



**TÜREV KAVRAMININ ORTAÖĞRETİM MATEMATİK
DERS KİTAPLARINDAKİ İLİŞKİLENDİRME
BECERİLERİ AÇISINDAN İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Merve Nur GÜLGÖR

Danışman

Doç. Dr. Nimet AKIN

**MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ
ANABİLİM DALI**

Ocak 2023

AFYON KOCATEPE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**TÜREV KAVRAMININ ORTAÖĞRETİM MATEMATİK
DERS KİTAPLARINDAKİ İLİŞKİLENDİRME
BECERİLERİ AÇISINDAN İNCELENMESİ**

Merve Nur GÜLGÖR

Danışman

Doç. Dr. Nimet AKIN

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

Ocak 2023

TEZ ONAY SAYFASI

Merve Nur GÜLGÖR tarafından hazırlanan “Türev Kavramının Ortaöğretim Matematik Ders Kitaplarındaki İlişkilendirme Becerileri Açısından İncelenmesi” adlı tez çalışması lisansüstü eğitim ve öğretim yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca 23 / 01 / 2023 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından **oy birliği** ile Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Matematik ve Fen Bilimleri Anabilim Dalı’nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak** kabul edilmiştir.

Danışman : Doç. Dr. Nimet AKIN

Başkan : Doç. Dr. Burcu DURMAZ

Süleyman Demirel Üniversitesi, Eğitim Fakültesi

Üye : Dr. Öğretim Üyesi Ramazan EROL

Afyon Kocatepe Üniversitesi, Eğitim Fakültesi

Afyon Kocatepe Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu’nun
..... /..... /..... tarih ve
..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

.....

Prof. Dr. İbrahim EROL

Enstitü Müdürü

BİLİMSEL ETİK BİLDİRİM SAYFASI
Afyon Kocatepe Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- Atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- Ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

Beyan ederim.

23 / 01/ 2023

Merve Nur GÜLGÖR

ÖZET
Yüksek Lisans Tezi

**TÜREV KAVRAMININ ORTAÖĞRETİM MATEMATİK
DERS KİTAPLARINDAKİ İLİŞKİLENDİRME
BECERİLERİ AÇISINDAN İNCELENMESİ**

Merve Nur GÜLGÖR
Afyon Kocatepe Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı
Danışman: Doç. Dr. Nimet AKIN

Bu araştırmanın amacı ortaöğretim matematik ders kitaplarındaki türev kavramının matematiksel ilişkilendirme becerileri açısından incelenmesidir. İlişkilendirme becerilerini incelemek için türev kavramı uygun görülmüştür. Bu amaçla çalışmada kavramsal çerçeve Bingölbalı ve Coşkun (2016) tarafından ortaya konan ilişkilendirme becerisinin matematik öğretiminde kullanımının geliştirilmesi için kavramsal çerçeve önerisi adlı çalışmadan yararlanılarak oluşturulmuştur. Bu çalışma doğrultusunda ders kitapları incelemede doküman analizi araştırma yöntemi kullanılmıştır. Araştırma için 2011 yılından bu yana değişen öğretim programları dikkate alınarak ilişkilendirme becerileri açısından incelenmiştir. Ders kitaplarında yer alan ilişkilendirme becerileri ve bu ilişkilendirme becerilerinin türleri tespit edilmeye çalışılmıştır. Araştırmanın veri kaynağını 2009, 2013 ve 2018 öğretim programlarına göre hazırlanan üç ders kitabı oluşturmaktadır. Veriler içerik analizi yolu ile çözümlenmiştir. Çalışmanın bulguları ders kitaplarında en çok kavramlar arası ilişkilendirme becerilerinin en az ise farklı disiplinlerle ilişkilendirmenin kullanıldığı göstermektedir. 2011 yılına ait incelenen ders kitabında hiç farklı disiplinlerle ilişkilendirmeye rastlanılmamış, 2017 yılına ait ders kitabında gerçek hayatla ilişkilendirmeye çok az sayıda rastlanılmış ve 2021 yılına ait ders kitabında farklı disiplinlerle ilişkilendirme becerilerine çok az sayıda rastlanılmıştır. Ders kitaplarındaki bu eksikliklerin tekrar gözden geçirilmesinde ve yazılacak olan kitaplarda bu ilişkilendirme becerilerinin kullanılmasına dikkat edilmesinde fayda olacağı düşünülmektedir.

2023, xiii+ 108 sayfa

Anahtar Kelimeler: Matematiksel ilişkilendirme, Türev, Ders kitabı inceleme,
Kavramlar arası ilişkilendirme.



ABSTRACT
M.Sc. Thesis

**INVESTIGATION OF DERIVATIVE CONCEPT IN TERMS OF ASSOCIATION
SKILLS IN SECONDARY SCHOOL MATHEMATICS TEXTBOOKS**

Merve Nur GÜLGÖR

Afyon Kocatepe University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Mathematics Education

Supervisor: Assoc. Prof. Nimet AKIN

The aim of this research is to examine the concept of derivative in secondary school mathematics textbooks in terms of mathematical association skills. The concept of derivative was deemed appropriate to examine the association skills. For this purpose, the conceptual framework in the study was created by using the conceptual framework proposal for the development of the use of the association skill, which was put forward by Bingölbali and Coşkun (2016), in mathematics teaching. In line with this study, document analysis research method was used in examining textbooks. For the research, it was examined in terms of association skills, taking into account the changing curriculum since 2011. The association skills in the textbooks and the types of these association skills were tried to be determined. The data source of the research consists of three textbooks prepared according to the 2009, 2013 and 2018 curriculum. The data were analyzed by content analysis. The findings of the study show that in the textbooks, inter-concept linking skills are used the most, and linking with different disciplines is used the least. No associations with different disciplines were found in the textbook of 2011, there were very few associations with real life in the textbooks of 2017, and the skills of associating with different disciplines were found very few in the textbook of 2021. It is thought that it will be beneficial to review these deficiencies in the textbooks and to pay attention to the use of these association skills in the books to be written.

2023, xiii + 108 pages

Keywords: Mathematical association, Derivative, Textbook review, Association between concepts.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın konusu, çalışmaların yönlendirilmesi, sonuçların değerlendirilmesi ve yazımı aşamasında yapmış olduğu büyük katkılarından dolayı tez danışmanım Sayın Doç. Dr. Nimet AKIN, araştırma ve yazım süresince yanımda olan her konuda öneri ve eleştirileriyle yardımcı olan hocalarıma, aileme ve arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Merve Nur GÜLGÖR
Afyonkarahisar 2023



İÇİNDEKİLER DİZİNİ

	Sayfa
ÖZET.....	i
ABSTRACT	iii
TEŞEKKÜR	iv
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	v
KISALTMALAR DİZİNİ	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ	xiii
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Problem Durumu	1
1.2 Araştırmanın Önemi	3
1.3 Araştırmanın Amacı	3
1.4 Araştırmanın Kapsamı ve Sınırlılıkları	4
1.5 Tanımlar	4
2. LİTERATÜR BİLGİLERİ	6
2.1 İlişkilendirme Becerileri ile İlgili Kavramsal Çerçeve	6
2.1.1 Kavramlar Arası İlişkilendirme	8
2.1.1.1 Kavramla Diğer Kavram Arasında İlişki Kurma	8
2.1.1.2 Kavram ile Alt Kavramları ve Alt Kavramların Kendi Arasında İlişki Kurma	9
2.1.2 Kavramın Farklı Gösterimleri Arasında İlişki Kurma	10
2.1.3 Gerçek Hayatla İlişkilendirme	11
2.1.3.1 Kavramı Bir Bağlam İçerisinde Ele Alma	11
2.1.3.2 Gerçek Hayattan Sözel Örnek Verme	12
2.1.4.1 Kavramı Farklı Bir Disiplin Bağlamı İçerisinde Ele Alma	12
2.1.4.2 Farklı Disiplinlerle İlişkilendirmenin Sözel Örneklerle İfade Edilmesi	13
2.2 Konuyla İlgili Araştırmalar	13
3. YÖNTEM	19
3.1 Araştırmanın Modeli	19
3.2 Veri Toplama Araçları	20
3.3 Veri Analizi için Kavramsal Çerçeve	21
3.4 Veri Analizi Süreci	23
3.4 Veri Analizi İçin Güvenirlilik ve Geçerlilik	23

4. BULGULAR.....	25
4.1. Ders Kitaplarındaki Kavramlar Arası İlişkilendirmeler	25
4.2. Ders kitaplarındaki Farklı Gösterimlerin İncelenmesi	58
4.3. Ders kitaplarındaki Gerçek Hayatla İlişkilendirmelerin incelenmesi	77
4.4 Ders Kitaplarındaki Farklı Disiplinler Arasındaki İlişkilendirmenin İncelenmesi	85
5. TARTIŞMA ve SONUÇLAR	90
6. KAYNAKLAR	96
EKLER	102



KISALTMALAR DİZİNİ

Kısaltmalar

2011 YDK	2011 yılı ders kitabı
2017 YDK	2017 yılı ders kitabı
2021 YDK	2021 yılı ders kitabı
akt.	Aktaran
Bkz.	Bakınız
FDB	Farklı disiplinlerle ilişkilendirmenin bağlam içinde ele alınması
FDS	Farklı disiplinlerle ilişkilendirmenin sözel olarak ifade edilmesi
GHB	Gerçek hayatla ilişkilendirme kavramı bağlam içerisinde ele alınması
GHS	Gerçek hayatla ilişkilendirmenin sözel olarak ifade edilmesi
KAK	Kavramla alt kavramları ve alt kavramların kendi arasında ilişki kurulması
KDK	Kavramla diğer kavramlar arası ilişki kurma
KFG	Kavramın farklı gösterimleri arasında ilişki kurma
MEB	Milli Eğitim Bakanlığı
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 2.1 Kavram ile diğer kavram arasında ilişki.....	9
Şekil 2.2 Kavramla alt kavramlar arası ilişki	10
Şekil 2.3 Farklı gösterim biçimleri.....	11
Şekil 4.1.1 2011 YDK grafik 3.	25
Şekil 4.1.2 2011 YDK grafik 4.	26
Şekil 4.1.3 2011 YDK grafik 5	26
Şekil 4.1.4 2011 YDK çarpım türevi şekil 1.	27
Şekil 4.1.5 2011 YDK grafik 6	27
Şekil 4.1.6 2011 YDK grafik 7.	28
Şekil 4.1.7 2011 YDK tablo 2.....	28
Şekil 4.1.8 2011 YDK grafik 8.	28
Şekil 4.1.9 2011 YDK grafik 9.	29
Şekil 4.1.10 2011 YDK şekil 3.	29
Şekil 4.1.11 2011 YDK grafik 10.	30
Şekil 4.1.12 2011 YDK grafik 11.	30
Şekil 4.1.13 2011 YDK grafik 12.	30
Şekil 4.1.14 2011 YDK grafik 14.	31
Şekil 4.1.15 2011 YDK tablo 3.....	31
Şekil 4.1.16 2011 YDK grafik 15.	32
Şekil 4.1.17 2011 YDK grafik 16.	32
Şekil 4.1.18 2011 YDK grafik 17.	33
Şekil 4.1.19 2011 YDK tablo 4.....	33
Şekil 4.1.20 2011 YDK grafik 18.	34
Şekil 4.1.21 2011 YDK tablo 5.....	34
Şekil 4.1.22 2011 YDK grafik 19.	34
Şekil 4.1.23 2011 YDK şekil 6.	35
Şekil 4.1.24 2011 YDK şekil 7.	35
Şekil 4.1.25 2011 YDK tablo 6.....	35
Şekil 4.1.26 2011 YDK grafik 2.	58
Şekil 4.1.27 2011 YDK tablo 1.....	58

Şekil 4.1.28 2011 YDK grafik 6.	58
Şekil 4.1.29 2011 YDK grafik 13.	59
Şekil 4.1.30 2011 YDK grafik 14.	59
Şekil 4.1.31 2011 YDK tablo 3.....	59
Şekil 4.1.32 2011 YDK tablo 4.....	60
Şekil 4.1.33 2011 YDK grafik 18.	60
Şekil 4.1.34 2011 YDK tablo 5.....	60
Şekil 4.1.35 2011 YDK grafik 19.	60
Şekil 4.1.36 2011 YDK şekil 2.	78
Şekil 4.37 2011 YDK şekil 4.	78
Şekil 4.1.38 2011 YDK şekil 5.	79
Şekil 4.2.5 2017 YDK grafik 23.	36
Şekil 4.2.8 2017 YDK tablo 8.....	36
Şekil 4.2.9 2017 YDK grafik 25.	36
Şekil 4.2.10 2017 YDK şekil 9.	37
Şekil 4.2.11 2017 YDK tablo 9.....	37
Şekil 4.2.12 2017 YDK tablo 10.....	38
Şekil 4.2.13 2017 YDK şekil 10.	38
Şekil 4.2.14 2017 YDK şekil 11.	38
Şekil 4.2.16 2017 YDK tablo 11.....	38
Şekil 4.2.17 2017 YDK tablo 12.....	39
Şekil 4.2 1 2017 YKD grafik 20.	61
Şekil 4.2.2 2017 YDK grafik 21.	61
Şekil 4.2.3 2017 YDK grafik 22.	61
Şekil 4.2.6 2017 YDK grafik 24.	62
Şekil 4.2.7 2017 YDK tablo 7.....	62
Şekil 4.2.8 2017 YDK tablo 8.....	62
Şekil 4.2.9 2017 YDK grafik 25.	62
Şekil 4.2.15 2017 YDK grafik 26.	63
Şekil 4.2.18 2017 YDK grafik 27.	63
Şekil 4.2.19 2017 YDK tablo 13.....	63
Şekil 4.2.20 2017 YDK tablo 14.....	63
Şekil 4.2.21 2017 YDK grafik 28.	64
Şekil 4.2.22 2017 YDK tablo 15.....	64

Şekil 4.2.23 2017 YDK tablo 16.....	64
Şekil 4.2.24 2017 YDK grafik 29.	64
Şekil 4.2.4 2017 YDK şekil 8.	79
Şekil 4.3. 11 2021 YDK grafik 38.	40
Şekil 4.3.15 2021 YDK grafik 40.	41
Şekil 4.3.16 2021 YDK grafik 41.	41
Şekil 4.3.17 2021 YDK grafik 42.	42
Şekil 4.3.18 2021 YDK grafik 43.	42
Şekil 4.3.20 2021 YDK grafik 45.	42
Şekil 4.3.21 2021 YDK grafik 46.	43
Şekil 4.3.22 2021 YDK grafik 4.	44
Şekil 4.3.23 2021 YDK grafik 48.	45
Şekil 4.3.24 2021 YDK grafik 49.	45
Şekil 4.3.25 2021 YDK grafik 50.	45
Şekil 4.3.26 2021 YDK grafik 51.	46
Şekil 4.3.27 2021 YDK grafik 52.	46
Şekil 4.3.28 2021 YDK tablo 19.....	46
Şekil 4.3.29 2021 YDK tablo 20.....	47
Şekil 4.3.30 2021 YDK grafik 53.	48
Şekil 4.3.31 2021 YDK grafik 54.	48
Şekil 4.3.32 2021 YDK grafik 55.	48
Şekil 4.3.35 2021 YDK grafik 58.	49
Şekil 4.3.36 2021 YDK tablo 21.....	49
Şekil 4.3.37 2021 YDK grafik 59.	50
Şekil 4.3.38 2021 YDK tablo 22.....	51
Şekil 4.3.41 2021 YDK grafik 61.	52
Şekil 4.3.42 2021 YDK tablo 24.....	52
Şekil 4.3.43 2021 YDK tablo 25.....	53
Şekil 4.3.44 2021 YDK grafik 62.	53
Şekil 4.3.45 2021 YDK grafik 63.	53
Şekil 4.3.46 2021 YDK tablo 26.....	54
Şekil 4.3.47 2021 YDK grafik 64.	55
Şekil 4.3.48 2021 YDK şekil 14.	55
Şekil 4.3.49 2021 YDK şekil 16.	56

Şekil 4.3.50 2021 YDK şekil 17.	56
Şekil 4.3.51 2021 YDK şekil 18.	57
Şekil 4.3.52 2021 YDK şekil 19.	57
Şekil 4.3.1 2021 YDK tablo 17.....	64
Şekil 4.3.2 2021 YDK grafik 30.	65
Şekil 4.3.3 2021 YDK grafik 31.	65
Şekil 4.3.4 2021 YDK grafik 32.	65
Şekil 4.3.5 2021 YDK grafik 33.	66
Şekil 4.3.6 2021 YDK grafik 34.	66
Şekil 4.3.7 2021 YDK tablo 18.....	66
Şekil 4.3.8 2021 YDK grafik 35.	67
Şekil 4.3.9 2021 YDK grafik 36.	68
Şekil 4.3.10 2021 YDK grafik 37.	68
Şekil 4.3. 11 2021 YDK grafik 38.	70
Şekil 4.3.12 2021 YDK grafik 39.	70
Şekil 4.3.15 2021 YDK grafik 40.	70
Şekil 4.3.16 2021 YDK grafik 41.	71
Şekil 4.3.17 2021 YDK grafik 42.	71
Şekil 4.3.18 2021 YDK grafik 43.	71
Şekil 4.3.22 2021 YDK grafik 4.	72
Şekil 4.3.23 2021 YDK grafik 48.	72
Şekil 4.3.24 2021 YDK grafik 49.	73
Şekil 4.3.25 2021 YDK grafik 50.	73
Şekil 4.3.26 2021 YDK grafik 51.	73
Şekil 4.3.27 2021 YDK grafik 52.	73
Şekil 4.3.28 2021 YDK tablo 19.....	74
Şekil 4.3.33 2021 YDK grafik 56.	74
Şekil 4.3.34 2021 YDK grafik 57.	75
Şekil 4.3.36 2021 YDK tablo 21.....	75
Şekil 4.3.39 2021 YDK grafik 60.	75
Şekil 4.3.40 2021 YDK tablo 23.....	76
Şekil 4.3.41 2021 YDK grafik 61.	76
Şekil 4.3.42 2021 YDK tablo 24.....	76
Şekil 4.3.43 2021 YDK tablo 25.....	77

Şekil 4.3.44 2021 YDK grafik 62.	77
Şekil 4.3.13 2021 YDK şekil 12.	79
Şekil 4.3.14 2021 YDK şekil 13.	80
Şekil 4.3.48 2021 YDK şekil 14.	80
Şekil 4.3.49 2021 YDK şekil 16.	81
Şekil 4.3.50 2021 YDK şekil 17.	81
Şekil 4.3.51 2021 YDK şekil 18.	82
Şekil 4.3.52 2021 YDK şekil 19.	82
Şekil 4.3.48 2021 YDK şekil 14.	83
Şekil 4.4.1. daire grafiği 1.....	85
Şekil 4.4.1. daire grafiği 2.....	86
Şekil 4.4.1. daire grafiği 3.....	86
Şekil 4.4.1. daire grafiği 4.....	87
Şekil 4.4.1. daire grafiği 5.....	87

ÇİZELGELER DİZİNİ

Sayfa

Çizelge 1. 1 İlişkilendirme Becerileri Türleri ve Örnekler.	5
Çizelge 2. 1 İlişkilendirme Becerileri Kuramsal Çerçevesi.....	7
Çizelge 3. 1 Doküman İncelemesi Aşamaları ve İşlemler	19
Çizelge 3.2 2011-2022 Eğitim Öğretim Yılları Arasında Kullanılan 12. Sınıf Matematik Ders Kitapları.	21
Çizelge 4. 1 Ders Kitabında Yer Alan Kavramlar Arası İlişkilendirme Bulguları.....	25
Çizelge 4. 2 Ders Kitabında Yer Alan Farklı Gösterimlerle İlişkilendirme Bulguları ...	58
Çizelge 4. 3 Ders Kitabından Yer Alan Gerçek Hayatla İlişkilendirme Bulguları.....	77
Çizelge 4.4 Ders Kitaplarında Yer Alan Farklı Disiplinlerle İlişkilendirme Bulguları	85

1. GİRİŞ

1.1 Problem Durumu

Matematik öğretiminin asıl hedeflerinden biri; bireye günlük hayatlarında gereken matematiksel bilgiyi ve bu bilgileri günlük hayatta farklı yerlerde kullanabilecek temel becerileri kazandırmaktır (MEB 2013). Amaca ulaşmak için öğrencilerin matematiksel kavramlar arasındaki ilişkileri anlamlandırabilme, yorumlayabilme ve günlük hayatta kullanabilme ve farklı disiplinlerle ilişki kurma becerisi edinmeleri gerekmektedir (Yavuz Mumcu 2018). Chapman (2012)'a göre günümüz matematik eğitim kaynaklarında matematik öğrenme süreçlerinde en önemli süreçlerden biri ilişkilendirmedir. Kalıcı öğrenmelerin sağlanabilmesi için ilişkilendirme becerilerinin kullanımı gereklidir. İlişkilendirme becerisi ile öğrencilerin matematiği daha iyi öğrenecekleri ifade edilmektedir (MEB 2013). Bu yüzden matematikle günlük hayat arasında ilişki kurulması, farklı disiplinler ile ilişki kurulması ve farklı konularla ilişki kurulmasının üstünde durulmaktadır. (National Council of Teachers of Mathematics 2000).

Geleneksel öğrenme yaklaşımları anlayışıyla ilerleyen ve öğrenciyi merkeze almayan öğrenme-öğretme süreçlerinde kavramlar öğrencilere ayrı ayrı ve ders kitabının farklı bölümlerinde verilir. Ardından öğrencilerin ilişkilendirmeyi kendisinin yapması veya başka derste fikirleri birlikte kullanmaları beklenir ve birçok öğrenci ilişkilendirme yapma konusunda başarılı olamaz (Brutlag ve Maples 1992). NCTM (2000)'ye göre farklı temsilleri birbiri ile ilişkilendirme süreci fikir ve fikirlerin ifade edilebileceği yollar arsında kurulan bağlantılar nedeniyle öğrencilerin matematik anlayışını geliştirir. Matematiğin günlük yaşamın bir parçası olduğu ve matematiksel düşüncenin gelişimine katkı sağlamasının gereği ve yeri geldiğinde ilişkilendirme yapılmasının gerektiği vurgulanmıştır (MEB 2018).

Bilgi nedir? Nasıl oluşur? İnsanın beyni nasıl çalışır? Kalıcı öğrenme nasıl olur? gibi soruların yanıtı geçmişten günümüze dek araştırılmaktadır. Sarmal yapıya sahip olan matematiğe bakıldığında okul öncesinden itibaren örüntülerden başlanarak ortaokulda cebir ve lisede fonksiyon, limit, türev gibi kavramlara değinildiği söylenebilir (Erol 2022).

Türev anlık değişim oranı, ortalama değişimlerin limiti ve teğetin eğimi ile ifade edilmektedir. Grabiner (1983) türevi "Önce kullanıldı sonra keşfedildi" olarak açıklamıştır. Tarihsel olarak bakıldığında türev kavramı fermat ile başlamış, Newton, Leibniz, Lagrange ve Cauchy ile

devam etmiştir. Türevin anlaşılır olması ve anlamlandırılması için birden çok matematiksel kavram hakkında bilgi sahibi olunması gerekir (Artigue 2002, Comu 1991'den akt. Erol 2022). Bunun yanı sıra bu kavramların birbiri ile olan ilişkilerini bilmekte önemlidir. Farklı temsillerin kullanımına belki de en uygun matematiksel kavram türevdir (Hähkiöniemi 2006, Orton 1983, Özmantar ve ark. 2013, Zandieh 1997, 2000'den akt. Erol 2022). Zandieh türev kavramı için oluşturduğu kavramsal çerçevesinde farklı temsil biçimlerini ele almaktadır.

Ders kitapları öğretimin vazgeçilemez araçlarıdır ve tamamlayıcı öğretim materyalleridir. Kitaplar aracılığı ile öğrenciler öğretmenlerinin anlattıkları kısımları anlamadıklarında ya da tekrar gözden geçirmek istediklerinde istediği hızda tekrar etme fırsatı bulurlar. Özellikle öğrenme güçlüğüne sahip olan çocuklarda kitaplar sözel öğretimin yarattığı boşluğu doldurma imkânı verir (Küçükahmet 2000). Son yıllarda ders kitaplarına yönelik yapılan çalışmalarda bazı kitapların metin-görsel uyumu açısından yetersiz kalması (Alkış Küçükaydın ve İşcan 2017), bireylere tahmin gibi üst düzey becerilerin kazandırılması (Özdemir ve Yanık 2017), Temel becerilerin kazandırılması (Kurudayıoğlu ve Soysal'dan 2018 akt. Erol 2022) gibi konularda yetersiz kaldığı ifade edilmektedir. Bu yüzden çalışmada ders kitabı inceleme önemli görülmüştür.

İlgili alan yazın incelendiğinde ilişkilendirme becerileri ile ilgili yapılan çalışmalarda son zamanlarda artış vardır. Alanda yapılan çalışmaların ise farklı alanlara odaklandığı görülmektedir. Bunlar aşağıdaki gibidir;

- Öğretmen ve akademisyenlerin ilişkilendirme hakkındaki deneyim ve görüşleri (Karakoç ve Alacacı 2015, Ece 2021).
- Öğretmen adaylarının ilişkilendirme hakkındaki görüşleri (Özgen 2013, Yanık ve Serin 2016, Özgeldi ve Osmanoğlu 2017, Tanju 2020)
- Öğrencilerin ilişkilendirme hakkındaki görüşleri (Altay vd. 2017, Bindak 2018, Özer 2022, Turan ve İpek 2022)
- Ders kitaplarındaki ilişkilendirmenin incelenmesi (Yavuz Mumcu 2018, Yekrek ve Özgeldi 2019, Öz dner 2021)

Matematiksel kavramlar arası ilişki kurma, buradan genelleme yapma ve bu genellemeleri ispatlama süreci matematiğin ardışık ve yığılmalı olarak ifade edilmesine yol açmıştır. Burada kavramların birbiri üzerine inşa edilmesi, bir kavramın öğretiminde önceki kavramın

kullanılması kastedilmiştir (Bingölbalı ve Coşkun 2016). Matematik öğretimi için böylesi önemli olan ilişkilendirme becerilerinin öğretimin en önde gelen araç gereçlerinden olan ders kitaplarında kullanımı önemli görülmektedir. Bu çalışma için ilişkilendirme becerilerinin kullanımının uygun olduğu düşünülen türev kavramı üzerinde çalışılmıştır. İlgili alan yazına baktığımızda da bu konu üzerinde yapılan çalışmalar yeterli bulunmamıştır.

1.2 Araştırmanın Önemi

Matematik öğretimi için ilişkilendirme becerilerinin ve ders kitaplarında kullanılması gerektiğinin öneminden bahsedilmişti. Bu çalışmada ilişkilendirme becerilerinin kullanımı için en uygun olan konunun türev kavramı olması uygun görülmüştür. Bunun sebebi ise türev kavramının çok yönlü ilişkilerin kullanımına uygun olmasıdır. NCTM (2000)'ye göre farklı temsilleri birbiri ile ilişkilendirme süreci fikir ve fikirlerin ifade edilebileceği yollar arasında kurulan bağlantılar nedeniyle öğrencilerin matematik anlayışını geliştirir. Bu yönüyle ilişkilendirme becerilerinin kullanımı matematik öğretimi açısından önemlidir. Yapılan çalışmalara bakıldığında ders kitaplarındaki türev konusunun ilişkilendirme becerileri açısından incelenmesi açısından yeterli miktarda çalışma yapılmadığı düşünülmektedir. Bu açıdan bakıldığında ilişkilendirme becerilerinin konu bazında çalışılmasına ihtiyaç vardır. Bu bağlamda araştırma ders kitaplarındaki türev konusunun ilişkilendirme becerileri açısından incelenmesini amaçlamaktadır. Eğitim öğretim sürecinde bu kadar önemsenen ilişkilendirme becerisinin ve öğrenciler için öğrenilmesi güç olan türev konusu üzerinde çalışılmasının sonuçlarının öğrenciler, öğretmenler, program geliştiriciler ve hatta öğretmen adayları için kullanışlı olabileceği düşünülmektedir. Bunun yanı sıra çalışma ders kitabı inceleme bakımından literatürü zenginleştirdiği düşünülmektedir.

1.3 Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı ders kitaplarındaki türev konusunun ilişkilendirme becerileri açısından incelenmesidir. Bingölbalı ve Coşkun (2016) ilişkilendirme becerisi altında kavramsal çerçeve oluşturmayı amaçlamışlar ve bu kavramsal çerçeveyi dört ana başlık altında incelemişlerdir. Bunlar; farklı disiplinlerle ilişkilendirme, günlük hayatla ilişkilendirme, kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme ve kavramlar arası ilişkilendirmedir. Ayrıca araştırmada ders kitabında kullanılan ilişkilendirme becerilerinin türlerini tespit etmek ve ne ölçüde kullanıldığını incelemek de amaçlanmıştır. Bu araştırmada aşağıda verilen araştırma sorularına cevap aranmaktadır:

- Ortaöğretim düzeyindeki matematik ders kitaplarındaki türev kavramı diğer matematiksel kavramlarla ne düzeyde ilişkilendirilmiştir?
- Ortaöğretim düzeyindeki matematik ders kitaplarındaki türev kavramı kavramın farklı gösterimleri ile ne düzeyde ilişkilendirilmiştir?
- Ortaöğretim düzeyindeki matematik ders kitaplarındaki türev kavramı gerçek hayatla ne düzeyde ilişkilendirilmiştir?
- Ortaöğretim düzeyindeki matematik ders kitaplarındaki türev kavramı farklı disiplinlerle ne düzeyde ilişkilendirilmiştir?

1.4 Araştırmanın Kapsamı ve Sınırlılıkları

Bu araştırmanın kapsamı ders kitaplarında türev konusunun yer aldığı 12. Sınıf matematik ders kitaplarından oluşmaktadır. 2011 yılı, 2017 yılı ve 2021 yıllarında MEB tarafından öğrencilere gönderilen üç ders kitabının türevi içeren kısımlarından oluşmaktadır.

1.5 Tanımlar

Bu çalışma farklı disiplinlerle ilişkilendirme, kavramlar arası ilişkilendirme, farklı gösterimlerle ilişkilendirme ve günlük hayatla ilişkilendirme olarak dört başlık altında incelemeye tabi tutulmuştur.

Kavramlar arası ilişkilendirme: Matematiksel bir kavramın yine matematiksel bir kavramla ilişkilendirilmesidir.

Farklı disiplinler ile ilişkilendirme: Matematikle ilgili bir kavramın diğer disiplinler ile ilişkilendirilmesidir.

Farklı gösterimlerle ilişkilendirme: Kavramların farklı gösterimleri arasında ilişki kurulmasıdır.

Günlük hayatla ilişkilendirme: Matematiksel bir kavramın günlük hayattan bir kavram ile ilişkilendirilmesidir.

Çizelge 1. 1 İlişkilendirme Becerileri Türleri ve Örnekler.

Ana Bileşen	Alt Bileşen	Göstergeler	Örnek
Kavramlar arası ilişkilendirme	Kavram ile diğer kavramlar arası ilişki kurulması	Matematik ile ilgili ifadelerin öğretiminde başka ifadeler kullanılması	“Dairenin belli merkez açısına karşılık gelen alanını bulurken orantı kullanılmaktadır.”
	Kavram ile alt kavramları ve alt kavramların kendi arasında ilişki kurma	Kavram ile alt kavramları arasında ilişki kurulması	“ Kare tüm açıları 90° ve kenar uzunlukları aynı olan dörtgendir.” “ Kare aynı zamanda dikdörtgendir .”
Kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme		Kavramın 2 veya daha fazla gösterimi arasında ilişki kurulmasıdır.	“Bir sayının beş katının 20 fazlası 35’e eşittir.” İfadesinin cebirsel gösterimi $5x+20=35$ ’dir. “ $\frac{1}{6}$ ’nın pizza üzerinde gösterilmesi, daire çizilerek gösterilmesi ve kesrin okunuşu ile ifade edilmesi”
Gerçek hayatla ilişkilendirme	Kavramı bir bağlam içerisinde ele alma	Günlük hayat durumu bulunan örnekler ve problemler kullanılması Somut model ya da simülasyonlar kullanılarak öğretilmesi	“Okulumuzdaki bay ve bayan öğretmenlerin yaş ortalamaları arasındaki fark kaçtır?” “-1 asansörde bir kat aşağı inmek, +1 asansörde 1 kat yukarı çıkmak gibidir.”
	Günlük hayattan sözel örnek verilmesi	Kavram ile günlük yaşantı ilişkisinin yalnızca sözel olarak verilmesi	“Fraktal öğretiminde evimizdeki kilim desenlerinde karşılaşılabileceğimizi belirtmek.”
Farklı disiplinlerle ilişkilendirme	Kavramı matematik dışı bir bağlam içerisinde ele alma	Matematik dışı bir konudan matematik ile ilgili bir konunun öğretilmesi	“Bir cismin anlık hızının saptanmasında hareketle türevin öğretilmesi.”
	Diğer disiplinlerle ilişkilendirmenin sözel olarak ifade edilmesi	Matematikte ilgili bir kavramın matematikle ilgili olmayan bir kavram ile ilişkisinin yalnızca sözel olarak ifade edilmesi	“ Oran kavramı fizikte sürat kavramını ifade etmek için kullanılmaktadır.”

(Bingölbali ve Coşkun 2016).

2. LİTERATÜR BİLGİLERİ

Çalışmanın bu bölümü iki alt başlıkta incelenecektir. İlk kısım kavramsal çerçeveye, ikinci kısımda ise ilişkilendirme becerileri ile ilgili yapılan araştırmalara yer verilecektir.

2.1 İlişkilendirme Becerileri ile İlgili Kavramsal Çerçeve

Bu alt başlık beş kısımdan oluşmaktadır. Bu kısımlar sırasıyla ilişkilendirme becerileri, kavramlar arası ilişkilendirme, kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme, günlük hayatla ilişkilendirme ve farklı disiplinlerle ilişkilendirmedir.

2013 öğretim programına göre matematik yalnızca işlem, kural ve sembollerden ibaret değildir. Anlam bütünlüğü olan bir düzendir. Buna ek olarak matematikle gerçek yaşam arasında ve hatta farklı disiplinler arasında ilişkilendirme mevcuttur. Matematik ilişkilerin araştırıldığı ve ispatlandığı bir disiplindir. Bundan dolayı matematik öğretiminde ilişkilendirme olağandır (Bingölbalı ve Coşkun 2016).

Bu ilişkilerin varlığı ve kullanılması matematik öğretimini kolaylaştırarak daha kalıcı öğrenmeleri sağlayacaktır. Öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmesi sağlanacak ve özgüvenlerini artıracaktır. NCTM (2000) standartlarında ve ortaokul matematik dersi öğretim programlarında (MEB 2009, 2013 ve 2018) öğrencilerde öğrenmenin kalıcı olması için ilişkilendirme yapmanın öneminden bahsetmiştir.

