalaması $E(S)$, standart sapması $\sqrt{\text{Var}(S)}$ ile Normal dağılıma uyduğu kabul edilir.

$$F_S(s) \approx N(E(S), \sqrt{\text{Var}(X)}) \quad (3.26)$$

3.2.5 Monte Carlo Benzetim Yöntemi

Çok yaygın ve kolay uygulanabilirliği sayesinde toplam hasar dağılımını belirlemede en fazla kullanılan yöntemdir [18]. Monte Carlo Benzetim yöntemi algoritması şu şekildedir:

1. $k=1, \dots, K$ benzetim sayısı için,

- a) Belirlenen hasar sıklığı dağılımı kullanılarak her bir benzetim için N hasar sayısı elde edilir.
 - b) Elde edilen N hasar sayısı için belirlenen hasar şiddeti dağılımı kullanılarak birbirinden bağımsız $X_1, \dots, X_N$ hasar miktarlarının benzetimi yapılır.
 - c) $Z_k = \sum_{i=1}^N X_i$, her bir benzetim için hasar miktarlarının toplamı hesaplanır.
2. $Z_1, \dots, Z_K$ benzetim değerleri ile toplam hasar dağılımının ortalama, standart sapma ve yüzdelik değerleri hesaplanır.

3.3 Risk Altındaki Değer (VaR)

Finansal türev ürünlerinin gelişmesiyle kullanımı yaygınlaşan, risk altındaki değer veya riske maruz değer kavramı belirli bir güven aralığında veya belirli bir olasılıkla belirtilen süre zarfı içerisinde ilgilenilen portföyde meydana gelebilecek finansal kaybı ölçmek için kullanılır [23].

Analitik olarak risk altındaki değer, toplam hasar miktarının dağılım fonksiyonunun tersi olarak da tanımlanabilir [17]. α güven düzeyinde portföyün risk altındaki değeri;

$$\text{VaR}_\alpha[S] = F^{-1}(\alpha) = \inf\{z \in \mathbb{R} : \Pr[S > z] \leq 1 - \alpha\}. \quad (3.27)$$

3.4 Aritmetik Dağılım Elde Etme

Hasar şiddeti, sigorta tazminat talebinin parasal karşılığını işaret eder. Hasar sıklığı rasgele değişkeni pozitif bir tam sayı iken hasar şiddeti genellikle pozitif ve sürekli bir rasgele değişken olarak modellenir. Hasarın tanımına bağlı olarak karma dağılım olarak da modellenebilir [15].

Kesikli hale getirme (discretization) işlemi sürekli, karma ve parametrik olmayan kesikli dağılımlar için uygulanabilir.

3.4.1 Yuvarlama Metodu

h kesik aralığı, f_j $j = 0, 1, 2, \dots$ değerleri için jh noktasındaki olasılık fonksiyonu f_j ,

$$f_0 = \Pr\left(X < \frac{h}{2}\right) = F_X\left(\frac{h}{2} - 0\right),$$

$$f_j = \Pr\left(jh - \frac{h}{2} \leq X < jh + \frac{h}{2}\right) = F_X\left(jh + \frac{h}{2} - 0\right) - F_X\left(jh - \frac{h}{2} - 0\right), \quad j = 1, 2, \dots \quad (3.28)$$

Bu metot olasılığı $(j+1)h$ ile jh arasında böler ve $j+1$ ile j değerlerine atar.

Aritmetik dağılım elde etmek için kullanılan diğer bir yöntem ise yerel moment eşleştirme metodudur.

3.4.2 Yerel Moment Eşleştirme Metodu

Bu metot ile aritmetik ve gerçek hasar şiddetinin dağılımının p momentleri ile eşleşen aritmetik bir dağılım oluşturulur. $[x_k, x_k + ph)$ ile ifade edilen rastgele seçilmiş ph uzunluğunda bir aralık düşünülürse, $x_k, x_k + h, \dots, x_k + ph$ noktalarına $m_0^k, m_1^k, \dots, m_p^k$ kütle noktaları yerleştirilirse ilk p moment korunmuş olur.

$$\sum_{j=0}^p (x_k + jh)^r m_j^k = \int_{x_k-0}^{x_k+ph-0} x^r dF_X(x), \quad r = 0, 1, 2, \dots, p \quad (3.29)$$

4.UYGULAMA

4.1 Giriş

Bu bölümde Tarım Sigortaları Havuzu'ndan (TARSİM) alınan bitkisel ürün sigortaları verisi kullanılmıştır. TARSİM “Tarım Sigortaları Kanunu ile amaçlanan tarım sigortalarının tanıtılması ve yaygınlaştırılmasının sağlanması ile üreticilerin doğal afetlerden ve diğer oluşabilecek risklerden korunması amacıyla yönelik gerekli uygulamaları hatasız ve hızlı bir şekilde yürütmek” üzerine kurulan bir kuruluştur [24]. Bu kapsamda bitkisel ürün sigortası, ilçe bazlı kuraklık verim sigortası, sera sigortası, büyükbaş hayvan hayat sigortası, küçükbaş hayvan hayat sigortası, kümes hayvanları hayat sigortası, su ürünleri hayat sigortası ve arıcılık sigortası ile Türkiye’de tarım ve hayvancılık alanlarında gerek doğal afet gerek diğer etkenlerle oluşabilecek maddi zararları devlet destekli havuz sistemi ile karşılar. Bu sigorta türlerinin tamamı isteğe bağlıdır.

Bitkisel ürün sigortası kapsamı, tüm bitkisel ürünler için veya isteğe bağlı ek teminatlar olarak iki farklı teminattan oluşur. İsteğe bağlı ek teminatlar tek başına alınamazlar.

4.2 Verinin İncelenmesi

Veride 2008-2017 yılları arasında il, ilçe ve numara ile kodlanmış farklı her bir köy için yıllık poliçe sayısından, dolu hasarı getiren poliçe sayısından, dolu paket sigorta bedelinden, dolu sigortası için toplanan primlerden, dolu ödenen ve muallak hasar tutarlarından yararlanılmıştır. Poliçe sayısı; o köy için belirli yıl içinde dolu riskine karşı düzenlenen toplam poliçe sayısını göstermektedir. Dolu hasarı getiren poliçe sayısı; toplam poliçe sayısı içinde kaç adet poliçenin dolu hasarı getirdiğini göstermektedir. Dolu ödenen ve muallak hasar tutarı; dolu hasarı sonucu ödenen tazminat tutarını ve muallak hasar tutarı toplamını göstermektedir.

5363 sayılı Tarım Sigortaları Kanunu’na istinaden Çizelge 4.1’de bitkisel ürünlerde dolu paket riskleri muafiyet ve müşterek sigorta oranları verilmektedir. Dolu teminatına sigorta bedeli üzerinden uygulanan muafiyet oranı %10’dur.

Teminatlar	Ürünler	Sigorta Bedeli Üzerinden Muafiyet Oranı (%)	Sigortalının Üzerinde Kalan Müşterek Sigorta Oranı (%) Standart
Dolu	Tüm Ürünler, Dolu Ağı ve Örtü Sistemi, Destek (Telli Terbiye) Sistemleri, Salamuralık Asma Yapağı, Sap Unsuru	10	0
Dolu Ağırlığı	Tüm Ürünler, Dolu Ağı ve Örtü Sistemi, Destek (Telli Terbiye) Sistemleri	10	0
Dolu Kalite Kaybı	Yaş Meyve, Sebze ve Kesme Çiçekler, Tütün, Kuşkonmaz	10	0
Fırtına	Tüm Ürünler, Dolu Ağı ve Örtü Sistemi, Destek (Telli Terbiye) Sistemleri, Salamuralık Asma Yapağı, Sap Unsuru	10	10
Sel ve Su Baskını			
Hortum			
Heyelen	Tüm Ürünler, Dolu Ağı ve Örtü Sistemi, Destek (Telli Terbiye) Sistemleri,	0	10
Yangın	Salamuralık Asma Yapağı, Sap Unsuru	0	20
Deprem		0	10
Yaban Domuzu	Tarla Ürünleri, Sebeler, Çilek, Fidanlar, Sap Unsuru	0	30
Yağmur	Kiraz	10	30
Taşıt Çarpması	Dolu Ağı ve Örtü Sistemi, Destek (Telli Terbiye) Sistemleri	10	10

Çizelge 4.1 Bitkisel ürünlerde dolu paket riskleri muafiyet ve müşterek sigorta oranları

Gerçek tazminat tutarının belirlenmesi için verideki dolu ödenen ve muallak hasar tutarları muafiyet oranından arındırılmıştır.

Bitkisel ürün sigortaları verisinin kaydı her bir ürün için köylere verilen bir kod ile enlem, boylam ve rakım bilgileri girilerek yapılmıştır. Veride bulunan ürünler arpa, buğday, elma, fındık, kayısı, kiraz, mısır, pamuk, portakal ve üzüm olmak üzere 10 çeşittir.

Veriye göre toplam 34667 farklı köy kodu bulunmaktadır.

4.3 Dolu Hasar Haritası için Kümeleme Çalışması

Türkiye dolu hasar haritası oluşturulurken 2008-2016 yılları arası köy bazlı ürün ve yılların toplamı alınarak veri seti oluşturulmuştur. Elde edilen veri setine göre 34667 farklı köy kod için

enlem ve boylama göre konumsal tarama metotlarından Poisson modeli SaTScan programı kullanılarak uygulanmıştır.

SaTScan programı için veri özeti Şekil 4.1’de gösterilmiştir.

SUMMARY OF DATA

Study period.....: 2000/1/1 to 2000/12/31
Number of locations.....: 34667
Population, averaged over time.....: 5315606
Total number of cases.....: 381440

Şekil 4.2 SatScan veri özeti

Buna göre, *study period*; bir yıl olacak şekilde zamansal taramanın ihmal edildiğini göstermektedir. *Number of locations*; veride konumsal tarama uygulanacak farklı 34667 köy kod olduğunu göstermektedir. *Population, averaged over time*; bu köy kodları için toplam 5315606 adet dolu poliçesinin olduğunu göstermektedir. *Total number of cases*; toplam hasarlı dolu poliçe sayısını göstermektedir. SaTScan programı diğer benzer programlardan farklı olarak sadece yüksek riskli kümeleri değil düşük riskli kümeleri de tespit etmektedir. Bir kümenin yüksek veya düşük riskli olması bağıl risk (relative risk) ile belirlenmiştir.

4.3.1 Bağıl Risk (Relative Risk)

Bağıl risk, bir küme içindeki hasar durumu ile küme dışındaki hasar durumunu karşılaştırarak kümenin düşük veya yüksek riskli olduğunu belirler.

$$RR = \frac{c / E[c]}{(C - c) / (E[C] - E[c])} = \frac{c / E[c]}{(C - c) / (C - E[c])} \quad (4.1)$$

c ; gözlemlenen hasarlı dolu poliçe sayısını

C ; toplam hasarlı dolu poliçe sayısını

$E[c]$; gözlemlenen hasarlı dolu poliçe sayısının beklenen değerini

$E[C]$; toplam hasarlı dolu poliçe sayısının beklenen değerini, $E[C] = C$ ifade etmektedir.

