



T.C

TOKAT GAZİOSMANPAŞA ÜNİVERSİTESİ

LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

**TÜRKİYE’DE İSPAT KAVRAMI ÜZERİNE MATEMATİK
EĞİTİMİ ALANINDA HAZIRLANMIŞ LİSANSÜSTÜ TEZLERİN
YÖNELİMLERİNİN İNCELENMESİ: BİR ARAŞTIRMA SENTEZİ
ÇALIŞMASI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Elif Ceren SAKALLI DOĞRU

TOKAT – 2022



T.C

TOKAT GAZİOSMANPAŞA ÜNİVERSİTESİ

LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

**TÜRKİYE’DE İSPAT KAVRAMI ÜZERİNE MATEMATİK
EĞİTİMİ ALANINDA HAZIRLANMIŞ LİSANSÜSTÜ TEZLERİN
YÖNELİMLERİNİN İNCELENMESİ: BİR ARAŞTIRMA SENTEZİ
ÇALIŞMASI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Elif Ceren SAKALLI DOĞRU

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Adem EROĞLU

TOKAT - 2022

ETİK SÖZLEŞME

Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre, Dr. Öğr. Üyesi Adem EROĞLU danışmanlığında hazırlamış olduğum “Türkiye’de İspat Kavramı Üzerine Matematik Eğitimi Alanında Hazırlanmış Lisansüstü Tezlerin Yönelimlerinin İncelenmesi: Bir Araştırma Sentezi Çalışması” adlı Yüksek Lisans tezinin bilimsel etik değerlere ve kurallara uygun, özgün bir çalışma olduğunu, aksinin tespit edilmesi halinde her türlü yasal yaptırımını kabul edeceğimi beyan ederim.

.../.../...

Elif Ceren Sakallı Doğru

İmza

JÜRİ KABUL VE ONAY



TEŞEKKÜR

Tez yazma sürecimin her aşamasında desteğini benden esirgemeyen danışman hocam Sayın Dr. Öğretim Üyesi Adem EROĞLU'na çalışmama verdiği katkılarından dolayı çok teşekkür ederim. Tezimi yazarken verdikleri fikirleri ve dönütleriyle her zaman yanımda olan sayın hocalarım Doç. Dr. Zülfıye ZEYBEK ŞİMŞEK, Dr.Öğr. Üyesi Nurullah YAZICI ve Dr. Öğr. Üyesi Handan DEMİRCİOĞLU'na teşekkür ederim. Yüksek lisans eğitimim boyunca ders aldığım tüm hocalarıma bana kattıkları bilgi ve deneyimler için teşekkür ederim.

Zorlu ve uzun tez yazma sürecinde yardımlarını ve desteklerini benden esirgemeyen çok sevgili arkadaşlarım Hatice TOPUZ, Furkan TOPUZ, Betül ÇİFTÇİ, Mehmet Furkan ÇEKLİ ve Abdurrahman BURAK'a çok teşekkür ederim.

Eğitim hayatımın her aşamasında destekleriyle her zaman yanımda olan, annem Belma SAKALLI, babam Halil SAKALLI ve kardeşim Kadir Berk SAKALLI'ya çok teşekkür ederim.

Her kararında yanımda duran, desteklerini benden esirgemeyen, tüm sabrıyla süreç boyunca beni dinleyen, fikir veren yol arkadaşım biricik eşim Emrah DOĞRU'ya çok teşekkür ederim.

Ve varlığıyla canıma can katan oğlum, varlığının bana verdiği gücü kelimelerle anlatamam... Aramıza katılacağın günü sabırsızlıkla bekliyorum...

ÖZET

TÜRKİYE’DE İSPAT KAVRAMI ÜZERİNE MATEMATİK EĞİTİMİ ALANINDA HAZIRLANMIŞ LİSANSÜSTÜ TEZLERİN YÖNELİMLERİNİN İNCELENMESİ: BİR ARAŞTIRMA SENTEZİ ÇALIŞMASI

Sakallı Doğru, Elif Ceren

Yüksek Lisans, Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Tez Danışmanı: Dr. Adem Eroğlu

Eylül, 2022, xiii + 81 sayfa

Bu çalışma, matematik eğitimi alanında ispat kavramı ile ilgili lisansüstü tezlerin yönelimlerini belirlemek için yapılmış bir araştırma sentezi çalışmasıdır. Çalışma, 2010 ve 2022 yılları arasında yapılan tezleri kapsamaktadır. Çalışma için Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi’nden “ispat, kanıt ve proof” anahtar kelimeleriyle tarama yapılmıştır. Bu tarama sonucunda 76 tez araştırmaya dâhil edilmiştir. Çalışma, nitel araştırma yöntemlerinden araştırma sentezi yöntemi ile yürütülmüş olup veri toplama yöntemi olarak doküman inceleme yapılmıştır. Tezleri sınıflandırmak için kullanılan veri toplama aracı literatür taranarak araştırmacı tarafından oluşturulmuştur. Kullanılan veri toplama aracında araştırmanın alt problemleri kullanılmıştır. Veri toplama aracında tezlerin “yılı, türü, dili, üniversitesi, amacı, örneklem türü, örneklem büyüklüğü, araştırma yöntemi, veri toplama aracı ve sonucu” bilgilerine yer verilmiştir. Sınıflandırılan tezlerden elde edilen veriler tablo haline getirilmiş, frekans ve yüzde değerleri verilerek sunulmuştur. Yıllara göre dağılımlarında en fazla tezin 2017 ve 2019 yıllarında yayınlandığı görülmüştür. İncelenen tezler örneklem grubu olarak en fazla öğretmen adaylarını tercih etmişlerdir. En az kullanılan örneklem grubu ise doküman incelemesidir. Tezlerin sıklıkla küçük örneklem gruplarını tercih ettiği (0-40 kişi arası örneklem grubu) görülmüştür. İncelenen tezler, en fazla nitel yöntemlerden durum çalışması modelini kullanmışlardır. Veri toplama aracı olarak en fazla görüşme tekniği kullanılmıştır. İncelenen tezlerden elde edilen sonuçlara bakıldığında, tezlerin büyük bir kısmında katılımcıların ispat yapma konusunda zorluklar yaşadığı görülmektedir. İspat yapma sürecinde sınırlılık, ispata yönelik kavramsal bilgilerde eksiklik, ispat kavramının öneminin farkında olmama ve matematiksel dili iyi kullanamama

karşılaşılan zorluklara örnek olarak verilebilir. Sıklıkla ifade edilen bir diğer sonuç ise öğrenme ortamlarının ve öğretim uygulamalarının ispat yapma sürecine pozitif yönde etkili olmasıdır.

Anahtar Kelimeler: İspat, Matematik Eğitimi, Araştırma Sentezi, Lisansüstü Tez



ABSTRACT

INVESTIGATION OF THE TENDENCIES OF GRADUATE THESES PREPARED IN THE FIELD OF MATHEMATICS EDUCATION ON THE CONCEPT OF PROOF IN TURKEY: A RESEARCH SYNTHESIS STUDY

Sakallı Doğru, Elif Ceren

Master Degree, Mathematics

Thesis Advisor: Dr. Âdem Eroğlu

September, 2022, xiii + 81 pages

This study is a research synthesis study conducted to determine the tendencies of postgraduate theses related to the concept of proof in mathematics education. The study covers the theses made between 2010 and 2022. For the study, the keywords “ispat, kanit, and proof” were searched from the National Thesis Center of the Council of Higher Education. After this screening, seventy-six theses were included in the research. The study was carried out with the research synthesis method, one of the qualitative research methods, and document analysis was used as a data collection method. The data collection tool used to classify the theses was created by the researcher by scanning the literature. The sub-problems of the research were used in the data collection tool. In the data collection tool, the information of “year, type, language, university, purpose, sample type, sample size, research method, data collection tool and result” of the theses were included. The data obtained from the classified theses were tabulated and presented by giving frequency and percentage values. In the distribution by years, it was seen that most theses were published in 2017 and 2019. The theses examined mostly preferred the pre-service teachers as the sample group. The least used sample group is document analysis. The observed theses often prefer small sample groups (sample groups of 0-40 people). They examined mostly used the case study model, one of the qualitative methods. They used the interview technique the most as a data collection tool. When we look at the results obtained from the theses examined, we saw that the participants have difficulties in proving most of the theses. Limitations in the process of proof, lack of conceptual knowledge about proof, not being aware of the importance of the concept of proof, and not using mathematical language well are examples of difficulties encountered. Another frequently expressed result is that

learning environments and teaching practices have a positive effect on the proof-making process..

Keywords: Proof, Mathematics Education, Research Synthesis, Graduate Thesis



İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ETİK SÖZLEŞME.....	i
JÜRİ KABUL VE ONAY	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	vi
İÇİNDEKİLER	viii
TABLO LİSTESİ.....	xi
ŞEKİL LİSTESİ.....	xii
KISALTMALAR.....	xiii
BÖLÜM I.....	1
GİRİŞ	1
Problem Durumu	1
Araştırmanın Amacı	3
Araştırmanın Önemi.....	4
Problem Cümlesi ve Alt Problemler	5
Araştırmanın Sayıtları	6
Araştırmanın Sınırlılıkları	6
Tanımlar	6
BÖLÜM II	8
KAVRAMSAL ÇERÇEVE.....	8
İspat Kavramına Farklı Bakış Açıları	8
İspatın Önemi, Ulusal ve Uluslararası Düzeyde İspatın Yeri	10
İspat Yöntemleri.....	13
Doğrudan İspat	13
Dolaylı İspat	13

Olmayana Ergi Yöntemi	13
Çelişki Bulma Yöntemi	14
Aksine Örnek Verme	14
Matematiksel Tümevarım	14
Durumlara Dayalı İspat	14
Hipotezin Doğası Gereği Bilinen İspat	15
Aşıkâr İspat	15
Sözsüz İspat	15
Çift Sütun İspat	15
İspatın Fonksiyonları	16
İspat Yapma Düzeyleri	19
İspat Şemaları	20
Dışsal İspat Şemaları	21
Otoriter İspat Şeması	21
Ritüel (Alışkanlık Edinilmiş) İspat Şeması	21
Sembolik İspat Şeması	21
Deneysel İspat Şemaları	22
Algısal İspat Şeması	22
Temel Örnekler İspat Şeması	22
Analitik İspat Şemaları	22
Dönüşümsel İspat Şeması	22
Aksiyomatik İspat Şeması	23
İspat Yaparken Karşılaşılan Zorluklar	23
BÖLÜM III	26
YÖNTEM	26
Araştırma Deseni	26
Araştırmanın Veri Grubu ve Veri Toplama Süreci	26

Veri Toplama Araçları	29
Verilerin Analizi.....	30
BÖLÜM IV	32
BULGULAR.....	32
Tezlerin Yıllara Göre Dağılımları	32
İncelenen Tezlerin Türlerine Göre Dağılımları.....	34
İncelenen Tezlerin Dillere Göre Dağılımları	35
İncelenen Tezlerin Çalışılan Üniversiteye Göre Dağılımları	36
İncelenen Tezlerin Amaçlarına Göre Dağılımları	38
İncelenen Tezlerin Kullanılan Araştırma Yöntemlerine Göre Dağılımları.....	40
İncelenen Tezlerin Çalışılan Örneklem Türüne Göre Dağılımları.....	42
İncelenen Tezlerin Örneklem Büyüklüğüne Göre Dağılımları	44
İncelenen Tezlerin Veri Toplama Araçlarına Göre Dağılımları	46
İncelenen Tezlerin Sonuçlarına Göre Dağılımları	48
BÖLÜM V	50
TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER	50
Tartışma ve Sonuç	50
Öneriler	58
KAYNAKÇA.....	59
EKLER.....	73
Ek 1. Çalışmada Kullanılan Tezlerin Listesi.....	73
Ek 2. Öz Geçmiş	81

TABLO LİSTESİ

	Sayfa
Tablo 1. Tezlerin Yıllara Göre Dağılımları	32
Tablo 2. Tezlerin Türlerine Göre Dağılımları	34
Tablo 3. Tezlerin Kullanılan Dillere Göre Dağılımları	35
Tablo 4. Tezlerin Çalışıldığı Üniversitelere Göre Dağılımları	36
Tablo 5. Tezlerin Amaçlarına Göre Dağılımları	38
Tablo 6. Tezlerin Araştırma Yöntemlerine Göre Dağılımları	40
Tablo 7. Tezlerin Örneklem Türüne Göre Dağılımları	42
Tablo 8. Tezlerin Örneklem Büyüklüğüne Göre Dağılımları	44
Tablo 9. Tezlerin Veri Toplama Araçlarına Göre Dağılımları	46
Tablo 10. Tezlerin Sonuçlarına Göre Dağılımları	48

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 1. Araştırma Sentezinin Basamakları	28
Şekil 2. Tezlerin Yıllara Göre Dağılımları	33
Şekil 3. Tezlerde Kullanılan Örneklem Büyüklükleri	45



KISALTMALAR

CCSSI (Common Core State Standarts Initiative): Ortak Çekirdek Devlet Standartları Girişimi

MEB: Millî Eğitim Bakanlığı

NCTM (National Council of Teachers of Mathematics): Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi

TDK: Türk Dil Kurumu

YÖK: Yükseköğretim Kurulu



BÖLÜM I

GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın problem durumu, alt problemleri, amacı, önemi, sayıtları, sınırlılıkları ve tanımlara yer verilmiştir.

Problem Durumu

İnsanları diğer canlılardan ayıran en önemli özellik düşünebilme yeteneğidir. Düşünebilme, bir diğer adıyla muhakeme yapma özelliği sayesinde insanlar olaylar hakkında çıkarımda bulunabilir ve yorum yapabilir. Şüphesiz ki bireylerin düşünme özelliğini geliştiren en önemli disiplinlerden biri matematiktir (Umay, 2003).

Matematiğin sözlük tanımına bakacak olursak, “Aritmetik, cebir, geometri gibi sayı ve ölçü temeline dayanarak niceliklerin özelliklerini inceleyen bilimlerin ortak adı” tanımıyla karşılaşırız (Türk Dil Kurumu [TDK], 2022). Matematik düşünme alışkanlığı, düşünmeyi öğrenme biçimidir (Baki, Güven ve Karataş, 2002). Matematiğin en önemli amaçlarından biri sorgulayan yani neden, nasıl sorularını soran ve bunlara cevap arayan yani muhakeme yeteneği yüksek bireyler yetişmesine destek olmaktır (Altıparmak ve Öziş, 2005). Diğer çalışma alanlarına göre matematiğin kendine has etkinlikleri vardır. Bu etkinlikler problem kurma, problem çözme, sembol kullanma, genellemeler yapma ve kanıtlama gibi süreçleri içerir (Baki, 2014). Matematik güçlü bir iletişim aracı olmakla birlikte kendine has dili olan bir sistemdir (Uğurel, 2010). Bu sistemin esas iki parçası muhakeme ve ispattır (Schoenfeld, 1994).

İspat matematiğin yadsınamayacak öneme sahip bir parçası, bir düşünme sistematığıdır (Üstüngün, 2020). TDK’ya (2022) göre ispat “Tanıt ve kanıt göstererek bir şeyin gerçek yönünü ortaya çıkarma, kanıtlama, tanıtlama, tanıt” olarak tanımlanmıştır (TDK, 2022). National Council of Teacher of Mathematics’e [NCTM] (2000) göre ispat kavramı, bireyin akıl yürütme faaliyetlerini kurallarına uygun bir biçimde gerekçelendirerek ifade etmesi olarak tanımlanmıştır. Stylianides’e (2007) göre ispat, matematiksel bir iddianın doğruluğunu ya da yanlışlığını ortaya koymak üzere birbiriyle bağlantılı savlar dizisidir. Hersch (1993), ispatı bir olayın ya da durumun doğru olup olmadığının denemesi olarak tanımlamıştır. Literatürde farklı tanımlar olsa

da ispat bir ifadenin doğru ya da yanlış olduğunu matematiksel kurallar çerçevesinde gösterme işlemidir diyerek ortak bir tanımlamadan bahsedebiliriz.

Merak duygusu insanların gelişiminin anahtarıdır. Merak eden, araştıran, sorgulayan bireyler elde ettiği bilgileri kendilerine ve etrafındaki insanlara kabul ettirme eğilimindedir. Bu durum da ispatlama becerisinin gerekliliğini ortaya koymaktadır (Üstüngün, 2020). İspat kavramı yalnızca matematik dersi özelinde karşımıza çıkmaz. Bulunduğu konu alanına göre farklı anlamlar içerebilir. Hukuk alanındaki bir durumda deliller, fen bilgisi alanında deney ve gözlem matematik alanında ise delil ve test edilebilen bilgidir çok daha fazlasını içermektedir (İskenderoğlu, 2010). Farklı bilim alanlarındaki nihai amaç bilimsel bilginin doğru olup olmadığını ispatlamaktır (Dede ve Karakuş, 2014). Bir matematikçi için bir bilginin yalnızca doğru ya da yanlış olması değil doğru ya da yanlışlığın nedeni de önemlidir (Hanna, 2000). Bu sayede öğrenciler kavramları daha iyi öğrenip matematiksel düşünme becerilerini geliştirebilmektedirler. İspat sayesinde matematiksel bilgi formülize edilir ve bulgular sistematikleştirilir (Hanna, 1990).

Çağa ayak uydurmak isteyen ülkeler daha başarılı nesiller yetiştirmek için zamanla öğretim programlarında yenilikler yapmaktadırlar (İlhan ve Arslaner, 2019). Ülkemizde matematik öğretim programı belli yıllarda güncellemelere uğramıştır. 2018 yılında yapılan öğretim programı güncellemesinde ispat kavramından direkt olarak bahsedilmese de “kanıta dayalı sonuçlar üretmek” (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018, s. 6) ifadesi kullanılmıştır. MEB’in 2018 yılında yaptığı güncellemeler sonucunda ispat kavramına daha fazla önem verilmeye ve tüm yaş gruplarında anaokulundan lise sona kadar öğrenci seviyelerine göre ispat eğitimin bir parçası olmalıdır düşüncesi kabul edilmeye başlanmıştır (Turan, 2019). Ulusal düzeyde, güncellenen öğretim programlarıyla yakalanmaya çalışılan güncel eğilim ispat, aynı zamanda uluslararası alanda değer gören bir kavramdır. Uluslararası düzeyde de önemli bir yere sahip olan NCTM (2000) ispatın tüm sınıf seviyelerinde önemini vurgulamaktadır. Ortak Çekirdek Devlet Standartları Girişimi (Common Core State Standards Initiative) [CCSSI] (2010), bireyin bir matematiksel ifadeyi doğruluğunu gösterme veya matematiksel bir kuralı doğru bir şekilde gerekçelerine uygun açıklama becerisidir diyerek ispat kavramının önemine vurgu yapmıştır. Bu bilgiler doğrultusunda ispat kavramının önemi yadsınamaz demek yanlış olmayacaktır. Güncellenen öğretim programında üst düzey

becerilerden (problem çözme, ilişkilendirme, akıl yürütme, iletişim) gibi (MEB, 2018) bahsedilmiş olsa da ispat kavramına doğrudan yer verilmemesi altı çizilmesi gereken bir noktadır (Aylar, 2014). NCTM (2000), tüm yaş seviyelerinde ispatın önemini vurgularken güncellenen öğretim programımızda ispat kavramına doğrudan yer verilmemesi ispat kavramının matematik eğitimindeki öneminin tam olarak anlaşılmamış olabileceği sorununu ortaya koymaktadır (Öztürk ve Demirel, 2022).

Yapılan bu çalışma araştırma sentezi yöntemini kullanarak ispat kavramı ile ilgili çalışmaların yılını, türünü, dilini, çalışma yapılan üniversiteyi, amaçlarını, kullandıkları yöntemleri, örneklemelerini ve örneklem büyüklüklerini, kullandıkları veri toplama araçlarını ve sonuçlarını detaylı olarak analiz edeceğinden bu konuda çalışma yapmak isteyen araştırmacılara alan yazındaki dağılımı göstermesi açısından önem arz etmektedir. Araştırma sentezleri, literatürde tutarlı ya da tutarsız sonuçları açıklaması sebebiyle bilimsel çalışmaların vazgeçilmez parçasıdır (U. Üstün, 2012). Araştırma sentezi bir konu hakkındaki genel sonuçları özetler (Üstün ve Eryılmaz, 2014). Bu çalışmalar araştırmacılara sonuçları bir bütün halinde sunduğundan literatürdeki eksik ve boşlukları göstermekte ve yeni araştırmalara ışık tutmaktadır.

Araştırmanın Amacı

Matematik ve matematik eğitiminin temel taşlarından birisi de ispattır (Üstüngün, 2020). Bu noktada ispat kavramının önemi yadsınamaz. Değişen dünya, gelişen teknoloji, ülkeleri eğitim sistemlerini geliştirip düzenlemeye yönlendirmektedir. Güncellenen eğitim programları akıl yürüten, sorgulayan, işlemler arasındaki örüntüyü fark edebilen öğrenciler yetiştirmek istemektedir (MEB, 2018). İspat kavramının tüm yaş gruplarının eğitimiyle özdeşleşmesine ihtiyaç duyulmaktadır (NCTM, 2000). Değişen ihtiyaçlar eğitim programlarında güncellenmesine, ispat kavramının öneminin artmasına neden olmuştur. Bu nedenlerden son yılların sıklıkla çalışılan konusu olan ispatın matematik eğitiminde yeri git gide güçlenmektedir.

Bu araştırmanın amacı, “2010-2022 yılları arasında Türkiye’de matematik eğitimi alanında hazırlanmış ispat kavramı ile ilgili lisansüstü tezlerin yönelimleri nasıldır?” sorusunun cevabını ararken yapılmış çalışmaların yönelimlerini tespit etmektir. Araştırma sentezi, bilimsel bilginin birikimli yapısı gereği literatürde oluşan tutarlı ve tutarsız yanlara ışık tutan yeni çalışmaların önünü açan bir yöntemdir (Üstün

ve Eryılmaz, 2014). Bu çalışmada da literatürdeki yığılma ve boşluklar belirtilerek yeni araştırmacıların önünü açmak hedeflenmiştir.

Araştırmanın Önemi

İspat kavramının matematiğin ve matematik öğrenmenin merkezinde yer aldığı birçok matematik eğitimcisi ve matematikçi tarafından hem fikir olunan bir konudur (Hanna, 2000; Harel ve Sowder, 1998; Ko, 2010; Tall, 1991). Son yıllarda ulusal ve uluslararası literatürde ispat konusunda yapılan çalışmaların artış göstermesi matematik eğitiminde ispat kavramının öneminin git gide arttığının göstergesidir (Karakuş, Erşen ve Ocak, 2017). Matematiğin ezberden uzak kalıcı bir şekilde öğrenilmesi ispat ile mümkündür (Öztürk ve Demirel, 2022). Kavramları anlama, nedenleri ve sonuçlarını açıklama ve var olan ilişkileri ortaya koyma ispat ile sağlanır (Dinamit, 2020)

NCTM (2000), ispat kavramının öneminin altını çizerek akıl yürütme ve ispat standartlarıyla ilgili tüm yaş grubundaki (seviyedeki) öğrencilerin “İspat ve matematiksel muhakeme kavramının matematiğin merkezinde olduğunu anlama, matematiksel varsayımlar yapma ve bu varsayımların doğruluğunu araştırma, matematiksel argümanlar ve ispatlar geliştirme ve doğruluklarını araştırma, farklı akıl yürütme ve ispat türlerini ve yöntemlerini bilme ve kullanma” (NCTM, 2000, s. 56) hedeflerini gerçekleştirmelerini sağlayan imkânlarla karşılaşmaları gerektiğini ifade etmişlerdir. Ortaöğretim matematik dersi genel amaçlarından biri bireylerin matematiksel düşünme becerisi kazanmalarınıdır (MEB, 2018). İspat matematiksel düşünmenin alt bileşenlerinden biridir. Hanna (2000) bir öğrenci ispatı öğrenmemişse matematik öğrendiğinden bahsedemeyiz diyerek ispatın matematik için önemini belirtmiştir.

