



T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



YÜKSEK LİSANS TEZİ

TOPOLOJİK WEYL YARİMETALLERİNDE UYUMLU
MÜKEMMEL SOĞURUCULAR

Mehmet Ertan İNDAP

Fizik Anabilim Dalı

Matematiksel Fizik Programı

DANIŞMAN

Prof. Dr. Mustafa SARISAMAN

Ağustos, 2021

İSTANBUL

Bu alışma 24.08.2021 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Fizik Anabilim Dalı Matematiksel Fizik Programında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Jürisi

Prof. Dr. Mustafa SARISAMAN (Danışman)
İstanbul Üniversitesi
Fen Fakültesi

Doç. Dr. Ferhat NUTKU
İstanbul Üniversitesi
Fen Fakültesi

Doç. Dr. Murat TAř
Gebze Teknik Üniversitesi
Temel Bilimler Fakültesi



- İntihal Programı Beyanı

20.04.2016 tarihli resmi gazetede yayımlanan Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin 9/2 ve 22/2 maddeleri gereğince; Bu Lisansüstü teze, İstanbul Üniversitesi'nin abonesi olduğu intihal yazılım programı kullanılarak Fen Bilimleri Enstitüsü'nün belirlemiş olduğu ölçütlere uygun rapor alınmıştır.

- Proje Destekleri

Bu tez, FYL-2020-37093 numaralı proje ile İstanbul Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri birimi tarafından desteklenmiştir.

ÖNSÖZ

Matematiksel fikirleri fiziksel teorilere dahil etmek, her zaman büyük bir coşku uyandırmış ve teorik fiziğin özel anlarından biri olagelmıştır. Topolojinin malzeme bilimine dahil edilmesi sonucunda yeni ve etkileyici bir fizik alanı olan "Topolojik Malzemeler" ortaya çıkmıştır. Özellikle, Fotonik ile ilgili uygulamalar ve araştırmalar "Topolojik Fotonik" alanında araştırmaların başlamasına aracılık etmiştir. Yakın zamanda topolojik yalıtkanlardan elde edilen lazerlemenin teorik bir modelinin oluşturulması ve deneyinin uygulanabilirliği oldukça dikkat çekmiştir. Tüm bu bulgulardan hareketle bu çalışmada ise, topolojik bir Weyl yarımetal (TWSM) anti-lazerinin teorik bir modeli kurulmaya çalışılmıştır.

Bu amaç doğrultusunda tezimin şekillenmesinde çok büyük emeği geçen, gerek bilgi ve birikimlerini paylaşılarak gerekse de gösterdiği yakınlık ve desteklerden ve de bilhassa pozitif bakış açısından dolayı danışman hocam Prof. Dr. Mustafa Sarısamam'a; ayrıca sabrını ve desteğini esirgemeyen anne ve babam başta olmak üzere tüm aile fertlerime çok teşekkür ederim.

Ağustos, 2021

Mehmet Ertan İNDAP

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
ÖNSÖZ	iv
İÇİNDEKİLER	vi
ŞEKİL LİSTESİ	viii
TABLO LİSTESİ	ix
SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ	xi
ÖZET	xii
SUMMARY	xiii
1. GİRİŞ	1
2. GENEL KISIMLAR	4
2.1. UYUMLU MÜKEMMEL SOĞURUCULAR (CPA)	5
2.2. ÜÇ-BOYUTLU KATILARDA WEYL VE DİRAC YARİMETALLERİ	8
2.2.1. Tesadüfi Dejenerasyonlar	13
2.2.2. Weyl ve Dirac Fermiyonları	14
2.2.3. Bant Yalıtkanları için Topolojik İnvaryantlar	16
2.3. WEYL YARİMETALLERİNİN TOPOLOJİK BAKIMDAN İNCELENMESİ	17
2.3.1. Zamanda Terslenme Simetrisi Kırılmış Olan ($\mathcal{T}$ -broken) Weyl Yarım- talleri	26
2.3.2. İnversiyon Simetrisi Kırılmış Olan ($\mathcal{P}$ -broken) Weyl Yarım- talleri	28
3. MALZEME VE YÖNTEM	29
3.1. TWSM'DE MAXWELL DENKLEMLERİNİN MODİFİYE EDİLMİŞ HALİ	29
3.2. TE-MOD ÇÖZÜMÜ VE TRANSFER MATRİSİ	29
3.3. İLETKENLİKLERİN HESAPLANMASI	39
4. BULGULAR	40
4.1. ARTI VE EKSİ-MODLARDA CPA KOŞULLARI VE İLGİLİ PARAMETRE- LER	40
4.2. CPA ÜZERİNDEKİ DAĞINIM ETKİSİ	43

4.3. CPA İÇİN KERR VE FARADAY DÖNME AÇILARININ HESAPLANMASI	
44	
5. TARTIŞMA VE SONUÇ	47
KAYNAKLAR	50
ÖZGEÇMİŞ	55



ŞEKİL LİSTESİ

Page No

- Şekil 2.1:** Uyumlu mükemmel soğurma kavramı. Uyumlu mükemmel bir soğurucu taslağı. A1 ve A2, giriş dalgalarının genliklerini temsil ederken, B1 ve B2, çıkış dalgalarının genliklerini temsil eder. Çıkış ışınları, yansıtılan ve iletilen bileşenlerden oluşur. Levhanın kalınlığı d ve kırılma indisi n 'dir. d ve n uygun şekilde tasarlandığında, çıkış dalgaları her iki tarafta yıkıcı bir şekilde girişim yapabilir ve bu da mükemmel soğurma ile sonuçlanır. 5
- Şekil 2.2:** Kapalı bir hacim olan Brillouin bölgesi üzerinden integre edilen net Berry akısının sıfır olması zorunluluğunun bir sonucu olarak; Weyl düğümlerinin net kiralitesi sıfır olmak zorundadır. Burada, bant temasları $\mathcal{V}_i$ hacimleri (dışlanan hacimler) ile birlikte izole edilmiştir. 20
- Şekil 2.3:** (Sol)Dirac yarımetali için ($m = b = b' = 0$),(sağ) manyetik yarıiletken için ($m = 1, b = 0.5, b' = 0$) $\varepsilon_{s\mu}(0, p_y, p_z)$ 'nin enerji spektrumu 21
- Şekil 2.4:** (Sol) Weyl yarımetali için ($m = 0.5, b = 1, b' = 0$) ve (sağ) çizgi-düğümü (line node) yarımetali için ($m = 0, b = 0, b' = 1$) $\varepsilon_{s\mu}(0, p_y, p_z)$ 'nin enerji spektrumu 22
- Şekil 2.5:** (Sol) 2.26 ifadesinden gelen $s = +$ ve $\mu = \pm$ bantlarının yapısı. Burada m/b oranının artışına göre verilen cevap dikkate alınmıştır. Sonlu m değeri için $\mu = +$ bandı boşluktur. $\mu = -$ bandı ise iki Weyl düğümü içerir. (Sağ) $m/b = 1$ 'deki faz geçişi civarında $s = +$ ve $\mu = -$ bantlarının yapısı gösterilmiştir. 23
- Şekil 2.6:** 2.26 ifadesinin faz diyagramı. $m/b < 1$ iken, sistemimiz Weyl yarımetali(WSM)dir. $m/b > 1$ iken boşluklu yarımetal (gapped semi-metal=GSM) fazı baskındır. $b = 0$ civarında, dejenere halde kütleli Dirac yarımetalleri (DSM) gözlenmiştir. $m = b = 0$ 'da ise kütsüz ve dejenere Dirac fermiyonları mevcuttur. 24
- Şekil 2.7:** Topolojik ve normal yalıtkanların oluşturduğu Weyl yarımetalinin hetero-yapısal modeli. Katkılı manyetik safsızlıklar oklarla gösterilmiştir. d , örgünün reel uzaydaki periyodikliğidir. Δ_S , aynı topolojik yalıtkan tabaka üzerindeki topolojik yüzey durumları arasındaki tünellemeleri; Δ_D ise, farklı tabakalar arasındaki tünellemeleri göstermektedir. 25
- Şekil 3.1:** Elektromanyetik dalga ile WSM'nin etkileşimi için TE-mod konfigürasyonunda yansıyan ve geçen dalgaların polarizasyon yönelimleri değişir ve sağ kısımdaki gibi, Weyl düğümleri arasında Fermi yayları oluşur..... 30
- Şekil 3.2:** Tek- ve çift-modlu CPA konfigürasyonları. Mavi oklar $\tilde{n}_+$ 'dan kaynaklı CPA'ya, kırmızı kesikli oklar ise $\tilde{n}_-$ 'den kaynaklı CPA'ya karşılık gelmektedir. 38

- Şekil 4.1:** (4.8)'da verilen TWSM levhasının konfigürasyonu için artı ve eksi modlara karşılık gelen Weyl düğümler arasındaki mesafe olan b' 'in bir fonksiyonu olarak g kayıp katsayısının büyüklüğüne ait grafikler. Burada b'_c , CPA'ya izin veren minimum b' değerine karşılık gelen kritik b' değerini ifade eder. Son iki şekil b'_c 'nin etkilendiği bölgeyi göstermektedir. Yatay gri çizgi, sıfır kayıp limitini göstermektedir. 44
- Şekil 4.2:** Hem artı hem de eksi mod CPA'ye karşılık gelen çeşitli geliş açıları için, λ dalga boyunun kritik b'_c değerine bağımlılığını gösteren grafik..... 45
- Şekil 4.3:** Çeşitli geliş açıları ve dalga boylarına karşılık gelen TWSM levha kalınlığı L 'nin bir fonksiyonu olarak kayıp katsayısı büyüklüğüne ait grafikler. Geliş açısını ve dalga boyunu artırmak, daha yüksek kayıp değerlerine yol açar ve artı modu destekler. 45
- Şekil 4.4:** Geliş açısı θ 'nın bir fonksiyonu olarak kayıp katsayısı büyüklüğüne ait grafikler. Burada $''$ sembolü basitçe $1'' = 1^\circ / 3600$ ile verilen Arksaniye'yi ifade eder. Açı aralığı artırıldığında desenler sıkıca yerleşim gösterirler. 46
- Şekil 4.5:** Artı ve eksi CPA modları için, θ gelen açısının fonksiyonu olarak kayıp değeri büyüklüğü g 'nin şematik gösterimi. Artı ve eksi modlar $\theta \approx 3.42''$ ve $\theta \approx 3.46''$ açılarında $g \approx 1.17 \times 10^{-9} \text{ cm}^{-1}$ kayıp değerinde çakışır..... 46
- Şekil 4.6:** Hem artı hem de eksi modlara karşılık gelen λ dalga boyunun bir fonksiyonu olarak g_0 eşik kayıp büyüklüğünü gösteren grafik. mavi noktalar artı modu, kırmızı noktalar ise eksi modu temsil etmektedir. $\lambda \approx 1378.0735 \text{ nm}$ dalga boyunda yer alan üst üste binen noktalar, çift modlu konumları ifade eder. 47

TABLO LİSTESİ

Page No

Tablo 3.1: TWSM katmanının içerisindeki ve dışarısındaki elektrik ve manyetik alan bileşenleri.	34
Tablo 3.2: TWSM konfigürasyonumuza uygun TE-modtaki dalgalar için sınır koşulları. Burada $\tilde{n}_{\pm}$ 'lar efektif kırılma indisleridir.	36
Tablo 4.1: Kalınlığı $L = 1$ cm ve geliş açısı $\theta = 30^{\circ}$ olan bir TWSM levhasının CPA değerleri ve ilgili konfigürasyonları.	44

SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ

Simgeler	Açıklama
$A_1 \backslash A_2$	: Sol\sağ giriş ışın genlikleri
$B_1 \backslash B_2$	: Sol\sağ çıkış ışın genlikleri
R_{ij}	: Yansıma katsayısı
T_{ij}	: Geçiş katsayısı
S	: Saçılma Matrisi
n	: Kompleks kırılma indisi
d	: Katman kalınlığı
k	: Dalga vektörünün büyüklüğü
ω	: Dalganın açısal frekansı
c	: Işığın vakum hızı
κ	: Kompleks kırılma indisinin sanal kısmı
η	: Kompleks kırılma indisinin reel kısmı
$\mathcal{P}$	: Parite dönüşüm operatörü
$\mathcal{T}$	: Zaman-tersinme dönüşüm operatörü
σ_n	: n-boyutlu Pauli matrisleri
H	: Hamiltonyen
ϵ_n	: Enerji özdeğerleri
γ^μ	: Dirac matrisleri
$\mathbb{1}$	: Birim matris
ψ	: Parçacığın dalga fonksiyonu
m	: Parçacığın kütlesi
∂_t	: Zamana göre kısmi türev operatörü
∂_μ	: Tüm koordinatlara göre kısmi türev operatörü
γ_5	: Hermisyen gamma matrisi
$\vec{p}$	: Momentum vektörü
$\vec{\sigma}$	: Pauli spin vektörü
$\mathcal{F}_n$	: Berry akısı
N_n	: Kuantize Hall iletkenliği
k	: Kristal momentumu

v	: Renormalize bant hızı
$\mathcal{B}$	: Berry alanı
C	: Kiralite
τ_n	: Pseudo-spin orbital serbestlik dereceleri için Pauli matrisleri
$\varepsilon_{s\mu}$	: Weyl yarımetalinin enerji spektrumu
Ω	: Chern sayısı
L	: Weyl yarımetal ortamının kalınlığı
$\vec{D}$	: Gönderilen dalgaın elektriksel akı yoğunluğu
$\vec{H}$	: Gönderilen dalgaın manyetik alanı
$\vec{E}$	: Gönderilen dalgaın elektrik alanı
$\vec{B}$	: Gönderilen dalgaın manyetik indüksiyonu
$\rho(z)$	: Yük yoğunluğu
$\vec{b}$	: Weyl düğümleri arası yerdeğiştirme vektörü
β	: İnce yapı sabitini barındıran bir sabit
α	: İnce yapı sabiti
Z_0	: Boşluğun empedansı
ε_0	: Boşluğun elektriksel geçirgenliğı
e	: Elektron yükü
$\tilde{\varepsilon}$	: Ortamın elektriksel geçirgenliğı
$\tilde{\mu}$	: Ortamın manyetik geçirgenliğı
ε_b	: Bağlı yük katkısı
χ_m	: Manyetik alınganlık
$v_{\pm}(z)$	: Artı ve eksi modlara ait potansiyel fonksiyonları
$\hat{\mathcal{R}}$	: Birimsiz dalga vektörü
$\tilde{n}_{\pm}$	: Artı ve eksi modtaki etkin kırılma indisleri
$\mathbb{M}$	: Transfer matrisi

Kısaltmalar

Açıklama

TWSM	: Topolojik Weyl yarımetali
CPA	: Uyumlu mükemmel soğurucu
SPP-LASER	: Yüzey plasmon polariton lazeri
TI	: Topolojik yalıtkan
BZ	: Brillouin Zone
TRIM	: Zamanda tersine değışmeyen momentum

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

TOPOLOJİK WEYL YARİMETALLERİNDE UYUMLU MÜKEMMEL SOĞURUCULAR

Mehmet Ertan İNDAP

İstanbul Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Mustafa SARISAMAN

Optik olarak aktif ve düzlemsel topolojik Weyl yarımetalinin (TWSM) anti-lazerleme davranışı Kerr ve Faraday rotasyonları göz önünde bulundurulmak kaydıyla incelenebilir. Topolojik Weyl yarımetalinin (TWSM) güçlü topolojik karaktere sahip olmasında, Weyl düğümlerinin ve bu düğümlerle alakalı yüzey iletkenliklerinin varlığı temel rolü üstlenir. Malzememize uygun elektromanyetik dalga gönderildiği zaman, Fermi yaylarının oluşmadığı yüzeylere odaklandığımızda Maxwell Denklemlerinin topolojik terimler içerdiği anlaşılmaktadır. Etkin (efektif) kırılma indisinin varlığından ortaya çıkan çift kırılma hadisesi neticesinde iki ayrı anti-lazer modu elde edilmektedir. Transfer matrisimiz yansıma ve geçiş genliklerinin 2×2 matris değerli bileşenlerinden oluşmaktadır ve bu iki boyutlu durum TWSM anti-lazerinin çift modlu karakterini tanımlamaktadır. Anti-lazer sistemimizdeki fiziksel parametreler optimum etkiyi sağlayacak biçimde verilmiştir. Grafik gösterimleriyle desteklenen tezimizdeki gözlem ve tahminlerimiz, TWSM yapısına sahip uyumlu mükemmel soğurucu oluşturmanın teorik ve somut bir yöntemini önerirken; beklentimiz, hesaplamalarımıza dayalı deneysel bir ispatın da gerçekleşebileceği yönündedir.

Ağustos 2021, 68 sayfa.

Anahtar kelimeler: Weyl yarımetal, anti-lazerleme, Kerr ve Faraday etkileri, Weyl düğümleri, yüzey iletkenlikleri, fermi yayları, transfer matrisi.

SUMMARY

M.Sc. THESIS

COHERENT PERFECT ABSORBERS IN TOPOLOGICAL WEYL SEMIMETALS

Mehmet Ertan İNDAP

İstanbul University

Institute of Graduate Studies in Sciences

Department of Physics

Supervisor: Prof. Dr. Mustafa SARISAMAN

The anti-lasing behavior of the optically active and planar topological Weyl semi-metal (TWSM) can be studied, taking into account Kerr and Faraday rotations. The presence of Weyl nodes and associated surface conductivities play a major role in the strong topological character of the topological Weyl semi-metal (TWSM). When we focus on surfaces where Fermi arcs are not formed when an electromagnetic wave suitable for our material is incident, it is understood that Maxwell's Equations contain topological terms. Two separate anti-laser modes are obtained as a result of the birefringence that occurs due to the presence of an effective (effective) refractive index. Our transfer matrix consists of 2×2 matrix valued components of reflection and transition amplitudes, and this two-dimensional case defines the bimodal character of the TWSM anti-laser. The physical parameters in our anti-laser system are given in a way that ensures optimum effect. While our observations and estimates in our thesis, supported by graphic representations, suggest a theoretical and concrete method of creating a coherent perfect absorber with TWSM structure; our expectation is that an empirical proof based on our calculations can also be realized.

August 2021, 68 pages.

Keywords: Weyl semi-metal, anti-lasing, Kerr and Faraday effects, Weyl nodes, surface conductivities, fermi arcs, transfer matrix.

1. GİRİŞ

Hermitsel kuantum mekaniği, reel özdeğerlere sahip operatörlere sahiptir ve kuantum mekaniğinin ilk ortaya çıktığı andan itibaren bildiğimiz anlamda en bilinen özelliğidir. Ancak Carl bender ve çalışma arkadaşlarının gösterdiği üzere PT -simetriye sahip bazı operatörler de bize reel özdeğere sahip sonuçlar üretmektedir [1]. Bu gözlem sonucunda PT -simetrik kuantum mekaniğinin heyecan verici doğuşu ve beraberinde oldukça ilginç ve önemli uygulama alanları ortaya çıkmıştır. Ancak daha sonra Ali Mostafazadeh'in gösterdiği üzere Hermisyensi (Pseudo-Hermitian) kuantum mekaniği ile aslında PT -simetrik dahil olmak üzere birçok hermitsel olmayan operatör hermitsel yapılabilir [2]. Kuantum mekaniğinin en ilginç yönlerinden birisi de son yıllarda özellikle çok yoğun çalışma konusunun da başlığı olan hermitsel olmayan kuantum mekaniği ve muhtemel uygulama alanlarıdır [2–8]

Hermitsel olmayan kuantum mekaniğinin en bilinen örneklerinden birisi kuantum saçılma formalizmi ile ortaya konulmaktadır. Bu durum özellikle kuantum optik, lazer fiziği, yoğun madde fiziği gibi birçok uygulamalı alanda önemli sonuçların kuantum mekaniksel yaklaşımlarla anlaşılabilmesinin önünü açmıştır. Bu sayede bu alanlarda yıllarca bilinmeyen önemli olgu ve özelliklerin daha kolay anlaşılabilmesinin önü açılmıştır. Bu doğrultuda, özellikle kuantum saçılma kuramı ile Maxwell denklemlerinin Schrödinger denklemleri ile eşdeğer olduğu gösterilerek hermitsel olmayan kuantum mekaniği çatısı altında mevcut sistemin bilinmeyen ilginç özelliklerinin anlaşılması sağlanmaktadır. Bu bağlantının anlaşılması ile çok kısa sürede çok büyük bir literatür ortaya çıkmış ve hermitsel olmayan kuantum mekaniğinin arka planda bilinmeyen çok önemli fiziksel sonuçlar içerdiği görülmüştür.

Bu tezde, hermitsel olmayan kuantum mekaniğinin öngörülleri doğrultusunda kuantum saçılma kuramı ile topolojik bir madde fazı olan topolojik Weyl yarımetallerinde uyumlu mükemmel soğurucu elde edilmeye yönelik kuramsal bir yaklaşım ortaya konulmaktadır. Topolojik malzemeler ve yeni topolojik fazların ortaya çıkışı ile yepyeni bir alan ortaya çıkmış ve bunun sonucunda da çok şaşırtıcı uygulama

alanları oluşmuştur [5–8]. Topolojik malzemelerin elektromanyetik alanlarla etkileşimlerinin sonucu olarak fotonik alanındaki uygulamaları da özellikle topolojik fotonik adı altında dikkate değer uygulamalar meydana getirmiştir. Son zamanlarda bu alandaki çok sayıda aktif çalışmalar, bu alanın çeşitli ilginç yönleri ile ele alınarak genişlemesine ve aynı zamanda hermitsel olmayan kuantum mekaniğinin topolojik açıdan anlaşılmasına destek olmaktadır [9–17]. Topolojik yalıtkan ve Weyl yarımetalleri gibi topolojik malzemelerle lazer oluşumunun gösterilmesi, topolojik fizik ve lazer bilimi arasındaki ilişkiyi göstermesi oldukça heyecan verici bir sonucun anlaşılmasına yardımcı olmuştur. Bu tezimizde, bu ilişkinin son zamanlardaki önemli uygulama alanlarından birisi olan uyumlu mükemmel soğuruculara genişletilip genişletilemeyeceği sorgulanarak topolojik malzemelerle uyumlu mükemmel soğurucu inşa etme yolları araştırılmıştır. Çalışmamızda topolojik yarı metali kullanılarak, kuantum saçılma kuramı öngörüsüyle transfer matrisi oluşumu gerçekleştirilmiş ve bu doğrultuda özduel spektral tekilliklerin tespit edilmesi ile uyumlu mükemmel soğurucuların varlığına sebep olan tekil noktalar elde edilmiştir[18]. Spektral tekillik ve özduel spektral tekillikler için bakınız [19–23].

