

**TERMOELASTİK MİKROMORFİK
ORTAMLARDA
BÜNYE DENKLEMLERİ**

119 669

Dokuz Eylül Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Yüksek Lisans Tezi

Makine Mühendisliği Bölümü, Mekanik Anabilim Dalı

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMENTASYON MERKEZİ**

Ekin ÖZEL

Eylül, 2002

İZMİR

119669

Yüksek Lisans Tezi Sınav Sonuç Formu

Ekin ÖZEL, tarafından Prof.Dr. Hüseyin BALCI yönetiminde hazırlanan “Termoelastik Mikromorfik Malzemelerin Bünye Denklemleri” başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Hüseyin BALCI

Yönetici

Hüseyin BALCI

Prof. Dr. Mahmut BAYHAN

Prof. Dr. Onur SAYMAN

Jüri Üyesi

Mahmut BAYHAN

Jüri Üyesi

Onur SAYMAN

Cahit HELVACI

Prof. Dr. Cahit HELVACI

Müdür

Fen Bilimleri Enstitüsü

TEŞEKKÜR

Çağdaş Türk gençliğinin bir ferdi olarak,Ulu Önder Mustafa Kemal ATATÜRK'ÜN hedef gösterdiği ülkemizi çağdaş medeniyetler seviyesine çıkartma istenci başlıca vazifemdir. Bugünlerimizi yaşamamızı sağlayan, ulusal kurtuluş savaşında mücadele etmiş her bir bireye karşı sahip olduğum sorumlulukla hareket etmekte olup, akıl ve bilim yolunun geleceğimizin teminatı olduğu bilinciyle çalışmalarımı sürdürmekteyim.

İki yıllık uzun bir zaman dilimi içersinde, yoğun bir çalışma temposu sonucu ortaya çıkan bu tez çalışmasının hazırlanmasında yol gösterici düşüncelerini esirgemeyen Sayın Prof. Dr. Hüseyin BALCI' YA, yüksek lisans öğrenimim süresince her konuda açıklayıcı bilgileriyle katkıda bulunan başta Sayın Prof. Dr. Onur SAYMAN olmak üzere tüm Makine Mühendisliği Bölümü öğretim görevlileri ve araştırma görevlilerine teşekkürü bir borç bilirim.

Maddi, manevi katkılarıyla her zaman yanımda bulunan babam Hasan ÖZEL, annem Hayriye ÖZEL, kardeşim Güneş ÖZEL'E, dostluklarını esirgemeyen D. Çağdaş KARABULUT, Yeliz PEKBEY ve ismini sayamadığım tüm arkadaşlarıma saygılarımı sunarım.

Ekin ÖZEL

ÖZET

Bu çalışmada sıcaklığın zamana göre türevine bağlı termoelastik mikromorfik ortamlarda bünye denklemleri incelenmiştir. Çalışma beş bölümden oluşmaktadır.

Birinci bölümde konuya kısa bir giriş yapılmıştır. İkinci bölümde mikromorfik teoriye ait kinematik ve şekildeğiştirme verilmiş, tek değerli şekildeğiştirme alanının varlığı için uygunluk koşulları şekildeğiştirme tansörleri üzerinde uygulanmıştır.

Üçüncü bölümde mikromorfik teoriye ait temel denklemlerin maddesel ve uzaysal formları ifade edilmiştir.

Dördüncü bölümde, sıcaklığın zamana göre türevine bağlı termoelastik mikromorfik ortamın bağlı bünye fonksiyonları tanımlanmış, entropi eşitsizliğinin koyduğu kısıtlamalardan bünye denklemleri elde edilmiştir. Ortamın izotrop olması, elastik ve homojen olması halleri için bünye denklemleri çıkarılmıştır. Çalışmanın sonunda lineer teori incelenmiş, bünye denklemlerinin lineerleştirilmiş ifadesi elde edildikten sonra alan denklemleri verilmiştir.

ABSTRACT

In this study , the constitutive equations of thermoelastic, micromorphic media which depend on time-rate of temperature were considered. The text consists of five chapters.

In chapter one, a brief summary was given about the topic. The kinematics and displacement of micromorphic theory were given and for the existence of single valued continuous displacement field the compatibility conditions were imposed on deformation tensors in chapter two.

In chapter three, for the micromorphic theory the basic equations in the form of material and space were determined.

In chapter four, for temperature-rate- dependent thermoelastic, micromorphic media, the constitutive equations obtained and the constitutive equations were derived from the restrictions due to entropy inequality. For the situations being isotropy, linear and homogenous media, the constitutive equations deduced. At the end, the linear theory was considered and after the linearized constitutive equations had been derived the field equations were given.

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

Teşekkür	I
Özet	II
Abstract	III
İçindekiler	IV

Bölüm Bir GİRİŞ

1.1 Giriş	1
-----------------	---

Bölüm İki KİNEMATİK

2.1 Kinematik	4
2.2 Şekildeğiştirme	6

Bölüm Üç Temel Aksiyomlar

3.1 Mikromorfik Ortamın Temel Aksiyomları	11
3.2 Temel Denklemlerin Maddesel Formları	15
3.2.1 Kütleinin Korunumu.....	15
3.2.2 Mikroataletin Korunumu.....	15
3.2.3 Momentumun Değişimi.....	16

3.2.4 Enerjinin Korunumu.....	17
3.2.5 Entropi Yasası.....	18
3.3 Temel Denklemlerin Uzaysal Formları.....	18

Bölüm Dört Bünye Denklemleri

4.1 Bünye Denklemleri	23
4.2 Gerilme Bünye Denklemi	29
4.2.1 Gerilme Bünye Denkleminin Uzaysal Formu	34
4.3 Ortalama Gerilmenin Bünye Denklemi	44
4.3.1 Ortalama Gerilme Bünye Denkleminin Uzaysal Formu	49
4.4 Gerilme Momenti Bünye Denklemi	56
4.4.1 Gerilme Momenti Bünye Denkleminin Uzaysal Formu	62
4.5 Isı Bünye Denklemi	69
4.5.1 Isı Bünye Denkleminin Uzaysal Formu	72
4.6 Lineer Teori	77

Bölüm Beş Sonuçlar

5.1 Sonuçlar	84
KAYNAKLAR	86

BÖLÜM BİR

GİRİŞ

Sürekli ortam mekaniği, yapısı sürekli kabul edilen cisimlerin dış etkiler altındaki davranışı ve hareketi ile ilgilenen bir fizik dalıdır. Ortamın sürekli kabul edilmemesi halinde teorinin başarısız kalması doğaldır. Klasik teoriyle ele alınması imkansız gibi gözüken çeşitli problemler, bugün, sürekli ortamlar mekaniğinin çalışma konularını teşkil etmektedir. Bu çalışmalar arasında maddesel noktaların küçük rijid dönmelerini gözönüne alan mikropolar teori ve maddesel noktaların rijid dönmelerinin yanısıra şekildeğiştirmelerini de içeren mikromorfik teori gibi. Bu teoriler sürekli ortamlar mekaniğinin uygulama alanını gözenekli malzemeler, taneli malzemeler, süspansiyonlar (kum gibi), sıvı kristaller, polimerler, kompozit malzemeler, mikroskopik çatlaklar ve dislokasyonlar ihtiva eden katılar, türbülanslı akım halindeki akışkanlar, gibi ortamlara genişletmiştir.

Yerel teorilerde cisimler, maddesel noktalar topluluğu olarak kabul edilir. Her maddesel nokta, geometrik noktalar olarak göz önüne alınıp, özellikleri, rijid ve şekil değiştirme yapabilen noktaların özellikleri kapsamında ele alınır. Yerel teorilerin başlangıcını teşkil eden polar teorilerin temelleri, 20. yüzyılın başlarında Cosserat kardeşlerin [1909] çalışması ile atılmıştır. Cosserat kardeşler, rijid bir cisme ait maddesel noktaların her birine altı serbestlik derecesine sahip üçlü bir vektör sistemi teşkil etmiştir. Bu, maddesel noktaların rijid hareketinin yorumlanmasına büyük kolaylık getirir. Bu konudaki çalışmaların yoğunlaşması kırk yıla yakın bir gecikme ile başladığı görülür. İlk araştırmacılar olarak Grad [1952] , Toupin [1962] ve [1964], Eringen [1962] sayılabilir. Bu ilk teoriler iç bağlı (Constrained) sürekli ortamlar olarak bilinir. Daha sonra Mindlin [1964] mikro yapıyı içeren elastisite teorisi , Green ve Rivlin [1964] genel multipolar teoriyi ortaya koymuşlar. Polar teorinin özellikle sıvı kristaller ve süspansiyonlarda deneylerle üstüste düşen başarılı sonuçlar vermesi araştırmacıları bu konuya hızla yöneltmiştir. Daha sonraki yıllarda Eringen [1967] , Eringen ve Kafadar [1976] ve Dost ve Tabarrok [1978] tarafından termoelastik

mikropolar ortamlarda ivme dalga yayılmalarına ait çalışmalar kaynak olarak verilebilir. Polar teori içersinde yer alan gözenekli malzemeler konusunda Prevost [1980] , Diebels [2000] , Gray ve Schreffer [2001] , tanecikli malzemeler konusunda ise Goodman ve Cowin [1971] , Jenkins [1975] , Nunziato ve Walsh [1979] ve çok fazlı karışımların süreklilik teorisi konusunda Wang ve Hutter [1999] kaynak olarak verilebilir.

Sıcaklığın zamana göre türevine bağlı termoelastik malzemeler, ilk olarak Müller [1971] tarafından ortaya konmuştur. Müller, sıcaklığın zamana göre türevini serbest bünye değişkenlerine ekleyerek, entropi akısının ısı akısına, mutlak sıcaklık yerine soğukluk fonksiyonu olarak adlandırdığı bir fonksiyonla bağlanması gerektiğini söylemiştir. Soğukluk fonksiyonu yardımıyla yeni tanımladığı entropi eşitsizliğinin bünye fonksiyonları üzerine koyduğu kısıtlamalardan bünye denklemini elde edilmiş ve soğukluk fonksiyonunun yalnız sıcaklığa değil, sıcaklığın zamana göre türevine de bağlı olduğunu göstermiştir. Bu çalışmada entropi kaynağı ve entropi akısı, ısı kaynağı ve ısı akısına termodinamik sıcaklık olarak adlandırılan Green ve Lindsay [1972] ve Şuhubi [1975] tarafından geliştirilen bir fonksiyon (Müller'in soğukluk fonksiyonunun tersi) ile bağlanmış ve yeni entropi eşitsizliğinin bünye fonksiyonları üzerine getirdiği kısıtlamalardan bünye denklemleri elde edilmiştir. Green ve Laws [1972] rijid cisim için bünye denklemlerini, Şuhubi ve Eringen [1973] viskoz akışkanlar için ısı iletim denklemini çıkararak denklemin hiperbolik tipte olabileceğini göstermişlerdir.

İkinci bölüm, mikromorfik termoelastisite teorisinin tanımını içermektedir. Önce mikromorfik teorisin kinematiği daha sonra da şekildeğiştirmeler verilmiştir.

Üçüncü bölüm, mikromorfik ortamın temel aksiyomları ve temel denklemlerin maddesel formları verildikten sonra kütle korunumu , momentumun değişimi, enerjinin korunumu ve entropi yasasına ait diferansiyel ifadeleri verilmiştir. Bu bölümün sonunda temel denklemlerin uzaysal formları elde edilmiştir.

Dördüncü bölümde ise, sıcaklığın zamana göre türevine bağlı mikromorfik termoelastik ortamın bünye fonksiyonları tanımlanarak ve klasik yolun izlenmesiyle entropi eşitsizliğinin koyduğu kısıtlamalardan maddesel ve uzaysal formda bünye denklemleri elde

edilmiştir. Bağlı bünye fonksiyonlarının değişkenleri içerisinde sıcaklığın zamana göre türevi dahil edilerek elde edilen bünye denklemleri bu çalışmada yapılmıştır. Mikromorfik ortamın izotrop olması halinde, bünye denklemleri maddesel ve uzaysal formda verilmiş ve açık ifadeleri elde edilmiştir. Uygulama olarak homojen şekildeğiştirme incelenmiş ve bünye denklemlerinin uzaysal formu elde edilmiştir.

Bu bölümün sonunda, teorinin bir bütün olması için lineer teori incelenmiş ve mikromorfik ortama ait lineerleştirilmiş bünye denklemleri çıkarılmış ve buradan alan denklemleri elde edilmiştir.



BÖLÜM İKİ

KİNEMATİK

2.1 Kinematik

Sürekli ortamlar mekaniği (polar olmayan) kinematik olarak X^K maddesel noktalarının bir t anındaki $x^k = x^k(X, t)$, ($k = K = 1, 2, 3$) şeklinde tanımlanan hareketinin araştırılmasına dayanır. Esas olarak, klasik mekaniğinde amaçlarından biri bu hareketi belirlemektir.

Klasik sürekli ortamlar mekaniğinde hareket için verilen bu dönüşüm, mikromorfik ortamların kinematiğinin verilmesi için yeterli değildir. Çünkü mikromorfik ortamlarda maddesel noktaların ötelenmeler yanında rijid dönmeler ve şekil değiştirme yaptıkları kabul edilir. Burada esas olan maddesel noktaların rijid dönmeleri ve şekil değiştirmeleri klasik mekanikte verilen hareket ifadesine nasıl ekleneceklerdir. Dönmeler, maddesel noktanın referans konumundan ötelenmesini gösteren $x^k(X, t)$ gibi bir ortogonal tansör ile gösterilir. Referans konumuna göre maddesel noktanın dönmesine ait büyüklük için G^K ve g^k maddesel ve uzaysal baz vektörleri alınarak, $\Xi = \Xi^K G_K$ maddesel koordinat takımında X noktasındaki keyfi bir vektör ve bu vektör maddesel nokta ile beraber rijid dönme yaparak, uzaysal konumda $\xi = \xi^k g_k$ vektörüne dönüşümünden $\xi^k g_k = \chi^K_K(X, t) \Xi^K g_k$ yazılabilir. Burada χ ortogonal dönüşüm olup dönmeyi belirler. $\chi^K_K(X, t)$ dönüşümüne mikrohareket denilir (Eringen, 1965).

Mikromorfik sürekli ortamın hareketi

$$x^k = x^k(\underline{X}, t) \quad (2.1)$$

$$\xi^k = \chi^k_k(\underline{X}, t) \Xi^K \quad k, K = 1, 2, 3 \quad (2.2)$$

dönüşümüyle verilebilir. Cismin her noktasında bu dönüşümlerin $X^K = X^K(x, t)$ ve $\chi^k_k = \aleph^k_k$ terslerinin olduğu kabul edilir. Hareket ve mikrohareket, tekil nokta ve eğriler dışında cismin tüm noktalarında sürekli ve birinci mertebeden türevlerinin var olduğu kabul edilir. Buradan gözönüne alınan bir B bölgesinin $\underline{X}$ elemanı için ve her t anında

$$\det(x^k,{}_K) > 0 \quad \det \chi^k_k > 0 \quad (2.3)$$

yazılır. $(\)_{,K} \equiv \frac{\partial}{\partial X^K}$ koordinatlara göre kısmi türevi göstermektedir.

$$\chi^k_k \aleph^K_l = \delta^k_l, \quad \chi^k_L \aleph^K_k = \delta^K_L \quad (2.4)$$

(2.4) ifadesi kullanılarak, (2.2)'den Ξ^K çözülürse

$$\Xi^K = \aleph^K_k(x, t) \xi^k \quad (2.5)$$

elde edilir. (2.2)'nin maddesel türevini alıp (2.5) kullanıldığında

$$\dot{\xi}^k = v^k_l \xi^l \quad (2.6)$$

elde edilir. Burada

$$v^k_l(x, t) \equiv \dot{\chi}^k_k \aleph^k_l \quad (2.7)$$

jirasyon tansörü olarak adlandırılır.

(2.7)'den

$$\dot{\chi}^k{}_K = v^k{}_I \chi^I{}_K \quad , \quad \aleph^K{}_k = -v^I{}_k \aleph^K{}_I \quad (2.8)$$

2.2 Şekil Değiştirme

Mikromorfik ortamlardaki şekildeğiştirme ölçümlerinden Eringen ve Şuhubi [1964] , Kafadar ve Eringen [1971] tarafından verilen şekildeğiştirme ölçümleri kullanılacaktır.

$$\sigma_{KL} \equiv x^k{}_{,K} \aleph_{Lk} \quad , \quad \varphi_{KL} \equiv \chi^k{}_K \chi_{kL} = \varphi_{LK} \quad , \quad \Gamma_{KLM} \equiv \aleph_{Kk} \chi^k{}_{LM} \quad (2.9)$$

Bu ölçümlere sırasıyla $\underline{\sigma}$ mikroşekildeğiştirme tansörü ve $\underline{\Gamma}$ bükülme tansörü denilir. Burada $(:)$ koordinatlara göre toplam kovaryant türevi göstermektedir. $\underline{\chi}$ ortogonal ise σ_{KL} , Cosserat şekildeğiştirme tansörüne özdeştir.

$$\varphi_{KL} = G_{KL} \quad , \quad \Gamma_{KLM} = -\varepsilon_{KLR} \Gamma^R{}_M \quad (2.10)$$

Burada $\Gamma_{KL} \equiv \frac{1}{2} \varepsilon_{KMN} \chi^{kM}{}_{,L} \chi_k{}^N$

$t = 0$ anında cismin referans konumunda σ_{KL} ve φ_{KL} 'nin tersleri

$$\sigma^{-1}_{KL} = \chi^{kK} X^L{}_{,k} \quad , \quad \varphi^{-1}_{KL} = \aleph^K{}_k \aleph^{Lk} \quad (2.11)$$

$t = 0$ anında G^{KL} (metrik tansöre)'e eşittir. Mikromorfik elastisite teorisi için ölçümler

$$\wp_{KL} = \sigma_{KL} - G_{KL} \quad , \quad \varepsilon_{KL} = \varphi_{KL} - G_{KL} \quad (2.12)$$

Temel denklemlerin uzaysal formlarının yazılmasında uzaysal şekildeğiştirme ölçümlerine de gerek vardır. σ_{KL} , φ_{KL} ve Γ_{KLM} 'den yararlanarak

$$\begin{aligned} c_{kl} &= X^K_{,k} \chi_{lK} = \aleph^K_k \chi_l^L \sigma_{KL}^{-1} \\ \varsigma_{kl} &= \aleph^K_k \aleph_{Kl} = \chi_k^K \aleph_l^L \varphi_{KL}^{-1} = \varsigma_{lk} \\ \gamma_{klm} &= \chi_{kLM} \aleph_l^L \aleph_m^M = \chi_k^K \aleph_m^M \Gamma_{KLM} \end{aligned} \quad (2.13)$$

büyüklikleri tanımlanabilir.

Mikromorfik cismin hareketi yalnızca

$$\frac{D}{Dt} \sigma_{KL} = \frac{D}{Dt} \varphi_{KL} = 0, \quad \frac{D}{Dt} \Gamma_{KLM} = 0 \Leftrightarrow (\nu_{l;k} - \nu_{lk}) = \nu_{(lk)} = 0, \quad \nu_{kl;m} = 0 \quad (2.14)$$

olması halinde rijid hareket olarak tanımlanır.

$\underline{\sigma}, \underline{\varphi}$ ve $\underline{\Gamma}$ şekildeğiştirme tansörleri önceden verildiği zaman (2.9) denklemleri x^k ve χ^k gibi altı bilinmeyenli kırk iki adet birinci mertebeden lineer olmayan kısmi diferansiyel denklem teşkil ederler. Burada tek değerli bir şekildeğiştirme alanının varlığı için aralarında bazı uygunluk şartlarını sağlamaları gerekir. $\underline{\sigma}, \underline{\varphi}$ ve $\underline{\Gamma}$ 'nin integre edilebilir olması için (maddesel noktaları içine alan basit bağımlı bir bölgede) gerek ve yeter şartlar

$$\begin{aligned} \varepsilon^{KPQ} \left(\sigma_P^L{}_{;Q} + \sigma_{PR} \Gamma^{LR}{}_Q \right) &= 0 \\ \varepsilon^{KPQ} \left(\Gamma^L{}_{MP;Q} - \Gamma^L{}_{RP} \Gamma^R{}_{MQ} \right) &= 0 \\ \varphi^{KL}{}_{;M} - 2\Gamma^{P(K}{}_M \varphi^{L)}{}_P &= 0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Bu denklemler şekildeğiştirme alanının uygunluk şartlarıdır. Basit bağımlı bir bölge için $x^k_{,K}$ ve $\chi^k_{K:L}$ 'nin integre edilebilir olması için gerek ve yeter şartlar

$$x^k_{,KL} = x^k_{,LK} \quad \chi^k_{K:LM} = \chi^k_{K:ML} \quad (2.16)$$

(2.15) 'de ifade edilen uygunluk şartlarının her birine ait hesaplamalar sırasıyla;

(2.15)₁ ifadesi için

$$\sigma_{PL} = x^k_{,P} \aleph_{Lk} \quad \Rightarrow \quad x^k_{,P} = \sigma_{PL} \aleph^{Lk} \quad (2.17)$$

(2.16)₁ , (2.17)'ye uygulanırsa

$$x^k_{,PQ} = \sigma_{PL:Q} \aleph^{Lk} + \sigma_{PL} \aleph^{Lk}_{,Q} = \sigma_{QL:P} \aleph^{Lk} + \sigma_{QL} \aleph^{Lk}_{,P} \quad (2.18)$$

Sağ taraftaki her iki eşitlik düzenlenirse

$$\begin{aligned} \sigma_{PL:Q} \aleph^{Lk} - \sigma_{QL:P} \aleph^{Lk} &= \sigma_{QL} \aleph^{Lk}_{,P} - \sigma_{PL} \aleph^{Lk}_{,Q} \\ \sigma_{PL:Q} - \sigma_{QL:P} &= \sigma_{QL} \aleph^{Rk}_{,P} \aleph_{Rk} - \sigma_{PL} \aleph^{Rk}_{,Q} \aleph_{Rk} \\ \sigma_{PL:Q} - \sigma_{QL:P} &= \sigma_{QR} \aleph^{Rk}_{,P} \aleph_{Lk} - \sigma_{PR} \aleph^{Rk}_{,Q} \aleph_{Lk} \\ \sigma_{PL:Q} - \sigma_{QL:P} &= \sigma_{QR} \chi^{kR}_{,P} \aleph_{Lk} - \sigma_{PR} \aleph^{kR}_{,Q} \aleph_{Lk} \\ \sigma_P^L{}_{,Q} - \sigma_Q^L{}_{,P} &= \sigma_{QR} \chi^{kR}_{,P} \aleph_k^L - \sigma_{PR} \aleph^{kR}_{,Q} \aleph_k^L \end{aligned} \quad (2.19)$$

(2.19) 'da son eşitlikte düzenleme yapılarak

$$\varepsilon^{KPQ} \left(\sigma_P^L{}_{,Q} + \sigma_{PR} \chi^{kR}_{,Q} \aleph_k^L \right) = \varepsilon^{KPQ} \left(\sigma_P^L{}_{,Q} + \sigma_{PR} \Gamma^{LR}_Q \right) = 0 \quad (2.20)$$

(2.15)₂ ifadesi için

$$\varphi_{KL} = \chi^k{}_K \chi_{kL} \quad \chi^k{}_K = \varphi_{KL} \chi^{kL} \quad (2.21)$$

(2.21)₂ 'nin toplam kovaryant türevi teşkil edilirse

$$\chi^k{}_{K;M} = \varphi_{KL;M} \chi^{kL} + \chi^{kL}{}_{;M} \varphi_{KL} \quad (2.22)$$

Şekildeğiştirme tansörünün toplam kovaryant türevi alınırsa

$$\varphi_{KL;M} = \chi^k{}_{K;M} \chi_{kL} + \chi^k{}_K \chi_{kL;M} \quad (2.23)$$

$$\varphi^{KL}{}_{;M} = \chi^{kK}{}_{;M} \chi_k{}^L + \chi^{kK} \chi_k{}^L{}_{;M}$$

(2.22) ve $\chi_k{}^L = \aleph_k^K \varphi^L{}_K$ ifadelerinden yararlanarak

$$\varphi^{KL}{}_{;M} = \chi^{kK}{}_{;M} \aleph_k^P \varphi^L{}_P + \aleph_k^P \varphi^K{}_P \chi_k{}^L{}_{;M}$$

$$\varphi^{KL}{}_{;M} = \Gamma^{PK}{}_M \varphi^L{}_P + \Gamma^{PL}{}_M \varphi^K{}_P \quad (2.24)$$

$$\varphi^{KL}{}_{;M} - 2\Gamma^{P(K}{}_M \varphi^{L)}{}_P = 0$$

(2.15)₃ ifadesi için

$$\Gamma^L{}_{MP} = \aleph_k^L \chi^k{}_{M:P} \quad \chi^k{}_{M:P} = \Gamma^L{}_{MP} \aleph_L^k \quad (2.25)$$

(2.16)₂ uygulanırsa

$$\chi^k{}_{M:PQ} = \Gamma^L{}_{MP;Q} \aleph_L^k + \Gamma^L{}_{MP} \aleph_L^k{}_{;Q} = \Gamma^L{}_{MP;Q} \aleph_L^k + \Gamma^L{}_{MQ} \aleph_L^k{}_{;P} \quad (2.26)$$

Eşitliğin her iki tarafı düzenlenirse

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{MP;Q}^L \aleph_L^k - \Gamma_{MQ;P}^L \aleph_L^k &= \Gamma_{MQ}^L \aleph_L^k{}_{:P} - \Gamma_{MP}^L \aleph_L^k{}_{:P} \\
 \Gamma_{MP;Q}^L - \Gamma_{MQ;P}^L &= \Gamma_{MQ}^L \aleph_R^k{}_{:P} \aleph_k^R - \Gamma_{MP}^L \aleph_R^k{}_{:P} \aleph_k^R \\
 \Gamma_{MP;Q}^L - \Gamma_{MQ;P}^L &= \Gamma_{RQ}^L \delta_M^R \aleph_k^R \aleph_R^k{}_{:P} - \Gamma_{RP}^L \delta_M^R \aleph_k^R \aleph_R^k{}_{:P} \\
 \Gamma_{MP;Q}^L - \Gamma_{MQ;P}^L &= \Gamma_{RQ}^L \aleph_k^R \aleph_M^k{}_{:P} - \Gamma_{RP}^L \aleph_k^R \aleph_M^k{}_{:Q} \\
 \Gamma_{MP;Q}^L - \Gamma_{MQ;P}^L &= \Gamma_{RQ}^L \Gamma_{MP}^R - \Gamma_{RP}^L \Gamma_{MQ}^R
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

$$\varepsilon^{KPQ} \left(\Gamma_{MP;Q}^L - \Gamma_{RP}^L \Gamma_{MQ}^R \right) = 0 \tag{2.28}$$

elde edilir.

BÖLÜM ÜÇ

TEMEL AKSİYOMLAR

3.1 Mikromorfik Ortamın Temel Aksiyomları

- Kütlenin Korunumu
- Mikroataletin Korunumu
- Momentumun Değişimi
- Momentumun Momentinin Değişimi
- Enerjinin Korunumu
- Entropi Eşitsizliği

Sürekli ortam mekaniğinde cisimlerin oluşumuna bakılmaksızın fiziksel ilkeler, süre gelen tüm olaylar için geçerlidir. Fiziksel ilkelerin matematiksel ifadelerinin yazımında üç gösterimin kullanılması yoluna gidilir. İntegraller, diferansiyel denklemler (alan denklemleri), süreklilik ve süreksizlik koşulları (fark denklemleri). İntegral gösterim, en genel halde sürekli ortam değişkenlerini ve süreksizlik koşullarını ifade ederler. Burada temel aksiyomların şekil değiştirmemiş V hacimli, S yüzeyli bir B cisminin bütünü için geçerli olan integral formları verilmiştir. Daha sonra bu ifadelerin alan denklemleri elde edilmiştir (Kafadar&Eringen ,1976) . Mikromorfik ortama ait temel aksiyomların genel ifadeleri;

$$\frac{d}{dt} \int_{V-\Sigma} \pi' dV' - \oint_{S-\Sigma} \tau'^K dA'_K - \int_{V-\Sigma} G' dV' = 0 \quad (3.1)$$

İntegrallerde $V-\Sigma$ ve $S-\Sigma$ gösterimleri, hacim ve yüzeyde tanımlı alan büyüklüklerinin integrallerinin süreksizlik dışında kalan kısımlarda alındığını belirtir. π' alan büyüklüklerinin zamana bağlı değişimini, τ' yüzey büyüklüklerini, G' kütle yoğunluğunu göstermektedir.

Entropi eşitsizliğini tanımlayan ifade, (3.1) denklemiyle aynı forma sahiptir. Yalnız, (=) eşitlik yerine ($\geq$) kullanılır.

$$\frac{d}{dt} \int_{V-\Sigma} \pi' dV' - \oint_{S-\Sigma} \tau'^K dA'_K - \int_{V-\Sigma} G' dV' \geq 0 \quad (3.2)$$

Genel ifadelerin cismi oluşturan maddesel noktalara uygulanabilmesi için yerel düzeyde karşılıklarının elde edilmesi gerekir. (3.1) denkleminin maddesel nokta civarında ifade edilebilmesi için ilk iki integral ifadesi süreksizlik terimlerini de içerecek şekilde yazılır.

$$\frac{d}{dt} \int_{V-\Sigma} \pi' dV' = \int_{V-\Sigma} \frac{\partial \pi'}{\partial t} dV' - \int_{\Sigma} [\pi' U'^K] dA'_K \quad (3.3)$$

$$\oint_{S-\Sigma} \tau'^K dA'_K = \int_{V-\Sigma} \tau'^K{}_{;K} dV' - \int_{\Sigma} [\tau'^K] dA'_K \quad (3.4)$$

Genel büyüklük ifadelerine göre yerel korunum yasaları;

$$\frac{\partial \pi'}{\partial t} - \tau'^K{}_{;K} - G' = 0 \quad V - \Sigma \text{ içinde} \quad (3.5)$$

$$[\tau'^K + \pi' U'^K] N'_K = 0 \quad \Sigma \text{ üzerinde} \quad (3.6)$$

(3.6) denkleminde [] işareti, süreksizlik yüzeyi üzerinde sıçramaları göstermektedir. Tekil yüzey üzerindeki sıçramaları da bu denklemlere ekleyebilmek için kendi birim normali $\underline{n}$ doğrultusunda $\underline{u}$ hızı ile hareket eden bir σ tekil yüzeyi düşünülür. ν, s, σ ve $\underline{n}$ 'in şekil değiştirmemiş B cismindeki görüntüleri sırasıyla V, S, Σ ve $\underline{N}$ ile gösterilir. Mikromorfik malzemelerde süreksizliğin olduğu kısımlarda π', τ'^K, G' büyüklükleri belirsizdir (Bear&Bachmat, 1991). Süreksizlikten kaynaklanan bu durumu hesaplamalara dahil etmek için bir $\phi(X')$ fonksiyonu tanımlanmıştır. $\phi(X')$ fonksiyonu malzemenin

bütünü için türetilabilir bir fonksiyondur. (3.3) ve (3.4) denkleminde π', τ' yerine $\phi\pi', \phi\tau'$ değerlerini yerleştirerek (3.5) ve (3.6) denklemleri kullanıldığında

$$\frac{d}{dt} \int_{V-\Sigma} \phi\pi' dV' = \int_{V-\Sigma} \phi(\tau'^K_{;K} + G') dV' + \int_{\Sigma} [\phi\tau'^K] dA'_K \quad (3.7)$$

$$\int_{S-\Sigma} \phi\tau'^K dA'_K = \int_{V-\Sigma} (\phi\tau'^K_{;K} + \phi_{;K}\tau'^K) dV' + \int_{\Sigma} [\phi\tau'^K] dA'_K \quad (3.8)$$

elde edilir. (3.7) ve (3.8) denklemlerinden

$$\int_{S-\Sigma} \phi\tau'^K dA'_K + \int_{V-\Sigma} (-\phi_{;K}\tau'^K + \phi G') dV' - \frac{d}{dt} \int_{V-\Sigma} \phi\pi' dV' = 0 \quad (3.9)$$

Maddesel noktalar civarında, genel büyüklükler yerine yerel çerçevede gerekli büyüklüklere dayalı olarak korunum yasalarının yazılabilmesi için, maddesel noktalar sistemini meydana getiren bir bölge ele alınır. Maddesel nokta ve civarını oluşturan bu bölgeler üzerinde alınacak integraller, maddesel noktalar için yüzey ve hacim değişkenli büyüklüklerin ortalama değerlerini ifade eder. Alt bölgelerin limit değerlerine bağlı olarak yüzey ve hacim integral ifadeleri ve ortalama değerleri;

$$\langle \phi\tau'^K \rangle_2 dA_K = \lim_{S_K \rightarrow 0} \oint_{S_K-\Sigma} \phi\tau'^K dA_K \quad (3.10)$$

$$\langle \phi\pi' \rangle dV = \lim_{V_L \rightarrow 0} \int_{V_L-\Sigma} \phi\pi' dV' \quad (3.11)$$

Ortalama değerlere bağlı olarak, X noktasının yakın civarını teşkil eden X' maddesel noktalarına ($X' = X + \Xi$) ait genel ifade

$$\int_{S-\Sigma} \langle \phi\tau'^K \rangle_2 dA_K + \int_{V-\Sigma} (-\phi_{;K}\tau'^K + \phi G') dV' - \frac{d}{dt} \int_{V-\Sigma} \langle \phi\pi' \rangle dV = 0 \quad (3.12)$$

(3.12) denklemine (3.3) ve (3.4) denklemleri uygulanarak

$$\langle \phi \tau'^K \rangle_{2;K} - \langle \phi_{;K} \tau'^K \rangle + \langle \phi G' \rangle - \langle \phi \pi' \rangle^* = 0 \quad V - \Sigma \text{ içinde} \quad (3.13)$$

$$\left[\langle \phi \tau'^K \rangle_2 + U^K \langle \phi \pi' \rangle \right] N_K = 0 \quad \Sigma \text{ üzerinde} \quad (3.14)$$

ϕ fonksiyonu kartezyen koordinatlarda

$$\phi(X') = B + B_K X'^K \quad (3.15)$$

denklemini ile ifade edilir. Burada B ve B_K sabitlerdir. $\phi(X')$ ifadesini (3.13) ve (3.14)'de yerine koyup, B ve B_K sabitleri sıfıra eşit kılınır.

$$\tau^K_{;K} + G - \pi = 0 \quad V - \Sigma \text{ içinde} \quad (3.16)$$

$$\left[\tau^K + U^K \pi \right] N_K = 0 \quad \Sigma \text{ üzerinde}$$

$$\tau^{KL}_{;K} + \tau^L - \bar{\tau}^L + G^L - \pi^L = 0 \quad V - \Sigma \text{ içinde} \quad (3.17)$$

$$\left[\tau^{KL} + \pi^L U^K \right] N_K = 0 \quad \Sigma \text{ üzerinde}$$

Burada;

$$\begin{aligned} \tau^K &\equiv \langle \tau'^K \rangle_2, & G &\equiv \langle G' \rangle, & \pi &\equiv \langle \pi' \rangle \\ \tau^{KL} &\equiv \langle \tau'^K \Xi^L \rangle_2, & G^L &\equiv \langle G' \Xi^L \rangle, & \pi^L &\equiv \langle \pi' \Xi^L \rangle \\ \bar{\tau}^K &\equiv \langle \tau'^K \rangle \end{aligned} \quad (3.18)$$

3.2 Temel Denklemlerin Maddesel Formları

(3.18) ' ki büyüklüklere değerler vererek, şekil değiştirmemiş mikromorfik ortamların alan denklemleri (Eringen,1976).

3.2.1 Kütlenin Korunumu

Mikromorfik ortamın her bir X' maddesel noktası için ρ'_0 yoğunluğu tanımlansın.

$\pi' = \rho'_0$; $\tau'^K = G' = 0$ değerleri (3.18) de yerine konulursa;

$$\pi = \langle \rho'_0 \rangle \equiv \rho_0 \quad , \quad \pi^K \equiv \langle \rho'_0 \Xi^K \rangle \equiv \rho_0^K \quad (3.19)$$

yukarıdaki büyüklüklerin (3.16) ve (3.17)'de kullanılmasıyla kütlenin korunumunun yerel formu.