İlgili literatür incelendiğinde matematiksel ispat kavramı çalışan araştırmaların sınıflandırıldığı iki çalışma görülmüştür. Öztürk, Akkan, Kaleli-Yılmaz ve Kaplan’ın (2015) yaptığı çalışmada 2012-2015 yılları arasındaki ortaokul öğretmenleri ve öğrencileri ile çalışma yapılan, yalnızca nitel yöntem kullanılmış olan ulusal ve uluslararası lisansüstü tezleri incelemişlerdir. Bir diğer çalışma olan Öztürk ve Demirel’in (2022) çalışması ise Türkiye’de ispat çalışmalarını sistematik derleme yöntemiyle analiz edip ispat çalışılan tezlerin eğilimlerini ortaya çıkarmaktadır. Öztürk ve Demirel’in (2022) çalışmasında tezler beş boyutta (çalışmanın yılı, amacı,

yaklaşımı/yöntemi, örnekleme ve veri toplama araçları) incelenmiştir. Bu çalışma 2010-2022 yılları arasındaki matematik eğitimi alanında ispat çalışılan lisansüstü tezleri inceleyeceğinden Öztürk ve diğerlerinin (2015) çalışmasına göre yıl bakımından ve nitel, nicel ve karma yöntemle yapılan tüm çalışmaları dâhil etmesiyle ayrılmaktadır. Bu çalışma tezleri 10 boyutta (yıl, tür, dil, çalışma yapılan üniversite, amaç, örneklem türü, örneklem büyüklüğü, araştırma yöntemi, veri toplama araçları ve araştırmanın sonuçları) incelemesiyle Öztürk ve Demirel'in (2022) çalışmasından ayrışır. Çalışmanın dil sınırlaması yoktur. Son yıllarda ülkemizde yapılan lisansüstü çalışmaların tercih edilen kavramlardan biri de ispattır. Yükseköğretim Kurulu [YÖK] Ulusal Tez Merkezi veri tabanından “ispat”, “kanıt” ve “proof” anahtar kelimeleriyle yapılan aramada 2010 yılından önce matematik eğitiminde ispat alanında yapılan çalışma sayısı 6’dır. 2005 yılındaki öğretim programı güncellemesinde, alana özgü akıl yürütme kavramına vurgu yapılması (Özmantar, Ağaç, Yılmaz ve Özbey, 2020) akıl yürütme ve ispat çalışmalarının önünü açmaya destek olmuştur. Gerek uluslararası yenilikler (NCTM, 2000; CCSSI, 2010), gerekse ülkemizde yapılan güncellemeler ışığında matematik eğitiminde ispat konusunda yapılan çalışmalar 2010 yılından itibaren artış göstermiştir. Bu sebeple yapılmak istenen bu çalışmada yıl sınırı olarak 2010-2022 yılları arası alınmıştır. Yapılmak istenen bu çalışma ile ülkemizde matematik eğitiminde ispat kavramı çalışılmış tezlerin yönelimleri aşağıda verilen problem ve alt problemler çerçevesinde incelenmesi planlanmıştır. Elde edilen veriler tablolar yardımıyla açıklanarak tezlerin nasıl bir eğilimde olduğu geniş bir şekilde ortaya koyulacaktır. Bu araştırmanın yeni çalışma yapmak isteyen araştırmacılar için yol gösterici olması hedeflenmektedir.

Problem Cümlesi ve Alt Problemler

Bu çalışmanın problem cümlesi “2010-2022 yılları arasında Türkiye’de matematik eğitimi alanında hazırlanmış ispat kavramı çalışılmış lisansüstü tezlerin yönelimleri nasıldır?” şeklindedir. Alt problemler ise aşağıdaki gibidir.

Matematik eğitiminde ispat kavramı çalışılmış tezlerin,

1. Yıllara göre dağılımı nasıldır?
2. Yüksek lisans-doktora dağılımı nasıldır?
3. Çalışma yapılan dillere göre dağılımı nasıldır?

4. Çalışılmanın yapıldığı üniversiteye göre dağılımları nasıldır?
5. Amaçlarına göre dağılımları nasıldır?
6. Araştırma yöntemleri nasıldır?
7. Çalışılan örneklem türüne göre dağılımı nasıldır?
8. Çalışılan örneklem büyüklüğüne göre dağılımları nasıldır?
9. Kullanılan veri toplama araçlarına göre dağılımları nasıldır?
10. Araştırmaların sonuçlarına göre dağılımları nasıldır?

Araştırmanın Sayıtları

1. Araştırma için incelenen tezlerin, çalışmayı örneklemesi açısından yeterli olduğu varsayımında bulunulmuştur.

Araştırmanın Sınırlılıkları

1. Bu çalışma YÖK Ulusal Tez Merkezi veri tabanında 2010-2022 yılları arasında yayınlanan tam metnine erişilen tezlerle sınırlıdır.
2. Araştırma için son tarama 15.08.2022 tarihinde yapılmıştır. Bu tarihe kadar yayınlanan tezlerle sınırlıdır.

Tanımlar

İspat: İspat matematiksel bir argümandır. Matematiksel bir iddianın lehine ya da aleyhinde sonuçlanmasını sağlayan aşağıda verilmiş karakteristik özelliklere sahip iç içe geçmiş iddialar dizisidir (Stylianides, 2007).

- Dayanak (Foundatin): Sınıf toplumu tarafından doğru olarak kabul edilmiş ve herhangi başka bir kanıta ihtiyaç duyulmayan matematiksel ifadeler (teoremler, formüller, postülatlar, aksiyomlar, tanımlar vs.) kullanır.
- Formüle etme (Formulation): Sınıf toplumu tarafından bilinen ve geçerli olan veya sınıf toplumunun kavramsal erişim sınırları içerisindeki muhakeme biçimlerini (argümantasyon modları) kullanır.
- Sunuş ve Sosyal boyut (Representation and Social Dimension): İletişimde sınıf toplumu tarafından bilinen ve toplumun yapısına uygun olan veya sınıf toplumunun kavramsal erişim sınırları içerisindeki ifade etme biçimlerini (argümantasyon sunum modları) kullanır (Stylianides, 2007, s. 291).

İspatlama: “Kişinin gözleminin doğruluğu hakkında şüpheleri ortaya çıkarmak veya ortadan kaldırmak için ortaya koyduğu süreçtir.” (Harel ve Sowder, 1998, s. 241).

Muhakeme: “Sonuçlardan, yargılardan, gerçeklerden ya da önermelerden bir sonuç çıkarma işlemi; önermeleri, yargıları bir kalıba bağlamak ve bunlardan emin olmaktır.” (Altıparmak ve Öziş, 2005, s. 27).



BÖLÜM II

KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde kavramsal çerçeve: İspat kavramına farklı bakış açıları, ispatın önemi, ulusal ve uluslararası düzeyde ispatın yeri, ispat yöntemleri, ispatın fonksiyonları, ispat yapma düzeyleri, ispat şemaları ve ispat yaparken karşılaşılan zorluklar başlıklarıyla açıklanacaktır.

İspat Kavramına Farklı Bakış Açıları

Merak, insanların gelişiminin anahtarıdır. Merak eden insan sorgular, araştırır ve yeni keşifler ortaya koyar. İnsanlar günlük yaşantısında keşfettiği şeylerin nedenleri ve sonuçlarını gerekçelendirerek ortaya koymaya, karşısındaki insanları ikna etmeye çalışır (Moralı, Uğurel, Türnüklü ve Yeşildere, 2006). Bunun sonucu olarak ispata ve ispatlama becerisine ihtiyaç duyulmaktadır (Üstüngün, 2020). İspat kavramı sosyal ihtiyaçlar (kendini ifade etme, düşüncelerini savunup başkalarını ikna etme) ve bilişsel ihtiyaçlara (kişinin matematiksel ilişkileri anlama, doğru ya da yanlışlığına karar verme yardımcı olmak için ortaya çıkmıştır (Harel ve Sowder, 2007). Matematiğin genellemeler yapılarak geliştirebilecek bir bilim olduğu bilindiğinden konu alanı genişledikçe ispat kavramının geliştiği ve önem kazandığı görülmektedir (Hersh, 2009). Eski kayıtlardan Babil dönemi incelendiğinde matematikte bir genelleme kaygısı olmadığı, aksiyomatik yapıya ise Yunan döneminde geçildiği görülmüştür (Harel ve Sowder, 2007). İspat kavramı bugün anladığımız yapısına Abel, Bolzano, Cauchy, Lagrange ve Weierstrass gibi matematikçiler tarafından 19. yüzyılda ulaşmıştır (Almeida, 2003).

NCTM (2000), ispat yapma kavramını akıl yürütme ve akıl yürütme sırasında ortaya çıkan gerekçelerin kurallarına uygun bir biçimde ifade edilmesi olarak tanımlamıştır. Matematikçiler bir ifadenin doğru olduğundan çok bu doğruluğunun gerekçeleriyle ilgilenirler (Altıparmak ve Öziş, 2005). Bir ifadenin açıklaması yapılırken nedenleri ve nasıllarıyla yani gerekçeleriyle öğretilmesi ezberden uzak bir öğretim gerçekleştirmek için gereklidir. Hızla gelişen bilim ve teknoloji, bireylerden beklenen rolleri de değiştirmiştir (MEB, 2018). MEB (2018), öğretim programında direkt olarak ispat kavramından söz etmemiş fakat muhakeme ve akıl yürütme

kavramlarının altını çizmiştir. Muhakeme bir diğer adıyla usavurma ya da akıl yürütme tüm faktörleri göz önüne alarak düşünüp akılcı bir sonuca ulaşmaktır (Umay, 2003). Matematiğin temelinde mantıksal muhakeme vardır (Turan, 2019) muhakeme ve onun alt kavramı olan ispat bu yüzden ön plana çıkmaktadır (Arslan, 2007).

Diğer çalışma alanlarına göre matematiğin kendine has etkinlikleri vardır. Bu etkinlikler problem kurma, problem çözme, sembol kullanma, genellemeler yapma ve kanıtlama gibi süreçleri içerir (Baki, 2014). Matematik doğası gereği, kendisine dâhil olan konuları öğretirken örüntüleri keşfetmeyi, akıl yürütmeyi, tahminlerde bulunmayı, gerekçelerle düşünüp sonuca ulaşmayı kazandırır (Umay, 2003).

İspatın yadsınamaz önemine karşın ispat nedir sorusuna farklı matematikçiler tarafından verilen tek bir yanıt yoktur (CaddwalladerOlsker, 2011). Farklı tanımlamalar ve görüşlerin olması ispat kavramının değişik bakış açılarıyla güçlenmesini sağlamaktadır (Sezen Yüksel, 2020). TDK'ya (2022) göre ispat kavramı “Tanıt ve kanıt göstererek bir şeyin gerçek yönünü ortaya çıkarma, kanıtlama, tanıtlama, tanıt” olarak tanımlanmıştır (TDK, 2022). İspat kavramına literatürde birçok tanımlama yapılmıştır. Bu tanımlar incelendiğinde matematiksel ispat kavramının iki grupta incelendiği görülmüştür. Bu gruplar matematiksel ispatın formal boyutu ve matematiksel ispatın sosyokültürel boyutudur (Arsac, 2007). Matematiksel ispatın formal boyutu, matematiksel bir ifadenin doğruluğunu ya da yanlışlığını göstermek için kullanılan kural, ifade ve açıklamaları gösterirken; sosyokültürel boyutu ise matematiksel ifadenin ispatının geçerliliği için kullanılan yöntem ve süreci kapsamaktadır (Dede ve Karakuş, 2014).

İspatı formal boyutun önemine vurgu yaparak tanımlayan araştırmacılar (A.Bell, 1976; Balacheff, 1988; Thurston,1994; Yıldırım, 2000) genel olarak doğruluğu daha önceden kabul edilmiş ya da ispatlanmış ifadelerle mantıksal sonuçlara varma süreci olarak tanımlamışlardır. Sonuca varmak bir amaç olsa da ispat yapma süreci başlı başına önem arz etmektedir. Bu tanımlar ispat yaparken oluşan süreci göz ardı etmektedir (Bieda, 2010). İspatın sosyokültürel boyutuna vurgu yapan tanımlar, ispatlama sürecini ispatı yapan sınıfın/topluluğun yapısını göz önüne alarak vurgular (Zeybek Şimşek, 2020a).

Harel ve Sowder (1998), ispatı bir süreç olarak nitelendirmiş olup bu sürecin de iki alt içerdiğine (tespit etme ve ikna etme) vurgu yapmıştır. Bieda (2010) ispatı kendine özgü argümantasyon şekli olan, matematiksel bir savın doğrulamak ya da yanlışlamak üzere kendi argümantasyon şeklini kullanarak oluşturulan bir süreç olarak tanımlamıştır.

Jahnke (2010), ispatı üç sınıf seviyesine göre ayırmıştır. Bunların ilki 1-7. Sınıf arasını kapsayan resmi olmayan “preformal ispat” ispatları kapsar. 7-12.sınıf arasını kapsayan kısmı yalnızca tümdengelimle ispat yapmayı kapsar. Üçünü kısım ise 12. sınıf ve üzeri yüksek öğrenim kademelerini kapsayan matematik teoremlerine dayalı yapılan ispattır. Matematikçilerin kullandıkları düzey üçüncü kısımdaki sınıf seviyesidir.

Stylianides’a (2007) göre ispat matematiksel bir argümandır. Matematiksel bir iddianın lehine ya da aleyhinde sonuçlanmasını sağlayan aşağıda verilmiş karakteristik özelliklere sahip iç içe geçmiş iddialar dizisidir.

Sınıf toplumu tarafından doğru olarak kabul edilmiş ve herhangi başka bir kanıtı ihtiyaç duyulmayan matematiksel ifadeleri (kabul edilmiş ifadeler kümesi) kullanır. Sınıf toplumu tarafından bilinen ve geçerli olan veya sınıf toplumunun kavramsal erişim sınırları içerisindeki muhakeme biçimlerini (argümantasyon modları) kullanır. İletişimde sınıf toplumu tarafından bilinen ve toplumun yapısına uygun olan veya sınıf toplumunun kavramsal erişim sınırları içerisindeki ifade etme biçimlerini (argümantasyon sunum modları) kullanır (Stylianides, 2007, s. 291).

Stylianides’in (2007) bu tanımı ispatın sosyokültürel yanına vurgu yapar. Özellikle sınıf topluluğuna hitap ettiğinin altını çizer. Bu çalışmada daha geniş bir kitleye hitap etmesi, yalnızca sonuca değil ispat yapma sürecine de önem vermesi sebebiyle bu ispat tanımı kullanılacaktır.

İspatın Önemi, Ulusal ve Uluslararası Düzeyde İspatın Yeri

Schoenfeld (2009), eğer problem çözme matematiğin kalbiyse ispat da onun ruhudur diyerek ispat kavramının matematikteki öneminin altını çizmiştir. İspatın önemi, matematik ve matematik eğitime yaptığı katkıdan anlaşılabilir. Matematiğin sistemli bir bilim haline gelmesinde, genellemeler yapılarak aksiyomatik yapının oluşmasının temelinde ispat vardır. Matematik ile uğraşan eğitimciler ve araştırmacılar ispat kavramının matematik derslerinde önemli bir yeri olması gereken temel etkinlik olduğu konusunda aynı fikre sahiptir (Weber, 2010). Tüm yaş gruplarına ispat etkinliklerinin entegre edilmesi gerektiğini söyleyen NCTM (2000) de bu fikri

desteklemektedir. Akıl yürütme ve ispatın ayrı bir süreç standardı olarak belirtilmesi de ispatın önemine vurgu yapar niteliktedir (NCTM, 2000).

Matematik eğitiminde formül ezberlemek yerini artık öğrencilerin bilgiyi kendisinin elde etmesine bırakmıştır (Çakır, 2021). Ezberden uzak bir öğretim için ispat çok etkili bir araçtır. Araştırmacılar tarafından ispatı yapılmış teoremler için alternatif ispat yollarının düşünülmesi, ispatın amacının yalnızca teoremlerin doğruluğunun gösterilmesi olmadığını düşündürmektedir (Aksoy, 2020). İspatın önemli olmasının sebebi bir durumun yalnızca sonucunu göstermek yerine matematiksel bağlantıları nedenleri de göstermesidir (Altıparmak ve Öziş, 2005; Dede ve Karakuş, 2014; Hanna, 2000).

Değişen ve gelişen dünya beraberinde neredeyse her gün güncellenen teknolojiyi getirmiştir. Teknolojinin gelişmesi matematiğin de daha fazla işin içine girmesine neden olmuştur. Ülkeler bu değişime ayak uydurmak için çeşitli eğitim reformları yapmışlardır. Ülkemizde 2018 yılında güncellenen matematik eğitim programının genel amaçlarında ve yetkinlikler bölümünde üst düzey beceriler olarak adlandırdığımız akıl yürütme ve kanıta dayalı sonuçlar üretmek kavramlarından bahsedilmiştir. Güncellenen matematik eğitim programının ispat kavramıyla ilişkilendirebileceğimiz kısımları aşağıda verilmiştir:

İlkokulu tamamlayan öğrencilerin gelişim düzeylerine ve kendi bireyselliğine uygun olarak ahlaki bütünlük ve öz farkındalık çerçevesinde, öz güven ve öz disipline sahip gündelik hayatta ihtiyaç duyacağı temel düzeyde sözel, sayısal ve bilimsel akıl yürütme ile sosyal becerileri ve estetik duyarlılığı kazanmış, bunları etkin bir şekilde kullanarak sağlıklı hayat yönelimli bireyler olmalarını sağlamak (MEB, 2018, s. 4).

Yukarıdaki paragrafta ortaöğretim programının genel amaçları çerçevesinde öğrencilere kazandırılmak istenen temel yetkinlikler belirtilmiştir. Burada ispat kavramı direkt olarak geçmese de ispat ile doğrudan ilişkili akıl yürütme kavramından bahsedilmiştir. Akıl yürütme yalnızca matematiksel bir beceri olarak değil de günlük hayatta da gerekli bir kazanım olduğu için temel yetkinlikler kısmında verilmiştir.

Matematiksel yetkinlik, günlük hayatta karşılaşılan bir dizi problemi çözmek için matematiksel düşünme tarzını geliştirme ve uygulamadır. Sağlam bir aritmetik becerisi üzerine inşa edilen süreç, faaliyet ve bilgiye vurgu yapılmaktadır. Matematiksel yetkinlik, düşünme (mantıksal ve uzamsal düşünme) ve sunmanın (formüller, modeller, kurgular, grafikler ve tablolar) matematiksel modlarını farklı derecelerde kullanma beceri ve isteğini içermektedir (MEB, 2018, s. 6).

Bilimde yetkinlik, soruları tanımlamak ve kanıta dayalı sonuçlar üretmek amacıyla doğal dünyanın açıklanmasına yönelik bilgi varlığına ve metodolojiden yararlanma beceri ve arzusuna atıfta bulunmaktadır. Teknolojide yetkinlik, algılanan insan istek ve ihtiyaçlarını karşılama bağlamında bilgi ve metodolojinin uygulanması olarak görülmektedir. Bilim ve teknolojide yetkinlik, insan etkinliklerinden kaynaklanan değişimleri ve her bireyin vatandaş olarak sorumluluklarını kavrama gücünü kapsamaktadır (MEB, 2018, s. 6).

Yukarıdaki iki paragrafta ise öğrencilere kazandırılması istenen yetkinlikler belirtilmiştir. İlk paragrafta matematiksel düşünmeyi geliştirmeden bahsedilmektedir. Düşünmeyi geliştiren en önemli yollardan biri matematik (Umay, 2003) matematiğin de temel etkinliklerinden biri ispat olduğundan dolayı yoldan ispat kavramının önemine vurgu yapılmıştır demek yanlış olmayacaktır. İkinci paragraftaki “...kanıta dayalı sonuçlar üretmek...” (MEB, 2018, s. 6) kısmı doğrudan ispat kavramı ile ilişkilidir. Güncellenen matematik dersi öğretim programında “problem çözme sürecinde kendi düşünce ve akıl yürütmelerini rahatlıkla ifade edebilecek, başkalarının matematiksel akıl yürütmelerindeki eksiklikleri veya boşlukları görebilecektir” (MEB, 2018, s. 9) ifadesi de bireylerin akıl yürütme becerisini yani ispat yapmasını kazandırmak amaçlandığının altını çizmektedir. Matematik eğitiminde ispat kavramı son yıllarda artan bir öneme sahiptir. Buradan hareketle matematik eğitiminde ispat önemli bir amaç haline gelmiştir. MEB’in 2018 yılında yaptığı güncellemeler sonucunda ispat kavramına daha fazla önem verilmeye başlanmış tüm yaş gruplarında anaokulundan lise sona kadar öğrenci seviyelerine göre ispat eğitimin bir parçası olmalıdır düşüncesi kabul edilmeye başlanmıştır (Turan, 2019).

Ülkemizde güncellenen öğretim programlarıyla yakalanmaya çalışılan güncel trend ispat, aynı zamanda uluslararası alanda da değer gören bir kavramdır. Uluslararası alanda ispat kavramının önemine çeşitli eğitim reformlarında yer verilmiştir (CCSSI, 2010; NCTM, 2000). Devlet Ortak Çekirdek Standartları (CCSSI), 2010) matematiksel muhakeme ve ispat etkinliklerini her yaş seviyesinde (anaokulundan lise son sınıfa kadar) soyut düşünme, uygulanabilir matematiksel argüman oluşturma, başkalarının argümanlarını kritik etme, açıklığa dikkat etme çağrısında bulunan “Matematik Uygulamaları için Standartlar” kabul ederek altını çizmiştir. Bunu destekler nitelikte NCTM (2000), matematik öğretiminde beş süreç standardından bahsetmektedir: Problem çözme, akıl yürütme ve ispat, iletişim, ilişkilendirme ve temsil. Bu standartlar matematik öğrenme alanının alt bileşenleri olarak değil sürecin tümünü destekleyen

parçalar olarak düşünölmelidir (Van de Walle, Karp ve Williams, 2016). Akıl yürütme ve ispat kavramının ayrı bir süreç olarak ele alınması matematik eğitiminde ispat kavramının önemini vurgular niteliktedir (A.Üstün, 2019).

