



**T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**



YÜKSEK LİSANS TEZİ

**TOPOLOJİK WEYL YARİMETALLERİNDE SAÇILMA KURAMI
VE SPEKTRAL TEKİLLİKLER**

Güneş OKTAY

Fizik Anabilim Dalı

Matematiksel Fizik Programı

DANIŞMAN

Prof. Dr. Mustafa SARISAMAN

Ağustos, 2021

İSTANBUL

Bu çalışma 27.08.2021 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Fizik Anabilim Dalı Matematiksel Fizik Programında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Jürisi

Prof. Dr. Mustafa SARISAMAN (Danışman)
İstanbul Üniversitesi
Fen Fakültesi

Doç. Dr. Barış Kınacı
İstanbul Üniversitesi
Fen Fakültesi

Doç. Dr. Murat Taş
Gebze Teknik Üniversitesi
Temel Bilimler Fakültesi



- **İntihal Programı Beyanı**

20.04.2016 tarihli resmi gazetede yayımlanan Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği'nin 9/2 ve 22/2 maddeleri gereğince; Bu Lisansüstü teze, İstanbul Üniversitesi'nin aboneliği olduğu intihal yazılım programı kullanılarak Fen Bilimleri Enstitüsü'nün belirlemiş olduğu ölçütlere uygun rapor alınmıştır.

- **Tezden Üretilmiş Yayınların Künye Bilgileri**

Oktay, F., Sarısamam, M., Tas, M. 2020, *Lasing with Topological Weyl Semimetal*, Scientific Reports, 10, 3127.

ÖNSÖZ

Yüksek lisans eğitimim boyunca bana yeni bakış açıları kazandıran, beni motive eden, güvenini ve desteğini her zaman hissettiğim değerli danışman hocam Prof.Dr. Mustafa SARI-SAMAN'a içtenlikle teşekkür ederim. Ayrıca her konuda kendilerine danışabildiğim, ilgi ve desteklerini benden esirgemeyen Matematiksel Fizik Anabilim Dalı öğretim üyelerine çok teşekkür ederim.

Eğitim hayatım boyunca girdiğim her yolda başaracağıma dair inançları ile telkin ettikleri güven ve destekleri için sevgili aileme minnettarım.

Ağustos, 2021

Güneş OKTAY

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
ÖNSÖZ	iv
İÇİNDEKİLER	v
ŞEKİL LİSTESİ	vi
TABLO LİSTESİ	vii
SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ	viii
ÖZET	ix
SUMMARY	x
1. GİRİŞ	1
2. GENEL KISIMLAR	4
2.1. 1 VE 2 BOYUTTA ELEKTROMANYETİK SAÇILMA KURAMI	4
2.2. SPEKTRAL TEKİLLİKLER	6
2.3. TOPOLOJİK WEYL YARİMETALLERİ	7
3. MALZEME VE YÖNTEM	9
3.1. TE-MOD ÇÖZÜMÜ VE TRANSFER MATRİSİ	9
3.2. ARTI VE EKSİ-MODLARDA LAZERLEME KOŞULLARI VE İLGİLİ PARAMETRELER	19
3.3. DAĞINIM ETKİSİ	22
3.4. LAZERLEME VE CPA'DA KERR VE FARADAY DÖNMELERİ	23
4. BULGULAR	25
5. TARTIŞMA VE SONUÇ	29
KAYNAKLAR	31
ÖZGEÇMİŞ	35

ŞEKİL LİSTESİ

Page No

- Şekil 1.1:** Şekil, elektromanyetik dalganın TWS ile etkileşimini TE modu konfigürasyonunda göstermektedir. Dalga, levhada normalden yüzeye ölçülen θ açısıyla yayılır ve polarizasyon yönü, levhanın içinde ve dışında sırasıyla θ_F ve θ_K açısıyla döndürülerek değişir..... 2
- Şekil 2.1:** Weyl düğümlerini ve Fermi yaylarını içeren Weyl Yarımetalinin şematik gösterimleri. 7
- Şekil 3.1:** Şekil, Berry eğriliğinin source (kaynak, yeşil nokta) ve sink (çukur, pembe nokta) olan Brillouin bölgesinde z - eksenı boyunca Weyl düğümlerinin konumlarını şematik olarak göstermektedir. Fermi yayları, ilgili yüzeyde Weyl düğümlerine karşılık gelecek şekilde oluşur. 9
- Şekil 3.2:** Tek ve çift modta lazerlemenin şematik gösterimi. Mavi oklar $\tilde{n}_+$ nedeniyle oluşan artı-mod lazerlemeye ve kırmızı, çizgili oklar da $\tilde{n}_-$ nedeniyle oluşan eksi-mod lazerlemeye karşılık gelir. 18
- Şekil 4.1:** (3.30)'da verilen TWS levhasının konfigürasyonu için artı ve eksi modlara karşılık gelen Weyl düğümler arasındaki mesafe olan b' 'ın bir fonksiyonu olarak g kazanç katsayısına ait grafikler. Burada b'_c , lazerlemeye izin veren minimum b' değerine karşılık gelen kritik b' değerini ifade eder. Son iki şekil b'_c 'nin etkilendiği bölgeyi göstermektedir. Yatay gri çizgi, sıfır kazanç limitini göstermektedir. 25
- Şekil 4.2:** Hem artı hem de eksi mod lazerlemelerine karşılık gelen çeşitli geliş açıları için, λ dalga boyunun kritik b'_c değerine bağımlılığını gösteren grafik..... 25
- Şekil 4.3:** Çeşitli geliş açıları ve dalga boylarına karşılık gelen TWS levha kalınlığı L 'nin bir fonksiyonu olarak kazanç katsayısına ait grafikler. Geliş açısını ve dalga boyunu artırmak, daha yüksek kazanç değerlerine yol açar ve artı modu destekler..... 26
- Şekil 4.4:** Geliş açısı θ 'nın bir fonksiyonu olarak kazanç katsayısına ait grafikler. Burada $''$ sembolü basitçe $1'' = 1^\circ/3600$ ile verilen Arksaniye'yi ifade eder. Açı aralığı artırıldığında desenler sıkıca yerleşim gösterirler..... 26
- Şekil 4.5:** Artı ve eksi lazerleme modları için, θ gelen açısının fonksiyonu olarak kazanç değeri g 'nin şematik gösterimi. Artı ve eksi modlar $\theta \approx 3.42''$ ve $\theta \approx 3.46''$ açılarında $g \approx 1.17 \times 10^{-9} \text{ cm}^{-1}$ kazanç değerinde çakışır. 27
- Şekil 4.6:** Hem artı hem de eksi modlara karşılık gelen λ dalga boyunun bir fonksiyonu olarak g_0 eşik kazancını gösteren grafik. mavi noktalar artı modu, kırmızı noktalar ise eksi modu temsil etmektedir. $\lambda \approx 1378.0735 \text{ nm}$ dalga boyunda yer alan üst üste binen noktalar, iki modlu konumları ifade eder. 27

TABLO LİSTESİ

	Page No
Tablo 3.1: TWS levhasının içinde ve dışında bulunan $\vec{E}$ ve $\vec{H}$ alanlarının bileşenleri.....	15
Tablo 3.2: Tablo, TWS konfigürasyonumuza uygun TE-modtaki dalgalar için sınır koşullarını vermektedir. Burada $\tilde{n}_{\pm}$ 'ler efektif kırılma indisleridir.....	16
Tablo 3.3: $L = 1$ cm ve $\theta = 30^{\circ}$ olan bir TWS levhasının lazerleme değerleri ve ilgili konfigürasyonları.	23

SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ

Simgeler	Açıklama
θ	: Dalganın yüzeye dik geliş açısı
θ_F	: Fermi açısı
θ_K	: Kerr açısı
v	: Saçılma potansiyeli
k	: Dalga sayısı
Ψ	: Dalga Fonksiyonu
v	: Saçılma potansiyeli
N	: Dalganın genliği
R	: Yansıma genliği
T	: İletim genliği
M	: 4 boyutlu transfer matrisi
b	: Weyl düğümler arası mesafe
ρ	: Yük yoğunluğu
$\vec{J}$	: Akım yoğunluk vektörü
$\vec{E}$	: Elektrik alanı
$\vec{B}$	: Manyetik alanı
$\vec{D}$	: Yer değiştirme (malzeme içindeki) alanı
$\vec{H}$	: Manyetik (malzeme içindeki) alan
c	: Işık hızı
Z_0	: Vakum direnci
e	: Elektron yükü
ϵ_0	: Vakumun elektrik alan geçirgenliği
μ_0	: Vakumun manyetik alan geçirgenliği

Kısaltmalar	Açıklama
<i>TE</i>	: Transverse Electric
<i>TWS</i>	: Topolojik Weyl Yarımetali
<i>CPA</i>	: Uyumlu Mükemmel Soğurucu
<i>TaAs</i>	: Talyum Arsenit

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

TOPOLOJİK WEYL YARİMETALLERİNDE SAÇILMA KURAMI VE SPEKTRAL TEKİLLİKLER

Güneş OKTAY

İstanbul Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Mustafa SARISAMAN

Üç boyutlu topolojik Weyl yarımatali ile lazer yapılabilmesinin yolları Kerr ve Faraday dönme durumları aracılığıyla araştırılmıştır. Topolojik weyl yarımatali, malzeme içindeki weyl düğümleri ile yüzeyindeki fermi yaylarıyla karakterize olmuş malzemelerdir. Biz bu çalışmamızda gönderdiğimiz elektromanyetik dalgaların, Fermi yayların bulunmadığı yüzeye maruz kalacak şekilde malzemeyle etkileşimde bulunmasını sağlıyoruz. Böylece Maxwell denklemleri topolojik terimler içermektedir. Bu denklemlerin TE mod çözümleri, bize malzeme içerisinde çift-kırınım etkisini oluşturarak, transfer matrisinin iki katlı hale gelerek 4x4 boyutlu olmasını ve dolayısıyla malzeme içerisinde iki farklı mod oluşumuna sebep olmaktadır. Bu iki farklı moda çalışmamızda artı ve eksi modlar olarak değinilmiştir. Bu bize literatürde ilk defa karşılaşılan artı ve eksi modta ışıma yapan topolojik lazer tipleri üretmiştir. Bahsi geçen lazer modlarına ait fiziksel parametreler incelenmiş ve lazer eşik değeri karşılık gelen kazanç(gain) değeri elde edilmiştir.

Ağustos 2021, 35 sayfa.

Anahtar kelimeler: Topolojik Weyl yarımatali, Lazerleme, Weyl düğümleri, Yüzey İletkenlikleri, Fermi Yayları, Kerr ve Faraday Dönmeleri, Saçılma Kuramı, Transfer Matrisi, Spektral Tekillikler.

SUMMARY

M.Sc. THESIS

SCATTERING THEORY AND SPECTRAL SINGULARITIES IN TOPOLOGICAL WEYL SEMIMETALS

Güneş OKTAY

İstanbul University

Institute of Graduate Studies in Sciences

Department of Physics

Supervisor: Prof. Dr. Mustafa SARISAMAN

Lasing behavior of optically active planar topological Weyl semimetal (TWS) is investigated in view of the Kerr and Faraday rotations. Robust topological character of TWS is revealed by the presence of Weyl nodes and relevant surface conductivities. We focus our attention on the surfaces where no Fermi arcs are formed, and thus Maxwell equations contain topological terms. We explicitly demonstrate that two distinct lasing modes arise because of the presence of effective refractive indices which lead to the birefringence phenomena. Transfer matrix is constructed in such a way that reflection and transmission amplitudes involve 2×2 matrix-valued components describing the bimodal character of the TWS laser. We provide associated parameters of the topological laser system yielding the optimal impacts. We reveal that gain values corresponding to the lasing threshold display a quantized behavior, which occurs due to topological character of the system. Our proposal is supported by the corresponding graphical demonstrations.

August 2021, 35 pages.

Keywords: Weyl Semimetal, Lasing, Weyl Nodes, Surface Conductivities, Fermi Arcs, Kerr and Faraday Rotations, Scattering Theory, Transfer Matrix, Spectral Singularities.

1. GİRİŞ

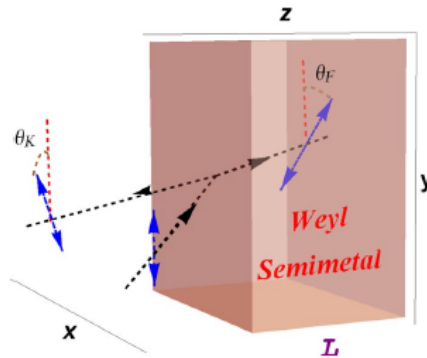
Topoloji, matematiğin en popüler alanlarından birisidir. Özellikle fizikteki temel problemlerden esinlenen topoloji kavramları, matematikteki çalışma alanlarının yanısıra fizikte de oldukça önemli uygulama alanlarına sahiptir. Topolojik fikirlerin malzeme bilimine uyarlanması, Modern Fizikte heyecan verici yeni bir alanın doğmasına yol açmıştır: Topolojik malzemeler[1, 2]. Bu malzemelerin elektromanyetik dalgalarla etkileşimi, fotonik açıdan dikkate değer uygulamalar önermektedir[3, 4]. Son zamanlarda bu alandaki aktif çalışmalar, bu alanın çeşitli ilginç yönleri ile ele alınarak genişlemesine ve aynı zamanda hermitsel olmayan kuantum mekaniğinin topolojik açıdan anlaşılmasına yardımcı olmaktadır. Bu bağlamda topolojik malzemelerde lazer etkisi oluşturma teorik modellemesi ve beraberinde deneysel gözlemleri, mevcut düzensizlik ve lazer anlayışımızı değiştirme potansiyeli ve topolojik fizik ile lazer bilimi arasında heyecan verici ihtimallere yol açması dolayısıyla son zamanlarda oldukça dikkat çekmektedir[5, 6]. Bu son bulgulardan motivasyon alarak, bu çalışmada transfer matrisi yaklaşımını kullanarak topolojik Weyl yarımetal (TWS) ile lazerin teorik bir modellemesini oluşturuyoruz. Yüzey durumlarının topolojisini korumasının, lazer eşik değeri koşulunun gerçekleştirilmesi için nicel kazanç değerleri gerektiren çift modlu topolojik lazere yol açtığını gösteriyoruz.