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_0 &= 0 & V - \Sigma &\text{ içinde} \\ [\rho_0 U^K]_{N_K} &= 0 & \Sigma &\text{ üzerinde} \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_0^K &= 0 & V - \Sigma &\text{ içinde} \\ [\rho_0^L U^K]_{N_K} &= 0 & \Sigma &\text{ üzerinde} \end{aligned} \quad (3.21)$$

3.2.2 Mikroataletin Korunumu

Mikromorfik ortamın X' noktaları için ktle moment i büyüklükleri

$\pi' = \rho'_0 \Xi'$; $\tau'^K = G' = 0$ (3.18)'de kullanılarak

$$\pi = \langle \rho'_0 \Xi^K \rangle \equiv \rho_0^K \quad , \quad \pi^L = \langle \rho'_0 \Xi^K \Xi^L \rangle \equiv \rho_0 I^{KL} \quad (3.22)$$

I^{KL} mikroatalet tansörüdür. Mikroataletin korunumu aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\rho_0 \dot{I}^{KL} = 0 \quad V - \Sigma \text{ içinde} \quad (3.23)$$

$$[\rho_0 I^{LM} U^K] N_K = 0 \quad \Sigma \text{ üzerinde}$$

3.2.3 Momentumun Değişimi

Momentumun zamanla değişimi cisme etki eden toplam kuvvete eşittir. Her X' noktasında momentum vektörü, yüzey gerilimi ve kütle kuvvetleri $\rho'_0 v' = \rho_0 (\nu + \dot{\chi}_K \Xi^K)$, $\tau'^K = T'^K$, $G' = \rho'_0 f'$ ortalama değerleri ile ifade edilirse;

$$\begin{aligned} \pi &= \rho_0 \nu + \rho_0^K \dot{\chi}_K, \quad \pi^L = \rho_0^L \nu + \rho_0 \dot{\chi}_K I^{KL} \\ \tau^K &= \langle T'^K \rangle_2 \equiv T^K, \quad \bar{T}^K = \langle T'^K \rangle \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\tau^{KL} = \langle T'^K \Xi^L \rangle_2 \equiv T^{KL}, \quad G = \rho_0 f, \quad G^L = \rho_0 f^L$$

(3.24) denklemi (3.16) ve (3.17)'de yerlerine koyarak kütlenin korunumu ve mikroataletin korunumu denklemlerini kullanarak momentumun değişimine ait denklemler elde edilir.

$$T^K_{;K} + \rho_0 (f - \dot{\nu}) - \rho_0^K \ddot{\chi}_K = 0 \quad V - \Sigma \text{ içinde} \quad (3.25)$$

$$[T^K + (\rho_0 \nu + \rho_0^L \dot{\chi}_L) U^K] N_K = 0 \quad \Sigma \text{ üzerinde}$$

$$T^{KL}_{;K} + T^L - \bar{T}^L + \rho_0 f^L - \left(\rho_0^L \dot{\nu} + \rho_0 \ddot{\chi}_K I^{KL} \right) = 0 \quad V - \Sigma \text{ içinde} \quad (3.26)$$

$$[T^{KL} + (\rho_0^L \nu + \rho_0 \dot{\chi}_M I^{ML}) U^K] N_K = 0 \quad \Sigma \text{ üzerinde}$$

3.2.4 Enerjinin Korunumu

X' maddesel noktası için enerji yoğunluğu $\pi' = \rho'_0 \left(\varepsilon' + \frac{1}{2} \nu' \cdot \nu' \right)$ olarak tanımlanmıştır. Yüzey ve hacim yoğunlukları sırasıyla $\tau'^K = T'^K \cdot \nu' + Q'^K + \Sigma'^K$ ve $G' = \rho'_0 f' \cdot \nu' + \rho' \cdot h'$ ile gösterilmektedir. Burada $\varepsilon', Q'^K, \Sigma'^K, h'$ iç enerji yoğunluğu, ısı vektörü, yüzey iç enerjisi ve iç enerji kaynağıdır. X' noktalarının bağıl konumda oldukları esas maddesel noktaya göre hız ifadeleri $\nu' = \nu + \dot{\chi}_K \Xi^K$ ve (3.18) denklemlerini kullanarak

$$\begin{aligned} \pi &= \rho_0 \varepsilon + \frac{1}{2} \rho_0 \nu \cdot \nu + \rho_0^K \dot{\chi}_K \cdot \nu + \frac{1}{2} \rho_0 I^{KL} \dot{\chi}_K \dot{\chi}_L \\ \tau^K &= T^K \cdot \nu + T^{KL} \cdot \dot{\chi}_L + Q^K + \Sigma^K \\ \bar{\tau}^K &= \bar{T}^K \cdot \nu + \bar{T}^{KL} \cdot \dot{\chi}_L + \bar{Q}^K + \bar{\Sigma}^K \\ G &= \rho_0 f \cdot \nu + \rho_0 f^K \cdot \dot{\chi}_K + \rho_0 h \\ G^L &= \rho_0 f^L \cdot \nu + \rho_0 f^{KL} \cdot \dot{\chi}_K \end{aligned} \quad (3.27)$$

elde edilir. Burada

$$\begin{aligned} \rho_0 f^K &\equiv \langle \rho'_0 f' \Xi^K \rangle, & \rho_0 f^{KL} &= \langle \rho'_0 f' \Xi^K \Xi^L \rangle \\ \Sigma^K &= \langle \Sigma'^K \rangle_2, & Q^K &= \langle Q'^K \rangle_2 \\ \bar{\Sigma}^K &= \langle \Sigma'^K \rangle, & \bar{Q}^K &= \langle Q'^K \rangle, & \rho_0 h &\equiv \langle \rho'_0 h \rangle \end{aligned} \quad (3.28)$$

(3.27) ifadelerini (3.16) ve (3.17) de yerine koyarak ve sonra (3.21), (3.22), (3.23), (3.25) ve (3.26) ifadelerini kullanarak enerji korunumu

$$\begin{aligned} -\rho_0 \dot{\varepsilon} + T^K \cdot \nu_{;K} + T^{KL} \cdot \dot{\chi}_{L;K} + (\bar{T}^K - T^K) \dot{\chi}_K \\ + Q^K_{;K} + \Sigma^K_{;K} + \rho_0 h = 0 \end{aligned} \quad V - \Sigma \text{ içinde} \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned} \left[T^K \cdot \nu + T^{KL} \cdot \dot{\chi}_L + Q^K + \Sigma^K \right. \\ \left. + \left(\rho_0 \varepsilon + \frac{1}{2} \rho_0 \nu \cdot \nu + \rho_0^L \dot{\chi}_L \cdot \nu + \frac{1}{2} \rho_0 I^{MN} \dot{\chi}_M \cdot \dot{\chi}_N \right) U^K \right] N^K = 0 \quad \Sigma \text{ üzerinde} \end{aligned}$$

denklemleri ile ifade edilir.

3.2.5 Entropi Yasası

X' ile ilgili büyüklükler $\pi' = \rho_0 \eta'$, $\tau'^K = S'^K$, $G' = \rho'_0 b'$ olarak tanımlanmıştır. η', S'^K, b' entropi yoğunluğunu, yüzey entropi vektörünü ve entropi kaynak şiddetidir. Bu büyüklüklerin ortalama değer ifadeleri;

$$\rho_0 \eta \equiv \langle \rho_0 \eta' \rangle \quad , \quad S^K \equiv \langle S'^K \rangle_2 \quad , \quad \rho_0 b \equiv \langle \rho'_0 b' \rangle \quad (3.30)$$

Entropi eşitsizliğine ait denklemler;

$$\rho_0 \dot{\eta} - S'^K_{;K} - \rho_0 b \geq 0 \quad V - \Sigma \quad \text{içinde} \quad (3.31)$$

$$[\rho_0 \eta U^K + S^K] N_K \leq 0 \quad \Sigma \quad \text{üzerinde}$$

3.3 Temel Denklemlerin Uzaysal Formları

Mikromorfik ortamın yerel alan denklemleri (Kafadar&Eringen, 1976). Kütlenin korunumunun maddesel formunu ifade eden (3.20) denklemi

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right) + (\rho v^k)_{;k} = 0 \quad v - \sigma \quad \text{içinde} \quad (3.32)$$

$$[\rho(v^k - u^k)] n_k = 0 \quad \sigma \quad \text{üzerinde}$$

eşdeğerdir. Burada $\rho \equiv \langle \rho'_0 \rangle \frac{dV}{dV}$ ve $J = \frac{dV}{dV}$ 'dir. I^{KL} maddesel mikroatalet tansörü ve $\Xi^K = \aleph^K_k \xi^k$ bağıl konum vektörünün ters dönüşüm ifadelerinden

$$\rho_0 i^{kl} \equiv \langle \rho'_0 \xi^k \xi^l \rangle \quad I^{KL} = i^{kl} \aleph^K_k \aleph^L_l \quad (3.33)$$

Burada i^{kl} uzaysal mikroatalet tansörünü tanımlar.

Uzaysal formda mikroataletin korunumu;

$$\left(\frac{\partial i^{kl}}{\partial t} \right) + i^{kl}{}_{;m} v^m - i^{kr} v_r{}^l - i^{rl} v_r{}^k = 0 \quad v - \sigma \text{ içinde}$$

$$[\rho i^{kl} (v^r - u^r)] n_r = 0 \quad \sigma \text{ üzerinde}$$
(3.34)

Dörtüzlü bir eleman üzerinde tanımlı gerilme vektörü ve bileşen ifadelerini kullanarak;

$$T^K dA_K = t^k da_k, \quad da_k = J X^K{}_{,k} dA_K$$
(3.35)

Maddesel formda gerilme vektörü, (3.35) denklemleri kullanılarak aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$T^K = J X^K{}_{,k} t^k$$
(3.36)

(3.36) 'dan gerilme bileşenleri;

$$T^{KL} = J X^K{}_{,k} t^{kl}, \quad T^{KL} = J X^K{}_{,k} \aleph^L{}_l t^{kl}$$
(3.37)

T^K ve T^{KL} ifadeleri (3.25) ve (3.26) 'da yerlerine yerleştirilir, $(J X^K{}_{,k})_{;K} = 0$, $\rho = \rho_0 J^{-1}$ ve $\rho_0{}^{,K} = 0$ kullanılarak momentumun değişimi ve momentumun momentinin değişimi sırasıyla ;

$$t^k{}_{;k} + \rho(f - \dot{v}) = 0$$
(3.38)

$$t^{kl}{}_{;k} \aleph^L{}_l + t^{kl} \aleph^L{}_{l;k} + X^L{}_{,k} t^k - J^{-1} \bar{T}^L + \rho f^L - \rho I^{KL} \ddot{\chi}_K = 0$$
(3.39)

Burada

$$\bar{t}^l \equiv -t^{km} \chi^l_L \aleph^L_{m;k} + t^l - t^k \chi^l_L X^L_{,k} + J^{-1} \chi^l_L \bar{T}^L \quad (3.40)$$

$$f^l \equiv f^L \chi^l_L \quad \dot{\sigma}^l \equiv I^{KL} \chi^l_L \ddot{\chi}_K$$

Bu ifadeleri kullanarak (3.38)

$$t^{kl}_{,k} + t^l - \bar{t}^l + \rho(f^l - \dot{\sigma}^l) = 0 \quad \nu - \sigma \text{ içinde} \quad (3.41)$$

$$\left[t^{kl} - \rho \sigma^l (v^k - u^k) \right] n_k = 0 \quad \sigma \text{ üzerinde}$$

ile ifade edilebilir. $\dot{\sigma}^l$ uzaysal konumda spin atalet tansörüdür.

Spin atalet tansörü aşağıdaki formda yazılır.

$$\dot{\sigma}^l = t^{kl} \aleph^K_k \ddot{\chi}_K = i^r (\dot{v}_r + v^m_r v_m) \quad (3.42)$$

Burada $v_k \equiv v_{kl} g^l$ 'dır. (3.40) denkleminde $\bar{T}^K$ ifadesi

$$\bar{T}^K = J(\bar{t}^k - t^k) \aleph^K_k + J t^k X^K_{,k} + J t^{kl} \aleph^K_{l;k} \quad (3.43)$$

(3.36), (3.37), (3.43) ifadelerini (3.29) 'da yerlerine koyarak ve $Q^K \equiv J X^K_{,k} q^k$ ve $\Sigma^K \equiv J X^K_{,k} \sigma^k$ ifadelerini kullanarak enerji korunumunun uzaysal formu elde edilir.

$$-\rho \dot{\varepsilon} + t^k \cdot v_{,k} + t^{kl} v_{l;k} + (\bar{t}^k - t^k) \cdot v_k + q^k_{,k} + \sigma^k_{,k} + \rho h = 0 \quad \nu - \sigma \text{ içinde} \quad (3.44)$$

$$\left[t^k \cdot v + t^{kl} \cdot v_l + q^k + \sigma^k - \rho \left(\varepsilon + \frac{1}{2} v \cdot v + \frac{1}{2} i^s v_r \cdot v_s \right) (v^k - u^k) \right] n_k = 0 \quad \sigma \text{ üzerinde}$$

Son olarak da entropi ilkesine ait denklemin uzaysal formu yazılacak olursa;

$$\begin{aligned} \rho \dot{\eta} - s^k{}_{;k} - \rho b &\geq 0 & \nu - \sigma &\text{ içinde} \\ [\rho \eta (\nu^k - u^k) - s^k] n_k &\geq 0 & \sigma &\text{ üzerinde} \end{aligned} \quad (3.45)$$

Burada

$$\begin{aligned} S^K &= J X^K{}_{,k} s^k, & t^k &\equiv t^{kl} g_l, & \bar{t}^k &= \bar{t}^{kl} g_l \\ t^{kl} &\equiv t^{kml} g_m, & f^l &= f^{ml} g_m, & \dot{\sigma}^l &\equiv \dot{\sigma}^{ml} g_m \\ \bar{t}^{kl} &= \bar{t}^{lk} \end{aligned} \quad (3.46)$$

olarak tanımlanmışlardır.

Mikromorfik malzemelerin bünye denklemlerinin oluşturulmasında kullanılan enerji denklemi, mikromorfik teoriden dolayı yapı itibarıyla klasik anlamdaki enerji denkleminden farklılık göstermektedir. Denklem mikro şekildeşiştirmeyi de içermektedir. Mikromorfik malzemelerin bünye denklemlerini elde etmek için, enerji denklemi ve entropi eşitsizliği arasında işlemler gerçekleştirilir. Mikromorfik ortam için enerji denklemi ve entropi eşitsizliği ifadeleri

$$-\rho_0 \dot{\epsilon} + T^{Kl} \nu_{l;K} + T^{KLm} \dot{\chi}_{mL;K} + (\bar{T}^{Kl} - T^{Kl}) \dot{\chi}_{lK} + Q^K{}_{;K} + \rho_0 h = 0 \quad (3.47)$$

$$\rho_0 \dot{\eta} - S^K{}_{;K} - \rho_0 b \geq 0 \quad (3.48)$$

Sıcaklığın zamana göre türevine bağlı termoelastik ortamlarda, sıcaklığın zamana göre türevi bünye fonksiyonlarına serbest değişken olarak sokulduğunda, entropi eşitsizliğindeki ısı ve entropi arasındaki klasik bağıntı ($b = \frac{h}{\theta}$, θ : mutlak sıcaklık) kullanıldıkça, entropi eşitsizliği, bünye fonksiyonlarının sıcaklığın zamana göre türevinden bağımsızdır. Bu nedenle entropi eşitsizliğinde bir değişiklik yapılması gerekmektedir. Bunun için entropi akısı ısı akısına θ mutlak sıcaklık yerine bir ϕ bünye fonksiyonu yardımıyla bağlanır

(Şuhubi , 1975). Bu çalışmada gözönüne alınan termoelastik mikromorfik ortamlar için entropi akısı ve entropi kaynağının

$$S^K = \frac{Q^K}{\phi} \quad , \quad b = \frac{h}{\phi} \quad (3.49)$$

şeklinde yazılabileceği kabul edilir. Burada ϕ bir bünye fonksiyonu olup üzerine

$$\phi > 0 \quad , \quad \inf \phi = 0 \quad (3.50)$$

kısıtlamaları konur ve termodinamik denge halinde $\dot{\theta} = \theta_{,K} = 0$, θ mutlak sıcaklığa indirger. ϕ 'ye termodinamik sıcaklık denir. ϕ yardımıyla iç enerji ve entropi yoğunluğuna bağlı olarak termodinamik serbest enerji ψ

$$\psi = \varepsilon - \eta\phi \quad (3.51)$$

şeklinde tanımlanır. (3.50) ve (3.51) ifadeleri entropi eşitsizliğinde kullanarak, h ısı kaynağı enerji denklemi yardımıyla yok edilirse entropi eşitsizliğinin maddesel formdaki

$$\begin{aligned} & -\rho_0(\dot{\psi} + \eta\dot{\phi}) + T^{KL} x^k_{,K} \chi^l_{,L} \nu_{l;k} \\ & + T^{KLM} \mathfrak{S}_{Mm} \dot{\chi}^m_{L,K} + (\bar{T}^{KL} - T^{KL}) \chi^l_{,L} \dot{\chi}_{lK} + \frac{1}{\phi} Q^K \phi_{,K} \geq 0 \quad V - \Sigma \text{ içinde} \end{aligned} \quad (3.52)$$

Şekil değiştirme tansörleri cinsinden entropi eşitsizliği ise

$$-\rho_0(\dot{\psi} + \eta\dot{\phi}) + T^{KL} \dot{\sigma}_{KL} + T^{KLM} \dot{\Gamma}_{KLM} + \bar{T}^{KL} \frac{1}{2} \dot{\phi}_{KL} + \frac{1}{\phi} Q^K \phi_{,K} \geq 0 \quad V - \Sigma \text{ içinde} \quad (3.53)$$

ifade edilir.

BÖLÜM DÖRT

BÜNYE DENKLEMLERİ

4.1 Bünye Denklemleri

Sıcaklığın zamana göre türevine bağlı termoelastik mikromorfik malzemeler:

Mikromorfik bir malzemede $(\underline{X}, t)$ noktasındaki $\underline{T}$ gerilme tansörü, $\bar{\underline{T}}$ ortalama gerilme tansörü, $\tilde{\underline{T}}$ gerilme momenti tansörü, $\underline{Q}$ ısı vektörü, ε iç enerji yoğunluğu, η entropi yoğunluğu, ψ termodinamik serbest enerji ve ϕ termodinamik sıcaklık gibi bağlı bünye fonksiyonları yalnız $(\underline{X}, t)$ 'deki $x^k_{,K}$ şekildeğiştirme gradyanı, χ mikrohareket, $\chi^k_{K,L}$ mikrohareketin gradyanı, θ sıcaklığı, $\theta_{,K}$ sıcaklık gradyanı ve $\dot{\theta}$ sıcaklığın zamana göre türevine bağlıdır⁽¹⁾ (Kafadar&Eringen, 1976). Objektivite ilkesi uygulandıktan sonra bünye fonksiyonları

$$\begin{aligned}
 \underline{T}(\underline{X}, t) &= \hat{\underline{T}}(\sigma, \varphi, \Gamma, \theta, \text{Grad } \theta, \dot{\theta}; \underline{X}) \\
 \bar{\underline{T}}(\underline{X}, t) &= \hat{\bar{\underline{T}}}(\sigma, \varphi, \Gamma, \theta, \text{Grad } \theta, \dot{\theta}; \underline{X}) \\
 \tilde{\underline{T}}(\underline{X}, t) &= \hat{\tilde{\underline{T}}}(\sigma, \varphi, \Gamma, \theta, \text{Grad } \theta, \dot{\theta}; \underline{X}) \\
 \underline{Q}(\underline{X}, t) &= \hat{\underline{Q}}(\sigma, \varphi, \Gamma, \theta, \text{Grad } \theta, \dot{\theta}; \underline{X}) \\
 \varepsilon(\underline{X}, t) &= \hat{\varepsilon}(\sigma, \varphi, \Gamma, \theta, \text{Grad } \theta, \dot{\theta}; \underline{X}) \\
 \eta(\underline{X}, t) &= \hat{\eta}(\sigma, \varphi, \Gamma, \theta, \text{Grad } \theta, \dot{\theta}; \underline{X}) \\
 \psi(\underline{X}, t) &= \hat{\psi}(\sigma, \varphi, \Gamma, \theta, \text{Grad } \theta, \dot{\theta}; \underline{X}) \\
 \phi(\underline{X}, t) &= \hat{\phi}(\sigma, \varphi, \Gamma, \theta, \text{Grad } \theta, \dot{\theta}; \underline{X})
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

(1) Kafadar ve Eringen (1976) tarafından verilen teori, bu çalışmada genelleştirilmiştir.

(3.53) entropi eşitsizliğindeki $\dot{\psi}$, $\dot{\phi}$ ve $\phi_{,K}$ türevleri bünye fonksiyonlarının tanımları yardımıyla zincir kuralı uygulanarak, örneğin $\dot{\psi}$,

$$\dot{\psi} = \frac{\partial \psi}{\partial \sigma_{KL}} \dot{\sigma}_{KL} + \frac{\partial \psi}{\partial \phi_{KL}} \dot{\phi}_{KL} + \frac{\partial \psi}{\partial \Gamma_{KLM}} \dot{\Gamma}_{KLM} + \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \dot{\theta} + \frac{\partial \psi}{\partial \theta_{,K}} \dot{\theta}_{,K} + \frac{\partial \psi}{\partial \ddot{\theta}} \ddot{\theta} \quad (4.2)$$

Türevler (3.53) entropi eşitsizliğine yerleştirilip gerekli düzenlemeler yapıldığında

$$\begin{aligned} & -\rho_0 \left[\frac{\partial \psi}{\partial \sigma_{KL}} + \eta \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{KL}} - \frac{1}{\rho_0} T^{KL} \right] \dot{\sigma}_{KL} - \rho_0 \left[\frac{\partial \psi}{\partial \phi_{KL}} + \eta \frac{\partial \phi}{\partial \phi_{KL}} - \frac{1}{2\rho_0} \bar{T}^{KL} \right] \dot{\phi}_{KL} \\ & - \rho_0 \left[\frac{\partial \psi}{\partial \Gamma_{KLM}} + \eta \frac{\partial \phi}{\partial \Gamma_{KLM}} - \frac{1}{\rho_0} T^{KLM} \right] \dot{\Gamma}_{KLM} - \rho_0 \left[\frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \eta \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right] \dot{\theta} \\ & - \rho_0 \left[\frac{\partial \psi}{\partial \theta_{,K}} + \eta \frac{\partial \phi}{\partial \theta_{,K}} - \frac{1}{\rho_0 \phi} Q^K \frac{\partial \phi}{\partial \dot{\theta}} \right] \dot{\theta}_{,K} - \rho_0 \left[\frac{\partial \psi}{\partial \ddot{\theta}} + \eta \frac{\partial \phi}{\partial \ddot{\theta}} \right] \ddot{\theta} \\ & + \frac{1}{\phi} Q^K \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{ML}} \sigma_{[M/L;K]} + \frac{1}{\phi} Q^K \frac{\partial \phi}{\partial \phi_{ML}} \phi_{[M/L;K]} + \frac{1}{\phi} Q^K \frac{\partial \phi}{\partial \Gamma_{NLM}} \Gamma_{N[LM;K]} \\ & + \frac{1}{\phi} Q^K \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \theta_{,K} + \frac{1}{\phi} Q^K \frac{\partial \phi}{\partial \theta_{,L}} \theta_{,LK} + \frac{1}{\phi} Q^K \left(\frac{\partial \phi}{\partial X^K} \right)' \geq 0 \end{aligned} \quad (4.3)$$

(4.3) ifadesi bünye fonksiyonları içinde bulunmayan $\dot{\sigma}_{KL}$, $\dot{\phi}_{KL}$, $\dot{\Gamma}_{KLM}$, $\sigma_{ML;K}$, $\phi_{ML;K}$, $\Gamma_{NLM;K}$, $\dot{\theta}_{,K}$, $\ddot{\theta}$ ve $\theta_{,LK}$ büyüklüklerine göre lineerdir. Eşitsizliğin gerçekleştirilebilmesi için bu büyüklüklerin katsayılarının sıfır olması gereklidir.

Buradan

$$\begin{aligned} T^{KL} &= \rho_0 \left[\frac{\partial \psi}{\partial \sigma_{KL}} + \eta \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{KL}} \right] & \bar{T}^{KL} &= 2\rho_0 \left[\frac{\partial \psi}{\partial \phi_{KL}} + \eta \frac{\partial \phi}{\partial \phi_{KL}} \right] \\ T^{KLM} &= \rho_0 \left[\frac{\partial \psi}{\partial \Gamma_{KLM}} + \eta \frac{\partial \phi}{\partial \Gamma_{KLM}} \right] & Q^K &= \rho_0 \kappa \left[\frac{\partial \psi}{\partial \theta_{,K}} + \eta \frac{\partial \phi}{\partial \theta_{,K}} \right] \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\frac{Q^K}{\phi} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{ML}} \sigma_{[M/L:K]} + \frac{\partial \phi}{\partial \varphi_{ML}} \varphi_{[M/L:K]} + \frac{\partial \phi}{\partial \Gamma_{NLM}} \Gamma_{N[LM:K]} \right) \quad (4.5)$$

$$- \rho_0 \left[\frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \eta \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right] \dot{\theta} + \frac{1}{\phi} Q^K \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \theta_{,K} + \frac{1}{\phi} Q^K \left(\frac{\partial \phi}{\partial X^K} \right)' \geq 0$$

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial \dot{\theta}} + \eta \frac{\partial \phi}{\partial \dot{\theta}} \right) = 0$$

elde edilir.

Entropi eşitsizliği üzerine konulan kısıtlamalardan termodinamik sıcaklık fonksiyonlarına ait ifadeler

$$Q^K \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{ML}} + Q^L \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{MK}} = 0 \quad (4.6)$$

$$Q^K \frac{\partial \phi}{\partial \varphi_{ML}} + Q^L \frac{\partial \phi}{\partial \varphi_{MK}} = 0 \quad (4.7)$$

$$Q^K \frac{\partial \phi}{\partial \Gamma_{NLM}} + Q^L \frac{\partial \phi}{\partial \Gamma_{NKM}} = 0 \quad (4.8)$$

$$Q^K \frac{\partial \phi}{\partial \theta_{,L}} + Q^L \frac{\partial \phi}{\partial \theta_{,K}} = 0 \quad (4.9)$$

enerjinin korunumu ve entropi sonuçları (4.3) ifadesine götürülürse mikromorfik termoelastik ortamlara ait bünye denklemleri maddesel formda

$$T^{KL} = \frac{\partial \Sigma}{\partial \sigma_{KL}}, \quad \bar{T}^{KL} = \frac{\partial \Sigma}{\partial \varphi_{KL}} \quad (4.10)$$

$$T^{KLM} = \frac{\partial \Sigma}{\partial \Gamma_{KLM}} \quad , \quad Q^K = \frac{\partial \Sigma}{\partial \theta_{,K}}$$

$$\eta = -\frac{\kappa}{\rho_0 \phi} \frac{\partial \Sigma}{\partial \dot{\theta}} \quad , \quad \rho_0 \varepsilon = \Sigma - \kappa \frac{\partial \Sigma}{\partial \dot{\theta}} \quad , \quad \phi = \hat{\phi}(\theta, \dot{\theta}; X)$$

$$\kappa = \phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right)^{-1}$$

Burada Σ şekil değiştirmemiş birim hacim başına şekil değiştirme enerjisi olup ψ termodinamik serbest enerjisine

$$\rho_0 \psi = \Sigma \left(\underline{\sigma}, \underline{\varphi}, \underline{\Gamma}, \theta, \theta_{,K}, \dot{\theta}; \underline{X} \right) \quad (4.11)$$

şeklinde bağlıdır.

Bünye denklemlerinin uzaysal formları

$$\begin{aligned} t^{kl} &= \frac{\partial \Sigma}{\partial \sigma_{KL}} x^k_{,K} \aleph_L^l \\ \bar{t}^{kl} &= 2 \frac{\partial \Sigma}{\partial \varphi_{KL}} \chi^k_K \chi_L^l = \bar{t}^{lk} \\ t^{klm} &= \frac{\partial \Sigma}{\partial \Gamma_{KLM}} x^k_{,K} \aleph_L^l \chi_M^m \\ q^k &= \kappa \frac{\partial \Sigma}{\partial \theta_{,K}} x^k_{,K} \end{aligned} \quad (4.12)$$

Mikromorfik termoelastik ortamın izotrop olması halinde Σ şekil değiştirme fonksiyonunun $\underline{\sigma}, \underline{\varphi}$ şekil değiştirme tansörleri, $\underline{\Gamma}$ bükülme tansörü ve $Grad \theta$ sıcaklık gradyanına $\Sigma = \Sigma \left(\underline{\sigma}, \underline{\varphi}, \underline{\Gamma}, \theta, Grad \theta, \dot{\theta}; \underline{X} \right)$ şeklinde olan bağılılığı, bu büyüklüklerin yerine bunların eksen takımından bağımsız büyüklükleri (invariantları) cinsinden

yazılabilir. Bu durumda Σ skaler fonksiyonu $\underline{\sigma}, \underline{\varphi}, \underline{\Gamma}$ tansörleri ile $Grad \theta$ mutlak sıcaklık vektörünün invaryantlarının fonksiyonu olacaktır.

Bu büyüklüklerin tam ortogonal dönüşüm altındaki invaryantları aşağıdaki tansör çarpımlarının izleri olur (Spencer, 1971 Tablo II ve III). İnvaryantların indis gösterimi;

$$\begin{array}{lll}
 I_1 = A^K_K & I_2 = A^{KL} A_{LK} & I_3 = A^{KL} A_{LM} A^M_K \quad (4.13) \\
 I_4 = B^K_K & I_5 = B^{KL} B_{LK} & I_6 = B^{KL} B_{LM} B^M_K \\
 I_7 = D^K_K & I_8 = D^{KL} D_{LK} & I_9 = D^{KL} D_{LM} D^M_K \\
 I_{10} = U^{KL} U_{LK} & I_{11} = V^{KL} V_{LK} & I_{12} = Z^{KL} Z_{LK} \\
 I_{13} = A^{KL} B_{LK} & I_{14} = A^{KL} B_{LM} B^M_K & I_{15} = B^{KL} A_{LM} A^M_K \\
 I_{16} = A^{KL} D_{LK} & I_{17} = A^{KL} D_{LM} D^M_K & I_{18} = D^{KL} A_{LM} A^M_K \\
 I_{19} = U^{KL} U_{LM} A^M_K & I_{20} = V^{KL} V_{LM} A^M_K & I_{21} = Z^{KL} Z_{LM} A^M_K \\
 I_{22} = B^{KL} D_{LK} & I_{23} = B^{KL} D_{LM} D^M_K & I_{24} = D^{KL} B_{LM} B^M_K \\
 I_{25} = U^{KL} U_{LM} B^M_K & I_{26} = V^{KL} V_{LM} B^M_K & I_{27} = Z^{KL} Z_{LM} B^M_K \\
 I_{28} = U^{KL} U_{LM} D^M_K & I_{29} = V^{KL} V_{LM} D^M_K & I_{30} = Z^{KL} Z_{LM} D^M_K \\
 I_{31} = U^{KL} V_{LK} & I_{32} = U^{KL} Z_{LK} & I_{33} = V^{KL} Z_{LK} \\
 I_{34} = A^{KL} B_{LM} D^M_K & I_{35} = U^{KL} A_{LM} B^M_K & I_{36} = V^{KL} A_{LM} B^M_K \\
 I_{37} = Z^{KL} A_{LM} B^M_K & I_{38} = U^{KL} A_{LM} D^M_K & I_{39} = V^{KL} A_{LM} D^M_K \\
 I_{40} = Z^{KL} A_{LM} D^M_K & I_{41} = U^{KL} V_{LM} A^M_K & I_{42} = U^{KL} Z_{LM} A^M_K \\
 I_{43} = V^{KL} Z_{LM} A^M_K & I_{44} = U^{KL} B_{LM} D^M_K & I_{45} = V^{KL} B_{LM} D^M_K \\
 I_{46} = Z^{KL} B_{LM} D^M_K & I_{47} = U^{KL} V_{LM} B^M_K & I_{48} = U^{KL} Z_{LM} B^M_K \\
 I_{49} = V^{KL} Z_{LM} B^M_K & I_{50} = U^{KL} V_{LM} D^M_K & I_{51} = U^{KL} Z_{LM} D^M_K \\
 I_{52} = V^{KL} Z_{LM} D^M_K & I_{53} = U^{KL} V_{LM} Z^M_K & I_{54} = G^K_K \\
 I_{55} = G^{KL} A_{LK} & I_{56} = G^{KL} A_{LM} A^M_K & I_{57} = G^{KL} B_{LK} \\
 I_{58} = G^{KL} B_{LM} B^M_K & I_{59} = G^{KL} D_{LK} & I_{60} = G^{KL} D_{LM} D^M_K \\
 I_{61} = U^{KL} U_{LM} G^M_K & I_{62} = V^{KL} V_{LM} G^M_K & I_{63} = Z^{KL} Z_{LM} G^M_K \\
 I_{64} = A^{KL} B_{LM} G^M_K & I_{65} = A^{KL} D_{LM} G^M_K & I_{66} = U^{KL} A_{LM} G^M_K \\
 I_{67} = V^{KL} A_{LM} G^M_K & I_{68} = Z^{KL} A_{LM} G^M_K & I_{69} = B^{KL} D_{LM} G^M_K \\
 I_{70} = U^{KL} B_{LM} G^M_K & I_{71} = V^{KL} B_{LM} G^M_K & I_{72} = Z^{KL} B_{LM} G^M_K \\
 I_{73} = U^{KL} D_{LM} G^M_K & I_{74} = V^{KL} D_{LM} G^M_K & I_{75} = Z^{KL} D_{LM} G^M_K \\
 I_{76} = U^{KL} V_{LM} G^M_K & I_{77} = U^{KL} Z_{LM} G^M_K & I_{78} = V^{KL} Z_{LM} G^M_K
 \end{array}$$

Burada

$$\begin{aligned}
 \underline{A} &= \frac{1}{2} \left(\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T \right) , & \underline{U} &= \frac{1}{2} \left[\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T \right] \\
 \underline{B} &= \frac{1}{2} \left(\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T \right) , & \underline{V} &= \frac{1}{2} \left[\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T \right] \\
 \underline{D} &= \frac{1}{2} \left(\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T \right) , & \underline{Z} &= \frac{1}{2} \left[\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T \right] \\
 \underline{G} &= \text{Grad } \theta \otimes \text{Grad } \theta
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

$\Sigma = \Sigma(I_1, I_2, I_3, \dots, I_8, \theta, \dot{\theta}; X)$ şeklinde yazılır. İkinci dereceden yukarı terimler atılarak en az sayıda invaryantla çalışılmıştır. Aslında invaryant sayısı çok daha fazladır (Spencer, 1971). Uzun bünye denklemleri ile çalışmanın güçlüğü yanında pek yararı da yoktur.