SaTScan programında belirlemek istediğimiz kümeler için bazı kıstaslar koyulabilmektedir. Bu kıstaslar; kümenin yarıçapı olarak bahsedebileceğimiz maksimum uzunluk koşulu ile küme belirleme aşamasında olabilirlik oranı testi için tarama penceresi içindeki maksimum riske maruz popülasyon koşuludur.

Uygulamada tarama penceresinin yarıçapı maksimum 100 km, olabilirlik oranı testi hesaplaması için küme büyüklüğü, popülasyonun maksimum %50'si olacak şekilde hesaplama yapılmıştır. Bunun sonucunda küme belirlemede 1. küme için program çıktısı Şekil 4.2'de gösterilmiştir.

CLUSTERS DETECTED

```
1.Location IDs included.: 39421, 39412, 39335, 39407, 39406, 39410, 39408, 39422, .....|
Overlap with clusters.: No Overlap
Coordinates / radius.: (37.707334 N, 30.838377 E) / 36.68 km
Gini Cluster.....: Yes
Population.....: 47900
Number of cases.....: 22509
Expected cases.....: 3437.23
Annual cases / 100000.: 46894.4
Observed / expected...: 6.55
Relative risk.....: 6.90
Log likelihood ratio..: 23717.662481
P-value.....: < 0.000000000000000001
```

Şekil 4.2 SaTScan belirlenmiş küme çıktısı

1.küme için;

Location IDs included; kümeyi oluşturan köylerin kodlarını, *Overlap with*; kümenin herhangi başka bir küme ile kesişmediği bilgisini verdiği, *Coordinates/ Radius*; çembersel kümenin çapının 36.68 km, ve enlem boylam olarak 37.707334 kuzey, 30.838377 doğu koordinatları arasında olduğu, *Population*; küme içinde bulunan dolu poliçe sayısının 47900 adet olduğu, *Number of cases*; küme içindeki toplam dolu hasarlı poliçe sayısının 22509 adet olduğu, *Expected cases*; küme için beklenen hasarlı poliçe sayısının 3437.23 olduğu söylenebilir.

Gözlemlenen dolu hasarlı poliçe sayısının beklenen dolu hasarlı poliçe sayısına oranı yaklaşık 6.55'tir. Bu değer küme içindeki hasar durumu ile sıfır hipotezinin geçerli olması koşulu altındaki hasar durumunu karşılaştırmaktadır. Bağlı risk değerinin ise 6.90 olduğu

görülmektedir. Logaritmik değeri alınmış olabilirlik oranının 23717.662481, p değerinin ise oldukça küçük olduğu hesaplanmıştır.

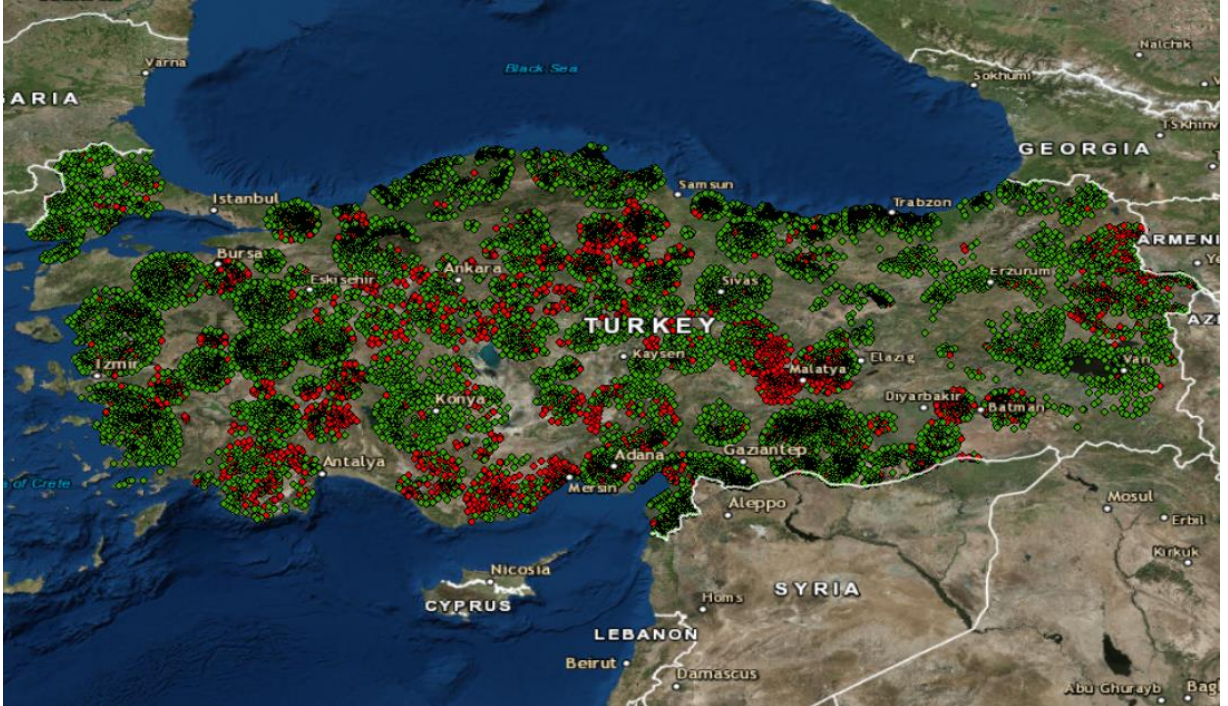
Küme büyüklüğü küçük olan kümeler için bağıl risk değeri ile gözlemlenen ve beklenen hasarlı poliçelerin oranı birbirine yakındır.

SaTScan programında düşük veya yüksek riskli bir kümenin belirlenmesi için olabilirlik oranı test istatistiği dağılımının belirli bir formu olmadığı için istatistiksel anlamlılık Monte Carlo Benzetimi ile belirlenmiştir.

Bu şekilde hesaplamalar sonucunda toplam 208 adet kümenin tespit edildiği ve toplam 34667 farklı köy kodundan 22602 tanesinin herhangi bir kümeye ait olduğu belirlenmiştir.

Bir kümenin bağıl risk değerinin 1'e eşit veya 1'den büyük olması o kümenin yüksek riskli, bağıl risk değerinin 1'den küçük olması ise o kümenin düşük riskli olduğunu göstermektedir.

SaTScan programı sonuçlarının ArcGIS 9.3 programında haritalandırılması sonucu oluşturulan dolu hasarı için Türkiye haritası Şekil 4.3'te gösterilmiştir.



Şekil 4.3 Türkiye dolu hasar haritası

2008-2016 yılları arası köy bazlı ürün ve yılların toplamı alınarak oluşturulan veri setine uygulanan konumsal tarama istatistiği kümeleme metodu sonucu her bir kümeyi oluşturan köyler belirlenmiştir. Belirlenen bu köylere karşılık gelen 2017 yılına ait buğday ürünü verisi içindeki köyler eşleştirilerek, buğday ürünü için her bir köyün dahil olduğu küme belirlenmiştir.

Buna göre 18224 adet farklı köy için buğday ürünü dolu poliçesi bulunmaktadır. Bu köylerin 11541 adedi dolu hasarı için belirlenen kümelerin herhangi birine dahildir. Geriye kalan 6683 adet, herhangi bir kümeye dahil olmayan köylerin ataması, en yakın kümeye dahil olan köyün komşuluğu kullanılarak var olan kümelere yapılmıştır. Bu atama, kümelenmeyen köyler ile kümelenen köyler için uzaklık matrisi oluşturularak R3.4.2 programı “geosphere” paketi ile yapılmıştır. İlk sütun kümelenen köyleri, ilk satır ise kümelenmeyen köyleri gösterirken kesişim hücreleri iki köy arası mesafeyi metre cinsinden ifade etmektedir. Uzaklık matrisinin özet tablosu Çizelge 4.2’de gösterilmiştir.

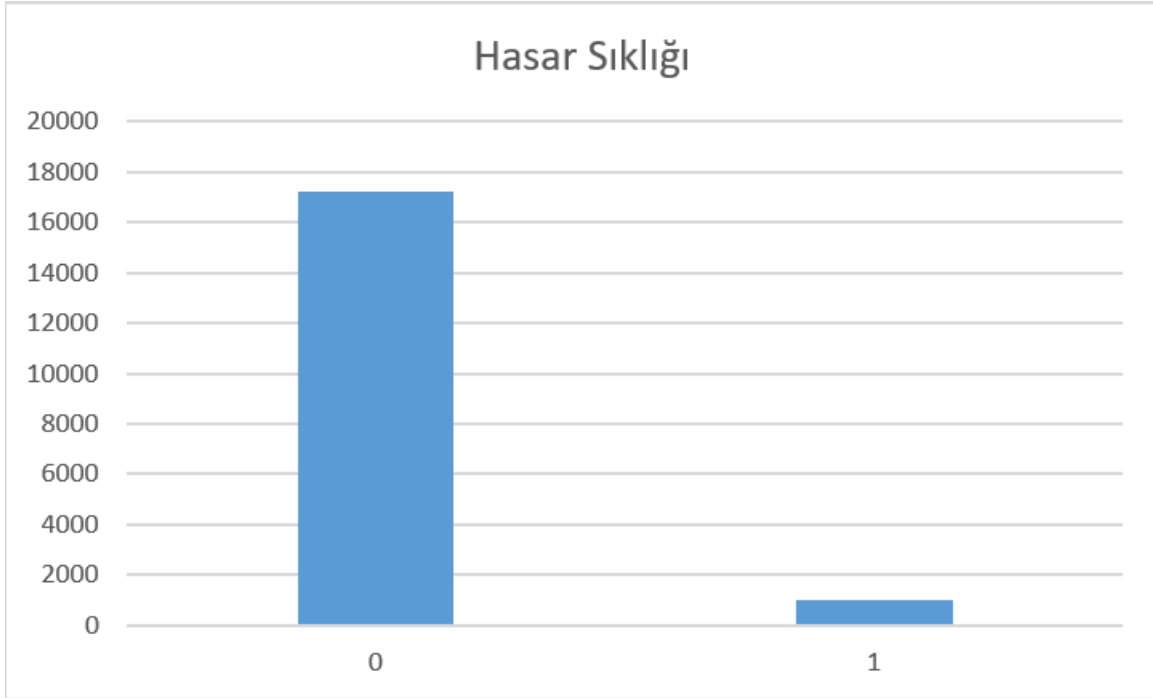
	53046	90368	90369	90370	90371	90417	93079	93079	• • •
222	335167	335155	332846	333976	333144	340066	339411	330316	• • •
234	330046	330613	328248	329417	328607	335418	334915	325712	• • •
235	326958	327425	325065	326231	325419	332240	331724	322529	• • •
238	337722	337225	334961	336058	335210	342221	341443	332437	• • •
247	332975	332771	330476	331595	330758	337709	337015	327948	• • •
255	337961	341410	338810	340148	339428	345751	345897	336249	• • •
263	334427	337675	335087	336416	335691	342041	342152	332527	• • •
266	339101	341565	339049	340327	339574	346074	345986	336496	• • •
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

Çizelge 4.2 Uzaklık matrisi özet tablosu

Ek 1. Türkiye Dolu Riski Kümeleme Çalışması Sonuç Tablosu’na göre buğday ürünü için küme ataması işlemi sonucunda köy kodlarının toplam 196 küme içinde konumlandığı belirlenmiştir. 10. , 14. , 16. , 19. , 40. , 58. , 68. , 85. , 98. , 114. , 175. ve 191. kümelerde herhangi bir köy kodunun olmadığı saptanmıştır.