Topolojik metaryellerin önde gelen adaylarından olan TWS, külçesindeki boşluksuz bant yapısı ve yüzeyindeki ilginç fermi yayı ile dikkat çekmektedir. Topolojik malzemelerin bu özel fazının teorik tahminleri 2011'den beri öngörülmüş olup[7–11], ilk deneysel doğrulanması da 2015 yılında TaAs malzemesi kullanılarak yapılmıştır[12, 13]. Sonraki yıllarda da bu özel fazın gerçekleşme olasılığı nedeniyle bir çok katı malzeme aday olarak gösterilmiştir[14–16]. Fakat ideal bir TWS [14], doğası gereği nadirdir. Bu da sahip oldukları özelliklerin (bant yapısı, iletim özellikleri, sınır durumlarındaki spin yapısı vs.)[17, 18] analizini zor hale getirmektedir. Elektromanyetik dalgalarla etkileşimi bu nedenle oldukça önemlidir ve özellikle yeni fotonik cihazların geliştirilmesinde önemli uygulamaların önünü açmaktadır. Çalışmamızda, bu malzemede lazerleme ve CPA uygulamalarını elde etmek için, TWS ile elektromanyetik dalgaların saçılmasının kapsamlı bir araştırmasını ortaya koyuyoruz.

Optik olarak aktif bir lazer sistemi, spektral tekillik ile elde edilebilir[19–21]. Bu bilgi doğ-

rultusunda, sistemimizi homojen bir kazanç ortamına sahip TWS levhasının Weyl düğümleri etkilenmeyecek ve yüzeyindeki Fermi yayı korunacak şekilde kuruyoruz. Gelen elektromanyetik dalgalar, fermi yayının bulunmadığı yüzeyle etkileşime girdiğinde yüzeylerdeki Kerr ve Faraday dönmeleri nedeniyle yansıyan ve iletilen dalgaların polarizasyon yönleri değişir. Bu da Maxwell denklemlerinin değişmesine yol açar ve Maxwell denklemleri fazla olarak topolojik terimler barındırır. Bu denklemlerin çözümüyle; çözümleri 4x4 transfer matrisini veren Helmholtz denklemini elde ederiz. Bu transfer matris formu; topolojik lazer oluşturmak için bir temel oluşturur. Bu tamamen TWS lazer sistemine özgü bir özelliktir. Çünkü çıkan dalgalar Kerr ve Faraday rotasyonları nedeniyle döndürülmüş halde çıkar. Bu yolla, TWS ile uyumlu mükemmel soğurucu (CPA) yani anti-lazer yine Faraday dönüşleri tarafından belirlenen uygun polarizasyonların ayarlanmasıyla ve faz ve genlik modülasyonları ile birlikte elde edilebilir[22–25]. Bu, CPA'nın lazerin zaman tersinme simetrisine sahip olmasından kaynaklanmaktadır.

Orijinal problem tek boyutlu olmasına rağmen, Kerr ve Faraday rotasyonları problemi iki boyutlu düzleme çevirir, bkz.Şekil 1.1. Bu nedenle, yansıma ve iletim genlikleri 2x2 matrisleri ile ifade edilir. Bu matrislerin boyutları, TWS lazer sisteminin çift modlu yapısını belirler. Her mod için spektral tekillikler, yansıma ve iletim matrislerinin ıraksak özellikleriyle belirlenir. Böylece, dağınım(dispersion) etkileri olan ve olmayan tek veya çift modlu spektral tekillik koşullarını elde ederiz. Bu çalışmamızda, malzemenin avantaj sağlayan özellikleri aracılığıyla topolojik lazer ve CPA sistemlerinin verimliliğini artırmanın yollarını araştırdık. Çalışmamız, tüm TWS tipi malzemeler için uygulanabilir.



Şekil 1.1: Şekil, elektromanyetik dalganın TWS ile etkileşimini TE modu konfigürasyonunda göstermektedir. Dalga, levhada normalden yüzeye ölçülen θ açısıyla yayılır ve polarizasyon yönü, levhanın içinde ve dışında sırasıyla θ_F ve θ_K açısıyla döndürülerek değişir.

TWS ile lazer elde etmek için eksiksiz koşulları ortaya çıkaran çeşitli parametre seçimlerini belirliyoruz. Bu doğrultuda çalışmamızda, tek veya çift modlu TWS levha lazerinde; kazanç(gain) katsayısı, geliş açısı, levha kalınlığı ve Weyl düğümleri arasındaki mesafe parametrelerinin optimum kontrolünü ortaya koyuyoruz. Bu optimal parametreler, tek veya çift modlu TWS lazer sisteminde dönerek dışarı çıkan elektromanyetik dalgaları üretmektedir. Bunlara ek olarak, doğru Faraday dönüş açıları ayarlanarak elde edilen dalgaların eşit genlik ve faz değerleri ile TWS CPA elde edilmesine neden olan koşulları bulmanın yolunu da sunuyoruz. Yöntemimiz ve dolayısıyla sonuçlarımız, TWS tipi malzemeler için bu yöndeki olası deneysel çalışmalara rehberlik etmektedir.



2. GENEL KISIMLAR

Bu bölümde, çalışmamızın meydana gelmesinde etkili olan temel kavramları inceleyerek çalışmamızdaki önemini ortaya koyacağız. Saçılma kuramı, fizikte yeni olguların anlaşılmasında oldukça önemli bir yaklaşımdır. Buna göre, özellikle yeni bir gerçekliğin anlaşılması söz konusu ise saçılma kuramının enstrümanları kullanılarak yeni fiziksel sonuçların ve özelliklerin aydınlatılması sağlanmaktadır. Özellikle yeni malzeme türlerinin elektromanyetik dalgalarla saçılmaya maruz bırakılarak davranışlarının incelenmesi, bu malzeme türlerinin bilinmeyen etkilerini ortaya çıkarmaktadır. Saçılma kuramının kuantum etkilerinin araştırılması ile son zamanlarda oldukça yeni olgular ortaya çıkmıştır. Bunlar aslında temel matematik problemlerinin fiziksel uzantıları mahiyetinde sonuçlardır. Bunların en önemlilerinden birisi spektral tekillik kavramıdır. Spektral tekillikler hermitsel olmayan kuantum mekaniğinin önemli uygulama alanlarından birisine konu olmuştur. Bizim bu tezimizde araştırma konusunun merkezi terimi de spektral tekillikler olmuştur. Spektral tekilliklerin topolojik malzemeler uyarlanması ilk defa tezimizde işlediğimiz bir durumdur ve bu bize topolojik özelliklere sahip lazer türlerinin ortaya çıkmasına ve bilinmeyen özelliklerinin anlaşılmasına oldukça önemli katkı sağlamıştır.

2.1. 1 VE 2 BOYUTTA ELEKTROMANYETİK SAÇILMA KURAMI

Işığın malzeme ortamıyla etkileşimi, kuantum saçılma formalizmi yoluyla daha iyi şekilde anlaşılabilir. Bu yaklaşım, Maxwell denklemlerinin çözümüne dayandığı için oldukça etkilidir. Maxwell denklemlerinin çözümü ve Standart sınır koşullarının uygulanması ile saçılma sisteminin yansıma ve iletim katsayıları hakkında çok önemli bilgiler içeren transfer matrisini oluşturmak mümkündür. Transfer matrisinden elde edilen bu bilgilerle lazer eşik koşulu, uyumlu mükemmel soğurucu lazerler, tek yönlü yansımazlık, saydamlık ve görünmezlik gibi fiziksel olguları anlayabiliriz. Bu yaklaşımda kullanılacak olan saçılma formalizmini ana hatlarıyla aşağıda özetleyeceğiz.

Bir boyutta doğrusal veya doğrusal olmayan skaler ve zamanda harmonik bir dalganın $v(z, \Psi)$ potansiyeli ile belirtilen bir saçılgaç tarafından gerçekleştirilen bir saçılma işlemini düşüne-

lim. Bu saçılma durumu şu şekilde verilen Schrödinger denklemi ile ifade edilir:

$$-\Psi''(z) + v(z, \Psi)\Psi(z) = k^2\Psi(z) \quad (2.1)$$

Burada k dalga sayısı, v potansiyeli de (Kerr) doğrusalsızlığı durumunda genliklere bağlıdır. Tezimizde doğrusal bir sistem ele alınacağı için v potansiyeli genliklerden bağımsız olacaktır. Tezde önerilen topolojik Weyl yarımetal durumunda, (2.1) denklemi ile verilen Schrödinger denkleminin değiştirilmesi gerekmektedir. Bunun sebebi, malzemenin manyetik özelliğinden kaynaklanan ve ortamda mevcut aksiyon alanlarının varlığıdır. Aksiyon alanları, Maxwell denklemlerinde topolojik terimlerin varlığı ile kendini göstererek malzemenin içinde ve dışında dalganın polarizasyon yönünün döndürülmesi şeklinde bir çözüm ortaya çıkarmaktadır. Malzeme içindeki dönme, Faraday dönmesi olarak ifade edilirken malzemenin dışındaki dönme de Kerr dönmesi olarak isimlendirilir. Böylece, yukarıda verilen (2.1) denkleminde belirtilen Ψ çözümü, iki bileşenli ve vektörel değere sahip bir $\vec{\Psi}(z)$ fonksiyonu ile yer değiştirilerek sol ve sağ taraftan aşağıda verilen Jost çözümlerini üretir.

$$\vec{\Psi}(z)_k^l := \begin{cases} \mathbf{N}_l(e^{ik_z z} + \mathbf{R}^l e^{-ik_z z}) & z \rightarrow -\infty \text{ giderken,} \\ \mathbf{N}_l \mathbf{T}^l e^{ik_z z} & z \rightarrow \infty \text{ giderken} \end{cases}$$

$$\vec{\Psi}(z)_k^r := \begin{cases} \mathbf{N}_r \mathbf{T}^r e^{-ik_z z} & z \rightarrow \infty \text{ giderken,} \\ \mathbf{N}_r(e^{-ik_z z} + \mathbf{R}^r e^{ik_z z}) & z \rightarrow -\infty \text{ giderken} \end{cases}$$

Bu ifadelerde, $\mathbf{N}_{l/r}$ sol ve sağ taraftan gelen dalganın vektörel değere sahip karmaşık genliğidir, $\mathbf{R}^{l/r}$ ve $\mathbf{T}^{l/r}$ ise sırası ile $v(z, \Psi)$ potansiyelinin vektörel değere sahip sol/sağ yansıma ve iletim genlikleridirler. Döndürülmüş optik sisteme ait transfer matrisinin normalde tanımlanan bir boyutlu sistemlerden oldukça farklı olduğu ve aşağıdaki formda verilebileceği göze çarpacaktır:

$$\mathbb{M}(\mathfrak{K}) = \begin{pmatrix} \mathbf{T}^l - \mathbf{R}^l \mathbf{R}^r \mathbf{T}^{-r} & \mathbf{R}^r \mathbf{T}^{-r} \\ -\mathbf{R}^l \mathbf{T}^{-r} & \mathbf{T}^{-r} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Görüleceği üzere (2.2) ifadesi ile verilen bütün yansıma ve iletim genlikleri 2×2 matris değerine sahip ifadeler karşılık gelir ve polarizasyon yönünün dönmesinden dolayı da kuple denklem sonuçları şeklinde belirtilirler. Böylece, topolojik lazerler $\mathbb{M}_{22} = 0$ koşulu ile elde edilebilirler. Anlaşılacağı üzere bu şekilde manyetik olarak indüklenen aksiyon terimleri barındıran topolojik lazerlerin çok güzel bir sonucu olan iki modlu lazer elde edilmiş olacaktır.

Kaba hatlarıyla anlattığımız bu olgu, tezimizde ilk defa çalışılmıştır ve dolayısıyla da literatürde benzer herhangi bir ön bilgi yoktur. Bu fikir, lazer fiziğinde topolojik malzemelerin etkin olacağı oldukça önemli sonuçlar üretme potansiyeline sahiptir ve özellikle de topolojik yarımetal lazerlerinde gözlemlenebilmesi tezimizin kuramsal öngörülerinin ve elde edilecek sonuçlarının bir başarısı olacaktır.

2.2. SPEKTRAL TEKİLLİKLER

Modern fizik, soyut matematiksel objelerin fiziksel olayları açıklayabildiği örneklerle doludur. Bu örneklerden biri de spektral tekilliklerdir.

Spektral tekillikler; 1954'te Naimark'ın çalışmaları ile ilk kez matematik literatürüne girmiş olup, ancak 2009 yılında fiziksel karşılığı anlaşılmıştır.

Spektral tekillikler; sürekli spektruma sahip hermitsel olmayan operatörlerdeki tekilliğe karşılık gelen belirli noktalardır. Bu tekillikler hermitsel operatörlerde asla gerçekleşmez. Saçılma kuramı bağlamında, spektral tekillikler saçılma durumlarına karşılık gelir ve rezonans durumları gibi davranır.

Spektral tekilliklerin optikte uygulanması ile lazer eşik değeri koşulunun aslında spektral tekilliklere karşılık geldiği anlaşılmıştır. Bu ise lazer eşik koşulunun matematiksel olarak türetilmesine imkan sağlamıştır. Bu olgunun zaman-tersinirliği de, Mükemmel Uyumlu Soğurmaya (CPA) verir ve anti-lazer olarak bilinen bu fenomenin teorik temelini oluşturur.

