



T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

ÜÇ BOYUTLU EUCLİDEAN UZAYINDA DÜZLEM VE DOĞRU KONULARININ ÖĞRETİMİNİN İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ LİSANS ÖĞRENCİLERİNİN KAVRAM İMAJLARINA ETKİSİNİN İNCELENMESİ **YAZARI**

YUSUF CAN

İzmir
2020

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

ÜÇ BOYUTLU EUCLİDEAN UZAYINDA DÜZLEM VE DOĞRU
KONULARININ ÖĞRETİMİNİN İLKÖĞRETİM MATEMATİK
ÖĞRETMENLİĞİ LİSANS ÖĞRENCİLERİNİN KAVRAM
İMAJLARINA ETKİSİNİN İNCELENMESİ

YUSUF CAN

DANIŞMAN
PROF. DR. SÜHA YILMAZ

İzmir
2020

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Yüksek lisans tezi olarak sunduğum “Üç Boyutlu Euclidean Uzayında Düzlem Ve Doğru Konularının Öğretiminin İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Öğrencilerinin Kavram İmajlarına Etkisinin İncelenmesi” adlı çalışmanın içerdiği fikri izinsiz başka bir yerden almadığımı; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında ve bölümlerinin yazımında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yaptığımı ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi, ayrıca bu çalışmanın Dokuz Eylül Üniversitesi tarafından kullanılan bilimsel intihal tespit programıyla tarandığını ve *intihal içermediğini* beyan ederim. Herhangi bir zamanda aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonuca razı olduğumu bildiririm.

07/08/2020


YUSUF CAN



DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS/DOKTORA TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU



Tarih:11/08/2020

Tez Başlığı:

Üç Boyutlu Euclidean Uzayında Düzlem Ve Doğru Konularının Öğretiminin İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Öğrencilerinin Kavram İmajlarına Etkisinin İncelenmesi Yukarıda başlığı belirtilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 136 sayfalık kısmına ilişkin, 11/08/2020 tarihinde **tez danışmanım tarafından** Dokuz Eylül Üniversitesi Kütüphane ve Dokümantasyon Daire Başkanlığı'nın sağladığı İntihal Tespit Programından (Turnitin-Tez İntihal Analiz Programı) aşağıda belirtilen **filtreleme tiplerinden biri** (uygun olanı işaretleyiniz) uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezin **benzerlik oranı % 18'dir.**

- <http://www.kutuphane.deu.edu.tr/turnitin-tez-intihal-analiz-programi/> adresindeki Tez İntihal Analiz Programı Kullanım Kılavuzunu okudum ☒

Filtreleme Tipi 1(Maksimum %15) ☐

Filtreleme Tipi 2(Maksimum %30) ☒

- ☐ Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç,
☐ Kaynakça hariç,
☐ Alıntılar dâhil,
☐ Altı (6) kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç.

- ☐ Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç,
☐ Kaynakça dâhil,
☐ Alıntılar dâhil.

EK 1- İntihal Tespit Programı Raporu İLK SAYFA Çıktısı. ☒
EK 2- İntihal Tespit Programı Raporu (Tümü) Cd içinde. ☒

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orijinallik Raporu Uygulama Esasları'nı inceledim ve yukarıda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre **tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini**; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

Adı Soyadı : YUSUF CAN
Öğrenci No : 2018950192
Anabilim Dalı : MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
Programı : İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ
Statüsü : Yüksek Lisans ☒ Doktora ☐

ÖĞRENCİ

(Adı Soyadı, İmza, Tarih)
YUSUF CAN
11/08/2020

DANIŞMAN

(Unvan, Adı Soyadı, İmza, Tarih)
PROF. DR. SÜHA YILMAZ
11/08/2020

Açıklamalar

- 1: Bu formu teslim etmeden önce sizden istenen bilgileri uygun kutucuğu (☐) işaretleyerek doldurunuz.
Kullanıcı şifre vb. konusunda sorun yaşanması durumunda Üniversitemiz Merkez Kütüphanesinde bulunan Turnitin yetkilisine (Ali Taş Tel: +90 (232) 3018026 veya ali.tas@deu.edu.tr) başvurunuz.
- 2: Yüksek Lisans/Doktora Tez Çalışması Orijinallik Raporu* formu tezin citilenmiş ve elektronik nüshalarının içerisinde ekler kısmında yer alır.
- 3: Tez savunmasında düzeltme alınması durumunda bu form güncellenerek yeniden hazırlanır.
- 4: Turnitin-Tez İntihal Analiz Programına yükleme yapılırken Dosya Başlığı (document title) olarak **tez başlığının tamamı**, Yazar Adı (author's first name) olarak **öğrencinin adı**, Yazar Soyadı (author's last name) olarak **öğrencinin soyadı** bilgisini yazınız.

TEŞEKKÜR

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nün gereği olarak Yüksek Lisans Programında hazırlanan ve kendi alanında hâlihazırda yapılmış olan çalışmalara katkı sağlayacağına inandığım Yüksek Lisans tezimde yardımlarını esirgemeyen, yalnızca bilgi birikimleri ve deneyimlerini benimle paylaşmakla kalmayıp, her konuda desteğinden mahrum bırakmayan, benim için bir danışmandan daha öte bir yere sahip olup akademik hayatıma adım atmamda ve ilerlememde büyük bir pay sahibi olan Prof. Dr. Süha YILMAZ'a en derin saygı ve sevgilerimle teşekkür ediyorum.

Beni bu günlere getiren, gerek eğitim-öğretim sürecimde gerekse yaşantılarımda her daim arkamda olan, başarılarıma benden çok sevinen, başarısızlarımda ise daima bana moral verip kendime olan inancımı kaybetmemeye engel olan, her türlü hatalarıma göz yummuş ve büyük bir sabırla beni bu günlere getirmiş, varlıklarına her an şükrettiğim değerli ailem; annem Nigar CAN, babam Birol CAN, kardeşlerim Zeynep CAN ve Mustafa CAN'a büyük bir içtenlikle sevgilerimi sunuyorum. Sizleri çok seviyorum.

Son olarak Yüksek Lisansa kabul ediliş haberini yanımdayken aldığım, bana her daim destek olan, benimle birlikte sevinip benimle birlikte üzülen hayat arkadaşım, değerli Elif ERDOĞMUŞ'a çok teşekkür ederim. Çalışmamda bana verdiğin tüm destek için minnettarım. İyi ki varsın.

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	vii
ABSTRACT.....	xi
BÖLÜM I.....	1
GİRİŞ.....	1
1.1. Problem Durumu.....	1
1.2. Amaç ve Önem	4
1.3. Problem Cümlesi / Alt Problem Cümleleri.....	5
1.3.1. Problem Cümlesi.....	5
1.3.2. Alt Problem Cümleleri.....	5
1.4. Sınırlılıklar	6
1.5. Varsayımlar.....	6
1.6. Tanımlar.....	7
BÖLÜM II.....	11
KURAMSAL ÇERÇEVE / KAVRAMSAL ÇERÇEVE / İLGİLİ ARAŞTIRMALAR	
11	
2.1. KURAMSAL ÇERÇEVE	11
2.1.1. Kavram Nedir?.....	11
2.1.2. Kavram Tanımı ve Kavram İmajı.....	14
2.1.3. Matematik Öğretimi.....	25
2.1.4. Matematiksel Anlama.....	31
2.2. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR	34
BÖLÜM III	42
YÖNTEM.....	42
3.1. Araştırmanın Modeli / Deseni.....	42

3.2. Evren / Örneklem / Çalışma Grubu / Katılımcılar	45
3.2.1. Klinik Görüşme Katılımcıları.....	47
3.3. Veri Toplama Süreci ve Araçları	48
3.3.1. Rubrik.....	48
3.3.2. Görüşme Formu.....	50
3.3.3. Üç Boyutlu Öklid Uzayda Doğru ve Düzleme İlişkin Açık Uçlu Sorular.....	53
3.4. Tasarım, Geliştirme, Uygulama Süreci	54
3.5. Verilerin Analizi.....	54
3.6. Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği.....	56
3.7. Araştırmacının Rolü	58
BÖLÜM IV	59
BULGULAR VE YORUMLAR.....	59
4.1. Birinci Alt Probleme Ait Bulgular ve Yorum	60
4.2. İkinci Alt Probleme Ait Bulgular ve Yorum.....	64
4.3. Üçüncü Alt Probleme Ait Bulgular ve Yorum.....	71
4.4. Dördüncü Alt Probleme Ait Bulgular ve Yorum	77
4.5. Beşinci Alt Probleme Ait Bulgular ve Yorum	83
4.6. Altıncı Alt Probleme Ait Bulgular ve Yorum.....	88
BÖLÜM V	96
SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER.....	96
5.1. Sonuç ve Tartışma.....	96
5.2. Öneriler	99
KAYNAKÇA.....	101
EK 1. Öğrencinin Akademik Özgeçmişi.....	112
EK 2. Tez Uygulaması İzni.....	113
EK 3. Görüşme Formu	114

EK 4. 6 Adet Açık Uçlu Soru	116
-----------------------------------	-----



TABLolar LİSTESİ

Tablo 1. Anlam çözümleme tablosu.....	30
Tablo 2. Kavram ağı.....	30
Tablo 3. Kavram haritası.....	31
Tablo 4. Durum çalışması türleri.....	45
Tablo 5. Nitel Araştırma Örnekleminde Yer Alan Öğrencilerin Kodları.....	47
Tablo 6. İlköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf öğrencilerinin düzlem tanımı için kullanılan rubrik.....	48
Tablo 7. İlköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf öğrencilerinin doğru tanımı için kullanılan rubrik.....	49
Tablo 8. İlköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf öğrencilerinin düzlem ailesi tanımı için kullanılan rubrik.....	49
Tablo 9. Açık uçlu sorulardan alınan puanların başarı düzeyi ve cinsiyete göre dağılımı.....	59

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. Kavram imajı ve kavram tanımı arasındaki etkileşim.....	20
Şekil 2. Formal kavram kazanım süreci.....	20
Şekil 3. Tanım ve imaj arasındaki etkileşim.....	21
Şekil 4. Tamamen formal çıkarım.....	21
Şekil 5. Sezgisel düşünce ile çıkarım.....	22
Şekil 6. Sezgisel çıkarım.....	23
Şekil 7. Kavram imajı ve kavram tanımı ilişkisinin sembolü.....	24
Şekil 8. Değişik açılardan matematik.....	26
Şekil 9. Haylock'un öğrencilerin matematiksel anlama modeli.....	32
Şekil 10. Sfard'ın kavram oluşum modeli.....	32
Şekil 11. Pirie ve Kieren'in matematiksel anlayış geliştirme modeli.....	33
Şekil 12. Nitel araştırma desenleri.....	43
Şekil 13. Örnekleme yöntemleri.....	46
Şekil 14. H1 kodlu öğrencinin doğru tanımına ilişkin soruya verdiği formül.....	60
Şekil 15. Ş2 kodlu öğrencinin doğru tanımına ilişkin soruya verdiği cevap.....	61
Şekil 16. H1 kodlu öğrencinin doğru tanımına ilişkin soruya verdiği cevap.....	61
Şekil 17. N1 kodlu öğrencinin doğru tanımına ilişkin soruya verdiği iki farklı doğru denklemi cevabı.....	63
Şekil 18. S1 kodlu öğrencinin doğru tanımı.....	63
Şekil 19. H1 kodlu öğrencinin doğru tanımı.....	63
Şekil 20. C2 kodlu öğrencinin doğru tanımı.....	64
Şekil 21. N2 kodlu öğrencinin düzlem tanımı.....	64
Şekil 22. S2 kodlu öğrencinin düzlem tanımına ilişkin soruya verdiği cevap.....	65
Şekil 23. M1 kodlu öğrencinin düzlem tanımı.....	66
Şekil 24. T1 kodlu öğrencinin düzlem tanımı.....	67
Şekil 25. T2 kodlu öğrencinin düzlem tanımı.....	67
Şekil 26. G1 kodlu öğrencinin düzlem tanımı.....	68
Şekil 27. M1 kodlu öğrencinin düzlem tanımı.....	68
Şekil 28. C2 kodlu öğrencinin düzlem tanımı.....	69

Şekil 29. G1 kodlu öğrencinin doğru ve düzleme ilişkin kurduğu problem.....	71
Şekil 30. Yüce (2020)'nin noktanın düzleme göre yansıması.....	72
Şekil 31. Z2 kodlu öğrencinin doğru ve düzleme ilişkin kurduğu problem.....	73
Şekil 32. Y2 kodlu öğrencinin doğru ve düzleme ilişkin kurduğu problem.....	73
Şekil 33. H1 kodlu öğrencinin doğru ve düzleme ilişkin kurduğu problem.....	74
Şekil 34. İ2 kodlu öğrencinin doğru ve düzleme ilişkin kurduğu problem.....	75
Şekil 35. E1 kodlu öğrencinin doğru ve düzleme ilişkin kurduğu problem.....	76
Şekil 36. A1 kodlu öğrencinin düzlem ailesi tanımı.....	78
Şekil 37. E1 kodlu öğrencinin düzlem ailesi tanımı.....	78
Şekil 38. İ2 kodlu öğrencinin düzlem ailesi tanımı.....	79
Şekil 39. C2 kodlu öğrencinin düzlem ailesi tanımı.....	80
Şekil 40. H1 kodlu öğrencinin düzlem ailesi tanımı.....	81
Şekil 41. M1 kodlu öğrencinin düzlem ailesi tanımı.....	81
Şekil 42. Ş2 kodlu öğrencinin düzlem ailesi tanımı.....	82
Şekil 40. Ç2 kodlu öğrencinin beşinci açık uçlu soruya verdiği cevap.....	83
Şekil 41. Ş2 kodlu öğrencinin beşinci açık uçlu soruya verdiği cevap.....	84
Şekil 42. S1 kodlu öğrencinin beşinci açık uçlu soruya verdiği cevap.....	84
Şekil 43. M1 kodlu öğrencinin beşinci açık uçlu soruya verdiği cevap.....	85
Şekil 44. C2 kodlu öğrencinin beşinci açık uçlu soruya verdiği cevap.....	86
Şekil 45. İ2 kodlu öğrencinin beşinci açık uçlu soruya verdiği cevap.....	87
Şekil 46. E1 kodlu öğrencinin altıncı açık uçlu soruya verdiği cevap.....	89
Şekil 47. G1 kodlu öğrencinin altıncı açık uçlu soruya verdiği cevap.....	90
Şekil 48. N1 kodlu öğrencinin altıncı açık uçlu soruya verdiği cevap.....	92
Şekil 49. S1 kodlu öğrencinin altıncı açık uçlu soruya verdiği cevap.....	93
Şekil 50. A1 kodlu öğrencinin altıncı açık uçlu soruya verdiği cevap.....	95

ÖZET

ÜÇ BOYUTLU EUCLİDEAN UZAYINDA DÜZLEM VE DOĞRU KONULARININ ÖĞRETİMİNİN İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ LİSANS ÖĞRENCİLERİNİN KAVRAM İMAJLARINA ETKİSİNİN İNCELENMESİ

Kavramlar; mevcut olay, nesne, fikirleri adlandırmaya, sembollerle ifade etmeye, anlamlandırmaya ve gösterimlerine olanak sağlarlar. Kavram imajı ise bu kavramların insanların zihinlerine olan izdüşümleri, yani insanların zihninde ilgili kavram hakkında canlanan tüm resimler, olaylar, düşünceler bütünüdür. 1981 yılında kavram tanımı ve kavram imajı yapısını ilk kez ortaya koyan araştırmacılar Tall ve Vinner, kavram tanımının, mevcut kavramı belirtmek üzere kullanılmış olan kelimeler bütünü olduğunu, kavram imajının ise, kavram ile birlikte anılan tüm bilişsel yapıları ifade etmekte kullanıldığını aktarmışlardır. Tall ve Vinner (1981) bir kavramın hatırlanma ve manipüle edilme bilişsel süreçleri esnasında, anlam dağarcığına ve kullanım şekline bilinçli veya bilinçsiz bir şekilde etki eden birtakım ilişkili süreçlerin devreye sokulduğunu iddia etmişlerdir. Kavram ile ilgili bütün bilişsel görsellerin, kavram ile ilgili özelliklerin ve kavram oluşumunu bilinçli veya bilinçsiz etkileyen süreçlerin birleşiminden oluşan toplam bilişsel yapıya, kavram imajı tanımını yapmak uygun olacaktır. Kavram imajı yapısına birçok alanda rastlamaktayız. Çalışma alanımız olan matematik dalında ise kavram imajı, öğrencilerin matematiksel fikir üretme kabiliyetlerinin analizinde oldukça büyük bir öneme sahiptir. Kavram imajı, matematiksel kuramların yapısal özelliklerini inceleyip, bu konuda derinlik kazanılmasını sağlar.

Tez çalışmasında ilköğretim matematik öğretmenliği lisans öğrencilerinin üç boyutlu Öklid uzayında düzlem ve doğru konularının öğretimini kavram imajı ışığında incelenmesi amaçlanmıştır. Farklı düzeylere sahip lisans öğrencilerinin üç boyutlu Öklid uzayında düzlem ve doğru konularına ait kavram imajlarının incelenmesi araştırmanın temelini oluşturmakta ve bu sayede elde edilen verilerin ilgili alanda yapılmış olunan çalışmalara katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Çalışmanın konusu olan Öklid geometrisi ile ilkokuldan beri gerek formal gerekse informal eğitimimizde sürekli karşılaşmakta olduğumuz bir alandır. Bu alanı kavram imajı çerçevesinde incelemek amacı ile yapmış olduğumuz araştırmanın lisans düzeyi, ilköğretim matematik öğretmenliği bölümü üçüncü sınıf olarak belirlenmiştir. Tez çalışması 2019-2020 eğitim öğretim yılında İzmir ilinin bir devlet üniversitesinde gerçekleşmiştir.

Çalışmada öncelikle lisans öğrencilerinin üç boyutlu Öklid uzayında düzlem ve doğru konularına dair kavram imajları belirlenmiştir. Ardından üç boyutlu Öklid uzayında düzlem ve doğru konularına ait kavram imajları incelenen lisans öğrencileri arasından farklı seviyelerde seçilmiş öğrenciler ile yarı yapılandırılmış klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Tez çalışmasının deseni nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması modelidir. Tez çalışmasında lisans öğrencilerinin kavram imajlarını belirlemek amacıyla araştırmacı tarafından uzman görüşleri de alınarak 6 adet açık uçlu soru oluşturulmuştur. Seçkisiz olmayan örnekleme yöntemlerinden, uygun örnekleme yöntemiyle belirlenen 80 ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencisine araştırmacı tarafından geliştirilmiş olan üç boyutlu Öklid uzayında doğru ve düzlem konularına ilişkin kavram imajlarını belirlemek için 6 adet açık uçlu soru yöneltilmiştir. Ardından açık uçlu soruların uygulandığı 80 lisans öğrencisinin sorulara verdikleri cevapları Rubrik uygulanarak değerlendirilmiştir. Rubrik puanlama anahtarına göre 80 kişi üzerinde yapılan araştırmada elde edilen sonuçlar esas alınarak, maksimum çeşitlilik örnekleme ile düzey olarak 4 düşük (2'si kız, 2'si erkek), 4 orta (2'si kız, 2'si erkek) 4 iyi (2'si kız, 2'si erkek) şeklinde seçilen 12 adet lisans öğrencisi ile yarı yapılandırılmış klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Yarı yapılandırılmış görüşmelerde her öğrenci ayrı görüşme sürecine tabi tutulmuştur. Yapılan görüşmeler video kaydı altına, araştırmacının gerekli gördüğü kısımlar ise yazılı belgelerle kayıt altına alınmıştır. Birden fazla veri toplama yöntemleri (Açık uçlu sorular, yarı yapılandırılmış görüşme) kullanılarak çeşitleme sağladığımız çalışmamızın sonunda elde edilen tüm veriler, nitel veri analiz yöntemlerinden içerik analizi ile derinlemesine incelenmiştir.

Çalışmamızda problem kurma ve çözmeyi içeren açık uçlu soruda iyi düzeyde bulunan dört öğrencinin hepsi tam (3) puan almıştır. Bir öğrenci hariç, düşük düzeyden bir puanı geçebilen öğrenci bulunmamaktadır. Başka bir açık uçlu soruda böyle bir puanlama söz konusu değildir. Problem kurma ve çözme becerisi iyi düzey ile düşük düzeydeki ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerinin problem kurma ve çözme becerisi, iyi düzey ile düşük düzey arasında belirleyici rol üstlenmiştir. Ayrıca orta düzeydeki erkek öğrenciler problem kurma sorusundan tam puan alırken; kız öğrenciler 1 ve 0 puan olarak toplamda 1 puan alabilmişlerdir. Bu durum bu çalışmada orta düzeyde bulunan erkek öğrencilerin, orta düzeyde bulunan kız öğrencilerden problem kurma ve çözme açısından daha iyi olduğunu göstermektedir. Yapılan çalışmada en yüksek puan 3. ve 4. açık uçlu sorulardan alınmıştır. Bu açık uçlu soruların ortak özelliği, günlük hayat ile ilişkilendirilebilip, somut olarak düşünmeye müsait olduğu içindir. Orta ve iyi düzeydeki öğrencilerin, düşük düzeydeki

öğrencilere kıyasla kavram imajlarının düzlem çizimine yansımalarının görülebilir derecede etkilendiğini göstermektedir

Bu durum için olabilecek en iyi öneri, matematik ve geometri öğretimi için kullanılan formal tanımların günlük yaşam ile bütünleştirilerek deneyim ve yaşantılarla kavram imajı oluşumu sağlamaktır.

Anahtar Kelimeler: Kavram, Kavram imajı, Öklid uzay, doğru, düzlem



ABSTRACT

AN INVESTIGATION INTO THE EFFECT THE CONCEPT IMAGE OF PRIMARY SCHOOL MATHEMATICS PRE-SERVICE TEACHERS' ON THE TEACHING PLANE AND LINE IN THREE DIMENSIONAL EUCLIDEAN SPACES

Concepts; they enable to presenting event, object, naming ideas, express with symbols, give meaning and presentaiton. The concept image is the projection of these concepts to people's minds, that is, all the pictures, events, thoughts that come to life about the concept in the mind of people. Researchers Tall and Vinner, who introduced the concept definition and concept image structure for the first time in 1981, stated that the concept definition is the whole word used to indicate the current concept, and the concept image is used to express all the cognitive structures mentioned with the concept. Tall and Vinner (1981) argued that during the cognitive processes of remembering and manipulating a concept, a number of related processes were introduced that, either consciously or unconsciously, affect semantics and usage patterns. It would be appropriate to define the concept image for the total cognitive construction consisting of a combination of all cognitive visuals, concept-related features and processes that affect the concept consciously or unconsciously. We encounter the concept image structure in many areas. In the field of mathematics, which is our field of study, the concept image has a great importance in the analysis of students' ability to generate mathematical ideas. The concept image examines the structural features of mathematical theories and provides depth in this regard.

In the thesis study, it is aimed to examine the teaching of plane and correct subjects in the three dimensional Euclidean space of primary school mathematics teaching undergraduate students in the light of concept image. Investigating the concept images of plane and correct subjects in three-dimensional Euclidean space of undergraduate students with different levels forms the basis of the research and thus, it is thought that the data obtained will contribute to the studies in the related field. Euclidean geometry, which is the subject of the study, is an area that we have encountered in our formal and informal education since primary school. The undergraduate level of the research we conducted to examine this field within the framework of the concept image was determined as the 3rd grade of primary school mathematics teaching. The thesis study was carried out in a state university of Izmir province in the 2019-2020 academic year.

In the study, firstly, concept images of plane and line subjects were determined in three dimensional Euclidean space of undergraduate students. Then, in the three dimensional Euclidean space, semi-structured clinical interviews were conducted with students selected at different levels among the undergraduate students whose concept images related to plane and line subjects were examined. The pattern of the thesis study is a case study model, which is one of the qualitative research methods. In the thesis study, 6 open-ended questions were created by the researcher to determine the concept images of undergraduate students by taking expert opinions. 6 open-ended questions were asked to determine the concept images related to plane and plane subjects in the three-dimensional Euclidean space developed by the researcher to 80 elementary mathematics teaching 3rd grade undergraduate students determined by the appropriate sampling method, one of the non-random sampling methods.

Afterwards, the answers of 80 undergraduate students, where open-ended questions were applied, were evaluated by applying Rubrik. Based on the results obtained in the study conducted on 80 people according to the rubric scoring key, 4 low (2 girls, 2 boys), 4 medium (2 girls, 2 boys) 4 good level with maximum diversity sampling semi-structured clinical interviews were conducted with 12 undergraduate students selected as good (2 female, 2 male). In semi-structured interviews, each student was subjected to a separate interview process. The interviews were recorded on video, and the parts deemed necessary by the researcher were recorded with written documents.

At the end of our study, where we provided diversification using multiple data collection methods (Open-ended questions, semi-structured interview), all data obtained were analyzed in depth with content analysis, which is one of the qualitative data analysis methods.

In our study, all four students who were at a good level in the open-ended question involving problem solving and solving were all scored full (3). Except for one student, there are no students who can pass a low level score. There is no such scoring in another open-ended question. Problem posing and solving skills have a decisive role between good level and low-level students' problem solving and solving skills in third grade undergraduate mathematics teachers. In addition, male students at the middle level get full points from the problem posing question; female students were able to get 1 point in total as 1 and 0 points. This situation shows that male students at intermediate level are better in terms of problem solving and solving than middle level female students in this study. The highest score in the study was obtained from the 3rd and 4th open-ended questions. The common feature of these open-ended questions is that they can be associated with daily life and are able to think in concrete terms.

It shows that the reflection of concept images on the plane drawing is visibly affected compared to the students at the middle and good level.

The best suggestion for this situation is to integrate the formal definitions used for teaching mathematics and geometry with daily life and to create a concept image with experience and experiences.

Keywords: Concept, Concept Image, Euclidean Space, Line, Plane



BÖLÜM I

GİRİŞ

Bu bölümde, problem durumu, araştırmanın amacı ve önemi, araştırmanın problem cümlesi ve alt problem cümleleri, araştırmanın sınırlılıkları, varsayımları ve tanımları ele alınacaktır.

1.1. Problem Durumu

Gördüğümüzde veya işittiğimizde, kavrama dair bir ad aklımızda kendini gösterir. Genel olarak bu kavramın bir tanımlaması dahi olsa, aklımızda kendini gösteren imge kavram tanımı değildir. Tall ve Vinner (1981), aklımızda kendini gösteren bu imgeye *kavram imajı* der iken, Davis (1984) ise, *kavram çerçevesi* adını vermektedir (Aktaran: Vinner, 1991).

Kavram imajı ve kavram tanımı ilk kez Vinner ve Hershkewitz (1980) tarafından ortaya atılmıştır. Tall ve Vinner (1981) ise kavram ile birlikte anılan tüm bilişsel yapılara kavram imajı adını vermiştir. Bu yapı tüm zihinsel resimleri, çağrışım yapan özellikleri ve yöntemleri içermektedir. Tall ve Vinner (1981) tarafından ortaya atılan kavram tanımı ve kavram imajı teorisi, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini analiz etmede oldukça etkili ve önemli bir yapı olarak görülmektedir (Gülkılık, 2008).

Gündelik hayatımızda kurmuş olduğumuz cümleleri idrak etmeye çalışırken, insanların çoğu zaman cümle içerisinde mevcut olan terimlerin tanımlarından yararlanmaya ihtiyaç duymadıklarına sıklıkla şahit oluruz. İnsanların ancak gündelik hayat dışındaki teknik bağlamlardaki durumlarda, teknik terimlerin tanımlarına ihtiyaç duyduklarını gözlemleyebiliriz. İnsanlar bu şekildeki teknik bağlamlardaki durumlarda teknik terimler ile çalışırlar iken, Vinner (1991) bu insanların kavram imajlarına danışmaları gerektiğini savunmaktadır.

İnsan beyni tamamen mantıksal bir varlık değildir. İşleyişinin karmaşık şekli genellikle matematik mantığına aykırıdır. Bize sezgilerimizi veren her zaman saf mantık ya da aynı şekilde hata yapmamıza neden olan da her zaman şans değildir. Bu süreçlerin başarılı ya da hatalı bağlamlarda nasıl gerçekleştiklerini anlayabilmek için formal olarak tanımlanmış matematiksel kavramlar ile tasarlandıkları bilişsel süreçler arasında bir ayırım formüle etmemiz gerekmektedir (Tall & Vinner, 1981).

Tall ve Vinner (1981) bahsedilen bu ayrımı kavram tanımı ve kavram imajı olarak belirtmektedirler. Bu sayede bir kavramın öğrenimi ve öğretiminin başarılı mı veya hatalı mı olduğuna bir açıklık getirebilir, eğer ki kavramın öğrenimi ve öğretiminde olası bir hata söz konusuysa, bu süreç ayrımı sayesinde çözüm yolları üretebilir ve daha verimli bir kavram kazanımı sağlayabiliriz.

Günlük hayatımızda pek çok kavram kullanmaktayız. Ancak sıklıkla kullanmakta olduğumuz bu elzem kavramların büyük bir çoğunluğunun mevcut bir formal tanımına ulaşamayabiliriz. Bizler bu kavramları gerekli şartlar dâhilinde kullanımlarımız ve tecrübelerimiz sayesinde ayırt edebilmeyi öğrenmekteyiz. İlerleyen süreçlerde ise, bu kavramlara iletişimimizde yardımcı olabilecek birtakım semboller veya isimler verilir ancak verilen bu sembol veya ismin hafızamızda çağrıştırdıkları, mevcut kavramın bütün bir bilişsel yapısını oluşturan resimler ile karşılaştırıldığında oldukça az kalmaktadır. Tall ve Vinner (1981) bir kavramın hatırlanma ve manipüle edilme bilişsel süreçleri esnasında, anlam dağarcığına ve kullanım şekline bilinçli veya bilinçsiz bir şekilde etki eden birtakım ilişkili süreçlerin devreye sokulduğunu iddia etmişlerdir. Kavram ile ilgili bütün bilişsel görsellerin, kavram ile ilgili özelliklerin ve kavram oluşumunu bilinçli veya bilinçsiz etkileyen süreçlerin birleşiminden oluşmuş olan toplam bilişsel yapıya, kavram imajı tanımını yapmak uygun olacaktır.

Yaşımız ilerleyip birey olgunlaştıkça, yıllar boyunca bireye yöneltilen bütün yeni uyaranlar ve bireyin her türlü deneyimleri ile kavram imajı gelişerek inşa edilir (Tall & Vinner, 1981). Tall ve Vinner (1981) bu duruma çıkarma işlemi ışığında örnek vermiştir. Bu örneğe göre çıkarma işlemi kavramının çocuklara ilk olarak pozitif tam sayılar temel alınarak öğretimi sağlanır. Bu aşamada iken çocuklar, çıkarma işleminin sonucun sayısal değerini azalttığının sonucuna varırlar. Bu sonuç çocukların kavram imajlarının bir parçası haline gelir ve ilerleyen zamanlarda negatif tam sayılarda çıkarma işlemi kavramı ile karşılaştıklarında, çıkarma işleminin sonucun sayısal değerini azalttığı genellemesi bu süreçte birtakım sorunlara yol açabilir. Bu nedenle Tall ve Vinner (1981) ister bilinçli ister bilinçsiz olarak, aktarılacak kavramla ilgili var olan tüm bilişsel yapının öğrenciye aktarılmasının, gelecekte karşılaşılma ihtimali olan çatışmaların önüne geçebileceğini düşünmektedirler. Öğrencilerin daha önce karşılaşmış oldukları kavram ile ilgili yeni kavramların öğretiminin iki hedef çerçevesinde gerçekleştiğini savunan Dede (2002), bu hedefleri şu şekilde belirtmiştir:

- a) Öğretilen kavramın yeterince anlaşılmış olması,
- b) Öğretilen kavramı tanımlamaya yarayacak olan terimlerin doğru seçilmesi (Aktaran: Soğancı, 2006).

Bir kavramı tam anlamıyla anlayabilmemiz için kavram tanımı yeterli olmayabilir. Bir kelimeyi anlamak, o kelimenin tanımını kurtarmaktır (Fodor, Garrett, Walker ve Parkes, 1980, s. 274). Günümüzde bazı öğretmenlerce öğrencilere dayatılan ezberci sistem bu düşünceye ters düşmekte ve öğrencilerin ilgili kavramı tam anlamıyla anlamalarına engel olmaktadır. Bir terimi anlamak için formal tanımlar her zaman yeterli olmayacaktır. Bir kavramı anlamayı basit bir tanım yapma olarak ele almamalıyız. Clements ve Battista (1992) bir kavramın öğretilmesi esnasında kullanılan dile dikkat çekmek istemektedirler. Onlara göre kavram öğretilirken öğretmenin kullandığı dil terim ağırlıklı bir dil ise, öğrenciler o kavramı anlamada oldukça zorluk çekecektir, ancak kullanılan dil günlük bir dil olursa kavram öğrenimi ezbere dayalı olmak zorunda kalımsızın anlamlı bir şekilde tamamlanacaktır.

Ülgen (1996)'e göre yöntem farkı gözetmeksizin her kavramın öğrenimi iki etapta gerçekleşmektedir. Bu etaplardan ilki kavram oluşturmaktır. Kavram oluşturma, bireye yöneltilen uyarıcıların benzer ve farklı taraflarının ayırdına varılarak benzerliklerini esas alan bir genelleme yapmaktır. Bundan sonra sıra diğer etap olan kavram geliştirmeye gelmektedir. Bu etap, elde edilen veya meydana getirilen kavramın nitelik olarak pozitif istikamette ilerlediğini gözlemleyebildiğimiz önemli bir etaptır. Buradan çıkaracağımız en önemli sonuç, yalnızca kavram oluşumunun, kavramı öğrenmemiz için yeterli olmayacağıdır.

Vinner (1983) fonksiyonlar üzerine olan çalışmasından 2 sonuç elde etmiştir:

- a) Kavramların işlenişinde ihtiyaç duyulan kavram imajıdır, kavram tanımı değildir.
- b) Kavramlar bir tanımdan yardım alınarak tanıtıldığında işlevsiz kalabilir ve unutulabilir. Hafızamızda canlandırılan imge çoğunlukla kavram imajı olacaktır.

Genel olarak eğitim öğretimde yapılan en yaygın hatalardan biri, bir kavramın ne olduğu hakkında bir bilgi verilmeksizin o kavramı uygulamaya sokmaktır. Paulos (1993)'e göre bu şekilde işleyen bir sistem eleştirel düşünmeyi öğretmede başarısız olacaktır (Aktaran: Eraslan, 2005).

Kavram imajı hakkında yapılan araştırmaların çoğu incelendiğinde ortaya çıkan sonuç, terimlere dayalı bir öğretimin hâkim olduğu sistemlerde, hafızamızda canlandırılacak kavram imajı olmadığı takdirde tam anlamıyla bir öğrenme gerçekleştirmeyi başaramamaktayız. Bir kavramın tam anlamıyla öğrenimi, ancak ve ancak o kavramı anlamaktan geçmektedir.

Doğru ve düzlem kavramlarının, ortaokul ve liselerdeki öğretimde genellikle öğrencilerin çok zorlandıkları ve bu nedenle bu konuları zihinlerinde canlandıramadıkları görülmektedir. Ayrıca bilgi eksikliği ve görsel anlatımlardan kaynaklanan kavram kargaşaları görülmektedir. Matematik öğretiminin esas hedeflerinden biri, matematiksel kavramları

anlamlandırabilecek, bu matematiksel kavramlar arasında ilişkiler oluşturabilecek, bu kavram ve ilişkileri günlük yaşamlarında ve diğer disiplinlerde uygulayabilecek insanlar yetiştirmektir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013). Bu bağlamlarda ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının, üç boyutlu Öklid uzayında doğru ve düzlem konularına dair kavram imajlarını belirlemenin, bahsi geçen kavramların ne derece anlamlandırılabilildiğini gösterebilmenin ve tespit edilen sorunlara bir çözüm önerisinde bulunabilmenin, bu kavramların öğretimine katkı sağlayacağına inanıldığı için bu çalışmayı yürürlüğe sokmaya ihtiyaç duyulmuştur.

1.2. Amaç ve Önem

Bu araştırmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmenliği lisans öğrencilerinin Analitik Geometri -I- dersindeki üç boyutlu Öklid uzayında düzlem ve doğru konularına ilişkin kavram imajlarını belirlemek, ortaokul ve ortaöğretim seviyesindeki öğrencilerin bu kavramların öğrenimi ile ilgili karşılaştıkları zorluklara ışık tutmaktır.

Tall ve Vinner (1981)'a göre kavram imajının gelişimi beklenildiği üzere her zaman pozitif bir tutum sergileyebilmektedir. İnsan beyninin mekanizması bu şekilde çalışmamaktadır. Duyusal uyarıcılar belli başlı kısımları uyarır ve geri kalan kısımları ise inhibe eder. Tüm bunlardan yola çıkarak Tall ve Vinner (1981), farklı uyarıcıların beynimizin hesapta olmayan farklı kısımlarını harekete geçirip tutarlı olmayacak bir yapı inşa edebileceğini iddia etmişlerdir.

Vinner ve Dreyfus (1989), ilkel olan matematiksel kavramlar dışında kalan tüm matematiksel kavramların formal bir tanımının mevcut olduğunu söylemişlerdir. Bu matematiksel kavramların tanımlarının büyük bir çoğunluğunun hâlihazırda ortaöğretim ve yükseköğretim öğrencilerine aktarımı sağlanmaktadır. Öğrenci verilen bir matematiksel kavramın, o kavramın bir örneği olup olmadığını anlamak için kavramın tanımına başvurmak zorunda değildir. Öğrenci çoğu zaman kendi hafızasında kavramın adı ile ilişkili olan tüm bilişsel görsellerin kümesine, yani kavram imajına, onları ayırt edici tüm özellikleri ile birlikte karar verir. Bu nedenler ile öğrencinin kendi algılarıyla belirlediği kavramın örnekleri olarak kabul ettiği matematiksel nesneler kümesi ile kavramın formal tanımı ışığında kabul gören matematiksel nesneler kümesinin aynı olma zorunluluğunun olmadığını vurgulamaktadırlar. Bu iki kümenin aynı olmaması durumunda, öğretmenin öğrenciden beklediği davranış ile öğrencinin sergilemiş olduğu davranışın birbiri ile örtüşmeme hali kaçınılmaz olabilir. Vinner ve Dreyfus (1989) böyle bir durum ile karşılaşıldığında, öğretmenlerin iletişimi geliştirmek maksadı ile başarısız sonucun nedenini anlamak gerektiğini öne sürmüşlerdir; bu nedenle ise

birbirinden farklı, çeşitli matematiksel terimlerin kavramların imajlarının incelenmesinin önemini vurgulamışlardır.

Önceki kısımda da dile getirdiğimiz gibi doğru ve düzlem konularında, ortaokul ve liselerdeki öğretimde genellikle öğrencilerin çok zorlandıkları ve bu nedenle bu konuları zihinlerinde canlandıramadıkları görülmektedir. Ayrıca bilgi eksikliği ve görsel anlatımlardan kaynaklanan kavram kargaşaları görülmektedir. Bu neden ve önceki paragraflarda belirtmiş olduğumuz nedenler ışığında üç boyutlu Öklid uzayında doğru ve düzlem konularına ilişkin kavram imajlarını belirlemenin, bu konularla bağlantılı diğer kavramların öğrenilmesinde ve öğretilmesinde yararlı olacağı düşünülmektedir.

1.3. Problem Cümlesi / Alt Problem Cümleleri

1.3.1 Problem Cümlesi

Yapmış olduğumuz araştırmanın problem cümlesi “İzmir ilinin bir devlet üniversitesinde öğrenimini sürdüren Analitik Geometri -I- dersine giren ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerinin üç boyutlu Öklid uzayında düzlem ve doğru konularına dair kavram imajlarına ilişkin durumları nelerdir?” olarak belirlenmiştir.

1.3.2 Alt Problem Cümleleri

1) İzmir ilinin bir devlet üniversitesinde öğrenimini sürdüren ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerinin üç boyutlu Öklid uzayında doğru tanımına ilişkin kavram imajları nasıldır?

2) İzmir ilinin bir devlet üniversitesinde öğrenimini sürdüren ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerinin üç boyutlu Öklid uzayında düzlem tanımına ilişkin kavram imajları nasıldır?

3) İzmir ilinin bir devlet üniversitesinde öğrenimini sürdüren ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerinin üç boyutlu Öklid uzayında doğru ve düzlem kavramına ilişkin problem kurmaları nasıldır?

4) İzmir ilinin bir devlet üniversitesinde öğrenimini sürdüren ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerinin üç boyutlu Öklid uzayında düzlem ailesi tanımları, günlük hayatta kullanımı ve örneklendirmeleri nasıldır?

5) İzmir ilinin bir devlet üniversitesinde öğrenimini sürdüren ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerinin üç boyutlu Öklid uzayında doğru ile düzlem arasındaki ve iki düzlem arasındaki ilişkiyi anlamaları nasıldır?

6) İzmir ilinin bir devlet üniversitesinde öğrenimini sürdüren ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerinin kavram imajlarının üç boyutlu Öklid uzayında düzlem çizimlerine yansması nasıldır?

1.4. Sınırlılıklar

- Araştırmada elde edilen veriler, durum ve deneysel uygulamaların yapılmış olduğu çalışma grubu ile sınırlıdır.
- Araştırma, üç boyutlu Öklid uzayında doğru ve düzlem konuları ile sınırlıdır.
- Araştırmada gerçekleştirmiş olduğumuz tüm uygulamalar belirlenmiş olunan süreler ile sınırlıdır.
- Araştırma, İzmir ilinin Buca ilçesinde yer alan bir devlet üniversitesinde yapılan uygulamalar ile sınırlıdır.
- Araştırmada yapılan çalışmalar, açık uçlu sorular ve öğrencilerle yapılan klinik görüşmelerle sınırlandırılmıştır.
- Araştırma yapılmış olunan 2019-2020 eğitim öğretim yılı ile sınırlıdır.