4.4 Hasar Sıklığı ve Hasar Şiddeti Dağılımlarının Hesaplanması

Her bir köy poliçe olarak ele alınarak hasar şiddeti ve hasar sıklığı rasgele değişkenleri için hesaplama yapılmıştır. 2017 yılı buğday ürünü verisine göre 18224 köy arasından 17234 tanesinde hasar gerçekleşmemiş 990 tanesinde ise gerçekleşmiştir. Tazminat ödemesi olmayan köyler toplam portföyün 0,945676'sını oluştururken, tazminat ödemesi gerçekleşen köylerin toplamı, toplam portföyün 0,054324'ünü oluşturmaktadır. Buğday ürünü hasar sıklığı grafiği Şekil 4.4 'te gösterilmiştir.



Şekil 4.4 Buğday ürünü hasar sıklığı grafiği

Hasar sıklığı rastgele değişkeni için kesikli dağılımlardan Binom, Poisson ve Geometrik dağılımlar arasından en uygun olanını seçmek için Kolmogorov-Smirnov test istatistiğinden yararlanılmıştır. Dağılımların Kolmogorov-Smirnov test istatistiği değerleri ve tahmin edilen parametre değerleri Çizelge 4.3'te gösterilmiştir.

Two-sample Kolmogorov-Smirnov test		
binom	D = 0.0015364	p-value = 1
poisson	D = 0.0032924	p-value = 1
geometrik	D = 0.89042	p-value < 2.2e-16

Çizelge 4.3 Hassar sıklığı dağılımları için Kolmogorov Smirnov test istatistiği sonuçları

H_0 : Gözlenen ile belirlenen dağılımdan üretilen beklenen sıklıklar arasında fark yoktur

H_s : Gözlenen ile belirlenen dağılımdan üretilen beklenen sıklıklar arasındaki fark önemlidir

Binom ve Poisson dağılımları için D test istatistiği değerleri p kritik değerlerinden küçük olduğu için %95 güven düzeyinde sıfır hipotezi kabul edilir [25]. Gözlenen sıklıklar ile Binom veya Poisson dağılımlarından üretilen beklenen sıklıklar arasında fark olmadığını %95 güven düzeyinde söylenebilir.

Hasar sıklığı rastgele değişkeni için daha küçük D test istatistiği değerine sahip Binom dağılımının en uygun birinci dağılım olduğu, Poisson dağılımının ise en uygun ikinci dağılım olduğu kabul edilebilir.

Belirlenen dağılımlar için en çok olabilirlik tahmin edicisine göre belirlenen parametreler Çizelge 4.4'te gösterilmiştir.

Binom	$p = 0.05432397$
Poisson	$\lambda = 0.05432397$

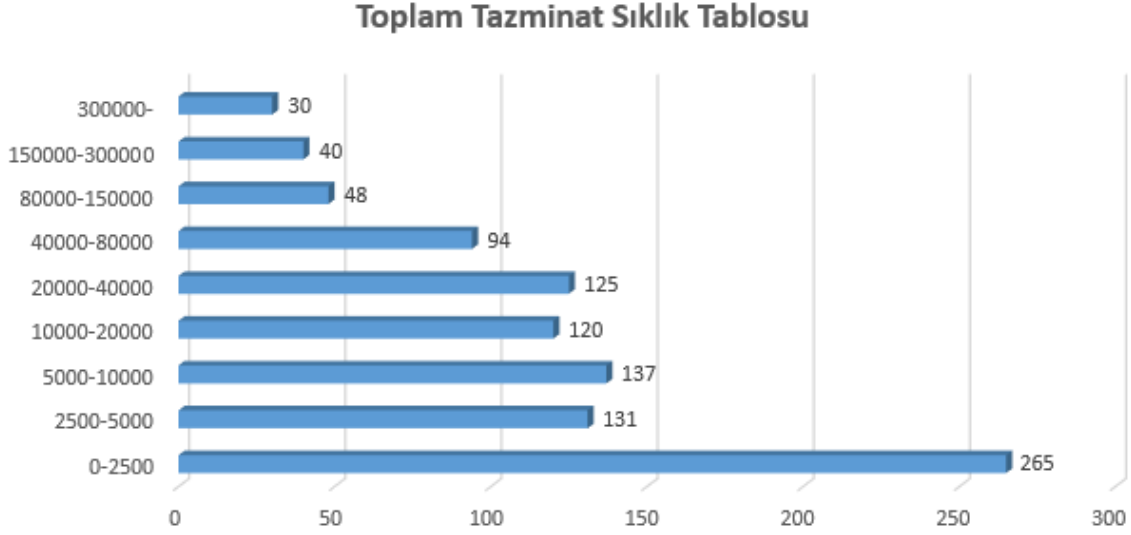
Çizelge 4.4 Hasar sıklığı dağılımları parametre tahminleri

Hasar sıklığı raslantı değişkeninin 0.05432397 olasılık parametresi ile Binom dağılımına, 0.05432397 lambda parametresi ile Poisson dağılımına uygun olduğu kabul edilebilir.

Binom dağılımı, n deneme sayısının büyük, p olayın gerçekleşme olasılığının (q hasarın gerçekleşme olasılığı) küçük olduğu durumda λ ortalama ile Poisson dağılımına yakınsar. (on the distribution of sums of independent random).

$$\lambda = np \text{ için, } \lim_{n \rightarrow \infty} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}.$$

Hasar şiddeti dağılımı için dolu hasarı ödenen tazminat miktarı - sıklık grafiği Şekil 4.5'te verilmiştir.

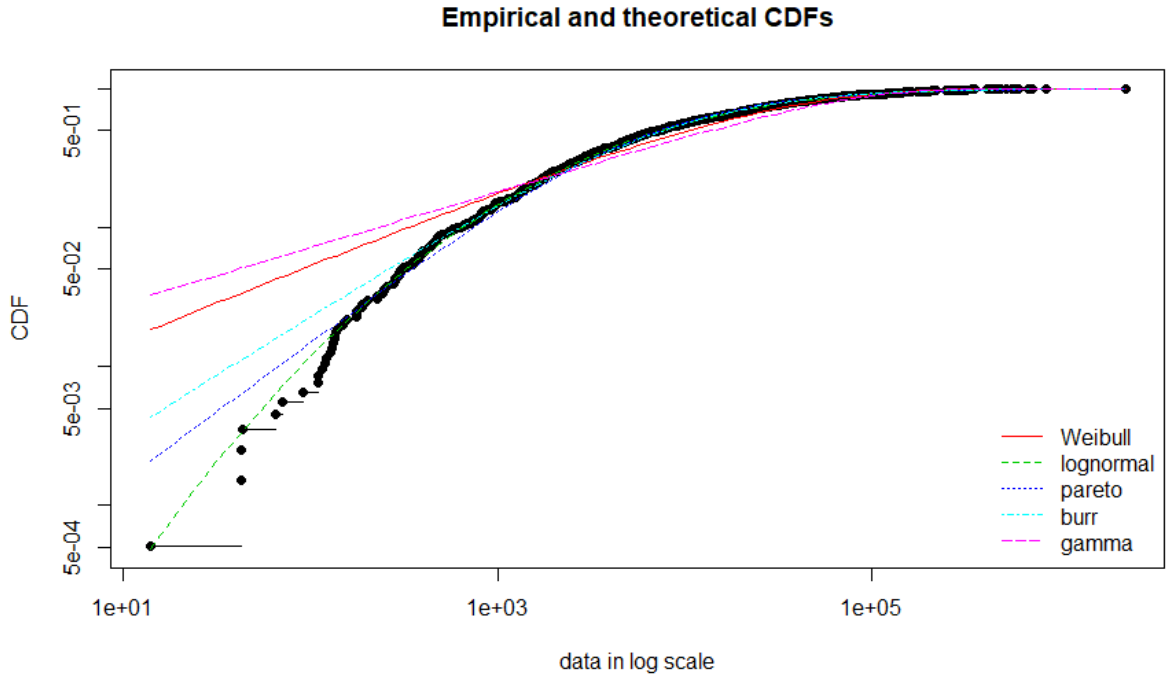


Şekil 4.5 Dolu hasarı ödenen tazminat miktarı-sıklık grafiği

Dolu hasarı için en düşük 0-2500 TL arası ödenen tazminat miktarı toplam 265 köyde, en yüksek 300000 TL'den fazla ödenen tazminat miktarı toplam 30 adet köyde görülmektedir.

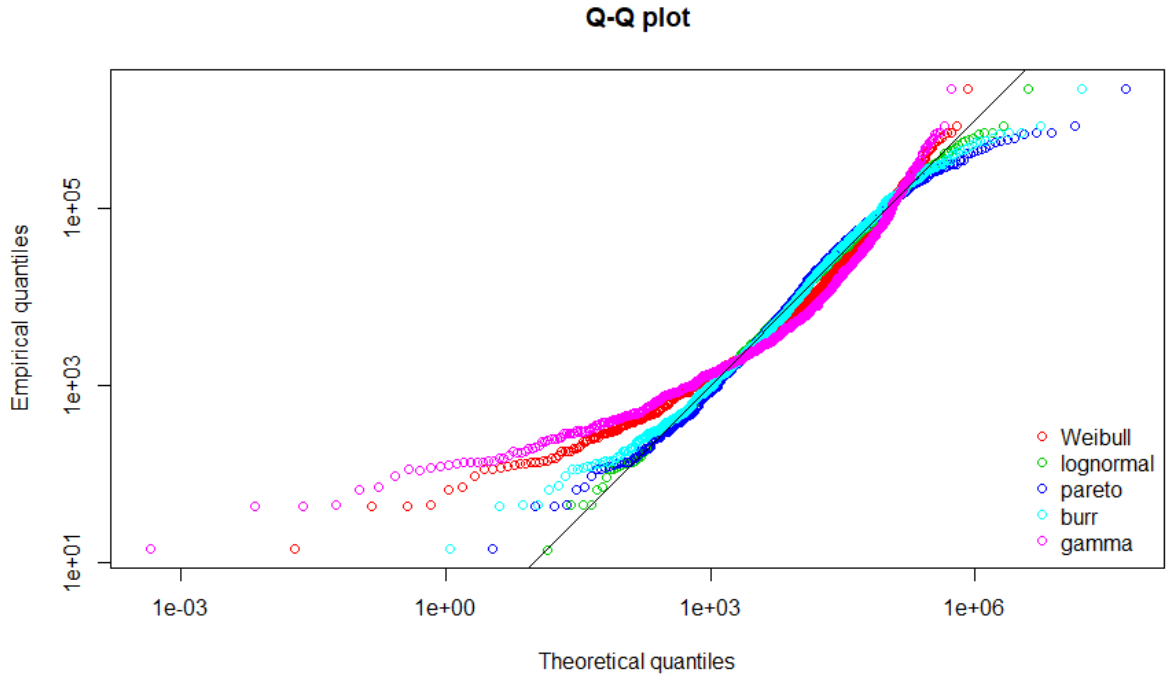
Dolu hasarı için ödenen en düşük tazminat miktarı 14, en yüksek tazminat miktarı 2243935 ve tüm tazminat miktarları büyüklük olarak sıralandığında %25'lik dilime karşılık gelen değer 1980, %50'lik dilime (ortanca) karşılık gelen değer 7313, %75'lik dilime karşılık gelen değer ise 29120'dir. Ayrıca ortalama tazminat miktarı 38688 olarak hesaplanmıştır.