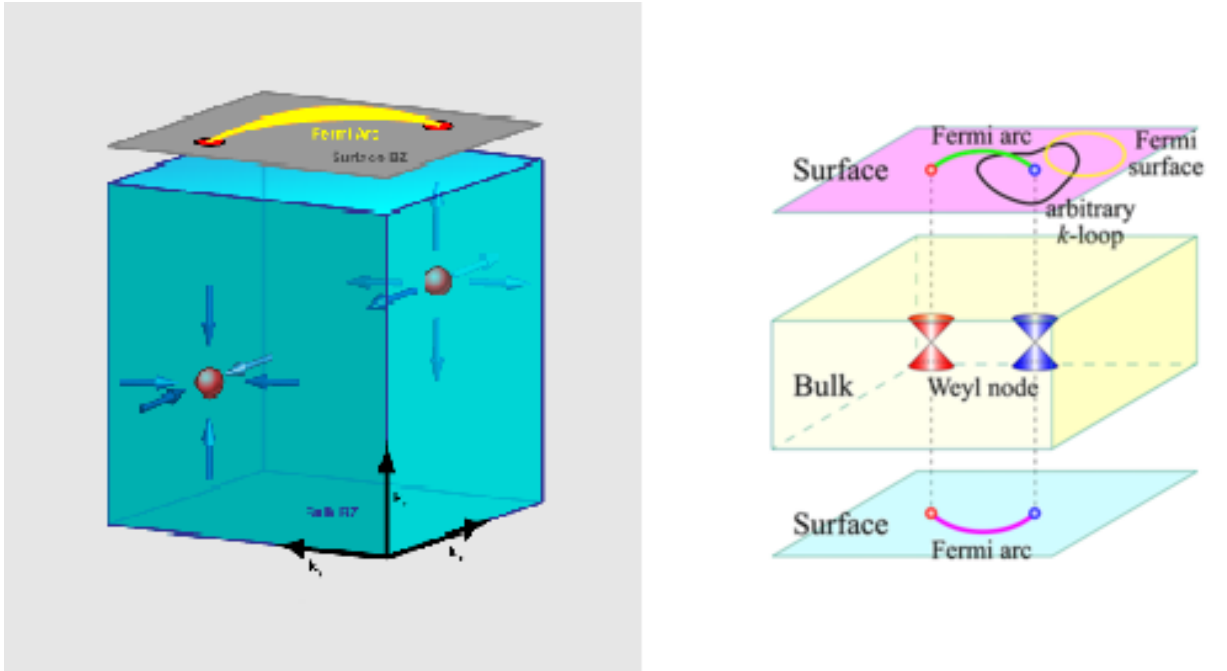
Spektral tekillikler genel olarak reel k değerlerinde M transfer matrisinin M_{22} bileşeninin sıfırları ile verilirler. Bu durum ise bize ıraksayan yansıma ve iletim genlikleri üretir. Bu şekilde elektromanyetik dalga, lazer üretici malzeme içerisinde dolanırken genliği artar ve eşik değerine ulaştığında lazer etkisi göstererek malzeme dışarısına çıkar. Malzemenin etkili bir lazer meydana getirebilmesi için dalganın malzeme içerisinde mümkün olduğu kadar çok optik yol katetmesi gerekir. Bunu sağlamanın yolu da dalgayı malzeme içerisine hapsederek sınırlarda yansıma yapmasını sağlamaktır. Bu durum da bahsettiğimiz üzere sonsuz yansıma ve iletim genlikleri ile sağlanmış olur. Daha etkili lazer üretebilmek için kullanılan optik yolun artırılması prensibini en iyi ortaya koyan konfigürasyonlardan birisi de fısıldayan geçit kiplerinin oluşumuna sebep olan dairesel bir konfigürasyondur[26–28]. Bu ise silindirik veya küresel bir konfigürasyonla mümkündür. Tezimizde kullandığımız topolojik yarımetallerde

bu şekilde konfigürasyonlar üretmek biraz zor ve üzerinde dikkatle düşünülmesi gereken önemli bir problemdir.

Ele aldığımız yarımetalde spektral tekillikler ise yukarıda (2.2) ifadesinde verilen transfer matrisinin $M_{22} = 0$ koşulu ile elde edilirler. Bununla ilgili detaylı analizler tezimizde ayrıntılı olarak ele alınacaktır.

2.3. TOPOLOJİK WEYL YARİMETALLERİ

Yoğun Madde Fiziği, son on yıldır heyecan verici gelişmelerle dikkat çekmektedir. Malzemelerin topolojik olarak elektronik yapıya sahip olabileceği fikrinin deneyle desteklenmesi ile topolojik materyaller (topolojik yalıtkanlar-metal-yarımetaller), yeni kuantum malzemeler olarak keşfedildi. Bu kuantum malzemelerden biri de yapısında quasi-parçacık olarak Weyl Fermiyonlarını barındıran Weyl Yarımetalleridir. Topolojik weyl yarımetal, külçe-sinde(bulk) iletim bantlarının etrafında lineer olarak dağıldığı Weyl düğümü adı verilen bir çift düğüm barındırır. Malzeme yüzeyinde bu iki düğümü birbirine bağlayan; Fermi yayı denilen açık fermi yüzeyi bulunur. Malzemeyi diğer yarımetallerden ayıran, alışıla gelmeyen Weyl düğümleri ve Fermi yaylarının varlığı, malzemenin topolojik doğasına neden ol-



Şekil 2.1: Weyl düğümlerini ve Fermi yaylarını içeren Weyl Yarımetalinin şematik gösterimleri.

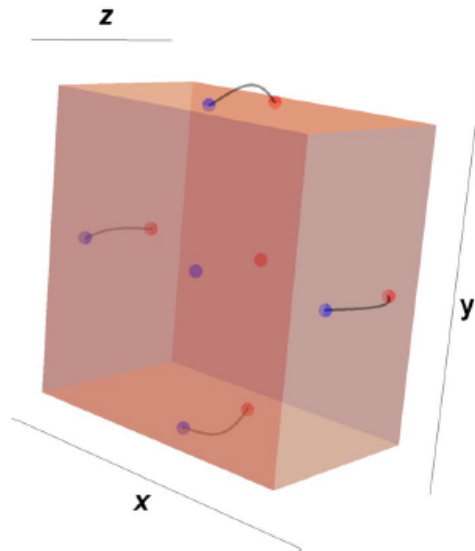
maktadır. Maddenin yeni topolojik fazı olarak keşfedilen bu malzemeler, alışılmadık fiziksel olaylara neden olmakta ve bu alanda teorik ilerlemelere ilham vermektedirler.

1928’de Dirac, serbest elektronları açıklamak için kendi denklemini öne sürdüğünde, denkleminin çözümü bir yüke ve kütleyle sahip, $1/2$ spinli Dirac fermiyonunu başarılı bir şekilde veriyordu. Hemen ertesi yıl Hermann Weyl, Dirac’ın dört bileşenli spinöre sahip denkleminin kütesiz haliyle iki bileşenli spinöre sahip bir denkleme indirgenebileceğini gösterdi. Weyl denklemi denen bu denklemin çözümü, yükü olan ancak kütesiz Weyl Fermiyonunu yeni bir parçacık türü olarak veriyordu. Böylece Weyl, 1929’da ilk kez Weyl fermiyonunu teorik olarak öngörmüş oldu. Yarım asırdan fazla bir süre sonra, 2015’te Z.Hasan ve takım arkadaşları ilk kez Weyl Fermiyonlarını doğrudan gözlemledi. Grup, TaAs kristalinde hem Weyl Fermiyonlarını hem de yüzeyindeki Fermi yayını doğrudan gözlemledi. Böylelikle ilk kez bir Topolojik Weyl Yarımetali de deneysel olarak keşfedildi.

3. MALZEME VE YÖNTEM

3.1. TE-MOD ÇÖZÜMÜ VE TRANSFER MATRİSİ

Şekil 3.1’de gösterildiği gibi; optik olarak aktif, lineer, homojen ve TWS levhasının kazanç(gain) ortamında karşılıklı Weyl düğümleri z -ekseni boyunca konumlansın. Levha, L kalınlığına ve $0 < z < L$ bölgesinde, yani levhanın kenar yüzeyleri arasındaki bölgede malzemenin karmaşık kırılma indisi n olacak şekilde tasarlanmıştır. TWS optik levha sisteminin elektromanyetik dalgalarla etkileşimini anlamak için malzemenin özelliklerinin hem topolojik hem de magneto-elektriksel optik etkileri açısından analizlerinin çok iyi yapılması gerekir. Topolojik özellikler, levha yüzlerindeki Fermi yaylarının konumlarını belirleyen Weyl düğümlerinin hizalanmasına bağlı olarak önem taşır. Bu çalışmadaki konfigürasyonda, Şekil 3.1’de gösterildiği gibi, karşılıklı Weyl düğümlerinin z -ekseni üzerinde konumlanmasına bağlı olarak yan (z -eksenine dik olan yüzeyler hariç), taban ve tavan yüzeylerinde fermi yayları belirir. Bu optik kurulum ışığında, Maxwell denklemleri şu şekilde topolojik terimler içermektedir:



Şekil 3.1: Şekil, Berry eğriliğinin source (kaynak, yeşil nokta) ve sink (çukur, pembe nokta) olan Brillouin bölgesinde z -ekseni boyunca Weyl düğümlerinin konumlarını şematik olarak göstermektedir. Fermi yayları, ilgili yüzeyde Weyl düğümlerine karşılık gelecek şekilde oluşur.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\mathcal{D}} = \rho(z) + \beta \vec{b} \cdot \vec{\mathcal{B}}, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{\mathcal{B}} = 0, \quad (3.1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\mathcal{H}} - \partial_t \vec{\mathcal{D}} = \vec{\mathcal{J}}(z) - \beta \vec{b} \times \vec{\mathcal{E}}, \quad \partial_t \vec{\mathcal{B}} + \vec{\nabla} \times \vec{\mathcal{E}} = 0. \quad (3.2)$$

Burada $\beta := 2\alpha/\pi Z_0$ bir sabit, $\alpha := e^2/2\varepsilon_0 \hbar c$ ince yapı sabiti olup; $Z_0 := \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ vakum direncidir. e elektronun yükü, $c := 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ ışığın boşluktaki hızıdır. $\vec{b} = b\hat{e}_z$ vektörü, z -yönündeki $0 < z < L$ bölgesinde hizalanan iki Weyl düğümü arasındaki mesafeyi temsil eder ve açıkça şöyle ifade ederiz: $\vec{b}(z) = b(z)\hat{e}_z$, ve $b(z) = bu(z)u(L-z)$, burada $u(z)$ adım fonksiyonudur ve şu şekilde tanımlanır:

$$u(z) := \begin{cases} z < 0 & \text{iken} & 0 \\ z > 0 & \text{iken} & 1 \end{cases}$$

$\vec{\mathcal{E}}$ ve $\vec{\mathcal{B}}$ sırasıyla elektrik ve manyetik alanları temsil ederler ve aşağıdaki ilişkiler aracılığıyla, $\vec{\mathcal{D}}$ ve $\vec{\mathcal{H}}$ alanları ile ifade edilirler.

$$\vec{\mathcal{D}} := \tilde{\varepsilon} \vec{\mathcal{E}},$$

$$\vec{\mathcal{B}} := \tilde{\mu} \vec{\mathcal{H}},$$

Burada $\tilde{\varepsilon}$ ve $\tilde{\mu}$ elektromanyetik dalgaın yayıldığı ortamın sırasıyla permitivitesi (Elektrik alan geçirgenliği) ve permabilitesi (Manyetik alan geçirgenliği)'dir. Bunlar da sırasıyla vakum permitivite ve vakum permabilitesine bağlı olarak $\tilde{\varepsilon} := \varepsilon_0 \varepsilon$ ve $\tilde{\mu} := \mu_0 \mu$ şeklinde ifade edilir. Vakum geçirgenliklerin tanımları da:

$$\varepsilon(z) := \begin{cases} \varepsilon_b + \frac{i\sigma_{yy}}{\varepsilon_0 \omega} & z \in [0, L] \text{ durumunda,} \\ 1 & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (3.3)$$

$$\mu(z) := \begin{cases} 1 + \chi_m & z \in [0, L] \text{ durumunda,} \\ 1 & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (3.4)$$

ε_b bağlı yük katkısı, χ_m ise manyetik özellikler sergilemesi koşuluyla TWS'nin manyetik duyarlılığıdır. Biz çalışmamızda TWS levhasının sahip olduğu manyetizmanın ihmal edileceğimiz kadar zayıf olduğunu varsayıyoruz. (3.3) ve (3.4)'deki tanımlarımıza bağlı olarak

levha içindeki kırılma indisini $n^2 := \varepsilon\mu$ eşitliği ile ifade ediyoruz. TWS'nin karmaşık değere sahip kırılma indisine karşılık gelen n , aşağıdaki gibi gerçekte ve sanal kısımları şeklinde tanımlanır:

$$n := \eta + i\kappa \quad (3.5)$$

Optik kurulumumuzdaki serbest yüklerin ve akımların yalnızca TWS levhasının elektromanyetik dalgayla etkileşime girdiği ve fermi yayının bulunmadığı yüzeyde olduğunu gözlemliyoruz. Bunun nedeni, TWS'nin yüzeylerde iyi iletkenlik oluştururken, TWS ortamı içinde çok az iletkenlik gösteren topolojik karakterindedir. Bu nedenle yüzey yük yoğunluğu $\rho^s(z)$ ve iletkenliği $\sigma^s(z)$ şu şekilde belirtilebilir:

$$\begin{aligned} \rho^s(z) &:= \rho^{(1)}\delta(z) + \rho^{(2)}\delta(z-L), \\ \sigma^s(z) &:= \sigma^{(1)}\delta(z) + \sigma^{(2)}\delta(z-L), \end{aligned}$$

$j=1,2$ olmak üzere j 'inci tabakadaki serbest yük ve iletkenlik, sırasıyla $\rho^{(j)}$ ve $\sigma^{(j)}$ 'dir. $\rho^s(z)$ ve $\sigma^s(z)$ ifadeleri, elektrik akım yoğunluğu $\vec{J}^s := \sigma^s(z)\vec{\mathcal{E}}$ şeklinde verilen süreklilik denklemi ile birbirleriyle ilişkilendirilir.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}^s + \partial_t \rho^s(z) = 0 \quad (3.6)$$

Yüzey iletkenliği σ^s , tensörel bir ifadeye sahiptir bu nedenle yüzey akımını $\vec{J}^s$ olarak gösterebiliriz. Bizim durumumuzda,

$$\sigma_{yy}^s = \frac{e^2 k_c}{3\pi \hbar \hat{\omega}_c} \left\{ 1 - i \left[\hat{\omega}_c^2 + \ln |1 - \hat{\omega}_c^2| \right] \right\} \quad (3.7)$$

$$\sigma_{yx}^s = \frac{e^2 b}{\pi \hbar} + \frac{\alpha c}{3\pi v_F} \ln |1 - \hat{\omega}_c^2| \quad (3.8)$$

Burada $\hat{\omega}_c := 2\omega_c/\omega$, $\omega_c := v_F k_c$, v_F fermi hızı, k_c maksimum momentum ve $k \leq k_c$ 'dir. (3.7) ve (3.8) çıkarımlarının ayrıntıları için eke bakınız. Burada σ_{yx}^s iletkenliği, TWS'nin içindeki ve dışındaki Kerr ve Faraday dönmelerinden sorumludur. Bir TWS'in boylamasına ve enlemesine oluşan iletkenlikleri olan σ_{yy} ve σ_{yx} 'ı hesaplamak için, [39, 40] kaynaklarında verilen yaklaşımı benimsiyoruz. Buna göre $+\vec{b}$ ve $-\vec{b}$ noktalarında bulunan iki düğüm durumunu düşünelim. Burada $\vec{b} = b\hat{e}_z$ 'dir. Weyl düğümleri etrafındaki doğrusal Hamiltonyen

şu şekilde verilir:

$$H(\vec{k}) = \pm v_F \vec{\sigma} \cdot (\vec{k} \pm \vec{b}).$$

burada v_F Fermi hızıdır ve $\vec{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ 'de Pauli matrislerinin bilinen bileşenleridir. Böylece, $\sigma_{\alpha\beta}$ iletkenliği Kubo formülünden şu şekilde hesaplanabilir.

