

T.C.
ABANT İZZET BAYSAL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

ÜSTÜN YETENEKLİ VE NORMAL ÖĞRENCİLERİN
MATEMATİKSEL ÖRÜNTÜ BAŞARILARININ İNCELENMESİ

ŞÜKRAN DAYAN

BOLU-2017

T.C.
ABANT İZZET BAYSAL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

ÜSTÜN YETENEKLİ VE NORMAL ÖĞRENCİLERİN
MATEMATİKSEL ÖRÜNTÜ BAŞARILARININ İNCELENMESİ

Yüksek Lisans Tezi

Hazırlayan
Şükran DAYAN

Danışman
Doç. Dr. Hakan YAMAN

BOLU, TEMMUZ-2017

YÜKSEK LİSANS TEZİ ONAY FORMU

Şükran DAYAN tarafından hazırlanan "Üstün Yetenekli ve Normal Öğrencilerin Matematiksel Örüntü Başarılarının İncelenmesi" başlıklı çalışma jüri tarafından İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Öğretmenliği Bilim Dalında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir. 24/07/2017

Jüri Üyeleri

Akademik Unvan, Adı ve SOYADI

İmza

Üye (Başkan) : Prof. Dr. Soner DURMUŞ

Üye (Tez Danışmanı) : Doç. Dr. Hakan YAMAN

Üye : Yrd. Doç. Dr. Bahadır YILDIZ

Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nün Onayı

Prof. Dr. Türkan ARGON

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum "Üstün Yetenekli ve Normal Öğrencilerin Matematiksel Örüntü Başarılarının İncelenmesi" başlıklı çalışmanın yazılmasında bilimsel ve etik kurallara uyduğumu, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda atıfta bulunduğumu, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı, tezin tamamının ya da bir kısmının bu üniversite veya başka bir üniversitede bir tez çalışması olarak sunulmadığını beyan ederim. 24/07/2017



Şükran DAYAN

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın gerçekleştirilmesinde değerli bilgilerini benimle paylaşan, kendisine ne zaman danışsam bana kıymetli zamanını ayırıp sabırla ve büyük bir ilgiyle bana faydalı olabilmek için elinden gelenden fazlasını sunan, her sorun yaşadığımda yanına çekinmeden gidebildiğim ve gelecekteki mesleki hayatımda da bana verdiği değerli bilgilerden faydalanacağımı düşündüğüm kıymetli danışman hocam Doç. Dr. Hakan YAMAN’a teşekkürü bir borç biliyor ve şükranlarımı sunuyorum.

Yine çalışmamda konu, kaynak ve yöntem açısından bana sürekli yardımda bulunarak yol gösteren ve gelecekteki hayatında çok daha başarılı olacağına inandığım kıymetli Arş. Gör. Ülkü AYVAZ'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Tez yazım süreci boyunca tezime yaptığı katkılardan ve manevi desteğinden dolayı değerli arkadaşım İlknur TEPECİK'e çok teşekkür ediyorum.

Yüksek lisans eğitimim boyunca idari açıdan her türlü kolaylığı sağlayan ve beni bu konuda sürekli teşvik eden sayın okul müdürüm Zafer KISA'ya teşekkürü bir borç bilirim.

Çalışmam boyunca benden bir an olsun desteğini esirgemeyen sevgili ablam Emel GÜRBÜZ'e ve çalışma süresince tüm zorlukları benimle göğüsleyen ve hayatımın her evresinde bana destek olan kıymetli anneme ve babama sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

ETİK İLKELERE UYULDUĞUNA İLİŞKİN BEYAN.....	i
TEŞEKKÜR.....	ii
İÇİNDEKİLER	iii
ŞEKİLLER DİZİNİ	vii
GRAFİKLER DİZİNİ.....	ix
TABLolar DİZİNİ.....	x
KISALTMALAR DİZİNİ.....	xii
ÖZET	xiii
ABSTRACT.....	xv
I. BÖLÜM.....	1
1. Giriş	1
1.1. Problem Durumu	1
1.1.1. Matematiksel olarak üstün yetenekli öğrencilerle normal öğrencilerin karşılaştırılması.....	4
1.1.2. Üstün yetenekli öğrencilerde cebir kavramının gelişimi ve genelleme becerileri	5
1.2. Araştırmanın Önemi ve Amacı	5
1.3. Problem Cümlesi.....	6
1.4. Alt Problemler	7
1.5. Sayıtlılar	7
1.6. Sınırlılıklar	8
1.7. Tanımlar	8
II. BÖLÜM	9
2. Kuramsal Çerçeve ve İlgili Literatür	9
2.1. Kuramsal Çerçeve	9
2.1.1. Örüntü tipleri	9
2.1.1.1. Tekrarlayan örüntüler	9
2.1.1.2. Genişleyen (Değişen) Örüntüler	13
2.1.2. Örüntü sunum biçimleri.....	19
2.1.2.1. Şekil (görsel) biçiminde sunulan örüntüler.....	20

2.1.2.2. Tablo veya grafik biçiminde sunulan örüntüler	22
2.1.2.3. Sayı dizisi biçiminde sunulan örüntüler.....	24
2.1.2.4. Sözel problem biçiminde sunulan örüntüler	24
2.1.3. Örüntülerle ilgili çözüm stratejileri	28
2.1.3.1. Tekrarlamalı (recursive) strateji.....	28
2.1.3.2. Bütüne genişletme stratejisi	31
2.1.3.3. Değişkenler arası ilişki bulma (explicit) stratejisi	32
2.1.3.4. Dönüştürme-parçalama stratejisi	35
2.1.4. Kuadratik dizilerde çocukların kullandıkları stratejiler.....	39
2.1.4.1. Farka bakma.....	39
2.1.4.2. Farkın doğasına bakma	40
2.1.4.3. Farklar arasındaki farkı arama	40
2.1.4.4. Sayıların doğasına bakma	40
2.1.4.5. Çarpım tablosu arama	41
2.1.4.6. Diğer terimleri birleştirmek	41
2.2. İlgili Araştırmalar.....	42
2.2.1. Öğrencilerin örüntüleri genellemeleri ve bu süreçte kullandıkları stratejiler üzerine yapılan araştırmalar	42
2.2.2. Üstün yetenekli öğrenciler üzerine yapılan araştırmalar	55
2.2.3. Üstün yetenekli öğrencilerin örüntüleri genellemeleri ve cebir üzerine yapılan araştırmalar	57
III. BÖLÜM	61
3. Yöntem.....	61
3.1. Araştırmanın Modeli	61
3.2. Çalışma Grubu	62
3.3. Veri Toplama Aracı ve Verilerin Toplanması	63
3.3.1. Matematiksel örüntü başarı testi.....	64
3.3.2. Test maddeleri	64
3.3.2.1. Testte yer alan örüntü sunum biçimlerine ait sorular	65
3.3.2.1.1. Tablo sunum biçimi.....	65
3.3.2.1.2. Sayı dizisi sunum biçimi	66
3.3.2.1.3. Şekil sunum biçimi.....	67

3.3.2.2. Testte bulunan örüntülerin tipleri	67
3.3.2.2.1. Doğrusal genişleyen örüntü tipi	68
3.3.2.2.2. Karesel genişleyen örüntü tipi.....	68
3.3.2.2.3. Tekrarlayan örüntü tipi.....	68
3.3.2.3. Testte bulunan alt soru tipleri	68
3.3.3. Testin puanlanması.....	70
3.3.4. Matematiksel örüntü başarı testinin geliştirilmesi.....	70
3.4. Araştırmanın Değişkenleri	70
3.5. Verilerin Analizleri	71
IV. BÖLÜM.....	72
4. Bulgular ve Yorum	72
4.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar.....	72
4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar	73
4.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar	74
4.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar.....	75
4.5. Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar.....	76
4.6. Altıncı Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar.....	79
4.7. Yedinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar	83
4.8. Sekizinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar	88
4.9. Dokuzuncu Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar	92
4.10. Onuncu Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar	95
4.11. On birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar	100
5. Tartışma, Sonuç ve Öneriler	103
5.1. Tartışma ve Sonuç.....	103
5.1.1. Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin genel başarıları	103
5.1.2. Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin matematiksel örüntü başarıları.....	104
5.1.2.1 Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin örüntünün sunum biçimine göre başarıları.....	104
5.1.2.2. Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin örüntü tipine göre başarıları ..	107
5.1.2.3. Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin soru tipine göre başarıları.....	109
5.1.3. Üstün yetenekli öğrencilerin sınıf seviyeleri açısından matematiksel örüntü başarılarıyla ilgili sonuçlar	113

5.2. Öneriler	114
5.2.1. Uygulamaya yönelik öneriler	114
5.2.2. Yapılacak araştırmalara yönelik öneriler.....	115
KAYNAKÇA.....	117
EKLER.....	125
EK-1: Matematiksel Örüntü Başarı Testi.....	125
EK-2: Bartın İl Milli Eğitim Müdürlüğünden Alınan Araştırma İzni.....	129
EK-3: Etik Kurulu Kararı.....	130
ÖZGEÇMİŞ	131



ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. ABCABCABC kulesi ve hafızadan çizilen ABCABCABC kulesi.....	12
Şekil 2.2. Döngüsel örüntü örneği	12
Şekil 2.3. Seksek örüntü örneği ve hafızadan çizilen seksek örüntü örneği.....	13
Şekil 2.4. Aritmetik genişleyen örüntü örneği.....	14
Şekil 2.5. Aritmetik genişleyen örüntünün tablo biçiminde sunulması.....	14
Şekil 2.6. Geometrik genişleyen örüntü örneği	15
Şekil 2.7. Geometrik genişleyen örüntünün tablo biçiminde sunulması	15
Şekil 2.8. Artarak genişleyen nokta örüntüsünün şekil biçiminde sunulması	16
Şekil 2.9. Artarak genişleyen örüntü örneğinin sayı dizisi biçiminde sunulması.....	16
Şekil 2.10. Tokalaşma problemi.....	17
Şekil 2.11. Tokalaşma probleminin tablo biçiminde sunulması.....	17
Şekil 2.12. Diğer örüntü tipine bir örnek.....	17
Şekil 2.13. Fibonacci sayı dizisinin çözümü	18
Şekil 2.14. Üçgensel genişleyen örüntü.....	19
Şekil 2.15. Karesel genişleyen örüntü	19
Şekil 2.16. Görsel biçimde sunulan merdiven problemi	20
Şekil 2.17. Doğrusal genişleyen ve şekil biçiminde sunulan bir örüntü örneği	21
Şekil 2.18. Kenny ve Silver (1997) tarafından adapte edilen örüntü problemi örneği ...	22
Şekil 2.19. Karesel genişleyen ve tablo biçiminde sunulan bir örüntü örneği	23
Şekil 2.20. Sözel problem biçiminde sunulan takvim problemi.....	25
Şekil 2.21. $3n+1$ fonksiyonuna uygun çam ağacı formatı	26
Şekil 2.22. $3n+1$ fonksiyonuna uygun blok formatı	26
Şekil 2.23. $3n+1$ fonksiyonuna uygun atlama formatı	27
Şekil 2.24. $3n+1$ fonksiyonunun öykü formatı	27
Şekil 2.25. $3n+1$ fonksiyonunun tablo formatı	28
Şekil 2.26. NCTM'den adapte edilen "Küp Etiketli Problemi"	29
Şekil 2.27. Bir önceki küp üzerine inşa edilen tekrarlamalı strateji	30
Şekil 2.28. Sınır problemi.....	34
Şekil 2.29. Öğrencinin gördüğü 25 sınır uzunluğundaki şekil	35
Şekil 2.30. Lolipop Problemi.....	36

Şekil 3.1. Matematiksel örüntü başarı testindeki tablo sunum biçimine ait soru	66
Şekil 3.2. Matematiksel örüntü başarı testindeki sayı dizisi sunum biçimine ait soru ...	66
Şekil 3.3. Matematiksel örüntü başarı testindeki şekil sunum biçimine ait soru.....	67



GRAFİKLER DİZİNİ

Grafik 4.1. Sınıf düzeylerine göre üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel örüntü başarı testi ortalamaları.....	78
Grafik 4.2. Örüntü tiplerine ve sınıf seviyelerine göre üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel örüntü başarı testi ortalamaları	82
Grafik 4.3. Soru tiplerine ve sınıf seviyelerine göre üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel örüntü başarı testi ortalamaları	87
Grafik 4.4. Sunum biçimlerine göre üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel örüntü başarı testi ortalamaları	94
Grafik 4.5. Örüntü tiplerine göre üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel örüntü başarı testi ortalamaları	97
Grafik 4.6. Soru tiplerine göre üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel örüntü başarı testi ortalamaları	102

TABLOLAR DİZİNİ

Tablo 2.1. Tablo üzerinde tekrarlamalı formülün kullanımın gösterimi.....	31
Tablo 2.2. Küp etiketi probleminin sayısal verilerinin tablo halinde gösterilmesi	33
Tablo 2.3. Sayı tablosu biçiminde sunulan örüntü	42
Tablo 2.4. İki zincirin devir sayıları arasındaki ilişki	43
Tablo 2.5. Örüntü problemlerini çözerken öğrencilerin kullandıkları yaklaşımlar	44
Tablo 2.6. Her bir model için her kategorideki öğrenci cevaplarının sıklığı	45
Tablo 2.7. Karo probleminin çözümünde tanımlanan tüm stratejiler	47
Tablo 2.8. Öğrencilerin örüntü problemlerini çözerken kullandıkları stratejiler	53
Tablo 3.1. Araştırmaya katılan öğrencilerin sınıflarına ve cinsiyetlerine göre dağılımı	63
Tablo 3.2. Testteki maddelerin sunum biçimi, örüntü tipi ve soru tipine göre incelenmesi	69
Tablo 4.1. Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin genel örüntü başarı testi performansları ve ilişkisiz ölçümler için t testi sonuçları	72
Tablo 4.2. Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin örüntü sunum biçimlerine göre başarı testi performansları ve ilişkisiz ölçümler için t testi sonuçları	73
Tablo 4.3. Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin örüntü tipine göre başarı testi performansları ve ilişkisiz ölçümler için t testi sonuçları	74
Tablo 4.4. Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin soru tipine göre örüntü başarı testi performansları ve ilişkisiz ölçümler için t testi sonuçları	75
Tablo 4.5. Sınıf seviyelerine göre matematiksel örüntü başarı testi puanları	76
Tablo 4.6. Sınıf seviyelerine göre matematiksel örüntü başarı testi puanlarının ilişkisiz ölçümler için tek faktörlü ANOVA sonuçları.....	76
Tablo 4.7. Matematiksel örüntü başarı testi puanları arasındaki farkın kaynağını belirlemek üzere uygulanan Tamhane's T2 testine ilişkin sonuçlar	77
Tablo 4.8. Sınıf seviyelerine ve örüntü tiplerine göre matematiksel örüntü başarı testi puanları	79
Tablo 4.9. Matematiksel örüntü başarı testindeki örüntü tiplerine ait soruların puanlarının sınıf seviyelerine göre ilişkisiz ölçümler için tek faktörlü ANOVA sonuçları	80

Tablo 4.10. Sınıf seviyelerine göre matematiksel örüntü başarı testindeki örüntü tiplerine ait soruların puanları arasındaki farkın kaynağını belirlemek üzere uygulanan Tamhane's T2 testine ilişkin sonuçlar	81
Tablo 4.11. Sınıf seviyelerine ve soru tiplerine göre matematiksel örüntü başarı testi puanları	84
Tablo 4.12. Matematiksel örüntü başarı testindeki soru tiplerine ait soruların puanlarının sınıf seviyelerine göre ilişkisiz ölçümler için tek faktörlü ANOVA sonuçları.....	85
Tablo 4.13. Sınıf seviyelerine göre matematiksel örüntü başarı testindeki soru tiplerine ait soruların puanları arasındaki farkın kaynağını belirlemek üzere uygulanan post-hoc testine ilişkin sonuçlar	86
Tablo 4.14. Sınıf seviyelerine ve sunum biçimlerine göre matematiksel örüntü başarı testi puanları.....	89
Tablo 4.15. Matematiksel örüntü başarı testindeki sunum biçimlerine ait soruların puanlarının sınıf seviyelerine göre ilişkisiz ölçümler için tek faktörlü ANOVA sonuçları	90
Tablo 4.16. Sınıf seviyelerine göre matematiksel örüntü başarı testindeki sunum biçimlerine ait soruların puanları arasındaki farkın kaynağını belirlemek üzere uygulanan post-hoc testine ilişkin sonuçlar	91
Tablo 4.17. Örüntülerin sunum biçimlerine göre matematiksel örüntü başarı testi puanları	92
Tablo 4.18. Matematiksel örüntü başarı testindeki sunum biçimlerine ait soruların puanları arasındaki korelasyon sonuçları.....	93
Tablo 4.19. Örüntü tiplerine göre matematiksel örüntü başarı testi puanları (n= 120)..	95
Tablo 4.20. Matematiksel örüntü başarı testindeki örüntü tiplerine ait soruların puanları arasındaki korelasyon sonuçları (n=120).....	96
Tablo 4.21. Soru tiplerine göre matematiksel örüntü başarı testi puanları (n=120)	100
Tablo 4.22. Matematiksel örüntü başarı testindeki örüntü tiplerine ait soruların puanları arasındaki korelasyon sonuçları (n=120).....	101

KISALTMALAR DİZİNİ

NAGC	:National Association for Gifted Children (Ulusal Üstün Yetenekli Çocuklar Derneği)
NCTM	:National Council of Teacher of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)
Bkz.	:Bakınız
s.	:Sayfa



ÖZET

ÜSTÜN YETENEKLİ VE NORMAL ÖĞRENCİLERİN MATEMATİKSEL ÖRÜNTÜ BAŞARILARININ İNCELENMESİ

DAYAN, Şükran
Yüksek Lisans Tezi
İlköğretim Anabilim Dalı
Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı
Tez Danışmanı: Doç. Dr. Hakan YAMAN
Temmuz-2017, 150 Sayfa

Bu araştırmanın amacı 4, 5, 6 ve 7. sınıfa devam eden üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel örüntülerdeki ilişkileri devam ettirmelerinin, ifade etmelerinin ve sembolize etmelerinin matematiksel örüntülerin hangi özelliklerine göre nasıl değiştiğini ve normal öğrencilerle nasıl bir farklılık gösterdiğini ortaya çıkarmaktır. Araştırma, 2015-2016 eğitim-öğretim yılında Bartın ilindeki sosyo-ekonomik düzeyi orta seviyede olan bir ilkokul ve ortaokuldaki 120 öğrenci ve yine Bartın ilinde Bilim ve Sanat Merkezi'deki 120 öğrenci üzerinde gerçekleştirilmiştir. Verilerin toplanması ve analizinde nicel araştırma yöntemi benimsenmiştir. Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından geliştirilen Matematiksel Örüntü Başarı Testi kullanılmıştır. Testin KR 20 güvenirlik katsayısı 0.88 olarak bulunmuştur. Matematiksel Örüntü Başarı Testi "Örüntü Sunum Biçimi", "Soru Tipi" ve "Örüntü Tipi" olmak üzere 3 boyuttan oluşmaktadır ve bu boyutlar ayrı ayrı analiz edilmiştir.