1.5. Varsayımlar

- Araştırmaya dâhil olan katılımcıların, kullanılmış olunan ölçme araçlarını tüm ciddiyetleri ve samimiyetleri ile cevapladıkları varsayılmıştır.
- Öğretmen adaylarının yapılan klinik görüşmelerde yöneltilen soruları içtenlikle yanıtladıkları varsayılmıştır.
- Araştırmada literatüre eklenen/taranan kaynakların yeterli bilgi erişimi sağlayacağı varsayılmıştır.

1.6. Tanımlar

İnformal: 1. Formal ya da resmî olanların dışında kalan. 2. Herhangi bir plana, müfredata ve yönetmeliğe bağlı olmayan. 3. Günlük yaşamdan. 4. Terimsel dilden çok günlük konuşma dili ile uyumlu olan.

Formal: 1. Bir plana, müfredata, yapıya veya tüzüğe bağlı olan. 2. Resmi yaşam. 3. Amaçlanan davranışları planlı faaliyetlerle geliştirme (Ertürk, 1977, s. 12; Oğuzkan, 1974, s. 25).

Kavram Tanımı (Concept Definition): (1) Bir terimi anlatmaya yarayan isim, sembol. (2) Bir terime dair formal gösterim. (3) Konsept, nosyon. (4) Bir nesnenin veya olgunun zihinde oluşturduğu soyut isim, nesnelerin veya olguların ortak özelliklerinin oluşturduğu ortak soyut ad (Türk Dil Kurumu [TDK], 2005).

Kavram İmajı (Concept Image): (1) Bir terimle ilgili bireyin zihnindeki bilişsel görsellerin tümü (Tall & Vinner, 1981). (2) Bir terime dair informal gösterim.

Geometri: Geometri, bir mekânı ve o mekânda oluşturulabilecek olan şekillerin derinlemesine incelenmesini sağlayan, matematiğin bir dalıdır (Dictionnaire Larousse, 1993). Milli Eğitim Bakanlığı'nca hazırlanan İlköğretim Matematik Dersi Öğretimi ve Kılavuzu (2005)'na göre geometri yalnızca oluşturulan şekilleri değil, o şekillerin olası hareketlerine de ışık tutmaktadır. Şekillerin bu hareketlerini geometri dörde ayırmıştır:

1. Öteleme
2. Dönme
3. Yansıma
4. Ötelemeli yansıma

Geometri şekillerin iki ve üç boyutlu uzaylardaki yüzeylerinin hacim, uzunluk, açı ve alan bazında ilişkilerine ulaşmamızı sağlamaktadır. Geometri dersi sadece şekilleri, şekillerin hareketlerini ve şekiller arası ilişkileri incelemekle kalmayıp, bireyin bilişsel yeteneklerinin (mantık yürütme, pratik düşünme, vb.) gelişimini sağlayan bir derstir.

Altun (2002) geometri dalının dört esas üzerine inşa edildiğini aktarmaktadır. Bunlar aşağıda verilmektedir,

1. Tanımı olmayan terimler (nokta, doğru, düzlem ve uzay)
2. Tanımı olan terimler

3. Aksiyomlar

4. Teoremler

Çevremizdeki tüm şekil ve nesneleri incelemeye tabi tuttuğumuzda tüm bu şekil ve nesnelerin bir noktalar kümesinden meydana geldiğini rahatça söyleyebiliriz. Nokta kavramı geometrinin temelini oluşturan bir kavram olarak kabul edilir ve bu kavram tanımlanamamaktadır. Diğer tanımlı yapılamayan doğru, düzlem ve uzay gibi kavramların nokta kavramından hareketle anlatımını gerçekleştirebiliyorken, nokta kavramını başka bir terimin yardımı ile anlatmak mümkün olamamıştır. Altun (2002) geometride bulunan bu tanımlı yapılamayan terimler yardımıyla diğer terimlerin tanımlanmasının yapılabildiğini aktarmaktadır. Üçgenler, çokgenler, açılar ve daha birçok kavram bu tanımsız terimler yardımıyla tanımlanabilmesi mümkün hale gelen kavramlardır. Dolayısıyla söyleyebiliriz ki, geometride bulunan terimlerin anlatılıp anlaşılmasının temelinde nokta, doğru, düzlem ve uzay kavramlarının doğru bir şekilde aktarılmış olması, bu terimlerin öğrenciler tarafında doğru anlaşılması gerekmektedir.

Altun (2002)'a göre tanımlı olan terimler, kendinden önce tanımlı yapılmış terimler ve hâlihazırda tanımsız teriler ışığında mantığa uygun olarak tanımlı yapılmış olan terimleri ifade etmede kullanılmaktadır.

Aksiyomlar ise doğruluğu çok net olsa da daha çok sezgilere dayanan tanımlanması yapılamayan terimleri ifade etmede kullanılmaktadır Teoremler ise bu aksiyomların ispatlanmış ve tanımlanmış olan ve her zaman doğruluğu net olan terimlerdir (Paulos, 2003).

Nasibov ve Kaçar (2005) geometride bir kavramın oluşumunda izlenen yolu şu şekilde sıralamıştır:

1. Matematikçiler hangi kavramı incelemek istiyorlarsa ilk olarak o kavramın tanımlamasını yapmaktadırlar.
2. Daha sonrasında yapılan bu tanımlamalardan hareketle hükümleri, hükümlerden hareketle ise aksiyomları oluştururlar.
3. Aksiyomların doğruluğu ve gerçekliği ispatlanır ve bunlar teoremleri meydana getirir.
4. Meydana gelen teoremlerin ise, öncesinde ispatı olmuş tanım ve aksiyomlar ışığında ispatlanması gerçekleştirilir.

Genel anlamda geometri öğrenimi birikimli öğrenme şeklinde gerçekleşmektedir. Önceden öğrenilmesi gereken kavramların yanlış edinilmesi, sıradaki kavramın edinilmesine engel

teşkil edebilmektedir (Ubuz, 1999). Geometrik kavramlar soyu kavramlar olduklarından, öğrencilerin bu kavramları edinebilmesi için günlük hayatla ilişkilendirmeleri oldukça önem taşımaktadır. Aksi halde öğrencinin mevcut soyut kavramın algılaması oldukça zor hale gelebilmektedir.

Geometri oldukça geniş bir çalışma alanı oluşturmaktadır. Öklid, diferansiyel ve prospektif bölümlerini barındıran ve geometrinin günlük hayatımızda en fazla denk geldiğimiz alt dalı ise Analitik Geometridir (Bayraktar, Broutin & Güneş, 2018). Analitik geometri doğrular, düzlemler, çemberler, elips, parabol, hiperbol, konikler ve geometrik yer konusunun incelenmesini sağlayan geometrinin alt dalıdır. Analitik geometriyi geometriden ayıran bir özellik, cebirsel yöntemlerin kullanılıyor olmasıdır (Pierce, 2020). Günlük hayatımızda analitik geometri birçok alanda bizlere yardımcı olmaktadır. Geminin ve uçağın koordinatlara göre yaptıkları hareketlerde, bir yapının inşasında, topografyada alan ve hacim hesaplanırken ve daha pek çok alanda analitik geometriden yardım almaktayız.

Doğru: Uzayda herhangi bir $P(x_0, y_0, z_0)$ noktasından geçen ve $\vec{u}=(a,b,c)$ vektörüne paralel olan, noktaların geometrik yeri olan doğrunun 3 farklı gösterim yöntemi vardır. Bunlar

Vektörel denklemi: $(x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + \lambda.(a, b, c) ; \lambda \in \mathbb{R}$

Parametrik denklemi: $x = x_0 + \lambda.a$

$$y = y_0 + \lambda.b$$

$$z = z_0 + \lambda.c$$

Kartezyen (Simetrik) denklemi: $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c} = \lambda$ 'dır.

Düzlem: Sentetik olarak bir düzlem, üç noktası ile belirtilebilir. Yani dik koordinat sisteminde x, y, z değişkenlerine göre lineer bir ifade, düzlem denklemidir. (Hacısalıhoğlu, 1995, s.126).

$Ax + By + Cz + D = 0$ düzlem denklemi olsun. Bu düzlem denkleminde $\vec{N} = (A,B,C)$ vektörü genel olarak düzleme dik bir vektör göstermektedir. $\vec{N}$ vektörüne düzlemin normali adı verilir, ve genel olarak normal vektör $\vec{N}$ ile gösterilir. (Hacısalıhoğlu, 1995, s.130).

Öklid Uzayı: E^3 3-boyutlu Öklid uzayında bir nokta X olsun. E^3 'de bir afin koordinat sistemine göre X noktasının koordinatları (x_1, x_2, x_3) olsun

$$x_i : E^3 \rightarrow \mathbb{R}$$

bileşenlerine E^3 'ün i-yinci koordinat fonksiyonu denir.

$\mathbb{R}^3$ standart reel afin uzay olmak üzere $\mathbb{R}^3$ de bir

$$\langle , \rangle : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$$

iç çarpımını $\forall x, y \in \mathbb{R}^3$, $X = (x_1, x_2, x_3)$, $Y = (y_1, y_2, y_3)$ için

$$\langle , \rangle (X, Y) = \langle x, y \rangle$$

$$= \sum_{i=1}^3 x_i y_i$$

Bişiminde tanımlayalım. Bunun iç çarpımına $\mathbb{R}^3$ de standart iç çarpım veya Öklid iç çarpımı denir. (Hacısalıhoğlu, 1995, s.82)

Standart iç çarpımın tanımlı olduğu $\mathbb{R}^3$ vektör uzayı ile birleşen $\mathbb{R}^3$ afin uzayına 3-boyutlu standart Öklid uzayı denir ve $\mathbb{R}^3$ ile gösterilir.

Başka bir ifadeyle bir reel afin uzay A ve A ile birleşen vektör uzayı da V olsun. V de bir iç çarpım işlemi olarak

$$\langle , \rangle : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$$

$$(x, y) \rightarrow \langle x, y \rangle = \sum_{(i=1,2,\dots,n)}^n x_i y_i$$

Öklid iç çarpımı tanımlanırsa bu işlem yardımı ile A da uzaklık ve açı gibi kavramlar tanımlanabilir. Böylece A afin uzayı da yeni bir ad olarak Öklid uzayı adını alır. Özel olarak $A = \mathbb{R}^n$ ve $V = \mathbb{R}^n$ olarak alınırsa $A = \mathbb{R}^n$ Öklid uzayı E^n ile gösterilir. E^n , n-boyutlu standart Öklid uzayı adını alır.

Yine özel olarak $n=3$ alınırsa E^3 , 3-boyutlu standart Öklid uzayı adını alır.

BÖLÜM II

KURAMSAL ÇERÇEVE ve İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde araştırmanın kuramsal çerçevesini oluşturan kavram tanımı kavram imajı teorisi; kavramın ne anlama geldiği, kavram öğrenme ile arasındaki ilişki, kavramları tanımlamanın kavram imajı ile olan ilişkisine değinerek açıklık getirilmektedir. Ayrıca araştırmaya ışık tutacak, ilgili konularda yapılmış ulusal ve uluslararası kaynaklar taranmış ve bu bölümde kısaca bu kaynaklara değinilmiştir.

2.1. KURAMSAL ÇERÇEVE

2.1.1. Kavram Nedir?

Kavram teriminin literatürde pek çok açıklaması bulunmaktadır. Sözlükteki karşılığına göre kavram, bir şey hakkında birçok farklı düşünceleri kapsayan genel fikir, bir olgu, bir nitelik ya da nicelik hakkında oluşan bilişsel imge ile kapsamı ve içeriği bir sembol ya da terimle belirtilerek anlam kazandırılan soyut düşüncelerdir (Eğitim Terimleri Sözlüğü, TDK, 1974). Kavramlar terimlere temel anlamlarını kazandırmaya yarayacak ve niteliklerine göre kategorize etmemizi sağlayacak somut olguların toplumun soyut düşüncelerine aktarılma şeklidir (Toplumbilim Terimleri, TDK, 1975). Güngörmüş (2002)'e göre ise kavramlar, insanlar tarafından kabul görmüş terimlerin anlamsal karşılığı şeklinde açıklanabileceği gibi benzer niteliklere sahip birtakım nesne, olgu, düşünce ve tutumların meydana getirdiği kategorizasyonların soyut mümessili şeklinde de anlatılabilir. Hiçbir kavram doğuştan var olmamaktadır. Birtakım kavramların öğrenilmesi basit olmasına rağmen, aynı şekilde birtakım kavramların öğrenilmesi de bizler için zorlayıcı olabilir. Güngörmüş (2002) bu durumun insanların bilişsel gelişimleri ile bağlantılı olduğunu savunmaktadır. Moore (1994) göre ise kavram, dolaylı olmadan doğrudan bir şekilde açıklayan formal ve sözlü tanımdır.

Kavramlar biz insanların düşüncelerinin küçük birer parçalarıdır. Bizler bu kavramları ve onları diğerlerinden ayırmaya yarayan sembol ve isimleri çocukluk döneminden itibaren öğrenmeye başlarız.

Kavramlar; mevcut olay, nesne, fikirleri adlandırmaya, sembollerle ifade etmeye, anlamlandırmaya ve gösterimlerine olanak sağlarlar. Bu gösterin ve tanımlar, insanlarla olan iletişiminde anlaşılabilmemize destek olurlar. Tüm bunları ele aldığımızda, kavramları insanların öğrenme aktivitelerinde kullanılmak kaçınılmazdır. Kavramların eğitim öğretim

aktivitelerine dâhil edilmesi durumunda, kavram; bilgilendirmek ve kategorize etmek şeklinde daha net anlamlar edinmektedir. Skemp (1976) kavramların tüm deneyimlerimizin kendi aralarındaki benzerliklerinin sınıflandırılmasıyla bilişsel bir sürece tabi tutulup oluşturulduklarını düşünmektedir.

Fidan (1985), kavramı ortak özelliklere sahip nesne olay ve düşünce ve tutumların sınıflanmasından oluşan soyut belirteçler olarak tanımlamıştır. Fidan (1985)'a göre kavramların belli başlı özellikleri bulunmaktadır.

- Kavramlar somuttan soyuta ve basitten karmaşığa doğru olacak şekilde bir sıra izleyebilirler.
- Kavramların bir kısmı herkesçe kabul görürken, bir kısmı ise herkese göre değişiklik gösterebilir.
- Kavramlar evrensel kümesi içerisinde birçok kavram alt kümesi bulunur.
- Kavramlar kritik özelliklere sahip olduğu gibi kritik olmayan özelliklere de sahiptirler.
- Kavramlar esas özelliklerini tanımlamalarından ve işlevselliklerinden alabilirler.
- Kavramlar dikey-yatay etkileşim içerisinde dirler.
- Kavramlar süreç içerisinde gelişip yeni anlamlar edinirler. Kavramların gelişme süreci, insanların gelişme süreçleri ile iç içedir.
- Kavramları ne şekilde edinmiş olursak olalım, yaşantılarımız ile kavramlara anlam katarız.
- Bizler edinmiş olduğumuz kavramın önemli gördüğümüz bir kısmını sembolize ederek hafızamıza kaydeder ve hatırlarız.

Benzer bir tanım olan Şimşek (2006)'ın kavram tanımı, Fidan (1985)'in kavram tanımını destekler niteliktedir. Şimşek (2006) kavramı, mümasil sıfatlara sahip nesneler, düşünceler ve olaylara verilen ortak ad olarak tanımlamış ve kavramları kategorilere ayırarak incelemiştir. Şimşek (2006)'e göre kavramlar:

- 1) Soyut ve Somut,
- 2) Nesnesel ve İlişkisel,
- 3) Üst, Alt ve Bağlantılı,
- 4) Kendiliğinden Olan ve Kendiliğinden Olmayan ve
- 5) Günlük ve Bilimsel olmak üzere beşe ayrılmaktadır.

Kavramlar düşüncelerimizi oluşturmamıza yarayan bilişsel oluşumlardır. Kavramlar insanların bulundukları fiziksel ve duygusal hayatı anlamlandırmalarını sağlar, bu şekilde daha anlamlı iletişimler kurmamıza yararlar (Senemoğlu, 1998). Fiziksel çevremizde gördüğümüz her nesne, olay ve düşünceyi farklı bir terimle ifade etmeye kalksaydık eğer büyük olasılıkla daha unutkan hale gelirdik. Kavramlar sayesinde detaylardan kurtulur ve dış dünyamızdaki nesneler, düşünceler ve olguları rahatça tanır ve anlamlandırırız. Bildiğimiz her şeyi sınıflandırır ve dâhil olan yeni bilgilerle ise sınıflandırma kadrajını genişletiriz. Tüm bunları ele aldığımızda kavramlar öğrenim ve öğretim hayatımızın olmazsa olmazlarıdır (Ağca, 2006). Benzer nitelikteki bir kavram tanımı da Beydoğan (1998)'dan gelmektedir. Beydoğan (1998)'ın tanımına göre kavramlar; isimlendirme, gösterim ve tanım yapma niteliklerine sahiptirler. İsimlendirmeler farklı kullanım şekilleri sayesinde iletişimde anlama ve anlaşılmaya yararlar. Tüm bu nitelikleriyle kavramlar öğretmenlerin olmazsa olmazı haline gelmiştir. Kavramlar eğitim sürecine dâhil edildiklerinde tecrübeleri sınıflandırmak ve bilgi sağlamak gibi net anlamlar edinmektedirler. Beydoğan (1998) kavramların kişiden kişiye değişiklik gösterebileceğini, kelime dağarcığına bağlı olarak mana ve nitelik edinebileceğini, soyut ve somut nitelikleri tek başına ya da bir arada bulundurabileceğini ve tüm bunların sebebinin kavramların algılamayla ilişkili oluşuna bağlamaktadır. Kavramlara farklı etnik kökenler arası değişik anlamlar yüklenebileceği gibi, aynı etnik kökendeki insanlar arasındayken de yaşantılarına göre değişik anlamlar yüklenebilir (Beydoğan, 1998).

Kavramlar fiziksel dünyada gördüğümüz, işittiğimiz veya şahit olduğumuz olaylar ve nesneler değildir. Kavramlar fiziksel dünyamızda görüp, işitip, şahit olduğumuz her nesne ve olayın soyut hale getirilmesidir. Kavramlar dış dünyadaki somut varlıkların iç dünyamızda soyut düşüncelere dönüşmüş halleridir, onları sadece düşüncelerimizde tutarız. Kavramlar çeşitli nesne ve olayın bizlerin aklında ne şekilde tasavvur edildiği ile ilgilenir. Çetin (2009)'e göre kavramlar yaşadığımız çevredeki pek çok nesne, olay ve olguyu kategorize etmemizi sağlar. Bulunduğumuz çevre pek çok nesne, olay ve düşünceyi barındırmaktadır. Bizlerin bu her nesne, olay ve düşüncenin hepsini ve niteliklerini öğrenmemiz oldukça zordur. Bütün bunların benzer niteliklerine göre kategorize edilmesinin sebebi budur. Benzer niteliklere verilen ortak isme kavram denir.

Çoğu çalışmada belirtildiği üzere kavramlar bizlerin yaşantılarında büyük kolaylıklar sağlamaktadırlar. Dünyamızdaki tüm nesne ve olayları kavramlar sayesinde hafızamıza kaydederiz. Ülgen (2004) de diğer tanımlarda olduğu gibi, kavramları, düşüncelerimizi

oluşturmamıza yarayan, fiziksel ve sosyal dünyamızı anlamlandırmamızı ve anlamlı iletişimler kurmamızı sağlayan bilişsel araçlar olarak izah etmiştir.

Kavramlar, öğrenme, çevirme ve öteleme olmak üzere üç temel adımdan oluşmaktadır. İnsanların bu üç adımı başarıyla tamamlayıp kavram edinimi gerçekleştirebilmeleri için ilgili nesne, olgu ve tecrübelerin ortak niteliklerini soyutlama kabiliyetlerine ihtiyaçları vardır. Kavrama dair bir bilginin hatırlanma işlemi o bilginin bulunduğu anlamına gelmektedir. Bir bilginin ezberlenmiş olduğunu değil de anlamlandırılarak öğrenildiğini belli eden adım kavrama olarak adlandırılmaktadır (Alkan & Altun, 1998). Soyutlama kabiliyeti insanları bütün canlılardan farklı kılan önemli bir unsurdur.

Kavram konusu üzerine yapılan temel çalışmalara 1981 yılındaki çalışmaları ile Tall ve Vinner öncülük etmektedir. Vinner (1983)'a göre kavram, mevcut kavramı kesin ve net bir şekilde belirten terimler ve semboller birliği olup, matematik camiası tarafından kabul edilmiş anlatımlardır.

2.1.2. Kavram Tanımı ve Kavram İmajı

Kavramların dış dünyadan kopup bireylerin iç dünyasına izdüşümünü sağlayan iki etmen bulunmaktadır: kavram tanımı ve kavram imajı. Bu etmenlerin bir arada yürütülmesi sürecinin sonunda tam bir kavram öğrenme gerçekleştirmiş oluruz. Kavram tanımı ve kavram imajı terimleri ilk olarak Vinner ve Hershkewitz tarafından 1980 yılında ortaya atılmış olup, 1981 yılında Tall ve Vinner tarafından tanımlanmıştır. Tall ve Vinner (1981)'a göre *kavram tanımı* mevcut kavramı belirtmek üzere kullanılmış olan kelimeler bütünüdür. Zandieh ve Rasmussen (2010) matematiksel bilgi gelişimi açısından tanımların iki farklı rolü olduğunu savunmaktadırlar: tanımlar matematiksel nesneleri tanımlamaya yararlar ve bu matematiksel nesnelerin ait oldukları sistemler ile ilgili daha fazla sezginin gelişimini sağlarlar.

Vinner (1991)'a göre bir kavramın tanımı o kavramı idrak etmemiz için yeterli niteliklere sahip değildir. Bir kavramı öğrenmemiz için o kavramın tanımı dışında başka bilişsel yapılara da ihtiyaç duymaktayız. Yapılan çalışmalar, tek başına bir kavram tanımının bilinmesinin öğrenmede yeterli olmadığını göstermektedir. Kavram öğrenme, bireye yöneltilen uyarıcıların belli özelliklerine göre sınıflandırılmaya tabi tutularak, bireyin belleğinde bilgilerin yapılandırılıp, oluşturulma sürecidir. Kavramları sınıflama ve tanımlarını yapma süreçleri tam anlamıyla kavram öğrenmeyi gerçekleştirmemize yetmeyecektir.

Vinner (1991), okullarda matematik derslerinde kavram öğretiminin aşağıdaki varsayımlara dayandığını düşünmektedir.

1. Kavramlar temel olarak tanımları ile elde edilirler.
2. Mevcut öğrenciler problem çözümü için kavram tanımlarından yararlanacak ve lazım olduğu takdirde teoremleri matematiksel bir şekilde ispatlayacaklardır.
3. Tanımlar minimal olmalıdır.
4. Tanımlar çok iyi olmalıdır. (Örneğin; bir sayının mutlak değeri kavramını ele aldığımızda, “işareti/işaretleri olmayan sayılar” tanımı yeterince iyi ve anlaşılırdır.)
5. Tanımlar insan yapımıdır, keyfidir. Matematikte tanımlamalarda isimlendirme yapılır.

Fleming’in 1987 yılında yapmış olduğu yorum da Vinner (1991)’ın yorumlarını destekler niteliktedir. Kavram öğrenmenin nesneleri kategorize etme veya birtakım nesneye isim ve tanım vermeyle sınırlı kalamayacağını söylemiştir (Aktaran: Çetin, 2009). Kavram öğrenmeye bir başka yorum ise Ülgen (2004)’den gelmektedir. Ülgen (2004) kavram öğrenmenin, uyaranları belli kategorilere ayırarak, zihninizde bilgiler oluşturma, bu bilgileri yapılandırma işlemi şeklinde açıklamıştır. Ülgen (2004)’e göre kavram öğrenme sürecine tesir eden faktörler şu şekilde sıralanmaktadır:

- a) Zaman
- b) Bellek süreci
- c) Dikkat etme ve odaklanma
- d) Stratejiler/yöntemler
- e) Aktarılan dil
- f) Bireyin gelişim düzeyi
- g) Uyarıcılar

Vygotsky (1985) kavram öğrenmeye başka bir açıdan ışık tutmuştur. Yazara göre kavram öğrenme/kazanımı için, kişinin belli bir yaş gelişimini tamamlamış olması gerekmektedir, birey ergenlik çağına girmiş olmalıdır. Öğrenciler zihinlerinde bulunan soyut kavramları somut uygulamalara tabi tuttuklarında, somut oluşumları soyut kavramlar haline getirirken zorlandıkları kadar zorlanmaktadırlar. Yazar bu tarz uygulamaların ergenlik sonlarındaki öğrenciler için daha kolay olduğunu ileri sürmüştür. Kavram oluşturma sürecini etkileyen en önemli iki etken çevre ve insanlarla olan ilişkilerdir. Vygotsky (1985)’ye göre kavram oluşturma sürecinin vazgeçilmez modülleri kelimeler ve sembollerdir. Bireyler bu kelimeler ve semboller ışığında kendi bilişsel süreçlerinin kontrolünü sağlarlar (Aktaran: Ergün & Özsüer, 2006).

Tüm bunlardan yola çıkarak, etkili bir kavram öğrenme işlemi için, öncelikle fonksiyonel olarak yeterince açık, net ve kısa bir kavram tanımına ihtiyacımız vardır. Bir kavram tanımı bireyin aklında hemen yer edinir. Bu edinilen yerin doğru olup olmaması

kavram tanımının niteliklerine bağlıdır. Aklımızda yer edinen bu kavram tanımı bilişsel bir süreçten geçerek, o kavram hakkında herkesçe kabul gören kısa ve net bir tanım kümesi olmaktan çıkıp, bireye özgü bilişsel birtakım düşünce ve görsel imgeleri de kümesine dâhil eder. Literatürde bu düşünce ve görsel imgeler kümesine *kavram imajı* adı verilmektedir.

Tall ve Vinner (1981) kavram tanımının oluşturduğu kelimeler bütünü zihninizde çağrıştırdığı tüm bilişsel resimler ve bu resimlerin birbirleriyle olan bağlantılı nitelik ve süreçlerini kapsayan bilişsel yapının *kavram imajı* olduğuna dair atıfta bulunmuşlardır. Daha sonra Vinner (1991) ise matematik öğrenme ve öğretmede tanımlamaların rolü üzerine yapmış olduğu çalışmada, kavram imajını insan zihinde kavram ismiyle bağlantılı sözel olmayan bir şey olduğunu; görsel temsillerinin olabileceği gibi, gösterim ve deneyimlerimizin bir koleksiyonu da olabileceğini aktarmıştır.

“Kavram tanımı birey tarafından ezberlenerek öğrenilebileceği gibi çok daha anlam katılarak da öğrenilebilir. Kavramla bütünsel olarak çok veya az derecede bağlantılı olabilir. Ayrıca bir kavram tanımı mevcut bir öğrenci tarafından kişisel olarak yeniden yapılandırılmaya tabi tutulmuş da olabilir. Böyle bir durumda kavram tanımı, mevcut öğrencinin kendi (uyandırılmış) kavram imajını kendisinin açıklaması için kullanmış olduğu kelime şeklindedir.”
(Tall ve Vinner, 1981)

İnsanlar olarak günlük yaşantımızda pek çok şey duyar ve görürüz. Görüp duyduğlarımız dolayısıyla zihninizde canlanan düşünceye çoğumuz o kavramın tanımı diyebiliriz. İnsanların çoğu bu şekilde düşünecektir. Ancak duyulduğunda ve görüldüğünde zihninizde sadece bir kavram adı canlanmaz, kavram adı yanında birçok bilişsel resim de canlanır. Bizler bunlara kavram imajı demektediriz (Tall ve Vinner, 1981; Vinner, 1983; Vinner, 1991).

Cottrill (2003) kavram imajı ve kavram tanımı yapısının eğitim bilimleri açısından öğreten ve öğrenenin kavramsal altyapılarını anlayabilmesinde etkin bir role sahip olduğunu söylemektedir (Aktaran: Gülkılık, 2008). Birçok kaynağın da desteklediği gibi, bir kavramı anlamamanın yolu o kavrama dair kavram imajı geliştirmekten geçmektedir. Bu fikri destekleyen yazarlardan biri olan Vinner (1991) kelimelerin belirli anlamlarla ilişkilendirilmesi gerektiğini, bir güç kümesinin verilen tüm alt kümelerinin kümesi olduğunu bilmenin her koşulda yeterli olmadığını, verilen güç kümesinin kavram imajının bazı güç kümelerinin yapımı esnasında gerçekleşen olayları da içerebileceğini söylemiştir. Kavram imajının sadece birtakım tanımları ve

nesneleri kapsamakla kalmayıp, kavramı edinmeye çalışırken yaşanan tecrübelerin kavram imajı oluşumunda çok büyük bir etmen olduğunu unutmamak gerekir. Bir kavramın adını duyduğumuzda veya gördüğümüzde kavramı tanımından önce pek çok şey zihnimizde canlanır. Yani bir kavramın içeriği kadar, o kavramın ne koşullarda, nerede ve nasıl aktarıldığı da kavram öğrenmeyi amaçlayan bireyler için vazgeçilmez temel faktörler kategorisine dâhil edilmelidir. Bir öğrenciyi yeni bir ortamda eski kavramla karşılaştırdığımızda öğrenciden geri dönüt, kavramın tanımından ziyade öncelikli olarak kavram imajına dair görseller ve olaylar bütünü olacaktır. Öğrenciler bu gibi durumlarda kavram tanımını ikinci kademeye atıp ilk kademeye kavram imajını yerleştirmektedirler. Kavram imajının kavrama dair görseller, olaylar, olgular, deneyimler, semboller ve isimlerin birleşiminden oluşan bir yapı olduğu sonucuna varabiliriz.

Shama (1998) kavram imajı ve kavram tanımı yapılarının birbirlerinden kopuk bir şekilde kullanılabileceğini ya da Vygotsky (1986)'nin iddiasına dayanarak birbirlerinden inşasının da mümkün olduğunu ve kavram imajı ve kavram tanımı yapısının bir probleme çözüm üretme aşamasıyla bağlantılı olabileceğini söylemektedir.

Vinner (1991)'in bir çalışmasında vermiş olduğu örneği inceleyelim. Bir kavramı ele aldığımızda o kavrama dair herkeste genel geçer benzer kavram imajları canlanacaktır. Vinner (1991)'in çalışmasında bu konuya açıklık getirmek için seçmiş olduğu kavram masadır. Masa denildiğinde çoğu bireyin zihninde ahşap, dört ayaklı, üzerinde yemek yenilen veya ders çalışılan bir yapıya dair görseller oluşacaktır. Ya da kâğıt denildiğinde herkesin zihninde oluşan ilk görüntü olarak beyaz renkte olan bir yapı gelecektir. Zihnimizde oluşan görsel zamansal olarak ve kişiden kişiye bir farklılık da gösterse, uyandırılan ilk görsel bir masanın üzerine oturulması veya siyah renkteki bir kâğıt parçası olması beklenmeyecektir. Bu ve benzeri düşüncelerden yola çıkarak, kavram imajı ve kavram tanımı yapısının her zaman tutarlı sonuçlara ulaşması zorunluluğunun olmadığı ve bir kavrama dair zihnimizde uyandırılan kavram imajı yapısının farklı zaman dilimlerinde ya da farklı bireylerce farklı olacağını söyleyebiliriz. Bu tutarsızlığa Tall ve Vinner (1981) *uyandırılmış (evoked) kavram imajı* adını vermiştir. Uyandırılmış kavram imajı belirli bağlamlarda uyandırılan belleğimizin tamamından değil bir kısmından oluşmaktadır. Yazarlara göre kavram imajı yapısının her zaman tutarlı bir şekilde oluşma zorunluluğu yoktur. Bunlar belirli

bir anda kendini gösteren kavram imajlarıdır. Bu tür bir durumda kişinin zihninde kavram tanımına çelişki arz edecek birtakım görseller düşebilmektedir ve bu görseller kavramsal bir çatışmaya yol açabilmektedir. Tall ve Vinner (1981) kavram tanımı ve kavram imajı yapısıyla çelişen görseller olması durumunu, *potansiyel çelişki faktörü* olarak adlandırmışlardır. Bunların uyandırılması durumunda birey bilişsel çatışmaya giden bir yola gireceği için, bu gibi durumlarda uyandırılmasını tavsiye etmemektedirler. Potansiyel çelişki faktörü kavramın bizzat formal kavram tanımı kısmı ile bağlantılı olduğu zaman daha büyük sıkıntılara yol açmaktadır. Bu tür bir durum formal teorelin edinilmesinde ciddi sorunlara sebep olmaktadır. Bu şekilde edinilen formal kavram tanımı sonucunda gelişen kavram imajları bilişsel çatışmalar yaratabilir, ancak bu şekilde edinilen formal kavram tanımları sonucu bilişsel çatışmaya yol açacak bir kavram imajı gelişimi olması genel geçer bir durum değildir. Tall ve Vinner (1981) kavram imajlarında potansiyel çelişki faktörü bulunan öğrencilerin kavramların kendilerine ait gösterimlerinde daha güvende hissedip, formal teorileri gereksiz olarak gördüklerini kanısına ulaşmışlardır.

Öğrencilere daha önceki süreçlerde hali hazırda bir bilgisi olduğu bir kavram hakkında yeni bilgiler aşlamaya çalışma aşaması oldukça zorlayıcı olabilmektedir. Öğrenci zaten bir fikri olduğu kavram hakkındaki yeni fikirleri kabul etmekte zorluk yaşayabilmektedir. Bu tarz durumlara karşı öğrenciler mevcut kavramlarını yenileme konusunda oldukça dayanıklılık göstereceklerdir. Bu gibi durumlarda öğrenciler bilimsel kavram ediniminde zorlanacaklardır. Literatürde bu düşünceyi destekleyen çalışmalar (Benson, Wittrock, Baur, 1993; Fellows, 1994; Schmidt, 1997) bulunmaktadır.

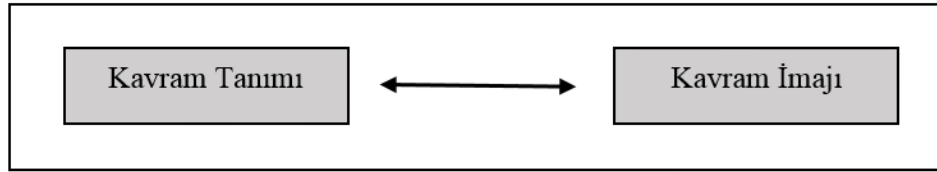
Öğrenciler kendi zihinlerinde mevcut olan kavramları nasıl kendileri oluşturdular ise, mevcut kavramlarına yeni bilgiler ekleyerek, mevcut olan kavramı yapılandırma sürecini de kendileri yerine getirirler. Literatürde araştırmacılar tarafından bu süreç için “Bütünleştirici (Yapılandırıcı) Öğrenme Modeli” geliştirilmiştir. Bu modele göre öğrenciler mevcut kavramlarına dair olan deneyimlerine ve bilgilerine başvurarak, öğrencilerin karşılaştıkları yeni bilgiyi anlamlandırabileceklerini öne sürülmektedir. Bu model öğrencileri bilgilerin kurucuları konumuna koymaktadır. Kavrama dair bilgi ve deneyim edinimi sürecinin kontrolünün tamamen öğrencide olduğunu ve başarılı bir öğrenme için, öğrencinin bu süreçte aktif olması gerektiğini savunmaktadır. Regis, Albertazzi ve Roletto (1996)’ya

göre ancak ve ancak mevcut olan kavram ile yeni bilgi ve deneyimler arasında anlamlı bir kavramsal ilişki inşa edilirse, öğrenme başarıyla gerçekleşir.

Vinner (1991)'ın kavram imajı ve kavram tanımı teorisine göre bilişsel yapımızda kavram imajı ve kavram tanımı olmak üzere iki hücre bulunmaktadır. Bu iki hücrenin her biri veya sadece biri geçersiz ve boş olabilir. Hücreler bağımsız olarak oluşturulabileceği gibi, birbirleri arasında etkileşim de olabilir. Vinner (1991) bu konuya koordinat sistemi üzerinden açıklık getirmeyi amaçlamıştır. Yapılan araştırmaya göre öğrencilerin hali hazırda önceki zamanlarda görmüş oldukları grafikler sonucu koordinat sistemi hakkında bir kavram imajları var olabilir. Var olan kavram imajının üzerine, öğretmenlerinin eklemiş olduğu koordinat sisteminin kesişen iki düz çizgi olduğu şeklindeki formal tanımı sonucunda üç farklı senaryo ile karşılaşılabilirdi öne sürülmüştür.

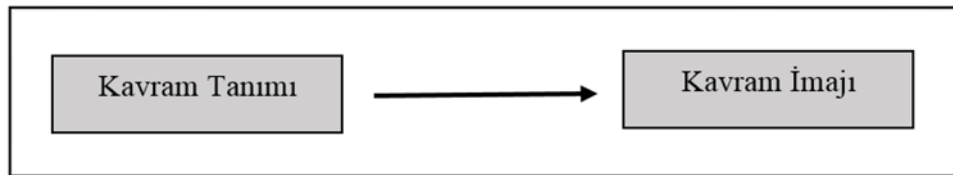
1. Kavram imajı eksenleri arası dik açı oluşturmeyen koordinat sistemlerini de kapsayacak şekilde değişebilir. (Yeniden yapılanma/uyum)
2. Kavram imajı olduğu gibi kalıp, kavram tanımı hücresi öğretmenin formal tanımını bir süreliğine kapsar ancak daha sonra unutulur veya bozulur. Öğrenciden tanım istendiğinde dik açı meydana getiren eksenlerden bahsedebilir. (Formal tanım asimile edilmemiştir.)
3. Her iki hücre de olduğu haliyle kalır ve öğretmenin tanımını olduğu gibi tekrar edebilirler.

Vinner (1991)'ın yukarıda bahsettiğimiz bu teorisi önceden belli bir kavram imajına sahip olunan bir kavramın formal tanımı ile karşılaşılması süreci ışığında oluşmuştur, ancak Vinner (1991)'a göre benzer bir durum ilk kez karşılaşılacak kavramlar için de geçerli olabilir. Bu tarz durumlarda hücrelerden biri olan kavram imajı hücresi ilk aşamada tamamen boştur ve karşılaşılacak örneklerle süreç içerisinde doldurulur. Ancak Vinner (1991) bu tarz bir durumda kavram imajının kavram tanımının bütün niteliklerini kapsamama ihtimali olduğunu, bu durumda yukarıda bahsedilen (1) ve (3)'e benzer olayların olabileceğini ortaya atmış ve bunu şu şekilde şematize etmiştir.



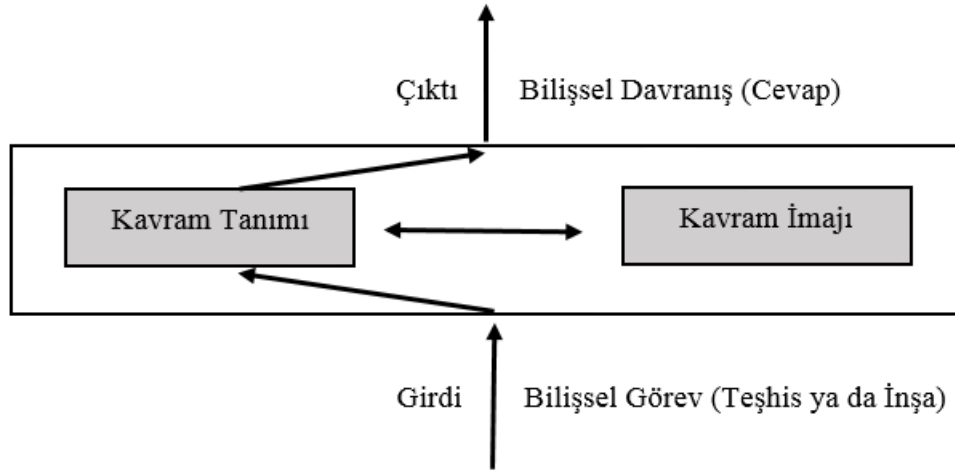
Şekil 1. Kavram imajı ve kavram tanımı arasındaki etkileşim (Vinner, 1991)

Şekil 1. Kavram oluşum sürecinin uzun vadeli halinin şematize edilmiş halidir. Vinner (1991)'a göre bazı kavram imajı oluşumları ise kavram tanımı ışığında gerçekleşmektedir. Bu durum genel olarak ortaokul ve ortaöğretim düzeyindeki öğretmenlerin başvurduğu bir süreçtir. Bu süreç tek yönlü olarak çalışmaktadır. Bu sürece göre kavram imajı tamamen kavram tanımının kontrolü altındadır ve kavram tanımı çerçevesinde yapılan örneklerle kavram imajı hücresinin doldurulması hedeflenmektedir. Vinner ve Dreyfus (1989) kavram tanımından ziyade örneklemeler ışığında kavram imajının oluşabileceğine dikkat çekmek istemişlerdir. Bu durum Şekil 2.'de gösterilmektedir.



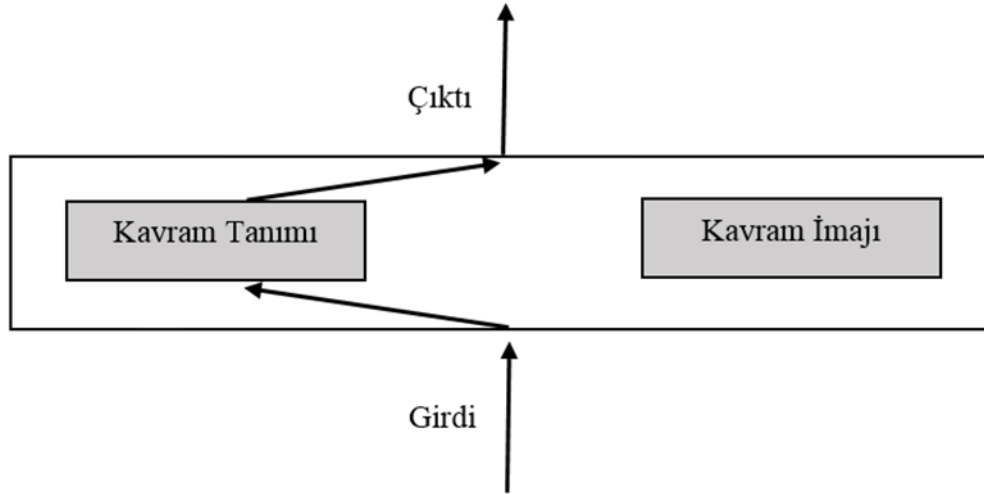
Şekil 2. Formal kavram kazanım süreci (Vinner, 1991)

Vinner (1991)'a göre yukarıda bahsettiğimiz kavram oluşturma süreçleri dışında, ek olarak problem çözme için esas alan süreçler de bulunmaktadır. Bu sürece göre öğrenci bilişsel bir görev ile karşı karşıya kaldığında, kavram tanımı ve kavram imajı hücreleri etkin hale gelir. Vinner (1991)'in çalışmalarına göre yine ortaokul ve ortaöğretim düzeyindeki öğrencilere öğretmenler, bilişsel bir görev ile ilgili bu süreçleri üç farklı şemadan biri şeklinde gerçekleştirmektedirler. Şemalar sırasıyla aşağıda verilmiştir.