$$\sigma_{\alpha\beta}(\omega) = \frac{i}{\omega} \lim_{q \rightarrow 0} \Pi_{\alpha\beta}(q, \omega)$$

Diamanyetik terim yokken $\Pi_{\alpha\beta}(q, \omega)$ polarizasyon fonksiyonu akım-akım ilinti(korelasyon) fonksiyonu ile verilir.

$$\Pi_{\alpha\beta}(q, i\omega_n) = \frac{-1}{\mathcal{V}} \int_0^\beta d\tau e^{i\omega_n \tau} \langle T_\tau \hat{\mathcal{J}}_\alpha(q, \tau) | \hat{\mathcal{J}}_\beta(-q, 0) \rangle.$$

burada $\mathcal{V}$ sistemin hacmi ve $\hat{\mathcal{J}}$ akım yoğunluk operatörüdür ve şu şekilde verilir:

$$\hat{\mathcal{J}} = -\frac{\delta H}{\delta \vec{A}} = \pm e v_F \vec{\sigma}.$$

$i\omega_n \rightarrow \omega + i0^+$ analitik sürekliliği gerçekleştirdiğimiz zaman, sistemin reel frekans davranışı kolaylıkla elde edilebilir. Böylece, her bir mod için şunu elde ederiz.

$$\Pi_{\alpha\beta}(\omega) = \frac{e^2 v_F^2}{\mathcal{V}} \sum_{i, i', \vec{k}} \frac{f(\varepsilon_{i'}(\vec{k})) - f(\varepsilon_i(\vec{k}))}{\omega + \varepsilon_{i'}(\vec{k}) - \varepsilon_i(\vec{k}) + i0^+} \langle \vec{k}i | \sigma_\alpha | \vec{k}i' \rangle \langle \vec{k}i' | \sigma_\beta | \vec{k}i \rangle$$

burada $f(x) = 1 / (1 + e^{\beta x})$ Fermi fonksiyonudur. $H(\vec{k}) | \vec{k}i \rangle = \varepsilon_i(\vec{k}) | \vec{k}i \rangle$ ifadesi, $i = 1, 2$ için kuazi-parçacık enerjilerini ve öz durumlarını verir. Bu durumda, Fermi enerjileri düğümlerle aynı doğrultuda olduğu zaman, boyuna ve enine polarizasyonları $\Pi_{\alpha\beta}(\omega)$ bulunabilir. Böylece, düşük frekans limitinde her iki düğümden kaynaklanan boyuna ve enine iletkenlikler, (3.7) and (3.8) ifadelerindeki gibi bulunurlar.

Elimizde geometrik tasarımıımızdaki gibi, yüzeye eğik açıyla gelen zamanda harmonik, TE mod çözümüne sahip elektromanyetik bir dalga olsun, bkz. Şekil1.1. (Time harmonik elektrik alan: $\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) := \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t}$ şeklinde olup, benzer şekilde diğer $\vec{B}(\vec{r}, t)$, $\vec{D}(\vec{r}, t)$ ve $\vec{H}(\vec{r}, t)$ alanları için de tanımlanır.). z -yönünde konulmuş bir Weyl yarımetaline $\hat{y}$ -yönünde polarize

olmuş bir TE modundaki elektromanyetik dalgayı şu şekilde gönderebiliriz:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \mathcal{E}(z)e^{ik_x x}\hat{e}_y, \quad (3.9)$$

Bu notasyonda $\hat{e}_j$, $j = x, y$ ve z olmak üzere j -ekseni boyunca birim vektörü temsil eder ve $\hat{k}_j$, j -yönündeki $\vec{k}$ dalgavektörü bileşenini simgeler. Burada $\vec{k}$:

$$\vec{k} = k_x \hat{e}_x + k_z \hat{e}_z$$

şeklinde olup $k_x = k \sin \theta$, $k_z = k \cos \theta$ ve $\theta \in [-90^\circ, 90^\circ]$ gelen dalganın yüzey normali ile yapmış olduğu açıdır. Yayılan dalganın polarizasyon yönünün, TWS arayüzünde yansırken ve kırılırken değişeceğini görüyoruz. Yansıyan dalgalar Kerr rotasyonuna neden olurken; kırılan dalgalar levha içinde Faraday rotasyonuna neden olur, bkz. Şekil 1.1.

(3.1) ve (3.2) eşitliklerindeki Maxwell denklemleri, aşağıdaki gibi TE mod durumu için 3 boyutlu Helmholtz denklemini verecek şekilde değiştirilebilir ve bu denklemden manyetik alan $\vec{H}$ 'da aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\left[\nabla^2 + k^2 \varepsilon(z) \mu(z) \right] \vec{E} - i\beta k Z_0 \vec{b} \times \vec{E} = 0, \quad (3.10)$$

$$\vec{H} = -\frac{i}{k Z_0 \mu(z)} \vec{\nabla} \times \vec{E}, \quad (3.11)$$

TE mod çözümü ¹ (3.10) ifadesindeki Kerr ve Faraday rotasyonları açısından tek boyutlu Helmholtz denklemleri aracılığıyla aşağıdaki şekilde yazılabilir

$$\mathcal{E}_x'' + k_z^2 \mathfrak{z}(z) \mathcal{E}_x + i\beta k Z_0 b \mathcal{E}_y = 0 \quad (3.12)$$

$$\mathcal{E}_y'' + k_z^2 \mathfrak{z}(z) \mathcal{E}_y - i\beta k Z_0 b \mathcal{E}_x = 0 \quad (3.13)$$

Burada üste konulan prime simgesi, z 'ye göre türevi ifade eder ve parçalı sabit fonksiyon

¹ Kerr ve Faraday açılarıyla döndürülmüş optik sistemin TE mod çözümünü $\vec{E} = E_x \hat{e}_x + E_y \hat{e}_y$ ile elde ediyoruz, burada $E_x(\vec{r}) = \mathcal{E}_x(z)e^{ik_x x}$ ve $E_y(\vec{r}) = \mathcal{E}_y(z)e^{ik_x x}$ dır.

$\mathfrak{z}(z)$ de şu şekilde tanımlanır:

$$\mathfrak{z}(z) := \begin{cases} \tilde{n}^2 & z \in [0, L] \text{ TWS ortamında,} \\ 1 & \text{vakumda} \end{cases}$$

$$\tilde{n} := \sec \theta \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}$$

Daha sonra, ileride karşılaşacağımız ifadeleri daha kompak hale getirmek ve daha rahat anlayabilmek için aşağıdaki ölçeklenmiş değişkenleri tanımlıyoruz:

$$\mathbf{x} := \frac{x}{L}, \quad \mathbf{z} := \frac{z}{L}, \quad \mathfrak{K} := Lk_z = kL \cos \theta. \quad (3.14)$$

(3.12) ve (3.13) denklemlerine ait çözümlere aşağıdaki gibi birbirinden ayrı modlara böldüğümüz zaman ulaşırız.

$$\psi_{\pm}(\mathbf{z}) := \mathcal{E}_x(L\mathbf{z}) \pm i\mathcal{E}_y(L\mathbf{z})$$

Burada $\psi_{\pm}$, Schrödinger denkleminin artı ve eksi modlardaki çözümleridir. Potansiyel terimi $v_{\pm}(\mathbf{z}) = \mathfrak{K}^2 \mathfrak{z}_{\pm}(\mathbf{z})$ şeklinde verilirse artı ve eksi modlardaki Schrödinger denklemleri şu şekilde yazılabilir:

$$-\psi_{\pm}'' + v_{\pm}(\mathbf{z})\psi_{\pm} = \mathfrak{K}^2 \psi_{\pm} \quad (3.15)$$

Burada $\mathfrak{z}_{\pm}(\mathbf{z})$ tanımlamaları aşağıdaki gibidir:

$$\mathfrak{z}_{\pm}(\mathbf{z}) := \mathfrak{z}(\mathbf{z}) \pm \frac{2\alpha L b(\mathbf{z})}{\pi \mathfrak{K} \cos \theta} c \quad (3.16)$$

TWS levhasındaki efektif kırılma indisleri $\tilde{n}_{\pm} = \sqrt{\tilde{n}^2 \pm 2\alpha b L / \pi \mathfrak{K} \cos \theta}$, (3.16)'daki bağlı olmayan modların varlığından dolayı çift-kırınım etkisine yol açar. (3.11), (3.15) ve (3.16) ifadeleri göz önüne alındığında, TWS levhasının farklı bölgelerindeki $\vec{E}$ ve $\vec{H}$ alan bileşenleri Tablo 3.1'deki gibi bulunur. Burada, farklı bölgelere ait $\mathcal{F}_{\pm}$ ve $\mathcal{G}_{\pm}$ nicelikleri aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır:

$\vec{E}$ Alan Bileşenleri	$\vec{H}$ Alan Bileşenleri
$E_x = \frac{(\mathcal{F}_+ + \mathcal{G}_+)}{2} e^{i\mathcal{K}x \tan \theta}$	$H_x = \frac{i \cos \theta}{2Z_0} \left[\sqrt{\mathfrak{z}_+} \mathcal{F}_- - \sqrt{\mathfrak{z}_-} \mathcal{G}_- \right] e^{i\mathcal{K}x \tan \theta}$
$E_y = \frac{-i(\mathcal{F}_+ - \mathcal{G}_+)}{2} e^{i\mathcal{K}x \tan \theta}$	$H_y = \frac{\cos \theta}{2Z_0 \mu} \left[\sqrt{\mathfrak{z}_+} \mathcal{F}_- + \sqrt{\mathfrak{z}_-} \mathcal{G}_- \right] e^{i\mathcal{K}x \tan \theta}$
$E_z = 0$	$H_z = -\frac{i \sin \theta}{2Z_0} [\mathcal{F}_+ - \mathcal{G}_+] e^{i\mathcal{K}x \tan \theta}$

Tablo 3.1: TWS levhasının içinde ve dışında bulunan $\vec{E}$ ve $\vec{H}$ alanlarının bileşenleri.

$$\mathcal{F}_{\pm} := \begin{cases} A_1^{(-)} e^{i\mathcal{K}z} \pm C_1^{(-)} e^{-i\mathcal{K}z}, & z < 0 \text{ ise,} \\ B_1^{(+)} e^{i\mathcal{K}z} \pm B_2^{(+)} e^{-i\mathcal{K}z}, & 0 < z < 1 \text{ ise,} \\ A_1^{(+)} e^{i\mathcal{K}z} \pm C_1^{(+)} e^{-i\mathcal{K}z}, & z > 1 \text{ ise.} \end{cases}$$

$$\mathcal{G}_{\pm} := \begin{cases} A_2^{(-)} e^{i\mathcal{K}z} \pm C_2^{(-)} e^{-i\mathcal{K}z}, & z < 0 \text{ ise,} \\ B_1^{(-)} e^{i\mathcal{K}z} \pm B_2^{(-)} e^{-i\mathcal{K}z}, & 0 < z < 1 \text{ ise,} \\ A_2^{(+)} e^{i\mathcal{K}z} \pm C_2^{(+)} e^{-i\mathcal{K}z}, & z > 1 \text{ ise.} \end{cases}$$

Burada $\mathcal{K}_j$ niceliğinin tanımı:

$$\mathcal{K}_j := \mathcal{K} \tilde{n}_j. \quad (3.17)$$

Kompleks bileşenler, $A_j^{(\pm)}$, $B_j^{(\pm)}$ ve $C_j^{(\pm)}$ $\mathcal{K}$ 'ya bağlı olup, sınır koşulları vasıtasıyla birbirleriyle ilişkilidir. Optik sistem konfigürasyonumuzdaki uygun sınır koşulları; $\vec{E}$ alanlarının teğetsel bileşenlerinin ve $\vec{B}$ alanlarının normal bileşenlerinin arayüzler boyunca sürekli olması, $\vec{H}$ alanlarının teğet bileşenlerinin ise yüzey akım yoğunluğu $\vec{\mathcal{J}}$ 'ye eşit miktarda süreksiz olması gerçeğiyle açıklanır. Yüzey akım yoğunluğu $\vec{\mathcal{J}}$ söz konusu yüzeylerdeki iletkenliklerle ifade edilir. TWS malzemesine ait sınır koşullarını tam olarak elde edebilmek için, uzayımızı iki bölgeye ayıran bir $\mathcal{S}$ yüzeyini düşünelim. Bu yüzeye ait sınır koşullarını aşağıdaki ifadelerle belirtebiliriz:

- 1) Arayüzeyde $\vec{E}$ elektrik alanının teğetsel bileşeni sürekli: $\hat{n} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0$
- 2) $\vec{B}$ manyetik alanının normal bileşeni sürekli: $\hat{n} \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0$
- 3) $\vec{D}$ elektriksel akı yoğunluğu vektörünün normal bileşeni, yüzey yük yoğunluğuna eşit miktarda bir "süreksizlik" oluşturur: $\hat{n} \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \rho^s$

4) $\vec{H}$ alanının teğetsel bileşeni, yüzey akım yoğunluğuna eşit miktarda bir "süreksizlik" oluşturur: $\hat{n} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{J}^s$

Burada verilen eşitliklerdeki $\hat{n}$, '2' bölgesinden '1' bölgesine doğru yönelmiş olan, $\mathcal{S}$ yüzeyine ait birim normal vektörü temsil eder.