Hasar şiddeti dağılımını elde etmek için R3.4.2 yazılımı “fitdistr” ve “stats” paketlerinden yararlanılmıştır. Dolu hasarı için ödenen tazminat miktarlarının aralığının geniş olması ve düşük sıklıkla gerçekleşebilecek yüksek şiddetli hasarların tespiti için kalın kuyruklu dağılımlardan Weibull, Log-normal, Pareto, Burr ve Gamma dağılımları arasından en uygun dağılımı seçmek için belirli grafiklere ve test istatistiklerine bakılmıştır.



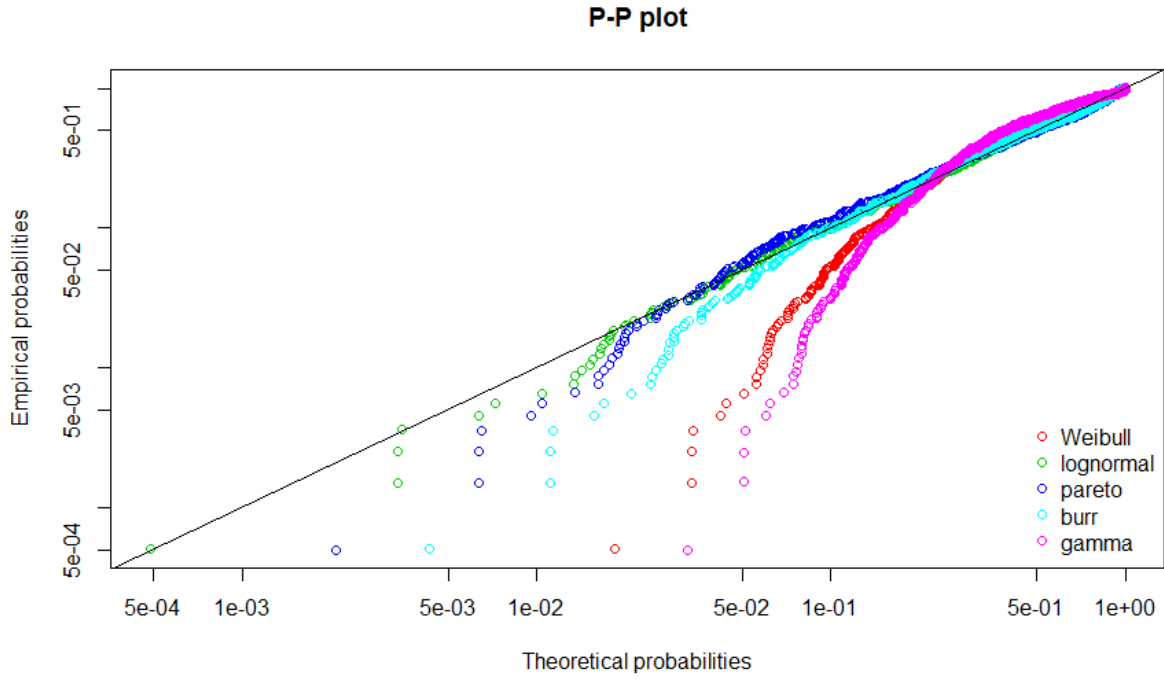
Şekil 4.6 Hasar şiddeti raslantı değişkeni birikimli dağılım fonksiyonları grafiği

Logaritması alınmış dolu ödenen tazminat miktarı verisi birikimli dağılım fonksiyonu ile belirlenen dağılımlardan üretilen logaritması alınmış verinin birikimli dağılım fonksiyonu grafikleri karşılaştırıldığında, dağılımın kuyruk kısmını Log-Normal dağılımının daha iyi tahmin ettiği söylenebilir.



Şekil 4.7 Hasar şiddeti raslantı değişkeni Q-Q grafiği karşılaştırması

Q-Q grafiği, logaritması alınmış gözlemsel veri ile belirlenen dağılımdan üretilen logaritması alınmış teorik verinin birikimli dağılım fonksiyonu için yüzdelik dilimlerini karşılaştırarak, dağılımın veriye uygun olup olmadığı konusunda bilgi verir. Kuyruk değerleri olan veriler için kullanışlıdır. Grafiğe göre Burr ve Log-normal dağılımlarının veriye uygun olduğu söylenebilir.



Şekil 4.8 Hasar şiddeti raslantı değişkeni P-P grafiği karşılaştırması

P-P plot, logaritması alınmış gözlemsel veri ile belirlenen dağılımdan üretilen logaritması alınmış teorik verinin birikim fonksiyonlarını karşılaştırarak, dağılımın veriye uygun olup olmadığı konusunda bilgi verir. Grafiğe göre Pareto dağılımı ve Log-normal dağılımının veriye daha uygun olduğu söylenebilir.

Hasar şiddeti rastgele değişkeninin Weibull, Log-Normal, Pareto, Burr ve Gamma dağılımları arasından en uygun olanını seçmek için uyum iyiliği testlerinden Kolmogorov-Smirnov, Cramer-von Mises ve Anderson Darling test istatistikleri kullanılmıştır. Test istatistiklerinin sonucu Çizelge 4.5’te gösterilmiştir.

Goodness-of-fit statistics	Weibull	Lnorm	Pareto	Burr	Gamma
Kolmogorov-Smirnov Statistic	0.0741047	0.0213484	0.0439222	0.0311462	0.1248706
Cramer-von Mises Statistic	1.8913891	0.0706623	0.4250548	0.2602704	6.0734593
Anderson-Darling Statistic	11.257859	0.4318443	2.7200026	1.7242553	31.708756

Çizelge 4.5 Hasar şiddeti dağılımları uyum iyiliği test sonuçları

Kullanılan uyum iyiliği testleri için $\alpha=0.05$ kritik değerleri Çizelge 4.6’daki gibidir.

n=990 örneklem sayısı	$\alpha=0.05$
Kolmogorov-Smirnov Statistic	0.04316
Cramer-von Mises Statistic	0.22
Anderson-Darling Statistic	2.5018

Çizelge 4.6 Test istatistikleri için $\alpha=0.05$ kritik değerleri

Hasar şiddeti raslantı değişkeninin belirtilen dağılımlardan hangisine uygun olduğunu belirlemek için hipotez testi şu şekilde kurulmuştur:

H_0 = Hasar şiddeti verisi belirtilen dağılımdan üretilen bir popülasyondan alınmıştır.

H_1 = Hasar şiddeti verisi belirtilen dağılımdan üretilen bir popülasyondan alınmamıştır.

Kolmogrov- Smirnov uyum iyiliği testine göre, $\alpha=0.05$ anlamlılık düzeyinde Log- Normal ve Burr dağılımları için test istatistikleri sırasıyla 0.0213484 ve 0.0311462 değerleri kritik değer 0.04316 değerinden küçük olduğu için H_0 hipotezi %95 güven düzeyinde kabul edilir.

Cramer- von Mises uyum iyiliği testine göre, $\alpha=0.05$ anlamlılık düzeyinde Log- Normal dağılımı için test istatistiği 0.0706623 değeri kritik değer 0.22 değerinden küçük olduğu için H_0 hipotezi %95 güven düzeyinde kabul edilir.

Anderson Darling uyum iyiliği testine göre, $\alpha=0.05$ anlamlılık düzeyinde Log- Normal ve Burr dağılımları için test istatistikleri sırasıyla 0.4318443 ve 1.7242553 değerleri kritik değer 2.5018 değerinden küçük olduğu için H_0 hipotezi %95 güven düzeyinde kabul edilir.

Kolmogrov Smirnov ve Anderson Darling uyum iyiliği testlerine göre hasar şiddeti raslantı değişkeninin Log- Normal ve Burr dağılımlarına uygun olduğu, Cramer- von Mises uyum iyiliği testine göre ise Log- Normal dağılımına uygun olduğu söylenebilir. (test istatistiği)

Hasar şiddeti rastgele değişkeni için belirlenen en uygun iki dağılımın (Log- Normal ve Burr) en çok olabilirlik tahmin edicisine göre belirlenen parametreleri Çizelge 4.7 'de gösterilmiştir.

Log-Normal	meanlog=8.926791	sdlog=1.906175	
Burr	shape1=1.216989	shape2=0.85	scale=10623.73

Çizelge 4.7 Hasar şiddeti dağılımları için tahmin edilen parametreler

Çizelge 4.7'ye göre hasar şiddeti raslantı değişkeninin 8.926791 ortalama ve 10623.73 standart sapma parametreleri ile Log- Normal dağılımına, 1.216989, 0.85 şekil ve 10623.73 ölçek parametreleri ile Burr dağılımına uyduğu kabul edilebilir.

Toplam hasar dağılımının hesaplanmasında Panjer Yineleme ve Hızlı Fourier Dönüşümü yöntemlerini uygulayabilmek için hasar şiddetinin kesikli bir dağılıma sahip olması gereklidir. Log- Normal ve Burr dağılımlarına uygun olduğu kabul edilen hasar şiddeti dağılımı için kesikli hale getirme metotlarından yuvarlama metodu R3.4.2 yazılımı “actuar” paketi kullanılarak kesikli hale getirilmiştir.

Log- Normal dağılımı için h kesik aralığı, bu dağılımdan üretilen en düşük tazminat değeri olan 22.6 ile en büyük değer olan 3686450 farkının, tazminat ödemesi olan toplam köy adedi 990'a oranı ile bulunmuştur.

Burr dağılımı için h kesik aralığı, bu dağılımdan üretilen en düşük tazminat değeri olan 8.021029 ile en büyük değer olan 3114089 farkının, tazminat ödemesi olan toplam köy adedi 990'a oranı ile bulunmuştur.

4.5 Toplam Hasar Dağılımının Hesaplanması

Hasar sıklığı ve hasar şiddeti dağılımları hesaplandıktan sonra toplam hasar dağılımı, Panjer Yineleme, Monte Carlo Benzetim, Normal Dağılım Yaklaşımı ve Hızlı Fourier Dönüşümü yöntemleri R programı 3.4.1 sürümünde “actuar” paketi kullanılarak hesaplanmıştır.