NCTM (2000) matematik öğretim programının süreçlerinden en önemlilerinden biri olan ilişkilendirme becerilerinin öğrencilere kazandırılması için aşağıdaki önemli noktalara değinmiştir:

- Matematiksel düşüncelerin birbiriyle ilişkilerini anlama ve bu düşünceler arasında bağlantı kurup yeni düşünceler oluşturma
- Matematiksel düşünceler arasındaki bağlantıyı idrak ederek bunları kullanmak
- Matematik dışı disiplinlerde matematiği belirlemek ve matematiksel kavramlar için uygulamak

NCTM (2000) bakış açısına benzer şekilde 2013 'de yenilenen 5-8. Sınıflar ortaokul matematik öğretim programında ilişkilendirme becerisi şöyle açıklanmıştır:

(NCTM 2000 ve MEB 2013'e göre) ilişkilendirme becerilerinin dört temel unsurdan oluşmaktadır. Bu bileşenler birlikte ilişkilendirme becerisini oluşturur.

Çizelge 2. 1 İlişkilendirme Becerileri Kuramsal Çerçevesi.

a.) Kavramlar arası ilişkilendirme

- a₁. Kavramla diğer kavramlar arasında ilişki kurma
- a₂. Kavram ile alt kavram ve alt kavramların kendi arasında ilişki kurma

b.) Kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme

c.) Gerçek hayatla ilişkilendirme

- c₁. Kavramı bir bağlam içerisinde ele alma
- c₂. Gerçek hayattan sözel örnek verme

d) farklı disiplinlerle ilişkilendirme

- d₁. Kavramı farklı bir disiplin bağlamı içerisinde ele alma
- d₂. Farklı disiplinlerle ilişkilendirmenin sözel örneklerle ifade edilmesi

(Bingölbalı ve Coşkun 2016)

2009 6-8. Sınıflar MEB programına göre öğrencilere kazandırılması amaçlanan hedefler şöyledir:

- Matematik öğretiminde ilişki kurulmasından yararlanma.
- Matematikte iç ilişki kurma.
- Matematikte matematik dışı bir konu ile ve günlük hayatla ilişki kurma.
- Matematiksel ifadelerin ve durumların farklı temsil biçimleri arasında ilişki kurma.
- Farklı temsiller arası dönüşüm yapma.
- İlişki kurmada kendine güven hisseder.
- İlişki kurmaya karşı pozitif duygu ve düşünceler edinir (MEB 2009).

Program uygulandığında öğrencilerden matematiğin genel hedeflerine dair aşağıdakiler beklenmektedir:

- Matematiksel kavramları anlayarak bu kavramlar arası ilişki kurabilecek, günlük hayatta ve diğer yerlerde kullanabileceklerdir.
- Kendilerine problem çözme teknikleri geliştirebilecek ve karşılaştıkları problem durumlarında bu teknikleri kullanabileceklerdir.
- Modelleme yaparak modelleri sözel ve matematiksel ifadelerle ilişki kurabileceklerdir.
- Matematiğin ilişkisel yapısını anlayabileceklerdir (MEB 2009).

2.1.1 Kavramlar Arası İlişkilendirme

2.1.1.1 Kavramla Diğer Kavram Arasında İlişki Kurma

Kavram ile başka kavram arasında ilişki kurma; matematiksel kavramın veya ifadenin diğer matematiksel kavramlar ile ilişkilendirilmesidir. Matematik birbirini takip eden yığılmalı ve yapısı gereği kavramlar arasındaki ilişkilerden meydana geldiği için kavramlar arasında ilişkilendirme olağandır. Özdeşliklerin öğretiminde de kullanılan alan kavramı ile ilişkilendirme yapılması kavramla diğer kavram arası ilişki kurma için örnek o verilebilir. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ özdeşliğini inceleyecek olursak bir kenarının uzunluğu $a + b$ birim olan bir karenin alanını hesaplarken, işlemin özdeşliğe eşit olması farklı kavramlar arasında ilişkilendirme yapılmış olduğunu göstermektedir. Bundan dolayı örnekteki gibi cebirsel bir ifadenin öğretilmesinde alan yararlanılabilir. Bir başka örnekle türev ve integral ilişkisini yani integral alma işlemini türevi alınmış fonksiyonun kendisini bulma ve buna bağlı olarak kavram ile diğer kavram arasında ilişki ile açıklanabilir (Bingölbali E ve Coşkun M 2016).

Bir başka örnek verecek olursak;

İki sayının toplamı 16 ise çarpımının en fazla kaç olacağını bulunuz.

Çözüm;

Toplamı 16 olan iki sayı sırasıyla x ve y ise $x + y = 16$ olur.

$$x + y = 16 \rightarrow y = 16 - x \text{ olur.}$$

$x.y$ ifadesinde y yerine $16 - x$ yazılarak tek değişken türünden $x.(16 - x)$ olarak ifade edilebilir.

Bu durumda $x.y$ çarpımı $f(x) = x.y$ çarpımı $f(x) = x.(16 - x)$ fonksiyonu ile ifade edilirse $x.y$ çarpımının en büyük değerini alması için $f(x) = x.(16 - x)$ fonksiyonunun maksimum değeri bulunmalıdır.

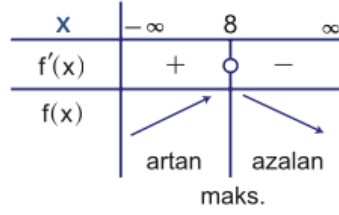
$$f(x) = x.(16 - x) \rightarrow 16x - x^2$$

$$\rightarrow f'(x) = 16 - 2x$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow 16x - 2x = 0$$

$$\rightarrow 2x(8 - x) = 0$$

$$\rightarrow x = 8 \text{ ve } x = 0 \text{ olur.}$$



Şekil 2.1Kavram ile diğer kavram arasında ilişki.

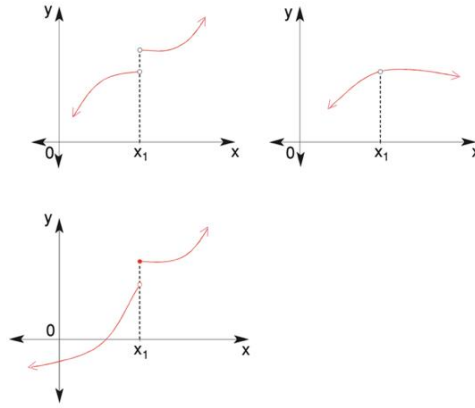
$f(x)$ fonksiyonunun türevinin işaret tablosu incelenirse fonksiyonun maksimum değeri $x=8$ de olduğu görülmektedir. Bundan dolayı maksimum değer $f(8)$ olup 64 e eşit olur.

O halde toplamı 16 olan iki sayının çarpıldığında en çok 64 olabilir (12.sınıf matematik ders kitabı 2017 s.277).

2.1.1.2 Kavram ile Alt Kavramları ve Alt Kavramların Kendi Arasında İlişki Kurma

Genel bir kavramın kendi alt kavramları ile ilişkisi ve bu kavrama ait alt kavramların kendi içindeki ilişkisi bu kapsamda ele alınmaktadır. Bu kapsamda üçgen kavramını örnek verilebilir. Üçgenler kenarlarına ve açılarına göre olmak üzere iki temel başlık altında incelenmektedir. Üçgenler kenarlarına göre; ikizkenar, eşkenar ve çeşitkenar açılarına göre ise dik, dar ve geniş açılı olarak gruplandırılmaktadır. Bu gruplandırmalar ile üçgene ait yeni alt kavramlar meydana gelmektedir. Bundan dolayı genel bir kavram olan üçgen ile üçgenin alt kavramı olan geniş açılı üçgen ilişkisi mevcuttur. Diğer yandan, dar açılı üçgen ile eşkenar üçgen ilişkisinin kurulması sebebiyle her eşkenar üçgenin aslında bir dar açılı üçgen olduğunun belirtilmesi bu bağlama örnek olarak gösterilebilir. Buna benzer olarak ikizkenar üçgenin hem dar hem dik hem de geniş açılı olabilmesi bu bileşen bağlamında kabul edilmektedir (Bingölbali E ve Coşkun M 2016).

Örneğin;



Şekil 2.2 Kavramla alt kavramlar arası ilişki

Fonksiyonlardan hangileri x_1 noktasında süreklidir? Fonksiyonların x_1 noktasında türevi varsa belirtiniz. Buradan hareketle bir fonksiyonun bir noktada süreksizliği ile türevsizliği arasında nasıl bir ilişki vardır?

“Yukarıda yapmış olduğunuz çalışmalardan aşağıdaki genellemelere ulaşılır.

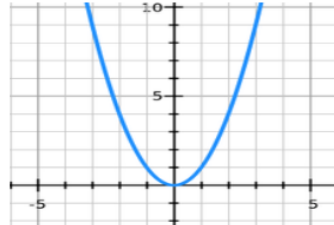
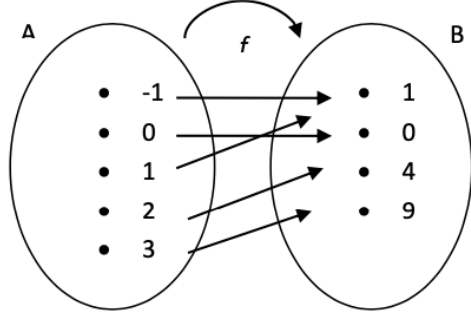
- a) Bir noktada süreklilik yok ise türev de yoktur.
- b) Bir noktada fonksiyonun türevi varsa süreklilikte vardır.
- c) Bir fonksiyonun o noktada türevinin olabilmesi için, o noktada sürekli olması gerekir. Fakat bu yeterli değildir.” (12. sınıf matematik ders kitabı 2011, s.114)

2.1.2 Kavramın Farklı Gösterimleri Arasında İlişki Kurma

NCTM (2000) ‘ye göre temsiller, matematiksel düşünceleri daha somut hale getirirler. Somut temsiller sembollerin daha sonraki kullanımının temelini oluşturur. Ayrıca temsiller öğrencilerin farklı durumlarda ortak matematiksel doğayı fark etmelerine yardımcı olur. Gösterim bilgisi NCTM (2000) ‘ye göre süreç standartlarından biri olarak değerlendirilmektedir.

Bu konuyla ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde bazı gösterim türleri öne çıkmaktadır: i.) sözel ifade, ii.) somut cisimler iii.) resimler ve diyagramlar, iv.) yazılı semboller, v.) tablolar vi.) grafikler, vii.) denklem ve viii.) şekiller.

Tablo 2. $f(x) = x^2$ fonksiyonuna ilişkin farklı gösterim biçimleri

Gösterim Türü	Örnek																
1. Cebirsel gösterimi	$f(x) = x^2$																
2. Tablo/Nümerik gösterimi	<table> <tr> <td>x</td><td>...</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>....</td></tr> <tr> <td>$f(x) = x^2$</td><td>...</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td><td>9</td><td>....</td></tr> </table>	x	...	-1	0	1	2	3		$f(x) = x^2$	...	1	0	1	4	9	
x	...	-1	0	1	2	3											
$f(x) = x^2$	...	1	0	1	4	9											
3. Grafiksel gösterimi																	
4. Sözel gösterimi	Her reel sayıyı karesi ile eşleyen kural																
5. İki küme arasında eşleme gösterimi																	
6. Liste yöntemi gösterimi	$f = \{ \dots, (-1,1), (0,0), (1,1), (2,4), (3,9) \dots \}$ ya da $f = \{ (x, x^2) x \in R \}$																

Şekil 2.3 Farklı gösterim biçimleri (Bingölbalı ve Coşkun 2016 s. 238)

2.1.3 Gerçek Hayatla İlişkilendirme

2.1.3.1 Kavramı Bir Bağlam İçerisinde Ele Alma

Matematiksel kavramların öğretimi yapılırken gerçek hayat bağlamının kullanılmasıdır. Modelleme etkinliklerinin kullanıldığı sınıflarda öğrencilerin matematiği günlük hayata aktarma düzeylerinin daha fazla olduğu belirtilmiştir (Doruk ve Umay 2011). Bu bileşen farklı disiplinlerle ilişkilendirmeden farklıdır. Farklı disiplinlerle ilişkilendirmede matematiksel ifadelerin öğretimi için matematik haricindeki bir disiplin kavramının kullanımı söz konusu iken, gerçek hayat ile ilişkilendirmede matematiksel kavramın öğretimi için doğrudan gerçek hayat bağlamlarının tercih edilmesi ve kullanılması söz konusudur (Bingölbalı E ve Coşkun M 2016).

Örneğin; “Hareketli bir nesnenin belli zaman aralıklarında almış olduğu yolun değişmesi ya da sabit kalması durumunda hızının ne olacağı hakkında fikir yürütünüz.” (12. Sınıf matematik ders kitabı 2011 s.101)

2.1.3.2 Gerçek Hayattan Sözel Örnek Verme

Bir kavramın öğretiminde günlük hayatla ilişkilendirmenin sadece sözlü ifadeler ile yapılmasıdır. Kavramı matematiksel olarak verdikten sonra günlük hayattan sözel örnek verilmesidir. Örneğin; dikdörtgen öğretilirken, kavramın tanımı verildikten sonra, sınıftan veya gerçek hayattan yalnızca sözel olarak örnekler verilmesi bu kapsamda değerlendirilir. Aynı şekilde oranın sınıftaki gözlüklü öğrencilerin sayısının gözlüksüz öğrenci sayısına oranı ile ifade etmektense, kavram verilir devamında ‘bu kavram sayesinde sınıftaki gözlüklü öğrenci sayısının gözlüksüz öğrenci sayısına oranı bulunabilir’ şeklinde bir örneğin sunulması bu bileşene örnek oluşturmaktadır (Bingölbalı E ve Coşkun M 2016).

2.1.4 Farklı Disiplinlerle İlişkilendirme

2.1.4.1 Kavramı Farklı Bir Disiplin Bağlamı İçerisinde Ele Alma

Matematikte bir ifadenin veya kavramın öğretiminin farklı bir disiplin bağlamı ve kavramları ile yapılması bu alt bileşen kapsamında incelenmektedir. Koordinat sistemi öğretiminde koordinat sistemindeki paralel ve meridyenlerden kavramlarından yararlanarak bu ifadenin ele alınması bu alt bileşene örnektir. Ülkemiz 26° - 45° doğu meridyenleri 36° - 42° kuzey paralelleri arasında yer almaktadır. Bundan dolayı konum belirlenirken coğrafi terimler kullanılmaktadır. Matematik disiplininde düzlemdeki herhangi bir noktanın konumunun belirlenmesi için koordinat sistemi gereklidir. Koordinat sisteminde noktanın konumunu belirlemede matematiksel terimler olan apsis ve ordinat kullanılmaktadır. Buradan yola çıkılarak apsis ve ordinat kavramlarının öğretiminde farklı bir disiplin kavramı olan enlem ve boylamdan yararlanarak öğretmesi farklı disiplinle ilişkilendirmeye örnektir. Bundan dolayı burada asıl anlatılmak istenen şey matematiksel bir ifadenin öğretiminin matematik harici bir disiplinden olan kavramlar ile yapılmasıdır (Bingölbalı E ve Coşkun M 2016).

2.1.4.2 Farklı Disiplinlerle İlişkilendirmenin Sözel Örneklerle İfade Edilmesi

Matematiksel kavramların öğretiminde farklı disiplinlere ilişkin kavramların sadece sözel olarak verilmesidir. Negatif sayıların öğretilirken, matematiksel olarak verildikten sonra, fen bilgisi dersinden termometre ve dolayısıyla sıcaklık ile ilişkilendirilmesi buna örnek verilebilir.

İlgili literatür incelendiğinde öğretmenlerin farklı disiplinlerle ilişkilendirmeyi sözel olarak mı yapıldığı ya da bir bağlam içerisinde mi ele aldığı ayrı ayrı ele alınmadığı görülmektedir. Bunun yanı sıra öğretim programlarında farklı disiplinlerle ilişkilendirme teşvik edilmesine rağmen, Coşkun'un (2013) yaptığı çalışmada, öğretmenlerin farklı disiplinlerle ilişkilendirmeyi çok az kullandığı belirtilmiştir (Bingölbalı E ve Coşkun M 2016).

Örneğin; türev anlık değişim oranıdır. Doğru boyunca hareket eden bir cismin konumunu, hızını veya ivmesini zamana bağlı değişim olarak düşünülebilir (2017 yılı 12. Sınıf matematik ders kitabı s.72).

2.2 Konuyla İlgili Araştırmalar

Erhan Bingölbalı ve Medine Coşkun (2016) 'un çalışmasında ilişki kurmanın nasıl yapılabileceği hakkında kavramsal çerçeve oluşturulmak amaçlanmıştır. Bu araştırmada matematik eğitimi ve matematik açısından ilişkilendirmenin üzerinde durulmuştur. İlişkilendirmenin hangi manada ele alındığı belirtilmiştir. Ardından ilişkilendirme becerileri dört ana bileşen altında incelenmiştir; kavramlar arası ilişkilendirme, farklı gösterimler arasında ilişkilendirme, gerçek hayatla ilişkilendirme, farklı disiplinlerle ilişkilendirme. Her biri örnekle açıklanarak birbiriyle olan ilişkileri incelenmiştir. Kuramsal çerçevenin matematik öğrenimi ve öğretimi açısından yararları hakkında fikirler ortaya konulmuş ve ileriye dönük araştırmalar için tavsiyeler ile son bulmuştur.

Özgeldi ve Osmanoğlu (2017) ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünde okuyan öğrencilerin katılımı ile günlük hayatla ilişkilendirmeye odaklanarak nasıl ilişkilendirme kurduklarını çalışmışlardır. Matematikğin günlük hayatla neden ilişkilendirildiğini araştırmışlardır. Lee (2012) ve Gainsburg (2008)'un geliştirdikleri kavramsal çerçeveyi kullanmışlardır. Bulgular kısmında katılımcıların günlük hayatla ilişkilendirmelerini en çok

matematiğin tartışılması, en az günlük olayların matematiksel modellenmesi bakımından yapıldığını görmüşlerdir.

Özgen (2013) ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünde okuyan öğrencilerin, farklı disiplinlerle ilişkilendirme, günlük hayatla ilişkilendirme ve matematiğin kendi içinde ilişkilendirilmesi hakkındaki fikirlerini alarak araştırma yapmışlardır. Bu çalışmada katılımcıların düşünceleri incelenmiştir. Buna ek olarak rutin olmayan matematiksel problem durumlarını yazmaları istenmiştir. Çalışmanın sonuç kısmında ise ilişkilendirmeye dair görüşlerin yeterli düzeyde olmadığı ve problem çözme becerisine karşı birçok yönde sınırlılık olduğu tespit edilmiştir.

Lee (2012) sınıf öğretmeni adaylarının hikâye problemlerindeki günlük yaşam bağlantılarını ve bakış açılarını inceleyen bir çalışma yapmıştır. Katılımcıların gerçek hayatla ilişkilendirme hakkındaki inançlarının ve görüşlerinin hikâye problemlerine nasıl yansıtıldığını incelemiştir. Katılımcıların inançları ve günlük yaşam bağlantıları için hikâye problemi oluşturma ve hikâye problemlerini değerlendirme biçimleri arasında büyük farklar gözlemlenmiştir. Sonuçlar sonraki araştırmalara öneri sunarken, öğretmen eğitimi programlarında daha fazla tartışmaya sebep olacaktır.

Baki vd. (2009) lise öğrencilerinin gerçek hayat ve matematiksel ilişkilendirmeye yönelik görüşlerini belirlemeyi amaçlayan çalışma yapmışlardır. Betimsel bir çalışma olan bu çalışmada anket kullanılmıştır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin gerçek hayatla ilişkilendirmeyi önemli bulduğu ama gerçek hayatla ilişkilendirmenin matematik dersinde kullanılmadığını belirtmişlerdir. Öğrencilerin verdikleri örnekler hesaplama ve alışveriş gibi örnekler olduğu görülmüştür. Çalışmanın öneri kısmında ise matematik derslerinde içerik ve bağlam açısından değişiklikler yapılmasına değinilmiştir.

Pirasa (2016) matematik öğretmen adayları ile yaptığı bu çalışmada geometrik kavramlar ile günlük hayatla ilişkilendirme becerilerini incelemiştir. İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümünde okuyan son sınıf öğrencilerinden ve Ortaokul Matematik Öğrenim Programında bulunan geometrik kavramlar için günlük hayattan örnekler istenmiştir. Adaylar geometrik şekillerin özelliklerini kullanırken sıkıntı yaşamadıkları; paralel kenar gibi geometrik şekillerin özelliklerini kullanırken sıkıntı yaşadıkları görülmüştür. Çalışmanın sonucunda katılımcıların en çok ilkokuldan bu yana öğrendikleri ve derste sık kullandıkları ifadelere

örnekler verdikleri gözlemlenmiştir. Ayrıca daire ve dairesel yay için verdikleri örneklerin tamamı doğrudur.

Dolores ve Garcia (2017) lise öğrencileri ile yaptığı çalışmasında türev ve integral konularının problemlerini çözerken kurulan matematiksel ilişkilerini araştırmıştır. Araştırmanın sonuç kısmında ileri düzey matematiksel konuların anlaşılmasına katkı sağlayan bağlantı sistemi geliştirilmiştir.

Çokçalışkan ve Yorulmaz (2017) görüşme formunu kullanarak sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel ilişkilendirme hakkındaki düşüncelerini araştırmıştır. Öğretmen adaylarından günlük hayatla ilişkilendirme, farklı disiplinlerle ilişkilendirme ve matematiğin kendi içerisinde ilişkilendirilmesine dair bilgiler toplanmıştır. Öğretmen adaylarının matematiğin kendi içinde ilişkilendirilmesi görüşlerinin günlük yaşamla ve farklı disiplinlerle ilişkilendirilmesine göre daha çok olduğu tespit edilmiştir.

Doruk ve Umay (2011) modellemenin sınıfta öğrenciler tarafından yapılmasının, derslerde öğrenilen bilgilerin gündelik hayata aktarılma becerilerinin gelişimine etkisi incelenmiştir. Araştırmanın katılımcılarını bir okulda öğrenim gören 6. Ve 7. sınıf öğrencileri oluşturmuştur. Matematiksel modelleme etkinliklerinin kullanılması bilgilerin kalıcı olması ve bilgileri kullanmalarını sağlanmıştır. Araştırma sonucunda matematiksel modelleme etkinliklerinin kullanıldığı sınıflarda öğrencilerin matematiği günlük hayata aktarma düzeylerinin daha fazla olduğu belirtilmiştir.

Bindak ve Özgen (2018) öğrencilerin kabiliyetleri ve tutumlarına karşı anlayışları yüksek olduğunda ilişkilendirmeye yönelik anlayışlarında yüksek olmasının gerektiğini belirtmişlerdir. Çalışmanın katılımcıları 378 lise öğrencisi olup elde edilen bulgularla matematiksel ilişkilendirme öz yeterlilik ölçeği hazırlanmıştır. Çalışmanın bulgularına göre hazırlanan ölçeğin güvenilir ve geçerli ölçme aracı olarak kullanılabileceği sonucuna varılmıştır.

Pepin ve Haggarty (2007) üç farklı ülkedeki ortaöğretim kitapları matematiksel etkinlikleri ilişkilendirme açısından incelemiştir. Araştırmanın bulgular kısmında üç ülkenin kitaplarında da günlük hayatla ilişkilendirme yer almıştır. Buna ek olarak İngiliz ve Alman ders kitaplarındaki etkinliklerin hemen hemen yarısında günlük hayatla ilişkilendirmenin olmadığı,

Fransız ders kitaplarında ise günlük yaşamla ilişkilendirmenin neredeyse üçte bir oranında olduğu görülmüştür.

Yaprak vd. (2018) XX. Yüzyılın başında okutulan bir Osmanlı matematik ders kitabını incelemişlerdir. Matematik eğitiminin içeriği, düzeni ve ilkeleri bakımından ders kitaplarını incelemişlerdir. Araştırmanın sonucunda bu kitabın başarılı bir şekilde çoklu temsillerle günlük yaşamdan örnekler sunduğu ancak içeriğinde ilişkilendirme becerileri açısından yeterli olmadığı sonucuna varılmıştır.

Yekrek ve Özgeldi'nin (2019) yaptıkları çalışmada ortaokul matematik ders kitaplarının giriş bölümleri gerçek hayatla ilişkilendirme açısından ve bağlam türlerine göre analiz edildiği görülmektedir. Çalışmada veriler doküman analizi yöntemiyle analiz edilmiş olup araştırmada 157 giriş bölümü gerçek hayatla ilişkilendirme kapsamında değerlendirilmiştir. Bulgulara göre giriş bölümlerinde en sık klasik problemlerin gerçek hayatla ilişkilendirilmesine rastlanmıştır. En az rastlanan ilişkilendirme problemi ise toplumda matematiğin tartışılması ve gerçek olay modellemesidir.

Coşkun (2013) öğretmenlerin matematik dersindeki matematiksel ilişkilendirmelerin ne oranda ve ne şekilde verildiklerini incelemiştir. Katılımcıların ders sırasındaki uygulamaları bir eğitim öğretim yılı boyunca belli zamanlarda kaydedilmiştir. Çalışmanın bulgularında öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarda en sık kavramlar arası ve günlük hayatla ilişkilendirmeye yer verdikleri görülmektedir. Farklı gösterimler arasında ilişkilendirmeye az yer verdikleri ve farklı disiplinlerle ilişkilendirmeye ise neredeyse hiç rastlanmadığı belirtilmiştir. Çalışmada öğretmenlerin derslerinde ilişkilendirmeye yeterince değinmediği görülmüştür.

Özgen (2018) lise öğrencilerinin günlük hayattan ve farklı disiplinlerden faydalanmaya dair düşünceleri ve matematikte ön öğrenmenin önemi üzerinde durmuştur. Çalışma sonucunda öğrencilerin günlük hayat ve farklı disiplinlerle matematikten yararlanmaya yönelik görüşlerinde anlamlı farklar tespit edilmiştir. Öğrencilerin diğer disiplinlerle ilişkilendirmelerinin zayıf olduğu sonucuna varılmıştır.

Özgen (2019) farklı branşlardaki öğretmen adaylarının planlayarak ortaya çıkardığı matematik etkinliklerinin diğer disiplinlerle olan ilişkileri araştırmıştır. Araştırmada amaç fen

bilimleri ve matematik öğretmen adaylarının diğer disiplinlerle ilişkilendirilmiş etkinlik oluşturma becerilerinin incelenmesidir. Araştırmanın sonucunda etkinliklerde kullanılan kavramların üst düzey olmadığı sonucuna varılmıştır. Elde edilen etkinliklerde farklı temsiller, modelleme ve matematiksel beceriler açısından problem çözmenin daha önde olduğu tespit edilmiştir.

Hayal Yavuz Mumcu (2018) öğretmen adayları ile yaptığı çalışmasında matematiksel ilişkilendirme becerilerini türev kavramı bağlamında ele almış ve yorumlamıştır. Çalışmada öncelikle matematiksel ilişkilendirme becerisi kuramsal olarak analiz edilmiş ve bu becerinin değerlendirilmesinde kullanılacak kuramsal yapı oluşturulmak amaçlanmıştır. Sonrasında bir üniversiteden seçilen 51 matematik öğretmeni adayına araştırmacının geliştirmiş olduğu İlişkilendirme Beceri Testi (İBT) uygulanmıştır. Bulgular kısmında katılımcıların genel olarak türeve yönelik ders kitaplarında bulunan ezber bilgilere sahip oldukları ancak bu bilgileri de anlamlandırmakta zorlandıkları görülmüştür. Anlamlı öğrenmeler için matematik eğitimcilerine kavramsal anlamaya odaklanmaları ve günlük yaşamla ilişkilendirilmesini sağlayacak uygulamalara yer vermeleri önerilmiştir.

Özgen (2013) matematik öğretmen adaylarının matematiksel ilişkilendirme becerilerinin belirlemek ve problem çözme becerisi ile olan ilişkilerini incelemek için özel durum çalışması yöntemi kullanılarak 28 öğretmen adayının ilişkilendirme becerilerini belirlemeyi amaçlamıştır. Problem çözme sürecinde yazılı dokümanlar incelenmiştir. Katılımcılara üç rutin olmayan problem verilmiştir. İlişkilendirme ve problem çözme becerileri incelenmiştir. Öğretmen katılımcıların ilişkilendirme becerilerinin yeterli seviyede düzeyde olduğu görülmüştür. Matematğin kendi içerisindeki ilişkilendirmesinin yeterli seviyede olmadığı farklı disiplinler ve gerçek hayatla ilişkilendirmenin çok düşük düzeyde olduğu görülmüştür.

Ece (2021) ülkemizde matematik eğitiminde ilişkilendirme becerisi ile ilgili yapılan araştırmaları incelemek ve bu alandaki eğilimin yönünü tespit etmektir. Araştırmaların büyük bir kısmının 2017-2018 yılları arasında yapıldığı, nitel araştırmaların daha fazla olduğu nicel araştırmalarda katılımların daha fazla olduğu görülmüştür. Genellikle katılımcıların ilişkilendirme becerisi konusunda yetersiz olduğu, ders kitaplarında ve derslerde bu beceriye çok az yer verildiği görülmüştür. Çalışma sonucunda ülkemizde ilişkilendirme becerisinin düşük düzeyde olmasının sebepleriyle alakalı araştırmalara ihtiyaç duyulduğu görülmüştür.

Yenilmez ve Uysal (2007) ilköğretim öğrencilerinin matematiksel kavram ve sembolleri günlük hayatla ilişkilendirebilme düzeyleri ve bununla ilişkili olabilecek demografik değişkenler arasındaki ilişkileri belirlemek amaçlanmıştır. Çalışmanın sonucunda ise matematik başarısı, sınıf düzeyi ve matematiğe olan ilgi arasında matematiksel kavram ve sembolleri günlük hayatla ilişkilendirme düzeyine dair farklar saptanmıştır.

Gücün ve Genç (2022) ilköğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel ilişkilendirme türleri ile ilgili fikirlerinin sınıf içi uygulamalara yansımalarını belirlemek için ilişkilendirmeleri nasıl yaptıklarını incelemektedir. Görüşme ve sınıf içi gözlemle veriler toplanmıştır. Veri analizi betimsel ve içerik analizi ile yapılmıştır. Farklı temsiller ile ilişkilendirmede sadece üç öğretmen yorum yapmıştır. Matematiğin kendi içindeki ilişkilendirilmesi tüm öğretmenlerde gözlemlenirken farklı disiplinlerle ilişkilendirilmesi sadece iki öğretmende gözlemlenmiştir.

Özdiner ve Bingölbali (2022) ilköğretim matematik ders kitaplarındaki etkinliklerin günlük hayatla ilişkilendirme açısından incelemek amaçlanmıştır. Her sınıf düzeyinden bir kitap incelenmiş olup doküman analizi kullanılmıştır. Tüm ders kitaplarına bakıldığında etkinliklerin %52'sinde günlük hayatla ilişkilendirmeye yer verilmiştir. Gerçek hayatla ilişkilendirme ilköğretimde en çok 2. sınıflarda en az 4. sınıflarda yer alırken ortaokulda en çok 6. sınıf en az 8. sınıfta yer almıştır.

Turan ve İpek (2022) çalışmalarında tam sayılarla işlemlerde ilişkilendirme becerisinin geliştirilmesini amaçlamışlardır. Amaçlı örnekleme yöntemi ile belirlenen 7. Sınıftaki 35 öğrenci ile çalışılmıştır. Tam sayılarda işlemler ilişkilendirme beceri testi ve ön-son görüşme formları kullanılarak veri toplanmıştır. Eylem araştırması modeli kullanılmıştır. Tam sayılarla işlemlerde matematiksel ilişkilendirme gelişimini ortaya koyan veriler ışığında, farklı gösterimlerle ilişkilendirme ve günlük yaşam arasında ilişkilendirmenin gelişimi daha ön plandadır. Planlanan etkinlik ve modellerin toplama ve çıkarmada daha etkili olduğu görülmüştür.

Taştepe (2022) matematik öğretmeni adayları tarafından yazılan sözel problemlerin günlük hayatla ilişkisi incelenmiştir. Doküman analizi kullanılmıştır. Verilere göre öğretmen adayları günlük hayatla ilişkilendirmede daha çok klasik problem, mimari, maaş, açıcılık gibi farklı bağlamlar kullanılmıştır. Sonuç olarak öğretmen adaylarının günlük hayatla ilişkilendirme

çeşitliliği ve bağlam anlamında sınırlı bir altyapıya sahip oldukları gözlemlenmiştir. Yazılan problemlerde gerçek hayatla ilgili nesnelerin doğrudan kullanılmadığı ve daha çok geri planda bağlam olarak ele alınmıştır.

Literatür incelendiğinde genel olarak ilişkilendirme becerilerinin kullanımının yeterli olmadığından ve bu konudaki eksikliklerden bahsedilmektedir. İlişkilendirme becerilerinin kullanımının artırılması önerilmektedir.

3. YÖNTEM

Çalışmanın bu kısmında yöntemden, araştırmanın modelinden, veri toplama araçlarından, veri analiz kavramsal çerçevesinden, veri analiz sürecinden ve güvenilirlik ve geçerlilikten bahsedilecektir.

3.1 Araştırmanın Modeli

Ders kitaplarındaki türev konusunu ilişkilendirme becerileri açısından incelemek amacıyla gerçekleştirilen bu çalışma nitel bir desende sürdürülmüştür. Bu araştırmada nitel araştırma metodu kullanılmıştır. Araştırmada araştırılan konu yazılı materyallerin içeriğine yönelik olduğundan doküman incelemesi yöntemi kullanılmıştır. Doküman incelemesi, bilimsel araştırmaların merkezinde olan olayların ve olguların bulunduğu yazılı metinlerin analizini içermektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Doküman incelemesi Forster (1995, akt. Yıldırım ve Şimşek 2013) tarafından (1) dokümanlara ulaşma; (2) özgünlüğün kontrol edilmesi; (3) dokümanları anlama; (4) veriyi analiz etme ve (5) veriyi kullanma olarak beş bölümde incelenmiştir. Çizelge 3.1.'de doküman incelemesinin aşamaları ve işlemler kısaca ifade edilmiştir.

Çizelge 3. 1 Doküman İncelemesi Aşamaları ve İşlemler.

Doküman incelemesi aşamaları	İşlemler
1.Dokümanlara Ulaşma	Araştırma probleminde ihtiyaç duyulan dokümanlar açıkça belirtilmiştir. Bu bağlamda ortaöğretim 12. sınıf matematik ders kitapları ve matematik dersi öğretim programı ulaşılması gereken dokümanlardır.
2.Özgünlüğü Kontrol Etme	Erişilen kitaplar MEB'in web sitesinde yer almaktadır. Elektronik ortamdaki bu ders kitaplarının öğrencilere dağıtılan basılı kopyası ile özgünlüğü kontrol edilmiştir. Ortaöğretim Matematik Dersi (9, 10,11 ve 12. Sınıflar) Öğretim Programı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı web sitesinde yayımlanmıştır.
3.Dokümanları	Dokümanların belli bir sistem içinde incelenmesi için ders kitapları

Anlama	ilişkilendirme becerileri bağlamında değerlendirilmiştir.
4. Veriyi Analiz Etme	Veriler doküman incelemesi ile analiz edilmiştir.
5. Veriyi Kullanma	Çalışmanın verileri MEB'in resmî sitesinde yayımlanan ve herkesin ulaşabileceği dokümanlar olup bulgular bilimsel etik kurallarına uygun olarak raporlaştırılmıştır.