Optik konfigürasyonumuzda, elektrik alanının normal bileşeni bulunmadığından, 3. koşulu ihmal ederiz. Böylece sınır koşullarını aşağıda verilen Tablo 3.2'deki gibi elde ederiz:

$z = 0$	$\sum_{j=1}^2 [A_j^{(-)} + C_j^{(-)}] = \sum_{j=-}^+ [B_1^{(j)} + B_2^{(j)}],$
	$\sum_{j=1}^2 g_j [A_j^{(-)} + C_j^{(-)}] = \sum_{j=-}^+ j [B_1^{(j)} + B_2^{(j)}],$
	$\mu \sum_{j=1}^2 [(g_j + 2h_j) A_j^{(-)} - (g_j - 2h_j) C_j^{(-)}] = \sum_{j=-}^+ j \tilde{n}_j [B_1^{(j)} - B_2^{(j)}],$
	$\mu \sum_{j=1}^2 [A_j^{(-)} - C_j^{(-)}] = \sum_{j=-}^+ \tilde{n}_j [B_1^{(j)} - B_2^{(j)}].$
$z = 1$	$\sum_{j=1}^2 [A_j^{(+)} e^{i\mathfrak{K}} + C_j^{(+)} e^{-i\mathfrak{K}}] = \sum_{j=-}^+ [B_1^{(j)} e^{i\mathfrak{K}_j} + B_2^{(j)} e^{-i\mathfrak{K}_j}],$
	$\sum_{j=1}^2 g_j [A_j^{(+)} e^{i\mathfrak{K}} + C_j^{(+)} e^{-i\mathfrak{K}}] = \sum_{j=-}^+ j [B_1^{(j)} e^{i\mathfrak{K}_j} + B_2^{(j)} e^{-i\mathfrak{K}_j}],$
	$\mu \sum_{j=1}^2 [(g_j + 2h_j) A_j^{(+)} e^{i\mathfrak{K}} - (g_j - 2h_j) C_j^{(+)} e^{-i\mathfrak{K}}] = \sum_{j=-}^+ j \tilde{n}_j [B_1^{(j)} e^{i\mathfrak{K}_j} - B_2^{(j)} e^{-i\mathfrak{K}_j}],$
	$\mu \sum_{j=1}^2 [A_j^{(+)} e^{i\mathfrak{K}} - C_j^{(+)} e^{-i\mathfrak{K}}] = \sum_{j=-}^+ \tilde{n}_j [B_1^{(j)} e^{i\mathfrak{K}_j} - B_2^{(j)} e^{-i\mathfrak{K}_j}].$

Tablo 3.2: Tablo, TWS konfigürasyonumuza uygun TE-modtaki dalgalar için sınır koşullarını vermektedir. Burada $\tilde{n}_{\pm}$ 'ler efektif kırılma indisleridir.

Bu tablodaki $\mathfrak{K}$ ve $\mathfrak{K}_j$ değişkenleri daha önce tanımlanmıştı. ifadelerini kullanıyoruz. g_j ve h_j fonksiyonları da aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$g_j := \begin{cases} + & j = 1 \text{ durumunda,} \\ - & j = 2 \text{ durumunda,} \end{cases} \quad h_j := \begin{cases} \sigma_+ & j = 1 \text{ durumunda,} \\ -\sigma_- & j = 2 \text{ durumunda,} \end{cases} \quad (3.18)$$

ve burada $\sigma_{\pm}$, Denklem 3.21 ile tanımlanan ifadedir.

Böylece transfer matrisi, sınır koşullarından aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}^{(+)} \\ \mathbf{C}^{(+)} \end{pmatrix} = \mathbb{M}(\mathfrak{K}) \begin{pmatrix} \mathbf{A}^{(-)} \\ \mathbf{C}^{(-)} \end{pmatrix},$$

$\mathbf{A}^{(\pm)}$ ve $\mathbf{C}^{(\pm)}$, TWS levhasına dışarıdan sağ ve sol taraflardan gelen dalgaların katsayılarının sütun matrislerini temsil eder:

$$\mathbf{A}^{(\pm)} = \begin{pmatrix} A_1^{(\pm)} \\ A_2^{(\pm)} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C}^{(\pm)} = \begin{pmatrix} C_1^{(\pm)} \\ C_2^{(\pm)} \end{pmatrix},$$

ve $\mathbb{M}(\mathfrak{K})$ de 4×4 transfer matrisi [49] olup, şu şekilde ifade edilir:

$$\mathbb{M}(\mathfrak{K}) = \begin{pmatrix} \mathbf{T}^l - \mathbf{R}^l \mathbf{R}^r \mathbf{T}^{-r} & \mathbf{R}^r \mathbf{T}^{-r} \\ -\mathbf{R}^l \mathbf{T}^{-r} & \mathbf{T}^{-r} \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

Helmholtz karşılıklılık prensibini uyguladığımızda $\mathbf{T}^l = \mathbf{T}^r = \mathbf{T}$ olduğunu anlıyoruz. (3.19) ifadesindeki transfer matrisi yansıma ve iletim genlikleri hakkında önemli bilgiler içerdiğinden, TWS optik konfigürasyonunun lazer özellikleriyle ilgili tüm bilgilerin çıkarılmasına yol açar. Lazerleme eşik koşulu böylece, reel $\mathfrak{K}$ değerleri için, $\mathbb{M}_{22} = 0$ şartı ile sağlanan spektral tekillik ifadesi ile verilir. Bu nedenle, iletim ve sağ / sol yansıma genlikleri, spektral tekillik noktalarında ıraksar. Bizim TWS konfigürasyonumuzda, $\mathbb{M}_{22}$ aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\mathbb{M}_{22} = \mathbf{T}^{-1} = - \begin{pmatrix} \zeta_-(\nu_+; \nu_-) & \gamma_-(\nu_+; \nu_-) \\ \gamma_-(\nu_-; \nu_+) & \zeta_-(\nu_-; \nu_+) \end{pmatrix} e^{i\mathfrak{K}}, \quad (3.20)$$

Burada $\nu_j := (\sigma_j, \tilde{n}_j)$, ve $\zeta_j, \gamma_j : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ sürekli fonksiyonlar olup açılımları:

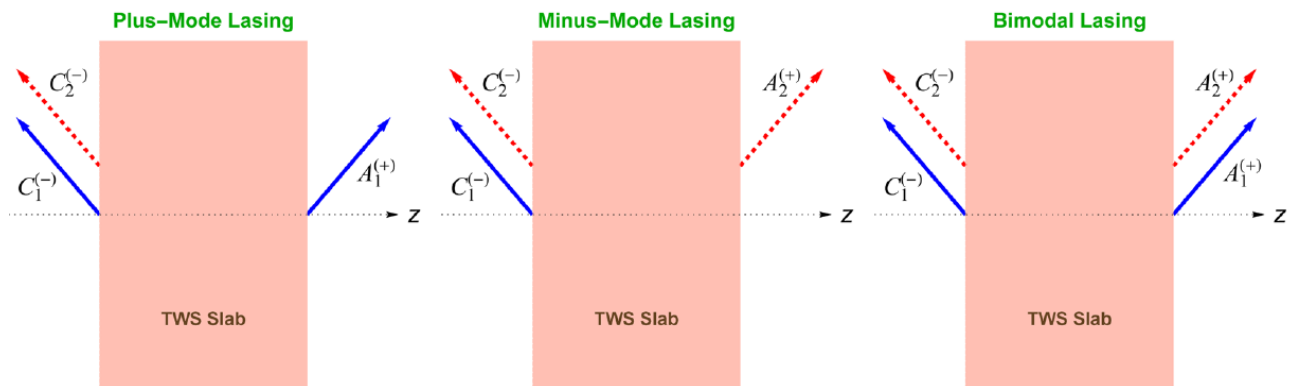
$$\begin{aligned}\zeta_j(\nu_+; \nu_-) &:= \frac{1}{2} \left\{ (\sigma_+ - \sigma_- + 2j) \cos \mathfrak{K}_+ - \frac{i\mu\sigma_+^2}{\tilde{n}_-} \sin \mathfrak{K}_- \right. \\ &\quad \left. + \frac{i[\tilde{n}_+^2 - \mu^2(\sigma_+ + j)(\sigma_- - j)]}{\mu\tilde{n}_+} \sin \mathfrak{K}_+ \right\}, \\ \gamma_j(\nu_+; \nu_-) &:= \frac{1}{2} \left\{ \sigma_+ \cos \mathfrak{K}_- + \frac{i\mu\sigma_+(\sigma_- - 1)}{\tilde{n}_-} \sin \mathfrak{K}_- \right. \\ &\quad \left. - \sigma_- \cos \mathfrak{K}_+ + \frac{i\mu\sigma_-(\sigma_- - j)}{\tilde{n}_+} \sin \mathfrak{K}_+ \right\},\end{aligned}$$

ve σ_j ifadesi kısaca şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$\sigma_j := \frac{\mu_0 \omega L}{2\mathfrak{K}} (\sigma_{yy} + ij\sigma_{yx}) = \frac{Z_0}{2\cos\theta} (\sigma_{yy} + ij\sigma_{yx}). \quad (3.21)$$

Burada $j = +$ ya da $-$ olduğunu ima eder. Böylelikle TWS'nin lazer eşik koşulu, $\mathbb{M}_{22}$ 'nin (3.20) ifadesinde verilen matris bileşenlerinin sıfıra yakınsıyacak şekilde, $\mathfrak{K}$ 'nin bulunan reel değerlerine karşılık gelen spektral tekillikler aracılığıyla elde edilir. Bu gerçeğin ışığında, artı / eksi mod kırılma indislerine karşılık gelen artı (" + ") ve eksi (" - ") modlarının her biri, farklı lazer koşullarının oluşmasına yol açar. Bu iki modlu lazerleme, Kerr ve Faraday dönmeleri sayesinde görülen TWS konfigürasyonlarında ortaya çıkan çözümlerden kaynaklanmaktadır. Böylelikle, artı / eksi mod lazerlemesi şu koşullarla verilir:

$$\zeta_-(\nu_{\pm}; \nu_{\mp}) = \gamma_-(\nu_{\pm}; \nu_{\mp}) = 0. \quad (3.22)$$



Şekil 3.2: Tek ve çift modta lazerlemenin şematik gösterimi. Mavi oklar $\tilde{n}_+$ nedeniyle oluşan artı-mod lazerlemeye ve kırmızı, çizgili oklar da $\tilde{n}_-$ nedeniyle oluşan eksi-mod lazerlemeye karşılık gelir.

Tamamen dışarıya çıkan dalgalar oluşturmak için; artı-modlu lazerde $A_1^{(-)} = A_2^{(-)} = C_1^{(+)} = 0$ ve eksi-modlu lazerde de $A_1^{(-)} = A_2^{(-)} = C_2^{(+)} = 0$ koşulunun sağlanmış olması gerekir. (3.22) ifadesindeki dört koşulun tümü uygulandığında ise çift modlu bir lazer elde edilir. Artı-mod lazerlemesiyle, etkili kırılma indisi $\tilde{n}_+$ nedeniyle levhanın her iki tarafında ve $\tilde{n}_-$ nedeniyle sol taraftan bir lazerleme oluşur. Benzer şekilde, eksi modlu lazerleme, $\tilde{n}_-$ çift yönlü bir lazerlemeye ve $\tilde{n}_+$ 'dan dolayı sol yandan lazerlemeye yol açar. Bu, TWS lazer levhasının ayırt edici özelliğini ortaya çıkarır. Şekil 3.2, artı ve eksi modların bu lazerleme davranışlarını açıkça göstermektedir.

3.2. ARTI VE EKSI-MODLARDA LAZERLEME KOŞULLARI VE İLGİLİ PARAMETRELER

(3.22) denklemi ile tanımlanan TWS levhasının tek veya çift modlu lazerleme davranışı, optik sistemdeki gerekli parametreleri elde etmek için gereken koşulları bulmak için daha fazla analiz edilebilir. (3.22) 'deki iki denklemin eşzamanlı olarak hesaplanması, her bir mod için aşağıdaki ifadeyi ortaya çıkarır.

$$e^{2i\mathcal{R}_j} = -\mathcal{U}_j + \sqrt{\mathcal{U}_j^2 + 1} \quad (3.23)$$

Aşağıdaki tanımların ışığında;

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_j &:= \frac{\mathcal{X}_j \mathcal{Z}_j - \mathcal{Y}_j \sqrt{\mathcal{X}_j^2 - \mathcal{Y}_j^2 + \mathcal{Z}_j^2}}{\mathcal{Y}_j^2 - \mathcal{Z}_j^2} \\ \mathcal{X}_j &:= \frac{1}{2} \left\{ \mathcal{A}_{2j}^2 - \mathcal{A}_{1j}^2 + \sigma_j^2 [\mathcal{A}_{3j}^2 - \mathcal{A}_{4j}^2 - \mathcal{A}_{5j}^2] \right\} \\ \mathcal{Y}_j &:= \frac{1}{2} \left\{ \mathcal{A}_{2j}^2 + \mathcal{A}_{1j}^2 - \sigma_j^2 [\mathcal{A}_{3j}^2 + \mathcal{A}_{4j}^2] \right\} \\ \mathcal{Z}_j &:= \mathcal{A}_{1j} \mathcal{A}_{2j} + \sigma_j^2 \mathcal{A}_{3j} \mathcal{A}_{4j} \\ \mathcal{A}_{1j} &:= \sigma_j - \sigma_{-j} - 2, \quad \mathcal{A}_{2j} := \frac{\tilde{n}_j^2 - \mu^2 (\sigma_j - 1)(\sigma_{-j} + 1)}{\mu \tilde{n}_j} \\ \mathcal{A}_{3j} &:= \frac{\mu}{\tilde{n}_{-j}} [(\sigma_{-j} - 1)(\sigma_+ - \sigma_- + 1 - 2j) + 1] \\ \mathcal{A}_{4j} &:= \frac{\mu^2 (\sigma_{-j} + 1) [(\sigma_{-j} - 1) \mathfrak{a}_j + 1] - j (\sigma_{-j} - 1) \tilde{n}_j^2}{\tilde{n}_- \tilde{n}_+}, \\ \mathcal{A}_{5j} &:= \frac{\sqrt{2} \mu}{\tilde{n}_{-j}}, \quad \mathfrak{a}_j := 1 + j(\sigma_j - 1), \end{aligned}$$

Burada alt indis $j = +$ and $-$, artı ve eksi modlara karşılık gelir. TWS sistemimizin tek veya çift modlu lazerleme davranışı, (3.23) ifadesi ile kontrol edilir. Her mod için yüzey iletkenliği σ_j , Weyl düğümlerinin ve dolayısıyla Kerr ve Faraday rotasyonlarının varlığından kaynaklanan iki modlu lazerleme davranışının sonucudur. Eğer TWS sistemine özgü koşullar, büyük ölçüde kaldırılır yahut bozulursa, o zaman denklem (3.23)'de elde ettiğimiz tek veya çift modlu lazerleme şartı da yok olur. Denklem (3.23), optik kurulumumuzun sistem parametrelerinin davranışını gösteren karmaşık bir ifadedir. Elde ettiğimiz lazer sistemine ait optimal etkilerin ortaya çıkması için en uygun sistem parametreleri seçilmelidir. Böylelikle, reel ve kompleks kısımlarına bölünerek önemli sonuçlar içeren ilgili fiziksel nicelikler, kapsamlı bir şekilde araştırılabilir. Bu doğrultuda, denklem (3.5)'de tanımlanan TWS levhasının kırılma indisi, aşağıdaki gibi iki bileşenli etkin kırılma indislerine yol açar.

$$\tilde{n}_j \approx \tilde{\eta}_j + i\tilde{\kappa}_j, \quad (3.24)$$

Buradaki reel ve imajiner kısımlardaki iki ifadenin tanımı şu şekildedir:

$$\tilde{\eta}_j := \sec \theta \sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta + \frac{2j\alpha b L \cos \theta}{\pi \mathfrak{K}}}, \quad \tilde{\kappa}_j := \frac{\eta \kappa \sec^2 \theta}{\tilde{\eta}_j}.$$

