

T.C.
DİCLE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

ÜÇGENLERİN EŞLİĞİ VE BENZERLİĞİ ÜZERİNE BİR DOKÜMAN
ANALİZİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Şeyda BİRCAN

DİYARBAKIR- 2025

T.C.
DİCLE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

ÜÇGENLERİN EŞLİĞİ VE BENZERLİĞİ ÜZERİNE BİR DOKÜMAN
ANALİZİ

Hazırlayan
Şeyda BİRCAN

Tez Danışmanı
Dr. Öğr. Üyesi Ali İhsan MUT

DİYARBAKIR-2025

KABUL VE ONAY

T.C

DİCLE ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ
DİYARBAKIR

Şeyda BİRCAN tarafından yapılan “Üçgenlerin Eşliği ve Benzerliği Üzerine Bir Doküman Analizi” konulu bu çalışma, jürimiz tarafından Matematik ve Fen Bilimleri Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyesinin;

Unvanı	Adı ve Soyadı	İmza
Başkan:	Dr. Öğr. Üyesi Tuğba ÖRNEK	
Üye:	Dr. Öğr. Üyesi Ali İhsan MUT (Danışmanı)	
Üye:	Dr. Öğr. Üyesi Himmet KORKMAZ	

Tez Savunma Sınavı Tarihi: 07/07/2025

Yukarıdaki bilgilerin doğruluğunu onaylarım.

.../.../2025

Doç. Dr. Sadreddin TUSUN

ENSTİTÜ MÜDÜRÜ

(MÜHÜR)

BİLDİRİM

Tezimin içerdiği yenilik ve sonuçları başka bir yerden almadığımı ve bu tezi Dicle Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsünden başka bir bilim kuruluşuna akademik gaye ve unvan almak amacıyla vermediğimi; tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ediyorum.

Şeyda BİRCAN

07/07/2025

ÖNSÖZ

Yüksek lisans öğrenimim ve tez çalışmam süresince desteğini hiçbir zaman esirgemeyen, değerli bilgilerini benimle paylaşan, kendisine her başvurduğumda kıymetli zamanını ayırıp sabırla faydalı olabilmek için elinden gelenden fazlasını sunan, ben vazgeçtiğimde bile benden vazgeçmeyen, güler yüzünü ve samimiyetini daima hissettiren kıymetli danışman hocam Dr. Öğr. Üyesi Ali İhsan MUT’a teşekkürü bir borç biliyor, kendisine en içten şükranlarımı sunuyorum. Ayrıca, Dr. Öğretim Üyesi Tuğba ÖRNEK ve Dr. Öğretim Üyesi Himmet KORKMAZ hocalarıma tez savunma sınavıma katılmalarından ve çok kıymetli dönütleriyle tezime yaptıkları katkılardan dolayı teşekkür ediyorum.

Varlığı ile bana her zaman güç olan, benim için verdiği emekleri asla unutmayacağım canım annem Gülsev EKMEN ve babam Turhan EKMEN’e teşekkürü borç biliyorum.

Tez yazım sürecimin her anında beni motive eden, zorlandığım anda bana güç veren sabır ve hoşgörüsüyle desteğini her zaman hissettiğim sevgili eşim Erdiñ BİRCAN’a hayatımı kolaylaştırdığı için teşekkür ediyorum.

Son olarak, biricik oğlum Işık Kaan BİRCAN’a; varlığıyla bana güç verdiği ve gösterdiği sabır için teşekkür ediyorum.

Şeyda BİRCAN

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ.....	i
İÇİNDEKİLER.....	ii
ÖZET.....	vii
ABSTRACT.....	viii
TABLolar LİSTESİ.....	ix
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xii
KISALTMALAR LİSTESİ.....	xiv
1.GİRİŞ.....	1
1.1.Problem Durumu.....	1
1.2.Araştırmanın Amacı.....	6
1.3.Araştırmanın Önemi.....	8
1.4.Araştırmanın Sınırlılıkları.....	11
1.5.Varsayımlar.....	12
1.6.Tanımlar.....	12
2.KURAMSAL ÇERÇEVE.....	14
2.1.Geometri ve Geometrinin Aksiyomatik Yapısı.....	14
2.1.1. <i>Geometri</i>	14
2.1.2. <i>Geometrinin Aksiyomatik Yapısı</i>	15
2.2.Öklid Geometrisi.....	19

2.2.1.Öklid'in Aksiyomatik Yapısı ve Temel Kavramları.....	19
2.2.2.Öklid'in Üçgenlerde Eşlik Önergeleri.....	21
2.2.3.Öklid'in Üçgenlerde Benzerlik Önergeleri.....	22
2.3.Hilbert Geometrisi.....	24
2.3.1.Hilbert Geometrisinin Aksiyomatik Yapısı.....	24
2.3.2.Hilbert'in 6. Eşlik Aksiyomu (KAK).....	26
2.4.Geometri Öğretiminde Eşlik ve Benzerlik.....	26
2.5Matematiksel Dilin Kullanımı.....	30
2.6.İlgili Araştırmalar.....	31
2.6.1.Eşlik ve Benzerlik Kavramlarına Yönelik Araştırmalar.....	31
2.6.2.Ders Kitapları ve Öğretim Programlarının İncelenmesine Yönelik Araştırmalar.....	38
2.6.3.Matematik Eğitiminde Kavramsal Anlama ve Matematiksel Dilin Kullanımı Üzerine Araştırmalar.....	43
3.YÖNTEM.....	47
3.1.Araştırmanın Modeli.....	43
3.2.Araştırmanın Kapsamı.....	44
3.3.Verİ Toplama Süreci.....	45
3.4.Verilerin Analizi	46
3.5.Geçerlik ve Güvenirlik.....	50
4.BULGULAR.....	51
4.1.Çalışma kapsamında bulunan dokümanlarda üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin yapılandırılması nasıldır?.....	56

4.1.1.2022-2025 yıllarında Türkiye’de ortaöğretim düzeyindeki matematik ders kitaplarında üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin yapılandırılması nasıldır?.....	56
4.1.2.2024-2025 yıllarında Güney Kore, İngiltere ve ABD’deki matematik ders kitaplarında üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin yapılandırılması nasıldır?.....	59
4.1.3.Bilimsel makalelerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin yapılandırılması nasıldır?.....	61
4.1.4.Bildirilerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin yapılandırılması nasıldır?.....	65
4.1.5.Lisansüstü tezlerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin yapılandırılması nasıldır?.....	67
4.1.6.Diğer bilimsel kitaplarda (referans kitaplar) üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin yapılandırılması nasıldır?.....	70
4.2.Çalışma kapsamında bulunan dokümanlarda üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin aksiyomatik yapıya uygunluğu nasıldır?.....	72
4.2.1.2022-2025 yıllarında Türkiye’de ortaöğretim düzeyindeki matematik ders kitaplarında üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin aksiyomatik yapıya uygunluğu nasıldır?.....	72
4.2.2.2024-2025 yıllarında Güney Kore, İngiltere ve ABD’deki matematik ders kitaplarında üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin aksiyomatik yapıya uygunluğu nasıldır?.....	74
4.2.3.Bilimsel makalelerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin aksiyomatik yapıya uygunluğu nasıldır?.....	76
4.2.4.Bildirilerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin aksiyomatik yapıya uygunluğu nasıldır?.....	77

4.2.5.Lisansüstü tezlerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin aksiyomatik yapıya uygunluğu nasıldır?.....	79
4.2.6.Diğer bilimsel kitaplarda (referans kitaplar) üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin aksiyomatik yapıya uygunluğu nasıldır?.....	81
4.3.Çalışma kapsamında bulunan dokümanlarda üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminoloji ne ölçüde tutarlıdır?.....	82
4.3.1.2022-2025 yıllarında Türkiye’de ortaöğretim düzeyindeki matematik ders kitaplarında üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminoloji ne ölçüde tutarlıdır?.....	82
4.3.2.2024-2025 yıllarında Güney Kore, İngiltere ve ABD’deki matematik ders kitaplarında üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminoloji ne ölçüde tutarlıdır?.....	84
4.3.3.Bilimsel makalelerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminoloji ne ölçüde tutarlıdır?.....	85
4.3.4.Bildirilerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminoloji ne ölçüde tutarlıdır?.....	86
4.3.5.Lisansüstü tezlerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminoloji ne ölçüde tutarlıdır?.....	87
4.3.6. Diğer bilimsel kitaplarda (referans kitaplar) üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminoloji ne ölçüde tutarlıdır?.....	88
5.TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER	91
5.1.Tartışma ve Sonuç.....	91
5.1.1 <i>Birinci Probleme İlişkin Tartışma ve Sonuçlar</i>	91
5.1.2. <i>İkinci Probleme İlişkin Tartışma ve Sonuçlar</i>	94
5.1.3. <i>Üçüncü Probleme İlişkin Tartışma ve Sonuçlar</i>	98
5.2. Öneriler	100
KAYNAKLAR.....	102

EKLER	114
EK-1: Çalışmada İncelenen Kitaplar	114
EK-2: Çalışmada İncelenen Makaleler.....	114
EK-3: Çalışmada İncelenen Bildiriler	116
EK-4: Çalışmada İncelenen Tezler	117
EK-5: Çalışmada İncelenen Referans Kitaplar	118



ÖZET

Üçgenlerin Eşliği ve Benzerliği Üzerine Bir Doküman Analizi

Üçgenlerde eşlik ve benzerlik, matematiğin bir dalı olan geometrinin temel öğelerinden biridir. Bu çalışmada, bilimsel araştırmaların ve matematik ders kitaplarının üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterlerine ilişkin terminoloji bağlamında incelenmesi amaçlanmaktadır. Ayrıca, bu çalışma ile bahsedilen terminolojinin farklı doküman türlerindeki yapısını, aksiyomatik yapıya uygunluğunu ve terimlerin dokümanlardaki iç tutarlılığını analiz etmek amaçlanmaktadır. Bu doğrultuda yurt içi ve yurt dışı kaynaklı 8 matematik ders kitabı, 28 akademik makale, 8 bildiri, 14 lisansüstü tez ve üniversite düzeyinde 7 referans kitap doküman analizi yöntemiyle incelenmiş, elde edilen veriler içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Analizler sonucunda; çalışmanın kapsamını oluşturan dokümanlarda, eşlik ve benzerlik kriterlerine ilişkin terminolojinin ortak ve tutarlı bir şekilde sunulmadığı, aksiyomatik yapıya uygunluğun çoğunlukla sağlanamadığı ve aynı kavramlar için farklı farklı terimlerin kullanıldığı tespit edilmiştir. Özellikle, matematik ders kitaplarının öğretim sürecindeki belirleyici etkisi düşünüldüğünde gerek Türkiye’de gerekse Amerika Birleşik Devletleri, Güney Kore ve İngiltere’de okutulan matematik ders kitaplarında eşlik ve benzerlik kriterlerine ilişkin terimlerde ortak bir standart geliştirilmemiş olması dikkat çekici bir bulgu olarak öne çıkmaktadır. Bu bağlamda, matematik ders kitabı yazarları ve matematik öğretim programı geliştiricilerinin ortak, açık ve tutarlı bir terminoloji kullanmalarının öğrenci kavrayışını güçlendireceği ve matematiksel düşünmeyi sağlamlaştıracağı vurgulanmaktadır. Bu doğrultuda, ilgili paydaşların üçgenlerde eşlik ve benzerlik özelinde terminolojik tutarlılığı sağlamaları ve matematiğin aksiyomatik yapısını ihmal etmemeleri gibi çeşitli önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Eşlik ve benzerlik, üçgenlerin eşliği, üçgenlerin benzerliği, matematiksel terminoloji, aksiyomatik yapı.

ABSTRACT

A Document Analysis on Triangle Congruence and Similarity

Congruence and similarity in triangles constitute one of the fundamental components of geometry, which is a branch of mathematics. The purpose of this study is to investigate scientific research and mathematics textbooks with respect to the terminology employed for the criteria of congruence and similarity in triangles. In addition, this study aims to analyze the structure of the aforementioned terminology across various types of documents, its consistency with the axiomatic structure, and the internal coherence of the terms within these documents. Accordingly, eight mathematics textbooks from both national and international sources, twenty-eight academic articles, eight conference proceedings, fourteen graduate theses, and seven university-level reference books were examined employing document analysis; the data obtained were subsequently analyzed through content analysis. As a result of the analyses, it was determined that in the documents constituting the scope of the study, the terminology related to the criteria of congruence and similarity was not presented in a common and consistent manner, the alignment with the axiomatic structure was mostly not achieved, and different terms were used for the same concepts. Notably, considering the influential role of mathematics textbooks in the teaching process, it is a striking finding that no common standard has been established for the terminology related to the criteria of congruence and similarity in mathematics textbooks used in Turkey, the United States, South Korea, and the United Kingdom. In this context, it is emphasized that the use of a common, clear, and consistent terminology by mathematics textbook authors and curriculum developers would enhance students' understanding and strengthen mathematical thinking. Accordingly, several recommendations have been put forward for the relevant stakeholders to ensure terminological consistency, specifically in relation to congruence and similarity in triangles, and to avoid neglecting the axiomatic structure of mathematics.

Key Words: Congruence and similarity, congruence of triangles, similarity of triangles, mathematical terminology, axiomatic structure.

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo No	Tablo Adı	Sayfa No
1.	Öklid'in "Elemanlar" Eserinde Bulunan Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Önergeleri (Toluk-Uçar & Akkaş, 2022).....	4
2.	"Aksiomatik Yapıya Uygunluk" Temasının Analiz Tablosu.....	52
3.	"Terminolojik Tutarlılık" Temasının Analiz Tablosu.....	53
4.	Türkiye'de 2022-2025 Yıllarında Ortaöğretim Düzeyindeki Matematik Ders Kitaplarında Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Yapılandırılması.....	56
5.	Türkiye'de 2022-2025 Yıllarında Ortaöğretim Düzeyindeki Matematik Ders Kitaplarında Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojilerin Dağılımı.....	58
6.	ABD, Güney Kore ve İngiltere'deki Ortaöğretim Düzeyindeki Matematik Ders Kitaplarında Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik İçin Kullanılan Terminolojinin Yapılandırılması.....	59
7.	ABD, Güney Kore ve İngiltere'deki Ortaöğretim Düzeyindeki Matematik Ders Kitaplarında Üçgenlerde Eşlik Ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojilerin Dağılımı.....	61
8.	Bilimsel Makalelerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Yapılandırılması.....	62
9.	Makalelerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojilerin Dağılımı.....	64
10.	Bildirilerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Yapılandırılması.....	65
11.	Bildirilerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojilerin Dağılımı.....	67
12.	Lisansüstü Tezlerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Yapılandırılması.....	68
13.	Lisansüstü Tezlerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojilerin Dağılımı.....	69

14.	Diğer Bilimsel Kitaplarda (Referans Kitaplar) Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Yapılandırılması.....	70
15.	Diğer Bilimsel Kitaplarda (Referans Kitaplar) Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojilerin Dağılımı.....	72
16.	Türkiye’de Ortaöğretim Düzeyindeki Matematik Ders Kitaplarında Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Aksiyomatik Yapıya Uygunluğu.....	73
17.	Güney Kore, İngiltere ve ABD’deki Matematik Ders Kitaplarında Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Aksiyomatik Yapıya Uygunluğu.....	74
18.	Bilimsel Makalelerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Aksiyomatik Yapıya Uygunluğu.....	76
19.	Bildirilerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Aksiyomatik Yapıya Uygunluğu.....	78
20.	Lisansüstü Tezlerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Aksiyomatik Yapıya Uygunluğu.....	79
21.	Diğer Bilimsel Kitaplarda (Referans Kitaplar) Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Aksiyomatik Yapıya Uygunluğu.....	81
22.	Türkiye’de Ortaöğretim Düzeyindeki Matematik Ders Kitaplarında Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin İç Tutarlılığı.....	83
23.	Güney Kore, İngiltere ve ABD’deki Matematik Ders Kitaplarında Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin İç Tutarlılığı.....	84
24.	Bilimsel Makalelerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin İç Tutarlılığı.....	85
25.	Bildirilerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin İç Tutarlılığı.....	86
26.	Lisansüstü Tezlerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin İç Tutarlılığı.....	87
27.	Diğer Bilimsel Kitaplarda (Referans Kitaplar) Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin İç Tutarlılığı.....	89

28.	Çalışma Türlerine Göre Yüksek Terminolojik Tutarlılık Yüzdesi.....	89
-----	---	----



ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil No	Şekil Adı	Sayfa No
1.	Geometrinin aksiyomatik yapısı.....	16
2.	Öklid geometrisinin postulatları.....	19
3.	Öklid geometrisinin aksiyomları.....	20
4.	Öklid' in Kenar -Açı -Kenar eşlik önermesi (Fitzpatrick, 2008).....	21
5.	Öklid' in Kenar -Kenar -Kenar eşlik önermesi (Fitzpatrick, 2008).....	22
6.	Öklid' in Açı -Kenar -Açı eşlik önermesi (Fitzpatrick, 2008).....	22
7.	Öklid' in Açı-Açı-Açı benzerlik önermesi (Fitzpatrick, 2008).....	23
8.	Öklid' in Kenar-Kenar-Kenar benzerlik önermesi (Fitzpatrick, 2008).....	23
9.	Öklid' in Kenar-Açı-Kenar benzerlik önermesi (Fitzpatrick, 2008).....	24
10.	Öklid' in Kenar-Kenar-Açı benzerlik önermesi (Fitzpatrick, 2008).....	24
11.	Hilbert'in 6. eşlik aksiyomu (Greenberg, 1993).....	26
12.	Doküman analizinin aşamaları.....	47
13.	K1 kodlu ders kitabında eşlik ve benzerlik kriterlerinin terminolojik yapılandırılması örneği.....	58
14.	ABD'ye ait ders kitabındaki eşlik ve benzerlik kriterlerinin terminolojik yapılandırması örneği.....	60
15.	Makalelerde eşlik ve benzerlik kriterlerinin terminolojik yapılandırılması örneği.....	64
16.	Bildirilerde eşlik ve benzerlik kriterlerinin terminolojik yapılandırılması örneği	66

17.	T1 kodlu tezde eşlik ve benzerlik kriterlerinin terminolojik yapılandırılması örneği.....	69
18.	R4 kodlu kitaptaki eşlik ve benzerlik kriterlerinin terminolojik yapılandırılması örneği.....	71



Kısaltmalar Listesi

AA: Aç1-Aç1

AKA: Aç1-Kenar-Aç1

CCSSM : Common Core State Standards for Mathematics

KAK: Kenar-Aç1-Kenar

KKK: Kenar-Kenar-Kenar

MEB: Millî Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics - Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi

OECD: Organisation for Economic Co-Operation and Development - Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Örgütü

SMSG: School Mathematics Study Group

YÖK: Yüksek Öğretim Kurumu

1.GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın problem durumu, araştırmanın amacı, araştırmanın önemi, araştırmanın sınırlılıkları, varsayımlar ve tanımlar yer almaktadır.

1.1 Problem Durumu

Bilim, insanlık tarihinin başlangıcından itibaren doğayı, evreni ve insanı anlama çabasının sistematik bir ürünü olarak ortaya çıkmıştır. Bilim, doğuşuyla birlikte farklı alanlara ayrılmış, her bir alan kendi yöntem ve ilkelerini geliştirerek ilerlemiştir (Yıldırım, 2012). Bu süreçte, matematik bilimi soyut yapısı, kesinlik arayışı ve mantıksal yapısıyla diğer bilim dallarından ayrılmış; zamanla kendi içinde cebir, analiz, geometri gibi alt disiplinlere ayrılarak derinleşmiştir.

Gerçeklikte var olan her şeyin soyutluğunu inceleyen matematik; sayı, fonksiyon ve denklem gibi soyutlamalarla ilgilenir. Oysaki diğer bilim dallarında gerçek dünyada gözlemler yapılabilmektedir. Örneğin, fizikçiler madde ve doğayı, biyologlar hayvan ve bitkileri, psikologlar ise insanların davranışlarını doğrudan gözlemleyerek varsayımlarını oluşturabilmektedirler. Ancak matematikçiler, doğada gözlemledikleri yansımalar üzerine bilimlerini inşa ettikleri gibi tamamen gözlemlenemeyen kavramlarla ilgili olarak da bilim yapmaktadırlar. Gözlemlenen olguların tutarlı bir bütünlük içinde modellenemesi, temel kabullerden tümdengelim yoluyla sonuçlara ulaşmayı mümkün kılan sistematik bir yapıyı zorunlu kılar. Bu nedenle, matematik biliminin aksiyomatik bir yapı üzerine inşa edilmesi gerekli olmuştur (Cihan, 2023).

Aksiyomatik sistemler; tanımsız terimler, tanımlar, aksiyomlar/postulatlar ve teoremler arasında hiyerarşik bir ilişkiyi esas alan bir yapıdan oluşmaktadır (Hale, 2003). Tanımsız terimler, sistemin en temel kavramlarıdır; başka kavramlar aracılığıyla tanımlanmazlar, yalnızca sezgisel olarak anlaşılabilirler beklenir. Tanımlar, bu tanımsız terimlere ve/veya daha önce tanımlanmış kavramlara dayanarak yeni terimlerin anlamlarını açıklamaktadır. Aksiyomlar/postulatlar ise tanımsız terimler ve tanımlar kullanılarak oluşturulan, doğruluğu

sorgulanmaksızın kabul edilen temel önermelerdir. Günümüzde “aksiyom” ve “postulat” terimleri çoğunlukla birbirinin yerine kullanılsa da geometrinin tarihsel gelişim sürecinde bu iki kavram arasında anlam farkları bulunmaktadır. “Postulat” terimi, genellikle belirli bir matematiksel alan -özellikle geometri- için özel olarak kabul edilen ve o alana özgü varsayımları ifade etmek üzere kullanılmaktadır. Buna karşılık, “aksiyom” kavramı daha genel bir anlam taşır ve matematiksel sistemlerin temel yapı taşlarını oluşturan, evrensel geçerliliğe sahip olduğu kabul edilen önermeleri tanımlamak için tercih edilir (Cihan, 2023). Her iki kavramda da aksiyomların veya postulatların doğruluğu teorik olarak tartışmaya açık değildir; aksine, bunlar mantıksal çıkarımların dayandırıldığı başlangıç varsayımlarıdır (Beth, 1959). Bu bağlamda, aksiyomlar bir matematiksel sistemin iskeletini oluşturmakla kalmaz, aynı zamanda sistemin mantıksal tutarlılığını ve yapısını belirler. Bu durum, aksiyomları bir oyun kurallarına benzetmekle açıklanabilir; zira oyun kurallarında yapılacak herhangi bir değişiklik, oyunun işleyişini kökten etkilediği gibi, aksiyomlarda yapılacak değişiklikler de ilgili matematiksel sistemin doğasını ve sonuçlarını esaslı biçimde değiştirmektedir (Smart, 1998).

Aksiyomatik sistemin bir diğer bileşeni de teoremlerdir. Teoremler, aksiyomlar ve daha önce ispatlanmış teoremlerden mantıksal çıkarım yoluyla elde edilen önermelerdir (Dane, 2008). Bu bağlamda teoremler, sistemin doğruluğa ulaşma mekanizmasının ürünleridir. Bir teoremin geçerliliği, sistemin içinde tanımlanmış mantıksal kurallara uygun biçimde oluşturulmuş ispatlara dayanır. İspat, verilen tanım, aksiyom ve önceki teoremlerden hareketle, mantıksal çıkarım yoluyla bir önermenin doğruluğunu ortaya koyma sürecidir (Stylianides, 2007). İspat, matematikte bilgi üretmenin ve doğruluğu temellendirmenin en güvenilir yöntemidir (Hanna & Barbeau, 2008).

Teorem ispatı, yalnızca sonuç elde etmeye yönelik bir işlem değil, aynı zamanda bireyin mantıksal akıl yürütme, genelleme yapabilme ve kavramsal anlayış geliştirme süreçlerinin bir göstergesidir (Demir, 2017; Hanna & Barbeau, 2008). Nitekim yapılan araştırmalar (Cihan, 2023; Stylianides & Stylianides, 2008; Winer & Battista, 2022), öğrencilerin ispat yapabilme yetisinin matematiksel düşünme becerileriyle doğrudan ilişkili olduğunu göstermektedir. Ancak öğrencilerin ispat süreçlerinde çeşitli zorluklar yaşadıkları da bilinmektedir (Baştürk, 2010; Casanova vd., 2021; Healy & Hoyles, 2000; Stylianides & Stylianides, 2008; Wang vd., 2018). Cihan (2023), bu zorlukların temelinde, öğrencilerin önermeler, aksiyomlar/postulatlar ve

teoremler gibi matematiğin temel kavramlarını açık ve doğru bir şekilde anlamakta güçlük çekmelerinin yattığını belirtmiştir. Bu kavramların yeterince anlaşılabilmesi, öğrencilerin ispat sürecinde mantıksal akıl yürütme ve gerekçelendirme becerilerini etkili bir şekilde kullanmalarını engellemektedir. Benzer şekilde, Weber (2001), öğrencilerin ispat yapma becerilerindeki eksikliklerin, genellikle temel kavramları anlamadaki yetersizliklerinden kaynaklandığını belirtmektedir. Bu durum, matematiksel düşüncenin gelişimi açısından kuramsal temellere dayalı kavram öğretiminin gerekliliğini hatırlatmaktadır.

Matematiğin bir alt disiplini olan geometri, aksiyomatik bir yapı üzerine inşa edilmiştir. Öklid [Euclid] (M.Ö. 323-283) ile temelleri atılan; David Hilbert (1862-1943)'in katkılarıyla biçimsel ve tutarlı bir yapıya kavuşturulan aksiyomatik ve tümdengelimsel geometri yaklaşımı, uzun yıllar boyunca geometri öğretiminde belirleyici bir anlayış olarak kabul edilmiştir (Toluk-Uçar & Akkaş, 2022). Bu yapı sayesinde geometri, keyfi olmayan, tutarlı ve sistematik bir kuramsal çerçeveye kavuşmuştur (Baki, 2020). Öklid geometrisi olarak adlandırılan bu kuramsal yapı, çağdaş eğitim programlarında yer alan düzlem geometrisinin temelini teşkil etmekte ve ders kitaplarının yapılandırılmasında belirleyici rol oynamaktadır.

Öklid geometrisinde, şekiller arasındaki özdeşliği ve orantılılığı ifade eden “eşlik” ve “benzerlik” kavramları hem teorik gelişimin hem de uygulamalı geometri problemlerinin çözümünde temel taşlar olarak ortaya çıkmaktadır. Toluk-Uçar ve Akkaş (2022), eşlik ve benzerlik kavramlarının Öklid geometrisinin kurucu unsurlarından olduğunu ve düzlem geometrisini anlamada önemli bir rol oynadığını belirtmektedir. Düzlem geometrisinde birçok teoremin (örneğin temel orantı teoremi, sinüs teoremi, iç açıortay teoremi) ispatında üçgenlerde eşlik ve benzerlik aksiyom ve teoremleri kullanılmaktadır (Çevik, 2006). Öklid'in düzlem geometrisinin temellerini attığı *Elemanlar* adlı eser, 13 kitaptan oluşmakta olup toplamda 465 önerme içermektedir. Öklid, *Elemanlar* adlı eserinin birinci kitabında eş üçgenlere, altıncı kitabında ise benzer üçgenlere ilişkin önermelere ve bu önermelerin ispatlarına yer vermiştir. Söz konusu önermeler Tablo 1’de derlenmiştir:

Tablo 1. Öklid’in “Elemanlar” Eserinde Bulunan Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Önergeleri (Fitzpatrick, 2008)

I. Kitap	Üçgenlerde Eşlik Önergeleri	VI. Kitap	Üçgenlerde Benzerlik Önergeleri
Önerme IV	Kenar-Açı-Kenar (KAK)	Önerme IV	Açı-Açı (AA)
Önerme VIII	Kenar-Kenar-Kenar (KKK)	Önerme V	Kenar-Kenar-Kenar (KKK)
Önerme XXVI	Açı-Kenar-Açı (AKA) Açı-Açı-Kenar (AAK)	Önerme VI	Kenar -Açı-Kenar (KAK)
		Önerme VII	Kenar-Kenar-Açı (KKA)

Tablo 1 incelendiğinde, Öklid’in çokgenlerin eşlik ve benzerliğini, özellikle üçgenler üzerinde incelediği görülmektedir. Bu yaklaşım, matematik dersi öğretim programlarında (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2024) da kendini göstermektedir. Her ne kadar eşlik ve benzerlik denildiğinde genellikle üçgenler akla gelse de bu kavramların yalnızca üçgenlerle sınırlı olmadığı bilinmektedir. Üçgenler, çokgenler için temel yapı taşlarıdır; dolayısıyla eşlik ve benzerlik kavramlarının üçgenlerde iyi bir şekilde anlaşılması, bu kavramların çokgenlere taşınmasını da mümkün kılacaktır (Yazıcı & Uluşan, 2023). Öklid, önermelerini tanımlara, postülatlara, aksiyomlara ya da daha önce kanıtladığı önermelere dayandırmıştır. Bu bağlamda “önerme” terimi, kabul edilmesi teklif edilen ifadelere işaret etse de Öklid’in eserinde yer alan bu ifadeler aslında teorem niteliğindedir ve çoğunlukla bu teoremleri destekleyen ispatlarla birlikte sunulmuştur (Sertöz, 2019).

Öklid, *Elemanlar* eserinde üçgenlerin eşliğiyle ilgili “Kenar-Açı-Kenar” (KAK) önermesini ispatlamak için süperpozisyon (üst üste bindirme) yöntemini kullanmıştır. (Çevik, 2006; Greenberg, 1993). Süperpozisyon, bir şeklin boyutları değiştirilmeden hareket ettirilerek diğer şeklin üzerine getirilmesi esasına dayanır. Ancak bu yaklaşım, matematik dünyasında mantıksal ve aksiyomatik tutarlılık açısından çeşitli eleştirilere konu olmuştur. Schuster (1967), süperpozisyon yönteminin eşlik kavramının mantıksal temeli olarak kabul edilemeyeceğini ileri sürmüş ve bu görüşünü iki ana gerekçeyle desteklemiştir. İlk olarak, süperpozisyonun

matematiksel değil fiziksel bir işlem olduğunu ifade etmiştir. İkinci olarak ise, Öklid'in sisteminde bir geometrik şekil hareket ettirildiğinde açıların ve uzunluklarının değişmediği iddiasını gerekçelendiren herhangi bir aksiyomun bulunmadığı vurgulanmıştır (Toluk-Uçar & Akkaş, 2022). Öklid'in eksikliklerini gidermek için bazı matematikçiler tarafından (örn. David Hilbert, G. D. Birkhoff Giuseppe Peano, Mario Pieri ve Moritz Pasch) modern aksiyomlar kümesi sunulmuştur (Smart, 1998). Öklid Geometrisi için önerilen en meşhur aksiyomlar kümesi David Hilbert tarafından verilmiştir. Hilbert, 1899 yılında yayımladığı *Geometrinin Temelleri* adlı eserinde geometriyi yeniden aksiyomatik bir çerçeveye oturtmuş ve daha tutarlı bir sistem geliştirmiştir.

Hilbert, Öklid'in *Elemanlar* adlı eserinde geometrik eşlik kavramına ilişkin eksiklikleri tespit etmiş ve özellikle süperpozisyon yönteminin mantıksal açıdan yetersizliğini gidermek amacıyla, Kenar-Açı-Kenar (KAK) üçgen eşliği kriterini doğrudan bir aksiyom olarak sistemine dahil etmiştir (Usiskin, 1972). Ayrıca Hilbert, üçgen eşliğine dair bir diğer ifade olan Kenar-Kenar-Kenar (KKK) kriteri için de Öklid'in eserinde sunduğu süperpozisyon temelli ispatın (1. Kitap, Önerme 8) aksine, aksiyoma (KAK) dayanan bir ispat benimsemiştir. Böylece Hilbert, üçgen eşliğiyle ilgili diğer teoremlerin, üst üste bindirme yöntemine başvurulmaksızın tündengimsel biçimde ispatlanabilmesini mümkün kılmıştır (Toluk-Uçar & Akkaş, 2022).

Hilbert ile Öklid arasındaki bu tarihsel fark, yalnızca kuramsal düzeyde kalmamış; bilimsel eserlere, ders kitaplarının yapılandırılmasına, öğretmenlerin pedagojik yaklaşımlarına ve dolayısıyla öğrencilerin geometriye bakışına da yansımıştır. Nitekim bazı kaynaklarda eşlik kriterleri, doğrudan bir “aksiyom” veya “teorem” olarak sunulurken, diğerlerinde “kural”, “durum”, “şart” “ilke” “prensip” ya da “özellik” şeklinde sınıflandırılmakta; hatta kimi zaman bu ayrımlar yapılmaksızın yalnızca işlemsel bir araç gibi verilmektedir. Örneğin, 20. yüzyılda lise düzeyi için geliştirilen School Mathematics Study Group (SMSG) sisteminde, KAK kriteri doğrudan 22 postulattan biri olarak kabul edilmiş ve 15. postulat olarak sistemde yer almıştır (SMSG, 1961). Literatür incelendiğinde, bir üniversite düzeyi geometri ders notunda eğitimsel amaçlar doğrultusunda üçgen eşliğine ilişkin dört temel kriterin (KKK, KAK, AKA, AAK, AA) tamamının aksiyom olarak kabul edilmesinin uygun olduğu ifade edilmiştir (Franklin, t.y.). Bu yaklaşımın, her bir kriteri ayrı ayrı ispatlama sürecine girmeden, diğer teoremlerin daha hızlı ve kolay biçimde ispatlanmasına olanak sağladığı belirtilmiştir. Bu durum, matematiğin

aksiyomatik temeline dayanan eşlik ve benzerlik terimlerinin, ülkeden ülkeye ve kaynaktan kaynağa değişebildiğini göstermektedir. Kavramların açık bir şekilde sistemleştirilmemesi, geometrinin aksiyomatik yapısı ile bağının zayıflamasına ve matematiksel düşünme becerisinin olumsuz etkilenmesine yol açmaktadır.

Eğitim materyallerinde terminolojinin tutarsız ve rastlantısal biçimde kullanılmasının, öğrencilerde kavramsal bilginin inşasını olumsuz yönde etkileyeceği ve kavram yanlışlarına yol açabileceği düşünülebilir. Harel ve Sowder'a (1998) göre öğrencilerin geometri kavramlarını anlamakta zorlanmalarının nedenlerinden biri, öğretimde kullanılan terimlerin açık olmaması ve farklı anlamlara gelebilmesidir. Stylianides ve Ball (2008) lise düzeyinde kullanılan farklı geometri kitaplarında geçen terimlerin çelişkili kullanımına odaklandıkları çalışmalarında, öğretim materyallerinde tutarlı dil kullanımını ve terimlerin açıkça tanımlanmasının gerekliliğini vurgulamışlardır. Dane (2008) çalışmasında, ilköğretim matematik öğretmenliği programı üçüncü sınıf öğrencilerinin tanım, aksiyom, önerme, özellik, teorem ve ispat gibi kavramları anlama düzeylerini değerlendirmiştir. Araştırma bulguları, “tanım”, “aksiyom” ve “teorem” gibi temel terimlerin, çoğu zaman pedagojik temelden yoksun ve rastlantısal biçimde kullanılması nedeniyle öğrencilerin bu kavramlar arasında net ayrımlar yapamadığını göstermektedir. Hatta bazı öğrencilerin aksiyomları ispatlanabilir önermeler olarak gördükleri veya teoremleri tanımlarla eşdeğer saydıkları ortaya konmuştur. Dolayısıyla, eşlik ve benzerlik gibi aksiyomatik yapıyla doğrudan ilişkili kavramların ele alındığı konularda kullanılan terminolojinin sistematik biçimde incelenmesi; bu terminolojinin aksiyomatik yapı ile ne ölçüde örtüştüğünün belirlenmesi ve olası kavramsal çelişkilerin ortaya konulması, matematik eğitiminin kavramsal doğruluk ve tutarlılık temeline dayalı olarak yeniden yapılandırılması açısından önemli bir gereklilik olarak karşımıza çıkmaktadır.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı bilimsel eserleri ve matematik ders kitaplarını üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminoloji bağlamında incelemektir. Araştırma, özellikle Türkiye’de kullanılan lise matematik ders kitaplarının yanı sıra, Güney Kore, İngiltere ve ABD gibi ülkelerde okutulan ders kitaplarında da söz konusu kriterlerin nasıl sunulduğunu

inceleyerek, ulusal ve uluslararası bağlamda terminolojik tutarlılık ya da belirsizlikleri ortaya koymayı hedeflemektedir.

Bu amaçlar doğrultusunda bu çalışmada aşağıda belirtilen üç ana problem ve bunların alt problemlerine yanıt aranmıştır:

1. Çalışma kapsamında bulunan dokümanlarda üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin yapılandırılması nasıldır?