$\underline{A}, \underline{U}, \underline{B}, \underline{V}, \underline{D}, \underline{Z}, \text{Grad } \theta$ tanımlaması $T^{KL}, \bar{T}^{KL}, \tilde{T}^{KLM}$ tansörleri ile Q^K ısı vektörü ifadelerinde kullanıldığında

$$\begin{aligned}
 T^{KL} &= \frac{\partial \Sigma}{\partial \sigma_{KL}} = \frac{\partial \Sigma}{\partial A_{KL}} + \frac{\partial \Sigma}{\partial U_{KL}} \\
 \bar{T}^{KL} &= \frac{\partial \Sigma}{\partial \varphi_{KL}} = \frac{\partial \Sigma}{\partial D_{KL}} - \frac{\partial \Sigma}{\partial Z_{KL}} \\
 \tilde{T}^{KL} &= \frac{\partial \Sigma}{\partial B_{KL}} - \frac{\partial \Sigma}{\partial V_{KL}}
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

$$Q^K = 2\kappa \frac{\Sigma}{\partial G_{KL}} \theta_{,L}$$

elde edilir. Burada $\tilde{T}^{KL} = \varepsilon^L_{MN} T^{KMN}$, $T^{KLM} = \frac{\partial \Sigma}{\partial \Gamma_{KLM}}$

Σ şekildeğiştirme fonksiyonu gözönüne alınarak (4.15) ifadeleri, bileşenlerine göre türevleri cinsinden

$$\begin{aligned}
 T^{KL} &= \sum_{\mu=1}^{78} \alpha_{\mu} \left(\frac{\partial I_{\mu}}{\partial A_{KL}} + \frac{\partial I_{\mu}}{\partial U_{KL}} \right) \\
 \bar{T}^{KL} &= 2 \sum_{\mu=1}^{78} \alpha_{\mu} \left(\frac{\partial I_{\mu}}{\partial D_{KL}} - \frac{\partial I_{\mu}}{\partial Z_{KL}} \right) \\
 \tilde{T}^{KL} &= \sum_{\mu=1}^{78} \alpha_{\mu} \left(\frac{\partial I_{\mu}}{\partial B_{KL}} - \frac{\partial I_{\mu}}{\partial V_{KL}} \right)
 \end{aligned}
 \tag{4.16}$$

$$Q^K = 2\kappa \sum_{\mu=1}^{78} \alpha_{\mu} \frac{\partial I_{\mu}}{\partial G_{KL}} \theta_{,L}$$

Burada $\alpha_{\mu} = \frac{\partial \Sigma}{\partial I_{\mu}}$, dir. $\alpha_{\mu} = 1, 2, 3, \dots, 78$

4.2 Gerilme Bünye Denklemi

(4.16)'da gerilme bünye denkleminde invaryantların türevleri hesaplanırsa

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial I_1}{\partial A_{KL}} &= \delta^{KL} & \frac{\partial I_2}{\partial A_{KL}} &= 2A^{LK} & \frac{\partial I_3}{\partial A_{KL}} &= 3A^{LM} A_M^K & \frac{\partial I_{13}}{\partial A_{KL}} &= B^{LK} \\
 \frac{\partial I_{14}}{\partial A_{KL}} &= B^{LM} B_M^K & \frac{\partial I_{15}}{\partial A_{KL}} &= 2B^{LM} A_M^K & \frac{\partial I_{16}}{\partial A_{KL}} &= D^{LK} & \frac{\partial I_{17}}{\partial A_{KL}} &= D^{LM} D_M^K \\
 \frac{\partial I_{18}}{\partial A_{KL}} &= 2D^{LM} A_M^K & \frac{\partial I_{19}}{\partial A_{KL}} &= U^{LM} U_M^K & \frac{\partial I_{20}}{\partial A_{KL}} &= V^{LM} V_M^K & \frac{\partial I_{21}}{\partial A_{KL}} &= Z^{LM} Z_M^K \\
 \frac{\partial I_{25}}{\partial A_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{28}}{\partial A_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{31}}{\partial A_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{32}}{\partial A_{KL}} &= 0 \\
 \frac{\partial I_{34}}{\partial A_{KL}} &= B^{LM} D_M^K & \frac{\partial I_{35}}{\partial A_{KL}} &= B^{LM} U_M^K & \frac{\partial I_{36}}{\partial A_{KL}} &= B^{LM} V_M^K & \frac{\partial I_{37}}{\partial A_{KL}} &= B^{LM} Z_M^K
 \end{aligned}
 \tag{4.17}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial I_{38}}{\partial A_{KL}} &= D^{LM} U_M^K & \frac{\partial I_{39}}{\partial A_{KL}} &= D^{LM} V_M^K & \frac{\partial I_{40}}{\partial A_{KL}} &= D^{LM} Z_M^K & \frac{\partial I_{41}}{\partial A_{KL}} &= U^{LM} V_M^K \\
\frac{\partial I_{42}}{\partial A_{KL}} &= U^{LM} Z_M^K & \frac{\partial I_{43}}{\partial A_{KL}} &= V^{LM} Z_M^K & \frac{\partial I_{44}}{\partial A_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{47}}{\partial A_{KL}} &= 0 \\
\frac{\partial I_{48}}{\partial A_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{50}}{\partial A_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{51}}{\partial A_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{53}}{\partial A_{KL}} &= 0 \\
\frac{\partial I_{55}}{\partial A_{KL}} &= G^{LK} & \frac{\partial I_{56}}{\partial A_{KL}} &= G^{LM} A_M^K + A^{LM} G_M^K & \frac{\partial I_{61}}{\partial A_{KL}} &= 0 \\
\frac{\partial I_{64}}{\partial A_{KL}} &= B^{LM} G_M^K & \frac{\partial I_{65}}{\partial A_{KL}} &= D^{LM} G_M^K & \frac{\partial I_{66}}{\partial A_{KL}} &= G^{LM} U_M^K & \frac{\partial I_{67}}{\partial A_{KL}} &= G^{LM} V_M^K \\
\frac{\partial I_{68}}{\partial A_{KL}} &= G^{LM} Z_M^K & \frac{\partial I_{70}}{\partial A_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{73}}{\partial A_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{76}}{\partial A_{KL}} &= 0 \\
\frac{\partial I_{77}}{\partial A_{KL}} &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial I_1}{\partial U_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_2}{\partial U_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_3}{\partial U_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{13}}{\partial U_{KL}} &= 0 \\
\frac{\partial I_{14}}{\partial U_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{15}}{\partial U_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{16}}{\partial U_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{17}}{\partial U_{KL}} &= 0 \\
\frac{\partial I_{18}}{\partial U_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{19}}{\partial U_{KL}} &= U^{LM} A_M^K + A^{LM} U_M^K & \frac{\partial I_{20}}{\partial U_{KL}} &= 0 \\
\frac{\partial I_{21}}{\partial U_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{25}}{\partial U_{KL}} &= U^{LM} B_M^K + B^{LM} U_M^K & \frac{\partial I_{28}}{\partial U_{KL}} &= U^{LM} D_M^K + D^{LM} U_M^K \\
\frac{\partial I_{31}}{\partial U_{KL}} &= V^{LK} & \frac{\partial I_{32}}{\partial U_{KL}} &= Z^{LK} & \frac{\partial I_{34}}{\partial U_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{35}}{\partial U_{KL}} &= A^{LM} B_M^K \\
\frac{\partial I_{36}}{\partial U_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{37}}{\partial U_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{38}}{\partial U_{KL}} &= A^{LM} D_M^K & \frac{\partial I_{39}}{\partial U_{KL}} &= 0 \\
\frac{\partial I_{40}}{\partial U_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{41}}{\partial U_{KL}} &= V^{LM} A_M^K & \frac{\partial I_{42}}{\partial U_{KL}} &= Z^{LM} A_M^K & \frac{\partial I_{43}}{\partial U_{KL}} &= 0 \\
\frac{\partial I_{44}}{\partial U_{KL}} &= B^{LM} D_M^K & \frac{\partial I_{47}}{\partial U_{KL}} &= V^{LM} B_M^K & \frac{\partial I_{48}}{\partial U_{KL}} &= Z^{LM} B_M^K & \frac{\partial I_{50}}{\partial U_{KL}} &= V^{LM} D_M^K \\
\frac{\partial I_{51}}{\partial U_{KL}} &= Z^{LM} D_M^K & \frac{\partial I_{53}}{\partial U_{KL}} &= V^{LM} Z_M^K & \frac{\partial I_{55}}{\partial U_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{56}}{\partial U_{KL}} &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial I_{61}}{\partial U_{KL}} &= U^{LM} G_M^K + G^{LM} U_M^K & \frac{\partial I_{64}}{\partial U_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{65}}{\partial U_{KL}} &= 0 \\
\frac{\partial I_{66}}{\partial U_{KL}} &= A^{LM} G_M^K & \frac{\partial I_{67}}{\partial U_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{68}}{\partial U_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{70}}{\partial U_{KL}} &= B^{LM} G_M^K \\
\frac{\partial I_{73}}{\partial U_{KL}} &= D^{LM} G_M^K & \frac{\partial I_{76}}{\partial U_{KL}} &= V^{LM} G_M^K & \frac{\partial I_{77}}{\partial U_{KL}} &= Z^{LM} G_M^K
\end{aligned}$$

Türev ifadeleri gerilme bünye denkleminde yerine yerleştirilip gerekli düzenlemeler yapılırsa, $\underline{A}, \underline{U}, \underline{B}, \underline{V}, \underline{D}, \underline{Z}, \underline{G}$ büyüklüklerinin indisli formuna göre bünye denkleminin ifadesi

$$\begin{aligned}
T^{KL} &= \alpha_1 \delta^{KL} + 2\alpha_2 A^{LK} + 3\alpha_3 A^{LM} A_M^K + 2\alpha_{10} U^{LK} + \alpha_{13} B^{LK} + \alpha_{14} B^{LM} B_M^K \\
&+ 2\alpha_{15} B^{LM} A_M^K + \alpha_{16} D^{LK} + \alpha_{17} D^{LM} D_M^K + 2\alpha_{18} D^{LM} A_M^K \\
&+ \alpha_{19} (U^{LM} U_M^K + U^{LM} A_M^K + A^{LM} U_M^K) + \alpha_{20} V^{LM} V_M^K + \alpha_{21} Z^{LM} Z_M^K \\
&+ \alpha_{25} (U^{LM} B_M^K + B^{LM} U_M^K) + \alpha_{28} (U^{LM} D_M^K + D^{LM} U_M^K) + \alpha_{31} V^{LK} + \alpha_{32} Z^{LK} \\
&+ \alpha_{34} B^{LM} D_M^K + \alpha_{35} (B^{LM} U_M^K + A^{LM} B_M^K) + \alpha_{36} B^{LM} V_M^K + \alpha_{37} B^{LM} Z_M^K \\
&+ \alpha_{38} (D^{LM} U_M^K + A^{LM} D_M^K) + \alpha_{39} D^{LM} V_M^K + \alpha_{40} D^{LM} Z_M^K + \alpha_{41} (U^{LM} V_M^K + V^{LM} A_M^K) \\
&+ \alpha_{42} (U^{LM} Z_M^K + Z^{LM} A_M^K) + \alpha_{43} V^{LM} Z_M^K + \alpha_{44} B^{LM} D_M^K + \alpha_{47} V^{LM} B_M^K + \alpha_{48} Z^{LM} B_M^K \\
&+ \alpha_{50} V^{LM} D_M^K + \alpha_{51} Z^{LM} D_M^K + \alpha_{53} V^{LM} Z_M^K + \alpha_{55} G^{LK} + 2\alpha_{56} G^{LM} A_M^K \\
&+ \alpha_{61} (U^{LM} G_M^K + G^{LM} U_M^K) + \alpha_{64} B^{LM} G_M^K + \alpha_{65} D^{LM} G_M^K + \alpha_{66} (G^{LM} U_M^K + A^{LM} G_M^K) \\
&+ \alpha_{67} G^{LM} V_M^K + \alpha_{68} G^{LM} Z_M^K + \alpha_{70} B^{LM} G_M^K + \alpha_{73} D^{LM} G_M^K + \alpha_{76} V^{LM} G_M^K + \alpha_{77} Z^{LM} G_M^K
\end{aligned} \tag{4.18}$$

Gerilme tansörünün $\underline{A}, \underline{U}, \underline{B}, \underline{V}, \underline{D}, \underline{Z}, \underline{G}$ cinsinden indissiz halde yazımı

$$\begin{aligned}
\underline{T} &= \alpha_1 \underline{I} + 2\alpha_2 \underline{A} + 3\alpha_3 \underline{A}^2 - 2\alpha_{10} \underline{U} + \alpha_{13} \underline{B} + \alpha_{14} \underline{B}^2 + 2\alpha_{15} \underline{A} \underline{B} + \alpha_{16} \underline{D} + \alpha_{17} \underline{D}^2 \\
&+ 2\alpha_{18} \underline{A} \underline{D} + \alpha_{19} (\underline{U}^2 - \underline{A} \underline{U} - \underline{U} \underline{A}) + \alpha_{20} \underline{V}^2 + \alpha_{21} \underline{Z}^2 - \alpha_{25} (\underline{U} \underline{B} + \underline{B} \underline{U}) \\
&- \alpha_{28} (\underline{U} \underline{D} + \underline{D} \underline{U}) - \alpha_{31} \underline{V} - \alpha_{32} \underline{Z} + \alpha_{34} \underline{D} \underline{B} + \alpha_{35} (\underline{B} \underline{A} - \underline{U} \underline{B}) - \alpha_{36} \underline{V} \underline{B} - \alpha_{37} \underline{Z} \underline{B} \\
&+ \alpha_{38} (\underline{D} \underline{A} - \underline{U} \underline{D}) - \alpha_{39} \underline{V} \underline{D} - \alpha_{40} \underline{Z} \underline{D} + \alpha_{41} (\underline{V} \underline{U} - \underline{A} \underline{V}) + \alpha_{42} (\underline{Z} \underline{U} - \underline{A} \underline{Z}) + \alpha_{43} \underline{Z} \underline{V}
\end{aligned} \tag{4.19}$$

$$\begin{aligned}
& + \alpha_{44} \underline{D} \underline{B} - \alpha_{47} \underline{B} \underline{V} - \alpha_{48} \underline{B} \underline{Z} - \alpha_{50} \underline{D} \underline{V} - \alpha_{51} \underline{D} \underline{Z} + \alpha_{53} \underline{Z} \underline{V} + \alpha_{55} \underline{G} + 2\alpha_{56} \underline{A} \underline{G} \\
& - \alpha_{61} (\underline{G} \underline{U} + \underline{U} \underline{G}) + \alpha_{64} \underline{G} \underline{B} + \alpha_{65} \underline{G} \underline{D} + \alpha_{66} (\underline{G} \underline{A} - \underline{U} \underline{G}) - \alpha_{67} \underline{V} \underline{G} - \alpha_{68} \underline{Z} \underline{G} \\
& + \alpha_{70} \underline{B} \underline{G} + \alpha_{73} \underline{G} \underline{D} - \alpha_{76} \underline{G} \underline{V} - \alpha_{77} \underline{G} \underline{Z}
\end{aligned}$$

Şekildeğiştirme tansörlerinin simetrik ve antisimetrik kısımlarının (4.14) ifadeleri (4.19) denkleminde yerine koyarak gerilme tansörü ifadesi

$$\begin{aligned}
\underline{T} = & \alpha_1 \underline{I} + \alpha_2 (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) + \frac{3}{4} \alpha_3 (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) - \alpha_{10} [\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T] + \frac{1}{2} \alpha_{13} (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) \quad (4.20) \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{14} (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) + \frac{1}{2} \alpha_{15} (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) + \frac{1}{2} \alpha_{16} (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) + \frac{1}{4} \alpha_{17} (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) \\
& + \frac{1}{2} \alpha_{18} (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) + \frac{1}{4} \alpha_{19} [[\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T] [\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T] - [\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T] (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) - (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) [\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T]] \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{20} [\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] [\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] + \frac{1}{4} \alpha_{21} [\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T] [\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T] - \frac{1}{4} \alpha_{25} [[\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T] (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) + (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) [\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T]] \\
& - \frac{1}{4} \alpha_{28} [[\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T] (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) + (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) [\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T]] - \frac{1}{2} \alpha_{31} [\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] - \frac{1}{2} \alpha_{32} [\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T] \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{34} (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) + \frac{1}{4} \alpha_{35} [(\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) - [\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T] (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T)] \\
& - \frac{1}{4} \alpha_{36} [\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) - \frac{1}{4} \alpha_{37} [\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T] (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) + \frac{1}{4} \alpha_{38} [(\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) - [\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T] (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T)] \\
& - \frac{1}{4} \alpha_{39} [\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) - \frac{1}{4} \alpha_{40} [\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T] (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) + \frac{1}{4} \alpha_{41} [[\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] [\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T] - (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) [\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T]] \\
& + \frac{1}{2} \alpha_{42} [[\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T] [\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T] - (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) [\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T]] + \frac{1}{4} \alpha_{43} [\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T] [\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{44} (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) - \frac{1}{4} \alpha_{47} (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) [\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] - \frac{1}{4} \alpha_{48} (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) [\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T] \\
& - \frac{1}{4} \alpha_{50} (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) [\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] - \frac{1}{4} \alpha_{51} (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) [\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T] + \frac{1}{4} \alpha_{53} [\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T] [\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] \\
& + \alpha_{55} \underline{G} + \alpha_{56} (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) \underline{G} - \frac{1}{2} \alpha_{61} ([\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T] \underline{G} + \underline{G} [\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T]) + \frac{1}{2} \alpha_{64} \underline{G} (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) \\
& + \frac{1}{2} \alpha_{65} \underline{G} (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) + \frac{1}{2} \alpha_{66} (\underline{G} (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) - [\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T] \underline{G}) - \frac{1}{2} \alpha_{67} [\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] \underline{G} - \frac{1}{2} \alpha_{68} [\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T] \underline{G} \\
& + \frac{1}{2} \alpha_{70} \underline{G} (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) + \frac{1}{2} \alpha_{73} \underline{G} (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) - \frac{1}{2} \alpha_{76} \underline{G} [\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] - \frac{1}{2} \alpha_{77} \underline{G} [\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T]
\end{aligned}$$

Gerilmenin bünye denkleminde, invariantlar tekrar kullanıldığında $\underline{\sigma}$, $\underline{\varphi}$ ve $\underline{\Gamma}$ tensörleri ve $\underline{G}$ cinsinden de yazılabilir. Sıcaklığın zamana göre türevine bağlı mikromorfik termoelastik izotrop ortamların maddesel formda gerilmenin bünye denklemi

$$\begin{aligned}
 \underline{T} = & H_0 \underline{I} + H_1 \underline{\sigma} + H_2 \underline{\sigma}^T + H_3 \underline{\Gamma} + H_4 \underline{\Gamma}^T + H_5 \underline{\varphi} + H_6 \underline{\varphi}^T + H_7 (\underline{\sigma}^2 + \underline{\sigma} \underline{\sigma}^T + \underline{\sigma}^T \underline{\sigma}) \quad (4.21) \\
 & + H_8 \underline{\sigma}^T \underline{\sigma}^T + H_9 \underline{\Gamma}^2 + H_{10} \underline{\Gamma} \underline{\Gamma}^T + H_{11} \underline{\Gamma}^T \underline{\Gamma} + H_{12} \underline{\Gamma}^T \underline{\Gamma}^T + H_{13} \underline{\varphi}^2 + H_{14} \underline{\varphi} \underline{\varphi}^T \\
 & + H_{15} \underline{\varphi}^T \underline{\varphi} + H_{16} \underline{\varphi}^T \underline{\varphi}^T + H_{17} \underline{\sigma} \underline{\Gamma} + H_{18} \underline{\sigma} \underline{\Gamma}^T + H_{19} \underline{\sigma}^T \underline{\Gamma} + H_{20} \underline{\sigma}^T \underline{\Gamma}^T + H_{21} \underline{\sigma} \underline{\varphi} \\
 & + H_{22} \underline{\sigma} \underline{\varphi}^T + H_{23} \underline{\sigma}^T \underline{\varphi} + H_{24} \underline{\sigma}^T \underline{\varphi}^T + H_{25} \underline{\Gamma} \underline{\sigma} + H_{26} \underline{\Gamma} \underline{\sigma}^T + H_{27} \underline{\Gamma}^T \underline{\sigma} + H_{28} \underline{\Gamma}^T \underline{\sigma}^T \\
 & + H_{29} \underline{\Gamma} \underline{\varphi} + H_{30} \underline{\Gamma} \underline{\varphi}^T + H_{31} \underline{\Gamma}^T \underline{\varphi} + H_{32} \underline{\Gamma}^T \underline{\varphi}^T + H_{33} \underline{\varphi} \underline{\sigma} + H_{34} \underline{\varphi} \underline{\sigma}^T + H_{35} \underline{\varphi}^T \underline{\sigma} \\
 & + H_{36} \underline{\varphi}^T \underline{\sigma}^T + H_{37} \underline{\varphi} \underline{\Gamma} + H_{38} \underline{\varphi} \underline{\Gamma}^T + H_{39} \underline{\varphi}^T \underline{\Gamma} + H_{40} \underline{\varphi}^T \underline{\Gamma}^T + H_{41} \underline{G} + H_{42} \underline{\sigma} \underline{G} \\
 & + H_{43} \underline{\sigma}^T \underline{G} + H_{44} \underline{G} \underline{\sigma} + H_{45} \underline{G} \underline{\sigma}^T + H_{46} \underline{G} \underline{\Gamma} + H_{47} \underline{G} \underline{\Gamma}^T + H_{48} (\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T) \underline{G} \\
 & + H_{49} \underline{G} \underline{\varphi} + H_{50} \underline{G} \underline{\varphi}^T + H_{51} (\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T) \underline{G}
 \end{aligned}$$

H katsayılarının α_μ 'lere göre açık ifadeleri

$$\begin{aligned}
 H_0 &= \alpha_1 & H_1 &= (\alpha_2 - \alpha_{10}) & H_2 &= (\alpha_2 + \alpha_{10}) & (4.22) \\
 H_3 &= \frac{1}{2}(\alpha_{13} - \alpha_{31}) & H_4 &= \frac{1}{2}(\alpha_{13} + \alpha_{31}) & H_5 &= \frac{1}{2}(\alpha_{16} - \alpha_{32}) \\
 H_6 &= \frac{1}{2}(\alpha_{16} + \alpha_{32}) & H_7 &= \frac{1}{4}(3\alpha_3 - \alpha_{19}) & H_8 &= \frac{3}{4}(\alpha_3 + \alpha_{19}) \\
 H_9 &= \frac{1}{4}(\alpha_{14} + \alpha_{20} - \alpha_{36} - \alpha_{47}) & H_{10} &= \frac{1}{4}(\alpha_{14} - \alpha_{20} - \alpha_{36} + \alpha_{47}) \\
 H_{11} &= \frac{1}{4}(\alpha_{14} - \alpha_{20} + \alpha_{36} - \alpha_{47}) & H_{12} &= \frac{1}{4}(\alpha_{14} + \alpha_{20} + \alpha_{36} + \alpha_{47}) \\
 H_{13} &= \frac{1}{4}(\alpha_{17} + \alpha_{21} - \alpha_{40} - \alpha_{51}) & H_{14} &= \frac{1}{4}(\alpha_{17} - \alpha_{21} - \alpha_{40} + \alpha_{51}) \\
 H_{15} &= \frac{1}{4}(\alpha_{17} - \alpha_{21} + \alpha_{40} - \alpha_{51}) & H_{16} &= \frac{1}{4}(\alpha_{17} + \alpha_{21} + \alpha_{40} + \alpha_{51}) \\
 H_{17} &= \frac{1}{4}(2\alpha_{15} - \alpha_{25} - \alpha_{35} - \alpha_{41}) & H_{18} &= \frac{1}{4}(2\alpha_{15} - \alpha_{25} - \alpha_{35} + \alpha_{41})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_{19} &= \frac{1}{4}(2\alpha_{15} + \alpha_{25} + \alpha_{35} - \alpha_{41}) & H_{20} &= \frac{1}{4}(2\alpha_{15} + \alpha_{25} + \alpha_{35} + \alpha_{41}) \\
H_{21} &= \frac{1}{4}(2\alpha_{18} - \alpha_{28} - \alpha_{38} - \alpha_{42}) & H_{22} &= \frac{1}{4}(2\alpha_{18} - \alpha_{28} - \alpha_{38} + \alpha_{42}) \\
H_{23} &= \frac{1}{4}(2\alpha_{18} + \alpha_{28} + \alpha_{38} - \alpha_{42}) & H_{24} &= \frac{1}{4}(2\alpha_{18} + \alpha_{28} + \alpha_{38} + \alpha_{42}) \\
H_{25} &= \frac{1}{4}(-\alpha_{25} + \alpha_{35} + \alpha_{41}) & H_{26} &= \frac{1}{4}(\alpha_{25} + \alpha_{35} - \alpha_{41}) \\
H_{27} &= \frac{1}{4}(-\alpha_{25} + \alpha_{35} - \alpha_{41}) & H_{28} &= \frac{1}{4}(\alpha_{25} + \alpha_{35} + \alpha_{41}) & H_{29} &= -\frac{1}{4}(\alpha_{39} + \alpha_{48}) \\
H_{30} &= \frac{1}{4}(-\alpha_{39} + \alpha_{48}) & H_{31} &= \frac{1}{4}(\alpha_{39} - \alpha_{48}) & H_{32} &= \frac{1}{4}(\alpha_{39} + \alpha_{48}) \\
H_{33} &= \frac{1}{4}(-\alpha_{28} + \alpha_{38} + \alpha_{42}) & H_{34} &= \frac{1}{4}(\alpha_{28} + \alpha_{38} - \alpha_{42}) & H_{35} &= \frac{1}{4}(-\alpha_{28} + \alpha_{38} - \alpha_{42}) \\
H_{36} &= \frac{1}{4}(\alpha_{28} + \alpha_{38} + \alpha_{42}) & H_{37} &= \frac{1}{4}(\alpha_{34} - \alpha_{37} + \alpha_{43} + \alpha_{44} - \alpha_{50} + \alpha_{53}) \\
H_{38} &= \frac{1}{4}(\alpha_{34} - \alpha_{37} - \alpha_{43} + \alpha_{44} + \alpha_{50} - \alpha_{53}) & H_{39} &= \frac{1}{4}(\alpha_{34} + \alpha_{37} - \alpha_{43} + \alpha_{44} - \alpha_{50} - \alpha_{53}) \\
H_{40} &= \frac{1}{4}(\alpha_{34} + \alpha_{37} + \alpha_{43} + \alpha_{44} + \alpha_{50} + \alpha_{53}) & H_{41} &= \alpha_{55} & H_{42} &= \frac{1}{2}(2\alpha_{56} - \alpha_{61} - \alpha_{66}) \\
H_{43} &= \frac{1}{2}(2\alpha_{56} + \alpha_{61} + \alpha_{66}) & H_{44} &= \frac{1}{2}(-\alpha_{61} + \alpha_{66}) & H_{45} &= \frac{1}{2}(\alpha_{61} + \alpha_{66}) \\
H_{46} &= \frac{1}{2}(\alpha_{64} + \alpha_{70} - \alpha_{76}) & H_{47} &= \frac{1}{2}(\alpha_{64} + \alpha_{70} + \alpha_{76}) & H_{48} &= -\frac{1}{2}\alpha_{67} \\
H_{49} &= \frac{1}{2}(\alpha_{65} + \alpha_{73} - \alpha_{77}) & H_{50} &= \frac{1}{2}(\alpha_{65} + \alpha_{73} + \alpha_{77}) & H_{51} &= -\frac{1}{2}\alpha_{68}
\end{aligned}$$

4.2.1 Gerilme Bünye Denkleminin Uzaysal Formu

Maddesel formdaki (4.18) T^{KL} gerilme bünye denkleminin uzaysal formu;

$$t^{kl} = \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\partial \Sigma}{\partial \sigma_{KL}} x^k_{,K} x^l_{,L} \quad (4.23)$$

şeklinde ifade edilir.

Şekil değiştirmiş konumdaki $\underline{c}, \underline{\varsigma}, \underline{\gamma}$ tansörlerinin simetrik ve antisimetrik parçaları

sırasıyla

$$\begin{aligned} a_{kl} &= \frac{1}{2}(c_{lk} + c_{kl}) & , & & u_{kl} &= \frac{1}{2}(c_{lk} - c_{kl}) \\ b_{kl} &= \frac{1}{2}(\gamma_{lk} + \gamma_{kl}) & , & & v_{kl} &= \frac{1}{2}(\gamma_{lk} - \gamma_{kl}) \\ d_{kl} &= \frac{1}{2}(\varsigma_{lk} + \varsigma_{kl}) & , & & z_{kl} &= \frac{1}{2}(\varsigma_{lk} - \varsigma_{kl}) \end{aligned} \quad (4.24)$$

şeklinde yazılır ve maddesel formdaki $\underline{A}, \underline{U}, \underline{B}, \underline{V}, \underline{D}, \underline{Z}$ ve $\underline{G}$ 'nin uzaysal formdaki $\underline{a}, \underline{b}, \underline{d}, \underline{u}, \underline{v}, \underline{z}$ ve $\underline{g}$ cinsinden ifadeleri

$$\begin{aligned} A^{KL} &= \chi^{kK} \chi^{lL} a_{kl} & , & & U^{KL} &= \chi^{kK} \chi^{lL} u_{kl} \\ B^{KL} &= \chi^{kK} \chi^{lL} b_{kl} & , & & V^{KL} &= \chi^{kK} \chi^{lL} v_{kl} \\ D^{KL} &= \chi^{kK} \chi^{lL} d_{kl} & , & & Z^{KL} &= \chi^{kK} \chi^{lL} z_{kl} \\ G^{KL} &= X^K_{,k} X^L_{,l} g^{kl} \end{aligned} \quad (4.25)$$

yazılabilir. (4.25) ifadeleri, (4.13) invaryantlarında kullanılırsa, şekildeğiştirmiş konumdaki invaryantların türevleri $\underline{a}, \underline{b}, \underline{d}, \underline{u}, \underline{v}, \underline{z}, \underline{g}$ cinsinden elde edilir.

$$\begin{aligned} I_1 \text{ için;} \quad \delta^{KL} x^k_{,K} \aleph^l_L &= \aleph^{Km} \aleph^{Ln} \delta_{mn} x^k_{,K} \aleph^l_L \\ &= x^k_{,K} \aleph^{Km} \delta_{mn} \aleph^{Ln} \aleph^l_L \\ &= c^{km} \delta_{mn} \delta^{ln} \\ &= c^{kl} \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned} I_2 \text{ için;} \quad A^{KL} x^k_{,K} \aleph^l_L &= \aleph^{Ln} \aleph^{Km} a_{nm} x^k_{,K} \aleph^l_L \\ &= x^k_{,K} \aleph^{Km} a_{nm} \aleph^{Ln} \aleph^l_L \\ &= c^{km} a_{nm} \delta^{nl} \\ &= c^{km} a^l_m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_3 \text{ için; } A_M^K A^{LM} x^k_{,K} \mathfrak{N}_L^l &= \mathfrak{N}_M^n \mathfrak{N}^{Km} a_{nm} \mathfrak{N}_r^L \mathfrak{N}_p^M a^{rp} x^k_{,K} \mathfrak{N}_L^l \\
&= x^k_{,K} \mathfrak{N}^{Km} a_{nm} \mathfrak{N}_M^n \mathfrak{N}_p^M a^{rp} \mathfrak{N}_r^L \mathfrak{N}_L^l \\
&= c^{km} a_{nm} \delta^n_p a^{rp} \delta_r^l \\
&= c^{km} a_{nm} a^{ln}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_{10} \text{ için; } U^{LK} x^k_{,K} \mathfrak{N}_L^l &= \mathfrak{N}^{Ln} \mathfrak{N}^{Km} u_{nm} x^k_{,K} \mathfrak{N}_L^l \\
&= x^k_{,K} \mathfrak{N}^{Km} u_{nm} \mathfrak{N}^{Ln} \mathfrak{N}_L^l \\
&= c^{km} u_{nm} \delta^{nl} \\
&= c^{km} u^l_m
\end{aligned}$$

$$I_{13} \text{ için; } B^{LK} x^k_{,K} \mathfrak{N}_L^l = c^{km} b^l_m$$

$$I_{14} \text{ için; } B_M^K B^{LM} x^k_{,K} \mathfrak{N}_L^l = c^{km} b_{nm} b^{ln}$$

$$I_{15} \text{ için; } A_M^K B^{LM} x^k_{,K} \mathfrak{N}_L^l = c^{km} a_{nm} b^{ln}$$

$$I_{16} \text{ için; } D^{LK} x^k_{,K} \mathfrak{N}_L^l = c^{km} d^l_m$$

$$I_{17} \text{ için; } D_M^K D^{LM} x^k_{,K} \mathfrak{N}_L^l = c^{km} d_{nm} d^{ln}$$

$$I_{18} \text{ için; } A_M^K D^{LM} x^k_{,K} \mathfrak{N}_L^l = c^{km} a_{nm} d^{ln}$$

$$I_{19} \text{ için; } (U_M^K U^{LM} + A_M^K U^{LM} + U_M^K A^{LM}) x^k_{,K} \mathfrak{N}_L^l = c^{km} u_{nm} u^{ln} + c^{km} a_{nm} u^{ln} + c^{km} u_{nm} a^{ln}$$

$$I_{20} \text{ için; } V_M^K V^{LM} x^k_{,K} \mathfrak{N}_L^l = c^{km} v_{nm} v^{ln}$$

$$I_{21} \text{ için; } Z_M^K Z^{LM} x^k_{,K} \mathfrak{N}_L^l = c^{km} z_{nm} z^{ln}$$

$$I_{25} \text{ için; } (B_M^K U^{LM} + U_M^K B^{LM}) x^k_{,K} \mathfrak{N}_L^l = c^{km} b_{nm} u^{ln} + c^{km} u_{nm} b^{ln}$$

$$I_{28} \text{ için; } (D_M^K U^{LM} + U_M^K D^{LM}) x^k_{,K} \mathfrak{N}_L^l = c^{km} d_{nm} u^{ln} + c^{km} u_{nm} d^{ln}$$

$$I_{31} \text{ için; } V^{LK} x^k_{,K} \mathfrak{N}_L^l = c^{km} v^l_m$$

$$I_{32} \text{ için; } Z^{LK} x^k_{,K} \mathfrak{N}_L^l = c^{km} z^l_m$$

$$I_{34} \text{ için; } D_M^K B^{LM} x^k_{,K} \mathfrak{N}_L^l = c^{km} d_{nm} b^{ln}$$

$$I_{35} \text{ için; } (U_M^K B^{LM} + B_M^K A^{LM}) x^k_{,K} \mathfrak{N}_L^l = c^{km} u_{nm} b^{ln} + c^{km} b_{nm} a^{ln}$$

$$I_{36} \text{ için; } V_M^K B^{LM} x^k_{,K} \mathfrak{N}_L^l = c^{km} v_{nm} b^{ln}$$

$$I_{37} \text{ için; } Z_M^K B^{LM} x^k_{,K} \mathfrak{N}_L^l = c^{km} z_{nm} b^{ln}$$

$$I_{38} \text{ için; } \left(U_M^K D^{LM} + D_M^K A^{LM} \right) x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} u_{nm} d^{ln} + c^{km} d_{nm} a^{ln}$$

$$I_{39} \text{ için; } V_M^K D^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} v_{nm} d^{ln}$$

$$I_{40} \text{ için; } Z_M^K D^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} z_{nm} d^{ln}$$

$$I_{41} \text{ için; } \left(V_M^K U^{LM} + A_M^K V^{LM} \right) x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} v_{nm} u^{ln} + c^{km} a_{nm} v^{ln}$$

$$I_{42} \text{ için; } \left(Z_M^K U^{LM} + A_M^K Z^{LM} \right) x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} z_{nm} u^{ln} + c^{km} a_{nm} z^{ln}$$

$$I_{43} \text{ için; } Z_M^K V^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} z_{nm} v^{ln}$$

$$I_{44} \text{ için; } D_M^K B^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} d_{nm} b^{ln}$$

$$I_{47} \text{ için; } B_M^K V^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} b_{nm} v^{ln}$$

$$I_{48} \text{ için; } B_M^K Z^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} b_{nm} z^{ln}$$

$$I_{50} \text{ için; } D_M^K V^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} d_{nm} v^{ln}$$

$$I_{51} \text{ için; } D_M^K Z^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} d_{nm} z^{ln}$$

$$I_{53} \text{ için; } Z_M^K V^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} z_{nm} v^{ln}$$

$$\begin{aligned} I_{55} \text{ için; } G^{KL} x^k_{,K} \aleph_L^l &= \delta^K_M G^{ML} x^k_{,K} \aleph_L^l = \aleph^{Km}_M \aleph_{Mm} X^M_{,n} X^L_{,p} g^{np} x^k_{,K} \aleph_L^l \\ &= x^k_{,K} \aleph^{Km}_M X^M_{,n} \aleph_{Mm} g^{np} X^L_{,p} \aleph_L^l \\ &= c^{km} c_{nm} g^{np} c_p^l \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{56} \text{ için; } A_M^K G^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l &= \aleph_M^n \aleph^{Km}_M a_{nm} X^{L,r} X^{m,p} g_{rp} x^k_{,K} \aleph_L^l \\ &= x^k_{,K} \aleph^{Km}_M a_{nm} X^{M,p} \aleph_M^n g_{rp} X^{L,r} \aleph_L^l \\ &= c^{km} a_{nm} c^{pn} g_{rp} c^{rl} \end{aligned}$$

$$I_{61} \text{ için;}$$

$$\begin{aligned} \left(U_M^K G^{LM} + G_M^K U^{LM} \right) x^k_{,K} \aleph_L^l &= \left(\aleph_M^n \aleph^{Km}_M u_{nm} X^{L,r} X^{m,p} g_{rp} + \delta^K_N G_M^N U^{LM} \right) x^k_{,K} \aleph_L^l \\ &= c^{km} u_{nm} c^{pn} g_{rp} c^{rl} + \aleph^{Km}_M \aleph_{Nm} X_{M,n} X^N_{,p} g^{np} \aleph^L_t \aleph^M_r u^{lr} x^k_{,K} \aleph_L^l \\ &= c^{km} u_{nm} c^{pn} g_{rp} c^{rl} + x^k_{,K} \aleph^{Km}_M X_{M,n} \aleph^M_m \delta_{MN} g^{np} X^N_{,p} \aleph_{Nr} \delta^{NM} u^{lr} \aleph^L_t \aleph_L^l \\ &= c^{km} u_{nm} c^{pn} g_{rp} c^{rl} + c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} u^{lr} \end{aligned}$$

$$I_{64} \text{ için; } G_M^K B^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} b^{lr}$$

$$I_{65} \text{ için; } G_M^K D^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} d^{lr}$$

$$I_{66} \text{ için; } (U_M^K G^{LM} + G_M^K A^{LM}) x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} u_{nm} c^{pn} g_{rp} c^{rl} + c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} d^{lr}$$

$$I_{67} \text{ için; } V_M^K G^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} v_{nm} c^{pn} g_{rp} c^{rl}$$

$$I_{68} \text{ için; } Z_M^K G^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} z_{nm} c^{pn} g_{rp} c^{rl}$$

$$I_{70} \text{ için; } G_M^K B^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} b^{lr}$$

$$I_{73} \text{ için; } G_M^K D^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} d^{lr}$$

$$I_{76} \text{ için; } G_M^K V^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} v^{lr}$$

$$I_{77} \text{ için; } G_M^K Z^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} z^{lr}$$

şeklinde yazılabilirler.