Denklem (3.24)'deki $\tilde{n}_j$ ifadesinde, κ parametresi TWS dahil birçok materyalin sağladığı koşulu kullanır.

$$|\kappa| \ll \eta - 1 < \eta.$$

Buradan, kazanç katsayısı g 'yi şu şekilde tanımlıyoruz:

$$g := -2k\kappa = -\frac{4\pi\kappa}{\lambda} = -\frac{2\mathfrak{K}\kappa}{L \cos \theta}. \quad (3.25)$$

Böylelikle, denklem 3.23 ile ifade edilen tek veya çift modlu spektral tekillik koşulu, kazanç katsayısı g_j ve etkin dalga sayısı $\mathfrak{K}^j$ için aşağıdaki ifadelere yol açar. Burada (3.17) ifadesindeki gösterimle karışmasını önlemek için j ifadesini kullanıyoruz. $\mathfrak{K}^j$, j moduna karşılık

gelen dalga numarasını ifade eder.

$$g_j = \frac{\tilde{\eta}_j \cos \theta}{2\eta L} \ln |\mathcal{V}_j|, \quad (3.26)$$

$$\mathcal{R}^j = \frac{1}{2\tilde{\eta}_j} \sin^{-1} \left\{ \frac{-\text{Im}[\mathcal{U}_j] + \sqrt{\mathcal{W}_j} \sin\left(\frac{\Phi_j}{2}\right)}{\sqrt{\mathcal{V}_j}} \right\}, \quad (3.27)$$

Bu sonuçlardaki ilgili ifadeleri şöyle tanımlıyoruz:

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_j &:= \mathcal{W}_j + \text{Re}[\mathcal{U}_j]^2 + \text{Im}[\mathcal{U}_j]^2 \\ &\quad \mp 2\sqrt{\mathcal{W}_j} \left[\sin\left(\frac{\Phi_j}{2}\right) \text{Im}[\mathcal{U}_j] + \cos\left(\frac{\Phi_j}{2}\right) \text{Re}[\mathcal{U}_j] \right], \\ \mathcal{W}_j &:= \sqrt{\text{Re}[\mathcal{U}_j]^4 + (\text{Im}[\mathcal{U}_j]^2 - 1)^2 + 2\text{Re}[\mathcal{U}_j]^2 (\text{Im}[\mathcal{U}_j]^2 + 1)}, \\ \Phi_j &:= \tan^{-1} \left\{ \frac{2\text{Re}[\mathcal{U}_j] \text{Im}[\mathcal{U}_j]}{1 + \text{Re}[\mathcal{U}_j]^2 - \text{Im}[\mathcal{U}_j]^2} \right\}, \end{aligned}$$

Re and Im, sırasıyla ilgili niceliğin reel ve sanal kısmına karşılık gelir. Optimal etkilerin ortaya çıkması için, (3.26) ve (3.27) denklemlerindeki kazanç katsayısı g_j ve $\mathcal{R}^j$ aracılığıyla en uygun sistem parametrelerini araştırıyoruz. Bu nedenle, nihai sonucu gözlemlemek için sistem parametrelerinin kapsamlı bir analizi gereklidir. Bu amaçla, fiziksel olarak uygulanabilir kazanç katsayısı g grafikleri aracılığıyla sistem parametrelerinin genel davranışlarını gösteriyoruz. Ancak, (3.26)'daki g_- değeri, $\tilde{\eta}_-$ parametresinin varlığı nedeniyle bazı dalga boyu konfigürasyonları için lazerlemeye izin vermez. g_+ ifadesinde açıkça görülmesine de, aynı kısıtlama g_+ için de geçerlidir. Bu da, Brillouin bölgesindeki Weyl düğümleri arasındaki b mesafesinin, aşağıda verilen şartı sağlaması gerektiğini belirtir:

$$b < \frac{\pi^2(\eta^2 - \sin^2 \theta)}{\alpha \lambda}. \quad (3.28)$$

Konum uzayında bunun karşılığı şu şekildedir:

$$b' > \frac{2\alpha \lambda}{\pi(\eta^2 - \sin^2 \theta)}, \quad (3.29)$$

Eğer (3.29)'deki b' 'yi $b := 2\pi/b'$ şeklinde tanımlarsak, b' 'nin alt sınırı $b'_c := 2\alpha \lambda / \pi(\eta^2 - \sin^2 \theta)$ ile belirlenebilir. Böylece, b' 'in alt sınırının geliş açısı θ 'ya ve dalga boyu λ 'ya bağlı olduğunu anlıyoruz. Ancak θ , λ ile karşılaştırıldığında çok az etkiye sahiptir. Bu nedenle, dalga boyu artırıldığında, hem artı hem de eksi modlarda lazerleme gözlemlemek için kar-

şılık gelen b'_c değeri azaltılır. Elde ettiğimiz grafikler(bulgular kısmına bakınız), manyetik olmayan ($\mu \approx 1$) TaAs TWS levha sisteminin aşağıdaki özelliklerine dayanan hesaplamalarımızın gerekçesini göstermektedir. [34–38]

$$\eta \approx 6, \quad \lambda = 1400 \text{ nm}, \quad L = 1 \text{ cm}, \quad \theta = 30^\circ \quad \text{ve} \quad b' = 0.05. \quad (3.30)$$

3.3. DAĞINIM ETKİSİ

Kırılma indisi n 'de bir dağınım varsa, o zaman n üzerindeki dalga sayısı olan k 'nin etkisini de dikkate almamız gerekir. TWS optik sisteminin kazanç bileşenli aktif kısmının, bir ana ortamın kırılma indisi n_0 katkılanmasıyla oluştuğunu ve kırılma indisinin dağınım ilişkisini şu şekilde sağladığını varsayıyoruz:

$$n^2 = n_0^2 - \frac{\hat{\omega}_p^2}{\hat{\omega}^2 - 1 + i\hat{\gamma}\hat{\omega}}, \quad (3.31)$$

Burada $\hat{\omega} := \omega/\omega_0$, $\hat{\gamma} := \gamma/\omega_0$, $\hat{\omega}_p := \omega_p/\omega_0$, ω_0 rezonans frekansı, γ sönümleme katsayısı ve ω_p plazma frekansdır. $\hat{\omega}_p^2$ terimi; $\lambda_0 := 2\pi c/\omega_0$ rezonans dalga boyundaki n 'nin sanal kısmı κ_0 'nın baskın terimine göre $\hat{\omega}_p^2 = 2n_0\hat{\gamma}\kappa_0$ ifadesi ile tanımlanabilir, burada κ_0 'daki ikinci dereceden ve daha yüksek dereceden terimler göz ardı edilir. [33]. (3.31)'daki denklemi değiştirip, (3.5) ifadesini kullanarak ve κ_0 'daki ikinci dereceden ve daha yüksek mertebeden terimleri ihmal ederek kırılma indisinin gerçek ve sanal kısımlarını son olarak aşağıdaki gibi elde ederiz, [25–29, 33]

$$\eta \approx n_0 + \frac{\kappa_0\hat{\gamma}(1 - \hat{\omega}^2)}{(1 - \hat{\omega}^2)^2 + \hat{\gamma}^2\hat{\omega}^2}, \quad \kappa \approx \frac{\kappa_0\hat{\gamma}^2\hat{\omega}}{(1 - \hat{\omega}^2)^2 + \hat{\gamma}^2\hat{\omega}^2}. \quad (3.32)$$

Burada κ_0 , rezonans dalgaboyu λ_0 'da $\kappa_0 = -\lambda_0 g_0/4\pi$ şeklinde yazılabilir. Bu ilişkiyi (3.32)'de değiştirerek ve (3.5) ve (3.23)'leri kullanarak, tek veya çift modlu TWS lazer için, λ ve g_0 değerlerini belirleyebiliriz. Bizim optik konfigürasyonumuzda, TWS levhasının kırılma indisi, rezonans dalga boyu ve $\hat{\gamma}$ parametrelerine karşılık gelen değerler aşağıdaki gibidir: [34, 36–38]:

$$n_0 = 6, \quad \lambda_0 = 1378 \text{ nm}, \quad \hat{\gamma} = 0.033, \quad \theta = 30^\circ, \quad L = 1 \text{ cm}. \quad (3.33)$$

κ	$g_0 \text{ (cm}^{-1}\text{)}$	$\lambda \text{ (nm)}$	Lazerleme tipi
-1.800×10^{-13}	1.6419×10^{-8}	1377.997	Artı Mod
-6.341×10^{-14}	5.7827×10^{-9}	1378.0278	Artı Mod
-1.539×10^{-13}	1.4031×10^{-8}	1378.0586	Artı Mod
-4.089×10^{-14}	3.7286×10^{-9}	1377.9909	Eksi Mod
-1.238×10^{-13}	1.1287×10^{-8}	1378.0320	Eksi Mod
-1.927×10^{-14}	1.7572×10^{-9}	1378.0594	Eksi Mod
-1.237×10^{-13}	1.1280×10^{-8}	1378.0735	Çift Modlu
-6.554×10^{-14}	5.9773×10^{-9}	1378.0735	Çift Modlu

Tablo 3.3: $L = 1 \text{ cm}$ ve $\theta = 30^\circ$ olan bir TWS levhasının lazerleme değerleri ve ilgili konfigürasyonları.

TWS levhası kurulumumuz (3.33) için lazerleme eşik koşullarını ortaya çıkaran spektral tekillik noktaları, Tablo 2’de çeşitli parametreler için açıkça hesaplanmıştır.

3.4. LAZERLEME VE CPA’DA KERR VE FARADAY DÖNMELERİ

Bu bölümde, TWS levhasının içindeki ve dışındaki lazerleme davranışlarını ve özelliklerini ortaya çıkarmak için anlaşılması gereken Kerr ve Faraday dönmelerini ele alıyoruz ve açıkça etkileyici özelliklerini görüyoruz. Lazerleme, spektral tekilliklerle elde edilebildiğinden (3.22) veya (3.23)’de verilen spektral tekillik koşullarını uygularız ve ardından TWS levhasının içindeki ve dışındaki elektrik alanlarının gerekli konfigürasyonlarını elde etmek için artı mod lazerleme için $A_1^{(-)} = A_2^{(-)} = C_1^{(+)} = 0$ koşulunu ve eksi mod lazerleme için $A_1^{(-)} = A_2^{(-)} = C_2^{(+)} = 0$ koşulunu uygularız. Bu hesaplamaların ayrıntıları için [30]’e bakınız. Spektral tekil alanları elde ettiğimizde, spektral olarak tekil sağ ve sol dairesel polarize $E_{\pm}(\mathbf{z})$ alanlarını kolaylıkla oluşturabiliriz.

$$E_+(\mathbf{z}) = \mathcal{F}_+(\mathbf{z})e^{i\Re \mathbf{x} \tan \theta}, \quad E_-(\mathbf{z}) = \mathcal{G}_+(\mathbf{z})e^{i\Re \mathbf{x} \tan \theta}.$$

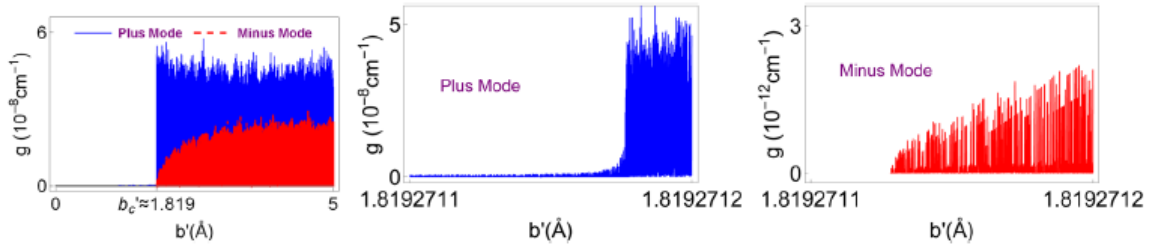
Böylece, Kerr ve Faraday dönme açıları; $\mathbf{z} \notin [0, 1]$ için $\theta_K := (\arg E_+(\mathbf{z}) - \arg E_-(\mathbf{z}))/2$ ve $\mathbf{z} \in [0, 1]$ için $\theta_F := (\arg E_+(\mathbf{z}) - \arg E_-(\mathbf{z}))/2$ olarak belirlenir. Burada $\arg$ ilgili niceliğin argümanını ifade eder. $\mathbf{z} < 0$ ve $\mathbf{z} > 1$ olduğunda, sistemin karşılıklı tepkisi nedeniyle büyüklük olarak eşit olan Kerr dönme açılarını θ_K buluruz. Bu gözlem, TWS sistemi ile elde edilen CPA lazerleri hakkında önemli bir sonuca yol açar. Bir TWS CPA oluşturmak için gerekli ve

yeterli koşul, uygun fazlar ve büyüklüklerle tam olarak Faraday açısı θ_F 'de polarizasyonlar kullanarak her iki taraftan da dalga göndermektir [30–32]. Bu, normal bir lazerin zamanı tersine çevirme simetrisi olan CPA'nın ana fikrinden kaynaklanmaktadır. CPA için gerekli koşulları ortaya koymak yine çaba ve özel dikkat gerektirdiğinden, tek başına ele alabilmek adına bu fikri başka bir çalışmaya ayırıyoruz. [41–48].

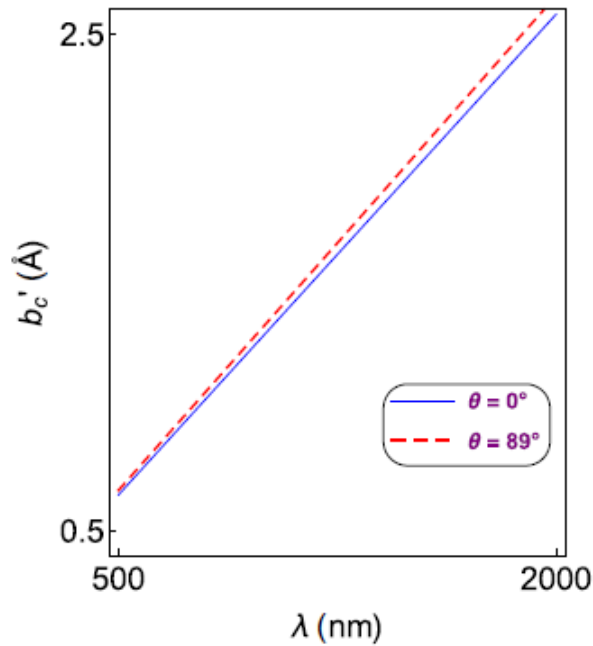


4. BULGULAR

Şekil 4.1:, lazerlemenin gerçekleşmesi için, kazanç katsayısı g 'ye bağlı, konum uzayında Weyl düğüm ayrımı b' 'in etkisini göstermektedir. Hem artı hem de eksi modları, minimum bir b'_c şartını oluşturur ve o değerin altında lazerleme oluşmaz. Yüksek kalitede en iyi lazer-



Şekil 4.1: (3.30)'da verilen TWS levhasının konfigürasyonu için artı ve eksi modlara karşılık gelen Weyl düğümler arasındaki mesafe olan b' 'in bir fonksiyonu olarak g kazanç katsayısına ait grafikler. Burada b'_c , lazerlemeye izin veren minimum b' değerine karşılık gelen kritik b' değerini ifade eder. Son iki şekil b'_c 'nin etkilendiği bölgeyi göstermektedir. Yatay gri çizgi, sıfır kazanç limitini göstermektedir.