Alt problemler: Çalışmanın 1. probleminin daha derinlemesine incelenmesi ve daha anlaşılır kılınması için aşağıdaki alt problemler belirlenmiştir:

1.1. 2022-2025 yıllarında Türkiye’de ortaöğretim düzeyindeki matematik ders kitaplarında üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin yapılandırılması nasıldır?

1.2. 2024-2025 yıllarında Güney Kore, İngiltere ve ABD’deki matematik ders kitaplarında üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin yapılandırılması nasıldır?

1.3. Bilimsel makalelerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin yapılandırılması nasıldır?

1.4. Bildirilerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin yapılandırılması nasıldır?

1.5. Lisansüstü tezlerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin yapılandırılması nasıldır?

1.6. Diğer bilimsel kitaplarda (referans kitaplar) üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin yapılandırılması nasıldır?

2. Çalışma kapsamında bulunan dokümanlarda üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin aksiyomatik yapıya uygunluğu nasıldır?

Alt problemler: Çalışmanın 2. probleminin daha derinlemesine incelenmesi ve daha anlaşılır kılınması için aşağıdaki alt problemler belirlenmiştir:

2.1. 2022-2025 yıllarında Türkiye’de ortaöğretim düzeyindeki matematik ders kitaplarında üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin aksiyomatik yapıya uygunluğu nasıldır?

2.2. 2024-2025 yıllarında Güney Kore, İngiltere ve ABD'deki matematik ders kitaplarında üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin aksiyomatik yapıya uygunluğu nasıldır?

2.3. Bilimsel makalelerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin aksiyomatik yapıya uygunluğu nasıldır?

2.4. Bildirilerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin aksiyomatik yapıya uygunluğu nasıldır?

2.5. Lisansüstü tezlerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin aksiyomatik yapıya uygunluğu nasıldır?

2.6. Diğer bilimsel kitaplarda (referans kitaplar) üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin aksiyomatik yapıya uygunluğu nasıldır?

3. Çalışma kapsamında bulunan dokümanlarda üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminoloji ne ölçüde tutarlıdır?

Alt problemler: Çalışmanın 2. probleminin daha derinlemesine incelenmesi ve daha anlaşılır kılınması için aşağıdaki alt problemler belirlenmiştir:

3.1. 2022-2025 yıllarında Türkiye'de ortaöğretim düzeyindeki matematik ders kitaplarında üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminoloji ne ölçüde tutarlıdır?

3.2. 2024-2025 yıllarında Güney Kore, İngiltere ve ABD'deki matematik ders kitaplarında üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminoloji ne ölçüde tutarlıdır?

3.3. Bilimsel makalelerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminoloji ne ölçüde tutarlıdır?

3.4. Bildirilerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminoloji ne ölçüde tutarlıdır?

3.5. Lisansüstü tezlerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminoloji ne ölçüde tutarlıdır?

3.6. Diğer bilimsel kitaplarda (referans kitaplar) üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminoloji ne ölçüde tutarlıdır?

1.3. Araştırmanın Önemi

Öğrenme, bireyin zaman içinde bilgi, beceri veya davranışları kazanmasıdır; kavramsal öğrenme ise sadece yüzeysel bilgi değil, aynı zamanda temel kavramları, ilişkileri ve mantığı anlayarak öğrenmenin gerçekleşmesidir (Ülgen, 2001). Aksiyomatik yaklaşım üzerine inşa edilmiş modern matematikte, kavramlar ve kavramsal öğrenme kritik öneme sahiptir (Gökkurt-Özdemir vd., 2017). NCTM’ e (2000) göre geometri öğrencilerin muhakeme yapabilecekleri ve matematiğin aksiyomatik yapısını keşfedebilecekleri bir alandır. Bu bağlamda, geometri öğretiminin tarihsel temelini oluşturan Öklid’in aksiyomatik yaklaşımı, kavramsal öğrenmenin gelişimine katkı sağlayan öncül bir model sunmakta; tanım, belit (postulat), aksiyom ve önermeler arasında kurduğu mantıksal yapı ile öğrencilerin sistematik düşünme becerilerini desteklemektedir.

Geometrinin aksiyomatik yapısını oluşturan tanımlar, postulatlar, aksiyomlar ve teoremler ile bunların üzerine inşa edilmiş diğer teoremler arasındaki hiyerarşik ilişkiyi hem anlamak hem de somutlaştırmak açısından eşlik ve benzerlik konusu kilit bir öneme sahiptir. Özellikle üçgenlerin eşlik aksiyomlarından biri olan Kenar-Açı-Kenar (KAK), doğru parçalarının eşliği ile açıların eşliği arasında bir bağ kurarak bu iki temel kavram arasında adeta bir “tutkal” işlevi görür (Greenberg, 1993). KAK aksiyomu aracılığıyla sinüs teoremi ya da bir doğru parçasının uç noktalarına eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yerinin, o parçanın orta dikmesi olması gibi önemli sonuçlara ulaşılabilmektedir (Toluk-Uçar & Akkaş, 2022).

Ancak, geometri açısından son derece temel bir öneme sahip olan ve aksiyomatik yapının doğrudan bir yansıması niteliğindeki eşlik ve benzerlik konularının öğretiminde, aksiyomatik yapının ilke ve gereklerine yeterince bağlı kalınmadığı gözlemlenmektedir. Özellikle eşlik ve benzerlik kriterlerinin (KKK, KAK, AKA, AA, KKA) kaynaklarda farklı ifadeler ile sunulduğu tespit edilmiştir. Gerek ders kitaplarında gerek akademik çalışmalarda, bilimsel temellere dayanmayan rastgele terimlerin (örneğin kural, özellik, koşul/şart, test gibi) kullanımı oldukça yaygındır (Mut & Bircan, 2025). Ayrıca alanyazın incelendiğinde eşlik ve benzerlik kriterlerinin epistemolojik statüsüyle ilgili farklılıklar da olduğu görülmüştür. Öklid, *Elemanlar* adlı eserinde üçgenlerin eşliğiyle ilgili “Kenar-Açı-Kenar” (KAK) kriterini bir önerme olarak ele almış ve ispatlamıştır. Buna karşılık, David Hilbert, *Geometrinin Temelleri*

adlı eserinde, bu kriterin sadeleştirilmiş bir biçimini doğrudan bir aksiyom olarak kabul etmiştir (Greenberg, 1993). Bu durum, eşlik ve benzerlik konularının öğretiminde hem kavramsal netliğin sağlanmasını güçleştirmekte hem de öğrencilerin ispat süreçlerinde çeşitli bilişsel zorluklar yaşamalarına neden olabilmektedir.

Eşlik ve benzerlik kavramlarının öğrenilmesi sürecinde, öğrencilerin karşılaştığı zorlukları inceleyen çeşitli araştırmalara literatürde rastlanmaktadır (Athanasopoulou, 2008; Aydoğan, 2007; Biber, 2020; Haj-Yahya, 2022; Mayberry, 1983; Wijaya vd., 2021). Wijaya vd. (2021), 9. sınıf öğrencilerinin eşlik ve benzerlik problemlerini çözme süreçlerinde temel kavramlara yeterince hâkim olmadıkları için zorluk yaşadıklarını ortaya koymuştur. Dolayısıyla eşlik ve benzerlik konularının aksiyomatik temelleriyle birlikte doğru bir şekilde sunulması, öğrenme ve öğretme sürecinde karşılaşılan zorlukların azaltılmasına önemli ölçüde katkı sağlayabilir. Bu bağlamda, terminolojik çelişkilerin belirlenmesinin ve söz konusu çelişkilerin kavramsal öğrenme üzerindeki potansiyel etkilerinin ortaya konulmasının, hem öğretim materyallerinin geliştirilmesine katkı sunacağı hem de geometri öğretiminde kavramsal doğruluğun artırılmasına zemin hazırlayacağı düşünülmektedir.

Bu çalışma, özellikle ders kitaplarında kullanılan terminolojinin daha bilinçli ve tutarlı bir biçimde seçilmesi gerektiğine dikkat çekmeyi amaçlamaktadır. Zira ders kitapları, yalnızca bir bilgi kaynağı değil, aynı zamanda öğretim sürecinin yönlendirici bir bileşeni olarak matematiksel kavramların öğrencilere nasıl sunulacağı konusunda belirleyici bir rol oynamaktadır. Şahin (2015), ders kitaplarının öğretmenler tarafından en çok kullanılan öğretim materyali olduğunu ve öğretmenlerin öğretilcek konuları ve verilecek görevleri belirlemede ders kitaplarını kullandığını ifade etmektedir. Bu açıdan, ders kitaplarının eşlik ve benzerlik bağlamında matematiksel teoriye uygunluğunun incelenmesi önem taşımaktadır. Araştırma bulgularının, ders kitabı yazarları ve öğretim programı geliştiricileri için farkındalık oluşturmaya beklenmektedir.

Eşlik ve benzerlik kriterlerinin farklı ülkelerin ders kitaplarında nasıl sunulduğunun incelenmesi, ulusal ve uluslararası düzeyde terminolojik tutarlılık veya belirsizliklerin ilgili alandan paydaşların dikkatini çekmesi beklenmektedir. Bu sayede, Türkiye’deki lise matematik öğretim programları ve ders kitaplarının, dünya genelindeki uygulamalarla karşılaştırılması

mümkün olacak ve varsa tutarsızlıklar belirlenebilecektir. Terminolojideki farklılıkların ve olası çelişkili ifadelerin belirlenmesi, hem öğretim materyallerinin geliştirilmesine katkı sağlayacak hem de geometri öğretiminde kavramsal doğruluğun artırılmasına katkı sunması beklenmektedir.

Literatürde, eşlik ve benzerlik kriterlerinin (KKK, KAK, AKA, AA, KKA) geometrinin aksiyomatik yapısına uygunluğu ve terminolojik tutarlılığı konusunda kapsamlı ve sistematik bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu durum, eğitim ortamlarında terminoloji karmaşasına ve dolayısıyla öğrenme zorluklarına yol açabilmektedir. Bu araştırma, söz konusu kriterlerin farklı kaynaklarda nasıl yapılandırıldığına odaklanarak önemli bir boşluğu doldurmayı hedeflemektedir.

Bu çalışmanın çıktılarının, üçgenlerde eşlik ve benzerlik öğretiminde dil birliğinin sağlanması ve aksiyomatik düşünme ile okul geometrisi arasındaki bağın güçlendirilmesi açısından özgün ve önemli bir katkı sunması beklenmektedir. Ayrıca, araştırmanın gerek araştırmacılar gerek ders kitabı yazarları gerekse öğretim programı geliştiricileri açısından, eşlik ve benzerlik konularının öğretiminde tercih edilen terminoloji, kavramsal tutarlılık ve konu bütünlüğü konularında farkındalık oluşturacağı öngörülmektedir.

1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu araştırmanın sınırlılıkları maddeler halinde aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

1. Araştırma yalnızca belirli türdeki yazılı kaynaklarla (lise matematik ders kitapları, referans kitaplar, bildiriler, akademik makaleler ve lisansüstü tezler) sınırlıdır.
2. Araştırmaya dâhil edilen Türkiye’deki matematik ders kitapları, 2022-2025 yılları arasındaki kitaplar ile sınırlıdır.
3. Araştırmaya dâhil edilen yurt dışı kaynaklı matematik ders kitapları, 2024-2025 yılları arasındaki kitaplar ile sınırlıdır.
4. Araştırma yurt dışı kaynaklarda yalnızca İngiltere, ABD ve Güney Kore gibi sınırlı sayıdaki ülkenin lise matematik ders kitapları ile sınırlıdır.

5. Araştırma Google Scholar arama motoru, ERIC, YÖK Tez Arama, YÖK Akademik ve Dergipark veri tabanları ile sınırlıdır.

1.5. Varsayımlar

Bu çalışma kapsamında incelenen bilimsel dokümanların içeriklerinin, yayımlandıkları şekliyle doğru, güvenilir ve tarafsız olduğu varsayılmıştır.

1.6. Tanımlar

Önerme: Doğruluğu ya da yanlışlığı kesin olarak değerlendirilebilen ifadelere önerme denir (Smart, 1998).

Tanım: Bir kavramın anlamını, kapsamını ve sınırlarını belirleyen kesin ifadelerdir (Greenberg, 1993).

Kavram: Bir nesne, olay veya ilişkinin zihinsel temsili veya soyutlamasıdır (Smart, 1998).

Tanımlı Kavramlar: Anlamı diğer kavramlar yardımıyla belirlenen ve sınırları çizilmiş kavramlardır (Cihan, 2019).

Tanımsız Kavramlar: Başka kavramlara dayandırılmadan doğrudan kabul edilen temel kavramlardır (Greenberg, 1993).

Aksiyom: Doğruluğu ispatlanmadan kabul edilen temel önermelerdir (Roberts, 2015).

Postulat (Belit): Belirli bir alana özgü olarak kabul edilen, daha özel aksiyomlara postulat denir (Greenberg, 1993).

Teorem: Aksiyomlar, tanımlar ve daha önce ispatlanmış teoremler yardımıyla doğruluğu ispatlanan önermelerdir (Smart, 1998).

İspat: Bir önermenin doğruluğunu mantıksal çıkarımlar ve kabul edilmiş doğrular yoluyla kesin biçimde ortaya koyma sürecidir (Smart, 1998).

Kriter: Belirli bir koşulu sağlayan durumların belirlenmesinde kullanılan yol gösterici ifadelerdir.

Eşlik (Congruence): İki geometrik şeklin tüm kenar ve açı ölçülerinin birebir eşit olması durumudur (Yazıcı & Ulsan, 2023).

Benzerlik (Similarity): İki şeklin aynı forma sahip olup tüm açılarının eşit ve kenar uzunluklarının orantılı olması durumudur (Yazıcı & Ulsan, 2023).

Epistemoloji: Felsefenin bilgiyle ilgilenen alt dalıdır ve "bilgi nedir, nasıl elde edilir, ne zaman doğru kabul edilir?" gibi sorulara yanıt arar (Floridi, 2008).

2. KURAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde araştırmanın kuramsal yapısını oluşturan geometri ve geometrinin aksiyomatik yapısı, Öklid geometrisi, Hilbert geometrisi, geometri öğretiminde eşlik ve benzerlik ile ilgili kuramsal bilgiler, matematiksel dilin kullanımı ve ilgili araştırmalara yer verilmiştir.

2.1. Geometri ve Geometrinin Aksiyomatik Yapısı

2.1.1. Geometri

Geometri, antik çağlardan bu yana doğanın yapısını anlamaya çalışan insan zihninin en eski entelektüel çabalarından biri olmuştur. İlkçağlardan itibaren mekân, şekil, uzunluk, açı, alan ve hacim gibi kavramlarla ilgilenmiş; doğayı anlamaya, sınıflandırmaya ve düzenlemeye yönelik araçlar sunmuştur (Karaca vd., 2023). Geometri bir hesaplama alanı değil, aynı zamanda düşünme biçimi, soyutlama aracı ve mantıksal çıkarım sistemi olarak konumlanmıştır. Görsel algı ile soyut düşünmeyi birleştiren bu alan, doğadan esinlenen insanın mekânsal ilişkileri anlamlandırmasında temel bir rol oynamıştır (Jones vd., 2013).

Geometri tarihinin kökenleri, Mezopotamya, Mısır, Hint ve Çin gibi kadim uygarlıklara kadar uzanmaktadır. Mezopotamya’da, özellikle Babil dönemine ait çivi yazılı tabletlerde hem düzlem geometrisine hem de üç boyutlu cisimlerin özelliklerine dair birçok bilginin yer aldığı görülmektedir (Baki, 2023). Hacim hesapları, alan ölçümleri ve bazı trigonometrik ilişkiler bu erken dönem geometrik birikimin parçalarıdır (Baş, 2019). Antik Mısır uygarlığında, geometri daha çok uygulamalı amaçlarla kullanılmıştır. Nil Nehri’nin her yıl taşmasıyla kaybolan tarım arazilerinin yeniden sınırlandırılması ihtiyacı, geometriyi adeta yaşamsal bir zorunluluk hâline getirmiştir. Hint ve Çin uygarlıklarında da geometri, matematiksel bilginin gelişmesinde temel bir rol oynamıştır. Özellikle Çin’de gölge uzunlukları, açı ölçümleri ve benzerlik ilişkileri ile ilgili bilgilerin yer aldığı görülmektedir. Hint matematiği ise erken dönem trigonometri ve rasathane faaliyetleri ile geometriyi daha soyut düzeye taşımıştır (Duatepe-Paksu vd., 2022).

Antik Yunan döneminde de geometri, günlük yaşam problemlerinin çözümünde etkin biçimde kullanılmıştır. Özellikle uzunluk ölçme, yükseklik tahmini ve uzaklık hesaplama gibi pratik gereksinimler doğrultusunda, üçgen benzerliğine dayalı yöntemlerin geliştirildiği görülmektedir (Karaca vd., 2023). Örneğin, Thales'in Mısır'a yaptığı bir seyahatte, kendi gölgesi ile bir piramidin gölgesi arasında kurduğu orantı yoluyla piramidin yüksekliğini hesapladığı bilinmektedir. Aynı mantık çerçevesinde, kıyıya olan mesafesi bilinmeyen bir geminin uzaklığını da gölge ve benzer üçgenler aracılığıyla belirlemiştir (Tez, 2008).

Geometrinin tarihsel gelişiminde Antik Yunan dönemi, bir dönüm noktası olarak öne çıkmaktadır. Antik Yunan'da geometri, yalnızca pratik problemlerin çözümüne hizmet eden bir araç olmanın ötesinde; soyut düşünme, genelleme yapma ve mantıksal çıkarım üretme süreçleriyle iç içe geçmiş bir entelektüel uğraş alanı olarak yapılandırılmıştır. Bu yönüyle geometri bilgisi hem felsefî sorgulamanın hem de bilimsel yöntemin temel yapı taşlarından biri hâline gelmiştir (Yıldırım, 1996). Bu çerçevede, M.Ö. 3. yüzyılda Öklid tarafından geliştirilen aksiyomatik sistem, yaklaşık iki bin yıl boyunca sorgulanmadan matematiksel doğruların temel kaynağı ve tek geçerli geometri anlayışı olarak kabul edilmiştir. Günümüzde de pek çok ülkenin okul matematiği müfredatlarında geometri öğretimi büyük ölçüde Öklid geometrisinin kavramları, tanımları ve çıkarım yapısı etrafında kurgulanmaya devam etmektedir (Greenberg, 1993; Nicholson, 2019).

Geometri, tarihsel gelişimi boyunca çeşitli yöntem ve yaklaşımlar etrafında evrilmiş olmakla birlikte, özellikle aksiyomatik yöntemin belirginleşmesiyle sistematik ve tutarlı bir bilim dalı hüviyetine kavuşmuştur. Geometri, meseleleri kendi kavramlarıyla açıklayan, mantıksal çıkarımlara dayalı, kurallı bir sistemdir. Bu sistemin tutarlılığı ve geçerliliği, onun aksiyomatik yapısı ile güvence altına alınmıştır (Cihan, 2019; Roberts, 2015).

2.1.2. Geometrinin Aksiyomatik Yapısı

Aksiyomatik sistem, belirli kavramları ve kuralları kullanarak tüm bilgilerin mantıksal yollarla çıkarıldığı, tutarlı bir matematiksel yapıdır. Bu sistemin temel amacı, matematiksel yapıyı çelişkisiz, tutarlı ve evrensel olarak kabul edilebilir bir biçimde inşa etmektir (Hale, 2003). Öklid'in temellerini attığı aksiyomatik geometri anlayışı, günümüz geometri öğretiminde

yalnızca şekilsel bilgi değil, aynı zamanda mantıksal düşünme, akıl yürütme ve ispat becerilerinin kazandırılmasında merkezi bir rol oynamaktadır. Bu yaklaşım, öğrencilerin geometrik kavramlar arasında anlamlı ilişkiler kurmasını ve matematiksel argümantasyon yoluyla doğru sonuçlara ulaşmasını teşvik eder (Cihan, 2019). Ayrıca, öğrencilerin çevrelerinde gözlemledikleri uzamsal nesneleri kavramsallaştırmalarına ve onları anlamalarına da yardımcı olmaktadır (Battista, 2002).

Öklid geometrisinde kavram öğretiminin temel nesneleri geometrik inşalardır. Bu inşaların adım adım olması ve bir öncüle dayandırılması anlamlı ve kıymetlidir (Hale, 2003). Öklid, Elemanlar adlı eserinde, geometrik kavramları belirli tanımlar, postulatlar ve aksiyomlar temelinde sistematize etmiş ve tümdengelimsel bir yapı kurmuştur. Geometrinin aksiyomatik yapısının temel yapıtaşları şekil 1’de belirtilmiştir.



Şekil 1. Geometrinin aksiyomatik yapısı

Aksiyomatik sistemler, belirli tanımsız terimlere dayalı olarak inşa edilir. Bu terimler, sistemin en temel bileşenleri olup herhangi bir tanıma ihtiyaç duyulmadan kullanılırlar. Ardından gelen tanımlar, bu tanımsız terimler aracılığıyla oluşturulur. Aksiyomlar ise ispata ihtiyaç duyulmadan doğru kabul edilen önermelerdir. Aksiyomlar ispatlanmaz; fakat bütün sistem bu kabul edilmiş doğrular üzerine kurulur. Aksiyomatik sistemde her önerme ispatlanmaya çalışılsa, bu süreç sonsuz geriye gitme tehlikesi doğurur. Bu nedenle, bazı önermelerin temel kabul edilmesi kaçınılmazdır. Böylece bilgiler tutarlı ve yeniden üretilebilir hale gelir (Smart, 1998).

Aksiyomların temel özellikleri aşağıdaki şekilde sıralanabilir:

1. Tutarlıdırlar: Aynı sistem içinde bir önermenin hem doğru hem yanlış olması mümkün olmamalıdır; bu nedenle aksiyomlar birbiriyle çelişmemelidir.
2. Bağımsızdırlar: Hiçbir aksiyom, diğer aksiyomlardan türetilmemelidir. Her biri sistemin vazgeçilmez bir bileşeni olmalıdır.
3. Tamlık sağlarlar: Aksiyomlardan yola çıkarak sistemdeki tüm doğru önermelere ulaşılabilir olmalıdır. Yani sistem eksiksiz bir yapı sunmalıdır (Hale, 2003).

Sonuç olarak, bu sistemde ideal olan; aksiyomların sayıca az, temel nitelikte ve kapsayıcı olmasıdır. Böylece sistem, gereksiz tekrar ve kavramsal karmaşadan arındırılmış olur; az sayıdaki temel önermeden çok sayıda teorem türetilmesi sağlanır.

Aksiyomlardan hareketle yapılan mantıksal çıkarımlar sonucunda ulaşılan yeni önermelere *teorem* adı verilir. Teoremler, doğruluğu daha önce kabul edilmiş tanım, aksiyom ve diğer teoremlere dayanarak ispatlanan önermelerdir (Smart, 1998). Bu sebeple, ispatın da aksiyomatik sistemin mantıksal tutarlılığını ve geçerliliğini sağlayan temel bir araç olduğu söylenilebilir. Matematiksel ispat, doğru olduğu bilinen önermelerden ve tanımlardan belirli mantık kuralları çerçevesinde sonuca ulaşmayı sağlayan bir akıl yürütme biçimidir (Hanna, 2000). Bu bağlamda, matematikte bir ifadenin yalnızca makul ya da sezgisel olarak doğru görünmesi yeterli değildir; mutlaka ispatlanması gereklidir.

Matematiksel bilginin rastgele değil, sistemli ve güvenilir bir biçimde inşa edilebilmesi, doğrudan ispat sürecine bağlıdır. Fakat ispat süreçleri her zaman doğrusal olmayabilir ve

öğrenciler için kavranması güç olabilir (Hale, 2003). Bu nedenle, etkili bir matematik öğretimi, özellikle de geometri öğretimi, öncelikle aksiyomatik sistemin bileşenlerinin kavratılmasıyla başlamalıdır. Aksiyom, postulat, önerme, teorem ve ispat gibi kavramların ne anlama geldiği açık bir şekilde öğretilmeden, öğrencilerin kavramsal bilgi düzeylerinde anlamlı bir ilerleme sağlanması beklenemez (Hiebert & Lefevre, 1986).

van Hiele'nin (1986) geometrik düşünme düzeylerinden “çıkarım” ve “sistematiik düşünme” düzeyleri, öğrencilerin aksiyomatik yapıları ve matematiksel sistemleri etkin bir şekilde kullanabildikleri üst düzey düşünme basamaklarıdır (Duartepe-Paksu, 2016). Bu düzeylere ulaşmak, öğrencilerin yalnızca geometri alanında değil, genel matematiksel başarılarında da belirleyici rol oynamakta; analitik düşünme, ispat yapma ve soyut kavramlarla çalışma becerilerinin gelişmesine önemli katkı sağlamaktadır (Duartepe-Paksu, 2016). Dolayısıyla, öğrencilerin ileri düzey geometrik düşünme becerilerine ulaşabilmeleri için aksiyomatik sistemleri ve bu sistemleri oluşturan bileşenleri (örn. aksiyomlar, tanımlar, teoremler, ispatlar vb.) tanımaları ve kavramaları gerekmektedir.

Hiebert ve Lefevre'ye (1986) göre, yalnızca tanım bilgisine sahip olmak kavramsal bilgi için yeterli değildir; fakat bu bilgi parçalarının zihinsel kavram ağlarıyla birbirine bağlanması durumunda öğrenciler anlamlı öğrenmeye ulaşabilirler. Bu bağlamda, aksiyomatik sistemin bileşenleri, kendi aralarındaki hiyerarşik yapıya uygun şekilde tanımlanmalı ve bu yapı öğrencilerin zihinsel kavram sistemine yerleştirilmelidir. Böylece geometri, yalnızca şekil bilgisi olmaktan çıkarak, öğrencilerin akıl yürütme, ispat yapma ve mantıklı düşünme becerilerini geliştiren sistematiik bir düşünme biçimi haline gelir.

Aksiyomatik sistem, bilginin nasıl üretildiği, hangi dayanaklarla temellendirildiği ve doğruluğunun nasıl gerekçelendirildiği gibi temel epistemolojik sorulara da yanıt verir. Epistemolojik temel, bir bilginin hangi kavramlara dayandığını, nasıl türetildiğini, ne tür gerekçelerle doğrulandığını ve geçerliliğinin nasıl savunulduğunu sorgulayan kuramsal çerçeveyi ifade eder. Bu çerçevede aksiyomlar, sistemin başlangıç noktalarını oluşturarak, diğer tüm bilgilerin üretildiği mantıksal yapıyı mümkün kılar. Dolayısıyla, aksiyomların varlığı ve doğası yalnızca matematiksel sistematiik açısından değil, aynı zamanda bilginin doğasına ilişkin felsefi (epistemolojik) temeller bakımından da kritik önemdedir.

2.2. Öklid Geometrisi

2.2.1. Öklid'in Aksiyomatik Yapısı ve Temel Kavramları

Geometrinin ilk kez sistematik bir biçimde yapılandırılması ve sonraki kuşaklara aktarılması ünlü Yunan matematikçi Öklid tarafından gerçekleştirilmiştir. Öklid, M.Ö. 3. yüzyılda *Elemanlar* adlı eserinde geometriyi birkaç temel kabule (aksiyom ve postulatlara) dayandırarak tümdengelsel bir yapı kurmuş ve bu yapı günümüze kadar matematik eğitiminde temel referans olmuştur (Duatepe-Paksu vd., 2022). Öklid hem kendi bilgilerini hem de kendisinden önceki bilgileri derleyip bir araya getirdiği eserinde 23 tanım, 5 postulat ve 5 aksiyomu temel alarak, tümdengelsel bir yöntemle Öklid geometrisinin aksiyomatik yapısını inşa etmiştir (Nicholson, 2019). *Elemanlar*' da yer alan 5 temel postulat ve aksiyom şöyledir (Fitzpatrick, 2008):

POSTULATLAR

1. İki noktadan bir ve yalnız bir doğru geçer.
2. Bir doğru parçası iki yönde de sınırsızca uzatılabilir.
3. Herhangi bir merkez ve yarıçapla bir çember çizilebilir.
4. Bütün dik açılar birbirine eştir.
5. Bir doğruya dışındaki bir noktadan yalnızca bir paralel çizilebilir.

Şekil 2. Öklid geometrisinin postulatları (Fitzpatrick, 2008).

AKSİYOMLAR (Ortak Kavramlar)

1. Aynı şeye eşit olan şeyler eşittir.
2. Eşit şeylere eşit şeyler eklenirse, toplamalar eşit olur.
3. Eşit şeylerden eşit şeyler çıkarılırsa, kalanlar eşit olur.
4. Birbiriyle çakışan şeyler birbirine eşittir.
5. Bütün parçasından büyüktür.

Şekil 3. Öklid geometrisinin aksiyomları (Fitzpatrick, 2008).

Öklid geometrisinde, aksiyomlar, yalnızca geometriye özgü değil, tüm matematiksel ve mantıksal sistemlerde geçerli olan, evrensel nitelikteki temel doğrulardır. Örneğin, “eşit olanlara eşitler eklenirse toplamalar eşit olur” biçimindeki aksiyom, yalnızca geometrik değil, cebirsel yapılar için de geçerlidir. Bu yönüyle aksiyomlar, disiplinler üstü bir mantıksal temeli temsil eder. Buna karşılık postulatlar, belirli bir matematiksel alan (geometri) için özgül olan, sezgisel doğrulara dayanan ilkelere (Smart, 1998).

Öklid’in “Ortak Kavramlar” (aksiyomlar) olarak adlandırdığı beş temel ifade, yalnızca geometrik sistemin mantıksal tutarlılığını değil, aynı zamanda eşitlik kavramının matematiksel düşünmedeki merkezi rolünü vurgular. Öklid, geometrik büyüklükleri ölçerken sayısal birimlerden kaçınmayı tercih etmiş ve “eşit” terimini nicel anlamda değil, aynı büyüklüğe sahip olma anlamında kullanmıştır (Lee, 2013).

Öklid’in *Elemanlar* adlı eserinde üçgenlerin eşliğiyle ilgili KAK ve KKK önermelerinin ispatında, üst üste bindirme (süperpozisyon) yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntem, “birbiriyle çakışan şeyler birbirine eşittir” şeklindeki dördüncü aksiyom ile doğrudan ilişkilidir. Ancak bu yöntem, mantıksal olarak ve aksiyomatik sistemler açısından eleştirilmiştir (Smart, 1998). Çünkü Öklid, bir şeklin boyutlarını ve biçimlerini değiştirmeksizin bir başka şeklin üzerine taşınmasına (hareket ettirilmesine) izin veren açık ve genel geçer bir aksiyomu sistemine

dâhil etmemiştir. Bu durum, söz konusu ispatların aksiyomatik tutarlılığını ve evrensel geçerliliğini tartışmalı hâle getirmiştir (Lee, 2013).

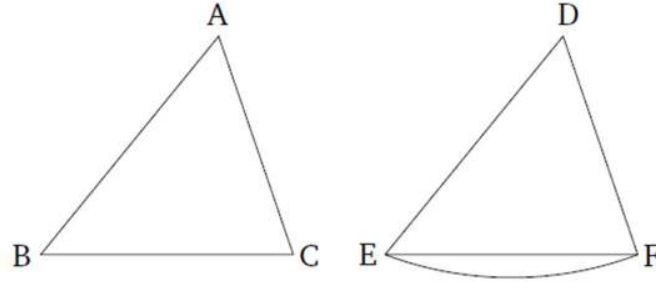
2.2.2. Öklid'in Üçgenlerde Eşlik Önergeleri

Elemanlar'ın birinci kitabında üçgen eşliği ile ilgili olarak yer alan IV, VIII ve XXVI numaralı önergeler, üçgenlerin eşliğini belirleyen temel kriterleri tanımlar.

Elemanlar'ın birinci kitabındaki eşlik önergeleri şu şekildedir (Sertöz, 2019):

Önerme IV (Kenar-Açı-Kenar):

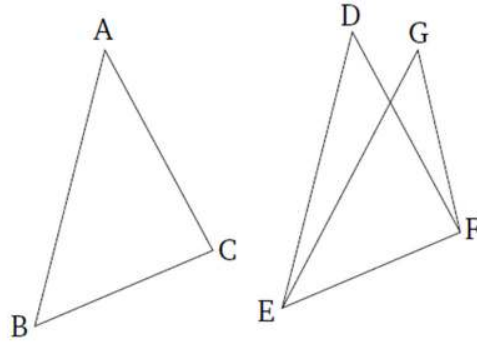
Eğer iki üçgenin karşılıklı iki kenarı eşit ve bu eşit kenarlar arasındaki açıları birbirine eşitse, üçüncü kenarları da birbirine eşit olur; üçgenler bu durumda eşittir ve kalan açılar da birbirine eşittir, yani eşit kenarların karşılarındaki açılar birbirine eşit olur (Fitzpatrick, 2008, s.10).



Şekil 4. Öklid' in Kenar -Açı -Kenar eşlik önermesi (Fitzpatrick, 2008, s.10)

Önerme VIII (Kenar-Kenar-Kenar):

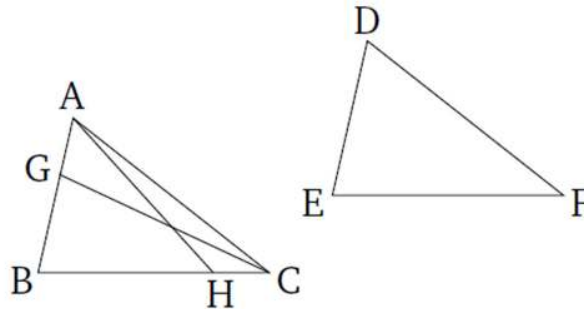
Eğer iki üçgenin karşılıklı iki kenarları birbirlerine eşitse ve üstelik tabanları da birbirine eşit ise, o zaman bu üçgenlerin eşit kenarları arasında kalan açılar da eşittir (Fitzpatrick, 2008, s.14).



Şekil 5. Öklid'in Kenar -Kenar -Kenar eşlik önermesi (Fitzpatrick, 2008, s.14)

Önerme XXVI:

İki üçgende, karşılıklı ikişer açı eşit ise veya bu açılar arasında kalan kenarlar eşit ise (Açı-Kenar-Açı), ya da bu eşit açılardan birini gören kenarlar eşit ise (Açı-Açı-Kenar), bu durumda: Üçgenler eşittir. Diğer kenarlar da eşit olur ve üçüncü açıları da birbirine eşittir (Fitzpatrick, 2008, s.29).



Şekil 6. Öklid'in Açı-Kenar-Açı eşlik önermesi (Fitzpatrick, 2008, s.29)

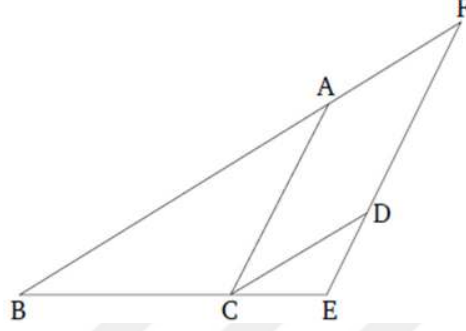
2.2.3.Öklid'in Üçgenlerde Benzerlik Önergeleri

Öklid, benzerlik kavramını *Elemanlar* adlı eserinin VI. Kitabı'nda, oran ve orantı ilişkilerine dayalı olarak sistematik biçimde ele almıştır. Söz konusu kitap, özellikle üçgenler olmak üzere çokgenler arasındaki benzerlik ilişkilerini inceleyen ve bu ilişkilere dair çeşitli matematiksel kuralları tümdengelsel bir yaklaşımla yapılandıran önermeler içermektedir.

Aşağıda üç temel benzerlik önermesi sunulmuştur:

VI. Kitap 4. Önerme AA (Açı-Açı):

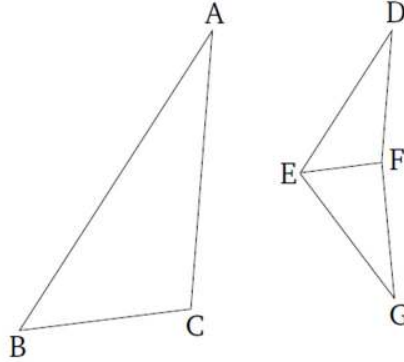
Bütün açıları eşit iki üçgende, eş açılardan karşılarındaki kenarlar orantılıdır (Fitzpatrick, 2008, s.160).



Şekil 7. Öklid'in Açı-Açı-Açı benzerlik önermesi (Fitzpatrick, 2008, s.160)

VI. Kitap 5. Önerme KKK (Kenar-Kenar-Kenar):

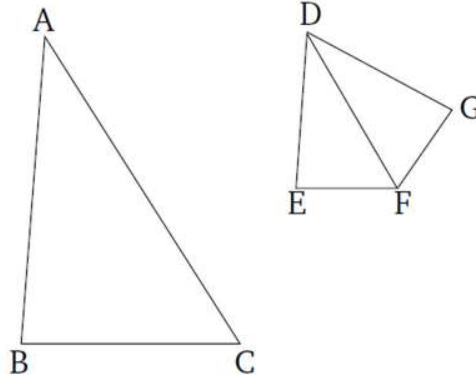
Eğer iki üçgenin karşılıklı kenar uzunlukları orantılı ise bu iki üçgen eş açılıdır ve bu eşit açılar orantılı kenarların karşısındadır (Fitzpatrick, 2008, s.161).