Kullanılan topolojik malzemenin karakteristik özelliği bize elektromanyetik dalga'nın malzeme yüzeyinde dönme yapması sonucunu vermektedir. Bu durumda malzeme içerisinde Faraday dönmesi meydana gelirken malzeme dışarısında da Kerr dönmesi adı verilen bir dönme eylemi gerçekleşir. Bu dönme hareketleri, kullanılan malzemenin Weyl düğümleri barındırmasının neticesinde sahip olduğu aksiyon terimlerinin bir sonucudur. Weyl düğümleri, malzeme yüzeyinde Fermi yayı adı verilen ilginç ekzotik yapılar oluştururlar. Eğer elektromanyetik dalga bu Fermi yaylarının bulunduğu yüzeye düşerse, malzeme normal bir levha gibi tepki göstererek bahsettiğimiz bir dönme hareketine sebep olmayacaktır. Bu ise bu tür malzemelerin diğer malzeme türlerinden ayırt edici bir yönünü vermez. Ancak elektromanyetik dalgalar Fermi yaylarının bulunmadığı yüzeye gönderilirse, bu durumda gönderilen dalga'nın manyetik alanı malzemenin aksiyon terimleriyle etkileşim yaparak malzeme yüzeyinde dönmeye sebep olacaktır. Bu ise bu malzeme türlerinin bilinmeyen ilginç bir özelliğidir ve şekilde malzeme bize çift modlu yapılar üretmektedir.

Tezimizde bütün bu yapıları detaylı şekilde ortaya koyarak, topolojik Weyl yarıme-

tali ile uyumlu mükemmel soğurucu inşa etmenin yollarını göstereceğiz. Bulduğumuz kuramsal yaklaşımları TaAs malzemesi özelinde inceleyerek somut bulguları ortaya koyacağız. Bu çalışma ile ilk defa aksiyon terimine sahip topolojik bir malzeme ile uyumlu mükemmel bir soğurucu elde etmiş olacağız. Bu çalışmanın sonuçları ile deneysel anlamda topolojik uyumlu mükemmel soğurucuların yapılmasına dair koşullar sunularak, TWS tipi malzemeler için bu yöndeki olası deneysel çalışmalara rehberlik edilebilecektir[24].



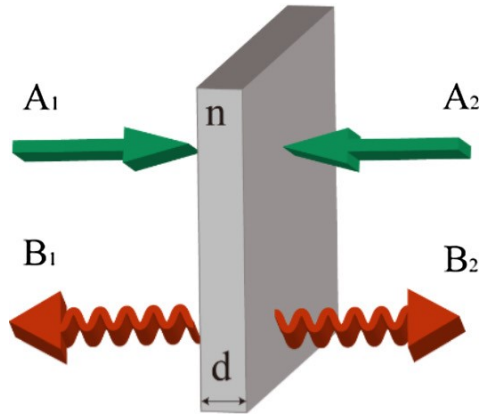
2. GENEL KISIMLAR

Topolojik malzemelerin en önemli numunelerinden biri olan topolojik Weyl yarımetalleri (TWSM), külçe (bulk) halindeki kendine has boşluksuz enerji bandı yapısı ve yüzey durumlarında karşımıza çıkan egzotik Fermi yayları nedeniyle son zamanlarda büyük ilgi görmektedir. 2011'den beri teorik modellemeleri kurulmakta olan bu topolojik fazın ilk deneysel örneği 2015'te TaAs malzemesiyle rapor edilmiştir. Yoğun madde fiziği alanında kurgulanan sistemlerde TWSM fazının elde edilebilme olasılığı, bu faza olan büyük ilginin temel nedenidir. TWSM'ye potansiyel aday olarak gösterilen çeşitli katı malzemeler, topolojik özellikler ve enerji bantlarının yapısı bakımından ideal anlamda bekleneni verememiştir. Bu hususta HgTe-sınıfı malzemeler, ideal olarak önerilse de bunlara doğada çok nadir rastlanması, TWSM fazını ilgilendiren analizlerin (sınır durumlardaki spin dokusu, düz enerji bantları ve iletimsel özellikler gibi analizlerin) gerçekleştirilmesini oldukça zorlaştırır. Yine de bunların elektromanyetik dalgalarla etkileşimi oldukça ilgi çekici ve özellikle yeni fotonik cihazların geliştirilmesinde büyük pay sahibidir [25].

Optik olarak aktif bir anti-lazer sistemi, spektral tekilliklerin varlığı sayesinde elde edilebilir. Düzlemsel bir TWSM katmanına entegre edilen homojen bir kayıp (loss) ortamı, karşılıklı Weyl düğümlerini etkilemeyecek ve yüzeylerinde fermi yayları oluşturacak bir biçimde TWSM niteliklerini korur. Fermi yaylarının oluşmadığı yüzeyler üzerinde elektromanyetik dalga Kerr ve Faraday rotasyonlarına uğrar ve polarizasyon yönelimleri değişmiş vaziyette yansıyan ve iletilen dalga elde edilir. Bu noktada karşımıza, kaynak (source) kısımlarında topolojik terimler içeren modifiye Maxwell denklemleri çıkar. Bu denklemlerin çözümünden ulaşılan kupleli Helmholtz denklemleri aracılığıyla nihayet ilgi odağımızı teşkil eden 4 boyutlu transfer matrisimizi elde ederiz. Çalışmamızda transfer matrisinin formu çift modlu anti-lazer için bir baz oluşturmaktadır.

2.1. UYUMLU MÜKEMMEL SOĞURUCULAR (CPA)

Işığın mükemmel soğurulması, algılama teknolojisinden gizlilik teknolojilerine kadar çeşitli uygulamalarda büyük önem taşımaktadır. Düşük dalga boyu ölçeğinde mükemmel absorpsiyon elde etmek, özellikle nanofotonik ve elektromanyetik uygulamalar için önemlidir. Son yıllarda, ultra ince mükemmel soğurucuların tasarlanması için ince filmler, metamateryaller ve meta yüzeyler dahil olmak üzere çeşitli yaklaşımlar önerilmiştir. Yaygın bir soğurucuda, gelen enerji sistemlere tek bir kanal aracılığıyla, örneğin soğurucunun bir tarafında aydınlatılan bir düzlem dalgası aracılığıyla iletilir. Ancak, gelen enerjinin bir soğurucunun zıt taraflarında meydana gelme durumunda mükemmel şekilde soğurulabileceği bulunmuştur. Bu girişim destekli soğurma "uyumlu mükemmel soğurma" olarak bilinir ve uyumlu tek renkli aydınlatma altında bir silikon levhada deneysel olarak gösterilmiştir. Uyumlu bir mükemmel soğurucuda (CPA), aynı genliklere ve fazlara sahip, zıt yönde yayılan iki giriş ışını, bir oyuğun (kavitenin) dışına yıkıcı bir şekilde müdahale eder ve soğurucunun oyuk içi kayıpları ile etkileşime girerek enerjilerini tamamen dağıtır, bu da mükemmel soğurma ile sonuçlanır. Böyle bir CPA, elektromanyetik absorpsiyonun kontrolü için yeni bir yol sağlar [18, 25–40].



Şekil 2.1: Uyumlu mükemmel soğurma kavramı. Uyumlu mükemmel bir soğurucu taslağı. A_1 ve A_2 , giriş dalgalarının genliklerini temsil ederken, B_1 ve B_2 , çıkış dalgalarının genliklerini temsil eder. Çıkış ışınları, yansıtılan ve iletilen bileşenlerden oluşur. Levhanın kalınlığı d ve kırılma indisi n 'dir. d ve n uygun şekilde tasarlandığında, çıkış dalgaları her iki tarafta yıkıcı bir şekilde girişim yapabilir ve bu da mükemmel soğurma ile sonuçlanır.

CPA kavramı ve teorik temelleri iyi bilinirse uyumlu mükemmel soğurma için kullanılacak çeşitli alt-dalgaboylu yapılar olan ince filmler, meta-malzemeler ve dalga kılavuzlarının önemi daha iyi anlaşılabilir. Son olarak, CPA'ların özelliklerini ve bunların tüm optik veri işleme ve foto-akım geliştirme, vb. alanlardaki ümit verici uygulamalarını tartışabiliriz. Uyumlu mükemmel soğurma kavramı, akustik, plazmonik ve kuantum optiği gibi klasik optiklerin yanı sıra diğer bağlamlara da genişletilebilir.

Şekil 1.1'de tipik bir düzlemsel CPA yapısı gösterilmiştir. İki uyumlu ışın normal doğrultuda iki zıt taraftan gelir. Bu iki portlu sistemin giriş ışını (A_1 veya A_2) kısmen iletilir ve kısmen yansıtılırken, çıkış ışını (B_1 veya B_2) yansıtılan ve iletilen bileşenlerden oluşur. Bu sistemi analiz etmek için, Maxwell denklemleri saçılma matrisi (S matrisi) kullanılarak çözülebilir. Genel olarak, girdi ve çıktı arasındaki ilişki şu şekilde tanımlanabilir:

$$\begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & T_{12} \\ T_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Burada R_{ij} ve T_{ij} 'ler sırasıyla A_1 ve A_2 giriş ışınlarının yansıma ve geçiş katsayılarıdır. S saçılma matrisi, gönderilen elektromanyetik dalganın dalga boyuna, yapının geometrisine ve malzeme özelliklerine bağlıdır. Basitleştirme adına, bir ayna yansıması altında simetrik olan iki portlu bir yapı düşünüyoruz. Yani $R_{11} = R_{22} = R$ kabul edelim. Sistem kararlı durumda ve lineer rejimde ise ve manyeto-optik olarak jirotropik ortamdan hariç tutulursa, S matrisi, kendisinin simetrik olduğunu gösteren optik karşılıklılık (resiprosite) ile sınırlandırılacaktır. Bu da $T_{12} = T_{21} = T$ olması anlamına gelir. Optik karşılıklılık temelinde uyumlu mükemmel soğurmayı ele alacak olursak giriş ve çıkış ışınları arasındaki ilişkiyi şöyle gösterebiliriz:

$$\begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R & T \\ T & R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Yansıma ve geçiş katsayılarının tanımları irdelenecek olursa aşağıdaki ifadeler elde

edilir:

$$\mathbf{R} = \frac{(\mathbf{n}^2 - 1)(-1 + e^{i2\mathbf{n}kd})}{(\mathbf{n} + 1)^2 - (\mathbf{n} - 1)^2 e^{i2\mathbf{n}kd}} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{T} = \frac{4\mathbf{n}e^{i\mathbf{n}kd}}{(\mathbf{n} + 1)^2 - (\mathbf{n} - 1)^2 e^{i2\mathbf{n}kd}} \quad (2.4)$$

Burada $k = \omega/c$, dalga vektörü; d , katmanın kalınlığı; $\mathbf{n} = \eta + i\kappa$, kompleks kırılma indisidir. Çıkan dalga bileşenleri sıfır olduğu zaman ($\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_2 = 0$) uyumlu mükemmel soğurma meydana gelir. Böylece uyumlu mükemmel soğurmaya karşılık düşen girdi ışınları CPA öz-modları olarak adlandırılır. Sistemin ayna simetrisi nedeniyle, uyumlu mükemmel soğurma yalnızca simetrik girişler ($\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_2$, $\mathbf{R} + \mathbf{T} = 0$) veya anti-simetrik girişler ($\mathbf{A}_1 = -\mathbf{A}_2$, $\mathbf{R} - \mathbf{T} = 0$) için elde edilebilir. Her iki durumda da, yansıma ve iletimin büyüklüğü eşittir, bu da bir CPA'nın tek bir ışınla aydınlatıldığında bir ışın ayırıcı (beam-splitter) olarak rol üstlenebileceğini gösterir. Denklem 3 ve 4 kullanılarak normal doğrultudaki geliş açıları için CPA koşulu elde edilebilir:

$$e^{i\mathbf{n}kd} = \pm \frac{\mathbf{n} - 1}{\mathbf{n} + 1} \quad (2.5)$$

Manyetik tepkiye sahip malzemeler için $\mathbf{n}$ 'nin empedans Z ile değiştirilmesi gerektiğini unutmamamız gerekir. $\pm$ işareti simetrik veya anti-simetrik girişlere karşılık gelir. $kd \gg 1$ için Denklem 5'in sonsuz sayıda kesikli çözümü elde edilmiştir. Tek bir giriş ışını (single beam) için yansıma ve geçiş katsayıları aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\mathbf{R}_s = -\frac{1}{2} \left(\frac{\mathbf{n}^2 - 1}{\mathbf{n}^2 + 1} \right) \quad (2.6)$$

$$\mathbf{T}_s = \pm \frac{1}{2} \left(\frac{\mathbf{n}^2 - 1}{\mathbf{n}^2 + 1} \right) \quad (2.7)$$

Görünüşe göre, hem simetrik hem de anti-simetrik CPA'lar için yansıma dalgasına π kadarlık bir faz kayması eklenir. Bununla birlikte, bu iki koşul için iletimden kaynaklanan faz kaymaları 0 ya da π olacak şekilde belirgindir. Bu nedenle, CPA koşulunu karşılayan iki uyumlu giriş ışını için, bir ışının iletilen dalgası ve diğer ışının yansıyan dalgası, yıkıcı bir şekilde girişime uğrayarak, gelen enerjinin toplam absorpsiyonuyla sonuçlanacaktır.

2.2. ÜÇ-BOYUTLU KATILARDA WEYL VE DİRAC YARİMETALLERİ

Weyl ve Dirac yarımalleri, topoloji ve simetri bakımından korunan, bant boşluğu (band gap) bulunmayan elektronik uyarımlara sahip 3-boyutlu madde fazıdır. Bu fazlar, grafenin 3-boyutlu muadilleri olarak büyük ilgi uyandırmaktadır. Bu malzemeler; rölativistik kiral fermiyonların parçacık fiziği modellemesi, (bant boşluğu içermese de) katıhal topolojik yalıtkanları ve Chern yalıtkanlarıyla derinden ilişki içerisinde. Weyl ve Dirac yarımalleri, karakteristik elektronik özellikleri dikkate alındığında, yüzey durumlarını (surface states) korur ve dışarıdan uygulanan elektrik ve manyetik alanlara karşı yepyeni ve sıradışı tepkiler gösterir. Şimdi bu fazların teorik altyapısı ve bulunuşu üzerinde duracağız [41–43, 45–47].

1928'de Dirac, Özel Rölativite ve Kuantum Mekanik'i'ni uzlaştırmada başarılı bir ilk olan ve ismiyle münhasır Dirac Denklemi'ni önermiştir. Rölativitede uzaysal ve zamansal türevlerin aynı mertebede olacağı şeklinde bir kısıtlama mevcut iken dalga fonksiyonunun olasılıksal yorumunda hareket denkleminin zamanın yalnızca birinci türevine bağlı olacağı biçiminde bir kısıtlama vardır. Dirac Denklemi işte bu kısıtlamalardan hareketle şekillenir. Dirac'ın çözümünde modern tabirle Gamma matrisleri denilen 4×4 kompleks matrisler ve dört bileşenli dalga fonksiyonu karşımıza çıkar. Bu dört bileşen sayesinde hem pozitif ve negatif yük çözümleri hem de yukarı ve aşağı spin durumları mümkündür. Bu basit mantıktan beslenen ve böylece teorik fizikte çığır açan bu gelişme spin kavramına yeni bir perspektif kazandırmıştır. Böylece anti-madde ve Kuantum alan teorisinin keşfinin kapısı aralanmıştır. Dirac Denklemi'nin ardından birçok farklı versiyon ortaya çıkmıştır. 1929'da matematikçi Hermann Weyl, belirli bir kiraliteye (sağ ya da sol ellilik) sahip kütleli fermiyonları temsilen basit bir versiyon ileri sürmüştür. 1937'de Majorana kütleli ve

aynı zamanda kendisinin anti parçacığı yine kendisi olan bir parçacığı temsil edecek şekilde reel sayılardan faydalanarak modifiye bir versiyon keşfetmiştir. Tüm bu gelişmeler ışığında bilhassa modern parçacık fiziğinde devasa gelişmeler yaşanmıştır. Bugüne gelecek olursak rölativistik elektronların tanımı yapılmak istendiğinde karşımıza Dirac Denklemi çıkmaktadır. Nötrinoların iyi bir tanımı dendiğinde Majorana Denklemi akla gelmektedir. Dirac Denklemi ayrıca Kuantum Alan Teorisindeki anomaliler ve sıfır modlar gibi topolojik fenomenleri açıklamada da temel rolü üstlenmektedir. Ancak ne yazık ki 90 yıl geçmiş olmasına rağmen Yüksek Enerji ve Parçacık fiziği alanında yapılan tüm deneylere rağmen Herhangi bir Weyl fermiyonu karşımıza çıkmamıştır.

Yoğun madde fiziğinde yani enerji skalasının elektronun durgun kütlesinden çok daha az olduğu bölgede çalışan birisi için rölativistik olmayan bir tanımlama daha yerinde olabilmekte ve küçük düzeltmelerle beraber Dirac Denkleminin etkisi azalabilmektedir. Yine de bir kristalin periyodik potansiyeli altında hareket eden yavaş elektronların durumu için bile Dirac Denklemine benzeyen bir düşük enerji tanımlamasını gerekli kılmaktadır. Belki bunun en iyi bilinen örneği Grafen'deki fenomendir. Zira grafenin lineer momentum-dispersiyon ilişkisi incelendiğinde Dirac Denkleminin kütlesiz ve iki boyutlu özel hali karşımıza çıkmaktadır. Bu iki boyutlu karbon katmanları, (2+1)-boyutlu kuantum elektrodinamiğinin yoğun madde fiziği bağlamındaki benzerini sunmaktadır. Bununla birlikte tek katmanlı grafen tabakasının modern anlamda izole edilmesi sonucunda, bu grafenlerin elektronik özellikleri üzerinde büyük bir uğraş alanı ortaya çıkmıştır. Son çalışmalarda, 1-boyutlu süperiletken tellerde Majorana-bağımlı durumların kanıtına ulaşılmıştır. Burada esas ilgileneceğimiz fizik; sıfır kütleli (kütlesiz) 3-boyutlu Weyl ve Dirac denklemleriyle tanımlanan ve lineer dağılım (dispersiyon) sergileyen fermiyonik uyarımlara sahip 3-boyutlu kristallerdeki fiziktir. Katıhal fiziği bağlamında rölativistik teorilerin bir bakıma test edildiği bir platform haline gelen bu fizik konusu aynı zamanda "malzemenin sınırlarındaki Fermi yayı yüzey durumları" gibi tamamen yepyeni fenomenleri gün yüzüne çıkarmıştır. Ayrıca, boş (serbest) uzayın katı simetrilerinin kristal örgüsünde sağlanmak zorunda olmaması neticesinde Yüksek Enerji Fiziğinde karşılık bulmayan yeni fermiyon türlerine işaret etmektedir (Tip-II Weyl, spin-1 Weyl ve çift-Dirac fermiyonları gibi).

Şimdi 3-boyutlu Weyl denkleminin tarihçesine, Dirac ve Majorana fermiyonları ile ilişkisine ve yoğun madde sistemlerinde bu fermiyonların ortaya çıkışıyla olan ilişkisine değinelim. 1929'da, Dirac'ın göz önüne aldığımız 4×4 kompleks matrislerle temsil edilen elektron için gereken denklemi not etmesinden kısa süre sonra, Weyl sadece 2×2 kompleks σ_n Pauli matrislerine ihtiyaç duyan basitleştirilmiş rölativistik denkleme dikkat çekmiştir. Tabii ki bu basitleştirme işlemi göz önüne alınan fermiyonların kütesiz olmasını gerektirmiştir.

Weyl fermiyonları kiralite (chirality) veya sağ-sol ellilik (handedness) kavramlarıyla ilgilidir. Ayrıca zıt kiraliteye sahip bir çift Weyl fermiyonu, bir Dirac fermiyonu oluşturacak biçimde kombine edilebilir.

O zamanlar nötrinoların, Weyl fermiyonlarının ta kendisi olması gerektiğine inanılıyordu. Ancak, sıfırdan farklı nötrino kütesinin bulunması sonucunda bu fikir rafa kaldırıldı ve temel parçacık olarak Weyl fermiyonu diye bir parçacığın bulunamadığı sonucuna varıldı. Majorana ise, reel sayıları baz alan ve kendi kendisinin anti-parçacığı olan nötr bir parçacığı tanımlayan bir denklem olarak Dirac denklemini modifiye etti.

Öte yandan elektronik bant yapılarında dejenereliklerin ortaya çıktığı koşullar Her-ring tarafından 1937'de keşfedilmiştir. Bu koşullar için özet olarak şunlar söylenebilir: Herhangi bir simetrinin söz konusu olmadığı durumda bile, 3-boyutlu katı malzemenin elektronik bant yapısında rastlantısal 2-kat dejenerelik (accidental two-fold degeneracies) elde edilebilir. Bu söz konusu bantların birbirine değme noktalarının civarındaki dispersiyon genelde lineerdir ve katı Lorentz simetrisinin eksikliği dışında Weyl denklemini hatırlatır.

Weyl fermiyonlarına işaret eden örneklerden birkaçı, örneğin iyi bilinen "Kiral Anomalisi" (chiral anomaly), rölativistik olmayan yoğun madde fiziği kapsamında ele alınabilir. Kuantum anomalisinin en basit haliyle somut bir örneği olan bu "Kiral anomalisi" bize şunu söyler: Tek bir Weyl fermiyonu elektrik alanla etkileşirse neticede elektriksel yükün korunmaması gibi fiziksel olmayan bir durumla karşılaşırız ki bundan kaçınmak için göz önüne aldığımız örgüde (lattice) fermiyon çiftlenmesi bağlamında Weyl fermiyonlarının bir setinin net kiralitesi (chirality) sıfır olmalıdır. Ancak, böyle bir durumda bile kiral anomalisi, üç boyutlu kristallerde ve kiral fer-

miyonlarda bant değme bölgeleri arasında yapıştırma görevini üstlenecek biçimde sıfırdan farklı (non-trivial) bir etki göstermektedir. Herring'in işaret ettiği bu bant değmeleri "Weyl düğümleri" olarak isimlendirilmiştir. Bunlar ve diğer bant değmelerinin elektrodinamik özellikleriyle ilgili çalışmalar da mevcuttur.

Berry eğriliğinin (Berry curvature), Hall etkisinin belirlenmesinde temel rol oynamasının anlaşılmasının ardından Weyl düğümlerinin (Weyl nodes) topolojik sonuçları keşfedilmeye başlanmıştır. Ayrıca Weyl düğümleri, Berry akısının (Berry flux) kaynağı hükmündedir ve Berry tarafından incelenen ve "şeytani noktalar" (diabolic points) diye tabir edilebilen fiziksel objelerle ilişkilidir. Bu "şeytani" noktalar Berry eğriliğinin monopolleridir ve ferromanyetik malzemeler üzerinde oluşan Hall etkisine olan tesiri çalışılmıştır.