Hasar sıklığı için belirlenen Binom ve Poisson dağılımları arasından Poisson dağılımı ile hasar şiddeti için belirlenen Log- Normal ve Burr dağılımları kullanılarak hesaplanan toplam hasar dağılımları için karşılaştırmalar yapılacaktır.

4.5.1 Panjer Yineleme Yöntemi

VaR	Yineleme Yöntemi-Toplam Hasar Dağılımı					
	95%	98%	99%	99.50%	99.90%	Ortalama
Poisson-LogNormal	2256.44	6769.319	13538.638	22564.397	81231.829	1164.564
Poisson-Burr	802.1029	2406.3088	5614.7204	14437.8526	129138.5702	2679.334

Çizelge 4.8 Toplam hasar dağılımı- Panjer Yineleme yöntemi

Çizelge 4.8'e göre, hasar sıklığı dağılımının Poisson, hasar şiddeti dağılımının Log- Normal dağılımı olarak seçildiği durumda, toplam hasar dağılımının Panjer Yineleme yöntemi ile hesaplanması sonucu 2017 yılı için buğday ürünü sigortası portföyünün dolu olayına karşı ortalama hasar miktarı 1164.564 TL iken, risk altındaki hasar miktarı %5 olasılıkla 2256.44 TL'den, %2 olasılıkla 6769.3129 TL'den, %1 olasılıkla 13538.638 TL'den, %0.5 olasılıkla 22564,397 TL'den, %0.1 olasılıkla 81231.829 TL'den fazla olacak şekilde hesaplanmıştır.

Hasar sıklığı dağılımının Poisson, hasar şiddeti dağılımının Burr dağılımı olarak seçildiği durumda, toplam hasar dağılımının Panjer Yineleme yöntemi ile hesaplanması sonucu 2017 yılı için buğday ürünü sigortası portföyünün dolu olayına karşı ortalama hasar miktarı 2676.334 TL iken, risk altındaki toplam hasar miktarı %5 olasılıkla 802.1029 TL'den, %2 olasılıkla 2406.3088 TL'den, %1 olasılıkla 5614.7204 TL'den, %0.5 olasılıkla 14437,8526 TL'den, %0.1 olasılıkla 129138.5702 TL'den fazla olacak şekilde hesaplanmıştır.

4.5.2 Monte Carlo Benzetim Yöntemi

VaR	Monte Carlo Bezetim Yöntemi-Toplam Hasar Dağılımı					
	95%	98%	99%	99.50%	99.90%	Ortalama
Poisson-LogNormal	362.3667	14035.594	37257.679	87902.4827	431206.7435	2699.799
Poisson-Burr	420.937	14087.349	43566.396	103430.687	495888.244	6920.56

Çizelge 4.9 Toplam hasar dağılımı- Monte Carlo Benzetim yöntemi

Çizelge 4.9'a göre, hasar sıklığı dağılımının Poisson, hasar şiddeti dağılımının Log- Normal dağılımı olarak seçildiği durumda, toplam hasar dağılımının Monte Carlo Benzetim yöntemi ile hesaplanması sonucu 2017 yılı için buğday ürünü sigortası portföyünün dolu olayına karşı ortalama hasar miktarı 2699.799 TL iken, risk altındaki hasar miktarı %5 olasılıkla 362.3667

TL'den, %2 olasılıkla 14035.594 TL'den, %1 olasılıkla 37257.679 TL'den, %0.5 olasılıkla 87902,4827 TL'den, %0.1 olasılıkla 431205.7435 TL'den fazla olacak şekilde hesaplanmıştır.

Hasar sıklığı dağılımının Poisson, hasar şiddeti dağılımının Burr dağılımı olarak seçildiği durumda, toplam hasar dağılımının Monte Carlo Benzetim yöntemi ile hesaplanması sonucu 2017 yılı için buğday ürünü sigortası portföyünün dolu olayına karşı ortalama hasar miktarı 6920.56 TL iken, risk altındaki toplam hasar miktarı %5 olasılıkla 420.937 TL'den, %2 olasılıkla 14087.349 TL'den, %1 olasılıkla 43566.396 TL'den, %0.5 olasılıkla 103430,687 TL'den, %0.1 olasılıkla 495888.244 TL'den fazla olacak şekilde hesaplanmıştır.

4.5.3 Normal Dağılım Yaklaşımı Yöntemi

Normal Dağılım Yaklaşımı Yöntemi-Toplam Hasar Dağılımı						
VaR	95%	98%	99%	99.50%	99.90%	Ortalama
Poisson-LogNormal	111783.7	138946.4	157055.1	173628	207799.6	2516.817
Poisson-Burr	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	16548.3

Çizelge 4.10 Toplam hasar dağılımı- Normal Dağılım Yaklaşımı yöntemi

Çizelge 4.10'a göre, hasar sıklığı dağılımının Poisson, hasar şiddeti dağılımının Log- Normal dağılımı olarak seçildiği durumda, toplam hasar dağılımının Normal Dağılım Yaklaşımı yöntemi ile hesaplanması sonucu 2017 yılı için buğday ürünü sigortası portföyünün dolu olayına karşı ortalama hasar miktarı 2516.817 TL iken, risk altındaki hasar miktarı, %5 olasılıkla 111783.7 TL'den, %2 olasılıkla 138946.4 TL'den, %1 olasılıkla 157055.1 TL'den, %0.5 olasılıkla 173628 TL'den, %0.1 olasılıkla 207799.6 TL'den fazla olacak şekilde hesaplanmıştır.

Hasar sıklığı dağılımının Poisson, hasar şiddeti dağılımının Burr dağılımı olarak seçildiği durumda, toplam hasar dağılımının Normal Dağılım Yaklaşımı yöntemi ile hesaplanması sonucu 2017 yılı için buğday ürünü sigortası portföyünün dolu olayına karşı ortalama hasar miktarı 16548.3 TL iken, risk altındaki toplam hasar miktarı, tabloda verilen yüzdelik değerler için sonsuz olarak hesaplanmıştır.

4.5.4 Hızlı Fourier Dönüşümü Yöntemi

Hızlı Fourier Dönüşümü yöntemi ile hesaplanacak olan toplam hasar dağılımı için sırasıyla uygulanacak adımlar şu şekildedir:

1. Sürekli dağılıma sahip hasar şiddeti dağılımını, Aritmetik Dağılım Elde Etme yöntemlerinden Yuvarlama Metodu ile kesikli hale getirme.

$$f_x(0), f_x(1), \dots, f_x(n-1)$$

$n = 2^r$ olacak şekilde toplam hasar dağılımının $f_s(x)$ noktalarını oluşturacak pozitif n ve r tam sayıları. $n \neq 2^r$ ise n , nokta sayısı 2 'nin kuvveti olacak şekilde 0 ile doldurulur.

2. Hasar şiddeti dağılımının karakteristik fonksiyonunu $\varphi_x(z)$ elde etmek için Hızlı Fourier Dönüşümü'nün uygulanması.
3. Hasar şiddeti dağılımının karakteristik fonksiyonuna, hasar sıklığı dağılımının olasılık çıkarıcı fonksiyonu dönüşümünü uygulayarak Kesikli Fourier Dönüşümü'ne sahip toplam hasar dağılımının karakteristik fonksiyonunu hesaplama.

$$\varphi_s(z) = P_N[\varphi_x(z)]$$

4. Toplam hasar dağılımının karakteristik fonksiyonuna Ters Hızlı Fourier Dönüşümü yöntemini uygulayarak kesikli hale getirilmiş hasar şiddeti dağılımı için toplam hasar dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunu elde etme.

Toplam hasar dağılımını Hızlı Fourier Dönüşümü yöntemi ile hesaplayabilmek için kesikli hale getirilmiş hasar şiddeti dağılımının olasılık yoğunluklarının nokta sayısı 2 'nin herhangi bir kuvvetine eşit olması gerekir. 2017 buğday verisi için belirlenen Log- Normal ve Burr hasar şiddeti dağılımlarından üretilen hasar miktarları arasında maksimum hasar miktarları 3114099 ve 3686450 değerlerinden büyük ve bu değerlere en yakın 2 'nin kuvveti olan 4194304 (2^{22}) nokta sayısı olarak seçilmiştir.

	Hızlı Fourier Dönüşümü Yöntemi-Toplam Hasar Dağılımı					
VaR	95%	98%	99%	99.50%	99.90%	Ortalama
Poisson-LogNormal	196637.4	437009.2	679944.3	1105742.3	2205774.1	2457.65
Poisson-Burr	214651.6	671062.7	1113588.2	1614072.5	2989589.6	2594.38

Çizelge 4.11 Toplam hasar dağılımı- Hızlı Fourier Dönüşümü yöntemi

Çizelge 4.11'e göre, hasar sıklığı dağılımının Poisson, hasar şiddeti dağılımının Log- Normal dağılımı olarak seçildiği durumda, toplam hasar dağılımının Hızlı Fourier Dönüşümü yöntemi ile hesaplanması sonucu 2017 yılı için buğday ürünü sigortası portföyünün dolu olayına karşı ortalama hasar miktarı 2457.65 TL iken, risk altındaki hasar miktarı, %5 olasılıkla 196637.4 TL'den, %2 olasılıkla 437009.2 TL'den, %1 olasılıkla 679944.3 TL'den, %0.5 olasılıkla 1105742.3 TL'den, %0.1 olasılıkla 2205774.1 TL'den fazla olacak şekilde hesaplanmıştır.

Hasar sıklığı dağılımının Poisson, hasar şiddeti dağılımının Burr dağılımı olarak seçildiği durumda, toplam hasar dağılımının Hızlı Fourier Dönüşümü yöntemi ile hesaplanması sonucu 2017 yılı için buğday ürünü sigortası portföyünün dolu olayına karşı ortalama hasar miktarı 2594.65 TL iken, risk altındaki toplam hasar miktarı %5 olasılıkla 214651.6 TL'den, %2 olasılıkla 671062.7 TL'den, %1 olasılıkla 1113588.2 TL'den, %0.5 olasılıkla 1614072,5 TL'den, %0.1 olasılıkla 2989589.6 TL'den fazla olacak şekilde hesaplanmıştır.

5.SONUÇ VE ÖNERİLER

5.1 Sonuç

5.1.1 Dolu Hasar Haritası için Kümeleme Çalışması

Tarama istatistiği ile kümeleme çalışması sonucu oluşturulan dolu haritasında toplam 208 adet adet küme belirlenmiştir. Ek-1 Türkiye Dolu Olayı Kümeleme Çalışması Sonuç Tablosu'na göre, belirlenen 208 adet kümeden 120 tanesi düşük riskli, 88 tanesi yüksek risklidir. En riskli küme 7,64 bağıl risk değeri ile 203 numaralı küme, en düşük riskli küme 0,013 bağıl risk değeri ile 171 numaralı küme olarak belirlenmiştir.