Şekil 8. Öklid'in Kenar-Kenar-Kenar benzerlik önermesi (Fitzpatrick, 2008, s.161)

VI. Kitap 6. Önerme KAK (Kenar-Açı-Kenar):

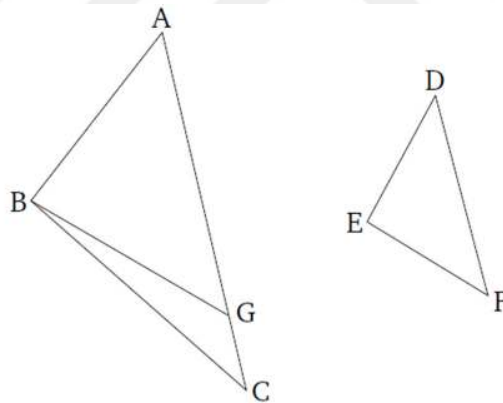
Eğer iki üçgenin karşılıklı ikişer kenarlarının uzunlukları orantılı ve bu orantılı kenarlar arasındaki açıları eşit ise bu iki üçgen eş açılıdır ve bu eşit açılar orantılı kenarların karşısındadır (Fitzpatrick, 2008, s.162).



Şekil 9. Öklid'in Kenar-Açı-Kenar benzerlik önermesi (Fitzpatrick, 2008, s.162)

VI. Kitap 7. Önerme KKA (Kenar-Kenar-Açı):

Eğer iki üçgenin birer açısı eşit, diğer açılara ait kenarları orantılı ve diğer iki açılarının ya ikisi de dar açı ya da her ikisi de dik açıdan az değilse, bu iki üçgen benzerdir (Fitzpatrick, 2008, s.163).



Şekil 10. Öklid'in Kenar-Kenar-Açı benzerlik önermesi (Fitzpatrick, 2008, s.163)

2.3. Hilbert Geometrisi

2.3.1. Hilbert Geometrisinin Aksiyomatik Yapısı

19. yüzyıl sonlarına doğru matematiksel düşüncenin merkezinde, yalnızca sonuçların doğruluğu değil, aynı zamanda bu sonuçlara ulaşmada kullanılan sistemlerin mantıksal tutarlılığı ve eksiksizliği de önemli bir tartışma konusu hâline gelmiştir (Smart, 1998). Bu

bağlamda, David Hilbert, 1899 yılında “Geometrinin Temelleri” adlı eserini yayımlamıştır. Hilbert klasik Öklid geometrisine alternatif bir aksiyomatik yaklaşım geliştirerek, matematiksel sistemlerin tutarlılık, bağımsızlık ve yeterlilik ilkeleri bağlamında yeniden değerlendirilmesini amaçlamıştır (Smart, 1998). Hilbert, *Geometrinin Temelleri* adlı eserinin giriş bölümünde çalışmasının amacını şu şekilde ifade etmiştir:

“Bu araştırma, geometri için basit ve tam bağımsız bir aksiyom kümesi seçmek ve bu kümeden en önemli geometri teoremlerini türetmek için yeni bir girişimdir. Bu teoremler öyledir ki, farklı aksiyom kümelerinden çıkarılabilecek sonuçların kapsamını ve bu kümelerin önemini mümkün olduğunca açık bir şekilde ortaya koyar” (Akt., Güven, 2020, s.120).

Hilbert’in aksiyomatik sistemi modern matematiksel sistemlerin aksiyomatik temellerini oluşturma konusunda bir model teşkil etmiştir. Hilbert, sistemini oluştururken özellikle aksiyomları sezgiden arındırarak mantıksal bir bütünlük içinde sistemleştirmeyi hedeflemiştir.

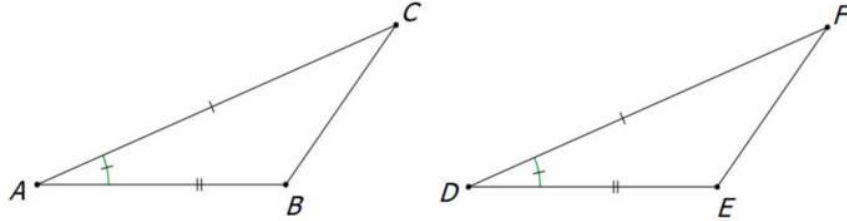
Hilbert geometrisi toplamda beş ana aksiyom grubu altında toplanmıştır (Güven, 2020):

1. Bağlantı Aksiyomları
2. Sıralama Aksiyomları
3. Paralellik Aksiyomları
4. Eş olma Aksiyomları
5. Süreklilik Aksiyomları

Bu aksiyom grupları içerisinde özellikle eş olma aksiyomları, Hilbert’in aksiyomatik sistemine özgü önemli bir yapısal yenilik sunmaktadır. Zira bu grup altında, Öklid’in *Elemanlar* adlı eserinde tam olarak aksiyomatik temele oturtulmayan Kenar-Açı-Kenar (KAK) eşlik önermesi, Hilbert tarafından doğrudan bir eşlik aksiyomu olarak tanımlanmıştır (Smart, 1998).

2.3.2. Hilbert'in 6. Eşlik Aksiyomu (KAK)

Bir üçgenin iki kenarı ve bu kenarlar arasındaki açısı, başka bir üçgenin iki kenarı ve bu kenarlar arasındaki açısına sırasıyla eş ise, bu iki üçgen eşittir (Greenberg, 1993).



Şekil 11. Hilbert'in 6. eşlik aksiyomu (Greenberg, 1993)

Bu yaklaşım sayesinde, üst üste bindirme (süperpozisyon) gibi geometrik sezgiye dayalı yöntemlere gerek kalmaksızın, eşlik kriterlerine ilişkin tüm önermeler, tutarlı ve formel bir mantıksal sistem içerisinde ispatlanabilir hâle getirilmiştir.

Günümüzde matematiksel geometri öğretiminde, her iki sistemin etkileri devam etmektedir. Okul geometrisinin büyük bölümü Öklid'in düzlem geometrisine dayanmakta; ancak Hilbert'in sağladığı aksiyomatik netlik, özellikle yükseköğretimde aksiyomatik sistemlerin öğretimi ve mantıksal ispat yapılarının inşasında temel teşkil etmektedir (Cihan, 2019).

2.4. Geometri Öğretiminde Eşlik ve Benzerlik

Geometri alanında “eşlik”, iki şeklin hem biçim hem de boyut açısından tamamen özdeş olmasını ifade ederken; “benzerlik”, şekillerin aynı forma sahip olmakla birlikte farklı ölçeklerde olma durumunu tanımlar (Yazıcı & Uluşan, 2023). Bu iki kavram, geometrik düşünmenin temel yapı taşları arasında yer almakta olup, özellikle üçgenler üzerinden anlaşılması, daha karmaşık geometrik şekillere yönelik genellemeleri mümkün kılmaktadır. Çokgenler arasında kenar sayısı en az ve kapalı şekil olan üçgen, üç kenar ve üç açıdan oluşur. Düzlemde yer alan herhangi bir çokgen, uygun şekilde çizilen köşegenlerle üçgenlere ayrılabilir.

Üçgenin bu merkezi konumu, eşlik ve benzerlik ilkelerinin öğretiminde pedagojik olarak da öncelikli bir araç olarak değerlendirilmesini gerekli kılmaktadır (Yazıcı & Uluşan, 2023).

Üçgenlerde eşlik ve benzerlik konusu, geometrinin tarihsel gelişimi boyunca merkezi bir öneme sahip olmuş, matematiksel düşüncenin şekillenmesinde temel bir rol oynamıştır (Baykul, 2009). Wijaya vd. 'e (2021) göre, eşlik ve benzerlik öğrencilerin uzamsal algısını, matematiksel bağlantı kurma becerilerini ve mantıksal çıkarımlarla matematiksel kanıtlama yapma yetilerini geliştirmede kilit rol oynamaktadır. Bu yönüyle, eşlik ve benzerlik yalnızca bilgi düzeyinde bir konu değil, aynı zamanda öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini harekete geçiren bir öğrenme alanıdır. Wu'ya (2005) göre ise, ortaöğretim geometrisi büyük ölçüde iki temel üzerine inşa edilmiştir: ölçme (uzunluk, alan ve hacim) ve eşlik ile benzerlik.

Geometri öğretiminde eşlik ve benzerlik kavramları, yalnızca şekiller arasındaki görsel benzerlikleri ya da ölçümsel eşitlikleri tanımlamakla sınırlı kalmaz; aynı zamanda öğrencilerin mantıksal akıl yürütme becerileri, temsili düşünme yeterlilikleri ve kavramsal anlayış düzeyleriyle doğrudan ilişkilidir. Bu bağlamda, özellikle üçgenler bağlamında ele alınan eşlik ve benzerlik kavramlarına yönelik iki temel yaklaşım öne çıkmaktadır: klasik Öklid geometrisi temelli yaklaşım ve dönüşüm temelli yaklaşım (Toluk-Uçar & Akkaş, 2022).

Klasik Öklid geometrisi, eşliği iki şeklin karşılıklı açı ve kenarlarının birebir örtüşmesi, yani şekillerin biçim ve boyut açısından tamamen özdeş olması olarak tanımlar. Benzerlik ise bu yaklaşımda, şeklin geometrik formunun korunarak ölçümsel olarak orantılı biçimde büyütülmesi ya da küçültülmesiyle oluşan bir ilişki olarak değerlendirilir. Söz konusu tanımlar, öğretim programlarında çoğunlukla üçgen eşlik ve benzerlik kriterleri aracılığıyla somutlaştırılmaktadır. Bu kriterler, öğrencilerin sistematik ispat yapıları geliştirmeleri için temel oluşturmakta ve özellikle soyut düzeyde mantıksal gerekçelendirme becerilerinin kazandırılmasında önemli bir rol oynamaktadır. Bu nedenle klasik Öklid geometrisi yaklaşımı, geometrik ispatların yapılandırılmasında hâlen geçerli ve yaygın olarak benimsenen kuramsal bir çerçeve sunmaktadır (Sertöz, 2019).

Dönüşüm temelli yaklaşım ise eşlik ve benzerlik kavramlarını, geometrik şekiller arasında gerçekleştirilen dönüşümler aracılığıyla tanımlamaktadır. Bu yaklaşımda, bir şeklin yansıma, dönme, öteleme ya da bu dönüşümlerin bileşkeleriyle başka bir şekle örtüşmesi

durumu, söz konusu iki şeklin eş olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla, eşlik kavramı temel izometrilere altında, yani şeklin biçimini ve boyutlarını koruyan dönüşümler bağlamında ele alınır. Benzerlik kavramı ise bu izometrik dönüşümlere ek olarak, şeklin orantılı olarak büyütülmesi ya da küçültülmesini sağlayan homoteti (ölçekli büyütme veya küçültme) dönüşümü temelinde tanımlanır (Toluk-Uçar & Akkaş, 2022).

Eşlik ve benzerlik kavramlarının öğretimine ilişkin yaklaşımlar, ülkelerin müfredat felsefelerine bağlı olarak anlamlı farklılıklar göstermektedir. Amerika Birleşik Devletleri'nde eşlik ve benzerlik konuları, Common Core State Standards for Mathematics (CCSSM) çerçevesinde dönüşüm temelli bir perspektifle ele alınmaktadır (Lo vd., 2024). Bu yaklaşımda eşlik, katı cisim dönüşümleri (öteleme, dönme ve yansıma) yoluyla tanımlanmakta; öğrencilerin üçgen eşliğini yalnızca ölçümsel eşitliklerle değil, aynı zamanda dönüşümler aracılığıyla gerekçelendirmeleri teşvik edilmektedir (Zhou vd., 2022). Benzerlik kavramı ise, eşlikte kullanılan dönüşümlere ek olarak homoteti dönüşümünü de içerecek biçimde tanımlanmakta, böylece öğrencilerin şekiller arası orantısal ilişkiyi dönüşümler bağlamında kavramsallaştırmaları hedeflenmektedir (National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers [NGA Center & CCSSO], 2010).

İngiltere müfredatında ise matematik dersi için program; Key Stage 1-4 arasında öğrencilerin kazanması beklenen bilgi, beceri ve kavramları tanımlar. Eşlik ve benzerlik kavramları özellikle Key Stage 3 (11-14 yaş) düzeyinde tanıtılmakta, dönüşümler, ölçme, açı ve orantı kavramlarıyla ilişkilendirilmektedir (Department for Education, 2014). İngiltere'de öğrenim gören öğrencilerin 14-16 yaş aralığında girdiği ulusal sınav sistemi olan General Certificate of Secondary Education (GCSE) düzeyinde eşlik genellikle “aynı şekil ve aynı boyut”, benzerlik ise “aynı şekil, farklı boyut” şeklinde tanımlanmaktadır.

Güney Kore matematik müfredatı, yüksek akademik beklentiler ve sistematik yapılandırmasıyla dikkat çekmektedir. Ortaokul ve lise düzeyinde öğrencilerden üçgen eşlik kriterlerini (örn. KAK, AKA, KKK) kullanarak geometrik ilişkileri gerekçelendirmeleri veya ispat yapmaları beklenmektedir (Choi & Kim, 2020). Bu yapısal farklılıklar, ülkelerin matematik eğitiminde öncelik verdiği kavramsal çerçeveyi ve öğrencilere kazandırmayı hedeflediği akıl yürütme biçimlerini yansıtmaktadır.

Türkiye’de ise eşlik ve benzerlik konularının öğretimine ilişkin yaklaşım, Millî Eğitim politikaları ve program felsefelerindeki dönüşümlere paralel olarak zaman içerisinde biçim değiştirmiştir. Türkiye’de eşlik ve benzerlik konuları, Millî Eğitim Bakanlığı tarafından belirlenen öğretim programlarında hem ortaokul hem de lise düzeyinde yer almaktadır. 8. sınıf matematik dersi öğretim programında (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018a), öğrencilere şekiller arasındaki benzerlik ve özdeşlik ilişkilerini gözlemleme ve karşılaştırma becerileri kazandırılması hedeflenmektedir. Bu düzeyde eşlik ve benzerlik kriterleri açık biçimde verilmemekte; öğretim süreci daha çok somut modeller, kareli kâğıt, katlama etkinlikleri gibi araçlarla desteklenmekte ve öğrencilerin görsel sezgilerine hitap eden yapılandırılmış etkinlikler yoluyla kavramsal farkındalık oluşturulması amaçlanmaktadır. Bununla birlikte, program yalnızca tanıma düzeyinde kalmayıp, benzerlik oranı gibi nicel ilişkilerin keşfi için de bir ön hazırlık işlevi görmektedir (Mut & Bircan, 2025).

2018 yılında yayımlanan ortaöğretim matematik programında (MEB, 2018b) ise eşlik ve benzerlik konusu, daha çok ölçü temelli klasik yaklaşımlar çerçevesinde ele alınmıştır. Bu programda KAK, KKK, AKA, AA gibi eşlik ve benzerlik kriterleri doğrudan isimlendirilmekte; öğrencilerden bu kriterleri uygulayarak üçgenler arasında eş veya benzerlik bağı kurmaları beklenmektedir. Programın genel yaklaşımı, eşlik ve benzerliği daha çok tanım ve uygulamaya dayalı işlemsel bilgiler bağlamında yapılandırmakta; kavramların oluşumuna ilişkin dönüşümsel gerekçelendirme ya da ispat temelli yaklaşımlara doğrudan yer vermemektedir. Öğrencilerin kavramlar arası ilişkileri analiz etmeleri, genellemeler yapmaları veya geometrik dönüşümler aracılığıyla eşlik ve benzerlik kavramlarını anlamlandırmaları, bu program kapsamında sınırlı düzeyde teşvik edilmektedir. Bu bağlamda, 2018 programı eşlik ve benzerlik öğretimini büyük ölçüde Öklid geometrisi temelli bir yaklaşıma dayandırmaktadır (Mut & Bircan, 2025).

Öte yandan, 2024 yılında yürürlüğe giren Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli (MEB, 2024) eşlik ve benzerlik konularına daha kavramsal ve yapılandırmacı bir perspektifle yaklaşmaktadır. Bu modelde, eşlik ve benzerlik kavramları geometrik dönüşümler (yansıma, öteleme, dönme) aracılığıyla yapılandırılmakta; şekillerin bu dönüşümler altındaki görüntüleri incelenerek öğrencilerin eşlik ve benzerliğe ilişkin varsayımlarda bulunmaları, bu varsayımları genelleyerek gerekçelendirmeleri hedeflenmektedir. Bu doğrultuda eşlik ve benzerlik konusu yalnızca

tanımsal düzeyde değil; aynı zamanda akıl yürütme, ispat yapma, matematiksel temsil oluşturma ve strateji geliştirme gibi üst düzey bilişsel süreçlerle bütünleştirilmiştir.

Sonuç olarak, Türkiye’de eşlik ve benzerlik öğretimine ilişkin yaklaşımın zaman içinde belirgin bir dönüşüm geçirdiği görülmektedir (Mut & Bircan, 2025). 2018 programı (MEB, 2018b), daha çok klasik kurallara ve ölçü temelli uygulamaya dayalı bir öğretimi esas alırken; 2024 Maarif Modeli (MEB, 2024), kavramsal keşif, dönüşüm temelli gerekçelendirme ve yapılandırmacı öğrenme ortamlarını merkeze alan bir anlayış ortaya koymaktadır.

2.5. Matematiksel Dilin Kullanımı

Matematik dili, zihinsel yapılarla ve sembollerle ifade edilen evrensel bir sembolik sistemdir (Brune, 1953). Matematiksel dil, yalnızca sembollerden oluşan soyut bir anlatım biçimi değil; aynı zamanda anlam inşasının, kavramsal ilişkilendirmenin ve akıl yürütmenin temel aracıdır. Matematik eğitimi alanında kullanılan bu dilin açık, tutarlı ve sistemli olması, öğrencilerin kavramları doğru anlamlandırabilmesi açısından hayati önemdedir.

Matematiksel kavramlar günlük yaşantıdan farklı olarak çoğunlukla doğrudan gözlenemeyen, soyut yapılarla ilgilidir. Bu nedenle, öğrencilerin bu kavramları içselleştirebilmeleri ve akıl yürütebilmeleri için matematiksel dili doğru ve anlamlı bir biçimde kullanabilmeleri gerekir. Eğitim ortamında öğrencilerin bu dili etkili bir biçimde kullanmaları, yalnızca kavramları tanımlarıyla değil; aynı zamanda bu kavramları doğru bağlamlarda kullanabilmeleriyle mümkündür. Thom’a (1973) göre öğrencilerin matematiksel dili anlamlı bulmamaları, matematiksel kavramları yapılandıramamalarına neden olmakta; bu durum öğretim sürecinde temel bir problem haline gelmektedir.

Matematiksel dilin doğru kullanılmaması, yalnızca kavramların yanlış anlaşılmasına değil, aynı zamanda uzun vadede öğrenme kayıplarına ve kavramsal hatalara da yol açmaktadır. Lansdell (1999), öğrencilerin kavramlara dair yaşadıkları yanlış anlamaların önemli bir nedeninin, kullanılan matematiksel dildeki yetersizlikler olduğunu belirtmektedir. Öğrencilerin, öğretmenlerin ya da velilerin aynı terimleri farklı anlamlarda kullanmaları, bu kavramların bireyler arasında tutarsız bir şekilde anlaşılmasına neden olmaktadır (Çalıkoglu-Bali, 2003).

Matematiksel dilin tutarlı ve doğru biçimde kullanılması gereken en önemli ortamlardan biri de matematik ders kitaplarıdır; zira bu kaynaklar, öğrencilerin kavramları doğru şekilde anlamaları, matematik dilini doğru bir şekilde kullanmaları ve matematiksel düşünme becerilerini geliştirmeleri açısından temel bir başvuru kaynağı niteliğini taşımaktadır. Dolayısıyla, matematiksel iletişimin sağlıklı biçimde kurulabilmesi için, tüm paydaşların aynı kavramlara aynı anlamları yüklemeleri gerekmektedir (Yeşildere, 2007). Bu bağlamda, öğrencilerin kavramları yapılandırırken hem bireysel hem de bireyler arası iletişimi sağlayacak ortak bir matematiksel dile ihtiyaç duydukları açıktır.

Sonuç olarak, matematiksel dilin doğru, açık ve tutarlı bir şekilde kullanılması hem öğretmenlerin nitelikli öğretim yapabilmeleri hem de öğrencilerin kavramsal anlayışlarını derinleştirebilmeleri açısından büyük önem taşımaktadır. Öğretmenlerin, kavramları yalnızca aktarmakla kalmayıp, öğrencilerin bu kavramları kendi düşünce sistemlerinde nasıl yapılandırıldığını da gözetmeleri gerekmektedir. Bu durum, öğretim ortamında hem etkili bir öğrenme süreci hem de sağlıklı bir iletişim ortamının temelini oluşturacaktır. Matematiksel dilin doğru kullanımı, matematiksel düşünmenin gelişimi ve bilimsel anlamda okuryazar bireylerin yetişmesi için vazgeçilmez bir unsur olarak değerlendirilmektedir.

2.6. İlgili Araştırmalar

İlgili araştırmalar, kuramsal çerçeveye uyumlu olacak şekilde üç başlık altında sınıflandırılarak sunulmuştur. Araştırmalarda yazarların tercih ettikleri terminolojik ifadeler orijinal halleriyle korunarak doğrudan metne yansıtılmıştır.

2.6.1. Eşlik ve Benzerlik Kavramlarına Yönelik Araştırmalar

Mbatha ve Bansilal (2023), öğretmen adaylarının Öklid geometrisinde benzerlik kavramına ilişkin anlayışlarını incelemişlerdir ve ortaya çıkan kavram yanlışlarını van Hiele'nin geometrik düşünme düzeyleri kuramı ile açıklamışlardır. Çalışmada, lisans düzeyinde matematik öğretmenliği eğitimi alan 34 birinci sınıf öğrencisinin yazılı yanıtları ve yedi katılımcıyla yapılan görüşmeler analiz edilmiştir. Sonuçlar, öğretmen adaylarının benzerlik

gösterimini ve iki şeklin benzer olduğunu ispatlama sürecini anlamakta güçlük çektiğini ortaya koymuştur. Birçok adayın benzerlik notasyonunu doğru kullanamadığı ve şekillerin benzer olduğunu kanıtlamada gereken mantığı kuramadığı gözlenmiştir. Araştırmada, öğretmen adaylarının görsel ve analitik temsilleri ilişkilendirme becerilerini geliştirmeye yönelik öğretim etkinliklerine ihtiyaç duyduğu vurgulanmıştır.

Güneş (2022), lise öğrencilerinin üçgenler konusundaki bildirimsel bilgilerini ölçmeye yönelik çoktan seçmeli bir test geliştirip, bu testin geçerlilik ve güvenirlik analizlerini gerçekleştirmiştir. Çalışma kapsamında geliştirilen Declarative Knowledge Test of Triangles adlı test, öğrencilerin üçgen çeşitlerinin tanımları, eş ve benzer üçgenlerin tanımları ve üçgenlerin ayırt edilmesine ilişkin bilgi düzeylerini ölçmeyi amaçlamaktadır. Test maddeleri, minimal ve minimal olmayan tanımlar ayrımı gözetilerek yapılandırılmıştır. Araştırma, üçgenlere ilişkin tanım bilgisinin öğretimde göz ardı edilen bir yön olduğunu ortaya koyarken, öğrencilerin eşlik ve benzerlik tanımlarında çoğunlukla açısı yerine kenar uzunluklarına dayalı minimal tanımlara daha yatkın olduklarını göstermiştir. Bu durum, öğrencilerin eşlik ve benzerlik kriterlerini birer teorem değil de tanım olarak algılamaya daha yakın olduklarına işaret etmekte ve öğretim materyallerinde bu tür ayrımların açık biçimde yapılandırılmasının gerekliliğini ortaya koymaktadır.

Winer ve Battista (2022), lise geometri öğretiminde üçgen eşlik postulatlarını kullanan ispatlara odaklanarak, öğrencilerin sözlü planlama süreçleri ile yazılı iki sütunlu ispatları arasındaki tutarlılığı incelemiştir. Öğrencilerin ispatlama süreçlerini birebir görev temelli görüşmeler yoluyla inceleyen çalışmada, öğrencilerin sözlü planlama ve açıklamaları ile iki sütunlu yazılı ispatları analiz edilmiştir. Öğrenciler genellikle doğru sezgisel bilgiye sahip olmalarına rağmen, gerekçeleri uygun aksiyomatik ifadelerle ifade etmede zorlanmışlardır. Bulgular, öğrencilerin sözlü planlama ve açıklamalarında sergiledikleri akıl yürütmenin büyük ölçüde yazılı ispatlarına yansıtılmadığını ve bu durumun biçimsel eksikliklere ve ciddi mantıksal boşluklara yol açtığını göstermektedir. Bu bağlamda, ispat öğretiminde yalnızca biçimsel yapılar üzerinde durmanın değil, öğrencilerin mantıksal geçişleri anlama ve ifade etme becerilerini de geliştirecek öğretim stratejilerinin gerekliliği vurgulanmıştır.

Casanova vd. (2021), öğrencilerin üçgenler konusundaki geometrik düşünme biçimleri ile kavram yanlışlarını incelemişlerdir. 9. sınıf düzeyindeki öğrencilerden eş ve benzer üçgenleri tanımlamaları ve kanıtlamaları istenmiş, sonuçlar ise öğrencilerin bu iki kavramı anlamakta güçlük çektiğini ortaya koymuştur. Öğrenciler, sıklıkla tanım, postulat ve teorem gibi temel terimleri ayırt etmede ve bunları kanıtlarda doğru biçimde kullanmada başarısız olmuşlardır. Bunun yanında, eş ve benzer üçgenleri analitik olarak karşılık gelen açı ve kenarlar üzerinden tanımlamak yerine, yalnızca şekillerin dış görünüşüne dayanarak sezgisel ve gayri resmi tanımlar yapmışlardır. Ayrıca, öğrenciler ispatlarda yer alan açıkça belirtilmeyen öncülleri tanımlamakta zorlanmış ve bu nedenle mantıksal çıkarım yaparak sonuca ulaşmada yeterli bilişsel stratejileri geliştirememişlerdir. Çalışma, öğrencilerin geometrik düşünme süreçlerindeki yanlış anlamaları büyük ölçüde yetersiz tanım bilgisi, belirsiz terminoloji kullanımı ve matematiksel dilin yerinde kullanılmamasıyla ilişkilendirmiştir. Bu bağlamda, öğrencilerin açık ve doğru matematiksel söylem geliştirebilmeleri için teknik terimlerin ve uygun notasyonların sistematik biçimde öğretilmesi gerektiği vurgulanmıştır.

Wijaya vd. (2021), Endonezya'daki 9. sınıf öğrencilerinin eşlik ve benzerlik problemlerindeki zorluk düzeyini analiz etmiştir. Ayrıca, 9. sınıf öğrencilerinin bu problemleri çözme becerileri ve karşılaştıkları zorlukları incelemişlerdir. Çalışmada, öğrencilerin temel kavramları tam olarak öğrenemedikleri ve özellikle görsel problem türlerinde hata yaptıkları saptanmıştır. İlgili çalışmada katılımcı öğrencilerin %72'sinin eşlik kavramını tam anlamadıkları raporlanmıştır. Problem çözümünde en büyük zorluk, kavram bilgisi eksikliği ve görsel temsil zorlukları olmuştur. Ayrıca, öğrencilerin eşlik ve benzerlik teoremlerini biliyor gibi görünseler de kavramların mantığını tam kavrayamadıkları saptanmıştır.

Haj-Yahya (2021), öğrencilerin eşlik ve benzerlik kavramlarının matematiksel tanımlarına ilişkin algılarını incelemiş ve bu tanımların teoremlerle karıştırılıp karıştırılmadığını sorgulamıştır. Araştırma bulgularına göre, birçok öğrenci eşlik ve benzerlik teoremlerini tanım olarak kabul etmemekte; bunları yalnızca problem çözmeye yönelik yöntemler olarak görmektedir. Özellikle minimal tanımlar (örneğin, yalnızca iki açının eşitliğine dayalı benzerlik tanımı) çoğunluk tarafından yetersiz bulunmuş, öğrenciler daha çok "tüm kenarların orantılı" olduğu gibi kapsamlı, sezgisel tanımları tercih etmiştir. Bu durum, öğrencilerin kavramın özüne veya yaygın tanınırlığına daha çok önem verdiklerini göstermektedir. Ayrıca öğrencilerin büyük

çoğunluğu tanımları kenar uzunluklarına dayandırmış; yalnızca açığa dayalı benzerlik tanımları düşük kabul oranına sahip olmuştur. Araştırma sonucunda, öğrencilerin van Hiele'nin üçüncü düzeyine henüz ulaşmadıkları, yani tanımların gerekli ve yeterli koşullarını analiz etme ve teoremleri tanım olarak değerlendirme düzeyinde olmadıkları görülmüştür. Bu bağlamda, geometri öğretiminde öğrencilerin tanım-teorem ayrımını kavramaları için yapılandırılmış öğretim etkinliklerine ihtiyaç duyulduğu vurgulanmıştır.

Lutfi ve Jupri (2020), ortaokul öğrencilerinin van Hiele geometrik düşünme düzeyleri bağlamında üçgen benzerliği konusundaki uzamsal yeteneklerini analiz etmeyi hedeflemişlerdir. Öğrencilerin çoğu van Hiele'nin 2. seviyesine kadar ulaşabilmiş ve genel olarak benzerlik konusunun kavramsal gerekçelerinde zorluk yaşamışlardır. Çalışmada, öğrencilerin benzerlik kavramını tam anlamıyla kavrayabilmeleri için uzamsal becerilerinin geliştirilmesi gerektiği savunulmuştur. Araştırmacılara göre, öğrencilerin yalnızca prosedürel çözümleri değil, aynı zamanda görsel ve kavramsal ilişkileri de anlamalarının sağlanması önerilmiştir. Ayrıca, benzerlik konusu sadece hesaplamaya dayalı değil, görsel ilişkilendirme ve kavramsal gerekçelendirme yoluyla öğretilmesinin gerekli olduğu da vurgulanmıştır.

Biber (2020), nitel bir olgu incelemesiyle 9. sınıf öğrencilerinin üçgenlerde benzerlik sorularındaki güçlüklerini araştırmıştır. Fen lisesine devam eden 55 öğrenciye yöneltilen açık uçlu soruların analizi sonucunda, öğrencilerin özellikle iç içe geçmiş (örtüşen) üçgenler içeren sorularda ve yalnızca Açık-Açık (AA) benzerlik durumunu kullanmayı gerektiren sorularda en çok zorlandıkları ortaya çıkmıştır. Buna karşılık, ayrı veya basit şekilde verilen benzer üçgenlerle çalışırken öğrenciler oldukça başarılı bulunmuştur. Çalışma, benzerlik konusunu işlerken öğretmenlerin özellikle örtüşen üçgenli sorulara daha fazla odaklanmasını önermektedir. Bu sonuç, öğrencilerin benzerlik kavramını görsel olarak algılamada zorlandıkları belirli durumlar olduğunu göstermektedir.

Sumarni vd. (2020), akış diyagramla ispat yöntemi stratejisinin öğrencilerin üçgenlerde eşlik ispatı yapma becerilerine etkisini incelemişlerdir. Araştırma bulgularına göre, öğrenciler ispat sürecindeki adımların sırasını ve mantıksal akışını bu stratejiyle daha iyi kavramış; özellikle “bilinenleri yazma” ve “kanıtlanacak olanı belirtme” gibi aşamalarda yüksek başarı göstermişlerdir. Ancak öğrencilerin önemli bir kısmı, hangi eşlik kriterini (örneğin KAK, KKK,

AKA) uygulayacaklarını belirleme konusunda zorluk yaşamış ve matematiksel sembolleri doğru kullanma konusunda hatalar yapmıştır. Bu durum, öğrencilerin kavramsal anlam eksikliklerinin ispat sürecine olumsuz yansıdığını göstermektedir. Araştırmada, akış diyagramla ispat yönteminin ispat adımlarının mantıksal bütünlüğünü kavramada yararlı olduğu, ancak bu yöntemin etkili olabilmesi için öncesinde eşlik kriterleri ve temel kavramların sağlam biçimde öğretilmesi gerektiği vurgulanmıştır. Ayrıca, gelecekte bu stratejinin farklı geometri konularına uygulanarak etkililiğinin incelenmesi önerilmiştir.

Mironychev (2018), eşlik kriterlerinden biri olan KAK (Kenar-Açı-Kenar) teoremi ile birlikte genellikle geçersiz sayılan KKA (Kenar-Kenar-Açı) teoreminin de belirli durumlarda geçerli olabileceğini ortaya koymuştur. Yazar, eşliğin yalnızca kenar ve açıların eşliğine değil, şekillerin üst üste bindirilerek tüm noktalarının çakışmasına (süperpozisyon) dayandırılması gerektiğini savunmuş; bu kapsamda eşlik tanımını daha güçlü ve işlevsel bir biçimde yeniden yorumlamıştır. Çalışmada, KKA teoremine sahip üçgenlerin altı farklı durumu incelenmiş ve bunlardan dördünde üçgenlerin gerçekten eş olduğu matematiksel olarak ispatlanmıştır. Çalışmada, KKA teoreminin, KAK, KKK, AKA ve AAK gibi klasik eşlik teoremleri arasında yer alabilecek nitelikte olduğu iddia edilmektedir. Böylece çalışma, yalnızca teorik bir katkı sunmakla kalmamış, aynı zamanda öğretim programları ve öğretim materyalleri açısından önemli bir yeniden değerlendirme çağrısında bulunmuştur.

Wang vd. (2018), 8. sınıf öğrencilerinin eş üçgenler konusundaki akıl yürütme ve ispat süreçlerinde yaptıkları hataları ayrıntılı olarak incelenmişlerdir. Çalışmaya iki farklı ortaokuldan toplam 102 öğrenci katılmış ve öğrencilerin eş üçgenleri ispatlama sürecindeki düşünsel yapıları, oluşturdukları argümanlar üzerinden analiz edilmiştir. Araştırmanın sonuçları, öğrencilerin eş üçgen teoremlerinin özü ve yapısı konusunda ciddi kavram karışıklıkları yaşadığını ortaya koymuştur. Öğrencilerin standart grafikler oluşturmalarına rağmen bu grafikleri görsel analizde etkili bir şekilde kullanamadıkları; matematiksel dil, doğal dil ve şekiller arasında geçiş yapmakta zorlandıkları gözlemlenmiştir. Araştırma kapsamında geliştirilen ölçme aracıyla elde edilen bulgular, öğrencilerin yaptığı hataların çoğunun, eş üçgen teoremlerinin yüzeysel anlaşılmasından kaynaklandığını göstermiştir. Madde analizi, öğrenci ve öğretmen görüşmeleri doğrultusunda bu hatalar beş temel kategoride toplanmıştır. Bunlar arasında sembol hataları, ispat adımlarının sırasını karıştırma, gerekli adımları atlama ve yazılı

matematiksel ifadelerdeki yetersizlikler öne çıkmaktadır. Çalışmada, öğrencilerin eş üçgenler konusundaki akıl yürütme ve ispat becerilerinin desteklenmesi gerektiği ve bu süreçte özellikle kavramsal derinlik kazandırmaya yönelik öğretim stratejilerinin önemi vurgulanmıştır.

Dündar ve Gündüz (2017), ilköğretim matematik öğretmen adaylarının üçgenlerde eşlik ve benzerlik konularına ilişkin kavramsal bilgi düzeyleri ile bu kavramları gerekçelendirme ve günlük yaşamla ilişkilendirme becerilerini araştırmıştır. Bulgular, öğretmen adaylarının temel kavramları doğru tanımlayabildiklerini ancak bu kavramları matematiksel gerekçelerle desteklemede ve günlük yaşam bağlamına aktarmada zorlandıklarını göstermiştir. Ayrıca, adayların eşlik ve benzerlik kavramlarını ayırt etmede güçlük yaşadıkları, benzerliği sezgisel olarak tanımladıkları, ancak eşliğin koşullarını tam olarak ifade edemedikleri belirlenmiştir. Ayrıca, bu çalışmanın bulgularına göre gerekçelendirme sürecinde sıklıkla deneysel ve pragmatik yaklaşımlara başvurulduğu ve kavramsal düzeyde ispat ve terminolojik bütünlüğün sağlanamadığı saptanmıştır.