Araştırma sonucunda, üstün yetenekli öğrencilerin genel örüntü başarılarının normal öğrencilerin genel örüntü başarılarından anlamlı şekilde farklılaştığı görülmektedir. Ayrıca üstün yetenekli öğrencilerin sınıf seviyelerine göre örüntü başarıları arasında anlamlı farklılıklar bulunmuştur. 5. sınıfların ortalama puanı hariç diğer sınıfların ortalama puanı sınıf seviyesi arttıkça artmıştır. En düşük ortalamayı 5. sınıf öğrencileri elde etmiştir. Bunun yanı sıra, üstün yetenekli öğrencilerin örüntü sunum biçimlerine göre matematiksel örüntülerle ilgili başarıları arasında anlamlı farklılıklar bulunmuştur. Öğrenciler en yüksek ortalama puanına "Sayı Dizisi"

biçiminde sunulan örüntülerde sahip olurken, arkasından "Şekil" ve "Tablo" biçiminde sunulan örüntüler gelmektedir.

Araştırma bulgularına göre, üstün yetenekli öğrencilerin örüntü tiplerine göre matematiksel örüntülerle ilgili başarıları arasında anlamlı farklılıklar bulunmuştur. Öğrenciler "Tekrarlayan" örüntü tipindeki sorularda diğer örüntü tipindeki sorulara göre oldukça yüksek ortalama elde etmişlerdir. En düşük ortalamaya "Karesel Genişleyen" örüntü tipindeki sorularda sahip olmalarına karşın, "Doğrusal Genişleyen" örüntü tipindeki soruların ortalamasına oldukça yakındır.

Araştırma sonuçlarına göre, üstün yetenekli öğrencilerin soru tiplerine göre matematiksel örüntülerle ilgili başarıları arasında anlamlı farklılıkların olduğu görülmüştür. Öğrenciler "Sayısal İfade" soru tipini çok kolay yaparken, "Sözel İfade" soru tipinde oldukça zorluk yaşamışlardır. Öğrenciler "Sembolik İfade" soru tipinde ise ortalama bir başarı sergilemişlerdir.

Anahtar Kelimeler: Örüntü, genelleme, cebir, üstün yetenekli öğrenciler

ABSTRACT

THE EXAMINATION OF GIFTED AND NORMAL STUDENTS' MATHEMATICAL PATTERN ACHIEVEMENTS

DAYAN, Şükran

M. Sc. Thesis

Department of Primary Education

Discipline of Mathematics Teaching

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Hakan YAMAN

July-2017, 150 Pages

The purpose of this study is to find out how 4th, 5th, 6th and 7th grade gifted students' continuing connections of , explaining and symbolizing mathematical patterns change with respect to which mathematical pattern features and how these students differ from normal students. This study took place at the education year of 2015-2016 in Bartın with 120 students of middle class socioeconomic level from primary and elementary school and 120 students from Science and Art Centre. Quantitative methods used for data collection and analysis. The Mathematical Pattern Achievement Test developed by researcher used for data collection. Reliability coefficient KR 20 of test is 0.88. The Mathematical Pattern Achievement Test consists of “Presentation Pattern Style”, “Question Type”, and “Pettern Type” of three dimensions and these dimensions analyzed separately.

As a result of this study, gifted students' general pattern achievements meaningfully differ from normal students can be seen clearly. Also, gifted students' achievements meaningfully differ from when their grade level changed their achievements increased with their grade level up with exception of 5th grade. 5th grade students got lowest achievement scores. On the other hand, based on the pattern presentation formats significant differences were found between gifted students' mathematical pattern achieevements. The students got highest scores at “Numeric Sequence” than “ Forms” and “Tables” patterns.

As a result of findings of study, based on the pattern types significant differences were found between gifted students' mathematical pattern achievements. The students got very high scores at “Repeating” patterns questions. They got lowest scores at “Quadratic Growing” pattern questions but it is close to scores of “Linear Growing” pattern questions.

As a results of study, based on the question types significant differences were found between gifted students' mathematical pattern achievements. While the students could easily solve “ Numerical Expression” type questions, they had difficulties “Verbal expression” type questions. The students got average score at “Symbolic Expression” type questions.

Key Words: Pattern, generalization, algebra, gifted students

I. BÖLÜM

1. Giriş

Bu bölümde problem durumu, araştırmanın önemi ve amacı, problem cümlesi, alt problemler, sayıtlar, sınırlılıklar ve tanımlar üzerinde durulacaktır.

1.1. Problem Durumu

Matematik, nesneler ve nesneler arasındaki ilişkiler hakkında muhakeme alanı olarak görülmekte ve bu nesneler ve nesneler arasındaki ilişkiler hakkındaki iddiaların doğruluğunu araştırmakta ve incelemektedir. (Carpenter, Franke ve Levi, 2003). Kısacası matematik, bir örüntü bilimi olarak adlandırılmaktadır (Steen, 1990). Bu örüntüleri anlamak ve ifade etmek için ise cebire ihtiyaç duyulmaktadır.

Cebir bilgisi, matematiğin yanı sıra diğer bilimlerde de problem çözme için gereklidir (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1992). Cebir, sadece problem durumlarında değil aynı zamanda problemlere farklı çözüm yolları üretmeyi ve problemleri daha da basitleştirmeyi sağlamak için kullanılabilir (Bednarz, Kieran ve Lee, 1996). Ayrıca, cebir istatistik ve veri analizi, fizik, bilgisayar teknolojileri, bilgi sistemi, ekonomik planlama ve modelleme, mimari gibi birçok alanda da kullanılmaktadır (Usiskin, 1995).

Cebir kavramı literatürde araştırmacılar tarafından farklı şekillerde tanımlanmıştır. Usiskin (1995)'e göre cebir, bir genelleme dilidir. Kieran (2007)'ye göre ise cebir, harfli sembollerin kullanıldığı bir alandır. Katz (2007) cebiri, teknolojik geleceğe açılan bir kapı olarak isimlendirilmektedir. Cebir aritmetiğin özelliklerini genellemeyi, nicelikler arasındaki ilişkileri tanımlamayı ve analiz etmeyi, yapıları ve özellikleri temsil etmeyi sağlayan sembolik bir dildir (Christmas ve Fey, 1990; Pollak, 1995). Ayrıca cebir matematiksel modeller veya gerçek yaşam durumlarının temsillerini

yaratmayı, örüntüleri ve nicelikler arasındaki ilişkiyi temsil etmek için matematiksel bir dil kullanmayı ve istatistiksel verileri işlemeyi ve yorumlamayı sağlar (Christmas ve Fey, 1990).

Cebirin kökeni çocukların sayıların nasıl çalıştığı ile ilgili belli kuralları fark ettiği erken sınıflara kadar dayanır. Başlangıçtan itibaren sayıların ve işlemlerin özellikleri hakkında geliştirdikleri bilgiler daha sonra cebir olarak genellenir (MacGregor ve Stacey, 1999). Örüntü bulma aktivitelerinde cebirsel anlam oluşturma uğraş gerektiren bir çalışmadır. Örneğin, öğrenciler 1 3 5 7... örüntüsünde 2 eklenmesi gerektiğini söyleyebilmektedirler. Ancak, bu aritmetiksel bir genellemedir. Bunun cebirsel olabilmesi için öğrencinin 25. sıradaki sayıyı ve herhangi bir sıradaki sayıyı gösteren bir ifade yazması gerekmektedir. Bu nedenle aritmetikten cebirsel genellemelere geçmek zaman alan bir süreçtir (Kieran, 2007).

Araştırmacılar aritmetikten cebirsel muhakemeye geçişin okullarda olabildiğince erken dönemde başlaması gerektiğini belirtmektedir (Dobrynina, 2001; Kieran ve Chalouh, 1993; Steen, 1995; Usiskin, 1997). NCTM (2000) cebirin öneminden bahsetmekte ve anaokulu öncesinde cebirsel muhakemenin gelişimine vurgu yapmaktadır. Mathematics Learning Study Committee (2001) cebirin sayılardan ve aritmetikten oluştuğundan dolayı ilk cebir eğitiminin anasınıfı öncesi seviyesinde başlaması gerektiğine işaret etmektedir. Kieran (1992) ise cebirsel kavramlar ile aritmetik kavramlar arasındaki ilişkinin öğrencilerin hem aritmetik hem de cebirsel muhakeme yeteneklerini kolaylaştıracağını, öğrencilerin erken dönemde kavramsal anlayış oluşturacağına ve daha karmaşık matematik problemleri için olumlu bir eğilim geliştireceğini savunmaktadır.

Araştırmalar, NCTM (2000)'in belirttiği erken dönem cebir eğitimi desteklemekte ve öğrenciler için zor bir konu olarak bilinen cebirin öğretiminde farklı eğitimsel yaklaşımların geliştirilmesinin önemine dikkat çekmektedir. Ortaokul öğrencilerinin cebir ile ilk tanışmasında soyut semboller içeren kuadratik formülleri çözmesi beklenmemektedir. Bundan ziyade cebir hakkında nasıl düşündüğü analiz edilmektedir. Cebir, sadece doğrusal eşitlikleri çözmek için değil aynı zamanda

modelleme, örüntüyü bulma ve yapıları anlamaya yarayan mantıklı bir yol bulmak için de kullanılabilir. Bu nedenle öğrencilerin daha çok sayısal olarak düşünmeye, sayılar arasındaki ilişkiyi inceleyebilmeye ve sembolleri kullanma yolları hakkında düşünmeye ihtiyacı vardır (Yackel, 1997). Ayrıca kuralları hatırlamaktan ziyade nasıl genelleme yapılacağını öğrenme cebiri daha kullanışlı yapmaktadır (Fouche, 1997).

Erken cebir öğreniminin önemiyle beraber, yapılan çalışmalarda öğrencilerin genellemeyi ifade etme ve sayısal genişleyen örüntülerin kuralını bulmaya yönelik yetenekleri araştırılmıştır (Stacy, 1989). NCTM (2000)'in cebirin aşamaları olarak kabul ettiği "örüntü, ilişki ve fonksiyon" kavramlarının cebir öğrenimi için önemli bir temel oluşturduğu kabul edilmektedir (Orton ve Orton, 1999; Lannin, 2003). Küçük yaştaki öğrencilerin örüntüleri inşa etme sürecinde birçok matematiksel kavram geliştirdiği görülmüştür (Schultz, 1991). Ayrıca öğrencilerin örüntüleri kavramaları, değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme, muhakeme etme ve temsil etmelerine yardımcı olmaktadır (Ferrini-Mundy, Lappan ve Phillips, 1997). Bu nedenle NCTM (2000) öğrencilerin geometrik ve sayı örüntüleriyle ilgili ileri düzey genellemeleri yapabilecek ve örüntüleri sözel, tablo ve grafik biçiminde sunabilecek hale geleceğini düşünerek erken dönem örüntü aktivitelerine başlanması gerektiğini önermektedir.

Lee (1996)'ya göre, "Örüntüler, matematiğin kalbi ve ruhudur." (s.103). Matematiğin gücü ise örüntü ve genellemeleri içeren ilişki ve dönüşümlerde saklıdır (Sfard, 1991). Bu nedenle matematik eğitiminin odağında, öğrencilerin genelleme ve ifade etme yeteneklerini destekleyen çalışmalar yer almalıdır (Kaput ve Blanton, 2001). Ancak, denklem çözmenin veya tamsayılarla işlem yapmanın aksine örüntülerin keşfi müfredatta bir konu veya etkinlik olarak yer almayabilir. Aslında, cebir ve matematiğin tamamı örüntülerin genellenmesi ile ilgilidir. Bu nedenle, öğrencilerin ilgisini matematiksel çalışmalara çekmek için matematiğin çok geniş bir alanında örüntülere vurgu yapılmalıdır (Lee, 1996).

1.1.1. Matematiksel olarak üstün yetenekli öğrencilerle normal öğrencilerin karşılaştırılması

Matematiksel olarak üstün yetenekli öğrencilerin yetenekleri belirlenirken, sadece soruları daha hızlı ve doğru bir şekilde cevaplamanın ötesinde normal öğrencilerle arasında oluşan farklara bakılmaktadır. Aslında, bilişsel nörobilim araştırmaları matematiksel olarak üstün yetenekli öğrencilerin beyinlerinin normal öğrencilerin beyinlerinden hem niceliksel hem de niteliksel olarak bazı farklılıklar gösterdiğini ortaya çıkarmıştır (O'Boyle, 2008). Diğer bir deyişle üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel yetenekleri normal öğrencilerden daha hızlı gelişirken aynı zamanda, beyinleri matematiksel problemleri daha farklı işlemektedir. Ayrıca, bu tür öğrenciler daha etkili hafızaya sahiptirler ve sayısal ve uzaysal bilgileri daha iyi işlerler (Perleth ve Mönks, 2000). Benzer şekilde, üstün yetenekli öğrenciler matematiksel problemleri çözmede gerekli gibi görünen bazı adımları atlamalarını sağlayan ender bir kavrayışa sahiptirler (Davis ve Rimm, 2004; Krutetskii, Wirsup ve Kilpatrick, 1976). Bunların yanı sıra biliş ötesi bilgi ve kontrol, üstün yetenekli öğrencilerde normal öğrencilerden daha erken dönemde gelişmektedir (Schraw ve Graham, 1997). Dahası, matematiksel olarak üstün yetenekli öğrenciler akranlarına göre stratejileri daha rahat kullanabilmekte ve yeni durumlara daha kolay uygulayabilmektedir (Carr, Alexander ve Schwanenflugel, 1996). Üstün yetenekli öğrenciler, problemlerin yüzeysel özelliklerinden ziyade kavramsal temellerine odaklanmakta ve matematiksel kavramları genellemeyi içeren problemlerin yapısındaki benzerlikleri daha hızlı soyutlayabilmektedirler (Krutetskii ve diğerleri, 1976; Sriraman, 2003). Son olarak, normal öğrenciler matematiği daha çok formül, olgu ve işlem olarak görürken, üstün yetenekli öğrenciler matematiksel bilgiyi önemli düşünce ve bu düşünceler arasındaki ilişkinin tutarlı bir sistemi olarak görme eğilimindedirler (Grouws, Howald ve Colangelo, 1996,).

1.1.2. Üstün yetenekli öğrencilerde cebir kavramının gelişimi ve genelleme becerileri

Araştırmacılar, öğrencilerin genelleme yapabilme ve karmaşık problemleri çözme yetenekleri ile zeka arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir (Frensch ve Sternberg, 1992). Greenes (1981), matematiksel olarak üstün yetenekli öğrencilerin kendiliğinden oluşturdukları soyutlama ve genelleme becerilerinin normal öğrencilerden farklılık gösterdiğini iddia etmektedir. Ayrıca, üstün yetenekli öğrenciler ile normal öğrencilerin okul öncesi dönemde de genelleme becerileri arasında önemli farklılıklar görülmüştür (Kanevsky, 1990).

Krutetskii ve diğerleri (1976) yaptıkları araştırmada, üstün yetenekli öğrencilerle normal öğrencilerin genelleme yeteneklerini analiz etmiştir. Farklı yeteneklere sahip öğrencileri, hem genelleme yeteneği hem de genellemeyi hatırlama yeteneğindeki farklılıklar açısından tanımlamıştır. Araştırmanın örneklemini çeşitli matematiksel yeteneklere sahip toplam 19 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmanın sonucunda, üstün yetenekli öğrencilerin daha hızlı ve daha kapsamlı matematiksel genellemeler oluşturduğu görülmüştür. Ayrıca, üstün yetenekli öğrencilerin problemi çözmeden önce problemin genel yapısını kolaylıkla fark edebildikleri anlaşılmıştır. Öğrencilerden genellemeyi doğru bir şekilde sembolleştirmeleri istendiğinde gerekli durumlarda soyutlama yaptıkları ve benzerlikleri, yapıları ve ilişkileri belirleyebildikleri görülmüştür.

1.2. Araştırmanın Önemi ve Amacı

Cebir, örüntü ve genelleme arasındaki ilişki birçok araştırmacı tarafından incelenmiştir. İlk olarak Usiskin (1988) cebiri, aritmetiğin genellenmiş hali olarak tanımlamıştır. Bu bağlamda değişkenlerin, örüntülerin genellenmesi olduğu söylenebilir. Dahası Usiskin, cebir eğitimi dönüşüm ve genelleme olarak iki kelimeyle özetlemektedir. Kaput (1999) ise cebiri, örüntülerin oluşumu ve genelleme olarak tanımlamaktadır. Ayrıca Kaput (1999) aritmetik, geometri ve modelleme durumları gibi farklı alanlarda ve erken dönemde genellemeyi gerektiren bir eğitim programı

önermektedir. Sonuç olarak, yapılan birçok araştırmada eğitim programlarının cebirsel muhakemeye olanak tanıyacak şekilde yapılandırılması gerektiğinden bahsedilmektedir.