En riskli köy, Van ili Gürpınar ilçesine bağlı Uzungedik köyüdür. Bu köyde toplam 31 adet poliçe için beklenen hasarlı poliçe sayısı yaklaşık 2 iken 17 adet hasarlı poliçe gelmiştir.

En düşük riskli köy, Ankara ili Gölbaşı ilçesine bağlı Kırıklı köyüdür. Bu köyde toplam 1036 poliçe için beklenen hasarlı poliçe sayısı yaklaşık 74 iken 1 tane hasarlı poliçe gelmiştir.

5.1.2 Buğday Ürünü için Toplam Hasar Dağılımı Hesaplaması

Buğday ürünü için dolu olayı riskine karşı 2017 yılında ödenen ortalama tazminat miktarı 2101.659 olarak hesaplanmıştır. Ayrıca toplam portföyün %5, %2, %1, %0.5 ve %0.1 olasılıklarında risk altındaki değerleri Çizelge 5.1'de gösterilmiştir.

95%	98%	99%	99.50%	99.99%
180219	313280	488690	611853	2105640

Çizelge 4.12 2017 yılı buğday ürünü riske maruz değerler

Panjer Yineleme, Monte Carlo Benzetim, Normal Dağılım Yaklaşımı ve Hızlı Fourier Dönüşümü yöntemleri ile hesaplanan toplam hasar dağılımı için dolu olayına karşı oluşturulan buğday ürünü sigorta portföyünün belirli olasılıklarda risk altındaki miktarların karşılaştırılması sonucu;

1. Panjer Yineleme yöntemi, Poisson-Burr toplam hasar dağılımı ile ortalama hasarı ve gerçek hasarın kuyruk kısmını Poisson- Log Normal toplam hasar dağılımına göre daha başarılı tahmin etmiştir.

2. Monte Carlo Benzetim yöntemi ile 100000 benzetim sayısı sonucu Poisson- Log Normal toplam hasar dağılımının Poisson- Burr toplam hasar dağılımına göre ortalama hasar miktarını ve hasarın kuyruk kısmını daha iyi hesapladığı söylenebilir.
3. Normal Dağılım Yaklaşımı yöntemi ile Poisson- Log Normal toplam hasar dağılımı, ortalama hasar miktarını iyi tahmin edebilmiş olsa da verilen olasılıklarda risk altındaki değerler gerçek değerlerden oldukça uzaktır.
4. Hızlı Fourier Dönüşümü yöntemi ile hem Poisson-Log Normal hem de Poisson- Burr toplam hasar dağılımları, gerek ortalama hasar miktarını gerekse verilen olasılıklarda risk altındaki değerleri gerçek değerlere yakın olarak hesaplanmıştır.

Verilen yöntemler karşılaştırıldığında, gerçek değerlere en uzak değerlerin Normal Dağılım Yaklaşımı yöntemi ile, gerçek değerlere en yakın değerlerin ise Hızlı Fourier Dönüşümü yöntemi ile hesaplandığı sonucu çıkarılabilir.

5.2 Öneriler

Bir ülkenin kalkınması için gerekli yapılardan birisi olan tarımsal ekonominin verimli ve idame ettirilebilir olması gereklidir. Artan Türkiye nüfusu, beraberinde daha fazla tüketim ve gıda ihtiyacı doğurmaktadır. Bu nedenle, tarımsal ekonominin devamı için tarım sigortalarının önemi artmakta ve iyi analiz edilmesi gerekmektedir.

Değişen iklim koşulları, üretimin büyük çoğunluğu açık alanda yapılan ülke tarımı için büyük tehdit oluşturmaktadır. Küresel ısınma ile birlikte yağışlardaki ani dalgalanmalar dolu olayının görülme sıklığını arttırmıştır. Mevsimsel olarak değişiklik gösteren yağışlar ise tarım ürünlerinin gelişme sürecini olumsuz etkilemekte veya tamamen yok etmektedir.

Bu kapsamda dolu riskinin iyi analiz edilerek üreticinin bilgilendirilmesi ve gerekiyorsa ürün farklılaştırılması yapılması gereklidir. Dolu riski analizi için yapılan konumsal tarama istatistiği ile kümeleme işlemi oldukça geniş bir yapıdır. Öyle ki sadece enlem ve boylam olarak basitçe ele alınan kümeleme çalışması; yükselti, zaman ve meteorolojik diğer veriler (sıcaklık, nem, rüzgar vb.) kullanılarak daha geniş olarak hesaplanabilir.

Bu çalışmada kümeleme analizindeki en büyük eksiklik; çembersel tarama yapılarak, tarama yapılan alanın köşelerinde bulunan noktaların ve çembersel kümelerin arasında kalan noktaların analize dahil olmamasıdır.

Bu sorunun giderilebilmesi için tarama penceresinin bir şekil olarak değil benzer özellikleri barındıran komşu noktaları kapsayan bir küme olarak araştırılması yapılabilir.

Daha detaylı bir kümeleme çalışması için tarama alanında bulunan; göl, akarsu, orman gibi belirli coğrafi özellikleri de incelemeye dahil etmek yararlı olabilir.

Günümüzde veri setlerinin büyük olması ve hesaplamaların daha kesin bir sonuca ulaşması için numerik yaklaşımların daha çok tercih edilmesi, hesaplamaların süresini oldukça arttırmaktadır. Daha doğru sonuca daha kısa sürede ulaşmak, yapılan araştırmada önemli bir yer tutmaktadır.

Sigorta sektöründe toplam hasarın hesaplanmasında kullanılan klasik yöntemlerin aksine Hızlı Fourier Dönüşümü yöntemi, zaman ve doğru sonuç bakımından bu yöntemlere göre daha başarılıdır.

Toplam hasar dağılımının Panjer Yineleme ve Hızlı Fourier Dönüşümü yöntemleri ile hesaplanmasındaki problemlerden birisi hasar şiddeti dağılımını kesikli hale getirme sürecinde oluşabilecek hatalardır.

Ayrıca dairesel konvolüsyon ile belirlenen toplam hasarın değerleri, nokta sayısı arttıkça, olduğundan daha fazla hesaplanabilir. Bir başka açıdan kalın kuyruklu toplam hasar dağılımının kuyruk kısmını, dolayısıyla yüksek risk teşkil eden hasar şiddeti değerlerinin olasılıklarını yanlış hesap etmemize neden olabilir.

Bu çalışmada her bir köyün poliçe olarak ele alınması o köy için hasar sıklığının 0 veya 1 olmasına neden olmuştur. Dolayısıyla hasar sıklığı dağılımı için belirlenen dağılımlar ve parametreler yetersiz kalmıştır.

KAYNAKLAR

- [1] Yagan, S., Yagan, Y., *Dolu Tahmini, Analizi, Dolu Durumu ve Yüksek Atmosfer Klimatolojisi*, T.C. ORMAN VE SU İŞLERİ BAKANLIĞI Meteoroloji Genel Müdürlüğü, Ankara, **2014**.
- [2] Naus, J. I., The Distribution of the Size of the Maximum Cluster of Points on a Line, *J. Am. Stat. Assoc.*, vol. 60, no. 310, pp. 532–538, **1965**.
- [3] Weinstock, M. A., A Generalised Scan Statistic Test for the Detection of Clusters, *Int. J. Epidemiol.*, vol. 10, no. 3, pp. 289–293, **1981**.
- [4] Saperstein, B., The Generalized Birthday Problem, *J. Am. Stat. Assoc.*, vol. 67, no. 338, pp. 425–428, **1972**.
- [5] Naus, J., Probabilities for a Generalized Birthday Problem, *J. Am. Stat. Assoc.*, vol. 69, no. 347, pp. 810–815, **1974**.
- [6] Loader, C. R., Large-Deviation Approximations to the Distribution of Scan Statistics, *Adv. Appl. Probab.*, vol. 23, no. 4, pp. 751–771, **1991**.
- [7] Kulldorff, M., A Spatial Scan Statistic, *Commun. Stat. - Theory Methods*, vol. 26, no. 6, pp. 1481–1496, **1997**.
- [8] Panjer, H. H., Recursive Evaluation of a Family of Compound Distributions, *ASTIN Bull.*, vol. 12, no. 1, pp. 22–26, **1981**.
- [9] Meyers, H. G. the Calculation of Aggregate Loss Distributions From, *PCAS LXX*, pp. 22–61, **1983**.
- [10] Cooley, J. W., Tukey, J. W., An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series, *Math. Comput.*, vol. 19, no. 90, p. 297, **1965**.
- [11] Feilmeier, T., Bertram, M., *Anwendung Numerischer Methoden in der Risikotheorie.*, Verlag Versicherungswirtschaft E.V., **1987**.
- [12] Baddeley, A., Spatial Point Processes and Their Applications, *Lect. Notes Math.* 1892, vol. 3, pp. 1–75, **2007**.
- [13] Kulldorff, M., Nagarwalla, K., Spatial Disease Clusters: Detection and Inference, *Stat. Med.*, vol. 14, no. 8, pp. 799–810, **1995**.
- [14] Turnbull, B. W., Iwano, E. J., Burnett, W. S., Howe, H. L., Clark, L. C., Monitoring for Clusters of Disease: Application to Leukemia Incidence in Upstate New York, *Am J Epidemiol*, vol. 132, no. 1 Suppl. pp. S136–43, **1990**.
- [15] Tse, Y.-K., *Nonlife Actuarial Models Theory, Methods and Evaluation*. New York, Cambridge University Press, **2009**.
- [16] Taseli, A., Benneyan, J. C., Risk Adjusted Bernoulli Spatial Scan Statistics, *Proceedings of the 2009 Industrial Engineering Research Conference* ,**2009**.
- [17] Shevchenko, P. V. Calculation of Aggregate Loss Distributions, *The Journal of Operational Risk*, vol. 5, no. 2, pp. 3–40, **2010**.

- [18] Parodi, P. *Pricing in General Insurance*. CRC Press, Florida, **2015**.
- [19] Kaas, R., Goovaerts, M., Dhaene, J., Denuit, M., *Modern Actuarial Risk Theory Using R*, 2nd ed., Springer- Verlag, Berlin, **2008**.
- [20] Klugmann, S. A., Panjer, H. H., and G. E. Wilmot, *Loss Models: From Data to Decisions*, 3rd ed., John Wiley & Sons, New Jersey, **1998**.
- [21] Nussbaumer, H. J., *Fast Fourier transform and convolution algorithms*, 2nd ed. Springer- Verlag, Berlin, **1995**.
- [22] Proakis, J. G., Manolakis, D. G., *Digital Signal Processing*, 3rd ed., Prentice-Hall International, New Jersey, **2013**.
- [23] Linsmeier, T. J., Pearson, N. D., Risk Measurement : An Introduction to Value at Risk, *Work. Pap.*, vol. 6153, no. July, pp. 1–45, **1996**.
- [24] TARSİM, Vizyon-Misyon.
,https://web.tarsim.gov.tr/havuz/subPage?_key_=0C006981E0842E8D6235913E60C5E967765670V8063VS7H8G201EW7V4Z16062015. (Haziran **2018**)
- [25] Köle, C., Gökpınar, F., Üstel Dağılıma Uygunluk İçin Bazı Uyum İyiliği Testlerinin I. Tip Hata ve Güçleri Bakımından Kıyaslanmaları, *Süleyman Demirel Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, vol. 16, no. 3, pp. 318–326, **2012**.
- [26] Cochran, W. T., What is the fast Fourier transform?, *Proc. IEEE*, vol. 55, no. 10, pp. 1664–1674, **1967**.