Uluslararası matematik eğitimi toplulukları düzenledikleri organizasyonlarda ispat kavramının önemine vurgu yapmaktadırlar. Yalnızca ispat ve ispatlama kavramını konu edinen bilimsel organizasyonlar düzenlenmesi (örn. ICMI Study-19 Conference: Proof and Proving in Mathematics Education-2009) ispat kavramının önemi hakkında bize önemli bir veri sağlamaktadır (Uğurel ve Moralı, 2010; Aksoy ve Narlı, 2019). Bu bilgilerin ışığında söyleyebiliriz ki hem ulusal hem de uluslararası standartlarda matematiğın bireye kazandırmasını istediğımız beceri ispatla ilişkilidir. İspat becerisi gelişen birey muhakeme yeteneğı kazanır. Bu yeteneğı kazanabilen kişilerin günlük hayatta karşılaştığı problemleri çözmede daha başarılı olacağını söylemek de mümkün olacaktır. Bu bilgilerin ışığında öğrencilerin erken yaştan itibaren ispat ve akıl yürütme becerilerini geliştirmeye yönelik fırsatlar sunmak gerekliliğı ortaya çıkmaktadır (Uğurel, 2020).

İspat Yöntemleri

Literatürde birçok ispat yöntemi kullanılmasına karşın en fazla kullanılan yöntemlerin kısaca açıklamaları verilmiştir (Dede, 2015).

Doğrudan İspat

İspat çeşitleri içerisinde en temeli doğrudan ispattır (Dede, 2015). Bu ispat yönteminde $p \Rightarrow q$ şeklinde verilen bir teoremin ispatı için p önermesinin doğruluğı kabul edilir, diğer bilgiler kullanılarak q önermesinin doğruluğı gösterilmeye çalışılır (Akkaş, Hacısalihoğlu, Özel ve Sabuncuoğlu, 1988).

Dolaylı İspat

Olmayana Ergi Yöntemi

Bir teoremde $p \Rightarrow q$ önermesi ispatlanırken $(p \Rightarrow q) \equiv (q' \Rightarrow p')$ denklığı kullanılarak yapılan ispat yöntemidir (İrmak, 2008). İspatlanmak istenen ifadenin tersinin doğru olduğunun kabulü ile başlanan ve sonuç olarak kabul edilen bu durumun

yanlış olduğu bulunur (Çevik, 2010) yani $p \Rightarrow q$ önermesi ispatlanırken q önermesi yanlış ise p önermesinin de yanlış olduğu ortaya çıkarılır (Mishra, 2004).

Çelişki Bulma Yöntemi

Bu yönteme başlarken doğruluğunu göstermemiz istenen ifadenin yanlış olduğunun kabulü ile ispata başlanır (Albayrak Bahtiyari, 2010). $p \Rightarrow q \equiv (p \wedge q')'$ denkliği kullanılarak $p \Rightarrow q$ önermesini ispatlamak için $(p \wedge q') \equiv 0$ olduğu gösterilerek ispat tamamlanır (Irmak, 2008).

Aksine Örnek Verme

$(p \Rightarrow q)' \equiv (p \wedge q')$ denkleğinden faydalanarak $(p \wedge q') \equiv 1$ olacak şekilde yani, ispatlanması istenen durumda hipotezi doğru kabul ederek hükmüyle çelişkili sonuca varmayı sağlayacak en az bir örnek bulunmasıyla yapılmak istenen ispat tamamlanmış olur (Akkaş vd., 1988; Irmak, 2008).

Matematiksel Tümevarım

Her bir n doğal sayısı için $S(n)$ bir önerme olsun. Eğer:

i) $S(1)$ ifadesinin doğruluğu gösterilir.

ii) $n \geq 1$ olmak üzere $S(n)$ ifadesinin doğruluğu kabul edilerek $S(n+1)$ ifadesinin doğruluğu ispatlanır. $S(n+1)$ ifadesinin kabulüne tümevarım hipotezi denir (Dede, 2015).

Durumlara Dayalı İspat

$p \Rightarrow q$ koşullu önermesi ispatlanırken p önermesi durum sayısına göre birden fazla parçaya ayrılabilir. Her bir parçanın ispatlanmasına dayanan ispata durumlara dayalı ispat denir (Dede, 2015).

Hipotezin Doğası Gereği Bilinen İspat

$p \Rightarrow q$ koşullu önermesi ispatlanırken p önermesinin yanlış olduğu gösterilebiliyorsa q önermesinin doğruluğu ya da yanlışlığı fark etmeksizin $p \Rightarrow q$ koşullu önermesi doğrudur denir (Dede, 2015).

Aşikâr İspat

$p \Rightarrow q$ koşullu önermesi ispatlanırken eğer q önermesinin doğruluğu gösterilebilirse p önermesinin doğruluğu ya da yanlışlığı fark etmeksizin $p \Rightarrow q$ koşullu önermesi doğrudur denir (Dede, 2015).

Diğer ispat yöntemlerine göre daha az kullanılan yöntemler olsa da incelenen tezlerde olması sebebiyle sözsüz ispat ve çift sütun ispat tanımlarına da yer verilmiştir.

Sözsüz İspat

Bir formal ispatı yaparken kelime kullanmaksızın ispatı örneklerle açıklayan matematiksel çizime denir (Bell, 2011).

Çift Sütun İspat

T şeklinde iki sütundan oluşan tablosu olan, tablonun bir tarafı verilenler diğer tarafı istenenler olmak üzere sol sütunda verilenlere dayalı, birbiriyle ilişkili ve kademeli olarak ilerleyen ispat yapma şeklidir (Karahan, 2013).

Matematiğin ilgilendiği en önemli işlerden biri ispat yapmaktır (Dede, 2015). İspat yapmak için birçok yöntem olmasına karşın önemli olan öğrencilerin ispatı anlayabilecekleri türde bir yöntem kullanmaktır (Yılmaz, 2015). NCTM (2000) de akıl yürütme ve ispat sürecinin geliştirilmesi için “çeşitli akıl yürütme tiplerini bilmeli ve sınama sürecinde gerekli ispat yöntemlerini seçip kullanabilmeli” diyerek ispat yöntemlerinin öğrenilmesinin önemine vurgu yapmıştır. Öğrencilerin ispat süreçlerini incelemek için ispat yöntemlerini ne kadar bildikleri de incelenmelidir (Barak, 2018). İspat yöntemleri konusunda eksikleri olan bir öğrenciden formal bir ispat yapmasını beklemek mantıklı olmayacaktır. Bu sebeple öğrencilerin ispat yapma becerilerinin artması için kavramsal bilgi eksiklerinin tamamlanması olumlu yönde etki edecektir.

İspatın Fonksiyonları

Yapılan araştırmalar ispatın farklı ya da benzer işlevlerine vurgu yapsalar da ispatın matematik eğitimindeki yeri ve önemi konusunda çalışmaların aynı fikirde olduğu söylenebilir (Aksoy ve Narlı, 2019). İspatlanmak istenen bir teoremin neden doğru olduğunun gösterilmesi, keşfetmenin önünü açar (Hanna, 2000). Matematik eğitimcilerinin en önemli görevlerinden biri ispat kavramının fonksiyonlarını öğrencilere aktarmaktır (Hanna, 2000). İspatın fonksiyonlarını araştıran birçok araştırmacı vardır (A.Bell,1976; de Villiers, 1990, 1999; Hanna ve Jahnke, 1996; Hanna, 2000). Hanna (2000) bu çalışmaları geliştirerek ispatın işlevlerini aşağıdaki gibi özetlemiştir.

1-doğrulama (verification): Bir ifadenin doğruluğunu belirtme, 2- açıklama (explanation): Bir ifadenin neden doğru olduğunu belirtme, 3- keşfetme (discovery): Yeni sonuçların keşfi ya da inşası, 4-iletişim (communication): Matematiksel bilginin aktarılması, 5- sistematikleştirme (systematisation): Çeşitli sonuçların tümdengelimli şekilde düzenlenmesi, 6-araştırma (exploration): Bir tanımın anlamının veya bir tanımın sonuçlarının araştırılması, 7-inşa etme (construction): Ampirik bir teoriyi inşa etmek ve üzerinde çalışılabilecek yeni teorilerin ortaya konması, 8- birleştirme (incorporation): iyi bilinen bir gerçeğin yeni bir çerçeveye dâhil edilmesi ve böylece yeni bir perspektiften görülmesi (Hanna, 2000, s. 8).

Doğrulama: İspatın temelde yapmak istediği şey bir durumun doğruluğunu göstermek olduğundan en fazla ortaya çıkan rolü doğrulama rolüdür. Doğrulama rolü bir önermenin doğruluğunu göstermek olarak anlaşılmaktadır (Dede ve Karakuş, 2014). Bilimin farklı dallarında deney yaparak ispatlanabilen durumlar matematikte ancak ispatlanarak gösterilebilir (Dede ve Karakuş, 2014). Doğrulama sürecinde dikkat edilmesi gereken en önemli nokta her ispat bir doğrulamadır fakat her doğrulama bir ispat değildir (Uğurel, 2020).

Açıklama: Matematikçiler için bir ispatın doğru olmasının yanında neden doğru olduğunun da önemi vardır (Hersh, 1993). İspatı değerli kılan durumlardan biri sonucun doğruluğunun nedenlerini ortaya çıkarmasıdır (Hanna, 1990). Genel anlamda açıklama işlevi bir ispatın neden doğru ya da neden yanlış olduğu hakkında okuyucuya fikir vermesidir (Uğurel, 2020). Hanna'ya (1990) göre matematiksel ispat üç ana başlık altında incelenebilir bunlar formal ispat, kabul edilebilir ispat ve ispat öğretimidir.

Formal ispat, matematiksel dili kullanan, aksiyomlar kullanılarak çıkarımlarda bulunan sonlu bir cümle dizisidir. Formal ispatın bir diğer adı ispatlayan ispattır. İspatlayan ispatlar bir teoremin sadece doğruluğunu kanıtlara dayanarak sunar. İspatlayan ispat teoremin neden doğru olduğu kısmını açıklamaz. Kabul edilebilir ispat, nitelikli matematikçiler tarafından kabul gören matematiksel kurallara uygun ispatlardır. Kabul edilebilir ispatın bir diğer adı açıklayan ispattır. Açıklayan ispat bir teoremin neden doğru olduğunu gerekçeleriyle birlikte açıklayarak sunar. Her iki ispat türü de matematiğe eşit ölçüde hizmet eder ve kabul görür. İspat öğretimi ise matematiksel bir durumu öğrencilere açıklamak için yapılan matematiksel faaliyettir.

Hanna (1990) “ $1+2+3+...+n = \frac{n.(n+1)}{2}$ ” ifadesini ispatlarken ispatlayan ispat tanımına örnek teşkil edecek şekilde matematiksel tümevarım yöntemiyle yapılan ispat aşağıda verilmiştir.

$n=1$ için teorem doğru olsun.

Keyfi bir k değeri için teoremi doğru kabul edelim.

Buradan,

$$S(k+1) = S(k) + (k+1) = \frac{k(k+1)}{2} + (k+1) = \frac{(k+1)(k+2)}{2} \text{ dir.}$$

Sonuç olarak ifade, keyfi k değerimiz için doğruysa $k+1$ için de doğrudur. Tümevarım ilkesi gereği bu önerme her n değeri için doğru olacaktır (Hanna, 1990, s. 10).

$1+2+3+...+(n-1) + n = \frac{n.(n+1)}{2}$ ifadesi ispatlanırken, bir teoremin yalnızca doğruluğunu değil neden doğru olduğunu da sunan Hanna’nın (1990) açıklayan ispat tanımına uygun olarak Gauss yöntemi ve simetri özelliği kullanılarak açıklayan ispat örneği aşağıda verilmiştir.

Aynı ifadeyi birini tersten olmak üzere iki kez alt alta yazıp toplayalım.

$$S(n) = 1+2+3+...+(n-1)+n$$

$$S(n) = n+(n-1)+....+3+2+1$$

$$2.S(n) = (n+1)+(n+1)+...(n+1) \text{ -----} \rightarrow n \text{ tane}$$

$$S(n) = n.(n+1)/2 \text{ olur (Hanna, 1990, s. 10).}$$

Açıklayıcı ispatlar tümdengelim yerine daha açıklayıcı argümanlar içermektedir (Turan, 2019). Hanna'ya (1990) göre tümdengelim matematikçileri ilgilendiren bir konudur. Öğrencilerden beklenen ispat yaş seviyelerine daha uygun ve makul olmalıdır. İspat her yaş seviyesinde matematik müfredatının en temel ögesi; ispatlama ise öğrencilere kazandırılması gereken bir beceridir (Uğurel, 2020). Öğretmenlerden beklenen tüm yaş gruplarında öğrencileri ispat etkinlikleri içerisine çekmek olmalıdır (Aksoy ve Narlı, 2019). Okullarda ispat öğretilirken açıklayıcı ispat yerine formal ispatta ısrarcı olunmaktadır (Hanna, 1990). Bu durum öğrencileri ispat yapmaktan uzaklaşmalarına neden olmaktadır (Knuth, 2002).

Keşfetme: Bu işlev, yapılan ispatlar aracılığıyla yeni sonuçların bulunmasını içerir (Hanna, 2000). Araştıran ve üretken matematikçiler ispatı daha önceden bulunmuş bir sonucu doğrulamak yerine yeni sonuçlar bulmak ve icat etmek için kullanırlar. Bu işleve en iyi örnek Öklid dışı geometrilerin bulunmasıdır (de Villiers, 1999).

İletişim: İspat bir iletişim aracı olarak görev yapar (CadwalladerOlsker, 2011). Öğrenciler ve öğretmenler arasında çok yönlü bir iletişim ortamı sağlanması yine ispatla mümkündür (Uğurel, 2020). Genel anlamda ispatın iletişim işlevi, ispatın kişiler tarafından okunması ve yazılmasını ifade eder (Dede ve Karakuş, 2014).

Sistematikleştirme: Sistematikleştirme, çeşitli sonuçların aksiyomlar, temel kavramlar, teoremler ve bunlardan çıkarılan sonuçlardan oluşan tümdengelimsel bir sistem içinde düzenlenmesidir (Hanna, 2000; Harel ve Sowder, 2007). Bu işleve en çok Öklid'in "Elemanlar" kitabında rastlanabilir. Matematikçiler sistematikleştirme işlevi sayesinde bir düzen içerisinde olan tanım ve aksiyomların gereksiz fazlalıklarından kurtulup bunların küçük bir kısmı ile kendilerine ihtiyaç olan fikirleri bulma imkanına sahip olabilirler (Dede ve Karakuş, 2014).

Araştırma: Matematiksel bir tanımın anlamının veya bir varsayımın sonuçlarının araştırılması durumu araştırma/sorgulama fonksiyonudur (Hanna, 2000). İspatın ikna

etme potansiyelini arttıran en önemli parça zihinsel sorgulamadır denebilir. Matematikçiler ve matematik eğitimcileri öğrencilerin zihinsel sorgulama yapabilecekleri ve geçerli ispat argümanları oluşturabilecekleri sınıf ortamları oluşturup bunlardan tat almalarını desteklemelidirler (Dede ve Karakuş, 2014).

Bu çalışmada ispatın en sık kullanılan altı fonksiyonu açıklanmıştır. Matematiksel ispat yapmanın fonksiyonları, ispatı yapan kişiye göre farklılıklar gösterebilir. Örneğin bir teoremin ispatı teoremin doğruluğunu ya da yanlışlığını gösterirken; aynı ispat öğrenci için ispatı anlamada temel fikri bulmasını sağlayabilir (Dede ve Karakuş, 2014). İspatın fonksiyonları ispatlamayı yapan/okuyan kişiden kişiye farklılık gösterse de bu fonksiyonların bilinmesinin önemi değişmez bir gerçektir. Yapılan çalışmalar öğrencilerin ispat yaparken zorluklarla karşılaştıklarına ve ispat yapma sürecinden korktuklarını göstermektedir (Karakuş, Erşen ve Ocak, 2017). Buradan hareketle ispat yapmanın öğrencilere sevdinilmesi için ispat fonksiyonlarının bilinmesinde fayda olacaktır demek yanlış olmaz. İspatın fonksiyonlarının bilinmesi öğrencilerin ispata yönelik olumlu tutum geliştirmesine ve yapılan ispatları daha iyi anlamalarına, matematik eğitimcilerinin ise ispat yapma eylemine daha işlevsel yaklaşmasına yardımcı olacaktır (Uğurel, 2020).

İspat Yapma Düzeyleri

İspat yapma düzeyleri ispat yapma süreciyle doğrudan ilişkili olan bir kavramdır (Karakuş, Erşen ve Ocak, 2017). Bu bölümde farklı araştırmacıların ispat yapma düzeylerini sınıflandırmaları hakkında bilgi verilecektir. Balacheff (1988), ispat seviyelerini pragmatik ispatlar (pragmatic), entelektüel ispatlar (intellectual) ve kanıtlama (demonstration) şeklinde üçe ayırmıştır. Bunlardan pragmatik ispat en düşük seviyeyi göstermekte iken kanıtlama ise en yüksek seviyeyi göstermektedir. Pragmatik ispat seviyesinde olan bir öğrenci, ispatlanmak istenen ifadeyi örnekler vererek doğrulamaya çalışır. Orta seviye olan entelektüel ispatlar temelinde formülizasyon olan ispatlardır. En yüksek seviye olan kanıtlama ise bir teori ile organize edilerek ya da bir topluluk tarafından kabul gören bilgileri kullanarak yapılan ispatlardır. Miyazaki (2000) ‘Ortaokul Matematiğinde İspat Düzeyleri’ çalışmasında ispat yapmayı dört düzeye (İspat A, İspat B, İspat C ve İspat D) ayırmıştır. İspat A, en yüksek seviyeyi temsil ederken İspat C en düşük seviyeyi temsil etmektedir. İspat B ve İspat D ise diğer iki seviyenin ortasında yer almaktadır. İspat A, tümdengimsel akıl yürütmenin

kullanıldığı ve ispatlama yaparken matematiksel dilin kullanıldığı içerik ve temsil olarak en üst düzey ispat seviyesidir. İspat B, tümdengelimsel akıl yürütme kullanılarak daha günlük bir dille çizimler veya objelerin kullanıldığı ispat seviyesidir. İspat C, tümevarımsal akıl yürütmenin kullanıldığı günlük bir dille çizimler veya objelerin kullanıldığı ispat seviyesidir. İspat D, tümevarımsal akıl yürütme ve ispatlama yapılırken matematiksel dilin kullanıldığı ispat seviyesidir. Weber (2005), üniversite öğrencilerinin ispat oluşturmak için kullandıkları süreçleri prosedürel, semantik ve sentetik olarak üç gruba ayırmıştır. Prosedürel ispat, ispat yapana pratiklik ve matematiksel görevde yetkinlik kazanmayı sağlar. Bu ispat sürecini kullanan öğrenciler daha önceden yapılmış bir ispatı şema olarak kullanırlar. Sentetik ispat, daha önceden yapılmış bir ispattan çıkarımlarda bulunur. Semantik ispat ise kanıtı yapılan bir iddianın neden doğru olduğunu ancak sezgisel yollarla açıklayabilir. Yang ve Lin (2008) yaptıkları çalışmada öğrencilerin ispat yapma süreçlerini araştırmayı amaçlamışlardır. Bunun için geometrik ispatı okuyarak anlama modeli geliştirmişlerdir. Bu modelde dört ispat seviyesinden bahsedilmiştir. Birinci seviye olarak adlandırılan (surface), öğrencilerin ispatla ilgili temel bilgileri edindikleri seviyedir. İkinci seviye elemanları tanıma (recognizing elements) seviyesidir. Bu seviyede öğrenciler ispat yapmada kullanılan ifadeleri mantıksal olarak açıklayabilirler. Üçüncü seviye bağlantılı elemanlar (chaining elements) seviyesidir. Bu seviyede öğrenciler ispat yaparken kullanılan ifadeler arasındaki bağlantıları anlayabilir. Dördüncü seviye ise genelleme (encapsulation) seviyesidir. Bu seviye en üst seviye olup öğrenciler bu seviyede ise bir ispatı başka durumlar için genellemler yapabilirler. Yapılan araştırmalar (Almeida, 2003; İmamoğlu, 2010; Güler, 2013) öğrencilerin ispat yapmakta zorluklarla karşılaştıkları, başarılı olamadıkları ve bu süreçten korktukları gözlemlenmiştir. İspat yapma süreci de doğrudan ispat düzeyleri ile ilgili olduğundan öğrencilerin ispat düzeylerinin üzerinde durmak gereklidir demek yanlış olmayacaktır.

İspat Şemaları

Matematiğin en temelinde yer alan ispat yapma, öğrenciler tarafından çeşitli zorluklarla karşılaşılan bir uygulamadır. Bu durumun önüne geçmek için öğrencilerin ispat yapma sürecinde kullandıkları düşünme şekillerini, nasıl bir yaklaşım sergilediklerini incelemek gerekmektedir (Sarı Uzun, 2020). Bir öğrencinin ispat yaparken kullandığı stratejiler birbirinden farklıdır. Bunun nedeni ifadenin doğru ya da

yanlış olduğuna kendini ve karşısındakini nasıl ikna ettiğine göre değişmektedir (Harel ve Sowder, 1998). İspat yapma sürecinde kullanılan bu yöntemler ispat şeması olarak adlandırılmıştır (Harel ve Sowder, 1998, 2007). İspat şemaları, bireyin ispatlama eylemini gerçekleştirirken kullandığı durumun doğru ya da yanlış olmasını açıklaması, bu durumu savunması ve kanıtlarını içeren düşünme yollarıdır (Harel, 2007; Zeybek ve Üstün, 2019). İspat şemalarının taksonomisi üç ana başlıktan (dışsal kaynaklı ispat şemaları, deneysel ispat şemaları ve tündengelimli ispat şemaları) ve bu başlıkların çeşitli alt başlıklarından oluşmaktadır (Harel ve Sowder, 2007).

Dışsal İspat Şemaları

İspatı yapan kişinin kendini ve diğerlerini ikna etmesi sürecinde kullanılan argümanlar kişinin kendinden bağımsız olarak dışsal (kitap, öğretmen ya da başka bir otorite) ya da argümanın dışsal görünümüne bağlı kaynaklardır (Harel ve Sowder, 2007; Sarı Uzun, 2020).

Otoriter İspat Şeması

Bu ispat şemasına sahip olan öğrenciler ispatlama eyleminde bir sonucun gerekçelerini açıklarken kitaba, öğretmenlerine ya da arkadaşlarının ifadelerine başvururlar (Çontay, 2017; Sarı Uzun, 2020).

Ritüel (Alışkanlık Edinilmiş) İspat Şeması

Bu ispat şemasına sahip öğrenciler ispatlama eylemi için argüman araştırması yaparken içeriğine değil biçimine bakarlar (Sarı Uzun, 2020). Öğrenciler, verilen bir argümanın doğru olmasından daha çok görünüşünün ispata benzemesini önemserler (Martin ve Harel, 1989). Öğrencilerin ispatlarını, daha önceden yaptıkları ispatlara benzetmeye çalışmaları da kendilerinin yeni bir argüman üretmekte yeterli olmadıklarını göstermektedir (Aydoğdu İskenderoğlu, 2016).

Sembolik İspat Şeması

Bu şemaya sahip öğrenciler, verilen problemi bir kez okuyup problemin içindeki sembolik ifadeleri rastgele bir biçimde kullanarak sonuç elde etmeye çalışmalarıdır.

Buradaki durum öğrencinin bir sonuç bulması fakat hangi işlemi neden yaptığına dair bir açıklama yapamamasıdır (Harel ve Sowder, 1998).

Deneysel İspat Şemaları

Bu şemaya sahip öğrenciler bir varsayımın sonucu için ya duyuşal deney sonucu görmek isterler ya da fiziksel kanıt olmasına göre kabul veya reddederler (Harel ve Sowder, 1998).