NCTM (2000), öğrenciler için zor bir konu olarak bilinen cebir öğretimi için farklı eğitimsel yaklaşımların geliştirilmesinin önemini belirtmiştir. Yapılan araştırmalara göre, öğrencilerin genelleme ve sembolize etme yeteneklerini geliştirmede, özellikle de cebirsel düşünmenin gelişimini desteklemede örüntüler önemli bir rol oynamaktadır (Amit ve Neria, 2008; Becker ve Rivera, 2005; English ve Warren; 1998; Sriraman, 2003; Zazkis ve Lijendak, 2002). Birçok çalışma fonksiyonel ilişkileri tanıma, deneme, ifade etme, genelleme ve sembolize etmenin cebirsel düşünme için bir temel teşkil ettiğini ileri sürmektedir (Bednarz, Kieran & Lee, 1996; Orton ve Orton, 1999). Bu nedenle öğrencilerin örüntüleri nasıl algıladıkları, cebirsel düşünmeye temel teşkil etmesi açısından önemlidir.

Matematiksel olarak üstün yetenekli olan öğrenciler akranlarından daha farklı öğrenmektedirler. Bu öğrenciler özel ihtiyaçlarını karşılamak için farklılaştırılmış bir eğitim programına ihtiyaç duyarlar (Cross ve Coleman, 2005). Bu nedenle müfredatta yer alan örüntülerle ilgili kazanımlarda üstün yetenekli öğrencilerin ne kadar başarılı olduğunun bilinmesi önemlidir. Ayrıca okullarda üstün yetenekli öğrencilerle normal öğrencilere verilen aynı eğitimin farklı etkilerinin gözlemlenmesi mümkün olmuştur.

1.3. Problem Cümlesi

4, 5, 6 ve 7. sınıfa devam eden üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel örüntülerdeki ilişkileri devam ettirmesi, ifade etmesi ve sembolize etmesi matematiksel örüntülerin hangi özelliklerine göre değişmektedir ve normal öğrencilerle bir farklılık oluşmakta mıdır?

1.4. Alt Problemler

- 1) Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin örüntü testi genel başarıları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?
- 2) Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin örüntünün sunum biçimine göre örüntü testi başarıları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?
- 3) Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin örüntü tipine göre örüntü testi başarıları arasında anlamlı farklılık var mıdır?
- 4) Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin soru tipine göre örüntü testi başarıları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?
- 5) Üstün yetenekli öğrencilerin sınıf seviyeleri açısından örüntü testi genel başarıları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?
- 6) Üstün yetenekli öğrencilerin sınıf seviyeleri açısından örüntü tipine göre örüntü testi başarıları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?
- 7) Üstün yetenekli öğrencilerin sınıf seviyeleri açısından soru tipine göre örüntü testi başarıları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?
- 8) Üstün yetenekli öğrencilerin sınıf seviyeleri açısından örüntünün sunum biçimine göre örüntü testi başarıları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?
- 9) Üstün yetenekli öğrencilerin örüntülerin sunum biçimine göre örüntü testi başarıları arasında anlamlı bir ilişki var mıdır?
- 10) Üstün yetenekli öğrencilerin örüntü tiplerine göre örüntü testi başarıları arasında anlamlı bir ilişki var mıdır?
- 11) Üstün yetenekli öğrencilerin soru tiplerine göre örüntü testi başarıları arasında anlamlı bir ilişki var mıdır?

1.5. Sayıtlılar

- 1) Öğrenciler, matematiksel örüntü başarı testine samimi cevap vermişlerdir.

1.6. Sınırlılıklar

Bu araştırma,

- 1) İlkokul ve Ortaokul Matematik Programı'nda yer alan örüntüler konusu ile sınırlıdır.
- 2) 2015-2016 eğitim-öğretim yılı güz dönemi, Bartın Bilim ve Sanat Merkezi'ne devam eden 120 öğrenci ve ortaokula devam eden 120 öğrenci olmak üzere toplam 240 öğrenci ile sınırlıdır.

1.7. Tanımlar

Örüntü: Düzenli dizilmiş, tekrar eden nesne veya şekillerin oluşturduğu yapıdır (Olkun ve Toluk Uçar, 2006).

Doğrusal (Lineer) Genişleyen Örüntü: Takip eden her bir terimin bir öncekine sabit bir sayı ilave edilerek elde edildiği ve örüntünün kuralının ya da ilişkisinin doğrusal bir denklemle açıklanabildiği örüntülerdir (Olkun ve Yeşildere, 2007, s.13).

Karesel (Kuadratik) Genişleyen Örüntü: Takip eden terimler arası farkların arttığı ya da azaldığı ve kuralı ikinci dereceden bir denklemle ifade edilebilen örüntülerdir (Tanışlı ve Olkun, 2009).

Tekrarlayan Örüntü: Belirli bir tekrar eden birimi olan örüntülere "tekrarlayan örüntü" denir (Threlfall, 1999).

Üstün Yeteneklilik: Normlardan nitelik olarak farklılaştığının farkında olma, içsel deneyimlerle yaratmada yoğun bir birleşim ve ileri bilişsel becerilerde eş zamanlı olmayan gelişimdir (Silverman, 2010).

II. BÖLÜM

2. Kuramsal Çerçeve ve İlgili Literatür

2.1. Kuramsal Çerçeve

Örüntüler, sunum biçimlerine ve yapılarına göre gruplara ayrılabilirler. Bu bölümde örüntü tipleri, örüntü sunum biçimleri ve örüntü çözüm stratejilerine yer verilmiştir.

2.1.1. Örüntü tipleri

Çocukların erken yaşlarda keşfettiği iki örüntü tipi vardır. Bunlar tekrarlayan örüntü ve genişleyen örüntüdür. Bu örüntüler genellikle genelleme yapmak için kullanılır. Çocuklar genelleme yaparken bazı sorular sorarlar. Mesela: Bir sonraki adım nedir?, Hangi bölüm tekrar etmektedir?, Hangi bölüm kayıptır? gibi... Tekrarlayan ve genişleyen örüntüler, çocukların fonksiyonel düşünme becerilerini geliştirir ve iki veri arasındaki ilişkiyi keşfetmelerine yardımcı olur (Warrenve Cooper, 2006).

2.1.1.1. Tekrarlayan örüntüler

Belirli bir tekrar eden birimi olan örüntülere "tekrarlayan örüntü" denir (Threlfall, 1999). Örüntü, örüntünün daha küçük bölümlerinin tekrar edilen uygulamaları tarafından genellenebilen döngüsel bir yapısına sahiptir. Bu ifade şu tarz örüntüleri içerir: A, B, A, B, ... , haftanın günleri veya mozaik döşeme süslemeleri. Burada amaç tekrar eden birimi, örüntünün elemanlarının daha küçük alt kümesi olarak

tanımlayabilmektir. Ayrıca ABAB.... ve hatta ABABAB.... gibi her iki örüntünün de tekrar eden biriminin AB olduğu söylenebilir.

ABABAB...	örüntünün tekrar eden kısmı 2 birim uzunlukta - AB
ABcABc...	örüntünün tekrar eden kısmı 3 birim uzunlukta - ABc

Örüntülerin belli başlı ana temeli periyodik (tekrarlayan) doğasıdır. Uzunluğu n tekrar birimi ile tekrarlamalı örüntü göz önüne alındığında bir sonraki elemanı tespit etmek için iki yol vardır:

1. Örüntüde her eleman ve ilk n. eleman arasında bir eşitlik vardır.
2. Örüntüde her eleman ve n. elemandan önceki elemanların pozisyonları arasında bir eşitlik vardır.

Tekrar biriminin uzunluğu tekrarlı örüntü arasında bir izomorfizm (eşbiçimcilik) yaratmaktadır. Böylece; ABAB... ve alkış, tekme, alkış, tekme... izomorfiktir. Bu genellikle tekrarlı örüntünün transferi olarak adlandırılır (Liljedahl, 2004).

Bir tekrarlayan örüntü aranırken takip edilmesi gereken bir sıra vardır. Bu sıra aşağıdaki gibidir.

1. *Örüntüyü Kopyalama:* Öncelikle çocuklara aşağıdaki tekrar eden örüntü verilir. Daha sonra çocuklardan üçgen ve daireyi kullanarak örüntüyü kopyalamaları istenir.



2. *Örüntüyü Devam Ettirme:* Bu aşamada çocukların tekrar eden örüntüyü anlayıp anlamadıklarını fark etmek için aşağıdaki gibi sorular sorulabilir. Aşağıdaki örüntü oluşturulabilir ve çocuklara şu sorular sorulabilir: "Daireden sonra hangi şekil gelmektedir? Üçgenden önce hangi şekil gelmektedir?" Daha sonra örüntüyü her iki tarafa doğru genişletmeleri istenebilir.



3. *Tekrarlayan Elemanı Belirleme:* Bu aşamada örüntüyü oluşturan elemanların isimleri yüksek sesle söylenerek (üçgen, daire, üçgen, daire, üçgen, daire) çocuklardan tekrar eden kısmı tanımlamaları istenebilir. Daha sonra bir ip parçasıyla tekrar eden kısmın çevrenmesi istenebilir.



4. *Örüntüyü Tamamlama:* Tekrarlayan bir örüntü yaratılabilir ve çocuklardan örüntüyü devam ettirmeleri ve örüntünün tekrar eden kısmını belirlemeleri istenebilir. Çocukların gözleri kapalı iken örüntünün bazı elemanları kaldırılabilir. Daha sonra çocuklardan gözlerini açmaları istenir ve hangi şeklin kaldırıldığı sorulabilir.



5. *Bir Örüntü Yaratma:* Bu aşamada öğrenciler kendi tekrarlayan örüntülerini yaratmaları için cesaretlendirilmelidir. Daha sonra çocuklara "O neden tekrarlayan örüntüdür? Bana tekrarlayan kısmı gösterir misin? Bu örüntüyü nasıl devam ettirebilirsin?" vb. sorular sorulur.

6. *Bir Örüntüyü Farklı Bir Ortama Transfer Etme:* Bu süreç matematiğin tüm seviyelerinde çok kritiktir. Öğrencilerin farklı bağlayıcı temsilleri geliştirmelerine, ortak yönleri ve farklılıkları görmede yardımcı olur. Bu farklılıklar genelde yüzeysel farklılıklardır. Örneğin; koş, zıpla, koş, zıpla yerine üçgen, daire, üçgen, daire kullanmak gibi. Ortak yönler ise matematiğin yapısal görünüşü ile ilgilidir. Mesela bir örüntü iki elemandan oluşuyor ve bir eleman diğerinin arkasından gelerek tekrar ediyor gibi (Warren ve Cooper, 2006).

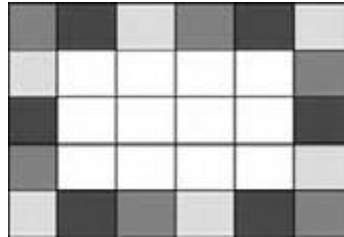
Papic (2007) tekrarlayan örüntüleri lineer (doğrusal), döngüsel ve sek sek olmak üzere üç başlık altında toplamıştır.

1. Doğrusal Örüntüler: Tekrarlayan örüntüler genellikle lineer formdadır. Lineer örüntüler farklı yönlerde genişleyebilir ve çok sayıda tekrar edebilir. Mesela ABABAB, tipik bir tekrar eden lineer örüntüdür. Bu tip örüntülerin elemanları dikey, yatay veya diyagonal olarak sunulabilir. Aşağıdaki şekilde farklı renkteki bloklarla yapılmış doğrusal örüntü kulelerinin bir örneği bulunmaktadır. Burada çocuklardan 9 tane renkli blokları kullanarak ABCABCABC kulesi yapmaları istenebilir. Daha sonra ABCABCABC kulesini hafızadan çizmeleri sağlanabilir. Çocuklara örüntünün tekrar eden sayısı sorulabilir ve örüntünün tekrar eden birimini tanımlamaları istenebilir.



Şekil 2.1. ABCABCABC kulesi ve hafızadan çizilen ABCABCABC kulesi

2. Döngüsel Örüntü: Döngüsel örüntülerin belirli bir başlangıç ve bitiş noktası yoktur. Aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi basit şekilde tekrarlayan sınır örüntüleridir. Burada çocuklardan renkli karo parçaları kullanarak sınırlı bir örüntü oluşturmaları istenebilir. Bu sınırlı örüntünün belirli bir başlangıç ve bitiş noktasının olmaması tanımlatılabilir. Tekrar eden birimin (kırmızı, mavi, yeşil) tanımı yaptırılabilir. Daha sonra öğrencilerden farklı bir tekrar birimine (mavi, yeşil, kırmızı) sahip örüntü oluşturmaları istenebilir.



Şekil 2.2. Döngüsel örüntü örneği

3. *Seksek Örüntü*: Seksek örüntü ile yatay ve dikey kare karolar ile tekrar birimini döndürmek için öğrencilerin yeteneklerini keşfetmek amaçlanır. Burada örüntünün yönünü değiştirmek ve öğrencilerin yeteneklerini transfer etmesi incelenir. Aşağıdaki şekilde farklı yönlerde devam eden bir seksek örüntü örneği verilmiştir. Burada öğrencilerden karoları kullanarak üç kez tekrar eden bir seksek örüntü şablonu oluşturmaları istenebilir. Daha sonra oluşturulan seksek örüntüyü hafızadan çizmeleri söylenir (Papic, 2007).



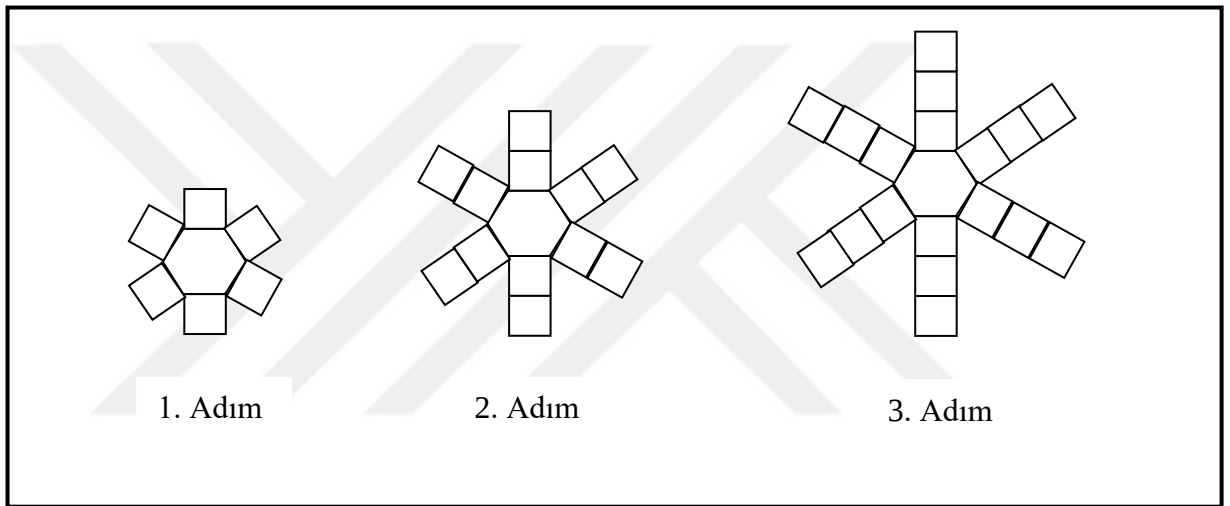
Şekil 2.3. Seksek örüntü örneği ve hafızadan çizilen seksek örüntü örneği

2.1.1.2. Genişleyen (Değişen) Örüntüler

Düzenli olarak artan veya azalan örüntülere "genişleyen örüntü" denir. Tanımlanan örüntüler içinde ardışık terimler arasındaki ilişkideki veri grubunun değişkenini temsil ederler (Warren, 2005). Tekrarlayan ve genişleyen örüntülerde şekiller, renkler, hareket, duygu ve ses kullanılabilir. Tipik olarak küçük çocuklardan örüntüyü devam ettirmeleri, tekrarlayan veya genişleyen bölümü tanımlamaları ve verilmeyen elemanı bulmaları istenir. Küçük çocuklara cebiri tanıtmak için kullanılan yaklaşımlar görsel örüntülerin erken keşfini ve cebiri genellemek için örüntüyü kullanmalarını sağlar. Bu, fonksiyonel düşünerek ve iki veri grubu arasındaki ilişkiyi düşünerek gerçekleştirilir.

Genişleyen örüntüler dört başlık altında gruplanmaktadır (Tanışlı ve Olkun, 2009).

a) Aritmetik Genişleyen Örüntüler: Takip eden her bir terimin bir öncekine sabit bir sayı eklenerek elde edildiği örüntülere "aritmetik genişleyen örüntü" denir. Örüntünün kuralı ya da ilişkisi doğrusal bir denklemle açıklanabilir (Olkun ve Yeşildere, 2007, s.13). Örneğin; birinci terimi a_1 ve terimler arası fark d olmak üzere terimleri $a_1, a_1+d, a_1+2d, a_1+3d, \dots$, olan örüntünün n . terimi $a_n=a_1+(n-1)d$ 'dir (Tanışlı ve Olkun, 2009). Şekil 2.4'de aritmetik genişleyen örüntülere bir örnek verilmiştir.



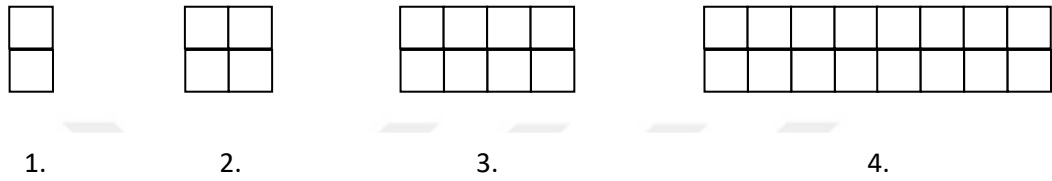
Şekil 2.4. Aritmetik genişleyen örüntü örneği

Örüntünün benzer değişim gösterdiği aralığa "örüntünün adımı" denir (Olkun ve Yeşildere, 2007, s.13). Örnekteki örüntünün her bir adımında bir altıgen ve 6 kare bulunmaktadır. Adımlar arttıkça her bir adıma ekstradan 6 kare daha eklenmektedir. Aritmetik genişleyen örüntüler örnekteki gibi şekil biçiminde sunulabileceği gibi sayı dizisi, tablo ve sözel problem biçiminde de sunulabilmektedir.