Mikromorfik termoelastik izotrop cisimlerin bünye denkleminin indis formu

$$\begin{aligned} t^{kl} = & [\alpha_1 c^{kl} + 2\alpha_2 c^{km} a^l_m + 3\alpha_3 c^{km} a_{nm} a^{ln} + 2\alpha_{10} c^{km} u^l_m + \alpha_{13} c^{km} b^l_m \alpha_{14} c^{km} b_{nm} b^{ln} \\ & + 2\alpha_{15} c^{km} a_{nm} b^{ln} + \alpha_{16} c^{km} d^l_m + \alpha_{17} c^{km} d_{nm} d^{ln} + 2\alpha_{18} c^{km} a_{nm} d^{ln} \\ & + \alpha_{19} (c^{km} u_{nm} u^{ln} + c^{km} a_{nm} u^{ln} + c^{km} u_{nm} a^{ln}) + \alpha_{20} c^{km} v_{nm} v^{ln} + \alpha_{21} c^{km} z_{nm} z^{ln} \\ & + \alpha_{25} (c^{km} b_{nm} u^{ln} + c^{km} u_{nm} b^{ln}) + \alpha_{28} (c^{km} d_{nm} u^{ln} + c^{km} u_{nm} d^{ln}) + \alpha_{31} c^{km} v^l_m + \alpha_{32} c^{km} z^l_m \\ & + \alpha_{34} c^{km} d_{nm} b^{ln} + \alpha_{35} (c^{km} u_{nm} b^{ln} + c^{km} b_{nm} a^{ln}) + \alpha_{36} c^{km} v_{nm} b^{ln} \\ & + \alpha_{37} c^{km} z_{nm} b^{ln} + \alpha_{38} (c^{km} u_{nm} d^{ln} + c^{km} d_{nm} a^{ln}) + \alpha_{39} c^{km} v_{nm} d^{ln} + \alpha_{40} c^{km} z_{nm} d^{ln} \\ & + \alpha_{41} (c^{km} v_{nm} u^{ln} + c^{km} a_{nm} v^{ln}) + \alpha_{42} (c^{km} z_{nm} u^{ln} + c^{km} a_{nm} z^{ln}) + \alpha_{43} c^{km} z_{nm} v^{ln} + \alpha_{44} c^{km} d_{nm} b^{ln} \\ & + \alpha_{47} c^{km} b_{nm} v^{ln} + \alpha_{48} c^{km} b_{nm} z^{ln} + \alpha_{50} c^{km} d_{nm} v^{ln} + \alpha_{51} c^{km} d_{nm} z^{ln} + \alpha_{53} c^{km} z_{nm} v^{ln} \\ & + \alpha_{55} c^{km} c_{nm} g^{np} c_p^l + 2\alpha_{56} c^{km} a_{nm} c^{pn} g_{rp} c^{rl} + \alpha_{61} c^{km} u_{nm} c^{pn} g_{rp} c^{rl} + \alpha_{64} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} b^{lr} \\ & + \alpha_{65} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} d^{lr} + \alpha_{66} (c^{km} u_{nm} c^{pn} g_{rp} c^{rl} + c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} d^{lr}) + \alpha_{67} c^{km} v_{nm} c^{pn} g_{rp} c^{rl} \\ & + \alpha_{68} c^{km} z_{nm} c^{pn} g_{rp} c^{rl} + \alpha_{70} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} b^{lr} + \alpha_{73} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} d^{lr} + \alpha_{76} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} z^{lr} \\ & + \alpha_{77} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} z^{lr}] \end{aligned} \quad (4.27)$$

(4.27) denklemi şekildeğiştirme tansörlerinin simetrik ve antisimetrik parçaları (4.24) gözönüne alınarak

$$\begin{aligned}
t^{kl} = & \frac{\rho}{\rho_0} \left[\alpha_1 c^{kl} + \alpha_2 c^{km} (c^l_m + c_m^l) + \frac{3}{4} \alpha_3 c^{km} (c_{nm} + c_{mn}) (c^{ln} + c^{nl}) + \alpha_{10} c^{km} (c^l_m - c_m^l) \right] \quad (4.28) \\
& + \frac{1}{2} \alpha_{13} c^{km} (\gamma^l_m + \gamma_m^l) + \frac{1}{4} \alpha_{14} c^{km} (\gamma_{nm} + \gamma_{mn}) (\gamma^{ln} + \gamma^{nl}) + \frac{1}{2} \alpha_{15} c^{km} (c_{nm} + c_{mn}) (\gamma^{ln} + \gamma^{nl}) \\
& + \frac{1}{2} \alpha_{16} c^{km} (\varsigma^l_m + \varsigma_m^l) + \frac{1}{4} \alpha_{17} c^{km} (\varsigma_{nm} + \varsigma_{mn}) (\varsigma^{ln} + \varsigma^{nl}) + \frac{1}{2} \alpha_{18} c^{km} (c_{nm} + c_{mn}) (\varsigma^{ln} + \varsigma^{nl}) \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{19} (c^{km} (c_{nm} - c_{mn}) (c^{ln} - c^{nl}) + c^{km} (c_{nm} + c_{mn}) (c^{ln} - c^{nl}) + c^{km} (c_{nm} - c_{mn}) (c^{ln} + c^{nl})) \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{20} c^{km} (\gamma_{nm} - \gamma_{mn}) (\gamma^{ln} - \gamma^{nl}) + \frac{1}{4} \alpha_{21} c^{km} (\varsigma_{nm} - \varsigma_{mn}) (\varsigma^{ln} - \varsigma^{nl}) \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{25} (c^{km} (c_{nm} - c_{mn}) (\gamma^{ln} + \gamma^{nl}) + c^{km} (\gamma_{nm} + \gamma_{mn}) (c^{ln} - c^{nl})) \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{28} (c^{km} (c_{nm} - c_{mn}) (\varsigma^{ln} + \varsigma^{nl}) + c^{km} (\varsigma_{nm} + \varsigma_{mn}) (c^{ln} - c^{nl})) + \frac{1}{2} \alpha_{31} c^{km} (\gamma^l_m - \gamma_m^l) \\
& + \frac{1}{2} \alpha_{32} c^{km} (\varsigma^l_m - \varsigma_m^l) + \frac{1}{4} \alpha_{34} c^{km} (\varsigma_{nm} + \varsigma_{mn}) (\gamma^{ln} + \gamma^{nl}) \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{35} (c^{km} (c_{nm} - c_{mn}) (\gamma^{ln} + \gamma^{nl}) + c^{km} (\gamma_{nm} + \gamma_{mn}) (c^{ln} + c^{nl})) + \frac{1}{4} \alpha_{36} c^{km} (\gamma_{nm} - \gamma_{mn}) (\gamma^{ln} + \gamma^{nl}) \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{37} c^{km} (\varsigma_{nm} - \varsigma_{mn}) (\gamma^{ln} + \gamma^{nl}) + \frac{1}{4} \alpha_{38} (c^{km} (c_{nm} - c_{mn}) (\varsigma^{ln} + \varsigma^{nl}) + c^{km} (\varsigma_{nm} + \varsigma_{mn}) (c^{ln} + c^{nl})) \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{39} c^{km} (\gamma_{nm} - \gamma_{mn}) (\varsigma^{ln} + \varsigma^{nl}) + \frac{1}{4} \alpha_{40} c^{km} (\varsigma_{nm} - \varsigma_{mn}) (\varsigma^{ln} + \varsigma^{nl}) \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{41} (c^{km} (\gamma_{nm} - \gamma_{mn}) (c^{ln} - c^{nl}) + c^{km} (c_{nm} + c_{mn}) (\gamma^{ln} - \gamma^{nl})) \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{42} (c^{km} (\varsigma_{nm} - \varsigma_{mn}) (c^{ln} - c^{nl}) + c^{km} (c_{nm} + c_{mn}) (\varsigma^{ln} - \varsigma^{nl})) + \frac{1}{4} \alpha_{43} c^{km} (\varsigma_{nm} - \varsigma_{mn}) (\gamma^{ln} - \gamma^{nl}) \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{44} c^{km} (\varsigma_{nm} + \varsigma_{mn}) (\gamma^{ln} + \gamma^{nl}) + \frac{1}{4} \alpha_{47} c^{km} (\gamma_{nm} + \gamma_{mn}) (\gamma^{ln} - \gamma^{nl}) + \frac{1}{4} \alpha_{48} c^{km} (\gamma_{nm} + \gamma_{mn}) (\varsigma^{ln} - \varsigma^{nl}) \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{50} c^{km} (\varsigma_{nm} + \varsigma_{mn}) (\gamma^{ln} - \gamma^{nl}) + \frac{1}{4} \alpha_{51} c^{km} (\varsigma_{nm} + \varsigma_{mn}) (\varsigma^{ln} - \varsigma^{nl}) + \frac{1}{4} \alpha_{53} c^{km} (\varsigma_{nm} - \varsigma_{mn}) (\gamma^{ln} - \gamma^{nl}) \\
& + \alpha_{55} c^{km} c_{nm} g^{np} c_p^l + \alpha_{56} c^{km} (c_{nm} + c_{mn}) c^{pn} g_{rp} c^{rl} \\
& + \frac{1}{2} \alpha_{61} (c^{km} (c_{nm} - c_{mn}) c^{pn} g_{rp} c^{rl} + c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} (c^{lr} - c^{rl})) + \frac{1}{2} \alpha_{64} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} (\gamma^{lr} + \gamma^{rl})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \alpha_{65} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} (\varsigma^{lr} + \varsigma^{rl}) + \frac{1}{2} \alpha_{66} (c^{km} (c_{nm} - c_{mn}) c^{pn} g_{rp} c^{rl} + c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} (c^{lr} + c^{rl})) \\
& + \frac{1}{2} \alpha_{67} c^{km} (\gamma_{nm} - \gamma_{mn}) c^{pn} g_{rp} c^{rl} + \frac{1}{2} \alpha_{68} c^{km} (\varsigma_{nm} - \varsigma_{mn}) c^{pn} g_{rp} c^{rl} + \frac{1}{2} \alpha_{70} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} (\gamma^{lr} + \gamma^{rl}) \\
& + \frac{1}{2} \alpha_{73} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} (\varsigma^{lr} + \varsigma^{rl}) + \frac{1}{2} \alpha_{76} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} (\gamma^{lr} - \gamma^{rl}) + \frac{1}{2} \alpha_{77} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} (\varsigma^{lr} - \varsigma^{rl}) \Big]
\end{aligned}$$

şeklinde yazılır.

Gerilme bünye denklemi h_μ katsayıları (H_μ 'lerin fonksiyonu) cinsinden

$$\begin{aligned}
t^{kl} = & h_0 \delta^{kl} + h_1 c^{kl} + h_2 c^{km} c_m^l + h_3 c^{km} c_m^l + h_4 c^{km} \gamma_m^l + h_5 c^{km} \gamma_m^l + h_6 c^{km} \varsigma_m^l \\
& + h_7 c^{km} \varsigma_m^l + h_8 (c^{km} c_{mn} c^{nl} + c^{km} c_{mn} c^{ln} + c^{km} c_{nm} c^{nl}) + h_9 c^{km} \gamma_{mn} \gamma^{nl} \\
& + h_{10} c^{km} \gamma_{mn} \gamma^{ln} + h_{11} c^{km} \gamma_{nm} \gamma^{nl} + h_{12} c^{km} \gamma_{nm} \gamma^{ln} + h_{13} c^{km} \varsigma_{mn} \varsigma^{nl} + h_{14} c^{km} \varsigma_{mn} \varsigma^{ln} \\
& + h_{15} c^{km} \varsigma_{nm} \varsigma^{nl} + h_{16} c^{km} \varsigma_{nm} \varsigma^{ln} + h_{17} c^{km} c_{mn} \gamma^{nl} + h_{18} c^{km} c_{mn} \gamma^{ln} + h_{19} c^{km} c_{nm} \gamma^{nl} \\
& + h_{20} c^{km} c_{nm} \gamma^{ln} + h_{21} c^{km} c_{mn} \varsigma^{nl} + h_{22} c^{km} c_{mn} \varsigma^{ln} + h_{23} c^{km} c_{nm} \varsigma^{nl} + h_{24} c^{km} c_{nm} \varsigma^{ln} \\
& + h_{25} c^{km} \gamma_{mn} c^{nl} + h_{26} c^{km} \gamma_{mn} c^{ln} + h_{27} c^{km} \gamma_{nm} c^{nl} + h_{28} c^{km} \gamma_{nm} c^{ln} + h_{29} c^{km} \gamma_{mn} \varsigma^{nl} \\
& + h_{30} c^{km} \gamma_{mn} \varsigma^{ln} + h_{31} c^{km} \gamma_{nm} \varsigma^{nl} + h_{32} c^{km} \gamma_{nm} \varsigma^{ln} + h_{33} c^{km} \varsigma_{mn} c^{nl} + h_{34} c^{km} \varsigma_{mn} c^{ln} \\
& + h_{35} c^{km} \varsigma_{nm} c^{nl} + h_{36} c^{km} \varsigma_{nm} c^{ln} + h_{37} c^{km} \varsigma_{mn} \gamma^{nl} + h_{38} c^{km} \varsigma_{mn} \gamma^{ln} + h_{39} c^{km} \varsigma_{nm} \gamma^{nl} \\
& + h_{40} c^{km} \varsigma_{nm} \gamma^{ln} + h_{41} c^{km} c_{nm} g^{np} c_p^l + h_{42} c^{km} c_{mn} c^{pn} g_{rp} c^{rl} + h_{43} c^{km} c_{nm} c^{pn} g_{rp} c^{rl} \\
& + h_{44} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} c^{rl} + h_{45} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} c^{lr} + h_{46} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} \gamma^{rl} \\
& + h_{47} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} \gamma^{lr} + h_{48} c^{km} (\gamma_{mn} - \gamma_{nm}) c^{pn} g_{rp} c^{rl} + h_{49} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} \varsigma^{rl} \\
& + h_{50} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} \varsigma^{lr} + h_{51} c^{km} (\varsigma_{mn} - \varsigma_{nm}) c^{pn} g_{rp} c^{rl}
\end{aligned} \tag{4.29}$$

Denklem (4.28) düzenlenirken, mikroşekildeğiştirme tansörünün uzaysal formda transpozeseine ait üçüncü dereceden ifadeler, Cayley-Hamilton teoremi uygulanarak ikinci dereceye indirgenmişlerdir. Cayley-Hamilton teoremine göre her matris, kendi karakteristik denklemini sağlar. Buna göre üçüncü dereceden bir matrise ait karakteristik denklem

$$c^3 - I_{1(c)} c^2 + I_{2(c)} c - I_{3(c)} I = 0 \tag{4.30}$$

şeklinde ifade edilir. Karakteristik denklemin indis formu

$$c^{km} c_{nm} c^{ln} - I_{1(c)} c^{km} c^l_m + I_{2(c)} c^{kl} - I_{3(c)} \delta^{kl} = 0 \quad (4.31)$$

(4.31)'de üçüncü dereceden terimi eşitliğin sol tarafında yalnız bırakarak diğer terimlere göre ifade edilirse

$$c^{km} c_{nm} c^{ln} = I_{1(c)} c^{km} c^l_m - I_{2(c)} c^{kl} + I_{3(c)} \delta^{kl} \quad (4.32)$$

(4.32) denklemi (4.28)'de kullanılarak, (4.29) denkleminin h_μ 'lere göre ifadesi elde edilmiştir. Cayley-Hamilton teoremi diğer bünye denklemleri için de aynı koşullar altında uygulanmıştır (Eringen , 1962)

Lineer olmayan ve karışık teorilerde homojen hareket bir uygulama olarak ele alınır.

Mikromorfik elastik ortamlarda homojen hareket Kafadar ve Eringen tarafından tanımlanmıştır (Kafadar&Eringen , 1971) Bu tanım burada verilen mikromorfik teori için uygulanarak homojen hareket

$$x^k_{:KL} = 0 \quad , \quad \chi^k_K = R^k_K \quad , \quad \theta = \theta(X_K, t) \quad (4.33)$$

kabul edilerek kartezyen koordinatlar için

$$x_k = A_{kK}(t)X_K + b_k(t) \quad , \quad \det A_{kK} \neq 0 \quad , \quad x_{kK} = R_{kK}(t) \quad (4.34)$$

yazılabilir. A_{kK} , R_{kK} (dönme tansörü) ve b_k zamanın fonksiyonudur. Şekildeğiştirme ve bükülme tansörleri homojen hareket ile gözönüne alınırsa

$$\begin{aligned} \sigma_{KLM} &= 0 \quad , \quad \varphi_{KL} \equiv G_{KL} \quad , \quad \Gamma_{KLM} = 0 \\ c_{kl;m} &= 0 \quad , \quad \gamma_{klm} = 0 \\ \underline{\sigma} &= \underline{\sigma}^T = \underline{C}^{\frac{1}{2}} \quad , \quad \underline{c} = \underline{c}^T = \underline{c}^{-\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (4.35)$$

$\underline{C}$ ve $\underline{c}^{-1}$ Green ve Finger şekildeğiştirme tansörleridir.

(4.29) bünye denklemi, (4.35) ifadelerinin kullanılmasıyla gerilmenin bünye denkleminin homojen formu

$$\begin{aligned}
 t^{kl} = & h_0 \delta^{kl} + h_1 c^{kl} + h_2 c^{km} c_m^l + h_6 c^{km} \varsigma_m^l + h_8 (c^{km} c_{mn} c^{nl} + c^{km} c_{mn} c^{ln} + c^{km} c_{nm} c^{nl}) \\
 & + h_{13} c^{km} \varsigma_{mn} \varsigma^{nl} + h_{14} c^{km} \varsigma_{mn} \varsigma^{ln} + h_{15} c^{km} \varsigma_{nm} \varsigma^{nl} + h_{16} c^{km} \varsigma_{nm} \varsigma^{ln} + h_{21} c^{km} c_{mn} \varsigma^{nl} \\
 & + h_{22} c^{km} c_{mn} \varsigma^{ln} + h_{23} c^{km} c_{nm} \varsigma^{nl} + h_{24} c^{km} c_{nm} \varsigma^{ln} + h_{33} c^{km} \varsigma_{mn} c^{nl} + h_{34} c^{km} \varsigma_{mn} c^{ln} \\
 & + h_{33} c^{km} \varsigma_{mn} c^{nl} + h_{34} c^{km} \varsigma_{mn} c^{ln} + h_{35} c^{km} \varsigma_{nm} c^{nl} + h_{36} c^{km} \varsigma_{nm} c^{ln} + h_{41} c^{km} c_{nm} g^{np} c_p^l \\
 & + h_{42} c^{km} c_{mn} c^{pn} g_{rp} c^{rl} + h_{43} c^{km} c_{nm} c^{pn} g_{rp} c^{rl} + h_{44} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} c^{rl} + h_{45} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} c^{lr} \\
 & + h_{49} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} \varsigma^{rl} + h_{50} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} \varsigma^{lr} + h_{51} c^{km} (\varsigma_{mn} - \varsigma_{nm}) c^{pn} g_{rp} c^{rl}
 \end{aligned} \quad (4.36)$$

ile ifade edilir.

Daha ileri bir özel hal olarak, ortamın elastik olduğu kabul edilirse $grad \theta = 0$, yani $g = 0$. Bu halde

$$\begin{aligned}
 t^{kl} = & h_0 \delta^{kl} + h_1 c^{kl} + h_2 c^{km} c_m^l + h_3 c^{km} c^l_m + h_4 c^{km} \gamma_m^l + h_5 c^{km} \gamma^l_m + h_6 c^{km} \varsigma_m^l \\
 & + h_7 c^{km} \varsigma^l_m + h_8 (c^{km} c_{mn} c^{nl} + c^{km} c_{mn} c^{ln} + c^{km} c_{nm} c^{nl}) + h_9 c^{km} \gamma_{mn} \gamma^{nl} + h_{10} c^{km} \gamma_{mn} \gamma^{ln} \\
 & + h_{11} c^{km} \gamma_{nm} \gamma^{nl} + h_{12} c^{km} \gamma_{nm} \gamma^{ln} + h_{13} c^{km} \varsigma_{mn} \varsigma^{nl} + h_{14} c^{km} \varsigma_{mn} \varsigma^{ln} + h_{15} c^{km} \varsigma_{nm} \varsigma^{nl} \\
 & + h_{16} c^{km} \varsigma_{nm} \varsigma^{ln} + h_{17} c^{km} c_{mn} \gamma^{nl} + h_{18} c^{km} c_{mn} \gamma^{ln} + h_{19} c^{km} c_{nm} \gamma^{nl} + h_{20} c^{km} c_{nm} \gamma^{ln} \\
 & + h_{21} c^{km} c_{mn} \varsigma^{nl} + h_{22} c^{km} c_{mn} \varsigma^{ln} + h_{23} c^{km} c_{nm} \varsigma^{nl} + h_{24} c^{km} c_{nm} \varsigma^{ln} + h_{25} c^{km} \gamma_{mn} c^{nl} \\
 & + h_{26} c^{km} \gamma_{mn} c^{ln} + h_{27} c^{km} \gamma_{nm} c^{nl} + h_{28} c^{km} \gamma_{nm} c^{ln} + h_{29} c^{km} \gamma_{mn} \varsigma^{nl} + h_{30} c^{km} \gamma_{mn} \varsigma^{ln} \\
 & + h_{31} c^{km} \gamma_{nm} \varsigma^{nl} + h_{32} c^{km} \gamma_{nm} \varsigma^{ln} + h_{33} c^{km} \varsigma_{mn} c^{nl} + h_{34} c^{km} \varsigma_{mn} c^{ln} + h_{35} c^{km} \varsigma_{nm} c^{nl} \\
 & + h_{36} c^{km} \varsigma_{nm} c^{ln} + h_{37} c^{km} \varsigma_{mn} \gamma^{nl} + h_{38} c^{km} \varsigma_{mn} \gamma^{ln} + h_{39} c^{km} \varsigma_{nm} \gamma^{nl} + h_{40} c^{km} \varsigma_{nm} \gamma^{ln}
 \end{aligned} \quad (4.37)$$

Gerilme bünye denkleminin uzaysal formunda kullanılan h_μ katsayılarının H_μ 'ler cinsinden

$$h_0 = \frac{\rho}{\rho_0} \left[\frac{1}{3} \left(I_3 - \frac{3}{2} I_1 I_2 + \frac{1}{2} I_1^3 \right) H_8 \right] \quad h_1 = \frac{\rho}{\rho_0} \left[H_0 - \frac{1}{2} (I_1^2 - I_2) H_8 \right] \quad (4.38)$$

$$h_2 = \frac{\rho}{\rho_0} H_1 \quad h_3 = \frac{\rho}{\rho_0} [H_2 + I_1 H_8] \quad h_4 = \frac{\rho}{\rho_0} H_3 \quad h_5 = \frac{\rho}{\rho_0} H_4$$

$$h_6 = \frac{\rho}{\rho_0} H_5 \quad h_7 = \frac{\rho}{\rho_0} H_6 \quad h_8 = \frac{\rho}{\rho_0} H_7 \quad h_9 = \frac{\rho}{\rho_0} H_9$$

$$h_{10} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{10} \quad h_{11} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{11} \quad h_{12} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{12} \quad h_{13} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{13}$$

$$h_{14} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{14} \quad h_{15} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{15} \quad h_{16} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{16} \quad h_{17} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{17}$$

$$h_{18} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{18} \quad h_{19} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{19} \quad h_{20} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{20} \quad h_{21} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{21}$$

$$h_{22} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{22} \quad h_{23} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{23} \quad h_{24} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{24} \quad h_{25} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{25}$$

$$h_{26} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{26} \quad h_{27} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{27} \quad h_{28} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{28} \quad h_{29} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{29}$$

$$h_{30} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{30} \quad h_{31} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{31} \quad h_{32} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{32} \quad h_{33} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{33}$$

$$h_{34} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{34} \quad h_{35} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{35} \quad h_{36} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{36} \quad h_{37} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{37}$$

$$h_{38} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{38} \quad h_{39} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{39} \quad h_{40} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{40} \quad h_{41} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{41}$$

$$h_{42} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{42} \quad h_{43} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{43} \quad h_{44} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{44} \quad h_{45} = \frac{\rho}{\rho_0} H_{45}$$

$$\begin{aligned}
h_{46} &= \frac{\rho}{\rho_0} H_{46} & h_{47} &= \frac{\rho}{\rho_0} H_{47} & h_{48} &= \frac{\rho}{\rho_0} H_{48} & h_{49} &= \frac{\rho}{\rho_0} H_{49} \\
h_{50} &= \frac{\rho}{\rho_0} H_{50} & h_{51} &= \frac{\rho}{\rho_0} H_{51}
\end{aligned}$$

olarak tanımlanmışlardır.

4.3 Ortalama Gerilmenin Bünye Denklemi

$$\bar{T}^{KL} = 2 \frac{\partial \Sigma}{\partial \varphi_{KL}} = 2 \frac{\partial \Sigma}{\partial I_\alpha} \left(\frac{\partial I_\alpha}{\partial D_{KL}} - \frac{\partial I_\alpha}{\partial Z_{KL}} \right) \quad (4.39)$$

$\bar{T}^{KL}$ ortalama gerilme bünye denklemini elde etmek için (4.17)'ye benzer işlemlerle invariantların φ_{KL} şekildeğiştirme tansörüne göre türevleri teşkil edilir.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial I_7}{\partial D_{KL}} &= \delta^{KL} & \frac{\partial I_8}{\partial D_{KL}} &= 2D^{LK} & \frac{\partial I_9}{\partial D_{KL}} &= 3D^{LM} D_M^K & \frac{\partial I_{12}}{\partial D_{KL}} &= 0 \\
\frac{\partial I_{16}}{\partial D_{KL}} &= A^{LK} & \frac{\partial I_{17}}{\partial D_{KL}} &= D^{LM} A_M^K + A^{LM} D_M^K & \frac{\partial I_{18}}{\partial D_{KL}} &= A^{LM} A_M^K \\
\frac{\partial I_{21}}{\partial D_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{22}}{\partial D_{KL}} &= B^{LK} & \frac{\partial I_{23}}{\partial D_{KL}} &= D^{LM} B_M^K + B^{LM} D_M^K \\
\frac{\partial I_{24}}{\partial D_{KL}} &= B^{LM} B_M^K & \frac{\partial I_{27}}{\partial D_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{28}}{\partial D_{KL}} &= U^{LM} U_M^K & \frac{\partial I_{29}}{\partial D_{KL}} &= V^{LM} V_M^K \\
\frac{\partial I_{30}}{\partial D_{KL}} &= Z^{LM} Z_M^K & \frac{\partial I_{32}}{\partial D_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{33}}{\partial D_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{34}}{\partial D_{KL}} &= A^{LM} B_M^K \\
\frac{\partial I_{37}}{\partial D_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{38}}{\partial D_{KL}} &= U^{LM} A_M^K & \frac{\partial I_{39}}{\partial D_{KL}} &= V^{LM} A_M^K & \frac{\partial I_{40}}{\partial D_{KL}} &= Z^{LM} A_M^K \\
\frac{\partial I_{42}}{\partial D_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{43}}{\partial D_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{44}}{\partial D_{KL}} &= U^{LM} B_M^K & \frac{\partial I_{45}}{\partial D_{KL}} &= V^{LM} B_M^K \\
\frac{\partial I_{46}}{\partial D_{KL}} &= Z^{LM} B_M^K & \frac{\partial I_{48}}{\partial D_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{49}}{\partial D_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{50}}{\partial D_{KL}} &= U^{LM} V_M^K \\
\frac{\partial I_{51}}{\partial D_{KL}} &= U^{LM} Z_M^K & \frac{\partial I_{52}}{\partial D_{KL}} &= V^{LM} Z_M^K & \frac{\partial I_{53}}{\partial D_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{59}}{\partial D_{KL}} &= G^{LK}
\end{aligned} \quad (4.40)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial I_{60}}{\partial D_{KL}} &= G^{LM} D_M^K + D^{LM} G_M^K & \frac{\partial I_{63}}{\partial D_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{65}}{\partial D_{KL}} &= G^{LM} A_M^K \\
\frac{\partial I_{68}}{\partial D_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{69}}{\partial D_{KL}} &= G^{LM} B_M^K & \frac{\partial I_{72}}{\partial D_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{73}}{\partial D_{KL}} &= G^{LM} U_M^K \\
\frac{\partial I_{74}}{\partial D_{KL}} &= G^{LM} V_M^K & \frac{\partial I_{75}}{\partial D_{KL}} &= G^{LM} Z_M^K & \frac{\partial I_{77}}{\partial D_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{78}}{\partial D_{KL}} &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial I_7}{\partial Z_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_8}{\partial Z_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_9}{\partial Z_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{12}}{\partial Z_{KL}} &= 2Z^{LK} \\
\frac{\partial I_{16}}{\partial Z_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{17}}{\partial Z_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{18}}{\partial Z_{KL}} &= 0 & & \\
\frac{\partial I_{21}}{\partial Z_{KL}} &= Z^{LM} A_M^K + A^{LM} Z_M^K & \frac{\partial I_{22}}{\partial Z_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{23}}{\partial Z_{KL}} &= 0 & & \\
\frac{\partial I_{24}}{\partial Z_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{27}}{\partial Z_{KL}} &= Z^{LM} B_M^K + B^{LM} Z_M^K & \frac{\partial I_{28}}{\partial Z_{KL}} &= 0 & & \\
\frac{\partial I_{29}}{\partial Z_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{30}}{\partial Z_{KL}} &= Z^{LM} D_M^K + D^{LM} Z_M^K & \frac{\partial I_{32}}{\partial Z_{KL}} &= U^{LK} & & \\
\frac{\partial I_{33}}{\partial Z_{KL}} &= V^{LK} & \frac{\partial I_{34}}{\partial Z_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{37}}{\partial Z_{KL}} &= A^{LM} B_M^K & \frac{\partial I_{38}}{\partial Z_{KL}} &= 0 \\
\frac{\partial I_{39}}{\partial Z_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{40}}{\partial Z_{KL}} &= A^{LM} D_M^K & \frac{\partial I_{42}}{\partial Z_{KL}} &= A^{LM} U_M^K & \frac{\partial I_{43}}{\partial Z_{KL}} &= A^{LM} V_M^K \\
\frac{\partial I_{44}}{\partial Z_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{45}}{\partial Z_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{46}}{\partial Z_{KL}} &= B^{LM} D_M^K & \frac{\partial I_{48}}{\partial Z_{KL}} &= B^{LM} U_M^K \\
\frac{\partial I_{49}}{\partial Z_{KL}} &= B^{LM} V_M^K & \frac{\partial I_{50}}{\partial Z_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{51}}{\partial Z_{KL}} &= D^{LM} U_M^K & \frac{\partial I_{52}}{\partial Z_{KL}} &= D^{LM} V_M^K \\
\frac{\partial I_{53}}{\partial Z_{KL}} &= U^{LM} V_M^K & \frac{\partial I_{59}}{\partial Z_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{60}}{\partial Z_{KL}} &= 0 & & \\
\frac{\partial I_{63}}{\partial Z_{KL}} &= Z^{LM} G_M^K + G^{LM} Z_M^K & \frac{\partial I_{65}}{\partial Z_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{68}}{\partial Z_{KL}} &= A^{LM} G_M^K
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial I_{69}}{\partial Z_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{72}}{\partial Z_{KL}} &= B^{LM} G_M^K & \frac{\partial I_{73}}{\partial Z_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{74}}{\partial Z_{KL}} &= 0 \\
\frac{\partial I_{75}}{\partial Z_{KL}} &= D^{LM} G_M^K & \frac{\partial I_{77}}{\partial Z_{KL}} &= G^{LM} U_M^K & \frac{\partial I_{78}}{\partial Z_{KL}} &= G^{LM} V_M^K
\end{aligned}$$

(4.40) türev ifadeleri (4.39)'da kullanılırsa, ortalama gerilme bünye denkleminin maddesel formda indis gösterimi

$$\begin{aligned}
\bar{T}^{KL} &= 2[\alpha_7 \delta^{KL} + 2\alpha_8 D^{LK} + 3\alpha_9 D^{LM} D_M^K - 2\alpha_{12} Z^{LK} + \alpha_{16} A^{LK} + 2\alpha_{17} D^{LM} A_M^K \\
&+ \alpha_{18} A^{LM} A_M^K - \alpha_{21} (Z^{LM} A_M^K + A^{LM} Z_M^K) + \alpha_{22} B^{LK} + 2\alpha_{23} D^{LM} B_M^K \\
&+ \alpha_{24} B^{LM} B_M^K - \alpha_{27} (Z^{LM} B_M^K + B^{LM} Z_M^K) + \alpha_{28} U^{LM} U_M^K + \alpha_{29} V^{LM} V_M^K \\
&+ \alpha_{30} (Z^{LM} Z_M^K - Z^{LM} D_M^K - D^{LM} Z_M^K) - \alpha_{32} U^{LK} - \alpha_{33} V^{LK} + \alpha_{34} A^{LM} B_M^K \\
&- \alpha_{37} A^{LM} B_M^K + \alpha_{38} U^{LM} A_M^K + \alpha_{39} V^{LM} A_M^K + \alpha_{40} (Z^{LM} A_M^K - A^{LM} D_M^K) \\
&- \alpha_{42} A^{LM} U_M^K - \alpha_{43} A^{LM} V_M^K + \alpha_{44} U^{LM} B_M^K + \alpha_{45} V^{LM} B_M^K + \alpha_{46} (Z^{LM} B_M^K - B^{LM} D_M^K) \\
&- \alpha_{48} B^{LM} U_M^K - \alpha_{49} B^{LM} V_M^K + \alpha_{50} U^{LM} V_M^K + \alpha_{51} (U^{LM} Z_M^K - D^{LM} U_M^K) \\
&+ \alpha_{52} (V^{LM} Z_M^K - D^{LM} V_M^K) - \alpha_{53} U^{LM} V_M^K + \alpha_{59} G^{LK} + 2\alpha_{60} G^{LM} D_M^K \\
&- \alpha_{63} (Z^{LM} G_M^K + G^{LM} Z_M^K) + \alpha_{65} G^{LM} A_M^K - \alpha_{68} A^{LM} G_M^K + \alpha_{69} G^{LM} B_M^K \\
&- \alpha_{72} B^{LM} G_M^K + \alpha_{73} G^{LM} U_M^K + \alpha_{74} G^{LM} V_M^K + \alpha_{75} (G^{LM} Z_M^K - D^{LM} G_M^K) \\
&- \alpha_{77} G^{LM} U_M^K - \alpha_{78} G^{LM} V_M^K]
\end{aligned} \quad (4.41)$$

Ortalama gerilme bünye denkleminin maddesel formda diyadik gösterimi

$$\begin{aligned}
\bar{T} &= 2[\alpha_7 I + 2\alpha_8 D + 3\alpha_9 D^2 + 2\alpha_{12} Z + \alpha_{16} A + 2\alpha_{17} A D + \alpha_{18} A^2 + \alpha_{21} (A Z + Z A) \\
&+ \alpha_{22} B + 2\alpha_{23} B D + \alpha_{24} B^2 + \alpha_{27} (B Z + Z B) + \alpha_{28} U^2 + \alpha_{29} V^2 + \alpha_{30} (Z^2 + D Z + Z D) \\
&+ \alpha_{32} U + \alpha_{33} V + \alpha_{34} B A - \alpha_{37} B A - \alpha_{38} A U - \alpha_{39} A V - \alpha_{40} (A Z + D A) + \alpha_{42} U A \\
&+ \alpha_{43} V A - \alpha_{44} B U - \alpha_{45} B V - \alpha_{46} (B Z + D B) + \alpha_{48} U B + \alpha_{49} V B + \alpha_{50} V U \\
&+ \alpha_{51} (Z U + U D) + \alpha_{52} (Z V + V D) - \alpha_{53} V U + \alpha_{59} G + 2\alpha_{60} D G + \alpha_{63} (G Z + Z G) + \alpha_{65} A G \\
&- \alpha_{68} G A + \alpha_{69} B G - \alpha_{72} G B - \alpha_{73} U G - \alpha_{74} V G - \alpha_{75} (Z G + G D) + \alpha_{77} U G + \alpha_{78} V G]
\end{aligned} \quad (4.42)$$

φ_{KL} şekil değişim tansörünün simetrik ve antisimetrik parçalarının (4.14) açık ifadeleri (4.42) 'de kullanılırsa

$$\begin{aligned}
 \bar{T} = 2 & \left[\alpha_7 I + \alpha_8 \left(\varphi + \varphi^T \right) + \frac{3}{4} \alpha_9 \left(\varphi + \varphi^T \right) \left(\varphi + \varphi^T \right) + \alpha_{12} \left[\varphi - \varphi^T \right] + \frac{1}{2} \alpha_{16} \left(\sigma + \sigma^T \right) \right. \quad (4.43) \\
 & + \frac{1}{2} \alpha_{17} \left(\sigma + \sigma^T \right) \left(\varphi + \varphi^T \right) + \frac{1}{4} \alpha_{18} \left(\sigma + \sigma^T \right) \left(\sigma + \sigma^T \right) + \frac{1}{4} \alpha_{21} \left[\left(\sigma + \sigma^T \right) \left[\varphi - \varphi^T \right] + \left[\varphi - \varphi^T \right] \left(\sigma + \sigma^T \right) \right] \\
 & + \frac{1}{2} \alpha_{22} \left(\Gamma + \Gamma^T \right) + \frac{1}{2} \alpha_{23} \left(\Gamma + \Gamma^T \right) \left(\varphi + \varphi^T \right) + \frac{1}{4} \alpha_{24} \left(\Gamma + \Gamma^T \right) \left(\Gamma + \Gamma^T \right) \\
 & + \frac{1}{4} \alpha_{27} \left[\left(\Gamma + \Gamma^T \right) \left[\varphi - \varphi^T \right] + \left[\varphi - \varphi^T \right] \left(\Gamma + \Gamma^T \right) \right] + \frac{1}{4} \alpha_{28} \left[\sigma - \sigma^T \right] \left[\sigma - \sigma^T \right] + \frac{1}{4} \alpha_{29} \left[\Gamma - \Gamma^T \right] \left[\Gamma - \Gamma^T \right] \\
 & + \frac{1}{4} \alpha_{30} \left[\left[\varphi - \varphi^T \right] \left[\varphi - \varphi^T \right] + \left(\varphi + \varphi^T \right) \left[\varphi - \varphi^T \right] + \left[\varphi - \varphi^T \right] \left(\varphi + \varphi^T \right) \right] + \frac{1}{2} \alpha_{32} \left[\sigma - \sigma^T \right] \\
 & + \frac{1}{2} \alpha_{33} \left[\Gamma - \Gamma^T \right] + \frac{1}{4} \alpha_{34} \left(\Gamma + \Gamma^T \right) \left(\sigma + \sigma^T \right) - \frac{1}{4} \alpha_{37} \left(\Gamma + \Gamma^T \right) \left(\sigma + \sigma^T \right) - \frac{1}{4} \alpha_{38} \left(\sigma + \sigma^T \right) \left[\sigma - \sigma^T \right] \\
 & - \frac{1}{4} \alpha_{39} \left(\sigma + \sigma^T \right) \left[\Gamma - \Gamma^T \right] - \frac{1}{4} \alpha_{40} \left[\left(\sigma + \sigma^T \right) \left[\varphi - \varphi^T \right] + \left(\varphi + \varphi^T \right) \left(\sigma + \sigma^T \right) \right] \\
 & + \frac{1}{4} \alpha_{42} \left[\sigma - \sigma^T \right] \left(\sigma + \sigma^T \right) + \frac{1}{4} \alpha_{43} \left[\Gamma - \Gamma^T \right] \left(\sigma + \sigma^T \right) - \frac{1}{4} \alpha_{44} \left(\Gamma + \Gamma \right) \left[\sigma - \sigma^T \right] - \frac{1}{4} \alpha_{45} \left(\Gamma + \Gamma^T \right) \left[\Gamma - \Gamma^T \right] \\
 & - \frac{1}{4} \alpha_{46} \left[\left(\Gamma + \Gamma^T \right) \left[\varphi - \varphi^T \right] + \left(\varphi + \varphi^T \right) \left(\Gamma + \Gamma^T \right) \right] + \frac{1}{4} \alpha_{48} \left[\sigma - \sigma^T \right] \left(\Gamma + \Gamma^T \right) + \frac{1}{4} \alpha_{49} \left[\Gamma - \Gamma^T \right] \left(\Gamma + \Gamma^T \right) \\
 & + \frac{1}{4} \alpha_{50} \left[\Gamma - \Gamma^T \right] \left[\sigma - \sigma^T \right] + \frac{1}{4} \alpha_{51} \left[\left[\varphi - \varphi^T \right] \left[\sigma - \sigma^T \right] + \left[\sigma - \sigma^T \right] \left(\varphi + \varphi^T \right) \right] \\
 & + \frac{1}{4} \alpha_{52} \left[\left[\varphi - \varphi^T \right] \left[\Gamma - \Gamma^T \right] + \left[\Gamma - \Gamma^T \right] \left(\varphi + \varphi^T \right) \right] - \frac{1}{4} \alpha_{53} \left[\Gamma - \Gamma^T \right] \left[\sigma - \sigma^T \right] + \alpha_{59} G \\
 & + \alpha_{60} \left(\varphi + \varphi^T \right) G + \frac{1}{2} \alpha_{63} \left[G \left[\varphi - \varphi^T \right] + \left[\varphi - \varphi^T \right] G \right] + \frac{1}{2} \alpha_{65} \left(\sigma + \sigma^T \right) G - \frac{1}{2} \alpha_{68} G \left(\sigma + \sigma^T \right) \\
 & + \frac{1}{2} \alpha_{69} \left(\Gamma + \Gamma^T \right) G - \frac{1}{2} \alpha_{72} G \left(\Gamma + \Gamma^T \right) - \frac{1}{2} \alpha_{73} \left[\sigma - \sigma^T \right] G - \frac{1}{2} \alpha_{74} \left[\Gamma - \Gamma^T \right] G \\
 & - \frac{1}{4} \alpha_{75} \left[\left[\varphi - \varphi^T \right] G + G \left(\varphi + \varphi^T \right) \right] + \frac{1}{2} \alpha_{77} \left[\sigma - \sigma^T \right] G + \frac{1}{2} \alpha_{78} \left[\Gamma - \Gamma^T \right] G \left. \right]
 \end{aligned}$$