Bartell vd. (2015), öğretmen adaylarının ve bir matematikçinin benzer çokgenleri (üçgen ve altıgen) tanımlama ve ayırt etme süreçlerini karşılaştırmıştır. Bulgular, görsel tanımanın hem matematikçi hem de iki öğretmen adayı için ortak bir yaklaşım olduğunu göstermektedir. Ancak, gerekçe istendiğinde, benzer çokgenleri belirleme rutinleri farklılık göstermiştir. Öğretmen adaylarından biri, AA kriterini dolaylı olarak uygulamış; diğeri ise “aynı şekil ve aynı kenar sayısı” üzerinden yanlış bir benzerlik tanımı yapmıştır. Araştırmada, öğretmen adaylarının matematiksel kavramları sözlü olarak ifade etme ve gerekçelendirme becerilerinin geliştirilmesi ile benzerlik kavramının yalnızca görsel değil, oran ve açı ölçüleri üzerinden öğretiminin artırılması önerilmiştir.

Dokai (2014), Öklid’in Kenar-Açı-Kenar (KAK) eşlik önermesinin, yaklaşık iki bin yıl boyunca yalnızca üst üste bindirme (süperpozisyon) yöntemiyle gösterildiği ve bu yöntemin analitik bir ispat sunmaktan uzak olduğu görüşünden hareketle, söz konusu teoreme analitik bir ispat geliştirmeyi amaçlamıştır. Araştırmacı, bu amaçla iki eş üçgenin belirli biçimlerde döndürülerek üst üste getirilmesiyle oluşan şeklin, aslında bir çift koninin kesiti olduğunu keşfetmiş; bu geometrik yapı sayesinde KAK teoreminin doğruluğunu orta noktalar teoremi ve hareket aksiyomu kullanarak göstermiştir. Çalışmada, eşlik teoreminin ispatında yer alan temel sorunlardan birinin, karşılıklı kenarların eşitliğinin gösterilememesi olduğu ifade edilmiş, bu

sorunun çözümü için şekil üzerinde yapılan dönüşüm ve orta noktaların kullanımı sayesinde, kalan kenarların da eşliği kanıtlanmıştır.

Seago vd. (2013), ortaokul matematik öğretmenlerinin dönüşüm temelli benzerlik anlayışlarını geliştirmeyi amaçlayan bir mesleki gelişim programını incelemiştir. Araştırmada hem öğretmenlerin hem de öğrencilerin dönüşümlere dayalı benzerlik yaklaşımını anlamada ve uygulamada zorlandıkları, çoğunlukla yalnızca orantısal benzerlik tanımıyla sınırlı kaldıkları ortaya konmuştur. Çalışma, dönüşüm temelli öğretim uygulamalarının, öğrencilerin yalnızca oran kavramını değil, aynı zamanda kavramsal benzerlik anlayışlarını da güçlendirdiğini göstermiştir. Bununla birlikte, öğretmenlerin bu yaklaşımı etkili biçimde benimseyebilmesi için özel olarak yapılandırılmış öğretim içeriklerine ihtiyaç olduğu vurgulanmıştır.

Jones vd. (2013), Japonya’da geliştirilen bir web tabanlı öğrenme sistemi aracılığıyla öğrencilerin üçgen eşliği üzerindeki ispat becerilerini araştırmıştır. Çalışma, öğrencilerin eşlik kavramına dair bilişsel yapılarını tanımlamak amacıyla González ve Herbst’in (2009) dört eşlik anlayışı (algısal, ölçü koruyucu, dönüşümsel ve karşılıklı parça temelli eşlik) çerçevesini kullanmaktadır. Analizler, geleneksel ders kitaplarının çoğunlukla algısal ve ölçü temelli yaklaşımlardan karşılıklı parça temelli eşlik anlayışına doğru bir öğrenme ilerleyişi sunduğunu; buna karşın web tabanlı sistemin özellikle karşılık anlayışının gelişimini daha etkili biçimde destekleyebileceğini ortaya koymuştur. Öğrencilerin şekiller üzerindeki eş kenar, eş açı ilişkilerini sürükle-bırak yöntemiyle tanımlamaları, ispat akışını dijital ortamda kurlmaları ve sistemden geri bildirim almaları, soyut matematiksel ilişkilere daha kolay geçiş yapmalarını sağlamıştır.

González ve Herbst (2009), dinamik geometri yazılımı kullanılan bir ortamda öğrencilerin eşlik kavramına ilişkin dört farklı anlayış geliştirdiklerini ortaya koymuşlardır. Bu anlayışlardan ilki olan algısal eşlik, iki şeklin yalnızca görünümüne dayanarak eş kabul edilmesini ifade etmektedir. İkinci anlayış olan ölçü koruma temelli eşlik, şekillerin tüm kenar ve açı ölçüleri karşılaştırılarak eşliğin belirlenmesini esas alır. Karşılıklı parça eşleşmesine dayalı eşlik yaklaşımı ise, iki şeklin eş olduğunun, karşılık gelen kenar ve açıların başka bir eş üçgende eş olması durumunda kabul edildiğini savunur. Son olarak, dönüşüm temelli eşlik

anlayışı, bir şeklin diğerine uzaklık ve açı ölçülerini koruyan geometrik bir dönüşümle örtüştürülebilmesini eşliğin temeli olarak kabul eder.

Healy ve Hoyles (2000), yürüttükleri çalışmada, öğrencilerin geometrik şekillere ilişkin yapılarını ve varsayımlarını nasıl oluşturduklarını, bu yapılar arasındaki ilişkileri nasıl keşfettiklerini ve çıkarıma nasıl ulaştıklarını incelemişlerdir. Bu amacı gerçekleştirmek üzere, öğrencilere yapı temelli etkinlikler içeren bir dizi geometri dersi tasarlanmıştır. Araştırmaya 36 öğrenci katılmış ve süreç dört aşamadan oluşmuştur. İlk aşamada, öğrencilere çeşitli üçgenler sunulmuş ve kendilerinden, bu üçgenler arasında eş olan çiftleri belirlemeleri ile eşlik koşullarını tanımlamaları istenmiştir. İkinci aşamada ise öğretmen tarafından öğrencilere ispat yazma teknikleri tanıtılmıştır. Üçüncü aşamada, ilk aşamadaki görev tekrarlanmış ancak bu kez öğrencilerden eşlik hakkında sahip oldukları bilgileri formel ispat biçiminde ifade etmeleri beklenmiştir. Son aşamada ise öğrenciler, Cabri dinamik geometri yazılımı kullanarak daha zorlu bir problemi çözmeye yönlendirilmiş ve ulaştıkları bulguları tanımlamaları, açıklamaları ve matematiksel olarak gerekçelendirmeleri istenmiştir. Çalışmanın bulguları, öğrencilerin geometrik yapıları ispat sürecine entegre edebildiklerini ve Cabri yazılımının, özellikle görsel temsilden matematiksel çıkarım sürecine geçişte anlamlı bir destek sunduğunu ortaya koymuştur.

2.6.2. Ders Kitapları ve Öğretim Programlarının İncelenmesine Yönelik Araştırmalar

Karğı ve Kurtuluş (2025), Türkiye’de ortaöğretim matematik öğretim programı ve ders kitaplarında eşlik ve benzerlik kavramlarının öğretimindeki yapılandırmayı incelemişlerdir. Araştırmada, 2018 matematik öğretim programındaki ve 2023 MEB yayınları ortaöğretim matematik ders kitaplarındaki eşlik ve benzerlik kazanımları, van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre doküman analizi yöntemiyle incelenmiştir. Sonuçlara göre, eşlik konusundaki hedefler öğrencilerin bir seviyeden diğerine kademeli ilerleyebileceği şekilde hiyerarşik bir sıra izlememektedir. Benzer biçimde benzerlik kavramına ait kazanımlar incelendiğinde, en temel (görsel) seviyeye karşılık gelen bir kazanımın programda yer almadığı saptanmıştır. Dolayısıyla benzerlik öğretiminin de hiyerarşik ve basamaklı bir yapı izlemediği sonucuna varılmıştır. Bu çalışma, Türkiye’de ders kitaplarında ve programda terminolojinin yapılandırılmasında bir boşluk olabileceğini, kavramların giderek derinleşen bir sıra yerine bazı seviyelerde atlama

yaşandığını göstermektedir. Araştırmacılar, program geliştiricilere kazanımları van Hiele düşünme modelinin basamaklarına daha tutarlı şekilde dağıtma ve özellikle başlangıç düzeyinde benzerlik kavramına yer verme önerisinde bulunmuştur.

Mut ve Bircan (2025) tarafından yürütülen araştırmada, Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli'ne göre hazırlanan ve 2024-2025 eğitim-öğretim yılında okutulan 9. sınıf matematik ders kitabındaki eşlik ve benzerlik teması; içerik, terminoloji ve işleniş yönlerinden doküman analizi yöntemiyle incelenmiştir. Araştırma bulguları, öğretim programında “öğrenme çıktısı”, “tema” ve “süreç bileşeni” gibi yeni kavramlara yer verildiğini; eşlik ve benzerlik temasının geometrik şekiller temasından bağımsız sunulduğunu ve dönüşüm geometrisiyle ilişkilendirildiğini göstermektedir. İncelenen ders kitabında üçgenlerin eş veya benzer olma kriterleri için “Kenar-Kenar-Kenar eşliği ve benzerliği, Kenar-Açı-Kenar eşliği ve benzerliği, Açık-Açık benzerliği ve Açık-Kenar-Açık eşliği” ifadelerinin kullanıldığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte, kitapta kullanılan terimlerde terminolojik bütünlüğe rağmen aksiyomatik yapı ile tam örtüşmediği görülmüştür. Tarihsel açıdan Öklid ve Hilbert'in yaklaşım farklılıklarının da literatürdeki terim çeşitliliğine ve öğretim sürecindeki kavramsal belirsizliklere katkı sunduğu ifade edilmiştir. Genel olarak ders kitabının öğretim programı ile uyumlu olduğu, önceki yıllara kıyasla eşlik ve benzerlik temasına daha fazla yer verildiği belirlenmiştir.

Lo vd. (2024), Çin ve Amerika Birleşik Devletleri'nde kullanılan ortaöğretim matematik ders kitaplarındaki üçgenlerde eşlik ünitesini kapsam, yapı ve pedagojik yönelimler açısından karşılaştırmalı olarak incelemeyi amaçlamışlardır. Bu kapsamda, her ülkeden iki farklı ders kitabı seçilmiş ve bu kitaplarda yer alan içerikler, etkinlik türleri ve ispat yaklaşımları detaylı biçimde analiz edilmiştir. Çalışmanın bulguları, her iki ülkenin ders kitaplarının da üçgen eşlik kriterlerini (KKK, KAK, AKA vb.) içermekle birlikte, bu kriterlerin sunumu ve öğrenciye aktarılan matematiksel düşünme biçimi bakımından önemli farklılıklar taşıdığını göstermektedir. Çin kitapları, genellikle tanım-teorem-ispat yapısı etrafında kurgulanmış ve öğrencilerden soyut düzeyde mantıksal gerekçelendirmeler yapmaları beklenmiştir. Bu kitaplarda öğrenciler, verilen eşlik kriterlerini kullanarak şekil üzerindeki eşlik ilişkilerini kanıtlama görevleriyle karşılaşırken, ABD kitaplarında eşlik kavramı daha çok dönüşüm temelli bir yaklaşımla ele alınmış ve üçgen eşliği, öteleme, yansıma ve dönme gibi hareketlerle açıklanmıştır. Bu kitaplarda ispat yerine görselleştirme ve sezgisel anlayış daha ön plandadır.

Sonuç olarak çalışma, aynı matematiksel konunun farklı ülkelerde farklı pedagojik gelenekler ve öğretim yaklaşımları çerçevesinde nasıl sunulduğunu göstermiş ve ders kitaplarının matematiksel anlam kurma sürecindeki rolünü vurgulamıştır.

Cihan (2023) tarafından yürütülen çalışmada, Türkiye’deki 9. sınıf matematik ders kitaplarında aksiyomatik sistemin bileşenlerine ne ölçüde ve nasıl yer verildiği doküman analizi yöntemiyle incelenmiştir. Araştırmada, 2022-2023 eğitim-öğretim yılında okutulan üç farklı ders kitabı örneklem olarak belirlenmiş ve betimsel analiz ile değerlendirilmiştir. Bulgular, aksiyomatik sistemin tanımsız terimler, tanımlı terimler, tanımlar, aksiyomlar, postulatlar, lemmalar, önermeler, ispatlar, çürütmeler, teoremler, yanlış önermeler, varsayımlar ve sonuçlar gibi bileşenlerinden yalnızca bazılarının kitaplarda açık tanımıyla yer aldığını ortaya koymuştur. Özellikle “lemma”, “çürütme” ve “varsayım” gibi bileşenlerin ya hiç yer almadığı ya da tanımsız şekilde geçtiği saptanmıştır. Bu durumun, öğrencilerde kavramsal anlamada zorluklara ve ispat süreçlerini kavrama güçlüğüne neden olabileceği vurgulanmıştır. Çalışmada, modern matematik öğretiminde ispatın merkezî rolü göz önünde bulundurularak, ders kitaplarında aksiyomatik sistemin tüm bileşenlerinin tanımlarıyla ve hiyerarşik bir yapıda sunulmasının önemine dikkat çekilmiştir.

Zhou vd. (2022), Amerika Birleşik Devletleri’nin *Common Core State Standards for Mathematics (CCSSM)* ile Çin’in *Compulsory Education Mathematics Curriculum Standards (CMCS)* adlı öğretim programlarını, öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini açıklayan van Hiele kuramı çerçevesinde karşılaştırmayı amaçlamaktadır. Çalışmada, iki ülkenin öğretim programlarının geometrik düşünme gelişimine nasıl katkı sunduğu ve öğrencileri ispat gibi üst düzey becerilere nasıl hazırladığı analiz edilmiştir. Çalışmanın bulguları hem CCSSM hem de CMCS öğretim programlarında en fazla öğrenme kazanımının van Hiele düzey 3’te toplandığını göstermiştir. Eşlik ve benzerlik konusu açısından CCSSM, geometrik dönüşümleri temel alan bir yaklaşımla eşlik (congruence) ve benzerlik (similarity) kavramlarını açıklamakta; bu kavramları yansıma, dönme, öteleme ve benzeri katı cisim hareketleriyle ilişkilendirmektedir. Öte yandan CMCS, eşlik ve benzerliği klasik ölçü temelli biçimde tanımlamakta ve dönüşümleri bu kavramlarla doğrudan ilişkilendirmemektedir. Sonuç olarak, her iki ülkenin öğretim programları van Hiele kuramının ilkelerine farklı şekillerde katkı sağlamaktadır. Çalışma, farklı ülkelerin öğretim standartlarını van Hiele düzeyleri perspektifinden değerlendirmenin, öğretim

programı reformları ve öğrencilerin geometrik düşünme gelişimi açısından önemli katkılar sunduğunu ortaya koymaktadır.

Zhang ve Wong (2021), Hong Kong’da son 50 yılda yayımlanmış ortaöğretim matematik ders kitaplarında benzerlik konusunun işlenişini epistemolojik bir analizle incelemiştir. Çalışmada, benzerlik konusunun tarihsel olarak ders kitaplarında nasıl bir öğrenme yoluna sahip olduğunu ortaya koymayı amaçlanmıştır. Analiz sonucunda, bir eş şekiller ilişkisi olan benzerliğin öğretiminde sezgisel yaklaşımdan formel tanıma doğru bir gelişim olduğu, ancak birden fazla dönemde katı Öklid aksiyomatik yaklaşımına yeterince vurgu yapılmadığı saptanmıştır. Birçok eski kitapta benzerlik için resmi ispatlara yer verilmediği, daha çok sezgisel açıklamalar ve orantı kavramıyla yetinildiği belirtilmiştir. Zamanla ders kitapları, öğrencilerin sezgisel bilgilerinden yola çıkarak benzerliği daha formel bir tanıma dönüştürmeye başlamıştır. Örneğin, başlangıçta “benzer” terimi günlük hayatta kullanılan anlamıyla verilip çeşitli şekil örnekleriyle sezgisel olarak anlatılırken, ilerleyen sınıflarda bunun matematiksel tanımı ve teorem düzeyinde açıklamaları sunulmuştur. Nitekim araştırmalar, birçok öğrencinin benzerlik sorularında orantısal akıl yürütme yerine görsel benzerlik izlenimine dayandığını göstermiştir. Araştırma sonucunda, benzerlik ve orantı konularının bağlantılarının daha açık kurulması ve deneysel faaliyetlerden formel ispatlara geçiş sürecinin kitaplarda daha dengeli yapılandırılması gerektiği vurgulanmıştır.

Choi ve Kim (2020), Güney Kore ve Amerika Birleşik Devletleri’ne ait ortaöğretim matematik ders kitaplarında yer alan geometri problemleri, bilişsel talep düzeyi açısından karşılaştırmalı olarak incelemişlerdir. Çalışma kapsamında, her iki ülkenin yaygın olarak kullanılan ortaöğretim matematik ders kitaplarından seçilen toplam 308 geometri problemi analiz edilmiştir. Problemler; çokgenler, üçgenler, dönüşümler, eşlik ve benzerlik gibi temel içerik alanlarına göre kodlanmış ve her biri bilişsel talep düzeyine göre değerlendirilmiştir. Araştırma bulguları, Güney Kore ders kitaplarının, özellikle eşlik ve benzerlik konularında daha yüksek düzeyli bilişsel talepler içerdiğini göstermektedir. Bu kitaplarda, öğrencilerden üçgen eşlik kriterlerini (KKK, KAK, AKA) kullanarak geometrik ilişkileri gerekçelendirmeleri veya ispat yapmaları beklenmektedir. Buna karşılık, ABD ders kitaplarında benzer konular dönüşüm temelli ve çoğunlukla sayısal hesaplamalara dayalı olarak ele alınmıştır. Güney Kore kitapları öğrencilerin matematiksel genellemeler yapmasını, çoklu stratejiler kullanmasını ve çıkarımda

bulunmasını teşvik ederken; ABD kitapları çoğunlukla önceden öğretilmiş prosedürlerin uygulanmasına yöneliktir. Çalışma bulguları, geometrik ilişkilerin kavramsal olarak anlaşılmasının, kitaplarda sunulan problem türleri ve bu problemlerin bilişsel zorluk düzeyleriyle doğrudan ilişkili olduğunu göstermiştir.

Sears ve Chávez (2015), iki farklı lise matematik müfredatını kullanan öğrencilerin eş üçgenler konusundaki ispat performanslarını incelemişlerdir. ABD liselerinde eğitim gören 1936 öğrenci ile yapılan çalışmada, genel olarak her iki müfredat grubundaki öğrencilerin ispat yazma becerilerinin oldukça düşük olduğu gözlemlenmiştir. Sadece 28 öğrenci tam puan almıştır. Çalışmanın sonuçları, lise öğrencilerinin eş üçgenler üzerine yaptıkları ispatlarda önemli kavramsal güçlükler yaşadıklarını ve ispat yapma becerilerinin müfredat türüne bağlı olarak anlamlı farklılıklar gösterdiğini ortaya koymuştur. Araştırmacılara göre, ispat yalnızca bir kurallar zinciri olarak değil, aynı zamanda matematiksel iletişimin bir biçimi olarak öğretilmelidir. Çalışmada, müfredat geliştiricilerin öğrencilerin ispat deneyimlerini artıracak düzenlemeler yapması önerilmiştir.

Jones ve Fujita (2013), Japonya'daki ortaokul matematik ders kitaplarında üçgen eşliği konusunun nasıl sunulduğunu incelemiş ve öğrencilerin kavramsal gelişimini González ve Herbst (2009) tarafından önerilen eşliğin dört kavramı (algısal, ölçü koruyucu, dönüşümsel ve karşılıklı parça temelli eşlik) üzerinden analiz etmişlerdir. Çalışmada, öğretim sürecinin başlangıcında öğrencilerin üçgen eşliğini genellikle görsel benzerlik ve ölçüm yoluyla kavradıkları tespit edilmiştir. Ayrıca bulgular, Japon ders kitabının çeşitli kavrayışların keşfedilmesini teşvik ettiği, ancak formel ispatların ağırlıklı olarak karşılıklı eşleme yaklaşımına dayandığını göstermiştir. Bununla birlikte, öğrencilerin kavramsal geçişi tam olarak gerçekleştirememeleri, eşlik temelli ispatlarda düşük başarı oranlarına neden olmuştur. Bu bulgu, öğretim materyallerinde eşlik kavramlarının kademeli gelişimine dikkat edilmesi ve öğrencilerin kavramsal kontrol yapılarını geliştirmeye yönelik destekleyici öğrenme ortamlarının tasarlanmasının gerekliliğini ortaya koymaktadır.

Choi ve Park (2013), ABD ve Güney Kore'deki sekizinci sınıf düzeyindeki geometri öğretimini; öğretim programı standartları, ders kitabı yapısı ve kitaplarda yer alan soru türleri açısından karşılaştırmalı olarak incelemişlerdir. Çalışmada, her iki ülkenin öğretim programlarının benzer konu başlıklarını içerdiği ancak konuların sunumu, kavramsal derinlik

ve yapılandırma açısından farklılıklar gösterdiği vurgulanmıştır. Güney Kore öğretim programı, içerikleri kademeli biçimde ilerleyen, sistematik ve kanıt temelli bir yapı sunarken, ABD programı, spiral yapıdaki içerikleri daha bağlamsal ve uygulama temelli biçimde sunmaktadır. Aynı şekilde, ABD ders kitaplarında gerçek yaşam bağlamlı etkinlikler daha yaygınken, Güney Kore kitapları daha az bağlam kullanmakla birlikte daha yüksek bilişsel düzeyde sorular içermektedir. PISA yeterlik düzeylerine göre yapılan analizlerde, Güney Kore kitaplarındaki soruların büyük çoğunluğunun (yaklaşık %74) 4. düzey ve üzerindeki karmaşık düşünme becerilerini ölçtüğü, ABD kitaplarında ise daha çok temel bilgi düzeyindeki soruların (%41) yer aldığı belirlenmiştir. Bu bulgular, öğrencilerin öğrenme fırsatlarının hem öğretim programı hem de kitap yapısı yoluyla şekillendiğini ve uluslararası başarı farklarını açıklamada önemli rol oynadığını ortaya koymaktadır.

2.6.3 Matematik Eğitiminde Kavramsal Anlama ve Matematiksel Dil Üzerine Araştırmalar

Altarawneh ve Marei (2021) çalışmalarında, Haşimiye Üniversitesi'nde öğrenim gören 41 kadın sınıf öğretmeni adayının staj sürecinde sergiledikleri matematik öğretimi yeterlik düzeylerini analiz etmiştir. Bulgular, öğretmen adaylarının genel olarak matematiksel yeterlik açısından zayıf bir öğretim performansı sergilediklerini; kavramsal anlama ve olumlu tutum açısından orta düzeyde, işlemsel akıcılık, stratejik yeterlik ve uyumsal akıl yürütme boyutlarında ise zayıf düzeyde olduklarını göstermektedir. Ayrıca, akademik başarı ile öğretim performansı arasında pozitif yönlü anlamlı bir ilişki bulunmuş; akademik başarıya bağlı olarak matematik yeterliklerinde anlamlı farklılıklar tespit edilmiştir. Araştırma, öğretmen adaylarının öğretim uygulamalarında özellikle kavramsal anlama ve modelleme becerilerinde görece güçlü olduklarını ancak matematiksel dili doğru kullanma, kavram hatalarını düzeltme gibi alanlarda gelişime açık olduklarını ortaya koymaktadır.

Kartal ve Çınar (2017), öğretmen adaylarının çokgenlere ilişkin geometri bilgilerini incelemeye yönelik yaptıkları çalışmada, öğretmen adaylarının tanım bilmeyi gerektiren sorularda daha başarılı olduğunu, ancak matematiksel ilişkiler kurma, süreçleri açıklama ve gerekçelendirme konularında yetersiz kaldıklarını ortaya koymuştur. Araştırmada, öğretmen adaylarının çokgen, eşlik, benzerlik ve köşegen gibi temel kavramlarda kavram yanılgılarına

sahip oldukları; kavram tanımları ile kavram imajları arasında çelişkiler yaşadıkları ve işlem gerektiren sorularda doğru cevaba ulaşırsalar bile yeterli matematiksel açıklamalar sunamadıkları vurgulanmıştır. Özellikle üçgenlerde eşlik ve benzerlik konularında öğretmen adaylarının, şekil çizimi gibi yüzeysel doğrulamalarda daha başarılı olmalarına rağmen, kavramsal gerekçelendirme ve matematiksel dili etkili biçimde kullanma konusunda eksiklikler yaşadıkları görülmüştür. Sonuç olarak çalışma, öğretmen adaylarının kavramsal bilgilerini derinleştirecek ve matematiksel dili daha doğru kullanmalarını sağlayacak öğretim stratejilerine ihtiyaç olduğunu vurgulamaktadır.

Öztürk vd. (2017) tarafından yürütülen çalışmada, üstün yetenekli lise öğrencilerinin ispatla ilişkili temel kavramlara yönelik bilgi düzeyleri ve kavramsal farkındalıkları incelenmiştir. Nitel araştırma desenine sahip bu çalışmada, 10. ve 11. sınıf düzeyindeki 14 öğrenciyle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmış ve içerik analizi yöntemi kullanılarak veriler değerlendirilmiştir. Bulgular, öğrencilerin ispat, tanım, aksiyom ve teorem gibi kavramlara ilişkin önemli kavram yanlışlarına sahip olduklarını ortaya koymuştur. Özellikle aksiyomun tanımında öğrencilerin çoğunun “doğru olduğu ispatlanamamış fakat kabul edilen önerme” şeklinde eksik veya yüzeysel tanımlamalarda bulunduğu; bazı öğrencilerin ise aksiyom ile tanımlı karıştırdığı belirlenmiştir. Benzer şekilde, teorem kavramı bazı öğrenciler tarafından “doğru olduğu bilinen formül” olarak ifade edilmiştir. Bu durum, kavramsal bilgi eksikliklerinin yalnızca sıradan öğrencilerde değil, bilişsel açıdan üstün niteliklere sahip öğrencilerde de görülebildiğini ortaya koymakta ve kavram öğretimine yönelik daha derinlikli öğretim stratejilerine ihtiyaç duyulduğunu göstermiştir. Çalışmada, ispatın sadece teknik bir işlem değil, mantıksal çıkarım ve kavramsal bağlantı kurma süreci olarak ele alınmasının gerekliliği vurgulanmıştır.

Shockey ve Pindiprolu (2015), matematiksel kavram gelişimi ile matematiksel dilin öğretim sürecindeki rolünü incelemiş ve özellikle öğretmen adaylarının kavramsal eksikliklerinin öğrencilerin başarı düzeyleri üzerindeki etkisine dikkat çekmiştir. Makalede, matematik dilinin öğrenciler tarafından doğal yollarla öğrenilmediği, bunun okul ortamında bilinçli ve yapılandırılmış biçimde kazandırılması gerektiği vurgulanmaktadır. Araştırmada, asal sayı kavramı üzerinden yürütülen bir sınıf içi gözlem ile öğretmen adaylarının kavramsal anlamadaki eksiklikleri ve tanımda dilsel kesinlikten sapmalar sergiledikleri örneklenmiştir.

Özellikle “bir” sayısının asal olup olmadığı sorusu, öğretmen adaylarının tanımı yüzeysel ezberlediklerini, ancak kavramsal temellendirme yapamadıklarını ortaya koymuştur. Yazarlar, bu gibi kavramların yalnızca tanım yoluyla değil, dikkatle seçilmiş örnek ve örnek olmayanlarla öğretilmesinin gerekliliğini savunmuşlardır. Ayrıca matematik öğretiminde kullanılan ders kitaplarının çoğunun dilsel kesinlikten uzak olduğu belirtilmiş, bu nedenle öğretmenlerin daha açık ve kavramsal temellere dayalı öğretim stratejileri benimsemeleri gerektiği ifade edilmiştir. Bu bulgular, kavramsal bilgi eksikliğinin ilerleyen matematik konularında (örneğin asal çarpanlara ayırma) kavrayış güçlüğü doğurduğunu ve dilsel kesinliğin matematiksel düşünmenin ayrılmaz bir parçası olduğunu göstermektedir.

Dane (2008), öğretmen adaylarının temel matematiksel kavramlar olan tanım, aksiyom, önerme, teorem, ispat ve özellik gibi kavramlara yönelik anlama düzeylerini ve kavram yanlışlarını incelemiştir. İlköğretim matematik öğretmenliği programı 3. sınıf öğrencileriyle yürütülen araştırmada, 10 maddelik Matematik Kavram Testi uygulanmış ve elde edilen veriler betimsel analiz yoluyla değerlendirilmiştir. Bulgular, öğretmen adaylarının söz konusu kavramlarda anlamlı düzeyde kavram yanlışlarına sahip olduklarını göstermiştir. Özellikle “aksiyom” ve “teorem” gibi kavramların doğru tanımlanmasında düşük başarı oranları dikkat çekmiştir. Araştırmada, öğretmen adaylarının kavramsal bilgilerini yapılandırmaya yönelik program geliştirme ve öğretim yöntemlerine odaklanan ileri çalışmaların gerekliliğine dikkat çekilmiştir.

İç ve Demirkol (2008), ortaöğretim öğrencilerinin doğrudan açılar, üçgende açılar ve açı-kenar ilişkileri konularında sahip oldukları kavram yanlışlarını ve temel hataları incelemişlerdir. Araştırma, lise 2. sınıfa devam eden 95 öğrenci ile gerçekleştirilmiş ve van Hiele’nin mantıksal çıkarım düzeyinde yer alan öğrencilerin geometri bilgisini değerlendirmeye odaklanmıştır. Elde edilen bulgular, öğrencilerin özellikle açıortay, ikizkenar üçgen taban açıları, üçgen eşitsizliği ve açı-kenar bağıntıları gibi temel konularda önemli kavram yanlışlarına sahip olduğunu göstermiştir. Öğrenciler, sorulardaki verileri analiz etmede ve ilgili kavramlar arasında doğru ilişki kurmada zorlanmış; mantıksal çıkarım düzeyi gerektiren sorularda ise aksiyomatik yapıyı kullanmakta yetersiz kalmışlardır. Çalışmanın sonunda, öğrencilerin geometrik düşünme becerilerini geliştirmek için kavramsal açıklamalara, uygun öğretim araçlarına ve etkinliklere dayalı öğretim stratejilerinin önemine dikkat çekilmektedir.

Literatürde, üçgenlerde eşlik ve benzerlik kavramlarına yönelik çok sayıda araştırma bulunduğu görülmektedir. Bu çalışmalar genel olarak öğrencilerin veya öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik konularındaki kavramsal anlayışlarını, karşılaştıkları güçlükleri, van Hiele geometrik düşünme düzeyleri bağlamındaki bilişsel yeterliliklerini ve ispat yapma becerilerini incelemişlerdir. Ayrıca ders kitapları ve öğretim programlarını geometri öğretimi yapısı veya eşlik ve benzerlik sunumu açısından inceleyen çalışmalar da olmuştur. Fakat, mevcut literatürün büyük bir kısmı, eşlik ve benzerlik kriterlerinin öğretimsel sunumu, kavram yanlışları ya da program analizine odaklanmakta; bu kriterlerin terminolojik çeşitliliği, tutarsız kullanımı veya aksiyomatik sistem içerisindeki mantıksal statüsü çoğu zaman göz ardı edilmektedir. Özellikle “kural”, “özellik”, “şart” gibi terimlerle ifade edilen eşlik ve benzerlik kriterlerinin, bazı kaynaklarda “aksiyom”, bazılarında ise “teorem” olarak nitelendirilmesi; bu kavramların öğrenciler ve öğretmenler tarafından epistemolojik olarak nasıl algılandığına dair sınırlı sayıda araştırma yapılmış olması önemli bir boşluğa işaret etmektedir.

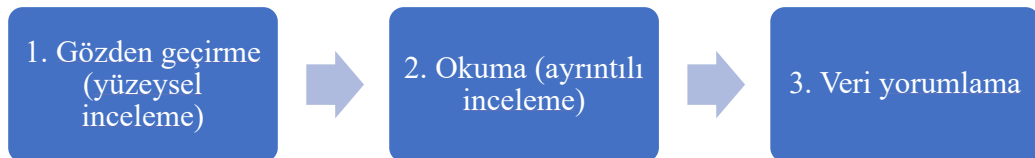
3.YÖNTEM

Bu bölümde; araştırmanın modeli, araştırmanın kapsamı, verilerin toplanması, veri analizi ve geçerlilik ve güvenilirliğe yer verilmiştir.

3.1. Araştırmanın Modeli

Nitel araştırma, görüşme, gözlem ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemleriyle algı ve olayları doğal ortamında gerçekçi ve bütüncül bir şekilde ortaya koymayı amaçlayan bir araştırma sürecidir (Yıldırım & Şimşek, 2018). Bu araştırma, nitel araştırma desenlerinden biri olan doküman analizi yöntemiyle gerçekleştirilmiştir. Doküman analizi, araştırılması hedeflenen olgu ya da kavramlar hakkında bilgi içeren yazılı materyallerin sistematik biçimde incelenmesini kapsar (Yıldırım & Şimşek, 2018). Sak ve arkadaşlarına (2021) göre, eğitimle ilgili hazırlanmış tezler, ders kitapları, akademik makaleler eğitim programları, ders içerikleri, öğretim etkinlikleri ve uygulamaları gibi konular doküman analizi yöntemiyle incelenebilir. Bu bağlamda, söz konusu çalışma; üçgenlerde eşlik ve benzerlik ilişkilerini tanımlayan KKK, KAK, AKA, AA ve AAK kriterlerinin farklı türdeki kaynaklardaki terminolojisinin sistematik biçimde incelenmesi; aksiyomatik yapıya uygunluğunun belirlenmesi ve kaynaklardaki terminolojilerin ne ölçüde tutarlı olduğunun ortaya konulması amacıyla gerçekleştirilmiş olup, ders kitapları, akademik makaleler, bildiriler, lisansüstü tezler ve bilimsel referans kitaplar kapsamlı biçimde incelenmiştir.

Kıral (2020) doküman analizinin üç temel aşamada yürütüldüğünü belirtmektedir:



Şekil 12. Doküman analizinin aşamaları

Bu çalışmada da Şekil 12'deki aşamalar doğrultusunda bir yol takip edilmiştir. Öncelikle literatürde yer alan potansiyel kaynaklar yüzeysel olarak taranmış, incelemeye alınacak

dokümanlar belirlenmiştir. Ardından seçilen kaynaklar ayrıntılı biçimde okunmuş ve analiz edilmiştir. Son aşamada ise elde edilen veriler, araştırma alt problemleriyle ilişkilendirilerek sistematik bir şekilde analiz edilmiş ve yorumlanmıştır.

3.2. Araştırmanın Kapsamı

Araştırmanın kapsamı, seçkisiz olmayan örnekleme yöntemlerinden amaçlı örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir. Amaçlı örnekleme, belirli bir konuda derinlemesine analiz yapılmasını mümkün kılacak bilgiye sahip, ulaşılabilir ve temsil gücü yüksek dokümanların seçilmesini sağlayan bir örnekleme türüdür (Büyüköztürk vd., 2019).

Araştırmanın kapsamı, aşağıda belirtilen yazılı dokümanlardan oluşmaktadır:

1. 2022-2025 yıllarında Türkiye’de 9.sınıf düzeyinde MEB’e bağlı okullarda okutulan 5 adet matematik ders kitabı
2. 2024-2025 yıllarında Güney Kore, İngiltere ve Amerika Birleşik Devletleri (ABD) devlet okullarında okutulan (her ülkeden birer tane olmak üzere) matematik ders kitapları
3. Akademik makaleler
4. Bildiriler
5. Yüksek lisans tezleri
6. Üniversite düzeyinde geometri kaynakları olan bilimsel kitaplar (referans kitaplar)

Araştırmanın kapsamını oluşturan ders kitaplarının güncel olması dikkate alınmıştır. Araştırmaya ortaokul düzeyindeki ders kitapları dahil edilmemiştir. Çünkü ortaokul düzeyinde eşlik ve benzerlik kriterlerine yer verilmemektedir. Ayrıca araştırmanın kapsamına uygun hiçbir doktora tezine ulaşılmamıştır.

Araştırmanın konusu ile ilgili olmayan makale, tez ve bildirilerin araştırmaya dâhil edilmemesi için çalışmaların içeriği incelenmiştir. Toplamda 34 makale, 9 bildiri ve 17 yüksek lisans tezine ulaşılmıştır. Ayrıca üniversite düzeyinde okutulan 7 adet referans kitap araştırma

kapsamına dahil edilmiştir. Araştırmanın kapsamına dahil edilen çalışmaların araştırma problemine doğrudan katkı sağlayacak nitelikte olması temel ölçüt olarak benimsenmiştir. Bu bağlamda, yalnızca içeriğinde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterlerine yer veren ya da başlık ve anahtar kelimelerinde “eşlik” veya “benzerlik” terimlerinden en az birini içeren çalışmalar araştırmanın kapsamına dâhil edilmiştir. Sonuç olarak bu özelliklere sahip olan 28 makale, 8 bildiri ve 14 yüksek lisans tezi çalışmanın kapsamına alınmıştır. YÖKTEZ’ de bulunan ulusal yüksek lisans tezleri çalışmanın kapsamına alınmıştır.