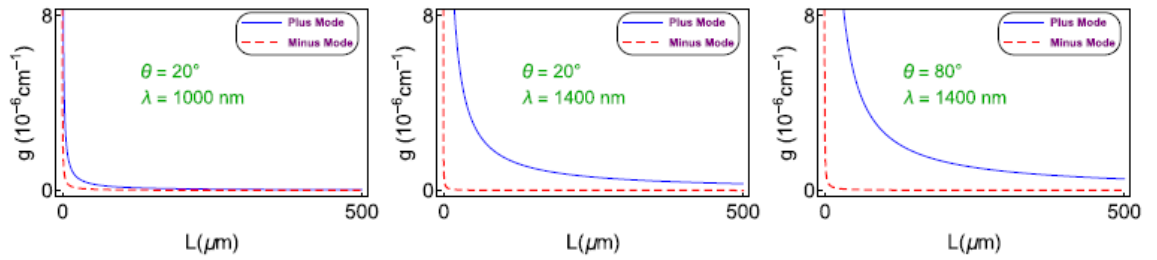


Şekil 4.2: Hem artı hem de eksi mod lazerlemelerine karşılık gelen çeşitli geliş açılı için, λ dalga boyunun kritik b'_c değerine bağımlılığını gösteren grafik.

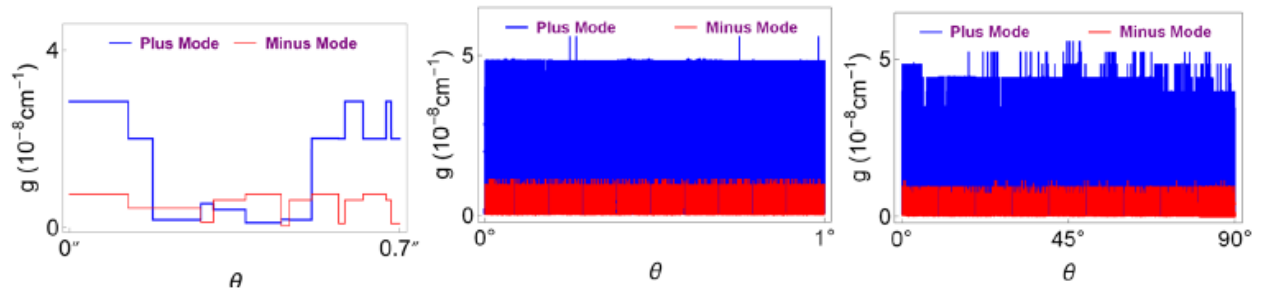
leme modeli, Weyl düğüm ayrımı kritik b' -değeri civarında olan bir TWS materyali seçilerek elde edilebilir. b' değeri, geliş açısı θ artırılarak küçük miktarlarda yükselir ama dalga boyunun artışıyla önemli ölçüde yükselir. **Şekil 4.2:**, b'_c değerinin dalga boyu λ ve geliş açısı θ 'ya göre nasıl değiştiğini göstermektedir.

TWS levhasının kalınlığı, lazerleme oluştururken oldukça belirgin bir rol oynar. TWS levhası ne kadar kalınsa, daha yüksek kalite faktörü elde edilir. Bu açıkça **Şekil 4.3:**'da görülmektedir. Nispeten küçük bir dalga boyu λ ve geliş açısı θ seçtiğimizde daha az kazanç katsayısının gerekli olduğunu farkediyoruz. λ ve θ arttıkça, artı ve eksi modların gerekli kazanç değerleri artar ve önemli ölçüde farklılaşır.

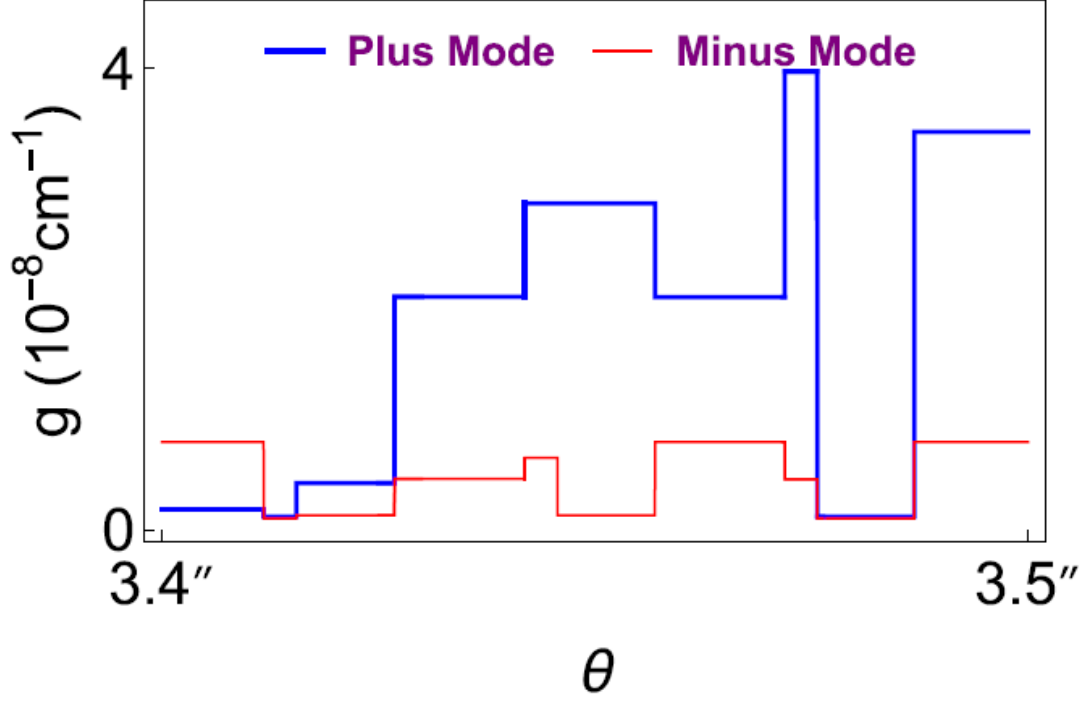
Şekil 4.4:, lazer elde etmek için geliş açısının kazanç katsayısına g bağımlılığını gösterir. Bu durumda Lazerleme eşik koşulu için yalnızca belirli değerlere izin verilecek şekilde nicelleştirilmiş kazanç desenleri oluşur. Bu davranış, Weyl yarımetal sistemimizin topolojik özelliğinin açık bir göstergesidir. Ayrıca, hem artı hem de eksi modlarda yoğun desenler



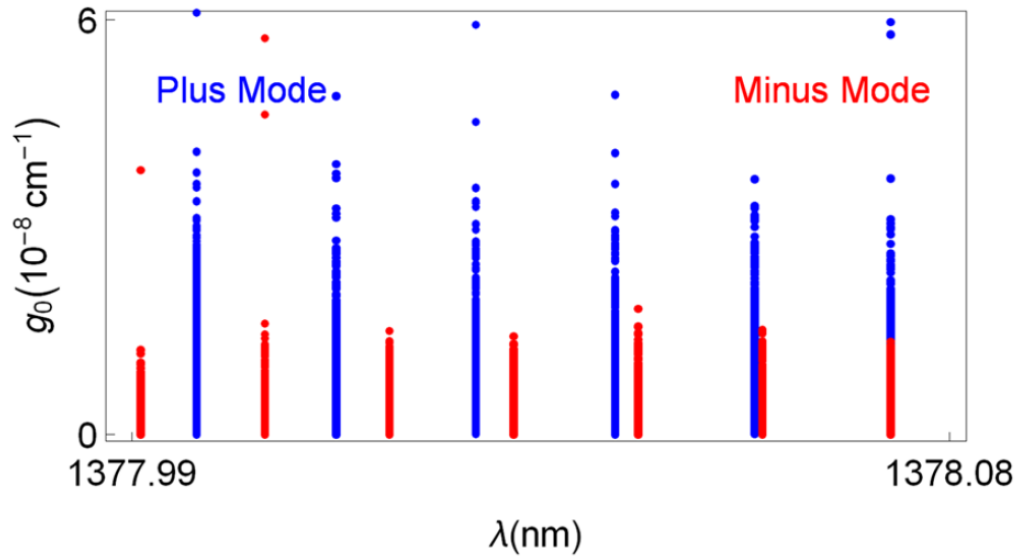
Şekil 4.3: Çeşitli geliş açıları ve dalga boylarına karşılık gelen TWS levha kalınlığı L 'nin bir fonksiyonu olarak kazanç katsayısına ait grafikler. Geliş açısını ve dalga boyunu artırmak, daha yüksek kazanç değerlerine yol açar ve artı modu destekler.



Şekil 4.4: Geliş açısı θ 'nin bir fonksiyonu olarak kazanç katsayısına ait grafikler. Burada $''$ sembolü basitçe $1'' = 1^\circ/3600$ ile verilen Ark saniye'yi ifade eder. Açı aralığı artırıldığında desenler sıkıca yerleşim gösterirler.



Şekil 4.5: Artı ve eksi lazerleme modları için, θ gelen açısının fonksiyonu olarak kazanç değeri g 'nin şematik gösterimi. Artı ve eksi modlar $\theta \approx 3.42''$ ve $\theta \approx 3.46''$ açılarında $g \approx 1.17 \times 10^{-9} \text{ cm}^{-1}$ kazanç değerinde çıkarılır.



Şekil 4.6: Hem artı hem de eksi modlara karşılık gelen λ dalga boyunun bir fonksiyonu olarak g_0 eşik kazancını gösteren grafik. mavi noktalar artı modu, kırmızı noktalar ise eksi modu temsil etmektedir. $\lambda \approx 1378.0735 \text{ nm}$ dalga boyunda yer alan üst üste binen noktalar, iki modlu konumları ifade eder.

oluşur. Eksi mod, artı moduna kıyasla küçük kazanç değerlerinde ortaya çıkar. Artı ve eksi modlarının üst üste binen konumlarını gözlemleyip, bu desenleri kullanarak iki modlu lazerleme kolayca elde edilebilir. Örneğin **Şekil 4.5:**, geliş açısı $\theta \approx 3.42''$ ve $\theta \approx 3.46''$ aralığında ve kazanç değeri $g \approx 1.17 \times 10^{-9} \text{ cm}^{-1}$ iken Weyl yarımetali için böyle bir durumu gösterir.

Şekil 4.6:, $\lambda - g_0$ düzleminde farklı kalitede lazerleme noktalarının konumlarını gösterir. Her bir özel moda karşılık gelen dalga boyu düzeninin, çakışmadıkları sürece karşı mod ile uyumsuz olduğu açıktır, böylece iki modlu bir lazerleme meydana gelir. Bizim durumumuzda $\lambda \approx 1378.0735 \text{ nm}$ çift modlu lazerleme için gerekli olan dalga boyudur. Burada dikkat çekici olan; eşik kazanç değerlerinin sıradan optik levhalara kıyasla oldukça küçük olup, sadece belirli ayırık dalga boylarının lazerlemeye izin vermesidir. Böylesi bir duruma sadece bir TWS levha lazer sisteminde karşılaşılabılır.

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmada, transfer matrisi yaklaşımı ile bir TWS lazer oluşturma temellerini ortaya koyuyoruz. Bu doğrultuda, TWS'e ait Weyl düğümlerinin varlığı, manyeto-optik etkilere yol açan ilgili yüzeylerde Fermi yay konfigürasyonlarına yol açması gibi bilinen özelliklerini kullanıyoruz. Weyl düğümlerinin hizalanması, bu manyeto-optik efektlerin TWS levhasının saçılmasına nasıl tepki vereceğini belirler. Elektromanyetik dalgalar, Fermi yaylarının bulunduğu yüzeyle etkileşirse, Maxwell denklemleri, bilindik haliyle basit biçimde olur ve herhangi bir topolojik terim içermez. Fakat eğer elektromanyetik dalgalar, Fermi yaylarının olmadığı yüzey ile etkileşirse ilginç sonuçlara yol açar ve bu da bizim bu tezde ele aldığımız, araştırdığımız olgudur. Bu durum, Helmholtz denklemlerini veren, topolojik terimler içeren Maxwell denklemlerine yol açar ve bu sonuç sıradan bir TWS levhası ile Kerr ve Faraday rotasyonlarının doğal özelliğinin sonucudur.