Ortalama gerilme bünye denkleminin α_μ 'lerin fonksiyonu olan S_μ 'ler cinsinden ifadesi

$$\begin{aligned}
 \bar{\underline{T}} = & S_0 \underline{I} + S_1 \underline{\sigma} + S_2 \underline{\sigma}^T + S_3 \underline{\Gamma} + S_4 \underline{\Gamma}^T + S_5 \underline{\varphi} + S_6 \underline{\varphi}^T + S_7 \underline{\varphi}^2 \\
 & + S_8 \left(\underline{\varphi} \underline{\varphi}^T + \underline{\varphi}^T \underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T \underline{\varphi}^T \right) + S_9 \underline{\sigma}^2 + S_{10} \underline{\sigma} \underline{\sigma}^T + S_{11} \underline{\sigma}^T \underline{\sigma} + S_{12} \underline{\sigma}^T \underline{\sigma}^T + S_{13} \underline{\Gamma}^2 \\
 & + S_{14} \underline{\Gamma} \underline{\Gamma}^T + S_{15} \underline{\Gamma}^T \underline{\Gamma} + S_{16} \underline{\Gamma}^T \underline{\Gamma}^T + S_{17} \underline{\varphi} \underline{\sigma} + S_{18} \underline{\varphi} \underline{\sigma}^T + S_{19} \underline{\varphi}^T \underline{\sigma} + S_{20} \underline{\varphi}^T \underline{\sigma}^T \\
 & + S_{21} \underline{\varphi} \underline{\Gamma} + S_{22} \underline{\varphi} \underline{\Gamma}^T + S_{23} \underline{\varphi}^T \underline{\Gamma} + S_{24} \underline{\varphi}^T \underline{\Gamma}^T + S_{25} \underline{\sigma} \underline{\varphi} + S_{26} \underline{\sigma} \underline{\varphi}^T + S_{27} \underline{\sigma}^T \underline{\varphi} \\
 & + S_{28} \underline{\sigma}^T \underline{\varphi}^T + S_{29} \underline{\sigma} \underline{\Gamma} + S_{30} \underline{\sigma} \underline{\Gamma}^T + S_{31} \underline{\sigma}^T \underline{\Gamma} + S_{32} \underline{\sigma}^T \underline{\Gamma}^T + S_{33} \underline{\Gamma} \underline{\varphi} + S_{34} \underline{\Gamma} \underline{\varphi}^T \\
 & + S_{35} \underline{\Gamma}^T \underline{\varphi} + S_{36} \underline{\Gamma}^T \underline{\varphi}^T + S_{37} \underline{\Gamma} \underline{\sigma} + S_{38} \underline{\Gamma} \underline{\sigma}^T + S_{39} \underline{\Gamma}^T \underline{\sigma} + S_{40} \underline{\Gamma}^T \underline{\sigma}^T + S_{41} \underline{G} \\
 & + S_{42} \underline{\varphi} \underline{G} + S_{43} \underline{\varphi}^T \underline{G} + S_{44} \underline{G} \underline{\varphi} + S_{45} \underline{G} \underline{\varphi}^T + S_{46} \underline{\sigma} \underline{G} + S_{47} \underline{\sigma}^T \underline{G} + S_{48} \underline{G} (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) \\
 & + S_{49} \underline{\Gamma} \underline{G} + S_{50} \underline{\Gamma}^T \underline{G} + S_{51} \underline{G} (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T)
 \end{aligned} \tag{4.44}$$

S_μ 'ler α_μ 'ler cinsinden

$$\begin{aligned}
 S_0 &= 2\alpha_7 & S_1 &= (\alpha_{16} + \alpha_{32}) & S_2 &= (\alpha_{16} - \alpha_{32}) & S_3 &= (\alpha_{22} + \alpha_{33}) \\
 S_4 &= (\alpha_{22} - \alpha_{33}) & S_5 &= (\alpha_8 + \alpha_{12}) & S_6 &= (\alpha_8 - \alpha_{12}) & S_7 &= \frac{3}{2}(\alpha_9 + \alpha_{30}) \\
 S_8 &= \frac{1}{2}(3\alpha_9 - \alpha_{30}) & S_9 &= \frac{1}{2}(\alpha_{18} + \alpha_{28} - \alpha_{38} + \alpha_{42}) & S_{10} &= \frac{1}{2}(\alpha_{18} - \alpha_{28} + \alpha_{38} + \alpha_{42}) \\
 S_{11} &= \frac{1}{2}(\alpha_{18} - \alpha_{28} - \alpha_{38} - \alpha_{42}) & S_{12} &= \frac{1}{2}(\alpha_{18} + \alpha_{28} + \alpha_{38} - \alpha_{42}) \\
 S_{13} &= \frac{1}{2}(\alpha_{24} + \alpha_{29} - \alpha_{45} + \alpha_{49}) & S_{14} &= \frac{1}{2}(\alpha_{24} - \alpha_{29} + \alpha_{45} - \alpha_{49}) \\
 S_{15} &= \frac{1}{2}(\alpha_{24} - \alpha_{29} - \alpha_{45} - \alpha_{49}) & S_{16} &= \frac{1}{2}(\alpha_{24} + \alpha_{29} + \alpha_{45} - \alpha_{49}) \\
 S_{17} &= \frac{1}{2}(\alpha_{21} - \alpha_{40} + \alpha_{51}) & S_{18} &= \frac{1}{2}(\alpha_{21} - \alpha_{40} - \alpha_{51}) \\
 S_{19} &= -\frac{1}{2}(\alpha_{21} + \alpha_{40} + \alpha_{51}) & S_{20} &= -\frac{1}{2}(\alpha_{21} + \alpha_{40} - \alpha_{51})
 \end{aligned} \tag{4.45}$$

$$S_{21} = \frac{1}{2}(\alpha_{27} - \alpha_{46} + \alpha_{52})$$

$$S_{22} = \frac{1}{2}(\alpha_{27} - \alpha_{46} - \alpha_{52})$$

$$S_{23} = -\frac{1}{2}(\alpha_{27} + \alpha_{46} + \alpha_{52})$$

$$S_{24} = -\frac{1}{2}(\alpha_{27} + \alpha_{46} - \alpha_{52})$$

$$S_{25} = \frac{1}{2}(2\alpha_{17} + \alpha_{21} - \alpha_{40} + \alpha_{51})$$

$$S_{26} = \frac{1}{2}(2\alpha_{17} - \alpha_{21} + \alpha_{40} + \alpha_{51})$$

$$S_{27} = \frac{1}{2}(2\alpha_{17} + \alpha_{21} - \alpha_{40} - \alpha_{51})$$

$$S_{28} = \frac{1}{2}(2\alpha_{17} - \alpha_{21} + \alpha_{40} - \alpha_{51})$$

$$S_{29} = \frac{1}{2}(-\alpha_{39} + \alpha_{48})$$

$$S_{30} = \frac{1}{2}(\alpha_{39} + \alpha_{48})$$

$$S_{31} = -\frac{1}{2}(\alpha_{39} + \alpha_{48})$$

$$S_{32} = \frac{1}{2}(\alpha_{39} - \alpha_{48})$$

$$S_{33} = \frac{1}{2}(2\alpha_{23} + \alpha_{27} - \alpha_{46} + \alpha_{52})$$

$$S_{34} = \frac{1}{2}(2\alpha_{23} - \alpha_{27} + \alpha_{46} + \alpha_{52})$$

$$S_{35} = \frac{1}{2}(2\alpha_{23} + \alpha_{27} - \alpha_{46} - \alpha_{52})$$

$$S_{36} = \frac{1}{2}(2\alpha_{23} - \alpha_{27} + \alpha_{46} - \alpha_{52})$$

$$S_{39} = \frac{1}{2}(\alpha_{34} - \alpha_{37} - \alpha_{43} - \alpha_{44} - \alpha_{50} + \alpha_{53})$$

$$S_{40} = \frac{1}{2}(\alpha_{34} - \alpha_{37} - \alpha_{43} + \alpha_{44} + \alpha_{50} - \alpha_{53})$$

$$S_{41} = 2\alpha_{59}$$

$$S_{42} = (2\alpha_{60} + \alpha_{63} - \alpha_{75})$$

$$S_{43} = (2\alpha_{60} - \alpha_{63} + \alpha_{75})$$

$$S_{44} = (\alpha_{63} - \alpha_{75})$$

$$S_{45} = -(\alpha_{63} + \alpha_{75})$$

$$S_{46} = (\alpha_{65} - \alpha_{73} + \alpha_{77})$$

$$S_{47} = (\alpha_{65} + \alpha_{73} - \alpha_{77})$$

$$S_{48} = -\alpha_{68}$$

$$S_{49} = (\alpha_{69} - \alpha_{74} + \alpha_{78})$$

$$S_{50} = (\alpha_{69} + \alpha_{74} - \alpha_{78})$$

$$S_{51} = -\alpha_{72}$$

olarak tanımlanmışlardır.

4.3.1 Ortalama Gerilme Bünye Denkleminin Uzaysal Formu

$$\bar{t}^H = \frac{\rho}{\rho_0} \bar{T}^{KL} \chi^k_{K} \chi^l_{L} = 2 \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\partial \Sigma}{\partial \varphi_{KI}} \chi^k_{K} \chi^l_{L} \quad (4.46)$$

Bünye denkleminin uzaysal formunu elde edebilmek için, (4.40) ifadelerinin şekildeğiştirmiş formları

$$\begin{aligned}
 I_7 \text{ için; } \delta^{KL} \chi^k_K \chi^l_L &= \aleph^{Km} \aleph^{Ln} \delta_{mn} \chi^k_K \chi^l_L \\
 &= \chi^k_K \aleph^{Km} \delta_{mn} \chi^l_L \aleph^{Ln} \\
 &= \delta^{km} \delta_{mn} \delta^{ln} \\
 &= \delta^{kl}
 \end{aligned} \tag{4.47}$$

$$\begin{aligned}
 I_8 \text{ için; } D^{LK} \chi^k_K \chi^l_L &= \aleph^{Ln} \aleph^{Km} d_{nm} \chi^k_K \chi^l_L \\
 &= \chi^k_K \aleph^{Km} d_{nm} \chi^l_L \aleph^{Ln} \\
 &= \delta^{km} d_{nm} \delta^{ln} \\
 &= d^{lk}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_9 \text{ için; } D_M^K D^{LM} \chi^k_K \chi^l_L &= \aleph_M^n \aleph^{Km} d_{nm} \aleph^L_r \aleph^M_p d^{rp} \chi^k_K \chi^l_L \\
 &= \chi^k_K \aleph^{Km} d_{nm} \aleph_M^n \aleph^M_p d^{rp} \chi^l_L \aleph^L_r \\
 &= \delta^{km} d_{nm} \delta^n_p d^{rp} \delta^l_r \\
 &= d_n^k d^{ln}
 \end{aligned}$$

$$I_{12} \text{ için; } Z^{LK} \chi^k_K \chi^l_L = z^{lk}$$

$$I_{16} \text{ için; } A^{LK} \chi^k_K \chi^l_L = a^{lk}$$

$$I_{17} \text{ için; } A_M^K D^{LM} \chi^k_K \chi^l_L = a_n^k d^{ln}$$

$$I_{18} \text{ için; } A_M^K A^{LM} \chi^k_K \chi^l_L = a_n^k a^{ln}$$

$$I_{21} \text{ için; } (A_M^K Z^{LM} + Z_M^K A^{LM}) \chi^k_K \chi^l_L = a_n^k z^{ln} + z_n^k a^{ln}$$

$$I_{22} \text{ için; } B^{LK} \chi^k_K \chi^l_L = b^{lk}$$

$$I_{23} \text{ için; } B_M^K D^{LM} \chi^k_K \chi^l_L = b_n^k d^{ln}$$

$$I_{24} \text{ için; } B_M^K B^{LM} \chi^k_K \chi^l_L = b_n^k b^{ln}$$

$$I_{27} \text{ için; } (B_M^K Z^{LN} + Z_M^K B^{LM}) = b_n^k z^{ln} + z_n^k b^{ln}$$

$$I_{28} \text{ için; } U_M^K U^{LM} \chi^k_K \chi^l_L = u_n^k u^{ln}$$

$$I_{29} \text{ için; } V_M^K V^{LM} \chi^k_K \chi^l_L = v_n^k v^{ln}$$

$$I_{30} \text{ için; } (Z_M^K Z^{LM} - D_M^K Z^{LM} - Z_M^K D^{LM}) \chi^k_K \chi^l_L = z_n^k z^{ln} - d_n^k z^{ln} - z_n^k d^{ln}$$

$$I_{32} \text{ için; } U^{LK} \chi^k_K \chi^l_L = u^{lk}$$

$$\begin{aligned}
I_{33} \text{ için; } & V^{LK} \chi^k_K \chi^l_L = v^{lk} \\
I_{34} \text{ için; } & B_M^K A^{LM} \chi^k_K \chi^l_L = b_n^k a^{ln} \\
I_{37} \text{ için; } & B_M^K A^{LM} \chi^k_K \chi^l_L = b_n^k a^{ln} \\
I_{38} \text{ için; } & A_M^K U^{LM} \chi^k_K \chi^l_L = a_n^k u^{ln} \\
I_{39} \text{ için; } & A_M^K V^{LM} \chi^k_K \chi^l_L = a_n^k v^{ln} \\
I_{40} \text{ için; } & (A_M^K Z^{LM} - D_M^K A^{LM}) \chi^k_K \chi^l_L = a_n^k z^{ln} - d_n^k a^{ln} \\
I_{42} \text{ için; } & U_M^K A^{LM} \chi^k_K \chi^l_L = u_n^k a^{ln} \\
I_{43} \text{ için; } & V_M^K A^{LM} \chi^k_K \chi^l_L = v_n^k a^{ln} \\
I_{44} \text{ için; } & B_M^K U^{LM} \chi^k_K \chi^l_L = b_n^k u^{ln} \\
I_{45} \text{ için; } & B_M^K V^{LM} \chi^k_K \chi^l_L = b_n^k v^{ln} \\
I_{46} \text{ için; } & (B_M^K Z^{LM} - D_M^K B^{LM}) \chi^k_K \chi^l_L = b_n^k z^{ln} - d_n^k b^{ln} \\
I_{48} \text{ için; } & U_M^K B^{LM} \chi^k_K \chi^l_L = u_n^k b^{ln} \\
I_{49} \text{ için; } & V_M^K B^{LM} \chi^k_K \chi^l_L = v_n^k b^{ln} \\
I_{50} \text{ için; } & V_M^K U^{LM} \chi^k_K \chi^l_L = v_n^k u^{ln} \\
I_{51} \text{ için; } & (Z_M^K V^{LM} - V_M^K D^{LM}) \chi^k_K \chi^l_L = z_n^k v^{ln} - v_n^k d^{ln} \\
I_{52} \text{ için; } & (Z_M^K V^{LM} - V_M^K D^{LM}) \chi^k_K \chi^l_L = z_n^k v^{ln} - v_n^k d^{ln} \\
I_{53} \text{ için; } & V_M^K U^{LM} \chi^k_K \chi^l_L = v_n^k u^{ln} \\
I_{59} \text{ için; } & G^{LK} \chi^k_K \chi^l_L = X^{L,n} X^{K,m} g_{nm} \chi^k_K \chi^l_L \\
& = X^{K,m} \chi^k_K g_{nm} X^{L,n} \chi^l_L \\
& = c^{mk} g_{nm} c^{nl} \\
I_{60} \text{ için; } & D_M^K G^{LM} \chi^k_K \chi^l_L = \aleph_{Mn}^K \aleph_m^K d^{nm} X^L_{,r} X^M_{,p} g^{rp} \chi^k_K \chi^l_L \\
& = \chi^k_K \aleph_m^K d^{nm} X^M_{,p} \aleph_M^n g^{rp} X^L_{,r} \chi^l_L \\
& = \delta_m^K d^{nm} c_{pn} g^{rp} c_r^l \\
& = d^{nk} c_{pn} g^{rp} c_r^l \\
I_{63} \text{ için; } & (G_M^K Z^{LM} + Z_M^K G^{LM}) \chi^k_K \chi^l_L = c^{mk} g_{nm} c^{np} z^l_p + z^{nk} c_{np} g^{rp} c_r^l \\
I_{65} \text{ için; } & A_M^K G^{LM} \chi^k_K \chi^l_L = a^{nk} c_{pn} g^{rp} c_r^l \\
I_{68} \text{ için; } & G_M^K A^{LM} \chi^k_K \chi^l_L = c^{mk} g_{nm} c^{np} a^l_p
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_{69} \text{ için; } B_M^K G^{LM} \chi^k \chi^l_L &= b^{nk} c_{pn} g^{rp} c_r^l \\
I_{72} \text{ için; } G_M^K B^{LM} \chi^k \chi^l_L &= c^{mk} g_{nm} c^{np} b^l_p \\
I_{73} \text{ için; } U_M^K G^{LM} \chi^k \chi^l_L &= u^{nk} c_{pn} g^{rp} c_r^l \\
I_{74} \text{ için; } V_M^K G^{LM} \chi^k \chi^l_L &= v^{nk} c_{pn} g^{rp} c_r^l \\
I_{75} \text{ için; } (Z_M^K G^{LM} - G_M^K D^{LM}) \chi^k \chi^l_L &= z^{nk} c_{pn} g^{rp} c_r^l - c^{mk} g_{nm} c^{np} d^l_p \\
I_{77} \text{ için; } U_M^K G^{LM} \chi^k \chi^l_L &= u^{nk} c_{pn} g^{rp} c_r^l \\
I_{78} \text{ için; } V_M^K G^{LM} \chi^k \chi^l_L &= v^{nk} c_{pn} g^{rp} c_r^l
\end{aligned}$$

Mikromorfik termoelastik cismin ortalama gerilme bünye denkleminin uzaysal konumda indisli formu

$$\begin{aligned}
\bar{t}^{kl} = 2 \frac{\rho}{\rho_0} & \left[\alpha_7 \delta^{kl} + 2\alpha_8 d^{lk} + 3\alpha_9 d_n^k d^{ln} - 2\alpha_{12} z^{lk} + \alpha_{16} a^{lk} + 2\alpha_{17} a_n^k d^{ln} \right. \\
& + \alpha_{18} a_n^k a^{ln} - \alpha_{21} (a_n^k z^{ln} + z_n^k a^{ln}) + \alpha_{22} b^{lk} + 2\alpha_{23} b_n^k d^{ln} + \alpha_{24} b_n^k b^{ln} \\
& - \alpha_{27} (b_n^k z^{ln} + z_n^k b^{ln}) + \alpha_{28} u_n^k u^{ln} + \alpha_{29} v_n^k v^{ln} + \alpha_{30} (z_n^k z^{ln} - d_n^k z^{ln} - z_n^k d^{ln}) - \alpha_{32} u^{lk} \\
& - \alpha_{33} v^{lk} + \alpha_{34} b_n^k a^{ln} - \alpha_{37} b_n^k a^{ln} + \alpha_{38} a_n^k u^{ln} + \alpha_{39} a_n^k v^{ln} + \alpha_{40} (a_n^k z^{ln} - d_n^k a^{ln}) \\
& - \alpha_{42} u_n^k a^{ln} - \alpha_{43} v_n^k a^{ln} + \alpha_{44} b_n^k u^{ln} + \alpha_{45} b_n^k v^{ln} + \alpha_{46} (b_n^k z^{ln} - d_n^k b^{ln}) \\
& - \alpha_{48} u_n^k b^{ln} - \alpha_{49} v_n^k b^{ln} + \alpha_{50} v_n^k u^{ln} + \alpha_{51} (z_n^k u^{ln} - u_n^k d^{ln}) + \alpha_{52} (z_n^k v^{ln} - v_n^k d^{ln}) \\
& - \alpha_{53} v_n^k u^{ln} + \alpha_{59} c^{mk} g_{nm} c^{ln} + 2\alpha_{60} d^{nk} c_{pn} g^{rp} c_r^l - \alpha_{63} (c^{mk} g_{nm} c^{np} z^l_p + z^{nk} c_{pn} g^{rp} c_r^l) \\
& + \alpha_{65} a^{nk} c_{pn} g^{rp} c_r^l - \alpha_{68} c^{mk} g_{nm} c^{np} a^l_p + \alpha_{69} b^{nk} c_{pn} g^{rp} c_r^l - \alpha_{72} c^{mk} g_{nm} c^{np} b^l_p \\
& + \alpha_{73} u^{nk} c_{pn} g^{rp} c_r^l + \alpha_{74} v^{nk} c_{pn} g^{rp} c_r^l + \alpha_{75} (z^{nk} c_{pn} g^{rp} c_r^l - c^{mk} g_{nm} c^{np} d^l_p) \\
& \left. - \alpha_{77} u^{nk} c_{pn} g^{rp} c_r^l - \alpha_{78} v^{nk} c_{pn} g^{rp} c_r^l \right]
\end{aligned} \tag{4.48}$$

olarak ifade edilir.

(4.48) denkleminin şekildeğiştirme tansörlerinin simetrik ve antisimetrik parçalarının (4.24) açık formuna göre ifadesi

$$\begin{aligned}
\bar{t}^{kl} = & 2 \frac{\rho}{\rho_0} \left[\alpha_7 \delta^{kl} + \alpha_8 (\varsigma^{lk} + \varsigma^{kl}) + \frac{3}{4} \alpha_9 (\varsigma_n^k + \varsigma_n^l) (\varsigma^{ln} + \varsigma^{nl}) - \alpha_{12} (\varsigma^{lk} - \varsigma^{kl}) \right. \\
& + \frac{1}{2} \alpha_{16} (c^{lk} + c^{kl}) + \frac{1}{2} \alpha_{17} (c_n^k + c_n^l) (\varsigma^{ln} + \varsigma^{nl}) + \frac{1}{4} \alpha_{18} (c_n^k + c_n^l) (c^{ln} + c^{nl}) \\
& - \frac{1}{4} [(c_n^k + c_n^l) (\varsigma^{ln} - \varsigma^{nl}) + (\varsigma_n^k - \varsigma_n^l) (c^{ln} + c^{nl})] + \frac{1}{2} \alpha_{22} (\gamma^{lk} + \gamma^{kl}) + \frac{1}{2} \alpha_{23} (\gamma_n^k + \gamma_n^l) (\varsigma^{ln} + \varsigma^{nl}) \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{24} (\gamma_n^k + \gamma_n^l) (\gamma^{ln} + \gamma^{nl}) - \frac{1}{4} \alpha_{27} [(\gamma_n^k + \gamma_n^l) (\varsigma^{ln} - \varsigma^{nl}) + (\varsigma_n^k - \varsigma_n^l) (\gamma^{ln} + \gamma^{nl})] \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{28} (c_n^k - c_n^l) (c^{ln} - c^{nl}) + \frac{1}{4} \alpha_{29} (\gamma_n^k - \gamma_n^l) (\gamma^{ln} - \gamma^{nl}) \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{30} [(\varsigma_n^k - \varsigma_n^l) (\varsigma^{ln} - \varsigma^{nl}) - (\varsigma_n^k + \varsigma_n^l) (\varsigma^{ln} - \varsigma^{nl}) - (\varsigma_n^k - \varsigma_n^l) (\varsigma^{ln} + \varsigma^{nl})] - \frac{1}{2} \alpha_{32} (c^{lk} - c^{kl}) \\
& - \frac{1}{2} \alpha_{33} (\gamma^{lk} - \gamma^{kl}) + \frac{1}{4} \alpha_{34} (\gamma_n^k + \gamma_n^l) (c^{ln} + c^{nl}) - \frac{1}{4} \alpha_{37} (\gamma_n^k + \gamma_n^l) (c^{ln} + c^{nl}) \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{38} (c_n^k + c_n^l) (c^{ln} - c^{nl}) + \frac{1}{4} \alpha_{39} (c_n^k + c_n^l) (\gamma^{ln} - \gamma^{nl}) \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{40} [(c_n^k + c_n^l) (\varsigma^{ln} - \varsigma^{nl}) - (\varsigma_n^k + \varsigma_n^l) (c^{ln} + c^{nl})] - \frac{1}{4} \alpha_{42} (c_n^k - c_n^l) (c^{ln} + c^{nl}) \\
& - \frac{1}{4} \alpha_{43} (\gamma_n^k - \gamma_n^l) (c^{ln} + c^{nl}) + \frac{1}{4} \alpha_{44} (\gamma_n^k + \gamma_n^l) (c^{ln} - c^{nl}) + \frac{1}{4} \alpha_{45} (\gamma_n^k + \gamma_n^l) (\gamma^{ln} - \gamma^{nl}) \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{46} [(\gamma_n^k + \gamma_n^l) (\varsigma^{ln} - \varsigma^{nl}) - (\varsigma_n^k + \varsigma_n^l) (\gamma^{ln} + \gamma^{nl})] - \frac{1}{4} \alpha_{48} (c_n^k - c_n^l) (\gamma^{ln} + \gamma^{nl}) \\
& - \frac{1}{4} \alpha_{49} (\gamma_n^k - \gamma_n^l) (\gamma^{ln} + \gamma^{nl}) + \frac{1}{4} \alpha_{50} (\gamma_n^k - \gamma_n^l) (c^{ln} - c^{nl}) \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{51} [(\varsigma_n^k - \varsigma_n^l) (c^{ln} - c^{nl}) - (c_n^k - c_n^l) (\varsigma^{ln} + \varsigma^{nl})] \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{52} [(\varsigma_n^k - \varsigma_n^l) (\gamma^{ln} - \gamma^{nl}) - (\gamma_n^k - \gamma_n^l) (\varsigma^{ln} + \varsigma^{nl})] - \frac{1}{4} \alpha_{53} (\gamma_n^k - \gamma_n^l) (c^{ln} - c^{nl}) \\
& + \alpha_{59} c^{mk} g_{nm} c^{nl} + \alpha_{60} (\varsigma^{nk} + \varsigma^{kn}) c_{pn} g^{rp} c_r^l - \frac{1}{2} \alpha_{63} (c^{mk} g_{nm} c^{np} (\varsigma_p^l - \varsigma_p^l) + (\varsigma^{nk} - \varsigma^{kn}) c_{pn} g^{rp} c_r^l) \\
& + \frac{1}{2} \alpha_{65} (c^{nk} + c^{kn}) c_{pn} g^{rp} c_r^l - \frac{1}{2} \alpha_{68} c^{mk} g_{nm} c^{np} (c_p^l + c_p^l) + \frac{1}{2} \alpha_{69} (\gamma^{nk} + \gamma^{kn}) c_{pn} g^{rp} c_r^l \\
& - \frac{1}{2} \alpha_{72} c^{mk} g_{nm} c^{np} (\gamma_p^l + \gamma_p^l) + \frac{1}{2} \alpha_{73} (c^{nk} - c^{kn}) c_{pn} g^{rp} c_r^l + \frac{1}{2} \alpha_{74} (\gamma^{nk} - \gamma^{kn}) c_{pn} g^{rp} c_r^l \\
& + \frac{1}{2} \alpha_{75} ((\varsigma^{nk} - \varsigma^{kn}) c_{pn} g^{rp} c_r^l - c^{mk} g_{nm} c^{np} (\varsigma_p^l + \varsigma_p^l)) - \frac{1}{2} \alpha_{77} (c^{nk} - c^{kn}) c_{pn} g^{rp} c_r^l \\
& \left. - \frac{1}{2} \alpha_{78} (\gamma^{nk} - \gamma^{kn}) c_{pn} g^{rp} c_r^l \right]
\end{aligned}
\tag{4.49}$$

(4.49) denkleminin s_μ 'ler cinsinden ifadesi

$$\begin{aligned}
 \bar{t}^{kl} = & s_0 \delta^{kl} + s_1 c^{kl} + s_2 c^{lk} + s_3 \gamma^{kl} + s_4 \gamma^{lk} + s_5 \varsigma^{kl} + s_6 \varsigma^{lk} + s_7 \varsigma^k{}_n \varsigma^{nl} \\
 & + s_8 (\varsigma^k{}_n \varsigma^{ln} + \varsigma_n^k \varsigma^{nl} + \varsigma_n^k \varsigma^{ln}) + s_9 c^k{}_n c^{nl} + s_{10} c^k{}_n c^{ln} + s_{11} c_n^k c^{nl} + s_{12} c_n^k c^{ln} \\
 & + s_{13} \gamma^k{}_n \gamma^{nl} + s_{14} \gamma^k{}_n \gamma^{ln} + s_{15} \gamma_n^k \gamma^{nl} + s_{16} \gamma_n^k \gamma^{ln} + s_{17} \varsigma^k{}_n c^{nl} + s_{18} \varsigma^k{}_n c^{ln} \\
 & + s_{25} c^k{}_n \varsigma^{nl} + s_{26} c^k{}_n \varsigma^{ln} + s_{27} c_n^k \varsigma^{nl} + s_{28} c_n^k \varsigma^{ln} + s_{29} c^k{}_n \gamma^{nl} + s_{30} c^k{}_n \gamma^{ln} \\
 & + s_{31} c_n^k \gamma^{nl} + s_{32} c_n^k \gamma^{ln} + s_{33} \gamma^k{}_n \varsigma^{nl} + s_{34} \gamma^k{}_n \varsigma^{ln} + s_{35} \gamma_n^k \varsigma^{nl} + s_{36} \gamma_n^k \varsigma^{ln} \\
 & + s_{37} \gamma^k{}_n c^{nl} + s_{38} \gamma^k{}_n c^{ln} + s_{39} \gamma_n^k c^{nl} + s_{40} \gamma_n^k c^{ln} + s_{41} c^{mk} g_{nm} c^{nl} + s_{42} \varsigma^{kn} c_{pn} g^{rp} c_r^l \\
 & + s_{43} \varsigma^{nk} c_{pn} g^{rp} c_r^l + s_{44} c^{mk} g_{nm} c^{np} \varsigma_p^l + s_{45} c^{mk} g_{nm} c^{np} \varsigma_p^l + s_{46} c^{kn} c_{pn} g^{rp} c_r^l \\
 & + s_{47} c^{nk} c_{pn} g^{rp} c_r^l + s_{48} c^{mk} g_{nm} c^{np} (c_p^l + c_p^l) + s_{49} \gamma^{kn} c_{pn} g^{rp} c_r^l + s_{50} \gamma^{nk} c_{pn} g^{rp} c_r^l \\
 & + s_{51} c^{mk} g_{nm} c^{np} (\gamma_p^l + \gamma_p^l)
 \end{aligned} \tag{4.50}$$

Homojen şekildeğiştirme durumu için daha önce tanımlanan koşullar (4.33), (4.34), (4.35) geçerlidir. Bunları göz önünde bulundurarak homojen halde ortalama gerilme bünye denkleminin ifadesi

$$\begin{aligned}
 \bar{t}^{kl} = & s_0 \delta^{kl} + s_1 c^{kl} + s_5 \varsigma^{kl} + s_7 \varsigma^k{}_n \varsigma^{nl} + s_9 c^k{}_n c^{nl} + s_{17} \varsigma^k{}_n c^{nl} + s_{25} c^k{}_n \varsigma^{nl} \\
 & + s_{41} c^{mk} g_{nm} c^{nl} + s_{42} \varsigma^{kn} c_{pn} g^{rp} c_r^l + s_{43} \varsigma^{nk} c_{pn} g^{rp} c_r^l + s_{44} c^{mk} g_{nm} c^{np} \varsigma_p^l + s_{45} c^{mk} g_{nm} c^{np} \varsigma_p^l \\
 & + s_{46} c^{kn} c_{pn} g^{rp} c_r^l + s_{47} c^{nk} c_{pn} g^{rp} c_r^l + s_{48} c^{mk} g_{nm} c^{np} (c_p^l + c_p^l)
 \end{aligned} \tag{4.51}$$

Mikromorfik termoelastik ortamın elastik olması halinde (4.50) denklemi aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned}
 \bar{t}^{kl} = & s_0 \delta^{kl} + s_1 c^{kl} + s_2 c^{lk} + s_3 \gamma^{kl} + s_4 \gamma^{lk} + s_5 \varsigma^{kl} + s_6 \varsigma^{lk} + s_7 \varsigma^k{}_n \varsigma^{nl} \\
 & + s_8 (\varsigma^k{}_n \varsigma^{ln} + \varsigma_n^k \varsigma^{nl} + \varsigma_n^k \varsigma^{ln}) + s_9 c^k{}_n c^{nl} + s_{10} c^k{}_n c^{ln} + s_{11} c_n^k c^{nl} + s_{12} c_n^k c^{ln} \\
 & + s_{13} \gamma^k{}_n \gamma^{nl} + s_{14} \gamma^k{}_n \gamma^{ln} + s_{15} \gamma_n^k \gamma^{nl} + s_{16} \gamma_n^k \gamma^{ln} + s_{17} \varsigma^k{}_n c^{nl} + s_{18} \varsigma^k{}_n c^{ln} \\
 & + s_{19} \varsigma_n^k c^{nl} + s_{20} \varsigma_n^k c^{ln} + s_{21} \varsigma^k{}_n \gamma^{nl} + s_{22} \varsigma^k{}_n \gamma^{ln} + s_{23} \varsigma_n^k \gamma^{nl} + s_{24} \varsigma_n^k \gamma^{ln}
 \end{aligned} \tag{4.52}$$

$$\begin{aligned}
& + s_{25} c_n^k \zeta^{nl} + s_{26} c_n^k \zeta^{ln} + s_{27} c_n^k \zeta^{nl} + s_{28} c_n^k \zeta^{ln} + s_{29} c_n^k \gamma^{nl} + s_{30} c_n^k \gamma^{ln} \\
& + s_{31} c_n^k \gamma^{nl} + s_{32} c_n^k \gamma^{ln} + s_{33} \gamma_n^k \zeta^{nl} + s_{34} \gamma_n^k \zeta^{ln} + s_{35} \gamma_n^k \zeta^{nl} + s_{36} \gamma_n^k \zeta^{ln} \\
& + s_{37} \gamma_n^k c^{nl} + s_{38} \gamma_n^k c^{ln} + s_{39} \gamma_n^k c^{nl} + s_{40} \gamma_n^k c^{ln}
\end{aligned}$$

s_μ katsayıları S_μ 'ler cinsinden

$$\begin{aligned}
s_0 &= \frac{\rho}{\rho_0} S_0 & s_1 &= \frac{\rho}{\rho_0} S_1 & s_2 &= \frac{\rho}{\rho_0} S_2 & s_3 &= \frac{\rho}{\rho_0} S_3 & s_4 &= \frac{\rho}{\rho_0} S_4 \\
s_5 &= \frac{\rho}{\rho_0} S_5 & s_6 &= \frac{\rho}{\rho_0} S_6 & s_7 &= \frac{\rho}{\rho_0} S_7 & s_8 &= \frac{\rho}{\rho_0} S_8 & s_9 &= \frac{\rho}{\rho_0} S_9 \\
s_{10} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{10} & s_{11} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{11} & s_{12} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{12} & s_{13} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{13} & s_{14} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{14} \\
s_{15} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{15} & s_{16} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{16} & s_{17} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{17} & s_{18} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{18} & s_{19} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{19} \\
s_{20} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{20} & s_{21} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{21} & s_{22} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{22} & s_{23} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{23} & s_{24} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{24} \\
s_{25} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{25} & s_{26} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{26} & s_{27} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{27} & s_{28} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{28} & s_{29} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{29} \\
s_{30} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{30} & s_{31} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{31} & s_{32} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{32} & s_{33} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{33} & s_{34} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{34} \\
s_{35} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{35} & s_{36} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{36} & s_{37} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{37} & s_{38} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{38} & s_{39} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{39} \\
s_{40} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{40} & s_{41} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{41} & s_{42} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{42} & s_{43} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{43} & s_{44} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{44} \\
s_{45} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{45} & s_{46} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{46} & s_{47} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{47} & s_{48} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{48} & s_{49} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{49} \\
s_{50} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{50} & s_{51} &= \frac{\rho}{\rho_0} S_{51}
\end{aligned} \tag{4.53}$$

tanımlanırlar.