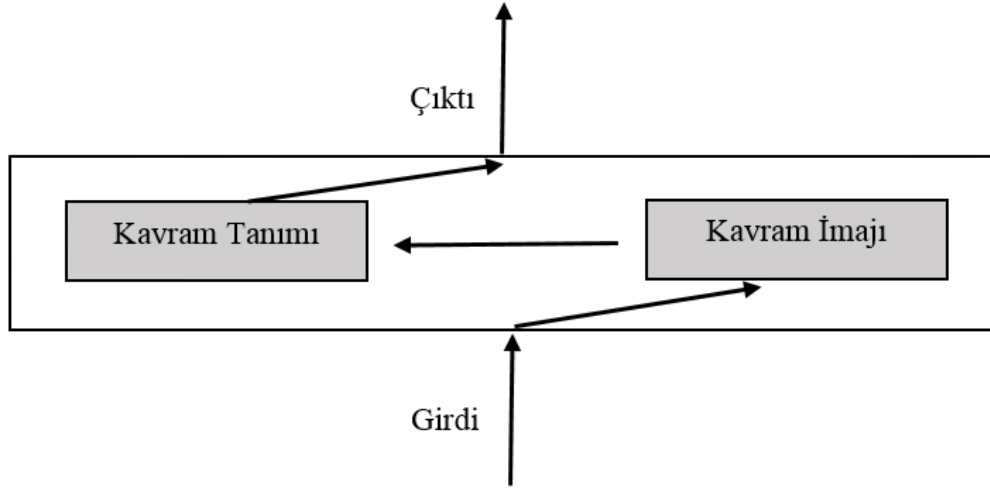
Şekil 3. Tanım ve imaj arasındaki etkileşim (Vinner, 1991)

Şekil 3.'ten yola çıkarak, öğrenciye bilişsel bir görev verildiğinde öğrencinin kavram tanımına başvurduğunu, ancak tüm bu süreç içerisinde kavram tanımının ve kavram imajının sürekli bir etkileşiminin bulunduğunu söyleyebiliriz.



Şekil 4. Tamamen formal çıkarım (Vinner, 1991)

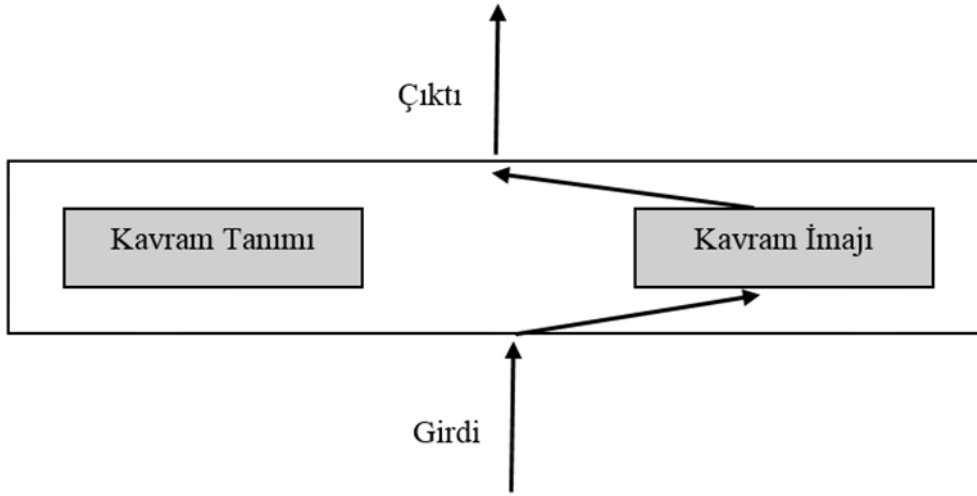
Şekil 4.'te gösterildiği gibi bir süreç, öğrencilerin tamamen formal öğretim çerçevesinde gerçekleştirmiş olduğu bilişsel görevleri sonuca bağlarken kavram ediniminin amaçlandığı durumlarda görülmektedir.



Şekil 5. Sezgisel düşünce ile çıkarım (Vinner, 1991)

Şekil 5.'te sezgisel düşünce ile öğretimin ışığında gerçekleşen bir kazanım oluşumu süreci şematize edilmiştir. Bu şemaya göre sezgisel süreç ışığında bilişsel bir görev üzerinde olan öğrenci ilk olarak kavram imajına başvurur ve ardından kavram tanımının da yardımıyla görevi sonuca ulaştırır.

Şekil 3.-5.'te aktarılan şemaların ortak özelliği, öğrencinin bilişsel bir görev ile karşı karşıya kaldığında her koşulda kavram tanımına başvurmadan sonuca bağlanamıyor oluşudur. Eğitim öğretimde hedeflenen durum her ne kadar bu da olsa bilişsel bir görev üzerinde iken, bilişsel sistemin doğasına aykırı bir tutum sergileyerek, öğrenciyi kavram tanımına başvurmaya zorlamanın birçok sıkıntıya sebep olacağı düşünülmektedir (Vinner, 1991). Vinner (1991) bunlardan yola çıkarak, öğrencilere uygulanmasının daha mümkün olduğu bir süreç daha şematize etmiştir. Bu süreç aşağıdaki gibidir.

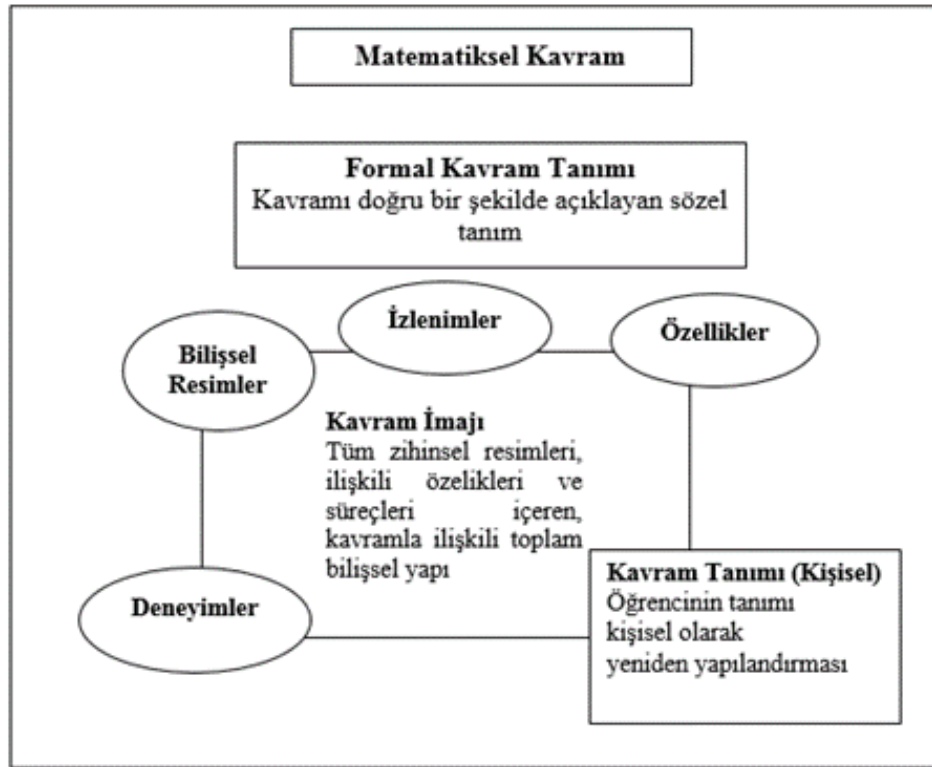


Şekil 6. Sezgisel çıkarım (Vinner, 1991)

Şekil 6.'dan çıkaracağımız sonuç, öğrenciye bilişsel bir görev verildiğinde kavram tanımı hücresinin dolu ya da boş olması önemsenmeksizin, kavram tanımı hücreesine başvurularına gerek kalmadan bilişsel görevin sonuca bağlanmasıdır. Bu stratejide öğrenci daha çok günlük hayattaki düşünme şekli ile hareket eder ve formal tanımlara başvurma gerekliliği bilincinde değildir. Vinner (1991)'a göre hali hazırda kavram imajı hücreesine başvurularak sonuca bağlanan bilişsel görevler oldukça başarılıdır ve bu sebeple kavram tanımı hücreesine başvurmaya öğrencileri teşvik etmemektedir.

Yalnızca kavram imajı hücreesine başvurmanın yeterli olabildiği durumlarda kavram tanımı hücreesine başvurmak gerekli görülmemektedir. Bu durum her bilişsel görev için genel geçer bir durum olmayabilir, formal terimler içeren durumlarda yalnızca kavram imajına başvurulması yeterli olmayacaktır. Vinner (1991) çalışmalarını bilişsel görev başındaki bir bireyin uyandırılmış kavram imajı üzerine gerçekleştirmiştir. Farklı koşullarda aynı imajın uyandırılmayacağı teorisi ışığında çalışarak, bir bireyin bütün bir bilişsel sistemini değil, bütün bilişsel sistemin görev üzerindeyken etkinleşen kısmı üzerine analizlerini gerçekleştirmiştir.

Tall ve Vinner (1981) kavram imajı ve kavram tanımı yapıları matematiksel kavram edinimi sürecinde, sadece biçimsel tanımlardan değil, diğer yandan da kişiye özgü yapılardan da etkilenmektedir. Rösken ve Rolka (2007), kavram imajı ve kavram tanımı yapılarını ve bu iki yapıyı etkileyen fikirleri aşağıdaki gibi sembolize etmiştir.



Şekil 7. Kavram imajı ve kavram tanımı ilişkisinin sembolü (Rösken & Rolka, 2007)

Bireyin bir kavrama dair zihninde yatan tanımı öğrenebilmemiz için bu bireye “(...) nedir?” şeklinde, cevabı gayet açık ve sözel cevap verilecek sorular yöneltiriz. Bireyin bir kavrama dair zihninde yatan kavram imajını öğrenmek bu kadar kolay değildir. Bu sebeple Vinner (1991) bireyin kavram imajının gayet açık ve sözel olmadığını düşünmüş ve öğrenebilmek için dolaylı sorular sorulması gerektiğini öne sürmüştür. Bu bağlamda araştırmacılara bu soruları türetme konusunda çok önemli bir görev düşmektedir.

Matematik ve geometri dallarına ait kavramların öğrenciler tarafından ne şekilde oluşturulduğunu gözlemlemek üzere birçok çalışmada kavram tanımı ve kavram imajı teorisinin baz alındığını görmekteyiz (Gülkılık, 2008; Vinner, 1983; Tall ve Vinner, 1981; Vinner & Dreyfus, 1989; Öner, 2013; Attorps, 2006; Meehan, 2002; Eraslan, 2005; Karakuş, 2018; Przenioslo, 2002; Avgören, 2011; Öner & Ertekin 2015).

2.1.3. Matematik Öğretimi

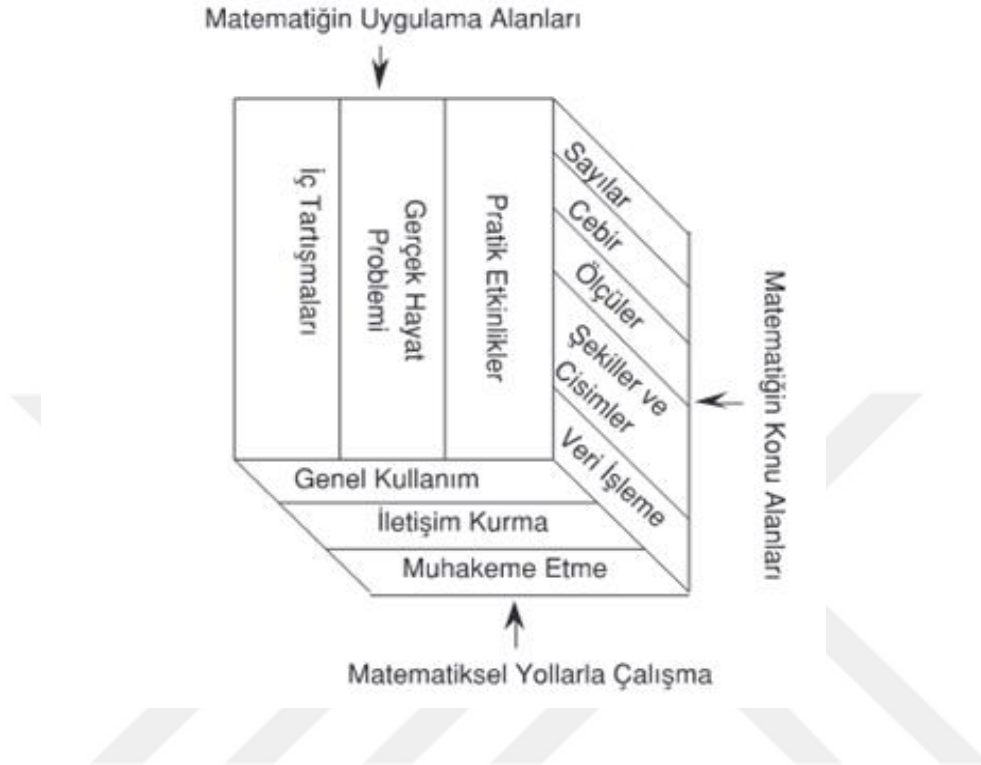
Birçok kaynaktan elde edilen bilgilere göre matematik, geometri, cebir, aritmetikte olduğu gibi sayıları içeren, ölçüm esasında niceliklerin özelliklerine ışık tutan bilimlerin ortak bir adıdır (Alkan ve Altun, 1998). Ancak öyle görünüyor ki bu tanım matematiği yeteri kadar kapsayan bir niteliğe sahip değildir ve ilköğretim seviyesindeki matematiği tanımlamaya daha uygun düşmektedir. Altun (2006)'a göre matematik en sade haliyle 'Yaşamın soyutlanmış bir biçimi' şeklinde açıklanmıştır. Daha kapsamlı bir matematik tanımı yapacak olsaydık eğer, matematiği sadece nicelikleri inceleyen sayılar ve ölçümler topluluğu olarak görmezdik. Sayı ve ölçümlere dayalı olmayan matematik dalları da mevcuttur. Alkan ve Altun (1998)'a göre matematik diğer bilimlerden farklı olarak kendi kendine yetebilen bir bilimdir ve matematik sadece nitelikleri değil sistemleri de incelememize yaramaktadır.

Literatürde genel geçer bir matematik tanımı bulunmamaktadır. Matematik soyut ve somut iki kategoriden oluşmaktadır. Somut olan kısmı daha çok ölçümler, problem çözme gibi tekniklerin kullanıldığı kısımdır. Diğer soyut kısımda ise matematiğin iç tartışmalarının yer aldığı, teoremlerin ve ispatların bulunduğu kısımdır (Alkan ve Altun, 1998).

Alkan ve Altun (1998) matematiğe farklı açılardan bakarak incelemeye tabi tutmuşlardır. Araştırmacılara göre matematiğe üç farklı açıdan bakılmıştır:

1. Matematiğin Konu Alanları
 - a) Sayılar
 - b) Cebir
 - c) Ölçüler
 - d) Şekiller ve Cisimler
 - e) Veri İşleme (İspatlama)
2. Matematiğin Uygulama Alanları
 - a) Pratik Etkinlikler
 - b) Gerçek Hayat Problemi
 - c) İç Tartışmaları
3. Matematiksel Yollarla Çalışma
 - a) Genel Kullanım
 - b) İletişim Kurma
 - c) Muhakeme Etme

Alkan ve Altun (1998) bu bakış açılarını belirten bir model geliştirmiştir. Model aşağıda verilmektedir.



Şekil 8. Değişik açılardan matematik (Alkan ve Altun, 1998)

Matematiğin anlamlandırılıp öğrenilmesindeki temel hedefleri Greenwood (1993) şu şekilde belirtmiştir;

- Öğrencilerin bağımsız bir şekilde düşünüp işlerini yapabilmeleri,
- Öğrencilerin sıkıntıya maruz kalma durumlarında bunlara çözüm bulmak için sistematik bir şekilde fikir üretmeleri.

Alkan, Koroğlu ve Başer (1999) ise matematik öğreniminin asıl amaçlarını şu şekilde sıralamıştır;

- Meslek edindirme,
- Mantıklı ve özgün düşünce sağlama,
- Diğer bilimsel dallara temel oluşturma,
- Hayatın işleyişini algılatma.

Bu bağlamlarda matematiğin amaçlarının iyi bilinmesinin matematik öğretimi sürecinde öğretmen açısından oldukça önemli bir faktör olduğunu söyleyebiliriz. Ancak yapılan literatür taraması, matematiğin esas amaçlarını bilinip bunlardan hareketle öğrenim sürecini sağlayan öğretmen ve öğrenci miktarının oldukça az olduğu sonucuna varmaktayız.

Öğretmenler süreç içerisinde öğrencilerden gelecek olan her türlü soruya cevap verebilmelidir. Çünkü öğrenciler genellikle matematiğin gerçek yaşantılarıyla bir ilgisi olmadığını düşünmekte ve sürekli olarak bunu sorgulayabilmektedir.

Bir öğretimde başarıya ulaşabilmek için bilginin aktarıldığı birey bir öğrenci olmakla beraber o bireye bir bilgi kuramcısı olarak da bakmalıyız. Bu süreçte ise öğretmenlerin esas görevi ilgili bilgiyi öğrencinin sezgisel bir şekilde edinebilmesi için uygun mekân sağlamak ve bu süreçte öğrenciye rehber olmaktır (Nelissen & Tomic, 1998).

Günlük hayatımızdaki pek çok davranış ve tutumların işleyişi matematik doğasına paralel olarak gelişim göstermektedir. Bir soruna çözüm bulma, problemleri en kısa yoldan halledebilme, olaylara farklı pencerelerde bakabilme ve daha fazla davranış bu kategoriye dâhildir. Matematikte bu davranışları yerine getirebilmekteyiz. Ancak bu davranışların yerine getirilmesi, geleneksel bir matematiksel öğretim ile pek mümkün olmayacaktır. Vacc (1993) geleneksel matematik öğretimi sürecine bazı faktörlerin dâhil edilmesi halinde bahsedilen davranış ve kazanımları edinebileceğimizi öne sürmüş ve bu faktörleri aşağıdaki gibi belirtmiştir;

- Sorular sormak, sorgulamak
- Fikir geliştirmek, üretmek
- Problemleri çözmek ve genişletmek

Her alanda olduğu gibi matematik öğretiminde de belli plan ve kuramlar ışığında hareket etmek daha etkili bir öğrenim sağlayacaktır. Matematik alanında, öğretim amacına varabilmesi için ilerleyen süreçte dikkat edilmesi gereken birtakım temel ilkeler bulunmaktadır (Alkan & Altun, 1998). Bu temel ilkeler şu şekildedir:

- Kavramsal altyapının oluşumu
- Ön şartlılık ilkesi
- Anahtar kavramlara gereken önemi verme
- Öğretmen ve öğrencilerin öğretim sürecinde görevlerinin doğru belirlenmesi
- Öğretim sürecinde fiziksel çevreden faydalanma
- Araştırmalar yaptırarak sorgulama yeteneği geliştirme
- Matematik alanına karşı pozitif tutum oluşumu

Matematiğin önemli bir dal olduğuna dair Altun (2006) belirli hususlardan bahsetmiştir. Bu hususlar aşağıda verilmektedir:

1. İnsanlarda yaşama arzusu bulunmaktadır. İnsan yaşamasını güvenceye aldıktan sonra daha kaliteli yaşam için savaş vermeye devam eder (Skemp, 1987).

2. Çevremizdeki varlıkların ve olguların kararlı tutumu (Altın oran, gezegenlerin yörüngeleri vs.)
3. Sonuncu ve araştırmacının en önemli gördüğü husus ise insanların problemleri çözüme ulaştırma sürecinde düşünme, tartışma ve muhakeme etme kabiliyetlerini ilerletmeleridir.

Herhangi bir alanda olduğu gibi matematik alanında da bir bilgiyi aktarırken belli kavramlara ihtiyacımız olmaktadır. Kavramlar mevcut konunun öğrenci zihninde canlandırılmasında etkin bir rol oynamaktadır. Altun (2006)'a göre kavramların insan zihnindeki temsilleri iç temsil ve dış temsil olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Dış temsiller mevcut kavramın fiziksel çevremizdeki bir örneği iken iç temsil bu dış temsillerden hareketle insanların zihinlerinde oluşmuş, kişiden kişiye değişen halidir. Sınıf ortamında ise tanımlar, tablolar, modeller dış temsili oluşturur iken, bu etkenlerden hareketle öğrencilerin kavramı kendine özgü bir şekilde anlamlandırması ile de iç temsiller meydana gelmektedir. Nelissen ve Tomic (1998) ise bu bilgilerden hareketle öğrenme sürecinin dış temsillerin etkisinde kalınarak iç temsil oluşumu ile sonuca bağlandığına vurgu yapmaktadır.

Bir yorum yapmamız gerekirse, bu bilgilerden yola çıkarak araştırmacıların dış temsil olarak vurguladığına kavram tanımı, iç temsil diye vurguladıklarına ise kavram imajı diyebiliriz. Çünkü kavram tanımı dış temsilde olduğu gibi ilgili kavramın genel geçer nesnel bir gösterimi iken, kavram imajı ise iç temsilde olduğu gibi ilgili kavramın insanın bilişsel yapısında kendine özgün bir gösterimidir.

Nakiboğlu (1999)'nun da belirttiği gibi, kavramların öğrenim ve öğretim metotlarına hâkim olmak, ilgili kavramlar arası ilişkilendirmeler yaparak farklı kavramlar meydana getirmenin yöntemlerini bilmek, tüm bu kavramların bilimsel önemini kavramak öğretmen ve öğretmen adaylarının bilgi ve yeteneklerine katkıda bulunur. Araştırmacıya göre günümüze dek sürdürülmekte olan geleneksel metotlar, kavramın dışa vurumu olan kelime veya sembolü, ilgili kavramın sözlü olarak tanımlanması ve bu tanımlamanın algılanabilmesi adına kavramın özelliklerini göstermek gibi yollarla öğrencinin öğrenimini amaçlamaktadır. Bu yollarla edinilen kavramların, bilhassa soyut özellikler taşıyan kavramların sözlü bir tanımlamasının yapılması oldukça zorlayıcı olmaktadır ve bu yüzden bu yollarla edinilen kavramın öğretimi yeterli düzeyde amacına ulaşamamaktadır. Araştırmacının bulgularına göre tüm bu gibi sebeplerle günümüzde yeni kavram öğretim metotları ile ilgili kavramların soyutlaştırılması hedeflenmiştir. Bu metotlar üç basamaktan oluşmaktadır (Turgut, Baker, Cunningham & Piburn, 1997; Aktaran: Nakiboğlu 1999):

1. Anlam çözümleme tabloları

2. Kavram ağıları
3. Kavram haritaları

Anlam çözümleme tabloları: Bu basamakta öğrenciye bir kavram verilmekte ve öğrencilerden ilgili kavramın niteliklerini keşfetmesini ve bu keşfedilen niteliklerden bir tablo meydana getirmesi beklenmektedir. Meydana getirilen tablonun ilgili kavrama dair ayırt edici ve tanımlayıcı tüm niteliklerin edinilmesinde oldukça tesirli bir şekilde kullanılacağı düşünülmektedir (Fredericks & Cheesebrough, 1993; Nakiboğlu, 1999).

Kavram ağıları: Bu basamakta öğrencilere esas alacakları bir kavram verilerek, öğrencilerden ilgili kavrama dair kelimeler keşfetmeleri beklenmektedir. Daha sonra öğrencilerden bu kelimeleri yazmaları, yazılan bu kelimelerin anlam ve ilişkileri baz alınarak kategorilere ayırmaları ve her kategoriye bir ad verip bunlar arasında bir ağ oluşturmaları beklenmektedir. Turgut ve arkadaşlarına (1997) göre kavram ağı oluşturma sürecinin öğrencilerde belli başlı bazı kabiliyetleri geliştireceği ve öğrencilerin mevcut kelimelerle herhangi bir paragrafta karşılaştığı takdirde daha rahat anlamlandırabileceği öne sürülmüştür. Araştırmacıların sözünü etmiş olduğu kabiliyetler aşağıda verilmektedir:

- Önceden hâkim olduğu bilgileri kullanma
- Yeni kavramlar oluşturma
- Kavramlar arası yeni ilişkiler inşa etme
- Kavramları tekrar düzenleme

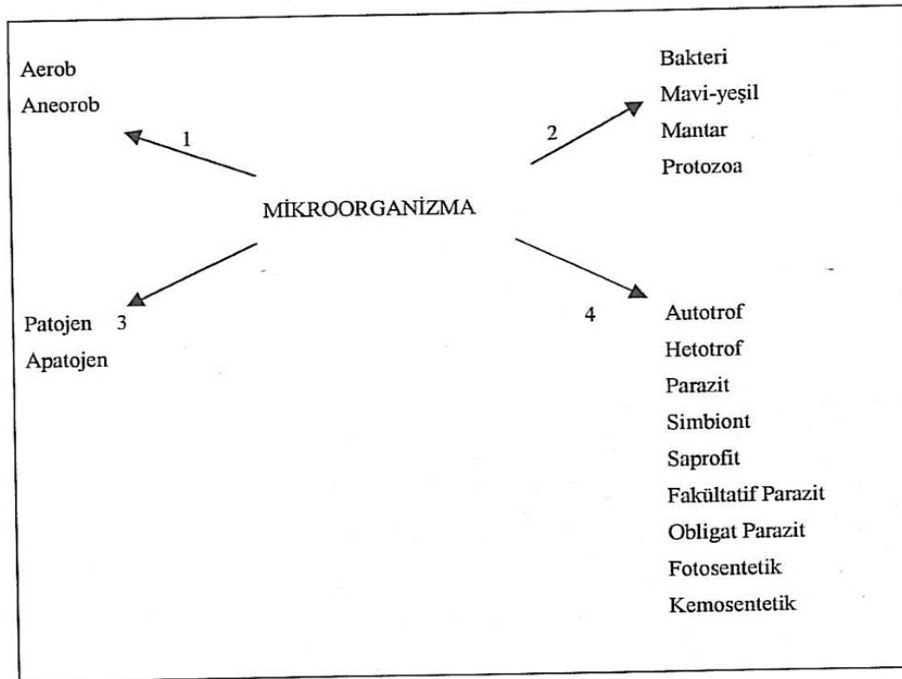
Kavram haritaları: Kavram haritası oluştururken ilgili kavram esas alınır. Bu kavram haritanın en üst kısmında bulunur. Al kısımlarına indikçe bu kavramla bağlantılı diğer kavramlar bulunur. Ancak bu bağlantılı kavramların yalnızca bir defa bulunması şartı vardır. Kavram haritaları sayesinde esas alınan bir kavramdan hareketle bu kavramla ilgili diğer kavramlara erişmek daha kolay olur.

Araştırmacı Nakiboğlu (1999) yukarıda sözü geçen kavram öğretim metotları hakkında Fen Bilgisi Öğretim Yöntemleri dersindeki ilköğretim fen bilgisi öğretmen adaylarının görüşlerini almak adına bir çalışma yapmıştır ve çalışmasında her metoda ait örnekler bulunmaktadır. Bunların birkaçına aşağıda değinilmektedir.

Tablo 1.
Anlam çözümleme tablosu (Nakiboğlu, 1999)

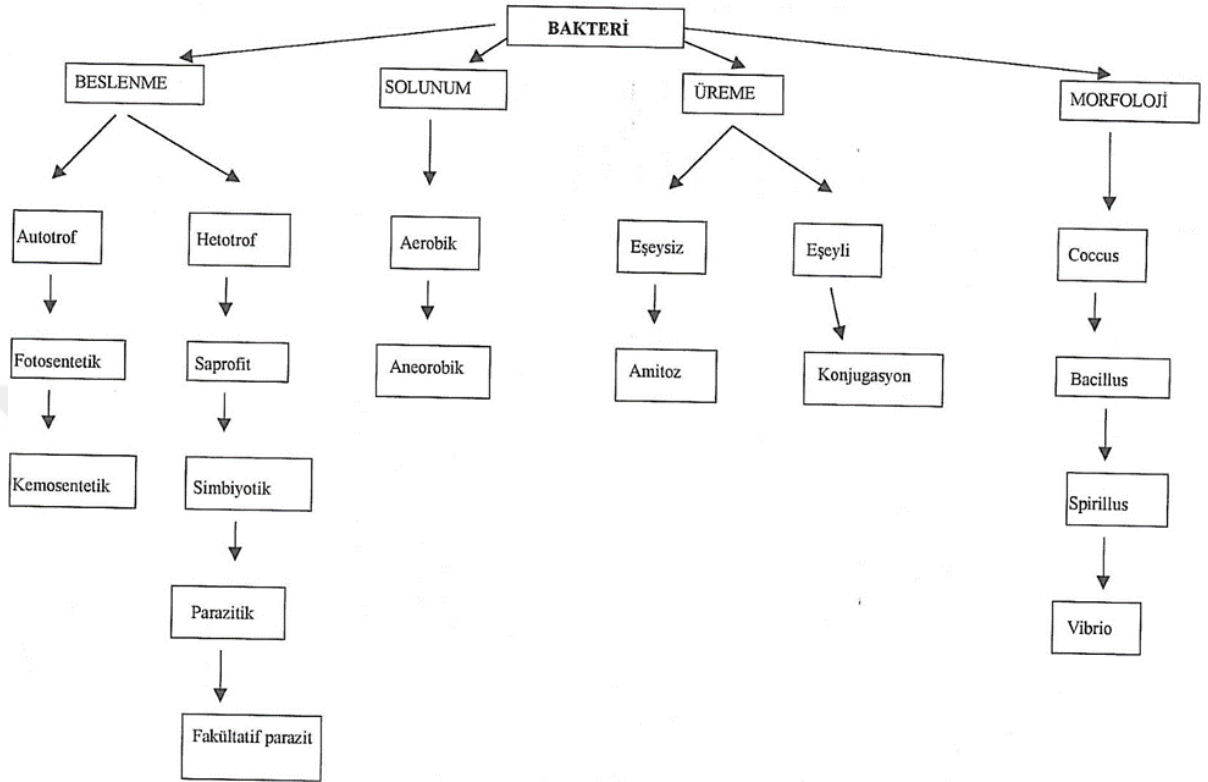
KAVRAM:	ÖZELLİKLERİ				
Mikroorganizma					
Bakteri	Tek Hücreli	Çok Hücreli	Hücre Çeperi Var	Kamçılı	Kamçısız
	X			X	X
Mavi-yeşil Alg	X	X	X		
Mantar	X	X	X	X	X
Protozoa	X			X	X

Tablo 2.
Kavram ağı (Nakiboğlu, 1999)



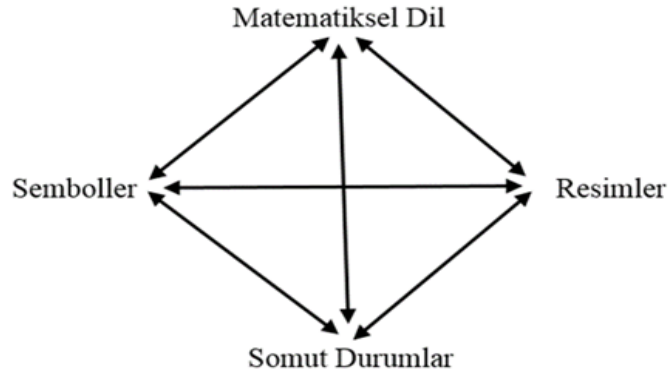
1. Mikroorganizmalarda solunum.
2. Mikroorganizma çeşitleri
3. Mikroorganizmaların enfeksiyonel özellikleri
4. Mikroorganizmalarda beslenme

Tablo 3.
Kavram haritası (Nakiboğlu, 1999)



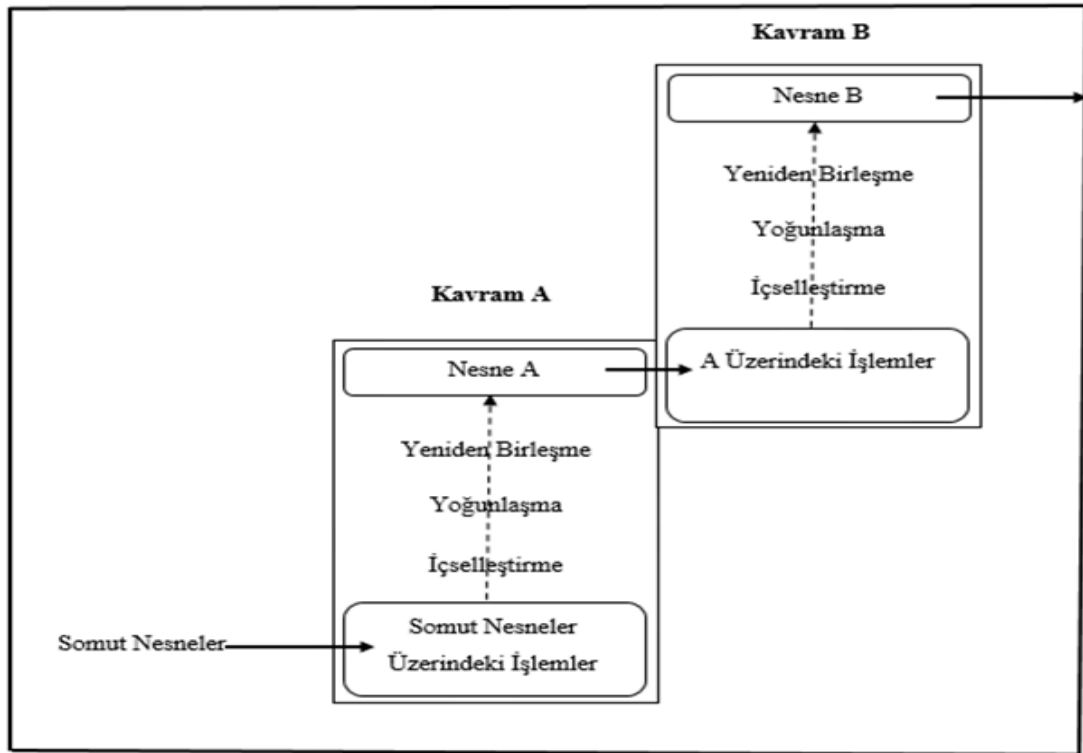
2.1.4. Matematiksel Anlama

Vinner (1991)'e göre bir kavramı anlamak o kavrama ait bir kavram imajına ait olmaktan geçmektedir. Özellikle matematiksel kavramların anlanması ve öğrenilmesi süreci sadece kavram tanımının ezberlenmesiyle gerçekleştirilemez, bu tip kavramları anlamlandırılabilip anlamlandırılmadığını anlayabilmek için, matematiksel süreçlerin analizi adına bazı modeller mevcuttur. Bunlardan biri Haylock (1982)'a aittir. Araştırmacıya göre matematiksel kavramların anlandığını analiz etmek için dört matematik deneyimi bulunmaktadır: semboller, matematiksel dil, somut durumlar ve resimler. Bunlardan herhangi ikisi arasında kurulacak bağ ile öğrencilerin anlayışlarının geliştirileceği öne sürülmüştür. Bu teoremin modeli ise aşağıda verilmektedir.



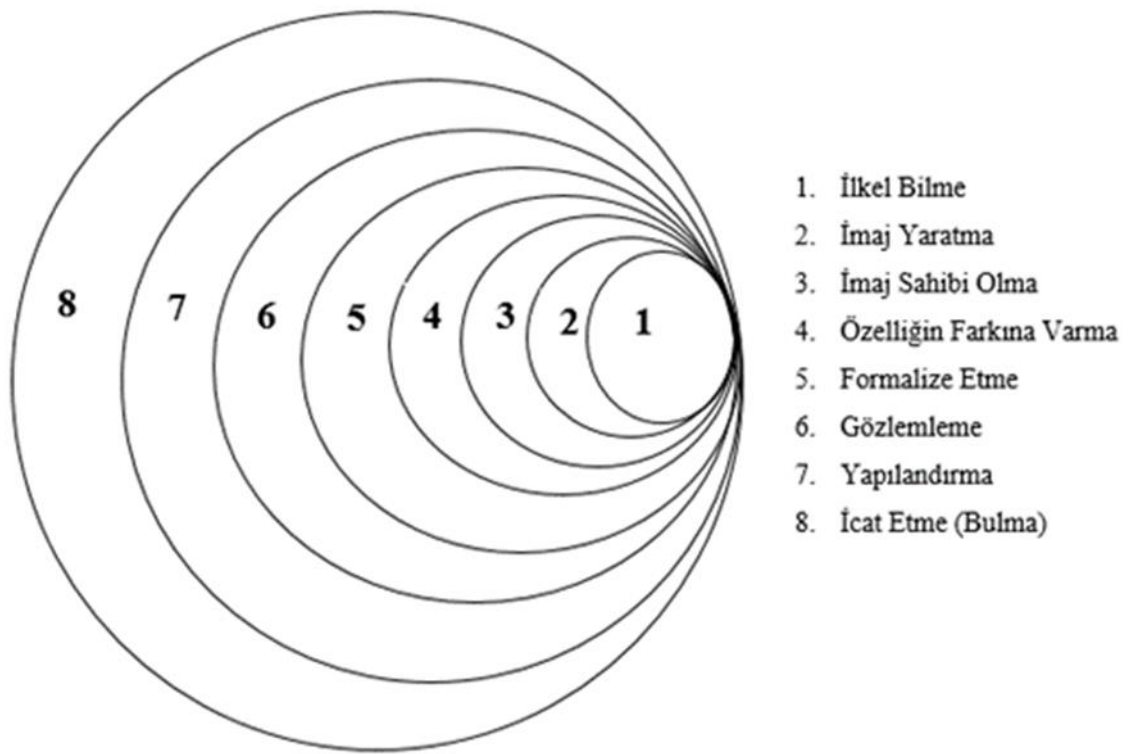
Şekil 9. Haylock'un öğrencilerin matematiksel anlama modeli (Haylock, 1982)

Bir başka model ise Sfard (1991)'den gelmektedir. Sfard matematiksel kavram öğrenimi modelini oluştururken Piaget'in görüşlerinden yola çıkmıştır. Araştırmacıya göre bir matematiksel kavramın anlamlandırılması için kavram üç aşamadan geçmektedir. İlk aşama olan içselleştirmede, bir sürecin bilişsel temsillerle gerçekleştirilmeye başlandığı görülmektedir. İkinci aşama ise yoğunlaşmadır. Bu aşamada bir işlemin ayrıntılarını bütünleştirerek işlemi bir bütün olarak görme aşamasıdır. Son aşamada ise kavramın yapısal olarak bir nesne olarak düşünülen, yapısal bir görüş olarak algılandığı yeniden birleşme aşamasıdır. Sfard (1991)'a göre bu aşamalardan geçen kavram anlamlandırılmıştır.



Şekil 10. Sfard'ın kavram oluşum modeli (Sfard, 1991)

Bir diğer matematik anlayışı adına yapılmış teori ise Pirie ve Kieren (1994) tarafından ortaya atılmıştır. Araştırmacılar teorilerinin temelinde yapılandırmacı bir anlayış benimsemişlerdir. Araştırmacılara göre matematik anlayışı birbirleri ile iç içe geçmiş ve kendi aralarında dinamik bir etkileşim bulunan sekiz faktörden oluşmaktadır. Pirie ve Kieren (1994)'e göre bu süreç doğrusal olmamakla birlikte özyinelemeli, yani kendini tekrarlayabilen bir süreçtir. Birbirleri ile dinamik etkileşimleri bulunan iç içe geçmiş sekiz faktör ise şunlardır: ilkel bilme, imaj yaratma, imaj sahibi olma, özelliğin farkına varma, formalize etme, gözlemlleme, yapılandırma ve icat etme (bulma).



Şekil 11. Pirie ve Kieren'in matematiksel anlayış geliştirme modeli (Pirie & Kieren, 1994)

Skemp (1987)'e göre matematiksel öğrenmede bir gelişim sağlamakta kontrol bireylerin elindedir. Bireylerin matematiği nasıl, ne şekilde öğrendiği, matematiksel anlamalarının gelişimini büyük ölçüde etkileyecektir. Baloğlu (2001)'na göre matematiksel anlama sürecinde ezbere dayalı bir şekilde bilgi aktarımı, yoruma açık olmayıp gerçek hayattan izole bir şekilde edinilmesi hedeflenen kavramlar tam bir anlama gerçekleştiremeyecekleri gibi öğrencilerde olası bir kaygı tutumu da oluşturabilirler. Bundan hareketle eğitimde öğretmenler tarafından kullanılan yöntemlerin önemi dikkat çekmektedir.

Modern, öğrencinin düşünmesini sağlayan öğrenci merkezli öğretimden uzak geleneksel bir öğretim, öğrencinin öğrenmesini zorlaştırır ve yanlış kavram kazanımına sebep olabilir. Bu şekilde bir kavram oluşumundan söz edilemez (Nakiboğlu, 1999). Gerçek bir öğrenme, bir öğrencinin aktarılan bir kavrama dair kendi tutumlarınca anlamlandırmalar yapması ile gerçekleşebilir. Bu durum öğrencinin merkeze alındığı, öğrenciye fikir üretme ve yorumlama imkânı sunan, öğrenciyi araştırmaya sevk edecek ve öğrenciyi düşündürecek, ezberden uzak bir öğretim sistemi ile mümkün olacaktır.