EKLER

Ek-1. Türkiye Dolu Olayı Kümeleme Çalışması Sonuç Tablosu

Ek-2. $M=8$ Noktalı Dizi için Kesikli Fourier Dönüşümü

Ek-3. $M=8$ Noktalı Dizi için Hızlı Fourier Dönüşümü

Ek-4. Hızlı Forier Dönüşümü Kelebek Hesaplama



Ek-1: Türkiye Dolu Olayı Kümeleme Çalışması Sonuç Tablosu

CLUSTER	YARIÇAP	TOPLAM KÖY	GÖZLEMLENEN	BEKLENEN	G/B	BAĞIL RİSK
1	36.68	168	22509	3437.23	6.55	6.9
2	30.21	142	18732	3800.62	4.93	5.13
3	36.78	293	14107	2972.38	4.75	4.89
4	93.39	326	8771	1530.32	5.73	5.84
5	28.39	255	12419	3804.85	3.26	3.34
6	43.61	490	12001	3728.57	3.22	3.29
7	31.3	169	9842	3051.03	3.23	3.28
8	49.69	304	10605	3802.12	2.79	2.84
9	65.95	394	9587	3412.48	2.81	2.86
10	22.82	166	52	3797.89	0.014	0.014
11	21.92	128	7681	2605.26	2.95	2.99
12	13.51	39	155	3785.12	0.041	0.041
13	93.96	408	6110	1828.05	3.34	3.38
14	8.66	200	189	3813.89	0.05	0.049
15	31.5	184	5078	1337.58	3.8	3.83
16	14.92	112	239	3794.52	0.063	0.062

17	19.26	49	91	3286.25	0.028	0.027
18	45.46	440	267	3779.09	0.071	0.07
19	10.85	208	345	3794.88	0.091	0.09
20	42.98	189	438	3780.96	0.12	0.11
21	32.54	102	482	3700.66	0.13	0.13
22	56.4	281	525	3785.41	0.14	0.14
23	27.42	167	8394	3729.15	2.25	2.28
24	99.66	931	478	3599.69	0.13	0.13
25	98.56	620	554	3648.06	0.15	0.15
26	17.36	68	3636	1029.16	3.53	3.56
27	43.3	83	675	3790	0.18	0.18
28	16.44	47	666	3763.38	0.18	0.18
29	42.08	318	700	3787.41	0.18	0.18
30	21.91	58	757	3802.05	0.2	0.2
31	48.87	402	669	3547.02	0.19	0.19
32	18.02	96	1779	327.08	5.44	5.46
33	12.87	34	931	3763.95	0.25	0.25
34	99.69	756	3865	1373.96	2.81	2.83

35	14.23	40	954	3739.05	0.26	0.25
36	20.24	41	706	3175.82	0.22	0.22
37	41.26	322	495	2704.43	0.18	0.18
38	22.29	253	611	2927.46	0.21	0.21
39	37.31	293	1091	3806.86	0.29	0.28
40	7.25	141	154	1665.52	0.092	0.092
41	8.31	14	3084	1134.72	2.72	2.73
42	8.98	15	3337	1289.07	2.59	2.6
43	99.72	739	763	2906.72	0.26	0.26
44	19.38	87	1134	3461.63	0.33	0.33
45	48.18	159	1554	369.41	4.21	4.22
46	15.92	86	2540	895.76	2.84	2.85
47	12.03	24	1224	3402.14	0.36	0.36
48	37.08	229	359	1867.8	0.19	0.19
49	33.39	52	875	2801.24	0.31	0.31
50	34.99	444	477	2088.82	0.23	0.23
51	77.52	1165	1558	3802.56	0.41	0.41
52	56.37	249	1428	3592.02	0.4	0.4

53	35.22	87	1562	3751.32	0.42	0.41
54	35.49	60	1023	2904.86	0.35	0.35
55	77.08	710	883	2646.53	0.33	0.33
56	14.07	33	1637	3791.65	0.43	0.43
57	27.21	197	5686	3236.02	1.76	1.77
58	8.28	86	189	1312.18	0.14	0.14
59	23.47	85	1642	3730.73	0.44	0.44
60	22.32	67	98	1023.06	0.096	0.096
61	30.64	285	6141	3681.21	1.67	1.68
62	39.34	67	1758	3784.33	0.46	0.46
63	14.81	42	1628	599.18	2.72	2.72
64	27.48	160	1203	371.14	3.24	3.25
65	16.9	53	481	1637.82	0.29	0.29
66	99.41	781	121	909.4	0.13	0.13
67	4.21	6	73	789.34	0.092	0.092
68	5.59	35	111	883.56	0.13	0.13
69	13.15	22	112	847.83	0.13	0.13
70	34.98	185	1570	3182.63	0.49	0.49

71	9.18	13	1470	584.26	2.52	2.52
72	37.77	137	493	1515.61	0.33	0.32
73	50.54	347	562	1617.08	0.35	0.35
74	19.78	57	61	648.27	0.094	0.094
75	6.82	9	672	163.9	4.1	4.11
76	10.4	20	992	325.5	3.05	3.05
77	33.3	127	1366	555.27	2.46	2.47
78	57.83	674	639	1625.19	0.39	0.39
79	5.94	9	1244	507.84	2.45	2.45
80	5.48	4	327	45.78	7.14	7.15
81	5.16	9	946	340.85	2.78	2.78
82	11.3	38	16	415.41	0.039	0.038
83	9.75	12	1582	752.82	2.1	2.11
84	5.49	5	522	126.15	4.14	4.14
85	15.5	78	173	777.5	0.22	0.22
86	19.25	35	3705	2331.86	1.59	1.59
87	36.08	317	508	1347.41	0.38	0.38
88	37.56	172	215	851.06	0.25	0.25

89	47.29	345	658	1541.16	0.43	0.43
90	29.25	188	518	1304.79	0.4	0.4
91	17.43	39	777	1682.74	0.46	0.46
92	27.61	65	973	1929.37	0.5	0.5
93	20.09	61	323	968.24	0.33	0.33
94	4.06	4	1150	514.44	2.24	2.24
95	18.93	29	405	1081.11	0.37	0.37
96	34.2	281	1198	2207.94	0.54	0.54
97	29.24	130	338	969.46	0.35	0.35
98	0	1	294	50.52	5.82	5.82
99	15.99	29	4	289.69	0.014	0.014
100	18.07	20	392	1043.8	0.38	0.37
101	11.91	26	194	714.86	0.27	0.27
102	13.02	20	179	685.87	0.26	0.26
103	27.74	79	1408	2446.18	0.58	0.57
104	9.09	14	53	424.95	0.12	0.12
105	9.3	12	131	584.83	0.22	0.22
106	70.81	195	5	278.93	0.018	0.018

107	9.35	18	238	769.97	0.31	0.31
108	20.72	32	484	145.38	3.33	3.33
109	14.72	44	44	380.54	0.12	0.12
110	11.6	26	46	377.09	0.12	0.12
111	11.4	26	79	440.02	0.18	0.18
112	3.66	3	683	269.96	2.53	2.53
113	8.85	9	132	534.74	0.25	0.25
114	4.62	19	623	239.6	2.6	2.6
115	5.22	2	633	246.28	2.57	2.57
116	25.74	68	2093	3169.29	0.66	0.66
117	10.23	4	987	483.72	2.04	2.04
118	10.64	16	83	408.81	0.2	0.2
119	21.98	95	1432	814.32	1.76	1.76
120	0	1	336	92.21	3.64	3.65
121	9.23	8	192	30.78	6.24	6.24
122	6.96	14	519	193.6	2.68	2.68
123	37.36	151	253	694.48	0.36	0.36
124	17.21	73	96	424.02	0.23	0.23

125	13.72	9	310	779.73	0.4	0.4
126	8.45	6	887	439.74	2.02	2.02
127	7.88	7	684	304.97	2.24	2.25
128	4.11	3	106	424.6	0.25	0.25
129	9.66	10	1400	818.26	1.71	1.71
130	7.59	5	642	285.38	2.25	2.25
131	6.91	13	575	250.29	2.3	2.3
132	0	1	466	183.41	2.54	2.54
133	8.81	6	494	200.64	2.46	2.46
134	0	1	202	46	4.39	4.39
135	19.59	49	113	397.69	0.28	0.28
136	18.65	82	55	284.16	0.19	0.19
137	99.99	493	228	577.3	0.39	0.39
138	7.89	5	1423	898.92	1.58	1.59
139	0	1	298	101.54	2.93	2.94
140	12.4	16	459	877.97	0.52	0.52
141	4.71	5	8	150.62	0.053	0.053
142	8.65	10	2	127.51	0.016	0.016

143	0	1	293	103.98	2.82	2.82
144	3.93	2	176	43.49	4.05	4.05
145	0	1	415	179.54	2.31	2.31
146	3.97	3	230	536.47	0.43	0.43
147	0	1	426	189.51	2.25	2.25
148	98.97	778	203	477.05	0.43	0.43
149	6.61	4	9	132.68	0.068	0.068
150	7.33	9	139	371.71	0.37	0.37
151	7.43	13	320	131.61	2.43	2.43
152	3.31	2	187	55.4	3.38	3.38
153	9.26	6	949	587.92	1.61	1.62
154	0	1	1193	781.38	1.53	1.53
155	5.21	4	1406	954.75	1.47	1.47
156	8.99	17	324	136.2	2.38	2.38
157	81.47	234	12	132.25	0.091	0.091
158	0	1	497	254.31	1.95	1.96
159	5.11	10	512	265.29	1.93	1.93
160	6.99	24	5	109.58	0.046	0.046

161	56.39	178	26	161.17	0.16	0.16
162	0	1	523	278.49	1.88	1.88
163	3.56	3	330	148.83	2.22	2.22
164	2.87	3	337	153.63	2.19	2.19
165	13.1	16	31	163.97	0.19	0.19
166	3.66	3	315	144.31	2.18	2.18
167	4.32	8	3	85.46	0.035	0.035
168	15.39	32	6	94.86	0.063	0.063
169	7.23	12	60	204.15	0.29	0.29
170	6.39	13	35	158.3	0.22	0.22
171	0	1	1	74.34	0.013	0.013
172	3.84	5	200	77.79	2.57	2.57
173	4.82	10	246	109.07	2.26	2.26
174	5.88	4	1	65.73	0.015	0.015
175	4.71	31	298	146.89	2.03	2.03
176	0	1	179	70.11	2.55	2.55
177	13.84	20	466	273.4	1.7	1.71
178	6.46	5	336	177.75	1.89	1.89