3.3. Veri Toplama Süreci

Veri toplama sürecinde öncelikle, Türkiye’de ortaöğretim düzeyinde eşlik ve benzerlik konularını ele alan güncel ders kitapları tespit edilmiştir. Bu doğrultuda, Millî Eğitim Bakanlığı’na bağlı devlet okullarında okutulan ve Eğitim Bilişim Ağı (EBA) üzerinden erişilebilen 5 adet 9. sınıf matematik ders kitabı temin edilerek incelemeye alınmıştır.

İkinci doküman türünü oluşturan yurtdışı ders kitaplarının seçiminde ise ülkelerin Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (Program for International Student Assessment, PISA) performansları dikkate alınmıştır. PISA sınavında üst sıralarda yer alan iki ülke (Güney Kore ve İngiltere) ile orta sıralarda bulunan iki ülke (Türkiye ve ABD) ders kitapları incelenmiştir. Bu kapsamda, İngiltere, Amerika Birleşik Devletleri ve Güney Kore devlet okullarında güncel olarak okutulan, eşlik ve benzerlik konularını içeren birer adet matematik ders kitabı seçilerek çalışmaya dâhil edilmiştir. Ayrıca anılan ülkelerdeki matematik ders kitaplarının ilgili sınıf düzeylerinde okutulup okutulmadığı ders öğretmeninden teyit edildikten sonra çalışma kapsamına alınmıştır.

Akademik makale ve bildirilerin taranmasında Google Scholar, ERIC ve DergiPark veri tabanları kullanılmıştır. Bu veri tabanlarının arama motorlarına “matematik eğitimi”, “geometri eğitimi”, “eşlik”, “benzerlik”, “benzer üçgenler”, “eş üçgenler” ve ilgili anahtar kelimelerin ingilizce karşılıkları olan “mathematics education”, “geometry education”, “congruence”, “similarity”, “similar triangles”, “congruent triangles” ifadeleri kullanılarak kapsamlı bir literatür taraması gerçekleştirilmiştir. Uygun bulunan çalışmalar içeriklerine göre değerlendirmeye alınmıştır. Ayrıca, tarama sonucu ulaşılan çalışmaların kaynakça bölümleri

yeniden incelenmiş ve doğrudan taramalarda tespit edilemeyen 9 ek çalışmaya daha ulaşılmıştır. Bu süreç sonunda toplam 28 makale ve 8 bildiri araştırma kapsamına alınmıştır. Lisans üstü tez çalışmalarının belirlenmesinde ise YÖK Tez Ulusal Tez Merkezi (YÖKTEZ: <https://tez.yok.gov.tr/>) veri tabanı kullanılmıştır. Aynı anahtar kelimeler bu platformda da kullanılarak tarama yapılmış, içerik açısından uygun bulunan 14 lisansüstü tez araştırmaya dâhil edilmiştir.

Bunlara ek olarak, üniversite düzeyinde yardımcı kaynak olarak kullanılan ve alanda yaygın şekilde referans gösterilen 7 adet akademik kaynak kitap da incelenmiştir. Bu kitapların seçiminde, matematik eğitimi alanında görev yapan üç öğretim üyesinin önerileri esas alınmıştır. Ayrıca referans kitapların güncel olan basımları dikkate alınmıştır.

Belirlenen ölçütleri karşılayan tüm kitap ve akademik araştırmalara ulaşıldıktan sonra, bu materyaller PDF formatında dijital ortama aktarılmış, ardından her biri bilgisayar ortamında kodlanarak sistematik biçimde kronolojik sıraya göre düzenlenmiştir. Dahil edilen kitap ve araştırmaların bilgileri Ek-1, Ek-2, Ek-3, Ek-4 ve Ek-5'te verilmiştir. Bu süreç, verilerin bütünlüğünü korumak ve içerik analizini sağlıklı biçimde gerçekleştirmek amacıyla yürütülmüştür. Bu çalışma doküman incelemesi yöntemine dayalı olarak yürütüldüğünden etik izin almayı gerektirmemiştir.

3.4.Verilerin Analizi

Bu araştırmada sürecinde yazılı dokümanlardan elde edilen verileri incelemek amacıyla içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. İçerik analizi, yazılı, sözlü ya da görsel verilerin sistematik bir biçimde incelenerek anlamlı kategorilere dönüştürülmesini amaçlayan bir analiz yöntemidir (Yıldırım & Şimşek, 2018). Bu çalışmada, üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin yapılandırılması, aksiyomatik yapıya uygunluğu ve kaynakların kendi içindeki tutarlılığı analiz edilmiştir. Bu doğrultuda, araştırma problemleri ile uyumlu olarak analiz süreci gerçekleştirilmiştir.

Araştırmanın birinci problemine yönelik olarak, veri kaynakları türlerine göre gruplandırılmıştır. Bundan hareketle dokümanlar; “ders kitapları, akademik makaleler, bildiriler, referans kitaplar ve lisansüstü tezler” başlıkları altında sınıflandırılmıştır. Bu

kapsamda, tezler T1, T2, ..., makaleler M1, M2, ..., bildiriler B1, B2, ..., ders kitapları K1, K2, ... ve referans kitaplar R1, R2, ... şeklinde kodlanarak analiz sürecine dâhil edilmiştir. Araştırma problemlerinde ders kitapları yurt içi ve yurt dışı olarak alt gruplara ayrılmıştır.

Ardından, araştırma kapsamına alınan tüm dokümanlar, içerik analizi kapsamında detaylı biçimde taranmıştır. Tarama sürecinde, her doküman türü için ayrı olarak üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterlerinin (KAK, KKK, AKA, AA, AAK) sunum biçimlerine ilişkin “aksiyom”, “postulat”, “teorem”, “kural”, “durum”, “özellik”, “koşul/şart”, “test” ve salt olarak “eşlik/benzerlik” ifadeleri tespit edilmiştir. Her kaynakta bu kavramların geçtiği bağlamlar dikkate alınarak ilgili ifadeler işaretlenmiş ve veriler sistematik biçimde çözümlenip bulgular bölümünde tablolarda sunulmuştur. Ayrıca, kitap ve çalışmalarda yer alan eşlik ve benzerlik kriterlerine ilişkin terminoloji örnekleri şekillerle sunulmuştur. Şekillerde ilgili bölümler, kırmızı çerçeve içine alınarak veya farklı bir renkle vurgulanmıştır.

Araştırmanın ikinci problemine yönelik olarak, “Aksiyomatik Yapıya Uygunluk” teması doğrultusunda elde edilen veriler, üç temel kategori altında incelenmiştir. Her kategori altında ise gözlemlenen sunum eğilimlerini temsil eden alt kodlar tanımlanmıştır. İlk kategori olan “Doğrudan aksiyomlara ve teoremlere dayalı anlatım”, üç alt kod çerçevesinde yapılandırılmıştır: “Öklid geometrisine uygun kullanım”, “Hilbert geometrisine uygun kullanım” ve “Öklid ile Hilbert geometrisine uygun olmayan kullanım”. Bu sınıflamada, “Öklid geometrisine uygun kullanım”, tüm eşlik ve benzerlik kriterlerinin teorem (önerme) olarak sunulmasını ifade etmektedir. Buna karşılık, “Hilbert geometrisine uygun kullanım”, yalnızca Kenar-Açı-Kenar (KAK) eşlik kriterinin aksiyom (postulat) olarak kabul edilmesini ve diğer kriterlerin teorem olarak ele alınmasını içermektedir. Öte yandan, “Öklid ile Hilbert geometrisine uygun olmayan kullanım” kodu, kriterlerin aksiyom veya teorem şeklinde sunulmasına rağmen, bu sunumun ne Öklid ne de Hilbert geometrisi temsiliyle örtüşmemesi (Örneğin, tüm kriterlerin doğrudan aksiyom (postulat) olarak ifade edilmesi) durumunu ifade etmektedir.

İkinci kategori olan “Matematik biliminin aksiyomatik doğasına uymayan anlatım”, iki alt kod çerçevesinde yapılandırılmıştır. “Rastgele terminoloji kullanımı” kodu, eşlik ve benzerlik kriterlerinin kural, durum, özellik, şart/koşul ve test gibi farklı ve tutarsız terimlerle

sunulmasını ifade etmektedir. Buna karşılık, “Kısmen aksiyomatik vurgularla desteklenen yapı” kodu ise, bazı kaynakların yer yer aksiyomatik dile atıfta bulunmakla birlikte, bu yaklaşımı bütüncül bir sistem içinde sürdürmemesi ve aynı zamanda rastgele terminolojiyi de eş zamanlı olarak kullanması durumunu ifade etmektedir.

Üçüncü kategori olan “Terminoloji olmadan kullanım” ise, eşlik ve benzerlik kriterlerinin “eşliği” veya “benzerliği” şeklinde sunulması ve herhangi bir kriterle hiç yer verilmemesi şeklinde kodlara ayrılmıştır. Kodlamalar sonucunda elde edilen bulgular, tablolaştırılarak çalışma kodları (örneğin K1, T2, M3 vb.) ve frekans (f) değerleri ile birlikte raporlanmıştır. Bu analiz süreci, “Aksiyomatik Yapıya Uygunluk” temasına ilişkin kategorilerin ve kodların yapılandırıldığı Tablo 2 temel alınarak gerçekleştirilmiştir.

Tablo 2. “Aksiyomatik Yapıya Uygunluk” Temasının Analiz Tablosu

Tema	Kategoriler	Kodlar	Çalışma Kodu	Frekans
Aksiyomatik Yapıya Uygunluk	Doğrudan aksiyomlara ve teoremlere dayalı anlatım	Öklid geometrisine uygun kullanım		
		Hilbert geometrisine uygun kullanım		
		Öklid ve Hilbert geometrisine uygun olmayan kullanım		
	Matematik biliminin aksiyomatik doğasına uymayan anlatım	Rastgele terminoloji kullanımı (kural, durum, koşul vb.)		
		Kısmen aksiyomatik vurgularla desteklenen yapı		
	Terminoloji olmadan anlatım	Salt eşlik / Salt benzerlik kullanımı		
		Hiçbir kriterle yer verilmemesi		

Araştırmanın üçüncü problemine yönelik olarak, her bir kaynak yalnızca genel terminolojik tercihleri bakımından değil, aynı zamanda kendi içinde tutarlı bir terminoloji kullanımı sergileyip sergilemediği açısından da analiz edilmiştir. Bu kapsamda, eşlik ve benzerlik kriterlerinin sunumunda kullanılan terimlerin tutarlılığı, “Terminolojik Tutarlılık”

teması altında değerlendirilmiş ve elde edilen bulgular dört ana kategoriye ayrılmıştır. Analiz süreci, “Terminolojik Tutarlılık” temasına ilişkin kategorilerin ve kodların yapılandırıldığı Tablo 3 temel alınarak gerçekleştirilmiştir.

Tablo 3. “Terminolojik Tutarlılık” Temasının Analiz Tablosu

Tema	Kategoriler	Açıklama	Çalışma Kodu	Frekans
Terminolojik Tutarlılık	Yüksek Tutarlılık	Eşlik ve benzerlik alanlarında tüm kriterlerde yalnızca bir tür terminoloji kullanılmıştır.		
	Orta Tutarlılık	Tek alanda (eşlik veya benzerlik) tüm kriterlerde yalnızca bir tür terminoloji kullanılmıştır.		
	Düşük Tutarlılık	Eşlik ya da benzerlik kriterlerinde rastgele, çok sayıda ve ilişkisiz terminoloji kullanılmıştır.		
	Terminoloji Yok	Kriterler doğrudan isimlendirilmeden yalnızca işlem odaklı veya sezgisel biçimde sunulmuştur.		

İlk kategori olan Yüksek Tutarlılık, eşlik ve benzerlik alanlarında yer alan tüm kriterlerin yalnızca bir tür terimle ifade edildiği durumları kapsamaktadır. Örneğin, tüm kriterlerin yalnızca “teorem” ifadesiyle sunulması bu kapsama girer.

Orta Tutarlılık kategorisi, yalnızca tek bir alanda (ya eşlik ya da benzerlik) tüm kriterlerin tutarlı terimlerle sunulduğu; diğer alanda ise bu tutarlılığın sağlanamadığı örnekleri kapsamaktadır. Eğer incelenen çalışma tek bir alan (ya eşlik ya da benzerlik) ile ilgili ise ve bu alanda tek bir terminoloji kullanılmış ise bu kategoriye dahil edilmiştir.

Düşük Tutarlılık kategorisinde ise eşlik ya da benzerlik kriterlerinin sunumunda rastgele, çok sayıda ve birbiriyle ilişkisiz terminoloji tercih edilmiştir. Örneğin, aynı kaynak içinde bazı kriterlerin “teorem”, bazılarının “kural”, bazılarının ise “özellik” olarak sunulması bu sınıfa

dâhil edilmektedir. Bu durum, terminoloji kullanımında bütünlükten uzak, dağınık bir anlatım tarzına işaret etmektedir.

Son olarak, Terminoloji Yok kategorisi, kriterlerin hiçbir biçimde isimlendirilmeden, yalnızca işlemsel ya da sezgisel yollarla sunulduğu durumları kapsamaktadır. Bu tür anlatımlarda eşlik ya da benzerlik ilişkisi kurulmakta ancak buna karşılık herhangi bir kriter yer almamaktadır.

Tüm bu kategoriler, incelenen kaynaklarda terminoloji tutarlılığı düzeylerini ortaya koymak üzere analiz edilmiş; elde edilen veriler çalışma kodları (örneğin K1, T2, M3 vb.) ve frekans değerleriyle birlikte tablolastırılarak raporlanmıştır.

3.5 Geçerlilik ve Güvenilirlik

Nitel araştırmalarda verilerin ayrıntılı olarak rapor edilmesi ve araştırmacının bulgulara nasıl ulaştığını açık biçimde açıklaması geçerliğin önemli ölçütlerinden biridir (Yıldırım & Şimşek, 2018, s. 270). Bu çalışmada araştırmacının iç ve kapsam geçerliğini artırmak amacıyla incelenecek dokümanlar dikkatle seçilmiş ve araştırma problemine doğrudan yanıt üretebilecek içerikteki kaynaklar örnekleme dâhil edilmiştir. Sak'a (2021) göre doküman analizi yönteminde geçerlik ve güvenilirliği sağlamak için, belgelerin yalnızca içeriği değil; kaynağı, oluşma süreci ve bağlamı da dikkate alınarak yorumlanması gerekmektedir. Ayrıca elde edilen bulguların farklı kaynaklarla karşılaştırılarak doğrulanması ve gerektiğinde destekleyici yöntemlerin kullanılması, analiz sürecinin güvenilirliğini artırmaktadır. Bu kapsamda, bu çalışmada doküman analizi sürecinde yalnızca belgelerin içeriği değil; belgelerin kaynakları, hazırlanma süreçleri ve bağlamları da dikkate alınmıştır. Dokümanların anlamlı ve tutarlı biçimde yorumlanabilmesi için içerik yalnızca betimlenmemiş, aynı zamanda içeriklerin olduğu bağlamlar da göz önünde bulundurularak çok yönlü analiz yapılmıştır.

Araştırmada elde edilen bulguların geçerliliğini artırmak amacıyla, dokümanlardan çıkarılan sonuçlar farklı kaynaklarla karşılaştırmalı olarak değerlendirilmiş ve elde edilen yorumların tutarlılığı sağlanmaya çalışılmıştır. Güvenirlik açısından ise, verilerin sistematik biçimde analiz edilmesi, kodlama sürecinin şeffaf şekilde yürütülmesi ve araştırma sürecine ilişkin kararların açık biçimde raporlanması sağlanmıştır. Araştırmanın tüm aşamalarında etik

ilkelere bağılı kalınmış; elde edilen verilerin kaynağı açık biçimde belirtilmiş, araştırmanın şeffaflığı ve izlenebilirliği gözetilmiştir.

Araştırmanın güvenilirliğini artırmak amacıyla kodlama süreci sistematik olarak yürütülmüş ve veri analizinde şeffaf bir kodlama şeması uygulanmıştır. Kodlama süreci sırasında her bir çalışmada eşlik ve benzerlik kriterlerinin geçip geçmediği hem içerik hem de kullanılan terminoloji türü dikkate alınarak ayrıntılı biçimde analiz edilmiştir. Analiz sürecinde araştırmanın tüm aşamaları ayrıntılı biçimde kayıt altına alınarak izlenebilirlik sağlanmıştır. Ayrıca, kodlama sürecinde elde edilen verilerin anlamlandırılmasında uzman görüşüne başvurularak yorumların nesnelliği desteklenmiştir.

4.BULGULAR

Çalışmanın bu bölümünde, incelenen çalışmalar neticesinde elde edilen bulgular araştırmanın alt problemleri ile paralel olarak aktarılmıştır.

4.1. Çalışma Kapsamında Bulunan Dokümanlarda Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Yapılandırılması Nasıldır?

Birinci problem çerçevesinde yapılandırılan alt problemlere yönelik olarak araştırma süreci kapsamında elde edilen bulgular, aşağıda sistematik bir biçimde sunulmuştur.

4.1.1. 2022-2025 Yıllarında Türkiye’de Ortaöğretim Düzeyindeki Matematik Ders Kitaplarında Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Yapılandırılması Nasıldır?

Türkiye’de ortaöğretim düzeyindeki matematik ders kitaplarında eşlik ve benzerlik kriterlerinin (Kenar-Açı-Kenar [KAK], Kenar-Kenar-Kenar [KKK], Açık-Kenar-Açık [AKA], Açık-Açık [AA]) kullanılıp kullanılmadığı; kullanılmışsa hangi terminolojik ifadelerle yapılandırıldığına (aksiyom, postulat, teorem, kural, şart/koşul, salt eşlik, salt benzerlik vb.) ilişkin bulgular Tablo 4’te verilmiştir.

Tablo 4. Türkiye’de 2022-2025 Yıllarında Ortaöğretim Düzeyindeki Matematik Ders Kitaplarında Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Yapılandırılması

Eşlik Kriterleri				Benzerlik Kriterleri		
Kod	KAK	KKK	AKA/AAK	KAK	KKK	AA
K1	Kural	Kural	Kural	Kural	Kural	Kural
	Şart	Şart	Şart	Şart	Şart	Şart
	Özellik	Özellik	Özellik	Özellik	Özellik	Özellik
K2	Teorem	Teorem	Teorem	Kural	Kural	Kural
	Salt eşlik	Salt eşlik	Salt eşlik	Salt benzerlik	Salt benzerlik	Salt benzerlik
K3	Kural	Kural	Kural	Kural	Kural	Kural
K4	Kural	Kural	Kural	Teorem	Teorem	Teorem
				Salt benzerlik	Salt benzerlik	Salt benzerlik
K5	Salt eşlik	Salt eşlik	Salt eşlik	Salt benzerlik	Salt benzerlik	Salt benzerlik

Tablo 4 incelendiğinde, Türkiye’de 2022-2025 yıllarına ait ortaöğretim matematik ders kitaplarında üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterlerine ilişkin kullanılan terminolojide dikkate değer bir farklılık olduğu görülmektedir. İncelenen tüm ders kitaplarında üç eşlik ve üç benzerlik kriterine sistematik biçimde yer verilmiş; ancak bu kriterlerin farklı terminolojilerle ifade edildiği tespit edilmiştir.

Eşlik kriterleri açısından, K1, K3 ve K4 kodlu kitaplarda ilgili kriterlerin ağırlıklı olarak “kural” terimiyle sunulduğu; K5 kodlu kitapta ise salt olarak “eşlik” kavramının kullanıldığı görülmüştür. K2 kodlu kitapta ise eşlik kriterleri “teorem” ve salt olarak “eşlik” terimleriyle birlikte ifade edilmiştir.

Benzerlik kriterleri bakımından da benzer bir durum söz konusudur. Açık-Açık (AA), Kenar-Kenar-Kenar (KKK) ve Kenar-Açık-Kenar (KAK) benzerlik kriterlerinin tamamı tüm kitaplarda yer almakla birlikte, terminolojik sunumları farklılık göstermektedir. K1 kodlu kitapta benzerlik kriterleri “kural/şart” ve “özellik” terimleriyle sunulmuş; K2 kodlu kitapta “kural” ve salt olarak “benzerlik” ifadeleri tercih edilmiştir. K4 ve K5 kodlu kitaplarda ise salt olarak “benzerlik” ve “teorem” terimlerinin birlikte kullanıldığı görülmüştür.

Özellikle K1 kodlu kitapta birden fazla terim tercih edildiği dikkati çekmektedir. Kriterler, başlıklarda “şart”, açıklama bölümlerinde “özellik”, örneklerde ise “kural” olarak adlandırılmıştır. K2 ve K4 kodlu kitaplarda da eşlik ve benzerlik kriterlerinin terminolojik sunumlarında tutarlılık sağlanamamış; “kural” ve “teorem” terimlerinin dönüşümlü biçimde kullanıldığı tespit edilmiştir. Şekil 13’de KAK eşlik ve benzerlik kriterinin K1 kodlu kitaptaki terminolojik yapılandırması sunulmuştur.

Kenar – Açı – Kenar Benzerlik Şartı

ETKİNLİK

Araç - gereçler : cetvel, açıölçer.

Kişi sayısı : 2 - 4.

- ❖ Ölçüsü 65° , kollarının uzunlukları 3 cm ve 4 cm olan açığı çizin ve isimlendiriniz.
- ❖ Açının kollarını kendi uzunluklarının 2 katı kadar daha uzatınız. Oluşan yeni açığı tekrar isimlendiriniz.

ÇÖZÜM

$m(\widehat{O}) = m(\widehat{S}) = 40^\circ$ eşitliğinden iki üçgenin birer açıları eşittir. O ve S açılarını oluşturan kenarların uzunlukları artan şekilde sıralanır. $|OM| = 6$ cm, $|ON| = 10$ cm ve $|SP| = 9$ cm, $|SR| = 15$ cm. Sıralı kenar uzunlukları oranlandığında $\frac{|OM|}{|ON|} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ ve $\frac{|SP|}{|SR|} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$ değerleri elde edilir. Üçgenlerin açıları ve karşılıklı kenar uzunluk oranları birbirine eşit olduğundan üçgenler K-A-K kuralı gereği benzer üçgenlerdir ve $\widehat{MON} \sim \widehat{PSR}$ biçiminde gösterilir. Benzerlik oranı $\frac{|OM|}{|SP|} = \frac{|ON|}{|SR|} = \frac{2}{3}$ olarak elde edilir.

BİLGİ

İki üçgen arasında yapılan bire bir eşlemede karşılıklı ikişer kenar uzunluklarının oranı eşit ve bu kenarların belirttiği açılar eş ise üçgenler benzerdir. Bu özellik **kenar-açı-kenar** benzerlik özelliği olarak isimlendirilir.

Şekil 13. K1 kodlu ders kitabında eşlik ve benzerlik kriterlerinin terminolojik yapılandırılması örneği (Gökbaş vd., 2022, s.210)

Genel olarak, 2022-2025 yıllarına ait ders kitaplarında “kural”, salt olarak “eşlik” ve “benzerlik” terimlerinin baskın olarak kullanıldığı gözlemlenmiştir. Tablo 5’te söz konusu

kitaplarda üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojilerin dağılımı sunulmuştur.

Tablo 5. Türkiye’de 2022-2025 Yıllarında Ortaöğretim Düzeyindeki Matematik Ders Kitaplarında Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojilerin Dağılımı

Terminoloji	Frekans	Kullanıldığı Kodlar
Kural	18	K1, K2, K3, K4
Şart	6	K1
Özellik	6	K1
Teorem	6	K2, K4
Salt eşlik/benzerlik	15	K2, K4, K5

Tablo 5 incelendiğinde, Türkiye’deki 2022-2025 yıllarına ait matematik ders kitaplarında eşlik ve benzerlik kriterlerinin beş farklı terminoloji ile ifade edildiği görülmektedir. Tabloya göre en sık kullanılan terminoloji “kural” olup, toplam 18 kez kullanıldığı ve K1, K2, K3, K4 kodlu kitaplarda yer almıştır. Salt olarak “eşlik/benzerlik” ifadesi ise 15 kez kullanılmış ve K2, K4, K5 kodlu kitaplarda yer almıştır. “Teorem” terimi toplam 6 defa olmak üzere; K2 ve K4 kodlu kitaplarda kullanılmıştır. Aynı şekilde “şart” ve “özellik” terimlerinin her biri 6 kez kullanılmış ve yalnızca K1 kodlu kitapta geçtiği tespit edilmiştir.

4.1.2. 2024-2025 Yıllarında Güney Kore, İngiltere ve ABD’deki Matematik Ders Kitaplarında Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Yapılandırılması Nasıldır?

ABD, Güney Kore ve İngiltere’de ortaöğretim düzeyindeki matematik ders kitaplarında eşlik ve benzerlik kriterlerinin (Kenar-Açı-Kenar [KAK], Kenar-Kenar-Kenar [KKK], Açık-Kenar-Açı [AKA], Açık-Açı [AA]) kullanılıp kullanılmadığı; kullanılmışsa hangi terminolojik ifadelerle yapılandırıldığına (aksiyom, postulat, teorem, kural, şart/koşul, salt eşlik, salt benzerlik vb.) ilişkin bulgular Tablo 6’da verilmiştir.

Tablo 6. ABD, Güney Kore ve İngiltere’deki Ortaöğretim Düzeyindeki Matematik Ders Kitaplarında Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik İçin Kullanılan Terminolojinin Yapılandırılması

Eşlik Kriterleri				Benzerlik Kriterleri		
Kod	KAK	KKK	AKA/AA K	KAK	KKK	AA
K6	Postulat	Postulat	Postulat	Teorem	Teorem	Postulat
K7	Salt Eşlik	Salt Eşlik	Salt Eşlik	Salt Benzerlik	Salt Benzerlik	Salt Benzerlik
K8	Koşul/ Şart	Koşul/ Şart	Koşul/ Şart	Koşul/ Şart	Koşul/ Şart	Koşul/ Şart

Tablo 6 incelendiğinde, ABD, İngiltere ve Güney Kore’ye ait 2024-2025 yıllarındaki ortaöğretim düzeyindeki matematik ders kitaplarında, üçgenlerdeki eşlik ve benzerlik kriterlerinin içerik olarak eksiksiz biçimde yer aldığı görülmektedir. Ancak bu kriterlerin sunuldukları terminoloji bakımından kitaplar arasında belirgin farklılıklar tespit edilmiştir.

ABD’de okutulan matematik ders kitabında, eşlik kriterlerinin tamamı “postulat” terimiyle ifade edilmiş; benzerlik kriterlerinden KAK ve KKK “teorem”, AA ise yine “postulat” olarak sunulmuştur. Şekil 14’te ABD’ye ait kitaptaki eşlik ve benzerlik kriterlerinin terminolojik yapılandırması sunulmuştur.

Postulate 4-2 Side-Angle-Side (SAS) Postulate

Postulate
If two sides and the included angle of one triangle are congruent to two sides and the included angle of another triangle, then the two triangles are congruent.

If ...
 $\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\angle A \cong \angle D$,
 $\overline{AC} \cong \overline{DF}$

Then ...
 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

Theorem 7-1 Side-Angle-Side Similarity (SAS ~) Theorem

Theorem
If an angle of one triangle is congruent to an angle of a second triangle, and the sides that include the two angles are proportional, then the triangles are similar.

If ...
 $\frac{AB}{QR} = \frac{AC}{QS}$ and $\angle A \cong \angle Q$

Then ...
 $\triangle ABC \sim \triangle QRS$

You will prove Theorem 7-1 in Exercise 35.

Theorem 7-2 Side-Side-Side Similarity (SSS ~) Theorem

Theorem
If the corresponding sides of two triangles are proportional, then the triangles are similar.

If ...
 $\frac{AB}{QR} = \frac{AC}{QS} = \frac{BC}{RS}$

Then ...
 $\triangle ABC \sim \triangle QRS$

You will prove Theorem 7-2 in Exercise 36.

Şekil 14. ABD’ye ait ders kitabındaki eşlik ve benzerlik kriterlerinin terminolojik yapılandırması örneği (Charles vd., 2015, s.228)

Güney Kore’ ye ait kitapta tüm eşlik ve benzerlik kriterlerinin salt olarak “eşlik” ve “benzerlik” terimleriyle ifade edildiği görülmektedir. İngiltere’ ye ait kitapta ise tüm eşlik ve benzerlik kriterlerinin “koşul/şart” terimiyle sunulduğu tespit edilmiştir. Tablo 7’de üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojilerin dağılımı sunulmuştur.

Tablo 7. ABD, Güney Kore ve İngiltere’deki Ortaöğretim Düzeyindeki Matematik Ders Kitaplarında Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojilerin Dağılımı

Terminoloji	Frekans	Kullanıldığı Kodlar
Postulat	4	K6
Teorem	2	K6
Salt Eşlik/Benzerlik	6	K7
Koşul / Şart	6	K8

Tablo 7 incelendiğinde, ders kitaplarında eşlik ve benzerlik kriterlerinin dört farklı terminoloji ile ifade edildiği görülmektedir. Verilere göre “postulat” terimi 4 kez kullanılmıştır ve bu kullanımın tamamı ABD’ye ait kitap içerisinde yer almaktadır. “Teorem” ifadesi de ABD’ye ait kitap içerisinde 2 kez geçmiştir. Salt olarak “eşlik/benzerlik” ifadeleri 6 kez kullanılmış olup bu kullanım yalnızca Güney Kore’ye ait kitapta yer almıştır. “Koşul/şart” ifadesi ise toplam 6 defa kullanılmış ve İngiltere’ye ait kitapta yer almıştır.

4.1.3. Bilimsel Makalelerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Yapılandırılması Nasıldır?

Makalelerde eşlik ve benzerlik kriterlerinin (Kenar-Açı-Kenar [KAK], Kenar-Kenar-Kenar [KKK], Açı-Kenar-Açı [AKA], Açı-Açı [AA]) kullanılıp kullanılmadığı; kullanılmışsa hangi terminolojik ifadelerle yapılandırıldığına (aksiyom, postulat, teorem, kural, şart/koşul, salt eşlik, salt benzerlik vb.) ilişkin bulgular Tablo 8’de verilmiştir.

Tablo 8. Bilimsel makalelerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin yapılandırılması

Eşlik Kriterleri				Benzerlik Kriterleri		
Kod	KAK	KKK	AKA/AAK	KAK	KKK	AA
M1	Kural	Kural	Kural	Kural	Kural	Kural
M2	Teorem	Teorem	Teorem	-	-	-
M3	Postulat	Postulat	Postulat			
M4	Teorem	Teorem	Teorem	Teorem	Teorem	Teorem
M5	-	Postulat	Salt Eşlik	-	-	Salt Benzerlik
M6	Teorem	Teorem	Teorem	-	-	-
M7	Kural Aksiyo Teorem	Kural Teorem	Kural Teorem	-	-	-
M8	-	-	-	-	-	-
M9	Kural Koşul	Kural Koşul	Kural Koşul	-	-	-
M10	-	-	-	Kural Salt Benzerlik	Kural Salt Benzerlik	Kural Salt Benzerlik
M11	Teorem	Teorem	Teorem	-	-	-
M12	-	-	-	-	-	-
M13	Postulat	Postulat	Postulat	-	-	-
M14	-	-	-	-	-	-
M15	Postulat	Teorem	Teorem	-	-	-
M16	Teorem	Teorem	Teorem	-	-	-
M17	-	-	-	-	-	-
M18	Salt Eşlik	-	-	-	-	Teorem
M19	Postulat	Postulat	Postulat	-	-	-
M20	-	-	-	-	-	Koşul
M21	-	Teorem Koşul	-	-	-	-
M22	-	-	Salt Eşlik	-	-	Teorem Salt Benzerlik
M23	Teorem	Teorem	Teorem	-	-	-
M24	Koşul/Şart	Koşul/Şart	Koşul/Şart	-	-	-
M25	-	-	-	-	-	-
M26	Teorem	Teorem	Teorem	-	-	-
M27	Koşul/Şart	Koşul/Şart	Koşul/Şart	-	-	-
M28	-	Teorem	Teorem	-	-	-

Tablo 8 incelendiğinde, bilimsel makalelerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterlerine ilişkin terminolojik yapılandırmada dikkate değer bir farklılık olduğu görülmektedir. İncelenen makalelerin bir kısmında eşlik ve benzerlik kriterleri detaylı biçimde ele alınırken, bazı çalışmalarda ise bu kavramlara yani bu terminolojik yapıya hiç yer verilmediği tespit edilmiştir.

M1, M2, M3, M4, M6, M7, M9, M11, M13, M15, M16, M19, M23, M24, M26 ve M27 kodlu makalelerde eşlik kriterlerinin tamamına yer verilmişken, M5, M18, M21, M22 ve M28 kodlu çalışmalarda yalnızca bazı kriterlerin işlendiği; M8, M12, M14, M17 ve M25 kodlu makalelerde ise eşlik ve benzerlik kriterlerine hiç yer verilmediği belirlenmiştir. Benzerlik kriterlerinin ise daha sınırlı sayıda makalede işlendiği görülmektedir. M1, M4 ve M10 kodlu makalelerde benzerlik kriterlerinin tamamının terminolojik olarak ifade edildiği; M5, M18, M20 ve M22 kodlu çalışmalarda ise tek benzerlik kriterlerinin ifade edildiği görülmektedir.

Eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojiler incelendiğinde, “kural” terimi, M1, M7, M9 ve M10 kodlu makalelerde eşlik ve benzerlik kriterlerinin tamamı ya da bir kısmı için kullanılmıştır. “Teorem” terimi M2, M4, M6, M7, M11, M15, M16, M18, M21, M22, M23, M26 ve M28 kodlu makalelerde, “Postulat” terimi M3, M5, M13, M15 ve M19 kodlu çalışmalarda özellikle eşlik kriterleri için kullanılmıştır. Salt olarak “eşlik” ifadesi M5, M18 ve M22 kodlu makalelerde geçerken; salt olarak “benzerlik” terimi ise M5, M10 ve M22 kodlu çalışmalarda geçmektedir. “Koşul/şart” terminolojisi ise M9, M20, M21, M24 ve M27 kodlu makalelerde geçmektedir. Ayrıca, M8, M12, M14, M17 ve M25 kodlu çalışmalarda herhangi bir terminoloji kullanılmadığı ya da boş bırakıldığı görülmektedir. Şekil 15’te M9, M15 ve M22 kodlu makalelerden eşlik ve benzerlik kriterlerinin terminolojik yapılandırılması örnekleri sunulmuştur.

Furthermore, by using the existing rules in supporting information, students can determine that congruent triangles have 3 conditions, namely side-side-side, side-angle-side, and angle-side-angle. That means the side-side-side condition is not satisfying because of the known angle. Students use the symmetrical properties of the supporting information if $\angle A \cong \angle B$ then $\angle B \cong \angle A$. Because there are already two angles, meaning that there will be a congruent side. Students use the reflective properties found in supporting information if $\overline{AB} \cong \overline{BA}$. In the final step, students write down the consequences of the rules used, namely fulfilling the congruent rules side-angle-side and $\triangle ABC \cong \triangle BAC$ resulting in proven $\overline{AC} \cong \overline{BC}$.

SAS and SSA Conditions for Congruent Triangles

Alexander F. Mironychev

Challenge Early College HS, 5801 West Loop South Freeway, Houston, TX 77081, USA

Abstract: For two triangles to be congruent, SAS theorem requires two sides and the included angle of the first triangle to be congruent to the corresponding two sides and included angle of the second triangle. If the congruent angles are not between

stratejileri kullandıkları görülmüştür. Öğrencilerin büyük bir çoğunluğu (61 öğrenci) geometri probleminin çözümünde en geleneksel çözüm olan ABC ile ADE üçgenlerine uygulanan Açı-Açı-Açı (AAA) Benzerlik Teoremine dayanan Grup 1 stratejisini kullanmışlardır.

Geometri probleminin çözümünde Grup 2 olarak isimlendirilen çözüm stratejisi AB kenarına üçgenin dışından çizilen paralel doğru parçası ile oluşturulan paralelkenara dayanmaktadır. Grup 2, paralelkenarın oluşturulmasındaki farklılık nedeni ile iki alt gruba alınarak incelenmiştir. Öğrencilerden 14'ü tarafından kullanılan Çözüm 2. 1. stratejisi C noktasından AB kenarına paralel olarak çizilen CF doğru parçası ile oluşturulan DFCB paralelkenarına dayanmaktadır. Bu stratejide öğrenciler üçgenin ve paralelkenarın içinde oluşan (ADE ile CFE) üçgenlerinin açı-kenar-açı eşliğini kullanarak AE ile EC doğru parçalarının eşliğini göstermişlerdir. Öğrencilerden 14'ü tarafından

Şekil 15. Makalelerde eşlik ve benzerlik kriterlerinin terminolojik yapılandırılması örneği (Mironychev, 2018; Sumarni vd., 2020; Yılmaz& Köse, 2015)

Genel olarak değerlendirildiğinde, makalelerde en sık kullanılan terimlerin “teorem” ve “kural” olduğu; ancak “koşul/şart” ve salt olarak “eşlik/benzerlik” ifadelerinin de kayda değer ölçüde kullanıldığı görülmektedir. Tablo 9’da makalelerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terimlerin dağılımı sunulmuştur.