Süper-akışkan ve süper-iletkenlerde Weyl düğümlerinin incelenmesi çabaları da mevcuttur. Örneğin; He_3 süper-akışkanının A fazında ortaya çıkan çiftlenme fonksiyonundaki düğümler, Weyl fermiyonlarının somut bir örneği niteliğindedir.

Öte yandan 2 ve 3 boyutlu topolojik yalıtkanların (topological insulators=TI) önerilmesi ve sonrasında keşfedilmesi, bant yapılarının topolojik açıdan incelenmesinde pek çok sayıda çalışma alanları doğurmuştur. Başlangıçta; enerji boşluğunun varlığına bağlı olarak topolojik özelliklerin kesin bir biçimde tasvir edildiği "bant yalıtkanları" (band insulators) alanına hapsolünmüş olsa da, sonrasında bant boşluğunun olmadığı durumlar (gapless states) arasında ilginç bağlantılar olduğu ortaya çıkmıştır.

İlk bakışta; 2-boyutlu grafen yarımetaline benzer biçimde 3-boyutlu topolojik yalıtkanların yüzeyleri, bant boşluğu içermeyen bir Dirac dispersiyonuna işaret etse de, düğüm noktalarının (nodal points) sayısında önemli farklılıklar bulunmaktadır. Topolojik ve triviyal fazlar arası geçiş, bant boşluğu içermeyen bir durum halinde devam eder. Örneğin; 3-boyutlu topolojik fazdan triviyal faza geçiş, zaman terslenmesi (time-reversal) ve inversiyon simetrilerinin varlığında ve de 3-boyutlu Dirac dispersiyonuna bağlı olarak gerçekleşir. Eğer inversiyon simetrisi kaybolursa, kritik nokta Weyl düğümlerini içerecek biçimde bant boşluğu içermeyen bir faza doğru genişler. Bu Weyl düğümleri ise Brillouin bölgesinden geçer ve zıt kiralitedeki bir partneriyle annihilasyona uğrar. Bu da, topolojide değişim anlamına gelir.

Weyl fermiyonları için topolojik neticelerin doğrudan gösterimi için, Weyl düğümlerinin sebep olduğu egzotik yüzey durumları olan Fermi yaylarının (Fermi arcs) iyi anlaşılması gerekmektedir. "Weyl yarımetali" tabiri; yapılarında kimyasal potansiyelin Weyl düğümlerine yakın olduğu bir malzeme ailesinin (pyrochlore iridates) fazını tanımlamak için kullanılmıştır. Yine bu tabir ("Weyl yarımetali" ismi), "all-in, all-out" diye tabir edilen özel bir manyetik düzenin öngörülmesiyle ortaya çıkmıştır. Bir sonraki amaç; Spinel $HgCr_2Se_4$ (çift-Weyl) gibi ferromanyetik malzemelerin hetero-yapılarını, topolojik yalıtkanları ve $Hg_{1-x-y}Cd_xMn_y$ filmlerini içerecek biçimde manyetik sistemlerdeki Weyl yarımetallerinin incelenmesidir. Manyetik Weyl yarımetali sistemlerinin net bir gösterimi hala gizemini korusa da; inversiyon simetrisini kırıcı (inversion-breaking) Weyl sistemi arayışı, $TaAs$ ve bu malzeme sınıfındaki diğer üyelerin bir Weyl yarımetali olarak öngörülmesi ve keşfedilmesi şeklinde meyve vermeye başlamıştır. Ayrıca Fermi yayı yüzey durumları (fermi arcs surface states) ise külçe-Weyl noktaları (bulk-Weyl points) ile ilişkilendirilmiştir. Sonrasında, kütesiz Dirac denklemiyle tanımlanan 3-boyutlu malzeme sistemleri ele alınmış, stabil ve 4-katlı dejenere Dirac noktalarının varlığının mümkün olabileceği ileri sürülmüştür. Weyl noktalarından farklı olarak, bu 4-katlı dejenerasyon topolojik açıdan korunmaz, çünkü bu dejenerasyonun net Chern sayısı sifıra eşittir ve Hamiltonyendeki artık (residual) momentum-koruyucu terimler potansiyel olarak dejenerasyon terimlerini karıştırabilir ve böylece elektronik spektrumda boşluklar meydana gelebilir. Bununla birlikte, belirli durumlarda bu karıştırma, uzay grubu simetrisi tarafından yasaklanabilir, bu durumda düğümler, simetri korumalı dejenere olarak bozulmadan kalır. Örneğin bu durum, inversiyon simetrisini koruyan bir kristal sisteminde TI olan ve TI olmayan fazlar arasındaki faz geçişinde meydana gelebilir. Bununla birlikte, bir dizi Hamilton kontrol parametresi üzerinde kararlı olan sağlam bir elektronik faz olarak görünebilen bu tür sistemlere Dirac yarı metalleri (DSM) denir.

Weyl yarımetallerinin özelliklerine değinecek olursak; Kuantum mekaniğinin emekleme aşamasında birbiriyle alakasız gibi görünen iki konu gözden geçiriliyor. Bunlar; "Seviye itme (level repulsion) problemi ve tesadüfi dejenere olarak bozulmadan kalır. Örneğin bu durum, inversiyon simetrisini koruyan bir kristal sisteminde TI olan ve TI olmayan fazlar arasındaki faz geçişinde meydana gelebilir. Bununla birlikte, bir dizi Hamilton kontrol parametresi üzerinde kararlı olan sağlam bir elektronik faz olarak görünebilen bu tür sistemlere Dirac yarı metalleri (DSM) denir.

2.2.1. Tesadüfi Dejenerasyonlar

İlk önce, bir enerji spektrumunda tesadüfi dejeneriklerin ne zaman oluşacağı sorusunu göz önüne alalım ve sonrasında bir çift (ikili) enerji seviyesine odaklanıp Hamiltonyen parametrelerini ayarlayarak bu seviyeleri dejenere hale getirip getiremeyeceğimizi sorgulayalım. Enerji seviyeleri genel bir sabit değere ulaşınca dek, en genel 2×2 Hamiltonyen matrisi tarafından belirlenir:

$$H = f_1\sigma_x + f_2\sigma_y + f_3\sigma_z \quad (2.8)$$

Burada seviyeler arasındaki enerji farkı ise aşağıda verilmiştir:

$$\Delta E = 2\sqrt{f_1^2 + f_2^2 + f_3^2} \quad (2.9)$$

Herhangi bir simetrinin söz konusu olmadığı genel durumda, bu dejenereliği tek bir parametre ayarlamasıyla elde edemeyiz, zira üç parametrenin de aynı anda sıfıra ayarlanması şarttır. Zaman-terslenme (time-reversal) simetrisine sahip olan reel Hamiltonyene odaklandığımızda, imajiner Pauli matrisini (σ_y) dışlayabiliriz. Sonrasında ise, iki değişkenli $\epsilon_x = 0$ ve $\epsilon_z = 0$ denklemlerini tipik bir biçimde çözebileceğimizden dolayı, iki parametrenin ayarlanmasıyla enerji seviyesi çifti tipik olarak çakışık hale getirilebilir. Ancak, zaman-terslenme simetrisi gibi herhangi bir simetrinin olmadığı durumda dejenerasyonu sağlamak için üç bağımsız parametreyi de ayarlamak gerekir. İki veya üç parametre halinde açılımı yapılmış parametre uzayındaki dejenerasyon noktalarına, daha önce Berry fazı bağlamında bahsedildiği üzere, "Diyabolik Noktalar" adı verilir ve bu noktalar sonradan ele alacağımız bir topolojik özelliğe karşılık gelir.

2.2.2. Weyl ve Dirac Fermiyonları

d uzaysal boyutta ve ışığın etkin hızının $c = 1$ alındığı Dirac denklemi aşağıdaki ifade ile verilir:

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0 \quad (\mu = 0, 1, 2, \dots, d) \quad (2.10)$$

Burada μ , zaman ve uzay boyutlarını etiketlemektedir. Ayrıca $d + 1$ adet Gamma matrisi, $\mu \neq \nu$ olmak üzere, $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 0$ anti-komütasyon ilişkisini sağlar. Burada, $i = 1, 2, \dots, d$ olmak üzere, $(\gamma^0)^2 = -(\gamma^i)^2 = 1$ olduğunu da belirtmemiz faydalı olur. Buradaki 1 ise, 2×2 birim matrisi ifade eder. Bu Gamma matrislerinin yukarıdaki özellikleri sağlayan minimum boyuttaki versiyonları, tabii ki boyuta bağlı olarak, $d = 2k + 1$ ve $d = 2k + 2$ uzaysal boyutların ikisinde de $(2^{k+1} \times 2^{k+1})$ -boyutlu matrislerdir.

Weyl, uzaysal boyut sayısının tek olduğu belirli durumlarda Dirac denkleminin çok daha basit hale getirilebileceğine dikkat çekmiştir. En basit haliyle $d = 1$ durumunu göz önüne aldığımızda, sadece iki adet birbiriyle anti-komüte eden matrise, mesela 2×2 Pauli matrislerinden $\gamma^0 = \sigma_z$ ve $\gamma^1 = i\sigma_y$ 'ye ihtiyaç vardır. Bu yüzden $1 + 1$ -boyutlu Dirac denklemi iki bileşenli spinörü gerektirir ve bu spinör ise şu şekilde ifade edilir:

$$i\partial_t \psi = (\gamma^0 \gamma^1 p + m\gamma^0)\psi \quad (2.11)$$

Burada, $p = -i\partial_x$ 'tir. Kütlesiz ($m = 0$) parçacık için ifade daha da basitleşir ve Hermisyen matris olan $\gamma_5 = \gamma^0 \gamma^1 = \sigma^x$ 'in öz durumlarının seçilmesiyle, tabii ki $\gamma_5 \psi_\pm = \pm \psi_\pm$ olmak kaydıyla, 1-boyutlu Weyl denklemi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$i\partial_t \psi_\pm = \pm p \psi_\pm \quad (2.12)$$

Sonuçta basitçe $E_{\pm}(p) = \pm p$ dispersiyonu elde edilir. Burada, sağa (veya sola) hareket eden parçacık için "Kiral fermiyon" veya "Weyl fermiyonu" terimi kullanılır. Benzer dispersiyonlara, "tamsayı kuantum Hall durumu"nun bir boyutlu kenarında da rastlarız. Ancak bu, izole bir boyutlu sistemde izinli değildir. Bunun nedeni ise kiral fermiyonların karşıt parçacık çifti olarak ortaya çıkmasıdır. "Tamsayı kuantum Hall durumu"nda, fermiyon kütle terimi zıt kiralitelere dönüşür. 3 + 1 boyutta gerçekleşen bu durumun daha iyi anlaşılması için 1-boyutlu fermiyonlarla analogi kuruyor ve ihtiyaç halinde bu analogiyi tekrarlıyoruz.

$d = 2k + 1$ olacak şekilde, tek sayılı uzaysal boyutta hermisyen matrisimizi şu hale getirebiliriz:

$$\gamma_5 = i^k \gamma^0 \gamma^1 \dots \gamma^d \quad (2.13)$$

Böylece bu matrisin, $\gamma^0 \gamma^i$ ile gösterilen "Hız matrisleri" ile komüte etmesi garanti altına alınmış olur. Bu hız matrisleri ($\gamma^0 \gamma^i$ 'ler), kütsüz Dirac denklemiyle eşzamanlı olacak şekilde köşegenleştirilmiştir. Aynı zamanda Hermisyen matrisimiz (γ_5), γ^0 ile anti-komütatif olduğundan birim matrsten farklıdır. Çift sayıda uzaysal boyuta sahip sistemlerde ise bu anti-komütatifliğin sağlanamamasının sebebi tüm Gamma matrislerinin kullanılarak, çarpımlarından birim matrisin elde edilebilmesidir.

Şimdi $d = 3$ olması durumunu ele alalım. Dirac'ın bulmuş olduğu Gamma matrisleri artık 4×4 hale gelmiştir ve aşağıdaki gibi tasvir edilir:

$$\gamma^0 = \mathbb{1} \otimes \tau_x, \quad \gamma^i = \sigma^i \otimes \tau_y, \quad \gamma^5 = -\mathbb{1} \otimes \tau_z \quad (2.14)$$

$\psi_{\pm}$ 'ler etkin biçimde iki bileşenli vektörler olmak üzere, kiral bileşenleri aşağıdaki gibi özdeşleştirelim:

$$\gamma_5 \psi_{\pm} = \pm \psi_{\pm} \quad (2.15)$$

Böylece kütleli Dirac denklemi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$i\partial_t\psi_{\pm} = H_{\pm}\psi_{\pm}, \quad H_{\pm} = \mp\vec{p} \cdot \vec{\sigma} \quad (2.16)$$

Weyl fermiyonları kendi kiralitelerini tanımlayan spinlerine göre paralel (veya zıt) yönde yayılırlar. Weyl fermiyonlarının tekli bir kiralitesi 3 boyutta karşılık bulamamasına rağmen momentum bazında ayrılmış çiftler ortaya çıkabilmektedir. İşte bu noktada Weyl yarımetalleri karşımıza çıkmaktadır.

2.2.3. Bant Yalıtkanları için Topolojik İnvaryantlar

Bant Teorisi kapsamında, kristaldeki elektronik durumların tanımı, tek parçacık Bloch dalga fonksiyonu üzerinden yapılır. Bu dalga fonksiyonu, birim hücrede tanımlıdır ve $|u_n(\mathbf{k})\rangle$ biçiminde gösterilir. Burada $\mathbf{k}$, kristal momentumunu; n ise, bant indisini etiketlemektedir. Tek bir n bandındaki Bloch dalga fonksiyonumuza ait Berry fazı, Berry bağıntısının yol integrali ile belirlenir ve aşağıdaki ifade ile verilir:

$$\mathcal{A}_n(\mathbf{k}) = -i\langle u_n(\mathbf{k}) | \nabla_{\mathbf{k}} | u_n(\mathbf{k}) \rangle \quad (2.17)$$

Bu ifade ise, eşdeğer olarak Berry akısının yüzey integralidir ve aşağıdaki formda yazılabilir:

$$\mathcal{F}_n^{ab}(\mathbf{k}) = \partial_{k_a}\mathcal{A}_n^b - \partial_{k_b}\mathcal{A}_n^a \quad (2.18)$$

İki boyutlu yalıtkan için; her bir banda ait Berry akısı, $\mathcal{F}_n^{xy} = \mathcal{F}_n$ olacak şekilde, tek bileşenli bir nesnedir. Ayrıca net Berry akısı kuantizedir ve tamsayı değerlerini alır. Bunun sebebi aşağıdaki ifade ile verilen Kuantize Hall iletkenliğidir:

$$\int \frac{d^2\mathbf{k}}{2\pi} \mathcal{F}_n(\mathbf{k}) = N_n \quad (2.19)$$

Kuantize Hall iletkenliği, işgal edilmiş olan tüm bantlar üzerinden toplam alınarak elde edilir.

Üç boyutlu kristalde, Berry akısı "Dual Manyetik Alan" gibi davranır ve aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\epsilon^{abc}\mathcal{B}_c(\mathbf{k}) = \mathcal{F}^{ab}(\mathbf{k}) \quad (2.20)$$

Bu dual manyetik alan, alta eklenen n bant indisiyle birlikte, anahtarlama görevi görerek konum ve momentumun rollerini değiştirir.

Öte yandan elektronun yarı-klasik hareket denklemi, simetrik olarak aşağıdaki gibi verilir:

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v} - \dot{\mathbf{p}} \times \mathcal{B} \quad (2.21)$$

$$\dot{\mathbf{p}} = e\mathbf{E} + e\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B} \quad (2.22)$$

Burada, $\mathbf{v}$, renormalize bant hızını gösterirken; $\mathbf{E}$ ve $\mathbf{B}$ ise, sırasıyla dışarıdan uygulanan elektrik ve manyetik alanları gösterir.

Berry akısı, yukarıdaki hareket denklemlerinde $r \leftrightarrow p$ simetrisini yeniden sağlamaktadır, yani bir nevi restore etmektedir. Aksi halde bu simetri Lorentz kuvveti tarafından bozulmuş halde olurdu.

Bunun yanında $\mathbf{B}$ ile $\mathcal{B}$ arasında önemli bir fark vardır. Uygulanan dış manyetik alan olan $\mathbf{B}$ 'den farklı olarak, Berry alanını temsil eden $\mathcal{B}$ alanı, manyetik monopole sahip olabilir. Bunun en iyi örneği bant yapısındaki Weyl noktalarıdır.

2.3. WEYL YARIMETALLERİNİN TOPOLOJİK BAKIMDAN İNCELENMESİ

Weyl yarımetallerinde, Brillouin bölgesinin üzerindeki bir bölgede iletkenlik ve valans bantları çakışır. Üstelik bu çakışma hali, parametrelerin küçük değişimine karşı oldukça az stabil davranır. Bunun gibi bant çakışmaları için koşulların belirlenmesinde "bantların dejenereliği" anahtar görevi görür, ki bu bantların dejenereliği de "simetri" ile belirlenir.

Eğer spin dönme simetrisi, spin-yörünge etkileşimi ihmal edilecek biçimde, göz

önüne alınırsa bantlar iki kat dejeneredir. Buna alternatif olarak; yine iki kat dejenereliğin olmasını sağlayan koşul, zaman terslenme (time-reversal= $\mathcal{T}$) ve inversiyon ($\mathcal{P}$) simetrilerinin aynı anda var olması veya ikisinin kombinasyonu olan $\mathcal{PT}$ simetrisinin var olmasıdır. $\tilde{\mathcal{T}} = \mathcal{PT}$ operasyonu altında, kristal momentumu invariant kalır yani değişmez. Üstelik $\tilde{\mathcal{T}}^2 = -1$ 'dir. Bu ikisi, çift kat dejenereliğin göstergesidir. Öte yandan, sadece $\mathcal{T}$ simetrisi mevcutsa, kristal momentumu operasyon altında tersleneceğinden dolayı bantlar genellikle dejenere değildir. Sadece "zaman terslenmeli invariant momentum" (time-reversal invariant momentum, TRIM) mevcutsa yani $\mathbf{k} = -\mathbf{k}$ ise, Kramers dejenereliği vardır. Benzer şekilde, zaman terslenme simetrisi kırılırsa ve sadece inversiyon simetrisi mevcutsa, yine bantlar dejenere değildir.

Şimdi dejenere olmayan bir bant çiftinin birbiriyle çakışması için gereken koşulları irdelleyelim. İki enerji seviyesini göz önüne alalım ve bu ikilinin etkin Hamiltonyeninin açılımını şu şekilde yazalım:

$$H(\mathbf{k}) = f_0(\mathbf{k})\mathbb{1} + f_1(\mathbf{k})\sigma_x + f_2(\mathbf{k})\sigma_y + f_3(\mathbf{k})\sigma_z \quad (2.23)$$

"Tesadüfi Dejenerasyonlar" kısmında bahsedildiği üzere, üç uzaysal boyutu temsil eden üç bağımsız değişkene (σ_x , σ_y ve σ_z) ait katsayılar olan f_1 , f_2 ve f_3 'ü göz önüne alalım. Bantların çakışması için eşzamanlı olarak $f_1 = f_2 = f_3 = 0$ ayarı yapılmalıdır. Bu ayarlamadan sonra herhangi bir "ince ayar" yapılmadan bant çakışmalarının sağlanması beklenebilir ve şu sonuca varılabilir: "Weyl düğümlerinin varlığı, Hamiltonyene ait parametrelerin küçük pertürbasyonlarına karşı karardır."

Weyl düğümlerinin geometrik yerleşimini tarif etmeye çalışalım. $f_1(\mathbf{k})$ reel bir fonksiyon olsun ve bize momentum uzayının neresinde sıfırlandığı sorulsun. Muhtemelen bu bölge, fonksiyonumuzun pozitif ve negatif değerlerini ayıran 2-boyutlu bir yüzey olacaktır. Eğer $f_2(\mathbf{k})$ ve $f_3(\mathbf{k})$ 'nın da aynı anda sıfır olmasına ihtiyaç varsa bu durumda bir noktada üç bağımsız yüzeyin kesişmesi hali söz konusudur.

Şimdi f_a fonksiyonlarını küçük bir miktar değiştiren bir pertürbasyonu göz önüne alalım. Bu durum, sıfır yüzeylerini ve bu yüzeylerin kesişme noktalarını küçük bir miktarda hareket ettirir, ancak kesişme yine gerçekleşir, sadece farklı bir kristal momentumunda gerçekleşir. Weyl düğümleri, herhangi bir küçük pertürbasyonla or-

tadan kaldırılamaz, ancak başka bir Weyl düğümüyle annihilasyona uğrayarak görünmez hale gelebilir. Aşağıda bunun açık halini görebileceğimiz topolojik perspektifi irdeleyeceğiz.

Weyl yarımetalini (WSM) anlaşılır hale getirmek için, uygun simetrilerin kırılmasıyla dejenere olmaktan çıkmış bantlara sahip 3-boyutlu bir kristal yapının bulunmasına ihtiyaç vardır. Weyl düğümleri oldukça doğal bir yapı olmasının yanında Fermi enerjisine yakın olmaları gibi ek bir gereksinim de vardır ve bu da kendi içinde $f_0(\mathbf{k})$ 'nın neredeyse sıfır olduğu örnekler üzerinden hareket etmemizi gerektirir. Hamiltonyenimizi $\mathbf{k} = \mathbf{k}_0 + \delta\mathbf{k}$ civarında seriye açarak, bant temas noktasına yakın bölgedeki dispersiyonu incelediğimizde şu ifadeye ulaşırız:

$$H(\mathbf{k}) \sim f_0(\mathbf{k}_0)\mathbb{1} + \mathbf{v}_0 \cdot \delta\mathbf{k}\mathbb{1} + \sum_{a=x,y,z} \mathbf{v}_a \cdot \delta\mathbf{k}\sigma^a \quad (2.24)$$

Burada, $\mathbf{v}_\mu = \nabla_{\mathbf{k}} f_\mu(\mathbf{k})|_{\mathbf{k}=\mathbf{k}_0}$; ($\mu = 0, 1, 2, 3$ olmak üzere), etkin (efektif) hızları gösterir. Bunlar, ek simetrilerin olmaması durumunda sıfırdan farklıdır. Eğer özel limit hali olarak; $\mathbf{v}_0 = 0$ ve $\mathbf{v}_a = v_0 \hat{a}$ ($a = 1, 2, 3$) haline dönersek Denklem(1.16) ile ifade edilmiş Weyl denklemini elde ederiz. İşte bundan dolayı bu bant temasları "Weyl Düğümleri" olarak isimlendirilmiştir.