Adım Sayısı	1 ↓	2 ↓	3 ↓	4 ↓
Kare Sayısı	6	12	18	?

Şekil 2.5. Aritmetik genişleyen örüntünün tablo biçiminde sunulması

b) Geometrik Genişleyen Örüntüler: Takip eden terimlerin bir oran dahilinde değiştiği örüntülere "geometrik örüntüler" denir. Örüntünün kuralı ya da ilişkisi ikinci derece veya diğer üslü nicelikli denklemlerle açıklanabilmektedir (Olkun ve Yeşildere, 2007, s.13). Örneğin; birinci terimi a_1 ve ardışık iki terimin oranı r olmak üzere terimleri $a_1, a_1.r, a_1.r^2, a_1.r^3, \dots$, olan örüntünün n . terimi $a_n = a_1.r^{n-1}$ dir (Tanışlı ve Olkun, 2009). Şekil 2.6'da geometrik genişleyen örüntüye bir örnek verilmiştir.



Şekil 2.6. Geometrik genişleyen örüntü örneği

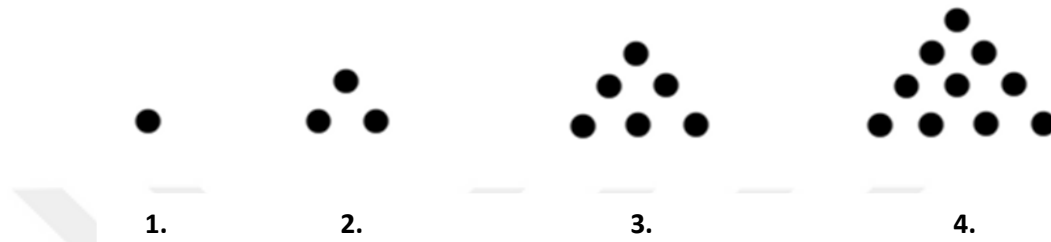
Adım Sayısı	1	2	3	4	n
Kare Sayısı	2	4	8	16	
Örüntünün Kuralı	$2.2^{1-1}=2.2^0$	$2.2^{2-1}=2.2^1$	$2.2^{3-1}=2.2^2$	$2.2^{4-1}=2.2^3$	2.2^{n-1}

Şekil 2.7. Geometrik genişleyen örüntünün tablo biçiminde sunulması

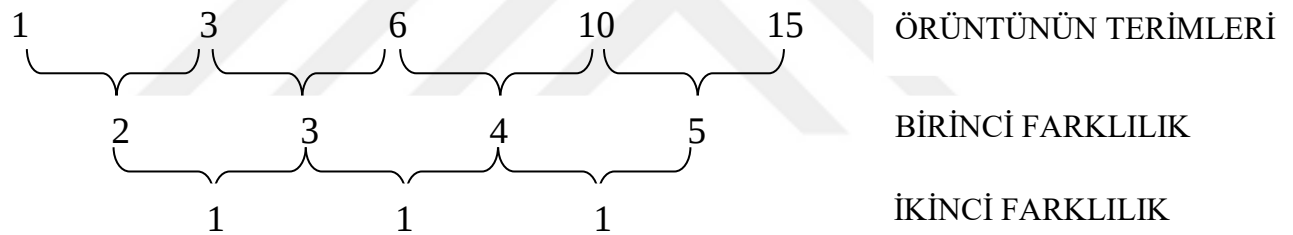
Örnekteki örüntüde her bir adım sayısı için karşılık gelen kare sayıları verilmiştir. Adım sayısı ilerledikçe kare sayıları arasında hep 2 katlık bir ilişki bulunmaktadır. Bu nedenle örüntünün elemanları $2, 2.2, 2.2^2, 2.2^3, \dots$ şeklinde devam etmektedir. Geometrik genişleyen örüntüler şekil ve tablo biçiminde sunulabileceği gibi sayı dizisi ve sözel problem biçiminde de sunulabilmektedir.

c) Artarak Genişleyen Örüntüler: Takip eden terimler arası farkların arttığı ya da azaldığı örüntülere "artarak genişleyen örüntüler" denir. Bu tür örüntüler arasında terimler arasında sabit farklar yoktur. Fakat farklar arasındaki farka bakıldığında 2. ya da 3. adımda sabit farklara ulaşılabilir. Artarak değişen örüntünün kuralı ya da

ilişkisi ikinci derece ya da üçüncü derece denklemlerle açıklanabilir. Örneğin; a , b , c birer sabit olup, n örüntüdeki terim (adım) sayısını, a_n ise örüntünün n . sıradaki terimini göstermek üzere $a_n = an^2 + bn + c$ ya da a , b , c , d birer sabit olup, n örüntünün terim sayısını, a_n ise örüntünün n . sıradaki terimini göstermek üzere $a_n = an^3 + bn^2 + cn + d$ biçimindedir (Tanışlı ve Olkun, 2009). Şekil 2.8'de artarak genişleyen örüntülere bir örnek verilmiştir.



Şekil 2.8. Artarak genişleyen nokta örüntüsünün şekil biçiminde sunulması



Şekil 2.9. Artarak genişleyen örüntü örneğinin sayı dizisi biçiminde sunulması

Örnekteki örüntünün terimleri arasındaki fark sabit değildir. Terimler arasındaki farklar 2, 3, 4, 5, ... olarak ilerlemektedir. Fakat burada her bir farkın arasındaki farkın da 1 olduğu görülmektedir. Bu da örüntünün kuralının ikinci dereceden bir denklemle ifade edilebileceğini göstermektedir. Bu örüntü şekil ve sayı dizisi biçiminde sunulmuştur. Bunun yanında tablo ve sözel problem biçiminde de sunulabilmektedir.

Kuralı ikinci dereceden bir denklemle ifade edilebilen örüntülere karesel (kuadratik) genişleyen örüntüler de denmektedir (Tanışlı ve Olkun, 2009). Tokalaşma problemi, kuadratik genelleme problemlerinin en ünlü olanıdır (Bkz. Şekil 2.10). Çünkü n tane kişi birbiriyle tokalaşırsa $\frac{n(n-1)}{2}$ tane tokalaşma meydana gelir (Stacey, 1989).

Büyük bir partide olduğunuzu hayal edin. Partideki herkes diğer insanlarla tokalaşmaya başladı. Eğer 2 kişi tokalaşırsa, 1 tokalaşma meydana gelir. Eğer bir grupta 3 kişi varsa ve herkes gruptaki diğer insanlarla tokalaşırsa 3 tokalaşma meydana gelir. Eğer grupta 4 kişi varsa ve herkes gruptaki diğer insanlarla tokalaşırsa 6 tokalaşma meydana gelir.

1. Eğer grupta 10 kişi olsaydı kaç tokalaşma meydana gelecekti?
2. Eğer grupta 100 kişi olsaydı kaç tokalaşma meydana gelecekti?
3. Bunu hesaplamaya yardımcı olacak bir kural kullanabilir misiniz? Bunu nasıl hesapladınız?

Şekil 2.10. Tokalaşma problemi

Kişi Sayısı	1	2	3	4	5
Tokalaşma Sayısı	0	1	3	6	10

Şekil 2.11. Tokalaşma probleminin tablo biçiminde sunulması

Tokalaşma sayısına bakıldığı zaman aradaki fark sabit değildir. Ancak ikinci farklar sabittir. Bu da örüntünün n . adımının ikinci dereceden bir ifadeyle çözülebileceği anlamına gelir. Zaten çözüme bakıldığında $\frac{n(n-1)}{2}$ tane tokalaşma meydana gelmektedir. Bu da ikinci dereceden bir ifadedir.

d) Diğer Örüntüler: Ne aritmetik, ne geometrik ne de artarak olmayan ancak bir düzen içerisinde değişen başka örüntüler de vardır. Örneğin Fibonacci örüntüsü gibi. Bu örüntünün terimleri ardışık iki terimin toplanmasıyla elde edilir. Örüntünün kuralı ya da ilişkisi ise, a_1 birinci terim, a_2 ikinci terim, a_3 üçüncü terim ve a_n n . terim olmak üzere $n = 3, 4, 5, \dots$ için $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ dir (Tanışlı ve Olkun, 2009).

Bir çift tavşan (bir erkek, bir dişi) kümise koyulur. İki ay sonra bu tavşanların bir erkek ve bir dişi yavruları olur. Bundan sonra her ay bir çift yavruları olur. Bu örüntü devam eder. İki aydan sonra her tavşan çiftinin bir çift yavrusu olur ve bundan sonraki her ayda ek bir çift yavruları olur. Bir yıl sonunda kaç çift olacaktır?

Şekil 2.12. Diğer örüntü tipine bir örnek

Bu örüntü Fibonacci sayı dizisi olarak adlandırılmaktadır. Bu örüntünün her bir terimi kendinden önceki iki terimin toplanmasıyla elde edilmektedir. Bu örüntünün çözümü aşağıda (Bkz. Şekil 2.13) verilmektedir.

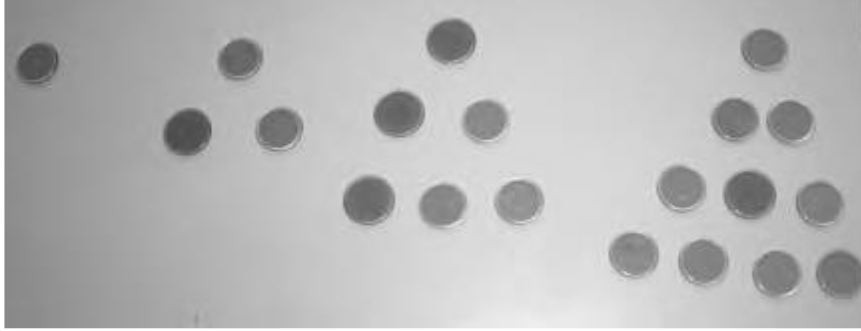
Ay	Tavşan Çiftleri	
1	1	
2	1	
3	2	İki aydan sonra ilk çiftin iki yavrusu olur.
4	3	İki çiftin ikinci kez iki yavrusu olur.
5	5	İlk yavruların iki yavrusu olur.
6	8	Bu şekilde devam eder.
7	13	Bu şekilde devam eder.
8	21	
9	34	
10	55	
11	89	
12	144	

Şekil 2.13. Fibonacci sayı dizisinin çözümü

Bu tabloya göre 12 ay sonunda 144 tane tavşan çifti oluşacaktır. Yukarıda fibonacci sayı dizisi sözel problem ve tablo biçiminde sunulmuştur. Ayrıca şekil ve sayı dizisi biçiminde de sunulabilmektedir (Olkun ve Yeşildere, 2007).

Papic (2007) çalışmanın ikinci yılındaki anasınıfı öğrencileri ile görüşmüştür. Bu öğrenciler daha önce genişleyen örüntüyle karşılaşmamışlardır. Buna rağmen çocukların çoğu örüntüleri inşa edebilmiş, genişletebilmiş, betimleyebilmiş ve doğrulayabilmiştir. Genişleyen üçgensel sayı örüntüsünü (1, 3, 6, ...) devam ettirebilmişler ve üçgensel nokta örüntüsü olarak sunabilmişlerdir (Bkz. Şekil 2.14). Ayrıca genişleyen karesel sayı örüntüsünü (1, 4, 9, ...) devam ettirebilmişler ve örüntüyü karolarla inşa etmişlerdir (Bkz. Şekil 2.15). Karşılaştırıldığında müdahale

edilmeyen öğrenciler genişleyen örüntüyü ilerletememişler ve tanımlayamamışlardır. Aşağıda üçgensel genişleyen ve karesel genişleyen örüntülere örnekler verilmiştir.



Şekil 2.14. Üçgensel genişleyen örüntü



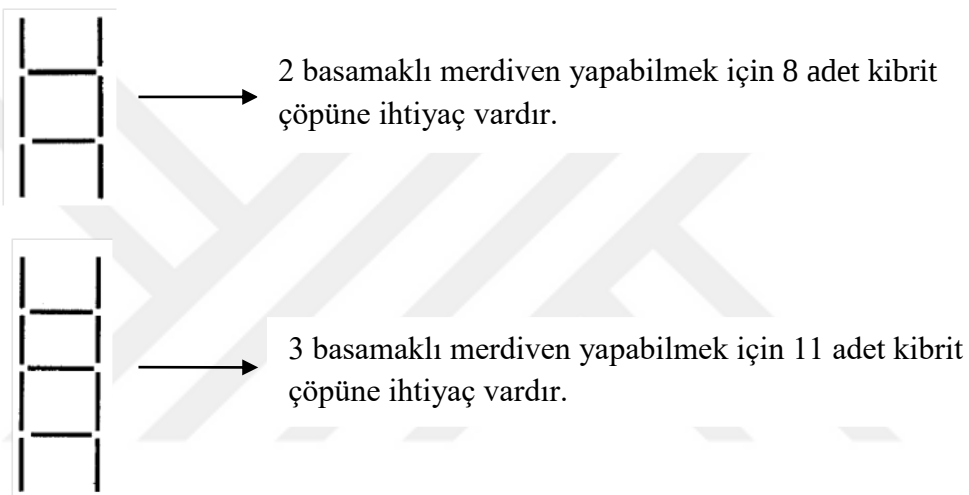
Şekil 2.15. Karesel genişleyen örüntü

2.1.2. Örüntü sunum biçimleri

Örüntüler, yukarıda da anlatıldığı gibi tekrarlayan ve genişleyen olmak üzere iki gruba ayrılmaktadır. Bu örüntü tipleri farklı sunum biçimleri ile sunulabilmektedir. Bunlar şekil (görsel), tablo ve grafik, sayı dizileri ve sözel problemler gibi farklı sunum biçimleridir. Çocuklar örüntülerdeki matematiksel ilişkileri daha iyi anlayabilmek için tablo, grafik, resim, kelime ve semboller kullanırlar (Blanton ve Kaput, 2004).

2.1.2.1. Şekil (görsel) biçiminde sunulan örüntüler

Matematik ders kitaplarındaki birçok örüntü sıklıkla şekil biçiminde sunulmaktadır. Mesela, şekil örüntüleri genişleyen noktalar serisi, kürdan veya kibritten yapılan şekil örüntüsü veya karo ve bloklardan yapılan örüntüler şeklinde olabilir. Literatürdeki "küp etiketi problemi" (Bkz. Şekil 2.26) şekil biçiminde sunulan lineer genellenebilir bir örüntü problemidir (Ley, 2005). Aşağıdaki merdiven problemi de şekil biçiminde sunulan örüntülere örnek olarak verilebilir.



2 basamaklı merdiven yapabilmek için 8 adet kibrit çöpüne ihtiyaç vardır.

3 basamaklı merdiven yapabilmek için 11 adet kibrit çöpüne ihtiyaç vardır.

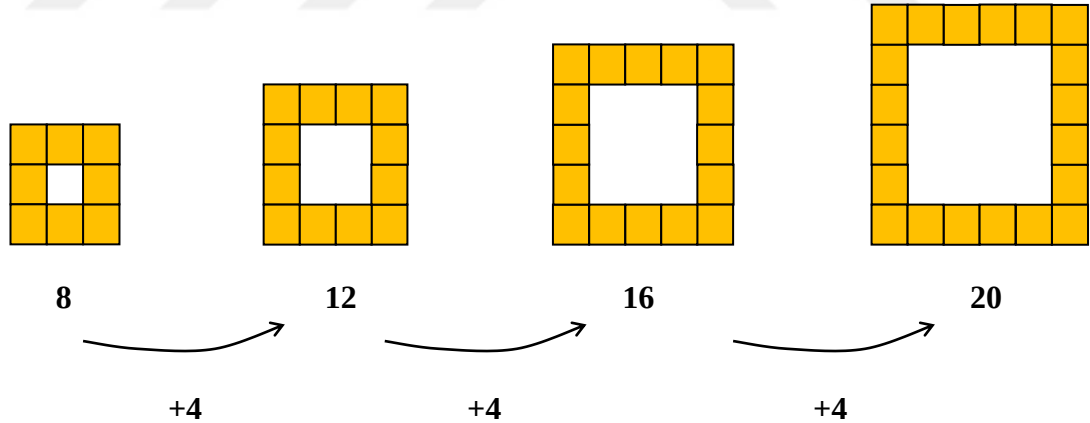
- 4 basamaklı merdiven yapmak için kaç tane kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?
- 5 basamaklı merdiven yapmak için kaç tane kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?
- 111 basamaklı merdiven yapmak için 335 kibrit çöpüne ihtiyaç vardır. Buna göre 112 basamaklı merdiven yapmak için kaç tane kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?
- 20 basamaklı merdiven yapmak için kaç tane kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?
- 1000 basamaklı merdiven yapmak için kaç tane kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?

Şekil 2.16. Görsel biçimde sunulan merdiven problemi

Örüntüleri somut veya görsel olarak tanımlayabilmek için birçok yol vardır. Görsel veya somut olarak sunulan örüntüleri düzenlemenin birinci amacı muhtemelen sayıları düzenlemek için alternatif bir format denemektir. Bu nedenle bazı öğrenciler görsel veya somut anlamlar yükler. Hatta örüntüyü canlandırır ve basitleştirirler. Görsel

ve somut olarak sunulan örüntülerin diğer amacı daha elle tutulur sembolik şekiller ortaya koymaktır. Bir anlamda sembolik şekiller daha basit örüntüler olarak görülmektedir. Bruner de (1966) yeni öğrenmelerde somuttan görsele, görselden semboliğe doğru aşamalı olarak bir sıra izlenmesinin öğrencilere kolaylık sağlayacağını ifade etmektedir. Görsel ve somut olarak sunulan örüntülerin bir diğer amacı problemin çözüm yolunu çeşitlendirmektir. Hatta daha gerçekçi ve gerçek yaşam durumlarını tanıtmayı denemektedir. Ayrıca şekil örüntülerinin, öğrencilerin gerekli durumlarda değişiklik yapabilmelerine ve bir adımdan yeni bir adım oluşturabilmelerine yardım edebileceği belirtilmektedir. Bunun yanı sıra şekil örüntülerinin öğrencilere diğer sunum biçimlerine göre daha anlaşılır geldiği ifade edilmektedir. (Orton, Orton ve Roper, 1999).