(Gamze Akkaya 2016)

Nitel araştırmalar ölçülebilen özelliklerdence daha çok detaylı bir şekilde ve anlamaya yönelik yapılan, “nasıl, niçin” gibi sorulara cevap aranan çalışmalardır (Denzin ve Lincoln 1998). Nitel araştırma tanımlamaya, çözmeye, yorumlamaya ve anlamla ilgili terimlere erişmeye çalışan teknikleri içeren süreçlerden meydana gelmektedir (Van Maanen 1979). Nitel araştırma görüşme, gözlem ve doküman analizi nitel bilgi toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir süreçtir (Yıldırım ve Şimşek 2008).

Nitel araştırma yöntemlerinin en büyük katkısı ise araştırılan konuyu, ilgili bireylerin bakış açısından görmeye ve bu bakış açılarını oluşturan sosyal yapıyı ve süreçleri ortaya koymaya olanak vermesidir (Yıldırım ve Şimşek 2008). Bu araştırmada veriler doküman analizi yöntemi ile analiz edilmiştir. Doküman analizinin avantajları çeşitli araştırmacılara (Yıldırım ve Şimşek 2016, Bowen 2009, Bailey 1982, Corbetta 2003, Yin 1994, Merriam 1988) göre “zaman kullanımı açısından verimli yöntem olması, bireysellik ve özgünlük, örneklem büyüklüğü, düşük maliyet, kullanılabilirlik, tekrar kullanım, kesinlik, geniş kapsam ve zaman, tepkiselliğin olmaması, kolay ulaşılamayacak verilere ulaşma, konunun ve verinin niteliği” başlıklarında incelenmiştir. Doküman analizinin zorlukları ve sınırlılıkları ise çeşitli araştırmacılara (Bowen 2009, Bailey 1982, Corbetta 2003, Yin 1994, Yıldırım ve Şimşek 2016) göre “tarafılık, yetersiz ayrıntı, eksiklik, düşük geri alınabilirlik, seçilmişlik, sınırlılık, ulaşılabilirlik, standart bir formatın olmayışı, kodlama zorluğu” olarak ifade edilmiştir.

3.2 Veri Toplama Araçları

Bu araştırmada 2011, 2017 ve 2021 yıllarında okutulan ortaöğretim matematik ders kitaplarındaki türev konusunun ilişkilendirme becerileri açısından incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda türev konusu yalnızca 12. sınıf matematik dersi öğretim programında olduğu için ve 2009, 2013 ve 2018 yıllarında öğretim programı değiştiği için bu üç yıldaki 12. sınıf matematik ders kitabı veri kaynağını oluşturmaktadır. Analiz edilen kitaplar aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Çizelge 3.2 2011-2022 Eğitim Öğretim Yılları Arasında Kullanılan 12. Sınıf Matematik Ders Kitapları.

Kitabın kullanıldığı yıllar	Yazarlar	Basım Yılı
2011–2017 eğitim öğretim yılları arasında okutulan 12. sınıf matematik ders kitabı	Muslu LÖKÇÜ Önder ÇOLAK Aysun Nükheth ELÇİ Timur YURTSEVEN Mustafa BAĞRIAÇIK Turgut OĞUZ Zeynel SAĞLAM Yalçın YILDIRIM	2011
2017–2021 eğitim öğretim yılları arasında okutulan 12. sınıf matematik ders kitabı	Tonay ÇAKIMCI Vedat KABASAKAL	2016
2021’den günümüze kadar okutulan 12. sınıf matematik ders kitabı	Mehmet KAYACIER Dr. Ahmet EMİN Gökhan GÜNEŞ Ahmet GERBOĞA	2021

3.3 Veri Analizi için Kavramsal Çerçeve

Çalışmanın bu kısmında verileri analizi için kullanılan kavramsal çerçeveden bahsedilmiştir. Ders kitaplarının incelenmesinde kullanılan ilişkilendirme becerileri dört ana bileşenden oluşmaktadır. Bunlar farklı gösterimler arasında ilişkilendirme kavramlar arası ilişkilendirme, gerçek hayatla ilişkilendirme ve farklı disiplinlerle ilişkilendirmedir (NCTM 2000, MEB 2003’ten akt. Bingölbalı ve Coşkun).

2013 öğretim programına göre matematik yalnızca işlem, kural ve sembollerden ibaret değildir. Anlam bütünlüğü olan bir düzendir. Buna ek olarak matematikle gerçek yaşam arasında ve hatta farklı disiplinler arasında ilişkilendirme mevcuttur. Matematik ilişkilerin araştırıldığı ve ispatlandığı bir disiplindir. Bundan dolayı matematik öğretiminde ilişkilendirme olağandır (Bingölbalı ve Coşkun 2016).

Bu ilişkilerin varlığı ve kullanılması matematik öğretimini kolaylaştırarak daha kalıcı

öğrenmeleri sağlayacaktır. Öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmesi sağlanacak ve özgüvenlerini artıracaktır. NCTM (2000) standartlarında ve ortaokul matematik dersi öğretim programlarında (MEB 2009, 2013 ve 2018) öğrencilerde öğrenmenin kalıcı olması için ilişkilendirme yapmanın öneminden bahsetmiştir.

Kavram ile başka kavram arasında ilişki kurma; matematiksel kavramın veya ifadenin diğer matematiksel kavramlar ile ilişkilendirilmesidir. Matematik birbirini takip eden yığılmalı ve yapısı gereği kavramlar arasındaki ilişkilerden meydana geldiği için kavramlar arasında ilişkilendirme olağandır. Özdeşliklerin öğretiminde de kullanılan alan kavramı ile ilişkilendirme yapılması kavramla diğer kavram arası ilişki kurma için örnek o verilebilir.

Kavram ile alt Kavramları ve alt kavramların kendi arasında ilişkisinin kurulması ise genel bir kavramın kendi alt kavramları ile ilişkisi ve bu kavrama ait alt kavramların kendi içindeki ilişkisi bu kapsamda ele alınmaktadır. Bu kapsamda üçgen kavramını örnek verilebilir. Üçgenler kenarlarına ve açılarına göre olmak üzere iki temel başlık altında incelenmektedir. Üçgenler kenarlarına göre; ikizkenar, eşkenar ve çeşitkenar açılarına göre ise dik, dar ve geniş açılı olarak gruplandırılmaktadır. Bu gruplandırmalar ile üçgene ait yeni alt kavramlar meydana gelmektedir. Bundan dolayı genel bir kavram olan üçgen ile üçgenin alt kavramı olan geniş açılı üçgen ilişkisi mevcuttur.

Kavramın farklı gösterimleri arasında ilişki kurma NCTM (2000) 'ye göre temsiller, matematiksel düşünceleri daha somut hale getirirler. Somut temsiller sembollerin daha sonraki kullanımının temelini oluşturur. Ayrıca temsiller öğrencilerin farklı durumlarda ortak matematiksel doğayı fark etmelerine yardımcı olur. Gösterim bilgisi NCTM (2000) 'ye göre süreç standartlarından biri olarak değerlendirilmektedir.

Bu konuyla ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde bazı gösterim türleri sözel ifade, somut cisimler, resimler ve diyagramlar, yazılı semboller, tablolar, grafikler, denklem ve şekiller olarak öne çıkmaktadır.

Gerçek hayatla ilişkilendirmenin kavramı bir bağlam içerisinde ele alma alt başlığında matematiksel kavramların öğretimi yapılırken gerçek hayat bağlamının kullanılmasıdır. Modelleme etkinliklerinin kullanıldığı sınıflarda öğrencilerin matematiği günlük hayata aktarma düzeylerinin daha fazla olduğu belirtilmiştir (Doruk ve Umay 2011). Bu bileşen farklı disiplinlerle ilişkilendirmeden farklıdır. Farklı disiplinlerle ilişkilendirmede

matematiksel ifadelerin öğretimi için matematik haricindeki bir disiplin kavramının kullanımı söz konusu iken, gerçek hayat ile ilişkilendirmede matematiksel kavramın öğretimi için doğrudan gerçek hayat bağlamlarının tercih edilmesi ve kullanılması söz konusudur (Bingölbalı E ve Coşkun M 2016).

Gerçek hayatla ilişkilendirmenin gerçek hayattan sözel örnek verme alt başlığında ise bir kavramın öğretiminde günlük hayatla ilişkilendirmenin sadece sözlü ifadeler ile yapılmasıdır. Kavramı matematiksel olarak verdikten sonra günlük hayattan sözel örnek verilmesidir (Bingölbalı E ve Coşkun M 2016).

Farklı disiplinlerle ilişkilendirme becerisinin kavramı farklı bir disiplin bağlamı içerisinde ele alma alt başlığına bakıldığında matematikte bir ifadenin veya kavramın öğretiminin farklı bir disiplin bağlamı ve kavramları ile yapılması bu alt bileşen kapsamında incelenmektedir.

Farklı disiplinlerle ilişkilendirmenin sözel örneklerle ifade edilmesi alt başlığı ise matematiksel kavramların öğretiminde farklı disiplinlere ilişkin kavramların sadece sözel olarak verilmesidir.

3.4 Veri Analizi Süreci

Bu araştırmada veri kaynağı olarak 2011 YDK, 2017 YDK, 2021 YDK kullanılmıştır. Bu kitaplar ilişkilendirme becerileri açısından analiz edilmiştir. İlişkilendirme becerileri KDK kavramla diğer kavram arasında ilişki kurma, KAK kavramla alt kavramları ve alt kavramların kendi arasında ilişki kurulması, KFG kavramın farklı gösterimleri arasında ilişki kurulması, GHB gerçek hayatla ilişkilendirme kavramı bağlam içinde ele alma, GHS gerçek hayatla ilişkilendirmenin sözel olarak ifade edilmesi, FDB farklı disiplinlerle ilişkilendirmenin bağlam içinde ele alınması, FDS farklı disiplinlerle ilişkilendirmenin sözel olarak ifade edilmesi olarak kodlanmıştır.

3.4 Veri Analizi İçin Güvenirlik ve Geçerlilik

Geçerlik ve güvenirlik, türüne bakmaksızın bir çalışmanın kavramsal çerçevesinin oluşturulması, verilerinin toplanması, analiz edilmesi ve yorumlanması ile bulgularının sunulması aşamalarını ilgilendiren önemli kavramlardır (Merriam 2018). Bilimsel çalışmalarda kullanılan veri aracı ne olursa olsun okuyucunun ikna olması için araştırmanın

tüm basamaklarını ilgilendiren geçerlik ve güvenilirlik ile karşı karşıya kalınır.

Bu çalışmada geçerlik ve güvenilirliğin sağlanması için veri analizindeki aşamalar hakkında detaylı bilgi verilmeye çalışılmıştır. Daha önce kullanılıp işlevselliği test edilen kavramsal çerçevenin bu çalışmada kullanılmasının güvenilirliği artırdığını ve geçerliğe de hizmet ettiği düşünülmektedir. İlişkilendirme becerileri ve türlerinin tespiti öncelikle araştırmacı tarafından tespit edilmiştir. Farklı zaman dilimlerinde tekrar tekrar incelenmiş olması güvenilirliği artırdığı düşünüldüğü için araştırmacı tarafından farklı zaman dilimlerinde birçok kez incelenmiştir. Çalışmada uzman desteği alınmış olup uzman matematik eğitimci danışman eşliğinde tekrar tekrar analiz edilerek çalışma son halini almıştır. Bu şekilde veri analizinin güvenilirliği ve geçerliği sağlanmıştır.



4. BULGULAR

Çalışmanın bulgular bölümünde, ders kitaplarındaki türev konusu kavramsal bir çerçeve kullanılarak ilişkilendirme becerisi açısından incelenmiştir. İncelenen kitaplardan ulaşılan veriler tablolar aracılığı ile yansıtılmıştır.

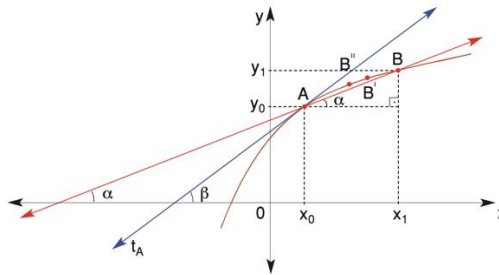
Ders kitaplarındaki türev konusu yalnızca 12.sınıf ders kitaplarında yer almaktadır. Bu çalışmada Müfredat değişikliğinden dolayı (2009-2013-2018) değişen 3 ayrı ders kitabı incelenmiştir ve bulgular tablo ile ifade edilmiştir. Ders kitaplarında türev konusu; türev ve türevin uygulamaları olarak iki alt başlık altında verilmiştir.

4.1. Ders Kitaplarındaki Kavramlar Arası İlişkilendirmeler

Çizelge 4. 1 Ders Kitaplarındaki Kavramlar Arası İlişkilendirme Bulguları.

İlişkilendirme Becerisi	Ders kitaplarında verilen
KDK	Doğrunun eğimini bulmamız için doğrunun x eksenine ile yaptığı açının tanjantına veya iki noktaya ihtiyaç vardır. Ayrıca doğrunun eğimi doğrunun x eksenine ile yaptığı açının tanjantına eşittir. x eksenine ile doğrunun yaptığı açı α olarak alınırsa doğrunun eğimi, $m = \tan \alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ şeklinde yazılabilir. Bağlantıyı dikkatlice incerseniz yukarıda ortaya konan probleme benzediğini görebilirsiniz. Çünkü burada aynı sürede değişen Δy ile Δx 'in oranı söz konusudur (s.102 etkinlik 1, 2011).
KDK	Bir eğriye üzerinde seçilen bir noktadan çizilen teğetin eğimi, seçilen nokta ile ilişkili midir? Nokta değiştikçe çizilen teğetlerin eğimleri değişir mi? Verilen bir eğrinin üzerindeki bir noktadan eğriye çizilen teğetin eğimi nasıl bulunur? (s.103, 2011)

KDK



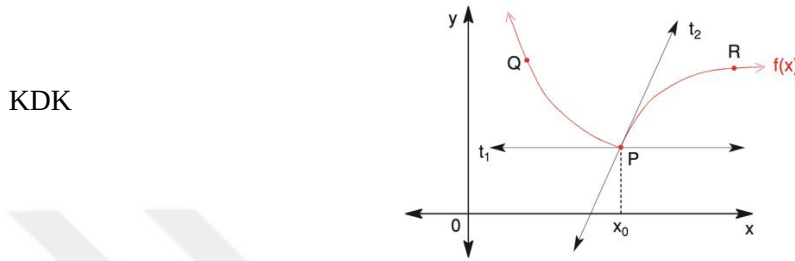
Şekil 4.1 1 2011 YDK grafik 3.

- Çizdiğiniz kesenlerin hangi doğruya yaklaştığını,
- Kesenlerin eğim açılarının hangi açıya yaklaştığını,
- AB keseninin eğiminin hangi doğrunun eğimine yaklaştığını,

Tahmin etmeye çalışınız buradan elde ettiğiniz çıkarımları göz önünde bulundurarak AB kesenin eğimini kullanarak teğetin eğimini limit yardımıyla matematiksel olarak ifade etmeye çalışınız.

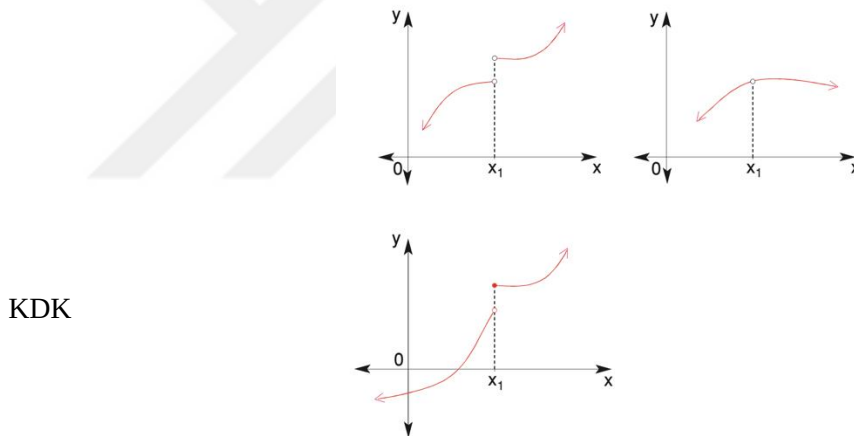
Verilen fonksiyonda AB kesenin eğimini kullanarak teğetin eğimini limit yardımıyla matematiksel olarak ifade edilmesi istenmiştir (s.105-106 etkinlik 3, 2011)

Kırılma noktalarında sağdan ve soldan türev eşit olmayacağından o noktada türevinde olmayacağı ilişkilendirilmiştir (s. 111 etkinlik 6, 2011).



Şekil 4.1.2 2011 YDK grafik 4.

Aşağıda grafiği verilen fonksiyonları inceleyiniz.



Şekil 4.1.3 2011 YDK grafik 5

Fonksiyonlardan hangileri x_1 noktasında süreklidir? Fonksiyonların x_1 noktasında türevli olup olmadıklarını belirtiniz. Buradan hareketle bir fonksiyonun bir noktada süreksizliği ile türevsizliği arasında nasıl bir ilişki vardır? (s. 114 etkinlik 8, 2011)

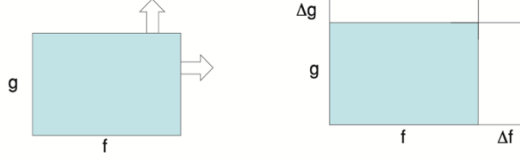
“Yukarıda yapmış olduğunuz çalışmalardan aşağıdaki genellemelere ulaşılır.

- KDK
- i) Bir noktada sürekli olmayan o noktada türevi yoktur.
 - ii) Bir noktada türevlenebilen bir fonksiyon o noktada süreklidir.
 - iii) Bir fonksiyonun o noktada türevinin olabilmesi için, o noktada sürekli olması gerekir. Ancak bu yeterli değildir (s. 115, 2011).
-

KDK

5) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^2 - mx + 3$ fonksiyonu veriliyor. Fonksiyonun $x = 2$ noktasındaki teğetinin eğimi 4 ise m kaçtır? (s.122, 2011)

KDK



Şekil 4.1.4 2011 YDK çarpım türevi şekil 1.

Dikdörtgenin alanındaki değişimden yararlanılarak $f(x)$, $g(x)$ fonksiyonunun türevi bulunmuştur. (s.122, 2011)

3) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 3|x| - 2$ fonksiyonun $x = -2$, $x = 0$ ve $x = 3$ noktalarındaki türevinin varlığını tartışınız, varsa türevinin varlığını tartışınız, varsa türev değerlerini bulunuz.

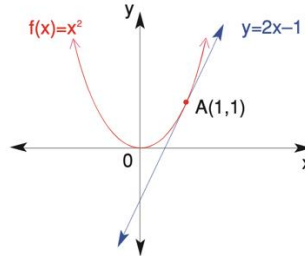
KDK
ve
KFG

Yandaki şekille ilgili aşağıdaki bilgiler veriliyor.

$A(1,1)$ noktası $y = 2x - 1$ denklemini sağlar.

$A(1,1)$ noktası $f(x) = x^2$ fonksiyonu üzerindedir.

$f(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki türevinin değeri $x - 1$ doğrusunun eğimine eşittir.



Şekil 4.1.5 2011 YDK grafik 6

(s. 126, 2011).

KDK

2) $y = \frac{a}{x^2} + b$ eğrisine $A(a,b)$ noktasından çizilen teğetinin eğimi -2 ise a ve b değerlerini bulunuz (s. 128, 2011).

1) bir hareketlinin t saniyede aldığı yol,

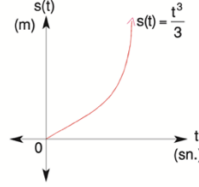
$s(t) = t^3 + 4t^2$ fonksiyonu ile veriliyor.

KDK

-
- a) Hareketlinin 5. saniye sonundaki aldığı yolu bulunuz.
b) Hareketlinin 5. saniyedeki hızını bulunuz.
c) Hareketlinin 5. saniyedeki ani ivmesini bulunuz (s.131,2011).
-

3)

KDK



Şekil 4.1.6 2011 YDK grafik 7.

Yukarıda bir aracın yol zaman grafiği verilmiştir. Bu aracın ivme-zaman ve hız-zaman grafiklerini çiziniz (s.131,2011).

Aşağıdaki tabloda türevlenebilir f ve g fonksiyonları ile fog fonksiyonu verilmiştir.

f(x)	g(x)	(f◦g)(x)
x	$2x^2+1$	$2x^2+1$
x^2	$2x^2+1$	$(2x^2+1)^2$
x^8	$2x^2+1$	$(2x^2+1)^8$
x^5+1	x^2+1	$(2x^2+1)^5+1$

KDK

Şekil 4.1.7 2011 YDK tablo 2.

Verilen f(x) ve g(x) fonksiyonlarının türevlerini bulunuz.

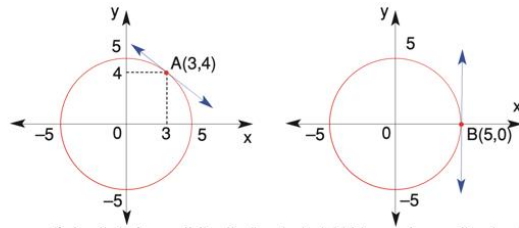
(fog)(x) fonksiyonlarının türevlerini bulmaya çalışınız.

f, g ve fog fonksiyonlarının türevleri arasında bir ilişki kurmaya çalışınız (s.132 etkinlik 19,2011).

$x^2+y^2-25=0$ ifadesinin x 'e göre türevini alarak (3,4) ve (5,0) noktalarındaki teğetlerinin eğimlerini bulunuz.

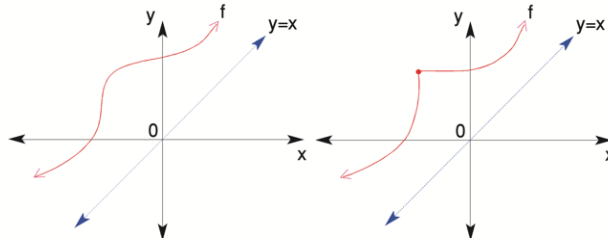
Bulduğunuz sonuçlarla aşağıdaki şekilleri ilişkilendiriniz (s.137 çalışma yaprağı 17, 3. Soru).

KDK



Şekil 4.1.8 2011 YDK grafik 8.

Şimdide herhangi bir f fonksiyonu ile f^{-1} fonksiyonunun $y=x$ doğrusuna göre simetrik olduğunu hatırlayarak aşağıda grafikleri verilen fonksiyonların terslerini çiziniz.



KDK

Şekil 4.1.9 2011 YDK grafik 9.

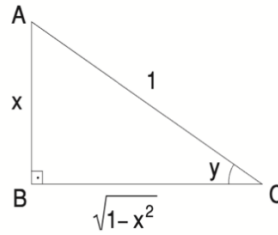
Çizdiğimiz bu grafikleri de dikkate alarak

a) Her noktada türevlenebilir ve tersi alınabilir bir fonksiyonun tersinde türevlenebilir olduğu,

b) Herhangibir noktada türevli olmayan tersi alınabilir bir f fonksiyonunun, her noktada türevli olmadığı çıkarımlarına ulaşmaya çalışalım (s.138-139 ,2011).

$f(x)=\sin x$ fonksiyonunun ters fonksiyonu olan $g(x)=\arcsin x$ fonksiyonunun türevi trigonometrik bağıntılardan yararlanılarak bulunmuştur (s. 143 etkinlik 25, 2011).

KDK



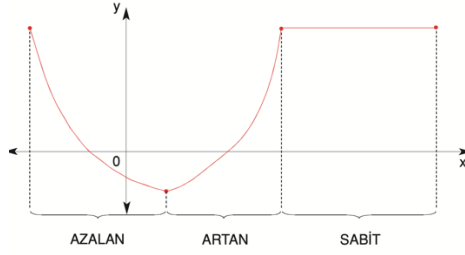
Şekil 4.1.10 2011 YDK şekil 3.

KDK

Önceki etkinliklerinizden türevlenebilir bir fonksiyonun, varsa tersinin de türevlenebilir olduğunu biliyorsunuz. Bu durumda logaritma fonksiyonunun tersi olan üstel fonksiyon da türevlenebilir bir fonksiyondur diyebiliriz (s. 145 etkinlik 27, 2011)

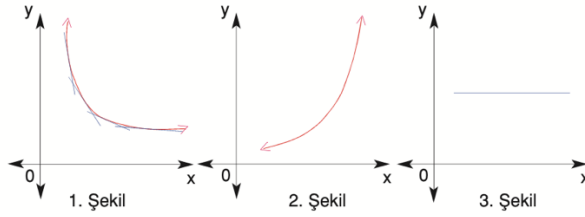
KDK

Aşağıda verilen fonksiyonların grafiklerini inceleyiniz. Fonksiyonun artan, azalan ve sabit olduğu alt aralıkları görünüz. Buna bağlı olarak ön değerlendirmelerinizi gözden geçiriniz.



Şekil 4.1.11 2011 YDK grafik 10.

Şimdide bir fonksiyonun artan, azalan ya da sabit olması ile üzerinde noktalardan çizilen teğetleri arasındaki ilişkiyi inceleyelim.

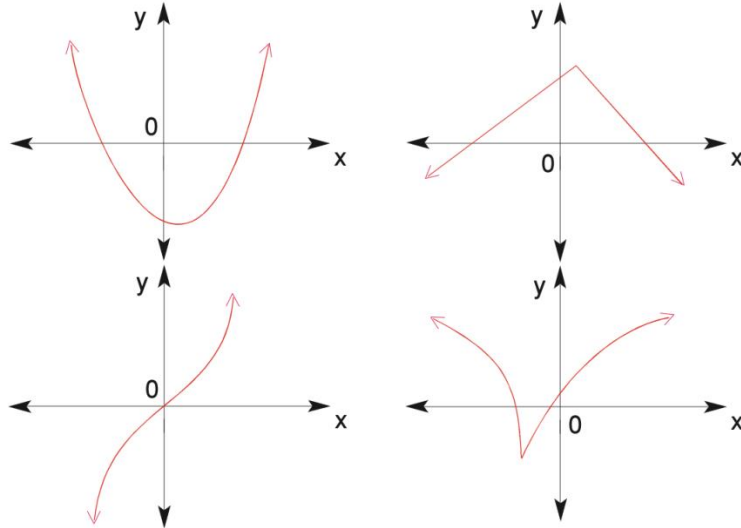


Şekil 4.1.12 2011 YDK grafik 11.

Teğetlerin eğimlerinin işaretleri ile fonksiyonların artan, azalan ya da sabit olması arasındaki ilişkiyi kurmaya çalışınız (s. 150 etkinlik 30, 2011).

Aşağıda verilen fonksiyon grafiklerini inceleyiniz.

Aşağıda verilen fonksiyon grafiklerini inceleyiniz.



KDK

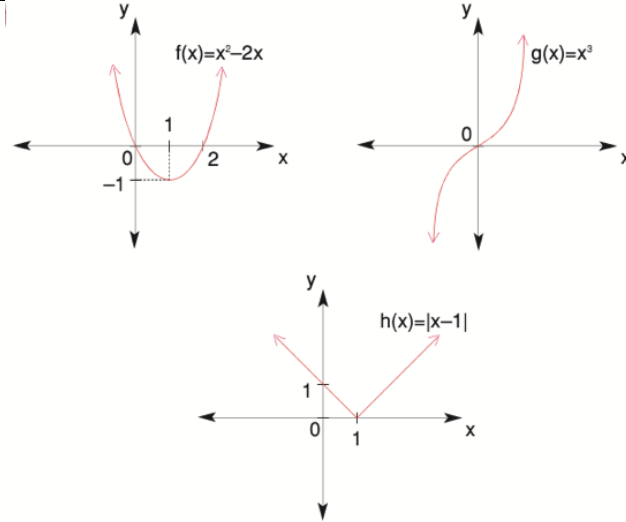
Fonksiyonların artanlıktan azalanlığa ya da azalanlıktan artanlığa geçtiği noktaları varsa grafik üzerinde gösteriniz.

Gösterdiğiniz noktaların komşuluğunda bu fonksiyonların en büyük ya da en küçük değerlerini aldığını söyleyebilir miyiz?

Aşağıdaki grafiği inceleyelim.

Şekil 4.1.13 2011 YDK grafik 12.

(s. 154, 2011)



Şekil 4.1.14 2011 YDK grafik 14.

Yukarıdaki grafikleri inceleyiniz. Her bir fonksiyonun varsa ekstremum noktasını bulunuz.

KDK

Verilen fonksiyonların türevlerinin işaret tabloları aşağıdaki gibidir.

Ve

KFG

	x	1	
f'(x) in işareti	-	○	+

	x	0	
g'(x) in işareti	+	○	+

	x	1	
h'(x) in işareti	-		+

Şekil 4.1.15 2011 YDK tablo 3.

Grafikleri ve tabloları incelediğinizde;

Türevin sıfır olduğu noktalar yerel ekstremum noktalarıdır diyebilir misiniz?

Yerel ekstremum noktalarda türev sıfır mıdır?

Fonksiyonların türevlerinin işaretleri yani artan azalan olma durumları ile yerel ekstremum noktaları arasındaki ilişkiyi söyleyiniz (s. 155-156, 2011)

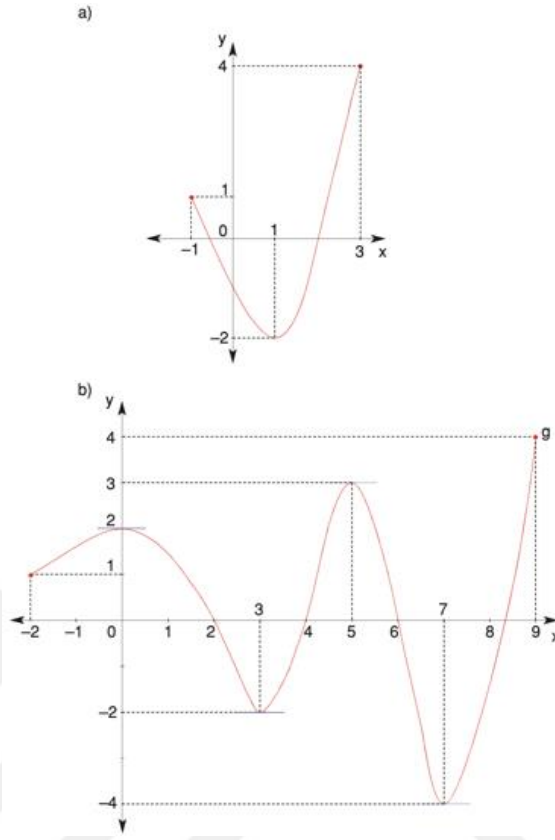
KDK

$f: A \rightarrow \mathbb{R}, y=f(x)$ fonksiyonu verilsin.

Eğer bir $x_0 \in A$ noktası fonksiyonun yerel ekstremum noktası ise ve bu noktada türev varsa bu türevin değeri $f'(x_0) = 0$ 'dır. Bu nedenle türevin sıfır olduğu noktalarda türev işaret değiştiriyorsa bu noktalar ekstremum noktalarıdır (s.157, 2011)

1) Aşağıda belirtilen aralıklarda tanımlanmış fonksiyonların mutlak minimum ve mutlak maksimum değerlerini bularak bu değerleri, yerel ekstremum değerleri ile karşılaştırınız (s.160, 2011)

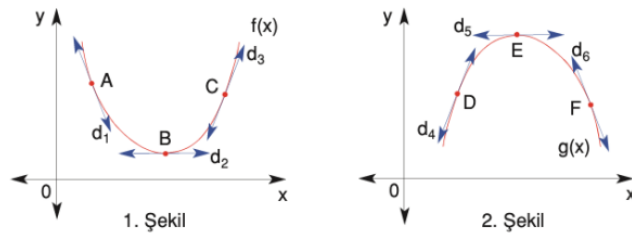
KDK



Şekil 4.1.16 2011 YDK grafik 15.

KAK

4) Mutlak maksimum değere sahip bir fonksiyonun, yerel maksimum değerinde kesinlikle olup olmadığını tartışınız (s.161, 2011)



KDK

Şekil 4.1.17 2011 YDK grafik 16.

Bir fonksiyonun grafiğinin bir aralıkta içbükey ya da dışbükey olması ile türev kavramını ilişkilendirelim.

Yukarıda 1. şekilde verilen d_1 , d_2 , d_3 teğet doğrularının eğimlerinin işaretlerine göre sıralayınız.

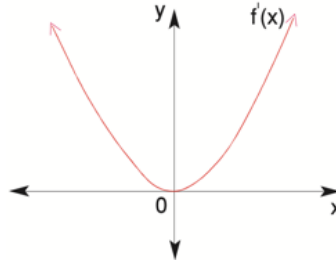
d_1 teğetinin eğimi negatif, d_2 teğetinin eğimi sıfır ve d_3 teğetinin eğimi ise pozitif olduğunu söyleyebilir misiniz?

Bu durumda $f'(x)$ fonksiyonunun işaretinin eksiden artıya değiştiğini ve bunun olması için B noktasında sıfır olduğunu gördünüz.

Aynı çalışmayı 2. Şekil üzerinde yaptığımızda değişimin ters yönde olduğunu keşfedebilirsiniz. Buradan bir eğrinin dışbükey olması durumunda, artan x değerleri için teğetlerin eğimlerinin işaretleri eksiden artıya değişir, diyebiliriz. Aksi durumdada tersi düşünülebilir. Ortaya çıkan bu durumu, grafiği verilen fonksiyonun türevi ile ilişkilendirmeye çalışınız (s. 162-163).

2) Şekilde $f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre $f(x)$ fonksiyonunun içbükey ve dışbükey olduğu aralıkları yazınız (s. 163, 2011).

KDK



Şekil 4.1.18 2011 YDK grafik 17.

KDK

4) Eğer $(1,1)$ noktası $f(x)=x^3+cx^2-3x+d$ fonksiyonunun dönüm noktası ise c ve d değerleri ne olabilir? (s.166, 2011)

$f(x)=2x^3-6x^2+6x$ fonksiyonunun grafiğini grup arkadaşlarınızla aşağıdaki soruları cevaplandırarak çözmeye çalışınız.

Fonksiyonun en geniş tanım kümesini belirlemeye çalışınız.

Fonksiyonun eksenleri kestiği noktaları bulmaya çalışınız.

Artan ya da azalan olduğu aralıkları ve ekstremum noktaları belirleyiniz.

İçbükey ya da dışbükey olduğu aralıkları ve büküm noktalarını bulunuz (s.168-169, 2011).

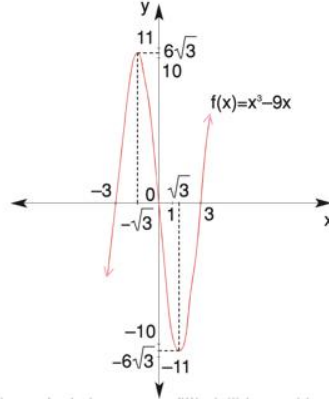
KFG

Ve

KDK

x	$-\infty$	-3	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	+	0	-	-	0	+
$f''(x)$	-	-	-	0	+	+	+
$f(x)$	$-\infty$	0	$6\sqrt{3}$	0	$-6\sqrt{3}$	0	$+\infty$
	artan		artan		azalan		azalan
	artan		azalan		artan		artan
	içbükey				dışbükey		

Şekil 4.1.19 2011 YDK tablo 4.