Böylece, $C = \text{sign}(\mathbf{v}_x \cdot \mathbf{v}_y \times \mathbf{v}_z)$ sabit kiralitesi, Weyl fermiyonları ile ilişkilendirilebilir. Ancak, Weyl düğümlerinin neden zıt kiraliteye sahip ikililerde bulunması gerektiği belirsizliğini korumaktadır. Bunu anlaşılır kılmak için, Weyl noktasını çevreleyen bir yüzey üzerindeki Berry akısını hesaplamaya ve böylece Weyl düğümlerinin topolojik karakterini ortaya koymaya gereksinim vardır. Dahası, $\mathbf{k}_0$ noktasını kuşatan herhangi bir yüzeyden geçen Berry akısının, kesin bir ifadeyle (C :kiralite) $2\pi C$ değerini alacağını ve sonuç olarak Weyl noktalarının, Berry akısının monopolleri olması gerektiğini gösterebiliriz.

Bir Weyl noktasını kuşatan küreyi ve bu kürenin 2-boyutlu bant yapısını dikkate alalım. Bu yapının Chern sayısı sıfırdan farklıdır ($C = \pm 1$). Bununla beraber bu küre yüzeyini bütün Brillouin bölgesini içine alacak şekilde genişletirsek, periyodiklikten dolayı, bu bant yapısı bir noktaya eşdeğer hale gelir ve net Chern sayısı sıfır olmak zorundadır. Bundan dolayı Brillouin bölgesindeki bütün Weyl noktalarının

net Chern sayısı sıfır olmak mecburiyetindedir.

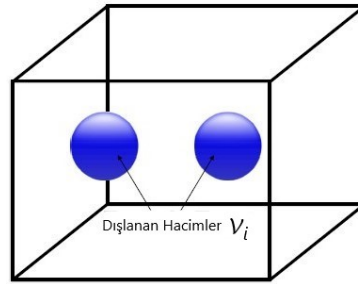
Şekil 1.2'de gösterilen $\mathcal{V}_i$ hacimleri üzerinden $\nabla_{\mathbf{k}} \cdot \mathcal{B}(\mathbf{k}) = 0$ 'ın integrali sıfır olur. Ancak bunun için aşağıdaki ifade ile verilen "dışlanan hacimlerin yüzeyleri üzerinden alınan integral" sıfır olmak zorundadır:

$$\sum_i \oint_{\partial \mathcal{V}_i} \mathcal{B}(\mathbf{k}) \cdot d\mathcal{S}_k = -2\pi \sum_i C_i \quad (2.25)$$

Süreklilik halinde, momentum uzayı artık kompakt (kapalı ve sınırlı) kalamayacağından, tek bir Weyl düğümü tanımlanabilir. Bununla beraber, Weyl fermiyonlarının örgü (lattice) modeli ile canlandırılması halinde, net kiralite sıfır olmak zorundadır. Ayrıca bu durumdan şu sonucu da elde edebiliriz: "Weyl düğümleri, Hamiltonyene çift (ikili) sistemde bir distorsiyon uygulanması ile (örneğin zıt kiralitedeki diğer Weyl düğümüyle annihilasyona uğratılması neticesinde) ortadan kaldırılabilir."

Ayrıca Berry akısının 2π 'nin tamsayı katı olması gerektiği de unutulmamalıdır. Örneğin $C = \pm 2$ olacak şekilde bant temasına izin verilen durum, bütün yönlerde lineer dispersiyona sahip olmayan bir Çift-Weyl (double-Weyl) düğümüne karşılık gelir.

Birtakım sezgisel yöntemlerin inşa edilmesi ve 4×4 Hamiltonyenlerin oluşturduğu uzayda olasılıkların daha açık hale getirilmesi amacıyla iki orbitalinde de (+) spin yönelimine sahip basit bir sürekli sistemi göz önüne alalım. Bu yaklaşım, gelenek-



Şekil 2.2: Kapalı bir hacim olan Brillouin bölgesi üzerinden integre edilen net Berry akısının sıfır olması zorunluluğunun bir sonucu olarak; Weyl düğümlerinin net kiralitesi sıfır olmak zorundadır. Burada, bant temasları $\mathcal{V}_i$ hacimleri (dışlanan hacimler) ile birlikte izole edilmiştir.

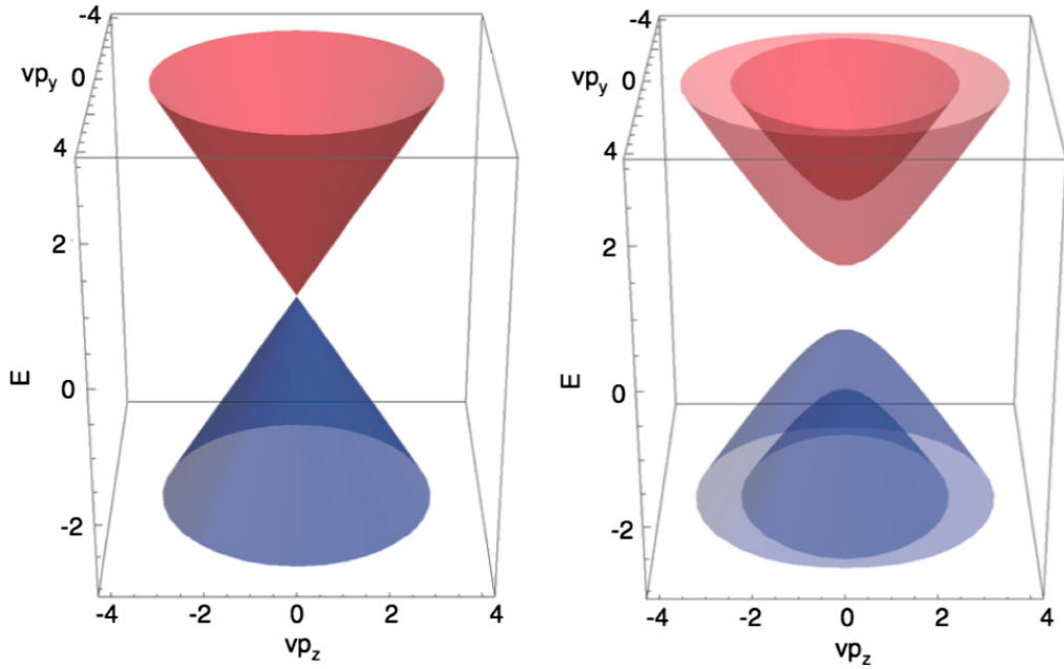
sel bant boşluklu manyetik yarıiletkenlerin tanımlanmasında olduğu gibi, WSM'nin "çizgi düğümü (line-node) yarımetali" halini de tanımlamakta oldukça önemlidir. Bu "çizgi düğümü" terimi aslında tezat içerir ve hala kullanılmaktadır.

Γ noktası civarında açılım yapacak olursak, 4×4 Hamiltonyen matrisimiz şöyle ifade edilir:

$$\begin{aligned} H &= v\tau_x(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k}) + m\tau_z + b\sigma_z + b'\tau_z\sigma_x \\ &= \begin{pmatrix} m\mathbb{1} + b\sigma_z + b'\sigma_x & v\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k} \\ v\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k} & -m\mathbb{1} + b\sigma_z - b'\sigma_x \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.26)$$

Burada $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$ dalga vektörünü ya da momentumu temsil ederken; τ_n 'ler ise pseudo-spin orbital serbestlik dereceleri için Pauli matrislerini belirtir. m ise kütle parametresidir. b ve b' ise sırasıyla z ve x yönündeki manyetik alanlara karşılık gelen Zeeman alanlarıdır.

m , b ve b' 'in fonksiyonu olacak şekilde çok sayıda farklı durum elde edebilir ve konumuza uygun bir seçim yapabiliriz. Örneğin $b' = 0$ için özdeğerlerimiz aşağıdaki



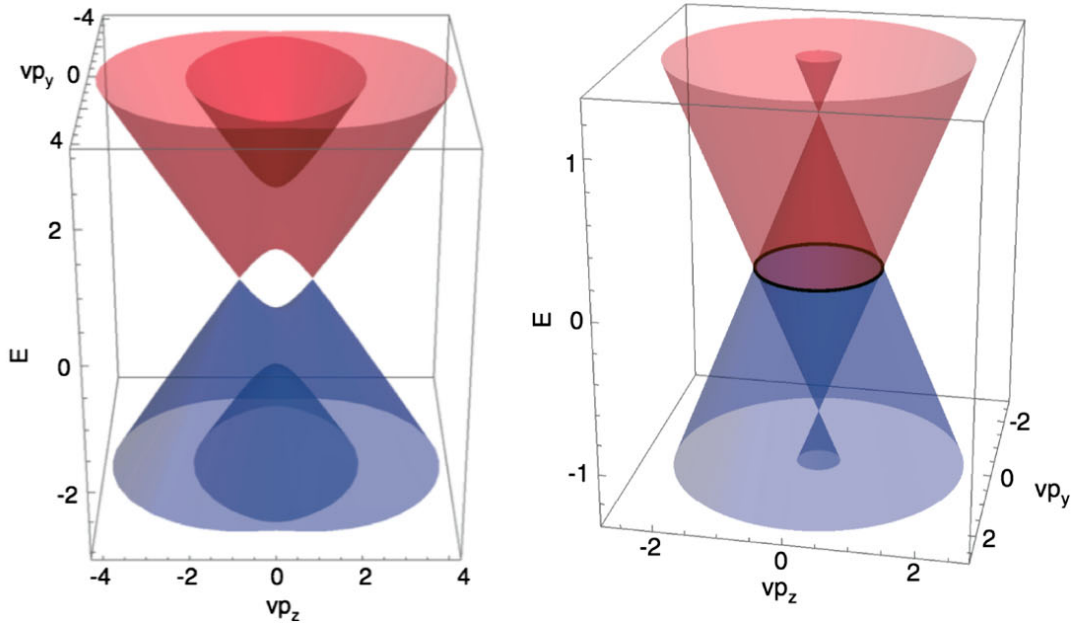
Şekil 2.3: (Sol)Dirac yarımetali için ($m = b = b' = 0$),(sağ) manyetik yarıiletken için ($m = 1, b = 0.5, b' = 0$) $\varepsilon_{s\mu}(0, p_y, p_z)$ 'nin enerji spektrumu

gibidir:

$$\varepsilon_{s\mu}(\mathbf{k}) = s\sqrt{m^2 + b^2 + v^2k^2 + 2\mu b\sqrt{v^2k_z^2 + m^2}} \quad (2.27)$$

Burada $k = |\mathbf{k}|$, $s = \pm 1$ ve $\mu = \pm 1$ 'dir. $\varepsilon_{s\mu}(0, k_y, k_z)$ için elde edilen spektrum Şekil 2.3 ve Şekil 2.4 ile verilmiştir. Şekil 2.3'ün solundaki grafiği dikkate alalım. (2.26) ifadesiyle verilen Hamiltonyeni göz önüne alırsak Dirac yarımetalinde bir çift dejenere lineer bant mevcuttur ($m = b = 0$) ve tam $k = 0$ 'da bant teması vardır. Sağdaki grafiğin işaret ettiği üzere ($|m| > |b|$), bant boşluklu bir manyetik yarıiletkeninde ise enerji bantları $|E| < |m| - |b|$ bölgesinde boşluklu bir duruma sahiptir. Şekil 2.4 sol kısmında $|b| > |m|$ halinin işaret ettiği WSM bant yapısında ise orta kısımda görüleceği üzere bantların teması bir çift izole nokta düğümlerinde meydana gelmektedir. Bu noktaları $\mathbf{k} = (0, 0, \pm\sqrt{b^2 - m^2}/v)$ dalga vektörüyle tarif edebiliriz.

Şekil 2.5 ise, m ve b parametrelerinin uzayındaki farklı olguları gözler önüne sermektedir. $m = b = 0$ olması ve b' değerinin sonlu olması hali için özdeğerlerimiz



Şekil 2.4: (Sol) Weyl yarımetal için ($m = 0.5, b = 1, b' = 0$) ve (sağ) çizgi-düğümü (line node) yarımetal için ($m = 0, b = 0, b' = 1$) $\varepsilon_{s\mu}(0, p_y, p_z)$ 'nin enerji spektrumu

aşağıdaki gibi olur:

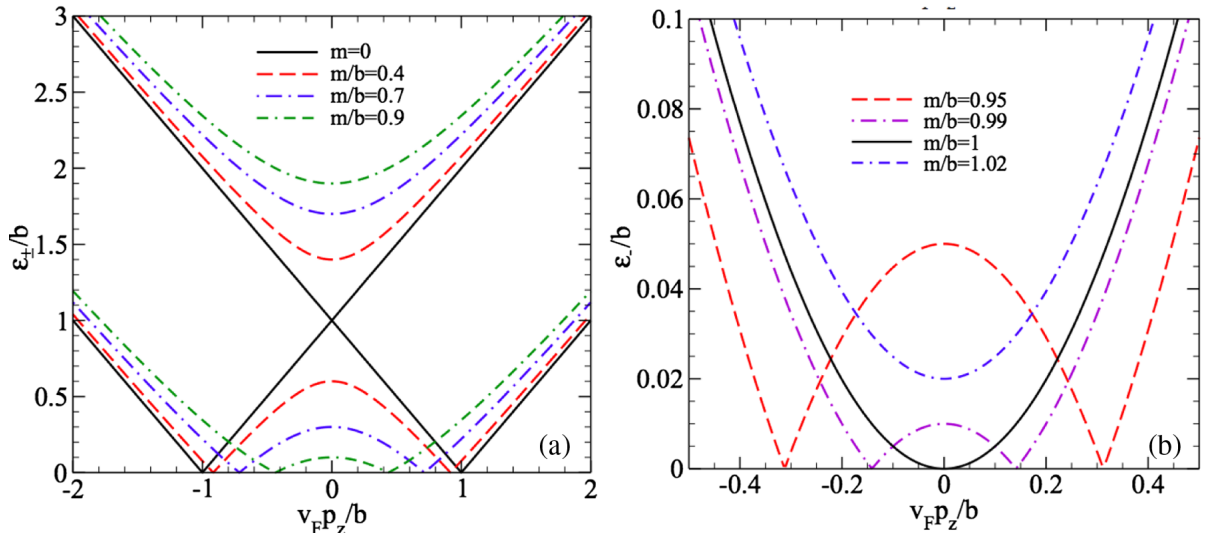
$$\varepsilon_{s\mu}(\mathbf{k}) = s\sqrt{v^2k_x^2 + \left[v\sqrt{k_y^2 + k_z^2} + \mu b'\right]^2} \quad (2.28)$$

Burada sıfır enerji çevrimi, $k_x = 0$ ve $\sqrt{k_y^2 + k_z^2} = b'/v$ olmak kaydıyla bir dairesel bölge teşkil eder (Şekil 2.4 sağ kısım). 0'dan uzaklaşan k_x değerleri için spektrum aniden boşluklu yapıya bürünür.

Süreklilik modelimizde $\mathcal{T}$ (time-reversal) simetrisini kıran alanlar idealize edilmiş olsa da, farklı modellemelere ihtiyaç duyacağımız örgülerde karşılaşılabileceğimiz simetri kırıcı pertürbasyonların tasviri için b ve b' parametreleri oldukça önemlidir.

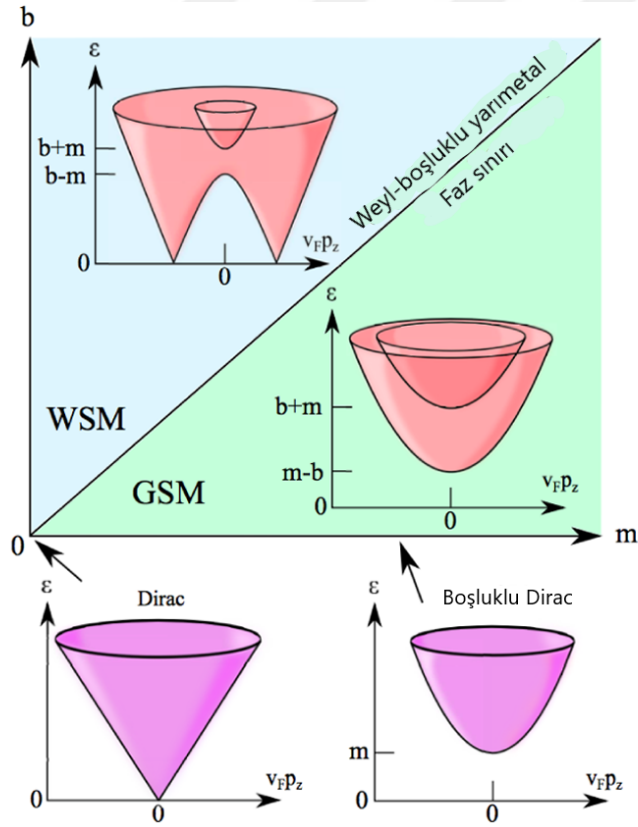
Brillouin bölgesinin çok önemli bir kesitini teşkil eden Weyl düğümlerinin Zeeman ayrışmasını üretmek için gereken manyetik alanı laboratuvar ortamında uygulamak imkansızdır denebilir. Bundan ötürü b ve b' alanları "efektif iç alanlar" olarak göz önüne alınmalıdır.

İleri bir sezgiyi fiziğin içine katacak olursak, Weyl yarımetalinin reel uzay modelini göz önüne alarak yapıcı bir fikir ortaya koymuş oluyoruz. $\mathcal{T}$ -simetrisi-kırılmış



Şekil 2.5: (Sol) 2.26 ifadesinden gelen $s = +$ ve $\mu = \pm$ bantlarının yapısı. Burada m/b oranının artışına göre verilen cevap dikkate alınmıştır. Sonlu m değeri için $\mu = +$ bandı boşlukludur. $\mu = -$ bandı ise iki Weyl düğümü içerir. (Sağ) $m/b = 1$ 'deki faz geçişi civarında $s = +$ ve $\mu = -$ bantlarının yapısı gösterilmiştir.

olan Weyl yarımetali için en sade ve gerçekçi modeli tarif etmemiz gerekirse Zeeman alanı boyunca $\mathcal{T}$ simetrisinin kırılmış olduğu topolojik ve normal yalıtkanların d periyoduyla tekrar eden yapısına bakabiliriz. Şekil 2.7'den de anlaşılacağı gibi, aynı tabaka (Δ_S) komşu tabakalar (Δ_D) arasındaki tünellemeler için iki farklı "tünelleme matris elemanı"na sahip bir sistem modelleyebiliriz. Manyetizma olmadığında bu sistem, Δ_S ve Δ_D 'nin bağıl şiddetinin bir fonksiyonu olarak, "topolojik-normal bant inversiyon geçişi"ni gösterebilir. Çoklu katmanımız, $\Delta_D > \Delta_S$ olduğunda külçe (bulk) halindeki 3-boyutlu topolojik yalıtkan iken, $\Delta_D < \Delta_S$ durumunda ise normal yalıtkandır. Eğer tabakalar, spin ayrışması terimi olan b 'yi verecek şekilde manyetize olursa, Δ_D 'ye yakın Δ_S değerleri için Weyl yarımetali (WSM) fazını elde edebiliriz.



Şekil 2.6: 2.26 ifadesinin faz diyagramı. $m/b < 1$ iken, sistemimiz Weyl yarımetali (WSM)dir. $m/b > 1$ iken boşluklu yarımetal (gapped semi-metal=GSM) fazı baskındır. $b = 0$ civarında, dejenere halde kütleli Dirac yarımetalleri (DSM) gözlenmiştir. $m = b = 0$ 'da ise kütsüz ve dejenere Dirac fermiyonları mevcuttur.

Weyl düğümleri ise tam olarak şu ifadeyle tespit edilen noktalarda bulunur:

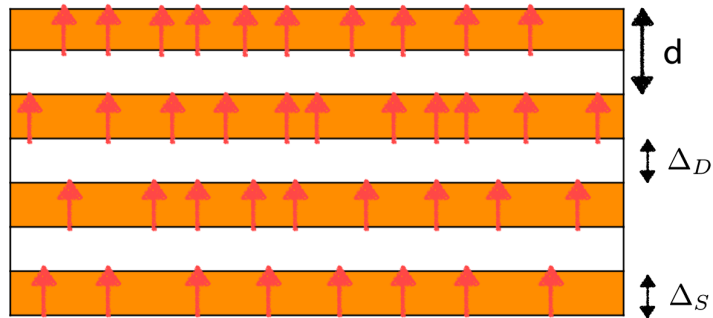
$$k_z^{\pm} = \frac{\pi}{d} \pm \frac{1}{d} \arccos \left(\frac{\Delta_S^2 + \Delta_D^2 - b^2}{2\Delta_S\Delta_D} \right) \quad (2.29)$$

Δ_S , Δ_D ve b 'nin bir fonksiyonu olarak, Weyl düğümleri Brillouin bölgesi boyunca hareket edebilir ve tam manyetize durumu veren b 'nin kritik değeri için Brillouin bölgesi kenarında annihilasyona uğrayabilir. Ayrıca yine bu Weyl düğümleri, "kuantize anormal Hall iletkenliği" için de Brillouin bölgesi kenarında annihilasyona maruz kalabilir.

Konuyla ilgili çabalar arasında $\mathcal{P}$ -kırılmalı (parite simetrisinin kırılmış olduğu) Weyl yarımetalleri de mevcuttur.

Bu tabakalandırılmış modellemeler sadece yeni WSM durumlarının elde edilmesi çabası için mümkün yol haritaları sunmakla kalmayıp, aynı zamanda periyodik olarak "terslenen (inverted) ve terslenmeyen (uninverted) yerel (local) bant boşlukları"ndan oluşmuş bir madde fazı olarak Weyl yarımetalleri hususunda yeni bir bakış açısı kazanmamızı sağlar. Bu bakış açısıyla, Fermi yaylarının varlığı ve anormal Hall etkisi gibi somut etki ve fenomenler karşımıza doğal olarak çıkar.

"Aubrey-Andre-Harper Modeli"ne bağlı olarak 1-boyutlu primitif atom hücrelerinin bir araya gelmesiyle inşa edilen 3-boyutlu topolojik yarımetaller için de birtakım çalışmalar mevcuttur.



Şekil 2.7: Topolojik ve normal yalıtkanların oluşturduğu Weyl yarımetalinin hetero-yapısal modeli. Katkılı manyetik safsızlıklar oklarla gösterilmiştir. d , örgünün reel uzaydaki periyodikliğidir. Δ_S , aynı topolojik yalıtkan tabaka üzerindeki topolojik yüzey durumları arasındaki tünellemeleri; Δ_D ise, farklı tabakalar arasındaki tünellemeleri göstermektedir.