Tablo 9. Makalelerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojilerin Dağılımı

Terminoloji	Frekans	Kullanıldığı Kodlar
Teorem	34	M2, M4, M6, M7, M11, M15, M16, M18, M21, M22, M23, M26, M28
Kural	15	M1, M7, M9, M10
Postulat/Aksiyom	11	M3, M7, M5, M13, M15, M19
Koşul / Şart	12	M9, M20, M21, M24, M27
Salt eşlik / benzerlik	8	M5, M10, M18, M22
Hiç terminoloji yok	5	M8, M12, M14, M17, M25

Tablodaki veriler incelendiğinde, en çok kullanılan terminolojinin 34 kullanımla “teorem” olduğu görülmektedir. Bunu 15 kullanımla “kural”, 12 kullanımla “koşul/şart”, 11 kullanımla “postulat/aksiyom” ve 8 kullanımla salt olarak “eşlik/benzerlik” ifadeleri takip etmektedir. Ayrıca, 5 makalede ise hiçbir terminolojik ifadenin kullanılmadığı görülmektedir.

4.1.4. Bildirilerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Yapılandırılması Nasıldır?

Araştırma kapsamında incelenen bildirilerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterlerinin terminolojik yapılandırılması incelenmiştir. İnceleme sürecinde bildirilerde eşlik ve benzerlik kriterlerinin (Kenar-Açı-Kenar [KAK], Kenar-Kenar-Kenar [KKK], Açık-Kenar-Açı [AKA], Açık-Açı [AA]) kullanılıp kullanılmadığı; kullanılmışsa hangi terminolojik ifadelerle yapılandırıldığına (aksiyom, postulat, teorem, kural, şart/koşul, salt eşlik, salt benzerlik vb.) ilişkin bulgular Tablo 10’da verilmiştir.

Tablo 10. Bildirilerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Yapılandırılması

Eşlik Kriterleri				Benzerlik Kriterleri		
Kod	KAK	KKK	AKA/AAK	KAK	KKK	AA
B1	Teorem Koşul/Şart	Teorem Koşul/Şart	Teorem Koşul/Şart	-	-	-
B2	Teorem	Teorem	Teorem	-	-	-
B3	-	-	-	-	-	-
B4	-	-	-	-	-	-
B5	-	-	-	-	-	Salt Benzerlik
B6	Koşul/Şart	Koşul/Şart	Koşul/Şart	-	-	-
B7	Koşul/Şart	Koşul/Şart	Koşul/Şart	-	-	-
B8	Koşul/Şart	Koşul/Şart	Koşul/Şart	-	-	-

Tablo 10 incelendiğinde, akademik bildirilerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterlerine ilişkin kullanılan terminolojide dikkate değer bir farklılık olduğu gözlemlenmektedir. Ayrıca, bazı bildirilerde bu kriterlere hiç yer verilmediği, bazılarında ise farklı terminolojik yaklaşımlarla sunulduğu dikkat çekmektedir.

B3 ve B4 kodlu bildirilerde gerek eşlik gerekse benzerlik kriterlerine doğrudan bir atıf yapılmadığı tespit edilmiştir. B6, B7 ve B8 numaralı bildirilerde eşlik kriterleri olan Kenar-Açı-Kenar (KAK), Kenar-Kenar-Kenar (KKK) ve Açı-Kenar-Açı (AKA), terminolojik olarak “koşul/şart” ifadesiyle sunulmuştur. Bu bildirilerde benzerlik kriterlerine ise yer verilmemiştir.

B1 kodlu bildiride, eşlik kriterleri hem “teorem” hem de “koşul/şart” terimleriyle ifade edilmiştir. B2 kodlu bildiride ise eşlik kriterlerinin tamamının “teorem” olarak adlandırıldığı görülmektedir. B5 kodlu bildiride ise yalnızca benzerlik kavramına genel bir atıf yapılmış; ancak KAK, KKK, AKA veya AA gibi kriterler belirtilmeden salt olarak “benzerlik” terimi

tercih edilmiştir. Şekil 16’da eşlik ve benzerlik kriterlerinin B1 ve B6 kodlu bildirilerdeki terminolojik yapılandırması sunulmuştur.

The concept of congruency is an important topic in geometry. Euclid’s Elements included three conditions for triangle congruency: side-angle-side (SAS), side-side-side (SSS), and side and two angles (SAA) as propositions 4, 8, and 26. These conditions were then used to prove People’s Education Press (PEP, 2013) were selected for this analysis because of the prominent roles they play in their respective countries. Each textbook devoted four lessons to the five congruent triangle theorems: SSS, SAS, ASA, AAS, and HL. They are lessons 22-25 in Eureka

Congruency constitutes a key topic in school geometry. The reasons for this are two-fold. First, the three conditions for triangle congruency (side-angle-side, SAS; side-side-side, SSS; side, angle, angle, SAA) can be used to prove many more

Şekil 16. Bildirilerde eşlik ve benzerlik kriterlerinin terminolojik yapılandırılması örneği (Lo vd., 2021; Jones vd., 2013)

Genel olarak bildirilerde sınırlı sayıda terimin tekrarlandığı ve çoğu çalışmada yalnızca bazı kriterlerin tanımlandığı görülmektedir. Özellikle “teorem” ve “koşul/şart” terimlerinin ön plana çıktığı, benzerlik kriterlerine ilişkin terminolojik ifadelerin ise oldukça sınırlı kaldığı dikkat çekmektedir. Tablo 11’de bildirilerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojilerin dağılımı sunulmuştur.

Tablo 11. Bildirilerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojilerin Dağılımı

Terminoloji	Frekans	Kullanıldığı Kodlar
Koşul / Şart	12	B1, B6, B7, B8
Teorem	6	B1, B2
Salt benzerlik	1	B5
Hiç terminoloji yok	2	B3, B4

Tablodaki veriler doğrultusunda, en çok kullanılan terminoloji 12 kullanım ile “koşul/şart” ifadesidir. Bunu 6 kullanımla “teorem” takip etmektedir. Salt olarak “benzerlik”

terimi yalnızca 1 kez kullanılmıştır. Ayrıca 2 durumda herhangi bir terminolojik ifadenin yer almadığı görülmektedir.

4.1.5. Lisansüstü Tezlerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Yapılandırılması Nasıldır?

Araştırma kapsamında incelenen lisansüstü tezlerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterlerinin terminolojik yapılandırılması incelenmiştir. İnceleme sürecinde lisansüstü tezlerde eşlik ve benzerlik kriterlerinin (Kenar-Açı-Kenar [KAK], Kenar-Kenar-Kenar [KKK], Açı-Kenar-Açı [AKA], Açı-Açı [AA]) kullanılıp kullanılmadığı; kullanılmışsa hangi terminolojik ifadelerle yapılandırıldığına (aksiyom, postulat, teorem, kural, şart/koşul, salt eşlik, salt benzerlik vb.) ilişkin bulgular Tablo 12’de verilmiştir.

Tablo 12. Lisansüstü Tezlerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Yapılandırılması

Kod	Eşlik kriterleri			Benzerlik kriterleri		
	KAK	KKK	AKA/AAK	KAK	KKK	AA
T1	Şart/Koşul Kural Salt eşlik	Şart/Koşul Kural Salt eşlik	Şart/Koşul Kural Salt eşlik	Şart/Koşul Salt benzerlik	Şart/Koşul Salt benzerlik	Şart/Koşul Salt benzerlik
T2	-	-	-	Teorem Salt benzerlik	Teorem Salt benzerlik	-
T3	-	-	-	-	-	-
T4	-	Teorem	Teorem	-	Teorem	Teorem
T5	-	-	-	-	-	Kural
T6	-	-	-	-	-	-
T7	-	-	-	-	-	-
T8	-	-	-	Durum	Durum	Durum
T9	-	-	-	Salt benzerlik	-	-
T10	-	-	-	-	-	-
T11	Teorem Salt eşlik	Teorem Salt eşlik	Teorem Salt eşlik	Teorem	-	Teorem
T12				Kural	Kural	Kural
T13	-	-	-	-	-	-
T14	Aksiyom	Teorem	Teorem	Aksiyom	Teorem	Teorem

Tablo 12 incelendiğinde, lisansüstü tezlerde üçgenlerdeki eşlik ve benzerlik kriterlerine ilişkin terminoloji kullanımının oldukça farklı ve dağınık bir yapıya sahip olduğu görülmektedir. Tezlerde tercih edilen ifadeler arasında “teorem”, “kural”, “şart/koşul”, salt olarak “eşlik / benzerlik”, “aksiyom” ve “durum” gibi farklı terminolojik unsurlar yer almaktadır.

T1 kodlu tezde, Kenar-Açı-Kenar (KAK), Kenar-Kenar-Kenar (KKK) ve Açı-Kenar-Açı (AKA) kriterleri için “şart/koşul”, “kural” ve salt olarak “eşlik” terimlerinin bir arada kullanıldığı; benzerlik kriterlerinde ise yine “şart/koşul” ve salt olarak “benzerlik” kavramlarına yer verildiği görülmektedir. T2 kodlu tezde ise yalnızca benzerlik kriterleri ele alınmış ve “teorem” ile salt olarak “benzerlik” ifadeleri tercih edilmiştir; eşlik kriterlerine yer verilmemiştir. Benzer biçimde, T11 kodlu tezde eşlik kriterleri hem “teorem” hem de salt olarak “eşlik” terimleriyle ifade edilmiştir. Diğer çalışmalardan farklı olarak T8 kodlu tezde ise tüm terminolojik sunumun matematiksel bir karşılığı olmayan “durum” kavramı üzerinden yapıldığı dikkati çekmektedir. T5, T12 kodlu tezlerde kriterler yalnızca “kural” terimiyle sunulmuştur. T14 kodlu tezde hem eşlik hem benzerlik kriterleri için “aksiyom” ve “teorem” ifadeleri birlikte kullanılırken; T5 ve T9 kodlu tezlerde yalnızca tek bir kriterin sınırlı biçimde ele alındığı görülmektedir. T3, T6, T7, T10 ve T13 kodlu tezlerde ise eşlik ya da benzerlik kriterlerine hiç yer verilmediği belirlenmiştir. Şekil 17’de eşlik ve benzerlik kriterlerinin T1 kodlu tezdeki terminolojik yapılandırması sunulmuştur.

kenar-kenar-kenar eşlik şartı (KKK), açı-kenar-kenar eşlik şartı (AKA), kenar-kenar-kenar eşlik şartı (KAK), kenar-kenar-kenar benzerlik şartı (KKK), kenar-kenar-kenar benzerlik şartı (KAK), açı-kenar-kenar benzerlik şartı (AA) ve benzer üçgenlerde değişen, değişmeyen ve benzerlik oranı keşfetme özellikleri içermiştir. DGO’da hazırlanan bu etkinliklerde katılımları olan üçgeni sabit olan üçgen üzerine sürükleyerek çakışıp çakışmadığını incelemiştir. İki üçgenin eşliği için gerekli olan minimum koşulları belirlerken kenar-kenar-kenar (KKK), açı-kenar-kenar (AKA) ve kenar-kenar-kenar (KAK) kurallarını açıkladığı gözlenmiştir. Bu bağlamda, Ahmet’in AKA etkinliğine yönelik açıklamaları örnek olarak verilmiştir.

üçgenin eşliği için gerekli olan minimum koşulları belirlerken kenar-kenar-kenar (KKK), açı-kenar-kenar (AKA) ve kenar-kenar-kenar (KAK) şerhalarına dair açıklamalar yaptığı

Şekil 17. T1 kodlu tezde eşlik ve benzerlik kriterlerinin terminolojik yapılandırılması örneği (Batu, 2023)

Tezlerde en sık kullanılan terimlerin başında “teorem”, salt olarak “eşlik/benzerlik” gelmekle birlikte, “kural” ve “şart/koşul” ifadelerinin de dikkate değer bir sıklıkla kullanıldığı gözlemlenmektedir. Tablo 13’de lisansüstü tezlerde üçgenlerdeki eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terimlerin dağılımı sunulmuştur.

Tablo 13. Lisansüstü Tezlerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojilerin Dağılımı

Terminoloji	Frekans	Kullanıldığı Tez Kodları
Teorem	15	T2, T4, T11, T14
Kural	7	T1, T5, T12
Şart / Koşul	6	T1
Salt eşlik / benzerlik	12	T1, T2, T9, T11
Aksiyom	2	T14
Durum	3	T8
Hiç terminoloji yok	5	T3, T6, T7, T10, T13

Tablo 13 incelendiğinde, lisansüstü tezlerde eşlik ve benzerlik kriterlerinin 6 farklı terim ile ifade edildiği görülmektedir. Tablodaki veriler incelendiğinde, en fazla kullanılan terminoloji 15 kullanım ile “teorem” ifadesidir. Bunu 12 kullanım ile salt olarak “eşlik / benzerlik”, 7 kullanım ile “kural”, 6 kullanım ile “şart / koşul”, 3 kullanım ile “durum” ve 2 kullanım ile “aksiyom” ifadeleri takip etmektedir. Ayrıca 5 akademik tezde ise herhangi bir terminolojik ifadeye yer verilmediği görülmektedir.

4.1.6. Diğer Bilimsel Kitaplarda (Referans Kitaplar) Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Yapılandırılması Nasıldır?

Araştırma kapsamında incelenen referans kitap niteliğinde kabul edilen bilimsel eserlerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterlerinin terminolojik yapılandırılması incelenmiştir. İnceleme sürecinde bildirilerde eşlik ve benzerlik kriterlerinin (Kenar-Açı-Kenar [KAK], Kenar-Kenar-Kenar [KKK], Açı-Kenar-Açı [AKA], Açı-Açı [AA]) kullanılıp kullanılmadığı;

kullanılmışsa hangi terminolojik ifadelerle yapılandırıldığına (aksiyom, postulat, teorem, kural, şart/koşul, salt eşlik, salt benzerlik vb.) ilişkin bulgular Tablo 14’te verilmiştir.

Tablo 14. Diğer Bilimsel Kitaplarda (Referans Kitaplar) Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Yapılandırılması

Kod	Eşlik Kriterleri			Benzerlik Kriterleri		
	KAK	KKK	AKA/AAK	KAK	KKK	AA
R1	Aksiyom/ Postulat	Teorem	Teorem	Aksiyom	Teorem	Teorem
R2	Aksiyom/ Postulat	Teorem	Teorem	Aksiyom	Teorem	Teorem
R3	Aksiyom/ Postulat	Teorem	Teorem	Teorem	Teorem	Teorem
R4	Test Aksiyom/ Postulat	Test	Test	Teorem	Test	Aksiyom
R5	Aksiyom/ Postulat	Teorem	Teorem	Aksiyom	Teorem	Teorem
R6	Aksiyom/ Postulat	Teorem	Teorem			
R7	Aksiyom/ Postulat	Aksiyom	Aksiyom	Teorem	Teorem	Teorem

Tablo 14 incelendiğinde, Kenar-Açı-Kenar (KAK) eşlik kriterinin tüm kitaplarda “aksiyom” terimiyle ifade edildiği tespit edilmiştir. Yalnızca R4 kodlu kitapta bu terime ek olarak “test” ifadesinin de kullanıldığı gözlemlenmiştir. Kenar-Kenar-Kenar (KKK) ve Açı-Kenar-Açı (AKA) eşlik kriterlerinin ise R1, R2, R3, R5 ve R6 kodlu kitaplarda “teorem” terimiyle sınıflandırıldığı görülmektedir. R7 kodlu kitapta ise KKK ve AKA kriterleri de doğrudan “aksiyom” olarak sunulmuştur. R4 kodlu kitaptan eşlik ve benzerlik kriterlerinin terminolojik yapılandırma örnekleri Şekil 18’de sunulmuştur.

şekilleri ve büyüklükleri hakkında bir bilgi vermez. Bunu yapabilmek için *Kenar-Açı-Kenar (KAK) eşlik postulatını* kullanmak gerekmektedir. Bu postulat düzlem geometrisinde pek çok önemli ve güzel sonucun elde

Şimdi *KAK eşlik testini* kullanarak paralelkenar ile ilgili aşağıdaki problemi çözelim.

Şimdi *KKK eşlik testini* kullanarak karşılıklı kenarları eş olan dörtgenin neden paralelkenar olduğunu kanıtlayalım.

Şekil 18. R4 kodlu kitaptaki eşlik ve benzerlik kriterlerinin terminolojik yapılandırılması örneği (Toluk Uçar & Akkaş, 2022, s.336).

Benzerlik kriterleri açısından incelendiğinde, KAK benzerlik kriterinin R1, R2, R3, R5 ve R6 kodlu kitaplarda doğrudan “aksiyom” olarak sunulduğu; KKK ve AA kriterlerinin ise ağırlıklı olarak “teorem” biçiminde sınıflandırıldığı görülmektedir. R4 kodlu kitapta, “test” ve “aksiyom” terimlerinin birlikte kullanıldığı; R7 kodlu kitapta ise tüm benzerlik kriterleri için yalnızca “teorem” teriminin tercih edildiği tespit edilmiştir. Tablo 15’de referans kitaplarda eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terimlerin dağılımı sunulmuştur.

Tablo 15. Diğer Bilimsel Kitaplarda (Referans Kitaplar) Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojilerin Dağılımı

Terminoloji	Frekans	Kullanıldığı Kodlar
Teorem	23	R1, R2, R3, R4, R5, R6, R7
Aksiyoim/postulat	13	R1, R2, R3, R4, R5, R6, R7
Test	4	R6

Tablo 15 incelendiğinde, referans kitaplarda eşlik ve benzerlik kriterlerinin 3 farklı terminoloji ile ifade edildiği görülmektedir. Tablodaki verilere göre, en çok kullanılan terminoloji 23 kullanım ile “teorem” terimidir. Bunu 13 kullanım ile “aksiyoim/postulat” ifadesi takip etmektedir. “Test” terimi ise 4 kez kullanılmıştır.

4.2. Çalışma Kapsamında Bulunan Dokümanlarda Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Aksiyomatik Yapıya Uygunluğu Nasıldır?

İkinci problem çerçevesinde yapılandırılan alt problemlere yönelik olarak araştırma süreci kapsamında elde edilen bulgular, aşağıda sistematik bir biçimde sunulmuştur.

4.2.1. 2022-2025 Yıllarında Türkiye’de Ortaöğretim Düzeyindeki Matematik Ders Kitaplarında Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Aksiyomatik Yapıya Uygunluğu Nasıldır?

2022-2025 yıllarında Türkiye’de ortaöğretim düzeyindeki matematik ders kitaplarında üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin aksiyomatik yapıya uygunluğuna ilişkin bulgular Tablo 16’da verilmiştir.

Tablo 16. Türkiye’de Ortaöğretim Düzeyindeki Matematik Ders Kitaplarında Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Aksiyomatik Yapıya Uygunluğu

Tema	Kategoriler	Kodlar	Çalışma Kodu	Frekans
Aksiyomatik Yapıya Uygunluk	Doğrudan aksiyomlara ve teoremlere dayalı anlatım	Öklid geometrisine uygun kullanım		
		Hilbert geometrisine uygun kullanım		
		Öklid ve Hilbert geometrisine uygun olmayan kullanım		
	Matematik biliminin aksiyomatik doğasına uymayan anlatım	Rastgele terminoloji kullanımı (kural, durum, koşul vb.)	K1, K3	2
		Kısmen aksiyomatik vurgularla desteklenen yapı	K2, K4	2
	Terminoloji olmadan anlatım	Salt eşlik / Salt benzerlik kullanımı Hiçbir kritere yer verilmemesi	K5	1
TOPLAM				5

2022-2025 yıllarında Türkiye’de ortaöğretim düzeyindeki matematik ders kitaplarında üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin aksiyomatik yapıya uygunluğu Tablo 16’da sunulmuştur. Tablo incelendiğinde, 2022-2025 yılları arasında Türkiye’de yayımlanmış ortaöğretim matematik ders kitaplarında üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterlerinin sunumunda aksiyomatik yapıya yer verilmediği görülmektedir. Kodlanan beş çalışmadan hiçbiri doğrudan Öklid ya da Hilbert geometrisine uygun, açık biçimde aksiyom ve teorem temelli bir yaklaşım sergilememektedir.

K1 ve K3 kodlu kitaplarda kriterlerin genellikle “kural”, “özellik”, “şart/koşul” gibi pedagojik yönü ağır basan terimlerle sunulduğu tespit edilmiştir. K2 ve K4 kodlu kitaplar ise aksiyomatik yapıya kısmen vurgu yapan ancak esasen rastgele ve öğretimsel temelli terminoloji kullanan kaynaklar olarak değerlendirilmektedir. K5 kodlu kitapta ise yalnızca “eşlik” ve “benzerlik” gibi kavram adları kullanılmış, bu kavramların dayandığı kriterler ya da mantıksal yapılar sunulmamıştır.

4.2.2. 2024-2025 Yıllarında Güney Kore, İngiltere ve ABD’deki Matematik Ders Kitaplarında Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Aksiyomatik Yapıya Uygunluğu Nasıldır?

2024-2025 yıllarında Güney Kore, İngiltere ve ABD’deki matematik ders kitaplarında üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin aksiyomatik yapıya uygunluğu bulguları Tablo 17’de verilmiştir.

Tablo 17. Güney Kore, İngiltere ve ABD’deki Matematik Ders Kitaplarında Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Aksiyomatik Yapıya Uygunluğu

Tema	Kategoriler	Kodlar	Çalışma Kodu	Frekans
Aksiyomatik Yapıya Uygunluk	Doğrudan aksiyomlara ve teoremlere dayalı anlatım	Öklid geometrisine uygun kullanım	K6	1
		Hilbert geometrisine uygun kullanım		
		Öklid ve Hilbert geometrisine uygun olmayan kullanım		
	Matematik biliminin aksiyomatik doğasına uymayan anlatım	Rastgele terminoloji kullanımı (kural, durum, koşul/şart vb.)	K8	1
		Kısmen aksiyomatik vurgularla desteklenen yapı		
	Terminoloji olmadan anlatım	Salt eşlik / Salt benzerlik kullanımı	K7	1
		Hiçbir kritere yer verilmemesi		
TOPLAM				3

Tablo 17’ye göre incelenen üç yurt dışı ders kitabından hiçbirisi, eşlik ve benzerlik kriterlerini tam anlamıyla Öklid ya da Hilbert aksiyomatik sistemlerine uygun biçimde sunmamaktadır.

ABD’ye ait ders kitabı doğrudan aksiyomlara ve teoremlere dayalı anlatım kategorisinde yer almaktadır. Ancak bu çalışma, Öklid ve Hilbert geometrisine uygun olmayan bir kullanım biçimi göstermektedir. Bu durum, kaynakta bazı aksiyomatik ifadeler bulunsa da kriterlerin sistematik aksiyom-teorem ilişkisi içinde sunulmadığını ve kavramların matematiksel yapıdan kopuk biçimde ele alındığını göstermektedir. Yani, aksiyomatik sistemin yüzeysel veya biçimsel kullanımı söz konusudur. Güney Kore’ye ait kitapta ise eşlik ve benzerlik kavramları yalnızca “eşlik” ve “benzerlik” ifadeleriyle adlandırılmış; ancak bu ifadelerin neye dayandığı, hangi kriterleri kapsadığı veya nasıl gerekçelendirildiği açıklanmamıştır. İngiltere’ye ait kitapta

kullanılan “koşul” ifadesi, kavramların ispat temelli matematiksel niteliğini yansıtmak yerine öğretimsel amaçlara hizmet eden sezgisel bir sunum biçimiyle sınırlı kalmıştır.

4.2.3. Bilimsel Makalelerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Aksiyomatik Yapıya Uygunluğu Nasıldır?

Bilimsel makalelerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin aksiyomatik yapıya uygunluğu bulguları Tablo 18’de verilmiştir.

Tablo 18. Bilimsel Makalelerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Aksiyomatik Yapıya Uygunluğu

Tema	Kategoriler	Kodlar	Çalışma Kodu	Frekans
Aksiyomatik Yapıya Uygunluk	Doğrudan aksiyomlara ve teoremlere dayalı anlatım	Öklid geometrisine uygun kullanım	M2, M4, M6, M11, M16, M23, M26, M28	8
		Hilbert geometrisine uygun kullanım	M15	1
		Öklid ve Hilbert geometrisine uygun olmayan kullanım	M3, M13, M19	3
	Matematik biliminin aksiyomatik doğasına uymayan anlatım	Rastgele terminoloji kullanımı (kural, durum, koşul/şart vb.)	M1, M9, M10, M20, M24, M27	6
		Kısmen aksiyomatik vurgularla desteklenen yapı	M5, M7, M18, M21	4
	Terminoloji olmadan anlatım	Salt eşlik / Salt benzerlik kullanımı	M22	1
		Hiçbir kritere yer verilmemesi	M8, M12, M14, M17, M25	5
	TOPLAM			28

Tablo 18 incelendiğinde, bilimsel makalelerde üçgenlerdeki eşlik ve benzerlik kriterlerinin terminolojik sunumlarının aksiyomatik yapıya uygunluk açısından önemli ölçüde farklılık gösterdiği görülmektedir. İncelenen makalelerden 9’unda, bu kriterlerin Öklid ya da Hilbert geometrisine uygun biçimde, doğrudan aksiyomlara ve teoremlere dayalı olarak ele alındığı tespit edilmiştir.

Bunun yanı sıra, M3, M13 ve M19 kodlu üç çalışmada terminolojik sunumlar, aksiyomatik sistemin bileşenleri (örneğin “postulat”) aracılığıyla gerçekleştirilmiştir. Ancak bu üç çalışmada, tüm eşlik kriterlerinin “postulat” terimiyle ifade edilmiş olması, kullanılan yaklaşımın klasik Öklid ya da modern Hilbert sistemi dışında konumlandığını göstermektedir. Dolayısıyla, bu iki alt grubu birlikte ele aldığımızda, toplam 12 makalenin eşlik ve benzerlik kriterlerini aksiyomatik yapıya belirli bir düzeyde uygunlukla sunduğu söylenebilir.

M1, M9, M10, M20, M24 ve M27 kodlu makalelerde, eşlik ve benzerlik kriterlerinin sunumunda kullanılan terminolojinin çoğunlukla “kural”, “koşul” gibi ifadelerle gerçekleştirildiği görülmektedir. M5, M7, M18 ve M21 kodlu makalelerde ise kısmen aksiyomatik vurgulara yer verildiği görülmektedir. Bu çalışmalarda bazı kriterlerin sunumunda “teorem” ya da “aksiyom” gibi kuramsal terimlere başvurulmuş olsa da aynı metin içerisinde bu yapı ile çelişen “kural”, “şart”, “eşlik” gibi rastgele ve tanımsal ifadelerin de kullanıldığı tespit edilmiştir. Dolayısıyla, bu çalışmaların da bütüncül anlamda aksiyomatik yapıya uygunluk sergilemediği söylenebilir. Her iki alt kategori birlikte değerlendirildiğinde, toplam 10 makalenin, eşlik ve benzerlik kriterlerini aksiyomatik sistematığe dayandırmadan ya yüzeysel terimlerle ya da tutarsız bir terminolojiyle sunduğu anlaşılmaktadır.

Dikkat çeken bir diğer grup ise terminoloji içermeyen çalışmalardır. M22 kodlu çalışmada yalnızca “eşlik” veya “benzerlik” kavramlarına yer verildiği, ancak bu kavramların dayandığı kriterlerin sistematik biçimde sunulmadığı görülmektedir. Bunun yanında M8, M12, M14, M17 ve M25 kodlu beş makalede ise eşlik ve benzerlik kriterlerine doğrudan yer verilmemiştir.

4.2.4. Bildirilerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Aksiyomatik Yapıya Uygunluğu Nasıldır?

Bildirilerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin aksiyomatik yapıya uygunluğu bulguları Tablo 19’da verilmiştir.

Tablo 19. Bildirilerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Aksiyomatik Yapıya Uygunluğu

Tema	Kategoriler	Kodlar	Çalışma Kodu	Frekans
Aksiyomatik Yapıya Uygunluk	Doğrudan aksiyomlara ve teoremlere dayalı anlatım	Öklid geometrisine uygun kullanım	B2	1
		Hilbert geometrisine uygun kullanım		
		Öklid ve Hilbert geometrisine uygun olmayan kullanım		
	Matematik biliminin aksiyomatik doğasına uymayan anlatım	Rastgele terminoloji kullanımı (kural, durum, koşul/şart vb.)	B6, B7, B8	3
		Kısmen aksiyomatik vurgularla desteklenen yapı	B1	1
	Terminoloji olmadan anlatım	Salt eşlik / Salt benzerlik kullanımı	B5	1
Hiçbir kritere yer verilmemesi		B3, B4	2	
TOPLAM				8

Tablo 19 incelendiğinde, bildirilerde üçgenlerdeki eşlik ve benzerlik kriterlerinin aksiyomatik yapıya uygunluk açısından sınırlı düzeyde ele alındığı görülmektedir. Yalnızca B2 kodlu bildiride kriterlerin doğrudan aksiyomatik temele, yani Öklid geometrisine uygun biçimde, teorem terimiyle sunulduğu belirlenmiştir. Bu durum, incelenen bildiriler içerisinde yalnızca bir çalışmanın aksiyomatik sunum ilkesine tam anlamıyla bağlı kaldığını göstermektedir.

Öte yandan, B6, B7 ve B8 kodlu bildirilerde eşlik kriterlerinin “koşul/şart” ifadeleriyle sunulduğu görülmüştür. Bu sebeple rastgele terminoloji kullanımı kategorisinde yer almışlardır. B1 kodlu bildiride ise “teorem” ile birlikte rastgele terminolojiye de yer verildiği görülmektedir. Bu çalışma, terminolojik sunum açısından kısmen aksiyomatik vurgular içermektedir.

B5 kodlu bildiride yalnızca “benzerlik” kavramı kullanılmış, fakat hiçbir kritere doğrudan yer verilmemiştir. Bu durum, terminolojik derinlikten yoksun bir sunuma işaret etmektedir. B3 ve B4 kodlu bildirilerde ise gerek eşlik gerekse benzerlik kriterlerine hiç değinilmediği tespit edilmiştir.

4.2.5. Lisansüstü Tezlerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Aksiyomatik Yapıya Uygunluğu Nasıldır?

Tablo 20. Lisansüstü Tezlerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Aksiyomatik Yapıya Uygunluğu

Tema	Kategoriler	Kodlar	Çalışma Kodu	Frekans
Aksiyomatik Yapıya Uygunluk	Doğrudan aksiyomlara ve teoremlere dayalı anlatım	Öklid geometrisine uygun kullanım	T4	1
		Hilbert geometrisine uygun kullanım	T14	1
		Öklid ve Hilbert geometrisine uygun olmayan kullanım		
	Matematik biliminin aksiyomatik doğasına uymayan anlatım	Rastgele terminoloji kullanımı (kural, durum, koşul vb.)	T1, T5, T8, T12	4
		Kısmen aksiyomatik vurgularla desteklenen yapı	T2, T11	2
	Terminoloji olmadan anlatım	Salt eşlik / Salt benzerlik kullanımı	T9	1
		Hiçbir kritere yer verilmemesi	T3, T6, T7, T10, T13	5
TOPLAM				14

Tablo 20 incelendiğinde, lisansüstü tezlerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterlerinin aksiyomatik yapıya uygunluk açısından oldukça farklı biçimlerde ele alındığı görülmektedir. İncelenen 14 tez çalışmasından yalnızca 2'sinde kriterlerin Öklid ya da Hilbert geometrisinin dayandığı kuramsal temellere uygun biçimde sunulduğu tespit edilmiştir. Bunlardan T14 kodlu tezde doğrudan “aksiyom” terimiyle yapılan sunum, Hilbert geometrisine uygunluğu ortaya koyarken, T4 kodlu tezde ise kriterlerin sistematik olarak “teorem” terimiyle ifade edilmesi, Öklid geometrisine dayalı bir yaklaşımı yansıtmaktadır.

Bununla birlikte, T1, T5, T8 ve T12 kodlu tezlerde “kural”, “koşul” veya “durum” gibi sistematik olmayan rastgele terimlerle ifade edilen kriterler yer almakta; bu durum da matematik biliminin aksiyomatik doğasına tam anlamıyla uygun olmayan bir yaklaşımı ortaya koymaktadır. Ancak T2 ve T11 kodlu tezlerde bazı kriterler “teorem” olarak sunulmuş olsa da aynı metinde eş zamanlı olarak “benzerlik” ve “eşlik” gibi doğrudan tanımsal ifadelerin de kullanıldığı görülmektedir. Bu nedenle T2 ve T11 kısmen aksiyomatik vurgular içerse de bütüncül bir uygunluk sergilememektedir. Toplamda bu grupta yer alan 6 tez, aksiyomatik yapıyla tutarlı olmayan örneklerdir.

Öte yandan T9 kodlu tezde yalnızca salt olarak “benzerlik” ifadesine yer verilmiş; buna karşın kriterlerin detaylandırılmadığı ve terminolojik çerçevenin oluşturulmadığı belirlenmiştir. Ayrıca T3, T6, T7, T10 ve T13 kodlu tezlerde eşlik ya da benzerlik kriterlerine hiçbir şekilde yer verilmediği tespit edilmiştir.

4.2.6. Diğer Bilimsel Kitaplarda (Referans Kitaplar) Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Aksiyomatik Yapıya Uygunluğu Nasıldır?

Diğer bilimsel kitaplarda (referans kitaplar) üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin aksiyomatik yapıya uygunluğu Tablo 21’de sunulmuştur.

Tablo 21. Diğer Bilimsel Kitaplarda (Referans Kitaplar) Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin Aksiyomatik Yapıya Uygunluğu

Tema	Kategoriler	Kodlar	Çalışma Kodu	Frekans
Aksiyomatik Yapıya Uygunluk	Doğrudan aksiyomlara ve teoremlere dayalı anlatım	Öklid geometrisine uygun kullanım	R1, R2, R3, R5, R6	5
		Hilbert geometrisine uygun kullanım		
		Öklid ve Hilbert geometrisine uygun olmayan kullanım	R7	1
	Matematik biliminin aksiyomatik doğasına uymayan anlatım	Rastgele terminoloji kullanımı (kural, durum, koşul vb.)	R4	1
		Kısmen aksiyomatik vurgularla desteklenen yapı		
	Terminoloji olmadan anlatım	Salt eşlik / Salt benzerlik kullanımı Hiçbir kritere yer verilmemesi		
TOPLAM				7

Tablo 21 incelendiğinde, referans kitapların üçgenlerdeki eşlik ve benzerlik kriterlerini sunuş biçiminde, diğer kaynak türlerine kıyasla aksiyomatik yapıya daha yüksek düzeyde bağlılık gösterdiği dikkat çekmektedir. Özellikle R1, R2, R3, R5 ve R6 kodlu kitaplarda kriterlerin Hilbert geometrisinin temel ilkelerine uygun biçimde, sistematik bir şekilde “aksiyom” ve “teorem” terimleriyle sunulduğu görülmektedir. R7 kodlu kitapta ise tüm kriterlerin doğrudan aksiyom olarak sunulması, kullanılan yaklaşımın klasik Öklid ya da modern Hilbert sistemi dışında konumlandığını göstermektedir.

Öte yandan R4 kodlu kitapta, bazı kriterlerin “test”, bazılarının ise “aksiyom” olarak sunulması gibi karma bir yaklaşım benimsenmiştir. Bu durum hem aksiyomatik vurgulara hem de öğretimsel yönlendirmelere yer verildiğini; dolayısıyla kitabın kısmen aksiyomatik bir yapıyı yansıttığını göstermektedir. Buna karşın, tabloya göre hiçbir kitapta kriterlerin salt olarak

“eşlik/benzerlik” gibi tanımsal düzeyde veya hiç yer verilmeden sunulduğu bir durum bulunmamaktadır. Bu da referans kitapların, terminoloji kullanımı açısından genellikle daha sistematik ve kavramsal derinliği olan bir yaklaşımı tercih ettiğini göstermektedir.

Sonuç olarak, referans kitaplar incelendiğinde, toplam 7 çalışmadan 6’sının doğrudan aksiyomatik yapıya dayalı biçimde yazıldığı ve yalnızca birinde kısmen aksiyomatik olmayan unsurların öne çıktığı anlaşılmaktadır.

4.3. Çalışma Kapsamında Bulunan Dokümanlarda Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminoloji Ne Ölçüde Tutarlıdır?

Üçüncü problem çerçevesinde yapılandırılan alt problemlere yönelik olarak araştırma süreci kapsamında elde edilen bulgular, aşağıda sistematik bir biçimde sunulmuştur.