Şekil örüntüleri noktalardan, çeşitli geometrik şekillerden oluşturulabileceği gibi birim karelerden ve karolardan da oluşturulabilmektedir. Şekil 2.17'de birim karelerle oluşturulan doğrusal genişleyen bir şekil örüntüsü örneği görülmektedir.



Şekil 2.17. Doğrusal genişleyen ve şekil biçiminde sunulan bir örüntü örneği

Bu örüntü, ortası boş bırakılmak şartıyla bir kenarı 3 birim olan 8 tane kareden oluşmaktadır. Diğer adımlarda karelerin bir kenar uzunluğu birer birim artarak ve ortası boş bırakılarak devam etmektedir. Bu örüntü, bir şekil örüntüsüdür. Örüntünün kuralı bulunurken ilk önce her bir adımda kaç tane kare olduğunun belirlenmesi gerekmektedir. Daha sonra her bir adımdaki kare sayıları arasındaki farklar incelenerek

bu farkın değişip değişmediğine bakılması gerekmektedir. Bu örüntüde her bir adımdaki kare sayıları arasındaki fark sabit ve 4'tür. Bu nedenle bu örüntü bir doğrusal genişleyen örüntüdür ve örüntünün kuralı ise a_n örüntünün n. terimi olmak üzere $a_n=4n+4$ şeklindedir.

2.1.2.2. Tablo veya grafik biçiminde sunulan örüntüler

Örüntüleri temsil etmenin bir başka yolu da tablo veya grafik biçiminde sunulmasıdır. Aşağıdaki Şekil 2.18'de tablo biçiminde sunulan bir örüntüye örnek verilmektedir. Bu örüntü sorusunda A sütunundaki değere göre B sütunundaki değerin değişimi görülmektedir. Burada amaç A sütunundaki sayı ile B sütunundaki sayı arasındaki ilişkiyi bulmaktır.

A Sütunu	B Sütunu
2	5
4	9
6	13
8	17
14	?

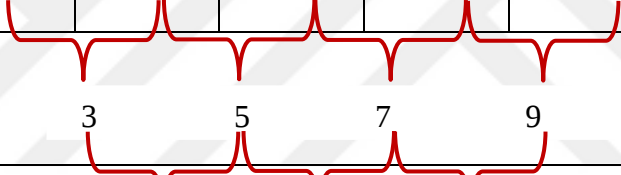
Eğer yukarıdaki örüntü tablodaki gibi devam ettirilirse 14'ün yanındaki B sütununda ? yerine hangi sayı gelmelidir?

A) 19 B) 21 C) 23 D) 25 E) 29

Şekil 2.18. Kenny ve Silver (1997) tarafından adapte edilen örüntü problemi örneği

Kenny ve Silver (1997), yaptıkları araştırmada 8. sınıf öğrencilerine yukarıdaki soruyu sormuşlardır. Öğrencilerin çoğunluğu (%45'i) yanlış cevap olan B şikkını işaretlemiştir. Öğrencilerin sadece %25'i doğru cevap olan 29'u işaretlemiştir. Ayrıca doğru cevap veren %25, örüntünün genel kuralını $2x+1$ olarak ifade edebilmiştir. 4.

sınıf öğrencileri örüntünün bir sonraki terimini bulmada başarılı olmuşlardır; ancak örüntünün genel terimini bulmada ve örüntü hakkında muhakemede bulunmada oldukça zorluk yaşamışlardır. Schliemann, Carraher, Brizuela, Earnert, Goodrow, Lara-Roth ve Peled (2003) ve Brizuela ve Lara-Roth (2001) yaptıkları çalışmalarda benzer bulgulara rastlamışlardır. Örüntüler tablo formatında sunulduğu zaman öğrenciler sütunlar arasındaki ilişkiyi incelemekten ziyade sütunların her birine bağımsız olarak odaklanma eğilimindedirler. Bu çalışmaya göre, tekrarlamalı stratejiyi kullanarak yakın genellemeleri çözmek oldukça alışılmıştır. Ancak, daha uzak genellemeleri yapmak için değişkenler arası ilişki bulma stratejisinin kullanıldığı nadiren görülmektedir.

Girdi	1	2	3	4	5	...	n
Çıktı	2	5	10	17	26	...	?
Birinci Farklılık							
İkinci Farklılık							

Şekil 2.19. Karesel genişleyen ve tablo biçiminde sunulan bir örüntü örneği

Yukarıdaki örüntüde girdi sayısı 1 iken çıktı sayısı 2 olmuş, girdi sayısı 2 iken çıktı sayısı 5 olmuş ve bu şekilde devam etmiştir. Çıktı sayıları arasındaki farklara bakıldığında farkların sabit olmadığı görülmektedir. Bu nedenle bu örüntünün artarak genişleyen bir örüntü olduğu söylenebilir. Farkların arasındaki farka bakıldığında sabit olduğu ve 2 olduğu görülmektedir. İkinci farklılıkta sabit sayıya ulaşıldığı için bu örüntü karesel genişleyen bir örüntüdür ve kuralı ikinci dereceden bir denklemle ifade edilmektedir. Örüntünün kuralı ise a_n örüntünün n. terimi olmak üzere $a_n = n^2 + 1$ şeklindedir.

2.1.2.3. Sayı dizisi biçiminde sunulan örüntüler

Örüntüleri sunmak için farklı bir format olarak sayı dizileri kullanılmaktadır. Ayrıca atlayarak sayma (skip counting) olarak da adlandırılmaktadır. Belli başlı matematiksel fonksiyonlarda genellikle bu sunum biçimi kullanılmaktadır. Burada öğrencilerden verilmeyen terimler arasındaki ilişkiyi bulmaları ve dizideki verilmeyen sayıları yerlerine yazmaları istenir. Böylece bir kural geliştirmeleri beklenir. Örüntülerin çoğu matematik ders kitaplarında bu sunum biçiminde verilmektedir. Örneğin, öğrenciler aşağıdaki sayı örüntüsünü bu biçimde sunabilirler.

8, 14, 20, 26, 32, ... , ...

Bu dizide ilk beş terim verilmiş ve sonradan gelen iki terimin bulunması istenmiştir. Bunu bulurken nasıl bir yöntem izlendiği merak edilmektedir. Daha sonra n. terimi bulmak için bir kural geliştirmeleri beklenmektedir. Sayı dizisi biçimindeki örüntüler aşağıdaki gibi de sunulmaktadır.

<u>1. Adım</u>	<u>2. Adım</u>	<u>3. Adım</u>	<u>4. Adım</u>	<u>5. Adım</u>
6	12	18	24	30

Eğer örüntüler bu şekilde sunulursa öğrencilerin adım sayısı ile o adıma karşılık gelen sayı arasındaki ilişkiyi keşfetmeleri daha kolay olmaktadır. Bu örüntünün birinci adımı 6, ikinci adımı 12, üçüncü adımı 18 ve bu şekilde devam etmektedir. Adım sayısı ile 6 çarpıldığı zaman örüntüdeki terim elde edilmektedir. Buradan yola çıkarak da a_n örüntünün n. terimini göstermek üzere örüntünün kuralı $a_n=6.n$ şeklindedir (Ley, 2005).

2.1.2.4. Sözel problem biçiminde sunulan örüntüler

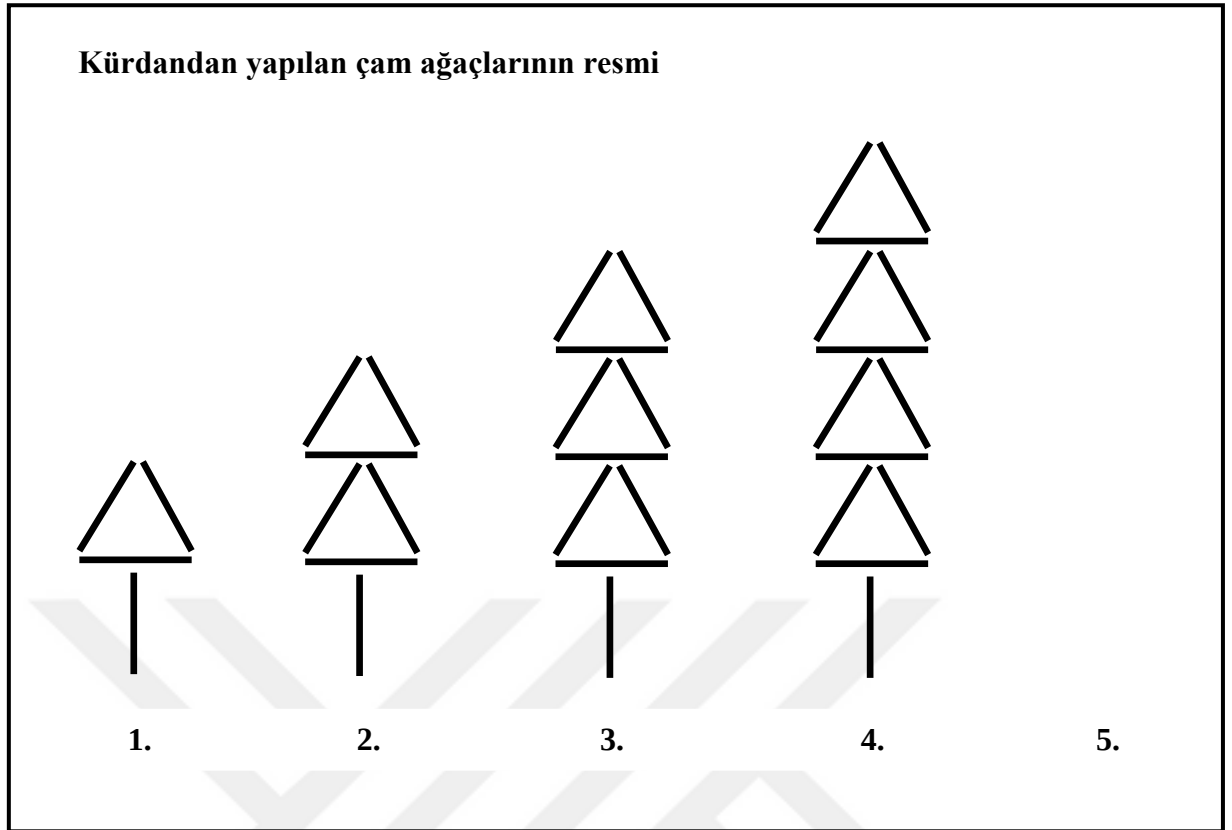
Bir diğer örüntü sunum biçimi de sözel problem biçiminde sunulan örüntülerdir (Ley, 2005). Aşağıda sözel problem biçiminde sunulan bir örüntüye örnek verilmiştir.

Rastgele bir takvim yaprağı seçtim ve Ekim 2000 denk geldi. 1 ekime kırmızı işaret, 2 ekime mavi işaret, 3 ekime yeşil işaret ve 4 ekime de sarı işaret koyacağım. Şimdi, bu örüntüyü tekrar edeceğim. 5 ekime kırmızı, 6 ekime mavi, 7 ekime yeşil ve 8 ekime sarı işaret koyacağım.

- a) 13 numara hangi renk olacaktır?
- b) 28 numara hangi renk olacaktır?
- c) Eğer takvim sonsuza kadar devam etseydi, 61 numara hangi renk olurdu?
- d) 178 numara hangi renk olurdu?
- e) 799 numara hangi renk olurdu?
- f) Eğer beş renk olsaydı (kırmızı, mavi, yeşil, sarı ve siyah) 799 numara hangi renk olurdu?

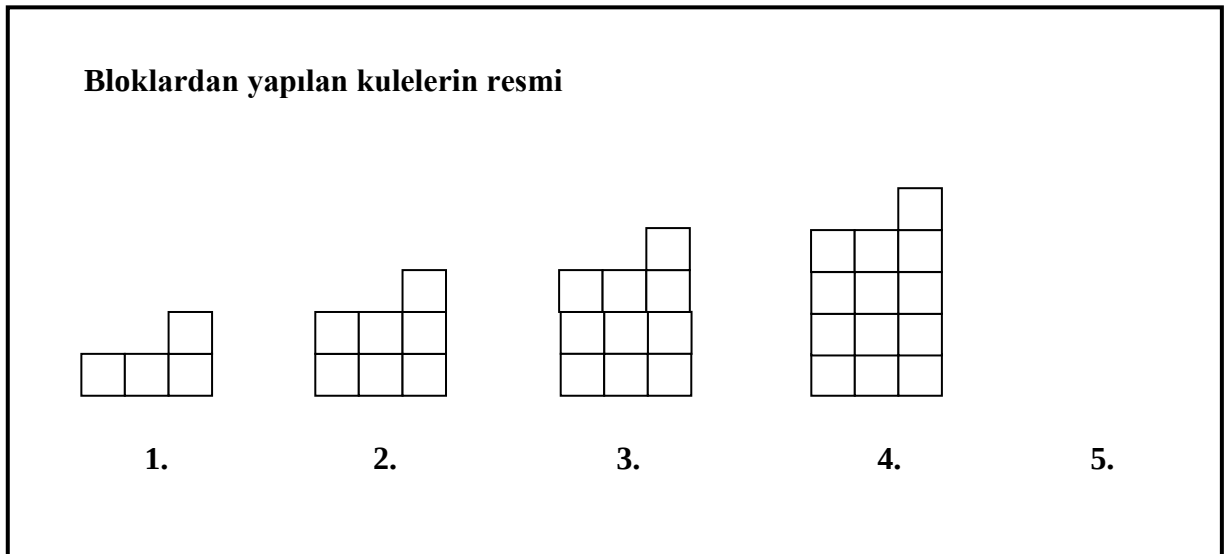
Şekil 2.20. Sözel problem biçiminde sunulan takvim problemi

Matematiksel bir fonksiyon aynı anda bütün sunum biçimleri ile gösterilebilir. Aşağıda $3n+1$ fonksiyonunun 5 farklı sunum biçimiyle ilgili örnekleri verilmiştir. 5 formatın ikisi görsel format olarak sınıflandırılmıştır. Birinci format, ağaç şekli olarak isimlendirilmiştir. Bu kürdanlarla oluşturulan ağaç dizisini temsil etmektedir. Ağacın yapısında her bir devam eden bir sonraki adımda ağacın dalının katı eklenmektedir. Böylece çoğalan ağacın sayısı karmaşık fonksiyonun çarpımsal elemanını temsil eder. Bu arada ağacın gövdesi sabittir.



Şekil 2.21. $3n+1$ fonksiyonuna uygun çam ağacı formatı

İkinci görsel format Blok şeklindedir. Kare bir diyagram veya kare bloklardan dikdörtgen bir grup içermektedir. Bloklar, ardışık pozisyonların her biri için karoların 1 sıra artmasıyla tahmin edilebilir bir yüksekliğe ulaşmaktadır. Aşağıdaki blok şeklinin fonksiyonu $3n+1$ 'dir.



Şekil 2.22. $3n+1$ fonksiyonuna uygun blok formatı

Üçüncü format "Atlama formatı" olarak isimlendirilir. Tam olarak sayı dizisi anlamına gelmektedir. Görsel biçimler çok fazla vurgulanmamıştır. Sadece çıktı sayıları değil, girdi sayıları da numaralandırılır. Böylece 2 veri grubu elde edilmiş olur. Öğrencilere örüntü bu formatta sunulduğu zaman ilk sayıya X demektirler. Şekil 2.23'de, $3n+1$ fonksiyonuna uyan atlama formatını göstermektedir.

4, 7, 10, 13, , ,

Şekil 2.23. $3n+1$ fonksiyonuna uygun atlama formatı

Dördüncü format ise örüntünün sözel problem biçiminde sunulmasıdır. Bu format, "Öykü formatı" olarak da bilinmektedir. Öykü, Jane isimindeki bir kızın hikayesine dayanmaktadır. Jane, scooter satın almak için bebek bakıcılığı yaparak para kazanmaya çalışan bir kızıdır. Bu formatta bileşik fonksiyonun bileşenleri açık bir şekilde belirtilmiştir.

Jane'in Scooteri

Jane, yeni bir scooter satın almak istiyor. Sadece 1 dolar biriktirdi. Bebek bakıcılığından kazandığı parayı biriktirmeye karar verdi. Her gün 1 saat bebek bakıcılığı yaptı. Birinci günün sonunda zaten biriktirdiği 1 doların yanı sıra bebek bakıcılığından kazandığı parayı da kumbarasına koydu. Şimdi, kumbarasında 4 doları oldu. İkinci günün sonunda 7 doları oldu. Üç gün sonra kumbarasında toplam 10 doları oldu. Dördüncü günün sonunda toplam parası 13 dolardı.

Şekil 2.24. $3n+1$ fonksiyonunun öykü formatı

Son format "Tablo" formatıdır. Örüntü problemleri öğrencilere genellikle iki sütunlu tablo biçiminde sunulmaktadır. T-tablosu, fonksiyon tablosu veya girdi-çıktı tablosu olarak isimlendirilmektedir. Bu tablolar iki veri grubu arasındaki fonksiyonel ilişkileri temsil eder. Şekil 2.25'deki t-tablosunda girdi değerlerinden çıktı değerlerine doğru ok kullanılmıştır. Girdi ve çıktı değerleri küçükten büyüğe doğru sıralanmıştır, fakat dizi tamamlanmamıştır. Mesela öğrencilere birinci, üçüncü, dördüncü ve altıncı

değerler verilmiş ve öğrencilere dokuzuncu, kırk birinci ve n. durumlar sorulmuştur. Aşağıdaki tablo formatı $3n+1$ fonksiyonunu betimlemektedir (Ley, 2005).