2.3.1. Zamanda Terslenme Simetrisi Kırılmış Olan ($\mathcal{T}$ -broken) Weyl Yarımetalleri

En basit ayar olarak $\mathcal{T}$ simetrisinin kırılmış ve $\mathcal{P}$ (inversiyon) simetrisinin korunmakta olduğu bir WSM'yi göz önüne alalım. Bu durum, Weyl düğümlerinin en az sayıda olduğu hale, yani zıt kiraliteli ikili hale izin verir. İnversiyon (orijine göre terslenme) simetrisi, bu iki Weyl düğümünün aynı enerji düzeyinde bulunduğu (dejenere) durumu garanti altına alır. Üstelik bu simetri, TRIM (time-reversal-invariant-momenta)'deki parite özdeğerlerine dayalı olarak Weyl noktalarının teşhis edilmesinde basit bir kriter hükmündedir.

Şimdi, bu konuyu aşağıdaki gibi bir oyuncak model bağlamında ele alalım: Manyetik olarak düzenli bir sistemimiz olsun ki bant yapısında spin dejenereliği bulunmasın, fakat basit kübik örgünün her örgü noktasında bir orbital çifti bulunsun. Sonra bu orbitaller ise, s ve p orbitalleri gibi zıt pariteye sahip olsun ki orbital bazlarında yazıldığında diagonal olan τ_z , aşağıdaki inversiyon simetrisinin tanımında işimizi görsün:

$$H(\mathbf{k}) \rightarrow \tau^z H(-\mathbf{k}) \tau_z \quad (2.30)$$

Buradaki Hamiltonyenimiz şu ifadeyle verilir:

$$H(\mathbf{k}) = t_z(2 - \cos k_x a - \cos k_y a + \gamma - \cos k_z a) \tau_z + t_x(\sin k_x a) \tau_x + t_y(\sin k_y a) \tau_y \quad (2.31)$$

$-1 < \gamma < 1$ için $\pm \mathbf{k}_0 = (0, 0, \pm k_0)$ konumunda bir çift Weyl düğümü vardır. Burada $\gamma = \cos k_0'$ dir.

$|\mathbf{q}| \ll k_0$ kabulüne dayanarak $H_{\pm}(\mathbf{k}) \approx H(\pm \mathbf{k}_0 + \mathbf{q})$ yaklaşımını uyguladığımızda "Düşük-enerji Uyarımı"nı elde ederiz. Sonrasında ise, $H_{\pm} = \sum_a v_a^{\pm} q_a \tau_a$ olur. Burada $v^{\pm} = (t_x, t_y, t_z \sin k_0)$ 'dir.

Sekiz adet TRIM momentumunda, yani $n_a = 0, 1$ olmak üzere $(n_x, n_y, n_z) \pi/a$ göz

önüne alındığında Hamiltonyendeki sadece ilk terim "aktif" durumdadır. $\gamma > 1$ ise, bütün TRIM'ların parite özdeğerleri aynıdır ve bantlar inversiyon özelliği göstermez. Bununla beraber, $\gamma = 0$ 'da Γ noktasının parite özdeğeri, bantların inversiyon özelliği gösterdiğini belirtir ve bu durumda Weyl düğümlerinin sağlandığı kolayca gösterilebilir yani inversiyona uğramış (inverted) parite özdeğerlerinin tek sayıda olması durumu, Weyl fiziğinin teşhisi niteliğindedir.

Öte yandan, momentum uzayındaki $k_z = 0$ ve $k_z = \pi/a$ düzlemlerine ait $\Omega(k_z)$ Chern sayılarını karşılaştırdığımızda $\Omega(k_z = \pi/a) = 0$ olurken $\Omega(k_z = 0) = 1$ olur.

$\gamma = -1$ 'dan başladığımızda, Brillouin bölgesi (Brillouin Zone ya da BZ) sınırlarında Weyl düğümleri karşımıza çıkar ve $\gamma = 1$ 'de birbirine yok edecek şekilde yakınlaşırlar.

$\gamma > 1$ halinde ise, k_z yönünde tüm Brillouin bölgesi birim Chern sayısı ile doldurulmuştur ve "tamsayı Kuantum Hall durumunun 3-boyutlu versiyonu" karşımıza çıkar. Böylece Weyl yarımetali, triviyal yalıtkan ile topolojik yalıtkan arasında bir geçişsel (transitional) durum olarak meydana gelir.

Kimyasal potansiyelin $E_F = 0$ 'da olması halinde, Fermi yüzeyi, $\pm k_0$ olmak üzere sadece iki noktadan oluşur. E_F 'nin artmasıyla Weyl noktalarının etrafında iki küremsi Fermi yüzeyi ortaya çıkar ve bir metal fazı oluşur.

Fermi yüzeyleri, Brillouin bölgesi içinde oluşan kapalı 2-boyutlu manifoldlardır. Buradan hareketle "toplam Berry akısı"nı tanımlayabiliriz ki bu Berry akısının genel anlamda bir tamsayı olması gerekir. Mevcut durumumuzda ise bu akı, Weyl metalinin karakteristik bir özelliği olarak ± 1 şeklinde kuantize edilir.

$E_F > E^* = t_z(1 - \gamma)$ iken, Fermi yüzeyleri bir Lifshitz geçişi boyunca birleşir ve bir Fermi yüzeyindeki net Chern sayısı sıfıra gider. Bu noktada, bu faza Weyl metalii demek doğru olmaz. Bu tartışma, Weyl düğümlerinin E^* ile kıyaslandığında kimyasal potansiyele yeterince yakın olmasının önemini vurgular. İdeal grafendeki gibi, sadece stokiometriden hareketle, kimyasal potansiyelin Weyl düğümlerinin konumuna ayarlanmasını istiyoruz.

2.3.2. İnverson Simetrisi Kırılmış Olan ($\mathcal{P}$ -broken) Weyl Yarımetalleri

Eğer $\mathcal{T}$ (zamanda terslenme simetrisi) korunmuşsa, bu sefer inverson simetrisi ($\mathcal{P}$) kırılmış olmak zorundadır ki Weyl yarımetali karşımıza çıksın. $\mathcal{T}$ -kırılmalı WSM'deki durumdan farklı olarak, burada Weyl noktalarının toplam sayısı 4'ün katları şeklinde olmak zorundadır. Bunun sebebi; zaman terslenmesi altında, k_0 'daki bir Weyl düğümü $-k_0$ 'daki bir Weyl düğümüne dönüştürülür. Bu dönüşümde kiralite aynı kalır. Net kiralite sıfır olacağından, zıt kiraliteye sahip başka bir çift Weyl düğümü bulunmalıdır. Düğümlerin sayısının daha büyük olması sonucunda potansiyel olarak daha çok karmaşıklık ortaya çıksa da, bu tür WSM'ler deneysel olarak daha uygun olabilir; zira bir ferromagnetizmandan gelen "dış saçak alanları (external fringe fields)", "açı-çözümlemeli fotoemisyon spektroskopisi(ARPES)"nin momentum çözünürlüğü için sorun teşkil edebilir. Ayrıca, manyetizmanın ortaya çıkardığı karmaşıklıklar olmaksızın, prensipte sistemin bazı özellikleri güçlü manyetik alan altında daha basit ve anlaşılır olmalıdır.

$\mathcal{T}$ -simetrik WSM'lere ilişkin faydalı bir bakış açısı, bunları 3-boyutlu topolojik yalıtkan ile triviyal yalıtkan arasındaki geçiş olarak düşünmektir. 3-boyutlu topolojik bir yalıtkan hem zaman terslenme simetrisine hem de inverson simetrisine sahip olduğunda, bunun bant topolojisini teşhis etmek için basit bir "parite" kriterine ihtiyaç vardır. Topolojik ve triviyal durumlar arasında bir geçiş sağlamak için, zıt pariteli Kramers ikili(dublet)leri, TRIM'lerden birinde birbirini kesmelidir. Bu "durum çiftleri", zıt parite özdeğerlerine sahip olacağından, seviyeler arası itme (level repulsion) yoktur ve sadece bir parametre ayarlanarak "kesip geçme (crossing)" hali sağlanabilir. Geçiş noktasında, genel olarak bir Dirac dispersiyonuna yol açan dört-katlı dejenerasyon meydana gelir. Dolayısıyla inverson simetrisinin varlığında triviyal yalıtkan ve topolojik yalıtkan arasındaki geçiş, bir Dirac noktası üzerinden gerçekleşir. Ancak inverson kırıldığında, tek bir ayar parametresi ayarlanırken, TRIM noktalarındaki Kramers ikilileri artık birbirini kesip geçemezler.

3. MALZEME VE YÖNTEM

3.1. TWSM'DE MAXWELL DENKLEMLERİNİN MODİFİYE EDİLMİŞ HALİ

Bir TWSM'nin düşük enerji limitinde, uzaysal olarak değişen aksiyon terimi, o TWSM'nin elektromanyetik tepkisinin belirlenmesinde önemli bir rol oynar. Karşılık gelen TWSM katman sisteminin tam hareketi, geleneksel ve aksiyon terimlerin toplamı ile, $S = S_0 + S_\Theta$ olmak üzere, şu şekilde tanımlanır:

$$S_0 = \int \left\{ -\frac{1}{4\mu_0} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} F_{\mu\nu} \mathcal{P}^{\mu\nu} - J^\mu A_\mu \right\} d^3x dt,$$

$$S_\Theta = \frac{\alpha}{8\pi\mu_0} \int \left\{ \Theta(\vec{r}, t) \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\mu\nu} F_{\alpha\beta} \right\} d^3x dt,$$

Burada $\mathcal{P}^{\mu\nu}$ tensörü elektrik polarizasyonu ve manyetizasyonu, sırasıyla $\mathcal{P}^{0i} = cP^i$ ve $\mathcal{P}^{ij} = -\varepsilon^{ijk} M_k$ ifadeleriyle temsil eder. Uzay ve zamana bağlı aksiyon terimleri ise sırasıyla $\Theta(\vec{r}, t) = 2\vec{b} \cdot \vec{r} - 2b_0 t$ ifadeleriyle verilir. Burada, $\vec{b}$ ve b_0 ise sırasıyla momentum ve enerji uzayında Weyl düğümleri arasındaki ayrışmayı simgeler. Konumuz temelinde b_0 sıfıra eşit olacak biçimde ayarlanmıştır. Çünkü Weyl düğümlerinin aynı kimyasal potansiyeli paylaşması kabulü yapılmıştır. Eğer aksiyonumuz, A_μ 'ye göre değişim gösterirse aşağıdaki hareket denklemleri elde edilir:

$$-\frac{1}{\mu_0} \partial_\nu F^{\mu\nu} + \partial_\nu \mathcal{P}^{\mu\nu} + \frac{\alpha}{2\pi\mu_0} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\nu (\Theta F_{\alpha\beta}) = J^\mu \quad (3.1)$$

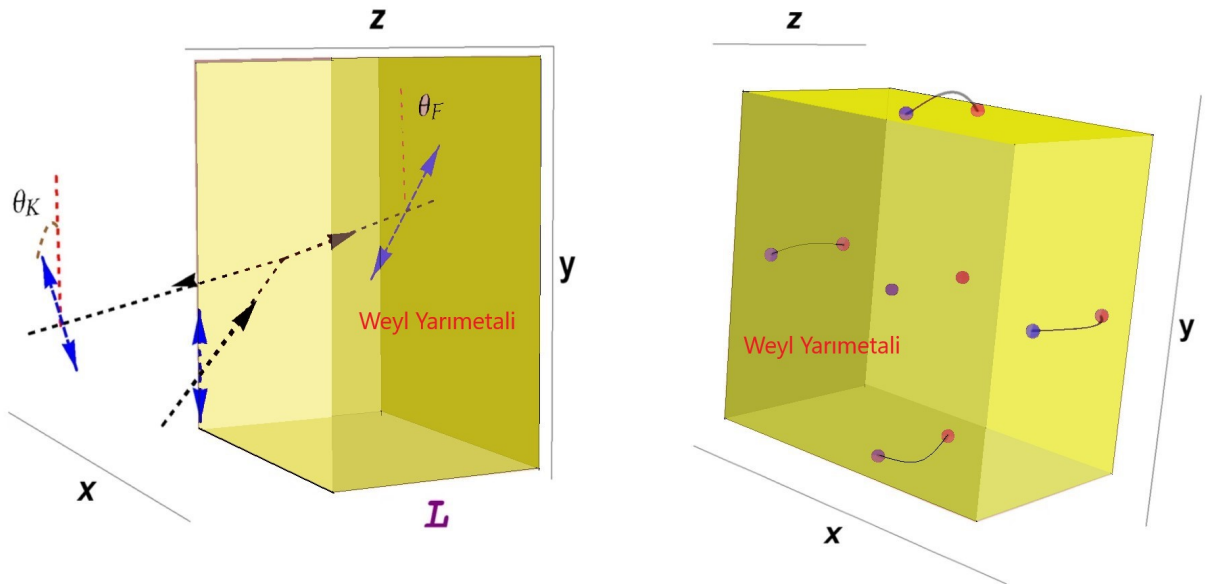
Bu denklemi genişletmemiz sonucunda, aşağıdaki bölümdeki Denklem 3.2 ve 3.3'de verilen değiştirilmiş (modifiye edilmiş) Maxwell denklemlerini, aksiyon alan terimi varlığında yeniden elde edebiliriz.

3.2. TE-MOD ÇÖZÜMÜ VE TRANSFER MATRİSİ

Tek boyutlu problemimiz, Kerr ve Faraday rotasyonlarından dolayı iki boyutlu düzleme taşınır ve böylece yansıma ve geçiş genlikleri 2x2 matrislerle ifade edilir. Çift

modlu (bi-modal) yapının temelinde bu iki boyutlu matrisler yatar. Spektral tekillikler, her bir moda ait yansıma ve geçiş matrislerinin ıraksama karakterlerine göre belirlenir. Sonuçta dispersiyon etkilerine sahip olan ya da olmayan, tek ya da çift modlu spektral tekillik koşulları elde edilmiş olur. Çalışmamızda, malzememize yeni özellikler kazandırarak uyumlu mükemmel soğurucu (CPA) sistemimizdeki verimliliği artırmanın pratik yolları aranmış ve tüm TWSM tip malzemeleri kapsayacak bir formalizm geliştirilmiştir. Kesin çözümlerin ve bu çözümlerin davranışlarının ele alındığı sistemimizde parametreler anti-lazer koşulunu sağlayacak biçimde optimize edilmiştir. Bu parametreler; kayıp (loss) katsayısı, geliş açısı, katman kalınlığı ve Weyl nodları arası mesafe şeklinde belirtilebilir. Faraday rotasyon açıları doğru bir biçimde ayarlandığında eşit genlik ve fazda gelen dalgalar elde edilir. Böylece TWSM tip CPA'nın oluşması için kesin (exact) koşullar sunulmuş olur.

Şekil 3.1'de gösterildiği gibi; optik olarak aktif, lineer, homojen ve TWSM yapısına sahip bir kayıp (loss) katmanında karşılıklı Weyl düğümleri z -ekseni boyunca konumlansın. Bu katman L kalınlığına ve $0 < z < L$ bölgesinde birbiçim (üniform) olarak dağılmış n kompleks kırılma indisine sahip olsun. Bu optik sistemin elektromanyetik dalgalarla etkileşimi incelendiğinde hem topolojik hem de magneto-elektriksel



Şekil 3.1: Elektromanyetik dalganın WSM'nin etkileşimi için TE-mod konfigürasyonunda yansıyan ve geçen dalgaların polarizasyon yönelimleri değişir ve sağ kısımdaki gibi, Weyl düğümleri arasında Fermi yayları oluşur.

optik etki analizleri yapılmalıdır. Katmanın yüzeyleri üzerinde fermi yaylarının yerleşimini tanımlayan Weyl düğümlerinin konumunun belirlenmesi, topolojik nitelik bakımından çok büyük önemdedir. Bu çalışmadaki konfigürasyonda ise Şekil 3.1'in sağ kısmında gösterildiği gibi, karşılıklı Weyl düğümlerinin z -ekseni üzerinde konumlanmasına bağlı olarak yan (z -eksenine dik olan yüzeyler hariç), taban ve tavan yüzeylerinde fermi yayları meydana gelir. Optik konfigürasyonumuza göre Maxwell denklemleri aşağıdaki gibi modifiye edilir:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho(z) + \beta \vec{b} \cdot \vec{B}, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (3.2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} - \partial_t \vec{D} = \vec{J}(z) - \beta \vec{b} \times \vec{E}, \quad \partial_t \vec{B} + \vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{0}, \quad (3.3)$$

Burada, $\beta := 2\alpha/\pi Z_0$, bir sabit olmak üzere; $\alpha := e^2/2\epsilon_0\hbar c$, ince yapı sabiti olup; $Z_0 := \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$, boşluğun empedansıdır. e , elektronun yükü; $c := 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$, ışığın boşluktaki hızıdır. $\vec{b} = b\hat{e}_z$ vektörü, z -yönündeki $0 < z < L$ bölgesinde hizalanan iki Weyl düğümü arasındaki yerdeğiştirme vektörünü temsil eder. $\vec{E}$ elektrik alanı ve $\vec{B}$ manyetik alanı ile $\vec{D}$ ve $\vec{H}$ alanları sırasıyla aşağıdaki yapısal bağıntıları sağlar:

$$\vec{D} := \epsilon \vec{E},$$

$$\vec{B} := \mu \vec{H},$$

Burada, ϵ ve μ ise, sırasıyla, elektromanyetik dalgaın yayıldığı ortamın permitivite ve permeabilitesidir. Bunların tanımına bakılacak olursa, $z \in [0, L]$ için aşağıdaki ifadeler verilir:

$$\epsilon(z) := \epsilon_b + \frac{i\sigma_{yy}}{\epsilon_0\omega}$$

$$\mu(z) = 1 + \chi_m$$

Burada ise ϵ_b , bağlı yüklerin katkısını temsil eder. χ_m ise, topolojik Weyl yarımetalinin manyetik bir karaktere sahip olması halindeki manyetik süsseptibilitesini temsil ederken çalışmamızda ele aldığımız malzemenin manyetizması ihmal edilmektedir. Ayrıca TWSM malzememizin kompleks değere sahip kırılma indisi olan n , katmanın içinde $n^2 := \epsilon\mu$ ifadesini sağlar.

Maxwell Denklemlerinde karşımıza çıkan elektrik akım yoğunluğu ifadesi, $z = 0$ vez = L için, şu şekilde verilir:

$$\vec{J}(z) := \sigma(z)\vec{E}(z)$$

Burada $\sigma(z)$, TWSM katmanının z -eksenine dik olan karşılıklı yüzeylerine ait yüzey iletkenlikleridir. Formal bakımdan, bu yüzeylerdeki yüzey akım yoğunluğu olan $\vec{J}^s$, tensörel notasyonda aşağıdaki gibi verilir:

$$\vec{J}_\alpha^s = \sigma_{\alpha\beta}^s \vec{E}_\beta$$

Buradaki $\sigma_{\alpha\beta}^s$ iletkenlikleri aşağıdaki ifadelerle tanımlanır (bu iletkenliklerin çıkarımı bir sonraki alt bölümde gösterilmektedir, konu bütünlüğü açısından burada detaylara yer verilmemiştir) [48–50]:

$$\sigma_{yy}^s = \frac{e^2 k_c}{3\pi \hbar \hat{\omega}_c} 1 - i[\hat{\omega}_c^2 + \ln|1 - \hat{\omega}_c^2|] \quad (3.4)$$

$$\sigma_{yx}^s = \frac{e^2 b}{\pi \hbar} + \frac{\alpha c}{3\pi v_F} \ln|1 - \hat{\omega}_c^2| \quad (3.5)$$

Burada, $\hat{\omega}_c := 2\omega_c/\omega$ ve $\omega_c := v_F k_c'$ dir ve v_F , Fermi hızıdır. k_c ise, momentum kesmesi olarak adlandırılır ve $k \leq k_c'$ dir. (Denklem 3.4)'teki σ_{yx}^s bileşeni, TWSM katmanının içinde ve dışında Kerr ve Faraday rotasyonlarının iletilmesini sağlar. Ayrıca, yüzey akımlarına eşlik eden serbest yüzey yüklerinin varlığının neticesinde bu yükler ve akımlar arasında kurulabilecek ilişki, aşağıdaki süreklilik denklemiyle verilir:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}^s + \partial_t \rho^s(z) = 0 \quad (3.6)$$

Gelen elektromanyetik dalganın saçılmaya uğradığı ve fermi yaylarının oluşmadığı yüzeyler, serbest yük ve akımların olduğu yüzeylerdir. Bu sebeple TWSM malzemenin yüzeyleri iletken ve iç ortamı da yalıtkan olarak davranır.

Maxwell denklemlerinin TE-mod çözümlerini bulmak amacıyla öncelikle yüzeye

eğik bir biçimde gönderilen zamanda-harmonik elektromanyetik dalgamızın formunu aşağıdaki gibi kabul edelim:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \mathcal{E}(z)e^{ik_x x}\hat{e}_y, \quad (3.7)$$

Bu ifadede $j = x, y, z$ olmak üzere $\hat{e}_j$ birim vektörüne karşılık gelen x, y, z kartezyen koordinat sistemi kullanılmıştır. $k_x = k \sin \theta$, $k_z = k \cos \theta$ ve $\theta \in [-90^\circ, 90^\circ]$ olmak kaydıyla j -ekseni boyunca dalga vektörünün bileşenleri, kısaca k_j ile gösterilsin. TWSM katmanının yüzeyine gelen elektromanyetik dalga yüzeyden geçerken ve yansırken polarizasyon yönelimini değiştirir. Kırılan dalgalar θ_F açısı kadar Faraday rotasyonuna, yansıyan dalgalar ise θ_K açısı kadar Kerr rotasyonuna zemin hazırlar.