Şekil 4.1.20 2011 YDK grafik 18.

KDK

$f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ fonksiyonunun grafiğinde x 'in $+\infty$ ya da $-\infty$ a yaklaşan değeri için y 'nin hangi değere yaklaştığını limit yardımıyla bulunuz. Bulduğunuz bu değer fonksiyonun grafiğinde ne anlama geleceğini tartışınız.

Tartışmalarınızın sonuçlarını aşağıda yapılan işlemle ilişkilendirmeye çalışınız.

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1} = 2 + \frac{3}{x-1}$$

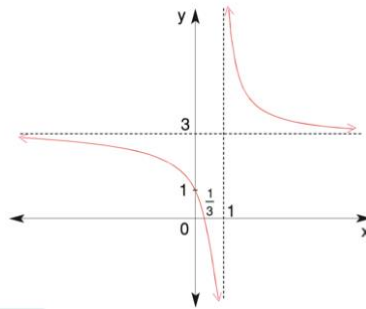
bu eşitlikten yararlanarak x 'in $-\infty$ a yaklaşan değeri için fonksiyonun 2 ye soldan, x 'in $+\infty$ a yaklaşan değeri için fonksiyonun 2 ye sağdan yaklaştığını söyleyebiliriz. Ancak bu durumda fonksiyonun 2 değerini almadığı sonucunu da çıkarabiliriz (s.171, 2011).

$f(x) = \frac{3x-1}{x-1}$ fonksiyonun grafiğini çiziniz, tablo ve grafikte karşılaştırınız (s.172, 2011).

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	-	-	-
$f''(x)$	-	-	-	+
$f(x)$	3	0	$-\infty$	$+\infty$
	içbükey			dışbükey

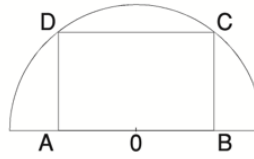
KFG

Şekil 4.1.21 2011 YDK tablo 5.



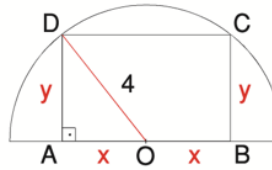
Şekil 4.1.22 2011 YDK grafik 19.

Şekilde O merkezli yarım dairenin içine ABCD dikdörtgeni çizilmiştir. Dairenin yarıçapı 4cm ise ABCD dikdörtgeninin alanı en çok kaç cm^2 'dir?



Şekil 4.1.23 2011 YDK şekil 6.

Çözüm;
 $|AO|=|OB|=x$ olsun.
 AOD üçgeninden $x^2 + y^2 = 16$ dir.
 ABCD nin alanı $2x \cdot y$ dir.



KDK

Şekil 4.1.24 2011 YDK şekil 7.

Bu veriler kullanılarak ABCD dikdörtgeninin alan bağlantısı $A(x) = 2x \cdot \sqrt{16 - x^2}$ olarak bulunur. Bu bağlantının $A: [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$, $A(x) = \sqrt{64x^2 - 4x^4}$ durumunda bir fonksiyon olacağı görülmektedir. Fonksiyonun ekstremum değerleri 1. türev yardımıyla $A'(x) = \frac{128x - 16x^3}{2\sqrt{64x^2 - 4x^4}} = 0$
 $128x - 16x^3 = 0$
 $16x(8 - x^2) = 0$
 $16x(2\sqrt{2} - x)(2\sqrt{2} + x) = 0$
 $x_1 = 2\sqrt{2}, x_2 = 0, x_3 = -2\sqrt{2}$ olarak bulunur.
 Buna bağlı olarak $A'(x)$ in işaret tablosu aşağıdaki gibi oluşturulabilir.

x	$-\infty$	$-2\sqrt{2}$	0	$2\sqrt{2}$	$+\infty$
$A'(x)$ in işareti		+	-	+	-

Şekil 4.1.25 2011 YDK tablo 6.

$x_1 = 2\sqrt{2}$ için,
 $A(2\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}$. $\sqrt{16 - 8} = 16$ değeri ABCD nin alabileceği en büyük değer olur (s.177-178, 2011).

KDK

t, dakika olmak üzere konum-zaman fonksiyonu $x(t) = t^3 - t^2 + 10m$ olarak ifade edilen bir cismin, hız-zaman fonksiyonunu ve ivme-zaman fonksiyonunu bulalım.
 Çözüm;
 $V(t) = x'(t) = 3t^2 - 2t \text{ m/dk}$
 $a(t) = V'(t) = 6t - 2 \text{ m/dk}^2$ olarak bulunur (s.72, 2017).

KDK

$f(x)=x^2+ax+2$ fonksiyonunun x eksenini kestiği noktalarındaki teğetlerinin birbirine dik olmasını sağlayan a değerlerini bulalım (s.86, 2017).

KDK

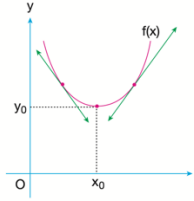
$f(x)=x^2+x+a$ parabolü ile $g(x)=\ln x$ eğrisinin birbirine teğet olmasını sağlayan a değerlerini bulalım (s.86, 2017).

KDK

Yandaki grafikte $f(x)$ eğrisine $(2,1)$ noktasında teğet olan d doğrusu verilmiştir. $x > 0$ iken tanımlı $g(x)=x^2 \cdot \ln(f(x))$ fonksiyonu için $g'(2)$ değerini bulalım (s. 87, 2017).

KDK

Dikkat edilirse $f(x)$ parabolüne $(-\infty, x_0)$ aralığındaki bir noktadan çizilen teğetin eğimi negatif, (x_0, ∞) aralığındaki bir noktadan çizilen teğetin eğimi ise pozitiftir (s.90, 2017).



Şekil 4.2.1 2017 YDK grafik 23.

a) $y=x^4$ fonksiyonunun ekstremum noktasını bulmak için;
 $y=x^4$ fonksiyonu $\mathbb{R}$ de sürekli.
 $y' = 4x^3$ fonksiyonunu tanımsız yapan bir x değeri yoktur.
 $y' = 4x^3 = 0$ olduğunda $x=0$ noktası kritik nokta olur.
 $y' = 4x^3$ fonksiyonunun işaretini inceleyelim.

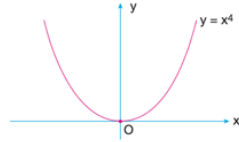
x	0
$f'(x)$	- 0 +
$f(x)$	azalan artan

KFG
ve

Şekil 4.2.2 2017 YDK tablo 8.

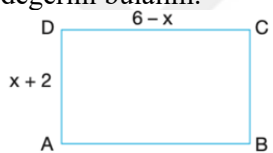
KDK

$(0,0)$ noktası yerel minimumdur.
 $y=x^4$ fonksiyonunun grafiğini incelenecek olursa;



Şekil 4.2.3 2017 YDK grafik 25.

$(0,0)$ noktasının fonksiyonun en küçük değeri olduğu yani yerel minimum noktası olduğu açıkça görülür(s.94, 2017).

KDK	$f(x)=x^3 -3x^2 -9x +1$ fonksiyonunun yerel ekstremum noktaları varsa bulalım (s.96, 2017).												
KDK	$f(x)=-2x^3 +3x^2 + ax+b$ fonksiyonunun (2,21) noktasında yerel ekstremumu varsa bu fonksiyonun diğer ekstremum noktasını bulalım (s. 98, 2017).												
KDK	$f:[-2,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)= x.e^x$ fonksiyonunun mutlak minimum ve mutlak maksimum değerlerini bulalım (s.100, 2017).												
KDK	Şekildeki ABCD dikdörtgeninin kenar uzunlukları $(x+2)$ cm ve $(6-x)$ cm dir. Bu durumda ABCD dikdörtgeninin alanını en büyük yapan x değerini bulalım.  Şekil 4.2.4 2017 YDK şekil 9. Çözüm; ABCD dikdörtgeninin alanı $A(ABCD)=(x+2).(6-x)= -x^2+4x+12$ olacak şekilde x değişkenine bağlı olarak yazılabilir. İstenilen x değerinde $f(x)= -x^2+4x+12$ fonksiyonu, alabileceği en büyük değere ulaşmalıdır. <table border="1" data-bbox="475 1308 772 1442"> <tr> <td>x</td> <td></td> <td>2</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td colspan="2">artan</td> <td>azalan</td> </tr> </table> Şekil 4.2.5 2017 YDK tablo 9. Bu durumda $f'(x)= -2x +4$ ün işareti incelenirse $(2,f(2))$ noktası $f(x)$ fonksiyonun yerel maksimum noktasıdır. Bu durumda $x =2$ için ABCD dikdörtgeninin alanı maksimum olur ve 16 br^2 bulunur (s.101, 2017).	x		2		$f'(x)$	+	0	-	$f(x)$	artan		azalan
x		2											
$f'(x)$	+	0	-										
$f(x)$	artan		azalan										
KDK	Toplamları 15 olan iki pozitif sayının çarpımının en çok kaç olabileceğini bulalım. Çözüm; Toplamları 15 olan iki sayıyı $x + y=15$ olarak ifade edersek bu sayıların çarpımı $x.y$ dir.y yerine $(15 - x)$ yazarsak toplamları 15 olan iki sayının çarpımı $f(x)= x.(15- x)$ ise $f(x)=15x-x^2$ fonksiyonu halinde yazabiliriz. Aranan değer $f(x)$ in maksimum değeridir. Bu durumda $f'(x)=15- 2x$ fonksiyonunun işareti incelenirse $(\frac{15}{2}, f(\frac{15}{2}))$												

noktası $f(x)$ fonksiyonunun yerel maksimum noktasıdır.

x		$\frac{15}{2}$	
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	artan		azalan

Şekil 4.2.6 2017 YDK tablo 10.

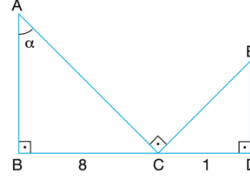
Bu durumda $f(\frac{15}{2}) = \frac{225}{4}$ değeri, istenilen en büyük değerdir (s.102, 2017).

$y = \frac{1}{x}$ eğrisinin orjine en yakın noktalarının bileşenlerini bulalım (s.102, 2017).

KDK

Yandaki şekilde $|BC|=8$ cm, $|CD|=1$ cm ve B,C,D noktaları doğrusaldır. $[AB] \perp [BD]$, $[AC] \perp [CE]$ ve $[ED] \perp [BD]$ olduğuna göre $|AC| + |EC|$ toplamının minimum olmasını sağlayan $m(\widehat{BAC}) = \alpha$ açısı için $\tan \alpha$ nın kaç olması gerektiğini bulalım (s.104, 2017).

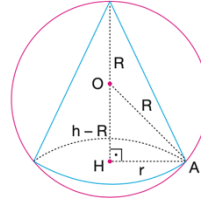
KDK



Şekil 4.2.7 2017 YDK şekil 10.

R yarıçaplı küre içine çizilebilen en büyük hacimli koninin yüksekliğini R cinsinden bulalım (s.104, 2017).

KDK



Şekil 4.2.8 2017 YDK şekil 11.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y = x^3 - 3x^2 + x + 1$ fonksiyonunun içbükey ve dışbükey olduğu aralıkları ve dönüm noktasını bulalım.

Çözüm;

$f'(x) = 3x^2 - 6x + 1$ dir. Buna göre

$f''(x) = 6x - 6$ fonksiyonunun işaretini inceleyelim.

$6x - 6 = 0 \rightarrow x = 1$ dir.

x		1	
$f''(x)$	-	0	+
$f(x)$	İçbükey		Dışbükey

KDK

Şekil 4.2.9 2017 YDK tablo 11.

$f''(1) = 0$ dır.

$(-\infty, 1)$ aralığında fonksiyon içbükeydir.

$(1, \infty)$ aralığında fonksiyon dışbükeydir.

$(1, 0)$ noktası fonksiyonun dönüm noktasıdır (s.107, 2017).

$f(x) = x^4 + ax^3 + 2x^2 + x - 1$ fonksiyonunun dönüm noktası olmamasını sağlayan a sayılarını bulalım.

Çözüm;

$f'(x) = 4x^3 + 3ax^2 + 4x + 1$ olduğundan

$f''(x) = 12x^2 + 6ax + 4$ fonksiyonunun işaret değiştirmemesi gerekir.

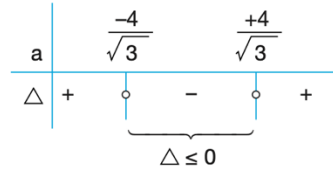
Bunun için $\Delta \leq 0$ olmalıdır.

$$(6a)^2 - 4 \cdot 12 \cdot 4 \leq 0 \rightarrow 36a^2 - 192 \leq 0$$

$$\rightarrow 12(3a^2 - 16) \leq 0$$

$$\rightarrow 12(\sqrt{3}a - 4)(\sqrt{3}a + 4) \leq 0$$

KDK



Şekil 4.2.10 2017 YDK tablo 12.

Bu durumda a sayıları $\left[-\frac{4}{\sqrt{3}}, \frac{4}{\sqrt{3}}\right]$ aralığında olmalıdır (s.109, 2017).

Aşağıdaki fonksiyonların varsa düşey asimptotlarını bulalım.

a) $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x - 1}$

b) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$

Çözüm;

KDK

a) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^2 + 1}{x - 1} = \frac{3}{0^-} = -\infty$ ya da $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2 + 1}{x - 1} = \frac{3}{0^+} = +\infty$ olduğundan

$x = 1$ doğrusu, $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x - 1}$ fonksiyonunun düşey asimptotudur.

$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{x^2 - 4} = \infty$ ve $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x}{x^2 - 4} = -\infty$ dur. Ayrıca $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x}{x^2 - 4} = \infty$ ve

$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x}{x^2 - 4} = -\infty$ olduğundan $x = -2$ ve $x = 2$ doğruları

$f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ fonksiyonunun düşey asimptotlarıdır (s.110, 2017).

1) Aşağıda verilen fonksiyonların, verilen apsilerdeki teğet denklemlerini bulunuz.

a) $y = x^3 + 2x + 1, x = 1$

KDK

Çözüm;

$y = 1^3 + 2 \cdot 1 + 1 = 4$

$m = m' = y' = 3x^2 + 2 = 3 \cdot 1^2 + 2 = 5$

oldüğundan

teğet denklemi: $y - 4 = 5 \cdot (x - 1)$ olur (s.118, 2017).

2) Aşağıdaki verilen problemleri çözünüz.

a) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 1$ fonksiyonunun x -eksenine paralel olan teğetlerinin değme noktalarının apsilerini bulunuz.

KDK

b) $y = x^2 + 3x + 1$ parabolüne, hangi noktada çizilen teğetin, $y = 7x - 5$ doğrusuna paralel olduğunu bulunuz.

c) $y = x^2 + 4x + 7$ parabolüne, $y = 2x + 3$ doğrusunun en yakın olan noktasını bulunuz (s.118, 2017).

Çözüm;

x -eksenine paralel doğrunun eğimi 0 olduğundan teğetlerinin eğimi 0

olmalıdır.

$$f'(x) = x^2 + 2x - 3$$

$$f'(x) = (x+3).(x-1)$$

$$f'(x) = (x+3).(x-1) = 0$$

$x = -3$ ve $x = 1$ bulunur (s.118, 2017).

5) Aşağıdaki fonksiyonların verilen apsislerdeki normal denklemlerini bulunuz.

$$y = x^2 - 2x + 4, \quad x = 2$$

Çözüm;

KDK

$$x = 2 \text{ için } y = 2^2 - 2.2 + 4 = 4$$

$$m = y' = 2x - 2 = 2.2 - 2 = 2$$

(Teğetin eğimi 2 ise normalin eğimi $-\frac{1}{2}$ olur.)

$$y - 4 = -\frac{1}{2}(x - 2) \quad (\text{s.119, 2017}).$$

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = mx - 2x + 3$ - n fonksiyonu veriliyor. $f(x)$

fonksiyonunun her a gerçekte sayı için $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 2$ olduğuna göre m.n çarpımının değerini bulunuz. (s.188, 2021)

KDK

$f: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ fonksiyonu veriliyor. buna göre $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ifadesinin değerini bulunuz ve $f(x)$ fonksiyonun grafiğini çizin.

Çözüm;

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği vardır.}$$

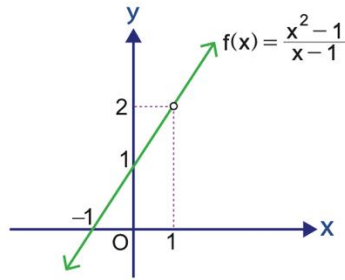
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 1+1 = 2 \text{ bulunur.}$$

$y = x + 1$ doğrusunun grafiği $f(x)$ in $x = 1$ de tanımsız olduğu göz önüne alınarak yandaki gibi çizilir.

KFG

Ve

KDK



Şekil 4.3. 1 2021 YDK grafik 38.

(s.197, 2021)

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 - x^2 + x + 1}{x + 1}$ ifadesinin değerini bulunuz (s.202, 2021).

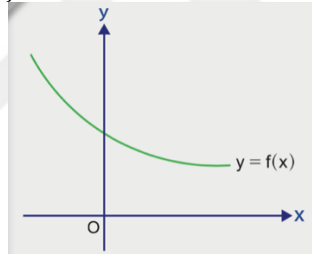
KDK

KFG ve KDK	$A \subseteq \mathbb{R}$, ve $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, bir fonksiyon olsun. $a \in A$ olmak üzere $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ Eşitliği sağlanıyorsa f fonksiyonu $x=a$ noktasında süreklidir denir. Bir başka ifadeyle $f(x)$ fonksiyonunun bir $x=a$ noktasındaki limitinin değeri fonksiyonun o noktadaki görüntüsüne eşit oluyorsa $f(x)$ fonksiyonu $x=a$ da süreklidir. Eğer f fonksiyonu A kümesinin her noktasında sürekli ise f fonksiyonu A kümesinde süreklidir denir (s.206, 2021).
------------------	---

KDK	Polinom fonksiyonların en geniş tanım kümesi gerçekte sayılar kümesi ve her noktadaki limiti o noktadaki görüntüsüne eşit olduğu için polinom fonksiyonlar her x gerçekte sayısı için süreklidir (s.207, 2021).
-----	---

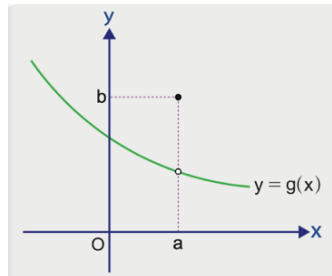
KDK	$f(x) = \frac{x-1}{4x^2 - mx + 9}$ fonksiyonunun her x gerçekte sayısı için sürekli olduğuna göre m nin alabileceği kaç farklı tam sayı değeri olduğunu bulunuz (s.207, 2021).
-----	--

	Grafiği verilen f fonksiyonu her x gerçekte sayısı için tanımlı ve her noktadaki limiti fonksiyonun o noktadaki görüntüsüne eşit olacağından fonksiyon her x gerçekte sayısı için süreklidir. Bu durumda fonksiyonun sürekli olduğu en geniş küme $\mathbb{R}$ olur.
--	---



Şekil 4.3.2 2021 YDK grafik 40.

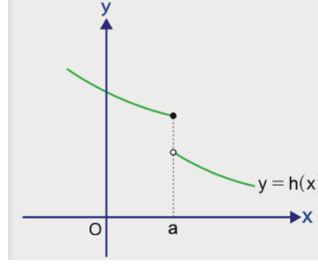
KFG ve KDK	Grafiği verilen f fonksiyonu $x=a$ noktasında tanımlı ve limite sahip olmasına rağmen bu noktadaki limiti görüntüsüne eşit olmadığından f fonksiyonu $x=a$ noktasında sürekli değildir. Bu durumda fonksiyonun sürekli olduğu en geniş küme $\mathbb{R} - \{a\}$ olur.
------------------	--



Şekil 4.3.3 2021 YDK grafik 41.

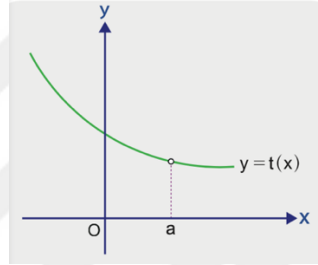
	Grafiği verilen h fonksiyonu $x=a$ noktasında tanımlı olmasına rağmen bu noktadaki limiti olmadığından fonksiyonu $x=a$ noktasında sürekli değildir. Bu durumda fonksiyonun sürekli olduğu en geniş küme $\mathbb{R} - \{a\}$
--	--

olur.



Şekil 4.3.4 2021 YDK grafik 42.

Grafiği verilen t fonksiyonu $x=a$ noktasında tanımlı olmadığından a değeri fonksiyonun sürekli olduğu en geniş kümenin bir elemanı olamaz. Bu durumda fonksiyonun sürekli olduğu en geniş küme $\mathbb{R}-\{a\}$ olur.



Şekil 4.3.5 2021 YDK grafik 43.

(s.209, 2021)

$$f(x) = \begin{cases} -x^3 - 2 & , x < -2 \text{ ise} \\ 5 & , x = -2 \text{ ise} \\ x^2 + 2 & , x > -2 \text{ ise} \end{cases}$$

$x=-2$ noktasında sürekli olup olmadığını bulunuz.

çözüm;

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} (-x^3 - 2) = 6 \text{ olur.}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} (x^2 + 2) = 6 \text{ olur.}$$

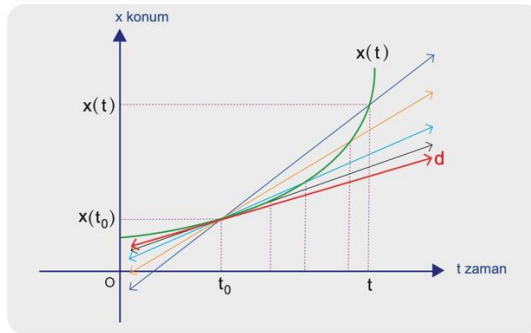
Ancak $f(-2)=5$ olduğundan $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) \neq f(-2)$ olur. O halde fonksiyonun $x=-2$ noktasındaki limiti, fonksiyonun o noktadaki görüntüsüne eşit olmadığından f fonksiyonu $x=-2$ noktasında sürekli değildir.

(s.211, 2021)

KFG
Ve

KDK

KDK

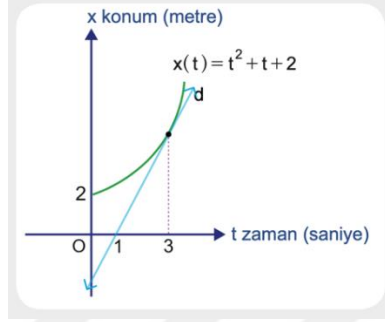


Şekil 4.3.6 2021 YDK grafik 45.

$x(t)$ fonksiyonunun t_0 . ve t . zamanlarda değişim oranının $(t_0, x(t_0))$ ve $(t, x(t))$ noktalarından geçen doğrunun eğimi olduğu belirtilmiştir. Yukarıdaki grafik incelendiğinde t , t_0 a yaklaşırken

$$\lim_{t \rightarrow t_0} \frac{x(t) - x(t_0)}{t - t_0}$$

Limitinin değerinin eğrinin t_0 noktasındaki teğeti olan d doğrusunun eğimine eşit olduğu görülür. O halde bu fonksiyonun herhangi bir noktasındaki türevi, fonksiyonun o noktadaki teğetinin eğimine eşittir (s. 219, 2021)



KDK

Doğrusal olarak hareket eden bir hareketliye ait konum- zaman grafiği ve grafiğe $t=3$ noktasında çizilen teğeti verilmiştir. Bu hareketlinin zamana bağlı konumu $x(t)=t^2+t+2$ fonksiyonu ile tanımlandığına göre bu hareketlinin 3. Saniyedeki anlık (anlık değişim oranının) kaç m/sn olduğunu bulunuz.

şekil 4.3.7 2021 YDK grafik 46.

$$\begin{aligned} f'(3) &= \lim_{t \rightarrow 3} \frac{f(t) - f(3)}{t - 3} = \\ &= \lim_{t \rightarrow 3} \frac{t^2 + t + 2 - 14}{t - 3} \\ &= \lim_{t \rightarrow 3} \frac{t^2 + t - 12}{t - 3} \\ &= \lim_{t \rightarrow 3} \frac{(t - 3)(t + 4)}{t - 3} \\ &= 7 \text{ m/sn bulunur.} \end{aligned}$$

(s.220, 2021)

KDK

$f(x)=ax^2-2x^2+bx+x+2$ fonksiyonunun her x noktasındaki türevi 0 olduğuna göre a ve b değerlerini bulunuz.

zm;

f fonksiyonunun her x noktasındaki türevi 0 olduğundan f fonksiyonu sabit fonksiyon olmalıdır.

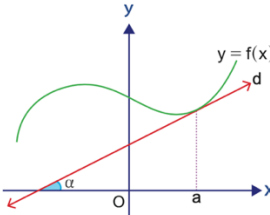
Bu durumda

$$\begin{aligned} f(x) &= (a-2)x^2 + (b+1)x + 2 \rightarrow a-2=0 \text{ ve } b+1=0 \\ &\rightarrow a=2 \text{ ve } b=-1 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

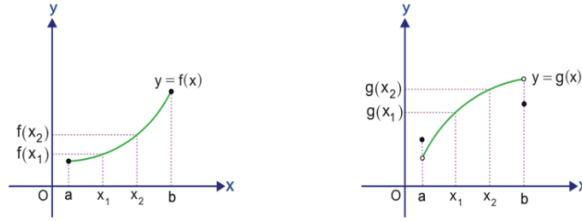
(s.224, 2021)

KDK

$f(x)=\frac{x^3}{\sqrt{x}}$ fonksiyonunun grafiğine $x=4$ apsisli noktasında çizilen teğetin eğimini bulunuz (s.227, 2021).

KDK	Bir fonksiyon herhangi bir $x=a$ noktasında sürekli değilse bu $x=a$ noktasında türevli de değildir. Bir fonksiyon türevli olduğu her noktasında süreklidir. Bir fonksiyonun kırılma noktalarında türevi yoktur (s.232, 2021).
KDK	$f(x)=\begin{cases} x^2 & , x < 2 \text{ ise} \\ -2x & , x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$ biçiminde tanımlı $f(x)$ fonksiyonunun $x=2$ noktasında varsa türevini bulunuz (s.233, 2021).
KDK	$g(x) = ax^2 - 2x$ $h(x) = x^3 - bx$ $f(x) = \begin{cases} g(x) & , x < 2 \text{ ise} \\ h(x) & , x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$ biçiminde tanımlı $f(x)$ fonksiyonu $x = 2$ noktasında türevli olduğuna göre $(\text{hog})'(1)$ değerini bulunuz. $f(x)$ fonksiyonu $x = 2$ noktasında türevli olduğundan bu noktada sürekli olmalıdır. Bu durumda $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)$ olur. $f(x)$ fonksiyonu $x = 2$ noktasında türevli ise $f'(2^-) = f'(2^+)$ olmalıdır.(s. 245, 2021)
	
	Şekil 4.3.8 2021 YDK grafik 4. $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği ve bu grafiğe $x=a$ apsisli noktasında çizilen teğeti olan d doğrusu x eksenini ile pozitif yönde a radyanlık açı yapmaktadır.
KFG Ve KDK	f fonksiyonunun $x=a$ noktasındaki türevinin değeri, fonksiyonun grafiğine $x=a$ apsisli noktasında çizilen teğeti olan d doğrusunun eğimine eşittir. d doğrusunun eğimi m_t olmak üzere $f'(a) = \tan \alpha = m_t$ olduğu biliniyor. Bu durumda $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ise $\tan \alpha > 0$ olacağından $f'(a) > 0$ olur. $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ise $\tan \alpha < 0$ olacağından $f'(a) < 0$ olur. Sonuç olarak türevlenebilir bir fonksiyonun grafiğinin üzerindeki bir noktadan çizilen teğetin x eksenini ile pozitif yönde yaptığı açı; - Dar açı ise teğetin eğimi pozitif ve teğet doğrusu sağa yatık olur. - Geniş açı ise teğetin eğimi negatif ve teğet doğrusu sola yatık

olur.



Şekil 4.3.9 2021 YDK grafik 48.

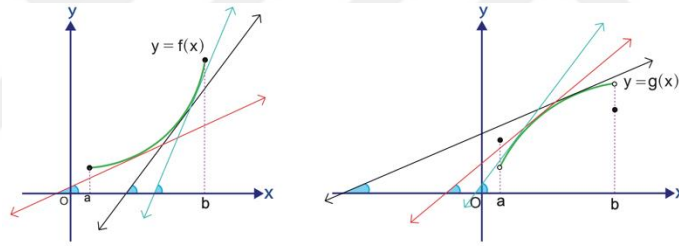
$f:[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ve $[a, b]$ nda sürekli olmak üzere $\forall x_1, x_2 \in [a, b]$ için

$x_1 < x_2$ iken $f(x_1) < f(x_2)$ olduğundan f fonksiyonu $[a, b]$ nda artandır.

$g:[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ve (a, b) nda sürekli olmak üzere $\forall x_1, x_2 \in (a, b)$ için

$x_1 < x_2$ iken $g(x_1) < g(x_2)$ olduğundan g fonksiyonu (a, b) nda artandır.

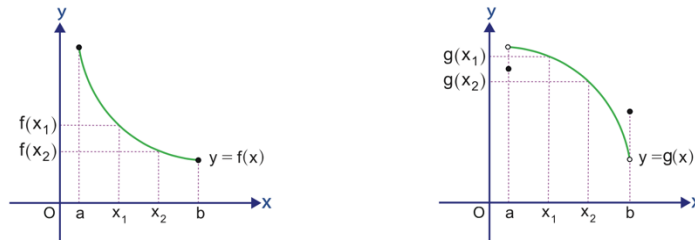
$[a, b]$ nda artan ve (a, b) nda türevlenebilen f fonksiyonu ile $[a, b]$ nda artan ve (a, b) nda türevlenebilen g fonksiyonuna (a, b) nda çizilen teğetler incelenirse;



Şekil 4.3.10 2021 YDK grafik 49.

f ve g fonksiyonlarına (a, b) nda çizilen teğetlerin x eksenine pozitif yönde dar açı yaptıkları görülmektedir. Bu durumda f ve g fonksiyonlarının (a, b) ndaki her noktada türevi pozitiftir.

KFG
Ve
KDK



Şekil 4.3.11 2021 YDK grafik 50.

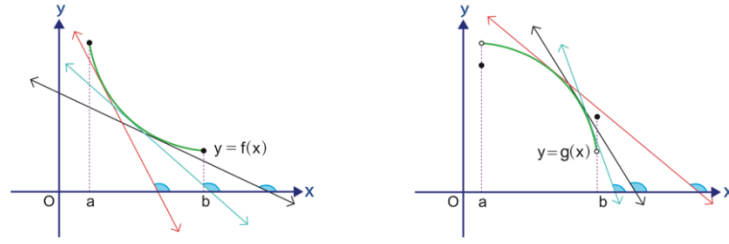
$f:[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ve $[a, b]$ nda sürekli olmak üzere $\forall x_1, x_2 \in [a, b]$ için

$x_1 < x_2$ iken $f(x_1) > f(x_2)$ olduğundan f fonksiyonu $[a, b]$ nda azalandır.

$g:[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ve (a, b) nda sürekli olmak üzere $\forall x_1, x_2 \in (a, b)$ için

$x_1 < x_2$ iken $g(x_1) > g(x_2)$ olduğundan g fonksiyonu (a, b) nda azalandır.
(s. 249, 2021)

$[a, b]$ nda azalan ve (a, b) nda türevlenebilen f fonksiyonu ile $[a, b]$ nda azalan ve (a, b) nda türevlenebilen g fonksiyonuna (a, b) nda çizilen teğetler incelenirse;



Şekil 4.3.12 2021 YDK grafik 51.

f ve g fonksiyonlarına (a, b) aralığında çizilen teğetlerin x eksenine ile pozitif yönde geniş açı yaptıkları görülmektedir. Bu durumda f ve g fonksiyonlarının (a, b) aralığındaki her noktada türevi negatiftir.

KFG
Ve
KDK



Şekil 4.3.13 2021 YDK grafik 52.

$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ve $[a, b]$ nda sürekli olmak üzere $\forall x_1, x_2 \in [a, b]$ için

$f(x_1) = f(x_2)$ olduğundan f fonksiyonu $[a, b]$ nda sabit fonksiyondur. f fonksiyonunun (a, b) aralığındaki her noktadaki türevi sıfırdır.

$g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ve (a, b) nda sürekli olmak üzere $\forall x_1, x_2 \in (a, b)$ için

$g(x_1) = g(x_2)$ olduğundan g fonksiyonu (a, b) aralığında sabit fonksiyondur.

g fonksiyonunun (a, b) aralığındaki her noktadaki türevi sıfırdır.

(s. 249, 2021)

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 - 12x + 1$ fonksiyonun artan ve azalan olduğu en geniş aralıkları bulunuz.

Çözüm;

Türevlenebilir bir fonksiyon; türevinin pozitif olduğu aralıkta artan, negatif olduğu aralıkta azalan olduğundan fonksiyonun artan ve azalan olduğu aralıklar türevinin işaret tablosu incelenerek belirlenir.

$f(x) = 3x^2 - 12x + 1 \rightarrow f'(x) = 6x - 12$ olur.

$f'(x) = 0$ denkleminin kökü bulunup işaret tablosu yapılarak incelenirse

$f'(x) = 0 \rightarrow 6x - 12 = 0$ bulunur.

x	$-\infty$	2	∞
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	azalan		artan

Şekil 4.3.14 2021 YDK tablo 19.

KFG
Ve
KDK

Bu durumda fonksiyonun, $(-\infty, 2)$ nda türevi negatif olduğundan fonksiyon $(-\infty, 2]$ nda azalan ve $(2, \infty)$ nda türevi pozitif olduğundan fonksiyon $[2, \infty)$ nda artandır.
(s.250, 2021)

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{2x^3}{3} - 3x^2 - 8x + 2$ fonksiyonun artan ve azalan olduğu en geniş aralıkları bulunuz.

$$f(x) = \frac{2x^3}{3} - 3x^2 - 8x + 2 \text{ ise } f'(x) = 2x^2 - 6x - 8$$

$f'(x) = 0$ denkleminin kökleri bulunup işaret tablosu yapılarak incelenirse

$$f'(x) = 0 \text{ ise } 2x^2 - 6x - 8 = 0$$

$$2(x^2 - 3x - 4) = 0$$

$$2(x-4)(x+1) = 0$$

$$x = 4 \text{ veya } x = -1 \text{ olur.}$$

KDK

x	$-\infty$	-1	4	∞
$f'(x)$	+	0	0	+
$f(x)$				
	↗	↘	↗	
	artan	azalan	artan	

Şekil 4.3.15 2021 YDK tablo 20.

Bu durumda f fonksiyonu $(-\infty, -1]$ ve $[4, +\infty)$ nda artan ve $[-1, 4]$ nda azalandır.