Kavram imajı oluşum sürecinde öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun formal tanımlardan ziyade kişisel tanımları kullandığı sonucuna varılan pek çok çalışma (De Villiers, 1998; Türnüklü & Ergin, 2016) bulunmaktadır. Vinner (1991)'a göre matematik öğretiminin temel amacı, insanın bilişsel yapısındaki günlük düşünme alışkanlığından kurtulup formal düşünme moduna geçmesidir (Aktaran: Meehan (2002). Araştırmacı bu amacın gerçekleştirilmesinin zorluğunun elbette ki farkındadır. Bu durum için olabilecek en iyi öneri matematik öğretimi için kullanılan formal tanımların günlük yaşamla bütünleştirilerek deneyim ve yaşantılarla kavram imajı oluşumu sağlamaktır. Bingolbali ve Monaghan (2008)'a göre bir kavramın anlaşılmasında ve kavram imajı oluşturmada süreç içerisinde geçen deneyimler oldukça büyük önem taşımaktadır. Bunun yanı sıra Wilson (1990) matematiksel kavram oluşumunda tanım, örnek ve de karşıt örneklerin önemine vurgu yapmaktadır (Aktaran: Karakuş, 2018). Buna karşın Monaghan (2000) ise örneklemeler hakkında bir açıklama yaparak, prototip örneklerle sınırlı kalan kavramların oluşumunun da sınırlı olacağını belirtmiştir.

2.2. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Literatürde matematik, geometri, kavram imajı ve kavram tanımı çerçevesinde birçok çalışma bulunmaktadır. Limit ve süreklilik (Tall & Vinner, 1981; Przenioslo, 2002), periyot (öner & Ertekin, 2015; Shama, 1998; Van Dormolen & Zaslavsky, 2003), fonksiyonlar (Wilson, 1993; Meehan, 2002), trigonometrik fonksiyonların periyotları (Öner, 2013), parabol (Shriki & David, 2001), açı, çember, geometrik yer ve metrik (Gülkılık, 2008), Prizma, koni, silindir, pramit, küre (Avgören, 2011), silindir ve koni (Karakuş, 2018), problemler (Vinner, 1991), nokta, doğru, düzlem ve açı (Kılıç, Temel & Şenol, 2015), türev (Bingolbali & Monaghan, 2007; Hartter, 1996), lineer cebirde altuzay (Wawro, Sweeney ve Rabin, 2011),

kuadratik fonksiyonlar (Eraslan, 2005), denklem (Attorps, 2006) , belirli integral (Delice & Sevimli, 2011; Rösken & Rolka, 2007), belirsiz integral (Sevimli & Delice, 2012) ve matematiksel tanımlar (Soğancı, 2006) bunlardan bazılarıdır.

Çalışmanın bu kısmında yukarıda adı geçen ve araştırmamızda bize yol göstereceğine inandığımız bazı çalışmalardan bahsedeceğiz.

- Kavram tanımı ve kavram imajı teorisini ilk kez tanımlayan araştırmacılar Tall ve Vinner (1981)'dir. "Concept Image and Concept Definition In Mathematics With Particular Reference to Limits and Continuity" başlıklı çalışmada araştırmacılar limit ve süreklilik konusundan hareketle kavram imajı ve kavram tanımı kavramlarını ayrıntılı bir şekilde açıklamışlar ve kendinden sonraki birçok kavram imajı ve kavram tanımı teorisi ışığındaki çalışmaya kılavuzluk etmişlerdir. Çalışmada kavram imajı oluşumu sürecindeki çatışma faktöründen söz edilmiş ve müfredata uygun birtakım problemler yönelterek öğrencilerin kavram tanımı ve kavram imajı gelişimleri incelenmeye tabi tutulmuştur.
- Vinner (1991) "The Role of Definitions In The Teaching and Learning of Mathematics" adlı çalışmasında öğrencilerin matematiksel problemlere dair kavram imajlarını incelemiştir. Araştırmacı 1983 yılında yaptığı çalışmasında öne sürdüğü kavram imajı oluşumu modelleri üzerinde durmuştur. Vinner (1991)'a göre insanın bilişsel yapısında kavram imajı ve kavram tanımı hücreleri bulunmaktadır. Bu hücrelerden biri ya da her ikisi de boş olabilir ve yaşantılar sonucu dolar. Çalışmada koordinat sistemi üzerinden yapılan incelemelerde üç farklı senaryonun oluşabileceği öne sürülmüş ve bu durumdan hareketle modellemeler yapılmıştır.
- Tall (1987) teğet kavramının tartışıldığı "Constructing The Concept Image of A Tangent" adlı araştırmasında örnekleme bir kontrol bir de deney grubu oluşturmaktadır. Kontrol grubunda standart geleneksel eğitim hâkim olurken, deney grubunda teknolojiye yararlanıldığı, çeşitli örneklemler ve tartışmalar yapıldığı bir gruptur. Araştırmadan çıkarılan sonuca göre Tall (1987) deney grubunun teğet kavramına ilişkin kavram imajları gelişiminin daha anlamlı olduğu yönündedir.
- "Öğretmen Adaylarının Bazı Geometrik Kavramlarla İlgili Sahip Oldukları Kavram İmajlarının ve İmaj Gelişiminin İncelenmesi Üzerine Fenomenografik Bir Çalışma"

adlı yüksek lisans tezinde Gülkılık (2008) öğretmen adaylarının aç, çember, geometrik yer ve metrik gibi geometrik kavramlara dair kavram imajlarını incelemek amaçlanmıştır. Bu sebeple eş öğretmen adayı ile Seçmeli Geometri dersi çerçevesinde görüşmeler, yazılı dokümanlar ve gözlemler aracılığı ile veriler toplanmıştır. Araştırmada Tall ve Vinner (1981)'ın kavram tanımı ve kavram imajı yapısı esas alınmıştır. Yapılan araştırma sonucu elde edilen bulgulara göre öğretmen adayları problem çözümünde uygun kavram imajı gelişimine ihtiyaç duydukları yönündedir.

- Meehan (2002) “Students’ Meeting Advanced Mathematics For The First Time: Can Mathematics Education Research Help” başlıklı çalışmasında yazar iyi tanımlı fonksiyon kavramı çerçevesinde 11 öğrencinin kavram imajlarını tetkik etmeyi ve öğrencilerin genel olarak tanımların neden gereksiz olduklarını düşündüklerini anlamak amaçlamıştır. Yazar öğrencilerin iyi tanımlı fonksiyon kavramına dair kavram imajlarını belirlemek için dört aşamaya tabi tutmuştur. Bunlar tanım sayfası, üretme sayfası, sağlama sayfası ve tahmin sayfasıdır. İlk sayfa olan tanım sayfasında, iyi tanımlı fonksiyon kavramının tanımı bulunmaktadır. Üretme sayfasında ise öğrencinin tanımı verilen kavrama dair bir örnek sunması beklenmiştir. Sağlama sayfasında öğrenciye birçok fonksiyon verilmiştir ve öğrenciden bunların arasından iyi tanımlı olanları seçmesi beklenmiştir. Son sayfa olan tahmin sayfasında ise öğrencilerin vermiş olduğu yanıtların doğruluğu incelenmektedir.
- “Sınıf Öğretmeni Adaylarının Silindir ve Koniye Yönelik Kavram İmajlarının İncelenmesi” isimli çalışmasıyla Karakuş (2018) sınıf öğretmenlerinin kavram imajlarını silindir ve koniye dair çizimleri ve tanımlarını inceleme vasıtasıyla tespit etmeyi amaçlamıştır. Araştırmanın örneklemini 126 adet sınıf öğretmeni oluşturmaktadır. Sınıf öğretmenlerinden toplanan verilere göre yeterli kavram imajlarına sahip olmadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmenlerin daha çok basite indirgenmiş genel örnekler verildikleri ve geometrik cisimlerin formal tanımlarını yaparken eksik ve hatalı bilgiler aktardıkları görülmüştür. Öğretmenlerin bu tutumunun öğrencilerde kavram yanlışlarının oluşumuna neden olacağı düşünülmüştür.
- Przenioslo (2002) “Images of the Limit of Function Formed in the Course of Mathematical Studies at the University” başlıklı çalışmasında üniversite

öğrencilerinin limit kavramına dair kavram imajlarını tespit etmeyi amaçlamıştır. Araştırma 1993-2001 yılları arasında Kielce Pedagoji Üniversitesi'nde (Polonya) öğrenim gören ve matematik çalışmalarının üçüncü, dördüncü ve beşinci senesinde olan 238 öğrenci ve çalışmalarının başlangıç aşamasında olan 182 öğrenciyi içine alan kapsamlı bir araştırmadır. Araştırmada veri toplamak üzere seçilmiş sorular standart olmayan seçilmiş sorular ve birçok araştırma araçları kullanılmıştır. Kavram imajlarını ise kendi aralarında sınıflandırmıştır. Bunlardan bazıları: grafik yaklaşımına bağlı imajlar, algoritmalar, vb. şeklindedir.

- “A Qualitative Study: Algebra Honor Students’ Cognitive Obstacles as They Explore Concepts of Quadratic Functions” adlı doktora çalışmasını Eraslan (2005) bilerek seçilen Richard ve Colin isimli iki cebir öğrencisi ile dört haftalık bir süreç içerisinde gerçekleştirmiştir. Öğrencilerle bu süreçte iki kez görüşme yapılmıştır. Öğrencilerin yazılı çalışmaları yanlışlıkları ve eksiklikleri yönünden incelenmiş ve öğrenciler sınıf ortamında gözlemlenmiştir. Kuadratik fonksiyonlar ve denklemlerle ilgili incelemelerini Schoenfeld (1989) matematiksel analizini ve Tall ve Vinner (1981) kavram tanımı ve kavram imajı teorisi çerçevesinde gerçekleştirmiştir. Araştırmacı çalışmasında durum çalışma modelini kullanmıştır. Öğrencilerden elde edilen veriler altı farklı yönüyle analiz edilmiştir: kavram imajı ve tanımı, çeviri, belirleme, yorumlama, ikinci dereceden denklemleri çözme ve ikinci dereceden modelleri kullanma. Eraslan (2005)’ın tespit etmiş olduğu çatışmalardan bir kısmını kuadratik fonksiyonların geometrik gösterimleri ve cebirsel gösterimlerinin bir arada sentez edilemeyeşine, bu iki faktörün birbiri ile örtüşmeyeşine bağlamıştır.
- Attorps (2006) “Mathematics Teachers’ Conceptions About Equations” isimli çalışmasında öğretmenlerin denklemlerle ilgili olan kendi okul deneyimlerine odaklanılmıştır. Öğretmenlerin son on yıldaki matematik öğrenme ve öğretme anlayışları incelenmiştir. Bu çalışmada farklı okulların öğrenme ve öğretme gelenekleri ele alınmıştır. Matematikteki kavram oluşumunda karşılaşılan güçlükleri tespit etmek amacıyla kavram tanımı kavram imajı yapısı temel alınmıştır. Yazılı çalışmalar, mülakatlar ve 6 dersin gözlem kaset kaydı gibi çeşitli veri toplama araçları kullanılmıştır. Araştırmaya tabi tutulan beş acemi ve beş uzman öğretmenle birlikte 75 matematik öğretmeni adaydır. Ön araştırmada ise otuz öğretmen adayı incelenmeye tabi tutulmuştur. Çalışma fenomenografik bir çalışmadır. Araştırmanın

sonucunda öğretmenlerin denklemleri prosedüre bağlı olarak öğrettikleri, inceleme ve fikir edindirmeden uzak bir öğretim gerçekleştirdikleri görülmüştür. Bu tip sebeplerin denklemlerin tam olarak bir nesne olarak algılanmamasına sebep olduğu ortaya konulmuştur.

- Wawro, Sweeney ve Rabin (2011)'in "Subspace in Linear Algebra: Investigating Students' Concept Images and Interactions ith the Formal Definition" adlı çalışmalarında kavram imajı ve kavram tanımı yapısı lineer cebirde alt uzay konusu ışığında incelenmiştir. Çalışma sekiz lisans öğrencisi ile yapılmıştır. Lisans öğrencileri ile yapıla görüşmelerde öğrencilerin alt uzay kavramına dair yaptıkları ilk tanımların formal tanımdan farklı olduğu gözlemlenmiştir. Öğrencilerin bu tutumlarını analiz etmede Tall ve Vinner (1981)'in kavram tanımı ve kavram imajı yapısı teorisi esas alınmıştır. Araştırmacılara göre tanım henüz keşfedilmemiş kavramlara dair bir köprü görevi görmektedir. Araştırma sonucu elde edilen bulgulara göre, bu köprü bağlantısı sayesinde öğretmenler öğrencilerin düşüncelerini aktif bir şekilde öğrenebilir ve bu sayede öğrenci merkezli bir öğretim gerçekleştirilmiş olunur.
- "Bilgisayar Destekli Öğretimin İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Trigonometrik Fonksiyonların Periyotlarıyla İlgili Kavram İmajlarına Etkisi" başlıklı yüksek lisans tezinde Öner (2013)'in örneklemini ilköğretim matematik öğretmenliği birinci sınıfta öğrenim gören 58 lisans öğrencisi oluşturmuştur. Öğretmen adaylarının periyot kavramına dair kavram imajlarını belirlemek için öntest ve sontest kullanılmıştır. Daha sonra ise öğretmen adaylarıyla görüşmeler yapılmıştır. Tüm bunlardan elde edilen veriler içerik analizine tabi tutulurken, Tall ve Vinner (1981)'in kavram tanımı ve kavram imajı yapısı esas alınmıştır. Çalışma sürecinde, GeoGebra destekli uygulamalar, KitKare Testi ve ANCOVA kullanılmıştır. Araştırmanın sonunda GeoGebra destekli uygulamaların periyot kavramına dair imaj gelişiminde olumlu bir etki bıraktığı sonucuna varılmıştır.
- Avgören (2011)'e ait "Farklı Sınıf Seviyelerindeki Öğrencilerin Katı Cisimler (Prizma, Piramit, Koni, Silindir, Küre) İle İlgili Sahip Oldukları Kavram İmajı" adlı çalışmada dokuzuncu ve on ikinci sınıf seviyelerinden üçer öğrenci olmak üzere altı öğrenci evreni temsil etmektedir. Öğrencilerin sahip oldukları prizma, piramit, silindir, koni ve küre ile ilgili kavram imajını ortaya çıkarmak amaçlanmaktadır.

Çalışmanın örneklemini, kendi çalışmamdan farklı olarak, öğretmen adayları değil, farklı yaş gruplarındaki öğrencilerden oluşmaktadır. Bu öğrencilerden elde edilen verilerin tümü, fenomenografik yöntemle kategorilere ayrılarak yorumlanmış ve çalışmada elde edilen verilerin analizinde, nitel analiz yöntemlerinden, içerik analizi kullanılmıştır. Bu çalışmada, kavramın zihinde yapılandırma şekillerini tanımanın ve yeni bilgileri bu düzende onlara vermenin, kavram imajı ve geometrik düşünme düzeyinin gelişimini olumlu etkileyebileceği sonucuna varılmıştır.

- “Understanding Periodicity as a Process with a Gestalt Structure” isimli çalışmasında Shama (1998) İsrailli öğrencilerin periyot kavramı anlamlandırmalarına dair iki aşamalı bir süreç gerçekleştirmiştir. Öğrencilerle ve öğretmenlerle yapılan görüşmeler ve sınıf içerisinde yapılan gözlemler nitel veri toplama yöntemleri olarak ilk aşamayı oluşturmaktadır. 895 on birinci sınıf seviyesindeki öğrenci ile yapılan yazılı çalışmalar ise ikinci aşamayı oluşturmaktadır. Öğrencilerin periyodikliği bir süreç olarak algılamaları esas hedef olarak belirlenmiştir. Öğrencilerin yapmış oldukları hatalar ve tercihler iki çerçeve ışığında incelenmiştir: bir süreç olarak periyodikliğin anlaşılması ve Gestalt teorisi.
- Bingolbali ve Monaghan (2007)’in “Concept Image Revisited” başlıklı çalışmada lisans öğrencilerinin öğrenmelerini türev konusu çerçevesinde inceleyerek kavram imajlarını belirlemek amaçlanmıştır. Çalışmada üç tema ele alınmıştır: öğrencilerin türeve dair kavram imajları geliştirmeleri, öğretim ve kavram imajı gelişimi ilişkisi, öğrencilerin kavram imajı gelişimleri ve bölümlerine bağlılıkları. Çalışmanın sonucu olarak lisans öğrencilerinin kavram imajı hakkındaki çalışmalarda bölüm bağlılıklarını mutlaka dikkate almaları gerektiğine varılmıştır.
- Öner ve Ertekin (2015)’in “İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Periyot Kavramıyla İlgili Kavram İmajları” isimli çalışmanın amacı ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının periyot kavramına ilişkin kavram imajlarını belirlemektir. Çalışma 2011-2012 eğitim öğretim sürecinde gerçekleşmiştir. Evrenini birinci sınıftan 58 lisans öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırma durum çalışma yöntemiyle, yani nitel veri toplama ile gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adayları periyot testine tabii tutulmuştur. Veri analizi sürecinde Tall ve Vinner (1981)’in kavram tanımı ve kavram imajı yapısı çerçevesine uyulmuştur ve öğretmen adaylarının periyot kavramına

ilişkin kavram imajları üç şekilde sonuçlandığı görülmüştür: belirli aralıklarla tekrarlanan olay, bir olayın tekrarlanması için geçen süre ve bir olayın tekrarlandığı uzunluk, aralık.

- Hartter (1996)'ın "Concept İmage And Concept Definition For The Topic Of The Derivative" adlı çalışmasında kavram öğrencilerinin kavram tanımları ile kavram imajlarının birbirleri ile ne derece uyumlu olduklarını incelemek için türev konusu ele alınmıştır. Çalışmada sekiz öğrenci evreni oluşturmaktadır. Çalışmada inceleme, görüşme gibi nitel veri toplama yöntemleri kullanılmıştır. Araştırma bulgularına göre fonksiyon kavramını iyi bir şekilde anlayan öğrencilerin türev konusunda kavram tanımı ve kavram imajı tutumlarının daha uyumlu olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca araştırmaya göre grafik yorumlama, sunumlar ve benzeri alıştırmaların, öğrencilerin daha eksiksiz bir kavram imajı geliştirdiklerini sağladığı görülmüştür.
- "One Preservice Secondary Mathematics Teacher's Evolving Understanding of Mathematical Functions." başlıklı çalışmada Wilson (1993), öğretmenlerin fonksiyonlar gibi belli bir konu hakkındaki düşünme anlayışlarının, bu öğretmenlerin matematiksel düşünme anlayışları hakkında genel bir bilgi vereceği ve öğrenme-öğretme üzerindeki etkisi daha iyi anlanacağını düşünmüştür. Çalışma on haftalık bir süreçte gerçekleştirilmiştir. Veri toplamak için görüşmeler, gözlemler ve yazılı çalışmalar kullanılmıştır. Araştırmacı araştırmasının sonunda vermiş olduğu tavsiyeye göre matematik öğretmenleri eğitimi modelleri, matematik içeriğini ve pedagojiyi bir arada tutma fikrini ciddi bir şekilde dikkate almalıdır. Böyle bir yaklaşım sayesinde araştırmacı öğretmenlerin kendi matematiksel anlayışlarında önemli bağlantılar kurmasına ve bu tür entegre bir yaklaşımın gelecekteki öğretilerine yansıma şansını artırmasına izin vereceğini düşünmektedir.
- Soğancı (2006) "Öğreniminde ve Öğretiminde Öğretmen Adaylarının Matematiksel Tanımlara Yaklaşımları Üzerine Fenomenografik Bir Çalışma" başlıklı çalışmada matematiksel tanımlamalar üzerinde durmuştur. Öğretmen adaylarının matematiksel anlayışlarını anlayabilmek için kavram tanımı ve kavram imajı yapısını esas almıştır. Öğretmen adayları ile görüşmeler yaparak veri toplamıştır. Elde edilen verilerin analizinde fenomenografik yöntemi baz almıştır. Araştırma sonunda, yalnızca kavram tanımının bahsi geçen kavramın edinilmesinde yeterli olmadığı sonucuna varılmıştır.

Bir kavramın yeterince anlaşılması için kavram tanımının yanı sıra mevcut tanımın gerek örneklerle gerekse uygulamalarla pekiştirilmesini önermiştir.

- Rösken & Rolka (2007)'nin "Integrating Intuition: The Role of Concept Image and Concept Definition for Students' Learning of Integral Calculus" adlı araştırmasında amaç, öğrencilerin kavram tanımı ve kavram imajı oluşumlarını, belirli integral konusu çerçevesinde ortaya koymaktır. Çalışmanın evreni bir Alman ortaokulunun on ikinci sınıfından yirmi dört öğrenciden oluşmaktadır. Çalışmanın analizi Tall ve Vinner (1981)'in kavram tanımı ve kavram imajı yapısı teorileri ışığında gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın bulgularına göre ortaya çıkan sonuç, kavram tanımlarının öğrencilerin öğrenme süreçlerinde daha geri planda kalıp, bu süreçte kavram imajlarının daha hâkim olduğudur. Çalışma ezber yaklaşımına karşı gelinip matematiksel kavramların anlamını kavramayı ve bu şekilde öğrencilerin kendi özgün kavram imajlarının oluşumunu destekleyen bir çalışmadır.
- Kılıç, Temel ve Şenol (2015)'un "Öğretmen Adaylarının "Nokta, Doğru, Düzlem ve Açık" Kavramları Hakkında Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılgılarının İncelenmesi" isimli çalışmalarında örneklem, sınıf öğretmenliği son sınıfta öğrenim gören 85 öğrenmen adayı ile eğitim bilimleri alanında formasyon alan 112 öğretmen adayı olmak üzere toplam 197 öğretmen adayından oluşmaktadır. Veri toplama aracı araştırmacılar tarafından oluşturulan Geometri Temel Kavramlar Testidir. Çalışma sonunda analiz edilen verilere göre, formasyon almakta olan öğretmen adaylarının, sınıf öğretmeni adaylarından daha iyi bir test sonucu bulunmaktadır. Araştırmacılar lisans eğitiminde geometri öğrenme dalındaki derslerin artırılması gerektiğine dair öneride bulunmuşlardır.
- Giraldo ve Calvalho (2006) "A Generic Organizer for the Enrichment of the Concept Image of Derivative" başlıklı çalışmada türev konusunu ele almıştır. Çalışma nitel bir çalışma olup bu nitel çalışmalar Brezilyan bir öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Araştırma sonucunda araştırmacılar, mevcut çatışmaların uygun bir pedagojik yaklaşım ışığında kullanılmasının kavram imajının zenginleşmesinde büyük bir rol oynayacağı yönündedir. Bir tanımın etkinliğinin konfor ve çatışma bölgelerinde uygun bir şekilde kullanılması ile bir bağlantısı olduğu çıkarımını yapmışlardır.

BÖLÜM III

YÖNTEM

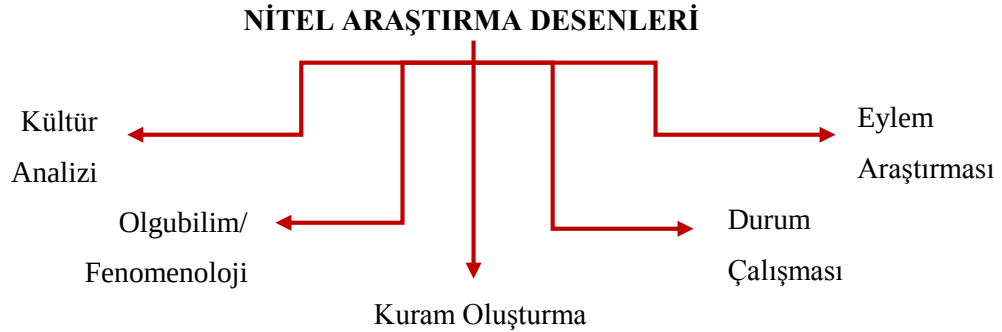
Bu bölüm çalışmanın evrenine, örnekleme, araştırma modeline, araştırmanın uygulanmasına, veri toplama tekniklerine ve verilerin analizine ayrılmıştır.

3.1. Araştırmanın Modeli / Deseni

Araştırma sürecinde araştırma deseni olarak nitel araştırma deseni kullanılmıştır. Nitel veriler için ise nitel araştırma desenlerinden durum çalışması yöntemi çalışmanın sürecine uygun görülmüştür. Araştırmada üç boyutlu Öklid uzayında doğru ve düzlem konularına ilişkin, Analitik Geometri –I- dersindeki öğretmen adaylarının kavram imajlarının belirlenmesinde durum çalışmasından yararlanmanın oldukça etkili olacağı düşünülmüştür. Çünkü nitel araştırma desenlerinden biri olan durum çalışması modeli üzerine yapılan incelemelerden çıkarılan sonuçlara göre, durum çalışmaları belli bir durumun derinlemesine incelenmesine olanak sağlayacağı ve birden fazla veri toplama aracı ile yapıldığı takdirde daha güvenilir sonuçlar elde edileceği kanısına varılmıştır.

Nitel araştırma sürecinde değişik mekânlarda ve gruplara uygulanan, araştırma öncesinde çizgileri kesin belirtilen kural ve yaklaşımlar mevcut değildir. Her bir araştırmanın, araştırmacı tarafından hazırlanan kendine özgü bir araştırma modeli ve analiz modeli bulunmaktadır. Nitel bir araştırmada birbirinden farklı ne kadar çok yöntem kullanılırsa, araştırmanın geçerliği de bununla doğru orantılı olarak artış gösterecektir. Bir araştırmanın geçerliği oldukça önemli bir husustur ve nitel araştırmada kullanılan birbirinden farklı yöntemler sayesinde, bir yöntemin eksik kalabildiği ve ölçemediği bir durumu başka bir yöntem ile tamamlayabilme imkânı buluruz.

Araştırmada sürecinde de kullanmış olduğumuz nitel araştırma desenleri, insanların algılayışları, tecrübeleri, karşılaştırma yetileri ve düşüncelerini tetkik etmeyi amaçlayan bir modeldir. Ancak tetkik edilen bu faktörlerden esas olarak amaçlanan algılayışların açıklığa kavuşturulmasıdır. Yıldırım ve Şimşek (2008)'e göre nitel araştırma desenleri beşe ayrılmaktadır. Araştırmacılar nitel araştırma desenlerini şu şekilde göstermiştir.



Şekil 12. Nitel araştırma desenleri (Yıldırım & Şimşek, 2008)

Yıldırım ve Şimşek (2008)'e göre nitel araştırmalarda yapılan veri analizleri yaratıcılık, esneklik ve çeşitlilik oluşturulmasını sağlamaktadır. Yapılan ve yapılmış her nitel araştırmanın kendine has nitelikleri bulunmakta ve veri analizi yapmak için araştırmacının var olmayan yeni yöntemler geliştirmesi lazımdır. Tüm bunlar göz önünde bulundurulduğunda, araştırmasında nitel araştırma yöntemlerini temele alan bir araştırmacı var olan veri analiz metotlarını geliştirmesi ve çalışmasında yapacağı veri analizini belli bir plan ışığında gerçekleştirmelidir.

Yıldırım (1999) nitel araştırma yöntemlerinin birtakım özellikleri bulunduğunu söylemiştir. Bunlar aşağıda verilmektedir:

1. Nitel araştırmalarda olay ve durumlar, bunların gerçekleştiği doğal ortamlarda incelenmeye tabi tutulmaktadır. Araştırmacı Patton (1987) doğal ortamda incelemenin gerekliliğine vurgu yapmaktadır.
2. Nitel araştırmalarda araştırmacı olay ve durumları dışarıdan takibe alan bir birey değil, tamamen mevcut sürece dâhil olan, ilgili mekâna vakit ayıran ve deneklerle birlikte onların deneyimlerini yaşayan bir bireydir.
3. Araştırmada incelenen konu bir bütün olarak ele alınıp bütüncül bir yaklaşım temele alınarak analiz edilir. Bir bütün kendisini meydana getiren bileşenlerinin birleşiminden daha anlam taşımaktadır (Bogdan & Biklen, 1992).
4. Nitel araştırmaların esas hedefi, araştırılmaya tabi tutulan bireylerin bütün algı ve deneyimlerinin belirlenmesidir. Miles ve Huberman (1994)'e göre araştırmacı araştırılan bireylere mümkün mertebe yakın olmalıdır.
5. Araştırma sonuçlarının güvenilirlik ve geçerliklerini arttırmak amacıyla araştırma problemlerini incelerken mümkün olduğu kadar birden fazla veri toplama yöntemi

kullanılmalıdır. Buna ‘çoklu yöntem (riangulation)’ adı verilmektedir. Araştırma sürdürülürken araştırmanın ilerleyişinde değişiklikler olabilir ve yeni problemler doğabilir (Maxwell, 1996). Bu gibi durumlarda yeni yöntemlere başvurulabilir. Bu yönüyle nitel araştırmalar yöntem açısından esneklik sağlamaktadır.

6. Nitel araştırmalarda tümevarımsal bir metot esas alınmaktadır. İncelenen durum veya olaydan elde edilen bulgulardan bir çıkarım yaparak teori meydana getirmeyi amaçlamaktadır (Glaser & Strauss, 1967).

Araştırmada esas alınan nitel araştırma desenlerinden durum çalışması modeli, belli sınırları olan bir mekanizmanın işleyişinin ne şekilde olduğu ve ne şekilde yürütüldüğü ile ilgili sistemli bir şekilde bilgi birikimi sağlamak amaçlanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda çoklu veri toplama araçları yardımıyla ilgili mekanizmanın detaylı bir şekilde tetkik edilmesi kapsayan bilimsel bir yöntemdir (Chimiliar, 2010; Aktaran: Subaşı & Okumuş, 2017).

Durum çalışmaları, yalnız bir durum veya olgunun ayrıntılı bir şekilde irdelenmesi, toplanan verilerin sistemli oluşturulması ve de durum ve olgunun geçtiği mekânın da incelemeye tabi tutulduğu metotlardır. İncelemelerden elde edilen verilerden yola çıkarak ilgili durum veya olgunun sebebi ve ilerleyen süreçte yapılacak çalışmalarda odaklanması gereken noktalara ışık tutar (Davey, 1991). Bir başka durum çalışması tanımı ise Creswell (2007) tarafından yapılmıştır. Araştırmacıya göre durum çalışması araştırmayı yapan bireyin belli bir zaman çerçevesinde bir veya daha fazla olayı birden çok veri toplama aracı kullanılarak ayrıntılı bir şekilde incelediği ve olayın tanımlandığı nitel araştırma yöntemidir (Aktaran: Subaşı & Okumuş, 2017).

Durum çalışmaları ispat etmek ya da mevcut hipotezleri teste tabi tutmak amacı gütmeyiz. Alandaki diğer deneysel araştırmalar gibi mukayese etmez, asıl amacı keşfetmek ve araştırılan olgu ve davranışları sınıflandırmaktır (Hancock & Algozzine, 2006).

Durum çalışma türleri üzerine birçok araştırma yapılmıştır (Stake, 2005; Merriam, 1998; Bassey, 1999; Yin, 1984; Yin, 1994). Yapılan araştırmalar sonucu araştırmacılar birbirinden farklı durum çalışması türleri oluşturmuşlardır. Aşağıdaki tabloda bu durum çalışma türlerine değinilmektedir (Aktaran: Subaşı & Okumuş, 2017).

Tablo 4.

Durum çalışması türleri (Aktaran: Subaşı & Okumuş, 2017)

Araştırmacılar	Durum Çalışması Türleri
Yin (1984)	Bütüncül tek durum deseni İç içe geçmiş tek durum deseni Bütüncül çoklu durum deseni İç içe geçmiş çoklu durum deseni
Yin (1994)	Keşfedici Açıklayıcı Tanımlayıcı
Merriam (1998)	Disiplin yönelimi Genel amaçlı Çoklu durum
Bassey (1999)	Teori oluşturan ve bunları test eden Hikaye anlatan ve resim yapan Değerlendiren
Stake (2005)	Gerçek Araçsal Kolektif

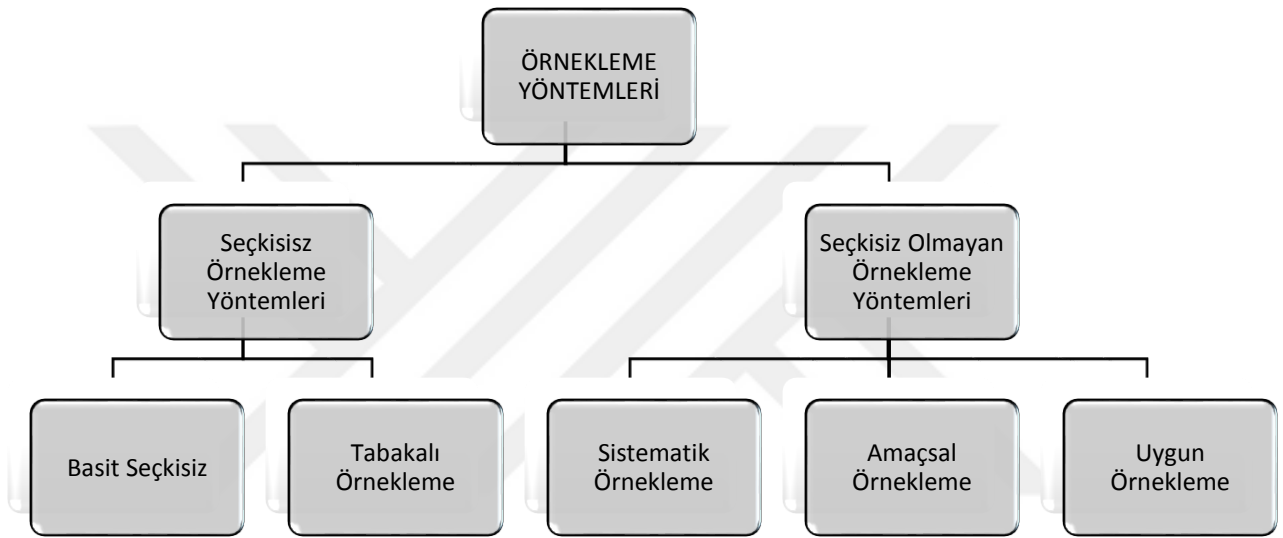
3.2. Evren / Örneklem / Çalışma Grubu / Katılımcılar

Araştırma, 2019-2020 eğitim-öğretim yılında bir devlet üniversitesinde İlköğretim Matematik Öğretmenliği programının üçüncü sınıfına kayıtlı olup Analitik Geometri-I-dersini alan 80 lisans öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın uygulanabilmesi için ilgili üniversitenin, eğitim bilimleri enstitüsü müdürlüğünden izin alınmıştır (EK-2).

Araştırma sürecinde incelenmeye tabi tutulacak evreni öğretmen adaylarının oluşturması oldukça önem taşımaktadır. Çünkü öğretmen adayları üzerine yapılan çalışmada elde edeceğimiz kavram imajları onların yaşantılarına ışık tutmaktadır. Bu sayede ilgili öğretmen adaylarının geçmiş öğrenim deneyimlerini öğrenmiş oluruz. Tall ve Vinner(1981)'a göre, öğretmen adaylarının araştırılmak istenen kavrama dair kavram imajlarını anlamının, kavram imajlarındaki olası negatif etmenleri keşfetmenin ve bunlara bir çözüm önerisinde bulunmanın, öğretmen adaylarının daha doğru niteliklere sahip bir kavram imajı geliştirmelerini sağlayacaktır. Tüm bunlar sayesinde öğretmen adayları daha bilinçli olacak ve öğrencilerini daha doğru yollara yönlendiren bir rehber haline gelecek ve daha doğru kavram imajlarına sahip öğrenciler yetiştirmekte oldukça istekli olacaklardır.

Araştırmalarda araştırılmak üzere seçilen oldukça önem taşımaktadır. Zira evren içerisinde seçilen örneklem üzerinden yapılan araştırma bulgular, eğer örneklem iyi seçilmiş bireylerden oluşuyorsa, genellenebilirlik ilkesine uygun olacaktır (Maxwell, 1996).

Evren içerisinde seçilecek olan örneklem için birden fazla seçme yöntemi bulunmaktadır. Aşağıda örneklem türlerinin olduğu bir şema bulunmaktadır.



Şekil 13. Örneklem yöntemleri

Araştırmada da kullanılmış olunan, seçkisiz örneklem yöntemlerinden uygun örneklem yöntemi, zaman, para ve işgücü açısından var olan sınırlılıklar nedeniyle örneklemin kolay ulaşılabilir ve uygulama yapılabilir birimlerden seçilmesidir (Büyüköztürk, Kılıç-Çakmak, Akgün, Karadeniz & Demirel, 2008). Uygun örneklem yöntemi, deneysel çalışmalarda sıklıkla kullanılmakta olunan bir örneklem yöntemidir.

Seçkisiz olmayan örneklem yöntemlerinden, uygun örneklem yöntemiyle belirlenen 80 ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencisine araştırmacı tarafından geliştirilen, üç boyutlu Öklid uzayında doğru ve düzlem konularına ilişkin kavram imajlarını belirlemek için 6 adet açık uçlu soru sorulmuştur. Bu sorular uzman görüşü alınarak geçerliliği ve güvenilirliği sağlanmıştır.

Daha sonra maksimum çeşitlilik örnekleme ile seçilen on iki adet katılımcı ile yapılan klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Maksimum çeşitlilik örnekleme ise, çeşitlilik gösteren durumlar arasında herhangi bir ortak ya da paylaşılan olguların olup olmadığını

bulmak ve bu çeşitliliğe göre problemin farklı boyutlarını ortaya koymaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2008, 77). Bunun da çalışmada evren hakkında önemli ipuçları vereceği düşünülmüştür.

3.2.1. Klinik Görüşme Katılımcıları

Nitel araştırmada, maksimum çeşitlilik örnekleme ile 80 adet ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf öğrencisi içinden, 18 kişi seçilmiştir. Seçilen 18 kişi arasında 12 kişi ile görüşmeler gerçekleştirilmiştir. 6 kişi, çalışmadan belirli sebepler ile katılamayacağı düşünüerek yedek tutulmuştur. Yedek olarak her düzeyden 1 erkek, 1 kız olacak şekilde toplamda 6 kişi seçilmiştir. Üç Boyutlu Öklid Uzayda Doğru ve Düzlem kavram imajlarını belirlemek amacıyla araştırmacı tarafından oluşturulan 6 adet açık uçlu sorunun sorulduğu kâğıtlar, rubrik yardımıyla puanlanmıştır. Puanlama sonucu öğrenciler 3 grupta incelenmiştir. Bu gruplar; düşük düzeyde öğrenciler, orta düzeyde öğrenciler ve iyi düzeyde öğrencilerdir. Her düzeyde 2 erkek ve 2 kız olacak şekilde seçilmiştir.

Çalışmanın etik olması açısından, öğrencilerin isimleri hiçbir yerde kullanılmamıştır. Görüşme yapılan öğrencilere ait kodlar Tablo 5'te yer verilmiştir. Bulgular kısmında, sadece klinik görüşmeye katılan öğrencilerin değil; çalışmaya katılan 80 kişiden ilgi çekici, orijinal cevaplara da yer verilmiştir. O öğrencilerin kodları tabloda verilmemiş olup düzeyi, ilgili yerde yani bulgular ve yorumlar kısmında verilmiştir.

Tablo 5.
Nitel Araştırma Örnekleminde Yer Alan Öğrencilerin Kodları

Başarı Düzeyleri	Cinsiyet	
	Erkek	Kız
Düşük	E1,A1	S2,İ2
Orta	G1,S1	E2,D2
Yüksek	H1, M1	C2,Ş2

3.3. Veri Toplama Süreci ve Araçları

Bu araştırmada, İlköğretim Matematik Öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerinin Üç boyutlu Öklid uzayında doğru ve düzlem konularına ilişkin kavram imajlarını belirlemek için 6 adet açık uçlu soru sorulmuştur. Öğrencilerin sorulara verdikleri cevapları değerlendirirken Rubrik uygulanmıştır. Rubriğe göre puanlama anahtarı oluşturulurken öğrencilerin sorulara vermiş oldukları cevaplar dikkate alınmış ve cevapların doğru ve düzleme ilişkin, kavram imajlarını belirlemeye yönelik olmasına dikkat edilmiştir. Her soru için 4 farklı başarı derecesi düşünülmüş ve bu dereceler en düşük dereceden beklenen kazanımdan başlayarak sırasıyla 0 puan “yanlış”, 1 puan “kısmen doğru”, 2 puan “iyi”, 3 puan “çok iyi” ifadeleri ile nitelendirilmiştir. Her bir ölçütün başarı derecesi için, bu ifadelere uygun tanımlamalar yapılmıştır. 80 kişi üzerinde yapılan araştırmada elde edilen sonuçlar, maksimum çeşitlilik örnekleme ile 4 kısmen (2’si kız,2’si erkek), 4 iyi (2’si kız,2’si erkek) 4 çok iyi (2’si kız,2’si erkek) seçilmiştir.

Katılımcılarla yapılan klinik görüşmelerde, öğrencilerin vermiş oldukları sorulara “neden”, “niçin” ve “nasıl” şeklinde sorular sorularak, elde edilen veriler, içerik analizine tabi tutulup ve öğretmen adaylarının doğru ve düzleme yönelik imajları Tall ve Vinner’in (1981) kavram imajı – kavram tanımı teorisi çerçevesinde belirlenmiştir. Araştırmada belirlenen amaca ulaşılması için gerekli veriler, araştırmacı tarafından geliştirilen 6 adet açık uçlu soru, “Rubrik” ve “Görüşme Formu” olmak üzere üç veri toplama aracı ile toplanmıştır.

3.3.1 Rubrik

Tablo 6.