(3.1) ve (3.2) ile belirtilen Maxwell denklemlerinden hareketle TE-mod durumlarıyla ilişkili olacak şekilde 3-boyutlu Helmholtz denkleminde ulaşırız ve ayrıca ilgili manyetik alanı, elektrik alanı cinsinden, aşağıdaki gibi ifade ederiz:

$$[\nabla^2 + k^2 \epsilon(z) \mu(z)] \vec{E} - i\beta k Z_0 \vec{b} \times \vec{E} = 0, \quad (3.8)$$

$$\vec{H} = -\frac{i}{k Z_0 \mu(z)} \vec{\nabla} \times \vec{E}, \quad (3.9)$$

Kerr ve Faraday rotasyonları neticesinde polarizasyon değişimine uğramış dalgaya bükülmüş (twisted) dalga denir ve bu dalga ortaya çıktığı andan itibaren yukarıdaki iki denklem kupleli hale gelir. Helmholtz denklemi ile Schrödinger denklemi arasındaki biçimsel eşdeğerlik göz önüne alındığında, Kerr ve Faraday rotasyonları ışığında, yukarıdaki kupleli yapı aşağıdaki gibi kuplesiz hale getirilebilir:

$$-\psi''_{\pm} + v_{\pm}(z)\psi_{\pm} = \mathcal{K}^2 \psi_{\pm} \quad (3.10)$$

Burada $v_{\pm}(z) = \mathcal{K}^2_{\pm}(z)$ olmak üzere potansiyel ifadesi vardır.

Buradaki potansiyel içindeki bazı ifadelerin açık halleri sırasıyla aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} \mathfrak{z}_{\pm}(\mathbf{z}) &:= \mathfrak{z}(\mathbf{z}) \pm \frac{2\alpha L b(\mathbf{z})}{\pi \mathfrak{K} \cos \theta} \\ \mathfrak{z}(\mathbf{z}) &:= \begin{cases} \tilde{n}^2 & \text{for } \mathbf{z} \in [0, 1], \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \\ \tilde{n} &:= \sec \theta \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Yukarıdaki denklemlerde, bundan sonraki ifadelerin rahatça takip edilebilmesi adına aşağıdaki ölçeklenmiş değişkenler kullanılmıştır:

$$\mathbf{x} := \frac{x}{L}, \quad \mathbf{z} := \frac{z}{L}, \quad \mathfrak{K} := L k_z = k L \cos \theta. \quad (3.12)$$

$\psi_{\pm}$ 'lar sırasıyla artı ve eksi mod çözüm setlerine karşılık gelmektedir. Bundan dolayı, her mod TWSM katmanı içinde kendi kırılma indisine sahiptir, yani $\tilde{n}_{\pm}$ 'lar şu şekilde ifade edilir:

$$\tilde{n}_{\pm} = \sqrt{\tilde{n}^2 \pm 2\alpha b L / \pi \mathfrak{K} \cos \theta} \quad (3.13)$$

Bu son olarak bahsedilen $\tilde{n}_{\pm}$ 'lar aslında efektif kırılma indisleridir ve TWSM katmanımız için çift kırıcılık (birefringence) üretir. Bu çift kırıcılık fenomeni, Denklem 3.12'deki b teriminin varlığından kaynaklanır. Bu çerçevede $\vec{E}$ elektrik alanı ve $\vec{H}$ manyetik alanının bileşenleri; $\mathcal{F}_{\pm}$ ve $\mathcal{G}_{\pm}$ 'ler optik TWSM katmanının farklı bölgelelerini tanımlayan katsayılar olmak üzere, Tablo 3.1'de gösterilmiştir:

$\vec{E}$ -alanının bileşenleri	$\vec{H}$ -alanının bileşenleri
$E_x = \frac{(\mathcal{F}_+ + \mathcal{G}_+)}{2} e^{i\mathfrak{K}x \tan \theta}$	$H_x = \frac{i \cos \theta}{2Z_0} \left[\sqrt{\mathfrak{z}_+} \mathcal{F}_- - \sqrt{\mathfrak{z}_-} \mathcal{G}_- \right] e^{i\mathfrak{K}x \tan \theta}$
$E_y = \frac{-i(\mathcal{F}_+ - \mathcal{G}_+)}{2} e^{i\mathfrak{K}x \tan \theta}$	$H_y = \frac{\cos \theta}{2Z_0 \mu} \left[\sqrt{\mathfrak{z}_+} \mathcal{F}_- + \sqrt{\mathfrak{z}_-} \mathcal{G}_- \right] e^{i\mathfrak{K}x \tan \theta}$
$E_z = 0$	$H_z = -\frac{i \sin \theta}{2Z_0} [\mathcal{F}_+ - \mathcal{G}_+] e^{i\mathfrak{K}x \tan \theta}$

Tablo 3.1: TWSM katmanının içerisindeki ve dışarısındaki elektrik ve manyetik alan bileşenleri.

$\mathcal{F}_\pm$ ve $\mathcal{G}_\pm$ 'lerin açık hali de aşağıda verilmiştir:

$$\mathcal{F}_\pm := \begin{cases} A_1^{(+)} e^{i\mathfrak{K}z} \pm C_1^{(+)} e^{-i\mathfrak{K}z} & \text{for } z < 0, \\ B_1^{(+)} e^{i\mathfrak{K}+z} \pm B_2^{(+)} e^{-i\mathfrak{K}+z} & \text{for } 0 < z < 1, \\ A_2^{(+)} e^{i\mathfrak{K}z} \pm C_2^{(+)} e^{-i\mathfrak{K}z} & \text{for } z > 1. \end{cases}$$

$$\mathcal{G}_\pm := \begin{cases} A_1^{(-)} e^{i\mathfrak{K}z} \pm C_1^{(-)} e^{-i\mathfrak{K}z} & \text{for } z < 0, \\ B_1^{(-)} e^{i\mathfrak{K}-z} \pm B_2^{(-)} e^{-i\mathfrak{K}-z} & \text{for } 0 < z < 1, \\ A_2^{(-)} e^{i\mathfrak{K}z} \pm C_2^{(-)} e^{-i\mathfrak{K}z} & \text{for } z > 1. \end{cases}$$

Yukarıda karşılaşmış olduğumuz $\mathfrak{K}_j$ 'lerin açık hali de aşağıda verilmiştir:

$$\mathfrak{K}_j := \mathfrak{K}\mathfrak{n}_j. \quad (3.14)$$

$\mathfrak{K}$ -bağımlı kompleks katsayılar olan $A_j^{(\pm)}, B_j^{(\pm)}$ ve $C_j^{(\pm)}$ 'ler, TWSM konfigürasyonu-muzda geçerli olan sınır koşulları dikkate alındığında, birbiriyle ilişkili katsayılar-dır. İlgilendiğimiz sınır koşulları aşağıdaki kısımda verilmiştir.

Uzayımızı iki bölgeye ayıran $\mathcal{S}$ yüzeyinin sınır koşulları şu özelliklere sahiptir: 1) Arayüzeyde $\vec{E}$ elektrik alanının teğetsel bileşeni süreklidir, $\hat{n} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0$; 2) $\vec{B}$ manyetik alanının normal bileşeni süreklidir, $\hat{n} \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0$; 3) $\vec{D}$ elektriksel akı yoğunluğu vektörünün normal bileşeni, yüzey yük yoğunluğuna eşit miktarda bir "süreksizlik" oluşturur, $\hat{n} \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \rho^s$; 4) $\vec{H}$ alanının teğetsel bileşeni, yüzey akım yoğunluğuna eşit miktarda bir "süreksizlik" teşkil eder, $\hat{n} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{J}^s$. Burada $\hat{n}$, 2 bölgesinden 1 bölgesine doğru yönelmiş olan, $\mathcal{S}$ yüzeyine ait birim normal vektörü temsil eder. Optik konfigürasyonumuzda, elektrik alanının normal bileşeni bulunmadığından dolayı 3) koşulunu ihmal ederiz. Bunlara dayanarak sınır koşullarını aşağıdaki gibi tablo haline getirebiliriz:

Böylece "Transfer Matrisi"mizi aşağıdaki gibi inşa edebiliriz:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{C}_2 \end{pmatrix} = \mathbb{M}(\mathfrak{K}) \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{C}_1 \end{pmatrix}$$

	$\sum_{j=1}^2 [A_j^{(-)} + C_j^{(-)}] = \sum_{j=-}^+ [B_1^{(j)} + B_2^{(j)}],$
	$\sum_{j=1}^2 g_j [A_j^{(-)} + C_j^{(-)}] = \sum_{j=-}^+ j [B_1^{(j)} + B_2^{(j)}],$
$\mathbf{z} = 0$	$\mu \sum_{j=1}^2 [(g_j + 2h_j) A_j^{(-)} - (g_j - 2h_j) C_j^{(-)}] = \sum_{j=-}^+ j \tilde{n}_j [B_1^{(j)} - B_2^{(j)}],$
	$\mu \sum_{j=1}^2 [A_j^{(-)} - C_j^{(-)}] = \sum_{j=-}^+ \tilde{n}_j [B_1^{(j)} - B_2^{(j)}].$

	$\sum_{j=1}^2 [A_j^{(+)} e^{i\mathfrak{K}} + C_j^{(+)} e^{-i\mathfrak{K}}] = \sum_{j=-}^+ [B_1^{(j)} e^{i\mathfrak{K}_j} + B_2^{(j)} e^{-i\mathfrak{K}_j}],$
	$\sum_{j=1}^2 g_j [A_j^{(+)} e^{i\mathfrak{K}} + C_j^{(+)} e^{-i\mathfrak{K}}] = \sum_{j=-}^+ j [B_1^{(j)} e^{i\mathfrak{K}_j} + B_2^{(j)} e^{-i\mathfrak{K}_j}],$
$\mathbf{z} = 1$	$\mu \sum_{j=1}^2 [(g_j + 2h_j) A_j^{(+)} e^{i\mathfrak{K}} - (g_j - 2h_j) C_j^{(+)} e^{-i\mathfrak{K}}] = \sum_{j=-}^+ j \tilde{n}_j [B_1^{(j)} e^{i\mathfrak{K}_j} - B_2^{(j)} e^{-i\mathfrak{K}_j}],$
	$\mu \sum_{j=1}^2 [A_j^{(+)} e^{i\mathfrak{K}} - C_j^{(+)} e^{-i\mathfrak{K}}] = \sum_{j=-}^+ \tilde{n}_j [B_1^{(j)} e^{i\mathfrak{K}_j} - B_2^{(j)} e^{-i\mathfrak{K}_j}].$

Tablo 3.2: TWSM konfigürasyonumuza uygun TE-modtaki dalgalar için sınır koşulları. Burada $\tilde{n}_{\pm}$ 'lar efektif kırılma indisleridir.

Burada A_j ve C_j 'ler ($j = 1, 2$), topolojik Weyl yarımetalimizden dışarı doğru uzanan, sağa ve sola giden dalgalar ile ilgili katsayıları ifade eden sütun matrisleri olup, aşağıdaki gibi yazılabilirler:

$$A_j = \begin{pmatrix} A_j^{(+)} \\ A_j^{(-)} \end{pmatrix}, \quad C_j = \begin{pmatrix} C_j^{(+)} \\ C_j^{(-)} \end{pmatrix}$$

$\mathbb{M}(\mathfrak{K})$ ise, yansıma ve geçiş genliği değerlerini alan 2×2 matrislerden inşa edilmiş 4×4 transfer matrisidir ve aşağıdaki gibi gösterilir:

$$\mathbb{M}(\mathfrak{K}) = \begin{pmatrix} \mathbf{T}^l - \mathbf{R}^l \mathbf{R}^r \mathbf{T}^{-r} & \mathbf{R}^r \mathbf{T}^{-r} \\ -\mathbf{R}^l \mathbf{T}^{-r} & \mathbf{T}^{-r} \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

Öncelikle Helmholtz mütekabiliyet prensibine dayanarak $T^l = T^r = T$ olması gerektiğini anlayabiliriz. Transfer matrisi, TWSM-optik sistemimizdeki yansıma ve geçiş özellikleri hakkında bütün bilgileri ortaya çıkarmaktadır. Uyumlu mükemmel soğurucu ise "öz dual spektral tekillik şartı"nın (self-dual spectral singularity condition) sağlanması sonucu elde edilebilmektedir. Bunun matematiksel karşılığı da $M_{11} = 0$ ifadesinin sağlanmasıdır ki bu da reel $\mathfrak{K}$ değerlerine karşılık gelir. Sonuç olarak öz dual spektral tekillik noktalarında sadece ve sadece gelen (incoming) dalgalara rastlanır. TWSM konfigürasyonumuzda M_{11} , aşağıdaki gibi elde edilir:

$$M_{11} = - \begin{pmatrix} \gamma_+(\nu_+; \nu_-) & \zeta_+(\nu_+; \nu_-) \\ \gamma_-(\nu_-; \nu_+) & \zeta_-(\nu_-; \nu_+) \end{pmatrix} e^{i\mathfrak{K}} \quad (3.16)$$

Burada $\nu_j := (\sigma_j, \tilde{n}_j)$ ve $\gamma_j, \zeta_j : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ olmak üzere sürekli fonksiyonlardır ve aşağıdaki gibi açık halde yazılabilir:

$$\begin{aligned} \zeta_\ell(\nu_i; \nu_j) &:= \frac{1}{2} \left\{ \left[\left(1 - \frac{\mu\sigma_j}{\tilde{n}_j} \right) (1 + \ell\sigma_i) + \ell a_\ell \right] \cos \mathfrak{K}_j \right. \\ &\quad \left. - b_\ell \cos \mathfrak{K}_i + \frac{i\mu\sigma_j c_\ell}{\tilde{n}_i} \sin \mathfrak{K}_i + \frac{i\mathfrak{d}_\ell}{\tilde{n}_j} \sin \mathfrak{K}_j \right\}, \\ \gamma_\ell(\nu_i; \nu_j) &:= \frac{1}{2} \left\{ \sigma_i \cos \mathfrak{K}_j + \frac{i\mu\sigma_j (\sigma_i - 1)}{\tilde{n}_i} \sin \mathfrak{K}_i \right. \\ &\quad \left. - \sigma_j \cos \mathfrak{K}_i + \frac{i\mu\sigma_i (\sigma_j - \ell)}{\tilde{n}_j} \sin \mathfrak{K}_j \right\} \end{aligned}$$

Yukarıdaki ifadeler için uygun olan özdeşlikler ise aşağıda topluca verilmiştir:

$$\begin{aligned} \sigma_j &:= \frac{Z_0}{2\cos\theta} (\sigma_{yy} + ij\sigma_{yx}), \quad a_+ := \frac{\mu\sigma_-}{\tilde{n}_-} - 1, \quad a_- := 1, \\ b_+ &= -c_- = 1 + c_+ := \sigma_-, \quad b_- := 0, \\ \mathfrak{d}_+ &:= \mu\sigma_- (\sigma_- - 1), \quad \mathfrak{d}_- := \frac{\tilde{n}_-^2 - \mu\tilde{n}_- \sigma_- \mu^2 (\sigma_+ - 1)}{\mu} \end{aligned}$$

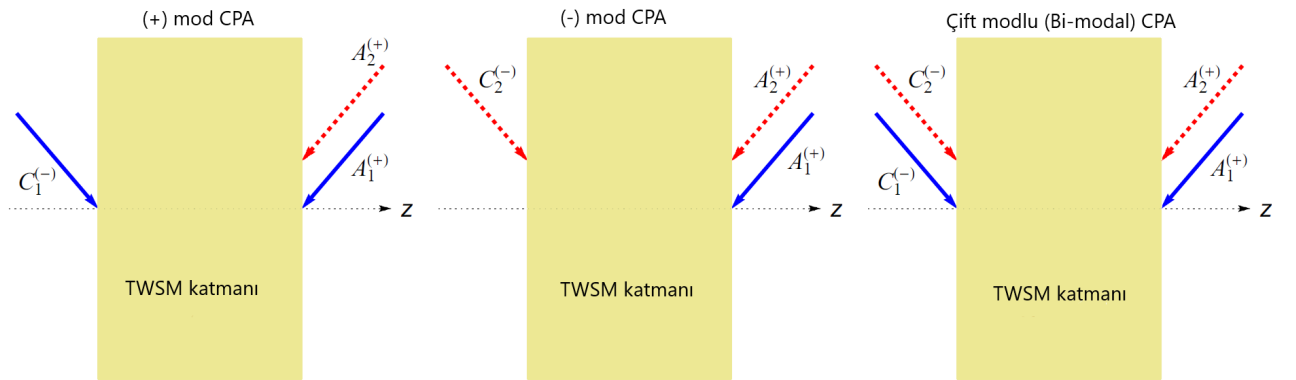
Burada ise $\ell = +$ veya $-$ olmaktadır. TWSM malzememizin uyumlu mükemmel soğurma (CPA) eşik koşulu, (3.15) ifadesindeki M_{11} matris bileşenlerinin sıfıra eşitlenmesi halinde reel $\mathfrak{K}$ değerlerinden ulaşacağımız öz dual spektral tekilliklerle ifade edilir. Bu olay göz önüne alındığında, (+) ve (-) modların herbiri pozitif ve negatif kırılma indislerine karşılık gelir ve kısıtlayıcı CPA koşullarının oluşmasına öncülük

eder. Bu çift modlu anti-lazerleme, TWSM konfigürasyonumuzda görülen çözümlerin kupleli hale gelme eğiliminden ortaya çıkar ve Kerr ve Faraday rotasyonları halinde kendini gösterir. Bunlardan ötürü, + ve - modlardaki CPA'ya aşağıdaki koşuldan ulaşılır:

$$\zeta_{-}(\nu_{\pm}; \nu_{\mp}) = \gamma_{-}(\nu_{\pm}; \nu_{\mp}) = 0. \quad (3.17)$$

Yukarıdaki ifadeden anlaşılacağı üzere (+)-mod CPA için $A_1^{(-)} = A_2^{(-)} = C_1^{(+)} = 0$ koşulu mevcut iken, (-)-mod CPA elde etmek için $A_1^{(+)} = A_2^{(+)} = C_2^{(-)} = 0$ koşulu sağlanmalıdır. Böylece sadece içeri giren (purely incoming) dalga üretmek maksadıyla göz önüne alınan koşullar elde edilmiş olur. Çift modlu CPA ise (3.17)'daki dört koşulun da sağlanmasını gerektirir.

(+)-mod CPA; $\tilde{n}_{+}$ etkin kırılma indisine istinaden, malzememizin iki tarafında da antilazer oluşumuna yol açarken, $\tilde{n}_{-}$ 'ye istinaden de sol tarafta antilazer oluşumunu sağlar. Benzer biçimde, (-)-mod CPA; $\tilde{n}_{-}$ 'den kaynaklanacak biçimde, iki yönde de antilazer oluşumuna yol açarken, $\tilde{n}_{+}$ 'ya bağlı olacak şekilde sol tarafta antilazer oluşumunu sağlar. Bu durum da TWSM-CPA malzememizin karakteristik özelliklerinden kaynaklanır. Şekil 3.2, (+) ve (-) modların anti-lazerleme davranışlarını açık bir biçimde göstermektedir.



Şekil 3.2: Tek- ve çift-modlu CPA konfigürasyonları. Mavi oklar $\tilde{n}_{+}$ 'dan kaynaklı CPA'ya, kırmızı kesik oklar ise $\tilde{n}_{-}$ 'den kaynaklı CPA'ya karşılık gelmektedir.

3.3. İLETKENLİKLERİN HESAPLANMASI

Bir TWSM'nin uzunlamasına σ_{yy} ve enine σ_{yx} iletkenliklerini hesaplamak için, [49, 50] içinde verilen yaklaşımları kullanırız. Bizim durumumuzda, $+\vec{b}$ ve $-\vec{b}$ 'da sadece iki düğümün bulunduğu en basit durumu ele alıyoruz, burada $\vec{b} = b\hat{e}_z$ 'dir. Weyl düğümlerinin yakınında, lineerleştirilmiş Hamiltoniyen şu şekilde verilir:

$$H(\vec{k}) = \pm \hbar v_F \vec{\sigma} \cdot (\vec{k} \pm \vec{b}).$$

Burada v_F , Fermi hızıdır ve $\vec{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ bileşenleri Pauli matrisleri olan bir vektördür. Bunun sonucunda, Kubo formülünden elde edilen $\sigma_{\alpha\beta}$ iletkenliği aşağıdaki gibi olur:

$$\sigma_{\alpha\beta}(\omega) = \frac{i}{\omega} \lim_{q \rightarrow 0} \Pi_{\alpha\beta}(q, \omega)$$

Diamanyetik terimin olmaması halinde $\Pi_{\alpha\beta}(q, \omega)$ polarizasyon fonksiyonu, akımın akıma göre korelasyonu fonksiyonu ile verilir:

$$\Pi_{\alpha\beta}(q, i\omega_n) = \frac{-1}{\mathcal{V}} \int_0^\beta d\tau e^{i\omega_n \tau} \langle T_\tau \hat{\mathcal{J}}_\alpha(q, \tau) | \hat{\mathcal{J}}_\beta(-q, 0) \rangle.$$

Burada $\mathcal{V}$, sistemimizin hacmidir ve $\hat{\mathcal{J}}$ akım yoğunluğu operatörü ise aşağıdaki ifadeyle verilir:

$$\hat{\mathcal{J}} = -\frac{\delta H}{\delta \vec{A}} = \pm e v_F \vec{\sigma}.$$

$i\omega_n \rightarrow \omega + i0^+$ analitik sürekliliği uyguladığımızda, reel frekans davranışı kolayca elde edilir. Böylece her düğüm için aşağıdaki ifadeyi elde ederiz:

$$\Pi_{\alpha\beta}(\omega) = \frac{e^2 v_F^2}{\mathcal{V}} \sum_{i, i', \vec{k}} \frac{f(\varepsilon_{i'}(\vec{k})) - f(\varepsilon_i(\vec{k}))}{\hbar\omega + \varepsilon_{i'}(\vec{k}) - \varepsilon_i(\vec{k}) + i0^+} \langle \vec{k}i | \sigma_\alpha | \vec{k}i' \rangle \langle \vec{k}i' | \sigma_\beta | \vec{k}i \rangle$$

Burada $f(x) = 1 / (1 + e^{\beta x})$ Fermi fonksiyonudur. $H(\vec{k}) | \vec{k}i \rangle = \varepsilon_i(\vec{k}) | \vec{k}i \rangle$ ($i = 1, 2$ olmak üzere) ifadesi ise kuasi-parçacık enerjilerini ve öz durumlarını vermektedir. Fermi enerjisi düğümlerle hizalandığında $\Pi_{\alpha\beta}(\omega)$ uzunlamasına ve enine polarizasyonlarını belirleyebiliriz. Böylece, düşük frekans limitinde, her iki düğümden gelen boyuna ve enine iletkenlikler (3.3) ve (3.4)'te verilen ifadeler olarak bulunur.