Algısal İspat Şeması

Bu şemaya sahip öğrenciler, tündengelimini yetersiz kullanarak bazı çıkarımlarda bulunur, sezgisel yaklaşır ve yaptığı basit çizimlerin kendisi ve diğerleri için ikna edici olduğunu düşünür (Sarı Uzun, 2020). Özellikle geometri dersinde bazen tek bazen de birkaç çizimle sonuca ulaşmaya çalışabilirler (Harel ve Sowder, 1998).

Temel Örnekler İspat Şeması

Öğrenciler bir varsayım için bir ya da birkaç örnekle kendini ve diğerlerini ikna etmeye çalışıyorsa, mantık çerçevesinde durumu ispatlamak yerine birkaç örnekle durumu açıklamaya çalışıyorsa bu ispat şemasına sahip olduğu söylenebilir (Çontay, 2017; Karakaya, 2021).

Analitik İspat Şemaları

Bu şemaya sahip öğrenciler bir varsayımı mantıksal çıkarım yoluyla geçerli kılarak doğruluğu ispatlamadan kabul edilen durumlardan çıkarılan kendine ait belli mantıksal kurallar çerçevesinde oluşturulan önermeler sırasını içeren matematiksel gösterimi oluşturmaktan daha ileri giderler (Harel ve Sowder, 1998).

Dönüşümsel İspat Şeması

Bu şemaya sahip öğrenciler doğruluğu kabul edilmiş bir durumu kullanarak bir genellemeye akıl yürütme kullanarak ulaşırlar (Sowder ve Harel, 1998). Bu şemayı kullanan öğrenciler durumları genellemeyi analitik çerçeveye oturttarak gerçekleştirir (Çontay, 2017; Ercan, 2020). Bu şemanın en önemli özelliği genellemenin akıl yürütme

yapılarak gerçekleşmesidir (İskenderoğlu, 2010). Dönüşümsel ispat şemaları, aksiyomatik ispat şemaları için bir temel oluşturmaktadır (Sowder ve Harel, 1998).

Aksiyomatik İspat Şeması

Bu ispat şemasını kullanan öğrenciler matematiksel gerekçeler üretmenin başlangıcının tanımsız terim ve aksiyomlar olduğunun farkındadır buna rağmen bu sistemde rahatça çalışabilme potansiyeline sahiptirler (Harel ve Sowder, 1998). Bu şemaya sahip öğrenciler ispat yapma sürecini rahatlıkla yönetebilir (Ercan, 2020).

Öğrencilerin matematiksel düşünebilme becerilerinin gelişmesi, matematiğin kendine has yığılarak ilerleyen sisteminin anlaşılması ispat etkinlikleriyle erken yaşta tanışma ile mümkün olabilir (Sarı Uzun, 2020). NCTM (2000), tüm yaş gruplarında ispat etkinliklerinin önemini altını çizmiştir. Önemini altı sürekli çizilse de öğrenciler ispat etkinliği yaparken çeşitli zorluklar yaşamaktadır. Bu zorlukların içeriklerinin belirlenmesi için öğrencilerin ispat yapma sürecine yakından bakmak gerekmektedir. Öğrencilerin ispat yapma sürecinde kullandıkları şemalar, düşünme stillerini ve kavramlar arasında eksik ya da boşluk varsa gösterdiğinden detaylı incelenmesi gereken bir kısımdır (Dede ve Karakuş, 2014). Araştırmacılar tarafından yapılan “ispat şeması” sınıflandırması bir ispat yapma içeriği ya da yöntemi değildir. Öğrencilerin ispat yaparken kullandıkları zihinsel beceriyi ve bilişsel düzeyi anlatmaktadır (Harel ve Sowder, 1998; Sowder ve Harel, 1998). Bireyler bu ispat şemalarından yalnızca birinin özelliklerini göstermek zorunda değildir, aynı anda birden fazla ispat şeması ya da kısa zaman içerisinde farklı ispat şeması özellikleri gösterebilirler (Harel ve Sowder, 1998; Sowder ve Harel, 1998).

İspat Yaparken Karşılaşılan Zorluklar

İspat, matematik müfredatının olmazsa olmaz parçalarından biridir. Matematik öğretimindeki beş süreç standardından birinin akıl yürütme ve ispat olması da ispat kavramının önemini altını çizer niteliktedir (NCTM, 2000). Ancak öğrenciler tüm yaş seviyelerinde (ilkokul, ortaokul ve lise) genellikle ispat etkinliği yapmada zorlanmaktadır ve bu durum birçok araştırmaya kaynak olmuştur (Almeida, 2003; Knapp, 2005; İmamoğlu, 2010; Güler, 2013; Demircioğlu ve Polat, 2016). Bunun akla gelen ilk sebebi, öğrencilerin ispat kavramıyla geç tanışması (genellikle lise) ve

yalnızca geometri dersinde karşılaşmaları söylenebilir (Schoenfeld,1994). Öğrencilerin “Neden bunu ispatlamak zorundayız?” sorusu ispat yapma kavramına yenik başlanmasının sebeplerinden biridir (de Villiers, 1990). Öğrencilerin ispata karşı tutumları iki bileşenden etkilenir. Bunlardan ilki sınıf ortamında öğrencinin ne kadar ispat etkinliği ile karşılaştığı diğeri ise öğretmenin ispat konusundaki kavramsal bilgisine ve inançlarına dayanır (Zeybek Şimşek, 2020b). Bieda’nın (2010) yaptığı araştırmada çeşitli ülkelerdeki (ABD, Japonya, İtalya, Fransa, vs.) öğretmenlerin derslerde ispat etkinliğini kullanırken zorlandıkları tespit edilmiştir. Oysaki öğretmenlerden beklenen uygun ispat etkinliğini sınıf ortamında öğrencilerle buluşturmasıdır (Aksoy ve Narlı, 2019).

Öğrenciler ispat yaparken matematiksel formülleri ezberleyerek değil, nedenleri ve sonuçlarıyla açıklanması gerektiğini öğrenirler (Gökkurt, Deniz, Akkurt ve Soylu, 2014). İspat öğrencilerin matematiksel ifadeleri anlamlandırmalarını bu sayede kalıcı öğrenme durumu yaşamalarını sağlar. Öğrencileri ispat yapmaya çekmek için merak duygularını geliştirmeliyiz. Öğrencilerin neden sorusunu sormalarını sağlamak merak duygularının gelişimi için ilk adım olarak düşünülebilir. Harel ve Sowder (1998) lise ve üniversite öğrencileri tarafından ispat yapmanın zor bir süreç olarak görüldüğünü belirtmişlerdir. Almeida (2003) öğrencilerin ispat yapma konusunda yetersiz oldukları fakat uygun yöntemler kullanılıp uygun oramlar oluşturulursa öğrencilerin ispat konusunda gelişebileceklerini söylemiştir. Almeida (2001) yaptığı çalışmada ispat etme eyleminin formal yapısı nedeniyle tüm yaş gruplarındaki öğrencilerin zorlandıklarını belirtmiştir. Güler, Kar, Öçal ve Çiltaş (2011) çalışmalarını matematik öğretmen adaylarıyla yapmış ve matematik öğretmen adaylarının ispat yapma konusunda zorluklar yaşadıklarını tespit etmiştir. Bu zorlukları üç başlıkta “eşitlik kullanma”, “örneklerden yararlanma” ve “görselleştirme” toplamışlardır. Araştırmanın sonunda öğretmen adaylarının en fazla “eşitlik kullanma” stratejisinde zorlandıklarını, ayrıca tümevarım yöntemiyle ispat yapma konusunda da zayıf olduklarını genellikle ispat yapmayı örnek vererek uygulamaya çalıştıklarını belirtmişlerdir. Öğretmen adayları ile yapılan bir diğerk çalışmada Doruk ve Kaplan (2013) tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada da Güler ve diğerlerinin (2011) çalışma sonuçlarını destekler nitelikte öğretmen adaylarının ispat yapma konusunda ciddi eksikleri oldukları tespit edilmiştir. Bu eksiklerin başlıca nedenleri ise ispat yapma konusundaki olumsuz tutumlar ve çeşitli öğrenme eksiklerinden kaynaklanmaktadır (Doruk ve Kaplan, 2015). Güler, Özdemir ve

Dikici (2012) çalışmalarında öğretmen adaylarının tümevarımla ispat yapma becerilerinin düşük olduğunu, bunun sebebinin ise işlem yapma yeterliklerinin düşük seviyede olmasından kaynaklandığını belirtmiştir. İmamoğlu (2010) çalışmasında üniversite birinci sınıf ve son sınıf öğrencileriyle çalışmış, bu öğrencilere ispat sınavı yapmıştır. Bu sınav sonunda birinci sınıf öğrencilerinin ispat yaparken çoğunlukla tümevarımsal akıl yürütme kullandıkları, son sınıfların ise genelleme kaygısı duyup tündengelimsel yöntemleri kullandıkları görülmüştür. Knapp (2005) çalışmasında öğrencilerin ispat yaparken karşılaştıkları zorlukları iki temel soruna dayandırmıştır. İlki, öğrencilerin ispat yaparken matematiksel dili ve notasyonu kullanamayıp mantıksal bağlantı kurmayı başaramamalarıdır. İkincisi ise tanımlar, teoremler ve örnekler üretirken edinmeleri gereken bilgiye sahip olmamalarıdır. Dreyfus (1999) ise çalışmasında öğrencilerin ispatı yaparken gerekçelendirme yapmakta zorlandıklarını, ispat yapma becerilerinin düşük olduğunu ve düşükleri durumu ifade edemediklerini belirtmiştir. Öğrencilerin, öğretmen adaylarının hatta öğretmenlerin zorlandıkları ispat yapma eylemiyle barışmak için daha erken yaş grubunda ispat ile tanışmak, matematiksel kavram eksiği bırakmamak ve güncel eğitim reformlarında üstüne basarak söylenen ispat kavramının önemini müfredat ve kitaplarda öğrencilerin daha fazla karşılaşması sağlanarak sorun olarak görülen durum çözüme ulaşabilir.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın deseni, araştırmanın veri grubu, veri toplama süreci, veri toplama araçları ve verilerin analizi yer almaktadır.

Araştırma Deseni

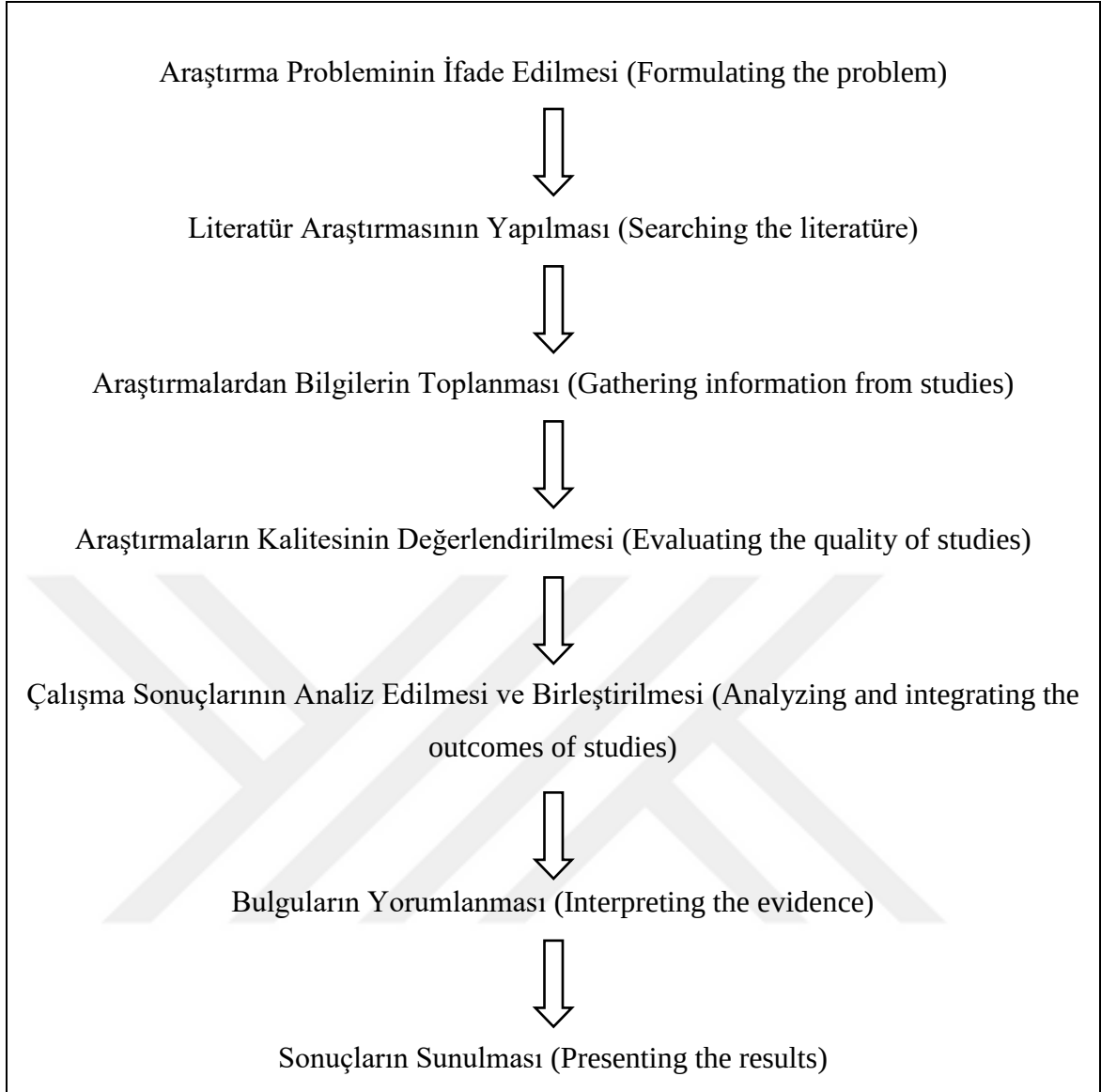
Bu araştırma matematik eğitiminde ispat konusu çalışılan lisansüstü tezleri belli ölçütler kapsamında inceleyerek bu tezlerin eğilimlerini bütüncül bir bakış açısıyla göstermek amacıyla yapılan bir çalışmadır. Bu çalışmada araştırma sentezi yöntemi kullanılmıştır (Cooper, Hedges ve Valentine, 2019). Literatür incelendiğinde araştırma sentezi; sistematik derleme, kanıt temelli derleme, sistematik kanıt temelli derleme ya da kanıt temelli sistematik derleme olarak da karşımıza çıkmaktadır (Russel ve diğerleri, 2009). Araştırma sentezi, bilimsel bilginin birikimli yapısı gereği literatürde oluşan tutarlı ve tutarsız yanlara ışık tutan yeni çalışmaların önünü açan bir yöntemdir (Üstün ve Eryılmaz, 2014). “Araştırma sentezi, genel olarak bir konu alanında yapılmış nitel, nicel ve karma yöntemli birincil çalışmaların belirli ölçütlere göre yaklaşımlarla bir araya getirilerek o konu alanı hakkında bir sonuca varma yöntemidir” (Kanadlı, 2019, s. 1). Araştırma sentezinde amaç, yapılmış bilimsel çalışmaların sistematik bir şekilde açıklanmasıdır (Cooper, Hedges ve Valentine, 2019). 20. yüzyılın sonlarına doğru yapılan eğitim araştırmalarının artması, çalışmaların bir bütün olarak görülmesi ihtiyacında artışa sebep olmuştur (Öztürk ve Demirel, 2022). Araştırma sentezi çalışmaları sayesinde bir konuda yapılan çalışmaların eğilimleri görülerek yıllar içerisinde çalışmaların seyri görülebilir, tutarlı ya da tutarsız tüm sonuçlar değerlendirilebilir.

Araştırmanın Veri Grubu ve Veri Toplama Süreci

Araştırma sentezi çalışmalarının verilerini dokümanlar oluşturmaktadır. Doküman incelemesi çalışmalarında araştırmaya dâhil olan çalışmaları neden aldığı ya da almadığını net bir şekilde açıklayabilmesi gerekir (Sönmez ve Alacapınar, 2016). Buradan hareketle bu araştırma için seçilecek çalışmalar, amaçsal örnekleme yönteminin alt basamaklarından biri olan ölçüt örnekleme yöntemine göre seçilecektir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2011). Ölçüt örnekleme; incelenecek durumun belirli

niteliklere sahip olan kişiler, olaylar, nesneler ya da durumlardan oluşmasıyla oluşan örneklem seçme yöntemidir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2011). Bu çalışma kapsamındaki ölçütlerimiz tezlerin matematik eğitimi alanında yapılmış olması, anahtar kelimelerinde ispat, kanıt ya da proof kelimelerinden birini bulundurmak eğer tezde anahtar kelime verilmediyse tezin adında ispat, kanıt ya da proof kelimelerinden birinin geçmesi, ulusal tez merkezinde yayınlanmış erişime açık tam metnine ulaşılabilir olması ve nitel nicel ya da karma veri içermesidir.

Araştırmanın veri grubunu YÖK Ulusal Tez Merkezinden “ispat”, “kanıt” ve “proof” anahtar kelimeleri ile izinli olan ve matematik eğitimi alanındaki çalışmaları kapsamı sebebiyle çalışmanın grubu alanında sosyal alan işaretlenerek tarama yapılmıştır. Gelişmiş arama kısmında aynı anahtar kelimelerle yapılan tarama için fen alanı işaretlendiğinde matematik eğitimi alanında yapılmış bir çalışmaya rastlanmamıştır. 15.08.2022 tarihinde yapılan son taramada 1935 çalışma bulunmuştur. Eğitim bilimleri çalışmaları taranmak istediğinden, gelişmiş tarama kısmında çalışmanın grubu alanında sosyal alan işaretlenmiştir. Eğitim alanında yapılmış çalışmalar aranırken konu alanı kısmında yalnızca matematik yazan tezler de bulunmuştur. Gözden kaçan bir tez olmaması için konu alanı kısmında yalnızca matematik yazan tezler de taramaya dâhil edilmiştir. Çalışmada kullanılacak olan araştırma sentezinin basamakları (Cooper, Hedges ve Valentine, 2019) çalışmaya göre uyarlanarak araştırma tasarlanmıştır. Araştırma sentezinin basamakları Şekil 1’de verilmiştir (Cooper, Hedges ve Valentine, 2019, s. 9).



Şekil 1. Araştırma Sentezinin Basamakları
(Cooper, Hedges ve Valentine, 2019, s. 9).

Veri toplama sürecinin aşamaları aşağıda detaylı olarak verilmiştir.

1.Adım: Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nde gelişmiş tarama kısmı açılmıştır. Aranacak kelimeler kısmına ispat veya kanıt veya proof yazılmış aranacak alan kısmına ise tümü (tez adı, yazar, danışman, konu, dizin ve özet) işaretlenmiştir. Yıl seçimi kısmında 2010 ve 2022 yılları arası, izinli olan ve eğitim bilimleri alanını kapsaması için çalışmanın grubu alanında sosyal alan işaretlenmiştir. Araştırmanın dil sınırlaması yoktur. Tüm bu bilgiler ve anahtar kelimeler girildiğinde 1935 adet tez bulunmuştur.

2. Adım: Elde edilen 1935 tezin içerisinde matematik eğitimi ve matematik alanında olanlar tek ofis programına dâhil edilmiştir. Bu tezlerin toplam sayısı 269'dur. Elenen 1666 tez matematik eğitimi ya da matematik alanına ait olmayan, diğer branşlarda (sosyal bilgiler, fen bilimleri, hukuk, ...) ispat çalışılan tezlerdir.

3. Adım: 269 tezin tek tek özetleri okunmuş ve 186 tez doğrudan ispat kavramıyla ilgili olmadığından elenmiş ve geriye 83 tez kalmıştır.

4. Adım: Verilerin geçerlik ve güvenilirliği için kalan 83 tez, araştırmacı ve alan uzmanı danışman öğretim üyesi tarafından tekrar incelenmiş ve tezin amacına tam olarak uygun olmadığı belirlenen yedi tez çalışmadan çıkarılmıştır.

5. Adım: Danışman öğretim üyesi ve araştırmacı tarafından anahtar kelimesi bulunmayan tezler için bir değerlendirme daha yapılmış ve tezlerin adında “ispat”, “kanıt” veya “proof” kelimelerinden biri geçtiği için araştırmada kalmasına karar verilmiştir. Son adımda araştırmaya dâhil olan çalışma sayısı 76 olmuştur. Araştırmaya dâhil edilecek tez çalışmalar T1, T2, T3,...,T76 şeklinde kodlanmıştır. Araştırma kapsamında incelenecek tezler Ek-1’de sunulmuştur.

Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada veri toplama yöntemi olarak doküman incelemesi kullanılmıştır. “Doküman incelemesi araştırılması hedeflenen olgu veya olgular hakkında bilgi içeren yazılı materyallerin analizini kapsar.” (Yıldırım ve Şimşek, 2021). Doküman incelemesi çalışmalarında hangi dokümanların veri seti olarak kullanılacağı önemlidir. Bu çalışma amacına uygun olarak YÖK Ulusal Tez Merkezinden araştırmacının amacına uygun olarak önceden belirlenen anahtar kelimeler doğrultusunda elde edilen tezlerle yapılmıştır.

Çalışma için kullanılacak veri toplama aracı için alanyazın taraması yapılarak belirlenen araştırmacının alt problemleri kullanılmıştır. Veri toplama aracı için kullanılmak üzere 10 çeşit sınıflama yapılmıştır. Oluşturulan sınıflandırmada incelenecek olan tezler; yıl, tür, dil, çalışma yapılan üniversite, amaç, örneklem türü, örneklem büyüklüğü, araştırma yöntemleri, veri toplama araçları ve sonuçlarına göre sınıflandırılacaktır. Araştırmacı tarafından oluşturulan veri toplama aracı, matematik eğitimi alanında bir uzmana ve dilbilgisi hatalarının giderilmesi için bir Türkçe

öğretmeni tarafından incelenmiş ve gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Sonuçlar ile ilgili sınıflandırma uzman görüşü sonrası çalışmaya eklenmiştir. İncelenen tezlerde bir tezin çok sayıda sonucu olmasından dolayı belli başlı sonuçlar seçilerek sonuçlar tablosu oluşturulmuştur.

Verilerin Analizi

Araştırma sentezi çalışmalarında en fazla meta-analiz, meta-sentez ve betimsel içerik analizi olmak üzere üç farklı içerik analizi kullanılmaktadır (Çalık ve Sözbilir, 2014). Yapılmak istenen çalışma herhangi bir konu dâhil inde birbirinden bağımsız nitel, nicel ya da karma çalışmaları ele alarak kendi içerisinde sistemli bir şekilde düzenleyip alandaki eğilimleri belirlemek (Çalık ve Sözbilir, 2014; Ültay, Akyurt ve Ültay, 2021) olduğundan verilerin analizinde betimsel içerik analizi kullanılmıştır.

Betimsel içerik analizi yaparken dikkat edilmesi gerekenler aşağıdaki gibidir (Çalık ve Sözbilir, 2014).