	
1	4
3	10
4	13
6	19
9	
41	
n	

Şekil 2.25. $3n+1$ fonksiyonunun tablo formatı

2.1.3. Örüntülerle ilgili çözüm stratejileri

2.1.3.1. Tekrarlamalı (recursive) strateji

Lineer dizi, ardışık terimleri arasındaki farkın sabit olduğu dizilerdir. Mesela 1, 4, 7, 10, 13 lineer bir dizidir. Çünkü, terimler arasındaki fark sabit ve 3'tür. Bu gibi sorularda ortak farkı hesaplarken bir önceki terime aradaki fark eklenerek devam edilir (Amit ve Neria, 2008).

$$\begin{array}{ccccccccc}
 1 & & 4 & & 7 & & 10 & & 13 \\
 & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & \\
 & 3 & & 3 & & 3 & & 3 &
 \end{array}$$

Lineer bir dizide terimler arası ortak farkı hesaplamaya yönelik stratejiler, çocuklar tarafından en çok kullanılan ortak stratejilerdir. Mesela; 8 yaşındaki bir çocuk bu soruyu şu şekilde cevaplayabilir:

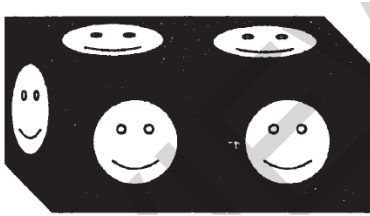
$$1 + 3 = 4$$

$$4 + 3 = 7$$

$$7 + 3 = 10$$

Buna göre örüntü, her bir terime 3 ekleyerek devam etmektedir (Frobisher, Hargreaves, Taylor ve Threlfall, 2004). Öğrenciler bu tarz problemleri çözerken en çok tekrarlamalı stratejiye başvurmaktadırlar. Tekrarlamalı strateji, bir önceki adım biliniyorsa sonraki adımları bulmada kullanılan güçlü bir yöntemdir. Bu stratejiyi daha iyi açıklayabilmek için NCTM'den adapte edilen "küp etiketi problemi" incelenebilir (Bkz. Şekil 2.26).

Bir şirket küpleri sırayla birleştirerek kutular oluşturmaktadır. Her bir yüzüne gülen yüz etiketi yapıştırılmaktadır. Aşağıdaki gibi iki küpten oluşan kutunun 10 tane gülen yüz etiketine ihtiyacı vardır. Buna göre;

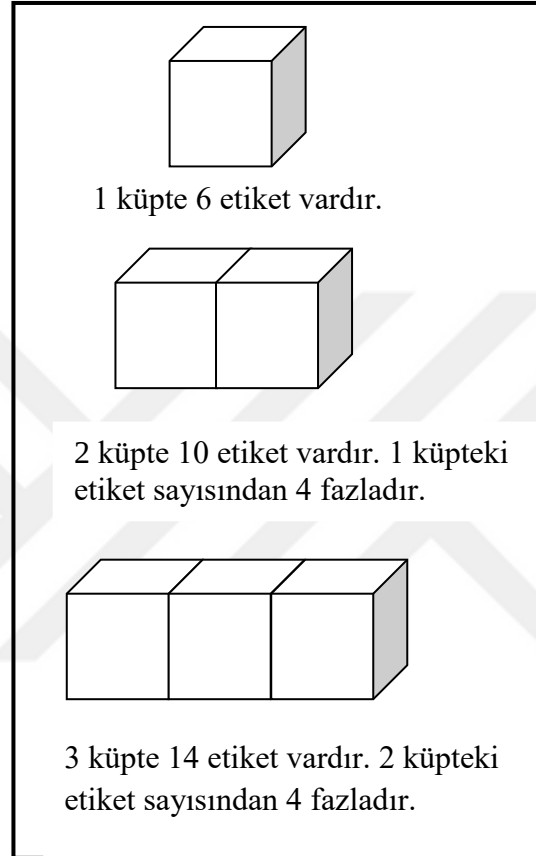


- a) Bir küpten oluşandan on küpten oluşan kutuya kadar her biri için kaç tane etiket lazım olduğunu bulunuz. Belirlediğiniz bu değerleri nasıl açıklarsınız?
- b) Yirmi küp uzunluğundaki kutu için kaç tane etiket gerekir? Ellilik kutu için kaç tane etiket gerekir? Belirlediğiniz bu değerleri nasıl açıklarsınız?
- c) Yüz otuz yedi küp uzunluğundaki kutu için kaç tane etiket gerekir? Belirlediğiniz bu değerleri nasıl açıklarsınız?
- d) Küp sayısı ile etiket sayısı arasında bir ilişki bulabilir misiniz? Bulduğunuz bu ilişkiyi nasıl açıklarsınız?

Şekil 2.26. NCTM'den adapte edilen "Küp Etiket Problemı"

Küp etiketi problemi genellemeyi kolaylaştırmaktadır. Çünkü, ilk olarak öğrencilere genel kurala ulaşmadan önce farklı sayılardaki küplerde bulunan etiket sayısı sorulmaktadır. Burada öğrenciler değişen küp sayısı ile etiket sayısı arasındaki ilişkiyi daha iyi tanımlayabilmektedir. İkinci olarak az sayıdaki küpten çok sayıdaki küpe doğru sırasıyla kullanılan etiket sayısı sorulmaktadır. Bu da öğrencileri sayma

stratejisini kullanmaya zorlamaktadır. Küp etiketi probleminde tekrarlamalı stratejiyi kullanan bir öğrenci farklı ilişkiler keşfedebilir. Bir öğrenci 6 etiketle başlanacağını, daha sonra her küpe 4 etiket yapıştırılması gerektiğini, çünkü önceki küpün bir yüzünü diğer küpün kapatacağını belirtebilir (Lannin, 2003).



Şekil 2.27. Bir önceki küp üzerine inşa edilen tekrarlamalı strateji

Önceki şekil üzerindeki etiket sayısı biliniyorsa veya bulunabiliyorsa tekrarlamalı strateji etiket sayısını bulmak için çok güçlü bir yöntemdir. Bu kural bilgisayarda tablo üzerinde nispeten basitçe gösterilebilir (Bkz. Tablo 2.1). Kural, ayrıca artış veya azalışla ilgili güçlü bir bağlantı kurar. Ancak, küp sayısı arttıkça bu strateji çok da etkili olmamaktadır. Bunun yerine değişkenler arası ilişki bulma (explicit) stratejisi kullanılabilir. Öğrenciler her seferinde 4 eklediğinde ve sadece 1 küp için 6 tane etikete ihtiyaç duyulduğunu anladıkları zaman sayılar arasında bağlantı kurabilirler. Bu durumda tekrarlamalı strateji, değişkenler arası ilişki bulma stratejisinin

gelişimine önderlik eder. Sonuç olarak kural $6+4(n-1)$ 'dir. Buradaki n ise küp sayısını belirtir. Bazı ortaokul öğrencileri tekrarlı stratejinin kullanımı konusunda zorluk çekmektedir; çünkü toplama ve çarpma arasında güçlü bir bağlantı kuramayabilirler. Bu nedenle bu öğrencilerden hesap makinelerine 6 girenler ve artarda 4 ekleyerek 137 küpteki etiket sayısını hesaplayanlar gözlemlenmiştir (Lannin, 2003).

Tablo 2.1. Tablo üzerinde tekrarlamalı formülün kullanımın gösterimi

KÜP SAYISI	ETİKET SAYISI
1	6
2	B2+4
3	B3+4
4	B4+4
5	B5+4
6	B6+4
7	B7+4

Öğrenciler küp etiketi problemini çözerken tekrarlamalı stratejiyi kullanabilir ve iki farklı yorum yapabilirler:

- 1) Her adımda kullanılan etiketlerin dörder dörder arttığını fark edebilirler. Çünkü, küple birbirine ekleniyor ve bir yüzey kapanıyor.
- 2) Ardışık değerlerdeki sayısal örüntüyü keşfedebilir. Çünkü etiket sayısı her seferinde dört artıyor: 6, 10, 14, 18 ... (Lannin, Barker ve Townsend, 2006).

2.1.3.2. Bütüne genişletme stratejisi

Girdi değerleri, görsel şekiller ve önceki stratejiler, bütüne genişletme stratejisini kullanmaya karar veren faktörlerdir. Mesela, belirli girdi değerleri çok sayıda (genelde çift) olduğunda veya daha önceden kullanılan bir girdi değeri olduğunda öğrenciye problem güçlü bir görsel şekil olarak görünmez. Bu durumda öğrenci bütüne genişletme stratejisini kullanma eğilimindedir. Öğrenciler daha etkili stratejiyi

araştırırken tekrarlamalı stratejiden bütüne genişletme stratejisine doğru bir eğilim gözlenmektedir. Ancak, girdi ve çıktı değerlerini belirlemek için bütüne genişletme stratejisinin kullanımı geçersiz olabilmektedir (Barker ve diğerleri, 2006). Özellikle orantısal akıl yürütmeye başvurulduğu zaman bu strateji sık sık yanlış kullanılmaktadır. Bu stratejiyi anlamak için yine küp etiketi problemine bakılabilir. Bu stratejinin kullanımını bir öğrenci şu şekilde ifade edebilir: 10 küp uzunluğunda olduğu için 42 etiketi vardır. Küp sayısı kaç tane 10'un katıysa o sayı 42 ile çarpılır. Mesela, 10 küpte 42 etiket olduğuna göre 20 küpte 84 etiket vardır. Bu öğrenci 20, 10'un 2 katı olduğu için 42'nin 2 katı alınır, diye akıl yürütmüştür. Burada küp sayısında 2 katlık bir oran bulmuş ve bu oranı etiket sayısında da uygulamıştır. Eğer küp sayısı 30 olsaydı bu öğrenciye göre, 10 küpte 42 etiket olduğuna göre 30 küpte $42 \times 3 = 126$ tane etiket olacaktı. Gerçekte 30 küpte 122 tane etiket vardır. Öğrenci yaptığı akıl yürütmeye 4 etiket fazla bulmuştur. Peki bu strateji niçin yanlış sonuçlar vermektedir? Öğrenciler genellikle bu stratejiyi ne zaman kullanmaları gerektiğinin farkında değildirler. Bu stratejiyi kullanan bazı öğrenciler ayrıca, fazladan çubuk sayma yöntemini benimseyerek iki onluğu toplayıp ekstradan saydığı iki tanesini çıkarırlar. Bu metot 20 küp için kullanılan etiket sayısını doğru hesaplar. Fakat öğrenciler herhangi sayıdaki küp için gerekli olan etiket sayısını bulmaya yarayan kuralı oluşturmada zorluk çekmektedirler (Lannin, 2003).

2.1.3.3. Değişkenler arası ilişki bulma (explicit) stratejisi

Değişkenler arası ilişki bulma stratejisi iki değişken arasındaki ilişkinin genellenmesini içerir. Bu strateji, formül ve eşitlik kullanarak fonksiyonları ifade etmeye doğru ilerleyen aşamalı bir sürecin ilk adımıdır. Değişkenler arası ilişki bulma stratejisi kullanıldığı zaman kural sabittir ve hem yakın hem de uzak terimler için uygulanabilir. Bu strateji sayesinde yeni bir kural keşfedilir ve örüntünün n. terimi hesaplanabilir. Küp etiketi problemine geri dönülürse değişkenler arası ilişki bulma stratejisi şu şekilde örneklenebilir. Bilindiği gibi 2 küp için 10 tane etikete ihtiyaç vardır. Eğer bir küp daha eklenirse küp sayısı 3 olduğundan 14 etikete ihtiyaç duyulur. Bu sayısal veriler aşağıda tablo halinde gösterilmiştir (Ley, 2005).

Tablo 2.2. Küp etiketi probleminin sayısal verilerinin tablo halinde gösterilmesi

KÜP SAYISI	ETİKET SAYISI
1	6
2	10
3	14
4	18
5	22

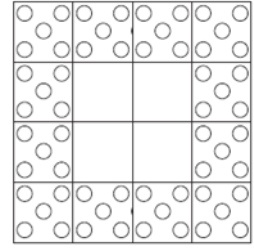
Eğer bir öğrenci bu örüntüyü tekrarlamalı stratejiyi kullanarak çözerse, sadece tek değişkene genellikle sol sütundaki değişkenin kendi arasındaki ilişkiye odaklanacaktır (Warren, 2005). Buradan yola çıkarak da öğrenci etiket sayısının hep 4 arttığının farkına varacaktır. Bu gözlem doğrudur. Bununla birlikte bu sayma stratejisi daha çok küp gereken etiket sayısını bulmada çok zaman alıcıdır ve etkili bir strateji değildir. Buna ek olarak herhangi sayıdaki bir küp için gerekli olan etiket sayısını bulmada, yani n . terimdeki etiket sayısını bulmada bu strateji öğrencilere yardımcı olmamaktadır. Değişkenler arası ilişki bulma stratejisinde ise iki sütundaki değişkenler arasındaki ilişkinin analizi yapılmaktadır. Buradan da öğrencilerin gerekli küp sayısını bulmada 4 ile çarpıp 2 eklendiğini keşfetmelerine yardımcı olmaktadır. Bu şekilde öğrenciler fonksiyonu cebirsel olarak ifade edebilmekte ve $y=4.x+2$ şeklinde yazabilmektedirler (Ley, 2005).

Yukarıda da açıklandığı gibi yinelemeli strateji bir sonraki veya yakındaki terimleri bulmak için kullanışlı olmasına rağmen değişkenler arası ilişki bulma stratejisi bu çeşit örüntülerin altında yatan fonksiyonel kuralları bulmada ve genelleme yapmada öğrencilere yardımcı olmaktadır. Yapılan araştırmalar göstermektedir ki öğrenciler maalesef değişkenler arası ilişki bulma stratejisini kullanmakta zorluk çekmektedirler. Aşağıdaki örnek incelenirse öğrencilerin değişkenler arası ilişki bulma stratejisi için çeşitli kurallar geliştirdikleri görülmektedir.

Öğrenci meclisi noktalı desenli tasarımlar yaratıyor. Meclis, noktalı desen ile kaç tane kareye ihtiyaç duyulduğunu bilmeye çalışıyor.

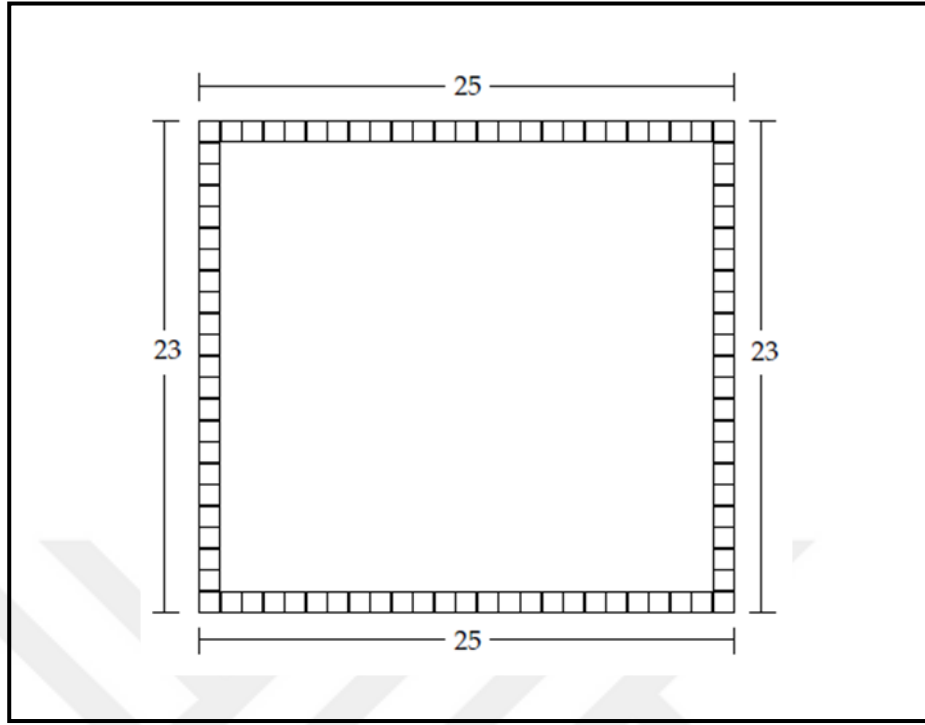
a) Kaç tane kare dörderli ızgara sınırındadır? 7'şerli? 10'arlı? 16'lı? 25'li? 100'lü?

b) Herhangi büyüklükteki ızgaranın sınırındaki karenin sayısını bulmak için bir kural yazınız.



Şekil 2.28. Sınır problemi

Sınır probleminde 4 birim uzunlukta sınır için gerekli olan kare sayısını bulmak için öğrencilerden biri 12'ye ulaşmak için sınırdaki kare sayısını saymıştır ve kuralı "çarpı 2, artı 4" şeklinde not etmiştir ($S=2n+4$, buradaki S kare sayısını, n ise sınır genişliğini belirtmektedir.). Böylece bu örnek için doğru sonuca ulaşmıştır. Bu kuralın her zaman çalışıp çalışmadığı sorulduğunda öğrenci emin olamamıştır. Daha sonra 7 sınır genişliğindeki şekle bakmıştır ve "çarpı 2, artı 4" kuralının sadece 5 sınır genişliğindeki şekil için geçerli olduğunu karar vermiştir. Bu nedenle bu kuraldan vazgeçmiştir. Daha sonra bunların yerine "çarpı 3, eksi 1" ($S=3n-1$) kuralının kullanılabileceğini söylemiştir. Yeni kuralını doğrulamak için 4 sınır genişliğindeki şekle dönmüştür, fakat bu kuralında doğru olmadığını fark etmiştir. Bu durumda öğretmen öğrenciden 25 sınır uzunluğundaki şekli düşünmesi için yönlendirebilir ve kuralını geliştirmesi için şekle odaklanması konusunda cesaretlendirebilir. Bu noktada öğrenci iki sıra 25 kare, iki sıra 23 kare gördüğünü belirtmiştir. Öğrencinin zihninde oluşan kural $S=2n+2(n-2)$ olmuştur. Bu kuralın her zaman çalışıp çalışmadığı sorulduğu zaman işe yaradığını, çünkü aynı sayma metodunu kullandığını ve herhangi sınır uzunluğundaki bir şekil için de aynı sonuca ulaştığını söylemiştir.