(s.251, 2021)

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 + (m-1)x^2 + 3x - 1$ fonksiyonun daima artan olması için m nin alabileceği değer aralığını bulunuz.

Çözüm;

$$f(x) = x^3 + (m-1)x^2 + 3x - 1 \text{ ise } f'(x) = 3x^2 + 2(m-1)x + 3 \text{ olur.}$$

f fonksiyonunun daima artan olması için $f'(x) = 0$ denkleminde x^2 nin katsayısı pozitif ve $\Delta \leq 0$ olmalıdır. x^2 nin katsayısı olan 3 pozitif olduğundan $\Delta \leq 0$ olmalıdır.

$$\Delta \leq 0 \rightarrow [2(m-1)]^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 \leq 0 \rightarrow 4(m-1)^2 - 36 \leq 0$$

$$\rightarrow 4(m-1)^2 \leq 36$$

$$\rightarrow (m-1)^2 \leq 9$$

$$\rightarrow |m-1| \leq 3$$

$$\rightarrow -3 \leq m-1 \leq 3$$

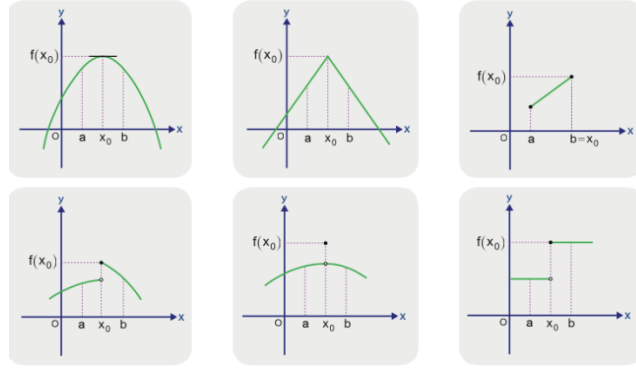
$$\rightarrow -2 \leq m \leq 4 \text{ bulunur.}$$

KDK

(s.253, 2021)

$f : A \rightarrow \mathbb{R}$, ve $(a, b) \subseteq A$ olmak üzere bir $x_0 \in (a, b)$ için fonksiyonun bu aralıktaki değeri en büyük değeri $f(x_0)$ oluyorsa $(x_0, f(x_0))$ noktasına f fonksiyonunun bir yerel maksimum noktası denir.

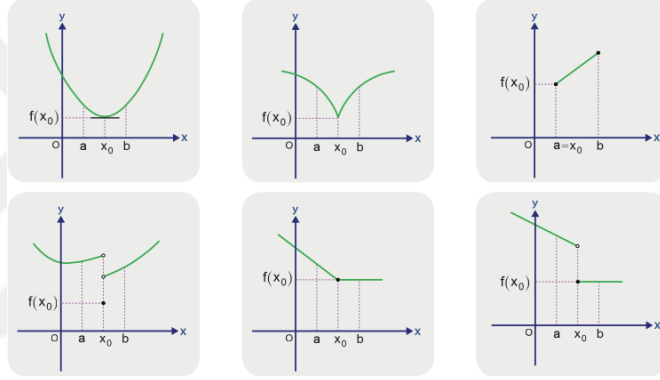
KDK



Şekil 4.3.16 2021 YDK grafik 53.

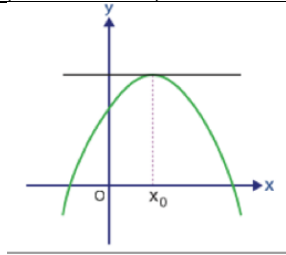
Yukarıda grafiği verilen fonksiyonların $(x_0, f(x_0))$ noktaları yerel maksimum noktalarıdır.

$f: A \rightarrow \mathbb{R}$, ve $(a, b) \subseteq A$ olmak üzere bir $x_0 \in (a, b)$ için fonksiyonun bu aralıktaki değeri en küçük değeri $f(x_0)$ oluyorsa $(x_0, f(x_0))$ noktasına f fonksiyonunun bir yerel minimum noktası denir.



Şekil 4.3.17 2021 YDK grafik 54.

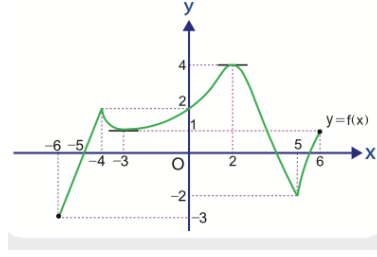
Yukarıda grafiği verilen fonksiyonların $(x_0, f(x_0))$ noktaları yerel minimum noktalarıdır. (s. 257, 2021)



KDK

Şekil 4.3.18 2021 YDK grafik 55.

Türevlenebilir bir fonksiyonun ekstremum noktalarında çizilen teğetlerin x eksenine paralel olacağından bu teğetlerin eğimi sıfırdır. Bu nedenle türevlenebilir bir fonksiyonun, ekstremum noktalarında türevi sıfırdır.(s. 258, 2021)



Şekil 4.3.19 2021 YDK grafik 58.

Yanda $[-6, 6]$ nda tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre bu fonksiyonun yerel maksimum, yerel minimum, mutlak maksimum, mutlak minimum ve mutlak maksimum noktalarını bulunuz.

KDK

Çözüm;

Verilen fonksiyonun grafiği incelendiğinde

- $(-4, 2)$ $(2, 4)$ ve $(6, 1)$. Noktaları fonksiyonun yerel maksimum noktalarıdır.

$(2, 4)$ noktasında fonksiyon en büyük değerini aldığından bu nokta aynı zamanda mutlak maksimum noktasıdır.

- $(-6, -3)$ $(-3, -1)$ ve $(5, -2)$ noktaları fonksiyonun yerel minimum noktalarıdır.

$(-6, -3)$ noktasında fonksiyon en küçük değerini aldığından bu nokta aynı zamanda fonksiyonun mutlak minimum noktasıdır.

(s. 259, 2021)

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ fonksiyonun ekstremum noktalarının apsisi toplamını bulunuz.

Çözüm;

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ ise $f'(x) = 3x^2 - 6x$ olur. $f(x)$ polinom fonksiyonu olduğundan her x gerçekte sayı için türevlidir. O halde $f'(x) = 0$ denkleminin köklerinde $f'(x)$ işaret değiştiriyorsa $f'(x) = 0$ denkleminin kökleri f fonksiyonunun denkleminin kökleri f fonksiyonunun ekstremum noktalarının apsisi leridir.

$$f'(x) = 0 \rightarrow 3x^2 - 6x = 0$$

$$\rightarrow 3x(x - 2) = 0$$

$$\rightarrow x = 0 \text{ veya } x = 2 \text{ olur.}$$

KDK

Ve

KFG

x	$-\infty$	0	2	∞	
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)		↗	↘	↗	
		artan	azalan	artan	
			maks.	min.	

Şekil 4.3.20 2021 YDK tablo 21.

$f(x)$ fonksiyonunun işaret tablosu incelenirse $f(x)$ fonksiyonunun $x=0$ da bir maksimumu ve $x=2$ de bir minimumu vardır.

$x=0$ maksimum noktasının apsisi olduğundan $f(0)=3$ fonksiyonun maksimum değeridir.

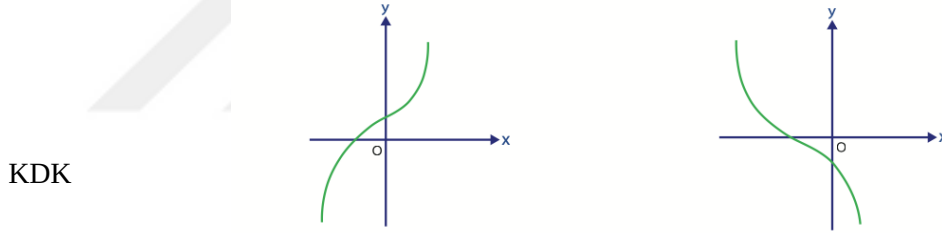
$x=2$ minimum noktasının apsisi olduğundan $f(2)=-1$ fonksiyonun minimum değeridir.

Bu durumda $(0, 3)$ noktası fonksiyonun maksimum noktası ve $(2, -1)$ noktası fonksiyonun minimum noktasıdır.

Bu iki nokta fonksiyonun ekstremum noktalarıdır.
(s.260, 2021)

KDK $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x - 2$ fonksiyonun ekstremum noktalarının sayısını bulunuz.
 $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x - 2$ ise $f'(x) = 3x^2 + 4x + 3$ olur.
 $f(x)$ polinom fonksiyonu olduğundan her x gerçekte sayı için türevli olduğundan f fonksiyonunun ekstremum noktaları varsa bu noktada türev sıfır olmalıdır.
 $f'(x) = 0 \rightarrow 3x^2 + 4x + 3 = 0$
 $3x^2 + 4x + 3 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$
 $= 4^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3$
 $= 20$ olur .
Bu denklemin diskriminantı negatif olduğundan fonksiyonun türevinin kökü yoktur. O halde fonksiyonun ekstremum noktası yoktur.
Böylece verilen fonksiyonun ekstremum noktalarının sayısı 0 olarak bulunur.
(s.261, 2021)

KDK $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x)$ polinom fonksiyon olmak üzere
 $f'(x) = 0$ denkleminin kökü yoksa ya da yalnızca çift katlı kökü varsa $f(x)$ fonksiyonu daima artan ya da daima azalan olur. daima artan ya da daima azalan fonksiyonların ekstremum noktaları yoktur.

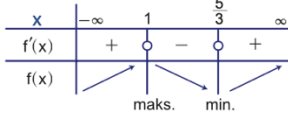


Şekil 4.3.21 2021 YDK grafik 59.

Yukarıda daima artan ve daima azalan fonksiyonların grafiklerine örnek verilmiştir. Grafikler incelendiğinde ekstremum noktası olmayan yani daima artan ve daima azalan fonksiyonların birebir ve örten olduğu görülür.

(s. 262, 2021)

KDK $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 - x^2 + ax + 3$ fonksiyonu birebir ve örten olduğuna göre a nın alabileceği en geniş değer aralığını bulunuz.
Çözüm;
 $f(x)$ polinom fonksiyon olduğundan her x gerçekte sayı için türevlenebilir bir fonksiyondur.
 f fonksiyonu birebir ve örten olduğundan ekstremum noktası olmamalıdır.
 f fonksiyonunun ekstremum noktası olmadığından daima artan ya da daima azalan olur.
O halde $f'(x) = 0$ denkleminin ya çift katlı kökü olmalıdır ya da kökü olmamalıdır. Bu durum $\Delta \leq 0$ olması halinde gerçekleşir.
 $f(x) = x^3 - x^2 + ax + 3$
 $f'(x) = 3x^2 - 2x + a = 0$ olur.
 $3x^2 - 2x + a = 0 \rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot a$

	$=4-12a \text{ olur.}$ $\Delta \leq 0 \rightarrow 4 - 12a \leq 0$ $\rightarrow 4 \leq 12a$ $\rightarrow \frac{1}{3} \leq a \text{ olur.}$ Bu durumda a nın alabileceği en geniş değer aralığı $\left[\frac{1}{3}, \infty\right)$ olur. (s. 262, 2021)
KDK	$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 1$ fonksiyonunun ekstremum noktalarından biri $A(1,3)$ olduğuna göre diğer ekstremum noktasının apsisini bulalım. $A(1,3)$ noktası f fonksiyonunun grafiği üzerinde olduğundan $f(1) = 3$ olur. $A(1,3)$ noktası türevlenebilir bir f fonksiyonunun bir ekstremum noktası olduğundan. Bu noktada fonksiyonun türevi sıfırdır. $f'(1) = 0$ olur. (s. 263, 2021)
KDK	$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 1$ fonksiyonunun grafiğine $x=1$ apsisli noktasında çizilen teğeti, x eksenine ile pozitif yönde 135° lik açı yapmaktadır. f fonksiyonunun $x=2$ apsisli noktası bir ekstremum noktası olduğuna göre $a+b$ toplamını bulunuz. Çözüm; f fonksiyonunun grafiğine $x=1$ apsisli noktasından çizilen teğeti x eksenine ile pozitif yönde 135° açı yaptığından $f'(1) = \tan 135^\circ = -1$ olur. f fonksiyonu $x=2$ apsisli noktasında bir ekstremum noktası olduğundan $f'(2) = 0$ olur. $f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 1 \rightarrow f'(x) = 3x^2 - 2ax + b$ $f'(1) = \tan 135^\circ \rightarrow 3 - 2a + b = -1$ $\rightarrow 2a - b = 4 \dots\dots(1) \text{ olur.}$ $f'(2) = 0 \rightarrow 12 - 4a + b = 0$ $\rightarrow 4a - b = 12 \dots\dots(2) \text{ olur.}$ (1) ve (2) denklemleri ortak çözülürse $-1 / m + n = 1$ $+ 2m + n = -3$ $m = -4 \text{ olur.}$ $m = -4 \text{ ise } m - 4 + n = 1$ $n = 5 \text{ olur.}$ $f'(x) = 3x^2 + 2mx + n \rightarrow f'(x) = 3x^2 - 8x + 5 \text{ olur.}$ $f'(x) = 0 \rightarrow 3x^2 - 8x + 5 = 0 \text{ olur}$ $(3x - 5)(x - 1) = 0 \text{ olur.}$ $x = \frac{5}{3} \text{ veya } x = 1 \text{ olur.}$
	
	Şekil 4.3.22 2021 YDK tablo 22. Bu durumda f fonksiyonunun diğer ekstremum noktasındaki apsisi $x = \frac{5}{3}$ (s.263, 2021)

KDK

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 1$ fonksiyonunun grafiğine $x=1$ apsisli noktasında çizilen teğeti, x eksenini ile pozitif yönde 135° lik açı yapmaktadır. f fonksiyonunun $x=2$ apsisli noktası bir ekstremum noktası olduğuna göre $a + b$ toplamını bulunuz.

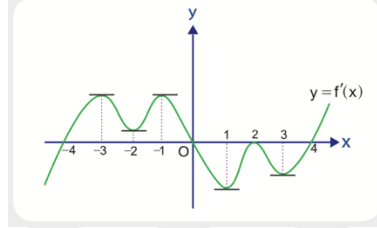
Çözüm;

f fonksiyonunun grafiğine $x = 1$ apsisli noktasından çizilen teğeti x eksenini ile pozitif yönde 135° lik açı yaptığından $f'(1) = \tan 135^\circ = -1$ olur.

f fonksiyonunun $x = 2$ apsisli noktasında bir ekstremum noktası olduğundan

$f'(2) = 0$ olur.

(s. 264, 2021)



Şekil 4.3.23 2021 YDK grafik 61.

Yanda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Bu grafiğe göre

I. f fonksiyonu $(1,3)$ nda azalandır.

II. $f(-\frac{7}{2}) < f(-\frac{7}{2}) < f(-\frac{7}{2})$ dir.

III. f fonksiyonunun $x = -2$, $x = 1$ ve $x = 3$ noktalarında yerel minimumu vardır.

IV. f fonksiyonunun 3 tane ekstremum noktası vardır.

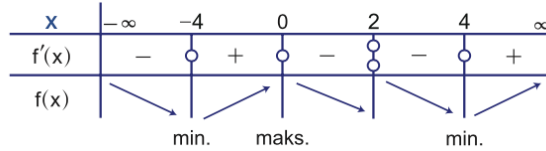
KDK

Ve

KFG

İfadelerinden hangilerinin doğru olduğunu bulunuz.

Çözüm;



Şekil 4.3.24 2021 YDK tablo 24

f fonksiyonunun türevinin işaret tablosu incelenirse fonksiyonun $(-\infty, -4]$ ve $[0, 4]$ nda azalan $[-4, 0]$ ve $[4, \infty)$ nda artan olduğu görülür.

(s.265, 2021)

$f(x) = x^3 - 3x^2$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Çözüm;

Öncelikle fonksiyonun eksenleri kestiği noktalar araştırılır.

$x = 0 \rightarrow f(0) = 0$ (y eksenini $(0,0)$ noktasında keser.)

$y = 0 \rightarrow x^3 - 3x^2 = 0$

$\rightarrow x^2 \cdot (x - 3) = 0$

$\rightarrow x^2 = 0$ veya $x = 3$ (x eksenini $(3,0)$ noktasında keser.)

(x eksenine $(0,0)$ noktasında teğettir.)

f fonksiyonun artan ve azalan olduğu aralıklar ile ekstremum noktaları incelenirse

$f(x) = x^3 - 3x^2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x$

$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x = 0$

KDK

Ve

KFG

$$\rightarrow 3x(x-2) = 0$$

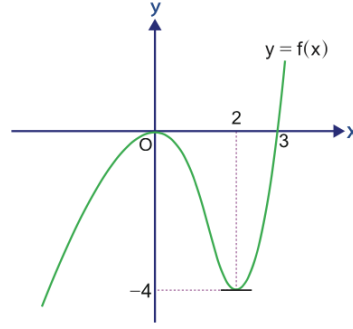
$$x = 0 \text{ veya } x = 2 \text{ olur.}$$

x	$-\infty$	0	2	∞
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$				
	artan	azalan	artan	
		maks.	min.	

Şekil 4.3.25 2021 YDK tablo 25.

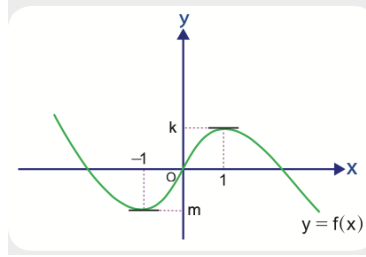
$f(x)$ fonksiyonunun türevinin işaret tablosuna göre

- f fonksiyonu $(-\infty, 0]$ ve $[2, \infty)$ nda artandır.
- f fonksiyonu $[0, 2]$ nda azalandır.
- $f(x)$ fonksiyonunun $x = 0$ da bir maksimumu vardır ve maksimum değeri $f(0) = 0$ olur.
- $f(x)$ fonksiyonunun $x = 2$ de bir minimumu vardır ve minimum değeri $f(2) = -4$ olur.



Şekil 4.3.26 2021 YDK grafik 62.

(s.268, 2021)



KDK

Şekil 4.3.27 2021 YDK grafik 63.

Yanda verilen $f(x) = ax^3 - 2bx^2 + 3x$ fonksiyonun grafiği verilmiştir. Buna göre

- k ve m değerlerinin bulunuz.
- f fonksiyonunun grafiğinin x eksenini kestiği noktaların koordinatlarını bulunuz.

(s. 272, 2021)

KDK

$f(x) = x^2 - ax - 2$ eğrisine $x = 2$ apsisi noktasında çizilen teğeti, x eksenini ile pozitif yönde 135° açı yaptığına göre teğet doğrusunun denklemini bulunuz.

Çözüm;

f fonksiyonuna $x=2$ apsisi noktasında çizilen teğetin eğimi m_t ise

$m_t = \tan 135^\circ = f'(2)$ olur.

$f(x) = x^2 - ax - 2$ ise $f'(x) = 2x - a$ $a = 5$ ise $x^2 - 5x - 2$ ise $f(2) = -8$ olur.

$f'(2) = \tan 135^\circ$ ise $4 - a = -1$
 $a = 5$ olur.

O halde teğet doğrusu $(2, -8)$ noktasından geçmektedir.

$A(x_0, y_0)$ noktasından geçen ve eğimi m olan doğrunun denklemi $y - y_0 = m(x - x_0)$ dir.

Buna göre $a(2, -8)$ noktasından geçen ve eğimi -1 olan teğet doğrusunun eğimi $y - (-8) = -1 \cdot (x - 2) \rightarrow y = -x - 6$ bulunur.

(s. 273, 2021)

KDK

Toplamı 16 olan iki sayının çarpımının alabileceği en büyük değeri bulunuz.

Çözüm;

Toplamı 16 olan iki sayı sırasıyla x ve y ise $x + y = 16$ olur.

$x + y = 16 \rightarrow y = 16 - x$ olur.

$x \cdot y$ ifadesinde y yerine $16 - x$ yazılarak tek değişken türünden $x \cdot (16 - x)$ olarak ifade edilebilir.

Bu durumda $x \cdot y$ çarpımı $f(x) = x \cdot y$ çarpımı $f(x) = x \cdot (16 - x)$ fonksiyonu ile ifade edilirse $x \cdot y$ çarpımının en büyük değerini alması için

$f(x) = x \cdot (16 - x)$ fonksiyonunun maksimum değeri bulunmalıdır.

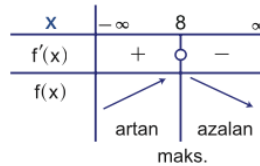
$$f(x) = x \cdot (16 - x) \rightarrow f(x) = 16x - x^2$$

$$\rightarrow f'(x) = 16 - 2x$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow 16x - 2x = 0$$

$$\rightarrow 2x = 16$$

$$\rightarrow x = 8 \text{ olur.}$$



Şekil 4.3.28 2021 YDK tablo 26.

$f(x)$ fonksiyonunun türevinin işaret tablosu incelenirse fonksiyonun maksimum değeri $x=8$ için aldığı görülür. Bu durumda fonksiyonun maksimum değeri $f(8)$ olup bu değer $f(8) = 64$ olur.

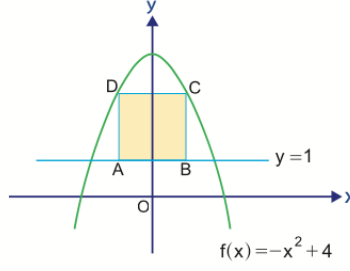
O halde toplamı 16 olan iki sayının çarpımının alabileceği en büyük değer 64 bulunur.

(s.277, 2021)

KDK

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 4$ fonksiyonunun grafiği üzerindeki bir $A(a, b)$ noktasının koordinatları toplamının alabileceği en küçük değeri bulunuz.

(s.278, 2021)

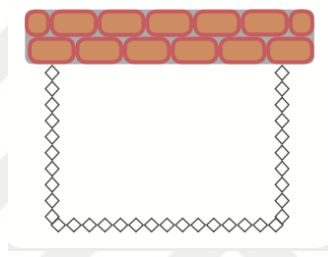


KDK

Yanda $f(x) = -x^2 + 4$ parabolü ve $y = 1$ doğrusunun grafiği verilmiştir. A ve B köşeleri $y = 1$ doğrusu, C ve D köşeleri ise parabolün üzerinde olan parabol ile doğru arasındaki ABCD dikdörtgenin alanının en çok kaç birim kare olacağını bulunuz.

Şekil 4.3.29 2021 YDK grafik 64.

(s.279, 2021)

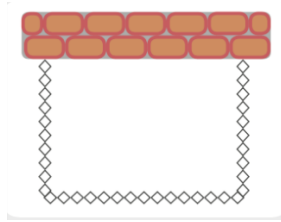


GHS
Ve
KDK

Şekil 4.3.30 2021 YDK şekil 14.

Bir kişi evinin bahçesi için aldığı 16 metre tel ile şekildeki gibi bir tarafı duvar olan dikdörtgen biçiminde bir kümes yapacaktır. Bu kümesin alanının en fazla kaç metrekare olacağını bulunuz.

(s.280, 2021)



GHS

ve

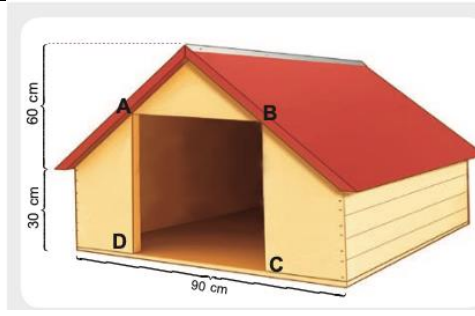
KDK

Şekil 4.3.47 2021 YDK şekil 15.

Bir fabrikada hacmi 96 birimküp olan üstü açık kare prizma şeklinde kutular üretilecektir.

- Kutunun taban yüzeyinin birimkare maliyeti 3 TL
- Kutunun yan yüzeyinin birimkare maliyeti 1 TL

Olduğuna göre bir kutunun maliyetinin en az kaç TL olacağını bulunuz.
(s.281, 2021)



GHS

Şekil 4.3.31 2021 YDK şekil 16.

ve

KDK

Kış mevsiminde sokak hayvanları şiddetli soğuklar nedeniyle geceyi geçirmek için bir barınağa ihtiyaç duymaktadırlar. Büyük şehirlerde bu imkânı bulmalarına karşın küçük yerleşim yerlerinde hayvan barınakları olmadığı için soğuktan korunmak kedi ve köpeklerin önemli bir sorunu haline gelmektedir. Bu nedenle bir meslek lisesinin Mobilya ve İç mekân Tasarım bölümünde öğretmen olan Mustafa Bey, gönüllü öğrencileri ile birlikte şehrin çeşitli yerlerine yerleştirilmek üzere kulübe yapmayı planlamaktadır. Şekildeki gibi tasarladığı kulübeyi sınıfta tahtaya çizerek bunları nasıl yapacaklarını öğrencilerine anlatmıştır. Mustafa Bey şekildeki uzunluklara göre planlanan kulübeye ABCD dikdörtgeni biçiminde bir kapı yapacaktır. Buna göre kapının alanının en fazla olması için kapının genişliğinin ve yüksekliğinin kaç cm olacağını bulunuz.
(s.282, 2021)

Hediyelik kar küreleri üreten bir firma, içerisinde en büyük hacimli düzgün kare piramit bulunan 10 cm çapında kar kürelelri üretecektir. Bu firmanın üreteceği kar kürelerinin içindeki piramidin yüksekliğinin kaç cm olacağını bulunuz.

GHS

ve

KDK



Şekil 4.3.32 2021 YDK şekil 17.

(s.283, 2021)

GHS

ve

KDK

Resim öğretmeni Aslı Hanım, çalıştığı ilçedeki resim öğretmenleri ile birlikte 3 Aralık Dünya Engelliler Günü için proje hazırlamışlardır. Geliri ile de ilçedeki ihtiyaç sahibi öğrencilere tekerlekli sandalye alınması amaçlanan bu proje ‘Engel yok, Renkler Var!’ adlı bir resim sergisi olarak planlanmıştır.



Şekil 4.3.33 2021 YDK şekil 18.



Şekil 4.3.34 2021 YDK şekil 19.

Sergilenecek resimler alanı yarım metrekare olan bir dikdörtgen biçimindeki tuvallere şekildeki gibi yanlarından dörder cm , alt ve üst kısımlarından ikişer cm boşluk bırakılarak yapılacaktır.

Aslı hanım, resim yapacağı yüzeyin en büyük alana sahip olmasını istemektedir. Bunun için Aslı Hanımın seçeceği tuvalin eninin ve boyunun kaç cm olması gerektiğini bulunuz.

(s.284, 2021)

Bilgi öğretmen, Şehitler Günü'nde okulundaki öğrencilere milli ve manevi değerleri yaşatmak amacıyla 18 mart'ta çanakkale Şehitliği'ne bir gezi planlamıştır. Bilgi öğretmen bir tur şirketinden gezi ücreti için aşağıdaki teklifleri almıştır.

Gezi ücreti kişi başı 120 TL dir. Ancak tur şirketi daha çok öğrencinin Çanakkale Şehitliği'ni görebilmesi amacıyla geziye katılan öğrenci sayısının 60'tan fazla olması halinde 60 ın üzerindeki her bir öğrenci için geziye katılan tüm öğrencilere ellişer kuruş indirim yapacaktır. Örneğin geziye 80 kişi katılırsa 60 ın üzerindeki 20 öğrenci için her öğrenciye,

GHS

ve

KDK

10 TL indirim yapılacak ve kişi başı gezi ücreti 110 TL olacaktır.

Bu durumda tur şirketinin

- Maksimum gelir elde etmesi için geziye kaç öğrencinin katılması gerektiğini bulunuz.
- Maksimum gelir etmesi için geziye katılan öğrencilerin kişi başı kaç TL ücret ödemesi gerektiğini bulunuz.

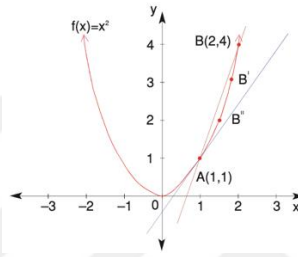
Maksimum gelirin kaç TL olacağını bulunuz.(s.285, 2021)

4.2. Ders kitaplarındaki Farklı Gösterimlerin İncelenmesi

Çizelge 4.2 Ders kitaplarındaki Farklı Gösterimlerle İlişkilendirmenin Bulguları.

İlişkilendirme Becerisi	Ders kitaplarında verilen
	$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$ fonksiyonun grafiği ile grafik üzerinde seçilen A ve B noktaları verilmiştir. Eğrinin A ve B noktalarından geçen keseni ve A noktasındaki teğeti çiziliyor. B noktasını A noktasına yaklaştırarak, B', B''... Noktalarını ve onlardan geçen AB, AB', AB'' kesenlerinin eğimleri tablo ile gösterilmiştir. Tablo incelendiğinde B noktası A'ya yaklaştıkça kesenin eğimi de 2'ye yaklaşmaktadır. Aynı durum C noktası için de tablo ile gösterilmiştir. Tablolara bakılarak B ve C noktası A noktasına yaklaşıyor ise kesenlerin eğimi de A noktasına çizilen teğetin eğimine yaklaşır çıkarımı yapılır.

KFG



Şekil 4.1.26 2011 YDK grafik 2.

B	(2, 4)	(1,5, 2,25)	(1,2, 1,44)	(1,1, 1,21)	(1,05, 1,1025)	→ A
Δy	3	1,25	0,44	0,21	0,1025	
Δx	1	0,5	0,20	0,10	0,05	
m_{AB}	3	2,5	2,2	2,1	2,05	→ 2

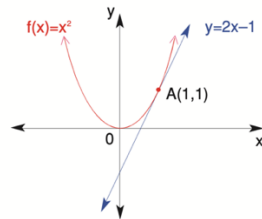
Şekil 4.1.27 2011 YDK tablo 1.

- Çizdiğiniz kesenlerin hangi doğruya yaklaştığını,
- Kesenlerin eğim açılarının hangi açığa yaklaştığını,
- AB keseninin eğiminin hangi doğrunun eğimine yaklaştığını,

Tahmin etmeye çalışınız buradan elde ettiğiniz çıkarımları göz önünde bulundurarak AB keseninin eğimini kullanarak teğetin eğimini limit yardımıyla matematiksel olarak ifade etmeye çalışınız (s.104 etkinlik 2, 2011).

3) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 3|x| - 2$ fonksiyonun $x = -2$, $x = 0$ ve $x = 3$ noktalarındaki türevinin varlığını tartışınız, varsa türevinin varlığını tartışınız, varsa türev değerlerini bulunuz.

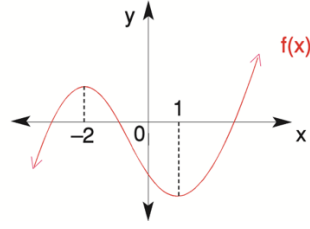
KDK
ve
KFG



şekille ilgili aşağıdaki bilgiler veriliyor.
 1) Doğru $y = 2x - 1$ denklemini sağlar.
 2) Doğru $f(x) = x^2$ fonksiyonu üzerindedir.
 3) Doğrunun $x = 1$ noktasındaki türevinin değeri parabolün $x = 1$ noktasındaki eğimine eşittir.

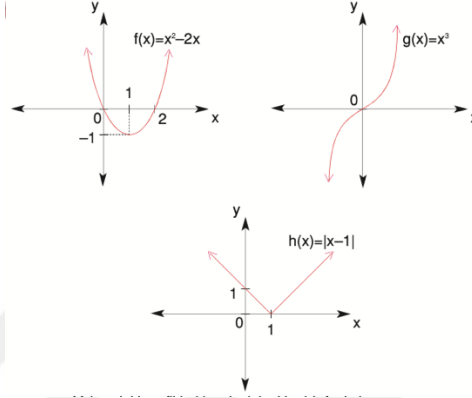
Şekil 4.1.28 2011 YDK grafik 6 (s. 126, 2011).

KFG



Şekil 4.1.29 2011 YDK grafik 13.

Fonksiyon $(-\infty, -2)$ aralığında ve $(1, \infty)$ aralığında artan, $(-2, 1)$ aralığında azalandır (s. 154, 2011)



Şekil 4.1.30 2011 YDK grafik 14.

KDK

Yukarıdaki grafikleri inceleyiniz. Her bir fonksiyonun varsa ekstremum noktasını bulunuz.

Ve

Verilen fonksiyonların türevlerinin işaret tabloları aşağıdaki gibidir.

KFG

x	1
f'(x) in işareti	- 0 +

x	0
g'(x) in işareti	+ 0 +

x	1
h'(x) in işareti	- 0 +

Şekil 4.1.31 2011 YDK tablo 3.

Grafikleri ve tabloları incelediğinizde;

Türevin sıfır olduğu noktalar yerel ekstremum noktalarıdır diyebilir misiniz?

Yerel ekstremum noktalarda türev sıfır mıdır?

Fonksiyonların türevlerinin işaretleri yani artan azalan olma durumları ile yerel ekstremum noktaları arasındaki ilişkiyi söyleyiniz (s. 155-156, 2011)

KFG

$f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 6x$ fonksiyonunun grafiğini grup arkadaşlarınızla aşağıdaki soruları cevaplandırarak çözmeye çalışınız.

Ve

Fonksiyonun en geniş tanım kümesini belirlemeye çalışınız.

Fonksiyonun eksenleri kestiği noktaları bulmaya çalışınız.

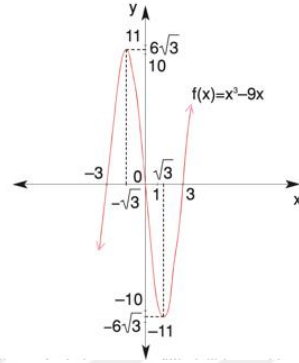
KDK

Artan ya da azalan olduğu aralıkları ve ekstremum noktaları belirleyiniz.

İçbükey ya da dışbükey olduğu aralıkları ve büküm noktalarını bulunuz (s.168-169, 2017).

x	$-\infty$	-3	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	+	○	-	-	○	+
$f''(x)$	-	-	-	○	+	+	+
$f(x)$	$-\infty$	0	$6\sqrt{3}$	0	$-6\sqrt{3}$	0	$+\infty$
		artan	artan	azalan	azalan	artan	artan
		içbükey			dışbükey		

Şekil 4.1.32 2011 YDK tablo 4.



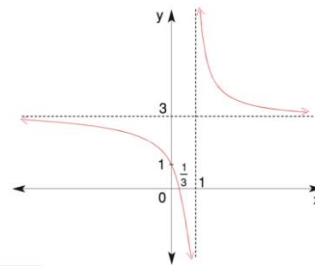
Şekil 4.1.33 2011 YDK grafik 18.

$f(x) = \frac{3x-1}{x-1}$ fonksiyonun grafiğini çiziniz, tablo ve grafikte karşılaştırınız (s.172, 2017).

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	-	○	-
$f''(x)$	-	-	○	+
$f(x)$	3	0	$-\infty$	$+\infty$
		içbükey		dışbükey

KFG

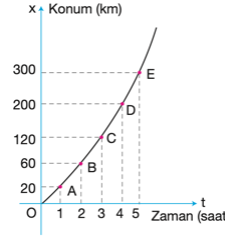
Şekil 4.1.34 2011 YDK tablo 5.