Çalışmamız, sınır koşullarının oldukça etkili olduğu transfer matrisi yöntemini güçlü bir şekilde ortaya koymaktadır, [25–29, 49–51]. Bir TWS levhasının temel özellikleri, yüzeylerin etkisiyle kendini gösterdiğinden, bu yöntem bu açıdan dikkate değer hale gelir. Transfer matrisi bularak bir TWS levha lazeri oluşturmak için gerekli spektral tekillik durumlarını elde ediyoruz. Kerr ve Faraday dönmeleri dolayısıyla tek boyutlu problemimizin iki boyutlu bir probleme dönüştüğünü görüyoruz. Bu, (3.23)'de tartışıldığı gibi artı ve eksi modlarda lazerleme oluşturan, $\tilde{n}_{\pm}$ in (3.16)'daki etkin kırılma indislerine karşılık gelen iki modlu bir lazer sistemini verir. Bu ayrık modlar, manyeto-optik etkilere sahip herhangi bir malzemede de görülebilen bir TWS lazer sistemine özgüdür. Bir TWS levhasının kesin lazer modlarının (3.22)'deki spektral tekillik koşulu ile sağlandığını bulduk. Özellikle, artı mod lazerleme, $\tilde{n}_{+}$ nedeniyle çift yönlü, $\tilde{n}_{-}$ nedeniyle sol taraf lazerleme sağlarken, eksi mod lazerleme, $\tilde{n}_{-}$ nedeniyle çift yönlü ve $\tilde{n}_{+}$ nedeniyle sol taraf lazerleme sağlar, bkz. **Şekil 3.2:**

Bu modların lazerleme özellikleri, sistem parametrelerinin optimum kontrolü ile elde edilir. Eksi mod lazerlemesi için gerekli kazanç değerinin, artı mod için olandan her zaman daha az olduğunu gördük. Bu kazanç değeri, TWS sisteminin topolojik özelliğinden dolayı nicelleştirilmelidir. Ayrıca, eksi mod lazerlemesi için nispeten daha küçük TWS levha kalınlığı yeterlidir. Tek veya çift modlu lazerleme durumlarında, yüzeye gelen dalga açısını

kesin kazanç değerini elde etmek için ayarlarken, küçük değişikliklere karşı son derece duyarlı olduğunu anlıyoruz. Uygun kazanç değerlerine sahip bazı farklı açılar ile **Şekil 4.5:**'te görüldüğü gibi iki modlu lazerleme elde edilebilir. Bu dikkat çekici özellik, **Şekil 4.6:**'da dağılım etkisi durumunda açıkça görülmektedir; sadece bazı spesifik dalga boyları iki modlu lazerlemeye yol açmaktadır. Diğer tüm parametreler sabitlendiğinde, tek veya çift modlu lazerleme yalnızca ayrık dalga boylarında gerçekleşir. Ayrıca, artan dalga boyu, diğer parametreler sabitlendiğinde **Şekil 4.1:**'teki gibi daha büyük Weyl düğümü ayrımlarına yol açar. Parametrelerin tüm bu davranışları göz önüne alındığında, oldukça etkili bir TWS levha lazeri inşa edilebilir. Optimal parametreler için bazı örnekleri **Tablo 3.3:**'de belirtiyoruz.

Sonuç olarak bu çalışma, lazerleme yanısıra aynı zamanda topolojik malzeme ile bir CPA lazeri oluşturmaya öncülük etmektedir. Bir TWS CPA'nın gerçekleştirilmesi için, tüm gelen dalgaların levha içinde soğrulması gerektiğinden, topolojik optik düzeneğin tüm konfigürasyonunun uygun olarak ayarlanması gerekir. Bunun gerçekleşmesi için, kazancı kayıpla yer değiştiririz, gelen dalgaların tam fazını ve büyüklüklerini kullanırız ve son olarak polarizasyon açısını, spektral tekillik koşulu yardımıyla hesaplanabilen Faraday dönüş açısına ayarlarız. Faraday dönüş açısının düzenlenmesi nedeniyle, bir TWS CPA zor olabilir. Bulgularımız bu soruna çözüm getirmektedir. Bu tezin sonuçlarının, somut bir TWS lazer ve CPA'nın gerçekleştirilmesine yönelik deneysel girişimlere rehberlik etmesini bekliyoruz.

KAYNAKLAR

- [1]. Allen, C.W., 1947, Interpretation of Electron Densities From Corona Brightness, *MNRAS*, **107**, 426.
- [2]. Arech, A.V., Mesadi, T., Koshel, R.J., 2007, *Field Guide to Illumination*, SPIE field guides, Volume 11, SPIE
- [3]. Ferdinand, H., Driffield., V.C., 1890, *The Journal of the Society of Chemical Industry*, No. 5, Vol IX.
- [4]. Yan, B., and Zhang, S. C., 2012, Topological Materials, *Rep. Prog. Phys.*, **75**, 096501.
- [5]. Yan, B., and Felser, C., 2017, Topological Materials: Weyl Semimetals, *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.*, **8**, 337-354.
- [6]. Khanikaev, A. B., Mousavi, S. H., Tse, W. K., Kargarian, M., MacDonald, A. H. and Shvets, G., 2013, Photonic topological insulators, *Nature Materials*, **12**, 233-239.
- [7]. Ozawa, T., Price, H. M., Amo, A., Goldman, N., Hafezi, M., Lu, L., Rechtsman, M., Schuster, D., Simon, J., Zilberberg, O., Carusotto, I., 2019, Topological photonics, *Rev. Mod. Phys.*, **91**, 015006.
- [8]. Harari, G., Bandres, M. A., Lumer, Y., Rechtsman, M. C., Chong, Y. D., Khajavikhan, M., Christodoulides, D. N., Segev, M., 2018, Topological Insulator Laser, *Science*, **359**, 1230.
- [9]. Bandres, M. A., Wittek, S., Harari, G., Parto, M., Ren, J., Segev, M., Christodoulides, D. N., Khajavikhan, M., 2018, Topological insulator laser: Experiments, *Science*, **359**, 1231.
- [10]. Wan, X. -G., Turner, A. M., Vishwanath, A., and Savrasov, S. Y., 2011, Topological semimetal and Fermi-arc surface states in the electronic structure of pyrochlore iridates, *Phys. Rev. B*, **83**, 205101.
- [11]. Xu, G., Weng, H., Wang, Z., Dai, X., and Fang, Z., 2011, Chern Semimetal and the Quantized Anomalous Hall Effect in $HgCr_2Se_4$, *Phys. Rev. Lett.*, **107**, 186806.
- [12]. Burkov, A. A., and Balents, L., 2011, Weyl Semimetal in a Topological Insulator Multilayer, *Phys. Rev. Lett.*, **107**, 127205.
- [13]. Lu, L., Fu, L., Joannopoulos, J. D., and Soljačić, M., 2013, Weyl points and line nodes in gapless gyroid photonic crystals, *Nat. Photon.*, **7**, 294-299.
- [14]. Huang, S. -M., Xu, S. -Y., Belopolski, I., Lee, C. -C., Chang, G., Wang, B., Alidoust, N., Bian, G., Neupane, M., Zhang, C., Jia, S., Bansil, A., Lin, H., and Hasan, M. Z., 2014, A Weyl Fermion semimetal with surface Fermi arcs in the transition metal monopnictide TaAs class, *Nat. Commun.*, **6**, 7373.

- [15]. Xu, S. -Y., Belopolski, I., Alidoust, N., Neupane, M., Bian, G., Zhang, C., Sankar, R., Chang, G., Yuan, Z., Lee, C. -C., Huang, S. -M., Zheng, H., Ma, J., Sanchez, D. S., Wang, B., Bansil, A., Chou, F., Shibayev, P. P., Lin, H., Jia, S., and Hasan, M. Z., 2015, Discovery of a Weyl fermion semimetal and topological Fermi arcs, *Science*, 349, 613-617.
- [16]. Lv, B. Q., Weng, H. M., Fu, B. B., Wang, X. P., Miao, H., Ma, J., Richard, P., Huang, X. C., Zhao, L. X., Chen, G. F., Fang, Z., Dai, X., Qian, T., and Ding, H., 2015, Experimental Discovery of Weyl Semimetal TaAs, *Phys. Rev. X*, 5, 031013.
- [17]. Ruan, J., Jian, S. -K., Yao, H., Zhang, H., Zhang, S. -C., and Xing, D., 2016, Symmetry-protected ideal Weyl semimetal in HgTe-class materials, *Nat. Commun.*, 7, 11136.
- [18]. Huang, X., Zhao, L., Long, Y., Wang, P., Chen, D., Yang, Z., Liang, H., Xue, M., Weng, H., Fang, Z., Dai, X., and Chen, G., 2015, Observation of the Chiral-Anomaly-Induced Negative Magnetoresistance in 3D Weyl Semimetal TaAs, *Phys. Rev. X*, 5, 031023.
- [19]. Zhang, C. -L. et al., 2016, Signatures of the Adler–Bell–Jackiw chiral anomaly in a Weyl fermion semimetal, *Nat. Commun.*, 7, 10735.
- [20]. Sbierski, B., Pohl, G., Bergholtz, E. J., and Brouwer, P. W., 2014, Quantum Transport of Disordered Weyl Semimetals at the Nodal Point, *Phys. Rev. Lett.*, 113, 026602.
- [21]. Baireuther, P., Edge, J. M., Fulga, I. C., Beenakker, C. W. J. and Tworzydło, J., 2014, Enhancement of four-wave mixing via interference of multiple plasmonic conversion paths, *Phys. Rev. B*, 89, 035410.
- [22]. Naimark, M. A., 1954, Investigation of the spectrum and the expansion in eigenfunctions of a non-selfadjoint differential operator of the second order on a semi-axis *Trudy Moscov. Mat. Obsc.* 3, 181. [In Russian, English Transl.”, Am. Math. Soc. Transl.16, 103 (1960)].
- [23]. Guseinov, G. Sh., 2009, On the concept of spectral singularities, *Pramana J. Phys.*, 73 (3), 587-603.
- [24]. Mostafazadeh, A., 2015, Geometric Methods in Physics, Trends in Mathematics, edited by P. Kielanowski, P. Bieliavsky, A. Odziejewicz, M. Schlichenmaier, and T. Voronov (Springer, Cham, 2015) pp 145-165; arXiv: 1412.0454.
- [25]. Mostafazadeh, A., Sarisaman, M., 2011, Spectral singularities of a complex spherical barrier potential and their optical realization, *Phys. Lett. A*, 375, 3387-3391.
- [26]. Mostafazadeh, A., Sarisaman, M., 2011, Optical spectral singularities and coherent perfect absorption in a two-layer spherical medium, *Proc. R. Soc. Lond. Ser. A Math. Phys. Eng. Sci.*, 468, 3224-3246.
- [27]. Mostafazadeh, A., Sarisaman, M., 2013, Spectral Singularities and Whispering Gallery Modes of a Cylindrical Gain Medium, *Phys. Rev. A*, 87, 063834.
- [28]. Mostafazadeh, A., Sarisaman, M., 2013, Spectral singularities in the surface modes of a spherical gain medium, *Phys. Rev. A*, 88, 033810 (2013).

- [29]. Mostafazadeh, A., Sarisaman, M., 2013, Lasing-threshold condition for oblique TE and TM modes, spectral singularities, and coherent perfect absorption, *Phys. Rev. A*, 91, 043804.
- [30]. Mostafazadeh, A. ve Sarisaman, M., 2016, Spectral Singularities in the TE and TM modes of a PT-symmetric Slab System: Optimal conditions for realizing a CPA-Laser, *Ann. Phys. (NY)*, 375, 265-287.
- [31]. Sarisaman, M. and Tas, M., 2018, PT-symmetric coherent perfect absorber with graphene, *J. Opt. Soc. Am. B*, 35, 2423.
- [32]. Sarisaman, M., and Tas, M., 2019, Broadband coherent perfect absorber with PT-symmetric 2D-materials, *Ann. Phys. (NY)*, 401, 139-148.
- [33]. Mostafazadeh, A., 2011, Optical spectral singularities as threshold resonances, *Phys. Rev. A*, 83, 045801.
- [34]. Silfvast, W. T., 1996, *Laser Fundamentals*, Cambridge University Press, Cambridge.
- [35]. Kriegel, I., Guizzardi, M., Scotognella, F., 2018, Tantalum Arsenide-Based One-Dimensional Photonic Structures, *Ceramics*, 1(1), 139-144.
- [36]. Buckeridge, J., Jevdokimovs, D., Catlow, C. R. A., and Sokol, A. A., 2016, Bulk electronic, elastic, structural, and dielectric properties of the Weyl semimetal TaAs, *Phys. Rev. B*, 93, 125205.
- [37]. Ramshaw, B. J., Modic, K. A., Shekhter, A., Zhang, Y., Kim, E., Moll, P. J. W., Bachmann, M. D., Chan, M. K., Betts, J. B., Balakirev, F., Migliori, A., Ghimire, N. J., Bauer, E. D., Ronning, F., and McDonald, R. D., 2018, Quantum limit transport and destruction of the Weyl nodes in TaAs, *Nature Comm.*, 9, 2217.
- [38]. Dadsetani, M., Ebrahimian, A., 2016, Optical distinctions between Weyl semimetal TaAs and Dirac semimetal Na₃Bi: An ab initio investigation, *Journal of Elec. Mater.*, 45, 5867-5876.
- [39]. Hosur, P., Parameswaran, S. A., and Vishwanath, A., 2012, Charge Transport in Weyl Semimetals, *Phys. Rev. Lett.*, 108, 046602.
- [40]. Kargarian, M., Randeria, M., and Trivedi, N., 2015, Theory of Kerr and Faraday rotations and linear dichroism in Topological Weyl Semimetals, *Scientific Reports*, 5, 12683.
- [41]. Chong, Y. D., Ge, L., Cao, H., and Stone, A. D., 2010, Coherent Perfect Absorbers: Time-Reversed Lasers, *Phys. Rev. Lett.*, 105, 053901.
- [42]. Longhi, S., 2010, Backward lasing yields a perfect absorber, *Physics*, 3, 61.
- [43]. Longhi, S., 2010, PT-symmetric laser absorber, *Phys. Rev. A*, 82, 031801.
- [44]. Longhi, S., 2011, Coherent perfect absorption in a homogeneously broadened two-level medium, *Phys. Rev. A*, 83, 055804.
- [45]. Longhi, S., 2011, Time-reversed optical parametric oscillation, *Phys. Rev. Lett.*, 107, 033901.

- [46]. Wan, W., Chong, Y., Ge, L., Noh, H., Stone, A. D., and Cao, H., 2011, Time-Reversed Lasing and Interferometric Control of Absorption, *Science*, 331, 889.
- [47]. Ge, L., Chong, Y. D., Rotter, S., Türeci, H. E., and Stone, A. D., 2011, Unconventional modes in lasers with spatially varying gain and loss, *Phys. Rev. A*, 84, 023820.
- [48]. Baranov, D. G., Krasnok, A. E., Shegai, T., Alù, A., and Chong, Y. D., 2017, Coherent perfect absorbers: linear control of light with light, *Nature Reviews Materials*, 2, 17064.
- [49]. Mostafazadeh, A., 2009, Spectral Singularities of Complex Scattering Potentials and Infinite Reflection and Transmission Coefficients at Real Energies, *Phys. Rev. Lett.*, 102, 220402.
- [50]. Sarısan, M., 2017, Unidirectional reflectionlessness and invisibility in the TE and TM modes of a PT-symmetric slab system, *Phys. Rev. A*, 95, 013806.
- [51]. Sarısan, M., and Tas, M., 2018, Unidirectional invisibility and PT symmetry with graphene, *Phys. Rev. B*, 97, 045409.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler	
Adı Soyadı	Güneş OKTAY
Doğum Yeri	İstanbul
Doğum Tarihi	
Uyruğu	☒ T.C. ☐ Diğer:
Telefon	
E-Posta Adresi	

Eğitim Bilgileri	
Lisans	
Üniversite	İstanbul Üniversitesi
Fakülte	Fen Fakültesi
Bölümü	Fizik Bölümü
Mezuniyet Yılı	2018