İlköğretim matematik öğretmenliği üçüncü.sınıf öğrencilerinin düzlem tanımı için kullanılan rubrik

Geometrik Cisim	Kategoriler	Değerlendirme Kriteri	Yapılan Tanımlarda Odaklanılan İfadeler
Düzlem	Tam doğru tanımlar	Düzlem ile ilgili tam ve doğru açıklamalar yapan	• Üzerinde alınan herhangi iki noktayı birleştiren doğruyu içine alan ve doğrunun herhangi iki noktası değiştirilince bütün noktaların değmesi gereken yüzey olmalı • A,B,C düzlemin normali (veya düzleme dik bir vektör) olmak üzere $Ax + By + Cz + D = 0$ düzlem belirtir.
	Kısmen doğru / eksik tanımlar	Düzlem ile ilgili eksik ya da kısmen doğru açıklamalar yapan	• Bir koordinat sisteminde x, y, z arasındaki her lineer ifade düzlem belirtir. • x, y, z koordinat sistemi bir düzlem belirtir.

Yanlış tanımlar	Bilimsel anlamda hatalı tanım ve açıklamalar yapan	R^3'te eksenleri kesen şekil/yüzey - Denkleminde x, y, z içeren bir denklem grafiği
Boş	Herhangi bir açıklama yapmayan	

Tablo 7.

İlköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf öğrencilerinin doğru tanımı için kullanılan rubrik

Geometrik Cisim	Kategoriler	Değerlendirme Kriteri	Yapılan Tanımlarda Odaklanılan İfadeler
Doğru	Tam doğru tanımlar	Doğru ile ilgili tam ve doğru açıklamalar yapan	- Başlangıç ve bitiş noktası olmayan, her iki ucu da sonsuza giden aynı doğrultudaki noktalar kümesi - Uzayda herhangi bir $P(x_0, y_0, z_0)$ noktasından geçen ve $\vec{u}=(a,b,c)$ vektörüne paralel olan doğrunun denklemi; $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c} = \lambda$ 'dır.
	Kısmen doğru / eksik tanımlar	Doğru ile ilgili eksik ya da kısmen doğru açıklamalar yapan	- Bir ucundan öteki ucun sonuna değin yönü değişmeyen bir $\vec{u}=(a,b,c)$ vektörünün λ kadar büyük halidir. - İki düzlemin ara kesiti
	Yanlış tanımlar	Bilimsel anlamda hatalı tanım ve açıklamalar yapan	- Doğrultusu ve yönü olan sonsuz uzunlukta vektör - Sonsuz noktadan oluşan yapı
	Boş	Herhangi bir açıklama yapmayan	

Tablo 8.

İlköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf öğrencilerinin düzlem ailesi tanımı için kullanılan rubrik

Geometrik Cisim	Kategoriler	Değerlendirme Kriteri	Yapılan Tanımlarda Odaklanılan İfadeler
Düzlem Ailesi	Tam doğru tanımlar	Düzlem ailesi ile ilgili tam ve doğru açıklamalar yapan	- Ara kesitleri tek bir doğru olan düzlemlere düzlem ailesi(demeti)/hüzme denir. - Bir doğru boyunca kesişen $(E_1) : A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ ve $(E_2) : A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ düzlemleri olmak üzere, bu iki düzlemin ara kesitinden geçen düzlem denklemleri $\lambda \in R$ olmak üzere; $E_1 + \lambda E_2 = 0$ olmalı. $(E_1) : A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0,$

$(E_2) : A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ ve $(E_3) : A_3x + B_3y + C_3z + D_3 = 0$ olmak üzere		
$\Delta = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix} \neq 0$ olmalı.		
Kısmen doğru / eksik tanımlar	Düzlem ailesi ile ilgili eksik ya da kısmen doğru açıklamalar yapan	• Birçok düzlemden oluşmaktadır.
Yanlış tanımlar	Bilimsel anlamda hatalı tanım ve açıklamalar yapan	• Tek düzlemin farklı durumlarından oluşmaktadır.
Boş	Herhangi bir açıklama yapmayan	

3.3.2 Görüşme Formu

Araştırmanın ana probleminde yer alan öğrencilerin doğru ve düzleme ait imajlarını derinlemesine öğrenmek adına yarı yapılandırılmış görüşmelerde nitel veri toplama araçlarından “Görüşme Formu” (EK-3) kullanılmıştır. Görüşmeler, araştırma sürecine dâhil edilen bireylerin düşüncelerinin, tecrübelerinin ve duygularının ortaya çıkarılmasında oldukça etkilidir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Patton (1987)’a göre görüşme formu yöntemleri, aynı veya benzer durum ve olaylara ilişkin, farklı bireyleri bu durum ve olaylara yöneltmek suretiyle yapılan ve benzer bilgilerin elde edilmesi hedeflenen veri toplama yaklaşımıdır.

Yıldırım ve Şimşek (2005)’e göre görüşmeyi yapan araştırmacı, incelemeyi amaçladığı alan ve konuya bağlı kalarak görüşme öncesinde sorularını belirlemektedir. Görüşme esnasında ise araştırmacının daha ayrıntılı öğrenmek istediği konular hakkında daha detaylı sorular türetilip yöneltme özgürlüğü vardır. Görüşmede sorular yöneltilen bireylere sorulacak soruların belli bir sıralaması yoktur. Görüşme formu ile araştırılan problem hakkındaki bütün boyutların ve sorulacak bütün soruların tamamı güvenceye alınmış olunur. Görüşme esnasında araştırmacının soru sırasını değiştirebilme, sorular ekleyebilme veya sohbet etme tarzında bir görüşme yapabilme özgürlüğü vardır. Tüm bu özelliklerini hesaba kattığımızda yapılan görüşmelerin esneklik payı bulunmaktadır. Patton (1987)’a göre

görüşme, bireyin iç dünyasına ışık tutmak ve onun bakış açısını anlayabilmektir. Araştırmacı üç çeşit görüşme deseni olduğuna değinmiştir.

1. **Sohbet tarzında görüşme:** Bu teknikte araştırmacı doğrudan gözlemlemeyi amaçladığı ortama dâhil olur. Görüşmeye tabi tutulan birey, kendisi ile yapılan bir görüşmenin farkında olmayabilir. Sorulacak sorular anlık olarak gelişir.
2. **Görüşme formu yaklaşımı:** Bu teknikte araştırmacıda belirli bir soru ve konu listesi mevcuttur. Aynı konu hakkında farklı bireylerden benzer yanıtlar almayı hedefleyen bir tekniktir.
3. **Standartlaştırılmış açık uçlu görüşme tarzı:** Aynı soruların birbirinden farklı araştırmalarda kullanılabildiği bir tekniktir. Birden fazla görüşmecinin olduğu durumlarda kullanılması tercih edilmektedir.

Patton (1987)'un yanı sıra Rubin ve Rubin (1995) de farklı görüşme türlerinden bahsetmektedir. Aşağıda gösterilmektedir:

1. **Sabit formal anket görüşmesi:** Yapılandırılmış görüşme tekniğinden farklı olduğu söylenemez. Belli bir soru listesi mevcuttur ve görüşmeye tabi tutulan birey istediği şekilde cevap verebilir.
2. **Açık uçlu anket görüşmesi:** Bu teknikte önceden hazırlanan bir soru listesi bulunmamaktadır. Belli olan tek şey konu ve alandır.
3. **Açık uçlu duyarlaştırıcı görüşme**
4. **Açık uçlu yoğunlaşmış görüşme:**

Görüşme formları nitel araştırmalarda oldukça sık kullanılan bir veri toplama yöntemidir. Burada amaç görüşmeye tabi tutulan bireyin düşüncelerine bir açıklık getirmektir. Görüşmeler bireyin neyi neden düşündüğüne, bu düşüncelerini etkileyen faktörlere ışık tutmamıza olanak sağlamaktadır. Görüşme formları tek başlarına yeterli olabileceği gibi, çeşitli veri toplama yöntemleri ile de desteklenebilmektedir. Tüm bunların yanı sıra görüşme esnasındaki en önemli faktör, görüşmeyi yapan araştırmacının görüşme yapma kabiliyetidir. Etkili bir görüşme kaydı oluşturmak için görüşmeyi yapan araştırmacının sahip olması gereken nitelikler şunlardır:

- Görüşmeye tabi tuttuğu bireyin düşüncelerine saygı göstermelidir.
- Dikkatli bir şekilde dinlemelidir.
- Görüşmeye tabi tutulan bireyin olası sessiz kalma anlarını telafi edebilmelidir.
- Verilen cevaplara açıklık getirmek amacıyla yeni sorular yöneltebilmelidir.

- Oldukça hızlı düşünebilmeli ve gerektiği yerlerde hızlıca sorular yöneltebilmelidir.
- Verilen cevapların doğru veya yanlış olduğunu algılayabilmelidir.

Görüşme formunu hazırlama sürecinde dikkate alınması gereken bazı hususlar bulunmaktadır. Bunlar şu şekildedir:

- Anlaşılması basit olan sorular seçme
- Açık uçlu sorulardan yararlanma
- Cevap verilirken yönlendirmekten uzak durma
- Spesifik sorular yöneltme
- Alternatif olabilecek soru ve sondalar bulundurma
- Değişik türlerde sorular yazma
- Soruların düzenlemesini mantık çerçevesi içerisinde hazırlama

Literatürde üç çeşit görüşme yönteminden söz edilmektedir:

1. **Yapılandırılmış Görüşme:** Bu tarz görüşmelerde araştırmacı soracağı soruları önceden belirler. Kişinin belirli bir bilgiyi, belirli sınıflandırmalar halinde cevapladığı görüşmelerdir (Wragg, 1994). Burada amaç alacağı cevaplar ışığında karşılaştırma yapmaktır.
2. **Yapılandırılmamış Görüşme:** Bu görüşme yönteminde ise sorulacak sorularda esneklik payı yüksektir ve süreç içerisinde yeni sorular eklenebilir. Açık uçlu sorular tercih edilir. Herhangi bir protokole bağlı kalmadan oldukça spontane gerçekleşen bir görüşme tekniğidir (Gall, Borg & Gall, 1996). Burada ise amaç alınacak cevaplar ışığında bir keşif yapmaktır.
3. **Yarı-yapılandırılmış Görüşme:** Yapılandırılmış görüşme tekniğinden biraz daha esnek olmakla birlikte sorulacak soruların belli olması yönüyle de sistematiktir. Süreç içerisinde araştırmacı temel sorulara ek olarak alt sorular yöneltebilir ve açık uçlu sorular sorabilir. Bu yönleriyle eğitimbilimlerinde oldukça uygun bir yöntemdir (Türnüklü, 2000).

Yarı yapılandırılmış görüşme tekniğinin, görüşmeyi yapan araştırmacıya sağladığı başlıca kolaylık, görüşmede izlenecek yolun önceden belirlenmiş olması ve bu yola bağlı olarak sürdürülen görüşmenin daha sistemli olması ve karşılaştırılacak bilgiler sağlamasıdır.

(Yıldırım & Şimşek, 1999). Tüknüklü (2000) tüm bu sebepler göz önünde bulundurulduğunda, yarı yapılandırılmış görüşmenin eğitimbilim araştırmalarına çok uygun olduğunu belirtmiştir. Çalışmada tüm bunları hesaba katıldığında görüşme türü olarak yarı yapılandırılmış görüşme, veri toplama aracı olarak kullanılmıştır.

Çalışmada kullanılan görüşme formu hazırlanırken konu ile ilgili alan yazın, ders kitapları, kazanımlar incelenmiş ve elde edilen veriler ışığında görüşme formu hazırlanmıştır. Ayrıca alanında uzman bir öğretim üyesinin görüşlerine başvurularak gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Böylece görüşme formunun kapsam geçerliliği sağlanmaya çalışılmıştır.

Araştırmacı, görüşme yapmadan önce öğrenciyi görüşmeye hazırlamak amacıyla, yapacağı görüşmenin sınav niteliği taşımadığını ve isimlerinin gözükmeyeceği söylenmiş ve sadece konu hakkında ne düşündüğünü ortaya çıkarmak için yapıldığını belirtmiştir. Görüşme formlarının hazırlanmasında ifadelerin sade ve anlaşılır olmasına dikkat edilmiştir. Araştırmanın niteliği açısından görüşmelerde soruların sunum sırası her öğrenci için aynı olmuştur. Anlaşılmadığı düşünülen sorular görüşme esnasında farklı ifadelerle tekrar sorulmuştur.

Görüşmeler öğrencilerle birebir yapılmıştır. Öğrencilerin verdikleri cevapları daha açık bir şekilde tekrar ifade etmeleri ve doğru anlaşılıp anlaşılmadığını kontrol etmek için de “Emin misin?”, “Neden böyle düşündün?” gibi sondalar kullanılmıştır.

3.3.3. Üç Boyutlu Öklid Uzayında Doğru ve Düzleme İlişkin Açık Uçlu Sorular

Yapmış olduğum araştırmada gerekli olan verilerin toplanması için, ilk olarak literatürdeki ilgili yayın ve kaynaklar incelenmiştir. Üç boyutlu Öklid uzayı, doğru, düzlem ve kavram imajına dair önceki zamanlarda yapılmış olunan tüm bilimsel çalışmalar taranmış ve araştırmada yardımcı olabilecek tüm veriler toplanmıştır.

Açık uçlu sorular oluşturulmasında ilgili tüm bilimsel çalışmalar ışığında irdelenerek araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Uzman görüşleri ve eleştirileri de dikkate alınarak araştırmada kullanılmak üzere hazırlanan açık uçlu sorular son hallerini almıştır. Bu bağlamlarda araştırmacı tarafından altı adet açık uçlu soru elde edilmiştir. Açık uçlu soruların içeriği aşağıda gösterilmektedir:

1. Üç boyutlu Öklid uzayında düzlemin açıklanması
2. Üç boyutlu Öklid uzayında doğrunun açıklanması
3. Verilen şekle uygun problem oluşturup çözme

4. Düzlem ailesinin açıklanması ve günlük hayattan örnek verilmesi
5. Üç boyutlu Öklid uzayda aynı doğruya dik iki düzlemin birbirlerine göre durumlarını incelenmesi ve şekille açıklanması
6. Denklemi verilen düzlemin çizimi

3.4. Tasarım, Geliştirme, Uygulama Süreci

Öncelikle konuyla ilgili alan incelemesi yapılmıştır. Daha sonra araştırmada kullanılacak veri toplama araçlarının nasıl olacağına karar verilmiştir. Araştırmacı tarafından uzman görüşleri alınarak ve alanyazın incelenerek rubrik ve Görüşme Formu hazırlanmıştır.

İlk önce Üç Boyutlu Öklid Uzayda Doğru ve Düzleme ait kavram imajlarını belirlemek amacıyla tasarlanan 6 adet açık uçlu soru ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıfta okumakta olan 80 lisans öğrencisine uygulanmıştır. Bu uygulama için öğrencilere araştırmacı tarafından bir ders saati verilmiştir. Öğrencilerin sorulara içtenlikle cevap vermeleri için çalışmanın başında çalışmanın amacı ve önemiyle ilgili bilgilendirmeler yapılmıştır.

Daha sonra klinik görüşme gerçekleştirilmiştir. Görüşmeci tarafından 20-30 dakika arasında bir zaman diliminde gerçekleştirilmiş olup, ortalama 25 dakika gibi bir sürede tamamlanmıştır. Görüşme esnasında öğrenciler görüşme maddelerini kalem kullanmadan sesi düşünerek cevaplandırmıştır. Cevaplar görüşmeci tarafından not alınmış, ses kayıt cihazı ile kaydedilmiştir ve bazı bölümlerde fotoğraf çekilerek veriler elde edilmiştir.

3.5. Verilerin Analizi

İlköğretim Matematik Öğretmenliği üçüncü sınıf öğrencilerine üç boyutlu Öklid Uzayda doğru ve düzlem ile ilgili kavram imajlarının belirlenmesi amacıyla 6 adet açık uçlu soru sorulmuştur. Sorulan sorulardan elde edilen veriler, nitel veri toplama yöntemlerinden klinik görüşmelerle desteklenmiş ve elde edilen tüm veriler nitel veri analizi yöntemlerinden içerik analizi ile derinlemesine incelenmiştir. Veri toplamak amacıyla uygulanan Görüşme Formu'nun değerlendirilmesi araştırmacının kendisi tarafından yapılmıştır. Araştırmada elde edilen veriler nitel veriler analizinde içerik analizi tekniği kullanılmıştır. İçerik analizinde esas amaç, birbirleri ile ilişkili olan toplanılmış tüm verileri benzer durumlarına göre sınıflandırıp bunları anlaşılır bir şekilde yorumlamaya tabi tutup okuyucuya sunmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Nitel verilerin analizi iki türde yapılmaktadır:

1. Betimsel Analiz
2. İçerik Analizi

Betimsel analiz içerik analizine göre daha yüzeysel bir inceleme imkânı sağlar. Araştırmacı içerik analizinde belli bir yazı içerisindeki sözcüklerin veya kavramların barında durumlarını inceler. Betimsel analizin yetersiz kaldığı fark edemediği kavram ve temalar da içerik analizi sayesinde daha derin irdelenir ve betimsel analizin eksikliğini kapatır (Şencan, 2005).

İçerik analizinin araştırma sürecinde sağlayacağı avantajlar aşağıda gösterilmektedir (Göksel, 2006; Aktaran: BÖKE (Ed.), 2001).

- Sadece nitel değil nicel konuları da kapsamaktadır.
- Materyal incelemesi sayesinde oldukça değerli sayılabilecek tarihsel ve kültürel anlayışlara ışık tutabilir.
- İnsanların düşüncelerinde kullanmakta olduğu karmaşık dilin daha anlaşılır olmasına olanak sağlar.
- Direkt olarak materyal aracılığı ile iletişim odağında olduğu için sosyal etkileşimin merkezinde bulunur.

Araştırmada esas alınan içerik analizinin birtakım özellikleri bulunmaktadır. Bu özellikler sırasıyla şu şekildedir:

- a) **Nesnellik:** araştırma sonucunun aynı veriler üzerinden her koşulda aynı sonuçlanması
- b) **Sistemlilik:** ölçütlerin belli bir kural ve sıraya uygun aşamalandırılmasıdır, araştırmacının yanlı olmasının önüne geçilmiş olunur.
- c) **Genellik:** sonuçların belli formal ilişkilerinin kurulabilmesidir.
- d) **Geçerlik ve güvenirlik:** sınıflandırmaların açık bir şekilde tanımlanması ve herkes tarafından kabul görmesidir.
- e) **Sayısallaştırma:** sözel değerlerin rakamlarla kodlaştırılmasıdır.

İçerik analizi araştırmalarında belli aşamalar bulunmaktadır. Bunlar sırasıyla aşağıda gösterilmektedir:

1. Araştırılması istenen sorunun belirlenmesi ve tanımının yapılması
2. Kodlamaların yapılması
3. Yapılacak sınıflandırmaların tanımlanması, belirlenmesi ve sınıflandırmaların yapılması

İçerik analizinde kullanılan birtakım analiz teknikleri bulunmaktadır. Bunlar:

1. Frekans analizi: incelenen durumun hangi sıklık ve aralıklarla tekrar ettiğinin incelendiği araştırmalarda kullanılır.
2. Kategorisel analiz: ortaya konan kategorilerin frekans analiz ile analize tabi tutulmasıdır.
3. Değerlendirici analiz: araştırmada incelenen durumların olumlu veya olumsuz taraflarının analize tabi tutulmasıdır.
4. Olumsuzluk/ilişki analizi: mesajlar çerisindeki ilişkileri bulmayı amaçlayan analiz türüdür.

Araştırma, 2019-2020 eğitim-öğretim yılında bir devlet üniversitesinde İlköğretim Matematik Öğretmenliği programının üçüncü sınıfına kayıtlı olup Analitik Geometri-I-dersini alan 80 lisans öğrencisi ile gerçekleşmiştir. Elde edilecek sonuçlara göre, maksimum çeşitlilik örnekleme ile 12 kişi seçilmiş ve onlarla klinik görüşmeler yapılmıştır. Bu yöntemde amacı, daha küçük bir grup oluşturup ve bu grupta üstünde durulan probleme taraf olabilecek insanların çeşitliliğini maksimum seviyede ortaya koymaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Veri analizi yapılırken analizi yapan araştırmacının istatistik bilgisi ve deneyimi büyük önem taşımaktadır. Bu yüzden araştırma konusuna ilişkin literatür taraması detaylı yapılmış ve cevapların incelenmesinde uzman görüşünden yararlanılmıştır.

3.6. Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği

Geçerlik ve güvenirlilik ifadeleri yapılan çalışmalarda varılan sonuçların ne derece inandırıcı ve niceliğinin ne ölçüde olduğunu anlamamızı sağlayan önemli kavramlardır (Daymon ve Holloway, 2003). Nitel çalışmalarda, çalışmanın sonucunun tekrarlanabilirliği şeklinde ifade edebileceğimiz güvenirlilikten ziyade, çalışma sonucunun doğruluk niteliği yani geçerlilik daha büyük bir öneme sahiptir. Bilhassa raporlaştırma evresine olan öneme vurgu yapılarak çalışmanın sonuçlarına ne şekilde varıldığına açıklık getirilmesi nitel çalışmalarda geçerlik sağlamada kullanılan gerekli ölçülerden biridir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bunu sağlamak amacıyla çalışma probleminin olabildiğince ayrıntı verilerek ve anlaşılır bir şekilde araştırma sürecinden geçmesi, tanımının yapılması ve açıklama yapılması için birden çok veri toplama yönteminin kullanılması tavsiye edilebilir.

Çalışmamız, süreci gereği geniş kadrajlı olduğu için yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerin video kayıtları, araştırmacının bu görüşmeler sırasında almış olduğu notlar esasında toplanmıştır. Bu şekilde birden çok veri toplama ve analiz yönteminin kullanılması

durumuna çeşitleme adı verilmektedir. Nitel çalışmalarda veri toplama ve analiz yöntemi çeşidi ne kadar çok olurda geçeklik ve güvenirlilik de aynı ölçüde artacaktır. Çeşitleme, çalışmanın sonunda ulaşılan sonuçlara değişik bakış açılarıyla değerlendirilmesini ve anlamlandırılmasını büyük ölçüde sağlar. Bu şekilde çalışma sonunda elde edilen verilerin geçerliği ve genellenebilirliği hakkında okuyuculara daha düzgün düşünce sağlanır (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Yin (1984) herhangi bir çalışmanın niteliğinin daha iyi olması için gerekli olan birtakım esaslara değinmiştir (Aktaran: Avgören, 2011). :

1. Yapı geçerliği
2. İç geçerlik
3. Dış geçerlik
4. Güvenirlilik

1. Yapı geçerliği

Çalışmamızın yapı geçerliliğini sağlamak amacıyla birden çok veri toplama yöntemi kullanımı gerçekleştirilmiştir.

2. İç geçerlik

İç geçerlilik yapılan çalışmanın araştırılmaya tabi tutulan değişkenlerin arasındaki etkileşimin esasen o şekilde olduğunu veya olmadığını inceler (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu çalışmada üniversitedeki Analitik Geometri -I- dersini alan ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf öğrencilerinden, doğru ve düzlem konularına ilişkin altı adet açık uçlu soru sonucunda düzeyleri farklı olan; yüksek düzeyde, orta düzeyde ve düşük düzeyde olarak nitelendirdiğimiz on iki kişi ile görüşmeler yapılmıştır. Ayrıca bu on iki kişiden; düşük düzeyde olan 2 erkek ve 2 kız öğrenci, orta düzeyde olan 2 erkek ve 2 kız öğrenci ve yüksek düzeyde olan 2 erkek ve 2 kız öğrenci seçilmiştir. Böylelikle sonuçların farklı durumlar için yorumlanabilmesine çalışılmıştır. Sonuç olarak iç geçerlik sağlanmaya çalışılmıştır.

3. Dış geçerlik

Dış geçerlilik esasen çalışma sonunda elde edilen verilerin genellenebilir olup olmamasıyla ilgilidir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu çalışmada ise eşdeğer durumdaki öğrencilerle çalışmanın olabildiğince aynı koşullarda uygulama sürecinden geçirilmesi hedeflenmiştir.

4. Güvenirlilik

Güvenirlilik yapılan herhangi bir çalışmanın bir başka araştırmacı tarafından tekrar yapıldığı takdirde ulaşılan sonuçların olabildiğince benzer olmasıyla ilgilidir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Çalışmamızda gerek araştırmanın yöntem, aşama, veri toplama ve analiz yöntemlerinden elde edilen verilerin yorumlanarak sonuca varılması evrelerinin ayrıntılı anlatımı ile dış geçerlilik, gerekse yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerin kayıt altına alınması ile de iç geçerlilik sağlanması hedeflenmiştir.

3.7. Araştırmacının Rolü

Araştırmada kullanılan veri toplama araçlarından 6 adet açık uçlu soru, rubrik ve görüşme formu araştırmacı tarafından özgün olarak hazırlanmıştır ve ardından uzman görüşü alınmıştır. Araştırma sürecinde veri toplama araçlarının uygulanması, öğrencilerle görüşme yapılması ve verilerin analiz işlemleri araştırmacının kendisi tarafından gerçekleştirilmiştir.

Araştırma öncesi gerekli izinler alınmış, katılımcılar yapılacak olan çalışma hakkında bilgilendirilmiştir. İlköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf öğrencilerinin üç Boyutlu Öklid Uzayda Doğru ve Düzlem ile ilgili kavram imajlarına ulaşabilmek için 12 öğrenci ile yapılan yarı-yapılandırılmış görüşmeler, 6 adet açık uçlu soru sorulduktan sonra gerçekleşmiştir. Ses kayıt cihazı ile kayıt altına alınmış ve o anda yazılı olarak dokümanlar tutulmuştur. Araştırmacı araştırma süresince etik ilkelere bağlı kalarak katılımcıların isimlerini gizli tutmuş, araştırmanın uygulanmasında ve verilerin analizinde tarafsız bir davranış sergilemiştir.

BÖLÜM IV

BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde araştırmacı tarafından bu çalışmanın sınırlılıkları içerisinde Analitik Geometri -I- dersine giren ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerinin üç boyutlu Öklid uzayında düzlem ve doğru konularına ilişkin kavram imajlarını incelemek adına hazırlanan alt problemler bulunmaktadır. Bu alt problemler ışığında toplanan nitel verilerin analiz edilmesiyle ulaşılan bulgulara ve bulgulara ilişkin yorumlar araştırmanın alt problemlerine göre başlıklar halinde verilmiştir.

Aşağıda Analitik Geometri -I- dersine giren ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerinden yarı yapılandırılmış ve kayıt altına alınan, görüşme yapılmak için seçilen on iki öğrencinin her açık uçlu sorudan kaç puan aldığını gösteren tablo eklenmiştir. Birinci alt problem birinci açık uçlu soru ile ilgilidir ve her açık uçlu soru kaçınıcı sırada ise o alt problem ile ilgilidir.

Tablo 9.

Açık uçlu sorulardan alınan puanların başarı düzeyi ve cinsiyete göre dağılımı

Başarı Düzeyleri ve Cinsiyet	Düşük		Orta		Yüksek		TOPLAM
	Erkek (E1,A1)	Kız (S2,İ2)	Erkek (G1,S1)	Kız (D2,E2)	Erkek (H1,M1)	Kız (C2,Ş2)	
Açık Uçlu Sorular							
1.Açık Uçlu Soru	1,1	1,2	1,2	2,3	2,3	3,3	= 24
2.Açık Uçlu Soru	2,1	1,1	1,1	2,3	2,3	3,3	= 23
3.Açık Uçlu Soru	0,3	1,1	3,3	1,0	3,3	3,3	= 26
4.Açık Uçlu Soru	3,2	3,2	2,1	2,2	2,2	3,2	= 26
5.Açık Uçlu Soru	0,0	1,0	1,1	0,1	2,1	2,2	= 11
6.Açık Uçlu Soru	2,1	1,1	3,1	2,3	2,3	2,3	= 24

TOPLAM	= 16	= 15	= 20	= 21	= 28	= 32
--------	------	------	------	------	------	------

4.1. Birinci Alt Probleme Ait Bulgular ve Yorum

Bu alt problemde “İlköğretim Matematik Öğretmenliği üçüncü sınıf Lisans Öğrencilerinin üç Boyutlu Öklid Uzayında Doğru Tanımınıza İlişkin Kavram İmajları Nasıldır?” sorusuna yanıt aranmıştır.

Çalışmaya katılan 80 kişinin kâğıtları incelenmiş ve birtakım bulgulara ulaşılmıştır. Doğru tanımına ilişkin öğrencilerin birçoğu formül yazma yoluna gitmiştir. Örneğin;

2. Üç Boyutlu Euclidean Uzayında Doğru

$$(d) = \frac{x-x_0}{p} = \frac{y-y_0}{q} = \frac{z-z_0}{r} = \lambda$$

Şekil 14. H1 kodlu öğrencinin doğru tanımına ilişkin soruya verdiği formül

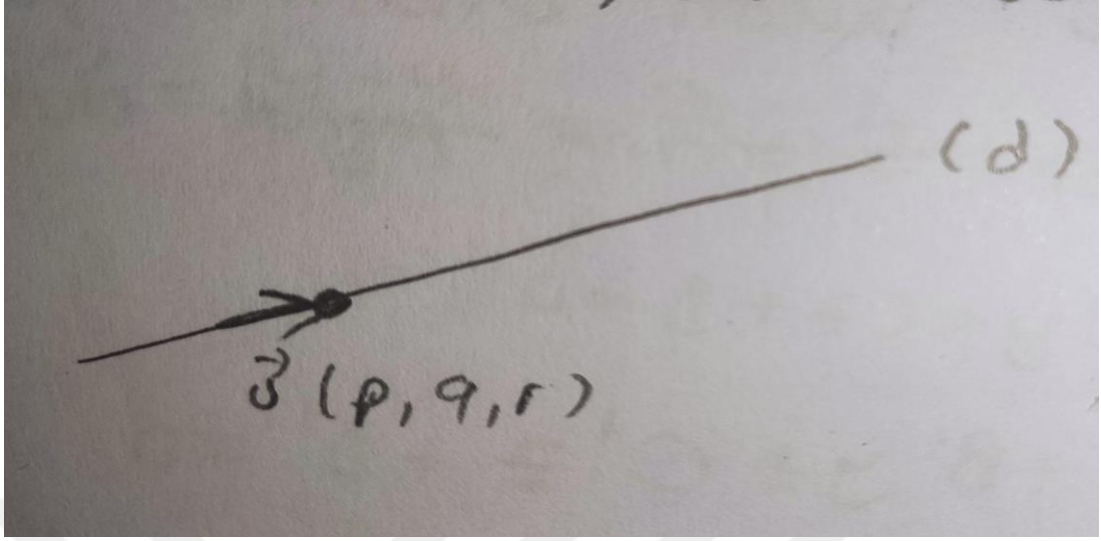
(H1 kodlu, iyi düzeyde öğrenci)

Öğrencilerin birçoğu üç boyutlu Öklid uzayda doğrunun formülünü yazmıştır. Bu formülü yazarlar ile kayıt altına alınan görüşmelerde kendilerine “p, q ve r (veya a, b ve c) nedir?” diye sorulmuştur.

Vektördür. Doğrultman vektörü.

(G1 kodlu, orta düzeyde öğrenci)

Şekli üzerinde gösterip herhangi bir açıklama yapmayanlar da mevcuttur.



Şekil 15. Ş2 kodlu öğrencinin doğru tanımına ilişkin soruya verdiği cevap

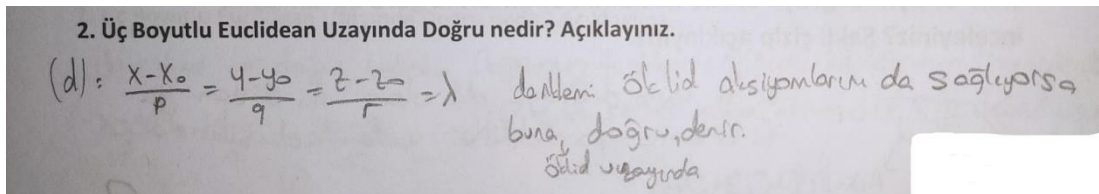
(Ş2 kodlu, iyi düzeyde öğrenci)

Açık uçlu soruların olduğu kâğıda verdiği bu cevabı, kendisine yarı yapılandırılmış ve kayıt altına alınan görüşmede “p, q ve r (veya a, b ve c) nedir? Söyleyebilir misin?” denilince şu cevabı vermiştir.

$\vec{V}(p, q, r)$ vektörüne paralel doğrunun denklemdir.

(Ş2 kodlu, iyi düzeyde öğrenci)

Öğrencilerin yazdığı formülde geçen “ x_0, y_0, z_0 nedir?” diye sorulmuştur.



Şekil 16. H1 kodlu öğrencinin doğru tanımına ilişkin soruya verdiği cevap

H1 kodlu iyi düzeyde öğrenci doğrunun tanımını yapmış ve ‘bu denklem Öklid aksiyomlarını da sağlıyorsa buna Öklid uzayında doğru denir’ demiştir.

Açık uçlu soruların olduğu kâğıda verdiği bu cevabı, kendisine yarı yapılandırılmış ve kayıt altına alınan görüşmede “ x_0, y_0 ve z_0 nedir? Söyleyebilir misin?” denilince şu cevabı vermiştir;

Doğru üzerinde alınan bir noktadır.

(H1 kodlu, iyi düzeyde öğrenci)

Öğrencilerin hemen hemen hepsi, yazdığı doğru denkleminde p, q, r (veya a, b, c) ve x_0, y_0, z_0 ‘ı kullanmıştır fakat birçoğu bu p, q, r ve x_0, y_0, z_0 ‘ın ne anlama geldiğini yazmamıştır (Örneğin Şekil 16. H1 kodlu öğrencinin cevabı). Yazmayanlar arasında seçtiğimiz kişilere bunlar nedir? Ne anlama geliyor? Gibi sorular sordüğümüzda ise yukarıda belirttiğimiz üzere tüm öğrenciler ne anlama geldiğini bilmektedir.

Uzayda herhangi bir $P(x_0, y_0, z_0)$ noktasından geçen ve $\vec{u}=(a, b, c)$ vektörüne paralel olan doğrunun 3 farklı gösterim yöntemi vardır. Bunlar;

Vektörel denklemi: $(x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + \lambda.(a, b, c) ; \lambda \in \mathbb{R}$

Parametrik denklemi: $x = x_0 + \lambda.a$

$$y = y_0 + \lambda.b$$

$$z = z_0 + \lambda.c$$

Kartezyen (Simetrik) denklemi: $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c} = \lambda$ ‘dır.

Öğrencilerin kâğıtlarına baktığımızda çok dikkat çeken bir bulguya ulaşılmıştır. Hiçbir öğrenci doğrunun vektörel denklemini yazmamıştır.

Yine hiçbir öğrenci doğrunun parametrik denklemine tek başına yer vermemiş; simetrik denklemi ile birlikte yazmıştır.

2. Üç Boyutlu Euclidean Uzayında Doğru nedir? Açıklayınız.

$$\frac{x-x_0}{p} = \frac{y-y_0}{q} = \frac{z-z_0}{r} = \lambda \quad \begin{cases} x = x_0 + \lambda p \\ y = y_0 + \lambda q \\ z = z_0 + \lambda r \end{cases} \quad \vec{r} = (p, q, r)$$

Şekil 17. N1 kodlu öğrencinin doğru tanımına ilişkin soruya verdiği iki farklı doğru denklemi cevabı

Açık uçlu soruların olduğu kâğıda verilen cevaplar incelenmiş ve doğrunun tanımına ilişkin cevaplara bakılmıştır. Tanım yapanlara yarı yapılandırılmış ve kayıt altına alınan görüşmede şu soru sorulmuştur;

“Yaptığın tanım R^2 için geçerli midir? R^2 ’deki doğrudan farkı nedir?”

2. Üç Boyutlu Euclidean Uzayında Doğru nedir? Açıklayınız.

Başlangıç ve bitiş belli olmayan iki ucu sonsuza giden noktalar kümesidir.

Şekil 18. S1 kodlu öğrencinin doğru tanımı

Geçerlidir. Doğru hep aynıdır, boyut değişse de fark etmez.

(S1 kodlu, orta düzeyde öğrenci)

2. Üç Boyutlu Euclidean Uzayında Doğru nedir? Açıklayınız.

(d): $\frac{x-x_0}{p} = \frac{y-y_0}{q} = \frac{z-z_0}{r} = \lambda$ denklemleri ölçekli alırsanız da sağlarsa buna doğru denir. 3D uzayda

Şekil 19. H1 kodlu öğrencinin doğru tanımı

Z bileşeni olamayacak, kâğıt gibi olacak ve yüksekliği olmayacak.

(H1 kodlu, iyi düzeyde öğrenci)

2. Üç Boyutlu Euclidean Uzayında Doğru nedir? Açıklayınız.

$$\frac{x-x_0}{p} = \frac{y-y_0}{q} = \frac{z-z_0}{r} = \lambda$$

$$\begin{aligned} x &= x_0 + \lambda p \\ y &= y_0 + \lambda q \\ z &= z_0 + \lambda r \end{aligned}$$

İki noktadan tan olarak bir doğru geçer.

$$\vec{u} = (p, q, r)$$

Şekil 20. C2 kodlu öğrencinin doğru tanımı

Tanımının R^2 'den tek farkı z-ekseni olması. R^2 'de z-ekseni yok.

(C2 kodlu, iyi düzeyde öğrenci)

Her 3 düzeyden de öğrencilerin yaptığı tanımların R^2 için geçerli olup olmadığı hakkında net bir fikri olmadığı görülmüştür. Bunun en büyük nedenlerinden biri şüphesiz ki öğrencilerin üç boyutlu uzayda (R^3) doğru kavramını zihinlerinde canlandıramamalarıdır.

Başta da belirttiğim gibi birçok öğrenci formül yazma yoluna gitmişti fakat formül yazmayan öğrenciler de mevcuttur. Yarı yapılandırılmış ve kayıt altına alınan görüşmeye katılan öğrencilerden formül yazmayanlara üç boyutlu Öklid Uzayda doğrunun formülünü soruldu ve her öğrenci doğrunun Kartezyen (simetrik) denklemini yazabildi.

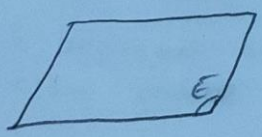
Bu beklenen bir sonuçu çünkü çalışmaya katılıp doğrunun formülünü yazabilen herkes doğrunun simetrik denklemini yazmıştır.

4.2. İkinci Alt Probleme Ait Bulgular ve Yorum

Bu alt problemde “İlköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerinin üç boyutlu Öklid uzayında düzlem tanımına ilişkin kavram imajları nasıldır?” sorusuna yanıt aranmıştır.

Çalışmaya katılan 80 kişinin kâğıtları incelenmiş ve birtakım bulgulara ulaşılmıştır. Düzlem tanımına ilişkin öğrencilerin birçoğu formül yazma yoluna gitmiştir. Örneğin;

$Ax + By + Cz + D = 0$ düzlem denklemdir.



Düzlem = Üzerinde alınan herhangi iki noktayı birleştiren doğruyu içine alan ve doğrunun herhangi iki noktası değiştirilmez bütün noktaların da değişmez geçen yüzey

Şekil 21. N2 kodlu öğrencinin düzlem tanımı

Öğrencilerin birçoğu üç boyutlu Öklid uzayda düzlemin formülünü yazmıştır. Bu formülü yazarlar ile kayıt altına alınan görüşmelerde kendilerine “A, B, C ve D nedir?” diye sorulmuştur.

Hiçbir fikrim yok.

(S1 kodlu, orta düzeyde öğrenci)

Baz vektörlerdir.

(G1 kodlu, orta düzeyde öğrenci)

A, B ve C normal vektördür fakat D nedir bilmiyorum.

(Ş2 kodlu, iyi düzeyde öğrenci)

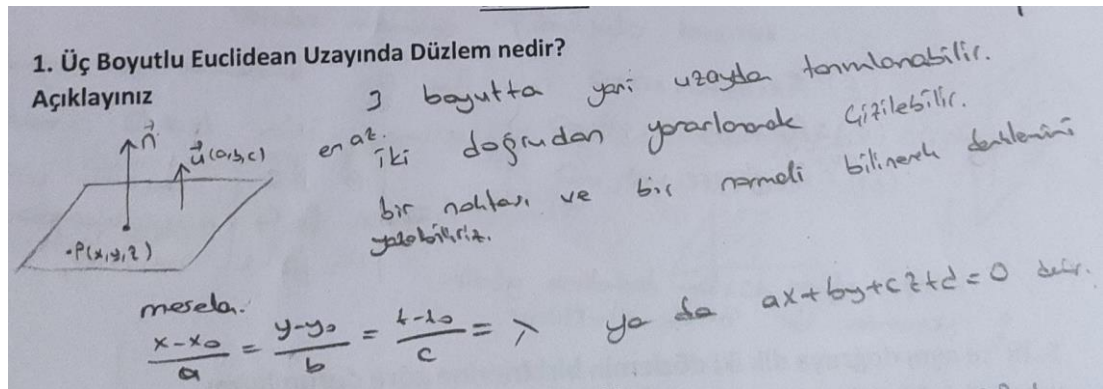
Ö: A, B, C, D $\in R$ olmak üzere A, x'teki konumu, B, y'deki konumu ve C, z'deki konumudur.

A: Peki D nedir?

Ö: Bilmiyorum.

(H1 kodlu, iyi düzeyde öğrenci)

Şekil üzerinde gösterip herhangi bir açıklama yapmayanlar da mevcuttur.



Şekil 22. S2 kodlu öğrencinin düzlem tanımına ilişkin soruya verdiği cevap

Açık uçlu soruların olduğu kâğıda verdiği bu cevabı, kendisine yarı yapılandırılmış ve kayıt altına alınan görüşmede “İki farklı denklem yazmışsın bunlar nedir? Söyleyebilir misin?” denilince şu cevabı vermiştir;

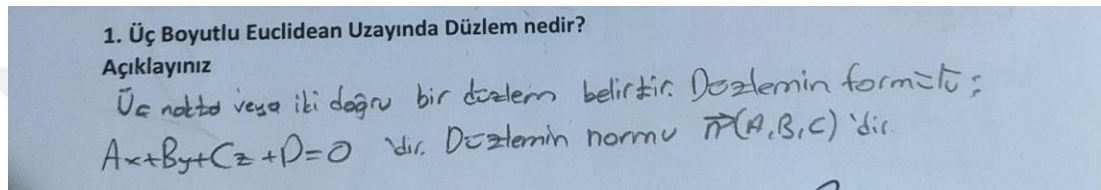
Ö: Sanırım hem doğru hem düzlem denklemi yazmışım. İlk yazdığım doğru ikincisi düzlem denklemi.