Şekil 4.1.35 2011 YDK grafik 19.

Yanda bir hareketlinin konum-zaman grafiği verilmektedir. Bu hareketlinin, zamana bağlı konumu $x(t) = 10t^2 + 10t$ fonksiyonu ile verildiğine göre bu hareketlinin belirli zaman aralıklarındaki ortalama hızını bulalım (s.55, 2017).

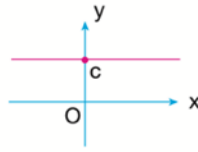
KFG



Şekil 4.2.11 2017 YKD grafik 20.

Tüm sabit fonksiyonların türevleri 0'dır.
Bir sabit fonksiyonun grafiği x-eksenine paralel olan bir doğrudur.
x-eksenine paralel bir doğrunun eğimi 0'dır (s.58, 2017).

KFG



Şekil 4.2.12 2017 YKD grafik 21.

$f(x)=|x|$ fonksiyonunun $x=0$ noktasında türevli olup olmadığını bulalım ve $f(x)=|x|$ fonksiyonunun grafiğini çizerek fonksiyonun $x=0$ noktasındaki teğetini inceleyelim.

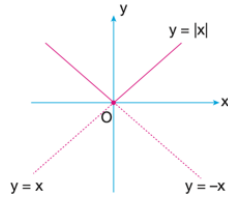
Çözüm;

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|-|0|}{x-0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x}{x} = -1 \text{ olduğundan } f'(0^-) = -1 \text{ dir.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|-|0|}{x-0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x} = 1 \text{ olduğundan } f'(0^+) = 1 \text{ dir.}$$

$f'(0^-) \neq f'(0^+)$ olduğundan $f(x)=|x|$ fonksiyonu $x=0$ noktasında türevli değildir. Grafikte de görüldüğü gibi $x=0$ noktasında fonksiyonun grafiğine birden fazla teğet çizilebilmektedir. Bu noktada fonksiyonun grafiği sivri bir uç yapmıştır. Bu noktada fonksiyonun türevi yoktur (s.62, 2017).

KFG



Şekil 4.2.13 2017 YKD grafik 22.

$f(x)=\begin{cases} x^2 & , x \leq 1 \\ 2-x & , x > 1 \end{cases}$ fonksiyonunun $x=1$ noktasında türevli olup olmadığını bulalım ve $f(x)$ in grafiğini çizerek $x=1$ noktasındaki teğetini inceleyelim (s.62, 2017).

KFG

KFG

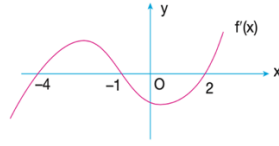
Türev bir fonksiyona çizilen bir noktada çizilen bir teğetin eğimi olduğundan bir fonksiyonun türevinin pozitif olduğu yerde fonksiyon artan, türevinin negatif olduğu yerde fonksiyon azalır.

Yani $f(x)$, $[a, b]$ aralığında tanımlı, (a, b) aralığında türevli bir fonksiyon iken,

$\forall x \in (a, b)$ için $f'(x) < 0$ ise $f(x)$ fonksiyonu $[a, b]$ aralığında azalan,

$\forall x \in (a, b)$ için $f'(x) > 0$ ise $f(x)$ fonksiyonu $[a, b]$ aralığında artan bir fonksiyondur (s. 90, 2017).

Yanda $f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre $f(x)$ 'in artan ve azalan olduğu aralıkları bulalım.



KFG

Şekil 4.2.14 2017 YDK grafik 24.

Grafiği verilen $f'(x)$ fonksiyonunun işaretini inceleyelim.

x	-4	-1	2
$f'(x)$	-	+	-
$f(x)$	azalan	artan	azalan

Şekil 4.2.15 2017 YDK tablo 7.

$(-\infty, -4]$ ve $[-1, 2]$ aralıklarında $f(x)$ azalan,
 $[-4, -1]$ ve $[2, \infty)$ aralıklarında $f(x)$ artandır (s.92, 2017).

a) $y=x^4$ fonksiyonunun ekstremum noktasını bulmak için;

$y=x^4$ fonksiyonu $\mathbb{R}$ de sürekli.

$y' = 4x^3$ fonksiyonunu tanımsız yapan bir x değeri yoktur.

$y' = 4x^3 = 0$ olduğunda $x=0$ noktası kritik nokta olur.

$y' = 4x^3$ fonksiyonunun işaretini inceleyelim.

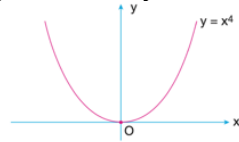
x	0
$f'(x)$	-
$f(x)$	azalan

KFG
ve
KDK

Şekil 4.2.16 2017 YDK tablo 8.

$(0,0)$ noktası yerel minimumdur.

$y=x^4$ fonksiyonunun grafiğini inceleyecek olursak;



Şekil 4.2.17 2017 YDK grafik 25.

$(0,0)$ noktasının fonksiyonun en küçük değeri olduğu yani yerel minimum noktası olduğu açıkça görülür(s.94, 2017).

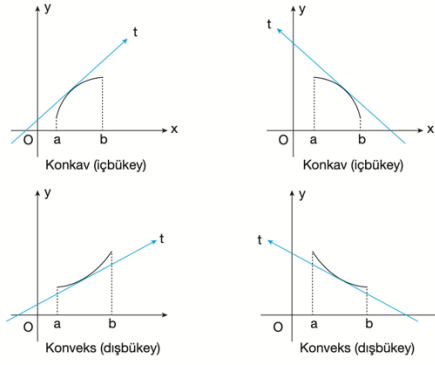
$f: [a,b] \rightarrow \mathbb{R}$, $y=f(x)$, $[a,b]$ nda sürekli ve (a,b) nda birinci ve ikinci basamaktan türevlenebilen bir fonksiyon olsun. Buna göre;

KFG

a) Fonksiyonun grafiği (a,b) nın her noktasındaki teğetlerin altında kalıyorsa bükümlük yönü aşağı doğrudur.

b) Fonksiyonun grafiği (a,b) nın her noktasındaki teğetlerin üstünde kalıyorsa bükümlük yönü yukarı doğrudur.

Bükümlük yönü aşağı olan eğrilere içbükey veya konkav, bükümlük yönü yukarı doğru olan eğrilere dışbükey veya konveks adı verilir.



Şekil 4.2.18 2017 YDK grafik 26.

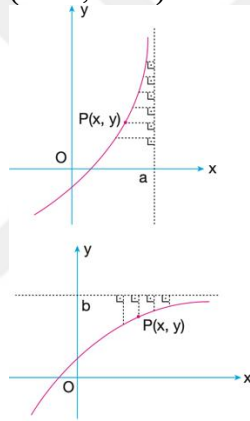
$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, $y=f(x)$, (a, b) nda sürekli ve (a, b) nda birinci ve ikinci mertebeden türevleri olsun. Buna göre;

a) $\forall x \in (a, b)$ için $f''(x) < 0 \rightarrow f$ fonksiyonu (a, b) nda konkavdır.

b) $\forall x \in (a, b)$ için $f''(x) > 0 \rightarrow f$ fonksiyonu (a, b) nda konvektir (s.106, 2017).

Bir fonksiyonun grafiğinin en az bir kolu sonsuza uzanırken bu kol üzerindeki $P(x, y)$ noktasının, bir eğri veya bir doğru ile arasındaki uzaklık giderek azalıyor ve sıfıra yaklaşıyorsa bu doğruya ya da eğriye, fonksiyonun grafiğinin asimptotu denir (s.110, 2017).

KFG



Şekil 4.2.19 2017 YDK grafik 27.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - x$ fonksiyonunun grafiğini çizelim.

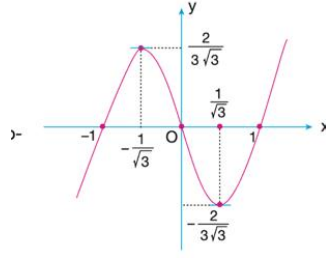
x	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
f'	+	-
f	artan	azalan

KFG

Şekil 4.2.20 2017 YDK tablo 13.

x	0
$f''(x)$	-
$f(x)$	içbükey

Şekil 4.2.21 2017 YDK tablo 14.



Şekil 4.2.22 2017 YDK grafik 28.

(s.113-114, 2017).

$f(x) = \frac{2x-4}{x+1}$ fonksiyonunun grafiğini çizelim.

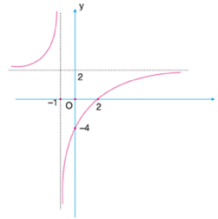
x	-1	
f'(x)	+	+
f(x)	artan	artan

Şekil 4.2.23 2017 YDK tablo 15.

x	-1	
f''(x)	+	-
f(x)	dışbükey	içbükey

KFG

Şekil 4.2.24 2017 YDK tablo 16.



Şekil 4.2.25 2017 YDK grafik 29.

(s.116-117, 2017)

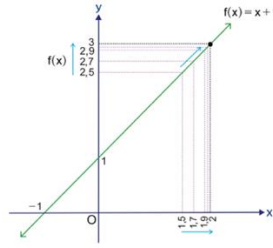
$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x+1$ fonksiyonu veriliyor. Aşağıdaki tabloda x, 2 ye sağdan ve soldan yaklaşırken $f(x)$ in aldığı bazı değerler gösterilmiştir.

KFG

		$x \rightarrow 2^-$		$x \rightarrow 2^+$							
x	1,5	1,7	1,9	1,99	...	2	...	2,01	2,1	2,3	2,5
f(x)	2,5	2,7	2,9	2,99	...	3	...	3,01	3,1	3,3	3,5

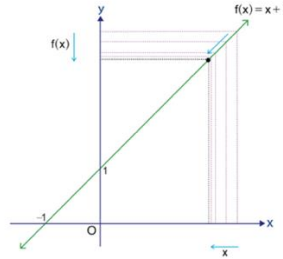
Şekil 4.3.35 2021 YDK tablo 17.

Buna göre x değişkeni 2 ye soldan ve sağdan yaklaşırken $f(x)$ in hangi sayıya yaklaştığını grafik üzerinden gösteriniz.



Şekil 4.3.36 2021 YDK grafik 30.

Gerek tabloda gerekse grafikten x bağımsız değişkeninin 2 ye soldan yaklaşırken $f(x)$ değerinin 3'e yaklaştığı görülmektedir.



Şekil 4.3.37 2021 YDK grafik 31.

Benzer şekilde x bağımsız değişkeni 2 ye sağdan yaklaşırken $f(x)$ değeri 3'e yaklaşmaktadır (s.179, 2021).

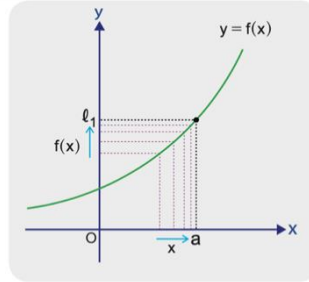
Verilen $f(x)$ fonksiyonunun grafiği incelendiğinde x , a ya soldan yaklaşırken $f(x)$ in ℓ_1 gerçekte sayısına yaklaştığı görülmektedir.

ℓ_1 gerçekte sayısına $f(x)$ fonksiyonunun $x=a$ noktasındaki soldan limiti denir.

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \ell_1$$

Biçiminde gösterilir.

KFG



Şekil 4.3.38 2021 YDK grafik 32.

(s.180, 2021)

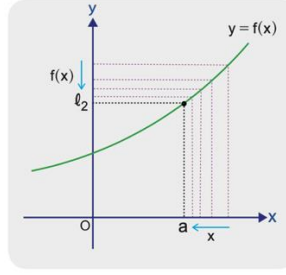
Verilen $f(x)$ fonksiyonunun grafiği incelendiğinde x , a ya sağdan yaklaşırken $f(x)$ in ℓ_2 gerçekte sayısına yaklaştığı görülmektedir.

KFG

ℓ_2 gerçekte sayısına $f(x)$ fonksiyonunun $x=a$ noktasındaki sağdan limiti denir.

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \ell_2$$

Biçiminde gösterilir.



Şekil 4.3.39 2021 YDK grafik 33.

(s.180, 2021)

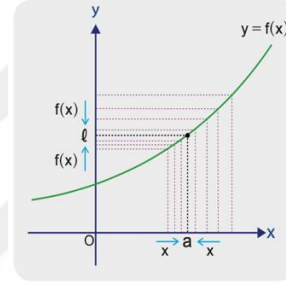
Verilen $f(x)$ fonksiyonunun grafiği incelendiğinde x , a ya soldan ve sağdan yaklaşırken $f(x)$ in ℓ gerçekte sayısına yaklaştığı görülmektedir.

ℓ gerçekte sayısına $f(x)$ fonksiyonun $x=a$ noktasındaki limiti denir.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell_1$$

Böşerimde gösterilir.

KFG



Şekil 4.3.40 2021 YDK grafik 34.

(s.180, 2021)

Bir $f(x)$ fonksiyonunun $x=a$ noktasında limitinin olması için bu noktadaki sağdan ve soldan limitleri birbirine eşit olmalıdır.

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \ell_1 \text{ ve } \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \ell_2 \text{ olmak üzere } \ell_1 = \ell_2 = \ell \rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell \text{ olur.}$$

KFG

Bir $f(x)$ fonksiyonunun $x=a$ noktasındaki sağdan ve soldan limitleri birbirine eşit değilse fonksiyonun bu noktada limiti yoktur.

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) \text{ yoktur.}$$

Bir fonksiyonun bir noktada limiti varsa bu limit tektir.

(s.182, 2021)

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$ fonksiyonunun $x=3$ noktasındaki limitini tablo ve grafik yardımıyla bulunuz.

x değışkeni 3 e sağdan ve soldan yaklaşırken $f(x)$ in aldığı değerler aşağıdaki tablo yardımıyla incelenirse

KFG

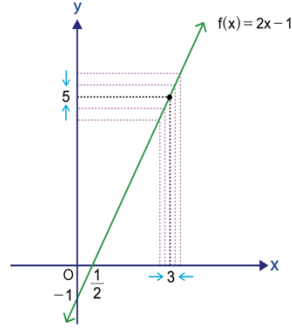
						$x \rightarrow 3^-$		$x \rightarrow 3^+$						
x	...	2, 8	2, 9	2, 99	2, 999	...	3	...	3, 001	3, 01	3, 1	3, 2		
$f(x)$	...	4, 6	4, 8	4, 98	4, 998	...	5	...	5, 002	5, 02	5, 2	5, 4		

Şekil 4.3.41 2021 YDK tablo 18.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 5 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 5 \text{ olur.}$$

$f(x) = 2x - 1$ fonksiyonunun grafiği çizilerek incelendiğinde x değişkeni soldan ve sağdan 3'e yaklaşırken $f(x)$ in 5'e yaklaştığı görülmektedir. Bu durumda

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 5 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 5 \text{ olur.}$$



Şekil 4.3.42 2021 YDK grafik 35.

(s.181, 2021)

Verilen fonksiyonun grafiği incelendiğinde $x = -2$ ve $x = -1$ noktasında tanımsız, $x = -4$, $x = -1$, $x = 1$, $x = 3$, noktalarında ise tanımlı olduğu halde grafikte kopukluk olduğu görülür. Bu noktalarda fonksiyonun sağdan ve soldan limitleri incelenmelidir. $x = -3$, $x = 0$ ve $x = 2$, noktalarında fonksiyon tanımlı ve bu noktalarda grafikte kopukluk olmadığından fonksiyonun bu noktadaki limiti fonksiyonun bu noktadaki görüntülerine eşit olacaktır.

- $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = f(-3) = 2$
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) = 0$
- $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -4^-} f(x) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow -4^+} f(x) = 1 \end{array} \right\} \rightarrow \lim_{x \rightarrow -4} f(x) \text{ yoktur.}$
- $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = 3 \\ \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = 3 \end{array} \right\} \rightarrow \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 3$
- $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 1 \end{array} \right\} \rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} f(x) \text{ yoktur.}$
- $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -1 \end{array} \right\} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \text{ yoktur.}$
- $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 2 \end{array} \right\} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) \text{ yoktur.}$

KFG

(s.184)

KFG

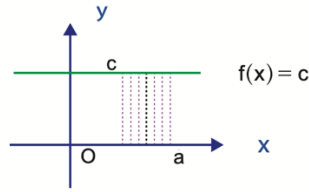
x değişkeninin 5 sayısına sağdan yaklaşımının matematiksel olarak nasıl ifade edileceğini bulunuz.
(s. 187, 2021)

KFG

x değişkeni -3 sayısına -3 ten küçük ve artan değerlerle yaklaştığına göre buyaklaşım biçiminin matematiksel olarak nasıl ifade edilebileceğini bulunuz.
(s.187, 2021)

KFG

$a, c \in \mathbb{R}$ ve $f(x)=c$ sabit fonksiyon olmak üzere $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = c$ olur.



Şekil 4.3.43 2021 YDK grafik 36.

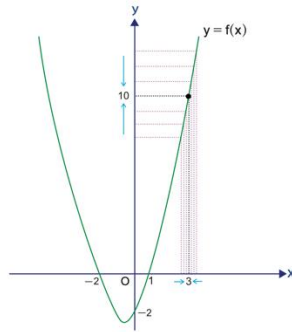
(s.187)

KDK

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = mx - 2x + 3 - n$ fonksiyonu veriliyor. $f(x)$ fonksiyonunun her a gerçekte sayı için $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 2$ olduğuna göre $m.n$ çarpımının değerini bulunuz.
(s.188, 2021)

KFG

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x - 2$ fonksiyonu veriliyor. Buna göre $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ değerini bulunuz ve grafik üzerinde gösteriniz.
 $f(x)$ bir polinom fonksiyondur. Bu durumda fonksiyonun her noktasındaki limiti o noktadaki görüntüsüne eşit olacağından
 $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3) = 3^2 + 3 - 2 = 10$ bulunur.



Şekil 4.3.44 2021 YDK grafik 37.

Yukarıdaki $f(x) = x^2 + x - 2$ fonksiyonunun grafiği incelendiğinde x , 3 e hem sağdan hem soldan yaklaşırken $f(x)$ in 10 a yaklaştığı görülmektedir.
(s.189, 2021)

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ve $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ limitleri mevcut olmak üzere

I. Toplama kuralı

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

(İki fonksiyonun toplamının limiti, limitlerinin toplamıdır.)

II. Fark kuralı

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

(İki fonksiyonun farkının limiti, limitlerinin farkıdır.)

KFG

III. Çarpma Kuralı

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

(İki fonksiyonun çarpımının limiti, limitlerinin çarpımıdır.)

IV. Sabit ile Çarpma Kuralı

$$\lim_{x \rightarrow a} (k \cdot f(x)) = k \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x) \quad (k \in \mathbb{R})$$

(Bir fonksiyonun bir sabitle çarpımının limiti, fonksiyonun limitinin bu sabitle çarpımıdır.)

V. Bölme kuralı

$$g(x) \neq 0 \text{ ve } \lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0 \text{ olmak üzere } \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$$

(İki fonksiyonun bölümünün limiti, bölen ile bölünen limitlerinin sıfır olmaması koşuluyla bu fonksiyonların limitlerinin bölümüdür.)
(s.190, 2021)

KFG

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ limiti mevcut ve $n \geq 2$ olmak üzere $n \in \mathbb{Z}$ için

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n \text{ olur.}$$

(Bir fonksiyonun n. kuvvetinin limiti, limitinin n. kuvvetidir.)
(s.192, 2021)

$f: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ fonksiyonu veriliyor. buna göre $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ifadesinin değerini bulunuz ve $f(x)$ fonksiyonun grafiğini çiziniz.

Çözüm;

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği vardır.}$$

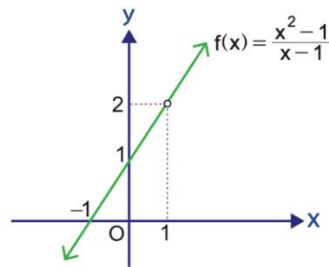
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 1+1=2 \text{ bulunur.}$$

$y = x+1$ doğrusunun grafiği $f(x)$ in $x=1$ de tanımsız olduğu göz önüne alınarak yandaki gibi çizilir.

KFG

Ve

KDK



Şekil 4.3. 45 2021 YDK grafik 38.

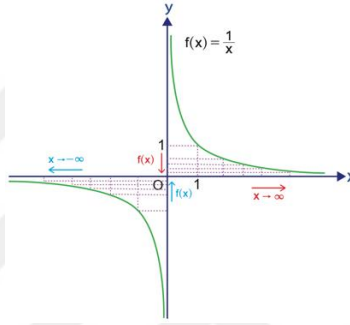
(s.197, 2021)

Yanda grafiği verilen $f(x)=\frac{1}{x}$ fonksiyonunun grafiği incelendiğinde x in sonsuza giderken $f(x)$ in 0 a yaklaştığı görülmektedir. Benzer şekilde x in eksi sonsuza giderken $f(x)$ in 0 a yaklaştığı görülmektedir. Bu durumda

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$$
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0$$

olur.

KFG



Şekil 4.3.46 2021 YDK grafik 39.

(s.200, 2021)

$A \subseteq \mathbb{R}$, ve $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, bir fonksiyon olsun. $a \in A$ olmak üzere

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

Eşitliği sağlanıyorsa f fonksiyonu $x=a$ noktasında süreklidir denir.

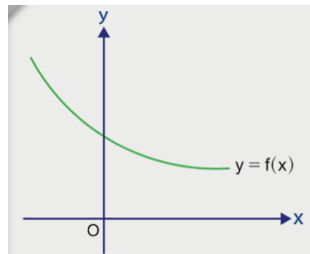
Bir başka ifadeyle $f(x)$ fonksiyonunun bir $x=a$ noktasındaki limitinin değeri fonksiyonun o noktadaki görüntüsüne eşit oluyorsa $f(x)$ fonksiyonu $x=a$ da süreklidir.

Eğer f fonksiyonu A kümesinin her noktasında sürekli ise f fonksiyonu A kümesinde süreklidir denir (s.206, 2021).

KFG
ve
KDK

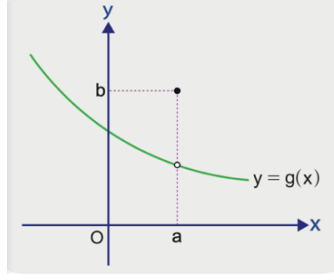
Grafiği verilen f fonksiyonu her x gerçak sayısı için tanımlı ve her noktadaki limiti fonksiyonun o noktadaki görüntüsüne eşit olacağından fonksiyon her x gerçak sayısı için süreklidir. Bu durumda fonksiyonun sürekli olduğu en geniş küme $\mathbb{R}$ olur.

KFG
ve
KDK



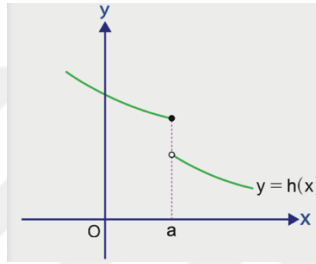
Şekil 4.3.47 2021 YDK grafik 40.

Grafiği verilen f fonksiyonu $x=a$ noktasında tanımlı ve limite sahip olmasına rağmen bu noktadaki limiti görüntüsüne eşit olmadığından g fonksiyonu $x=a$ noktasında sürekli değildir. Bu durumda fonksiyonun sürekli olduğu en geniş küme $\mathbb{R} - \{a\}$ olur.



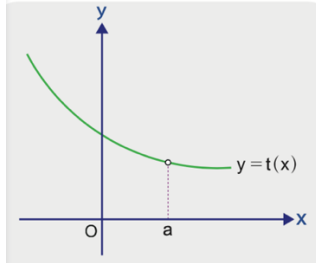
Şekil 4.3.48 2021 YDK grafik 41.

Grafiği verilen h fonksiyonu $x=a$ noktasında tanımlı olmasına rağmen bu noktadaki limiti olmadığından fonksiyonu $x=a$ noktasında sürekli değildir. Bu durumda fonksiyonun sürekli olduğu en geniş küme $\mathbb{R} - \{a\}$ olur.



Şekil 4.3.49 2021 YDK grafik 42.

Grafiği verilen t fonksiyonu $x=a$ noktasında tanımlı olmadığından a değeri fonksiyonun sürekli olduğu en geniş kümenin bir elemanı olamaz. Bu durumda fonksiyonun sürekli olduğu en geniş küme $\mathbb{R} - \{a\}$ olur.



Şekil 4.3.50 2021 YDK grafik 43.

(s.209, 2021)

$$f(x) = \begin{cases} -x^3 - 2 & , x < -2 \text{ ise} \\ 5 & , x = -2 \text{ ise} \\ x^2 + 2 & , x > -2 \text{ ise} \end{cases} \text{ biçiminde tanımlı } f(x) \text{ fonksiyonunun } x = -2$$

noktasında sürekli olup olmadığını bulunuz.

çözüm;

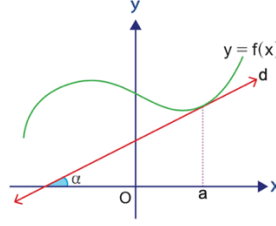
$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} (-x^3 - 2) = 6 \text{ olur.}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} (x^2 + 2) = 6 \text{ olur.}$$

Ancak $f(-2) = 5$ olduğundan $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) \neq f(-2)$ olur. O halde fonksiyonun $x = -2$ noktasındaki limiti, fonksiyonun o noktadaki görüntüsüne eşit olmadığından f fonksiyonu $x = -2$ noktasında sürekli değildir.

(s.211, 2021)

KFG
Ve
KDK



Şekil 4.3.51 2021 YDK grafik 4.

$y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği ve bu grafiğe $x=a$ apsisli noktasında çizilen teğeti olan d doğrusu x eksenini pozitif yönde a radyanlık açı yapmaktadır.

f fonksiyonunun $x=a$ noktasındaki türevinin değeri, fonksiyonun grafiğine $x=a$ apsisli noktasında çizilen teğeti olan d doğrusunun eğimine eşittir. d doğrusunun eğimi m_t olmak üzere $f'(a) = \tan a = m_t$ olduğu biliniyor.

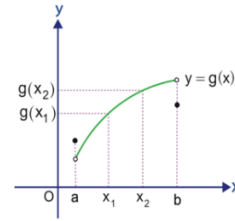
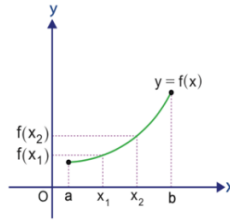
Bu durumda

- $0 < a < \frac{\pi}{2}$ ise $\tan a > 0$ olacağından $f'(a) > 0$ olur.
- $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ ise $\tan a < 0$ olacağından $f'(a) < 0$ olur.

KFG
Ve
KDK

Sonuç olarak türevlenebilir bir fonksiyonun grafiğinin üzerindeki bir noktadan çizilen teğetin x eksenini pozitif yönde yaptığı açı;

- Dar açı ise teğetin eğimi pozitif ve teğet doğrusu sağa yatık olur.
- Geniş açı ise teğetin eğimi negatif ve teğet doğrusu sola yatık olur.



Şekil 4.3.52 2021 YDK grafik 48.

$f:[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ve $[a, b]$ nda sürekli olmak üzere $\forall x_1, x_2 \in [a, b]$ için

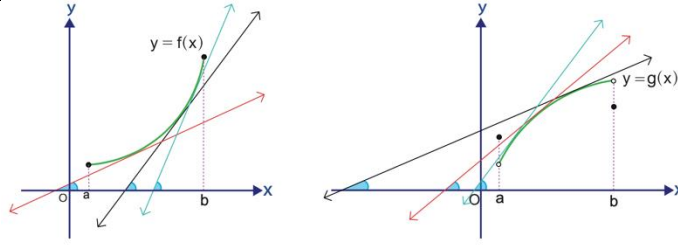
$x_1 < x_2$ iken $f(x_1) < f(x_2)$ olduğundan f fonksiyonu $[a, b]$ nda artandır.

$g:[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ve (a, b) nda sürekli olmak üzere $\forall x_1, x_2 \in (a, b)$ için

$x_1 < x_2$ iken $g(x_1) < g(x_2)$ olduğundan g fonksiyonu (a, b) nda artandır.

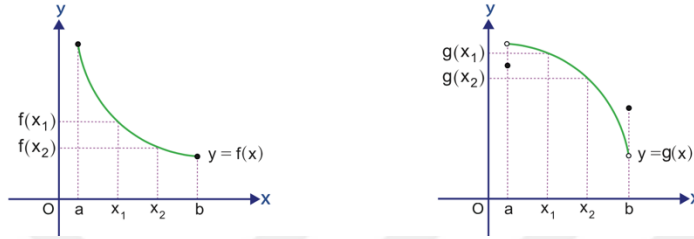
KFG
Ve
KDK

$[a, b]$ nda artan ve (a, b) nda türevlenebilir f fonksiyonu ile $[a, b]$ nda artan ve (a, b) nda türevlenebilir g fonksiyonuna (a, b) nda çizilen teğetler incelenirse;



Şekil 4.3.53 2021 YDK grafik 49.

f ve g fonksiyonlarına (a, b) nda çizilen teğetlerin x eksenine pozitif yönde dar açı yaptıkları görülmektedir. Bu durumda f ve g fonksiyonlarının (a, b) ndaki her noktada türevi pozitiftir.



Şekil 4.3.54 2021 YDK grafik 50.

$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ve $[a, b]$ nda sürekli olmak üzere $\forall x_1, x_2 \in [a, b]$ için

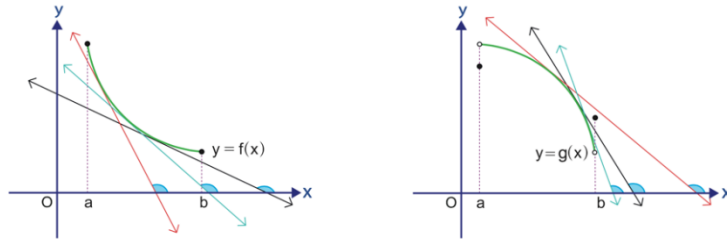
$x_1 < x_2$ iken $f(x_1) > f(x_2)$ olduğundan f fonksiyonu $[a, b]$ nda azalandır.

$g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ve (a, b) nda sürekli olmak üzere $\forall x_1, x_2 \in (a, b)$ için

$x_1 < x_2$ iken $g(x_1) > g(x_2)$ olduğundan g fonksiyonu (a, b) nda azalandır.

(s. 249, 2021)

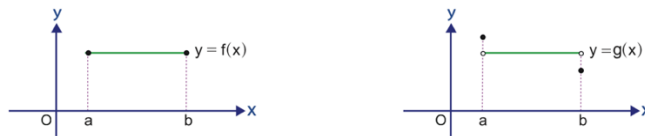
$[a, b]$ nda azalan ve (a, b) nda türevlenebilen f fonksiyonu ile $[a, b]$ nda azalan ve (a, b) nda türevlenebilen g fonksiyonuna (a, b) nda çizilen teğetler incelenirse;



KFG
Ve
KDK

Şekil 4.3.55 2021 YDK grafik 51.

f ve g fonksiyonlarına (a, b) aralığında çizilen teğetlerin x eksenine pozitif yönde geniş açı yaptıkları görülmektedir. Bu durumda f ve g fonksiyonlarının (a, b) aralığındaki her noktada türevi negatiftir.



Şekil 4.3.56 2021 YDK grafik 52.

$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ve $[a, b]$ nda sürekli olmak üzere $\forall x_1, x_2 \in [a, b]$ için

$f(x_1) = f(x_2)$ olduğundan f fonksiyonu $[a, b]$ nda sabit fonksiyondur.
 f fonksiyonunun (a,b) aralığındaki her noktadaki türevi sıfırdır.

$g:[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ve (a, b) nda sürekli olmak üzere $\forall x_1, x_2 \in (a, b)$ için

$g(x_1) = g(x_2)$ olduğundan g fonksiyonu (a,b) aralığında sabit fonksiyondur.
 g fonksiyonunun (a,b) aralığındaki her noktadaki türevi sıfırdır.

(s. 249, 2021)

$f:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 - 12x + 1$ fonksiyonun artan ve azalan olduğu en geniş aralıkları bulunuz.

Çözüm;

Türevlenebilir bir fonksiyon; türevinin pozitif olduğu aralıkta artan, negatif olduğu aralıkta azalan olduğundan fonksiyonun artan ve azalan olduğu aralıklar türevinin işaret tablosu incelenerek belirlenir.

$f(x) = 3x^2 - 12x + 1 \rightarrow f'(x) = 6x - 12$ olur.

$f'(x) = 0$ denkleminin kökü bulunup işaret tablosu yapılarak incelenirse

$f'(x) = 0 \rightarrow 6x - 12 = 0$ bulunur.

KFG
Ve
KDK

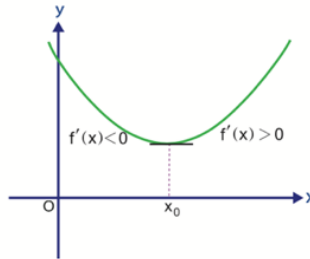
x	$-\infty$	2	∞
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	azalan		artan

Şekil 4.3.57 2021 YDK tablo 19.

Bu durumda fonksiyonun, $(-\infty, 2)$ nda türevi negatif olduğundan fonksiyon $(-\infty, 2]$ nda azalan ve $(2, \infty)$ nda türevi pozitif olduğundan fonksiyon $[2, \infty)$ nda artandır.

(s.250, 2021)

Bir fonksiyonun türevinin sıfır olduğu noktanın ekstremum noktası olabilmesi için fonksiyonun türevinin o noktada işaret değiştirmesi gerekir.



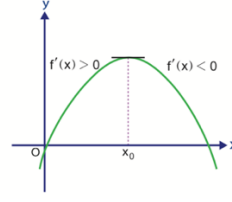
KFG

Şekil 4.3.58 2021 YDK grafik 56.

Grafiği verilen f fonksiyonunun türevi, $x=x_0$ noktasının solunda negatif, sağında pozitif olduğundan fonksiyon $x=x_0$ noktasında bir yerel minimumu vardır.

Bir başka ifade ile f fonksiyonu $x=x_0$ noktasının solunda azalan ve sağında artan olduğu görülmektedir.

Bir fonksiyonun azalanlıktan artanlığa geçtiği noktaya yerel minimum noktası denir.



Şekil 4.3.59 2021 YDK grafik 57.

Grafiği verilen fonksiyonunun türevi, $x=x_0$ noktasının solunda pozitif, sağında negatif olduğundan fonksiyon $x=x_0$ noktasında bir yerel maksimumu vardır.

Bir başka ifade ile f fonksiyonu $x=x_0$ noktasının solunda artan ve sağında azalan olduğu görülmektedir.

Bir fonksiyonun artanlıktan azalanlığa geçtiği noktaya yerel maksimum noktası denir.

(s.259, 2021)

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ fonksiyonun ekstremum noktalarının apsisi toplamını bulunuz.