4.4 Gerilme Momenti Bünye Denklemleri

$$T^{KLM} = \frac{\partial \Sigma}{\partial \Gamma_{KLM}} \quad (4.54)$$

$$\tilde{T}^{KL} = \varepsilon^L_{MN} T^{KMN} \quad (4.55)$$

$$\tilde{T}^{KL} = \frac{\partial \Sigma}{\partial I_\alpha} \left[\frac{\partial I_\alpha}{\partial B_{KL}} - \frac{\partial I_\alpha}{\partial V_{KL}} \right] \quad (4.56)$$

Gerilme momenti bünye denklemini maddesel formda ifade etmek için invariantların B, V şekildeğiştirme tansörlerine göre türevleri teşkil edilir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_4}{\partial B_{KL}} &= \delta^{KL} & \frac{\partial I_5}{\partial B_{KL}} &= 2B^{LK} & \frac{\partial I_6}{\partial B_{KL}} &= 3B^{LM} B_M^K & (4.57) \\ \frac{\partial I_{11}}{\partial B_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{13}}{\partial B_{KL}} &= A^{LK} & \frac{\partial I_{14}}{\partial B_{KL}} &= B^{LM} A_M^K + A^{LM} B_M^K \\ \frac{\partial I_{15}}{\partial B_{KL}} &= A^{LM} A_M^K & \frac{\partial I_{20}}{\partial B_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{22}}{\partial B_{KL}} &= D^{LK} \\ \frac{\partial I_{23}}{\partial B_{KL}} &= D^{LM} D_M^K & \frac{\partial I_{24}}{\partial B_{KL}} &= D^{LM} B_M^K + B^{LM} D_M^K & \frac{\partial I_{25}}{\partial B_{KL}} &= U^{LM} U_M^K \\ \frac{\partial I_{26}}{\partial B_{KL}} &= V^{LM} V_M^K & \frac{\partial I_{27}}{\partial B_{KL}} &= Z^{LM} Z_M^K & \frac{\partial I_{29}}{\partial B_{KL}} &= 0 \\ \frac{\partial I_{31}}{\partial B_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{33}}{\partial B_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{34}}{\partial B_{KL}} &= D^{LM} A_M^K \\ \frac{\partial I_{35}}{\partial B_{KL}} &= U^{LM} A_M^K & \frac{\partial I_{36}}{\partial B_{KL}} &= V^{LM} A_M^K & \frac{\partial I_{37}}{\partial B_{KL}} &= Z^{LM} A_M^K \\ \frac{\partial I_{39}}{\partial B_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{41}}{\partial B_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{43}}{\partial B_{KL}} &= 0 \\ \frac{\partial I_{44}}{\partial B_{KL}} &= D^{LM} U_M^K & \frac{\partial I_{45}}{\partial B_{KL}} &= D^{LM} V_M^K & \frac{\partial I_{46}}{\partial B_{KL}} &= D^{LM} Z_M^K \\ \frac{\partial I_{47}}{\partial B_{KL}} &= U^{LM} V_M^K & \frac{\partial I_{48}}{\partial B_{KL}} &= U^{LM} Z_M^K & \frac{\partial I_{49}}{\partial B_{KL}} &= V^{LM} Z_M^K \end{aligned}$$

$$\frac{\partial I_{50}}{\partial B_{KL}} = 0$$

$$\frac{\partial I_{52}}{\partial B_{KL}} = 0$$

$$\frac{\partial I_{53}}{\partial B_{KL}} = 0$$

$$\frac{\partial I_{57}}{\partial B_{KL}} = G^{LM} B_M^K$$

$$\frac{\partial I_{58}}{\partial B_{KL}} = G^{LM} B_M^K + B^{LM} G_M^K$$

$$\frac{\partial I_{62}}{\partial B_{KL}} = 0$$

$$\frac{\partial I_{64}}{\partial B_{KL}} = G^{LM} A_M^K$$

$$\frac{\partial I_{67}}{\partial B_{KL}} = 0$$

$$\frac{\partial I_{69}}{\partial B_{KL}} = D^{LM} G_M^K$$

$$\frac{\partial I_{70}}{\partial B_{KL}} = G^{LM} U_M^K$$

$$\frac{\partial I_{71}}{\partial B_{KL}} = G^{LM} V_M^K$$

$$\frac{\partial I_{72}}{\partial B_{KL}} = G^{LM} Z_M^K$$

$$\frac{\partial I_{74}}{\partial B_{KL}} = 0$$

$$\frac{\partial I_{76}}{\partial B_{KL}} = 0$$

$$\frac{\partial I_{78}}{\partial B_{KL}} = 0$$

$$\frac{\partial I_4}{\partial V_{KL}} = 0$$

$$\frac{\partial I_5}{\partial V_{KL}} = 0$$

$$\frac{\partial I_6}{\partial V_{KL}} = 0$$

$$\frac{\partial I_{11}}{\partial V_{KL}} = 2V^{LK}$$

$$\frac{\partial I_{13}}{\partial V_{KL}} = 0$$

$$\frac{\partial I_{14}}{\partial V_{KL}} = 0$$

$$\frac{\partial I_{15}}{\partial V_{KL}} = 0$$

$$\frac{\partial I_{20}}{\partial V_{KL}} = V^{LM} A_M^K + A^{LM} V_M^K$$

$$\frac{\partial I_{22}}{\partial V_{KL}} = 0$$

$$\frac{\partial I_{23}}{\partial V_{KL}} = 0$$

$$\frac{\partial I_{24}}{\partial V_{KL}} = 0$$

$$\frac{\partial I_{25}}{\partial V_{KL}} = 0$$

$$\frac{\partial I_{26}}{\partial V_{KL}} = V^{LM} B_M^K + B^{LM} V_M^K$$

$$\frac{\partial I_{27}}{\partial V_{KL}} = 0$$

$$\frac{\partial I_{29}}{\partial V_{KL}} = V^{LM} D_M^K + D^{LM} V_M^K$$

$$\frac{\partial I_{31}}{\partial V_{KL}} = U^{LK}$$

$$\frac{\partial I_{33}}{\partial V_{KL}} = Z^{LK}$$

$$\frac{\partial I_{34}}{\partial V_{KL}} = 0$$

$$\frac{\partial I_{35}}{\partial V_{KL}} = 0$$

$$\frac{\partial I_{36}}{\partial V_{KL}} = A^{LM} B_M^K$$

$$\frac{\partial I_{37}}{\partial V_{KL}} = 0$$

$$\frac{\partial I_{39}}{\partial V_{KL}} = A^{LM} D_M^K$$

$$\frac{\partial I_{41}}{\partial V_{KL}} = A^{LM} U_M^K$$

$$\frac{\partial I_{43}}{\partial V_{KL}} = Z^{LM} A_M^K$$

$$\frac{\partial I_{44}}{\partial V_{KL}} = 0$$

$$\frac{\partial I_{45}}{\partial V_{KL}} = B^{LM} D_M^K$$

$$\frac{\partial I_{46}}{\partial V_{KL}} = 0$$

$$\frac{\partial I_{47}}{\partial V_{KL}} = B^{LM} U_M^K$$

$$\frac{\partial I_{48}}{\partial V_{KL}} = 0$$

$$\frac{\partial I_{49}}{\partial V_{KL}} = Z^{LM} B_M^K$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial I_{50}}{\partial V_{KL}} &= D^{LM} U_M^K & \frac{\partial I_{52}}{\partial V_{KL}} &= Z^{LM} D_M^K & \frac{\partial I_{53}}{\partial V_{KL}} &= Z^{LM} U_M^K \\
\frac{\partial I_{57}}{\partial V_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{58}}{\partial V_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{62}}{\partial V_{KL}} &= V^{LM} G_M^K + G^{LM} V_M^K \\
\frac{\partial I_{64}}{\partial V_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{67}}{\partial V_{KL}} &= A^{LM} G_M^K & \frac{\partial I_{69}}{\partial V_{KL}} &= 0 \\
\frac{\partial I_{70}}{\partial V_{KL}} &= 0 & \frac{\partial I_{71}}{\partial V_{KL}} &= B^{LM} G_M^K & \frac{\partial I_{72}}{\partial V_{KL}} &= 0 \\
\frac{\partial I_{74}}{\partial V_{KL}} &= D^{LM} G_M^K & \frac{\partial I_{76}}{\partial V_{KL}} &= G^{LM} U_M^K & \frac{\partial I_{78}}{\partial V_{KL}} &= Z^{LM} G_M^K
\end{aligned}$$

(4.57) türev ifadeleri (4.56)'da kullanılırsa gerilme momenti bünye denkleminin maddesel formdaki ifadesi

$$\begin{aligned}
\tilde{T}^{KL} &= \alpha_4 \delta^{KL} + 2\alpha_5 B^{LK} + 3\alpha_6 B^{LM} B_M^K - 2\alpha_{11} V^{LK} + \alpha_{13} A^{LK} + 2\alpha_{14} A^{LM} B_M^K \\
&+ \alpha_{15} A^{LM} A_M^K - \alpha_{20} (V^{LM} A_M^K + A^{LM} V_M^K) + \alpha_{22} D^{LK} + \alpha_{23} D^{LM} D_M^K \\
&+ 2\alpha_{24} D^{LM} B_M^K + \alpha_{25} U^{LM} U_M^K + \alpha_{26} (V^{LM} V_M^K - V^{LM} B_M^K - B^{LM} V_M^K) \\
&+ \alpha_{27} Z^{LM} Z_M^K - \alpha_{29} (V^{LM} D_M^K + D^{LM} V_M^K) - \alpha_{31} U^{LK} - \alpha_{33} Z^{LK} + \alpha_{34} D^{LM} A_M^K \\
&+ \alpha_{35} U^{LM} A_M^K + \alpha_{36} (V^{LM} A_M^K - A^{LM} B_M^K) + \alpha_{37} Z^{LM} A_M^K - \alpha_{39} A^{LM} D_M^K \\
&- \alpha_{41} A^{LM} U_M^K - \alpha_{43} Z^{LM} A_M^K + \alpha_{44} D^{LM} U_M^K + \alpha_{45} (D^{LM} V_M^K - B^{LM} D_M^K) \\
&+ \alpha_{46} D^{LM} Z_M^K + \alpha_{47} (U^{LM} V_M^K - B^{LM} U_M^K) + \alpha_{48} U^{LM} Z_M^K \\
&+ \alpha_{49} (V^{LM} Z_M^K - Z^{LM} B_M^K) - \alpha_{50} D^{LM} U_M^K - \alpha_{52} Z^{LM} D_M^K - \alpha_{53} Z^{LM} U_M^K \\
&+ \alpha_{57} G^{LK} + 2\alpha_{58} G^{LM} B_M^K - \alpha_{62} (V^{LM} G_M^K + G^{LM} V_M^K) + \alpha_{64} G^{LM} A_M^K \\
&- \alpha_{67} A^{LM} G_M^K + \alpha_{69} D^{LM} G_M^K + \alpha_{70} G^{LM} U_M^K + \alpha_{71} (G^{LM} V_M^K - B^{LM} G_M^K) \\
&+ \alpha_{72} G^{LM} Z_M^K - \alpha_{74} D^{LM} G_M^K - \alpha_{76} G^{LM} U_M^K - \alpha_{78} Z^{LM} G_M^K
\end{aligned} \tag{4.58}$$

Gerilme momenti bünye denkleminin indissiz formu

$$\tilde{T} = \alpha_4 I + 2\alpha_5 B + 3\alpha_6 B^2 + 2\alpha_{11} V + \alpha_{13} A + 2\alpha_{14} B A + \alpha_{15} A^2 \tag{4.59}$$

$$\begin{aligned}
& + \alpha_{20} (\underline{A} \underline{V} + \underline{V} \underline{A}) + \alpha_{22} \underline{D} + \alpha_{23} \underline{D}^2 + 2\alpha_{24} \underline{B} \underline{D} + \alpha_{25} \underline{U}^2 + \alpha_{26} (\underline{V}^2 + \underline{B} \underline{V} + \underline{V} \underline{B}) \\
& + \alpha_{27} \underline{Z}^2 + \alpha_{29} (\underline{D} \underline{V} + \underline{V} \underline{D}) + \alpha_{31} \underline{U} + \alpha_{33} \underline{Z} + \alpha_{34} \underline{A} \underline{D} - \alpha_{35} \underline{A} \underline{U} - \alpha_{36} (\underline{A} \underline{V} + \underline{B} \underline{A}) \\
& - \alpha_{37} \underline{A} \underline{Z} - \alpha_{39} \underline{D} \underline{A} + \alpha_{41} \underline{U} \underline{A} + \alpha_{43} \underline{A} \underline{Z} - \alpha_{44} \underline{U} \underline{D} - \alpha_{45} (\underline{V} \underline{D} + \underline{D} \underline{B} - \alpha_{46} \underline{Z} \underline{D}) \\
& + \alpha_{47} (\underline{V} \underline{U} + \underline{U} \underline{B}) + \alpha_{48} \underline{Z} \underline{U} + \alpha_{49} (\underline{Z} \underline{V} + \underline{B} \underline{Z}) + \alpha_{50} \underline{U} \underline{D} + \alpha_{52} \underline{D} \underline{Z} - \alpha_{53} \underline{U} \underline{Z} \\
& + \alpha_{57} \underline{G} + 2\alpha_{58} \underline{B} \underline{G} + \alpha_{62} (\underline{G} \underline{V} + \underline{V} \underline{G}) + \alpha_{64} \underline{A} \underline{G} - \alpha_{67} \underline{G} \underline{A} + \alpha_{69} \underline{G} \underline{D} - \alpha_{70} \underline{U} \underline{G} \\
& - \alpha_{71} (\underline{V} \underline{G} + \underline{G} \underline{B}) - \alpha_{72} \underline{Z} \underline{G} - \alpha_{74} \underline{G} \underline{D} + \alpha_{76} \underline{U} \underline{G} + \alpha_{78} \underline{G} \underline{Z}
\end{aligned}$$

ile ifade edilir.

Gerilme momenti bünye denkleminin şekildeğiştirme tansörlerinin (4.14) simetrik ve antisimetrik parçalarına göre ifadesi

$$\begin{aligned}
\tilde{T} = & \alpha_4 \underline{I} + \alpha_5 (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) + \frac{3}{4} \alpha_6 (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) + \alpha_{11} [\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] + \frac{1}{2} \alpha_{13} (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) \quad (4.60) \\
& + \frac{1}{2} \alpha_{14} (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) + \frac{1}{4} \alpha_{15} (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) + \frac{1}{4} \alpha_{20} [(\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) [\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] + [\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T)] \\
& + \frac{1}{2} \alpha_{22} (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) + \frac{1}{4} \alpha_{23} (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) + \frac{1}{2} \alpha_{24} (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) + \frac{1}{4} \alpha_{25} [\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T] [\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T] \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{26} [[\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] [\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] + (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) [\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] + [\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T)] + \frac{1}{4} \alpha_{27} [\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T] [\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T] \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{29} [(\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) [\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T] + [\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T] (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T)] + \frac{1}{2} \alpha_{31} [\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T] + \frac{1}{2} \alpha_{33} [\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T] \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{34} (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) - \frac{1}{4} \alpha_{35} (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) [\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T] - \frac{1}{4} \alpha_{36} [(\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) [\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] + (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T)] \\
& - \frac{1}{4} \alpha_{37} (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) [\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T] - \frac{1}{4} \alpha_{39} (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) + \frac{1}{4} \alpha_{41} [\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T] (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{43} (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) [\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T] - \frac{1}{4} \alpha_{44} [\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T] (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) - \frac{1}{4} \alpha_{45} [[\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T] (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) + (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T)] \\
& - \frac{1}{4} \alpha_{46} [\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T] (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) + \frac{1}{4} \alpha_{47} [[\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] [\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T] + [\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T] (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T)]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{4} \alpha_{48} \left[\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T \right] \left[\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T \right] + \frac{1}{4} \alpha_{49} \left[\left[\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T \right] \left[\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T \right] + \left(\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T \right) \left[\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T \right] \right] \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{50} \left[\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T \right] \left(\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T \right) + \frac{1}{4} \alpha_{52} \left(\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T \right) \left[\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T \right] - \frac{1}{4} \alpha_{53} \left[\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T \right] \left[\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T \right] \\
& + \alpha_{57} \underline{G} + \alpha_{58} \left(\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T \right) \underline{G} + \frac{1}{2} \alpha_{62} \left[\underline{G} \left[\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T \right] + \left[\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T \right] \underline{G} \right] + \frac{1}{2} \alpha_{64} \left(\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T \right) \underline{G} \\
& - \frac{1}{2} \alpha_{67} \underline{G} \left(\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T \right) + \frac{1}{2} \alpha_{69} \underline{G} \left(\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T \right) - \frac{1}{2} \alpha_{70} \left[\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T \right] \underline{G} - \frac{1}{2} \alpha_{71} \left[\left[\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T \right] \underline{G} + \underline{G} \left[\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T \right] \right] \\
& - \frac{1}{2} \alpha_{72} \left[\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T \right] \underline{G} - \frac{1}{2} \alpha_{74} \underline{G} \left(\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T \right) + \frac{1}{2} \alpha_{76} \left[\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T \right] \underline{G} + \frac{1}{2} \alpha_{78} \underline{G} \left[\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T \right]
\end{aligned}$$

Gerilme momentinin bünye denklemi α_μ katsayılarının fonksiyonu olan G_μ 'lere göre ifadesi

$$\begin{aligned}
\tilde{T} = & G_0 \underline{I} + G_1 \underline{\sigma} + G_2 \underline{\sigma}^T + G_3 \underline{\Gamma} + G_4 \underline{\Gamma}^T + G_5 \underline{\varphi} + G_6 \underline{\varphi}^T + G_7 \underline{\Gamma}^2 \\
& + G_8 \left(\underline{\Gamma} \underline{\Gamma}^T + \underline{\Gamma}^T \underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T \underline{\Gamma}^T \right) + G_9 \underline{\sigma}^2 + G_{10} \underline{\sigma} \underline{\sigma}^T + G_{11} \underline{\sigma}^T \underline{\sigma} + G_{12} \underline{\sigma}^T \underline{\sigma}^T \\
& + G_{13} \underline{\varphi}^2 + G_{14} \underline{\varphi} \underline{\varphi}^T + G_{15} \underline{\varphi}^T \underline{\varphi} + G_{16} \underline{\varphi}^T \underline{\varphi}^T + G_{17} \underline{\Gamma} \underline{\sigma} + G_{18} \underline{\Gamma} \underline{\sigma}^T \\
& + G_{19} \underline{\Gamma}^T \underline{\sigma} + G_{20} \underline{\Gamma}^T \underline{\sigma}^T + G_{21} \underline{\Gamma} \underline{\varphi} + G_{22} \underline{\Gamma} \underline{\varphi}^T + G_{23} \underline{\Gamma}^T \underline{\varphi} + G_{24} \underline{\Gamma}^T \underline{\varphi}^T \\
& + G_{25} \underline{\sigma} \underline{\Gamma} + G_{26} \underline{\sigma} \underline{\Gamma}^T + G_{27} \underline{\sigma}^T \underline{\Gamma} + G_{28} \underline{\sigma}^T \underline{\Gamma}^T + G_{29} \underline{\sigma} \underline{\varphi} + G_{30} \underline{\sigma} \underline{\varphi}^T \\
& + G_{31} \underline{\sigma}^T \underline{\varphi} + G_{32} \underline{\sigma}^T \underline{\varphi}^T + G_{33} \underline{\varphi} \underline{\Gamma} + G_{34} \underline{\varphi} \underline{\Gamma}^T + G_{35} \underline{\varphi}^T \underline{\Gamma} + G_{36} \underline{\varphi}^T \underline{\Gamma}^T \\
& + G_{37} \left(\underline{\varphi} \underline{\sigma} + \underline{\varphi}^T \underline{\sigma}^T \right) + G_{38} \left(\underline{\varphi} \underline{\sigma}^T + \underline{\varphi}^T \underline{\sigma} \right) + G_{39} \underline{G} + G_{40} \underline{\Gamma} \underline{G} + G_{41} \underline{\Gamma}^T \underline{G} \\
& + G_{42} \underline{G} \underline{\Gamma} + G_{43} \underline{G} \underline{\Gamma}^T + G_{44} \underline{\sigma} \underline{G} + G_{45} \underline{\sigma}^T \underline{G} + G_{46} \underline{G} \left(\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T \right) + G_{47} \left(\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T \right) \\
& + G_{48} \underline{G} \underline{\varphi} + G_{49} \underline{G} \underline{\varphi}^T
\end{aligned} \tag{4.61}$$

G_μ katsayılarının α_μ 'ler cinsinden

$$G_0 = \alpha_4 \qquad G_1 = \frac{1}{2} (\alpha_{13} + \alpha_{31}) \qquad G_2 = \frac{1}{2} (\alpha_{13} - \alpha_{31}) \tag{4.62}$$

$$\begin{aligned}
G_3 &= (\alpha_5 + \alpha_{11}) & G_4 &= (\alpha_5 - \alpha_{11}) & G_5 &= \frac{1}{2}(\alpha_{22} + \alpha_{33}) \\
G_6 &= \frac{1}{2}(\alpha_{22} - \alpha_{33}) & G_7 &= \frac{3}{4}(\alpha_6 + \alpha_{26}) & G_8 &= \frac{1}{4}(3\alpha_6 - \alpha_{26}) \\
G_9 &= \frac{1}{4}(\alpha_{15} + \alpha_{25} - \alpha_{35} + \alpha_{41}) & G_{10} &= \frac{1}{4}(\alpha_{15} - \alpha_{25} + \alpha_{35} + \alpha_{41}) \\
G_{11} &= \frac{1}{4}(\alpha_{15} - \alpha_{25} - \alpha_{35} - \alpha_{41}) & G_{12} &= \frac{1}{4}(\alpha_{15} + \alpha_{25} + \alpha_{35} - \alpha_{41}) \\
G_{13} &= \frac{1}{4}(\alpha_{23} + \alpha_{27} - \alpha_{46} + \alpha_{52}) & G_{14} &= \frac{1}{4}(\alpha_{23} - \alpha_{27} - \alpha_{46} - \alpha_{52}) \\
G_{15} &= \frac{1}{4}(\alpha_{23} - \alpha_{27} + \alpha_{46} + \alpha_{52}) & G_{16} &= \frac{1}{4}(\alpha_{23} + \alpha_{27} + \alpha_{46} - \alpha_{52}) \\
G_{17} &= \frac{1}{4}(2\alpha_{14} + \alpha_{20} - \alpha_{36} + \alpha_{47}) & G_{18} &= \frac{1}{4}(2\alpha_{14} + \alpha_{20} - \alpha_{36} - \alpha_{47}) \\
G_{19} &= \frac{1}{4}(2\alpha_{14} - \alpha_{20} - \alpha_{36} - \alpha_{47}) & G_{20} &= \frac{1}{4}(2\alpha_{14} - \alpha_{20} - \alpha_{36} + \alpha_{47}) \\
G_{21} &= \frac{1}{4}(2\alpha_{24} + \alpha_{29} - \alpha_{45} + \alpha_{49}) & G_{22} &= \frac{1}{4}(2\alpha_{24} + \alpha_{29} - \alpha_{45} - \alpha_{49}) \\
G_{23} &= \frac{1}{4}(2\alpha_{24} - \alpha_{29} + \alpha_{45} + \alpha_{49}) & G_{24} &= \frac{1}{4}(2\alpha_{24} - \alpha_{29} + \alpha_{45} - \alpha_{49}) \\
G_{25} &= \frac{1}{4}(\alpha_{20} - \alpha_{36} + \alpha_{47}) & G_{26} &= \frac{1}{4}(-\alpha_{20} + \alpha_{36} + \alpha_{47}) \\
G_{27} &= \frac{1}{4}(\alpha_{20} - \alpha_{36} - \alpha_{47}) & G_{28} &= \frac{1}{4}(-\alpha_{20} + \alpha_{36} - \alpha_{47}) \\
G_{29} &= \frac{1}{4}(\alpha_{34} - \alpha_{37} + \alpha_{43} - \alpha_{44} + \alpha_{50} - \alpha_{53}) \\
G_{30} &= \frac{1}{4}(\alpha_{34} + \alpha_{37} - \alpha_{43} - \alpha_{44} + \alpha_{50} + \alpha_{53}) \\
G_{31} &= \frac{1}{4}(\alpha_{34} - \alpha_{37} + \alpha_{43} + \alpha_{44} - \alpha_{50} - \alpha_{53}) \\
G_{32} &= \frac{1}{4}(\alpha_{34} + \alpha_{37} - \alpha_{43} + \alpha_{44} - \alpha_{50} - \alpha_{53}) \\
G_{33} &= \frac{1}{4}(\alpha_{29} - \alpha_{45} + \alpha_{49}) & G_{34} &= -\frac{1}{4}(\alpha_{29} + \alpha_{45} + \alpha_{49}) \\
G_{35} &= \frac{1}{4}(\alpha_{29} - \alpha_{45} - \alpha_{49}) & G_{36} &= -\frac{1}{4}(\alpha_{29} + \alpha_{45} - \alpha_{49})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G_{37} &= \frac{1}{4}(-\alpha_{39} + \alpha_{48}) & G_{38} &= -\frac{1}{4}(\alpha_{39} + \alpha_{48}) \\
G_{39} &= \alpha_{57} & G_{40} &= \frac{1}{2}(2\alpha_{58} + \alpha_{62} - \alpha_{71}) \\
G_{41} &= \frac{1}{2}(2\alpha_{58} - \alpha_{62} + \alpha_{71}) & G_{42} &= \frac{1}{2}(\alpha_{62} - \alpha_{71}) \\
G_{43} &= -\frac{1}{2}(\alpha_{62} + \alpha_{71}) & G_{44} &= \frac{1}{2}(\alpha_{64} - \alpha_{70} + \alpha_{76}) \\
G_{45} &= \frac{1}{2}(\alpha_{64} + \alpha_{70} - \alpha_{76}) & G_{46} &= -\frac{1}{2}\alpha_{67} \\
G_{47} &= \frac{1}{2}\alpha_{72} & G_{48} &= \frac{1}{2}(\alpha_{69} - \alpha_{74} + \alpha_{78}) \\
G_{49} &= \frac{1}{2}(\alpha_{69} + \alpha_{74} - \alpha_{78})
\end{aligned}$$

olarak tanımlanmışlardır.

4.4.1 Gerilme Momenti Bünye Denkleminin Uzaysal Formu

$$\tilde{t}^{kl} = \frac{\rho}{\rho_0} \tilde{T}^{KL} x^k_{,K} \aleph_L^l \quad (4.63)$$

(4.56) ifadesi (4.63)'de yerine konarak gerilme momenti bünye denkleminin uzaysal formu elde edilir. (4.57) ifadesinin uzaysal formdaki bileşenleri

$$\begin{aligned}
I_4 \text{ için; } \quad \delta^{KL} x^k_{,K} \aleph_L^l &= \aleph^{Km} \aleph^{Ln} \delta_{nm} x^k_{,K} \aleph_L^l \\
&= x^k_{,K} \aleph^{Km} \delta_{nm} \aleph^{Ln} \aleph_L^l \\
&= c^{km} \delta_{nm} \delta^{nl} \\
&= c^{kl}
\end{aligned} \quad (4.64)$$

$$\begin{aligned}
I_5 \text{ için; } \quad B^{LK} x^k_{,K} \aleph_L^l &= \aleph^{Ln} \aleph^{Km} b_{nm} x^k_{,K} \aleph_L^l \\
&= x^k_{,K} \aleph^{Km} b_{nm} \aleph^{Ln} \aleph_L^l \\
&= c^{km} b_{nm} \delta^{nl} \\
&= c^{km} b^l_m
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_6 \text{ için; } B_M^K B^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^I &= \aleph_M^n \aleph^{Km} b_{nm} \aleph_r^L, \aleph_p^M b^{rp} x^k_{,K} \aleph_L^I \\
&= x^k_{,K} \aleph^{Km} b_{nm} \aleph_M^n \aleph_p^M b^{rp} \aleph_r^L, \aleph_L^I \\
&= c^{km} b_{nm} \delta_p^n b^{rp} \delta_r^I \\
&= c^{km} b_{nm} b^{ln} \\
I_{11} \text{ için; } V^{LK} x^k_{,K} \aleph_L^I &= c^{km} v_m^I \\
I_{13} \text{ için; } A^{LK} x^k_{,K} \aleph_L^I &= c^{km} a_m^I \\
I_{14} \text{ için; } B_M^K A^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^I &= c^{km} b_{nm} a^{ln} \\
I_{15} \text{ için; } A_M^K A^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^I &= c^{km} a_{nm} a^{ln} \\
I_{20} \text{ için; } (A_M^K V^{LM} + V_M^K A^{LM}) x^k_{,K} \aleph_L^I &= c^{km} a_{nm} v^{ln} + c^{km} v_{nm} a^{ln} \\
I_{22} \text{ için; } D^{LK} x^k_{,K} \aleph_L^I &= c^{km} d_m^I \\
I_{23} \text{ için; } D_M^K D^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^I &= c^{KM} d_{nm} d^{ln} \\
I_{24} \text{ için; } B_M^K D^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^I &= c^{km} b_{nm} d^{ln} \\
I_{25} \text{ için; } U_M^K U^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^I &= c^{km} u_{nm} u^{ln} \\
I_{26} \text{ için; } (V_M^K V^{LM} - B_M^K V^{LM} - V_M^K B^{LM}) x^k_{,K} \aleph_L^I &= c^{km} v_{nm} v^{ln} - c^{km} b_{nm} v^{ln} - c^{km} v_{nm} b^{ln} \\
I_{27} \text{ için; } Z_M^K Z^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^I &= c^{km} z_{nm} z^{ln} \\
I_{29} \text{ için; } (D_M^K V^{LM} + V_M^K D^{LM}) x^k_{,K} \aleph_L^I &= c^{km} d_{nm} v^{ln} + c^{km} v_{nm} d^{ln} \\
I_{31} \text{ için; } U^{LK} x^k_{,K} \aleph_L^I &= c^{km} u_m^I \\
I_{33} \text{ için; } Z^{LK} x^k_{,K} \aleph_L^I &= c^{km} z_m^I \\
I_{34} \text{ için; } A_M^K D^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^I &= c^{km} a_{nm} d^{ln} \\
I_{35} \text{ için; } A_M^K U^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^I &= c^{km} a_{nm} u^{ln} \\
I_{36} \text{ için; } (A_M^K V^{LM} - B_M^K A^{LM}) x^k_{,K} \aleph_L^I &= c^{km} a_{nm} v^{ln} - c^{km} b_{nm} a^{ln} \\
I_{37} \text{ için; } A_M^K Z^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^I &= c^{km} a_{nm} z^{ln} \\
I_{39} \text{ için; } D_M^K A^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^I &= c^{km} d_{nm} a^{ln} \\
I_{41} \text{ için; } U_M^K A^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^I &= c^{km} u_{nm} a^{ln} \\
I_{43} \text{ için; } A_M^K Z^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^I &= c^{km} a_{nm} z^{ln} \\
I_{44} \text{ için; } U_M^K D^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^I &= c^{km} u_{nm} d^{ln}
\end{aligned}$$

$$I_{45} \text{ için; } (V_M^K D^{LM} - D_M^K B^{LM}) x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} v_{nm} d^{ln} - c^{km} d_{nm} b^{ln}$$

$$I_{46} \text{ için; } Z_M^K D^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} z_{nm} d^{ln}$$

$$I_{47} \text{ için; } (V_M^K U^{LM} - U_M^K B^{LM}) x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} v_{nm} u^{ln} - c^{km} u_{nm} b^{ln}$$

$$I_{48} \text{ için; } Z_M^K U^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} z_{nm} u^{ln}$$

$$I_{49} \text{ için; } (Z_M^K V^{LM} - B_M^K Z^{LM}) x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} z_{nm} v^{ln} - c^{km} b_{nm} z^{ln}$$

$$I_{50} \text{ için; } U_M^K D^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} u_{nm} d^{ln}$$

$$I_{52} \text{ için; } D_M^K Z^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} d_{nm} z^{ln}$$

$$I_{53} \text{ için; } U_M^K Z^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} u_{nm} z^{ln}$$

$$\begin{aligned} I_{57} \text{ için; } G^{KL} x^k_{,K} \aleph_L^l &= \delta^K_M G^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l \\ &= \aleph^{Km} \aleph_{Mm} X^M_{,n} X^L_{,p} g^{np} x^k_{,K} \aleph_L^l \\ &= x^k_{,K} \aleph^{Km} X^M_{,n} \aleph_{Mm} g^{np} X^L_{,p} \aleph_L^l \\ &= c^{km} c_{nm} g^{np} c_p^l \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{58} \text{ için; } B_M^K G^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l &= \aleph_M^n \aleph^{Km} b_{nm} X^{L,r} X^{M,p} g_{rp} x^k_{,K} \aleph_L^l \\ &= x^k_{,K} \aleph^{Km} b_{nm} X^{M,p} \aleph_M^n g_{rp} X^{L,r} \aleph_L^l \\ &= c^{km} b_{nm} c^{pn} g_{rp} c^{rl} \end{aligned}$$

$$I_{62} \text{ için; } (G_M^K V^{LM} + V_M^K G^{LM}) x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} v^{lr} + c^{km} v_{nm} v^{pn} g_{rp} c^{rl}$$

$$I_{64} \text{ için; } A_M^K G^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} a_{nm} c^{pn} g_{rp} c^{rl}$$

$$I_{67} \text{ için; } G_M^K A^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} a^{lr}$$

$$I_{69} \text{ için; } G_M^K D^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} d^{lr}$$

$$I_{70} \text{ için; } U_M^K G^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} u_{nm} c^{pn} g_{rp} c^{rl}$$

$$I_{71} \text{ için; } (V_M^K G^{LM} - G_M^K B^{LM}) x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} v_{nm} c^{pn} g_{rp} c^{rl} - c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} b^{lr}$$

$$I_{72} \text{ için; } Z_M^K G^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} z_{nm} c^{pn} g_{rp} c^{rl}$$

$$I_{74} \text{ için; } G_M^K D^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} d^{lr}$$

$$I_{76} \text{ için; } U_M^K G^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} u_{nm} c^{pn} g_{rp} c^{rl}$$

$$I_{78} \text{ için; } G_M^K Z^{LM} x^k_{,K} \aleph_L^l = c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} z^{lr}$$

elde edilir.

Mikromorfik termoelastik izotrop cisimlerin gerilme momenti bünye denklemi indisli formda

$$\begin{aligned}
 \tilde{t}^{kl} = \frac{\rho}{\rho_0} & \left[\alpha_4 c^{kl} + 2\alpha_5 c^{km} b^l_m + 3\alpha_6 c^{km} b_{nm} b^{ln} - 2\alpha_{11} c^{km} v^l_m + \alpha_{13} c^{km} a^l_m \right. \\
 & + 2\alpha_{14} c^{km} b_{nm} a^{ln} + \alpha_{15} c^{km} a_{nm} a^{ln} - \alpha_{20} (c^{km} a_{nm} v^{ln} + c^{km} v_{nm} a^{ln}) + \alpha_{22} c^{km} d^l_m \\
 & + \alpha_{23} c^{km} d_{nm} d^{ln} + 2\alpha_{24} c^{km} b_{nm} d^{ln} + \alpha_{25} c^{km} u_{nm} u^{ln} + \alpha_{26} (c^{km} v_{nm} v^{ln} - c^{km} b_{nm} v^{ln} - c^{km} v_{nm} b^{ln}) \\
 & + \alpha_{27} c^{km} z_{nm} z^{ln} - \alpha_{29} (c^{km} d_{nm} v^{ln} + c^{km} v_{nm} d^{ln}) - \alpha_{31} c^{km} u^l_m - \alpha_{33} c^{km} z^l_m \\
 & + \alpha_{34} c^{km} a_{nm} d^l_m + \alpha_{35} c^{km} a_{nm} u^{ln} + \alpha_{36} (c^{km} a_{nm} v^{ln} - c^{km} b_{nm} a^{ln}) + \alpha_{37} c^{km} a_{nm} z^{ln} \\
 & - \alpha_{39} c^{km} d_{nm} a^{ln} - \alpha_{41} c^{km} u_{nm} a^{ln} - \alpha_{43} c^{km} a_{nm} z^{ln} + \alpha_{44} c^{km} u_{nm} d^{ln} \\
 & + \alpha_{45} (c^{km} v_{nm} d^{ln} - c^{km} d_{nm} b^{ln}) + \alpha_{46} c^{km} z_{nm} d^{ln} + \alpha_{47} (c^{km} v_{nm} u^{ln} - c^{km} u_{nm} b^{ln}) \\
 & + \alpha_{48} c^{km} z_{nm} u^{ln} + \alpha_{49} (c^{km} z_{nm} v^{ln} - c^{km} b_{nm} z^{ln}) - \alpha_{50} c^{km} u_{nm} d^{ln} - \alpha_{52} c^{km} d_{nm} z^{ln} \\
 & - \alpha_{53} c^{km} u_{nm} z^{ln} + \alpha_{57} c^{km} c_{nm} g^{np} c_p^l + 2\alpha_{58} c^{km} b_{nm} c^{pn} g_{rp} c^{rl} \\
 & - \alpha_{62} (c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} v^{lr} + c^{km} v_{nm} c^{pn} g_{rp} c^{rl}) + \alpha_{64} c^{km} a_{nm} c^{pn} g_{rp} c^{rl} \\
 & - \alpha_{67} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} d^{lr} + \alpha_{69} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} d^{lr} + \alpha_{70} c^{km} u_{nm} c^{pn} g_{rp} c^{rl} \\
 & + \alpha_{71} (c^{km} v_{nm} c^{pn} g_{rp} c^{rl} - c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} b^{lr}) + \alpha_{72} c^{km} z_{nm} c^{pn} g_{rp} c^{rl} - \alpha_{74} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} d^{lr} \\
 & \left. - \alpha_{76} c^{km} u_{nm} c^{pn} g_{rp} c^{rl} + \alpha_{78} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} z^{lr} \right]
 \end{aligned} \tag{4.65}$$

şeklinde yazılır.