Şekil 2.29. Öğrencinin gördüğü 25 sınır uzunluğundaki şekil

Burada öğrenciler genelleme problemlerinde etkili bir strateji bulmak için teşebbüste bulunmuşlar ve bu stratejinin kuralını geliştirmek istemişlerdir. Bununla beraber değişkenler arası ilişki bulma stratejisini geliştirmek için diğer genelleme stratejilerini de kullanmışlardır. Sonuç olarak değişkenler arası ilişki bulma stratejisini final stratejisi olarak belirlemişlerdir (Barker ve diğerleri, 2006).

2.1.3.4. Dönüştürme-parçalama stratejisi

Öğrenciler bu stratejiyi genellikle girdi değerleri nispeten birbirine daha yakın olduğunda ve doğrusal azalan durumlar içeren problemlerde kullanmaktadırlar. Görselleştirme, bu stratejinin kullanımında etkili olmasına rağmen karar veren bir faktör değildir. Aşağıdaki lolipop probleminde bu faktörlerin tanımı geçmektedir. Bu durum için öğrencilerden dört gün sonra ve altı gün sonra kutuda kalan lolipop sayısına karar vermeleri istenebilir. Bundan dolayı bu durum doğrusal azalan bir problemdir. Altı gün

sonra kutuda kalan lolipop sayısına karar vermek için kutuda dört gün sonra kalan lolipop sayısı kullanılabilir, bu da 772'dir. Dördüncü ve altıncı gün arasındaki iki günü hesaplamak için $7 \times 2 = 14$ çıkarılmalıdır. Bu strateji altı gün sonra kutuda 758 lolipop olduğu sonucunun doğru olduğunu göstermektedir. Bu şekilde 10, 20, 34 ve 35 için bu strateji kullanılarak hesaplamaya devam edilebilir.

Okul Müdürü, okulunda tüm öğrenciler için "En İyi Okuyan" yarışması düzenlemeye karar vermiştir. Her gün kendi seviyesinde en çok kitap okuyan öğrenci bir lolipop alacaktır. Okul Müdürü 800 lolipopluk bir kutu satın almıştır. Her gün kutudan 7 lolipop alınmış ve her seviyeden en iyi okuyanlara birer tane verilmiştir.

- a) Yarışmada 4 gün geçtikten sonra kutuda kaç tane lolipop kalır? 6 gün? 10 gün? 20 gün? 34 gün? 45 gün?
- b) Herhangi bir günden sonra kalan lolipop sayısını hesaplamak için bir kural yazınız.
- c) Okul Müdürünün lolipopları bitirmesi kaç gün sürer?

Şekil 2.30. Lolipop Problemi

Dönüştürme-parçalama stratejisi için girdi değerleri arasındaki küçük farklara nazaran karar verici bir faktör olarak kullanılmıştır. Mesela, yukarıdaki örnekte bu stratejinin kullanımının örneklendirildiği gibi, 2'den 15'e kadar değişen aralıktaki girdi değerlerindeki fark için dönüştürme-parçalama stratejisi kullanılabilir. Girdi değerlerindeki bu farklılıklar tekrarlamalı muhakemeyi çağrıştıran değerlerden tipik olarak daha geniştir. Özellikle lineer azalan durumların kullanımında dönüştürme-parçalama stratejisi karar verici bir faktördür. Bu durumlarda bu stratejinin kullanımı lineer azalan durumlarda bütüne genişletme stratejisini kullanan öğrenciler tarafından kısmen zor açıklanabilmektedir. Girdi değerleri arttığında ve öğrenciler daha etkili stratejileri araştırdıklarında dönüştürme-parçalama stratejisi geçerli bir seçenektir (Barker ve diğerleri, 2006).

Frobisher ve diğerleri ise (2004) lineer dizilerde çocukların kullandıkları stratejileri şu şekilde gruplamışlardır:

Farka Bakma

Çocuklar lineer dizilerde genellikle terimler arası ortak farkı hesaplamaya yönelirler. Mesela;

3 8 13 18 23

dizisinde terimler arası farka bakılır. $3+5=8$ ve $8+5=13$. Daha sonra $13+5=18$ ve $18+5=23$. Buradan da anlaşılacağı gibi örüntüde terimler arası fark sabit ve 5'tir. Bu tür dizilerde genelleştirme yapabilmek için farklı ifadeler kullanılabilir.

- Her seferinde bir önceki terime 5 ekleyerek devam ediyor.
- 5'er 5'er sayarak devam ediyor.
- 5 ile toplanıyor.

Aşağıdaki lineer diziye farklı bir yorum getirilebilir.

1 4 7 10 13
2,3 5,6 8,9 11,12

Her terim arasında ardışık iki sayı vardır. Bu ardışık sayılar atlanarak bir sonraki terim elde edilir. Mesela 13'den sonraki sayıyı bulmak için 13'den sonra ardışık 14 ve 15 vardır. Bu sayılar atlanırsa 16 elde edilir.

Sayının Doğasına Bakma

Çocuklar tarafından kullanılan diğer ortak strateji sayıların özelliklerini tanımlamaktır. Bu stratejiyi kullanmak için lineer dizilerde genellikle sayıların tek veya çift olmasına bakılır.

3 8 13 18 23

Burada örüntü bir tek ve bir çift sayı olarak devam etmektedir. Örüntünün kuralı olarak önce tek, sonra çift olarak gitmesi söylenebilir. Ancak, burada tek ve çift sayıları tanımlamak için bir strateji geliştirmek gerekir. Birbirini takip eden tek ve çift sayılar arasında 4 tane sayı olduğu söylenebilir.

Çarpım Tablosu Arama

Çocuklar tarafından kullanılan üçüncü temel strateji çarpım tablosu kullanmaktır.

4 7 10 13 16

Bu örüntüyü 3 ifade ile açıklayabiliriz.

- Örüntü 3'er 3'er ilerlemektedir.
- Sabit fark 3 olduğu için çarpım tablosundaki "3 ile çarpma" düşünülebilir.
- Her bir terim "3 ile çarpma"dan 1 fazladır.

2 5 8 11 15 (1)

Bu örüntü 3'er 3'er gitmektedir. Fakat 3 yerine 2 ile başlamıştır. Yani çarpım tablosundaki "3 ile çarpma" düşünülürse 1 eksiği olan 2 ile başlamıştır.

4 7 10 13 16 (2)

Bu örüntü 3'er 3'er gitmektedir. Eğer örüntü 4 yerine 3'ten başlasaydı 3 6 9 12 15 şeklinde devam edecekti. Ancak 1 fazlası ile başlamış. Bu nedenle 3 6 9 12 15 örüntüsündeki her bir terime 1 eklenirse yukarıdaki örüntü elde edilir.

Bu strateji oldukça önemlidir. Örüntüler arasındaki sabit farka bakılırken çarpım tablosu kullanılmaya başlandı. Bu şekilde örüntüdeki istenilen terim rahatlıkla hesaplanabilir. Mesela 4 9 14 19 24 örüntüsü göz önüne alınırsa her bir terim 5'lerin 1 eksiğidir. Buna göre 20. terim $(20 \times 5) - 1 = 99$ şeklinde hesaplanabilir.

Buradan hareketle (1) ve (2)'deki örüntüleri inceleyelim.

DİZİ (1)

$$2 = 3 - 1 = (3 \times 1) - 1$$

$$5 = 6 - 1 = (3 \times 2) - 1$$

$$8 = 9 - 1 = (3 \times 3) - 1$$

$$11 = 12 - 1 = (3 \times 4) - 1$$

$$14 = 15 - 1 = (3 \times 5) - 1$$

DİZİ (2)

$$4 = 3 + 1 = (3 \times 1) + 1$$

$$7 = 6 + 1 = (3 \times 2) + 1$$

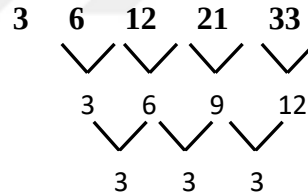
$$10 = 9 + 1 = (3 \times 3) + 1$$

$$13 = 12 + 1 = (3 \times 4) + 1$$

$$16 = 15 + 1 = (3 \times 5) + 1$$

2.1.4. Kuadratik dizilerde çocukların kullandıkları stratejiler

Kuadratik diziler; farkın sabit olmadığı dizilerdir.



2.1.4.1. Farka bakma

Kuadratik dizilerde terimler arası farkı hesaplamaya yönelik stratejiler kullanılabilir.

2 4 8 14 22

Ardışık terimler arasındaki fark hesaplanabilir. Fark 2, 4, 6, 8 diye devam etmektedir. Ancak, bu açıklamada bir strateji belirtilmemiştir. Burada terimler

arasındaki farkın özelliğine bakılabilir. 2, 4, 6, 8 sayıları 2'nin katlarıdır. Genelleme yapılırsa "Terimler arası fark 2'nin katları şeklinde devam etmektedir." denilebilir.

2.1.4.2. Farkın doğasına bakma

Bu strateji, terimler arasındaki farkın tek ya da çift sayı olmasını inceler.

$$\begin{array}{ccccc} 2 & 5 & 10 & 17 & 26 \\ & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow \\ & 3 & 5 & 7 & 9 \end{array}$$

Terimler arasındaki fark 3, 5, 7 ve 9 olarak devam etmektedir. Bu sayıların hepsi tek sayıdır.

2.1.4.3. Farklar arasındaki farkı arama

Bazı dizilerde terimler arası fark eşit değildir. Bu durumda bu stratejiye başvurulur.

$$\begin{array}{ccccc} 2 & 4 & 7 & 11 & 16 \\ & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow \\ & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array}$$

Terimler arası fark 1'er artarak devam etmektedir.

2.1.4.4. Sayıların doğasına bakma

Bu strateji, kuadratik dizilerdeki terimlerin tek veya çift olmasını inceler.

$$2 \quad 5 \quad 10 \quad 17 \quad 26$$

Bu dizide 3 tane çift, 2 tane tek sayı vardır. Çift, tek, çift, tek şeklinde devam etmektedir.

2.1.4.5. Çarpım tablosu arama

Lineer dizilerdeki "çarpım tablosu arama" stratejisi kuadratik dizilere uyarlanabilir.

3 6 11 18 27

Bu dizide 11 dışındaki bütün terimler 3'ün katıdır. Böyle düşünmeyi sağlayan şey dizinin 3 6 şeklinde başlamasıdır. İlk iki terim 3'ün katı olduğu için dizideki bütün terimlerin 3'ün katı olduğu düşünülebilir.

2.1.4.6. Diğer terimleri birleştirmek

Bu strateji ilk terimleri toplayarak sonraki terimi bulmayı içerir.

2 5 10 17 26

Bu dizide ilk 3 terimin toplamı dördüncü terimi vermektedir. Yani $2+5+10=17$ 'dir. Ayrıca sayılar çift, tek, çift, tek, çift şeklinde devam etmektedir. Bu kurala göre gelecek terim $10+17+26=53$ olması gerekir. Ancak, $5+10+17$, 26'ya eşit değildir.

2.2. İlgili Araştırmalar

Bu bölümde öğrencilerin örüntüleri genellemeleri ve bu süreçte kullandıkları stratejiler üzerine yapılan araştırmalara, üstün yetenekli öğrenciler üzerine yapılan araştırmalara ve üstün yetenekli öğrencilerin örüntüleri genellemeleri üzerine yapılan araştırmalara yer verilmiştir.

2.2.1. Öğrencilerin örüntüleri genellemeleri ve bu süreçte kullandıkları stratejiler üzerine yapılan araştırmalar

Ellis (2009), yaptığı çalışmada ortaokul öğrencileri için doğrusal genişleyen örüntüleri öğrenme ve öğretmek için iki farklı yaklaşım tanımlamaktadır. Araştırmada 2 grup öğrenci yer almaktadır. Birinci grup, sayı örüntüsü yaklaşımıyla doğrusal fonksiyonlarla ilgili çalışan 8. sınıf öğrencilerinden oluşmaktadır. Bu grup doğrusal fonksiyonlarla ilgili bir süre ders almıştır. Bu derslerde doğrusal genişlemeyle ilgili genellemeler oluşturabilmeleri için sayı tabloları ve sayı örüntüleri kullanılmıştır. Öğrenciler ilişkiden ziyade örüntülere odaklanmışlardır ve genellemeleri tipik genel kurallardan oluşmaktadır. Öğrencilerden birinin örüntüyü araştırdığı örneklerden biri olan sayı tablosu aşağıda verilmiştir.

Tablo 2.3. Sayı tablosu biçiminde sunulan örüntü

x	y
0	5
1	12
2	19
3	26
5	40
6	47

Öğrenci y sütununa bakarak bir örüntü tanımlamıştır. x sütunundaki sayıların birer birer gittiğini, y sütunundaki sayıların yedişer yedişer gittiğini söylemiştir.

Örüntüyü araştıran öğrenciler genellikler x ile y arasındaki ilişkiye odaklanmaktan ziyade x ve y 'ye kendi arasında bağımsız olarak odaklanmışlardır. Öğrencilerin tekrarlayan örüntüye odaklanmaları doğrusal genişleyen örüntülerle ilgili yanlış kurallar geliştirmelerine sebep olmaktadır. Ayrıca öğrenciden bulduğu kuralı ispatlanması istendiğinde verilerin grafiğini çizmeye çalışmış, ancak oldukça zorlanmıştır. 7. sınıf öğrencilerinden oluşan 2. grup ise miktarlara ve miktarlar arasındaki ilişkiye odaklanmışlardır. Bu gruptaki bir öğrenciye "8 ve 12 dişe sahip iki zincirin devir sayıları arasındaki ilişki" sorulmuştur. Öğrencinin oluşturduğu tablo aşağıdaki gibidir.

Tablo 2.4. İki zincirin devir sayıları arasındaki ilişki

Küçük Zincir	Büyük Zincir
$7\frac{1}{2}$	5
27	18
$4\frac{1}{2}$	3
16	$10\frac{2}{3}$
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{15}$

Sekizinci sınıf öğrencilerinin karşılaştığı tabloların aksine, devir sayıları sabit bir miktarda artmamaktadır. Bu yüzden öğrenci artış miktarından ziyade diş sayısı ve devir sayıları arasındaki ilişkiye odaklanmıştır. Büyük zincirdeki dişlerin $\frac{2}{3}$ 'ünün küçük zincirin dişleriyle eşleştiğini fark etmiştir. Böylece büyük zincirin $\frac{2}{3}$ tur dönmesi demek, küçük zincirin tam tur dönmesi anlamına gelmektedir. Bu şekilde örüntünün kuralını keşfedebilmiştir. Ayrıca, diğer gruptaki öğrencinin aksine grafiği çok rahat çizebilmiştir.

Tablo 2.5. Örüntü problemlerini çözerken öğrencilerin kullandıkları yaklaşımlar

Öğrencilerin Muhakemesi ve Genellemesi	8. Sınıf Öğrencileri	7. Sınıf Öğrencileri
İlişkileri arama	7	48
Örüntüyü arama	21	15
Devam eden durumu ifade etme	3	50
Genel kuralı ifade etme	41	26

Yukarıdaki tabloda 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin örüntü problemlerini çözmeye çalışırken kullandıkları yaklaşımlar ve öğrenci sayıları verilmiştir. Tablodan da anlaşılacağı üzere 8. sınıf öğrencileri daha çok örüntüye odaklanırken, 7. sınıf öğrencileri ilişkiye odaklanmışlardır. Bu nedenle örüntüyü açıklamada 7. sınıf öğrencileri daha başarılı olmuşlardır.

Warren (2004)'ün yaptığı çalışmada amaç, cebirsel düşünme ile aritmetik düşünmenin öğretimindeki değişiklikleri belirlemektir. Araştırmanın örneklemini yaklaşık 8,5 yaşında 3. sınıfa giden öğrenciler oluşturmuştur. 2 sınıfta yürütülen derslerde toplam 45 öğrenci yer almıştır. Tasarlanan derslerin asıl amaçlarından birincisi, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini genelleme ve formulize etmelerine yardımcı olacak modeller ve yöntemler araştırmak; ikincisi, cebirsel düşünmenin gelişimini desteklemektir. Yapılan öğretimle öğrencilerin örüntüleri genelleme becerilerinin gelişip gelişmediği incelenmiştir. Dersler 3 bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde ölçsüz nicelikler kullanılarak toplama işleminin anlamı kavratılmaya çalışılmıştır. Örneğin, öğrencilerden kırmızı ve yeşil renkli çubukları yan yana getirerek uzunlukları toplamının sarı çubuğa eşit olduğunu ifade etmeleri istenmiştir. İkinci bölümde, ölçüsü bilinmeyen miktarlardan sayılara geçiş yapılmaya çalışılmıştır. Örneğin $6 + 8$ işlemi için sonucu aynı kalmak üzere 6, 2 azaltılırsa 8'in 2 artırılması gerektiği belirtilmiştir.

Önceki çalışmalar, öğrencilerin örüntüleri araştırırken tablodaki verilere yukarıdan aşağıya doğru bakma eğiliminde olduğunu göstermiştir. Bu nedenle öğrencilerin çoğu tablodaki sadece dikey örüntüyü keşfedebilmektedir (Warren, 1996).