- ✓ Daha önce yapılmış çalışmalardan farkını ortaya koymalı ve literatüre katkısı mutlaka belirtilmelidir.
- ✓ Araştırmanın amacı, yapılma nedeni, problem durumu ve araştırma soruları net bir şekilde açıklanmalıdır.
- ✓ Araştırmaya dâhil olan çalışmaların dâhil olma ve hariç tutulma kriterleri açıkça ortaya konmalıdır.
- ✓ Araştırmanın daha sağlıklı sonuçlar vermesi açısından farklı çalışma türleri (tez, makale, bildiri) kullanılmalıdır.
- ✓ Araştırma sonucunda genel bir eğilime ulaşmak için tarama süresinin genişliğine dikkat edilmelidir.
- ✓ Verilerin analizi sonucunda elde edilen bilgiler uygun görsellerle desteklenerek açıklanmalıdır.
- ✓ Verilerin analizi sonucunda elde edilen bilgilerin benzerlikleri ve farklılıkları araştırılmalıdır.
- ✓ Çalışmanın sonunda elde edilen bulgularla uygulayıcılara ve politika yapıcılara açık ve anlaşılır bir şekilde önerilerde bulunulmalıdır.

Yukarıda betimsel içerik analizi yaparken dikkat edilmesi gereken hususlar verilmiştir. Araştırmanın bu bağlamda değerlendirmesi detaylı olarak araştırmanın önemi kısmında belirtilmiştir.

Verilerin analiz basamakları aşağıdaki gibi verilmiştir.

1.adım: Veri toplama sürecinde elde edilen 76 tez için bir Excel dosyası açılmış ve tezlerin adı tek tek yazılmıştır.

2.adım: Tezlerin sınıflandırılması için araştırmacı tarafından belirlenen temalar (yıl, tür, üniversite, dil, konu alanı, örneklem türü, örneklem büyüklüğü, örneklem seçme yöntemi, araştırma yöntemi, veri toplama araçları ve sonuçlar) için tüm tezler kodlanmıştır. Kodlamalar aynı görüşte olunan durumlar için 1, farklı görüşte olunan durumlar için 0 yazılarak yapılmış ve çalışma bitiminde Miles ve Huberman'ın (1994) $[Güvenirlik = \text{Görüş birliği} / (\text{Görüş birliği} + \text{Görüş ayrılığı})]$ formülüne göre hesaplama yapılmıştır. Çalışmanın verileri araştırmacı tarafından oluşturulan alt problemlere göre araştırmacı ve bir başka araştırmacı tarafından kodlanmış ve daha sonra bu kodlamalar karşılaştırılmıştır. Analiz sonuçları karşılaştırıldığında uyumun %93,42 olduğu görülmüştür. Araştırmanın güvenilirliğinin %70'in üzerinde olması çalışmanın güvenilir olması için yeterli olduğundan, bulunan sonuç itibarıyla araştırmanın güvenilirliğinin kabul edilebilir düzeyde olduğu söylenebilir. Uyumsuzluğa düşülen kodlamalar için matematik eğitimi alanında bir uzmanla fikir alışverişi yapılarak uygun kodlamalar yapılmış ve uyumsuzluk giderilmiştir.

3.adım: Tezlerin kodlaması bittikten sonra elde edilen veriler tablo haline getirilmiştir.

4.adım: Bulgularda bir yanlışlık olmaması için tablolar oluşturulurken temalar tekrar tezlerden kontrol edilmiştir.

5.adım: Tabloların devamında detaylı bir şekilde açıklama yapılarak okuyucunun daha detaylı bilgi sahibi olması sağlanmıştır.

6.adım: Elde edilen bulgular tartışılmış ve yorumlanmıştır.

BÖLÜM IV

BULGULAR

Bu bölümde analiz sonucunda 75 tezden elde edilen bulgular alt problemlerin sırasına göre sunulacaktır. Elde edilen bulgular tablo, frekans değerleri ve tezlerin kodları ile birlikte verilmiştir.

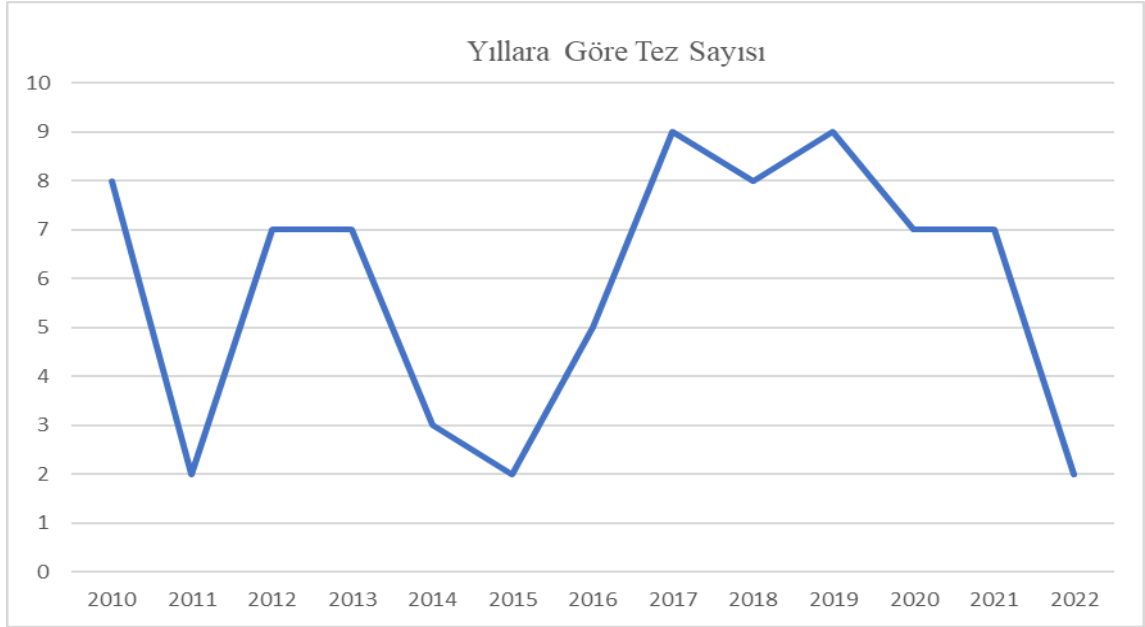
Tezlerin Yıllara Göre Dağılımları

İncelenen tezlerin yıllara göre dağılımları Tablo 1 'de verilmiştir.

Tablo 1. Tezlerin Yıllara Göre Dağılımları

Yıl	Tez Kodu	Tez Sayısı	%Toplam
2010	T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7, T8	8	%10,53
2011	T9, T10	2	%2,63
2012	T11, T12, T13, T14, T15, T16, T17	7	%9,21
2013	T18, T19, T20, T21, T22, T23, T24	7	%9,21
2014	T25, T26, T27	3	%3,95
2015	T28, T29	2	%2,63
2016	T30, T31, T32, T33, T34	5	%6,58
2017	T35, T36, T37, T38, T39, T40, T41, T42, T43	9	%11,84
2018	T44, T45, T46, T47, T48, T49, T50, T51	8	%10,53
2019	T52, T53, T54, T55, T56, T57, T58, T59, T60	9	%11,84
2020	T61, T62, T63, T64, T65, T66, T67	7	%9,21
2021	T68, T69, T70, T71, T72, T73, T74	7	%9,21
2022	T75, T76	2	%2,63
Toplam		76	%100

Tablo 1 incelendiğinde en fazla tez yayınlanan yılların %11,84 ile 2017 ve 2019 yılları olduğu görülmektedir. En az tez yayınlanan yıllar ise %2,63 ile 2011, 2015 ve 2022 yılıdır. Çalışmaların yıllara göre dağılımının daha iyi anlaşılması için Şekil 2 verilmiştir.



Şekil 2. Tezlerin Yıllara Göre Dağılımları

Şekil 2’de görüldüğü üzere yıllara göre tezlerin artışları doğrusal değildir. Tezler yıllar içerisinde artan ya da azalan bir dağılım sergilemektedir.

İncelenen Tezlerin Türlerine Göre Dağılımları

İncelenen tezlerin türlerine göre dağılımları Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2. Tezlerin Türlerine Göre Dağılımları

Tezin Türü	Tez Kodu	Frekans	%Yüzde
Yüksek Lisans	T1, T2, T5, T7, T8, T9, T11, T12, T13, T14, T15, T16, T17, T18, T20, T21, T22, T23, T24, T26, T27, T28, T29, T30, T34, T35, T37, T41, T42, T43, T45, T46, T48, T50, T51, T52, T53, T55, T57, T58, T59, T60, T61, T62, T63, T64, T65, T68, T71, T72, T73, T74, T75, T76	54	%71,05
Doktora	T3, T4, T6, T10, T19, T25, T31, T32, T33, T36, T38, T39, T40, T44, T47, T49, T54, T56, T66, T67, T69, T70	22	%28,95
Toplam		76	%100

Tablo 2 incelendiğinde araştırmaya dâhil olan tezlerin büyük bir kısmının yüksek lisans tezi olduğu görülmektedir. 76 tezin 54 tanesinin (%71,05) yüksek lisans, 22 tanesinin (%28,95) ise doktora tezi olduğu görülmektedir.

İncelenen Tezlerin Dillere Göre Dağılımları

İncelenen tezlerin çalışılan dillere göre dağılımları Tablo 3’de verilmiştir.

Tablo 3. Tezlerin Kullanılan Dillere Göre Dağılımları

Tezin Dili	Tez Kodu	Frekans	%Yüzde
Türkçe	T1 T2, T3, T5, T6, T7, T8, T9, T10, T11, T12, T13, T14, T15, T16, T17, T18, T19, T20, T22, T23, T24, T25, T26, T27, T28, T29, T30, T31, T32, T33, T35, T36, T37, T38, T39, T40, T41, T42, T43, T44, T45, T47, T48, T49, T50, T52, T53, T55, T56, T57, T58, T59, T60, T61, T62, T63, T64, T65, T66, T67, T68, T69, T70, T71, T72, T73, T74, T75, T76	70	%92,11
İngilizce	T4, T21, T34, T46, T51, T54	6	%7,89
Toplam		76	%100

İncelenen tezlerin çalışma yapılan dillere göre dağılımının verildiği Tablo 3’de görüldüğü gibi araştırmaya dâhil olan 76 tezin 70 tanesinin yani %92,11’inin Türkçe yazıldığı; geriye kalan altı tezin yani %7,89’luk küçük bir oranının ise İngilizce olarak yazıldığı görülmektedir.

İncelenen Tezlerin Çalışılan Üniversiteye Göre Dağılımları

İncelenen tezlerin çalışma yapılan üniversiteye göre dağılımları Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4. Tezlerin Çalışıldığı Üniversitelere Göre Dağılımları

Tezin çalışıldığı üniversite	Tez Kodu	Frekans	%Yüzde
Adnan Menderes Üniversitesi	T65, T75	2	%2,63
Anadolu Üniversitesi	T44, T45, T68, T70	4	%5,26
Ankara Üniversitesi	T11	1	%1,32
Atatürk Üniversitesi	T2, T19, T22, T28, TT31, T36, T40, T47	8	%10,53
Balıkesir Üniversitesi	T5	1	%1,32
Boğaziçi Üniversitesi	T4, T34, T46, T51	4	%5,26
Cumhuriyet Üniversitesi	T29, T35, T62, T63	4	%5,26
Dokuz Eylül Üniversitesi	T3, T14, T18, T26, T27, T30, T41, T42, T48, T50, T66, T67, T76	13	%17,11
Erciyes Üniversitesi	T20, T61, T73	3	%3,95
Erzincan Üniversitesi	T9	1	%1,32
Gazi Üniversitesi	T7, T13, T57, T60, T69	5	%6,58
Gaziosmanpaşa Üniversitesi	T52, T58, T74	3	%3,95
Hacettepe Üniversitesi	T1, T10, T23, T25, T49	5	%6,58
Karadeniz Teknik Üniversitesi	T6, T33, T39	3	%3,95
Kastamonu Üniversitesi	T12, TT43, T53, T64	4	%5,26
Marmara Üniversitesi	T8, T15, T16, T24, T32, T56, T59	7	%9,21
Mersin Üniversitesi	T55	1	%1,32
Necmettin Erbakan Üniversitesi	T71	1	%1,32
ODTÜ	T21, T54	2	%2,63
Pamukkale Üniversitesi	T38	1	%1,32
Siirt Üniversitesi	T72	1	%1,32
Uludağ Üniversitesi	T17	1	%1,32
Uşak Üniversitesi	T37	1	%1,32
Toplam		76	%100

Tablo 4 incelendiğinde görüldüğü üzere en fazla çalışma yapılan üniversite 12 çalışma ile (%17,11) Dokuz Eylül Üniversitesi'dir. Dokuz Eylül Üniversitesi'ni sekiz çalışma ile Atatürk Üniversitesi, yedi çalışma ile Marmara Üniversitesi, beşer çalışma ile de Gazi Üniversitesi ve Hacettepe Üniversitesi izlemektedir. Anadolu Üniversitesi, Cumhuriyet Üniversitesi, Boğaziçi Üniversitesi ve Kastamonu Üniversitelerinde ise dörder çalışma yapılmıştır. Adnan Menderes Üniversitesi ve Orta Doğu Teknik Üniversitesi'nde ikişer çalışma yapılırken, diğer üniversitelerde birer çalışma yapılmıştır.



İncelenen Tezlerin Amaçlarına Göre Dağılımları

İncelenen tezlerin amaçlarına göre dağılımları Tablo 5’te verilmiştir.

Tablo 5. Tezlerin Amaçlarına Göre Dağılımları

Tezlerin Amaçları	Tez Kodu	Frekans	%Yüzde
Argümantasyon ve ispat sürecini inceleme	T23, T31, T51, T54, T58, T60, T68	7	%7,14
Ders kitaplarını ispat açısından inceleme	T15, T72	2	%2,04
İspat şemaları	T6, T16, T38, T43, T64	5	%5,10
İspat yapma sürecinde karşılaşılan zorluklar	T21, T49, T55, T75	4	%4,08
İspat yapma sürecini inceleme	T3, T4, T6, T7, T8, T12, T13, T14, T15, T18, T19, T20, T21, T24, T26, T29, T30, T34, T36, T37, T39, T40, T42, T44, T47, T48, T49, T50, T57, T59, T61, T62, T63, T65, T66, T67, T70, T73, T75, T76	40	%40,82
İspata yönelik görüş/bakış açısı inceleme	T1, T2, T6, T16, T18, T19, T22, T24, T27, T28, T31, T33, T35, T46, T47, T67, T75, T76	18	%18,37
İspata yönelik tutum	T4, T5, T14	3	%3,06
Matematiksel başarı ile ispat yapabilme becerileri arasındaki ilişki	T17	1	%1,02
Öğrenme ortamlarının/öğretim uygulamalarının ispat sürecine etkisi	T1, T5, T9, T10, T11, T25, T27, T28, T32, T33, T41, T45, T46, T52, T53, T56, T69, T74	18	%18,37
Toplam		98	%100

İncelenen çalışmalarda amacın birden fazla olması durumunda her bir amaç ayrıca kodlanarak Tablo 5 oluşturulmuştur. Örneğin T75 kodlu çalışma ispat yapma sürecini, ispat yapma sürecinde karşılaşılan zorlukları ve ispata yönelik görüş/bakış açısı inceleme amaçlarını incelediğinden bu kısımlara ayrı ayrı kodlanmıştır. Bu durumda toplam tez sayısından fazla veri çıkmaktadır. Toplam tez sayısını almak yerine incelediğimiz özelliğe göre toplam veri sayısına göre hesaplamalar yapılmıştır. Tablo 5’de görüldüğü gibi bu araştırmaya dâhil olan ispat konusu çalışılan 76 tezin 40 tanesinde (%40,82) amaç ispat yapma sürecini incelemektir. Onu en yüksek frekans ile takip eden, öğrenme ortamlarının/öğretim uygulamalarının ispat sürecine etkisi amacını

araştıran 18 tez (%18,37), ispata yönelik görüş/bakış açısı inceleme amacını araştıran ise 18 tez (%18,37) bulunmaktadır. En az araştırılan amaçlar ise 2 tez ile ders kitaplarını ispat açısından inceleme (%2,04) ve bir tez ile (%1,02) matematiksel başarı ile ispat yapabilme becerileri arasındaki ilişkinin incelenmesi olmuştur.



İncelenen Tezlerin Kullanılan Araştırma Yöntemlerine Göre Dağılımları

İncelenen tezlerin kullanılan araştırma yöntemlerine göre dağılımları Tablo 6’da verilmiştir.

Tablo 6. Tezlerin Araştırma Yöntemlerine Göre Dağılımları

Yöntem	Desen	Tez Kodu	Frekans	%Yüzde
Nitel	Durum Çalışması	T1, T3, T5, T11, T12, T18, T19, T20, T22, T26, T29, T30, T31, T37, T38, T40, T42, T44, T48, T49, T50, T54, T55, T57, T58, T59, T60, T61, T62, T63, T64, T65, T66, T68, T71, T73, T75, T76	38	%50
	Doküman Analizi	T23, T72	2	%2,63
	Kuram Oluşturma	T7	1	%1,32
	Öğretim Deneyi	T10, T35, T41, T45, T70	5	%6,58
	Eylem Araştırması	T25, T27, T52	3	%3,95
	Gelişimsel Çalışma	T6	1	%1,32
	Gömülü Teori	T13, T67	2	%2,63
Nicel	Tasarı Araştırması	T69	1	%1,32
	Tarama Çalışması	T2, T43	2	%2,63
	İlişkisel Yöntem	T4, T46	2	%2,63
Karma		T8, T9, T14, T15, T16, T17, T21, T24, T28, T32, T33, T34, T36, T47, T51, T53, T56, T74	19	%25
Toplam			76	%100

Tablo 6 incelendiğinde tezlerde en çok kullanılan araştırma yöntemi %69,74 ile nicel yöntem olurken, nicel yöntemlerden ise en fazla kullanılanı %50 ile durum çalışması deseni olmuştur. Araştırmanın geriye kalan %30,26'lık kısmının %25'ini karma çalışmalar oluştururken, %5,26'lık kısmını da nicel çalışmalar oluşturmaktadır. Araştırmaya dâhil olan tezlerin en az tercih ettiği yaklaşım nicel yöntem olmuştur.



İncelenen Tezlerin Çalışılan Örneklem Türüne Göre Dağılımları

İncelenen tezlerin çalışılan örneklem türüne göre dağılımları Tablo 7’de verilmiştir.

Tablo 7. Tezlerin Örneklem Türüne Göre Dağılımları

Örneklem	Tez Kodu	Frekans	%Toplam
Öğretmen Adayları	T1, T4, T5, T6, T7, T8, T10, T11, T13, T14, T15, T16, T18, T19, T21, T22, T24, T28, T29, T30, T31, T33, T34, T36, T38, T39, T40, T43, T44, T49, T50, T54, T56, T57, T59, T60, T61, T66, T73, T74	40	%47,06
Öğretmen	T3, T29, T36, T58, T62, T74	6	%7,06
Öğretim Üyeleri	T15, T29, T67	3	%3,53
Ortaokul Öğrencileri	T2, T9, T12, T17, T25, T32, T42, T45, T48, T51, T52, T53, T58, T64, T68, T69, T70, T71, T75	19	%22,35
Lise Öğrencileri	T3, T20, T27, T35, T37, T41, T46, T47, T55, T63, T65, T76	12	%14,12
Matematik bölüm öğrencileri	T4, T26	2	%2,35
Doküman	T23	1	%1,18
Ders kitabı	T15, T72	2	%2,35
Toplam		85	%100

İncelenen çalışmalarda birden fazla örneklem grubu kullanan çalışmalar vardır. Örneğin T15 kodlu tezde öğretmen adayları, öğretim üyeleri ve ders kitapları ile çalışma yapılmıştır. Bu sebeple toplam örneklem sayısı toplam tez sayısından fazla çıkmaktadır. Toplam tez sayısı yerine incelediğimiz özelliğe göre toplam veri sayısı üzerinden hesaplamalar yapılmıştır. Tablo 7 incelendiğinde araştırmaya dâhil olan tezlerin 40 tanesinde (%47,06) örneklem olarak öğretmen adayları katılımcı olmuştur. Öğretmen

adaylarını yüksek frekansla takip eden iki katılımcı grubu ortaokul öğrencileri 19 tez (%22,35) ve lise öğrencileri 12 tez (%14,12) olarak görülmektedir. En az kullanılan örneklem türü ise 1 tez çalışmasında (%1,18) kullanılan doküman olmuştur.



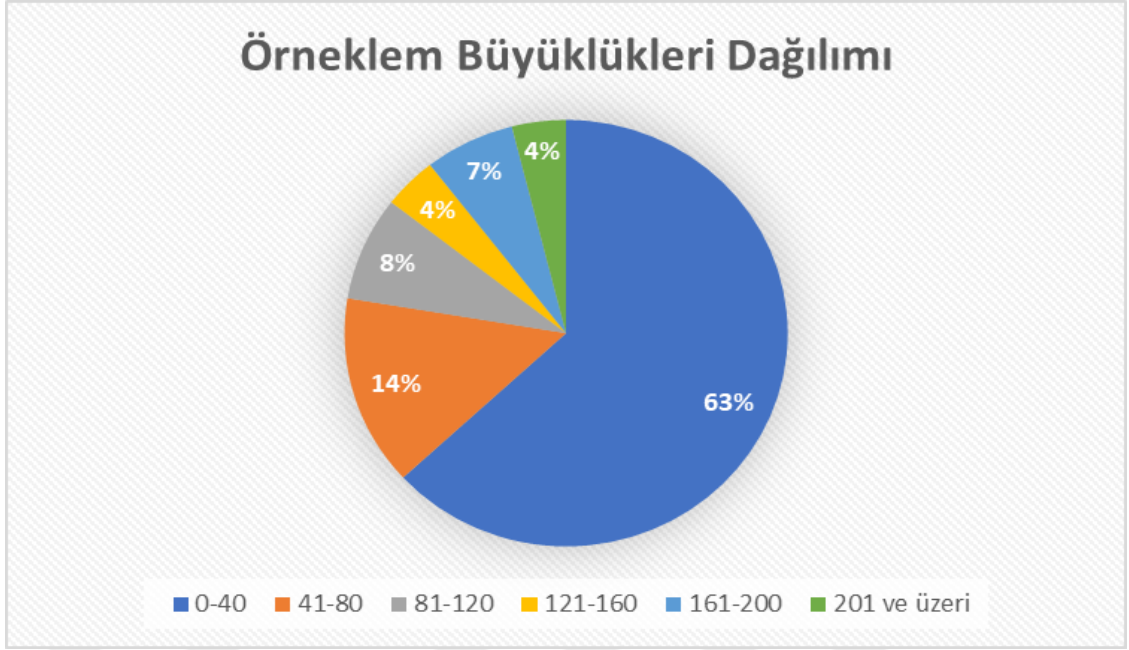
İncelenen Tezlerin Örneklem Büyüklüğüne Göre Dağılımları

İncelenen tezlerin örneklem büyüklüğüne göre dağılımları Tablo 8’de verilmiştir.