Çözüm;

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ ise $f'(x) = 3x^2 - 6x$ olur. $f(x)$ polinom fonksiyonu olduğundan her x gerçekte sayı için türevlidir. O halde $f'(x) = 0$ denkleminin köklerinde $f'(x)$ işaret değiştiriyorsa $f'(x) = 0$ denkleminin kökleri f fonksiyonunun denkleminin kökleri f fonksiyonunun ekstremum noktalarının apsisi leridir.

$$f'(x) = 0 \rightarrow 3x^2 - 6x = 0$$

$$\rightarrow 3x(x-2) = 0$$

$$\rightarrow x = 0 \text{ veya } x = 2 \text{ olur.}$$

x	$-\infty$	0	2	∞	
$f'(x)$	+	○	-	○	+
$f(x)$		↗	↘	↗	
		artan	azalan	artan	
			maks.	min.	

KDK
Ve
KFG

Şekil 4.3.60 2021 YDK tablo 21.

$f(x)$ fonksiyonunun işaret tablosu incelenirse $f(x)$ fonksiyonunun $x=0$ da bir maksimumu ve $x=2$ de bir minimumu vardır.

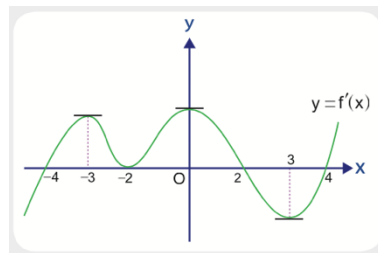
$x=0$ maksimum noktasının apsisi olduğundan $f(0)=3$ fonksiyonun maksimum değeridir.

$x=2$ minimum noktasının apsisi olduğundan $f(2)=-1$ fonksiyonun minimum değeridir.

Bu durumda $(0,3)$ noktası fonksiyonun maksimum noktası ve $(2,-1)$ noktası fonksiyonun minimum noktasıdır.

Bu iki nokta fonksiyonun ekstremum noktalarıdır.

(s.260, 2021)



KFG

Şekil 4.3.61 2021 YDK grafik 60.

$y = f(x)$ fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir. Buna göre f fonksiyonunun

yerel maksimum ve yerel minimum noktalarının apsilerini bulunuz.

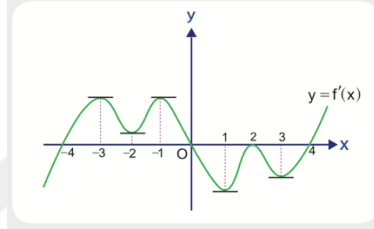
x	$-\infty$	-4	-2	2	4	∞
$f'(x)$	-	○	+	○	-	○
$f(x)$		↘	↗	↘	↗	
		min.		maks.	min.	

Şekil 4.3.62 2021 YDK tablo 23.

f fonksiyonunun türevinin işaret tablosu incelenirse

- Yerel minimum noktalarının apsileri -4 ve 4 olur.
- Yerel maksimum noktasının apsisi 2 olur.

(s. 264, 2021)



Şekil 4.3.63 2021 YDK grafik 61.

Yanda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Bu grafiğe göre

- V. f fonksiyonu (1,3) nda azalandır.
- VI. $f(-\frac{7}{2}) < f(-\frac{7}{2}) < f(-\frac{7}{2})$ dir.
- VII. f fonksiyonunun $x = -2$, $x = 1$ ve $x = 3$ noktalarında yerel minimumu vardır.
- VIII. f fonksiyonunun 3 tane ekstremum noktası vardır.

KDK
Ve
KFG

İfadelerinden hangilerinin doğru olduğunu bulunuz.

Çözüm;

x	$-\infty$	-4	0	2	4	∞
$f'(x)$	-	○	+	○	-	○
$f(x)$		↘	↗	↘	↗	
		min.	maks.	min.		

Şekil 4.3.64 2021 YDK tablo 24

f fonksiyonunun türevinin işaret tablosu incelenirse fonksiyonun $(-\infty, -4]$ ve $[0, 4]$ nda azalan $[-4, 0]$ ve $[4, \infty)$ nda artan olduğu görülür.

(s.265, 2021)

$f(x) = x^3 - 3x^2$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Çözüm;

öncelikle fonksiyonun eksenleri kestiği noktalar araştırılır.

$x = 0 \rightarrow f(0) = 0$ (y eksenini (0,0) noktasında keser.)

$y = 0 \rightarrow x^3 - 3x^2 = 0$

$\rightarrow x^2 \cdot (x - 3) = 0$

$\rightarrow x^2 = 0$ veya $x = 3$ (x eksenini (3,0) noktasında keser.)

(x eksenine (0,0) noktasında teğettir.)

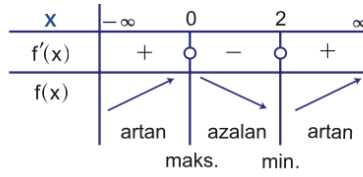
f fonksiyonun artan ve azalan olduğu aralıklar ile ekstremum noktaları incelenirse

$$f(x) = x^3 - 3x^2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x = 0$$

$$\rightarrow 3x(x-2) = 0$$

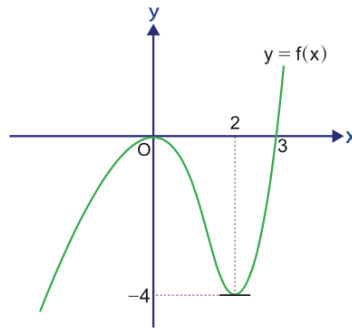
$$x = 0 \text{ veya } x = 2 \text{ olur.}$$



Şekil 4.3.65 2021 YDK tablo 25.

$f(x)$ fonksiyonunun türevinin işaret tablosuna göre

- f fonksiyonu $(-\infty, 0]$ ve $[2, \infty)$ nda artandır.
- f fonksiyonu $[0, 2]$ nda azalandır.
- $f(x)$ fonksiyonunun $x = 0$ da bir maksimumu vardır ve maksimum değeri $f(0) = 0$ olur.
- $f(x)$ fonksiyonunun $x = 2$ de bir minimumu vardır ve minimum değeri $f(2) = -4$ olur.



Şekil 4.3.66 2021 YDK grafik 62. (s.268, 2021)

4.3. Ders kitaplarındaki Gerçek Hayatla İlişkilendirmelerin incelenmesi

Çizelge 4.3 Ders kitaplarındaki Gerçek Hayatla İlişkilendirme Becerileri Bulguları.

GHB	“Güzel bir havada Güneşin batışına bağlı olarak havanın kararmasını gözlemleyiniz. Zamandaki değişim ile Kararmadaki değişimi ilişkilendiriniz. Tam kararmanın oluştuğu anı belirlemeye çalışınız. Daha sonra tersini düşünerek sabahın erken saatinde 'karanlıktan aydınlığa geçişi gözlemleyiniz.’’ (s.101,2011).
GHB	“Hareket eden bir cismin belli zaman aralıklarında aldığı yolun değişmesi ya da sabit kalması durumunda hızının ne olacağını tartışınız.’’ (s.101 2011).
GHB	4) Küre şeklindeki bir balon şişirilirken yüzey alanı $4\text{cm}^2/\text{sn.}$ lik hızla a) $\left. \frac{dr}{ds} \right _{s=40}$ değerini bulunuz. b) Yüzey alanı 40 cm^2 ye ulaştığı andaki yarıçapının artış hızını belirleyiniz. c) Elde ettiğiniz sonuçları birlikte yorumlayınız (s.141, 2011).

artıyor. ($S = \text{Yüzey alanı}$, $r = \text{yarıçap}$, $S=4\pi r^2 \rightarrow r=\sqrt{\frac{S}{4\pi}}$)



Şekil 4.1.36 2011 YDK şekil 2.



GHS

Mostar Köprüsü

16. yüzyılda Bosna Hersek'in Mostar kentinde, Neretva Nehri üzerinde kurulan ve şehrin iki yakasını birbirine bağlayan bir köprüdür. 1993' te Bosna Savaşı'nda yıkılan ve daha sonra yeniden inşa edilen Mostar Köprüsü, dünyanın en ünlü ve en zarif tarihî köprülerinden biri olarak tanınmaktadır.

Mimar Sinan'ın öğrencisi Mimar Hayreddin tarafından tasarlanan köprü, 9 yılda inşa edilmiş ve 1566'da tamamlanmıştır. 30 metre uzunluğunda, 4 metre genişliğinde ve nehirden 24 metre yükseklikteki köprü, dönemi için gelişmiş bir teknoloji ile inşa edilmiş ve dünya kültür mirasının bir parçası olarak kabul edilmiştir.

Şekil 4.37 2011 YDK şekil 4. (s.149 2011)

Aşağıda, Everest'in zirvesinde yer alan bulutun parlak ışığı, barındırdığı tehlikeyi de ima edercesine krallara layık bir taç gibi duruyor. İki yönden dışbükey olan bulut, zirvede güçlü rüzgârların, hatta doruğu tarayıp duran jet akımlarının varlığına işaret ediyor. Hızları saatte 45 ile 280 km arasında değişebilen jet rüzgârlarının, dağa tırmananların ayağını yerden kestiği de biliniyor.

GHS



Şekil 4.1.38 2011 YDK şekil 5.

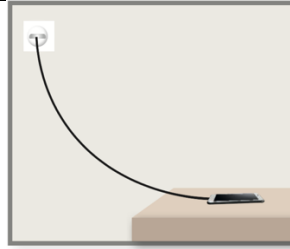
(s.152 etkinlik 131,2011)

GHB



Şekil 4.2.26 2017 YDK şekil 8.

Bir ağaç kütüğünden dikdörtgen şeklinde sehpa elde edilecektir. Bu ağaç kütüğünün yarıçapı 40 cm olduğuna göre kütükten en büyük yüzey alanlı bir sehpa sizce nasıl elde edilebilir? Tartışınız (s. 84, 2017).

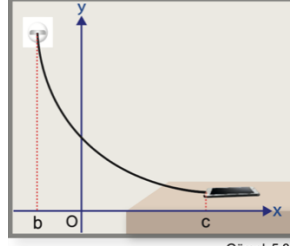


Görsel 5.2

GHB

Şekil 4.3.67 2021 YDK şekil 12.

Şekilde bir prizde şarja takılı bir cep telefonu görülmektedir. Bu telefonun şarj olabilmesi için elektrik akımının sürekliliği sağlanmalıdır. Bu cep telefonunun şarj kablosu dik kordinat sisteminde modellenerek [b,c] nda bir fonksiyon grafiği elde edilmiştir. [b,c] ndatanımlı olan bu fonksiyonun grafiğindede bir süreklilik vardır (s.206, 2021).



Görsel 5.3

Şekil 4.3.68 2021 YDK şekil 13.

GHS

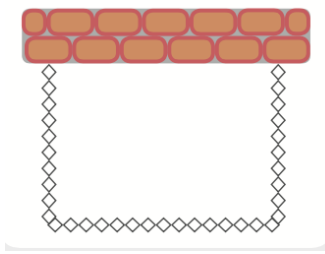
Bilimde, mühendislikte ve iş hayatında bir fonksiyonun maksimum ve minimum değerlerinden sıklıkla yararlanır. Örneğin; fabrikalarda minimum harcamayla maksimum kazanç elde etmek amaçlanır. Marketlerde satılan tüm konserve kutularının aynı fiziksel görüntüde ve yaklaşık 28,3 gr olduğu görülür. Bütün konserve kutularının belirli hacim ve aynı şekle sahip olması tesadüf değildir. Belirli bir hacimle üretilen konserve kutularında minimum miktarda metal kullanılarak firmaların minimum maliyetle maksimum kazanç elde etmesi sağlanabilir (Zill ve Warren 2013).

a. (s. 277, 2021)

GHS

Duygu ve kardeşi Uğur harçlıklarını harcamayıp biriktirerek Anneler günü hediyesi almak istiyorlar. Duygu'nun günlük harçlığı x TL ve Uğur'un günlük harçlığı y TL dir. Duygu tüm harçlığı $3y$ gün ve Uğur ise tüm harçlığı $3x$ gün biriktiriyor. Duygu'nun 2 günlük harçlığı ile Uğur'un 3 günlük harçlığının toplamı 24 TL dir.biriken toplam paranın en fazla olabilmesi için Duygu ve Uğur'un günlük harçlıkları kaç TL olması gerektiğini bulunuz.(s.277, 2021)

GHS
Ve
KDK



Şekil 4.3.69 2021 YDK şekil 14.

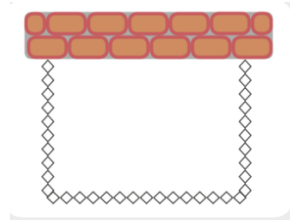
Bir kişi evinin bahçesi için aldığı 16 metre tel ile şekildeki gibi bir tarafı duvar olan dikdörtgen biçiminde bir kümes yapacaktır. Bu kümesin alanının en fazla kaç metrekare olacağını bulunuz.

(s.280, 2021)

GHS

ve

KDK

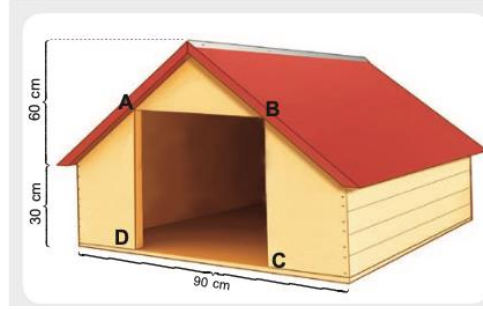


Şekil 4.3.47 2021 YDK şekil 15.

Bir fabrikada hacmi 96 birimküp olan üstü açık kare prizma şeklinde kutular üretilmektedir.

- Kutunun taban yüzeyinin birimkare maliyeti 3 TL
- Kutunun yan yüzeyinin birimkare maliyeti 1 TL

Olduğuna göre bir kutunun maliyetinin en az kaç TL olacağını bulunuz.
(s.281, 2021)



GHS

Şekil 4.3.70 2021 YDK şekil 16.

ve

KDK

Kış mevsiminde sokak hayvanları şiddetli soğuklar nedeniyle geceyi geçirmek için bir barınağa ihtiyaç duymaktadırlar. Büyük şehirlerde bu imkânı bulmalarına karşın küçük yerleşim yerlerinde hayvan barınakları olmadığı için soğuktan korunmak kedi ve köpeklerin önemli bir sorunu haline gelmektedir. Bu nedenle bir meslek lisesinin Mobilya ve İç mekân Tasarım bölümünde öğretmen olan Mustafa Bey, gönüllü öğrencileri ile birlikte şehrin çeşitli yerlerine yerleştirilmek üzere kulübe yapmayı planlamaktadır. Şekildeki gibi tasarladığı kulübeyi sınıfta tahtaya çizerek bunları nasıl yapacaklarını öğrencilerine anlatmıştır. Mustafa Bey şekildeki uzunluklara göre planlanan kulübeye ABCD dikdörtgeni biçiminde bir kapı yapacaktır. Buna göre kapının alanının en fazla olması için kapının genişliğinin ve yüksekliğinin kaç cm olacağını bulunuz.
(s.282)

Hediyelik kar küreleri üreten bir firma, içerisinde en büyük hacimli düzgün kare piramit bulunan 10 cm çapında kar küreleleri üretecektir. Bu firmanın üreteceği kar kürelerinin içindeki piramidin yüksekliğinin kaç cm olacağını bulunuz.

GHS

ve

KDK



Şekil 4.3.71 2021 YDK şekil 17.

(s.283, 2021)

GHS

ve

KDK

Resim öğretmeni Aslı Hanım, çalıştığı ilçedeki resim öğretmenleri ile birlikte 3 Aralık Dünya Engelliler Günü için proje hazırlamışlardır. Geliri ile de ilçedeki ihtiyaç sahibi öğrencilere tekerlekli sandalye alınması amaçlanan bu proje “Engel yok, Renkler Var!” adlı bir resim sergisi olarak planlanmıştır.



Şekil 4.3.72 2021 YDK şekil 18.



Şekil 4.3.73 2021 YDK şekil 19.

Sergilenecek resimler alanı yarım metrekare olan bir dikdörtgen biçimindeki tuvalle şekildeki gibi yanlarından dörder cm , alt ve üst kısımlarından ikişer cm boşluk bırakılarak yapılacaktır.

Aslı hanım, resim yapacağı yüzeyin en büyük alana sahip olmasını istemektedir. Bunun için Aslı Hanımın seçeceği tuvalin eninin ve boyunun kaç cm olması gerektiğini bulunuz.

(s.284, 2021)

Bilgi öğretmen, Şehitler Günü'nde okulundaki öğrencilere milli ve manevi değerleri yaşatmak amacıyla 18 mart'ta çanakkale Şehitliğine bir gezi planlamıştır. Bilgi öğretmen bir tur şirketinden gezi ücreti için aşağıdaki teklifleri almıştır.

Gezi ücreti kişi başı 120 TL dir. Ancak tur şirketi daha çok öğrencinin Çanakkale Şehitliği'ni görebilmesi amacıyla geziye katılan öğrenci sayısının 60'tan fazla olması halinde 60 ın üzerindeki her bir öğrenci için geziye katılan tüm öğrencilere ellışer kuruş indirim yapacaktır.

Örneğin geziye 80 kişi katılırsa 60 ın üzerindeki 20 öğrenci için her öğrenciye,

GHS

ve

KDK

10 TL indirim yapılacak ve kişi başı gezi ücreti 110 TL olacaktır.

Bu durumda tur şirketinin

c. Maksimum gelir elde etmesi için geziye kaç öğrencinin katılması gerektiğini bulunuz.

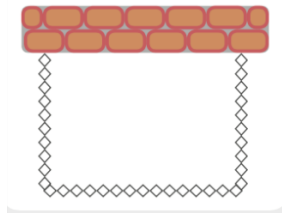
d. Maksimum gelir etmesi için geziye katılan öğrencilerin kişi başı kaç TL ücret ödemesi gerektiğini bulunuz.

Maksimum gelirin kaç TL olacağını bulunuz.(s.285, 2021)

GHS

Duygu ve kardeşi Uğur harçlıklarını harcamayıp biriktirerek Anneler günü hediyesi almak istiyorlar. Duygu'nun günlük harçlığı x TL ve Uğur'un günlük harçlığı y TL dir. Duygu tüm harçlığı 3y gün ve Uğur ise tüm harçlığı 3x gün biriktiriyor. Duygu'nun 2 günlük harçlığı ile Uğur'un 3 günlük harçlığının toplamı 24 TL dir.biriken toplam paranın en fazla olabilmesi için Duygu ve Uğur'un günlük harçlıkları kaç TL olması gerektiğini bulunuz.(s.277, 2021)

GHS
Ve
KDK

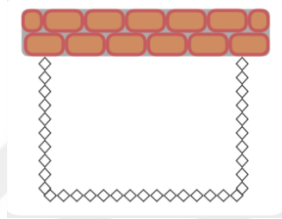


Şekil 4.3.74 2021 YDK şekil 14.

Bir kişi evinin bahçesi için aldığı 16 metre tel ile şekildeki gibi bir tarafı duvar olan dikdörtgen biçiminde bir kümes yapacaktır. Bu kümesin alanının en fazla kaç metrekare olacağını bulunuz.

(s.280, 2021)

GHS
ve
KDK



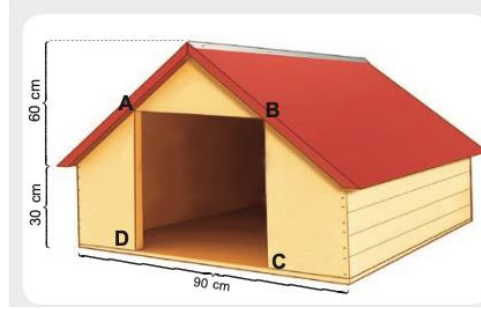
Şekil 4.3.47 2021 YDK şekil 15.

Bir fabrikada hacmi 96 birimküp olan üstü açık kare prizma şeklinde kutular üretilecektir.

- Kutunun taban yüzeyinin birimkare maliyeti 3 TL
- Kutunun yan yüzeyinin birimkare maliyeti 1 TL

Olduğuna göre bir kutunun maliyetinin en az kaç TL olacağını bulunuz.

(s.281, 2021)



GHS
ve
KDK

Şekil 4.3.75 2021 YDK şekil 16.

Kış mevsiminde sokak hayvanları şiddetli soğuklar nedeniyle geceyi geçirmek için bir barınağa ihtiyaç duymaktadırlar. Büyük şehirlerde bu imkânı bulmalarına karşın küçük yerleşim yerlerinde hayvan barınakları olmadığı için soğuktan korunmak kedi ve köpeklerin önemli bir sorunu haline gelmektedir. Bu nedenle bir meslek lisesinin Mobilya ve İç mekân Tasarım bölümünde öğretmen olan Mustafa Bey, gönüllü öğrencileri ile birlikte şehrin çeşitli yerlerine yerleştirilmek üzere kulübe yapmayı planlamaktadır. Şekildeki gibi tasarladığı kulübeyi sınıfta tahtaya çizerek bunları nasıl yapacaklarını öğrencilerine anlatmıştır. Mustafa Bey şekildeki uzunluklara göre planlanan kulübeye ABCD dikdörtgeni biçiminde bir kapı yapacaktır. Buna göre kapının alanının en fazla olması için kapının genişliğinin ve yüksekliğinin kaç cm olacağını bulunuz.

(s.282, 2021)

Hediyelik kar küreleri üreten bir firma, içerisinde en büyük hacimli düzgün kare piramit bulunan 10 cm çapında kar küreleleri üretecektir. Bu firmanın üreteceği kar kürelerinin içindeki piramidin yüksekliğinin kaç cm olacağını bulunuz.

GHS

ve

KDK



Şekil 4.3.76 2021 YDK şekil 17.

(s.283, 2021)

Resim öğretmeni Aslı Hanım, çalıştığı ilçedeki resim öğretmenleri ile birlikte 3 Aralık Dünya Engelliler Günü için proje hazırlamışlardır. Geliri ile de ilçedeki ihtiyaç sahibi öğrencilere tekerlekli sandalye alınması amaçlanan bu proje “Engel yok, Renkler Var!” adlı bir resim sergisi olarak planlanmıştır.



GHS

ve

KDK

Şekil 4.3.77 2021 YDK şekil 18.



Şekil 4.3.78 2021 YDK şekil 19.

Sergilenecek resimler alanı yarım metrekare olan bir dikdörtgen biçimindeki tuvalle şekildeki gibi yanlarından dörder cm , alt ve üst kısımlarından ikişer cm boşluk bırakılarak yapılacaktır.

Aslı hanım, resim yapacağı yüzeyin en büyük alana sahip olmasını istemektedir. Bunun için Aslı Hanımın seçeceği tuvalin eninin ve boyunun kaç cm olması gerektiğini bulunuz.

(s.284, 2021)

GHS

ve

KDK

Bilgi öğretmeni, Şehitler Günü’nde okulundaki öğrencilere milli ve manevi değerleri yaşatmak amacıyla 18 mart’ta Çanakkale Şehitliğine bir gezi planlamıştır. Bilgi öğretmeni bir tur şirketinden gezi ücreti için aşağıdaki teklifleri almıştır.

Gezi ücreti kişi başı 120 TL dir. Ancak tur şirketi daha çok öğrencinin Çanakkale Şehitliği’ni görebilmesi amacıyla geziye katılan öğrenci sayısının 60’tan fazla olması halinde 60 ın üzerindeki her bir öğrenci için geziye katılan tüm öğrencilere ellişer kuruş indirim yapacaktır.

Örneğin geziye 80 kişi katılırsa 60 ın üzerindeki 20 öğrenci için her öğrenciye,

10 TL indirim yapılacak ve kişi başı gezi ücreti 110 TL olacaktır.

Bu durumda tur şirketinin

- e. Maksimum gelir elde etmesi için geziye kaç öğrencinin katılması gerektiğini bulunuz.
- f. Maksimum gelir etmesi için geziye katılan öğrencilerin kişi başı kaç TL ücret ödemesi gerektiğini bulunuz.
- g. Maksimum gelirin kaç TL olacağını bulunuz.(s.285, 2021)

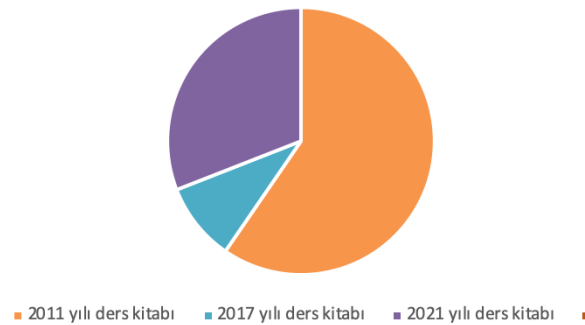
4.4 Ders Kitaplarındaki Farklı Disiplinler Arasındaki İlişkilendirmenin İncelenmesi

Çizelge 4.4 Ders Kitaplarında Yer Alan Farklı Disiplinlerle İlişkilendirme Bulguları

FDS	Bu bölümü tamamladığınızda; Fizik ve geometri modellerinden yararlanarak değişim oranı kavramını açıklayabileceksiniz (s.55, 2017).
FDS	Türevin anlık değişim oranı olduğunu biliyoruz. Doğru boyunca hareket eden bir cismin konumunu, hızını veya ivmesini zamana bağlı değişim olarak düşünebiliriz (s.72, 2017).

Bulgulara bakıldığında incelenen üç ders kitabında toplamda 392 tane ilişkilendirme becerisi tespit edilmiştir. Bunlardan 289 tanesi kavramlar arası ilişkilendirme, 71 tanesi kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme, 28 tanesi gerçek hayatla ilişkilendirme ve 4 tanesi de farklı disiplinlerle ilişkilendirme ile ilgilidir.

İncelenen üç ders kitabındaki kavramlar arası ilişkilendirme becerilerinin yıllara göre dağılımı



Şekil 4.4.1. daire grafiği 1

Elde edilen bulgulara göre araştırma kapsamında incelenen ortaöğretim matematik dersi kitaplarında en çok kullanılan matematiksel ilişkilendirme türünün kavramlar arası ilişkilendirme olduğu ve bu ilişkilendirme türüne bol miktarda yer verildiği görülmektedir.



Şekil 4.4.1. daire grafiği 2

İncelenen kitaplar bazında değerlendirildiğinde ise kavramlar arası ilişkilendirmenin 93 tanesi 2011 yılına aittir ve tüm kitaplar içerisinde %32'ye tekabül etmektedir. 46 tanesi 2017 yılına aittir ve tüm kitaplar içerisinde %16'ya tekabül etmektedir. ve 150 tanesi 2021 yılına aittir ve %52'lik dilime karşılık gelmektedir. Buradan hareketle kavramlar arası ilişkilendirmenin en çok 2021 yılında kullanılan matematik ders kitabında (%52), en az 2017 yılında kullanılan 12. sınıf matematik ders kitabında (%16) kullanıldığı söylenebilir.

Ders kitaplarında matematik öğretiminde en çok kullanılan ikinci ilişkilendirme türü kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme türüdür. İncelenen kitaplara göre bakıldığında ise 9 tanesi 2011 yılına ait olup %12,7'sine, 21 tanesi 2017 yılına ait olup %29,6'sına ve 41 tanesi 2021 yılına ait olup %57,7'lik dilime karşılık gelmektedir. Bu düzeyde kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirmede en çok 2021 yılında kullanılan matematik ders kitabında (%57,7), en az 2011 yılında kullanılan 12. sınıf matematik ders kitabında (%12,7) kullanıldığı görülmüştür.



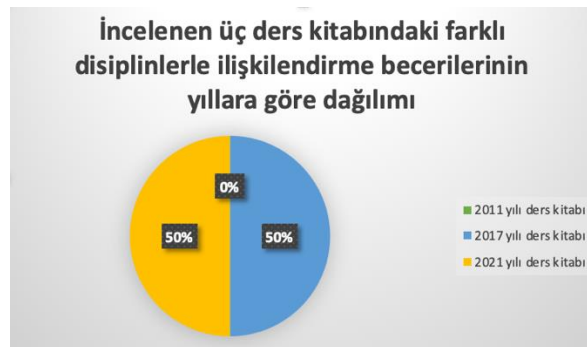
Şekil 4.4.1. daire grafiği 3

Ders kitaplarında matematik öğretiminde en çok kullanılan üçüncü ilişkilendirme becerisi kavramın gerçek hayatla ilişkilendirme olup diğer matematiksel ilişkilendirme türlerine kıyasla bu ilişkilendirme türünün az miktarda yer aldığı söylenebilir. İncelenen kitaplara göre bakıldığında ise 16 tanesi 2011 yılına ait olup %57,1'ine, 1 tanesi 2017 yılına ait olup %3,6'sına ve 11 tanesi 2021 yılına ait olup %39,3'lük dilime karşılık gelmektedir. Bu düzeyde gerçek hayatla ilişkilendirmede en çok 2011 yılında kullanılan matematik ders kitabında (%57,1), en az 2017 yılında kullanılan 12. sınıf matematik ders kitabında (%3,6) kullanıldığı görülmüştür.



Şekil 4.4.1. daire grafiği 4

Ders kitaplarında matematik öğretiminde en az kullanılan ilişkilendirme becerisi farklı disiplinlerle ilişkilendirme olup çok az miktarda yer aldığı görülmektedir. İncelenen kitaplara göre bakıldığında ise 2011 yılında gerçek hayatla ilişkilendirme becerisine hiç rastlanılmamıştır. 2017 yılında 2 tane olup %50'sine ve 2021 yılında da 2 tane olup %50'sine ise gelmektedir. Bu düzeyde farklı disiplinlerle ilişkilendirme en çok 2017 ve 2021 yılında kullanılan matematik ders kitaplarında (%50), en az ise 2011 yılında kullanılan 12. sınıf matematik ders kitabında (%0) bulunmaktadır.



Şekil 4.4.1. daire grafiği 5

İncelenen ders kitaplarındaki ilişkilendirme becerileri alt başlıklar altında da incelenmiştir. Kavramlar arası ilişkilendirme becerileri kavram ile diğer kavram arasında ilişkilendirme ve kavram ile alt kavramlar arası ilişkilendirme olarak iki alt başlıkta incelenmiştir. Kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme incelenirken alt başlık kullanılmamıştır. Gerçek hayatla ilişkilendirme incelenirken kavramı bir bağlam içinde ele alma ve gerçek hayattan sözel örnek verilmesi olarak iki alt başlık altında incelenmiştir. Sonrasında farklı disiplinlerle ilişkilendirme becerileri de Kavramı farklı bir disiplin bağlamı içerisinde ele alma ve farklı disiplinlerle ilişkilendirmenin sözel örneklerle ifade edilmesi olarak iki alt başlık altında incelenmiştir.

2011 yılında kullanılan ders kitabına bakıldığında 88 kavram ile diğer kavram arasında ilişkilendirme ve 5 kavram ile alt kavramlar arası ilişkilendirme tespit edilmiş olup toplamda 93 kavramlar arası ilişkilendirme becerisi tespit edilmiştir. Farklı gösterimler arası ilişkilendirme becerilerinden 9 tane tespit edilmiştir. Gerçek hayatla ilişkilendirme becerilerine bakıldığında ise 13 tane kavramı bir bağlam içinde ele alma ve 3 tane günlük yaşamdan sözel örnek verilmesi olarak toplamda 16 tanedir. Farklı disiplinlerle ilişkilendirme becerilerinde hiçbir ilişkilendirme becerisine rast gelinmemiştir.

2017 yılında kullanılan ders kitabına bakıldığında 46 kavram ile diğer kavram arasında ilişkilendirme tespit edilmiş olup kavram ile alt kavramlar arası ilişkilendirme hiç tespit edilmemiştir. Toplamda ise 46 kavramlar arası ilişkilendirme becerisi tespit edilmiştir. Farklı gösterimler arası ilişkilendirme becerilerinden 21 tane tespit edilmiştir. Gerçek hayatla ilişkilendirme becerilerine bakıldığında ise 1 tane kavramı bir bağlam içinde ele alma tespit edilmiş olup gerçek hayattan sözel örnek verilmesi alt başlığından hiç tespit edilmemiştir. Toplamda ise 1 tane gerçek hayatla ilişkilendirme becerisi tespit edilmiştir. Farklı disiplinlerle ilişkilendirme becerilerinde ise 2 tane farklı disiplinlerle ilişkilendirmenin sözel olarak ifade edilmesinden tespit edilmiş olup farklı disiplinlerle ilişkilendirmenin bağlam içinde ele alınmasından hiçbir ilişkilendirme becerisine rast gelinmemiştir.

2021 yılında kullanılan ders kitabına bakıldığında 150 kavram ile diğer kavram arasında ilişkilendirme tespit edilmiş olup hiç kavram ile alt kavramlar arası ilişkilendirme becerisi tespit edilmemiştir. Toplamda ise 150 kavramlar arası ilişkilendirme becerisi tespit edilmiştir. Farklı gösterimler arası ilişkilendirme becerilerinden 41 tane tespit edilmiştir. Gerçek hayatla ilişkilendirme becerilerine bakıldığında ise 3 tane kavramı bir bağlam içinde ele alma ve 8

tane gerçek hayattan sözel örnek verilmesi olarak toplamda 11 tanedir. Farklı disiplinlerle ilişkilendirme becerilerinde ise 2 tane farklı disiplinlerle ilişkilendirmenin bir bağlam içinde ele alınması tespit edilmiş olup farklı disiplinlerle ilişkilendirmenin sözel olarak ifade edilmesi alt başlığından hiç tespit edilmemiştir. Toplamda ise 2 tane farklı disiplinlerle ilişkilendirme becerisi tespit edilmiştir.



5. TARTIŞMA ve SONUÇLAR

Bu kısım iki alt başlıktan meydana gelmektedir. İlk olarak bulgulardan ortaya çıkan sonuçlara ve bunların tartışmasına yer verilecektir. Daha sonra ise araştırma bulgularına dayalı ortaya çıkan öneriler sunulacaktır.

Tartışma ve sonuç kısmında çalışmanın amacına yönelik aşağıda verilen ilişkilendirme becerileri sunulmuştur:

- Kavramlar arası ilişkilendirme
- Kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme
- Gerçek hayatla ilişkilendirme
- Farklı disiplinlerle ilişkilendirme

Kavramlar Arası İlişkilendirme

Kavramlar arası ilişkilendirme için türev konusunun yer aldığı üç adet 12. sınıf matematik ders kitabı incelenmiştir. İncelenen üç ders kitabında etkinlik, soru ve konu anlatımı bazında toplamda 289 tane kavramlar arası ilişkilendirme becerisinin kullanıldığı tespit edilmiştir. Bu düzeyde kavramlar arası ilişkilendirmede en çok 2021 yılında kullanılan matematik ders kitabında, en az 2017 yılında kullanılan 12. sınıf matematik ders kitabında kullanıldığı görülmektedir.