179	0	1	7	78.29	0.089	0.089
180	16.12	48	350	582.75	0.6	0.6
181	6.63	14	10	82.59	0.12	0.12
182	7.34	8	87	213.7	0.41	0.41
183	4.69	5	2	57.05	0.035	0.035
184	0	1	48	150.12	0.32	0.32
185	4.88	9	5	63.36	0.079	0.079
186	9.3	11	0	43.34	0	0
187	5.31	4	336	193.89	1.73	1.73
188	2.92	2	242	125.79	1.92	1.92
189	0	1	37	119.98	0.31	0.31
190	5.94	4	1	43.49	0.023	0.023
191	3.72	24	10	64.22	0.16	0.16
192	0	1	254	144.52	1.76	1.76
193	2.73	2	1	38.39	0.026	0.026
194	0	1	136	61.57	2.21	2.21
195	0	1	12	63.94	0.19	0.19
196	0	1	231	130.6	1.77	1.77

197	7.5	9	483	337.34	1.43	1.43
198	0	1	1	32.15	0.031	0.031
199	5.96	5	102	195.18	0.52	0.52
200	6.7	5	32	6.53	4.9	4.9
201	0	1	53	17.44	3.04	3.04
202	3.36	2	0	22.39	0	0
203	0	1	17	2.22	7.64	7.64
204	33.24	56	0	18.66	0	0
205	3.42	3	5	32.87	0.15	0.15
206	19.78	33	0	13.06	0	0
207	7.56	17	318	235.73	1.35	1.35
208	0	1	81	44.92	1.8	1.8

*cluster= küme numarası

*yarıçap= kümenin yarıçapı

*toplam köy= küme içindeki toplam köy sayısı

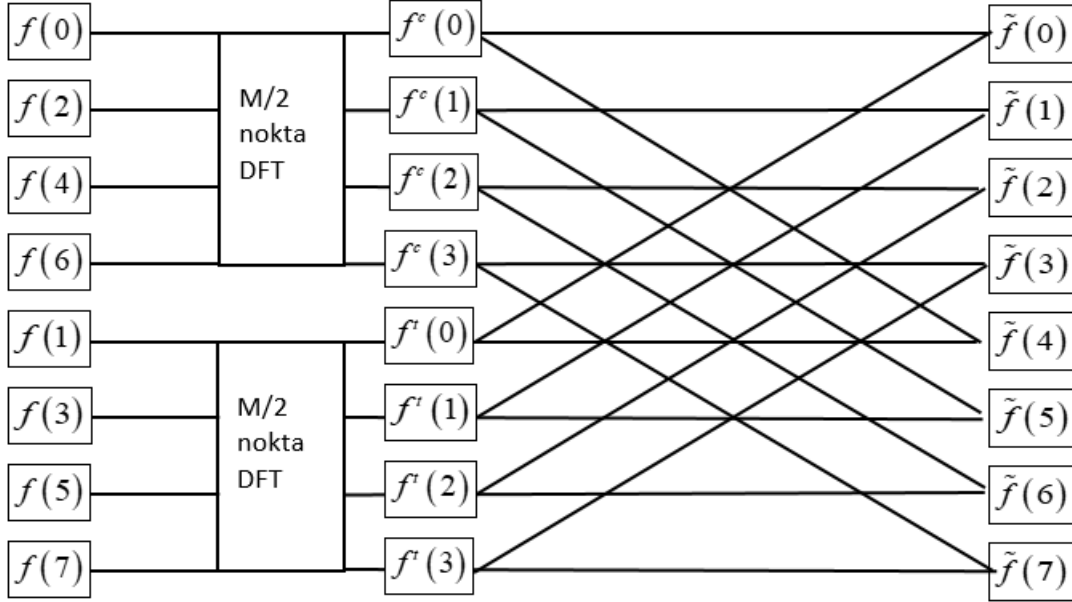
*gözlemlenen= gözlemlenen hasarlı poliçe sayısı

*beklenen= beklenen hasarlı poliçe sayısı

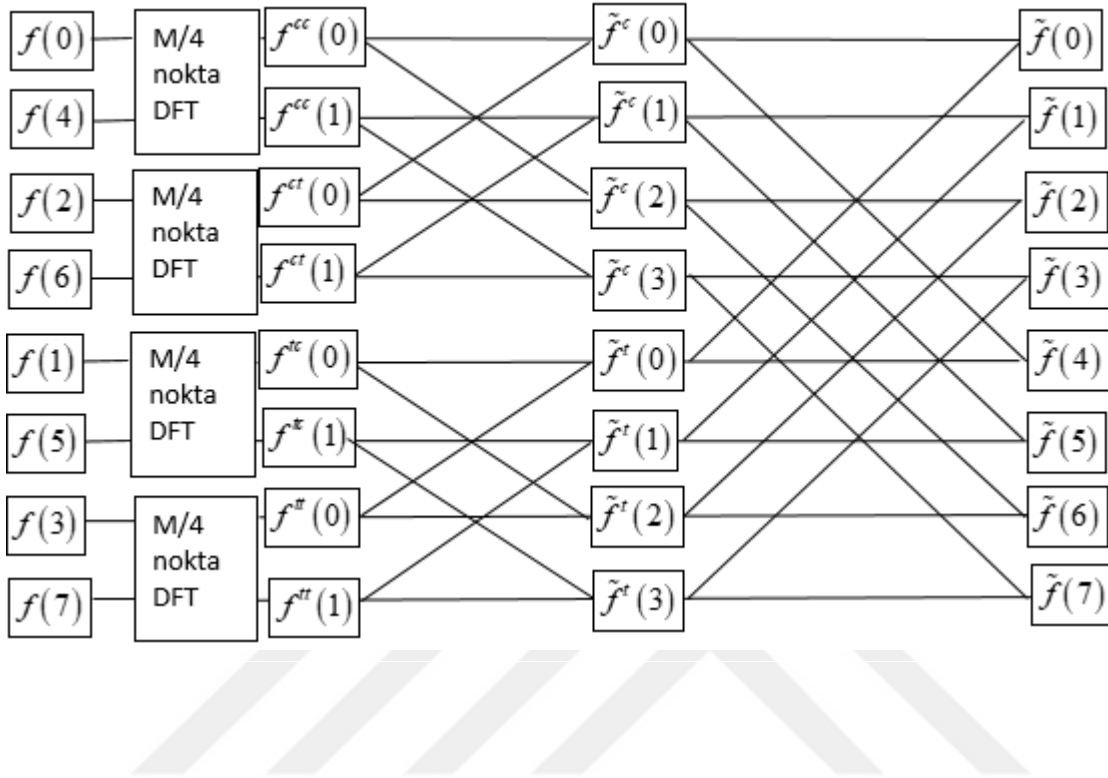
*G/B= gözlemlenen/beklenen

Ek-2: M= 8 Noktalı Dizi için Kesikli Fourier Dönüşümü

M=8 noktalı bir f_k dizisi için Kesikli Fourier Dönüşümü 4 noktalı bir dönüşüme indirgenerek tek f_k^t ve çift f_k^c noktaların Kesikli Fourier Dönüşümü sonuçları toplamı olarak gösterimi şu şekildedir [26].

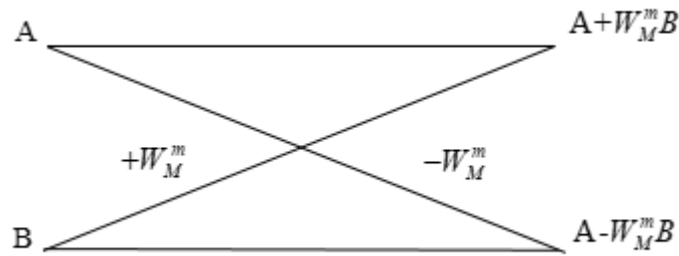
**Ek-3: M= 8 Noktalı Dizi için Hızlı Fourier Dönüşümü**

Bu 8 noktalı dizi 2 noktalı bir dönüşüme indirgenerek önce tek ve çift noktaların içinde bulunan, tek f_k^{tc} , f_k^{tt} ve çift f_k^{ct} , f_k^{cc} noktalara Kesikli Fourier Dönüşümü işlemi ile $\tilde{f}_k^t$, $\tilde{f}_k^c$ değerleri, sonrasında ikinci kez kesikli fourier dönüşümü ile f_k dizisinin Kesikli Fourier Dönüşümü elde edilmesi sürecinin tamamı Hızlı Fourier Dönüşümü işlemidir [26].



Ek-4: Hızlı Fourier Dönüşümü Kelebek Hesaplaması

Çapraz geçiş görünüşü dolayısıyla Hızlı Fourier işleminin temel işlemi “kelebek” hesaplaması olarak adlandırılır [26].



ÖZGEÇMİŞ

Kimlik Bilgileri

Adı Soyadı : Veli KISA
Doğum Yeri : Mersin
Medeni Hali : Bekar
E- Posta : veli.kisa30@gmail.com
Adresi : Varlık Mah. Gaziosmanpaşa Cad. 49/6 Yenimahalle/ ANKARA

Eğitim

Lise : Mersin 75. Yıl Anadolu Öğretmen Lisesi
Lisans : Hacettepe Üniversitesi Aktüerya Bilimleri Bölümü
Yüksek Lisans : -
Doktora : -

Yabancı Dil ve Düzeyi

İngilizce – Orta

İş Deneyimi

Nisan 2016- Temmuz 2016 Kocaeli SGK
Ağustos 2016- ... Kırıkkale Üniversitesi

Deneyim Alanları

-

Tezden Üretilmiş Projeler ve Bütçesi

-

Tezden Üretilmiş Tebliğ ve/veya Poster Sunumu ile Katıldığı Toplantılar

-



HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS/DOKTORA TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
AKTÜERYA BİLİMLERİ ANABİLİM DALI BAŞKANLIĞI'NA

Tarih: 04/07/2018

Tez Başlığı / Konusu: Tarım Sigortalarında Dolu Riskinin Kümelenmesi ve Toplam Hasar Dağılımının Hızlı Fourier Dönüşümü ile Belirlenmesi

Yukarıda başlığı/konusu gösterilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 58 sayfalık kısmına ilişkin, 04/07/2018 tarihinde tez danışmanım tarafından *Turnitin* adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezin benzerlik oranı % 6 'dır.

Uygulanan filtrelemeler:

- 1- Kaynakça hariç
- 2- Alıntılar dahil
- 3- 5 kelmeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orjinallik Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esasları'nı inceledim ve bu Uygulama Esasları'nda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

Tarih ve İmza

Adı Soyadı: Veli KISA
Öğrenci No: N14128730
Anabilim Dalı: Aktüerya Bilimleri
Programı: Aktüerya Bilimleri
Statüsü: ☒ Y.Lisans ☐ Doktora ☐ Bütünleşik Dr.

04/07/2018
Veli Kise

DANIŞMAN ONAYI

UYGUNDUR.

S Ky

Doc. Dr. Kasırga Yıldırak

(Unvan, Ad Soyad, İmza)