4. BULGULAR

4.1. ARTI VE EKSI-MODLARDA CPA KOŞULLARI VE İLGİLİ PARAMETRELER

(3.17) denklemi ile tanımlanan TWS levhasının tek veya çift modlu CPA davranışı, optik sistemimizdeki gerekli parametreleri elde etmek için gerekli koşulları bulmak için kullanılabilir. (3.17) 'de verilen iki denklemin hesaplanması ile her bir mod için aşağıdaki CPA koşulları elde edilir:

$$e^{2i\mathfrak{R}_j} = -\mathcal{U}_j + \sqrt{\mathcal{U}_j^2 + 1} \quad (4.1)$$

Bu ifadedeki nicelikleri aşağıdaki gibi tanımlıyoruz:

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_j &:= \frac{\mathcal{X}_j \mathcal{Z}_j - \mathcal{Y}_j \sqrt{\mathcal{X}_j^2 - \mathcal{Y}_j^2 + \mathcal{Z}_j^2}}{\mathcal{Y}_j^2 - \mathcal{Z}_j^2} \\ \mathcal{X}_j &:= \frac{1}{2} \left\{ \mathcal{A}_{2j}^2 - \mathcal{A}_{1j}^2 + \sigma_j^2 [\mathcal{A}_{3j}^2 - \mathcal{A}_{4j}^2 - \mathcal{A}_{5j}^2] \right\} \\ \mathcal{Y}_j &:= \frac{1}{2} \left\{ \mathcal{A}_{2j}^2 + \mathcal{A}_{1j}^2 - \sigma_j^2 [\mathcal{A}_{3j}^2 + \mathcal{A}_{4j}^2] \right\} \\ \mathcal{Z}_j &:= \mathcal{A}_{1j} \mathcal{A}_{2j} + \sigma_j^2 \mathcal{A}_{3j} \mathcal{A}_{4j} \\ \mathcal{A}_{1j} &:= \sigma_j - \sigma_{-j} - 2, \quad \mathcal{A}_{2j} := \frac{\tilde{n}_j^2 - \mu^2(\sigma_j - 1)(\sigma_{-j} + 1)}{\mu \tilde{n}_j} \\ \mathcal{A}_{3j} &:= \frac{\mu}{\tilde{n}_{-j}} [(\sigma_{-j} - 1)(\sigma_+ - \sigma_- + 1 - 2j) + 1] \\ \mathcal{A}_{4j} &:= \frac{\mu^2(\sigma_{-j} + 1)[(\sigma_{-j} - 1)\mathfrak{a}_j + 1] - j(\sigma_{-j} - 1)\tilde{n}_j^2}{\tilde{n}_- \tilde{n}_+}, \\ \mathcal{A}_{5j} &:= \frac{\sqrt{2}\mu}{\tilde{n}_{-j}}, \quad \mathfrak{a}_j := 1 + j(\sigma_j - 1), \end{aligned}$$

Burada alt indis $j = +$ and $-$, artı ve eksi modlara karşılık gelir. Görüleceği üzere, (3.17) ifadesi spektral tekilliklerle belirtilen lazer eşik koşuluna eşittir. Bunun sebebi de CPA'in bir antilazer, yani zamanda tersinen bir lazer ile meydana gelmesidir. Diğer bir deyişle, CPA koşulu her zaman lazer eşik koşulunda belirtilen noktalarla ifade edilmektedir. Bu ise özduel-spektral tekilliklerin aslında spektral tekilliklerin

zamanda tersinmesiyle elde edilmesinin bir sonucudur. Görüleceği üzere, TWSM sisteminin tek veya çift modlu CPA davranışı, (4.1) denklemi ile kontrol edilmektedir. Her mod için yüzey iletkenliği σ_j , Weyl düğümlerinin ve dolayısıyla Kerr ve Faraday rotasyonlarının varlığından kaynaklanan iki modlu CPA davranışının bir sonucudur. Eğer TWSM sistemine özgü koşullar, büyük ölçüde kaldırılır veya bozulursa, o zaman denklem (4.1)'de elde ettiğimiz tek veya çift modlu CPA şartı da yok olur. Denklem (4.1), optik oluşumun sistem parametrelerinin davranışını gösteren kompleks bir ifadedir. Elde ettiğimiz CPA sistemine ait optimal etkilerin ortaya çıkması için en uygun sistem parametreleri seçilmelidir. Böylelikle, ilgili fiziksel nicelikleri reel ve imajiner kısımlarına bölerek bunları kapsamlı bir şekilde araştırılabiliriz. Bu doğrultuda, $n := \eta + i\kappa$ şeklinde tanımlanan TWSM levhasının kırılma indisi, aşağıdaki gibi iki bileşenli etkin kırılma indislerine ayrıştırılır.

$$\tilde{n}_j \approx \tilde{\eta}_j + i\tilde{\kappa}_j, \quad (4.2)$$

Buradaki reel ve sanal kısımlardaki ifadelerin tanımı şu şekildedir:

$$\tilde{\eta}_j := \sec \theta \sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta + \frac{2j\alpha b L \cos \theta}{\pi \mathfrak{K}}}, \quad \tilde{\kappa}_j := \frac{\eta \kappa \sec^2 \theta}{\tilde{\eta}_j}.$$

Denklem (4.2)'deki $\tilde{n}_j$ ifadesinde verilen κ parametresi TWSM dahil birçok materyalin sağladığı şu koşulu sağlar:

$$|\kappa| \ll \eta - 1 < \eta.$$

Buradan, kayıp katsayısı g 'yi şu şekilde tanımlarız:

$$g := -2k\kappa = -\frac{4\pi\kappa}{\lambda} = -\frac{2\mathfrak{K}\kappa}{L \cos \theta}. \quad (4.3)$$

Burada dikkat edilirse kayıp ortamı için $\kappa < 0$ olmalıdır. Böylelikle, denklem 4.1 ile belirtilen tek veya çift modlu özduel spektral tekillik koşulu, kayıp katsayısı g_j ve etkin dalga sayısı $\mathfrak{K}^j$ için aşağıdaki ifadeleri verir. Burada (3.14) ifadesindeki gösterimle karışmasını önlemek için j ifadesini kullanıyoruz. $\mathfrak{K}^j$, j moduna karşılık gelen

dalga sayısını ifade eder.

$$g_j = \frac{\tilde{\eta}_j \cos \theta}{2\eta L} \ln |\mathcal{V}_j|, \quad (4.4)$$

$$\mathcal{R}^j = \frac{1}{2\tilde{\eta}_j} \sin^{-1} \left\{ \frac{-\text{Im}[\mathcal{U}_j] + \sqrt{\mathcal{W}_j} \sin\left(\frac{\Phi_j}{2}\right)}{\sqrt{\mathcal{V}_j}} \right\}, \quad (4.5)$$

Bu sonuçlardaki ifadelerde ilgili nicelikleri şöyle tanımlıyoruz:

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_j &:= \mathcal{W}_j + \text{Re}[\mathcal{U}_j]^2 + \text{Im}[\mathcal{U}_j]^2 \\ &\mp 2\sqrt{\mathcal{W}_j} \left[\sin\left(\frac{\Phi_j}{2}\right) \text{Im}[\mathcal{U}_j] + \cos\left(\frac{\Phi_j}{2}\right) \text{Re}[\mathcal{U}_j] \right], \\ \mathcal{W}_j &:= \sqrt{\text{Re}[\mathcal{U}_j]^4 + (\text{Im}[\mathcal{U}_j]^2 - 1)^2 + 2\text{Re}[\mathcal{U}_j]^2 (\text{Im}[\mathcal{U}_j]^2 + 1)}, \\ \Phi_j &:= \tan^{-1} \left\{ \frac{2\text{Re}[\mathcal{U}_j] \text{Im}[\mathcal{U}_j]}{1 + \text{Re}[\mathcal{U}_j]^2 - \text{Im}[\mathcal{U}_j]^2} \right\}, \end{aligned}$$

Re and Im kavramları, sırasıyla ilgili niceliğin reel ve sanal kısmına karşılık gelir. Optimal etkilerin ortaya çıkması için, (4.4) ve (4.5) denklemlerindeki kayıp katsayısı g_j ve $\mathcal{R}^j$ aracılığıyla en uygun sistem parametrelerini bulmak istiyoruz. Bu nedenle, en uygun sonucu gözlemlemek için sistem parametrelerinin detaylı bir analizi yapılmalıdır. Bu amaçla, fiziksel olarak uygulanabilir kayıp katsayısı g grafikleri aracılığıyla sistem parametrelerinin genel davranışlarını inceleyeceğiz. Ancak, (4.4)'daki g_- değeri, $\tilde{\eta}_-$ parametresinin varlığı nedeniyle bazı dalga boyu konfigürasyonları için CPA oluşumuna izin vermez. g_+ ifadesinde açıkça görülmesine de, aynı kısıtlama g_+ için de geçerlidir. Bu da, Brillouin bölgesindeki Weyl düğümleri arasındaki b mesafesinin şu şartı sağlaması gerektiğini ifade eder:

$$b < \frac{\pi^2(\eta^2 - \sin^2 \theta)}{\alpha \lambda}. \quad (4.6)$$

Konum uzayında bunu şöyle yazabiliriz:

$$b' > \frac{2\alpha \lambda}{\pi(\eta^2 - \sin^2 \theta)}, \quad (4.7)$$

Eğer (4.7)'deki b' 'yi $b := 2\pi/b'$ olarak tanımlarsak, b'' 'nin alt sınırı $b'_c := 2\alpha \lambda / \pi(\eta^2 - \sin^2 \theta)$ ile belirtilir. Böylece, b'' 'in alt sınırının geliş açısı θ ve dalga boyu λ 'ya bağlı olduğu görülür. Ancak θ , λ ile karşılaştırıldığında çok az etkiye sahiptir. Bu nedenle,

dalga boyu artırıldığında, hem artı hem de eksi modlarda CPA gözlemlemek için b'_c değeri azaltılır. Aşağıdaki grafikler, şu şekilde verilen özelliklere sahip TaAs TWS levha sistemine aittir [24, 48, 51–53].

$$\eta \approx 6, \quad \lambda = 1400 \text{ nm}, \quad L = 1 \text{ cm}, \quad \theta = 30^\circ \quad \text{ve} \quad b' = 0.05. \quad (4.8)$$

4.2. CPA ÜZERİNDEKİ DAĞINIM ETKİSİ

n kırılma indisinde bir dağınım varsa, o zaman n üzerindeki dalga sayısı olan k 'nın etkisi de dikkate alınmalıdır. TWS optik sisteminin kayıp bileşenli aktif kısmının, bir ana ortamın kırılma indisi n_0 katkılanmasıyla oluştuğunu ve kırılma indisinin dağınım ilişkisini şu şekilde sağladığını varsayalım:

$$n^2 = n_0^2 - \frac{\hat{\omega}_p^2}{\hat{\omega}^2 - 1 + i\hat{\gamma}\hat{\omega}}, \quad (4.9)$$

Burada $\hat{\omega} := \omega/\omega_0$, $\hat{\gamma} := \gamma/\omega_0$, $\hat{\omega}_p := \omega_p/\omega_0$, ω_0 rezonans frekansı, γ sönümleme katsayısı ve ω_p plazma frekansıdır. $\hat{\omega}_p^2$ terimi; $\lambda_0 := 2\pi c/\omega_0$ rezonans dalga boyundaki n 'nin sanal kısmı κ_0 'nın baskın terimine göre $\hat{\omega}_p^2 = 2n_0\hat{\gamma}\kappa_0$ ifadesi ile tanımlanır, burada κ_0 'daki ikinci dereceden ve daha yüksek dereceden terimler göz ardı edilmektedir [23]. (4.9)'daki denklemi değiştirip, kompleks kırılma indisi ifadesini kullanarak ve κ_0 'daki ikinci dereceden ve daha yüksek mertebeden terimleri ihmal ederek kırılma indisinin reel ve sanal kısımlarını aşağıdaki gibi elde ederiz, [18, 23, 26–29]

$$\eta \approx n_0 + \frac{\kappa_0\hat{\gamma}(1 - \hat{\omega}^2)}{(1 - \hat{\omega}^2)^2 + \hat{\gamma}^2\hat{\omega}^2}, \quad \kappa \approx \frac{\kappa_0\hat{\gamma}^2\hat{\omega}}{(1 - \hat{\omega}^2)^2 + \hat{\gamma}^2\hat{\omega}^2}. \quad (4.10)$$

Burada κ_0 , rezonans dalgaboyu λ_0 'da $\kappa_0 = -\lambda_0 g_0/4\pi$ şeklinde yazılabilir. Bu ilişkiyi (4.10)'de değiştirerek ve kırılma indisi ile (4.1)'leri kullanarak, tek veya çift modlu TWSM CPA için, λ ve g_0 değerlerini belirleyebiliriz. Kullandığımız optik konfigürasyonda, TWSM levhasının kırılma indisi, rezonans dalga boyu ve $\hat{\gamma}$ parametrelerine karşılık gelen değerler aşağıdaki gibidir: [24, 48, 51, 53]:

$$n_0 = 6, \quad \lambda_0 = 1378 \text{ nm}, \quad \hat{\gamma} = 0.033, \quad \theta = 30^\circ, \quad L = 1 \text{ cm}. \quad (4.11)$$

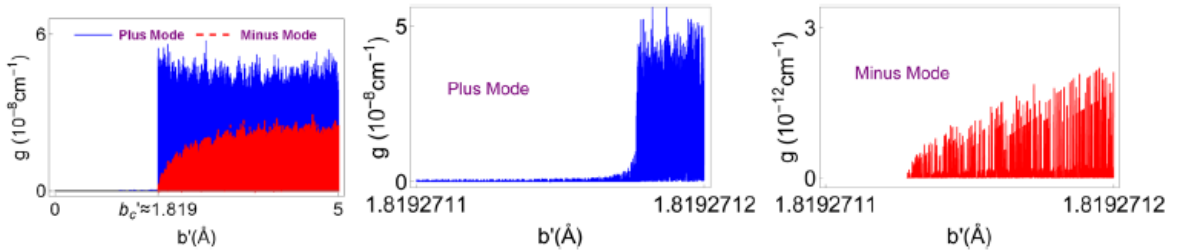
κ	g_0 (cm ⁻¹)	λ (nm)	CPA tipi
-6.341×10^{-14}	5.7827×10^{-9}	1378.0278	Artı Mod
-1.800×10^{-13}	1.6419×10^{-8}	1377.997	Artı Mod
-1.539×10^{-13}	1.4031×10^{-8}	1378.0586	Artı Mod
-1.238×10^{-13}	1.1287×10^{-8}	1378.0320	Eksi Mod
-4.089×10^{-14}	3.7286×10^{-9}	1377.9909	Eksi Mod
-1.927×10^{-14}	1.7572×10^{-9}	1378.0594	Eksi Mod
-1.237×10^{-13}	1.1280×10^{-8}	1378.0735	Çift Modlu
-6.554×10^{-14}	5.9773×10^{-9}	1378.0735	Çift Modlu

Tablo 4.1: Kalınlığı $L = 1$ cm ve geliş açısı $\theta = 30^\circ$ olan bir TWSM levhasının CPA değerleri ve ilgili konfigürasyonları.

TWSM levhası (4.11) için CPA eşik koşullarını ortaya çıkaran özduel spektral tekillik noktaları, Tablo 2’de çeşitli parametreler için hesaplanmıştır. Aşağıdaki grafiklerde CPA eşik koşuluna ait parametrelerin davranışları görülmektedir.

4.3. CPA İÇİN KERR VE FARADAY DÖNME AÇILARININ HESAPLANMASI

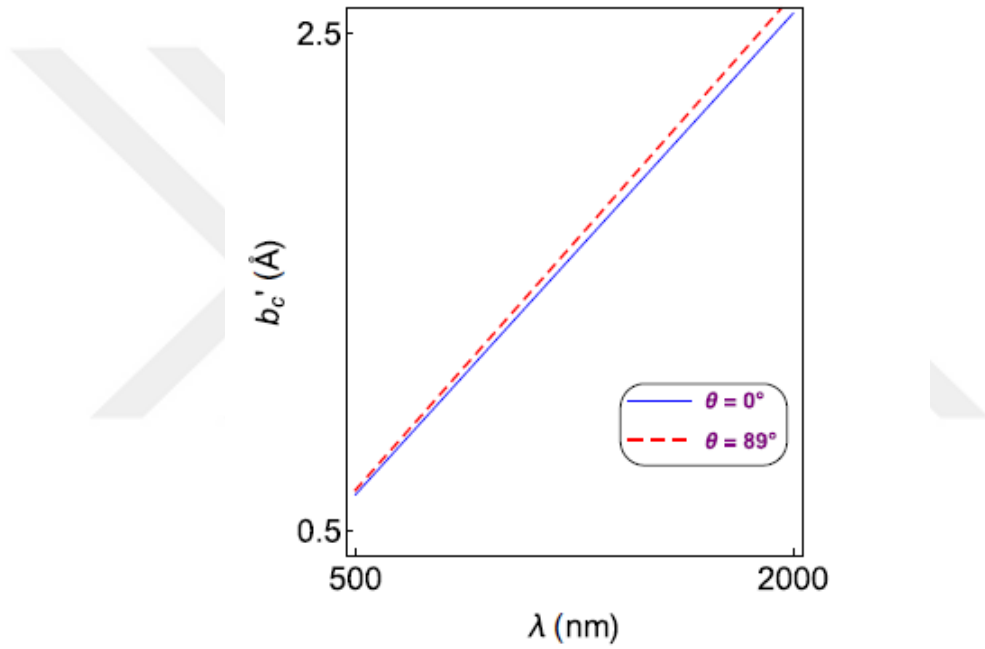
Son olarak, TWSM levhasının ürettiği CPA davranışlarını ve malzeme içinde ve dışındaki özelliklerini ortaya çıkarmak için anlaşılması gereken Kerr ve Faraday dönme açılarını ele alalım. CPA oluşumunu ve ilgili koşulları daha iyi anlayabilmek için sistemin lazerleme özelliğinden yararlanırsınız. Lazerleme, spektral tekilliklerle elde edilebildiği için (3.17) veya (4.1)’de verilen (özduel) spektral tekillik ko-



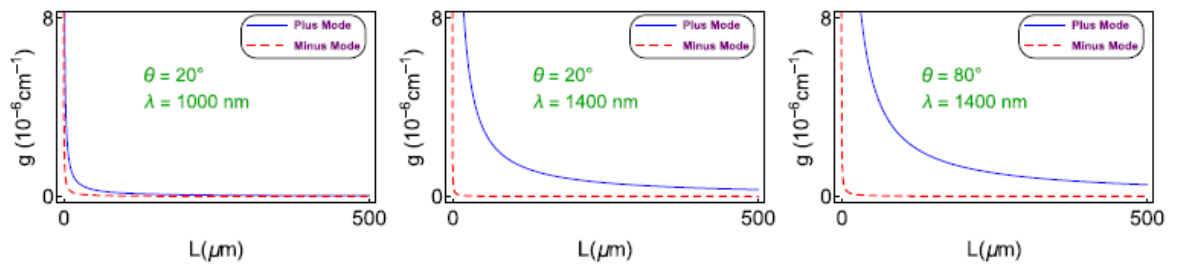
Şekil 4.1: (4.8)’da verilen TWSM levhasının konfigürasyonu için artı ve eksi modlara karşılık gelen Weyl düğümleri arasındaki mesafe olan b'' ’nin bir fonksiyonu olarak g kayıp katsayısının büyüklüğüne ait grafikler. Burada b'_c , CPA’ya izin veren minimum b' değerine karşılık gelen kritik b' değerini ifade eder. Son iki şekil b'_c ’nin etkilendiği bölgeyi göstermektedir. Yatay gri çizgi, sıfır kayıp limitini göstermektedir.

şullarını uygulayarak TWSM levhasının içindeki ve dışındaki elektrik alanlarının gerekli konfigürasyonlarını elde ederiz. Bu durumda artı mod lazerleme için $A_1^{(-)} = A_2^{(-)} = C_1^{(+)} = 0$ koşulunu ve eksi mod lazerleme için $A_1^{(-)} = A_2^{(-)} = C_2^{(+)} = 0$ koşulunu uygularız. Bu hesaplamaların ayrıntıları [30]'da bulunabilir. Özduel spektral tekil noktaları tesbit ettiğimizde, spektral olarak tekil sağ ve sol dairesel polarize $E_{\pm}(z)$ alanlarını kolaylıkla şu şekilde oluşturabiliriz.

$$E_+(z) = \mathcal{F}_+(z) e^{i\Re x \tan \theta}, \quad E_-(z) = \mathcal{G}_+(z) e^{i\Re x \tan \theta}.$$

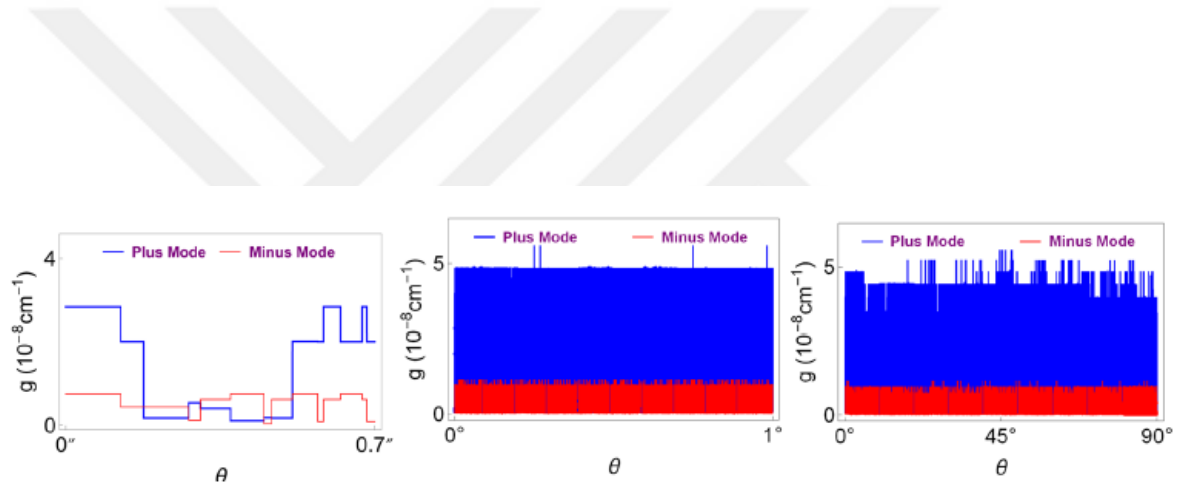


Şekil 4.2: Hem artı hem de eksi mod CPA'ye karşılık gelen çeşitli geliş açıları için, λ dalga boyunun kritik b'_c değerine bağımlılığını gösteren grafik.