A: Yazdığın düzlem denkleminde a , b , c ve d nedir? Ne anlama gelmektedir?

Ö: Bilmiyorum.

(S2 kodlu, düşük düzeyde öğrenci)

Kâğıtta A, B, C ve D'yi kullanıp ne ifade ettiğini doğru yazan öğrenciler de mevcuttur.



Şekil 23. M1 kodlu öğrencinin düzlem tanımı

Öğrencilerin hemen hemen hepsi, yazdığı formülde A, B, C ve D'yi kullanmıştır. Fakat birçoğu bunların ne anlama geldiğini yazmamıştır (Örneğin S2 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 22.). Yazmayanlar arasından seçtiğimiz kişilere bunlar nedir? Ne anlama geliyor? Gibi sorular sordumuzda ise 3 düzeyden de öğrencilerin ne anlama geldiği hakkında fikirleri olmadığı; olanların da eksik ya da hatalı olduğu görülmüştür.

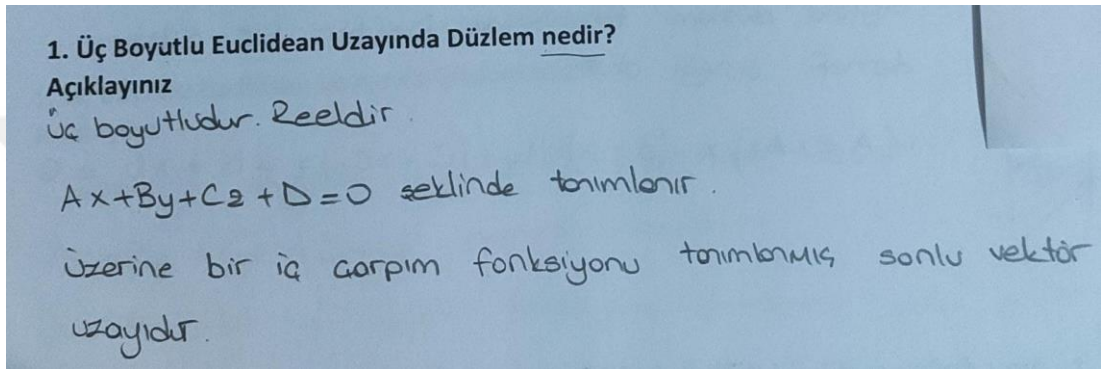
Sentetik olarak bir düzlem, üç noktası ile belirtilebilir. Yani dik koordinat sisteminde x , y , z değişkenlerine göre lineer bir ifade, düzlem denklemidir (Hacısalıhoğlu, 1995, s. 126).

$Ax + By + Cz + D = 0$ düzlem denklemi olsun. Bu düzlem denkleminde $\vec{N} = (A, B, C)$ vektörü genel olarak düzleme dik bir vektör göstermektedir. $\vec{N}$ vektörüne düzlemin normali adı verilir, ve genel olarak normal vektör $\vec{N}$ ile gösterilir (Hacısalıhoğlu, 1995, s. 130).

$P(x_0, y_0, z_0)$ noktasından geçen ve $\vec{N} = (a, b, c)$ vektörüne dik olan düzlemin kapalı denklemi $\vec{X} = (x, y, z)$ olmak üzere; $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)+d=0$ biçiminde verilebilir. Kapalı denklem harici olarak düzlem denklemi üç noktası bilinen formda, düzlemin eksenlerden ayırdığı parçalar cinsinden denklemi formunda veya verilen bir noktadan geçen ve verilen herhangi iki doğrultuya paralel olan düzlem denklemi formunda da verilebilir (Hacısalıhoğlu, 1995, s. 129).

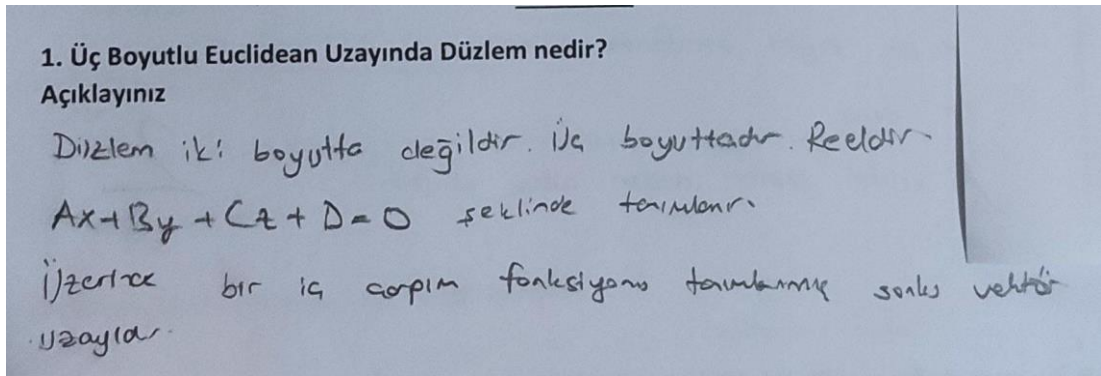
Öğrencilerin kâğıtlarına baktığımızda çok dikkat çeken bir bulguya ulaşılmıştır. Çalışmaya katılan 80 öğrencinin kâğıtları incelendiğinde üç boyutlu (R^3) Öklid uzayda düzlemin farklı bir denklemini yazan olmadığı görülmüştür.

Dikkat çeken bir başka bulgu ise öğrencilerin bazıları R^2 'de düzlem yoktur R^3 'te vardır demesidir.



Şekil 24. T1 kodlu öğrencinin düzlem tanımı

(T1 kodlu, orta düzeyde öğrenci)

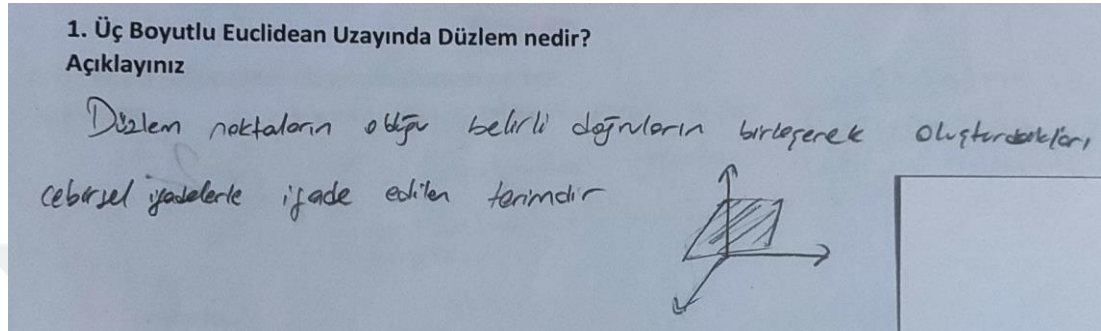


Şekil 25. T2 kodlu öğrencinin düzlem tanımı

(T2 kodlu, iyi düzeyde öğrenci)

Açık uçlu soruların olduğu kâğıda verilen cevaplar incelenmiş ve düzlemin tanımına ilişkin cevaplara bakılmıştır. Tanım yapanlara yarı yapılandırılmış ve kayıt altına alınan görüşmede şu soru sorulmuştur;

“Yaptığın tanım R^2 için geçerli midir? R^2 'deki düzlemden farkı nedir?”



Şekil 26. G1 kodlu öğrencinin düzlem tanımı

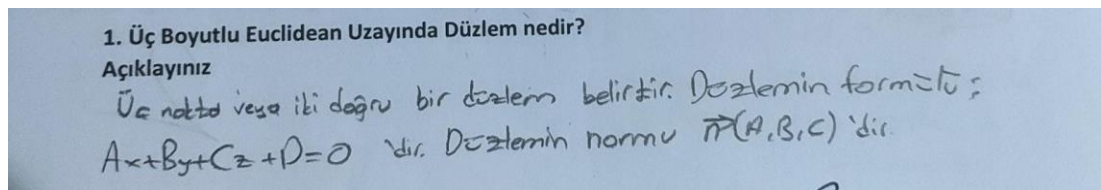
A: 2 boyutta düzlem var mıdır? Varsa yaptığın tanım R^2 'de geçerli mi?

Ö: Vardır. R^2 için de geçerlidir.

A: Biraz nasıl olacağından bahseder misin?

Ö: $z=0$ alırsak 3.bileşeni kaldırırız ve R^2 için de geçerli olmuş olur.

(G1 kodlu, orta düzeyde öğrenci)



Şekil 27. M1 kodlu öğrencinin düzlem tanımı

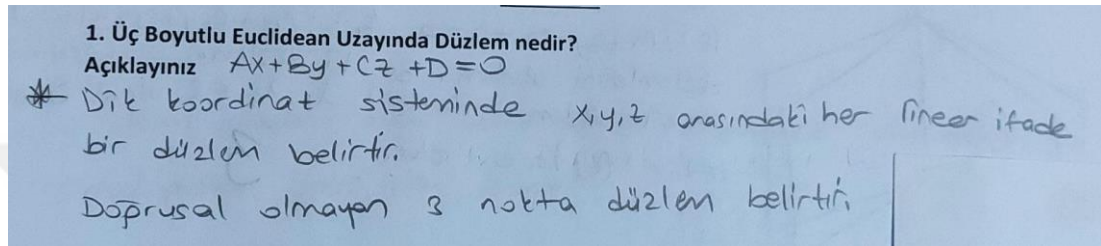
A: 2 boyutta düzlem var mıdır? Varsa yaptığın tanım R^2 'de geçerli mi?

Ö: Vardır. R^2 'nin kendisi düzlemdir.

A: Tanımında üç nokta veya iki doğru bir düzlem belirtir demişsin. R^2 veya R^3 için ayırt edici mi?

Ö: Hayır. İkisi için de geçerli. (Biraz düşündükten sonra tanımını doğrusal olmayan üç nokta olarak değiştirdi.)

(M1 kodlu, iyi düzeyde öğrenci)



Şekil 28. C2 kodlu öğrencinin düzlem tanımı

A: 2 boyutta düzlem var mıdır? Varsa yaptığın tanım R^2 'de geçerli mi?

Ö: Vardır fakat R^3 için belirttiğim üç nokta ile R^2 için üç nokta farklıdır.

A: Biraz daha açar mısın?

Ö: R^3 için doğrusal olmayan noktalar (x, y, z) şeklinde iken R^2 için ise (x, y) şeklinde olmalıdır. Bu koşullar altında yaptığım tanım geçerlidir.

(C2 kodlu, iyi düzeyde öğrenci)

Her 3 düzeyden de öğrencilerin R^2 için geçerli olup olmadığı hakkında net bir fikri olmadığı görülmüştür. Bunun en büyük nedenlerinden biri şüphesiz ki öğrencilerin üç boyutlu uzayda (R^3) düzlem kavramını zihinlerinde canlandıramamalarıdır.

Başta da belirtildiği gibi birçok öğrenci formül yazma yoluna gitmişti fakat formül yazmayan öğrenciler de mevcuttur. Yarı yapılandırılmış ve kayıt altına alınan görüşmeye katılan öğrencilerden formül yazmayanlara üç boyutlu Öklid Uzayda düzlemin formülünü soruldu ve her öğrenci düzlemin kapalı denklemini yazabildi.

Bu beklenen bir sonucu çünkü çalışmaya katılıp düzlemin formülünü yazabilen herkes düzlemin kapalı denklemini yazmıştır.

Açık uçlu soruların olduğu kâğıda verilen cevaplar incelenmiş ve düzlemin tanımına ilişkin cevaplara bakılmıştır. Tanım yapanlara yarı yapılandırılmış ve kayıt altına alınan görüşmede şu soru sorulmuştur;

R^3 'te düzlem denilince kafanda günlük hayattan bir şey (madde/cisim vs.) canlanıyor mu? Örnek verir misin? R^2 için geçerli olur mu?

Ö: Masa.

A: R^2 için de geçerli midir bu örnek?

Ö: Olmaz. Kâğıt üzerinde çizebilmemiz gerek.

A: Kâğıt R^3 'te düzlem belirtir mi?

Ö: Evet olur. Doğrusal olmayan üç noktadan geçer.

A: Senin tanımına göre doğrusal olmayan üç noktadan geçen her şey R^3 'te düzlem belirtir. Öyle mi?

Ö: Evet.

(M1 kodlu, iyi düzeyde öğrenci)

Elimi açıyorum, bir alan gibi daha çok. Normali olan, doğrultmanı vs. olan. Çok da canlandıramıyorum soyut kalıyor.

(E2 kodlu, orta düzeyde öğrenci)

Ö: Masanın üzeri, kâğıt vs. bir düzlemdir.

A: R^2 için de yine düzlem belirtir mi bunlar?

Ö: Bilmiyorum.

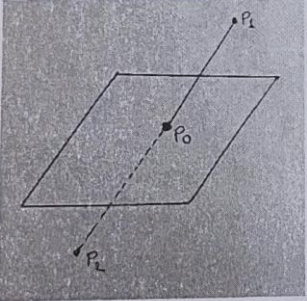
(A1 kodlu, düşük düzeyde öğrenci)

Yarı yapılandırılmış ve kayıt altına alınan görüşmeye katılan öğrenciler ile görüşmeler sonucu her üç düzeyden de öğrencilerin R^3 ile R^2 'de ki düzlemi ayırt edemedikleri, açıklamalarının ve örneklerinin daha çok R^2 'de düzleme uyduğu gözlenmiştir.

4.3. Üçüncü Alt Probleme Ait Bulgular ve Yorum

Bu alt problemde “İlköğretim Matematik Öğretmenliği üçüncü sınıf Lisans Öğrencilerinin Üç Boyutlu Öklid Uzayında Doğru ve Düzlem Kavramına İlişkin Problem Kurmaları Nasıldır?” sorusuna yanıt aranmıştır.

Çalışmaya katılan 80 kişinin kâğıtları incelenmiş ve birtakım bulgulara ulaşılmıştır. Düzlem kavramına ilişkin problem kurmada öğrencilerin birçoğu noktanın düzleme göre simetrisini bulma problemi oluşturup çözmüşlerdir. Yani öğrenciler “ P_1 noktasının düzleme göre yansıması olan P_2 noktasını bulunuz” problemini kurmuştur. Örneğin;



Şekle uygun örnek bir problem hazırlayıp çözüünüz.

Düzleme göre simetrisi olan P_2 noktasını bulunuz.

$P_1 (2, 3, -2)$ doğrusunun $2x - 3y + z = 1$ düzlemine göre simetrisini bulunuz

$n = (2, 3, -2)$

$\lambda = -2 \left(\frac{2 \cdot 2 - 3 \cdot 3 - 2 \cdot 2 + 1}{4 + 9 + 1} \right) = \frac{16}{17}$

$P_2 \left(\frac{66}{17}, \frac{3}{17}, \frac{-2}{17} \right)$

$x_2 = 2 + \frac{2 \cdot 16}{17} = \frac{66}{17}$

$y_2 = 3 - \frac{3 \cdot 16}{17} = \frac{3}{17}$

$z_2 = -2 + \frac{2 \cdot 16}{17} = \frac{-2}{17}$

Şekil 29. G1 kodlu öğrencinin doğru ve düzleme ilişkin kurduğu problem

A: Neden bu soruyu seçtin?

Ö: İki nokta ve bir düzlem görünce aklıma direk bu geldi hocam

A: Peki sonuçtan emin misin?

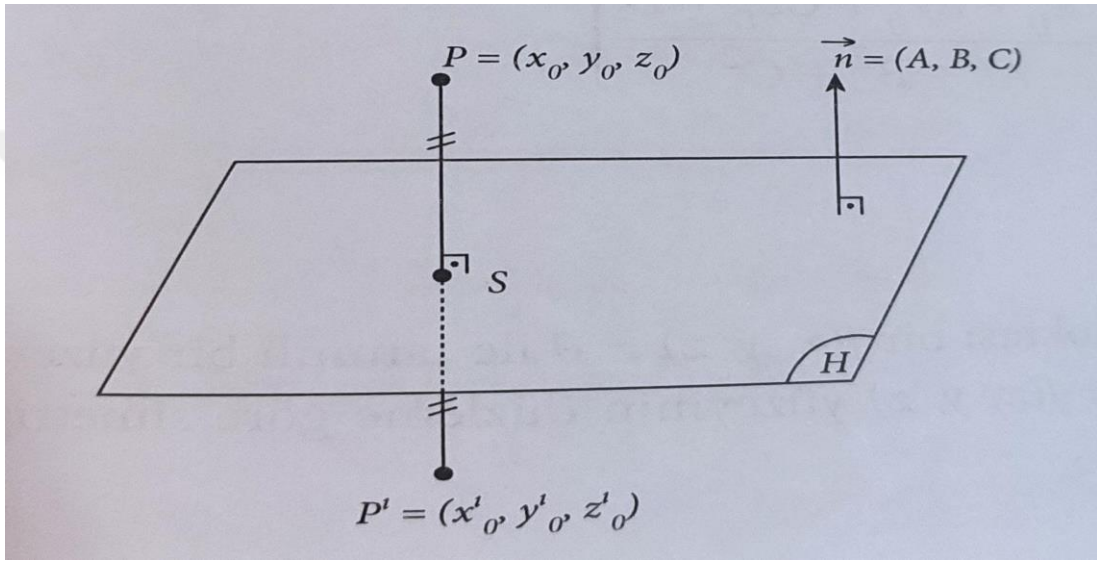
Ö: Evet.

(G1 kodlu, orta düzeyde öğrenci)

G1 kodlu öğrencinin ve bu yolu seçen diğer öğrencilerin kurduğu problemde $\overrightarrow{P_1P_2}$ doğrusunun düzleme dik olduğu yani düzlemin normaline paralel olduğu varsayılmıştır.

Lakin problem cümlesinde veya soru görselinde bu belirtilmemiştir. Bu konuyu Yüce (2020) şu şekilde açıklamaktadır:

Uzayda bir $P(x_0, y_0, z_0)$ noktasının bir $Ax + By + Cz + D = 0 \dots (H)$ düzlemine göre simetriği olan $P'(x'_0, y'_0, z'_0)$ noktasına P noktasının (H) düzlemine göre bir yansıması denir. Burada P noktasının düzlem üzerindeki dik izdüşümünün ayağı S olmak üzere $\|\overrightarrow{PS}\| = \|\overrightarrow{SP'}\|$ ve $\overrightarrow{PP'} \parallel \vec{n}$ geçerlidir (Yüce, 2020, s. 143-144).



Şekil 30. Yüce (2020)'nin noktanın düzleme göre yansıması

Eğer $P(x_0, y_0, z_0)$ noktası bir $f(x, y, z) = 0$ ile tanımlı bir yüzeyin noktası veya bir eğrinin noktası ise $f(x, y, z)$ yüzeyinin düzleme göre simetriği olan yüzeyin denklemi;

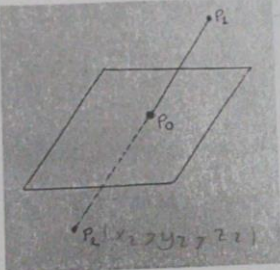
$$f' \dots \left\{ x - 2A \left[\frac{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D}{A^2 + B^2 + C^2} \right], y - 2B \left[\frac{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D}{A^2 + B^2 + C^2} \right], z - 2C \left[\frac{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D}{A^2 + B^2 + C^2} \right] \right\} = 0$$

Şeklinde elde edilir (Yüce, 2020, s.145).

Çalışmaya katılan 80 kişi içinde olup klinik görüşmede olmayan öğrencilerin kâğıtları incelendiğinde de yine, bir noktanın düzleme göre yansıması problemi kurduğu görülmüştür fakat kurdukları problemin çözümünde kullandıkları formülü hatalı yazmışlardır. Doğru formül yukarıda belirtilmiştir.

Z2 kodlu öğrencinin kâğıdına bakıldığında, paydadaki sayıların karekökünü aldığı görülmüştür.

Şekle uygun örnek bir problem hazırlayıp
çözüünüz. $P_1(1,2,1)$ noktasının $E: x+2y+2z-4=0$
düzlemine göre simetrisi olan P_2
noktasını bulunuz.



$$\lambda = -2 \left(\frac{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D}{A^2 + B^2 + C^2} \right)$$

$$\lambda = -2 \left(\frac{1+4+2-4}{1+4+4} \right)$$

$$\lambda = -2$$

$$x_2 = x_1 + A\lambda \Rightarrow 1 + 1(-2) = -1$$

$$y_2 = y_1 + B\lambda \Rightarrow 2 + 2(-2) = -2$$

$$z_2 = z_1 + C\lambda \Rightarrow 1 + 2(-2) = -3$$

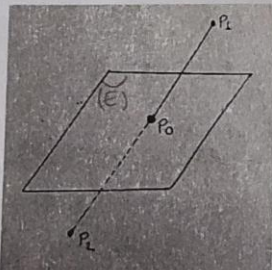
$$(x_2, y_2, z_2) = (-1, -2, -3)$$

Şekil 31. Z2 kodlu öğrencinin doğru ve düzleme ilişkin kurduğu problem

(Z2 kodlu, iyi düzeyde öğrenci)

Y2 kodlu öğrencinin kâğıdına bakıldığında, -2 çarpanını unuttuğu görülmüştür.

Şekle uygun örnek bir problem hazırlayıp
çözüünüz.



$P_1(4,6,-4)$ noktasının $(E): 4x-6y+4z+2=0$
düzlemine göre simetrisi olan P_2 noktasını bulunuz.

$$\vec{n}(\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}) = (4, 6, -4)$$

$$\lambda = \frac{(4 \cdot 4 - 6 \cdot 6 - 4 \cdot 4 + 2)}{16 + 36 + 16} = \frac{-34}{68} = -\frac{1}{2}$$

$$P_2(x_2, y_2, z_2) \Rightarrow x_2 = 4 + 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 2$$

$$y_2 = 6 + (-6) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 9$$

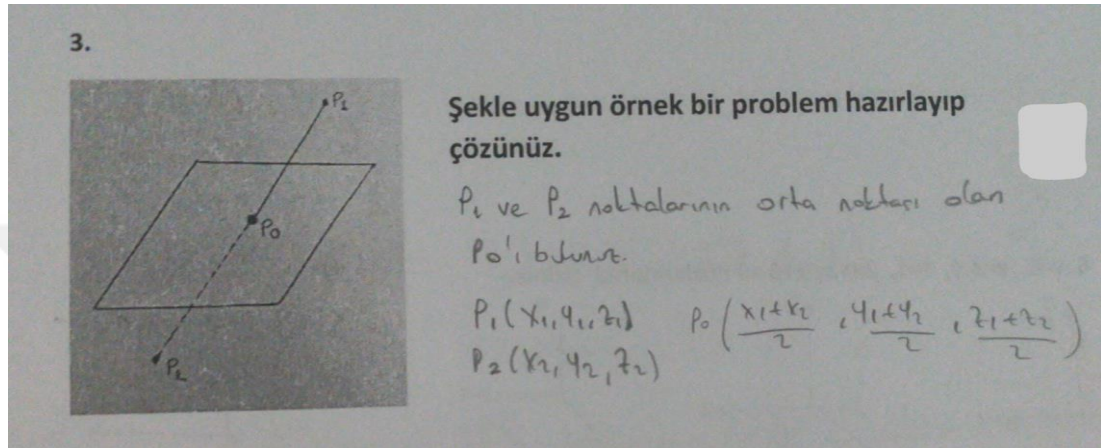
$$z_2 = -4 + (-4) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -6$$

$$P_2(2, 9, -6)$$

Şekil 32. Y2 kodlu öğrencinin doğru ve düzleme ilişkin kurduğu problem

(Y2 kodlu, iyi düzeyde öğrenci)

Bazı öğrenciler düzlemi hiç kullanmayarak iki farklı noktanın orta noktasının bulunması ile ilgili problem kurmuş ve çözmüştür. Örneğin;



Şekil 33. H1 kodlu öğrencinin doğru ve düzleme ilişkin kurduğu problem

A: Neden bu soruyu seçtin?

Ö: İki nokta olunca lise bilgilerimi kullanarak basit bir problem kurup çözmek istedim.

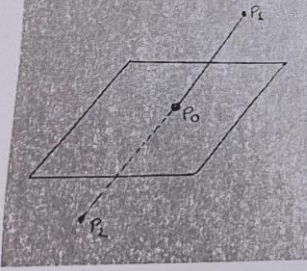
A: Neden düzlemi kullanmadın?

Ö: "Düzlemi kullanın" ibaresi olmadığı için.

A: Kurduğun problem ve çözümden emin misin?

Ö: Evet eminim.

(H1 kodlu, iyi düzeyde öğrenci)



Şekle uygun örnek bir problem hazırlayıp
çözünüz.

P_1, P_2 doğrusu düzleme dik midir?

* Düzlemin denklemini $2x + y + z + 1 = 0$

P_1 noktası $(2, 2, 2)$ } $P_1 P_2$ doğrusu $(1, 1, 1)$
 P_2 " $(3, 3, 3)$

A düzlemin noktası $(2, 1, 1)$

Dik ise iç çarpımları sıfır olmalı

$\langle A, P \rangle = \langle 2, 1, 1 \rangle \cdot \langle 2, 2, 2 \rangle = 4$

İç çarpım 0'a eşit olmadığı için dik değil.

Şekil 34. İ2 kodlu öğrencinin doğru ve düzleme ilişkin kurduğu problem

A: Neden bu soruyu seçtin?

Ö: Çözebileceğim bir problem kurmak istedim.

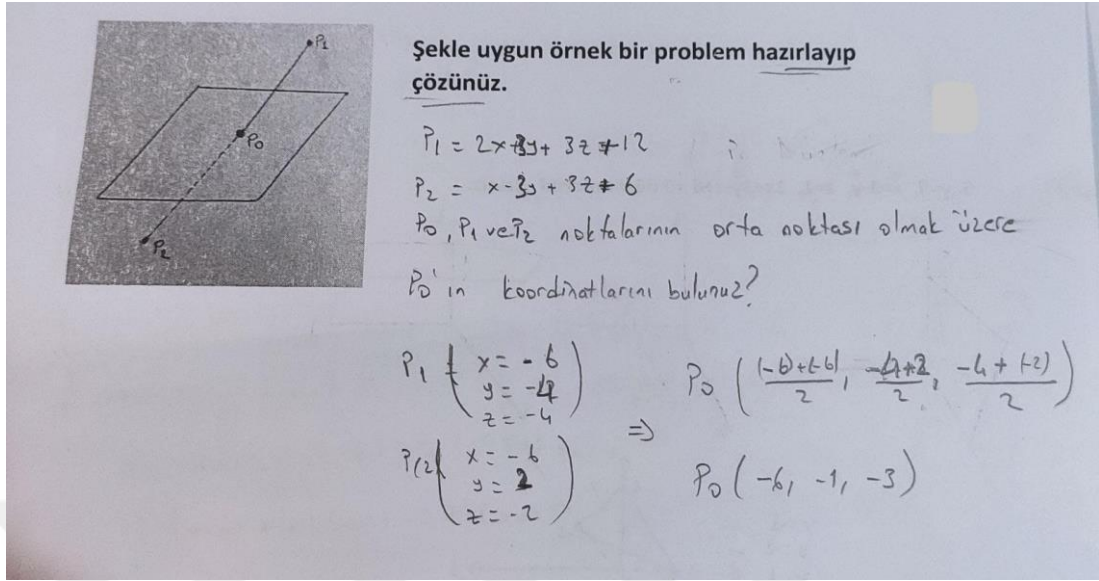
A: $\overrightarrow{P_1 P_2}$ doğrusunu $(1, 1, 1)$ olarak yazmak doğru mudur?

Ö: Değil gibi...

A: Kurduğun problem ve çözümünden emin misin?

Ö: Maalesef değilim.

(İ2 kodlu, düşük düzeyde öğrenci)



Şekil 35. E1 kodlu öğrencinin doğru ve düzleme ilişkin kurduğu problem

A: Neden bu soruyu seçtin?

Ö: O an aklımda böyle bir problem kurmak geldi.

A: P_1 ve P_2 noktalarının gösteriş biçiminden emin misin?

Ö: Hayır bir yanlışlık var gibi

A: Kurduğun problem ve çözümünden emin misin?

Ö: Hayır değilim.

(E1 kodlu, düşük düzeyde öğrenci)

Düşük düzeyde bulunan öğrenciler kurduğu problemlerden ve çözümlerinden emin olmadıkları gözlenmiştir. Düşük düzeyde bulunan öğrencilerden yalnızca bir kişi tam puan alırken diğer üç kişi, bir puanı geçememişlerdir (Bkz: Tablo 9.).

Düşük düzeyde bulunan öğrencilerin, diğer düzeydeki öğrencilerden farkı kavramsal olarak bazı terimleri bilmemeleridir. Buna örnek vermek gerekirse Şekil 34'de İ2 kodlu öğrencinin doğru olarak (1, 1, 1) yazmasıdır ki bu nokta formatıdır. Yine benzer şekilde Şekil 35'de E1 kodlu öğrencinin $P_1 = 2x + 3y + 3z + 12 = 0$ ve $P_2 = x - 3y + 3z + 6 = 0$ olmak üzere iki nokta aldığını belirtmektedir. Bu denklem üç boyutlu Öklid Uzayda nokta değil, düzlem belirtmektedir.

Burada dikkat çeken bir diğer bulgu ise yarı yapılandırılmış ve kayıt altına alınan görüşmeye katılan on iki öğrenciden, iyi düzeyde olan iki kız ve iki erkek olmak üzere toplamda dört öğrencinin hepsi üçüncü problemde yani doğru ve düzleme ilişkin kurduğu problemde tam (3) puan almıştır. Buna karşın diğer hiçbir düzeyde tam puan alan grup olmamıştır.

Bir diğer dikkat çekici bulgu ise orta düzeydeki erkek öğrenciler problem kurma sorusundan tam puan alırken; kız öğrenciler 1 ve 0 puan olarak toplamda 1 puan alabilmişlerdir. Bu da orta düzeyde bulunan erkeklerin, orta düzeyde bulunan kızlardan daha iyi problem kurabildiklerini açıkça göstermektedir.

4.4. Dördüncü Alt Probleme Ait Bulgular ve Yorum

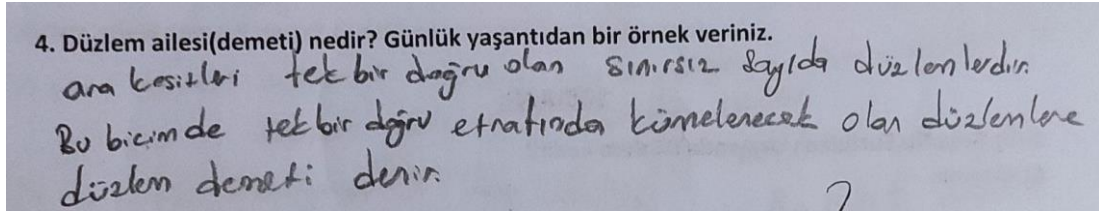
Bu alt problemde “İlköğretim Matematik Öğretmenliği üçüncü sınıf Lisans Öğrencilerinin Üç Boyutlu Öklid Uzayında Düzlem Ailesi Tanımları Nasıldır?” ve “İlköğretim Matematik Öğretmenliği üçüncü sınıf Lisans Öğrencilerinin Üç Boyutlu Öklid Uzayında Düzlem Ailesini Günlük Hayatta Kullanımı ve Örneklendirmeleri Nasıldır?” sorularına yanıt aranmıştır.

Klinik görüşmelere katılan on iki öğrencinin her açık uçlu sorudan aldıkları puanlara bakıldığında en yüksek puanı 3. ve 4. açık uçlu sorulardan aldıkları görülmüştür. Dördüncü alt problem ise dördüncü açık uçlu soruya ilişkindir. Öğrencilerin en yüksek puanları bu iki sorudan almalarının sebebi ise şu şekilde yorumlanmalıdır;

Üçüncü alt problemde, öğretmen adayları kendi oluşturduğu, lise bilgileri ve günlük hayat ile ilişkilendirdiği problemleri kurup çözmüşlerdir. Dördüncü alt problemde ise öğrenciler düzlem ailesi kavramının günlük hayattaki örneklerini bilip somut olarak düşünebilmişlerdir. Bu da bize kavramlar ile ilgili ne kadar imajımız olursa o derece başarılı olabileceğimizi göstermektedir. Somut olarak düşünebilmenin de faydasını gözler önüne sermektedir.

Çalışmaya katılan 80 kişinin kâğıtları incelenmiş ve birtakım bulgulara ulaşılmıştır. Öğrencilerin geneli şu doğru tanıyı yapmıştır;

Ara kesitleri tek bir doğru olan düzlemlere düzlem ailesi (demeti/hüzme) denir.



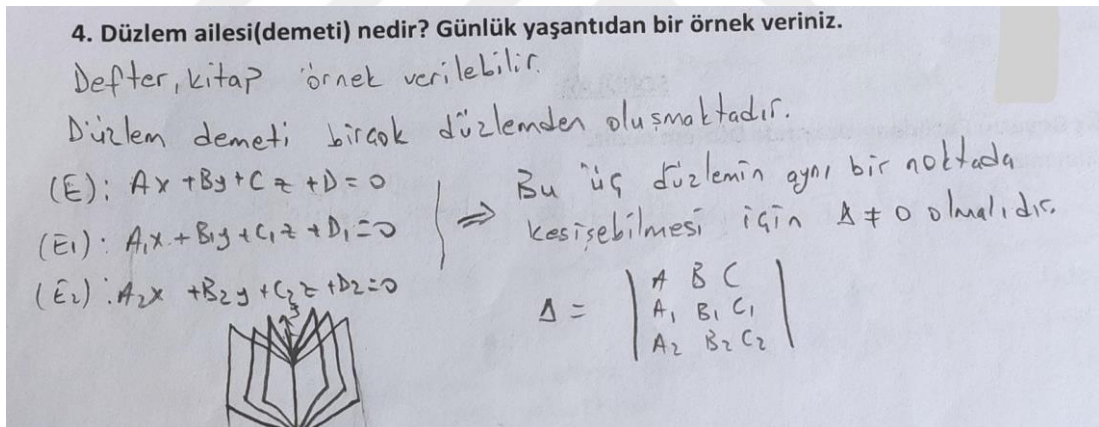
Şekil 36. A1 kodlu öğrencinin düzlem ailesi tanımı

A: Tanımında sınırsız sayıda düzlem demişsin. Bu zorunlu mu? Biraz açar mısın?

Ö: (Biraz düşünüyor) Hayır değil galiba. En az iki tane olması yeterli.

(A1 kodlu, düşük düzeyde öğrenci)

Tanım yapanlar arasında düzlemlerin nasıl bir arada olması gerektiğini belirtmeyen öğrenciler mevcuttur (Şekil 36 A1 kodlu öğrenci, Şekil 37 E1 kodlu öğrenci). Kâğıtlar incelendiğinde bu öğrencilerin genellikle düşük düzeyden olduğu gözlenmiştir. Örneğin;



Şekil 37. E1 kodlu öğrencinin düzlem ailesi tanımı

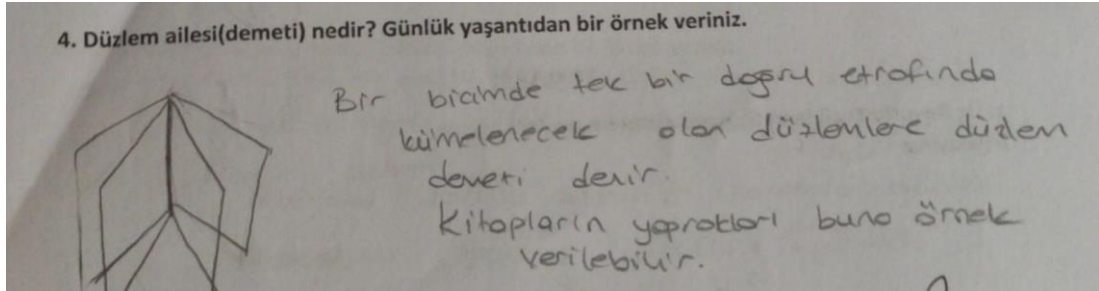
A: Tanımında birçok düzlem demişsin. Bu düzlemler için bir koşul gerekli mi?

Ö: Bilmiyorum.

A: Yazdığın formülde (kâğıttaki kâğıt edilerek) üç düzlem aynı noktada kesişebilmesi için demişsin. Bunu açar mısın?

Ö: Ben formül ezberledim. Geometrik olarak ne anlama geldiğini veya nasıl oluşacağını bilmiyorum.

(E1 kodlu, düşük düzeyde öğrenci)



Şekil 38. İ2 kodlu öğrencinin düzlem ailesi tanımı

A: Tanımında kümelenme kelimesini kullanmışsın. Bu ne demek biraz açar mısın?

Ö: Bitişik olma anlamında kullanmıştım.

A: Peki düzlemler, bu doğruya değecek mi değmeyecek mi? Bunu bitişik veya kümelenme ile ifade edebilir miyiz?

Ö: Hm (Biraz düşündükten sonra) Kesecek. Bu düzlemler bir doğru boyunca kesişmeli.

(İ2 kodlu, düşük düzeyde öğrenci)

Maalesef öğrenciler formül ezberleme yoluna giderek konunun ya da kavramın manasından uzaklaşmaktadırlar. Bu konu öneriler kısmında detaylıca ele alınacaktır.

Klinik görüşme gerçekleştirilen on iki öğrenciden altısı düzlem ailesi (demeti/hüzme) olması için gerekli koşulu/formülü yazmıştır. Bu altı kişi kişiden ikisi iyi düzeyde olan erkek öğrencilerdir, ikisi orta düzeyde olmak üzere biri kız biri erkek öğrencidir ve ikisi düşük düzeyde olmak üzere biri kız biri erkek öğrencidir. Düşük ve orta düzeyde cinsiyete bağlı herhangi bir fark görülmezken; iyi düzeydeki erkek öğrenciler formül/koşul yazma konusunda kızlardan ayrılmıştır. Formül yazan öğrenciler aşağıdaki düzlem ailesi (demeti/hüzme) olması için gerekli şu iki koşulu/formülü yazmıştır;

1) Bir doğru boyunca kesişen

$$(E_1) : A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \text{ ve}$$

$(E_2) : A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ düzlemleri olmak üzere, bu iki düzlemin ara kesitinden geçen düzlem denklemleri $\lambda \in R$ olmak üzere;

$$E_1 + \lambda E_2 = 0 \text{ olmalı.}$$

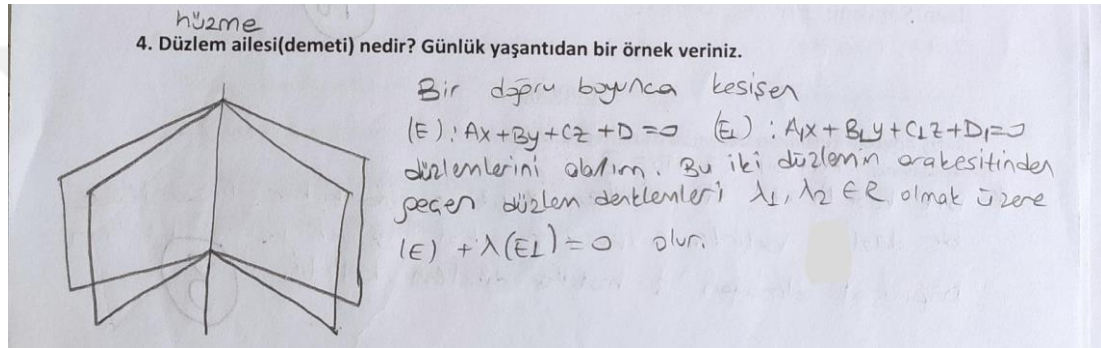
Veya

$$2) (E_1): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0,$$

$$(E_2): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \text{ ve}$$

$$(E_3): A_3x + B_3y + C_3z + D_3 = 0 \text{ olmak üzere}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix} \neq 0 \text{ olmalı.}$$



Şekil 39. C2 kodlu öğrencinin düzlem ailesi tanımı

A: λ 'yı geometrik olarak nasıl ifade ederiz? Neyi değiştirir?

Ö: λ burada bir parametredir ve her λ değeri için aileden bir düzlem elde ederiz.

A: Peki yazdığın formülün çözümü için ne gerekli.

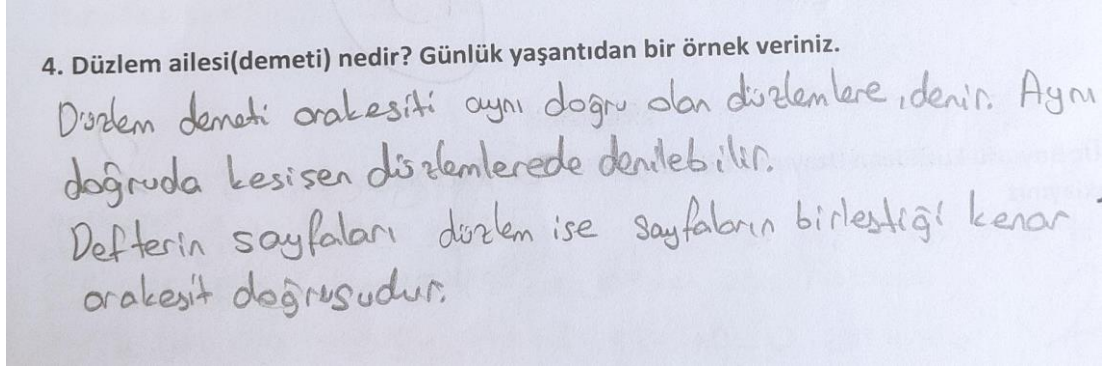
Ö: Ara kesit doğrusu üzerinde bir nokta verilmesi gerekli.

(C2 kodlu, iyi düzeyde öğrenci)

Formül yazabilen öğrenciler formülde yer alan parametrenin geometrik olarak ne anlama geldiğini bildikleri ve yazdığı formülün çözümünü bildiği görülmüştür.

Klinik görüşmelere katılan on iki öğrencinin kâğıtları incelenmiş ve günlük yaşantıdan örnek verilere “Günlük yaşamdan verdiğin örnekten emin misin? Başka örnek verebilir misin?” sorusu yöneltilmiştir.