MEB (2013 VE 2018) matematik dersi öğretim programlarına ve NCTM (2000) standartlarına bakıldığında ilişkilendirme becerisi ve matematik için önemini görmekteyiz. Alanyazın incelendiğinde ilişkilendirme becerisi üzerinde yapılan çalışmalar öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının ilişkilendirme becerilerini kullanmada yeterli olmadıklarını göstermektedir (Yavuz Mumcu 2018). Özgen (2013) ilişkilendirme becerilerini matematiği kendi içinde ilişkilendirme, farklı disiplinlerle ilişkilendirme ve günlük yaşamla ilişkilendirme olarak ele almıştır. Özgen (2013) öğretmen adaylarının problem çözme bağlamında ilişkilendirme becerilerini belirlemeyi amaçladığı araştırmasında öğretmen adaylarının ilişkilendirme becerilerinin düşük düzeyde olduğu sonucuna varmıştır. Alt boyut olarak matematiği kendi içinde ilişkilendirme kapsamında da istenen düzeyde ilişkilendirme becerileri kullanılmadığı görülmüştür. Özgen'in (2013) bu konu ile ilgili bir başka araştırmasını inceleyecek olursak matematik öğretmen adaylarının matematiksel

ilişkilendirmeye yönelik görüşleri öğretmen adaylarından ilişkilendirmeye örnek olacak problem durumu geliştirmeleri istenmiştir. Araştırmanın sonucunda ise öğretmen adaylarının günlük yaşamla ilişkilendirmenin matematiğin kendi içinde ilişkilendirilmesi ve farklı disiplinlerle ilişkilendirilmesine göre daha fazla olduğu ve matematiğin kendi içinde ilişkilendirilmesinin yetersiz kaldığı sonucuna ulaşılmıştır. Bahsedilen çalışmanın sonucu bu çalışmanın sonucunu destekler niteliktedir. Diğer yandan Çokçalışkan ve Yorulmaz (2017) görüşme formunu kullanarak sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel ilişkilendirme hakkındaki düşüncelerini araştırmıştır. Öğretmen adaylarından günlük hayatla ilişkilendirme, farklı disiplinlerle ilişkilendirme ve matematiğin kendi içerisinde ilişkilendirilmesine dair bilgiler toplanmıştır. Öğretmen adaylarının matematiğin kendi içinde ilişkilendirilmesi görüşlerinin günlük yaşamla ve farklı disiplinlerle ilişkilendirilmesine göre daha çok olduğu tespit edilmiştir.

İncelenen ders kitaplarına bakıldığında kavramlar arası ilişkilendirme becerisinin en az 2017 yılı ders kitabında kullanılmış olduğu görülmektedir. Buradan 2017 yılı ders kitabının yazarlarının bu ilişkilendirme becerilerini 2011 ve 2021 yılı ders kitaplarının yazarlarına göre daha az kullandıklarını söyleyebiliriz. Kitaplarda kullanılan kavramlar arası ilişkilendirme becerilerinin sayısına baktığımızda yeterli miktarda kullanıldığı görülmektedir. Bu ilişkilendirme becerisinin en çok kullanılan ilişkilendirme becerisi olmasının sebebi ise toplumda ilişkilendirme denildiğinde genel olarak akla ilk kavramlar arası ilişkilendirme gelmesi olabilir. Kavramlar arası ilişkilendirme becerilerinin sayısına bakıldığında matematik öğretimi açısından sayıların sevindirici olduğunu görülmektedir.

Kavramın Farklı Gösterimleri Arasında İlişkilendirme

Kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme için türev konusunun yer aldığı üç adet 12. Sınıf matematik ders kitabı incelenmiştir. İncelenen üç ders kitabında etkinlik, soru ve konu anlatımı bazında toplamda 71 tane kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme becerisinin kullanıldığı tespit edilmiştir. Bunlardan 9 tanesi 2011 yılında kullanılan 12. sınıf matematik ders kitabından, 21 tanesi 2017 yılında kullanılan 12. sınıf matematik ders kitabından, 41 tanesi ise 2021 yılında kullanılan matematik ders kitabından tespit edilmiştir. Bu düzeyde kavramın farklı gösterimleri arası ilişkilendirmede en çok 2021 yılında kullanılan matematik ders kitabında, en az 2011 yılında kullanılan 12. sınıf matematik ders kitabında kullanıldığı görülmüştür.

İpek ve Okumuş (2012) yaptıkları çalışmalarında matematik öğretmeni adaylarının farklı temsilleri kullanmada sıkıntı yaşadıklarını gözlemlemiştir. Çelik ve Sağlam-Arslan (2012) sınıf öğretmeni adaylarının gösterimler arasında uygun olanı seçmede daha başarılı olduklarını belirtmiştir. Özgen (2013) matematik öğretmen adaylarının matematiksel ilişkilendirmeye yönelik görüşleri öğretmen adaylarından ilişkilendirmeye örnek olacak problem durumu geliştirmeleri istemiştir. Araştırmanın sonucunda ise öğretmen adaylarının günlük yaşamla ilişkilendirmenin matematiğin kendi içinde ilişkilendirilmesi ve farklı disiplinlerle ilişkilendirilmesine göre daha fazla olduğu ve matematiğin kendi içinde ilişkilendirilmesinin yetersiz kaldığı sonucuna ulaşılmıştır. Bahsedilen çalışmanın sonucu bu çalışmanın sonucunu destekler niteliktedir.

İncelenen ders kitaplarına bakıldığında kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme becerisinin en az 2011 yılı ders kitabında kullanılmış olduğu görülmektedir. Buradan 2011 yılı ders kitabının yazarlarının bu ilişkilendirme becerilerini 2017 ve 2021 yılı ders kitaplarının yazarlarına göre daha az kullandıklarını söyleyebiliriz. Kitaplarda kullanılan kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme becerilerinin sayısına bakıldığında 2021 yılı ders kitabında yeterli miktarda kullanıldığı görülmektedir. Bundan dolayı 2021 yılı kitabına bakıldığında tespit edilen farklı gösterimler arası ilişkilendirme becerilerinin sayısı matematik öğretimi açısından sevindirici olduğu görülmektedir. 2017 yılı kitabına bakıldığında kullanılan farklı gösterimler arasında ilişkilendirme becerilerinin orta düzeyde iken 2011 yılına bakıldığında oldukça az olduğu görülmektedir. Ayrıca 2011 yılı ders kitabında kullanılan farklı gösterimler arası ilişkilendirme becerilerinin sayıca yetersiz olduğu ve tekrar gözden geçirilmesi gerektiği düşünülmektedir.

Gerçek Hayatla İlişkilendirme

Gerçek hayatla ilişkilendirme için türev konusunun yer aldığı üç adet 12. sınıf matematik ders kitabı incelenmiştir. İncelenen üç ders kitabında etkinlik, soru ve konu anlatımı bazında toplamda 28 tane gerçek hayatla ilişkilendirme becerisinin kullanıldığı tespit edilmiştir. Bunlardan 16 tanesi 2011 yılında kullanılan 12. sınıf matematik ders kitabından, 1 tanesi 2017 yılında kullanılan 12. sınıf matematik ders kitabından, 11 tanesi ise 2021 yılında kullanılan matematik ders kitabından tespit edilmiştir. Bu düzeyde gerçek hayatla ilişkilendirmede en çok 2011 yılında kullanılan matematik ders kitabında, en az 2017 yılında kullanılan 12. sınıf matematik ders kitabında kullanıldığı görülmüştür.

MEB (2013 ve 2018) öğretim programlarında gerçek hayatla ilişkilendirme becerisi üzerinde durulan bir beceridir. Öğrencilerin matematiksel kavramları anlamlandırmada zorlanmalarının sebebi onlar için matematiğin soyut kalması olabilir. Bundan dolayı matematik öğretiminde olabildiğince gerçek hayatla ilişki kurma öğrencilerin kavramları daha rahat anlamlandırmalarını sağlayarak kalıcı öğrenmeler gerçekleştirebilmelerine olanak sağlayacağı düşünülmektedir. İncelenen ders kitaplarına bakıldığında gerçek hayatla ilişkilendirme becerisinin en az 2017 yılı ders kitabında kullanılmış olduğu görülmektedir. Buradan 2017 yılı ders kitabının yazarlarının bu ilişkilendirme becerilerini 2011 ve 2021 yılı ders kitaplarının yazarlarına göre daha az kullandıklarını söyleyebiliriz. Kitaplarda kullanılan gerçek hayatla ilişkilendirme becerilerinin sayısına bakıldığında üç kitapta da az sayıda olması dikkat çekmektedir. 2017 yılı kitabına bakıldığında yalnızca 1 tane gerçek hayatla ilişkilendirme becerisinin kullanılması matematik öğretimi için oldukça az ve yetersiz olarak yorumlanabilir. Ders kitaplarında gerçek hayatla ilişkilendirme becerisinin az kullanılmasının sebebi ise türev konusunun yapısından kaynaklı olabilir.

Diğer çalışmalara bakıldığında Coşkun (2013) sınıf ortamında sınıf öğretmenlerinin matematik öğretmenlerinden daha çok gerçek hayatla ilişkilendirme yaptıklarından bahsetmiştir. Bu durum ilköğretim düzeyi matematik ders kitaplarında gerçek hayatla ilişkilendirme becerisinin daha çok kullanıldığı göstermektedir. Özşener'e göre (2021) toplumda matematiğin tartışılması kapsamında değerlendirilebilecek etkinliklere yer verilmemiş olup gerçek verinin incelenmesi kapsamında değerlendirilebilecek etkinliklerin sayısı oldukça sınırlıdır. Pirasa (2016) matematik öğretmen adayları ile yaptığı çalışmada geometrik kavramlar ile günlük hayatla ilişkilendirme becerilerini incelemiştir. İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümünde okuyan son sınıf öğrencilerinden ve Ortaokul Matematik Öğrenim Programında bulunan geometrik kavramlar için günlük hayattan örnekler istenmiştir. Çalışmanın sonucunda katılımcıların en çok ilköğretimden bu yana öğrendikleri ve derste sık kullandıkları ifadeler örnekler verdikleri gözlemlenmiştir. Ayrıca daire ve dairesel yay için verdikleri örneklerin tamamı doğrudur. Baki vd. (2009) lise öğrencilerinin gerçek hayat ve matematiksel ilişkilendirmeye yönelik görüşlerini belirlemeyi amaçlayan çalışma yapmışlardır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin gerçek hayatla ilişkilendirmeyi önemli bulduğu ama gerçek hayatla ilişkilendirmenin matematik dersinde kullanılmadığını belirtmişlerdir. Bu tez çalışmasında ise ders kitaplarında kullanılan gerçek hayatla ilişkilendirme becerilerinin kullanımının yetersizliği üzerinde durulmaktadır. Yapılan çalışmalar bu çalışmanın bulgularını destekler niteliktedir. Duran ve Kaplan (2016) lise

matematik öğretmenlerinin türev kavramı ile ilgili bilgilerini incelemişlerdir. Çalışmada öğretmenlerin türevin tanımına, türev-süreklilik ilişkisinin belirtilmesine yönelik bilgilerinin eksikliğine ve türeve günlük hayattan örnekler verilmesi konusunda yetersizliklere rastlanmıştır. Açıkyıldız (2013) ve Vinner (1992)'in çalışmalarında da öğretmen adayları türev kavramına yönelik günlük hayattan verilen örneklerin prototip örnekler olduğu bulgusunu destekler niteliktedir.

Farklı Disiplinlerle İlişkilendirme

Farklı disiplinlerle ilişkilendirme için türev konusunun yer aldığı üç adet 12. sınıf matematik ders kitabı incelenmiştir. İncelenen üç ders kitabında etkinlik, soru ve konu anlatımı bazında toplamda 4 tane farklı disiplinlerle ilişkilendirme becerisinin kullanıldığı tespit edilmiştir. Bunlara 2011 yılında kullanılan 12. sınıf matematik ders kitabında hiç rastlanmamış olup, 2 tanesi 2017 yılında kullanılan 12. sınıf matematik ders kitabından, 2 tanesi ise 2021 yılında kullanılan matematik ders kitabında rastlanılmıştır. Bu düzeyde farklı disiplinlerle ilişkilendirmede en çok 2017 ve 2021 yılında kullanılan matematik ders kitaplarında, en az 2011 yılında kullanılan 12. Sınıf matematik ders kitabında olup hiç kullanılmadığı görülmüştür.

MEB (2013 ve 2018) öğretim programlarında farklı disiplinlerle ilişkilendirme becerilerine önem verilmesi gerektiği belirtilmiştir. Dede ve Yaman (2003) öğrencilerin disiplinler arası ilişkilendirme yapabilmesinin (matematik ve fen) daha anlamlı öğrenmeleri mümkün kılacağını söylemektedir. Bundan yola çıkılarak ders kitaplarında farklı disiplinlerle ilişkilendirme becerilerine yer vermeye önem verilmelidir. İncelenen ders kitaplarına bakıldığında farklı disiplinlerle ilişkilendirme becerisinin 2011 yılında hiç kullanılmadığı, 2017 ve 2021 yılında ise çok az sayıda kullanıldığı görülmektedir. Bu durum ders kitaplarında farklı disiplinlerle ilişkilendirmenin üzerinde durulması gerektiğini göstermektedir. İlişkilendirme Farklı disiplinlerle ilişkilendirme becerisinin bu kadar az sayıda kullanılmasının sebebi türevin yapısından kaynaklanıyor olabilir.

Özdiner'in (2021) ders kitapları üzerinde yapmış olduğu çalışmada elde edilen bulgulara göre ders kitaplarında incelenen etkinliklerde çok az sayıda farklı disiplinlerle ilişkilendirme yapıldığı ve yetersiz olduğu görülmektedir. Dilegelen'in (2018) 5. sınıf matematik ders kitaplarında yaptığı çalışmasından elde edilen bulgulara göre ders kitaplarında farklı disiplinlerle ilişkilendirme yapılmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Coşkun'un (2013) çalışmasında

matematik öğretmenleri ve sınıf öğretmenlerinin neredeyse hiç farklı disiplinlerle ilişki kurmadıkları görülmektedir. Yapılan çalışmalar bu araştırmanın bulgularını destekler niteliktedir.

Bu çalışmanın literatüre katkısı ders kitaplarındaki ilişkilendirme becerilerinin daha çok kullanılması gerektiği, bu şekilde daha anlamlı öğrenmelere ortam hazırladığı ve ders kitaplarında en çok kavramlar arası ilişkilendirme ve en az farklı disiplinlerle ilişkilendirme becerilerinin kullanılmasıdır.

ÖNERİLER

Bu çalışmada ders kitaplarındaki türev konusu ilişkilendirme becerileri açısından incelenmiştir. Bu çalışma kapsamında elde edilen bulgulardan ve bulguların sonuçlarından önemli ölçüde eksiklik olduğu görülmüştür. Ders kitabı yazımında, öğretim programında, öğretmenler için üniversitelerdeki derslerin içeriklerinde ilişki kurma becerileri üzerinde daha fazla durulması önerilmektedir. Ayrıca öğretmenlerin ilişkilendirme becerileri kullanımını artırmak için hizmet içi eğitim ya da seminerler verilerek ve desteklenebilir.

Ders kitaplarında kullanılan ilişkilendirme becerilerinden bazılarının hiç kullanılmadığı bazılarının ise oldukça az kullanıldığı görülmektedir. Ders kitabı yazımında kullanılan ilişkilendirme becerilerine daha fazla önem verilebilir.

Genel olarak bakıldığında ders kitabı inceleme ile ilgili az sayıda çalışma yapıldığı düşünülmektedir. Yeni yapılacak çalışmalarda bu konu üzerinde durulabilir. Öğretim sürecini destekleyen temel araç-gereçlerin başında gelen ders kitaplarıdır. Öğrenmelerin kalıcı olması için ilişkilendirme becerileri kullanmak önemlidir. (NCTM 2000) Bundan dolayı ders kitaplarının ilişkilendirme becerileri açısından detaylı incelenerek görülen eksikliklerin giderilmesi adına ders kitabı inceleme ile ilgili çalışmaların artırılabilir.

6. KAYNAKLAR

- Açıkyıldız G, 2013, Matematik Öğretmeni Adaylarının Türev Kavramını Anlamaları ve Yaptıkları Hatalar, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi), 135s, Trabzon.
- Akkaya G, 2016, Ortaöğretim 9. Sınıf Matematik Ders Kitaplarının Öğretim Programına Uygunluğu Açısından İncelenmesi, Akdeniz Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 193s, Antalya.
- Bailey K D, 1982, Methods of Social Research, New York: Free Press.
- Baki A, Yalçinkaya H A, Özpınar İ, Uzun S Ç, 2009, İlköğretim Matematik Öğretmenleri ve Öğretmen Adaylarının Öğretim Teknolojilerine Bakışlarının Karşılaştırılması, Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 1, 65–83.
- Bindak R, Özgen K, 2018, Matematiksel İlişkilendirme Öz Yeterlilik Ölçeğinin Geliştirilmesi, Kastamonu Eğitim Dergisi, 26, 913–924.
- Bingölbali E, Coşkun M, 2016, İlişkilendirme Becerisinin Matematik Öğretiminde Kullanımının Geliştirilmesi İçin Kavramsal Çerçeve Önerisi, Eğitim ve Bilim Dergisi, 41, 233–249.
- Bowen G A, 2009, Document Analysis as a Qualitative Research Method, Qualitative Research Journal, 9, 27–40.
- Brutlag D, Maples C, 1992, Making Connections: Beyond The Surface, The Mathematics Teacher, 85, 230–235.
- Chapman O, 2012, Challenges in Mathematics Teacher Education, Journal of Mathematics Teacher Education, 15, 263–270.
- Corbetta P, 2003, Social Research: Theory, Methods and techniques, Thousand Oaks: Sage.
- Coşkun M, 2013, Matematik Derslerinde İlişkilendirmeye Ne Ölçüde Yer Verilmektedir? Sınıf İçi Uygulamalardan Örnekler, Gaziantep Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 107s, Gaziantep.
- Çelik D, Sağlam A A, 2012, Öğretmen Adaylarının Çoklu Gösterimleri Kullanma Becerilerinin Analizi, İlköğretim Online, 11, 239–250.
- Çokçalışkan H, Yorulmaz A, 2017, Sınıf Öğretmeni Adaylarının Matematiksel İlişkilendirmeye Yönelik Görüşleri, International Primary Education Research Journal, 1, 8–16.
- Dede Y, Yaman S, 2003, Fen ve Matematik Eğitiminde Problem Çözme ve Uygulamaları,

- G.Ü. Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 23, 117–132.
- Denzin N K, Lincoln Y S, 1998, The Lanascape of Qualitative research: Teories and İssues, Thousand Oaks :Sage.
- Dilegelen Y, 2018, 5. Sınıf Matematik Ders Kitaplarının İlişkilendirme Becerisi Açısından İncelenmesi, Gaziantep Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 122s, Gaziantep.
- Doruk B K, Umay A, 2011, Matematiği Günlük Hayatta Transfer Etmede Matematiksel Modellemenin Etkisi, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 41, 124–135.
- Duran M, Kaplan A, 2016, Lise Matematik Öğretmenlerinin Türevi Tanıma Ve Türev-Süreklilik İlişkisine Yönelik Pedagojik Alan Bilgileri, Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 18, 795–831.
- Ece T, 2021, Matematik Eğitiminde İlişkilendirme Becerisi: Sistematik Derleme Çalışması, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Yüksel Lisans Tezi, 83s, Konya.
- Erol R, 2022, Matematik Eğitimcileri ve Matematik Öğretmen Adaylarının Eğitim, Değişim Oranı ve Türev Hakkındaki Kavram İmajlarının İncelenmesi, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, 193s, Ankara.
- Garcia J, Dolores C, 2017, Intra-Mathematical Connections Made By High School Students In Performing Calculus Task, International Journal of Mathematical Education, 49, 227–252
- Grabiner J V, 1983, Cauchy and The Origins of Rigorous Calculus, The American Mathematical Monthly, 90, 185–194.
- Gücün A, Murat G, 2022, Matematiksel İlişkilendirme Türlerinin Sınıf İçi Yansımalarının İncelenmesi, Yükseköğretim ve Bilim Dergisi, 12, 334–350.
- İpek A S, Okumuş S, 2012, İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Problem Çözmede Kullandığı Temsiller, Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 11, 681–700.
- Karakoç G, Alacacı C, 2015, Real Word Connections in High School Mathematics Curriculum and Teaching, Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 6, 31–46.
- Karlı N, 2016, Buluş Yoluyla Öğrenme Yaklaşımını Esas Alan Matematik Öğretiminin 8. Sınıf Öğrencilerinin Akıl Yürütme ve İlişkilendirme Becerilerine Etkisi, Başkent Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 123, Ankara.
- Lee J, 2012, Prospective Elementary Teachers' Perceptions of Real-Life Connections

- Reflected In Posing and Evaluating Story Problems, *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15, 429–452.
- Merriam S B, 1988, *Case Study Research in Education : A Qualitative Approach*, San Francisco: Jossey-Bass.
- Merriam S B, 2018, *Nitel Araştırma: Desen ve Uygulama İçin Bir Rehber*, 3, Nobel Akademik Yayıncılık, 292s, Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), 2009, *İlköğretim Matematik Dersi 6–8. Sınıflar Öğretim Programı ve Klavuzu*, Milli Eğitim Bakanlığı, Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), 2013, *İlköğretim Matematik Dersi (5,6,7, ve 8. Sınıflar) Matematik Dersi Öğretim Programı*, Milli Eğitim Bakanlığı, Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), 2013, *İlköğretim Matematik Dersi (5,6,7. ve 8. Sınıflar Öğretim Programı*, Milli Eğitim Bakanlığı, Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), 2018, *Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1,2,3,4,5,6,7 ve 8. Sınıflar)*, Milli Eğitim Bakanlığı, Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), 2018, *Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1,2,3,4,5,6,7, ve 8. Sınıflar)*, Milli Eğitim Bakanlığı, Ankara.
- National Council of Teachers Of Mathematics (NCTM), 2000, *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA, Author.
- Özdiner M, 2021, *İlkokul ve Ortaokul Matematik Ders Kitaplarındaki Etkinliklerin Matematiksel İlişkilendirme Becerisi Açısından İncelenmesi*, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 74s, Afyonkarahisar.
- Özer A, 2022, *İlkokul Öğrencilerinin Matematik Gerçek Hayatla İlişkilendirme Becerilerinin Çocuk Edebiyatı Eserleri Bağlamında İncelenmesi*, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, 288s, Ankara.
- Özgeldi M, Osmanoğlu A, 2017, *Matematiğin Gerçek Hayatla İlişkilendirilmesi: Ortaokul Matematik Öğretmeni Adaylarının Nasıl İlişkilendirme Kurduklarına Yönelik Bir İnceleme*, *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 8, 438–458.
- Özgen K, 2013, *İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel İlişkilendirmeye Yönelik Görüş ve Becerilerinin İncelenmesi*, Dicle Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi. 8, 2001–2020.
- Özgen K, 2018, *Lise Öğrencilerinin Matematiksel İlişkilendirmeye Yönelik Görüşlerinin İncelenmesi*, *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1, 1–22.
- Özgen K, 2019, *The Skills of Prospective Teachers to Design Activities that Connect*

- Mathematics to Different Disciplines, İnönü University Journal of the Faculty of Education, 20, 101–118.
- Pepin B, Haggarty L, 2001, Mathematics Textbooks and Their Use In English, French and German Classrooms: A Way to Understand Teaching and Learning Cultures, Zentralblatt Für The Didactik Der Mathematik, 33, 158–175.
- Pirasa N, 2016, The Connection Competencies of Pre-Service Mathematics Teachers About Geometric Concepts to Daily-Life, Universal Journal of Educational Research, 4, 2840–2851.
- Tanju B, 2020, Matematik Öğretmen Adaylarının Temsil ve İlişkilendirme Becerilerinin Matematiksel Modelleme Sürecinde İncelenmesi, Hacettepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 101s, Ankara.
- Taştepe M, 2022, Matematiksel Kavramların Günlük Hayat ile İlişkilendirilmesi: Sözel Problem Bağlamı, Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi, 11, 18–29.
- Turan S, İpek A S, 2022, Öğrencilerin Tam Sayılarda İşlemlerde İlişkilendirme Becerilerinin Geliştirilmesine Yönelik Bir Eylem Araştırması, International Journal of Educational Studies in Mathematics, 9, 67–83.
- Van Maanen J, 1979, Reclaiming Qualitative Methods for Organizational Research: A Preface, Administrative Science Quarterly, 24, 520–526.
- Vinner S, 1992, The Function Concept As a Prototype for Problems in Mathematics Learning, In G Harel and E Dubinsky (Eds.), The Concept of a Function: Aspects of Epistemology and Pedagogy (195–213), Mathematical Association of America, 19, Washington.
- Yalvaç B, Yeltekin E, Altay M K, 2017, 8th Grade Student's Skill of Connecting Mathematics to Real Life, Journal of Education Training Studies, 5, 158–166.
- Yanik H B, Serin G, 2016, Two Fifth Grade Teachers' Use of Real-World Situations in Science and Mathematics Lessons, The Clearing House: A Journal of Educational Strategies, Issues and Ideas, 89, 28–37.
- Yaprak E, Çorlu S M, Aydın E, 2018, Analysis of a Turkish Mathematics Textbook in the Late Ottoman Era with Respect to the Principles of Contemporary Elementary Education, Sakarya University Journal of Education, 8, 214–231.
- Yavuz Mumcu H, 2018, Matematiksel İlişkilendirme Becerisinin Kuramsal Boyutta İncelenmesi: Türev Kavramı Örneği, Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi, 9, 211–248.

- Yekrek E, Özgeldi M, 2019, Examination of the Introductory Parts of Missle School Mathematics Textbooks with Respect to the Real Life Connection and Context, 4th International Symposium of Turkish Computer and Mathematics, 26–27 Eylül 2019, Çeşme, Türkiye, 1325–1336.
- Yenilmez K, Uysal E, 2007, İlköğretim Öğrencilerinin Matematiksel Kavram ve Sembolleri Günlük Hayatla İlişkilendirme Düzeyi, On Dokuz Mayıs Üniversitesi, Eğitim Fakültesi Dergisi, 0(24), 89–98.
- Yıldırım A, Şimşek H, 2016, Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri, Seçkin Yayınları, Ankara.
- Yanık H B, Özdemir G, Çevirgen A R, 2017, Ortaokul Matematik Ders Kitaplarında Yer Alan Veri İşlemeye Yönelik Görevlerin İncelenmesi, İnönü Üniversitesi, Eğitim Fakültesi Dergisi, 18, 45–61.
- Küçükaydın M A, Alkış M, İşcan A, 2017, İlköğretim 3. Sınıf Türkçe Ders Kitapları ve Öğretmen Klavuz Kitabının Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımına Uygunluk Düzeyi, Anadili Eğitimi Dergisi, 5, 1–13.
- Ünal Y, Güneş B , 2002, Bir Kitap İncelemesi Örneği Olarak M.E.B. İlköğretim 4. Sınıf Fen Bilgisi Ders Kitabına Fizik Konuları Yönünden Eleştirel Bir Bakış, Gazi Üniversitesi, Eğitim Fakültesi Dergisi, 22, 107–120.
- Küçükahmet L, 2000, Öğretimde Planlama ve Değerlendirme, Nobel Yayın Dağıtım, Ankara.
- Yin R K, 1994, Case Study Research: Desing And Methods, Thousand Oaks : Sage.

EKLER

EK 1. Ders Kitaplarında Türev Kavramına Ait İlişkilendirme Becerileri

Çizelge 5.1 2011 Yılında Kullanılan Ders Kitabında Türev Kavramına Ait İlişkilendirme Becerileri.

İlişkilendirme Becerisi	Ders kitaplarındaki yeri
GHB	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s.101)
GHB	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s.101)
GHB	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s.101)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s.102 etkinlik 1)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s.103)
KFG	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s.104, etkinlik 2)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s.105,106 etkinlik 3)
KDK	(2011 yılında kullanılan ders kitabı s.110 etkinlik 5)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 111, etkinlik 6)
KAK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s.113-114, etkinlik 7)
KAK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 114 etkinlik 8)
KAK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 115 etkinlik 8)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 122)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 122)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s.122 etkinlik 13)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 123)
KDK ve KFG	2011 yılında kullanılan ders kitabı (Syf 126)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 128)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 128)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 128)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 128)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 129)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 129)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 129)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 129)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 131)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 131)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 132)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s.132 etkimlik 19)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s.137 çalışma yaprağı 17, 3. Soru)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s.138–139)
GHB	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s.141)
GHB	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s.141)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 143 etkinlik 25)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 145 etkinlik 27)
GHS	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s.149)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 150 etkinlik 30)
GHS	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s.152 etkinlik 131)
GHS	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s.153 etkinlik 31)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 154)
KFG	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 154)
KDK ve KFG	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 155-156)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s.157)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s.157)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s.157)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s.160)
KAK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s.161)

[illegible]

KDK ve GHB	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 189, Ölçme ve Değerlendirme)
KDK ve GHB	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 190, Ölçme ve Değerlendirme)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 190, Ölçme ve Değerlendirme)
KDK ve GHB	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 190, Ölçme ve Değerlendirme)
KDK	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 190, Ölçme ve Değerlendirme)
KDK ve GHB	2011 yılında kullanılan ders kitabı (s. 190, Ölçme ve Değerlendirme)

EK 2. 2017 Yılında Kullanılan Ders Kitabı Kullanılan Ders Kitabının İncelenmesi

Çizelge 5.2 2017 Yılında Kullanılan Ders Kitabı Kullanılan Ders Kitabının İncelenmesi.

FDS	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.55)
KFG	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.55)
KFG	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s. 58)
KFG	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.62)
KFG	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.62)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.68)
FDS	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.72)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.72)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.83)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.83)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.83)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.83)
GHB	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s. 84)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.85)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.85)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.86)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s. 86)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s. 87)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s. 87)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s. 88)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s. 88)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s. 89)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s. 89)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.90)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.90)
KFG	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s. 90)
KFG	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s. 91)
KFG	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s. 91)
KFG	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.92)
KFG	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s. 92)
KFG	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s. 93)
KFG ve KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.94)
KFG ve KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s. 94)
KFG ve KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.94)
KFG ve KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s. 95)
KFG ve KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s. 96)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s. 96)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s. 98)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s. 98)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.100)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.101)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s. 101)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.102)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.102)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.103)

KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.104)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.104)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.104)
KFG	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.106)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.107)
KFG	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.107)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.109)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.110)
KFG	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.110)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.111)
KFG	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.112)
KFG	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.113,114)
KFG	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.115,116)
KFG	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.116,117)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.118)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.118)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.119)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.119,120)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.120)
KDK	2017 yılında kullanılan ders kitabı (s.121)

EK 3. 2021 Yılında Kullanılan Ders Kitabının İncelenmesi

Çizelge 5.3 2021 Yılında Kullanılan Ders Kitabının İncelenmesi.

KFG	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.179)
KFG	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.180)
KFG	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.180)
KFG	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.180)
KFG	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.182)
KFG	2021 yılında kullanılan ders kitabı (Syf .181)
KFG	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 184)
KFG	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 185,186)
KFG	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 187)
KFG	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.187)
KFG	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 187)
KFG	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 187)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.188)
KFG	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.189)
KFG	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.190)
KFG	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.192)
KFG ve KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.197)
KFG	2021 yılında kullanılan ders kitabı(s.200)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.202)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.204, Alıştırma 9)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.204, Alıştırma 10)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.204, Alıştırma 11)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.204, Alıştırma 12)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.205, Alıştırma 13)
GHB	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.206)
KFG ve KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.206)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.207)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.207)
KFG ve KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.209)
KFG ve KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.211)

KFG ve KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.211)
KFG ve KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.211)
KFG ve KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.212)
KFG ve KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.212)
KFG	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.214,215)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.216, Alıştırma2)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.216, Alıştırma3)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.216, Alıştırma 4)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.216, Alıştırma 5)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.216,Alıştırma 6)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.216, Alıştırma7)
FDB	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.218)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 219)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.220)
KDK ve FDB	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.220)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.224)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.227)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.230,Alıştırma1)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.230,Alıştırma2)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.230,Alıştırma 3)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.230,Alıştırma 4)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.230,Alıştırma5)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.230,Alıştırma6)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.230,Alıştırma11)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.230,Alıştırma12)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.230,Alıştırma13)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.232)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.233)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.233)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.234)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 245)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 246, alıştırma 1)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.246, alıştırma 2)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.246, alıştırma 3)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.246, alıştırma 4)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.246, alıştırma 5)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.246, alıştırma 6)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (Syf 247, alıştırma 15)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (Syf 247, alıştırma 17)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (Syf 247, alıştırma 18)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (Syf 247, alıştırma 19)
KFG ve KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.248)
KFG ve KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 249)
KFG ve KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (Syf 249)
KFG ve KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.250)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.250)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.251)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.251)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.251)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.253)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.253)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.254)
KFG ve KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.254)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.255)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 256, alıştırma 2)

KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 256, alıştırma 3)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (Syf 256, alıştırma 4)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.256, Alıştırma 5)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 256, alıştırma 6)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 257)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 258, Uyarı 3. madde)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.259)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 259)
KDK ve KFG	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.260)
KDK ve KFG	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.260)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.261)
KDK ve KFG	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.261)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 262, Sonuç)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 262)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 263)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.263)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 264)
KFG	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 264)
KDK ve KFG	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.265)
KFG	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.266)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.267, alıştırma 3)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.267, alıştırma 4)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.267, alıştırma 5)
KDK ve KFG	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.268)
KDK Ve KFG	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.269)
KDK ve KFG	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.270)
KFG	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 271)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 272)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 273)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı s. 273)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 274)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 274)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 275)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 276, alıştırma 2)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 276, alıştırma 3)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 276, alıştırma 4)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 276, alıştırma 7)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 276, alıştırma 8)
GHS	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s. 277)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.277)
GHS	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.277)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.278)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.279)
GHS ve KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.280)
GHS ve KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.281)
GHS ve KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.282)
GHS ve KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.283)
GHS ve KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.284)
GHS ve KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.285)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.286, Alıştırma 1)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.286, Alıştırma 2)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.286, Alıştırma 3)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.286, Alıştırma 4)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.286, Alıştırma 5)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.286, Alıştırma 6)

KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.286, Alıştırma 7)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.287, C-7)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.288, C-12)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.288, C-13)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.288, C-14)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.288, C-15)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.288, D17)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.288, D19)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.289, D20)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.289, D22)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.289, D27)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.290, D29)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.290, E32,33,34)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.291, Ölçme ve Değerlendirme 2,9.soru)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.291, Ölçme ve Değerlendirme 2,10.soru)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.291, Ölçme ve Değerlendirme 2,11.soru)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.291, Ölçme ve Değerlendirme 2,12.soru)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.292, Ölçme ve Değerlendirme 2,14.soru)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.292, Ölçme ve Değerlendirme 2,16.soru)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.292, Ölçme ve Değerlendirme 2,17.soru)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.292, Ölçme ve Değerlendirme 2,18.soru)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.292, Ölçme ve Değerlendirme 2,20.soru)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.293, Ölçme ve Değerlendirme 2,28.soru)
KDK ve GHB	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.294, Ölçme ve Değerlendirme 2,30.soru)
KDK ve GHB	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.294, Ölçme ve Değerlendirme 2,32.soru)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.294, Ölçme ve Değerlendirme 2,33-34.soru)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.295, Ölçme ve Değerlendirme 2 ,10)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.295, Ölçme ve Değerlendirme 2, 11)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.295, Ölçme ve Değerlendirme2, 12)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.296, Ölçme ve Değerlendirme 2,13)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.297, Ölçme ve Değerlendirme 2, 23)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.297, Ölçme ve Değerlendirme 2, 26)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.298, Ölçme ve Değerlendirme 2, 28)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.298, Ölçme ve Değerlendirme 2, 29)
KDK	2021 yılında kullanılan ders kitabı (s.298, Ölçme ve Değerlendirme 2, 30-31-32)