4.3.1. 2022-2025 Yıllarında Türkiye’de Ortaöğretim Düzeyindeki Matematik Ders Kitaplarında Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminoloji Ne Ölçüde Tutarlıdır?

2022-2025 yıllarında Türkiye’de ortaöğretim düzeyindeki matematik ders kitaplarında üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin ne ölçüde tutarlı olduğuna dair bulgular Tablo 22’de sunulmuştur.

Tablo 22. Türkiye’de Ortaöğretim Düzeyindeki Matematik Ders Kitaplarında Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin İç Tutarlılığı

Tema	Kategoriler	Açıklama	Çalışma Kodu	Frekans
Terminolojik Tutarlılık	Yüksek Tutarlılık	Eşlik ve benzerlik alanlarında tüm kriterlerde yalnızca bir tür terminoloji kullanılmıştır.	K3, K5	2
	Orta Tutarlılık	Tek alanda (eşlik veya benzerlik) tüm kriterlerde yalnızca bir tür terminoloji kullanılmıştır.		
	Düşük Tutarlılık	Eşlik ya da benzerlik kriterlerinde birden çok terminoloji kullanılmıştır.	K1, K2, K4	3
	Terminoloji yok	Kriterler çalışmada bulunmamaktadır		
TOPLAM				5

Tablo 22 incelendiğinde, 2022-2025 yılları arasında Türkiye’de ortaöğretim düzeyinde kullanılan matematik ders kitaplarında üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin genel olarak tutarsız ve kitapların kendi içinde farklılaşan bir yapı sergilediği görülmektedir.

Beş farklı kaynaktan oluşan matematik ders kitapları incelendiğinde yalnızca iki ders kitabında (K3 ve K5) yüksek düzeyde terminolojik tutarlılık sağlandığı tespit edilmiştir. Buna karşılık, K1, K2 ve K4 kodlu kitaplarda eşlik ve benzerlik kriterlerinin farklı terminolojilerle sunulduğu ve dolayısıyla düşük düzeyde tutarlılık sergilediği anlaşılmaktadır.

4.3.2. 2024-2025 Yıllarında Güney Kore, İngiltere ve ABD’deki Matematik Ders Kitaplarında Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminoloji Ne Ölçüde Tutarlıdır?

2024-2025 yıllarında Güney Kore, İngiltere ve ABD’deki matematik ders kitaplarında üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin ne ölçüde tutarlı olduğuna dair bulgular Tablo 23’te sunulmuştur.

Tablo 23. Güney Kore, İngiltere ve ABD’deki Matematik Ders Kitaplarında Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin İç Tutarlılığı

Tema	Kategoriler	Açıklama	Çalışma Kodu	Frekans
Terminolojik Tutarlılık	Yüksek Tutarlılık	Eşlik ve benzerlik alanlarında tüm kriterlerde yalnızca bir tür terminoloji kullanılmıştır.	K6, K7, K8	3
	Orta Tutarlılık	Tek alanda (eşlik veya benzerlik) tüm kriterlerde yalnızca bir tür terminoloji kullanılmıştır.		
	Düşük Tutarlılık	Eşlik ya da benzerlik kriterlerinde birden çok terminoloji kullanılmıştır.		
	Terminoloji yok	Kriterler çalışmada bulunmamaktadır		
TOPLAM				3

Tablo 23 incelendiğinde, Güney Kore, İngiltere ve ABD’ye ait matematik ders kitaplarında üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin, yüksek düzeyde tutarlılık sergilediği görülmektedir. İncelenen üç kitabın tamamında (K6, K7, K8) eşlik ve benzerlik kriterlerine ilişkin terminolojik kullanımda tek tip veya sistematik bir yapı tercih edilmiştir. Bu durum, söz konusu ülkelerdeki ders kitaplarının kavramsal bütünlük açısından daha bilinçli bir terminoloji politikası benimsediğini göstermektedir.

4.3.3. Bilimsel Makalelerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminoloji Ne Ölçüde Tutarlıdır?

Bilimsel makalelerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin tutarlılığının ne ölçüde olduğu Tablo 24’te sunulmuştur.

Tablo 24. Bilimsel Makalelerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin İç Tutarlılığı

Tema	Kategoriler	Açıklama	Çalışma Kodu	Frekans
Terminolojik Tutarlılık	Yüksek Tutarlılık	Eşlik ve benzerlik alanlarında tüm kriterlerde yalnızca bir tür terminoloji kullanılmıştır.	M1, M4	2
	Orta Tutarlılık	Tek alanda (eşlik veya benzerlik) tüm kriterlerde yalnızca bir tür terminoloji kullanılmıştır.	M2, M3, M6, M11, M13, M15, M16, M19, M23, M24, M26, M27, M28	13
	Düşük Tutarlılık	Eşlik ya da benzerlik kriterlerinde birden çok terminoloji kullanılmıştır.	M5, M7, M9, M10, M18, M20, M21, M22	8
	Terminoloji yok	Kriterler çalışmada bulunmamaktadır.	M8, M12, M14, M17, M25	5
TOPLAM				28

Tablo 24 incelendiğinde, bilimsel makalelerde üçgenlerdeki eşlik ve benzerlik kriterlerine ilişkin terminolojik tutarlılığın genel olarak düşük ya da orta düzeyde olduğu görülmektedir. Toplam 28 makale içerisinde yalnızca 2 çalışmada yüksek tutarlılık sergilenmiş; bu çalışmaların (M1, M4) eşlik ve benzerlik kriterlerini tek tip terminoloji ile sistematik biçimde ele aldığı belirlenmiştir.

Orta düzey tutarlılığa sahip olan 13 makalede, genellikle yalnızca bir alan (ya eşlik ya da benzerlik) kapsamlı şekilde ve aynı tür terminolojiyle sunulmuş, ancak diğer alan ya hiç ele alınmamış ya da sınırlı şekilde yer almıştır. Bu durum, terminolojik bütünlük açısından bir

miktar istikrar olduğunu ancak bütünsel tutarlılığın sağlanamadığını göstermektedir. Düşük tutarlılık sergileyen 8 çalışmada ise (M5, M7, M9, M10, M18, M20, M21, M22) eşlik veya benzerlik kriterlerinin birden fazla farklı terminolojiyle ifade edildiği tespit edilmiştir.

4.3.4. Bildirilerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminoloji Ne Ölçüde Tutarlıdır?

Bildirilerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin ne ölçüde tutarlı olduğuna dair bulgular Tablo 25’te sunulmuştur.

Tablo 25. Bildirilerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin İç Tutarlılığı

Tema	Kategoriler	Açıklama	Çalışma Kodu	Frekans
Terminolojik Tutarlılık	Yüksek Tutarlılık	Eşlik ve benzerlik alanlarında tüm kriterlerde yalnızca bir tür terminoloji kullanılmıştır.		
	Orta Tutarlılık	Tek alanda (eşlik veya benzerlik) tüm kriterlerde yalnızca bir tür terminoloji kullanılmıştır.	B2, B6, B7, B8	4
	Düşük Tutarlılık	Eşlik ya da benzerlik kriterlerinde birden çok terminoloji kullanılmıştır.	B1	1
	Terminoloji yok	Kriterler çalışmada bulunmamaktadır.	B3, B4, B5	3
TOPLAM				8

Tablo 25 incelendiğinde, bildirilerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterlerine ilişkin terminolojik tutarlılığın genel olarak düşük ve orta düzeyde olduğu görülmektedir. Toplam 8 bildiriden hiçbirisi yüksek tutarlılık kategorisine girmemektedir. Bu, eşlik ve benzerlik

kriterlerinin hem kapsam hem de terminoloji açısından standart bir yapı içinde sunulmadığını göstermektedir. Orta düzey tutarlılığa sahip 4 bildiride (B2, B6, B7, B8), ya yalnızca eşlik ya da yalnızca benzerlik alanında tüm kriterler sistematik biçimde aynı terminolojiyle ifade edilmiştir. Bu, kısmi bir kavramsal bütünlük sağlandığını, ancak içeriklerin genellikle sadece tek bir alana odaklandığını göstermektedir. Düşük tutarlılığa sahip B1 kodlu bildiride hem eşlik hem de benzerlik kriterlerinde birden fazla terim türü (örneğin “teorem” ve “koşul”) birlikte kullanılmıştır. Bu durum, sunumda kavramsal karışıklık yaratma potansiyeline sahiptir ve terminolojik açıdan tutarsızlık olduğunu gösterir.

4.3.5. Lisansüstü Tezlerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminoloji Ne Ölçüde Tutarlıdır?

Lisansüstü tezlerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin ne ölçüde tutarlı olduğuna dair bulgular Tablo 26’da sunulmuştur.

Tablo 26. Lisansüstü Tezlerde Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin İç Tutarlılığı

Tema	Kategoriler	Açıklama	Çalışma Kodu	Frekans
Terminolojik Tutarlılık	Yüksek Tutarlılık	Eşlik ve benzerlik alanlarında tüm kriterlerde yalnızca bir tür terminoloji kullanılmıştır.	T4, T14	2
	Orta Tutarlılık	Tek alanda (eşlik veya benzerlik) tüm kriterlerde yalnızca bir tür terminoloji kullanılmıştır.	T8, T12	2
	Düşük Tutarlılık	Eşlik ya da benzerlik kriterlerinde birden çok terminoloji kullanılmıştır.	T1, T2, T11	3
	Terminoloji yok	Kriterler çalışmada bulunmamaktadır.	T3, T5, T6, T7, T9, T10, T13	7
TOPLAM				14

Tablo 26 incelendiğinde, lisansüstü tezlerde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin genel olarak tutarsız ve kitapların kendi içinde farklılaşan bir yapı sergilediği görülmektedir. Yüksek tutarlılık kategorisine giren yalnızca 2 tez (T4, T14) bulunmaktadır. Bu tezlerde, eşlik ve benzerlik kriterleri sistematik biçimde ve yalnızca bir tür terminoloji kullanılarak ele alınmıştır (örneğin yalnızca “teorem” ya da yalnızca “aksiyom”). Orta tutarlılık düzeyinde yer alan 2 tez (T8, T12) ise yalnızca bir alanda (örneğin sadece eşlik) sistematik terminoloji kullanımıyla sınırlı kalmıştır. Bu tezlerde kısmi bir bütünlük sağlanmış, ancak tüm kavramsal yapı bu tutarlılık içinde sunulamamıştır. Düşük tutarlılık kategorisinde yer alan 3 tezde (T1, T2, T11) ise eşlik ve benzerlik kriterleri birden fazla farklı terim (örneğin “teorem”, “kural”, “eşlik”, “koşul”) ile ifade edilmiştir.

4.3.6. Diğer Bilimsel Kitaplarda (Referans Kitaplar) Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminoloji Ne Ölçüde Tutarlıdır?

Diğer bilimsel kitaplarda (referans kitaplar) üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin iç tutarlılığının ne ölçüde olduğu Tablo 27’de sunulmuştur.

Tablo 27. Diğer Bilimsel Kitaplarda (Referans Kitaplar) Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kriterleri İçin Kullanılan Terminolojinin İç Tutarlılığı

Tema	Kategoriler	Açıklama	Çalışma Kodu	Frekans
Terminolojik Tutarlılık	Yüksek Tutarlılık	Eşlik ve benzerlik alanlarında tüm kriterlerde yalnızca bir tür terminoloji kullanılmıştır.	R1, R2, R3, R5, R7	5
	Orta Tutarlılık	Tek alanda (eşlik veya benzerlik) tüm kriterlerde yalnızca bir tür terminoloji kullanılmıştır.	R6	1
	Düşük Tutarlılık	Eşlik ya da benzerlik kriterlerinde birden çok terminoloji kullanılmıştır.	R4	1
	Terminoloji yok	Kriterler çalışmada bulunmamaktadır.		
TOPLAM				7

Tablo 27 incelendiğinde, referans kitapların üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterlerine ilişkin terminolojik sunum açısından büyük ölçüde tutarlı bir yapı sergilediği görülmektedir. Çalışma kapsamında yedi kaynaktan beşinde, kriterlerin tamamı ya tek bir terminolojiyle ya da sistematik bir şekilde ifade edilmiştir. Bu kitaplarda özellikle “aksiyom”, “teorem” ve “önerme” gibi matematiksel anlamı güçlü kavramların tercih edilmesi, terminolojik iç tutarlılığın yüksek olduğunu göstermektedir.

Tablo 28’de çalışmaların iç tutarlılığının ne ölçüde olduğu genel olarak özetlenmiştir.

Tablo 28. Çalışma Türlerine Göre Yüksek Terminolojik Tutarlılık Yüzdesi

Çalışma Türü	Toplam Çalışma (n)	Yüksek Tutarlılık Frekansı	Yüzde (%)
Yurt İçi Ders Kitapları	5	2	%40,0
Yurt Dışı Ders Kitapları	3	3	%100,0
Bilimsel Makaleler	28	2	%7,1
Bildiriler	8	0	%0,0
Lisansüstü Tezler	14	2	%14,3
Referans Kitaplar	7	5	%71,4

Tablo 28 incelendiğinde, yurt dışı ders kitaplarında terminolojik tutarlılığın en yüksek düzeyde olduğu; buna karşın bildirilerde bu tutarlılığın hiç sağlanamadığı görülmektedir. Referans kitaplar da yüksek tutarlılık açısından dikkat çekerken, bilimsel makaleler ve lisansüstü tezler oldukça sınırlı düzeyde tutarlılık sergilemiştir.

5. TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER

Araştırmanın bu bölümünde elde edilen bulgulara dayalı olarak ulaşılan sonuçlar literatür kapsamında tartışılarak sunulmuştur. Ayrıca bu sonuçlar doğrultusunda bazı önerilere yer verilmiştir.

5.1.Tartışma ve Sonuç

Bu araştırma kapsamına alınan materyaller üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminoloji bakımından analiz edilmiştir. Araştırmanın amacı, bu terminolojinin farklı doküman türlerinde nasıl yapılandırıldığını, aksiyomatik yapıya uygunluğunu ve kaynakların kendi içinde kullanılan terminolojinin iç tutarlılığını ortaya koymaktır. Çalışma, doküman incelemesi yöntemiyle yürütülmüş; ders kitapları, akademik makaleler, bildiriler, lisansüstü tezler ve üniversite düzeyindeki referans kitaplar sistematik olarak içerik analizine tabi tutulmuştur. Çalışmanın problemlerine ilişkin olarak ulaşılan sonuçlar literatür ışığında tartışılarak sunulmuştur.

5.1.1 Terminolojik Yapılandırma

Araştırmada analiz edilen çalışmalarda, üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterlerinin terminolojik olarak nasıl yapılandırıldığı incelendiğinde, ele alınan altı farklı doküman türünde ortak ve tutarlı bir terminolojinin benimsenmediği görülmüştür. Bulgular, eşlik ve benzerlik kriterlerinin oldukça farklı terimlerle ifade edildiğini ortaya koymaktadır. Türkiye’deki ders kitaplarında baskın olarak “kural” ifadesi ile birlikte doğrudan “...eşliği” ya da “...benzerliği” ifadelerinin kullanıldığı gözlemlenirken, yurt dışı kaynaklı ders kitaplarında da doğrudan “...eşliği” ya da “...benzerliği” ifadeleri ile birlikte en sık tercih edilen terimin “şart/koşul” olduğu belirlenmiştir. Akademik makalelerde ise terminolojik farklılık daha da belirgindir. Bu kaynaklarda “teorem” başta olmak üzere, “kural”, “koşul” ve “aksiyom (postulat)” gibi terimlere yaygın biçimde yer verildiği görülmektedir. Bildirilerde en çok tercih edilen terim “koşul/şart” olurken, lisansüstü tezlerde ise “teorem” ile doğrudan “...eşliği” ya da

“...benzerliği” ifadeleri öne çıkmaktadır. Referans kitaplarda ise nispeten daha az farklılık gözlenmekle birlikte, yine de “teorem”, “aksiyom/postulat” ve “test” gibi çeşitli terimlerin kullanıldığı tespit edilmiştir. Tüm bu terminolojik farklılıklar, dokümanlarda eşlik ve benzerlik kriterlerinin yapılandırılmasında ortak bir yaklaşımın olmadığını ortaya koymaktadır.

Benzer konularda yapılan akademik çalışmalar incelendiğinde, doğrudan terminolojik yapılandırmaya odaklanan araştırmaların sayıca sınırlı olduğu görülmektedir. Ancak, matematik eğitiminde kavramların dilsel sunumuna ilişkin genel bulgular, bu çalışmanın sonucunda elde edilen eksikliklerin ve çelişkili durumların dikkate alınmasını destekler niteliktedir. Örneğin, Atebe ve Schafer (2010), öğrencilerin fikirlerini açıkça ifade edebilmeleri ve sınıf tartışmalarına açık olmaları için doğru teknik terimler ve notasyon bilgisi gerekliliğini belirtmiştir. Schmidt ve arkadaşları (2002) da matematiksel söylemin yapılandırılmasının öğrencilerin kavramsal anlam oluşturma süreçleri üzerindeki belirleyici rolüne dikkat çekmiş ve dilsel tutarlılığın özellikle soyut matematiksel kavramların öğrenilmesinde kritik bir unsur olduğunu vurgulamıştır. Benzer şekilde, Barwell (2003), matematiksel kavramların farklı terimlerle sunulmasının öğrencilerde kavramsal bütünlük geliştirmeyi zorlaştırabileceğini belirtmiştir. Bu doğrultuda, bu araştırmanın bulguları da literatürdeki bu görüşlerle örtüşmektedir. Terminoloji farklılıklarının giderilmesinin, öğrenciler için ortak bir kavramsal çerçeve sunarak öğrenmeyi kolaylaştırmasına ve kriterlerin zihinlerde daha doğru biçimde şekillenmesine katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Matematik, kesinlik ve tek anlamlılık ilkeleri üzerine kurulu bir disiplindir. Bu yapısı gereği, belirsizliğe yer vermeyen bir dil kullanımı benimsenmelidir. Barwell (2003), matematikte belirsizliklerin kabul görmediğini ve bu nedenle terimlerin ve notasyonların dikkatli biçimde tanımlanması ve kullanılması gerektiğini vurgulamaktadır. Matematiksel tanımlar, yalnızca bir kavramın sınırlarını belirlemekle kalmaz; aynı zamanda anlam karışıklıklarını ve öğretimsel belirsizlikleri önlemeyi de amaçlar. Bu yönüyle tanımlar, öğrencilerin kavramsal gelişimlerini destekleyen ve matematiğin tutarlı yapısına duyulan güveni pekiştiren temel yapı taşlarıdır. Kavramların farklı terimlerle sunulması, özellikle öğretim bağlamında kavramsal karışıklıklara neden olabilmektedir. Nitekim bir kaynakta “özellik” olarak ifade edilen bir kriterin başka bir kaynakta “kural” ya da “teorem” şeklinde sunulması, öğrencilerde anlamlandırma güçlüklerine yol açabilir. Çakıroğlu (2013) da

kavramların farklı biçimlerde tanımlanmasının çeşitli tartışmalara zemin hazırlayabileceğini ifade ederek, terminolojik yapılandırmanın önemine dikkat çekmiştir. Wijaya ve arkadaşları (2021), 9. sınıf öğrencilerinin eşlik ve benzerlik problemlerini çözme süreçlerinde temel kavramlara yeterince hâkim olmadıkları için zorluk yaşadıklarını ortaya koymuştur. Bu bağlamda, temel geometrik teoremlerin ispatında ve öğretiminde kullanılan eşlik ve benzerlik kriterlerinin terminolojisinin doğru biçimde sunulması, öğretimsel netliği sağlama açısından kritik öneme sahiptir.

Ders kitapları, öğrencilerin kavramsal gelişiminde merkezi bir araç olmanın ötesinde, öğretim sürecinin içeriğini ve dilini biçimlendiren temel materyaller arasında yer alır. Hem öğretmenler hem de öğrenciler için başvuru kaynağı olan kitaplar, matematiksel kavramların nasıl tanıtılacağı, hangi örneklerle pekiştirileceği ve hangi terimlerle ifade edileceği hususlarında yönlendirici rol oynar (Altun vd., 2004). Bu bağlamda, ders kitaplarında kullanılan terminoloji, sadece kavramların aktarımını değil, aynı zamanda öğrencilerin matematiksel dili nasıl edineceğini de belirler. Özellikle soyut kavramların öğretiminde, tutarlı ve özenle seçilmiş terimlerin kullanılması, öğrencilerin kavramsal anlam inşasını desteklerken, farklı kaynaklarda aynı kavram için kullanılan farklı terimler, kavramsal karışıklığa ve yanlış öğrenmelere neden olabilmektedir. Bu bağlamda, Cihan (2023) tarafından ortaya konan bulgular, matematik ders kitaplarında kullanılan terminolojinin ve kavramsal yapıların eksik veya tutarsız sunumunun, öğrencilerin matematiksel dili edinme ve kavramsal anlam inşa etme süreçlerini olumsuz etkileyebileceğini göstererek bu çalışmanın ortaya koyduğu terminoloji ve anlam bütünlüğü sorunlarını doğrudan desteklemektedir. Benzer şekilde, Karğı ve Kurtuluş (2025) tarafından yapılan analizde de Türkiye'deki öğretim programı ve ders kitaplarında eşlik ve benzerlik kavramlarının van Hiele modeline uygun biçimde yapılandırılmadığı; kavramsal kazanımların hiyerarşik bir sırayı izlemediği ve bazı düşünme basamaklarının atlandığı tespit edilmiştir. Bu durum, kavramların kademeli gelişimiyle matematiksel dilin tutarlı edinimi arasındaki ilişkiyi desteklemekte ve mevcut öğretim materyallerinde yapısal boşluklara işaret etmektedir. Tüm bu durumlar ders kitaplarında kullanılan terminolojinin daha bilinçli ve tutarlı bir biçimde seçilmesi gerektiği gerçeğini vurgulamaktadır.

Araştırmalar, öğrenci başarısındaki artışın, öğretmenlerin sahip olduğu matematik bilgi düzeyiyle güçlü bir ilişki içinde olduğunu ortaya koymaktadır (Shockey & Pindiprolu, 2015).

Bu bağlamda hem öğretmen adayları hem de görevdeki öğretmenler için matematiksel kavramların doğru ve tutarlı bir şekilde anlaşılması ve aktarılması büyük önem taşımaktadır. Nitekim Remillard ve Reinke'nin (2012) çalışmasında, öğretim programlarının öğretmenlere her ders için açık ve tutarlı bir matematiksel dil sunduğu durumlarda, öğrencilerin matematik başarılarında anlamlı artışlar gözlemlendiği belirtilmiştir. Bununla birlikte, öğretmenlerin temel matematiksel kavramlara ilişkin bilgi düzeylerinin yetersiz olduğunu ortaya koyan çalışmalar da mevcuttur. Örneğin, Dane (2008), öğretmen adaylarının temel matematiksel kavramlara (örneğin tanım, aksiyom, önerme, teorem ve ispat) ilişkin bilgi düzeylerinin yetersiz olduğunu ve bu kavramlara yönelik anlamlı kavram yanılgılarına sahip olduklarını belirtmiştir. Benzer şekilde, Altarawneh ve Marei (2021) de öğretmen adaylarının matematiksel dili etkili biçimde kullanma ve bu dili öğrencilere doğru şekilde aktarma konusunda yetersiz kaldıklarını tespit etmişlerdir. Üçgenlerde eşlik ve benzerlik kavramlarına yönelik yürütülen araştırmalarda da benzer bulgulara ulaşılmış; Mayberry (1983), Athanasopoulou (2008) ve Kartal ile Çınar (2017) öğretmen adaylarının söz konusu kavramlar bağlamında hem kavramsal düzeyde hem de matematiksel dili kullanma becerileri açısından çeşitli güçlükler yaşadıklarını ortaya koymuşlardır. Tüm bu bulgular, öğretmen yeterliğinin yalnızca konu bilgisiyle değil, aynı zamanda kavramların doğru temsili ve dilsel aktarımıyla da doğrudan ilişkili olduğunu göstermektedir.

5.1.2 Aksiyomatik Yapıya Uygunluk

Üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için kullanılan terminolojinin aksiyomatik yapıya uygunluğu incelendiğinde, bu çalışma kapsamındaki dokümanlarda yer alan ifadelerin büyük ölçüde aksiyomatik çerçeveye uygun sunulmadığı tespit edilmiştir. Bu çalışmada “aksiyomatik yapı” ile kastedilen, eşlik ve benzerlik kriterlerinin ya doğrudan temel postulatlar/aksiyomlar şeklinde ele alınması ya da daha önce tanımlanmış temel öncüllerden mantıksal olarak türetilen teoremler biçiminde yapılandırılmasıdır. Ancak araştırma kapsamında incelenen ve Türkiye’de okutulan lise matematik ders kitaplarında, söz konusu kriterlerin aksiyomatik temelde sunulmadığı görülmektedir. Hiçbir kitapta bu kriterler “aksiyom” ya da “postulat” olarak adlandırılmamış ya da ispatı verilen “teorem” biçiminde de sunulmamıştır. Bunun yerine, kriterler genellikle “kural” ya da “koşul/şart” gibi terimlerle ifade edilerek,

kavramsal sistematiikten çok, işlem ve öğretim kolaylığı öncelikli olarak aktarılmıştır. Bu bulgu, Shockey ve Pindiprolu'nun (2015) ders kitaplarındaki matematiksel dil kullanımına ilişkin değerlendirmeleriyle örtüşmektedir. Söz konusu çalışmada yazarlar, matematik dilinin benzersiz biçimde kesin olması gerektiğini vurgulamış; ancak öğretim materyallerinde bu niteliğin çoğu zaman sağlanamadığını belirtmişlerdir.

Benzer bir eğilim Güney Kore, İngiltere ve ABD'deki ders kitaplarında da gözlemlenmiştir. Bu ülkelerdeki kaynaklarda da Öklid ya da Hilbert geometrisine uygun bir aksiyomatik yaklaşım benimsenmemiş; kriterlerin çoğu, kavramsal bağlamdan kopuk bir biçimde doğrudan uygulamaya dönük kurallar olarak sunulmuştur. Bu durum, matematiksel söylemdeki terminolojik ve yapısal belirsizliklerin yalnızca Türkiye'ye özgü olmadığını, aksine uluslararası düzeyde de karşılaşılan yapısal bir sorun olduğunu ortaya koymaktadır.

Oysa gerek ulusal eğitim standartları gerekse uluslararası literatür, matematiksel söylemde açıklık, tutarlılık ve kesinliğin önemine sıklıkla vurgu yapmaktadır. Örneğin, Amerika Birleşik Devletleri'ne ait Common Core State Standards for Mathematics (CCSSM) belgesinde, öğrencilerin matematiksel fikirleri açık biçimde ifade etmeleri, tanımları doğru biçimde kullanmaları ve sembollerde tutarlılık sağlamaları beklenmektedir (Schmidt vd., 2002). Bu durum, matematiksel terminolojinin gelişigüzel değil; yapısal ve mantıksal temellere dayalı olarak inşa edilmesi gerektiğine işaret etmektedir.

Bu çerçevede, çalışmada analiz edilen farklı türdeki dokümanlar aksiyomatik yapıya uygunluk açısından incelendiğinde, makalelerde aksiyomatik temelli sunumların sayıca nispeten daha fazla olduğu (8 çalışma) görülmekle birlikte, terminolojik açıdan rastgelelik ve tutarsızlık içeren kullanımların da hâlâ dikkate değer bir düzeyde varlığını sürdürdüğü (6 çalışma) tespit edilmiştir. Ayrıca diğer doküman türlerinden bildirilerde yalnızca 1 çalışma, tezlerde ise 2 çalışma aksiyomatik yapıya uygun bir sunum sergilemektedir. Referans kitaplar kategorisinde ise aksiyomatik sistem yaklaşımının (özellikle Hilbert sistemi) güçlü şekilde benimsendiği görülmüştür. İncelenen 7 kitaptan 6'sı, eşlik ve benzerlik kriterlerini ya temel önerme ya da öncüllerden türeyen teorem biçiminde sunarak sistematik bir yapı sergilemiştir. Bu durum, akademik kitaplarda aksiyomatik bütünlüğe daha fazla önem verildiğini, ancak öğretim materyallerinde aynı hassasiyetin gözetilmediğini ortaya koymaktadır. Choi ve Park (2013) tarafından yürütülen çalışma, öğretim materyallerinin yapılandırılma biçiminin,

öğrencilerin kavramsal gelişimi ve düşünme becerileri üzerinde belirleyici bir etkiye sahip olduğunu açıkça ortaya koyulmuş ve materyallerin içeriği ile yapısal düzenlemesinin, öğrencilerin bilişsel gelişimiyle doğrudan ilişkili olduğu vurgulanmıştır.

Eşlik ve benzerlik kriterlerinin “teorem”, “aksiyom”, “kural” ya da “koşul” gibi terimlerle adlandırılması yalnızca biçimsel bir tercih değil, aynı zamanda bu ifadelerin ispat sürecindeki mantıksal işlevini belirleyen epistemolojik bir tercihtir. Eğer bir kriter “teorem” olarak sunuluyorsa, bu durum söz konusu önermenin, sistem içerisindeki önceki kabul ya da aksiyomlara dayanarak ispatlanması gerektiği anlamına gelir. Buna karşılık, aynı kriterin “kural” veya “özellik” gibi daha sezgisel terimlerle sunulması, öğrenciler açısından matematiksel sistematığın öğrenilmesinde belirsizlik yaratabilmektedir; zira “kural” ifadesi, ispatlanması gereken bir önermeyi yalnızca deneyime veya gözleme dayalı bir kabule indirgemektedir. KAK benzerlik postulatı ya da aksiyomu yerine “kural”, “özellik” veya “prensip” gibi terimlerin bilinçsizce kullanılması, Öklid geometrisinin dayandığı aksiyomatik yapının anlaşılmasını zorlaştırmakta, bu yapının görünürlüğünü azaltmaktadır. Winer ve Battista (2022), ispatın; akıl yürütmenin geçerliliğini kurma işlevi taşıdığını ve bu yönüyle matematiği anlamak, oluşturmak ve kullanmak açısından kritik öneme sahip olduğunu fakat öğrencilerin aksiyomatik sistemle gerekçelendirme yapma becerilerinin sınırlı olduğunu belirtmiştir. Bu bulguyla paralel olarak, Mayberry (1983) tarafından yürütülen çalışmada da öğrencilerin bilgilerinin genellikle tanımsal bilgi düzeyinde kaldığı, kavramlar arası ilişkileri kurma ve gerekçelendirme süreçlerinde yeterince başarılı olamadıkları tespit edilmiştir. Bu bağlamda, aksiyomatik yaklaşımın, öğrencilerin gerekçelendirme ve ispat becerilerini sistemli biçimde geliştirmesi açısından temel bir öneme sahip olduğu söylenebilir. Nitekim Öztürk vd. (2017) öğrencilerin ispat, tanım, aksiyom ve teorem gibi kavramlara ilişkin önemli kavram yanılgılarına sahip olduklarını ortaya koymuştur. İç ve Demirkol (2008) ise öğrencilerin geometrik ispatlar yaparken aksiyomatik yapıyı yeterince etkin kullanamamaları nedeniyle öğrenme güçlükleri yaşadıklarını ifade etmektedir. Bu bağlamda, kavramların pedagojik ve epistemolojik bütünlüğünü gözetken tutarlı bir terminoloji kullanımı, öğrenme süreci için temel bir gereklilik olarak öne çıkmaktadır.

Terminolojinin aksiyomatik bir tutarlılıkla sunulmaması, öğrencilerin kavramsal statüleri belirsiz algılamalarına ve bu nedenle ispat süreçlerinde “neden-sonuç” ilişkisini

kurmada zorlanmalarına yol açabilmektedir. Sumarni ve arkadaşlarının (2020) bulgularına göre, öğrencilerin matematiksel ispat sürecinde karşılaştıkları temel güçlüklerden biri, hangi matematiksel kuralların geçerli olduğunu ayırt edememeleridir. Bu durumun önemli nedenlerinden biri, kullanılan terminolojinin kavramsal düzeyde yeterince netleştirilmemesi ve sistematik bir yapı içerisinde sunulmaması olabilir. Öğrenciler, tanım ve postulatların işlevini, teorem, kural ya da özellik gibi terimler arasındaki farkları yeterince kavrayamadıklarında, ispat sürecinde gerekli olan mantıksal gerekçelendirmeleri üretmekte ciddi zorluklar yaşamaktadırlar. Bu zorlukların temelinde, tanım ve kavramların yeterince içselleştirilmemesi, sembollerin anlamlandırılmaması ve matematiksel dili kullanma becerisindeki eksikliklerin olduğu düşünülmektedir. Bu bağlamda, çalışmada tespit edilen terminolojik farklılıklar yalnızca doküman içinde bir tutarsızlık değil, aynı zamanda öğrenmenin niteliğini doğrudan etkileyen yapısal bir problem olarak değerlendirilmektedir. Öğrencilerin kavramsal anlamlarını derinleştirebilmeleri ve ispat süreçlerinde başarılı olabilmeleri için, eşlik ve benzerlik kriterlerinin hangi epistemolojik düzeye ait olduğunun (örneğin tanım, aksiyom, teorem, kural vb.) açık biçimde belirtilmesi ve bu ayrımların öğretim sürecinde bilinçli şekilde öne çıkarılması gerekmektedir.

Bu çalışma kapsamında birer doküman olarak analiz edilen yazılı kaynaklarda eşlik ve benzerlik konusu özelinde ortak bir dilin kullanılmamasının eşlik ve benzerlik odağındaki tarihsel gelişimle paralel bir yapı sergilediği söylenebilir. Sfard (1995) bilginin tarihsel gelişimi ve bireylerde bu bilginin inşa edilme sürecinin benzer ve tekrar eden olgular olarak belirlediğini ifade etmektedir. Bundan dolayı bireyler açısından bilginin inşa sürecinin ve çeşitli aşamalarda karşılaşılan güçlüklerin, bu bilginin geçmişinde de birçok kuşaktan matematikçiler için gözlemlenen süreçler ve deneyimlenen zorluklarla paralellik - benzerlik gösterdiği söylenebilir.

Araştırma kapsamında değerlendirilen kaynaklar ve ilgili literatür, öğrencilerin üçgenlerde eşlik ve benzerlik kavramlarını yalnızca tanımsal düzeyde öğrendiklerine işaret etmekle birlikte, bu kavramlara ilişkin kriterleri ispat sürecinde gerekçelendirmede de zorluk yaşadıklarını göstermektedir. Wang ve arkadaşları (2018), Çin’de 8. sınıf öğrencilerinin eş üçgenler konusundaki akıl yürütme ve ispat süreçlerinde çok sayıda hata yaptıklarını, bu hataların temel nedeninin ise eş üçgen teoremlerinin yüzeysel olarak anlaşılmasından kaynaklandığını belirtmişlerdir. Casanova ve arkadaşları (2021) tarafından yapılan bir

çalışmada öğrencilere iki üçgenin eş veya benzer olduğunu gerekçelendirerek ispatlamaları yönünde görevler verilmiş; ancak öğrencilerin ispat sürecinde ciddi zorluklar yaşadıkları ve özellikle “tanım”, “aksiyom” ve “teorem” gibi temel kavramları doğru ve yerinde kullanmakta yetersiz kaldıkları tespit edilmiştir. Sonuç olarak, öğrencilerin yaşadığı güçlüklerin sebebinin kavramsal ve dilsel nedenler olduğu görülmektedir.

5.1.3 Terminolojik Tutarlılık

Her bir dokümanın “üçgenlerde eşlik ve benzerlik odağında” terminolojik açıdan ne ölçüde tutarlı olduğu incelendiğinde, kaynaklarda büyük ölçüde aynı geometrik kavramlar için farklı farklı terimlerin kullanıldığı görülmüştür. İncelenen beş Türkçe ders kitabından yalnızca biri, eşlik ve benzerlik kriterleri için baştan sona tek bir terimi (yalnızca “kural”) kullanarak yüksek düzeyde terminolojik tutarlılık sergilemiştir. Kargı ve Kurtuluş (2025) tarafından yürütülen benzer bir çalışmada, Türkiye’deki ortaöğretim matematik öğretim programı ve ders kitaplarında eşlik ve benzerlik kavramlarının öğretime ilişkin yapı incelenmiştir. Araştırmacılar hem öğretim programında hem de ders kitaplarında terminolojik yapılandırmada belirgin boşluklar bulunduğunu vurgulamışlardır. Araştırmada, kavramların giderek derinleşen bir yapı yerine bazı düzeylerde sıçramalı ve kopuk biçimde sunulduğu, bu nedenle kavramsal gelişimin sekteye uğrayabileceği belirtilmiştir. Sonuç olarak, Türkiye’de incelenen ortaöğretim matematik ders kitaplarında üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterlerine ilişkin terminolojinin büyük ölçüde standardize edilmediği; kitapların önemli bir bölümünde tutarsız, rastlantısal ve didaktik bütünlükten uzak bir terminolojik yapı izlendiği söylenebilir. Terminolojik tutarlılığın düşük olması, öğrencilerin kavramsal anlamalarını olumsuz etkileyebilir; zira “özellik” olarak geçen bir kriterin aynı zamanda “kural” veya “teorem” diye anılması öğrencide kavram karmaşasına yol açabilmektedir. Bu durum, kavramların açık ve yapılandırılmış bir şekilde sunulmasını engelleyerek öğrenme sürecini zorlaştırabilir.