Öğrencilerin günlük yaşantıdan verdiği örnekler genelde aynıdır. Bunlar defter/defter yaprakları, kitap/kitap yaprakları, kapı, pencere vs.dir (Bkz. Şekil 38. İ2 kodlu öğrencinin düzlem ailesi tanımı).



Şekil 40. H1 kodlu öğrencinin düzlem ailesi tanımı

A: Günlük yaşamdan verdiğin örnekten emin misin?

Ö: Evet eminim. Derste gördük.

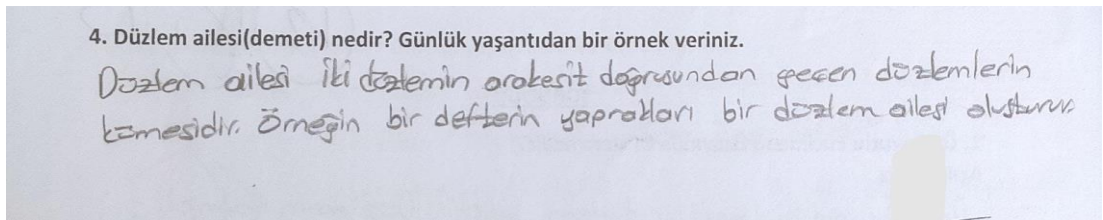
A: Peki başka örnek veya örnekler verebilir misin?

Ö: (Biraz düşündükten sonra) Kelebek, kuş kanadı vs.

A: Bu örneğinden emin misin?

Ö: Yani aslında benzer mantık. (Ellerini açıp kuş şekli veriyor). Evet eminim.

(H1 kodlu, iyi düzeyde öğrenci)



Şekil 41. M1 kodlu öğrencinin düzlem ailesi tanımı

A: Günlük yaşamdan verdiğin örnekten emin misin?

Ö: Kesinlikle eminim.

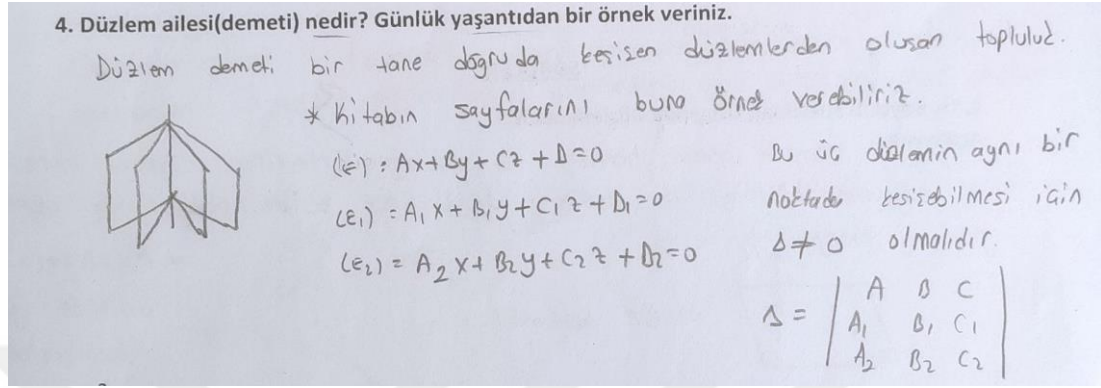
A: Peki başka örnek veya örnekler verebilir misin?

Ö: Dolabın kapağı olabilir.

A: Bu örneğinden emin misin?

Ö: Defter, kitap gibi aynı sayılır dolap da. O yüzden eminim.

(M1 kodlu, iyi düzeyde öğrenci)



Şekil 42. Ş2 kodlu öğrencinin düzlem ailesi tanımı

A: Günlük yaşamdan verdiğin örnekten emin misin?

Ö: Evet eminim.

A: Peki başka örnek veya örnekler verebilir misin?

Ö: (Biraz düşünüyor. Benzer cisimler -kitap- hayal etmeye çalıştığını söylüyor) *Maalesef aklıma gelmedi başka örnek.*

(Ş2 kodlu, iyi düzeyde öğrenci)

80 kişinin kâğıtları incelenmiş ve günlük yaşantıdan verilen örneklerin hemen hemen her öğrencide aynı olduğu görülmüştür. Bu bize, derste verilen soyut bir konuyu somutlaştıran bir örneğin ne kadar aklımızda kaldığını gözler önüne sermektedir. Eğitim-Öğretim hayatı boyunca aklımızda birçok örnek kalmıştır. Bunlara dönüp baktığımızda genellikle günlük yaşantı ile bağdaştırılan örnekler olduğunu görmekteyiz.

Klinik görüşme yapılan öğrencilere cevaplarından emin misin? Diye sorulduğunda her öğrencinin cevabından emin olduğu görülmüştür. Bunun sebebi genellikle derste, o dersi veren öğretim üyesinin o örnekleri (kapı, pencere vs.) vermesinden dolayıdır. Başka örnek verebilir misin? Diyerek öğrencilerden derste gördükleri örneklerde harici kendi örneklerinin verilmesi istenmiştir. Öğrenciler bilinen bir örnekten bilinmeyene gitmeyi başarıyla yapabilmişlerdir ve bu örneklerden de emin olduklarını dile getirmişlerdir (Bkz. Şekil 40. ve 41.). Başka örnek veremeyen öğrenciler de olmuştur (Bkz. Şekil 42.).

4.5. Beşinci Alt Probleme Ait Bulgular ve Yorum

Bu alt problemde “İzmir ilinin bir devlet üniversitesinde öğrenimini sürdüren ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerinin üç boyutlu Öklid uzayında doğru ile düzlem arasındaki ve iki düzlem arasındaki ilişkiyi anlamaları nasıldır?” sorusuna yanıt aranmıştır.

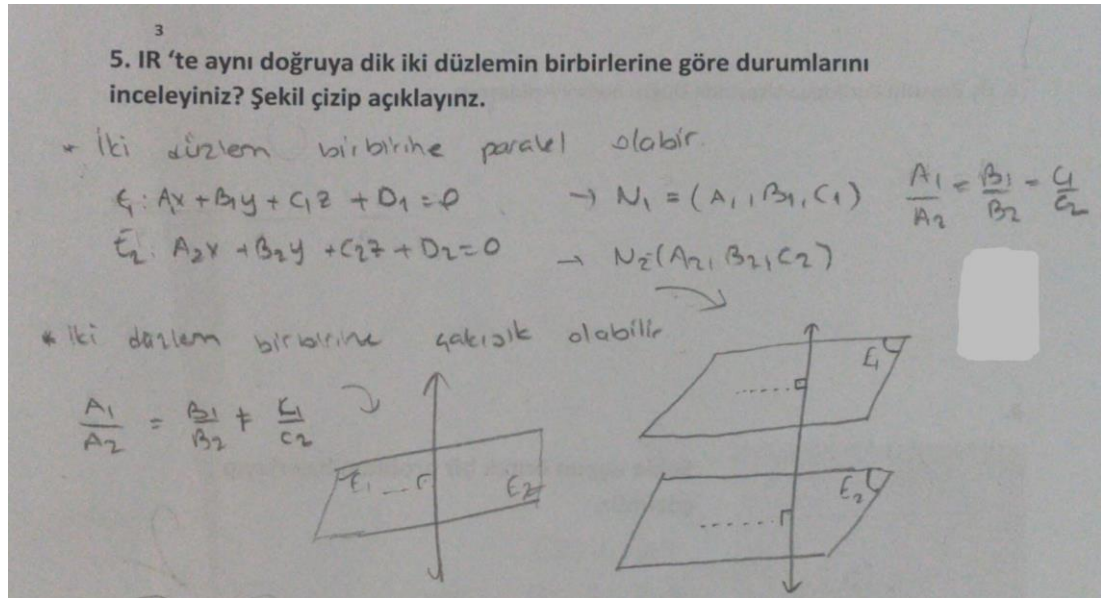
Bu alt problem incelenirken beşinci açık uçlu sorunun nasıl puanlandığı hakkında bilgi vermek gerekir. Beşinci açık uçlu soruda puanlama şu şekilde yapılmıştır;

-Paralel olabilir (1 Puan)

-Çakışık olabilir (1 Puan)

-Şekil çizip kısaca formüle edilmesi (1 Puan)

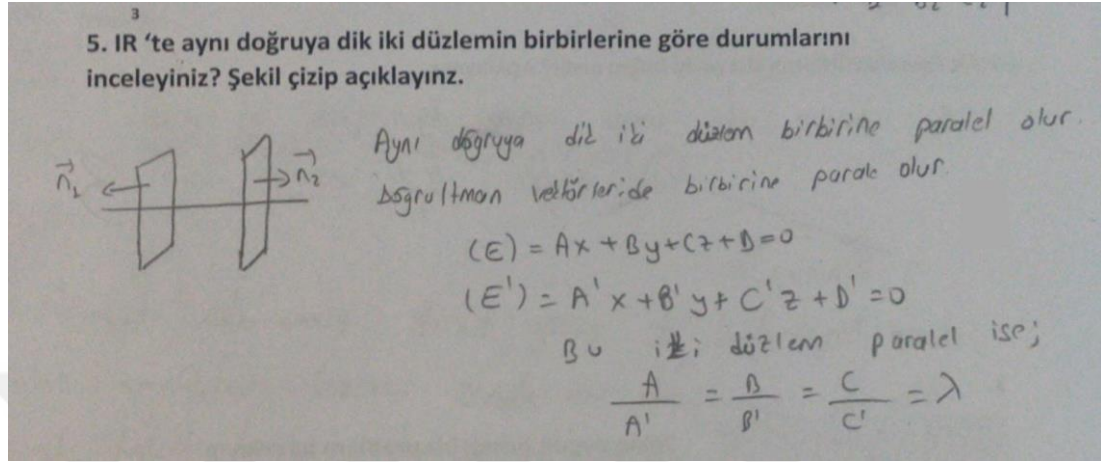
Her soru gibi bu sorudan da alınabilecek en yüksek puan üç olmasına karşılık klinik mülakata katılan hiçbir öğrenci tam yani üç puan alamamıştır (Bkz: Tablo 9.). Bunun nedeni olarak kısaca formüle edilemeyen veya kısa bir ispat verememiş olmalarıdır. Başka bir neden ise somut olarak düşünülmemesi olarak söylenebilir. Bunun yanı sıra çalışmaya katılan 80 ilköğretim matematik öğretmen adayı arasından yalnızca bir kişi bu açık uçlu sorudan tam puan alabilmeyi başarmıştır;



Şekil 40. Ç2 kodlu öğrencinin beşinci açık uçlu soruya verdiği cevap

(Ç2 kodlu, iyi düzeyde öğrenci)

Çalışmaya katılan hemen hemen her öğretmen adayı, bu iki düzlemin paralel olabileceğini yazmıştır. Örneğin;



Şekil 41. Ş2 kodlu öğrencinin beşinci açık uçlu soruya verdiği cevap

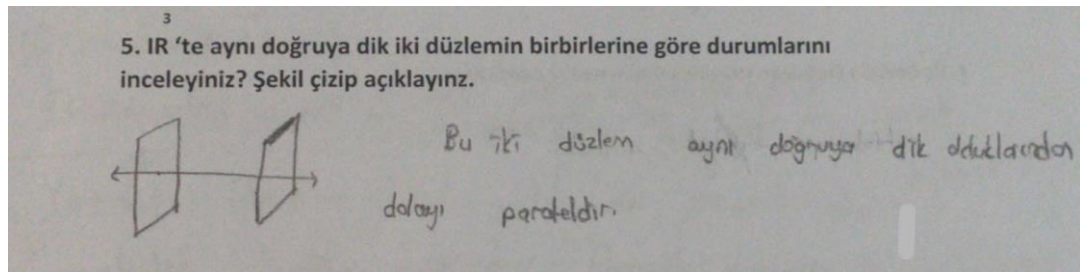
A: İki düzlemi(eller) ve bir doğruyu(kalem) kullanarak aynı doğruya dik iki düzlemi gösterip tekrar yorumlayabilir misin?

Ö: (Kalemi ellerinin arasına dik bir şekilde konuşturdu) O an fark edemedim fakat bu iki düzlem paralel harici çakışık da olabilir.

A: Bunu ispatlaman mümkün mü?

Ö: Kâğıtta yazdığımı ek olarak $\neq \frac{D_1}{D_2}$ dersem paralel $= \frac{D_1}{D_2}$ dersem çakışık olur.

(Ş2 kodlu, iyi düzeyde öğrenci)



Şekil 42. S1 kodlu öğrencinin beşinci açık uçlu soruya verdiği cevap

A: İki düzlemi(eller) ve bir doğruyu(kalem) kullanarak aynı doğruya dik iki düzlemi gösterip tekrar yorumlayabilir misin?

Ö: (Kalemi ellerinin arasına dik bir şekilde konuşturdı) *Paralel olur demiştim bundan eminim.*

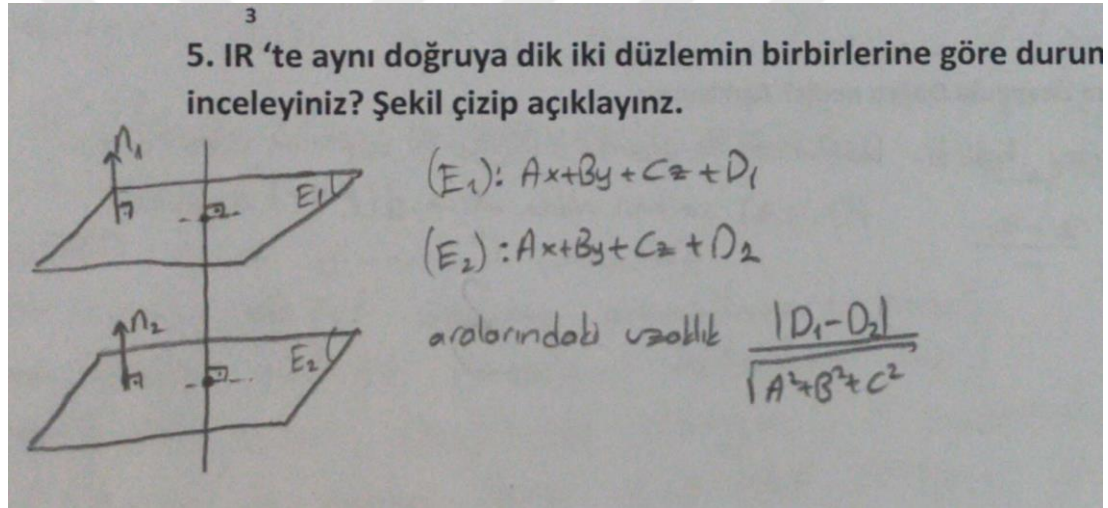
A: *Peki başka bir şey söyleyebilir misin?*

Ö: *Hm (Biraz düşündükten sonra ellerini yakınlaştırmaya başladı) Çakışık da olabilir.*

A: *Bunu ispatlaman mümkün mü?*

Ö: *Maalesef hocam fakat hm, bu iki düzlemin normalleri paralel olacak belki oradan bir şey yazılabilirdi ama şuan aklıma gelmedi.*

(S1 kodlu, orta düzeyde öğrenci)



Şekil 43. M1 kodlu öğrencinin beşinci açık uçlu soruya verdiği cevap

A: *Niçin iki düzlem arası uzaklığını kullandın?*

Ö: *Hocam ben paralel olacağını anlayıp onu yazmıştım. Paralel olacağını biliyorum ama belirtmeyi unutmuşum.*

A: *Formüle edebilir misin?*

Ö: *Maalesef.*

A: *Peki kâğıdında kullandığın D_1 ve D_2 'den yola çıkmayı denesek. Ne anlama geliyor onlar?*

Ö: *D 'ler değiştikçe seviyeler/derinlik değişiyor.*

A: *A, B ve C aynı olmak zorunda mı?*

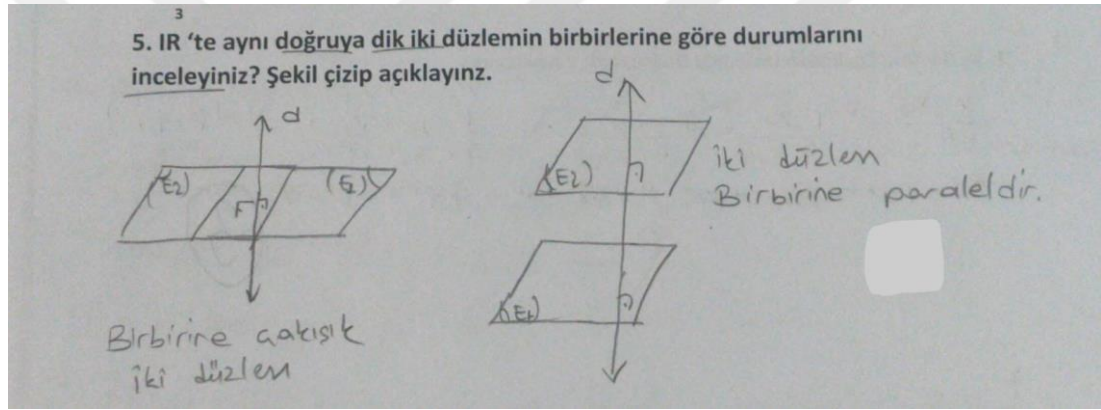
Ö: Evet. Paralel olması için zorunlu.

A: D_1, D_2 'ye eşit olursa ne olur?

Ö: Çakışık olabilirler.

(M1 kodlu, iyi düzeyde öğrenci)

Çalışmaya katılan öğretmen adaylarından sadece paralel olabileceğini yazanlar oldukça fazladır fakat sadece çakışık olacağını yazan hiçbir öğretmen adayı yoktur. Paralel olabileceği gibi çakışık da olabileceğini birlikte yazanlar da olmuştur. Bu öğretmen adaylarına paralel ve çakışık olma koşulu sorulmuştur. Örneğin;



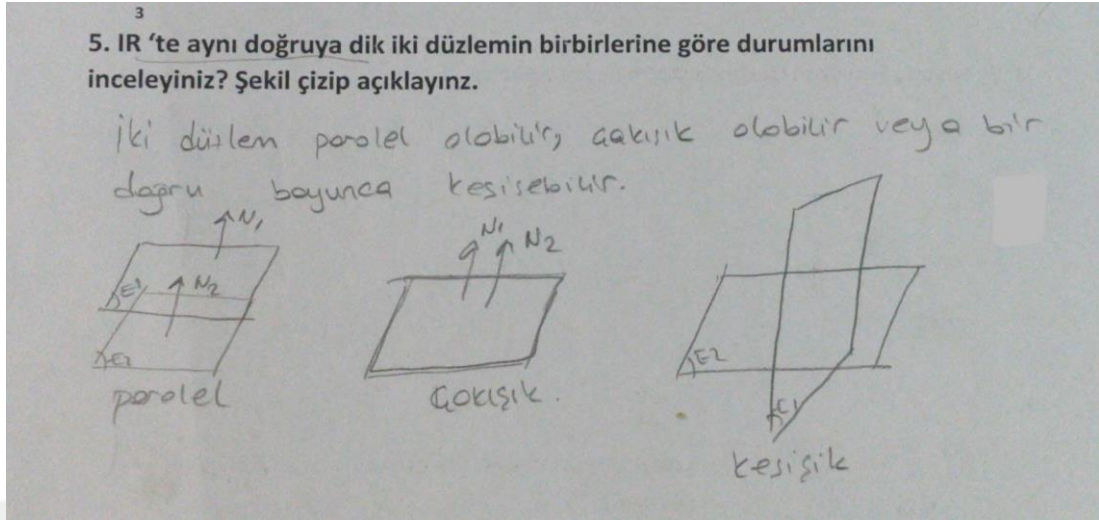
Şekil 44. C2 kodlu öğrencinin beşinci açık uçlu soruya verdiği cevap

A: Bu iki düzlemin paralel veya çakışık olabileceğini belirtmişsin. Bunu ispatlaman mümkün mü?

Ö: Tabii. $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$ Bu üç ifadede eşitlik olmalı mutlaka. Yoksa paralellik bozulur. Aynı

zamanda buna ek $= \frac{D_1}{D_2}$ olursa çakışık, $\neq \frac{D_1}{D_2}$ olursa paralel olur.

(C2 kodlu, iyi düzeyde öğrenci)



Şekil 45. İ2 kodlu öğrencinin beşinci açık uçlu soruya verdiği cevap

A: İki düzlemi (eller) ve bir doğruyu(kalem) kullanarak aynı doğruya dik iki düzlemi gösterip tekrar yorumlayabilir misin?

Ö: Paralel ve çakışık oluyor. Ellerimi (düzlemleri kastederek) kesiştirebiliyorum ama bu sefer de paralel olmuyor. Yani kesişik olamaz.

A: Paralel ve çakışık olabiliyor ise bunun koşulunu belirtmen mümkün mü?

Ö: (Biraz düşündükten sonra) İki düzlemin A, B ve C katsayıları orantısı birbirine eşit olacak. D 'lerin katsayıları da eşit olursa çakışık; eşit olmazsa paralel olur.

(İ2 kodlu, düşük düzeyde öğrenci)

Beşinci açık uçlu sorudan alınan puanlara bakıldığında en fazla alınan puan ikidir. Klinik görüşmeye katılan on iki öğrenciden yalnızca iyi düzeyde bulunan öğretmen adayları iki puanı alabilmiştir (Bkz. Tablo 9.). Bu da doğru ile düzlem ve düzlem ile düzlem arasındaki ilişkiyi açıklama ve yorumlamada bu kavramlara ait imajları fazla olan öğrencilerin daha başarılı olabileceğini ortaya koymaktadır.

Bir diğer dikkat çekici bulgu ise öğrencilerin hemen hemen hepsi somut düşünerek yani düzlem olarak elleri ve dik doğru olarak da kalem kullanarak düşünmesi yönünde yönlendirmeleri sonucunda bu iki düzlemin ancak paralel ve çakışık olabileceğini fark etmişlerdir. Bu da bize Analitik Geometri dersi için somutlaştırmanın, günlük hayat ile bağlantı kurmanın kavram imajımıza ve içselleştirmemize ne kadar faydalı olduğunu gözler

önüne sermektedir. Bu şekilde somutlaştırıp düşünen klinik görüşmeye katılan öğrencilerin paralellik ve kesişme koşullarını yazabildikleri gözlemlenmiştir.

4.6. Altıncı Alt Probleme Ait Bulgular ve Yorum

Bu alt problemde “İzmir ilinin bir devlet üniversitesinde öğrenimini sürdüren ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerinin kavram imajlarının üç boyutlu Öklid uzayında düzlem çizimlerine yansıması nasıldır?” sorusuna yanıt aranmıştır.

Bu alt problem incelenirken altıncı açık uçlu sorunun nasıl puanlandığı hakkında bilgi vermek gerekir. Altıncı açık uçlu soruda puanlama şu şekilde yapılmıştır;

-Bir düzlemi doğru çizme (1 Puan)

-Tüm düzlemleri doğru çizme (3 Puan)

Altıncı açık uçlu soruda öğretmen adaylarından dört adet düzlem çizilmesi istenilmiştir. Tüm sorularda olduğu gibi, bu açık uçlu sorudan da alınabilecek maksimum puan üçtür. Bu halde puanlamada şu durum da dikkate alınmıştır;

-İki düzlemi doğru çizme (2 Puan)

-Üç düzlemi doğru çizme (2 Puan)

Yani iki düzlemi doğru bir şekilde çizebilen öğrenciler ile üç düzlemi doğru bir şekilde çizebilen öğrenciler denk kabul edilmiştir.

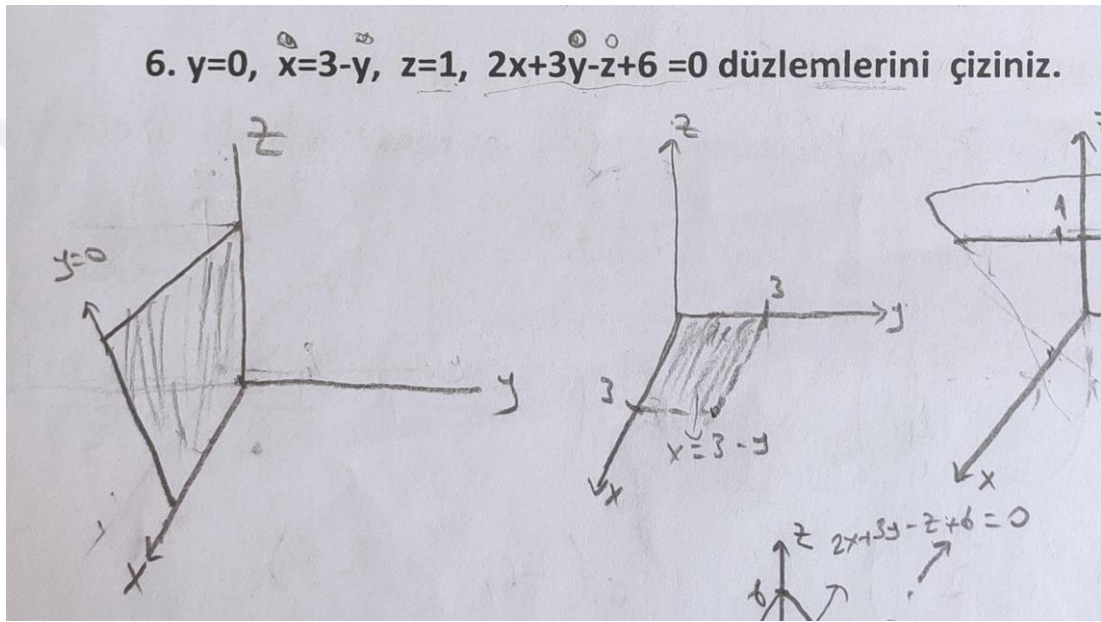
$xOy \sim (z=0)$, $yOz \sim (x=0)$, $xOz \sim (y=0)$ düzlemlerine koordinat düzlemleri adı verilir. (Yüce, 2020, s. 111) Biz 6. açık uçlu sorumuzda ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerinden ilk olarak $y=0$ düzlemini çizmelerini istedik. Bu çizimde birkaç şeye dikkat edilmelidir. Bunları Yüce (2020) “(H) ... $Ax+By+Cz+D=0$ genel denklemi ile (H) düzlemini ele alalım. Burada $D \neq 0$ ve A, B, C katsayılarından herhangi ikisi sıfır ise, (H) düzlemi koordinat düzlemlerinden birine paraleldir.” (s. 112) şeklinde açıklamaktadır. Daha sonra öğrencilerden $x=3-y$ düzlemini çizmelerini istedik. Bu çizimde dikkat edilmesi gerekenleri Yüce(2020) “(H) ... $Ax+By+Cz+D=0$ genel denklemi ile (H) düzlemini ele alalım. Burada $D \neq 0$ ve A, B, C katsayılarından sadece biri sıfır ise, (H) düzlemi eksenlerden birine paraleldir” (s. 112) şeklinde açıklamaktadır. Kâğıtlar incelendiğinde öğrenciler x-eksenini üç noktasında (3, 0, 0) ve y-eksenini de üç noktasında (0, 3, 0) işaretlemiştir ve bu işaretli noktaları birleştirmekle yetinmişlerdir. Çalışmaya katılan sadece birkaç öğrenci bu noktaları birleştirip z-eksenine paralel olacak şekilde çizmiştir.

Klinik görüşme yapılan 12 öğrencinin 6 adet açık uçlu sorudan aldıkları puanlara bakıldığında (Bkz: Tablo 9.) 6. açık uçlu sorudan düşük düzeydeki hiçbir öğrenci tam yani üç puan alamamıştır. Ayrıca aldıkları puanlar toplamı diğer iki düzeydeki öğrencilerden ayrı

ayrı düşüktür. Bu da bize orta ve iyi düzeydeki öğrencilerin, düşük düzeydeki öğrencilere kıyasla kavram imajlarının düzlem çizimine yansımalarının görülebilir derece etkilediğini göstermektedir.

Çalışmaya katılan 80 kişinin kâğıtları incelenmiş ve birtakım bulgulara ulaşılmıştır.

Öğrencilerin birçoğu $y=0$ düzlemini çizerken x ve z -eksenlerinin sadece pozitif (+) olduğu bölgeyi almıştır. Örneğin;



Şekil 46. E1 kodlu öğrencinin altıncı açık uçlu soruya verdiği cevap

A: Başka bölgeler de alınabilir mi? Yani y 'nin sıfır olduğu başka yerler yok mu?

Ö: (Biraz düşünüyor) Yok.

A: Bana bu eksenleri yorumlayabilir misin?

Ö: Mesela x sağa sola hareket. Y ileri geri hareket ve z de yukarı aşağı hareket olabilir.

A: Peki $y=0$ ne anlama geliyor buna göre?

Ö: İleri ve geri hareketin olmadığını, sadece sağa sola ve yukarı aşağı bir hareketin olacağıdır.

A: Çizdiğin $y=0$ düzlemini incelemeni istiyorum. İleri geri hareket var mı?

Ö: Hayır yok.

A: Hangi yönlerde hareket var şekline göre?

Ö: Sadece sola ve yukarı.

A: Biraz önce sağa sola ve yukarı aşağı demiştin ama düzlemi sadece sola ve yukarı olacak çizmişsin. Bu noktada ne söylemek istersin?

Ö: Hocam ben pozitif tarafı almışım hep. Negatif taraflarını da alınca aslında bir, iki, üç, dört (eliyle sayıyor) tam dört bölge taramam gerekiyor.

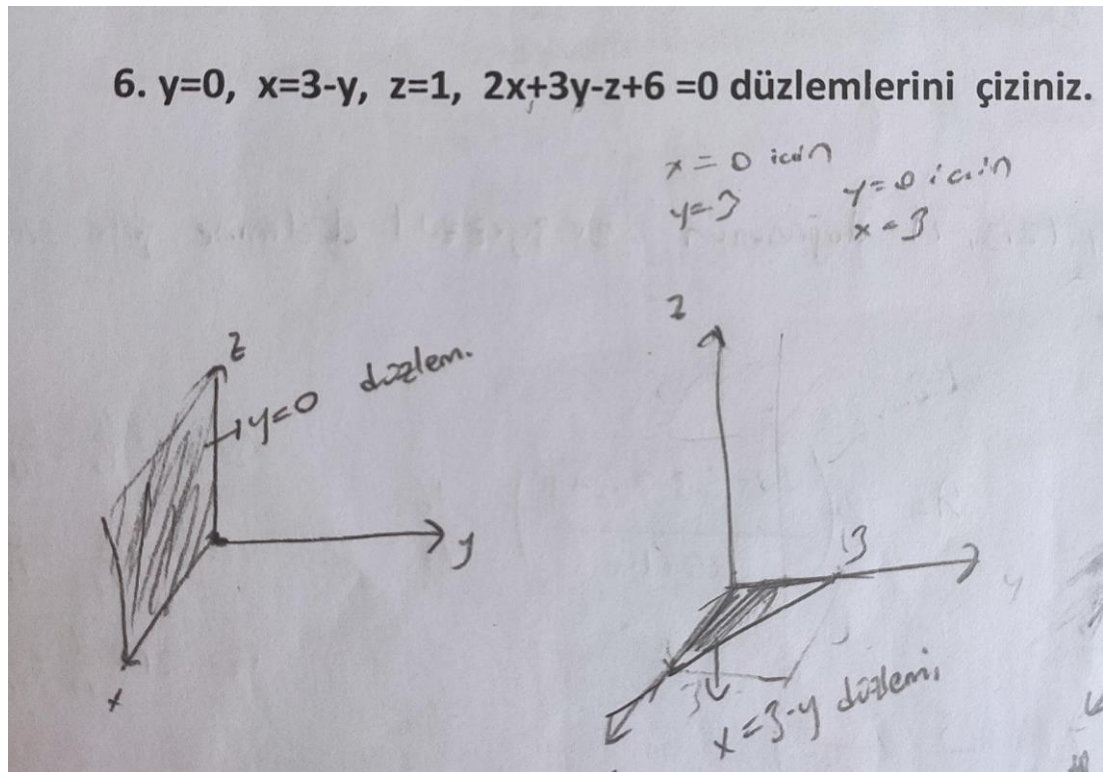
A: Peki bu tür düzlemlerin (Koordinat düzlemlerin) daha rahat çizilebilmesi için bir önerin var mı?

Ö: Maalesef. Biraz dikkat etmek gerek bence.

A: $x=3-y$ düzleminde emin misin?

Ö: (Kâğıdını inceliyor) Hocam nokta gibi göstermişim ama x ve y -eksenlerini kestiği noktaları birleştirmem gerekirdi.

(E1 kodlu, düşük düzeyde öğrenci)



Şekil 47. G1 kodlu öğrencinin altıncı açık uçlu soruya verdiği cevap

A: Başka bölgeler de alınabilir mi? Yani y 'nin sıfır olduğu başka yerler yok mu?

Ö: (Biraz düşünüyor) Bilmiyorum.

A: Peki gerçek hayattan bir şeyler düşünmeni istiyorum. Mesela bir duvarın köşesi

Ö: Evet.

A: $y=0$ olması ne anlam ifade eder sana?

Ö: Üç yönden sadece iki yöne gidebileceğimi diğer bir yönde hiç hareket edemeyeceğimi

A: İki yön dedin, bunu biraz açar mısın?

Ö: (Duvarı göstererek) Mesela sol duvar ve üstümüzü kapatan duvar var fakat sağ duvar yok gibi.

A: Üstümüzü kapatan duvar odadan dışarı devam ediyor değil mi?

Ö: Evet ediyor.

A: Şekline bir daha bakmanı istiyorum. Senin çizdiğin düzlemde bu duvar devam ediyor mu mesela?

Ö: Hayır etmiyor. Z 'nin altına doğru gitmesi lazım. Hatta x 'in de negatif tarafa doğru uzaması lazım. Dört bölgeden sadece bir bölgeyi göstermişim ben.

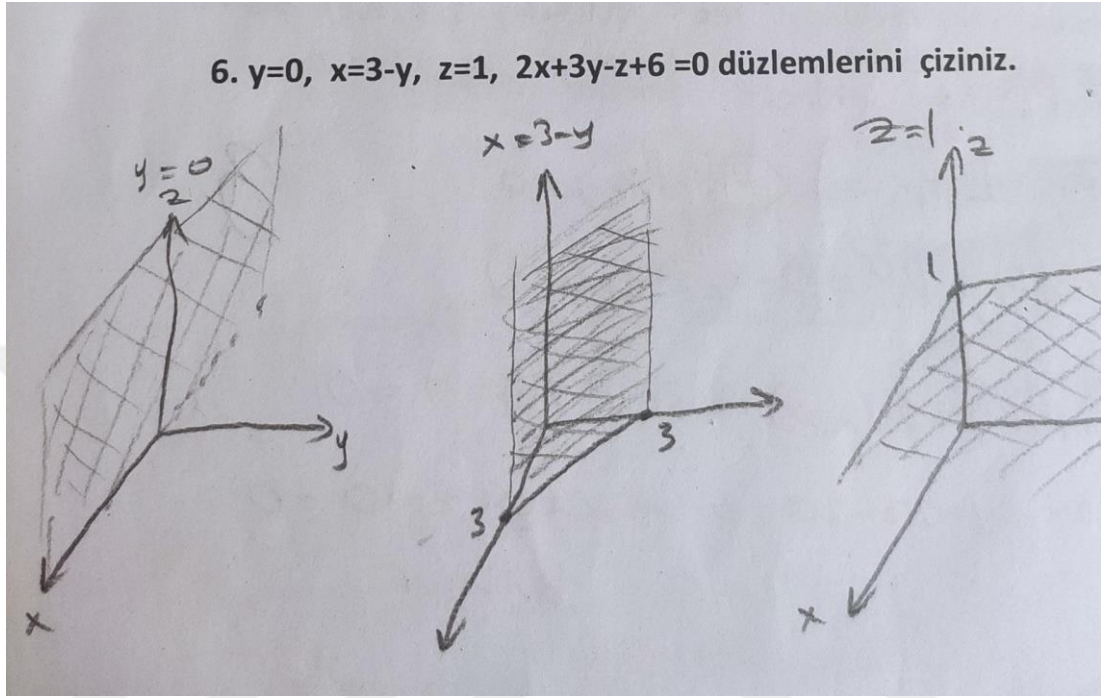
A: Peki bu tür düzlemlerin (Koordinat düzlemlerin) daha rahat çizilebilmesi için bir önerin var mı?

Ö: Bunları (üç boyutlu Öklid Uzayda düzlemleri kastederek) kâğıtta çizmek zor. Materyal geliştirilebilir, ders verilebilir vs.

A: $x=3-y$ düzleminden emin misin?

Ö: (Kâğıdını inceliyor) Evet ondan eminim.

(G1 kodlu, orta düzeyde öğrenci)



Şekil 48. N1 kodlu öğrencinin altıncı açık uçlu soruya verdiği cevap

A: $y=0$ üç boyutlu uzayda geometrik olarak ne anlam ifade ediyor? Çizdiğin şekil üzerinden anlatabilir misin?

Ö: Düzlem belirtiyor ve y -ekseninde hiçbir hareket olmayacak.

A: Hangi eksenlerde hareket olacak?

Ö: Sadece x ve z eksenlerinde

A: Peki bu hareketler x ve z 'nin hangi taraflarında olmalı? Açar mısın?

Ö: İki eksenin hem pozitif hem negatif tarafında.

A: Kâğıdını tekrar incelemeni istiyorum. Söylediğin şeylere uygun bir düzlem çizmiş misin?

Ö: Hayır hocam x 'in her iki tarafını almışım fakat aynı durum z için geçerli değil. O yüzden eksik çizmişim. z ekseninin negatif tarafını da almalıydım.

A: Peki bu tür düzlemlerin (Koordinat düzlemlerin) daha rahat çizilebilmesi için bir önerin var mı?

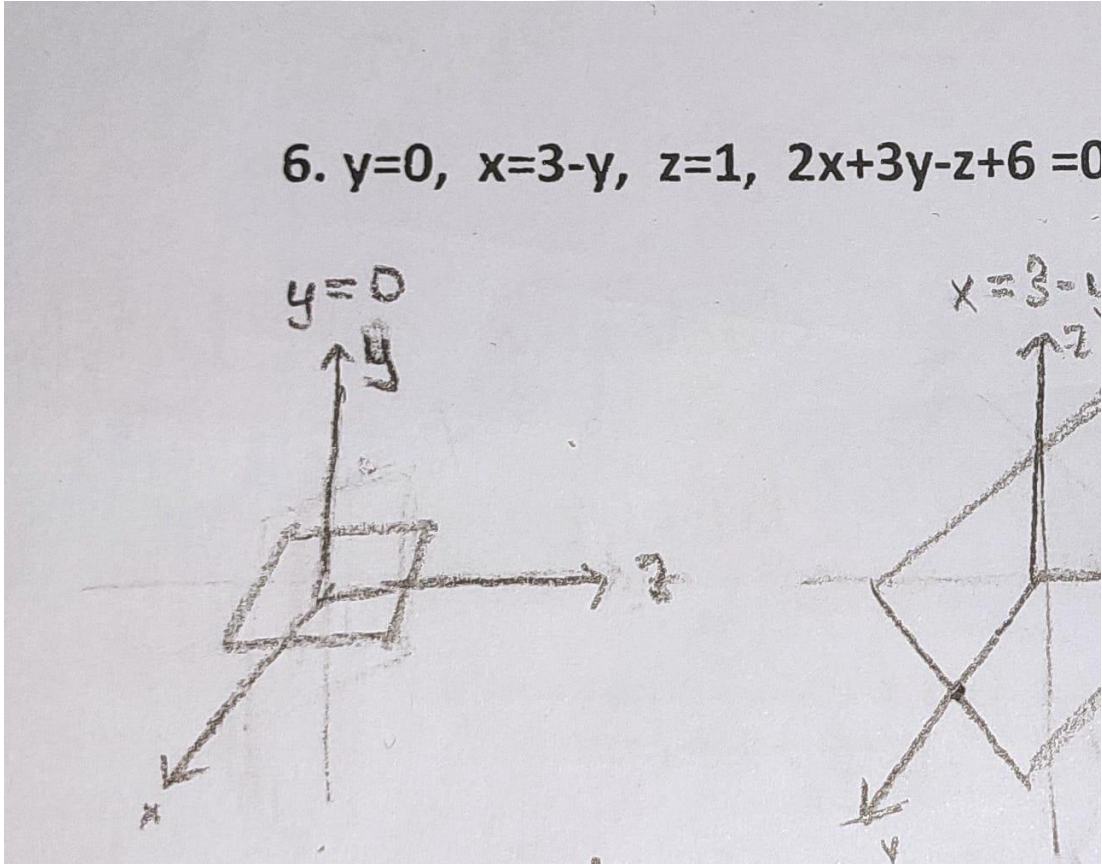
Ö: Bizler lisede falan hep koordinat sistemini çizerken x ve y 'nin negatif taraflarını da sürekli çizeriz ve bu yüzden iki boyutta çizim yaparken pek hata yapmayız. Fakat üç boyutlu uzayda genelde eksenlerin yani x , y ve z 'nin hep pozitif tarafını çiziyoruz. Sorun bence burada. Biz derslerde artık bu eksenlerin negatif tarafını da sürekli gösterip, çizimlerimizi bu doğrultuda yapmamız gerekmekte. Bu da hata yapmamızı minimuma düşürür.

A: $x=3-y$ düzleminde emin misin?

Ö: Evet eminim. Z bileşeni yoksa z -eksenine paralel olmalı.

(N1 kodlu, iyi düzeyde öğrenci)

Çalışmaya katılan öğrencilerin kâğıtları incelendiğinde üç boyutlu koordinat sisteminde x , y ve z eksenlerinin yerlerini değiştiren öğrencilerin mevcut olduğu görülmüştür.



Şekil 49. S1 kodlu öğrencinin altıncı açık uçlu soruya verdiği cevap

A: Kâğıdını tekrar incelemeni istiyorum. Çizdiğin düzlemden emin misin?

Ö: (İnceledikten sonra) Evet eminim.

A: Genellikle z-ekseni yukarda oluyor. Sen kâğıdında y-eksenini yukarı doğru çizmişsin. Bu sence doğru mu? Bir şeyi değiştirir mi?