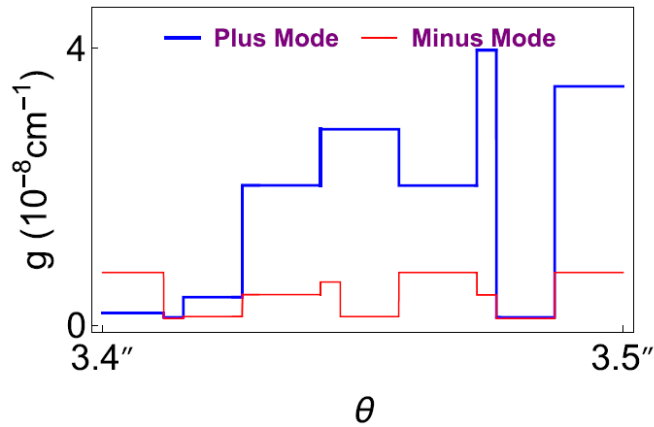


Şekil 4.3: Çeşitli geliş açıları ve dalga boylarına karşılık gelen TWSM levha kalınlığı L 'nin bir fonksiyonu olarak kayıp katsayısı büyüklüğüne ait grafikler. Geliş açısını ve dalga boyunu artırmak, daha yüksek kayıp değerlerine yol açar ve artı modu destekler.

Böylece, Kerr ve Faraday dönme açıları; $z \notin [0, 1]$ için $\theta_K := (\arg E_+(z) - \arg E_-(z)) / 2$ ve $z \in [0, 1]$ için $\theta_F := (\arg E_+(z) - \arg E_-(z)) / 2$ olarak bulunur. Burada $\arg$ ilgili niceliğin argümanını belirtir. $z < 0$ ve $z > 1$ olduğunda, sistemin karşılıklı tepkisi nedeniyle büyüklük olarak eşit olan Kerr dönme açılarını θ_K elde ederiz. Bu gözlem, TWS sistemi ile elde edilen CPA lazerleri hakkında önemli bir sonuca yol açar. Bir TWS CPA oluşturmak için gerekli ve yeterli koşul, uygun fazlar ve büyüklüklerle tam olarak Faraday açısı θ_F 'de polarizasyonlar kullanarak her iki taraftan da dalga göndermektir [30–32]. Bu, normal bir lazerin zamanı tersine çevirme simetrisi olan CPA'nın ana fikrinden kaynaklanmaktadır [33–40].



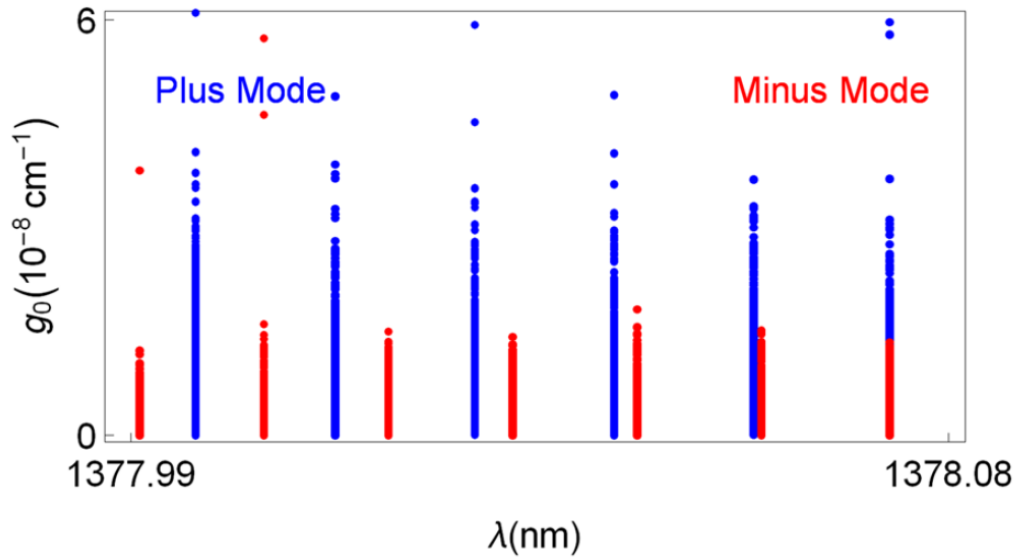
Şekil 4.4: Geliş açısı θ 'nın bir fonksiyonu olarak kayıp katsayısı büyüklüğüne ait grafikler. Burada $''$ sembolü basitçe $1'' = 1^\circ / 3600$ ile verilen Ark saniye'yi ifade eder. Açı aralığı artırıldığında desenler sıkıca yerleşim gösterirler.



Şekil 4.5: Artı ve eksi CPA modları için, θ gelen açısının fonksiyonu olarak kayıp değeri büyüklüğü g 'nin şematik gösterimi. Artı ve eksi modlar $\theta \approx 3.42''$ ve $\theta \approx 3.46''$ açılarında $g \approx 1.17 \times 10^{-9} \text{ cm}^{-1}$ kayıp değerinde çıkarır.

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmada, transfer matrisi yaklaşımı ile bir TWSM anti-lazer (CPA) oluşturmaya temellerini ortaya koyduk. TWSM'nin bilinen özelliklerini, Weyl düğümlerinin mevcudiyetinde manyeto-optik etkilerin var olması için ilgili yüzeylerde Fermi yaylarının ortaya çıkmasına neden olacak şekilde kullanıyoruz. Weyl düğümlerinin hizalanması, bu manyeto-optik etkilerin TWSM levhasında gerçekleşen saçılmaya nasıl tepki verdiğini belirler. Elektromanyetik dalgalar Fermi yayları olan bir yüzeye düşerse, Maxwell denklemleri basit bilinen formda olur ve herhangi bir topolojik terim içermez. Ayrıca elektromanyetik dalgalar, bu tezde araştırdığımız gibi Fermi yayları olmayan yüzeye maruz kaldığında ilginç bir durum ortaya çıkar. Bu durum, birleştirilmiş Helmholtz denklemlerine yol açan topolojik terimlerle Maxwell denklemlerini indükler. Bu birleştirmenin, genel bir TWSM levhasının Kerr ve Faraday rotasyonlarının doğal özelliğine atıfta bulunduğunu gözlemledik [50].



Şekil 4.6: Hem artı hem de eksi modlara karşılık gelen λ dalga boyunun bir fonksiyonu olarak g_0 eşik kayıp büyüklüğünü gösteren grafik. mavi noktalar artı modu, kırmızı noktalar ise eksi modu temsil etmektedir. $\lambda \approx 1378.0735$ nm dalga boyunda yer alan üst üste binen noktalar, çift modlu konumları ifade eder.

Tartışmamız, sınır koşulları oldukça etkili olacak şekilde transfer matrisi yöntemini güçlü bir şekilde benimser. Bir TWSM levhanın temel özellikleri, yüzeylerin etkisiyle kendini gösterdiğinden, bu yöntem bu açıdan oldukça dikkat çekici hale gelmektedir. Çalışmamızda transfer matrisini bulduk ve bir TWSM levha anti-lazeri oluşturmaya yol açan özduel spektral tekillikleri elde ettik. Kerr ve Faraday rotasyonları sayesinde tek boyutlu problemimizin iki boyutlu probleme dönüştüğünü görüyoruz. Bu da, artı ve eksi modlarda anti-lazer (CPA) üreten etkin kırılma indekslerine karşılık gelen iki modlu bir CPA sistemi verir. Bu farklı modlar, manyeto-optik etkileri olan herhangi bir malzemede de gözlemlenebilen bir TWSM CPA sistemine özgüdür. Bir TWSM levhasının kesin kalıcı modlarının (3.16)'daki özduel spektral tekillik koşulu tarafından verildiğini bulduk. Özellikle, artı mod kalıcılık, $\tilde{n}_+$ nedeniyle çift yönlü kalıcılık ve $\tilde{n}_-$ nedeniyle sol taraflı kalıcılık sağlarken, eksi modlu kalıcılık, $\tilde{n}_-$ nedeniyle çift yönlü ve $\tilde{n}_+$ nedeniyle sol taraflı kalıcılık sağlar [32] (Bakınız, Şekil 3.2).

Bu modların kalıcı özellikleri, sistem parametrelerinin optimal kontrolü ile elde edilir. Eksi modlu kalıcılığı için gerekli kayıp değerinin her zaman artı modu için olan dan daha az olduğunu gördük. Ayrıca, eksi mod kalıcılığı için nispeten daha küçük TWSM levha kalınlığı yeterlidir. Tek veya çift modlu CPA'ya karşılık gelen geliş açılarının küçük değişikliklere karşı çok hassas olduğu ve kesin kayıp değerinin ayarlanmasına bağlı olduğu ortaya çıkmıştır. Uygun kayıp değerlerine sahip bazı farklı açılar için, Şekil 3.2'de görüldüğü gibi iki modlu anti-lazer (CPA) elde edilebilir. Bu dikkat çekici özellik, Şekil 4.4'daki dispersiyon etkisi durumunda açıkça görülmektedir; öyle ki, sadece bazı özel dalga boyları çift modlu CPA'ya neden olur. Diğer tüm parametreler sabitlendikten sonra, tek veya çift modlu CPA yalnızca ayrı dalga boylarında gerçekleşir. Dahası, artan dalga boyu, kalan parametreler sabitlendiğinde daha yüksek Weyl düğümü ayrımlarına yol açar. Parametrelerin tüm bu davranışları göz önüne alındığında, oldukça etkili bir TWSM levha CPA oluşturulabilir. Bu optimal parametrelerin bazı örneklerini Tablo 4.1'de sunuyoruz [40].

Tezimizde bir TWSM levhası kullanılarak bir CPA lazerin nasıl oluşturulabileceğini göstermiş olduk. Bir TWSM-CPA'nın gerçekleştirilmesi için, gelen tüm dalgaların levha içinde absorbe edilmesi gerektiğinden, tüm optik kurulumun konfigürasyonunun ayarlanması gerekir. Bunun gerçekleşmesi için malzemenin içerisine bir ka-

yıp ortamı koymalıyız, gelen dalgaların tam fazını ve büyüklüklerini ayarlayarak polarizasyon açısını (öz dual) spektral tekillik koşulu yardımıyla hesaplanabilen Faraday dönme açısına ayarlarız. Faraday dönüş açısının düzenlenmesi nedeniyle, bir TWSM-CPA zorlayıcı olabilir. Bulgularımız bu sorunu çözüyor. Bu tezin sonuçlarının, somut bir TWSM-CPA'nın gerçekleştirilmesi için deneysel girişimlere rehberlik etmesini bekliyoruz [20].



KAYNAKLAR

- [1]. Bender, C. M., and Boettcher, S., 1998, Real spectra in non-Hermitian Hamiltonians having PT symmetry, *Physical Review Letters*, **80**(24), 5243.
- [2]. Mostafazadeh, A., 2010, Pseudo-Hermitian representation of quantum mechanics, *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, **7**(07), 1191-1306.
- [3]. Moiseyev, N., 2011, . *Non-Hermitian quantum mechanics*, Cambridge University Press.
- [4]. Jones-Smith, K., and Harsh M., 2010, Non-Hermitian quantum Hamiltonians with PT symmetry, *Physical Review A*, **82**(4), 042101.
- [5]. Yan, B., and Zhang, S. C., 2012, Topological Materials, *Rep. Prog. Phys.*, **75**, 096501.
- [6]. Yan, B., and Felser, C., 2017, Topological Materials: Weyl Semimetals, *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.*, **8**, 337-354.
- [7]. Khanikaev, A. B., Mousavi, S. H., Tse, W. K., Kargarian, M., MacDonald, A. H. and Shvets, G., 2013, Photonic topological insulators, *Nature Materials*, **12**, 233-239.
- [8]. Ozawa, T., Price, H. M., Amo, A., Goldman, N., Hafezi, M., Lu, L., Rechtsman, M., Schuster, D., Simon, J., Zilberberg, O., Carusotto, I., 2019, Topological photonics, *Rev. Mod. Phys.*, **91**, 015006.
- [9]. Harari, G., Bandres, M. A., Lumer, Y., Rechtsman, M. C., Chong, Y. D., Khajavikhan, M., Christodoulides, D. N., Segev, M., 2018, Topological Insulator Laser, *Science*, **359**, 1230.
- [10]. Bandres, M. A., Wittek, S., Harari, G., Parto, M., Ren, J., Segev, M., Christodoulides, D. N., Khajavikhan, M., 2018, Topological insulator laser: Experiments, *Science*, **359**, 1231. topinsullaser, topinsullaser-1, theorpredic, theorpredic-1, theorpredic-2, theorpredic-3, theorpredic-4, experpredic, experpredic-1
- [11]. Wan, X. -G., Turner, A. M., Vishwanath, A., and Savrasov, S. Y., 2011, Topological semimetal and Fermi-arc surface states in the electronic structure of pyrochlore iridates, *Phys. Rev. B*, **83**, 205101.
- [12]. Xu, G., Weng, H., Wang, Z., Dai, X., and Fang, Z., 2011, Chern Semimetal and the Quantized Anomalous Hall Effect in $HgCr_2Se_4$, *Phys. Rev. Lett.*, **107**, 186806.
- [13]. Burkov, A. A., and Balents, L., 2011, Weyl Semimetal in a Topological Insulator Multilayer, *Phys. Rev. Lett.*, **107**, 127205.

- [14]. Lu, L., Fu, L., Joannopoulos, J. D., and Soljačić, M., 2013, Weyl points and line nodes in gapless gyroid photonic crystals, *Nat. Photon.*, **7**, 294-299.
- [15]. Huang, S. -M., Xu, S. -Y., Belopolski, I., Lee, C. -C., Chang, G., Wang, B., Alidoust, N., Bian, G., Neupane, M., Zhang, C., Jia, S., Bansil, A., Lin, H., and Hasan, M. Z., 2014, A Weyl Fermion semimetal with surface Fermi arcs in the transition metal monpnictide TaAs class, *Nat. Commun.*, **6**, 7373.
- [16]. Xu, S. -Y., Belopolski, I., Alidoust, N., Neupane, M., Bian, G., Zhang, C., Sankar, R., Chang, G., Yuan, Z., Lee, C. -C., Huang, S. -M., Zheng, H., Ma, J., Sanchez, D. S., Wang, B., Bansil, A., Chou, F., Shibayev, P. P., Lin, H., Jia, S., and Hasan, M. Z., 2015, Discovery of a Weyl fermion semimetal and topological Fermi arcs, *Science*, **349**, 613-617.
- [17]. Lv, B. Q., Weng, H. M., Fu, B. B., Wang, X. P., Miao, H., Ma, J., Richard, P., Huang, X. C., Zhao, L. X., Chen, G. F., Fang, Z., Dai, X., Qian, T., and Ding, H., 2015, Experimental Discovery of Weyl Semimetal TaAs, *Phys. Rev. X*, **5**, 031013.
- [18]. Mostafazadeh, A., Sarisaman, M., 2013, Lasing-threshold condition for oblique TE and TM modes, spectral singularities, and coherent perfect absorption, *Phys. Rev. A*, **91**, 043804.
- [19]. Naimark, M. A., 1954, Investigation of the spectrum and the expansion in eigenfunctions of a non-selfadjoint differential operator of the second order on a semi-axis *Trudy Moscov. Mat. Obsc.* **3**, 181. [In Russian, English Transl.", *Am. Math. Soc. Transl.* **16**, 103 (1960)].
- [20]. Guseinov, G. Sh., 2009, On the concept of spectral singularities, *Pramana J. Phys.*, **73** (3), 587-603.
- [21]. Mostafazadeh, A., 2015, Geometric Methods in Physics, Trends in Mathematics, edited by P. Kielanowski, P. Bieliavsky, A. Odziejewicz, M. Schlichenmaier, and T. Voronov (Springer, Cham, 2015) pp 145-165; arXiv: 1412.0454.
- [22]. A. Mostafazadeh, Spectral Singularities of Complex Scattering Potentials and Infinite Reflection and Transmission Coefficients at Real Energies, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 220402 (2009).
- [23]. Mostafazadeh, A., 2011, Optical spectral singularities as threshold resonances, *Phys. Rev. A*, **83**, 045801.
- [24]. M. Dadsetani, A. Ebrahimian, Optical Distinctions Between Weyl Semimetal TaAs and Dirac Semimetal Na₃Bi: An Ab Initio Investigation, *Journal of Elec. Mater.* **45**, 5867 (2016).
- [25]. C. Yan, M. Pu, J. Luo, Y. Huang, X. Li, X. Ma, X. Luo, Coherent perfect absorption of electromagnetic wave in subwavelength structures, *Opt. Las. Tech.* **101**, 499-506 (2018).
- [26]. Mostafazadeh, A., Sarisaman, M., 2011, Spectral singularities of a complex spherical barrier potential and their optical realization, *Phys. Lett. A*, **375**, 3387-3391.

- [27]. Mostafazadeh, A., Sarisaman, M., 2011, Optical spectral singularities and coherent perfect absorption in a two-layer spherical medium, *Proc. R. Soc. Lond. Ser. A Math. Phys. Eng. Sci.*, **468**, 3224-3246.
- [28]. Mostafazadeh, A., Sarisaman, M., 2013, Spectral Singularities and Whispering Gallery Modes of a Cylindrical Gain Medium, *Phys. Rev. A*, **87**, 063834.
- [29]. Mostafazadeh, A., Sarisaman, M., 2013, Spectral singularities in the surface modes of a spherical gain medium, *Phys. Rev. A*, **88**, 033810 (2013).
- [30]. Mostafazadeh, A. ve Sarisaman, M., 2016, Spectral Singularities in the TE and TM modes of a PT-symmetric Slab System: Optimal conditions for realizing a CPA-Laser, *Ann. Phys. (NY)*, **375**, 265-287.
- [31]. Sarisaman, M. and Tas, M., 2018, PT-symmetric coherent perfect absorber with graphene, *J. Opt. Soc. Am. B*, **35**, 2423.
- [32]. Sarisaman, M., and Tas, M., 2019, Broadband coherent perfect absorber with PT-symmetric 2D-materials, *Ann. Phys. (NY)*, **401**, 139-148.
- [33]. Y. D. Chong, L. Ge, H. Cao, and A. D. Stone, Coherent perfect absorbers: time-reversed lasers, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 053901 (2010).
- [34]. S. Longhi, Backward lasing yields a perfect absorber, *Physics* **3**, 61 (2010).
- [35]. S. Longhi, PT-symmetric laser absorber, *Phys. Rev. A* **82**, 031801 (2010).
- [36]. S. Longhi, Coherent perfect absorption in a homogeneously broadened two-level medium, *Phys. Rev. A* **83**, 055804 (2011).
- [37]. S. Longhi, Time-Reversed Optical Parametric Oscillation, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 033901 (2011).
- [38]. W. Wan, Y. Chong, L. Ge, H. Noh, A. D. Stone, and H. Cao, Time-Reversed Lasing and Interferometric Control of Absorption, *Science* **331**, 889 (2011).
- [39]. L. Ge, Y. D. Chong, S. Rotter, H. E. Türeci, and A. D. Stone, Unconventional modes in lasers with spatially varying gain and loss, *Phys. Rev. A* **84**, 023820 (2011).
- [40]. D. G. Baranov, A. E. Krasnok, T. Shegai, A. Alù, and Y. D. Chong, Coherent perfect absorbers: linear control of light with light, *Nature Reviews Materials* **2**, 17064 (2017).
- [41]. N. P. Armitage, E. J. Mele, Ashvin Vishwanath, Weyl and Dirac semimetals in three-dimensional solids, *Rev. Mod. Phys.* **90**, 015001 (2018).
- [42]. Ruan, J., Jian, S. -K., Yao, H., Zhang, H., Zhang, S. -C., and Xing, D., 2016, Symmetry-protected ideal Weyl semimetal in HgTe-class materials, *Nat. Commun.*, **7**, 11136.

- [43]. Huang, X., Zhao, L., Long, Y., Wang, P., Chen, D., Yang, Z., Liang, H., Xue, M., Weng, H., Fang, Z., Dai, X., and Chen, G., 2015, Observation of the Chiral-Anomaly-Induced Negative Magnetoresistance in 3D Weyl Semimetal TaAs, *Phys. Rev. X*, **5**, 031023.
- [44]. Zhang, C. -L. et al., 2016, Signatures of the Adler–Bell–Jackiw chiral anomaly in a Weyl fermion semimetal, *Nat. Commun.*, **7**, 10735.
- [45]. Sbierski, B., Pohl, G., Bergholtz, E. J., and Brouwer, P. W., 2014, Quantum Transport of Disordered Weyl Semimetals at the Nodal Point, *Phys. Rev. Lett.*, **113**, 026602.
- [46]. Baireuther, P., Edge, J. M., Fulga, I. C., Beenakker, C. W. J. and Tworzydło, J., 2014, Enhancement of four-wave mixing via interference of multiple plasmonic conversion paths, *Phys. Rev. B*, **89**, 035410.
- [47]. J. Ruan, S. -K. Jian, H. Yao, H. Zhang, S. -C. Zhang, and D. Xing, Ideal Weyl Semimetals in the Chalcopyrites CuTlSe₂, AgTlTe₂, AuTlTe₂, and ZnPbAs₂, *Nat. Commun.* **7**, 11136 (2016).
- [48]. B. J. Ramshaw, K. A. Modic, A. Shekhter, Y. Zhang, E. Kim, P. J. W. Moll, M. D. Bachmann, M. K. Chan, J. B. Betts, F. Balakirev, A. Migliori, N. J. Ghimire, E. D. Bauer, F. Ronning and R. D. McDonald, Quantum limit transport and destruction of the Weyl nodes in TaAs, *Nature Comm.* **9**, 2217 (2018).
- [49]. P. Hosur, S. A. Parameswaran and A. Vishwanath, Charge Transport in Weyl Semimetals, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 046602 (2012).
- [50]. M. Kargarian, M. Randeria, and N. Trivedi, Theory of Kerr and Faraday rotations and linear dichroism in Topological Weyl Semimetals, *Scientific Reports* **5**, 12683 (2015).
- [51]. Silfvast, W. T., 1996, *Laser Fundamentals*, Cambridge University Press, Cambridge.
- [52]. I. Kriegel, M. Guizzardi, F. Scotognella, Tantalum Arsenide-Based One-Dimensional Photonic Structures, *Ceramics* **1**(1), 139-144 (2018).
- [53]. J. Buckeridge, D. Jevdokimovs, C. R. A. Catlow, and A. A. Sokol, Nonstoichiometry and Weyl fermionic behavior in TaAs, *Phys. Rev. B* **93**, 125205 (2016).

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler	
Adı Soyadı	Mehmet Ertan İNDAP
Doğum Yeri	
Doğum Tarihi	
Uyruğu	☒ T.C. ☐ Diğer:
Telefon	
E-Posta Adresi	

Eğitim Bilgileri	
Lisans	
Üniversite	İstanbul Üniversitesi
Fakülte	Fen Fakültesi
Bölümü	Fizik Bölümü
Mezuniyet Yılı	2018