Tablo 8. Tezlerin Örneklem Büyüklüğüne Göre Dağılımları

Örneklem Büyüklüğü	Tez Kodu	Frekans	%Yüzde
0-40	T1, T3, T7, T9, T10, T11, T13, T14, T15, T18, T19, T22, T23, T26, T27, T29, T30, T31, T34, T35, T37, T38, T40, T41, T44, T45, T47, T49, T52, T53, T55, T56, T57, T58, T59, T60, T62, T64, T65, T66, T67, T68, T69, T70, T71, T72, T75, T76	48	%63,16
41-80	T5, T24, T25, T28, T32, T33, T36, T46, T54, T63, T74	11	%14,47
81-120	T8, T16, T17, T21, T48, T50	6	%7,89
121-160	T12, T39, T73	3	%3,95
161-200	T4, T6, T20, T42, T43	5	%6,58
201 ve üzeri	T2, T51, T61	3	%3,95
Toplam		76	%100

Tablo 8 incelendiğinde tezlerin büyük çoğunluğunun küçük örneklem grubu (0-40 kişi) ile çalışmayı tercih ettiği görülmektedir. Araştırmaya dâhil olan çalışmaların küçük bir kısmı büyük örneklemle (201 ve üzeri) çalışmayı tercih etmiştir. Örneklem büyüklüğü dağılımının daha iyi anlaşılması için ayrıntılı bulgular Şekil 3’te verilmiştir.



Şekil 3. Tezlerde Kullanılan Örneklem Büyüklükleri

Şekil 3 incelendiğinde 0-40 arası örneklem büyüklüğü kullanan tezlerin oranı %63 ile en fazla tercih edilen örneklem büyüklüğü grubu olmuştur. Örneklem büyüklüğü arttıkça tezlerde kullanım oranının azaldığını söylemek yanlış olmayacaktır. En az tercih edilen iki büyüklük ise %4'lük oranlarla 121-160 arası büyüklük ile 201 ve üzeri örneklem büyüklüğü olmuştur.

İncelenen Tezlerin Veri Toplama Araçlarına Göre Dağılımları

İncelenen tezlerin kullandıkları veri toplama araçlarına göre dağılımları Tablo 9’da verilmiştir.

Tablo 9. Tezlerin Veri Toplama Araçlarına Göre Dağılımları

Veri Toplama Araçları	Tez Kodu	Frekans	%Toplam
Açık uçlu sınav/test	T4, T6, T7, T8, T9, T10, T12, T13, T14, T16, T17, T18, T19, T20, T21, T24, T25, T26, T27, T28, T29, T30, T31, T32, T33, T34, T35, T36, T37, T38, T39, T40, T42, T43, T44, T47, T48, T49, T50, T51, T52, T53, T55, T58, T59, T61, T62, T63, T65, T66, T69, T70, T71, T73, T74, T75	54	%25
Anket/Ölçek	T2, T4, T5, T6, T8, T14, T15, T16, T24, T28, T43, T46, T56, T65	14	%6,48
Görüşme	T1, T5, T6, T7, T8, T9, T10, T11, T15, T16, T18, T19, T20, T22, T24, T25, T26, T27, T28, T29, T30, T31, T32, T33, T34, T35, T36, T37, T38, T39, T40, T41, T44, T47, T48, T49, T50, T52, T54, T55, T56, T57, T58, T59, T60, T61, T64, T65, T66, T67, T69, T70, T71, T73, T74, T75, T76	57	%26,39
Ses/Video Kaydı	T3, T10, T11, T13, T22, T26, T27, T28, T29, T30, T31, T32, T33, T35, T36, T37, T38, T39, T40, T41, T44, T45, T47, T49, T50, T52, T54, T55, T56, T57, T58, T59, T60, T61, T64, T66, T67, T68, T69, T76	38	%17,59
Gözlem	T3, T30, T36, T39, T47, T56, T67, T69	8	%3,70
Doküman	T1, T3, T7, T9, T10, T11, T13, T18, T22, T23, T32, T33, T35, T36, T39, T40, T41, T45, T47, T48, T52, T54, T56, T57, T59, T60, T64, T66, T68, T69, T70, T76	32	%14,81
Etkinlik	T1, T5, T11, T45, T46, T52, T54, T64, T68, T76	10	%4,63
Ders Kitabı	T15, T17, T72	3	%1,39
Toplam		216	%100

İncelenen alışmalarda birden fazla veri toplama aracı kullanan tezler bulunmaktadır. Örneğın T3 kodlu tezde gözlem, doküman ve ses/video kaydı veri toplama araçları kullanılmıştır. Bu sebeple toplam veri toplama araçları sayısı toplam tez sayısından fazla çıkmaktadır. Toplam tez sayısı yerine incelenen özelliğē göre toplam veri sayısı üzerinden hesaplamalar yapılmıştır. Tablo 9 incelendiğinde tezlerde veri toplama aracı olarak en fazla kullanılan iki araç 57 tez (%26,39) ile görüşme ve 54 tez (%25) ile açık uçlu sınav/test' den oluşmaktadır. Diğer veri toplama yöntemlerine göre en az tercih edilen veri toplama aracı ise %1,39'luk oranla ders kitabı olmuştur.



İncelenen Tezlerin Sonuçlarına Göre Dağılımları

İncelenen tezlerin sonuçlarına göre dağılımları Tablo 10'da verilmiştir.

Tablo 10. Tezlerin Sonuçlarına Göre Dağılımları

Araştırmanın Sonucu	Tez Kodu	Frekans	%Toplam
Anahtar fikir ile desteklenen ispatların daha başarılı yapılması	T7, T40	2	%2,06
Argümantasyon ve ispat arasındaki ilişkiyi ortaya koyma	T23, T51	2	%2,06
Aşına olunan bir ispatı kolaylıkla yapabilme	T62, T63	2	%2,06
Ders kitaplarında kullanılan ispatların farklılık göstermesi	T15, T67	2	%2,06
Ders kitaplarında yer alan ispat etkinliklerinin öğrencilerin ispat seviyelerinden düşük olması	T17	1	%1,03
Eğitim seviyesi ile matematiksel düşünmenin ispat basamağı arasında pozitif ilişki	T29	1	%1,03
Farklı kanıt şemaları kullanma	T64	1	%1,03
Ders kitaplarının ispat etkinliklerine yeterli düzeyde yer vermemesi	T72	1	%1,03
İspat hakkında olumlu görüş/bakış açısı geliştirme	T1, T6, T16, T18, T19, T22, T46, T47, T73, T75, T76	11	%11,34
İspat şemalarının sınıf seviyesine göre farklılık göstermesi	T6, T16	2	%2,06
İspat yapma becerisiyle ispata yönelik tutum arasında anlamlı bir ilişki olmaması	T14	1	%1,03
İspat yapma sürecinde yaşanan zorlukları ortaya koyma	T49, T67	2	%2,06
İspat yapmada güçlüklerle karşılaşma	T2, T3, T8, T12, T13, T15, T19, T20, T21, T24, T26, T30, T31, T37, T39, T44, T50, T54, T55, T57, T58, T59, T60, T61, T63, T65, T71, T73, T75, T76	30	%30,93
Kullanılan ispat şemalarının öğrenme stillerine göre farklılaşmaması	T43	1	%1,03
Matematik başarısıyla ispat yapma seviyesi arasında pozitif ilişki	T17	1	%1,03
Öğrencilerin birden fazla ispat şemasına sahip olması	T38	1	%1,03
Öğrencilerin kanıt imajına sahip olmaları	T30, T48, T66	3	%3,09
Öğrenme ortamı- Öğretim uygulamasının ispat yapma sürecine pozitif yönde etki	T1, T5, T7, T9, T10, T11, T25, T27, T28, T32, T33, T34, T35, T41, T45, T46, T47, T52, T56, T64, T68, T69, T70, T74, T76	25	%25,77
Öğrenme ortamı-Öğretim uygulamasının ispat yapma sürecine anlamlı bir etkisinin olmaması	T53	1	%1,03
Öğrenme stili ile ispata yönelim arasındaki ilişkiyi ortaya koyma	T42	1	%1,03
Öğretim üyelerinin derslerde ispat etkinliklerine yer vermesi	T15, T67	2	%2,06
Öğretmenlerin ve öğrencilerin ispat yapma becerilerinin genellikle benzer olmadığı	T58	1	%1,03
Sınıf seviyesi arttıkça ispat yapma düzeyinde anlamlı bir artış görülmesi	T4, T36, T44	3	%3,09
Toplam		97	%100

İncelenen bazı tezler birden fazla sonuç bulmuşlardır. Örneğin T6 tezi ispat hakkında olumlu görüş/bakış açısı geliştirme sonucu ile ispat şemalarının sınıf seviyelerine göre farklılık gösterdiği sonuçlarını bulmuştur. Bu sebeple elde edilen veri sayısı toplam tez sayısından fazla çıkmaktadır. Hesaplamalar toplam veri sayısı üzerinden yapılmıştır. Tablo 10’da görüldüğü üzere incelenen tezlerin sonuçlarına göre dağılımlarına bakıldığında üç sonucun diğerlerine göre daha baskın bir şekilde çıktığı görülmektedir. En fazla elde edilen sonuç %30,93 ile katılımcıların ispat yapma sürecinde zorluklarla karşılaştığı sonucudur. Onu takip eden %25,77 ile öğrenme ortamı/öğretim uygulamalarının ispat yapma sürecine ve ispat öğrenmeye pozitif yönlü etkisi olduğudur. Azımsanamayacak bir oranda çıkan bir diğer sonuç ise %11,34 ile katılımcıların ispat hakkında olumlu görüş/bakış açısı geliştirdiğini bulan çalışmalardır.



BÖLÜM V

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Tartışma ve Sonuç

Güncel eğitim reformları da ispat kavramının önemine vurgu yapmaktadır (NCTM, 2000; CCSSI, 2010). Ülkemizde de bu reformların yansımaları güncellenen öğretim programlarında kendini göstermektedir. 2005 yılında güncellenen matematik öğretim programında alana özgü akıl yürütme kavramının geliştirilmesine vurgu yapılmıştır (Özmantar, Ağaç, Yılmaz ve Özbey, 2020). İspat ve akıl yürütme kavramının da iç içe geçtiği düşünüldüğünde dolaylı yoldan ispat kavramından bahsedilmiştir demek yanlış olmayacaktır. Gerek uluslararası gerekse ulusal düzenlemeler sonucunda ispat konusunda yapılan çalışmalarda artış beklenmesi olağan bir sonuçtur. 2010 yılından itibaren ispat konusunda yapılan çalışmaların artışının alt yapısı bu güncellemeler olarak gösterilebilir. Yalnızca 2010 yılında sekiz çalışmanın yapılması bu yılın bir kırılma olarak alınabileceğini göstermektedir. İncelenen 12 yıllık sürede en fazla çalışma 2017 ve 2019 yıllarında dokuzar çalışma olarak görülmektedir. En az çalışma ise 2022 yılında iki çalışma olarak araştırmaya yansımıştır. Bunun sebebi olarak bu çalışmanın verileri için son taramanın 15.08.2022 tarihinde yapılması gösterilebilir. Tezlerin artışı doğrusal bir artış göstermemektedir. Yıllar içerisinde artış ya da azalış göstermektedir. Bulgular Öztürk ve Demirel'in (2022) çalışmasının bulgularıyla örtüşmektedir.

Yapılan araştırmaların sayısının artışındaki en büyük payın yüksek lisans tezleri olduğu, doktora tezlerinin ise daha azınlıkta kaldığı görülmüştür. Bu durumun yüksek lisans eğitimin daha kısa, doktora eğitiminin ise daha uzun ve zorlu bir süreç olması etkili olmuştur denebilir.

Araştırmada incelenen tezlerin büyük bir çoğunluğu tez dili olarak Türkçeyi tercih etmiştir. İngilizce dilini tercih eden yalnızca 6 tez bulunmaktadır. Bu tezlerin de yalnızca iki üniversitede (Boğaziçi Üniversitesi ve Orta Doğu Teknik Üniversitesi) olması dikkat çeken bir durumdur. Bu iki üniversitenin öğretim dilleri İngilizcedir (<https://yokatlas.yok.gov.tr/>). Yalnızca bu iki üniversitede yazılan tezlerin İngilizce olmasının sebebi bu durum olarak gösterilebilir.

Araştırmada incelenen tezler 23 farklı üniversitede çalışılmıştır. Bu üniversitelerin içerisinde alana en fazla sayıda teze katkı sağlayan Dokuz Eylül Üniversitesi'dir. Bu üniversiteyi, Atatürk Üniversitesi, Marmara Üniversitesi, Gazi Üniversitesi ve Hacettepe Üniversiteleri takip etmektedir. Daha fazla çalışma yapan üniversitelerde, ispat konusunda alan uzmanı öğretim üyelerinin bulunması ve öğrencilerini bu konuda yönlendirmesi alana katkı sağlayan etmenlerden biri olabilir.

Araştırmada incelenen tezlerin amaçlarına bakıldığında, en fazla ispat sürecini inceleme, ispata yönelik görüş/bakış açısı inceleme ve öğrenme ortamlarının/öğretim uygulamalarının ispat sürecine etkisi amaçlarının incelendiği görülmüştür. Çalışma bu yönüyle Öztürk ve Demirel (2022) ve Öztürk ve diğerlerinin (2015) çalışma sonuçlarıyla benzerlik göstermektedir. İspat sürecini ve ispata yönelik görüş/bakış açısının incelenmesi öğrencilerin ispat kavramında zorlandığı veya yanılgıya düştüğü kısımları belirlemek açısından önem arz etmektedir. Buradan hareketle öğrencilerin ispat yapma sürecini bilişsel ve duyuşsal çok yönlü şekilde araştırarak çalışmalara ihtiyaç olmaktadır (Pala, 2020). En az çalışılan amaçlar ise ders kitaplarını ispat açısından inceleme, ispata yönelik tutum ve matematiksel başarı ve ispat yapabilme arasındaki beceri olmuştur. Ders kitaplarını inceleyen tezlerin az olması dikkat çekicidir. Her sınıf seviyesinden öğrencileri ispat etkinlikleri ile tanıştırma gerekliliği (NCTM, 2000) düşünüldüğünde ders için kullanılan en önemli materyal olan kitapların içeriğinin ne durumda olduğunu bilinmesini gerekli kılar. Zeybek Üstün ve Birol'un (2018) yaptıkları çalışmada ders kitaplarında yer alan etkinliklerin ne kadarının ispat etkinliği olduğu araştırılmış ve ispat etkinliklerinin yeterli seviyede olmadığı bulgusuna ulaşmışlardır. Ders kitaplarını inceleyen çalışmalar arttırıp, kitaplardaki ispat çalışmalarını arttırmaya yönelik çalışmalar yapılabilir.

Araştırmada incelenen tezlerin örneklem türüne bakıldığında çalışmaların büyük bir kısmının örneklem olarak öğretmen adaylarını tercih ettikleri, öğretmen adaylarını da ortaokul öğrencileri ve lise öğrencileri takip ettiği görülmektedir. Bu örneklem gruplarının tercih edilme sebepleri araştırmacılar için ulaşılma kolaylığı olabilir. Yalnızca altı araştırma örneklem grubu olarak öğretmenlerle çalıştığı görülmüştür. Öğrencilerin ispat ve muhakeme konusundaki gelişiminin öğretmene bağlı olduğu (Altıparmak ve Öziş, 2005) düşünüldüğünde, öğretmenlerin dâhil edildiği çalışmaların arttırılması gerekliliği yanlış olmayacaktır. Örneklem grubu olarak en az çalışma

öğretim üyeleri, matematik bölüm öğrencileri, ders kitapları ve dokümandır. Çalışmanın bulguları, Öztürk ve Demirel'in (2022) çalışmalarının bulgularıyla örtüşmektedir.

Araştırmada incelenen tezlerin örneklem büyüklüğüne bakıldığında, tezlerin genellikle küçük örneklem grubu diyebileceğimiz 0-40 kişi arası örneklem grubunu tercih ettiği görülmektedir. Tezlerin çok küçük bir kısmının (%4) büyük örneklem grubu seçtiği görülmektedir. Örneklem büyüklüğünün kullanılan yaklaşım ile de ilgisi vardır. İncelenen tezlerin çok büyük bir kısmı nitel yöntem kullanmış, nitel yöntemlerinden de durum çalışması yöntemini kullanarak araştırmalarını gerçekleştirmişlerdir. “Durum çalışmaları bir varlığın mekâna ve zamana bağlı tanımlandığı ve özelleştirdiği araştırmadır.” (Büyüköztürk ve diğerleri, 2011). Nitel çalışmalarda örneklem büyüklüğü ile ilgili dikkat edilmesi gereken unsurlardan biri de veri miktarıdır. Elde edilmek istenen verinin derinliği ile örneklem büyüklüğü genellikle ters orantılıdır (Copley, 2002). Bu bilgilerden hareketle durum çalışmalarının bir konu hakkında daha derinlemesine bilgi edinmek için yapılan araştırmalar olduğu düşünüldüğünde, daha küçük örneklem tercih etmeleri, bulguları daha detaylandırabilmek adına araştırmacıya kolaylık sağlar diyebiliriz.

İncelenen tezlerin veri toplama araçlarına bakıldığında, tezlerin en fazla görüşme ve açık uçlu sınav/test kullandıkları görülmektedir. Araştırmacıların görüşme tekniğinin fazla kullanılmasının sebeplerinden biri, sayısal veriden daha çok katılımcıların nasıl düşündüklerini ayrıntılı bir biçimde ortaya çıkarmak istemeleridir (İskenderoğlu, 2010; Karaoğlu, 2010; Güler, 2013; Tuncer, 2014; Yıldız, 2019; Ercan, 2020). Çalışmaların büyük bir kısmında ise açık uçlu sınav/test kullanıp, katılımcıların orada verdikleri cevapları detaylı bir şekilde incelemek için görüşme yaptıkları görülmüştür. İspat yapma etkinliğinde sonucun önemli olduğu kadar süreç de önemli olduğundan (Öztürk ve Kaplan, 2017) daha derinlemesine sonuçlar elde edebilmek için nitel araştırmanın da doğası gereği birden fazla veri toplama aracı kullanılmıştır. Veri toplama aracı olarak en az kullanılan materyal ders kitabı olmuştur. Ders kitapları öğrencilerin en fazla kullandıkları materyallerden biri olarak düşünüldüğünde, daha fazla incelenmesi gerekliliği düşünülmektedir. Öztürk ve Demirel'in (2022) çalışmalarında da benzer sonuçlar bulunmuştur.

İncelenen tezler sonuçlarına bakıldığında aşağıdaki tartışmalar yapılmıştır.

- Katılımcıların anahtar fikir ile desteklenen ispatları yapma performansları olumlu bulunmuştur. Bu şekilde desteklenen ispatları yapan katılımcıların ispata yönelik olumlu görüş geliştirdiği de söylenmiştir (Karaoğlu, 2010; Yeşilyurt Çetin, 2017). Katılımcıların ispat yapmasını destekleyen çalışmalardan, aşına olunan bir ispatı kolaylıkla bulur sonucuna ulaşmıştır. Ulaşılan bu sonuç literatür incelendiğinde Demircioğlu ve Polat'ın (2016) yaptıkları çalışmanın sonuçlarıyla örtüşmektedir. Katılımcıların Pisagor teoremi gibi daha önceden ispatladıkları ve aşına oldukları ispatları yapmakta zorluk çekmedikleri görülmüştür.
- İncelenen tezlerde Güneş'in (2013) çalışması argümantasyon ve ispat sürecini inceleyen tezlerin derlemesinden oluşmuştur. Pesen (2018) çalışmasında ise ispat yapma becerisi ile argümantasyon becerileri arasında pozitif bir ilişki olduğu sonucuna varmıştır.
- İncelenen tezlerde ders kitaplarını araştıran çalışmaların bulguları: Ders kitaplarında kullanılan ispat etkinliklerinin farklılık göstermesi, ders kitaplarında yer alan ispat etkinliklerinin öğrencilerin ispat seviyelerinden düşük olması ve ders kitaplarının ispat etkinliklerine yeterli düzeyde yer vermediğine ulaştıkları şeklinde olmuştur. Taştepe (2012) ve Aksoy (2020)'un çalışmaları benzer sonuçlar içermektedir. Farklı ders kitaplarının içerdikleri ispat etkinliklerinde farklılıklar olduğu, bu durumun kitap yazarlarının bakış açısı veya tercihleriyle ilgili olabileceği belirtilmiştir. Çalışkan (2012), araştırmasında ders kitabında yer alan etkinliklerin öğrencilerin seviyelerine uygun olmadığını Gün (2021) ise araştırmasında ders kitaplarında ispat etkinliklerine yeterli düzeyde yer verilmediği sonucunu bulmuştur. Araştırmalar bu bulgularıyla Zeybek, Üstün ve Birol'un (2018) yaptıkları çalışmada ders kitaplarındaki ispat etkinliklerinin yeterli düzeyde olmadığı bulgusuyla örtüşmektedir. Gerek uluslararası gerekse ülkemizde yapılan eğitim reformları düşünüldüğünde öğrencilerin temel eğitim materyali diyebileceğimiz ders kitaplarında ispat etkinliklerine daha fazla yer verilmesi gerekliliği ortaya çıkmaktadır (Türk, 2018).

- İncelenen tezlerde ispat şemalarını araştıranlar üç farklı sonuç bulmuştur. Bunlar: Kullanılan ispat şemalarının öğrenme stillerine göre farklılaşmadığı, katılımcıların farklı ispat şemaları kullandığı ve ispat şemalarının sınıf seviyesi değiştikçe farklılık göstermesidir. Öğrencilerin farklı ispat şemaları kullandığı sonucuna ulaşan Ercan'ın (2020) çalışması literatür incelendiğinde İskenderoğlu (2003) ve Çontay'ın (2017) çalışma sonuçlarıyla benzerlik göstermektedir. Pektaş'ın (2017) çalışmasında katılımcıların kullandıkları ispat şemalarının öğrenme stillerine göre farklılık göstermediği, en fazla tercih edilen ispat şemalarının ise bu araştırmanın diğer çalışmalarıyla benzerlik gösterdiği görülmüştür. Diğer iki çalışma ise birbirini destekleyen nitelikte olup, ispat şemalarının sınıf seviyelerine göre farklılık gösterdiği sonucuna varmıştır.
- Gerek ulusal gerek uluslararası eğitim reformlarıyla ispat kavramının önemi arttığından ispat kavramı hakkında görüş inceleyen çalışmaların sayısı da artmıştır (Doruk ve Güler, 2014; Altıntaş ve İlgün, 2020; Güler ve Dikici, 2012). Literatürdeki çalışmaların bir kısmı katılımcıların ispat hakkındaki görüşlerini konusunda kararsız kaldığını, bir kısmı ise olumlu görüş bildirdiklerini göstermektedir. Bu çalışmada incelenen tezlerde de katılımcıların çalışma başlarken ispat yapma kavramı yapamayacakları bir eylem olarak düşünmelerine rağmen uygulama sonunda daha olumlu görüşlerle çalışmayı bitirmişlerdir. Öğrencilerin seviyelerine uygun uygulamalar, ispat ile ilgili görüşlerde olumlu etki bırakmıştır denebilir.
- İspat yapma sürecinde güçlüklerle karşılaşma incelenen tezlerin bulduğu bir diğer sonuçtur. Yapılan çalışmalar ispat yapmanın öğrenciler tarafından sıkıntı çektikleri, başarılı olamadıkları, başarılı olamayacaklarından korktukları için korktukları bir süreç olduğunu göstermektedir (Karakuş, Erşen ve Ocak, 2017). Tezlerde ispat yapma sürecinde karşılaşılan zorluklar: ispat yapma yaklaşımında sınırlılık, ispata yönelik kavramsal bilgilerde eksiklik, matematiksel dili iyi kullanamama, örnek vererek ispatlama yapmaya çalışma, ispat kavramının öneminin farkında olmama gibi ispat yapmayı olumsuz etkileyen sebepler bulmuşlardır. Öğrencilerin ispat yapma konusunda daha iyi olmaları, onların karşılaştıkları zorlukların analiz edilmesiyle mümkün olacaktır (Zeybek Şimşek 2020b). Literatür incelendiğinde birçok çalışmanın da katılımcı grubunun ispat

etkinliği gerçekleştirme konusunda zorluklar yaşadığı konusunda hemfikirler (Almeida, 2000; Güler, 2013; Weber, 2001; Knapp, 2005; Harel & Sowder, 1998, 2007; Moralı ve diğerleri, 2006; Vatandaş, 2022). İspat yapma konusunda yaşanan zorlukların temelinde, ispatın doğası gereği üstbilişsel düşünme gerektiren soyut bir kavram olması yatmaktadır (Martin ve Harel, 1989). Urhan (2018) ve Aksoy (2020) alışmalarında ispat yapma sürecinde yaşanan zorlukları ortaya koymuş ve bu zorlukların giderilmesi için önerilerde bulunmuştur. Ortaya çıkan zorluklar değerlendirilip öğrenciler için daha iyi öğrenme ortamları oluşturularak ispat yapma konusunda gelişmeleri sağlanabilir.