Şekildeğiştirme tansörlerinin simetrik ve antisimetrik parçalarının (4.24) açık ifadelerine göre (4.65) denklemi

$$\begin{aligned}
 \tilde{t}^{kl} = \frac{\rho}{\rho_0} & \left[\alpha_4 c^{kl} + \alpha_5 c^{km} (\gamma^l_m + \gamma_m^l) + \frac{3}{4} \alpha_6 c^{km} (\gamma_{nm} + \gamma_{mn}) (\gamma^{ln} + \gamma^{nl}) \right. \\
 & - \alpha_{11} c^{km} (\gamma^l_m - \gamma_m^l) + \frac{1}{2} \alpha_{13} c^{km} (c^l_m + c_m^l) + \frac{1}{2} \alpha_{14} c^{km} (\gamma_{nm} + \gamma_{mn}) (c^{ln} + c^{nl}) \\
 & \left. + \frac{1}{4} \alpha_{15} c^{km} (c_{nm} + c_{mn}) (c^{ln} + c^{nl}) - \alpha_{20} [c^{km} (c_{nm} + c_{mn}) (\gamma^{ln} - \gamma^{nl}) + c^{km} (\gamma_{nm} - \gamma_{mn}) (c^{ln} + c^{nl})] \right]
 \end{aligned} \tag{4.66}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \alpha_{22} c^{km} (\varsigma_m^l + \varsigma_m^l) + \frac{1}{4} \alpha_{23} c^{km} (\varsigma_{nm} + \varsigma_{mn}) (\varsigma^{ln} + \varsigma^{nl}) + \frac{1}{2} \alpha_{24} c^{km} (\gamma_{nm} + \gamma_{mn}) (\varsigma^{ln} + \varsigma^{nl}) \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{25} c^{km} (c_{nm} - c_{mn}) (c^{ln} - c^{nl}) \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{26} [c^{km} (\gamma_{nm} - \gamma_{mn}) (\gamma^{ln} - \gamma^{nl}) - c^{km} (\gamma_{nm} + \gamma_{mn}) (\gamma^{ln} - \gamma^{nl}) - c^{km} (\gamma_{nm} - \gamma_{mn}) (\gamma^{ln} + \gamma^{nl})] \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{27} c^{km} (\varsigma_{nm} - \varsigma_{mn}) (\varsigma^{ln} - \varsigma^{nl}) - \frac{1}{4} \alpha_{29} [c^{km} (\varsigma_{nm} + \varsigma_{mn}) (\gamma^{ln} - \gamma^{nl}) + c^{km} (\gamma_{nm} - \gamma_{mn}) (\varsigma^{ln} + \varsigma^{nl})] \\
& - \frac{1}{2} \alpha_{31} c^{km} (c_m^l - c_m^l) - \frac{1}{2} \alpha_{33} c^{km} (\varsigma_m^l - \varsigma_m^l) + \frac{1}{4} \alpha_{34} c^{km} (c_{nm} + c_{mn}) (\varsigma^{ln} + \varsigma^{nl}) \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{35} c^{km} (c_{nm} + c_{mn}) (c^{ln} - c^{nl}) + \frac{1}{4} \alpha_{36} [c^{km} (c_{nm} + c_{mn}) (\gamma^{ln} - \gamma^{nl}) - c^{km} (\gamma_{nm} + \gamma_{mn}) (c^{ln} + c^{nl})] \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{37} c^{km} (c_{nm} + c_{mn}) (\varsigma^{ln} - \varsigma^{nl}) - \frac{1}{4} \alpha_{39} c^{km} (\varsigma_{nm} + \varsigma_{mn}) (c^{ln} + c^{nl}) - \frac{1}{4} \alpha_{41} c^{km} (c_{nm} - c_{mn}) (c^{ln} + c^{nl}) \\
& - \frac{1}{4} \alpha_{43} c^{km} (c_{nm} + c_{mn}) (\varsigma^{ln} - \varsigma^{nl}) + \frac{1}{4} \alpha_{44} c^{km} (c_{nm} - c_{mn}) (\varsigma^{ln} + \varsigma^{nl}) \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{45} [c^{km} (\gamma_{nm} - \gamma_{mn}) (\varsigma^{ln} + \varsigma^{nl}) - c^{km} (\varsigma_{nm} + \varsigma_{mn}) (\gamma^{ln} + \gamma^{nl})] + \frac{1}{4} \alpha_{46} c^{km} (\varsigma_{nm} - \varsigma_{mn}) (\varsigma^{ln} + \varsigma^{nl}) \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{47} [c^{km} (\gamma_{nm} - \gamma_{mn}) (c^{ln} - c^{nl}) - c^{km} (c_{nm} - c_{mn}) (\gamma^{ln} + \gamma^{nl})] + \frac{1}{4} \alpha_{48} c^{km} (\varsigma_{nm} - \varsigma_{mn}) (c^{ln} - c^{nl}) \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{49} [c^{km} (\varsigma_{nm} - \varsigma_{mn}) (\gamma^{ln} - \gamma^{nl}) - c^{km} (\gamma_{nm} + \gamma_{mn}) (\varsigma^{ln} - \varsigma^{nl})] - \frac{1}{4} \alpha_{50} c^{km} (c_{nm} - c_{mn}) (\varsigma^{ln} + \varsigma^{nl}) \\
& - \frac{1}{4} \alpha_{52} c^{km} (\varsigma_{nm} + \varsigma_{mn}) (\varsigma^{ln} - \varsigma^{nl}) - \frac{1}{4} \alpha_{53} c^{km} (c_{nm} - c_{mn}) (\varsigma^{ln} - \varsigma^{nl}) + \alpha_{57} c^{km} c_{nm} g^{np} c_p^l \\
& + \alpha_{58} c^{km} (\gamma_{nm} + \gamma_{mn}) c^{pn} g_{rp} c^{rl} - \frac{1}{2} \alpha_{62} [c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} (\gamma^{lr} - \gamma^{rl}) + c^{km} (\gamma_{nm} - \gamma_{mn}) c^{pn} g_{rp} c^{rl}] \\
& + \frac{1}{2} \alpha_{64} c^{km} (c_{nm} + c_{mn}) c^{pn} g_{rp} c^{rl} - \frac{1}{2} \alpha_{67} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} (c^{lr} + c^{rl}) + \frac{1}{2} \alpha_{69} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} (\varsigma^{lr} + \varsigma^{rl}) \\
& + \frac{1}{2} \alpha_{70} c^{km} (c_{nm} - c_{mn}) c^{pn} g_{rp} c^{rl} + \frac{1}{2} \alpha_{71} [c^{km} (\gamma_{nm} - \gamma_{mn}) c^{pn} g_{rp} c^{rl} - c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} (\gamma^{lr} + \gamma^{rl})] \\
& + \frac{1}{2} \alpha_{72} c^{km} (\varsigma_{nm} - \varsigma_{mn}) c^{pn} g_{rp} c^{rl} - \frac{1}{2} \alpha_{74} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} (\varsigma^{lr} + \varsigma^{rl}) - \frac{1}{2} \alpha_{76} c^{km} (c_{nm} - c_{mn}) c^{pn} g_{rp} c^{rl} \\
& - \frac{1}{2} \alpha_{78} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} (\varsigma^{lr} - \varsigma^{rl})]
\end{aligned}$$

g_μ katsayılarına bağlı olarak gerilme momenti bünye denkleminin ifadesi

$$\begin{aligned}
 \tilde{t}^{kl} = & g_0 \delta^{kl} + g_1 c^{kl} + g_2 c^{km} c_m^l + g_3 c^{km} c_m^l + g_4 c^{km} \gamma_m^l + g_5 c^{km} \gamma_m^l + g_6 c^{km} \varsigma_m^l \\
 & + g_7 c^{km} \varsigma_m^l + g_8 c^{km} \gamma_{nm} \gamma^{nl} + g_9 (c^{km} \gamma_{mn} \gamma^{ln} + c^{km} \gamma_{nm} \gamma^{nl} + c^{km} \gamma_{nm} \gamma^{ln}) \\
 & + g_{10} c^{km} c_{mn} c^{nl} + g_{11} c^{km} c_{mn} c^{ln} + g_{12} c^{km} c_{nm} c^{nl} + g_{13} c^{km} \varsigma_{mn} \varsigma^{nl} + g_{14} c^{km} \varsigma_{mn} \varsigma^{ln} \\
 & + g_{15} c^{km} \varsigma_{nm} \varsigma^{nl} + g_{16} c^{km} \varsigma_{nm} \varsigma^{ln} + g_{17} c^{km} \gamma_{mn} c^{nl} + g_{18} c^{km} \gamma_{mn} c^{ln} + g_{19} c^{km} \gamma_{nm} c^{nl} \\
 & + g_{20} c^{km} \gamma_{nm} c^{ln} + g_{21} c^{km} \gamma_{mn} \varsigma^{nl} + g_{22} c^{km} \gamma_{mn} \varsigma^{ln} + g_{23} c^{km} \gamma_{nm} \varsigma^{nl} + g_{24} c^{km} \gamma_{nm} \varsigma^{ln} \\
 & + g_{25} c^{km} c_{mn} \gamma^{nl} + g_{26} c^{km} c_{mn} \gamma^{ln} + g_{27} c^{km} c_{nm} \gamma^{nl} + g_{28} c^{km} c_{nm} \gamma^{ln} + g_{29} c^{km} c_{mn} \varsigma^{nl} \\
 & + g_{30} c^{km} c_{mn} \varsigma^{ln} + g_{31} c^{km} c_{nm} \varsigma^{nl} + g_{32} c^{km} c_{nm} \varsigma^{ln} + g_{33} c^{km} \varsigma_{mn} \gamma^{nl} + g_{34} c^{km} \varsigma_{mn} \gamma^{ln} \\
 & + g_{35} c^{km} \varsigma_{nm} \gamma^{nl} + g_{36} c^{km} \varsigma_{nm} \gamma^{ln} + g_{37} (c^{km} \varsigma_{mn} c^{nl} + c^{km} \varsigma_{nm} c^{ln}) \\
 & + g_{38} (c^{km} \varsigma_{mn} c^{ln} + c^{km} \varsigma_{nm} c^{nl}) + g_{39} c^{km} c_{nm} g^{np} c_p^l + g_{40} c^{km} \gamma_{mn} c^{pn} g^{rp} c_r^l \\
 & + g_{41} c^{km} \gamma_{nm} c^{pn} g^{rp} c_r^l + g_{42} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} \gamma^{rl} + g_{43} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} \gamma^{lr} \\
 & + g_{44} c^{km} c_{mn} c^{pn} g_{rp} c_r^l + g_{45} c^{km} c_{nm} c^{pn} g_{rp} c_r^l + g_{46} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} (c^{lr} + c^{rl}) \\
 & + g_{47} c^{km} (\varsigma_{nm} - \varsigma_{mn}) c^{pn} g_{rp} c_r^l + g_{48} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} \varsigma^{rl} + g_{49} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} \varsigma^{lr}
 \end{aligned} \tag{4.67}$$

olarak yazılır.

(4.33), (4.34) ve (4.35) 'deki homojen şekildeğiştirme koşulları gözönünde bulundurarak gerilme momentinin bünye denkleminde ait ifade

$$\begin{aligned}
 \tilde{t}^{kl} = & g_0 \delta^{kl} + g_1 c^{kl} + g_2 c^{km} c_m^l + g_6 c^{km} \varsigma_m^l + g_{10} c^{km} c_{mn} c^{nl} + g_{11} c^{km} c_{mn} c^{ln} \\
 & + g_{12} c^{km} c_{nm} c^{nl} + g_{13} c^{km} \varsigma_{mn} \varsigma^{nl} + g_{14} c^{km} \varsigma_{mn} + g_{15} c^{km} \varsigma_{nm} \varsigma^{nl} + g_{16} c^{km} \varsigma_{nm} \varsigma^{ln} \\
 & + g_{29} c^{km} c_{mn} \varsigma^{nl} + g_{30} c^{km} c_{mn} \varsigma^{ln} + g_{31} c^{km} c_{nm} \varsigma^{nl} + g_{32} c^{km} c_{nm} \varsigma^{ln} + g_{37} (c^{km} \varsigma_{mn} c^{nl} + c^{km} \varsigma_{nm} c^{ln}) \\
 & + g_{38} (c^{km} \varsigma_{mn} c^{ln} + c^{km} \varsigma_{nm} c^{nl}) + g_{39} c^{km} c_{nm} g^{np} c_p^l + g_{44} c^{km} c_{mn} c^{pn} g_{rp} c_r^l + g_{45} c^{km} c_{nm} c^{pn} g_{rp} c_r^l \\
 & + g_{46} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} (c^{lr} + c^{rl}) + g_{47} c^{km} (\varsigma_{nm} - \varsigma_{mn}) c^{pn} g_{rp} c_r^l \\
 & + g_{48} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} \varsigma^{rl} + g_{49} c^{km} c_{nm} g^{np} c_{pr} \varsigma^{lr}
 \end{aligned} \tag{4.68}$$

elde edilir.

Termoelastik mikromorfik ortamın elastik olması halinde (4.67) ifadesi

$$\begin{aligned}
 \tilde{t}^{kl} = & g_0 \delta^{kl} + g_1 c^{kl} + g_2 c^{km} c_m^l + g_3 c^{km} c_m^l + g_4 c^{km} \gamma_m^l + g_5 c^{km} \gamma_m^l + g_6 c^{km} \varsigma_m^l \\
 & + g_7 c^{km} \varsigma_m^l + g_8 c^{km} \gamma_{nm} \gamma^{nl} + g_9 (c^{km} \gamma_{mn} \gamma^{ln} + c^{km} \gamma_{nm} \gamma^{nl} + c^{km} \gamma_{nm} \gamma^{ln}) \\
 & + g_{10} c^{km} c_{mn} c^{nl} + g_{11} c^{km} c_{mn} c^{ln} + g_{12} c^{km} c_{nm} c^{nl} + g_{13} c^{km} \varsigma_{mn} \varsigma^{nl} + g_{14} c^{km} \varsigma_{mn} \varsigma^{ln} \\
 & + g_{15} c^{km} \varsigma_{nm} \varsigma^{nl} + g_{16} c^{km} \varsigma_{nm} \varsigma^{ln} + g_{17} c^{km} \gamma_{mn} c^{nl} + g_{18} c^{km} \gamma_{mn} c^{ln} + g_{19} c^{km} \gamma_{nm} c^{nl} \\
 & + g_{20} c^{km} \gamma_{nm} c^{ln} + g_{21} c^{km} \gamma_{mn} \varsigma^{nl} + g_{22} c^{km} \gamma_{mn} \varsigma^{ln} + g_{23} c^{km} \gamma_{nm} \varsigma^{nl} + g_{24} c^{km} \gamma_{nm} \varsigma^{ln} \\
 & + g_{25} c^{km} c_{mn} \gamma^{nl} + g_{26} c^{km} c_{mn} \gamma^{ln} + g_{27} c^{km} c_{nm} \gamma^{nl} + g_{28} c^{km} c_{nm} \gamma^{ln} + g_{29} c^{km} c_{mn} \varsigma^{nl} \\
 & + g_{30} c^{km} c_{mn} \varsigma^{ln} + g_{31} c^{km} c_{nm} \varsigma^{nl} + g_{32} c^{km} c_{nm} \varsigma^{ln} + g_{33} c^{km} \varsigma_{mn} \gamma^{nl} + g_{34} c^{km} \varsigma_{mn} \gamma^{ln} \\
 & + g_{35} c^{km} \varsigma_{nm} \gamma^{nl} + g_{36} c^{km} \varsigma_{nm} \gamma^{ln} + g_{37} (c^{km} \varsigma_{mn} c^{nl} + c^{km} \varsigma_{nm} c^{ln}) + g_{38} (c^{km} \varsigma_{mn} c^{ln} + c^{km} \varsigma_{nm} c^{nl})
 \end{aligned} \quad (4.69)$$

elde edilir.

g_μ katsayılarının G_μ 'lere bağlı ifadeleri

$$g_0 = \frac{\rho}{\rho_0} \left[\frac{1}{3} \left(I_3 - \frac{3}{2} I_1 I_2 + \frac{1}{2} I_1^3 \right) G_{12} \right] \quad g_1 = \frac{\rho}{\rho_0} \left[G_0 - \frac{1}{2} (I_1^2 - I_2) G_{12} \right] \quad (4.70)$$

$$g_2 = \frac{\rho}{\rho_0} G_1 \quad g_3 = \frac{\rho}{\rho_0} [G_2 + I_1 G_{12}] \quad g_4 = \frac{\rho}{\rho_0} G_3$$

$$g_5 = \frac{\rho}{\rho_0} G_4 \quad g_6 = \frac{\rho}{\rho_0} G_5 \quad g_7 = \frac{\rho}{\rho_0} G_6$$

$$g_8 = \frac{\rho}{\rho_0} G_7 \quad g_9 = \frac{\rho}{\rho_0} G_8 \quad g_{10} = \frac{\rho}{\rho_0} G_9$$

$$g_{11} = \frac{\rho}{\rho_0} G_{10} \quad g_{12} = \frac{\rho}{\rho_0} G_{11} \quad g_{13} = \frac{\rho}{\rho_0} G_{13}$$

$$g_{14} = \frac{\rho}{\rho_0} G_{14} \quad g_{15} = \frac{\rho}{\rho_0} G_{15} \quad g_{16} = \frac{\rho}{\rho_0} G_{16}$$

$$g_{17} = \frac{\rho}{\rho_0} G_{17} \quad g_{18} = \frac{\rho}{\rho_0} G_{18} \quad g_{19} = \frac{\rho}{\rho_0} G_{19}$$

$$\begin{aligned}
g_{20} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{20} & g_{21} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{21} & g_{22} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{22} \\
g_{23} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{23} & g_{24} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{24} & g_{25} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{25} \\
g_{26} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{26} & g_{27} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{27} & g_{28} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{28} \\
g_{29} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{29} & g_{30} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{30} & g_{31} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{31} \\
g_{32} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{32} & g_{33} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{33} & g_{34} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{34} \\
g_{35} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{35} & g_{36} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{36} & g_{37} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{37} \\
g_{38} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{38} & g_{39} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{39} & g_{40} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{40} \\
g_{41} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{41} & g_{42} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{42} & g_{43} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{43} \\
g_{44} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{44} & g_{45} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{45} & g_{46} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{46} \\
g_{47} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{47} & g_{48} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{48} & g_{49} &= \frac{\rho}{\rho_0} G_{49}
\end{aligned}$$

ile yazılırlar.

4.5 Isı Akısı Bünye Denklemi

$G = Grad \theta \otimes Grad \theta$ büyüklüğü Q^K ısı vektörü ifadesinde kullanıldığında

$$Q^K = \kappa \frac{\partial \Sigma}{\partial \theta_{,K}} = 2\kappa \frac{\partial \Sigma}{\partial I_\alpha} \frac{\partial I_\alpha}{\partial G_{KL}} \theta_{,L} \quad (4.71)$$

elde edilir. G_{KL} terimi $\theta_{,K}$ ve $\theta_{,L}$ sıcaklık gradyanları arasındaki koordinat eksenleri dönüşümünü sağlayan tansörel büyüklüğü göstermektedir. (4.13) ifadesindeki invaryantların G_{KL} 'e göre türev ifadeleri

$$\begin{aligned}
\frac{\partial I_{54}}{\partial G_{KL}} &= \delta^{KL} & \frac{\partial I_{55}}{\partial G_{KL}} &= A^{LK} & \frac{\partial I_{56}}{\partial G_{KL}} &= A^{LM} A_M^K & \frac{\partial I_{57}}{\partial G_{KL}} &= B^{LK} & (4.72) \\
\frac{\partial I_{58}}{\partial G_{KL}} &= B^{LM} B_M^K & \frac{\partial I_{59}}{\partial G_{KL}} &= D^{LK} & \frac{\partial I_{60}}{\partial G_{KL}} &= D^{LM} D_M^K & \frac{\partial I_{61}}{\partial G_{KL}} &= U^{LM} U_M^K \\
\frac{\partial I_{62}}{\partial G_{KL}} &= V^{LM} V_M^K & \frac{\partial I_{63}}{\partial G_{KL}} &= Z^{LM} Z_M^K & \frac{\partial I_{64}}{\partial G_{KL}} &= A^{LM} B_M^K & \frac{\partial I_{65}}{\partial G_{KL}} &= A^{LM} D_M^K \\
\frac{\partial I_{66}}{\partial G_{KL}} &= U^{LM} A_M^K & \frac{\partial I_{67}}{\partial G_{KL}} &= V^{LM} A_M^K & \frac{\partial I_{68}}{\partial G_{KL}} &= Z^{LM} A_M^K & \frac{\partial I_{69}}{\partial G_{KL}} &= B^{LM} D_M^K \\
\frac{\partial I_{70}}{\partial G_{KL}} &= U^{LM} B_M^K & \frac{\partial I_{71}}{\partial G_{KL}} &= V^{LM} B_M^K & \frac{\partial I_{72}}{\partial G_{KL}} &= Z^{LM} B_M^K & \frac{\partial I_{73}}{\partial G_{KL}} &= U^{LM} D_M^K \\
\frac{\partial I_{74}}{\partial G_{KL}} &= V^{LM} D_M^K & \frac{\partial I_{75}}{\partial G_{KL}} &= Z^{LM} D_M^K & \frac{\partial I_{76}}{\partial G_{KL}} &= U^{LM} V_M^K & \frac{\partial I_{77}}{\partial G_{KL}} &= U^{LM} Z_M^K \\
\frac{\partial I_{78}}{\partial G_{KL}} &= V^{LM} Z_M^K
\end{aligned}$$

(4.72), (4.71) ifadesinde kullanıldığında, mikromorfik termoelastik izotrop ortamların ısı bünye denkleminin maddesel formuna ait indis gösterimi

$$\begin{aligned}
Q^K &= 2\kappa [\alpha_{54} \delta^{KL} + \alpha_{55} A^{LK} + \alpha_{56} A^{LM} A_M^K + \alpha_{57} B^{LK} + \alpha_{58} B^{LM} B_M^K \\
&+ \alpha_{59} D^{LK} + \alpha_{60} D^{LM} D_M^K + \alpha_{61} U^{LM} U_M^K + \alpha_{62} V^{LM} V_M^K + \alpha_{63} Z^{LM} Z_M^K \\
&+ \alpha_{64} A^{LM} B_M^K + \alpha_{65} A^{LM} D_M^K + \alpha_{66} U^{LM} A_M^K + \alpha_{67} V^{LM} A_M^K + \alpha_{68} Z^{LM} A_M^K \\
&+ \alpha_{69} B^{LM} D_M^K + \alpha_{70} U^{LM} B_M^K + \alpha_{71} V^{LM} B_M^K + \alpha_{72} Z^{LM} B_M^K + \alpha_{73} U^{LM} D_M^K \\
&+ \alpha_{74} V^{LM} D_M^K + \alpha_{75} Z^{LM} D_M^K + \alpha_{76} U^{LM} V_M^K + \alpha_{77} U^{LM} Z_M^K + \alpha_{78} V^{LM} Z_M^K] \theta_{,L}
\end{aligned} \quad (4.73)$$

elde edilir.

(4.73)'ün diyadik gösterimi

$$\begin{aligned}
Q &= 2\kappa [\alpha_{54} I + \alpha_{55} A + \alpha_{56} A^2 + \alpha_{57} B + \alpha_{58} B^2 + \alpha_{59} D + \alpha_{60} D^2 + \alpha_{61} U^2 + \alpha_{62} V^2 \\
&+ \alpha_{63} Z^2 + \alpha_{64} B A + \alpha_{65} D A - \alpha_{66} A U - \alpha_{67} A V - \alpha_{68} A Z + \alpha_{69} D B - \alpha_{70} B U \\
&- \alpha_{71} B V - \alpha_{72} B Z + \alpha_{73} D U - \alpha_{74} D V - \alpha_{75} D Z + \alpha_{76} U V + \alpha_{77} U Z + \alpha_{78} V Z] \theta_{,L}
\end{aligned} \quad (4.74)$$

$$-\alpha_{71} \underline{B} \underline{V} - \alpha_{72} \underline{B} \underline{Z} - \alpha_{73} \underline{D} \underline{U} - \alpha_{74} \underline{D} \underline{V} - \alpha_{75} \underline{D} \underline{Z} + \alpha_{76} \underline{V} \underline{U} + \alpha_{77} \underline{Z} \underline{V} + \alpha_{78} \underline{Z} \underline{V} \Big| \text{Grad } \theta$$

şeklinde yazılır.

Şekildeğiştirme tansörlerinin simetrik ve antisimetrik parçalarının (4.14) açık ifadeleri (4.74)'de kullanıldığında

$$\begin{aligned} \underline{Q} = & 2\kappa \left[\alpha_{34} \underline{I} + \frac{1}{2} \alpha_{35} (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) + \frac{1}{4} \alpha_{36} (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) + \frac{1}{2} \alpha_{37} (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) \right. \\ & + \frac{1}{4} \alpha_{38} (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) + \frac{1}{2} \alpha_{39} (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) + \frac{1}{4} \alpha_{60} (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) \\ & + \frac{1}{4} \alpha_{61} [\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T] [\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T] + \frac{1}{4} \alpha_{62} [\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] [\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] + \frac{1}{4} \alpha_{63} [\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T] [\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T] \\ & + \frac{1}{4} \alpha_{64} (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) + \frac{1}{4} \alpha_{65} (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) - \frac{1}{4} \alpha_{66} (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) [\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T] \\ & - \frac{1}{4} \alpha_{67} (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) [\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] - \frac{1}{4} \alpha_{68} (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) [\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T] + \frac{1}{4} \alpha_{69} (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) \\ & - \frac{1}{4} \alpha_{70} (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) [\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T] - \frac{1}{4} \alpha_{71} (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) [\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] - \frac{1}{4} \alpha_{72} (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) [\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T] \\ & - \frac{1}{4} \alpha_{73} (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) [\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T] - \frac{1}{4} \alpha_{74} (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) [\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] - \frac{1}{4} \alpha_{75} (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) [\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T] \\ & \left. + \frac{1}{4} \alpha_{76} [\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] [\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T] + \frac{1}{4} \alpha_{77} [\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T] [\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^T] + \frac{1}{4} \alpha_{78} [\underline{\varphi} - \underline{\varphi}^T] [\underline{\Gamma} - \underline{\Gamma}^T] \right] \text{Grad } \theta \end{aligned} \quad (4.75)$$

İsı bünye denkleminin α_μ 'lerin fonksiyonu K_μ 'ler cinsinden

$$\begin{aligned} \underline{Q} = & 2\kappa \left[K_0 \underline{I} + K_1 (\underline{\sigma} + \underline{\sigma}^T) + K_2 (\underline{\Gamma} + \underline{\Gamma}^T) + K_4 (\underline{\varphi} + \underline{\varphi}^T) \right. \\ & + K_4 \underline{\sigma}^2 + K_5 \underline{\sigma} \underline{\sigma}^T + K_6 \underline{\sigma}^T \underline{\sigma} + K_7 \underline{\sigma}^T \underline{\sigma}^T + K_8 \underline{\Gamma}^2 + K_9 \underline{\Gamma} \underline{\Gamma}^T + K_{10} \underline{\Gamma}^T \underline{\Gamma} + K_{11} \underline{\Gamma}^T \underline{\Gamma}^T \\ & + K_{12} \underline{\varphi}^2 + K_{13} \underline{\varphi} \underline{\varphi}^T + K_{14} \underline{\varphi}^T \underline{\varphi} + K_{15} \underline{\varphi}^T \underline{\varphi}^T + K_{16} \underline{\Gamma} \underline{\sigma} + K_{17} \underline{\Gamma} \underline{\sigma}^T + K_{18} \underline{\Gamma}^T \underline{\sigma} + K_{19} \underline{\Gamma}^T \underline{\sigma}^T \\ & \left. + K_{20} \underline{\varphi} \underline{\sigma} + K_{21} \underline{\varphi} \underline{\sigma}^T + K_{22} \underline{\varphi}^T \underline{\sigma} + K_{23} \underline{\varphi}^T \underline{\sigma}^T + K_{24} \underline{\varphi} \underline{\Gamma} + K_{25} \underline{\varphi} \underline{\Gamma}^T + K_{26} \underline{\varphi}^T \underline{\Gamma} + K_{27} \underline{\varphi}^T \underline{\Gamma}^T \right] \end{aligned} \quad (4.76)$$

$$\begin{aligned}
& + K_{28} \left(-\underline{\sigma} \underline{\Gamma} + \underline{\sigma} \underline{\Gamma}^T - \underline{\sigma}^T \underline{\Gamma} + \underline{\sigma}^T \underline{\Gamma}^T \right) + K_{29} \left(-\underline{\sigma} \underline{\varphi} + \underline{\sigma} \underline{\varphi}^T - \underline{\sigma}^T \underline{\varphi} + \underline{\sigma}^T \underline{\varphi}^T \right) \\
& + K_{30} \left(-\underline{\Gamma} \underline{\varphi} + \underline{\Gamma} \underline{\varphi}^T - \underline{\Gamma}^T \underline{\varphi} + \underline{\Gamma}^T \underline{\varphi}^T \right) \Big] \text{Grad } \theta
\end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir.

K_μ katsayıları α_μ 'ler cinsinden aşağıdaki şekilde tanımlanmışlardır.

$$\begin{aligned}
K_0 &= \alpha_{54} & K_1 &= \frac{1}{2} \alpha_{55} & K_2 &= \frac{1}{2} \alpha_{57} & K_3 &= \frac{1}{2} \alpha_{59} & (4.77) \\
K_4 &= \frac{1}{4} (\alpha_{56} + \alpha_{61} - \alpha_{66}) & K_5 &= \frac{1}{4} (\alpha_{56} - \alpha_{61} + \alpha_{66}) & K_6 &= \frac{1}{4} (\alpha_{56} - \alpha_{61} - \alpha_{66}) \\
K_7 &= \frac{1}{4} (\alpha_{56} + \alpha_{61} + \alpha_{66}) & K_8 &= \frac{1}{4} (\alpha_{58} + \alpha_{62} - \alpha_{71}) & K_9 &= \frac{1}{4} (\alpha_{58} - \alpha_{62} + \alpha_{71}) \\
K_{10} &= \frac{1}{4} (\alpha_{58} - \alpha_{62} - \alpha_{71}) & K_{11} &= \frac{1}{4} (\alpha_{58} + \alpha_{62} + \alpha_{71}) & K_{12} &= \frac{1}{4} (\alpha_{60} + \alpha_{63} - \alpha_{75}) \\
K_{13} &= \frac{1}{4} (\alpha_{60} - \alpha_{63} + \alpha_{75}) & K_{14} &= \frac{1}{4} (\alpha_{60} - \alpha_{63} - \alpha_{75}) & K_{15} &= \frac{1}{4} (\alpha_{60} + \alpha_{63} + \alpha_{75}) \\
K_{16} &= \frac{1}{4} (\alpha_{64} - \alpha_{70} + \alpha_{76}) & K_{17} &= \frac{1}{4} (\alpha_{64} + \alpha_{70} - \alpha_{76}) & K_{18} &= \frac{1}{4} (\alpha_{64} - \alpha_{70} - \alpha_{76}) \\
K_{19} &= \frac{1}{4} (\alpha_{64} + \alpha_{70} + \alpha_{76}) & K_{20} &= \frac{1}{4} (\alpha_{65} - \alpha_{73} + \alpha_{77}) & K_{21} &= \frac{1}{4} (\alpha_{65} + \alpha_{73} - \alpha_{77}) \\
K_{22} &= \frac{1}{4} (\alpha_{65} - \alpha_{73} - \alpha_{77}) & K_{23} &= \frac{1}{4} (\alpha_{65} + \alpha_{73} + \alpha_{77}) & K_{24} &= \frac{1}{4} (\alpha_{69} - \alpha_{74} + \alpha_{78}) \\
K_{25} &= \frac{1}{4} (\alpha_{69} + \alpha_{74} - \alpha_{78}) & K_{26} &= \frac{1}{4} (\alpha_{69} - \alpha_{74} - \alpha_{78}) & K_{27} &= \frac{1}{4} (\alpha_{69} + \alpha_{74} + \alpha_{78}) \\
K_{28} &= \frac{1}{4} \alpha_{67} & K_{29} &= \frac{1}{4} \alpha_{68} & K_{30} &= \frac{1}{4} \alpha_{72}
\end{aligned}$$

4.5.1 Isı Akısı Bünye Denkleminin Uzaysal Formu

$$q^k = 2 \frac{\rho}{\rho_0} \kappa Q^K \theta_{,L} x^k_{,K} x^l_{,L} \quad (4.78)$$

(4.72) ifadelerinin şekildeğiştirmiş formları

$$\begin{aligned}
 I_{54} \text{ için;} \quad \delta^{KL} x^k_{,K} x^l_{,L} &= \chi^{mK} \chi^{nL} \delta_{mn} x^k_{,K} x^l_{,L} \\
 &= x^k_{,K} \chi^{mK} \delta_{mn} x^l_{,L} \chi^{nL} \\
 &= c^{km} c^l_m
 \end{aligned} \tag{4.79}$$

$$\begin{aligned}
 I_{55} \text{ için;} \quad A^{LK} x^k_{,K} x^l_{,L} &= \chi^{nL} \chi^{mK} a_{nm} x^k_{,K} x^l_{,L} \\
 &= x^k_{,K} \chi^{mK} a_{nm} x^l_{,L} \chi^{nL} \\
 &= c^{km} a_{nm} c^{ln}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{56} \text{ için;} \quad A_M^K A^{LM} x^k_{,K} x^l_{,L} &= \chi^n_M \chi^{mK} a_{nm} \chi_r^L \chi_p^M a^{rp} x^k_{,K} x^l_{,L} \\
 &= x^k_{,K} \chi^{mK} a_{nm} \chi^n_M \chi_p^M a^{rp} x^l_{,L} \chi_r^L \\
 &= c^{km} a_{nm} a^m c^l_r
 \end{aligned}$$

$$I_{57} \text{ için;} \quad B^{LK} x^k_{,K} x^l_{,L} = c^{km} b_{nm} c^{ln}$$

$$I_{58} \text{ için;} \quad B_M^K B^{LM} x^k_{,K} x^l_{,L} = c^{km} b_{nm} b^m c^l_r$$

$$I_{59} \text{ için;} \quad D^{LK} x^k_{,K} x^l_{,L} = c^{km} d_{nm} c^{ln}$$

$$I_{60} \text{ için;} \quad D_M^K D^{LM} x^k_{,K} x^l_{,L} = c^{km} d_{nm} d^m c^l_r$$

$$I_{61} \text{ için;} \quad U_M^K U^{LM} x^k_{,K} x^l_{,L} = c^{km} u_{nm} u^m c^l_r$$

$$I_{62} \text{ için;} \quad V_M^K V^{LM} x^k_{,K} x^l_{,L} = c^{km} v_{nm} v^m c^l_r$$

$$I_{63} \text{ için;} \quad Z_M^K Z^{LM} x^k_{,K} x^l_{,L} = c^{km} z_{nm} z^m c^l_r$$

$$I_{64} \text{ için;} \quad B_M^K A^{LM} x^k_{,K} x^l_{,L} = c^{km} b_{nm} a^m c^l_r$$

$$I_{65} \text{ için;} \quad D_M^K A^{LM} x^k_{,K} x^l_{,L} = c^{km} d_{nm} a^m c^l_r$$

$$I_{66} \text{ için;} \quad A_M^K U^{LM} x^k_{,K} x^l_{,L} = c^{km} a_{nm} u^m c^l_r$$

$$I_{67} \text{ için;} \quad A_M^K V^{LM} x^k_{,K} x^l_{,L} = c^{km} a_{nm} v^m c^l_r$$

$$I_{68} \text{ için;} \quad A_M^K Z^{LM} x^k_{,K} x^l_{,L} = c^{km} a_{nm} z^m c^l_r$$

$$I_{69} \text{ için;} \quad D_M^K B^{LM} x^k_{,K} x^l_{,L} = c^{km} d_{nm} b^m c^l_r$$

$$I_{70} \text{ için;} \quad B_M^K U^{LM} x^k_{,K} x^l_{,L} = c^{km} b_{nm} u^m c^l_r$$

$$I_{71} \text{ için;} \quad B_M^K V^{LM} x^k_{,K} x^l_{,L} = c^{km} b_{nm} v^m c^l_r$$

$$I_{72} \text{ için;} \quad B_M^K Z^{LM} x^k_{,K} x^l_{,L} = c^{km} b_{nm} z^m c^l_r$$

$$\begin{aligned}
I_{73} \text{ için; } & D_M^K U^{LM} x^k_{,K} x^l_{,L} = c^{km} d_{nm} u^m c^l_r, \\
I_{74} \text{ için; } & D_M^K V^{LM} x^k_{,K} x^l_{,L} = c^{km} d_{nm} v^m c^l_r, \\
I_{75} \text{ için; } & D_M^K Z^{LM} x^k_{,K} x^l_{,L} = c^{km} d_{nm} z^m c^l_r, \\
I_{76} \text{ için; } & V_M^K U^{LM} x^k_{,K} x^l_{,L} = c^{km} v_{nm} u^m c^l_r, \\
I_{77} \text{ için; } & Z_M^K U^{LM} x^k_{,K} x^l_{,L} = c^{km} z_{nm} u^m c^l_r, \\
I_{78} \text{ için; } & Z_M^K V^{LM} x^k_{,K} x^l_{,L} = c^{km} z_{nm} v^m c^l_r.
\end{aligned}$$

Mikromorfik termoelastik izotrop cismin ısı bünye denkleminin indis formu

$$\begin{aligned}
q^k = 2 \frac{\rho}{\rho_0} \kappa & \left[\alpha_{54} c^{km} c^l_m + \alpha_{55} c^{km} a_{nm} c^{ln} + \alpha_{56} c^{km} a_{nm} a^m c^l_r + \alpha_{57} c^{km} b_{nm} c^{ln} \right. \\
& + \alpha_{58} c^{km} b_{nm} b^m c^l_r + \alpha_{59} c^{km} d_{nm} c^{ln} + \alpha_{60} c^{km} d_{nm} d^m c^l_r + \alpha_{61} c^{km} u_{nm} u^m c^l_r \\
& + \alpha_{62} c^{km} v_{nm} v^m c^l_r + \alpha_{63} c^{km} z_{nm} z^m c^l_r + \alpha_{64} c^{km} b_{nm} a^m c^l_r + \alpha_{65} c^{km} d_{nm} a^m c^l_r \\
& + \alpha_{66} c^{km} a_{nm} u^m c^l_r + \alpha_{67} c^{km} a_{nm} v^m c^l_r + \alpha_{68} c^{km} a_{nm} z^m c^l_r + \alpha_{69} c^{km} d_{nm} b^m c^l_r \\
& + \alpha_{70} c^{km} b_{nm} u^m c^l_r + \alpha_{71} c^{km} b_{nm} v^m c^l_r + \alpha_{72} c^{km} b_{nm} z^m c^l_r + \alpha_{73} c^{km} d_{nm} u^m c^l_r \\
& + \alpha_{74} c^{km} d_{nm} v^m c^l_r + \alpha_{75} c^{km} d_{nm} z^m c^l_r + \alpha_{76} c^{km} v_{nm} u^m c^l_r + \alpha_{77} c^{km} z_{nm} u^m c^l_r \\
& \left. + \alpha_{78} c^{km} z_{nm} v^m c^l_r \right] \theta_{,l}
\end{aligned} \tag{4.80}$$

Şekildeğiştirme tansörlerinin simetrik ve antisimetrik parçalarının (4.24) açık ifadeleri (4.80)'de yerine konulduğunda

$$\begin{aligned}
q^k = 2 \frac{\rho}{\rho_0} \kappa & \left[\alpha_{54} c^{km} c^l_m + \frac{1}{2} \alpha_{55} c^{km} (c_{nm} + c_{mn}) c^{ln} + \frac{1}{4} \alpha_{56} c^{km} (c_{nm} + c_{mn}) (c^m + c^{nr}) c^l_r \right. \\
& + \frac{1}{2} \alpha_{57} c^{km} (\gamma_{nm} + \gamma_{mn}) c^{ln} + \frac{1}{4} \alpha_{58} c^{km} (\gamma_{nm} + \gamma_{mn}) (\gamma^m + \gamma^{nr}) c^l_r + \frac{1}{2} \alpha_{59} c^{km} (\varsigma_{nm} + \varsigma_{mn}) c^l_r \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{60} c^{km} (\varsigma_{nm} + \varsigma_{mn}) (\varsigma^m + \varsigma^{nr}) c^l_r + \frac{1}{4} \alpha_{61} c^{km} (c_{nm} - c_{mn}) (c^m - c^{nr}) c^l_r \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{62} c^{km} (\gamma_{nm} - \gamma_{mn}) (\gamma^m - \gamma^{nr}) c^l_r + \frac{1}{4} \alpha_{63} c^{km} (\varsigma_{nm} - \varsigma_{mn}) (\varsigma^m - \varsigma^{nr}) c^l_r \\
& \left. + \frac{1}{4} \alpha_{64} c^{km} (\gamma_{nm} + \gamma_{mn}) (c^m + c^{nr}) c^l_r + \frac{1}{4} \alpha_{65} c^{km} (\varsigma_{nm} + \varsigma_{mn}) (c^m + c^{nr}) c^l_r \right]
\end{aligned} \tag{4.81}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{4} \alpha_{66} c^{km} (c_{nm} + c_{mn}) (c^m - c^{nr}) c^l{}_r + \frac{1}{4} \alpha_{67} c^{km} (c_{nm} + c_{mn}) (\gamma^m - \gamma^{nr}) c^l{}_r \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{68} c^{km} (c_{nm} + c_{mn}) (\varsigma^m - \varsigma^{nr}) c^l{}_r + \frac{1}{4} \alpha_{69} c^{km} (\varsigma_{nm} + \varsigma_{mn}) (\gamma^m + \gamma^{nr}) c^l{}_r \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{70} c^{km} (\gamma_{nm} + \gamma_{mn}) (c^m - c^{nr}) c^l{}_r + \frac{1}{4} \alpha_{71} c^{km} (\gamma_{nm} + \gamma_{mn}) (\gamma^m - \gamma^{nr}) c^l{}_r \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{72} c^{km} (\gamma_{nm} + \gamma_{mn}) (\varsigma^m - \varsigma^{nr}) c^l{}_r + \frac{1}{4} \alpha_{73} c^{km} (\varsigma_{nm} + \varsigma_{mn}) (c^m - c^{nr}) c^l{}_r \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{74} c^{km} (\varsigma_{nm} + \varsigma_{mn}) (\gamma^m - \gamma^{nr}) c^l{}_r + \frac{1}{4} \alpha_{75} c^{km} (\varsigma_{nm} + \varsigma_{mn}) (\varsigma^m - \varsigma^{nr}) c^l{}_r \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{76} c^{km} (\gamma_{nm} - \gamma_{mn}) (c^m - c^{nr}) c^l{}_r + \frac{1}{4} \alpha_{77} c^{km} (\varsigma_{nm} - \varsigma_{mn}) (c^m - c^m) c^l{}_r \\
& + \frac{1}{4} \alpha_{78} c^{km} (\varsigma_{nm} - \varsigma_{mn}) (\gamma^m - \gamma^{nr}) c^l{}_r] \theta_{,l}
\end{aligned}$$

elde edilir.