Bununla birlikte, yurt dışı kaynaklı matematik ders kitaplarında ise terminolojik tutarlılığın yüksek olduğu sonucuna ulaşılmıştır. İncelenen üç ders kitabının her biri, eşlik kriterleri için kendi içinde aynı terimi kullanarak tutarlı bir yapı sergilemiştir. Lo ve arkadaşları (2024), Çin ve ABD’de kullanılan ortaöğretim matematik ders kitaplarında üçgenlerde eşlik konusunun nasıl sunulduğunu inceledikleri araştırmada, ülkeler arasında pedagojik yaklaşımlar

farklılık gösterse de her bir kitabın eşlik kriterlerine ilişkin sistemli ve tutarlı bir terminoloji kullandığını ortaya koymuştur. Bu durum, terminolojik bütünlüğün öğretim yaklaşımından bağımsız olarak korunduğunu göstermektedir. Benzer şekilde, Choi ve Kim'in (2020) çalışmasında da Güney Kore ve ABD ders kitaplarında, özellikle eşlik ve benzerlik konularında terminolojinin tutarlılıkla sürdürüldüğü belirlenmiştir. Sonuç olarak, bulgular; Güney Kore, İngiltere ve ABD'deki matematik ders kitaplarının terminolojik açıdan %100 tutarlılık sergilediğini ve bu ülkelerde, Türkiye'deki uygulamalara kıyasla daha standardize ve sistematik bir yaklaşım benimsendiğini göstermektedir. Benzer şekilde, referans kitaplarında da terminolojik tutarlılık oranı yüksektir (%71). Bu sebeple referans kitapların terminolojik bakımdan diğer kaynak türlerine göre daha sistematik ve kuramsal açıdan tutarlı bir yapıya sahip olduğu söylenebilir. Bu durum, bu tür kaynakların akademik standartlar açısından daha güvenilir başvuru kaynakları olduğunu ortaya koymaktadır.

Makale, tez ve bildirilerde kullanılan terminolojinin tutarlılığı incelendiğinde, genel olarak oldukça düşük bir düzeyde tutarlılığın olduğu tespit edilmiştir. Bilimsel makalelerde yüksek terminolojik tutarlılık oranı yalnızca %7 civarındayken, bildirilerde bu oran hiç sağlanamamış; kullanılan terimlerin seçiminde bireysel tercihlere ve pedagojik yaklaşımlara bağlı büyük bir çeşitlilik gözlenmiştir. Lisansüstü tezlerde ise sistematik bir terminoloji kullanımına yalnızca %14 oranında rastlanmıştır. Bu bulgular, eşlik ve benzerlik konularının literatürde henüz standart ve sistematik bir terminolojik çerçeveye sunulmadığını ortaya koymaktadır.

Terminoloji kullanımındaki tutarsızlığın, özellikle geometri öğretiminde kavramsal anlam inşasını güçleştirebileceği düşünülmektedir. Hadas ve arkadaşlarının (2000) da belirttiği gibi, eşlik ve benzerlik gibi temel geometri kavramlarının epistemolojik statüsünün belirsiz olması, öğrencilerin bu kavramları doğru biçimde sınıflandıramamalarına ve ispat süreçlerinde hatalı akıl yürütmelere yol açabilmektedir (Haj-Yahya, 2022; Stylianides & Stylianides, 2008). Ayrıca, Göçmen (2022) eşlik ve benzerlik kavramlarında yaşanabilecek terminolojik karmaşanın, öğrencilerin tüm geometriye yönelik algılarını olumsuz etkileyebileceğini ifade etmektedir. Bu nedenle, doğru, eksiksiz ve tutarlı bir terminoloji kullanımı geometri öğretimi açısından son derece önemlidir. Nitekim Athanasopoulou (2008), öğrencilerin ispatlarda tam ve açık cümlelerle tutarlı bir şekilde düşüncelerini ifade etmelerinin, geometri kavramlarını daha

derinlemesine anlamalarına ve öğrenmelerini pekiştirmelerine katkı sağladığını göstermektedir. Bu durum yalnızca pedagojik uygulamaların değil, kullanılan terminolojinin niteliğinin de öğrenme süreçleri üzerinde belirleyici bir etkisi olduğunu ortaya koymaktadır.

5.2 Öneriler

Çalışmanın bu bölümünde elde edilen bulgular ve sonuçlar doğrultusunda bazı önerilere yer verilmiştir.

- Geometri eğitiminde üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleri için ortak bir terminoloji standardı oluşturulmalıdır.
- Üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterlerinin öğretiminde, ders kitabı yazarları ve program geliştiricileri tarafından standart bir terminoloji benimsenmelidir. Bu terimlerin seçiminde hem matematiksel doğruluk (aksiyomatik yapıya uygunluk) hem de öğrencilerin anlayabileceği açıklık gözetilmelidir.
- Öğretmen eğitiminde ve hizmet içi eğitimlerde terminoloji kullanımına dikkat çekilmelidir. Öğretmenler, farklı kaynaklarda farklı terimler görebileceklerinin farkında olarak, kendi sınıflarında tutarlı bir dil kullanmaya özen göstermelidir.
- Öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik kriterlerini epistemolojik statüleriyle öğrenmesi, ispat süreçlerinde doğru akıl yürütmeleri açısından önemlidir. Bu doğrultuda öğretmen eğitimi programlarında aksiyomatik sistem vurgusuna daha fazla yer verilmelidir.
- Geometri öğretimi üzerine dokümanlarda eşlik ve benzerlik konusunun kavramlarının sistematik anlaşılması için Öklid ve Hilbert aksiyomatik sistemlerine dayalı kavramsal yapılandırmaya daha fazla vurgulama yapılabilir.
- Araştırmacılar için de bu çalışma önemli bir geribildirim sunmaktadır. Yeni akademik bir çalışma yazımında kavramsal tutarlılık bir öncelik olmalı; eşlik ve benzerlik gibi temel konularda kullanılan dil, aksiyomatik yapıya da uygun biçimde, tutarlı ve tek anlamlı sunulmalıdır.
- Bu çalışma yalnızca doküman analizine dayandığından, öğrenci ve öğretmen görüşlerini de inceleyen takip çalışmaları yapılabilir. Öğrencilerin bu terminoloji farklılıklarını nasıl algıladıkları, kavram yanlışlarına yol açıp açmadığı araştırılabilir. Benzer şekilde,

öğretmenlerin terminoloji tercihleri ve bunların nedenleri nitel araştırmalarla incelenebilir.

- Farklı ülkelerin müfredatları ve kitapları daha geniş ölçekli karşılaştırmalı çalışmalarda ele alınarak, terminoloji konusunda uluslararası düzeyde en iyi uygulamalar belirlenebilir.
- Bu çalışmada terminolojik yapının analiz edilmesi üçgenlerde eşlik ve benzerlik özelinde yürütülmüştür. Matematiğin diğer öğrenme alanları veya temalarında da terminolojik yapı bağlamında araştırmalar yürütülebilir.



KAYNAKLAR

- Altarawneh, A. F., & Marei, S. T. (2021). Mathematical proficiency and preservice classroom teachers' instructional performance. *International Journal of Education and Practice*, 9(2), 354-364. <https://doi.org/10.18488/journal.61.2021.92.354.364>
- Altun, M., Arslan, Ç., & Yazgan, Y. (2004). Lise matematik ders kitaplarının kullanım şekli ve sıklığı üzerine bir çalışma. *Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(2), 131.
- Atebe, H. U., & Schafer, M. (2010). The face of geometry instruction and learning opportunities in selected Nigerian and South African high schools. In M. Schafer & C. McNamara (Ed), *Proceedings of the 17th Annual Conference of the Southern African Association for Research in Mathematics, Science and Technology Education* (ss. 7-21). SAARMSTE.
- Athanasopoulou, A. (2008). *An inquiry approach to the study of quadrilaterals using Geometer's Sketchpad: A study with pre -service and in -service teachers* (Order No. 3320960). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (304385335). <https://www.proquest.com/dissertations-theses/inquiry-approach-study-quadrilaterals-using/docview/304385335/se-2>
- Aydoğan, A. (2007). *Dinamik geometri yazılımlarının açık uçlu araştırmalarla birlikte altıncı sınıf düzeyinde çokgenler ve çokgenlerde eşlik-benzerlik öğrenimine etkisi* [Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.
- Baki, A. (2023). *Matematik tarihi ve felsefesi* (3. baskı). Pegem Akademi Yayıncılık.
- Bartell, T. G., Bieda, K. N., Putnam, R. T., Bradfield, K., & Dominguez, H. (Eds.). (2015). *Proceedings of the 37th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Michigan State University.
- Barwell, R. (2003). Ambiguity in mathematics classroom discourse. In J. Williams (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 23(3).
- Baş, M. (2019). Matematik tarihsel gelişimi ve matematik tarihinin matematik eğitiminde kullanılması. *Türk Akademik Yayınlar Dergisi (TAY Journal)*, 3(1), 1-22.

- Baştürk, S. (2010). First-year secondary school mathematics students' conceptions of mathematical proofs and proving. *Educational Studies*, 36(3), 283-298. <https://doi.org/10.1080/03055690903424964>
- Battista, M. T. (2002). Learning geometry in a dynamic computer environment. *Teaching Children Mathematics*, 8(6), 333-339.
- Batu, A. (2023). *8. sınıf öğrencilerinin dinamik geometri ortamıyla desteklenmiş etkinliklerdeki zihnin geometrik alışkanlıklarının incelenmesi* [Yüksek lisans tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.
- Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde matematik öğretimi 6-8. sınıflar*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Beth, E. W. (1959). *The foundations of mathematics: A study in the philosophy of science*. North-Holland Publishing Company.
- Biber, A. Ç. (2020). Students' difficulties in similar triangle questions. *Cypriot Journal of Educational Science*, 15(5), 1146-1159. <https://doi.org/10.18844/cjes.v15i5.5161>
- Bozkurt, A., Özmantar, M. F., & Özdemir, İ. (2022). Matematik öğretiminin işlemsel ve kavramsal bilgi bağlamında değerlendirilmesine ilişkin ölçekler geliştirme çalışması. *Eğitim ve İnsani Bilimler Dergisi: Teori ve Uygulama*, 13(25), 1-26.
- Brune, I. H. (1953). Language in mathematics. In H. F. Fehr (Ed.), *The learning of mathematics: Its theory and practice* (pp. 156-191). National Council of Teachers of Mathematics.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2019). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Pegem Akademi.
- Casanova, J. R., Cantoria, C. C. C., & Lapinid, M. R. C. (2021). Students' geometric thinking on triangles: Much improvement is needed. *Infinity*, 10(2), 217-234. <https://doi.org/10.22460/infinity.v10i2.p217-234>
- Cihan, F. (2019). *Matematik öğretmen adaylarının ispatla ilgili alan ve pedagojik alan bilgilerini geliştirmeye yönelik bir ders tasarımı* [Doktora tezi, Marmara Üniversitesi] YÖK Tez Merkezi.

- Cihan, F. (2023). Türkiye’deki 9. sınıf matematik ders kitaplarındaki aksiyomatik sistemin bileşenlerinin incelenmesi. *Trakya Eğitim Dergisi*, 13(3), 1893-1907. <https://doi.org/10.24315/tred.1255708>
- Choi, K., & Kim, S. (2020). A comparative study of geometry problems in Korean and American mathematics textbooks based on the cognitive demand framework. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18(3), 511-531. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09982-3>
- Choi, K.-M., & Park, H.-J. (2013). A comparative analysis of geometry education on curriculum standards, textbook structure, and textbook items between the U.S. and Korea. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 9(4), 379-391. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2013.947a>
- Çakıroğlu, E. (2013). Matematik kavramlarının tanımlanması. İ. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır & A. Delice (Ed.), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar içinde* (1. Bölüm, s. 1-13). Pegem Akademi.
- Çalikoğlu-Bali, G. (2003). Matematik öğretmen adaylarının matematik öğretiminde dile ilişkin görüşleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(25), 19-25.
- Çevik, G. (2006). *Öklid Geometride Üçgenler ve Temel Teoremler Üzerine* [Yüksek Lisans Tezi, Osmangazi Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.
- Dane, A. (2008). İlköğretim matematik 3. sınıf öğrencilerinin tanım, aksiyom ve teorem kavramlarını anlama düzeyleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 16(2), 495-506.
- Demir, E. (2017). *Ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının muhakeme hatalarının ispatlama bağlamında incelenmesi* [Doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi] YÖK Tez Merkezi.
- Department for Education. (2014). *National curriculum in England: Mathematics programmes of study*. <https://www.gov.uk/government/publications/national-curriculum-in-england-mathematics-programmes-of-study>
- Duatepe Paksu, A., Toluk Uçar, Z., Akkuş, R., Boz Yaman, B. ve Bulut, S. (2022). Geometri öğretim bilgisine giriş. Z. Toluk Uçar, R. Akkuş, B. Boz Yaman, A. Duatepe Paksu ve S. Bulut (Ed.), *Geometri öğretim bilgisi* (s. 1-9). Pegem Akademi.

- Dündar, S. ve Gündüz, N. (2017). Justification for the subject of congruence and similarity in the context of daily life and conceptual knowledge. *Journal on Mathematics Education*, 8(1), 35-54.
- Dokai, M. C. (2014) A Proof of Euclid's SAS (side angle side) Theorem of Congruence of Triangles via the Cross Section of a Double Cone. *IOSR Journal of Mathematics*, 10(1), 26-33
- Erçolak, E. (2017). *Mutlak Geometride Eşlik Aksiyomları* [Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.
- Fitzpatrick, R. (2008). *Euclid's Elements of Geometry*. University of Texas.
- Floridi, L. (2008). Trends in the philosophy of information. In P. Adriaans & J. van Benthem (Eds.), *Philosophy of information* (Handbook of the philosophy of science, 8, 113-132). Elsevier.
- Franklin, D. (t.y.). *Lesson 14: An axiom system for geometry* [Lecture Notes]. University of Wisconsin - Milwaukee. Erişim tarihi: 2 Haziran 2025, <https://bpb-us-w2.wpmucdn.com/sites.uwm.edu/dist/0/158/files/2016/10/277.14a-22d3itf.pdf>
- Fujita, T., & Jones, K. (2014). Reasoning-and-proving in geometry in school mathematics textbooks in Japan. *International Journal of Educational Research*, 64, 81-91. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2013.09.014>
- Garnier, R., & Taylor, J. (2009). *Discrete mathematics: Proofs, structures, and applications* (3rd ed.). Boca Raton, FL, USA: CRC Press, Taylor & Francis Group, LLC.
- Gonzalez, G., Herbst, P. G. (2009) Students' conceptions of congruency through the use of dynamic geometry software. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 14(2), 153-182 DOI:10.1007/s10758-009-9152-z
- Gossett, E. (2009). *Discrete mathematics with proof* (2nd ed.). New Jersey, USA: John Wiley & Sons.
- Göçmen, B. (2022). *Ortaokul 8. sınıf Öğrencilerinin Eşlik ve Benzerlik Konularına İlişkin Bilgilerinin İncelenmesi* [Doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.

- Gökbaş, H., Kaleci, F., Mutluoğlu, A., & Ballı, B. (2022). *Ortaöğretim 9. sınıf matematik ders kitabı*. Pasifik Yayınları.
- Gökkurt-Özdemir, B., Bayraktar, R., & Yılmaz, M. (2017). Sınıf ve matematik öğretmenlerinin kavram yanlışlarına ilişkin açıklamaları. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(2), 284-305. <https://doi.org/10.24315/trkefd.284301>
- Greenberg, M. J. (1993). *Euclidean and non-Euclidean geometries: Development and history* (4th ed.). W. H. Freeman and Company.
- Güneş, M. (2022) *Development and validation of selected response test to measure students' declarative knowledge of triangles* [Yüksek lisans tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.
- Güven, Ö. (2020). Hilbert, matematiğin temelleri ve görüşü. *Felsefe Arkivi (Archives of Philosophy)* 52, 113-149. <https://doi.org/10.26650/arcp2020-007>
- Hadas, N., Hershkowitz, R. & Schwarz, B.B. (2000). The role of contradiction and uncertainty in promoting the need to prove in Dynamic Geometry environments. *Educational Studies in Mathematics* 44, 127-150. <https://doi.org/10.1023/A:1012781005718>
- Haj-Yahya, A. (2022). Student's conceptions of the definitions of congruent and similar triangles. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(10), 2703-2727.
- Hale, M. (2003). *Essentials of mathematics: Introduction to theory, proof, and the professional culture*. USA: The Mathematical Association of America.
- Hanna, G. (2000). Proof, explanation, and exploration: An overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 5-23.
- Hanna, G., & Barbeau, E. (2008). Proofs as bearers of mathematical knowledge. *ZDM Mathematics Education*, 40, 345-353. <https://doi.org/10.1007/s11858-008-0080-5>
- Harel, G., & Sowder, L. (1998). Students' proof schemes: Results from exploratory studies. *American Mathematical Society*, 7, 234-283.

- Healy, L., Hoyles, C. (2000). A study of proof conceptions in algebra. *Journal for research in mathematics education*, 31(4), 396-428.
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (ss. 1-27). Erlbaum.
- İç, Ü., & Demirkol, T. (2008). Ortaöğretim öğrencilerinin üçgenler konusundaki temel hataları ve kavram yanlışları. *e-Journal of New World Sciences Academy*, 3(3), 445-454.
- Jones, K., & Fujita, T. (2013). Characterising triangle congruency in lower secondary school: The case of Japan. In B. Ubuz, Ç. Haser, & M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the 8th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME8)* (pp. 655-664). Ankara, Turkey: ERME.
- Jones, K., Fujita, T., & Miyazaki, M. (2013). Learning congruency-based proofs in geometry via a web-based learning system. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 33(1), 31-36.
- Karaca, H., Yıldızhan, B. ve Ertekin, E. (2023). Geometrinin tarihi gelişimi ve farklı geometriler. E. Ertekin ve M. Ünlü (Ed.), *Geometri ve ölçme öğretimi: Tanımlar, kavramlar ve etkinlikler* (6-34). Pegem Akademi.
- Karğı, S., & Kurtuluş, A. (2025). Eşlik ve benzerlik ile ilgili kazanımların van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre incelenmesi. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 12(1), 23-48.
- Kartal, B., & Çınar, C. (2017). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının çokgenlere dair geometri bilgilerinin incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD)*, 18(2), 375-399.
- Kıral, B. (2020). Nitel bir veri analizi yöntemi olarak doküman analizi. *Siirt Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 8(15), 170-189.
- Kline, M. (1972). *Mathematical thought from ancient to modern times*. Oxford University Press.
- Lansdell, J. M. (1999). Introducing young children to mathematical concepts: Problems with new terminology. *Educational Studies*, 25(3), 327-333.

- Lee, J. M. (2013). *Axiomatic geometry*. Pure and applied undergraduate texts 21, American Mathematical Society.
- Lo, J.-J., Zhou, L., & Liu, J. (2024). A comparative analysis of congruent triangle units in textbooks from China and the United States. *Asian Journal for Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1177/2752726324126666>
- Lutfi, M. K. & Jupri, A. (2020) Analysis of junior high school students' spatial ability based on van Hiele's level of geometrical thinking for the topic of triangle similarity. *Journal of Physics Conference Series* 1521(3).
- Mayberry, J. W. (1983). The Van Hiele Levels of Geometric Thought in Undergraduate Preservice Teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14, 58-69. <https://doi.org/10.2307/748797>
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2018a). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)*. MEB Talim Terbiye Başkanlığı Yayınları.
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2018b). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programı*. MEB Talim Terbiye Başkanlığı Yayınları.
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2024). *Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli*. <https://tymm.meb.gov.tr/>
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2024a). 2022 PISA OECD Ülke Özetleri. https://odsgm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2024_05/06144528_ulke_ozetleri_rapor.pdf
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2024b). 2022 PISA Türkiye Raporu https://pisa.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2024_03/21120745_26152640_pisa2022_rapor.pdf
- Mironychev, A. F. (2018). SAS and SSA conditions for congruent triangles. *Journal of Mathematics and System Science*, 8(2), 59-66. <https://doi.org/10.17265/2159-5291/2018.02.003>
- Miyazaki, M., Fujita, T. & Jones, K. (2017). Students' understanding of the structure of deductive proof. *Educational Studies in Mathematics*, 94, 223-239. <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9720-9>

- Mbatha, M., & Bansilal, S. (2023). Using the van Hiele theory to explain pre-service teachers' understanding of similarity in Euclidean geometry. *Education Sciences*, 13(9), 861. <https://doi.org/10.3390/educsci13090861>
- Mut, A. İ., & Bircan, Ş. (2025, May 17-19). *An analysis of 9th grade mathematics textbook prepared in accordance with Türkiye Century Maarif Model curriculum in the context of congruence and similarity* (ss. 117). The Ninth International Conference on Computational Mathematics and Engineering Sciences (CMES2025), Diyarbakır, Türkiye.
- National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers. (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Washington, DC: Authors. <https://learning.ccsso.org/common-core-state-standards-initiative>
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston.
- Nicholson, N. R. (2019). *A transition to proof: An introduction to advanced mathematics*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, Taylor & Francis Group.
- OCR (Oxford Cambridge and RSA). (2015). *GCSE Mathematics (J560) Specification*. <https://www.ocr.org.uk/qualifications/gcse/mathematics-j560-from-2015/>
- Öztürk, M., Akkan, Y., & Kaplan, A. (2017). Üstün yetenekli lise öğrencilerinin ispatla ilgili kavramlara yönelik bilgi ve farkındalıklarının incelenmesi. *Üstün Zekâlılar Eğitimi ve Yaratıcılık Dergisi*, 4(2), 19-35.
- Pang, J., & Kim, Y. (2017). A comparative study on congruence and symmetry in elementary mathematics textbooks of Korea, Japan, Hong Kong, Finland, and Singapore. *The Mathematical Education*, 56(3), 235-255. <https://doi.org/10.7468/mathedu.2017.56.3.235>
- Parastuti, R. H., Usodo, B., & Subanti, S. (2018). Student's error in writing mathematical problem solving associated with corresponding angles of the similar triangles. *Pancaran Pendidikan*, 7(1).
- Remillard, J. T., & Reinke, L. T. (2012, April). *Complicating scripted curriculum: Can scripts be educative for teachers?* [Conference session]. American Educational Research Association, Vancouver, British Columbia, Canada.

- Roberts, C. E. (2015). *Introduction to mathematical proofs: A transition to advanced mathematics* (2nd ed.). Boca Raton, FL, USA: CRC Press, Taylor & Francis Group.
- Sak, R., Şahin Sak, İ. T., Öneren Şendil, Ç., & Nas, E. (2021). Bir araştırma yöntemi olarak doküman analizi. *Kocaeli Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 4(1), 227-250. <https://doi.org/10.33400/kuje.843306>
- Schmidt, W. H., Houang, R. T., & Cogan, L. S. (2002). A coherent curriculum: The case of mathematics. *American Education*, 26(10), 1-18.
- Schuster, S. (1967). *Geometric transformations: Geometry in the secondary school*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Seago, N., Jacobs, K. J., Driscoll, M., Nikula, J., Matassa, M. & Callahan, P. (2013). Developing teacher's knowledge of a transformation-based approach to geometric similarity. *Mathematics Teacher Educator*, 2(1), 74-85.
- Sears, R., & Chavez, O. (2015, February). *Students of two-curriculum types performance on a proof for congruent triangles*. Proceedings of the Ninth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 9). Prague, Czech Republic.
- Sertöz, A. S. (2019). *Öklid'in elemanları*. TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları.
- Sezen Yüksel, N. (2022). Öklid geometrisinin inşası ve öğretimi. Z. Toluk Uçar, R. Akkuş, B. Boz Yaman, A. Duatepe Paksu ve S. Bulut (Ed.), *Geometri öğretim bilgisi* (s. 31-59). Pegem Akademi.
- Sfard, A. (1995). The development of algebra: Confronting historical and psychological perspectives. *Journal of mathematical behavior*, 14(1), 15-39
- Shockey, T., & Pindiprolu, S. (2015). Uniquely precise: Importance of conceptual knowledge and mathematical language. *i-manager's Journal on School Educational Technology*, 11(1), 28-33.
- Smart, J. R. (1998). *Modern geometries* (5th ed.). CA: Brooks/Cole Publishing Company, Pacific Grove.

- Stylianides, A. J., & Ball, D. L. (2008). Understanding and describing mathematical knowledge for teaching: Knowledge about proof for engaging students in the activity of proving. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(4), 307-332.
- Stylianides, G. J., & Stylianides, A. J. (2008). Proof in school mathematics: Insights from psychological research into students' ability for deductive reasoning. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(2), 103-133. <https://doi.org/10.1080/10986060701854425>
- Sumarni, S., Hapizah, & Scristia, F. (2020). Student's triangles congruence proving through flow proof strategy. *Journal of Physics: Conference Series*, 1480(1), 012030. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1480/1/012030>
- Şahin, M. (2015). Öğretim materyallerinin öğrenme-öğretme sürecindeki işlevine ilişkin öğretmen görüşlerinin analizi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(3), 995-1012.
- Thom, R. (1973). Modern mathematics: Does it exist? In A. G. Howson (Ed.), *Developments in mathematical education* (ss. 194-209). Cambridge University Press.
- Toluk Uçar, Z. ve Akkaş, E. N. (2022). Eşlik ve benzerlik öğretimi. Z. Toluk Uçar, R. Akkuş, B. Boz Yaman, A. Duatepe Paksu ve S. Bulut (Ed.), *Geometri öğretim bilgisi* (s. 335-374). Pegem Akademi.
- Tez, Z. (2008). *Matematiğin Kültürel Tarihi*. Doruk Yayıncılık.
- Usiskin, Z. P. (1972). The effects of teaching Euclidean geometry via transformations on student achievement and attitudes in tenth-grade geometry. *Journal for Research in Mathematics Education* (4), 249-259. <https://doi.org/10.2307/748492>
- Ülgen, G. (2001). *Kavram geliştirme*. Pegem Yayıncılık.
- van Hiele, P. M (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*. Academic Press.
- Wang, Z., Wang, Z. & An, S. (2018). Error analysis of 8thgraders' reasoning and proof of congruent triangles in china. *Journal of Mathematics Education*, 11(2), 85-120. <https://doi.org/10.26711/007577152790029>

- Weber, K. (2001). Student difficulty in constructing proof: The need for strategic knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 48(1), 101-119. <https://dx.doi.org/10.1023/A:1015535614355>
- Wijaya, T. T., Mutmainah, I. I., Suryani, N., Azizah, D., Fitri, A., Hermita, N., & Tohir, M. (2021). Ninth grade students' mistakes when solving congruence and similarity problems. *Journal of Physics: Conference Series*, 2049(1), 012066.
- Winer, M. L., & Battista, M. T. (2022). Investigating Students' Proof Reasoning: Analyzing Students' Oral Proof Explanations and their Written Proofs in High School Geometry. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 17(2). <https://doi.org/10.29333/iejme/11713>
- Wu, H. (2005, September). *Key mathematical ideas in grades 5-8*. [Conference session] National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), Anaheim, California, United States.
- Yazıcı, E. ve Ulusan, S. (2023). Geometride eşlik-benzerlik ve öğretimi. E. Ertekin ve M. Ünlü (Ed.), *Geometri ve ölçme öğretimi: Tanımlar, kavramlar ve etkinlikler* (s. 291-322). Pegem Akademi.
- Yeşildere, S. (2007). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel alan dilini kullanma yeterlikleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 24(2), 61-70.
- Yıldırım, A. (1996) Disiplinler arası öğretim kavramı ve programlar açısından doğurduğu sonuçlar. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12, 89-94.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, C. (2012). *Bilim tarihi*. Remzi Kitabevi.
- Yılmaz, T. Y. & Köse, N. Y. (2015). Öğrencilerin çok çözümlü problemler ile imtihanı: Çözümlerde kullanılan stratejilerin belirlenmesi. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi- Journal of Qualitative Research in Education*, 3(3), 78-101. <http://dx.doi.org/10.14689/issn.21482624.1.3c3s4m>
- Zhang, Q.-P., & Wong, N.-Y. (2021). The learning trajectories of similarity in mathematics curriculum: An epistemological analysis of Hong Kong secondary mathematics textbooks in the past half century. *Mathematics*, 9(18), 2310. <https://doi.org/10.3390/math9182310>

Zhou, L., Liu, J., & Lo, J. (2022). A comparison of U.S. and Chinese geometry standards through the lens of van Hiele levels. *International Journal of Education in Mathematics, Science, and Technology*, 10(1), 38-56. <https://doi.org/10.46328/ijemst.1848>



EKLER

EK-1: Çalışmada İncelenen Kitaplar

Kitap Kodu	Ülke	Yayın Yılı	Sınıf Düzeyi	Yayınevi
K1	Türkiye	2022	9. Sınıf	Pasifik Yayınları
K2	Türkiye	2021	9.sınıf	Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) Yayınları
K3	Türkiye	2021	9.sınıf	Ata Yayıncılık
K4	Türkiye	2021	9.sınıf	Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) Yayınları
K5	Türkiye	2024	9.sınıf	Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) Yayınları
K6	ABD	2015	9.sınıf	Pearson
K7	Güney Kore	2018	8.sınıf	Visang Education
K8	İngiltere	2021	9. ve 10. sınıf	Coordination Group Publications

EK-2: Çalışmada İncelenen Makaleler

Makalenin Adı	Yılı
M1 Eşlik ve Benzerlik ile İlgili Kazanımların Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerine Göre İncelenmesi	2025
M2 A comparative analysis of congruent triangle units in textbooks from China and the United States	2024
M3 Investigating Students' Proof Reasoning: Analyzing Students' Oral Proof Explanations and their Written Proofs in High School Geometry	2022
M4 Students' Conceptions Of The Definitions Of Congruent And Similar Triangles	2021

M5 Students' Geometric Thinking On Triangles: Much Improvement Is Needed	2021
M6 Developing Mathematical Communication Skills for Students in Grade 8 in Teaching Congruent Triangle Topics	2021
M7 Varyasyon Teorisi'ne göre tasarlanan öğrenme ortamından yansımalar: Üçgenlerin eşliği	2021
M8 The effectiveness of goal-free problems for studying triangle similarity in collaborative groups	2021
M9 Student's Triangles Congruence Proving Through Flow Proof Strategy	2020
M10 Students' Difficulties in Similar Triangle Questions	2020
M11 Learning Congruent Triangles through Ethnomathematics: The Case of Students with Difficulties in Mathematics	2020
M12 Öğretmen Adaylarının Benzerlik Konusu Uygulamaları: Realistik Matematik Eğitimi Açısından Bakış	2019
M13 App-based scaffolds for writing two-column proofs	2019
M14 The use of semiotic representations in reasoning about similar triangles in Euclidean geometry	2019
M15 SAS and SSA Conditions for Congruent Triangles	2018
M16 Error Analysis of 8thGraders'Reasoning and Proof of Congruent Triangles in China	2018
M17 Student's Error in Writing Mathematical Problem Solving Associated With Corresponding Angles of The Similar Triangles	2018
M18 Justification for The Subject of Congruence And Similarity in The Context of Daily Life and Conceptual Knowledge	2017
M19 Effects of Visual Working Memory Training and Direct Instruction on Geometry Problem Solving in Students with Geometry Difficulties	2017
M20 Pre-constructed dynamic geometry materials in the classroom – how do they facilitate the learning of 'Similar Triangles'?	2017
M21 Students' understanding of the structure of deductive proof	2017
M22 Öğrencilerin Çok Çözümlü Problemler ile İmtihani: Çözümlerde Kullanılan Stratejilerin Belirlenmesi	2015

M23 A Proof of Euclid's SAS (side angle side) Theorem of Congruence of Triangles via the Cross Section of a Double Cone	2014
M24 Prospective Teachers' Competency in Teaching how to Compare Geometric Figures: The Concept of Congruent Triangles as an Example 1,2	2014
M25 Developing Teachers' Knowledge of a Transformations-Based Approach to Geometric Similarity	2013
M26 Congruent Triangles. Sufficient conditions and insufficient conditions. Suggested milestones for inquiry and discussion.	2011
M27 Students' Conceptions of Congruency Through the Use of Dynamic Geometry Software	2009
M28 The role of contradiction and uncertainty in promoting the need to prove in Dynamic Geometry environments	2000

EK-3: Çalışmada İncelenen Bildiriler

Bildirinin Adı	Yılı
B1 The Introduction And Development Of Triangle Congruency In Chinese And Us Textbooks	2021
B2 Ninth Grade Students Mistakes when Solving Congruence and Similarity Problem	2021
B3 Analysis Of Junior High School Students' Spatial Ability Based On Van Hiele's Level Of Geometrical Thinking For The Topic Of Triangle Similarity	2020
B4 Students of Two-Curriculum Types Performance On A Proof For Congruent Triangles	2015
B5 Identifying Similar Polygons: Comparing Prospective Teachers' Routines with a Mathematician's	2015
B6 Learning congruency-based proofs in geometry via a web-based learning system	2013

B7 Characterizing Triangle Congruency In Lower Secondary School: The Case Of Japanb4	2013
B8 A culture of proving in school mathematics?	1998

EK-4: Çalışmada İncelenen Tezler

Yıl	Tezin Adı	Tez Numarası
2023	T1 8. Sınıf Öğrencilerinin Dinamik Geometri Ortamıyla Desteklenmiş Etkinliklerdeki Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının İncelenmesi	822892
2023	T2 Matematik Öğretmen Adaylarının Çizimlerle Benzer Üçgen Oluşturma ve Pantograf Kullanma Durumlarının İncelenmesi	806860
2022	T3 Ortaokul 8.Sınıf Öğrencilerinin Eşlik ve Benzerlik Konularına İlişkin Bilgilerinin İncelenmesi	737482
2022	T4 Development And Validation Of Selected Response Test To Measure Students' Declarative Knowledge Of Triangles	779188
2022	T5 9.Sınıf Öğrencileri ile Gerçekçi Matematik Eğitimi Yaklaşımına Göre Yürütülen Öğretimin Başarı, Matematik Öğrenmeye Yönelik Motivasyon ve Kalıcılık Üzerine Etkisi	762251
2021	T6 8.sınıf Öğrencilerinin Çokgenlerin Benzerliğini Belirleme Stratejilerinin İncelenmesi	664257
2020	T7 8.sınıf Matematik Dersinde Kullanılan Ters Yüz Sınıf Uygulamalarına İlişkin Öğrenci Deneyim ve Görüşleri	653099
2018	T8 5E Öğrenme Modelinin 8. Sınıf Öğrencilerinin Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Kavramlarını Oluşturma Sürecine Etkisi: Bir Eylem Araştırması	504156
2018	T9 Improving Attitudes Towards Geometric Proof in The Context Of Dynamic Geometry Software-Based Proof Instruction	502224

2014	T10 İlköğretim 6.sınıf öğrencilerinin eşlik benzerlik ve dönüşüm geometrisi konusundaki imajlarının fenomenografik yaklaşımla ele alınıp zihin haritaları ile gelişiminin incelenmesi	368154
2013	T11 Geometri Dersine Yönelik Dinamik Geometri Yazılımlarıyla Hazırlanan Etkinliklerin Öğrencilerin Akademik Başarısı ve Uzamsal Yetenekleri Bağlamında İncelenmesi	350013
2009	T12 Orantılı Doğru Parçaları Ve Benzer Üçgenler Ünitesinin Geleneksel ve Yapılandırmacı Yaklaşım İle Öğretiminin Öğrenci Başarısı Açısından İncelenmesi	235279
2007	T13 Dinamik Geometri Yazılımlarının Açık Uçlu Araştırmalarla Birlikte Altıncı Sınıf Düzeyinde Çokgenler ve Çokgenlerde Eşlik-Benzerlik Öğrenimine Etkisi	177582
2006	T14 Öklid Geometride Üçgenler Ve Temel Teoremler Üzerine	184095

EK-5: Çalışmada İncelenen Referans Kitaplar

Kod	Yayınevi	Kitap İsmi	Yazar
R1	Sürat	Geometri 1	Altın Serisi
R2	Palme	Öklid Geometrisi	Mustafa Balcı
R3	Palme	Düzlem Geometri	Seyfullah Hizarcı
R4	Pegem	Geometri Öğretim Bilgisi	Zülbiye Toluk Uçar
R5	Pegem	Geometri ve Ölçme Öğretimi	Ersen Yazıcı, Serhan Ulusan
R6		SMSG	
R7	Pegem	Geometri ve Öğretimi	Nurullah Yazıcı