- İncelenen tezlerin bulduğu sonuçlardan biri de ispat imajı ile ilgilidir. Tezlerden elde edilen sonuçlar katılımcıların ispat imajına sahip olduklarıdır (Pala, 2016, 2020; Ateş Alpay, 2018). İspat imajına sahip olmalarına rağmen formal ispat yapmada zorluk yaşadıkları, bunun sebebinin ise kavram yanılgılarına sahip olmaları olduğu söylenebilir. İncelenen tezlerde bulunan sonuçlar birbirini destekler niteliktedir.
- İncelenen tezlerin 25 tanesinde öğrenme ortamının/öğretim uygulamasının ispat yapma sürecine pozitif yönde etkili olduğu bulunurken yalnızca Küçükbulut'un (2019) alışmasında yapılan uygulamanın ispat etkinliğini geliştirme yönünde anlamlı bir etkisinin olmadığı bulunmuştur. Anlamlı etki bulan çalışma sayısı daha fazla olduğundan herhangi bir etki bulmayan çalışmada uygulanan yöntemden kaynaklanan bir durum olabileceği düşünölebilir. Literatür incelendiğinde, her sınıf seviyesinden öğrencilerin ispat öğrenmesini kolaylaştıracak öğrenme ortamının tasarlanması (Sylianides ve diğerleri, 2007), öğrencilerin ispatı anlama becerilerini geliştirecek bir öğretim yöntemi tasarlayarak (Samkoff ve Weber, 2015) bu yöntemin olumlu sonucu olduğunu belirtmişlerdir.
- Altıparmak ve Öziş (2005) ispat becerisini öğrenciye kazandırmak en önemli görev öğretmene düşer düşüncesiyle bu araştırmada incelenen tezlerin bulunan sonuçlarından biri olan öğretim üyelerinin derslerde ispat etkinliklerine yer vermesi birbiri ile örtüşmektedir. Öğrenciler genellikle ispat etkinliğini yapmada

zorluk yaşamaktadırlar. Yaşanan zorlukların önüne geçmek için öğretmenler tarafından iyi bir planlama ve kontrol mekanizması geliştirilmesi gerekmektedir (Heinze ve Reiss, 2004). Öğretmenlerin ispatı öğrencilere nasıl sundukları, müfredatı nasıl yorumladıkları ve uyguladıkları da ispat kavramının öğretilmesinde öğretmene düşen önemli rollerden biridir (Hanna vd., 2009). Öğretmenlerin bu uygulamaları yapabilmesi için donanımlı yetişmeleri (Pala, 2020), ispata yönelik algılarının ve deneyimlerinin iyi düzeyde olması (Moralı ve diğerleri, 2006) ve öğretmen yetiştirme programlarında bu eğitimlere ağırlık verilmesi gerekmektedir. Bir diğer sonuç öğretmen ve öğrenciler ile çalışma yapan Turan'ın (2019) matematik öğretmenleri ile öğretimlerinden sorumlu oldukları öğrencilerin ispat yapma becerileri karşılaştırıldığında genellikle benzer olmadığı sonucudur. Bu duruma, öğretmenlerin ders anlatırken kullandıkları ispat argümanları ile öğrencilerin kullandıkları ispat argümanlarından farklı olması olabilir (Turan, 2019).

- Keçeli Bozdağ (2012) çalışmasında ilk olarak matematik öğretmen adaylarının ispata yönelik tutumlarını araştırmış ve tutumlarını orta düzeyde bulmuştur. Bir sonraki adımda ispat yapma becerileri ile tutumları arasındaki ilişkiyi incelediğinde anlamlı bir sonuç elde edememiştir. Ünveren (2010) çalışmasında ise öğrencilerin tutumlarının matematiksel modelleme etkinlikleriyle yapılan ispat öğretimi öncesinde ve sonrasında değişimini göstermeyi amaçlamıştır. Geleneksel yöntemle işlenen dersler sonucunda tutum daha düşük olurken, modelleme etkinliği sonrasında öğrencilerin ispata yönelik tutumlarında olumlu değişimler söz konusu olmuştur. Bu araştırmada incelenen tezin sonuçlarıyla literatür tam anlamıyla örtüşmemektedir. Bu sebeple tutumla ilgili yapılan çalışmaların artırılmasının önemli olduğu düşünülmektedir.
- Çalışkan (2012) çalışmasında ortaokul öğrencilerinin ispat yapma becerileri ile Seviye Belirleme Sınavında (SBS) elde ettikleri başarıları karşılaştırmış ve ispat becerisi yüksek öğrencilerin sınav başarısının da yüksek olduğu sonucunu bulmuştur. İspat yapma eylemi üst düzey düşünme ve muhakeme gerektirmektedir. Turan (2019) çalışmasında, ispat yapma eyleminin gerek öğrenciler gerek öğretmenler tarafından zorlanılan bir kavram olması sebebiyle katılımcı olarak seçtiği öğrencileri akademik başarısı yüksek öğrencilerden

seçmiştir. Bu durum da Çalışkan'ın (2012) araştırmasında elde edilen akademik başarısı yüksek öğrencilerin merkezi sınavdan daha yüksek puan alma sonucunu destekler niteliktedir.

- Tuncay (2015) çalışmasında matematik öğretmen adayları, farklı öğretim seviyesindeki öğretmenler ve bir akademisyenin matematiksel düşünme süreçlerini incelemiştir. Matematiksel düşünmenin ispat boyutunun sonuçlarına bakıldığında, alınan eğitim seviyesi ile ispat becerisi arasında pozitif bir ilişki var denebilir. Akademisyen olarak görev yapan öğretim üyesi ve yüksek lisans mezunu olan öğretmen ispat tekniklerini daha fazla kullanmışlardır. Diğer öğretmen adayı ve öğretmen ise geçmişten gelen bilgileri kullanarak ispat yapmaya çalışmış fakat tam olarak bir sonuca varamamıştır. Çalışmanın bu bulgusu Moralı ve diğerlerinin (2006) çalışma sonuçlarıyla benzerlik göstermektedir.
- Kunt (2017) çalışmasında yapay sinir ağı modeli kullanarak öğrencilerin sahip oldukları öğrenme stillerini tahmin etmeye çalışmıştır. Modelin ürettiği sonuçlar ile tahmini öğrenme stilleri arasında tutarlılık gözlenmiştir. Kalıcı öğrenme için bireysel öğrenme farkları dikkate alınmalıdır çünkü öğrenme stili, öğrenmenin en önemli bileşenlerinden biridir (Gencel, 2007). Kalıcı öğrenmenin gerçekleşmesi için öğrenme stilleri göz önünde bulundurularak eğitim öğretim planlanmalıdır (Marshall, 1990). Program geliştiricilerin bireysel farklılıkları göz önüne alarak çalışmalar yapması gerekliliği birçok araştırmacı tarafından altı çizilen bir durumdur (Özdemir ve Kaplan, 2014).
- Sınıf seviyesi değişkeni ile ispat arasındaki ilişkiyi inceleyen çalışmalar, sınıf düzeyi arttıkça ispat yapma becerilerinde anlamlı bir artış olduğu sonucunu bulmuştur. İmamoğlu (2010) çalışmasında üniversite birinci ve son sınıf öğrencilerine ispat sınavı uygulamış, son sınıfların ispat sınavı puanları birinci sınıflara göre daha yüksek çıkmıştır. Öztürk'ün (2017) çalışmasında da son sınıf matematik öğretmen adaylarının birinci sınıftaki matematik öğretmen adaylarına göre ispat yapma becerilerinde anlamlı farklılıklar bulunmuştur. Üniversite 1. sınıfta ispat yapmakta zorlanan öğrencilerin üniversite boyunca ispat yapma

konusunda gerekli deneyimlere sahip olup son sınıfa geldiğinde ise daha rahat ispat yapması yukarıda verilen sonucun sebebi olarak söylenebilir.

Öneriler

- Çalışmaya makaleler eklenerek çalışma verileri genişletilerek yapılabilir
- Öğretmen, öğretim üyesi, doküman gibi farklı örneklem gruplarıyla yapılan çalışmalar arttırılabilir.
- Yeni çalışmaların amaçlarına göre çeşitliliği arttırılabilir.
- Çalışma uluslararası literatürdeki eğilimi de görebilmek için farklı veri tabanlarında tarama yapılarak gerçekleştirilebilir.



KAYNAKÇA

- Akkaş, S., Hacısalihoğlu, H. H., Özel, Z. ve Sabuncuoğlu, A. (1988). *Soyut matematik* (2). Ankara: Gazi Üniversitesi Yayınları.
- Aksoy, E. (2020). *Öğretim elemanlarının matematik derslerinde ispat anlatım yapılarının incelenmesi*. Yayımlanmamış doktora tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Aksoy, E. ve Narlı, S. (2019). Öğretim elemanlarının matematiksel ispata yönelik görüşlerinin incelenmesi. *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 47, 134-156.
- Albayrak Bahtiyari, Ö. (2010). 8. sınıf matematik öğretiminde ispat ve muhakeme kavramlarının ve önemlerinin farkındalığı. Yayımlanmamış doktora tezi. Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Almeida, D. (2000). A survey of mathematics undergraduates' interaction with proof: Some implications for mathematics education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31(6), 869-890.
- Almeida, D. (2001). Pupils' proof potential. *International Journal of Mathematics Education, Science and Technology*, 32(1), 53-60.
- Almeida, D. (2003). Engendering proof attitudes: Can the genesis of mathematical knowledge teach us anything? *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34(4), 479-488.
- Altıntaş, E. ve İlğün, Ş. (2020). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel ispata yönelik görüşlerinin belirlenmesi: Kars örneklemi. *Kastamonu Education Journal*, 28(3), 1573-1582.
- Altıparmak, K. ve Öziş, T. (2005). Matematiksel ispat ve muhakemenin gelişimi üzerine bir inceleme. *Ege Eğitim Dergisi* (6)1, 25-37.
- Arsac, G. (2007). Origin of mathematical proof: History and epistemology. P. Boero (Ed.), *Theorems in schools: From history, epistemology and cognition to classroom practice* içinde (s. 27-42). Sense Publishers. Rotterdam, The Netherlands.

- Arslan, Ç. (2007). *İlköğretim öğrencilerinde muhakeme etme ve ispatlama düşüncesinin gelişimi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.
- Ateş Alpay, Ü. (2018). *Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin kanıt imajlarının incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Aydoğdu İskenderoğlu, T. (2003). *Farklı sınıf düzeylerindeki öğrencilerin matematik problemlerini kanıtlama süreçleri*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.
- Aydoğdu İskenderoğlu, T. (2016). Kanıt ve kanıt şemaları. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Editörler), *Matematik eğitiminde teoriler içinde* (s. 65-83). Ankara: Pegem Akademi.
- Aylar, E. (2014). *7. sınıf öğrencilerinin ispata yönelik algı ve ispat yapabilme becerilerinin irdelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Baki, A. (2014). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi* (5. bs.). Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı.
- Baki, A., Güven, B. ve Karataş, İ. (2002, Eylül). *Dinamik geometri yazılımı cabri ile keşfederek öğrenme*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunuldu, Ankara.
- Balacheff, N. (1988). Aspects of proof in pupils' practice of school mathematics. In D. Pimm (Ed.), *Mathematics, teachers and children* içinde (s. 216-230). Londra: Hodder & Stoughton.
- Barak, B. (2018). *Ortaokul matematik öğretmen adaylarının ispat yapma süreçlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Bell, A. (1976). A study of pupils' proof-explanations in mathematical situations. *Educational Studies in Mathematics*, 7, 23-40.
- Bell, C. J. (2011). Proofs without words: A visual application of reasoning and proof. *Mathematics Teacher*, 104(9), 690-695.

- Bieda, K. N. (2010). Enacting proof-related tasks in middle school mathematics: Challenges and opportunities. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(4), 351-382.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2011). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (10. bs.). Ankara: Pegem Akademi.
- Cadwallader Olsker, T. (2011). What do we mean by mathematical proof? *Journal of Humanistic Mathematics*, 1(1), 33-60.
- Common Core State Standards Initiative. (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Common Core State Standards Initiative. <http://corestandards.org/> adresinden alınmıştır.
- Cooper, H., Hedges, L. V. ve Valentine, J. C. (2009). Research synthesis as a scientific process. H. Cooper, L.V. Hedges, J.C. Valentine (Ed.), *The handbook of research synthesis and meta-analysis (3rd Edition)* içinde (s. 3-16). New York: Sage.
- Cropley, A. (2002). *Qualitative Research Methods. An Introduction for Students of Psychology and Education*. Riga: Zinatne.
- Çakır, F. (2021). *Dinamik geometri yazılımının öğretmen adayları ve öğretmenlerin sözsüz ispat yapma becerileri üzerine etkililiğinin değerlendirilmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Gaziosmanpaşa Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Tokat.
- Çalık, M. ve Sözbilir, M. (2014). İçerik analizinin parametreleri. *Eğitim ve Bilim*, 39(174), 33-38.
- Çalışkan, Ç. (2012). *8. sınıf öğrencilerinin matematik başarılarıyla ispat yapabilme seviyelerinin ilişkilendirilmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa.
- Çevik, A. S. (2010). *Cebire giriş* (2. bs.). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Çontay, E. G. (2017). *Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının ispat şemaları*. Yayımlanmamış doktora tezi. Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli.

- Dede, Y. (2015). Matematikte ispat: önemi, çeşitleri ve tarihsel gelişimi. İ.Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbalı, H. Şandır ve A. Delice, (Editörler). *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar* içinde (s. 15-34). Ankara: Pegem Akademi.
- Dede, Y. ve Karakuş, F. (2014). Matematiksel ispat kavramına pedagojik bir bakış: kuramsal bir çalışma. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 4(2), 47-71. DOI: <http://dx.doi.org/10.17984/adyuebd.52880>
- Demircioğlu, H. ve Polat, K. (2016). Ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının “Sözsüz İspatlar” ile yaşadıkları zorluklar hakkındaki görüşleri. *Uluslararası Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 2016(7), 81–99.
- De Villiers, M. (1990). The role and function of proof in mathematics. *Pythagoras*, 24, 17-24.
- De Villiers, M. (1999). The role and function of proof with Sketchpad. *Rethinking Proof with Sketchpad*, 3-10.
- Dinamit, D. (2020). *Üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel ispat yapma süreçlerinin incelenmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Adnan Menderes Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Aydın.
- Doruk, M. ve Güler, G. (2014). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel ispata yönelik görüşleri. *Uluslararası Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 71-93.
- Doruk, M. ve Kaplan, A. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel ispat yapmaya yönelik görüşleri. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 2(1), 241-252.
- Dreyfus, T. (1999). Why Johnny can't prove. *Educational studies in mathematics*, 38(1), 85-109.
- Ercan, N. Ö. (2020). *Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin a-didaktik bir ortamda geometri konularında kullandıkları kanıt şemaları*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Kastamonu.
- Gencel Evin İ. (2007). Kolb'un deneyimsel öğrenme kuramına dayalı Öğrenme Stilleri Envanteri-III'ü Türkçeye uyarlama çalışması. *Dokuz Eylül Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 9(2), 120-139.

- Gökkurt, B., Deniz, D., Akgün, L. ve Soylu, Y. (2014). Matematik alanında ispat yapma süreci üzerine yapılmış bazı araştırmalardan bir derleme. *Baskent University Journal of Education*, 1(1), 55-63.
- Güler, G. ve Dikici, R. (2012). Ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel ispat hakkındaki görüşleri. *Kastamonu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(2), 571-590.
- Güler, G., Kar, T., Öçal, M. F. ve Çiltaş, A. (2011). Prospective mathematics teachers' difficulties in proof. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 15, 336-340.
- Güler, G., Özdemir, E. ve Dikici, R. (2012). Öğretmen adaylarının matematiksel tümevarım yoluyla ispat becerileri ve matematiksel ispat hakkındaki görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 20(1), 219-236.
- Gün, S. (2021). 8. sınıf matematik ders kitabı sorularının matematiksel süreç becerilerine göre incelenmesi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Siirt Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Siirt.
- Güneş, S. (2013). *Matematik eğitiminde argümantasyon ve kanıt süreçlerinin analizi ve karşılaştırılması*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Gürsel, G. (2013). *Matematik öğretmeni adaylarının cebir öğrenme alanındaki ispat süreçlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Hanna, G. (1990). Some pedagogical aspects of proof. *Interchange*, 21(1), 6-13.
- Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 5-23.
- Hanna, G. (2002). Mathematical proof. D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* içinde (s. 54-64). New York: Kluwer Academic Publishers.
- Hanna, G., de Villiers, M., Arzarello, F., Dreyfus, T., DurandGuerrier, V., Jahnke, H.N., Lin, F.L., Selden, A., Tall, D., Yevdokimov, O. (2009). Discussion Document. In F. Lin, F. Hsieh, G. Hanna ve M. de Villiers (Eds.), *Proceedings of the 19th International Commission on Mathematical Instruction: Proof and Proving in Mathematics Education (vol. 1)* içinde (s. 1-XX). National Taiwan Normal University, Taipei, Taiwan: ICMI Study Series 19, Springer.

- Hanna, G. ve Jahnke, H. N. (1996). Proof and proving. A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, ve C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education (Volume 4)* içinde (s. 877-908). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Harel, G. (2007). Students' proof schemes revisited. P. Boero (Eds.), *Theorems in school. From history, epistemology and cognition to classroom practice* içinde (s. 65-78). Sense Publishers, Rotterdam.
- Harel, G. ve Sowder, L. (1988). Students proof schemes: Results from exploratory studies. A. H. Schoenfeld, J. Kaput ve E. Dubinsky (Eds.), *Research in collegiate mathematics III* içinde (s. 234-282). Providence, RI: AMS.
- Harel, G. ve Sowder, L. (2007). Toward comprehensive perspectives on the learning and teaching of proof. F. K. Lester, Jr. (Ed), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* içinde (s. 805-842). Greenwich, CT: Information Age.
- Heinze, A. ve Reiss, K. (2004). The teaching of proof at the lower secondary level-a video study. (*ZDM*), 36(3), 98-104.
- Hersh, R. (1993). Proving is convincing and explaining. *Educational Studies in Mathematics*, 24(4), 389-399.
- Hersh, R. (2009). What I would like my students to already know about proof. D. A. Stylianou, M. L. Blanton ve E. J. Knuth (Eds.), *Teaching and learning proof across the grades: A K-16 perspective* içinde (s. 17-20). New York, NY: Routledge.
- ICMI Study 19. (2009). Proof and proving in mathematics education: Discussion document, F. L. Lin, F. J. Hsieh, G. Hanna ve M. de Villiers (Eds.) *Proceedings of the ICMI Study 19 Conference: Proof and Proving in Mathematics Education* içinde (s. 1-XIX-1-XXX), 10-15 May, Taipei, Taiwan.
- Irmak, H. (2008). *Soyut matematik*. (1. bs.). Ankara: Pegem Akademi.
- İlhan, A, ve Aslaner, R. (2019). 2005'ten 2018'e Ortaokul matematik dersi öğretim programlarının değerlendirilmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 46(46), 394-415. DOI: 10.9779/pauefd.45264

- İmamoğlu, Y. (2010). *Birinci ve son sınıf matematik ve matematik öğretmenliği öğrencilerinin ispatla ilgili kavramsallaştırma ve becerilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Boğaziçi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- İskenderoğlu, T. (2010). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kanıtlamayla ilgili görüşleri ve kullandıkları kanıt şemaları*. Yayınlanmamış doktora tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Jahnke, H. N. (2010). The conjoint origin of proof and theoretical physics. In G. Hanna, H. N. Jahnke ve H. Pulte (Eds.), *Explanation and proof in mathematics: Philosophical and educational perspectives* içinde (s. 17-32). New York: Springer.
- Kanadlı, S. (2019). *Sosyal bilimlerde teoriden uygulamaya araştırma sentezi nicel, nitel, karma yöntemler*. Ankara: Pegem Akademi.
- Karahan, Ö. (2013). *Matematik öğretmen adaylarının çift sütun ispat yöntemine yönelik görüşleri ve bu yönteme dayalı ispatlama süreçlerinin analizi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Karakaya, B. (2021). *8. sınıf öğrencilerinin denklemlerde eşitlik kavramına ilişkin sahip oldukları kanıt şemalarının matematiksel bilgi türleri açısından incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Karakuş, F., Erşen, Z. B. ve Ocak, G. (2017). Matematik ve matematik öğretmenliği bölümü öğrencilerinin ispat yapma düzeylerinin incelenmesi. *Uşak Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 10, 245-266.
- Karaoğlu, Ö. (2010). *Matematik öğretmen adaylarının anahtar nokta ve fikirlerle desteklenmiş ispatları yapabilme performansları*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Knapp, J. (2005). *Learning to prove in order to prove to learn*.
- Knuth, E. J. (2002). Secondary school mathematics teachers' conceptions of proof. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(5), 379-405.

- Ko, Y. Y. (2010). Mathematics teachers' conceptions of proof: Implications for educational research. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 8(6), 1109-1129.
- Kunt, A. (2017). *Ortaokul 8.sınıf öğrencilerinin matematiksel ispata yönelimlerinin yapay sinir ağı modeli kullanılarak incelenmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Küçükbulut, C. (2019). *Öğrencilerin ispat yapabilme becerilerinin gelişimine 5E modelinin etkisi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Kastamonu.
- Martin, G. ve Harel, G. (1989). Proof frames of preservice elementary teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(1), 41-51.
- Marshall, C. (1990). The power of the learning styles philosophy. *Educational Leadership*, 48(2), 62.
- Miles, M. B. ve Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Ankara: Millî Eğitim Bakanlığı.
- Mishra, S. M. (2004). *Discreate mathematics*. New Delhi: Indira Gandhi, National Open University.
- Miyazaki, M. (2000). Levels of proof in lower secondary school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 41, 47-68.
- Moralı, S., Uğurel, İ., Türnüklü, E. ve Yeşildere, S. (2006). Matematik öğretmen adaylarının ispat yapmaya yönelik görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 14(1), 147-160.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Özdemir, F. ve Kaplan, A. (2014). Öğretmen adaylarının öğrenme stillerine göre matematiksel ispat hakkındaki görüşlerinin incelenmesi. *Amasya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 3(2), 410-429.