Isı bünye denkleminin k_μ katsayıları cinsinden

$$\begin{aligned}
q^k = & \kappa c^{km} c_{nm} [k_0 \delta^{nl} + k_1 (c^{ln} + c^{nl}) + k_2 (\gamma^{ln} + \gamma^{nl}) + k_3 (\varsigma^{ln} + \varsigma^{nl}) \\
& + k_4 c^m c^l{}_r + k_5 c^m c_r^l + k_6 c^{nr} c^l{}_r + k_7 c^{nr} c_r^l + k_8 \gamma^l{}_r \gamma^m + k_9 \gamma_r^l \gamma^m \\
& + k_{10} \gamma^l{}_r \gamma^{nr} + k_{11} \gamma_r^l \gamma^{nr} + k_{12} \varsigma^l{}_r \varsigma^m + k_{13} \varsigma_r^l \varsigma^m + k_{14} \varsigma^l{}_r \varsigma^{nr} + k_{15} \varsigma_r^l \varsigma^{nr} \\
& + k_{16} \gamma^l{}_r c^m + k_{17} \gamma_r^l c^m + k_{18} \gamma^l{}_r c^{nr} + k_{19} \gamma_r^l c^{nr} + k_{20} \varsigma^l{}_r c^m + k_{21} \varsigma_r^l c^m \\
& + k_{22} \varsigma^l{}_r c^{nr} + k_{23} \varsigma_r^l c^{nr} + k_{24} \varsigma^l{}_r \gamma^m + k_{25} \varsigma_r^l \gamma^m + k_{26} \varsigma^l{}_r \gamma^{nr} + k_{27} \varsigma_r^l \gamma^{nr} \\
& + k_{28} (-\gamma^n{}_r c^{rl} + \gamma_r^n c^{rl} - \gamma^n{}_r c^{lr} + \gamma_r^n c^{lr}) \\
& + k_{29} (-\varsigma^n{}_r c^{rl} + \varsigma_r^n c^{rl} - \varsigma^n{}_r c^{lr} + \varsigma_r^n c^{lr}) \\
& + k_{30} (-\gamma^{rl} \varsigma^n{}_r + \gamma^{rl} \varsigma_r^n - \gamma^{lr} \varsigma^n{}_r + \gamma^{lr} \varsigma_r^n)] \theta_{,l}
\end{aligned} \tag{4.82}$$

şeklinde yazılır.

Homojen olma koşulları (4.33), (4.34), (4.35)'i gözönünde bulundurarak (4.82) yeniden düzenlenirse

$$\begin{aligned}
 q^k = & \kappa c^{km} c_{nm} [k_0 \delta^{nl} + k_1 (c^{ln} + c^{nl}) + k_3 (\varsigma^{ln} + \varsigma^{nl}) + k_4 c^m c^l_r + k_5 c^m c^l_r \\
 & + k_6 c^{nr} c^l_r + k_7 c^{nr} c^l_r + k_{12} \varsigma^l_r \varsigma^m + k_{13} \varsigma_r^l \varsigma^m + k_{14} \varsigma^l_r \varsigma^{nr} + k_{15} \varsigma_r^l \varsigma^{nr} \\
 & + k_{20} \varsigma^l_r c^m + k_{21} \varsigma_r^l c^m + k_{22} \varsigma^l_r c^{nr} + k_{23} \varsigma_r^l c^{nr} + k_{29} (-\varsigma^l_r c^{nl} + \varsigma_r^l c^{nl} - \varsigma^l_r c^{lr} + \varsigma_r^l c^{lr})] \theta_l
 \end{aligned} \quad (4.83)$$

elde edilir.

Mikromorfik termoelastik ortamın elastik olması halinde ısı akısı ($q^k = 0$) sıfırdır.

k_μ katsayıları K_μ 'ler cinsinden

$$\begin{aligned}
 k_0 &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_0 & k_1 &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_1 & k_2 &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_2 & k_3 &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_3 \\
 k_4 &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_4 & k_5 &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_5 & k_6 &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_6 & k_7 &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_7 \\
 k_8 &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_8 & k_9 &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_9 & k_{10} &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_{10} & k_{11} &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_{11} \\
 k_{12} &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_{12} & k_{13} &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_{13} & k_{14} &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_{14} & k_{15} &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_{15} \\
 k_{16} &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_{16} & k_{17} &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_{17} & k_{18} &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_{18} & k_{19} &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_{19} \\
 k_{20} &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_{20} & k_{21} &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_{21} & k_{22} &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_{22} & k_{23} &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_{23} \\
 k_{24} &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_{24} & k_{25} &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_{25} & k_{26} &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_{26} & k_{27} &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_{27} \\
 k_{28} &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_{28} & k_{29} &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_{29} & k_{30} &= 2 \frac{\rho}{\rho_0} K_{30}
 \end{aligned} \quad (4.84)$$

ifadeleri ile tanımlanırlar.

4.6 Lineer Teori

Bu çalışmada, verilen teorinin bir bütün olması için, sıcaklığın zamana göre türevine bağlı mikromorfik termoelastik cismin lineer bünye denklemleri elde edilecek, ancak burada kullanılmayacaktır.

Şekildeğiştirmelerin referans konumuna göre sonsuz küçük ve sıcaklık değişimlerinin de çok küçük olduğu kabul edilecektir. Birinci derece yaklaşımla şekildeğiştirme gradyanı $x_{,K}^k$, hız vektörü v , mikrohareket χ , ve açısal hız vektörü ν

$$x_{,K}^k \equiv (\delta_{,l}^k + u_{,l}^k) g_{,K}^l, \quad v^k \equiv \frac{\partial u^k}{\partial t} = \dot{u}^k \quad (4.85)$$

$$\chi_{,K}^k \equiv (\delta_{,l}^k + \varphi_{,l}^k) g_{,K}^l, \quad \kappa_K^k \equiv (\delta_{,k}^l - \varphi_{,k}^l) g_{,K}^l$$

$$\nu^{kl} \equiv \frac{\partial \varphi^{kl}}{\partial t}$$

olarak alınabilir (Kafadar&Eringen, 1976). Burada u^k yerdeğiştirme vektörü, φ^k dönme vektörüdür ($\varphi^{kl} = \varepsilon_{klm} \varphi^m$ dönme vektörü cinsinden tanımlanmıştır).

Sonsuz küçük şekildeğiştirme tansörleri ve bükülme tansörünün maddesel form ifadeleri $\underline{\sigma}, \underline{\varphi}, \underline{\Gamma}$ şekildeğişim ölçümleri ve $\underline{G}$ metrik tansör ifadelerine göre

$$\wp_{KL} = \sigma_{KL} - G_{KL}, \quad \varepsilon_{KL} = \varphi_{KL} - G_{KL}, \quad \tilde{\Gamma}_{KLM} = \Gamma_{KLM} \quad (4.86)$$

olarak yazılır. (4.85) büyüklükleri yardımıyla sonsuz küçük şekildeğiştirme tansörleri ve bükülme tansörü

$$\tilde{e}_{kl} \equiv u_{l;k} - \varphi_{lk}, \quad \tilde{\ell}_{kl} \equiv \varphi_{(kl)}, \quad \tilde{\gamma}_{klm} \equiv \varphi_{kl;m} \quad (4.87)$$

şeklinde tanımlanabilir.

Lineer teoride T_0 denge sıcaklığı yanısıra, bu sıcaklığın yanında çok küçük, T relatif sıcaklık kabulü yapılır. Buna bağlı olarak

$$T = \theta - T_0 \quad , \quad T_0 > 0 \quad , \quad |T| \ll T_0 \quad (4.88)$$

tanımlanır. Önkoşul olarak $u_{k;l}$, φ_k , $\varphi_{k;l}$, T , $\dot{T}$ ve $T_{,k}$ büyüklüklerinin küçük oldukları söylenir.

T^{KL} , $\bar{T}^{KL}$, T^{KLM} bünye fonksiyonlarını T_0 denge sıcaklığındaki gerilmesiz halde lineerleştirmek için Σ , ϕ ve $\rho\varepsilon$ büyüklüklerini ikinci ve daha aşağı derece terimleri içine bir seriye açılır. Bu büyüklüklerin seriye açılmış en genel ifadeleri

$$\Sigma = m_0 - m_1 T - m_2 T^2 - m_3 \dot{T} - m_4 \dot{T}^2 - m_5 T \dot{T} + A^K T_{,K} + B^K T T_{,K} \quad (4.89)$$

$$\begin{aligned} & + D^K \dot{T} T_{,K} + \frac{1}{2} F^{KL} T_{,K} T_{,L} + (A^{KL} - B^{KL} T - D^{KL} \dot{T}) \wp_{KL} + (E^{KL} - H^{KL} T - J^{KL} \dot{T}) \varepsilon_{KL} \\ & + (K^{KLM} - L^{KLM} T - M^{KLM} \dot{T}) \tilde{\Gamma}_{KLM} + \frac{1}{2} A^{KLMN} \wp_{KL} \wp_{MN} + \frac{1}{2} B^{KLMN} \varepsilon_{KL} \varepsilon_{MN} \\ & + \frac{1}{2} C^{KLMNPQ} \tilde{\Gamma}_{KLM} \tilde{\Gamma}_{NPQ} + E^{KLMN} \wp_{KL} \varepsilon_{MN} + F^{KLMNP} \wp_{KL} \tilde{\Gamma}_{MNP} + G^{KLMNP} \varepsilon_{KL} \tilde{\Gamma}_{MNP} \\ & + A^{KLM} \wp_{KL} T_{,M} + B^{KLM} \varepsilon_{KL} T_{,M} + C^{KLMN} \tilde{\Gamma}_{KLM} T_{,N} \end{aligned}$$

$$\phi = T_0 + T + \alpha_1 \dot{T} + \alpha_2 T \dot{T} + \frac{1}{2} \alpha_3 \dot{T}^2$$

$$\begin{aligned} \rho_0 \varepsilon &= \bar{m}_0 - \bar{m}_1 T - \bar{m}_2 T^2 - \bar{m}_3 \dot{T} - \bar{m}_4 \dot{T}^2 - \bar{m}_5 T \dot{T} + \bar{A}^K T_{,K} + \bar{B}^K T T_{,K} \\ & + \bar{D}^K \dot{T} T_{,K} + \frac{1}{2} \bar{F}^{KL} T_{,K} T_{,L} + (\bar{A}^{KL} - \bar{B}^{KL} T - \bar{D}^{KL} \dot{T}) \wp_{KL} + (\bar{E}^{KL} - \bar{H}^{KL} T - \bar{J}^{KL} \dot{T}) \varepsilon_{KL} \\ & + (\bar{K}^{KLM} - \bar{L}^{KLM} T - \bar{M}^{KLM} \dot{T}) \tilde{\Gamma}_{KLM} + \frac{1}{2} \bar{A}^{KLMN} \wp_{KL} \wp_{MN} + \frac{1}{2} \bar{B}^{KLMN} \varepsilon_{KL} \varepsilon_{MN} \\ & + \frac{1}{2} \bar{C}^{KLMNPQ} \tilde{\Gamma}_{KLM} \tilde{\Gamma}_{NPQ} + \bar{E}^{KLMN} \wp_{KL} \varepsilon_{MN} + \bar{F}^{KLMNP} \wp_{KL} \tilde{\Gamma}_{MNP} + \bar{G}^{KLMNP} \varepsilon_{KL} \tilde{\Gamma}_{MNP} \end{aligned}$$

$$+ \bar{A}^{KLM} \wp_{KL} T_{,M} + \bar{B}^{KLM} \varepsilon_{KL} T_{,M} + \bar{C}^{KLMN} \tilde{\Gamma}_{KLM} T_{,N}$$

Seri açılım denklemlerinde değişkenlere bağlı katsayılar üzerinde kısıtlamalar yapabilmek için, ortamın referans konumu ve denge durumu gözönünde bulundurulursa;

Maddesel ortam için bünye denklemlerinin sonsuz küçük şekildeğişim ölçümlerine ve sıcaklık gradyanına göre ifadeleri

$$\begin{aligned} T^{KL} &= \frac{\partial \Sigma}{\partial \wp_{KL}} & \bar{T}^{KL} &= 2 \frac{\partial \Sigma}{\partial \varepsilon_{KL}} & T^{KLM} &= \frac{\partial \Sigma}{\partial \Gamma_{KLM}} \\ Q^K &= \kappa \frac{\partial \Sigma}{\partial \theta_{,K}} \end{aligned} \quad (4.90)$$

(4.90) ifadeleri referans konuma göre düzenlenirse

$$\begin{aligned} T^{KL} &= A^{KL} - B^{KL} T - D^{KL} \dot{T} + A^{KLMN} \wp_{MN} + E^{KLMN} \varepsilon_{MN} + F^{KLMNP} \tilde{\Gamma}_{MNP} = 0 \\ \bar{T}^{KL} &= E^{KL} - H^{KL} T - J^{KL} \dot{T} + B^{KLMN} \varepsilon_{MN} + E^{MNKL} \wp_{MN} + G^{KLMNP} \tilde{\Gamma}_{MNP} = 0 \\ T^{KLM} &= K^{KLM} - L^{KLM} T - M^{KLM} \dot{T} + C^{KLMNPQ} \tilde{\Gamma}_{NPQ} + F^{NPKLM} \wp_{NP} + G^{NPKLM} \varepsilon_{NP} = 0 \end{aligned} \quad (4.91)$$

elde edilir.

Referans konumdaki denge hali gözönünde bulundurulduğunda, $T, \dot{T}, \wp, \varepsilon, \tilde{\Gamma}$ büyüklükleri (4.91) ifadelerinde yer almazlar. Bu durumda bünye denklemleri

$$T^{KL} = A^{KL} = 0, \quad \bar{T}^{KL} = E^{KL} = 0, \quad T^{KLM} = K^{KLM} = 0 \quad (4.92)$$

olarak yazılır.

Isı akısının denge konumunda sifıra eşit olduğu koşuluna bağlı olarak (4.90)₄ ifadesini kullanarak

$$Q^K = A^K + B^K T + D^K \dot{T} + F^{KL} T_{,L} + A^{LMK} \wp_{LM} + B^{LMK} \varepsilon_{LM} + C^{LMNK} \tilde{\Gamma}_{LMN} = 0 \quad (4.93)$$

(4.93)'de denge hali için $T_{,L} = \dot{T} = 0$ geçerlidir. Bu durumda

$$A^K = B^K = A^{LMK} = B^{LMK} = C^{LMNK} = 0 \quad (4.94)$$

olarak tanımlanır.

(4.92) ve (4.93) kısıtlamalarına göre Σ yeniden teşkil edilirse

$$\begin{aligned} \Sigma = & m_0 - m_1 T - m_2 T^2 - m_3 \dot{T} - m_4 \dot{T}^2 - m_5 T \dot{T} + D^K \dot{T} T_{,K} + \frac{1}{2} F^{KL} T_{,K} T_{,L} \\ & - (B^{KL} T + D^{KL} \dot{T}) \wp_{KL} - (H^{KL} T + J^{KL} \dot{T}) \varepsilon_{KL} - (L^{KLM} T + M^{KLM} \dot{T}) \tilde{\Gamma}_{KLM} \\ & + \frac{1}{2} A^{KLMN} \wp_{KL} \wp_{MN} + \frac{1}{2} B^{KLMN} \varepsilon_{KL} \varepsilon_{MN} + \frac{1}{2} C^{KLMNPQ} \tilde{\Gamma}_{KLM} \tilde{\Gamma}_{NPQ} \\ & + E^{KLMN} \wp_{KL} \varepsilon_{MN} + F^{KLMNP} \wp_{KL} \tilde{\Gamma}_{MNP} + G^{KLMNP} \varepsilon_{KL} \tilde{\Gamma}_{MNP} \end{aligned} \quad (4.95)$$

Denge konumunda $\rho_0 \varepsilon$ ifadesinin açılımına ait malzeme katsayılarının tanımlanması

$$\rho_0 \varepsilon|_E = \rho_0 (\psi + \phi \eta)|_E = \Sigma - (T_0 + T) \frac{\partial \Sigma}{\partial T} \quad (4.96)$$

ifadesi ile sağlanır.(4.96) 'da büyüklükler yerine yerleştirilerek

$$\begin{aligned} & \bar{m}_0 - \bar{m}_1 T - \bar{m}_2 T^2 - \bar{m}_3 \dot{T} - \bar{m}_4 \dot{T}^2 - \bar{m}_5 T \dot{T} + \bar{A}^K T_{,K} + \bar{B}^K T T_{,K} \\ & + \bar{D}^K \dot{T} T_{,K} + \frac{1}{2} \bar{F}^{KL} T_{,K} T_{,L} + (\bar{A}^{KL} - \bar{B}^{KL} T - \bar{D}^{KL} \dot{T}) \wp_{KL} + (\bar{E}^{KL} - \bar{H}^{KL} T - \bar{J}^{KL} \dot{T}) \varepsilon_{KL} \\ & + (\bar{K}^{KLM} - \bar{L}^{KLM} T - \bar{M}^{KLM} \dot{T}) \tilde{\Gamma}_{KLM} + \frac{1}{2} \bar{A}^{KLMN} \wp_{KL} \wp_{MN} + \frac{1}{2} \bar{B}^{KLMN} \varepsilon_{KL} \varepsilon_{MN} \\ & + \frac{1}{2} \bar{C}^{KLMNPQ} \tilde{\Gamma}_{KLM} \tilde{\Gamma}_{NPQ} + \bar{E}^{KLMN} \wp_{KL} \varepsilon_{MN} + \bar{F}^{KLMNP} \wp_{KL} \tilde{\Gamma}_{MNP} + \bar{G}^{KLMNP} \varepsilon_{KL} \tilde{\Gamma}_{MNP} \\ & = m_0 - m_1 T - m_2 T^2 - m_3 \dot{T} - m_4 \dot{T}^2 - m_5 T \dot{T} + D^K \dot{T} T_{,K} + \frac{1}{2} F^{KL} T_{,K} T_{,L} \\ & - (B^{KL} T + D^{KL} \dot{T}) \wp_{KL} - (H^{KL} T + J^{KL} \dot{T}) \varepsilon_{KL} - (L^{KLM} T + M^{KLM} \dot{T}) \tilde{\Gamma}_{KLM} \end{aligned} \quad (4.97)$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} A^{KLMN} \wp_{KL} \wp_{MN} + \frac{1}{2} B^{KLMN} \varepsilon_{KL} \varepsilon_{MN} + \frac{1}{2} C^{KLMNPQ} \tilde{\Gamma}_{KLM} \tilde{\Gamma}_{NPQ} \\
& + E^{KLMN} \wp_{KL} \varepsilon_{MN} + F^{KLMNP} \wp_{KL} \tilde{\Gamma}_{MNP} + G^{KLMNP} \varepsilon_{KL} \tilde{\Gamma}_{MNP} \\
& - (T_0 + T) \left[-m_1 - 2m_2 T - m_3 \dot{T} - B^{KL} \wp_{KL} - H^{KL} \varepsilon_{KL} - L^{KLM} \tilde{\Gamma}_{KLM} \right]
\end{aligned}$$

(4.97) eşitliğine bağlı olarak ve $m_2 = \frac{\rho_0 c}{2T_0}$, $\bar{m}_3 = \rho_0 \tau$ tanımlamalarının yapıldığını

kabul ederek

$$\bar{m}_0 = m_0 + m_1 T_0 \quad , \quad \bar{m}_1 = -\rho_0 c \quad , \quad \bar{m}_2 = -\frac{\rho_0 c}{2T_0} \quad (4.98)$$

$$\begin{aligned}
\bar{A}^{KL} &= B^{KL} T_0 \quad , \quad \bar{E}^{KL} = H^{KL} T_0 \quad , \quad \bar{K}^{KLM} = L^{KLM} T_0 \\
\bar{A}^{KLMN} &= A^{KLMN} \quad , \quad \bar{B}^{KLMN} = B^{KLMN} \quad , \quad \bar{C}^{KLMNPQ} = C^{KLMNPQ} \\
\bar{E}^{KLMN} &= E^{KLMN} \quad , \quad \bar{F}^{KLMNP} = F^{KLMNP} \quad , \quad \bar{G}^{KLMNP} = G^{KLMNP}
\end{aligned}$$

elde edilir.

(4.91) ifadeleri denge halini gözeterek yeniden yazılacak olursa

$$\begin{aligned}
T^{KL} &= -B^{KL} T + A^{KLMN} \wp_{MN} + E^{KLMN} \varepsilon_{MN} + F^{KLMNP} \tilde{\Gamma}_{MNP} \\
\bar{T}^{KL} &= -H^{KL} T + B^{KLMN} \varepsilon_{MN} + E^{MNKL} \wp_{MN} + G^{KLMNP} \tilde{\Gamma}_{MNP} \\
T^{KLM} &= -L^{KLM} T + C^{KLMNPQ} \tilde{\Gamma}_{NPQ} + F^{NPKLM} \wp_{NP} + G^{NPKLM} \varepsilon_{NP}
\end{aligned} \quad (4.99)$$

(4.99) uzaysal forma dönüştürülürse

$$\begin{aligned}
t^{kl} &= \frac{\rho}{\rho_0} \left[-B^{KL} T + A^{KLMN} \wp_{MN} + E^{KLMN} \varepsilon_{MN} + F^{KLMNP} \tilde{\Gamma}_{MNP} \right] x^k \cdot x^l \\
t^{kl} &= -B^{kl} T + A^{klmn} \wp_{mn} + E^{klmn} e_{mn} + F^{klmnp} \tilde{\gamma}_{mnp}
\end{aligned} \quad (4.100)$$

$$\bar{t}^{kl} = \frac{\rho}{\rho_0} \left[-H^{KL} T + B^{KLMN} \varepsilon_{MN} + E^{MNKL} \vartheta_{MN} + G^{KLMNP} \tilde{\Gamma}_{MNP} \right] \chi^k \chi^l$$

$$\bar{t}^{kl} = -H^{kl} T + B^{klmn} \varepsilon_{mn} + E^{mnkl} \vartheta_{mn} + G^{klmnp} \tilde{\Gamma}_{mnp}$$

$$t^{klm} = \frac{\rho}{\rho_0} \left[-L^{KLM} T + C^{KLMNPQ} \tilde{\Gamma}_{NPQ} + F^{NPKLM} \vartheta_{NP} + G^{NPKLM} \varepsilon_{NP} \right] x^k x^l$$

$$t^{klm} = -L^{klm} T + C^{klmnpq} \tilde{\Gamma}_{npq} + F^{npklm} \vartheta_{np} + G^{npklm} \varepsilon_{np}$$

Isı akısı ve entropi büyüklüklerine ait ifadeler

$$q^k \cong \kappa^{kl} T_{,l}, \quad \eta = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \Sigma}{\partial T} \quad (4.101)$$

Alan denklemlerinin elde edilmesi için (4.100) ifadeleri korunum yasalarında yerlerine yerleştirilir ve (4.87) ifadeleri kullanılırsa

$$t^{kl}_{,k} + \tilde{\rho} (f^l - \dot{v}^l) = 0 \quad (4.102)$$

$$\left[-B^{kl} T + A^{klmn} \ell_{mn} + E^{klmn} e_{mn} + F^{klmnp} \tilde{\gamma}_{mnp} \right]_{,k} + \tilde{\rho} \left(f^l - \frac{\partial^2 u^l}{\partial t^2} \right) = 0$$

$$-B^{kl} T_{,k} + A^{klmn} u_{n;mk} + (E^{klmn} - A^{klmn}) \varphi_{nm;k} + F^{klmnp} \varphi_{mn;pk} + \tilde{\rho} \left(f^l - \frac{\partial^2 u^l}{\partial t^2} \right) = 0$$

$$t^{klm}_{,k} + t^{lm} - \bar{t}^{lm} + \tilde{\rho} (f^{lm} - \dot{\sigma}^{lm}) = 0 \quad (4.103)$$

$$\begin{aligned} & \left[-L^{klm} T + C^{klmnpq} \gamma_{npq} + F^{npklm} \ell_{np} + G^{npklm} e_{np} \right]_{,k} + \left[-B^{lm} T + A^{lmnp} \ell_{np} \right. \\ & \left. + E^{lmnp} e_{np} + F^{lmnpq} \gamma_{npq} \right] - \left[-H^{lm} T + B^{lmnp} e_{np} + E^{np lm} \ell_{np} + G^{lmnpq} \gamma_{npq} \right] \\ & + \tilde{\rho} (f^{lm} - \dot{\sigma}^{lm}) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left[-L^{klm} T_{,k} + C^{klmnpq} \varphi_{np;qk} + F^{npklm} (u_{p;nk} - \varphi_{pn;k}) + G^{npklm} \varphi_{np;k} \right] \\ & + \left[-B^{lm} T + A^{lmnp} (u_{p;n} - \varphi_{pn}) + E^{lmnp} \varphi_{pn} + F^{lmnpq} \varphi_{np;q} \right] - \left[-H^{lm} T + B^{lmnp} \varphi_{np} \right. \end{aligned}$$

$$+ E^{nplm} (u_{p;n} - \varphi_{pn}) + G^{lmnpq} \varphi_{np;q} \Big] + \tilde{\rho} (f^{lm} - \dot{\sigma}^{lm}) = 0$$

$$\begin{aligned} & (H^{lm} - B^{lm})T - L^{klm}T_{,k} + (A^{lmnpq} - E^{pqilm})u_{q;p} + F^{npklm}u_{p;nk} \\ & (E^{lmqp} + E^{qplm} - A^{lmqp} + B^{lmqp})\varphi_{pq} + (F^{npklm} - F^{lmpnk} + G^{npklm} - G^{lmpnk})\varphi_{pn;k} \\ & C^{klmnpq}\varphi_{np;qk} + \tilde{\rho} \left(f^{lm} - i^m_p \frac{\partial^2 \varphi^{lp}}{\partial t^2} \right) = 0 \end{aligned}$$

$$\text{elde edilir. Burada } \dot{\sigma}^{lm} = i^m_r \frac{\partial^2 \varphi^{lr}(x, t)}{\partial t^2}$$

$$- \rho \dot{\varepsilon} + t^{kl} v_{l;k} + t^{klm} v_{lm;k} + (\bar{t}^{kl} - t^{kl}) v_{kl} + q^k_{;k} + \sigma^k_{;k} + \rho h = 0 \quad (4.104)$$

$$\begin{aligned} & - \tilde{\rho} (\dot{\psi} - \dot{\theta} \eta - \theta \dot{\eta}) + [-B^{kl}T + A^{klmn} \ell_{mn} + E^{klmn} e_{mn} + F^{klmnp} \gamma_{mnp}] \dot{u}_{l;k} \\ & + [-L^{klm}T + C^{klmnpq} \gamma_{npq} + F^{npklm} \ell_{np} + G^{npklm} e_{np}] \dot{\varphi}_{kl;m} + [-H^{kl}T + B^{klmn} e_{mn} \\ & + E^{mnkl} \ell_{mn} + G^{klmnp} \gamma_{mnp} + B^{kl}T - A^{klmn} \ell_{mn} - E^{klmn} e_{mn} - F^{klmnp} \gamma_{mnp}] \dot{\varphi}_{kl} \\ & + q^k_{;k} + \sigma^k_{;k} + \tilde{\rho} h = 0 \end{aligned}$$

Referans konumunda T_0 denge sıcaklığında $\dot{\psi}, \dot{\theta}, \ell_{mn}, e_{mn}, \gamma_{mnp}, \sigma^k_{;k}$ büyüklükleri (4.104) denkleminde ortadan kalkarlar. (4.104)'de (4.101)_{1,2} ifadelerini kullanarak

$$\tilde{\rho} 2c\dot{T} - T_0 B^{kl} \dot{u}_{l;k} - T_0 (H^{kl} - B^{kl}) \dot{\varphi}_{kl} - T_0 L^{klm} \dot{\varphi}_{kl;m} + \kappa^{kl} T_{,kl} + \tilde{\rho} h = 0 \quad (4.105)$$

elde edilir.

Kütle korunumuna ait ifade

$$\frac{\rho}{\tilde{\rho}} \cong 1 + u^k_{;k} \quad (4.106)$$

BÖLÜM BEŞ

SONUÇLAR

5.1 Sonuçlar

Bu çalışmanın başlıca amacı, Kafadar ve Eringen [1976] tarafından verilen mikromorfik teoride bünye fonksiyonlarına sıcaklığın zamana göre türevini dahil ederek, mikromorfik termoelastik ortamın bünye denklemlerini elde etmektir.

Yapılan çalışmada ele alınan ortam, yapısı bakımından sürekli ortamlardan iki yönden farklılık göstermektedir. Birincisi ortamın mikromorfik olması, diğeri ise bünye fonksiyonlarına sıcaklığın zamana göre türevinin dahil edilmesidir.

Polar alan teorisi (Eringen, 1964 ; Şuhubi&Eringen , 1964), sürekli ortamların klasik mekaniğinin uygulanamadığı çeşitli ortamlarda (süspansiyonlar, sıvı kristaller gibi) başarı sağlaması ve deneylerle uyumlu sonuçlar vermesi hızla gelişmesine neden olmuştur.

Sıcaklığın zamana göre türevinin bünye fonksiyonları içine katılarak sürekli ortamlar termodinamiğinin (Müller, 1970) gelişmesi, polar alan teorisine göre daha yenidir.

Bu çalışmada yapılanlar kısa bir şekilde tekrar gözden geçirildiğinde : Mikromorfik termoelastik ortamlara ait kinematik ve şekildeğiştirme verildikten sonra, temel aksiyomlar (Kafadar&Eringen, 1976) alan ve hacim ortalama büyüklükleriyle integral formda ifade edilmiştir. Daha sonra temel denklemler, maddesel ve uzaysal çerçevede sırasıyla verilmiştir.

Dördüncü bölümde sıcaklığın zamana göre türevi bünye fonksiyonlarına eklenerek, mikromorfik termoelastik ortama ait entropi eşitsizliği ve bu eşitsizliğin bünye fonksiyonları üzerine getirdiği kısıtlamalarla bünye denklemleri elde edilmiştir.

Mikromorfik termoelastik ortamın izotrop olması halinde üç tansör ve bir vektöre ait en az sayıdaki yetmiş sekiz invaryantla yapılan hesaplamalarla bünye denklemleri bu çalışmada elde edilmiştir. Mikromorfik termoelastik ortamın elastik olması halinde bünye denklemleri tekrar çıkarılmıştır. Uygulama olarak homojen şekildeğiştirme incelenmiş ve ortamın homojen olma koşuluna göre bünye denklemleri elde edilmiştir. Teorinin bir bütün olarak verilmesi için lineer teori incelenmiş ve mikromorfik termoelastik ortama ait bünye denklemleri lineerleştirilerek uzaysal formda ifade edildikten sonra alan denklemleri elde edilmiştir.

KAYNAKLAR

Bachmat, Y. , Bear, J. ,(1991). Theory and Applications of Transport in Porous Media. Kluwer Academic Publishers

Coussy, O. ,(1995). Mechanics of Porous Continua. John Wiley & Sons, Inc.

Diebels, S. ,(2000). A macroscopic description of the quasi-static behavior of granular materials based on the theory of porous media. Institute of Applied Mechanics, 2, 143-52.

Dost, S. , Tabarrok, B. , (1978). Generalized micropolar thermoelasticity. Int. Journal Engng. Sci., 16, 173-83.

Eringen, A.C., (1962). Nonlinear Theory of Continuous Media. Mc Graw -Hill, New York.

Eringen, A.C., (1964). Simple microfluids. Int. Journal Engng. Sci., 2, 205-17.

Eringen, A.C., Suhubi, E.S., (1964). Nonlinear theory of microelastic solids-1. Int. Journal Engng. Sci., 2, 189-203.

Eringen, A.C., Suhubi, E.S., (1964). Nonlinear theory of microelastic solids-2. Int. Journal Engng. Sci., 2, 389-404.

Eringen, A.C., (1965). Developments in mechanics (Vol. 3). Huang, T.C. & Johnson, M.W. (Eds.). Wiley, New York. Theory of Micropolar Continua.

Eringen, A.C., (1966). Linear theory of micropolar elasticity. Journal of Mathematics and Mechanics, 15, 909-23.

Eringen, A.C.,(1970). Balance laws of micromorphic mechanics. Int. Journal Engng. Sci.,8,819-28.

Eringen, A.C., Kafadar, C.B. ,(1971). Micropolar media-1. Int. Journal Engng. Sci.,9,271-305.

Eringen, A.C.,(1972 d). Theory of micromorphic materials with memory. Int. Journal Engng. Sci.,10,623-41.

Eringen, A.C., Kafadar, C.B. ,(1976). Continuum physics.(Vol. 4). Academic Press.
Polar Field Theories

Goodman, M.A. ,Cowin, S.C. ,(1971). A continuum theory for granular materials. Arch. Rational Mech. Anal.,44,249-66

Green, A.E. , Laws, N. ,(1972). On the entropy production inequality. Arch. Rational Mech. Anal.,45,47-53.

Green, A.E. , Lindsay, K.A. ,(1972). Thermoelasticity. Journal of Elasticity,2,1-7.

Green, A.E. ,Rivlin, R.S. ,(1964). Multipolar continuum mechanics. Arch. Rational Mech. Anal.,17,113-47.

Grioli, G. ,(1982). Thermodynamics and Constitutive Equations. Springer-Verlag.

Müller, I.(1971 b). The coldness, a universal function in thermoelastic bodies. Arch. Rational Mech. Anal.,41,319-32.

Nunziato, J.W. ,(19) A thermodynamic theory for the effects of localized heating in granular materials. Journal of Applied Mathematics,30,733-48.

Prevost, J.H. ,(1979). Mechanics of continuous porous media. Int. Journal Engng. Sci.,18,787-800.

Spencer, A. J. M. (1971). Continuum Physics.(Vol. 1). Eringen, A.C.(Ed.), Theory of Invariants.

Şuhubi, E.S. , (1975). Continuum physics.(Vol. 2). Eringen, A.C.(Ed.),Academic Press. Thermoelastic Solids.

Toupin, R.A. ,(1962). Elastic materials with couple stresses. Arch. Rational Mech. Anal. ,11,385-414.

Toupin, R.A. ,(1964). Theories of elasticity with couple stresses. . Arch. Rational Mech. Anal. ,17,85-112.