Ö: Geometrik yorum bakımında herhangi bir değişiklik olmaz hocam.

A: Biraz daha açar mısın?

Ö: Üç boyutlu koordinat sisteminde üç tane birbirine dik eksen olmalı. Bu üç eksenin yerleri değişebilir yeter ki birbirlerine dik olsunlar.

Ö: (İnceledikten sonra) Evet eminim.

A: Genellikle z-ekseni yukarda oluyor. Sen kâğıdında y-eksenini yukarı doğru çizmişsin. Bu sence doğru mu? Bir şeyi değiştirir mi?

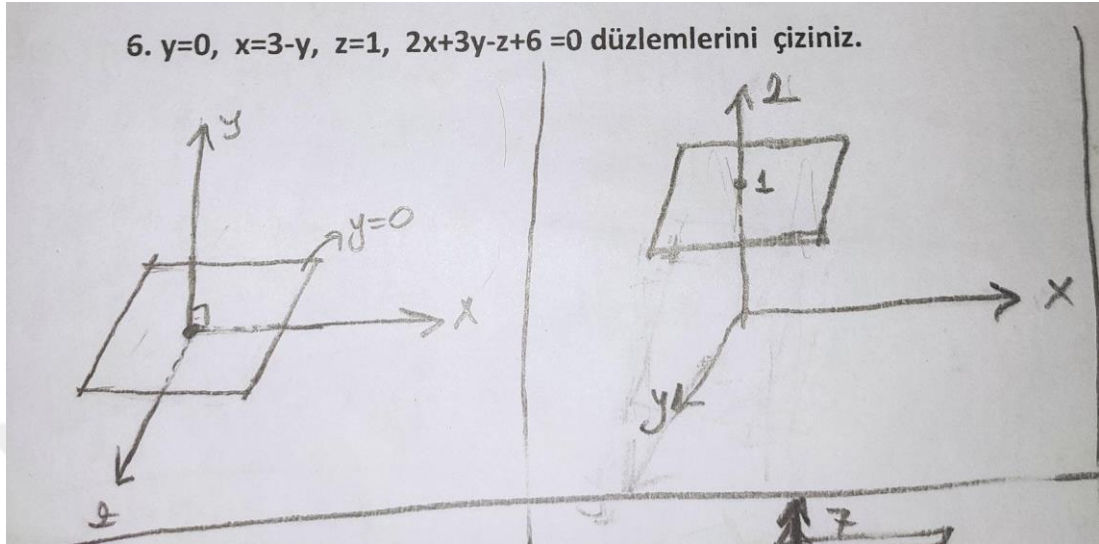
Ö: Geometrik yorum bakımında herhangi bir değişiklik olmaz hocam.

A: Düzlem denkleminde x , y veya z 'den biri veya ikisi olmasa da bu denklem yine de düzlem belirtir mi?

Ö: Tabii ki. Olmayan eksen kesmez düzlem.

(S1 kodlu, orta düzeyde öğrenci)

$y=0$ düzlemini doğru bir şekilde çizebilen öğrenci sayısı çok az sayıdadır. $y=0$ düzlemini doğru bir şekilde çizebilen hemen hemen her öğrenci $z=1$ düzlemini de doğru bir şekilde çizebilmiştir.



Şekil 50. A1 kodlu öğrencinin altıncı açık uçlu soruya verdiği cevap

A: $y=0$ düzlemini çizerken kullandığın üç boyutlu koordinat sistemin ile $z=1$ düzlemini çizerken kullandığın üç boyutlu koordinat sistemi farklı. Bir şeyi değiştirir mi? Değiştirmek sence doğru mu?

Ö: Üç eksen de birbirine dik olduğu sürece hiçbir sorun olmaz hocam

A: Düzlem denkleminde x, y veya z 'den biri veya ikisi olmasa da bu denklem yine de düzlem belirtir mi?

Ö: Tabii ki. Olmayan eksen kesmez düzlem.

(A1 kodlu, düşük düzeyde öğrenci)

Her düzeyden öğrencinin koordinatların yerinin değişmesinin, geometrik olarak bir şey değiştirmeyeceğini düşündüğü görülmüştür. Üç eksenin birbirine dik olmasının gerekliliğini bildikleri görülmüştür. Klinik görüşmeye katılan her öğrencinin düzlemin genel denkleminde ($Ax+By+Cz+D=0$) herhangi bir veya iki bileşenin (x, y veya z) olmamasın bir sorun teşkil etmediği, yine de düzlem denklemi olduğunu bildikleri gözlemlenmiştir.

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölüm, araştırmacının çalışmanın konusuna dair ana problemlerle ve bu ana problemlerin alt problemleri ile ilgili toplayıp düzenlemiş olduğu verilerin analizleri ve yorumlanmaları sonucunda meydana gelen durumların tartışıldığı bölümdür. Çalışmanın bu kısmı sonuçlara ulaşırken öğretmenlere, öğretmen adaylarına, öğrencilere ve gelecek zamanlarda bu ve benzeri alanlarda yapılacak olan çalışmalara ışık tutabilecek nitelikte öneriler bulundurmaktadır.

5.1. Sonuç ve Tartışma

Araştırmanın alt problemlerine yönelik elde edilen bulgulardan başlıca şu sonuçlar çıkarılmıştır:

Öncelikle öğrencilerin doğru ve düzlem tanımı yaparken yazdığı denklemde kullandıkları ifadelerin ne anlama geldiğini yazmadıkları görülmüştür. Doğru denklemde p , q , r (veya a , b , c) ve x_0 , y_0 , z_0 'ı kullanmıştır. Düzlemin genel denklemine ise $Ax + By + Cz + D = 0$ yazan öğrenciler yine A , B , C ve D 'yi kullanmıştır fakat bunların geometrik olarak ne ifade ettiğini çoğunlukla belirtmemiştir. Bunun nedenini derine inerek öğrenmek adına yapılan klinik görüşmelerde öğrencilerin doğru denklemine kullandıkları ifadelerin geometrik olarak ne ifade ettiğini her üç düzeydeki öğrencilerin de bildiklerini lakin düzlem denklemine kullanılan ifadelerin ise her üç düzeyden öğrencilerin de eksik ya da hatalı bildikleri görülmüştür. Bu durum, doğru öğretiminde farklı formlarının verilmesi yani doğrunun Kartezyen (simetrik), vektörel ve parametrik denklemlerinin hepsinin öğretilmesi ile alakalıdır. Düzlem öğretiminde ise tek tip form kullanıldığını görmekteyiz. Bu da bize bir kavram öğretiminde birden çok tanım ve örnekler vermemiz gerektiğini göstermektedir. Fujita'nın (2012) yapmış olduğu çalışmada da bireylerin şeklin tipik imgesinden yola çıkarak tanım yaptığı görülmüştür.

Düzlem üç boyutlu Öklid uzayda vardır, iki boyutta yoktur diyen öğrencilerde mevcuttur. Her üç düzeyden de öğrencilerin R^2 için geçerli olup olmadığı hakkında net bir fikri olmadığı görülmüştür. Bunun en büyük nedenlerinden biri şüphesiz ki öğrencilerin üç boyutlu uzayda (R^3) düzlem kavramını zihinlerinde canlandıramamalarıdır. Başka bir neden ise düzlemde derinlik algısının olmasından kaynaklıdır ve öğrenciler “İki boyutlu Öklid uzayda derinlik yoktur.” diyerek iki boyutlu Öklid uzayda düzlem yoktur deme yoluna

gitmiştir. Vinner ve Dreyfus (1989), kavram imajının kavram tanımının yanı sıra kavramla ilgili örneklerden ve öğrencinin deneyimlerinden de şekillendiğini ifade eder. Bu bağlamda cinsiyet olarak da herhangi bir farklılık bulunamamıştır.

Her üç düzeyden de öğrencilerin R^3 ile R^2 'de ki düzlemi ayırt edemedikleri, açıklamalarının ve örneklerinin daha çok R^2 'de düzleme uyduğu gözlenmiştir.

Öğrencilerin doğru ve düzlem konularına ilişkin kurdukları problemde genellikle noktanın düzleme göre simetriğini bulma konulu problem kurdukları görülmüştür. Bunun nedenlerinden birinin ortaokul ve lisedeki geometride genellikle noktanın doğruya göre simetriğini bulma sorularının çözülmesi ile bağlantılı olduğu düşünülmektedir. Bir başka nedeni ise iki nokta ve bir düzlem verilince doğal olarak akıllarına ilk bu geldiği içindir. Bu problem türünde bir formül kullanılmaktadır ve öğrencilerden bu formülü yanlış yazanlar olmuştur.

Bu bağlamda düşük düzeydeki öğrencilerin kurdukları problemde ve çözümlerinden emin olmadıkları görülmüştür. Bir öğrenci hariç, düşük düzeyden 1 puanı geçebilen öğrenci bulunmamaktadır. Bu durum düşük düzeyde bulunan öğrencilerin problem kurmada zorluk yaşadığını göstermektedir. Ayrıca düşük düzeydeki öğrencilerin diğer düzeydeki öğrencilerden farklı biçimde kavramsal olarak bazı terimleri yanlış/eksik bilmeleri veya karıştırmalarıdır. Bu konunun daha rahat anlaşılması için örnek vermek gerekirse Şekil 34'de doğru olarak (1, 1, 1) yazmasıdır ki bu üç boyutlu Öklid uzayda nokta belirtmektedir.

İyi düzeyde bulunan dört öğrencinin hepsi tam (3) puan almıştır. Bir öğrenci hariç, düşük düzeyden 1 puanı geçebilen öğrenci bulunmamaktadır. Başka bir açık uçlu soruda böyle bir puanlama söz konusu değildir. Bu da bize iyi düzey ile düşük düzeydeki ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerinin problem kurma ve çözme becerisi, iyi düzey ile düşük düzey arasında belirleyici rol üstlenmiştir. Tanımlardan yola çıkarak sonuca giden öğretmen adaylarının cevaplarının doğruluğu ve eminliği ile tanımlara hakim olmayan öğrencilerin cevaplarının doğruluğu ve eminliği arasında önemli farklılıklar bulunmaktadır (Vinner, 1991).

Ayrıca orta düzeydeki erkek öğrenciler problem kurma sorusundan tam puan alırken; kız öğrenciler 1 ve 0 puan olarak toplamda 1 puan alabilmişlerdir. Bu durum bu çalışmada orta düzeyde bulunan erkek öğrencilerin, orta düzeyde bulunan kız öğrencilerden problem kurma ve çözme açısından daha iyi olduğunu göstermektedir.

Yapılan çalışmada en yüksek puan 3. ve 4. açık uçlu sorulardan alınmıştır. Bu açık uçlu soruların ortak özelliği, günlük hayat ile ilişkilendirilebilip, somut olarak düşünmeye müsait olduğu içindir. Bu da bize somut olarak düşünmenin faydasını ve kavramlar hakkında ne kadar çok imajımız olursa o derece başarılı olabileceğimizi göstermektedir. Öğrenciler genellikle formül ezberleme yoluna giderek, kavramın asıl manasından uzaklaşmaktadır. Bunu 4. açık uçlu soruya verilen cevaplardan rahatça görebiliriz. Bu konuda Oner ve Ertekin (2015), öğretmen adaylarının kavram imajları, ilköğretimden lisansa kadar aldıkları eğitimler ve günlük yaşamlarında karşılaştıkları durumla ile şekillendiğini söylemektedir. Araştırmamızdan elde edilen bulgular bu durumu destekler niteliktedir.

Öğrencilerin bazı kavramlara ait verdikleri örnek genellikle aynıdır. Örneğin düzlem ailesine ait günlük yaşantıdan örnek istediğimizde verilen cevaplar defter, kitap, kapı, penceredir. Yapılan klinik görüşmelerde başka örnekler istediğimizde her düzeyden ve cinsiyetten öğrenci, bildiği veya doğru olduğunu düşündüğü örnekten yola çıkarak başka örnekler verebilmiştir. Bu konuda verilen cevaplardan öğrenciler emin olduklarını beyan etmişlerdir. Bu durumda günlük yaşantı ile bağdaştırılan örneklerin akılda kalıcı olduğu sonucu görebiliriz.

Klinik mülakata katılan on iki öğrenciden hiçbirinin tam (3) puan alamadığı açık uçlu soru, beşinci açık uçlu sorudur. Bunun nedeni olarak, kısaca formüle edemeyişleri veya kısa bir ispat verememiş olmalarıdır. Başka bir neden ise somut olarak düşünülmemesi olarak söylenebilir.

Üçüncü sınıf lisans öğrencileri aynı doğruya dik iki düzlemin paralel olabileceğini çoğunlukla bilmektedir ve her üç düzey ve cinsiyetler için de bu geçerlidir fakat bu düzlemler çakışık da olabilir. Bunun fark edilmesi için araştırmacı, öğrencilerin somut düşünebilmeleri konusunda yönlendirmiştir. İki ellerini düzlem ve elleri arasına dik bir şekilde kalem koyup düşünen öğrenciler sadece paralel değil; elleri birbirine yaklaştırdığında bu iki düzlemin çakışık olabileceğini de fark etmişlerdir. Bu da bize Analitik Geometri dersi için somutlaştırmanın günlük hayat ile bağlantılı kavram imajımıza ve içselleştirmemize ne kadar faydalı olduğu görülmüştür. Bu şekilde somutlaştırıp düşünen klinik görüşme katılan öğrencilerin paralellik ve kesişme koşullarını yazabildikleri görülmüştür.

Düzlem çizme konusunda ise düşük düzeydeki hiçbir öğrenci tam (3) puan alamamıştır. Ayrıca aldıkları puanlar toplamı, diğer iki düzeydeki öğrencilerden ayrı ayrı düşüktür. Bu da bize orta ve iyi düzeydeki öğrencilerin, düşük düzeydeki öğrencilere kıyasla kavram imajlarının düzlem çizimine yansımalarının görülebilir derecede etkilendiğini göstermektedir. Markey (2009) da çalışmasında görsel - uzamsal becerinin, matematik ve geometrideki başarı düzeyini etkileyen bir faktör olduğunu ortaya koymuştur.

Öğrenciler düzlem çizme konusunda üç boyutlu koordinat sisteminde eksenlerin negatif taraflarını çizmedikleri, bundan dolayı da hatalı düzlem çizimi yaptıkları görülmüştür. Ayrıca her düzeyden öğrencinin koordinatların yerinin değişmesinin, geometrik olarak bir şey değiştirmeyeceğini düşündüğü görülmüştür. Üç eksenin birbirine dik olmasının gerekliliğini bildikleri görülmüştür.

Öğretmenler için, öğrencilerin bu tanımlarla ilgili kavramsal tanımlarını ve bu tanımlarla bağlantılı kavram imajlarını anlamak önemlidir. Öğretmenler öğrencilerin imaj bilgilerini kavradığında, sadece öğrencilerin temel kavramlar hakkındaki görüşlerinden öğrenmeyecek, aynı zamanda öğrencilerin kendileri tarafından oluşturulan anlamlı matematiksel fikirleri oluşturmak için de kullanacaklardır (Wawro ve ark., 2011).

Sonuç olarak doğru ve düzlem kavramları öğrencilerin eğitim ve öğretim hayatlarında erken karşılaştıkları ve üniversite bitimine kadar sıkça kullandıkları kavramlar olmasına rağmen, istenilen düzeyde ve net bir kavram imajlarına sahip olmadıkları sonucuna varılmıştır. Neticede çalışma, literatürde yer alan çalışmalardan elde edilen bulguları destekler niteliktedir.

5.2. Öneriler

Öğrenciler formül ezberleme yoluna giderek konunun ya da kavramın asıl manasından uzaklaşmaktadırlar. Bu alanda araştırma yaparken üç boyutlu Öklid uzayda doğru ve düzlem birçok kitap, dergi, makale ve online konu anlatımlarına bakılmıştır. Birkaç kaynak hariç bu kavramları tanıtan, ne olup ne olmadığını söyleyen çok az kaynak vardır. Bu da bizim çalışmamızdaki öğretmen adaylarının, doğru ve düzlemin tanımını yapamayışlarının nedenlerini ortaya koyduğu düşünülmektedir. Bu hususta şu öneri yapılabilir: Ulusoy (2013) program geliştirme uzmanları ve ders kitabı yazarlarının hazırladığı öğretmen kılavuz kitaplarında kavramların tanımları ile ilgili yetersiz bilgi olduğunu vurgulamıştır (Aktaran: Sitrava, 2017). Kitap, dergi, makale ve internetteki konu

anlatımlarında kavramlar tanım bağlamında daha çok ele alınmalı ve öğrencinin kafasında o kavramla ilgili birçok imaj oluşturmak amaçlanmalıdır.

Bu öğretmen adayları gelecekte öğrencilere doğru ve düzlem kavramlarını öğretirken, öğrencilerin bu kavramları yanlış öğrenmelerine ve onlarda kavram yanlışlığı oluşmasına neden olabilir. Bunu engellemek için öncelikle öğretmen adaylarının kavramların tanımını doğru bir şekilde öğrenmeleri sağlanmalıdır. Başka bir deyişle, öğretmen eğitimcilerinin, öğretmen adaylarının kavramların tanımıyla uyumlu kavram imajları geliştirmelerini sağlayacak etkinlikler ve uygulamalara yer vermeleri önerilmektedir. Ayrıca program geliştirme uzmanları ve ders kitabı yazarlarına da bu konuda sorumluluk düşmektedir. Bu konuda düzenlemeye gidilip hatalı kavram imajına sahip öğretmen ve öğretmen adaylarının kavram imajını düzeltmeleri ve imajlarını kavram tanımına yaklaştırmalarını sağlamak için kaynaklar oluşturmaları önerilmektedir.

Öğretmen eğitimcilerinin problem kurma ve çözme üzerinde durmaları, öğretmen adaylarının özellikle düşük düzeydeki öğretmen adaylarının kavram imajına katkı sağlayacağı düşünüldüğü önerilmektedir.

Geometri öğretimi özellikle görsel öğrenmelere dayandığından bu konuya yönelik görsel örneklere ders içeriklerinde daha fazla yer verilmesi doğru öğrenmeleri kolaylaştıracağı düşünülmektedir. Ayrıca dinamik geometri yazılımları geometri öğretiminde önemli yer tutmaktadır. Bu programlar aracılığıyla yapılacak öğrenmeler, kavramlara yönelik imajların doğru bir şekilde oluşmasını sağlayacaktır.

Sonuçlar farklı bölüm ya da farklı fakülte öğrencileri ile çalışılıp karşılaştırılabilir. Çalışma grubu değiştirilerek öğretmenlerle de çalışılabilir.

Bu durum için olabilecek en iyi öneri, matematik ve geometri öğretimi için kullanılan formal tanımların günlük yaşam ile bütünleştirilerek deneyim ve yaşantılarla kavram imajı oluşumu sağlamaktır.

KAYNAKÇA

- Ağca, N. (2006). İlköğretim 6. Sınıf Öğrencilerinin Bilgisayar ile İlgili Temel Kavramlar Konusunda Kavramsal Değişim Yaklaşımının Yaşadıkları Yanılgılarına, Kavram Yanılgılarının Giderilmesine ve Bilgisayar Dersindeki Tutumlarına Etkisi. (Yüksek Lisans Tezi). *Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara.
- Alkan, H., Köroğlu, H. & Başer, N. (1999). Ülkemizde Matematik Öğretmeninin Yetiştirilmesi ve Matematik Öğretiminin Amaçları. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi Özel Sayı*, 10, 15-22, İzmir.
- Alkan, H. & Altun, M. (1998). Matematik Öğretmenliği: Matematik Öğretimi. *T.C. Anadolu Üniversitesi Yayınları No: 1072, Açıköğretim Fakültesi Yayınları No: 591*.
- Altun, M. (2002). İlköğretim İkinci Kademedeki Matematik Öğretimi. 10. Baskı, Alfa Yayınları, Bursa.
- Altun, M. (2006). Matematik Öğretiminde Gelişmeler. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19 (2), 223-238.
- Attorps, I. (2006). *Mathematics teachers' conceptions about equations*. University of Helsinki, Faculty of Behavioural Sciences Department of Applied Sciences of Educations, Research Report 206.
- Avgören, S. (2011). *Farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilerin katı cisimler (prizma, piramit, koni, silindir, küre) ile ilgili sahip oldukları kavram imajı*. (Yüksek lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara).
- Backman, C. A., & Cromie, R. G. (1971). *Introduction to concepts of geometry*. Prentice-Hall, Inc.: New Jersey.

- Bakanlığı, M. E. (2013). Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı (5-8. Sınıflar). Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Baloğlu, M. (2001). Matematik Korkusunu Yenmek. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi*.
- Bayraktar, B., Broutin, M. S. T., & Güneş, H. (2018). Cabri 3D Kullanımının Öğretmen Adaylarının Analitik Geometri Başarılarına Etkisinin İncelenmesi. *Academy Journal of Educational Sciences*, 2(2), 172-192.
- Benson, D. L., Wittrock, M. C. & Baur, M. E. (1993). Student's Preconceptions of the Nature of Gases. *Journal of Research in Science Teaching*, vol. 30, no. 6, pp. 587-597.
- Beydoğan, H. Ö. (1998). Çocuklarda kavram öğrenme ve kavram öğretme. *Atatürk Üniversitesi Yayınları*, Erzurum.
- Bingolbali, E., Monaghan, J., & Roper, T. (2007). Engineering students' conceptions of the derivative and some implications for their mathematical education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 38(6), 763-777.
- Bingolbali, E., & Monaghan, J. (2008). Concept image revisited. *Educational Studies in Mathematics*, 68(1), 19-35.
- Bogdan & Bilken, S. K. (1992). Qualitative research for education, 'An introduction to theory and methods'. Syracuse University. Alın Bacon.
- Böke, K. (2001). *Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntemleri*. İstanbul: Alfa Yayınları.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç-Çakmak, E., Akgün, Ö., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2008). Bilimsel araştırma yöntemleri.

- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, Publisher: Madmillan, 420-464.
- Çetin, N. (2009). The performance of undergraduate students in the limit concept. *International journal of mathematical education in science and technology*, 40(3), 323-330.
- Çoker, D., & Karaçay, T. (1983). Matematik terimleri sözlüğü. *Türk Dil Kurumu Yayınları*, Ankara.
- Davey, L. (1991). The application of case study evaluations. *ERIC/TM Digest*, 71.
- Daymon, C. ve Holloway, I. (2003). *Qualitative Research Methods in Public Relations and Marketing Communications*. Londra: Routledge
- De Villiers, M. (1998). To Teach Definitions in Geometry or Teach to Define?. In A. Olivier & K. Newstead (Eds), *Proceedings of the Twenty-second International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 2. (pp. 248-255). University of Stellenbosch: Stellenbosch, South Africa.
- Delice, A., & Sevimli, E. (2011). İntegral kavramının öğretiminde konu sıralamasının kavram imgeleri bağlamında incelenmesi; belirli ve belirsiz integraller. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(30), 51-62.
- Eraslan, A. (2005). Qualitative Study: Algebra Honor Students' Cognitive Obstacles as They Explore Concepts of Quadratic Functions. *Electronic Theses [Treatises and Dissertations]*. Paper 557; 2005.
- Ergün, M., & Özsüer, S. (2006). Vygotsky'nin yeniden değerlendirilmesi. *Afyon Karahisar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 2, 269-292.

Ertürk, S. (1977). *Eğitimde Program Geliştirme*. Yelkentepe Yayınları.

Fellows, N. J. (1994). A Window in to Thinking: Using Student Writing to Understand Conceptual Change in Science Learning. *Journal of Research in Science Teaching*, vol. 31, no. 9, pp. 985-1001.

Fidan, N. (1985). Okulda Öğrenme ve Öğretme. *Alkım Yayınevi*, Ankara.

Fodor, J. A., Garrett, M. F., Walker, E. C., & Parkes, C. H. (1980). Against definitions. *Cognition*, 8(3), 263-367.

Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31(1), 60-72.

Gall, M. D., Borg, W. R., & Gall, J. P. (1996). *Educational research: An introduction*. Longman Publishing.

Giraldo, V., & Calvalho, L. M. (2006, July). Generic organizer for the enrichment of the concept image of derivative. In *Proceedings of the 30th PME International Conference* (Vol. 3, pp. 185-192).

Glaser, B. G., & Strauss, A. L. (1967). The discovery of grounded theory: strategies for qualitative research. *New York, Adline de Gruyter*.

Greenwood, J. J. (1993). On the Nature of Teaching and Assessing "Mathematical Power" and "Mathematical Thinking". *Arithmetic Teacher*, vol. 41, issue 3. National Council of Teachers of Mathematics, Inc..

Gülkılık, H. (2008). Öğretmen adaylarının bazı geometrik kavramlarla ilgili sahip oldukları kavram imajlarının ve imaj gelişiminin incelenmesi üzerine fenomenografik bir çalışma. (Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara).

- Güngörmüş, L. (2002). Orta öğretim Matematik Öğretiminde Kavram (Doğru, Işın, Dpğru Parçası ve Çember) Yanılgıları. (Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum).
- Hacısalıhoğlu, H. H. (1995). *2 ve 3 Boyutlu Uzaylarda Analitik Geometri*. Ankara.
- Hancock, D. R., & Algozzine, B. (2006). Doing case study research: A practical guide guide for beginning researchers. *Columbia University, NY: Teachers College Preis*.
- Hartter, B. J. (1996). Concept image and concept definition for the topic of the derivative.
- Haylock, D. W. (1982). Understanding in mathematics: Making connections. *Mathematics Teaching*, 98, 54-56.
- Karakuş, F. (2018). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Silindir ve Koniye Yönelik Kavram İmajlarının İncelenmesi. *Elementary Education Online*, 17(2).
- Kılıç, A. S., Temel, H., & Şenol, A. (2015). Öğretmen adaylarının “nokta, doğru, düzlem ve açı” kavramları hakkında bilgi düzeyleri ve kavram yanılgılarının incelenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, (26), 205-229.
- Larousse, D. (1993). Dictionnaire Larousse Ansiklopedik Sözlük. Milliyet Gazetecilik A. Ş. Cilt, 1, 139-140.
- Markey, S. M. (2009). The relationship between visual-spatial reasoning ability and math and geometry problem-solving. Yayınlanmamış doktora tezi, American International College, Springfield, Massachusetts.
- Maxwell, J. A. (1996). Oualitative research design: An interactive approach. Thousand Oaks, CA: Sage.
- MEB, T. (2005). İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı ve Kılavuzu 6. Sınıf. Ankara.

- Meehan, M. (2002). Students meeting advanced mathematics for the first time: Can mathematics education research help. *Irish Mathematical Society Bulletin*, 49, 71-82.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Monaghan, F. (2000). What Difference does it Make? Children's Views of the Differences Between Some Quadrilaterals. *Educational Studies in Mathematics*, 42: 179–196.
- Moore, R. C. (1994). Making the Transition to Formal Proof. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 27, no. 3, pp. 249-266. Published by: Springer Stable URL: <https://www.jstor.org/stable/3482952> Accessed: 23-04-2020 16:52 UTC.
- Nakiboğlu, M. (1999). Öğretmen Adaylarının Kavram Geliştirme ve Kavram Öğretimi Stratejisine Yönelik Görüşleri. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi Özel Sayı*, 10, 63-72, İzmir.
- Nasibov, F., & Kaçar, A. (2005). Matematik ve Matematik Eğitimi Hakkında. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 339.
- Oğuzkan, A. F. (1974). *Eğitim terimleri sözlüğü* (Vol. 393). Türk Dil Kurumu.
- Ozankaya, Ö. (1975). *Toplumbilim terimleri sözlüğü* (Vol. 415). Türk Dil Kurumu Yayınları, Ankara.
- Öner, A. (2013). *Bilgisayar destekli öğretimin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının trigonometrik fonksiyonların periyotlarıyla ilgili kavram imajlarına etkisi*. (Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi).
- Öner, A & Ertekin, E. (2015). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Periyot Kavramıyla İlgili Kavram İmajları. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35(2), 333-353.

- Patton, M. Q. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation* (No. 4). Nexbury Park, CA: Sage.
- Paulos, J. A. (2003). *Matematik ve Mizah*, (Çev. Tuncer Doğan). İstanbul: Volkan Ofset.
- Pierce, D. (2020) *Analitik Geometri*.
- Pirie, S. & Kieren, T. (1994). Growth in Mathematical Understanding: How can We Characterize it and How can We Represent it?. *Educational in Mathematics*, 26, 165-190.
- Przenioslo, M. (2004). Images of the limit of function formed in the course of mathematical studies at the university. *Educational Studies in Mathematics*, 55(1-3), 103-132. Kluwer Academic Publishers, Printed in the Netherlands.
- Regis, A., Albertazzi, P. G. & Roletto, E. (1996). Concept Maps in Chemistry Education. *Journal of Chemical Education*, 73 (11), 1087-1088).
- Rösken, B., & Rolka, K. (2007). Integrating intuition: The role of concept image and concept definition for students' learning of integral calculus. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 3, 181-204.
- Rubin, H. J., & Rubin, I. S. (1995). Interviews as guided conversations. *Qualitative interviewing: the art of hearing data*. London: Sage, 122-144.
- Schmidt, H. J. (1997). Students' Missconceptions' Looking for a Pattern. *Science Education*, vol. 81, pp. 123-135.
- Senemoğlu, N. (1998). *Gelişim Öğrenme ve Öğretim Kuramdan Uygulamaya*. Özsen Matbaası, Ankara.

- Sevimli, E., & Delice, A. (2012). The relationship between students' mathematical thinking types and representation preferences in definite integral problems. *Research in Mathematics Education*, 14(3), 295-296.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational studies in mathematics*, 22(1), 1-36.
- Shama, G. (1998). Understanding periodicity as a process with a gestalt structure. *Educational Studies in Mathematics*, 35(3), 255-281.
- Shriki, A., & David, H. (2001). How do mathematics teachers (inservice and preservice) percieve the concept of parabola?. In *PME CONFERENCE* (Vol. 4, pp. 4-169).
- Sitrava, R. T. (2017). Matematik Öğretmeni Adaylarının Cebirsel İfadelere ve Denklemlere İlişkin Kavram İmajları. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 6(2), 249-268.
- Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *First Published in Mathematics Teaching*, 77, 20-26.
- Skemp, R. R: (1987). The Physiology of Learning Mathematics. *London Penguin Books*.
- Soğancı, Ö. (2006). *Öğreniminde ve öğretiminde öğretmen adaylarının matematiksel tanımlara yaklaşımları üzerine fenomenografik bir çalışma*. (Doctoral dissertation, Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Ankara).
- Sözlük, T. (2005). Türkçe Sözlük. Hazırlayan: TDK, *Türk Dil Kurumu Yayınları*, Ankara, Türkiye.

- Subaşı, M., & Okumuş, K. (2017). Bir araştırma yöntemi olarak durum çalışması. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 21(2), 419-426.
- Şencan, H. (2005). Sosyal ve davranışsal ölçümlerde güvenilirlik ve geçerlilik. Seçkin Yayıncılık Sanayi ve Ticaret A. Ş., Ankara.
- Şimşek, A. (Ed.). (2006). *İçerik türlerine dayalı öğretim*. Nobel Yayınevi, Ankara.
- Tall, D. (1987, July). Constructing the concept image of a tangent. In *Proceedings of the 11th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 69-75).
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational studies in mathematics*, 12(2), 151-169.
- Tomic, W., & Nelissen, J. M. (1998). Representations in mathematics education. *Hearken, ERIC Document Reproduction*.
- Turgut, M. F., Baker, D., Cunningham, R., & Piburn, M. (1997). İlköğretim fen öğretimi. *Ankara: YÖK/Dünya Bankası Milli Eğitimi Geliştirme Projesi Hizmet Öncesi Öğretmen Eğitimi*.
- Türnüklü, A. (2000). Eğitimbilim araştırmalarında etkin olarak kullanılabilecek nitel bir araştırma tekniği: Görüşme. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi Dergisi*, 6(4), 543-559.
- Türnüklü, E., & Ergin, A. S. (2016). 8. sınıf öğrencilerinin cisimleri görsel tanıma ve tanımlamaları: cisim imgeleri. *Elementary Education Online*, 15(1).
- Ubuz, B. (1999). 10. ve 11. sınıf öğrencilerinin temel geometri konularındaki hataları ve kavram yanılgıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(17).

Ülgen, G. (1996). Eğitim Psikolojisi. *Lazer ofset*, Ankara.

Ülgen, G. (2004). Kavram geliştirme: Kuramlar ve uygulamalar. *Nobel Yayın Dağıtım*, Ankara.

Vacc, N. N. (1993). Teaching and Learning Mathematics Through Classroom Discussion. *Aritmetic Teacher*, vol. 41, issue 4, National Council of Teachers of Mathematics, Inc..

Van Dormolen, J., & Zaslavsky, O. (2003). The many facets of a definition: *The case of periodicity*. *The Journal of Mathematical Behavior*, 22(1), 91-106.

Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(3), 293-305.

Vinner, S. (1991). The Role of Definitions in the Teaching and Learning of Mathematics, (vol. 11). *Advanced Mathematical Thinking*, Netherlands.

Vinner, S., & Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concept of function. *Journal for research in mathematics education*, 356-366.

Vinner, S., & Hershkowitz, R. (1980, August). Concept images and common cognitive paths in the development of some simple geometrical concepts. *In Proceedings of the fourth international conference for the psychology of mathematics education* (Vol. 1, pp. 177-184).

Wawro, M., Sweeney, G. F., & Rabin, J. M. (2011). Subspace in linear algebra: Investigating students' concept images and interactions with the formal definition. *Educational Studies in Mathematics*, 78(1), 1-19.

Wilson, M. R. (1993). One Preservice Secondary Mathematics Teacher's Evolving Understanding of Mathematical Functions.

Wragg, E. (1994). „Conducting and Analysing Interviews“: in Improving Educational Management Through Research and Consultancy, Edited by Nigel Bennett et al.

Yıldırım, A. (1999). Nitel araştırma yöntemlerinin temel özellikleri ve eğitim araştırmalarındaki yeri ve önemi. *Eğitim ve Bilim*, 23(112).

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (1999). Sosyal bilimlerde nitel araştırma teknikleri [Qualitative research techniques in social sciences]. *Ankara, Turkey: Seçkin Yayınevi.*”

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2005). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri (8. Baskı)*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri (7. Baskı)*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2011). Sosyal bilimlerde araştırma yöntemleri. *Ankara: Seçkin Yayınları*.

Yüce, S. (2020). *Analitik Geometri*. Pegem Akademi Yayıncılık.

Zandieh, M., & Rasmussen, C. (2010). Defining as a mathematical activity: A framework for characterizing progress from informal to more formal ways of reasoning. *The Journal of Mathematical Behavior*, 29(2), 57-75.

<http://mathwords.com/l/line.htm> (13.04.2020)

<http://mathwords.com/p/plane.htm> (13.04.2020)

EKLER

EK 1. ÖĞRENCİNİN AKADEMİK ÖZGEÇMİŞİ

ÖĞRENCİNİN AKADEMİK ÖZGEÇMİŞİ

Kişisel Bilgiler			
Adı ve Soyadı	YUSUF CAN		
E-postası/Web Sayfası	fbyusufcan1996@gmail.com		
Bildiği Yabancı Diller	İNGİLİZCE		
Uzmanlık Alanı			
Öğrenim Bilgileri			
	Üniversite	Bölüm	Yıl
Lisans	DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ	ORTAÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ	2014-2018
Tez Başlığı	ÜÇ BOYUTLU EUCLİDEAN UZAYINDA DÜZLEM VE DOĞRU KONULARININ ÖĞRETİMİNİN İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ LİSANS ÖĞRENCİLERİNİN KAVRAM İMAJLARINA ETKİSİNİN İNCELENMESİ		
Tez Danışmanı	PROF. DR. SÜHA YILMAZ		
Akademik Eserler			
(Makale, kitap, kitap bölümü, bildiri, poster, sergi, konser vb. eserlerden kaynakça yazım kurallarına göre en fazla 10 eser yazılmalıdır.) Tezden üretilen yayınlar * ile işaretlenmelidir.			
Alanıyla İlgili Bilimsel Kuruluşlara Üyelikler			
Alanıyla İlgili Aldığı Ödüller			

EK 2. TEZ UYGULAMASI İZNİ

 DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ Buca Eğitim Fakültesi	T.C. DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ Buca Eğitim Fakültesi	 BUCA EĞİTİM F A K Ü L T E S İ E-İmzalıdır
Sayı : 85316909-399.99-E.6582 Konu : Tez Uygulaması		17/01/2020
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE		
İlgi : a) 09.12.2019 tarih 3302, b) 19.12.2019 tarih ve 3304, c) 19.12.2019 tarih ve 3303 sayılı yazılarınız.		
İlgi yazılarda konuları geçen tez çalışmaları kapsamında Fakültemiz Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümünde tez uygulama yapmak isteyen Özge TAGLIKTİMUR, Enes YAVUZ ve Yusuf CAN adlı yüksek lisans öğrencilerinizin dersleri aksatmamak ve uygulamayı kendilerinin takip etmesi koşuluyla çalışmalarını yapmaları uygun görülmüştür. Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.		
Prof.Dr. Ercan AKPINAR Dekan V.		
 Dokuz Eylül Üniversitesi – Buca Eğitim Fakültesi Adres: Uğur Mumeu Cad. 135. Sk. No:5 35150 Buca-İZMİR Tel: 0 232 420 48 82 Elektronik Ağ: http://bef.deu.edu.tr Kep Adresi: dokuzeyluluniversitesi@hs01.kep.tr Bilgi İçin İrtibat: Sevgi TİFTİK Dahili: E-Posta: sevgi.tifitik@deu.edu.tr  izmir öncüdeviri seviri Bu belge 5070 sayılı e-İmza Kanununa göre Prof.Dr. Ercan AKPINAR tarafından 17.01.2020 tarihinde e-imzalanmıştır. Evrağınızı http://dogrulama.deu.edu.tr linkinden 74AF9E55X1 kodu ile doğrulayabilirsiniz.		

EK 3. GÖRÜŞME FORMU

GÖRÜŞME FORMU

- 1) Üç Boyutlu Öklid Uzayda Doğru tanımına ilişkin açık uçlu soruya verdiğin cevabı incelemeni istiyorum
 - a) p, q ve r (veya a, b ve c) nedir? Açıklar mısın?
 - b) x_0, y_0, z_0 nedir? Açıklar mısın?
 - c) Yaptığın tanım R^2 için geçerli midir? R^2 'deki doğrudan farkı nedir?
- 2) Üç Boyutlu Öklid Uzayda Düzlem tanımına ilişkin açık uçlu soruya verdiğin cevabı incelemeni istiyorum
 - a) A, B, C ve D nedir? Açıklar mısın?
 - b) Yaptığın tanım R^2 için geçerli midir? R^2 'deki düzlemden farkı nedir?
- 3) Üç boyutlu Öklid Uzayda Doğru ve Düzlem problemi kurmayı gerektiren açık uçlu soruya verdiğin cevabı incelemeni istiyorum
 - a) Neden bu soruyu seçtin?
 - b) Sonuçtan emin misin?
- 4) Üç Boyutlu Öklid Uzayda Düzlem Ailesine ilişkin açık uçlu soruya verdiğin cevabı incelemeni istiyorum
 - a) (Belirtmeyenler için) Düzlemler nasıl bir arada olmalı? Doğru ile düzlemler ne durumda olmalı?
 - b) (Parametre kullanmış ise) λ 'yı geometrik olarak nasıl ifade ederiz? Neyi değiştirir?
 - c) (Yazmış ise) Yazdığın düzlem ailesi olma koşulu/formülü nasıl çözüme ulaştırılır? O denklem nasıl çözülür?
 - d) Günlük yaşamdan verdiğin örnekten emin misin? Başka örnek verebilir misin?
- 5) Üç Boyutlu Öklid Uzayda Doğru ve Düzlemin ve Düzlem ile Düzlemin birbirine göre durumlarını içeren açık uçlu soruya verdiğin cevabı incelemeni istiyorum.
 - a) (Sadece paraleldir cevabını verenler için) İki düzlemi(eller) ve bir doğruyu(kalem) kullanarak aynı doğruya dik iki düzlemi gösterip yorumlayabilir misin?
 - b) Paralel ve çakışık(çakışık da olabileceğini biliyor veya buldu ise) olma koşulunu yazabilir misin?

- 6) Üç boyutlu Öklid Uzayında öğrencilerin kavram imajlarının düzlem çizimlerine yansımaları içeren açık uçlu soruya verdiğiniz cevabı incelemenizi istiyorum.
- ($y=0$ düzlemini yanlış çizenler için) Başka bölgeler de alınabilir mi? (Öğrenciler genelde tek bir bölge taradıkları için. Bunun nedenleri de sorulacak.)
 - ($y=0$ düzleminin çiziminin doğrusunu bulabilenler için) Bunun doğrusunun çizilebilmesi için bir çözüm önerin var mı?
 - (Yanlış veya eksik çizenler için) $x=3-y$ düzlem çiziminden emin misin?
 - 3-boyutlu uzayda koordinat sisteminde, x, y ve z 'nin (koordinatların) yerinin değişmesi bir şeyi değiştirir mi?
 - Düzlem denkleminde x, y veya z 'den ($ax+by+cz=d$ kastedilerek) biri veya ikisi olmasa da bu denklem yine de düzlem belirtir mi?

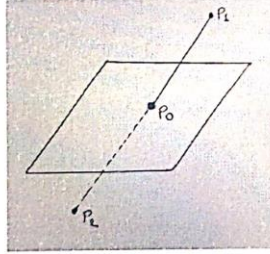
İsim-Soyisim:

SORULAR:

1. Üç Boyutlu Euclidean Uzayında Düzlem nedir?
Açıklayınız

2. Üç Boyutlu Euclidean Uzayında Doğru nedir? Açıklayınız.

3.



Şekle uygun örnek bir problem hazırlayıp
çözüünüz.

4. Düzlem ailesi(demeti) nedir? Günlük yaşantıdan bir örnek veriniz.

3
5. IR 'te aynı doğruya dik iki düzlemin birbirlerine göre durumlarını inceleyiniz? Şekil çizip açıklayınız.

6. $y=0$, $x=3-y$, $z=1$, $2x+3y-z+6=0$ düzlemlerini çiziniz.