- Özmantar, M. F., Ağaç, G., Yılmaz, B. ve Özbey, N., (2020). Cumhuriyet dönemi ortaokul matematik öğretim programlarına genel bir bakış. M. F. Özmantar, H. Akkoç, B. Kuşdemir Kayıran, M. Özyurt (Editörler). *Ortaokul matematik öğretim programları tarihsel bir inceleme* içinde (s. 29-77). Ankara: Pegem Akademi.
- Öztürk, M. (2017). *Matematik öğretmeni ve öğretmen adaylarının ispat yapma süreçlerinin bilişsel açıdan incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Öztürk, M., Akkan, Y., Kaleli Yılmaz, G. ve Kaplan, A. (2015). *Ortaokul öğrencileri ve öğretmenleri ile yapılan matematiksel ispat araştırmaları: Nitel meta sentez çalışmaları*. II. Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu'nda sunuldu, Adıyaman.
- Öztürk, M. ve Kaplan, A. (2017). Matematik öğretmenlerine yönelik ispat yapma teşhis testi ve teste yönelik dereceli puanlama anahtarı geliştirilmesi. *Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(1), 360-381
- Öztürk, T. ve Demirel, D. (2022). Türkiye’de ispat üzerine yapılan çalışmaların analizi: bir sistematik derleme. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 54, 32-68. DOI: 10.9779/pauefd.782832.
- Pala, O. (2016). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının sonsuz kümelerin denkliği konusundaki kanıt imajlarının incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Pala, O. (2020). *İspat imajının dinamiklerinin sonsuz kümelerin denkliği bağlamında incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Pektaş, O. (2017). Öğretmen adaylarının trigonometri konusunda kullandıkları kanıt şemalarının öğrenme stillerine göre incelenmesi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Kastamonu.
- Pesen, M. (2018). *An examination of the proof and argumentation skills of eighthgrade students*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Boğaziçi Üniveristesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.

- Polat, K. (2018). *Alternatif bir ispat yöntemi olarak sözsüz ispatlar: Lise öğrencilerinin ispat yapabilme becerilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Russell, R., Chung, M., Balk, E. M., et al. (2009). Issues and challenges in conducting systematic reviews to support development of nutrient reference values: Workshop summary: Nutrition research series, Vol. 2. rockville (MD): Agency for healthcare research and quality (US); 2009 Mar. (Technical Reviews, No. 17.2) 2, Systematic Review Methods. <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/books/NBK44088/> adresinden ulaşıldı.
- Samkoff, A. ve Weber, K. (2015). Lessons learned from an instructional intervention on proof comprehension. *The Journal of Mathematical Behavior*, 39, 28-50. DOI: 10.1016/j.jmathb.2015.05.002.
- Sarı Uzun, M. (2020). Öğrenenlerin ispat yapma davranışları/ispat şemaları. I. Uğurel (Ed.), *Matematiksel ispat ve öğretimi. Okul yıllarında ispat öğretimini destekleyen çok yönlü bir bakış* içinde (s. 189-226). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Schoenfeld, A. (1994). What do we know about mathematics curricula? *The Journal of Mathematical Behavior*, 13, 55-80.
- Schoenfeld, A. (2009). The soul of mathematics. D. A. Stylianou, M. L. Blanton ve E. J. Knuth (Eds.), *Teaching and learning proof across the grades: A K-16 perspective* içinde (s. Xii-xvi). New York, NY: Routledge.
- Sezen Yüksel, N. (2020). Matematik tarihi ve felsefesi çerçevesinde ispat ve ispatlama. I. Uğurel (Ed.), *Matematiksel ispat ve öğretimi. Okul yıllarında ispat öğretimini destekleyen çok yönlü bir bakış* içinde (s. 41-68). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Sowder, L. ve Harel, G. (1998). Types of students justifications. *The Mathematics Teacher*, 91, 670-675.
- Sönmez, V. ve Alacapınar, F.G. (2016). *Ölçme araçlarında güvenirlik ve geçerlik. Örneklendirilmiş Bilimsel Araştırma Yöntemleri* (3. bs.). Ankara: Anı Yayıncılık, 114-158.
- Stylianides, A. J. (2007). Proof and proving in school mathematics, *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 289-321.

- Stylianides, G. J., Stylianides, A. J. ve Philippou, G. N. (2007). Preservice teachers' knowledge of proof by mathematical induction. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10(3), 145-166. DOI: 10.1007/s10857-007-9034-z.
- Tall, D. (1991). *Advanced mathematical thinking*. London: Kluwer Academic Publishers.
- Taştepe, M. (2012). *İspat kavramının kitap, öğretmen ve öğrenci boyutunda incelenmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Thurston, W. I. (1994). On proof and progress in mathematics. *American Mathematical Society*, 30(2), 161-177.
- Tuncay, H. A. (2015). *Matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Cumhuriyet Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Sivas.
- Tuncer, G. (2014). *Matematik bölümü öğrencilerinin ispat algıları*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Turan, İ. (2019). *Matematik akademik başarısı yüksek ortaokul öğrencilerinin ve matematik öğretmenlerinin ispat yapabilme becerilerinin ve argüman tercihlerinin incelenmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Gaziosmanpaşa Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Tokat.
- Türk, T. (2018). *Ortaokul matematik dersi öğretim programının üstün yetenekli öğrencilerin eğitimi açısından öğretmen ve öğrenci görüşlerine göre değerlendirilmesi*. Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Türk Dil Kurumu. (2022). Türkçe Sözlük. <https://sozluk.gov.tr> adresinden alınmıştır.
- Uğurel, I. (2010). *Ortaöğretim matematik öğretmenliği programının temel öğeleri çerçevesinde öğrencilerin ispat kavramına yönelik matematiksel bilgilerini nasıl düzenlediklerinin söylem çözümlemesi ile belirlenmesi*. Yayımlanmamış doktora tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Uğurel, I. (2020). İspatın sahip olduğu roller ve işlevler. I. Uğurel (Ed.), *Matematiksel ispat ve öğretimi, okul yıllarında ispat öğretimini destekleyen çok yönlü bir bakış* içinde (s. 113-148). Ankara: Anı Yayıncılık.

- Uğurel, I. ve Moralı, S. (2010). Bir ortaöğretim matematik dersindeki ispat yapma etkinliğine yönelik sınıf içi tartışma sürecine öğrenci söylemleri çerçevesinde yakından bakış. *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 135- 154.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. 24, 234–243.
- Urhan, S. (2018). *Kanıt yapma sürecinin Habermas akılcı davranış modeli ile analizi*. Yayımlanmamış doktora tezi. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Ültay, E., Akyurt, H. ve Ültay, N. (2021). Sosyal bilimlerde betimsek içerik analizi. *IBAD Sosyal Bilimler Dergisi*, (10), 188-201. DOI: 10.21733/ibad.871703.
- Üstün, A. (2019). *5. sınıf öğrencilerinin kesirler konusu üzerindeki muhakeme yapabilme becerilerinin incelenmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Gaziosmanpaşa Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Tokat.
- Üstün, U. (2012). *To what extent is problem-based learning effective as compared to traditional teaching in science education? A meta-analysis study*. Yayımlanmamış doktora tezi. METU, Ankara.
- Üstün, U. ve Eryılmaz, A. (2014). Etkili araştırma sentezleri yapabilmek için bir araştırma yöntemi: Meta-analiz. *Eğitim ve Bilim*, 39(174), 1-32.
- Üstüngün, Ş. (2020). *12. Sınıf öğrencilerinin sözsüz ispat becerilerinin incelenmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Cumhuriyet Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Sivas.
- Van De Walle, J., Karp, K. ve Bay-Williams, J. (2016). *İlkokul ve ortaokul matematiği: gelişimsel yaklaşımla öğretim* (çev. S. Durmuş). Nobel Yayınları.
- Vatandaş, B. (2022). *Üstün yetenekli 8. sınıf öğrencilerinin ispat yapma süreçlerinin incelenmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Adnan Menderes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Aydın.
- Yang, K.-L. ve Lin, F.-L. (2008). A model of reading comprehension of geometry proof. *Educational Studies in Mathematics*, 67(1), 59–76.

- Yeşilyurt Çetin, A. (2017). *Matematik öğretmeni adaylarının matematiksel ispatta önceden belirlenen anahtar fikirleri yazabilme süreçleri*. Yayınlanmamış doktora tezi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Yıldırım, A. ve Şimsek, H. (2019). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*, (12. bs.). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, C. (2000). *Matematiksel düşünme*. İstanbul: Remzi Kitabevi.
- Yıldız, A. (2019). *9. sınıf öğrencilerinin matematiksel ispatla ilgili öğrenme güçlüklerinin belirlenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Mersin Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Mersin.
- Yılmaz, K. (2015). *Matematiksel modellerle teorem ispatlarının ilköğretim matematik öğretmenliği öğrencilerinin ispat yapabilme becerilerine, ispatla ilgili görüşlerine ve akademik başarılarına etkisi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Yükseköğretim Kurulu Lisans Atlası (2022). Yükseköğretim Kurulu Lisans Atlası. <https://yokatlas.yok.gov.tr/lisans-anasayfa.php> adresinden alınmıştır.
- Zeybek Şimşek, Z. (2020a). İspat nedir sorusuna farklı pencerelerden bakış. I. Uğurel (Ed.), *Matematiksel ispat ve öğretimi. Okul yıllarında ispat öğretimini destekleyen çok yönlü bir bakış* içinde (s. 1-22). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Zeybek Şimşek, Z. (2020b). İspatın matematik öğretim programları ve uluslararası standartlardaki yeri ve önemi. I. Uğurel (Ed.), *Matematiksel ispat ve öğretimi. Okul yıllarında ispat öğretimini destekleyen çok yönlü bir bakış* içinde (s. 69-88). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Zeybek Şimşek, Z. ve Üstün, A. (2019). 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenler konusundaki ispat seviyelerinin incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 13(1), 196-216.
- Zeybek, Z., Üstün, A. ve Birol, A. (2018). Matematiksel ispatların ortaokul matematik ders kitaplarındaki yeri. *İlköğretim Online*, 17(3), 1317-1335.
- Weber, K. (2005). Problem-solving proving and learning: The relationship between problem-solving processes and learning opportunities in the activity of proof construction. *The Journal of Mathematical Behavior*, 24(3-4), 351-360.

Weber, K. (2010). Mathematics majors perceptions of conviction, validity, and proof. *Mathematical Thinking and Learning*, 12, 306–336.



EKLER

Ek 1. Çalışmada Kullanılan Tezlerin Listesi

- T1:** İpek, S. (2010). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dinamik geometri yazılımları kullanarak gerçekleştirdikleri geometrik ve cebirsel ispat süreçlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- T2:** Albayrak-Bahtiyari, Ö. (2010). *8. sınıf matematik öğretiminde ispat ve muhakeme kavramlarının ve önemlerinin farkındalığı*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- T3:** Uğurel, I. (2010). *Ortaöğretim matematik programının temel öğeleri çerçevesinde öğrencilerin ispat kavramına yönelik matematiksel bilgilerini nasıl düzenlediklerinin söylem çözümlemesi ile belirlenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- T4:** İmamoğlu, Y. (2010). *An investigation of freshmen an senior mathematics and teaching mathematics students' conceptions and practices regarding proof* . Unpublished doctoral dissertation. Boğaziçi University The Graduate School of Natural and Applied Science, İstanbul.
- T5:** Ünveren, E. N. (2010). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının ispata yönelik tutumlarının matematiksel modelleme sürecinde incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- T6:** İskenderoğlu, T. (2010). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kanıtlamayla ilgili görüşleri ve kullandıkları kanıt şemaları*. Yayınlanmamış doktora tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- T7:** Karaoğlu, Ö. (2010). *Matematik öğretmen adaylarının anahtar nokta ve fikirlerle desteklenmiş ispatları yapabilme performansları*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- T8:** Birinci, K. S. (2010). *Matematik öğretmen adaylarının ispatlama performanslarının süreç-nesne ilişkisi açısından incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- T9:** Demir, F. (2011). *Bir dinamik geometri yazılımının ilköğretim öğrencilerinin geometride ispat becerilerine etkisi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Erzincan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzincan.

- T10:** Sarı, M. (2011). *Üniversite öğrencilerinin matematiksel kanıt ile ilgili güçlükleri ve kanıt öğretimi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- T11:** Ceylan, T. (2012). *GeoGebra yazılımı ortamında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik ispat biçimlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- T12:** Zaimoğlu, Ş. (2012). *8. sınıf öğrencilerinin geometrik ispat süreci ve eğilimleri*. Yayınlanmamış doktora tezi. Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Kastamonu.
- T13:** Gülşen, İ. (2012). *Matematik öğretmen adaylarının görsel akıl yürütme durumlarının incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- T14:** Keçeli-Bozdağ, S. (2012). *Matematik öğretmen adaylarının ispat yapmaya yönelik tutumları ile ispatlama becerileri arasındaki ilişki*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- T15:** Taştepe, M. (2012). *İspat kavramının kitap, öğretmen ve öğrenci boyutunda incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- T16:** Güner, P. (2012). *Matematik öğretmen adaylarının ispat yapma süreçlerinde DNR tabanlı öğretime göre anlama ve düşünme yollarının incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- T17:** Çalışkan, Ç. (2012). *8. sınıf öğrencilerinin matematik başarılarıyla ispat yapabilme seviyelerinin ilişkilendirilmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa.
- T18:** Karahan, Ö. (2013). *Matematik öğretmen adaylarının çift sütun ispat yöntemine yönelik görüşleri ve bu yönteme dayalı ispatlama süreçlerinin analizi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- T19:** Güler, G. (2013). *Matematik öğretmeni adaylarının cebir öğrenme alanındaki ispat süreçlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- T20:** Taş, A. (2013). *Lise öğrencilerinin trigonometri konusu üzerinde bilgi düzeylerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.

- T21:** Demiray, E. (2013). *An investigation of pre-service middle school mathematics teachers' achievement levels in mathematical proof and the reasons of their wrong interpretations*. Unpublished master's thesis. Middle East Technical University The Graduate School of Social Sciences, Ankara.
- T22:** Miral, D. (2013). *Ortaöğretim matematik öğretmenliği öğrencilerinin matematiksel ispat yöntemleri hakkındaki görüşleri*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- T23:** Güneş, S. (2013). *Matematik eğitiminde argümantasyon ve kanıt süreçlerinin analizi ve karşılaştırılması*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- T24:** Pekşen-Sağır, P. (2013). *Matematik öğretmen adaylarının ispat yapma süreçlerinin incelenmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- T25:** Aylar, E. (2014). *7. sınıf öğrencilerinin ispata yönelik algı ve ispat yapabilme becerilerinin irdelenmesi*. Yayımlanmamış doktora tezi. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- T26:** Tuncer, G. (2014). *Matematik bölümü öğrencilerinin ispat algıları*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- T27:** İnam, B. (2014). *Ortaöğretim düzeyinde, kavrama testlerine dayalı bir ispat öğretim uygulamasının değerlendirilmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- T28:** Yılmaz, K. (2015). *Matematiksel modellerle teorem ispatlarının ilköğretim matematik öğretmenliği öğrencilerinin ispat yapabilme becerilerine, ispatla ilgili görüşlerine ve akademik başarılarına etkisi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- T29:** Tuncay, H. A. (2015). *Matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Cumhuriyet Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Sivas.
- T30:** Pala, O. (2016). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının sonsuz kümelerin denkliği konusundaki kanıt imajlarının incelenmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

- T31:** Doruk, M. (2016). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının analiz alanındaki argümantasyon ve ispat süreçlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- T32:** Yıldız, F. (2016). *DNR tabanlı öğretimin 8.sınıf öğrencilerinin anlama ve düşünme yollarına etkisinin incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- T33:** Öztürk, T. (2016). *Matematik öğretmeni adaylarının ispatlama becerilerini geliştirmeye yönelik tasarlanan öğrenme ortamının değerlendirilmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- T34:** Belin, M. (2016). *Prospective mathematics teachers' quantitative reasoning on the development of decimal representation of real numbers and its effect on their comprehension of a related proof*. Unpublished master's thesis. Boğaziçi University The Graduate School of Natural and Applied Science, İstanbul.
- T35:** Gelişen, A. (2017). *9. sınıfta üçgenlerin öğretiminde origami ve sözsüz ispatların kullanılması ile ilgili bir öğretim deneyi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Cumhuriyet Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Sivas.
- T36:** Öztürk, M. (2017). *Matematik öğretmeni ve öğretmen adaylarının ispat yapma süreçlerinin bilişsel açıdan incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- T37:** Göl, R. (2017). *12. sınıf fen lisesi öğrencilerinin matematiksel düşünme becerilerinin özelleştirme, tahmin, ispat ve genelleme basamakları bağlamında incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Uşak Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Uşak.
- T38:** Çontay, E. G. (2017). *Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının ispat şemaları*. Yayınlanmamış doktora tezi. Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli.
- T39:** Demir, E. (2017). *Ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının muhakeme hatalarının ispatlama bağlamında incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- T40:** Yeşilyurt Çetin, A. (2017). *Matematik öğretmeni adaylarının matematiksel ispatta önceden belirlenen anahtar fikirleri yazabilme süreçleri*. Yayınlanmamış doktora tezi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

- T41:** Şadan, N. (2017). *Fen lisesi öğrencilerinin görsel ispat geliştirme süreçlerinin incelenmesi üzerine bir öğretim deneyi çalışması*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- T42:** Kunt, A. (2017). *Ortaokul 8.sınıf öğrencilerinin matematiksel ispata yönelimlerinin yapay sinir ağı modeli kullanılarak incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- T43:** Pektaş, O. (2017). *Öğretmen adaylarının trigonometri konusunda kullandıkları kanıt şemalarının öğrenme stillerine göre incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Kastamonu.
- T44:** Barak, B. (2018). *Ortaokul matematik öğretmen adaylarının ispat yapma süreçlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- T45:** Ülker, E. (2018). *Ortaokulda ispata giriş: gerçekçi matematik eğitimi çerçevesinde sözsüz ispatların kullanımı*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- T46:** Haseki, D. (2018). *Improving attitudes towards geometric proof in the context of dynamic geometry software-based proof instruction*. Unpublished master's thesis. Boğaziçi University Institute of Social Sciences, İstanbul.
- T47:** Polat, K. (2018). *Alternatif bir ispat yöntemi olarak sözsüz ispatlar: lise öğrencilerinin ispat yapabilme becerilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- T48:** Ateş Alpay, Ü. (2018). *Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin kanıt imajlarının incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- T49:** Urhan, S. (2018). *Kanıt yapma sürecinin Habermas akılcı davranış modeli ile analizi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- T50:** Kaya, E. P. (2018). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının denklik bağıntısına ilişkin kanıt şemalarının incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- T51:** Pesen, M. (2018). *An examination of the proof and argumentation skills of eighthgrade students*. Unpublished master's thesis. Boğaziçi University Institute of Social Sciences, İstanbul.

- T52:** Üstün, A. (2019). *5.sınıf öğrencilerinin kesirler konusu üzerindeki muhakeme yapabilme becerilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Gaziosmanpaşa Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Tokat.
- T53:** Küçükbulut, C. (2019). *Öğrencilerin ispat yapabilme becerilerinin gelişimine 5E modelinin etkisi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Kastamonu.
- T54:** Demiray, E. (2019). *An investigation of prospective middle school mathematics teachers' argumentation, proof, and geometric construction processes in the context of cognitive unity*. Unpublished doctoral dissertation. Middle East Technical University The Graduate School of Social Sciences, Ankara.
- T55:** Yıldız, A. (2019). *9.sınıf öğrencilerinin matematiksel ispatla ilgili öğrenme güçlüklerinin belirlenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Mersin Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Mersin.
- T56:** Cihan, F. (2019). *Matematik öğretmen adaylarının ispatla ilgili alan ve pedagojik alan bilgilerini geliştirmeye yönelik bir ders tasarımı*. Yayınlanmamış doktora tezi. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- T57:** Mancoğlu, E. (2019). *Ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel teoremlerin ispatlarını görselleştirme durumlarının incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- T58:** Turan, İ. (2019). *Matematik akademik başarısı yüksek ortaokul öğrencilerinin ve matematik öğretmenlerinin ispat yapabilme becerilerinin ve argüman tercihlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Gaziosmanpaşa Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Tokat.
- T59:** Çokyaşa, M. Ç. (2019). *Matematik öğretmen adaylarının matematiksel muhakeme ve ispat yapma süreçlerinin muhakame-ispatlama çerçevesi ve üstbilis bağlamında incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- T60:** Uysal, R. (2019). *Ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının cebir alanındaki argümantasyon ve ispat süreçleri arasındaki ilişkinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

- T61:** Coşkun, M. (2020). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının geometri alanındaki ispat yapabilme yeterliklerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.
- T62:** Arslantaş-İlter, E. (2020). *Matematik öğretmenlerinin sözsüz ispat becerilerinin Pisagor teoremi bağlamında incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Cumhuriyet Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Sivas.
- T63:** Üstüngün, Ş. (2020). *12. sınıf öğrencilerinin sözsüz ispat becerilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Cumhuriyet Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Sivas.
- T64:** Ercan, N. Ö. (2020). *Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin a-didaktik bir ortamda geometri konularında kullandıkları kanıt şemaları*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Kastamonu.
- T65:** Dinamit, D. (2020). *Üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel ispat yapma süreçlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Adnan Menderes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Aydın.
- T66:** Pala, O. (2020). *İspat İmajının Dinamiklerinin Sonsuz Kümelerin Denkliği Bağlamında İncelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- T67:** Aksoy, E. (2020). *Öğretim elemanlarının matematik derslerinde ispat anlatım yapılarının incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- T68:** Sucu, H. (2021). *Teknoloji destekli bir öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin argüman yapılarının toulmin modeline göre incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- T69:** Yılmaz, G. (2021). *Animasyonla hazırlanmış ispat materyalleri ile ispat öğretiminde ispat süreçlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- T70:** Yulet Yılmaz, T. (2021). *7.sınıf öğrencilerinin kanıtlama süreçlerinin ve bu süreçte ortaya çıkan kanıt işlevlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

T71: Karakaya, B. (2021). *8. Sınıf öğrencilerinin denklemlerde eşitlik kavramına ilişkin sahip oldukları kanıt şemalarının matematiksel bilgi türleri açısından incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.

T72: Gün, S. (2021). *8. sınıf matematik ders kitabı sorularının matematiksel süreç becerilerine göre incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Siirt Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Siirt.

T73: Ödemiş, G. K. (2021). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının informal ispatlar konusundaki bilgi ve becerilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.

T74: Çakır, F. (2021). *Dinamik geometri yazılımının öğretmen adayları ve öğretmenlerin sözsüz ispat yapma becerileri üzerine etkililiğinin değerlendirilmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Gaziosmanpaşa Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Tokat.

T75: Vatandaş, B. (2022). *Üstün yetenekli 8.sınıf öğrencilerinin ispat yapma süreçlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Adnan Menderes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Aydın.

T76: Kuşçu Kılınç, S. (2022). *Ortaöğretim matematik öğretiminde öğrencilerin sözsüz ispat yapabilme süreçlerinin incelenmesi ve bu süreçlerin uzamsal görselleştirme becerilerine etkisi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Ek 2. Öz Geçmiş