Bu nedenle, çalışma kağıdı hazırlanırken sayıların dikey bir örüntü oluşturmayacak şekilde yerleştirilmesine özen gösterilmiştir. Yani, sayılar 6, 5, 4, 3, 2, 1 şeklinde ziyade; 6, 3, 4, 5, 2, 1 şeklinde yerleştirilmiştir. Üçüncü bölümde ise, ikinci bölümde yapılan işlemlerin daha büyük sayılarla yapılması hedeflenmiştir. Bazı öğrenciler 1. ve 2. bölümde öğrendiklerini daha büyük sayılara transfer etmekte oldukça zorlanmışlardır. Diğer öğrenciler ise cevaba ulaşmak için örüntünün kuralını kullanmışlardır ($12 + 15 = 27$ işleminde 12'ye 3 eklenirse 15'den 3 çıkarılır.). Bu 3 bölüm tamamlandıktan sonra öğrencilere, 1. bölümdeki ölçüsüz niceliklerle yapılan etkinliğin 2. ve 3. bölümde sayılarla yapılan etkinlikte nasıl bir ilişkisi olduğu sorulmuştur. Araştırma sonucunda 2. grubun 1. gruptan özellikle 3. bölümde daha fazla zorlandığı görülmüştür. Yani, öğrencilerin çoğu artma ve azalma ile toplama arasında bir ilişki kuramamışlardır. Öğrencilerin verdiği cevaplar 6 kategoride toplanmıştır.

Tablo 2.6. Her bir model için her kategorideki öğrenci cevaplarının sıklığı

Kategori		1. Bölüm (Uzunluk Modeli)	2. ve 3. Bölüm (Sayı Modeli)
1	Her bir parçayı aynı miktarda arttırmak ya da azaltmak ve miktarın aynı kalması	4	1
2	Her bir parçayı aynı miktarda arttırmak ya da azaltmak	10	10
3	Parçaları arttırmak ya da azaltmak ve bütünün aynı kalması	6	10
4	Parçaları arttırmak ya da azaltmak	10	9
5	Parçaların birini arttırmak veya azaltmak	13	5
6	Cevap yok	2	10

Araştırmanın sonucunda öğrencilerin sayıları ve eşitlik gibi temel matematiksel kavramları anlamada da zorluk çektiği görülmüştür.

Samson ve Schäfer (2007) yaptıkları araştırmada soru tarzının, şekil ve sayı dizisi biçiminde sunulan doğrusal sayı örüntü problemlerini genellerken kullanılan çözüm stratejilerini etkileyip etkilemediğini incelemişlerdir. Araştırmaya 9. sınıfa devam eden yüksek yeteneklere sahip 24 öğrenci katılmıştır. Öğrencilere hem doğrusal hem de iki boyutlu şekil örüntülerini içeren 22 adet problem sunulmuştur. Öğrencilerden her bir örüntü için bir sonraki adımı, 10. adımı ve 50. adımı bulmaları istenmiştir. Ayrıca, n. terimi cebirsel olarak ifade etmeleri beklenmiştir. Araştırma sonuçlarına göre, soru tarzının öğrenciler tarafından kullanılan stratejileri etkilediği görülmüştür. Becker ve Rivera (2005) ise yaptıkları araştırmada öğrencilerin daha çok sayısal ağırlıklı stratejileri seçtiklerini belirtmektedirler.

Becker ve Rivera (2005) araştırmalarında, "Doğrusal örüntüleri genellemede öğrencilerin yeteneklerini engelleyen veya mümkün kılan şey nedir?", "Öğrencilerin bir genelleme geliştirmesi için hangi strateji başarılıdır?", "Öğrenciler bir genelleme geliştirirken görsel ve sayısal işaretlerden nasıl faydalanıyorlar?", "Öğrenciler farklı temsil biçimlerini eşit olarak kullanıyorlar mı?" ve "Öğrenciler bir örüntünün farklı temsil biçimleri arasında akıcı bir şekilde bağlantı kurabiliyor mu?" gibi sorulara cevap aramışlardır. Araştırma 9. sınıfa devam eden ve cebir kursunun başlangıcında olan 22 tane (11 kız, 11 erkek) öğrenci üzerinde yapılmıştır. Öğrencilere ilk olarak siyah ve beyaz karoları kullanarak örüntü oluşturabilecekleri bir karo problemi verilmiştir. Aynı problem 5 ay sonra tekrar verilmiştir. Bu süreçte öğrencilerle her biri yaklaşık 20-30 dakika süren görüşmeler yapılmıştır. Her bir katılımcıdan problemi çözerken sesli okumaları ve düşünceleri istenmiştir. Bu sürecin sonunda öğrencilerin karo problemini çözerken 3 bölüme ayrılan (sayısal, biçimsel, pragmatik) 23 farklı strateji kullandığı ortaya çıkmıştır. Bu stratejiler Tablo 2.7'de verilmiştir.

Tablo 2.7. Karo probleminin çözümünde tanımlanan tüm stratejiler

Stratejiler	No	Stratejinin Tanımı	Stratejiler	No	Stratejinin Tanımı
Sayısal	2	Tablodaki sonlu farkın sayısal kullanımı	Görsel	1	Her bir bölümü sayarak gruplama (çarpımsal ilişki)
	6	Rastgele deneme ve hata		4	Her bir bölümün görsel büyümesi (toplamsal sayma yöntemi)
	6	Sistemantik deneme ve hata		5	Görsel simetri
	7	Sayısal sonlu farkları yakın formüle genelleme		9	Sütunları biçimsel oranlama (4 tane dışa, 4 tane içe kare ekleme)
	8	Örtülü yineleme		13	Eşmerkezli görsel sayma
	10	Bağımlı ve bağımsız değişkenlerin karmaşıklığı		14	4 merkez kare ekleme
	11	Tabloyu genişletme		18	Bölümleme
	12	Bağımsız değişkeni gözden kaçırma		20	Birer sayma
	15	Siyah ve beyaz için iki tane formül ekleme		21	Rastgele saymadan sonra görsel sonlu farklar
	16	Orantılılığın yanlış kullanımı		22	3'er sistemantik saydıktan sonra görsel sonlu farklar
	17	Bir formül oluşturma ve 10. terimi yerine koyma	AG*	3	Genellemeyi yapamama
	19	Siyah ve beyaz karo açısından toplam	*Alternatif Genelleme		

Öğrenciler bunlardan en çok 1, 4, 5, 9, 13, 14, 18, 20 ve 22 numaralı stratejileri kullanmışlardır. Yani, kullanılan stratejilerin ağırlıklı olarak sayısal içerikli olduğu söylenebilir. Sayısal genellemeyi kullanan öğrenciler, doğrusal örüntülerde katsayının temsil ettiği şey ile ilgili olarak benzerlik stratejilerinden deneme ve yanılma stratejisini kullanmaktadırlar. Değişkenler, doğrusal sayı dizilerinde üretici anlamından hariç

olarak yalnızca bir yer tutucu olarak kullanılmaktadır. Biçimsel genellemeyi kullanan öğrenciler, doğrusal dizilerde sayılar arasındaki ilişkiye odaklanan algısal benzerlik stratejilerini kullanmaktadırlar. Değişkenler sadece yer tutucu olarak değil aynı zamanda fonksiyonel ilişki durumu olarak görülmektedir. Pragmatik genellemeyi kullanan öğrenciler ise, hem sayısal hem de biçimsel stratejiyi akıcı bir şekilde kullanmaktadırlar. Bu öğrenciler ardışık sayılar arasındaki ilişkileri ve özellikleri görebilmektedir. Yani biçimsel genellemeyi kullanan öğrencilerin pragmatik genellemeyi de kullanma eğiliminde olduğu söylenebilir. Sonuç olarak genellemede başarısız olan öğrencilerin ilk önce sayısal stratejileri kullanma eğiliminde oldukları söylenebilir. Ancak bu öğrenciler, diğer yaklaşımları denemede ve farklı sunum biçimleri ve genelleme stratejileri arasındaki bağlantıları görmede sorun yaşamaktadırlar.

Lan Ma (2007) araştırmasında ortaokul öğrencilerinin artarak genişleyen örüntülerde nasıl genelleme yaptıklarını belirlemeye çalışmıştır. Araştırmaya 12 tane 5. sınıf ve 28 tane altıncı sınıf olmak üzere başarı seviyeleri düşük, orta ve yüksek olan toplam 40 öğrenci katılmıştır. Öğrencilere, örüntülerle ilgili aktiviteler internet üzerinden verilmiştir. Soruların dört tanesi şekil biçiminde sunulan örüntülerden oluşurken, diğer dört tanesi sayı dizisi biçiminde sunulan örüntülerden oluşmaktadır. Sorulardan karesel genişleyen dizi olan iki tanesi ise aynı örüntünün iki farklı sunum biçimi olarak verilmiştir. Öğrencilerden problemleri çözerken örüntüyü araştırmaları, genişletmeleri ve genelleme yapmaları istenmiştir. Araştırma sonunda çok az öğrenci her iki dizinin de aynı durumu temsil ettiğini algılayabilmiştir. Düşük başarılı öğrenciler görsel yaklaşımı benimserken, orta seviyeli öğrenciler sayısal yaklaşımı benimsemişlerdir. Öğrenciler örüntüleri daha uzak adımlara genellerken 3 temel sorunla karşılaşmışlardır. Birincisi, örüntünün genel kuralından ziyade yerel bir kural oluşturmuşlardır. İkincisi, metotlardan ziyade sayısal cevaplara odaklanmışlardır. Üçüncüsü ise, doğru olmayan ancak basit kestirme metotları uygulamışlardır. Bu sorunlar yüzünden öğrenciler örüntüleri uzak adımlara tamamlayamamışlardır. Ayrıca araştırmanın sonucunda öğrencilerin eşdeğer sayı dizisinden ziyade görsel yaklaşımı kullanırlarsa genellemeyi daha kolay geliştirebilecekleri ortaya çıkmıştır. Mesela, yüksek başarılı bir öğrenci örüntünün uzak adımlara tamamlanmasını şekil biçiminde

sunulan dizilerle yapabilmıştır. Hatta düşük başarılı öğrenciler bile bu şekilde sunulan örüntüleri genelleyebilmişlerdir. Yani, görsel yaklaşımı benimseyen fakat örüntüler arasındaki ilişkinin farkında olmayan öğrenciler süreçte örüntüyü daha kolay genelleyebilmişlerdir.

Steele (2008) yaptığı çalışmada, henüz cebir öğrenmemiş 8 tane 7. sınıf öğrencisinin örüntülerdeki cebirsel düşüncelerinin gelişimini araştırmıştır. Öğretme deneyi öğrencilerin görsel genişleyen ve değişen problemlerde miktarlar arasındaki ilişkinin örüntülerini genelleme ve tanımlamalarına, bu genellemeleri sözel ve sembolik temsil biçimleriyle ifade etmelerine ve örüntüyü bulma ve genelleme için içsel ve dışsal temsil biçimleri arasında etkili bağlantılar geliştirmelerine yardımcı olacak şekilde tasarlanmıştır. Öğrencilere iki adet problem sunulmuştur. Her bir problemde miktarlar arasındaki ilişkiyi bulmak için öğrencilerin kullandığı diyagramlar, semboller, tablolar ve kelimeler belirlenmiştir. Öğretme deneyi boyunca öğrenciler diyagram, tablo, sözel genelleme ve sembolik ifade kullanarak farklı dışsal temsil biçimlerini kullanmışlardır. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin problemlerdeki değişkenler arasındaki ilişkiyi genelleme ve örüntüyü tanımlamada oldukça yetenekli oldukları ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin tamamı örüntüyü ve ilişkileri tanımlamak için birden fazla dışsal temsil biçimi kullanmıştır. Öğrenciler genellikler diyagram çizmeye başlamışlar, sayıları ve sayısal işlemleri gözlemledikleri örüntülere transfer etmişler, inceledikleri örüntülerin tanımlarını yazmışlar ve son olarak bir sembolik temsil biçimi oluşturmuşlardır. Ayrıca, öğrencilerin çoğu tablolarda olduğu gibi girdi ve çıktı değerlerini kullanmadan diyagramın görsel yönünü dikkate alarak genelleme yapmışlardır. Lan Ma (2007)'nin araştırmasında da öğrenciler görsel yaklaşımı kullanarak daha kolay genelleme yapmışlardır. Sadece 1 öğrenci öğretme deneyi boyunca olduğu gibi her iki problemi de çözerken tablo temsil biçimini kullanmıştır. Sonuç olarak, 8 öğrenciden 7'si sözel ve sembolik bir şekilde genelleme yolu olarak diyagramları oluşturmuş ve yorumlamıştır.

Tanışlı ve Yavuzsoy Köse (2011) araştırmalarında, sınıf öğretmeni adaylarının doğrusal şekil örüntülerini genellerken hangi stratejileri kullandıklarını ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Araştırmaya 16 sınıf öğretmeni katılmış ve klinik görüşme yapılmıştır. Araştırma sonuçlarına göre, bazı öğretmen adaylarının doğrusal şekil örüntüsünü yakın

veya uzak bir adıma devam ettirmede sayısal yaklaşımı benimsediği ve bu süreçte 26 farklı strateji kullandığı anlaşılmıştır. Ayrıca adaylar örüntüleri genellerken sayısal yaklaşımda yinelemeli, görsel yaklaşımda hem yinelemeli hem de fonksiyonel stratejileri kullanmışlardır.

Blanton ve Kaput (2004) çalışmalarında, anasınıfı öncesinden ortaokula kadar olan öğrencilerin fonksiyonel ilişkileri nasıl geliştirdiklerini ve ifade ettiklerini araştırmışlardır. Öğrencilere sabit genişleyen örüntü içeren iki adet problem sunulmuş ve örüntünün genel kuralını bulmaları istenmiştir. Elde edilen veriler her sınıf seviyesi için ayrı ayrı analiz edilmiştir. Araştırmanın sonucunda, tablo gibi temsil biçimlerini nasıl kullanabildikleri, örüntüleri açıkça nasıl ifade ve sembolize edebildikleri ve birlikte değişen nicelikleri nasıl açıklayabildikleri ortaya çıkarılmıştır. Öğrenciler problemleri çözmek ve matematiksel ilişkileri ifade etmek için tablo, grafik, resim, kelime ve sembolleri kullanmışlardır. Anasınıfından 1. sınıfa kadar olan öğrenciler görsel objelerle sayma yaparak örüntüyü açıklamaya çalışırken, 1. sınıftan 5. sınıfa kadar olan öğrenciler verileri düzenlemek için ortak olarak fonksiyon tablolarını kullanmışlardır. 3. sınıfa kadar olan öğrenciler değişen nicelikleri harflerle sembolize ve ifade edebilmişlerdir, ancak ilişkiyi tam olarak açıklayamamışlardır. 4. sınıf öğrencileri ise tabloyu oluşturduktan sonra genellemeyi yapabilmişlerdir. Sonuç olarak, öğrencilerin düşünülenin aksine çok daha erken bir dönemde fonksiyonel düşünme becerisine sahip olduğu ortaya çıkmıştır. Ley (2005) ise yaş ilerledikçe öğrencilerin değişkenler arası ilişkiyi daha kolay keşfedebildiklerini iddia etmektedir.

Ley (2005) araştırmasında, öğrenciler doğrusal genelleme örüntülerindeki yeteneklerini incelemiştir. Araştırma 2. sınıf ile 5. sınıf arasında değişen toplam 97 öğrenci üzerinde yapılmıştır. Öğrencilere genel kuralı $mx + b$ şeklinde olan 4 tane ve genel kuralı mx şeklinde olan 1 tane olmak üzere toplam 5 tane doğrusal genelleme örüntü problemi sunulmuştur. Problemler şekil, sayı dizisi, sözel problem ve fonksiyon tablosu şeklinde tasarlanmıştır. Araştırma sonucunda, öğrencilerin özellikle atlayarak sayma ve örüntüyü yakın adıma genellemede en çok yinelemeli stratejiye başvurduğu görülmüştür. Bunun yanı sıra değişkenler arası ilişki bulma stratejisinin oldukça az kullanıldığı anlaşılmıştır. Ancak, yaşça büyük öğrenciler şekil biçiminde sunulan

örüntülerde uzak genelleme yapmak için bu stratejiyi kullanmışlardır. Bunların dışında öğrencilerin yaşı arttıkça etkisiz stratejinin kullanımının azaldığı, değişkenler arası ilişki bulma stratejisinin ise kullanımının arttığı belirlenmiştir.

Moss ve Beaty (2006) araştırmalarında, doğrusal genelleme problemlerini kullanarak 4. sınıf öğrencilerinin fonksiyonları anlamalarını sağlamak için işbirlikçi öğrenme ortamı sağlayan web tabanlı bir Bilgi Forumu'nun etkisinin incelemişlerdir. Farklı şehirlerdeki okullara devam eden toplam 60 öğrenci çalışmaya katılmıştır. Öğrencilere sunulan problemler hem doğrusal hem de karesel fonksiyonları içermektedir. Bilgi Forumu sayesinde öğrenciler internet üzerinden problemleri işbirliği içinde yapmaya çalışmışlardır. Bu süreçte veri tabanındaki tartışmaların tamamı incelenmiştir. Öğrencilere çalışmalarıyla ilgili özellikle dönüt verilmemiştir. Bu şekilde, öğrenciler kendi çözümlerini ispatlamak için daha istekli olmuşlar ve aralarındaki etkileşim artmıştır. Çalışmanın sonunda veri tabanında toplam 297 tane not oluşmuştur. Bu notların %72'si öğrencilerin ortaklaşa çalışmasıyla meydana gelmiştir. Yüksek ve düşük başarılı öğrenciler tarafından oluşturulan notlar karşılaştırıldığında, yüksek başarılı öğrencilerin notlarının %53'ü cevap niteliğindeyken %46'sı orijinal fikirlerdir. Aksine, düşük başarılı öğrencilerin notlarının %70'i cevap niteliğindeyken %30'u orijinal fikirlerdir. Buradan da düşük başarılı öğrencilerin genellemelerini yüksek başarılı öğrencilerin teorileri üzerine inşa ettiği anlaşılmıştır. Sonuç olarak, veri tabanındaki tartışmalar sayesinde öğrenciler fonksiyonel ilişkileri daha iyi anlamışlar ve genellemeleri formülize edebilmişlerdir. Yani, Bilgi Forumu'nun, öğrencilerin problemlerle fonksiyonel kurallar arasındaki bağlantıyı sorgulamalarını sağladığı ortaya çıkmıştır.

Lin ve Yang (2004) araştırmalarında, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin doğrusal ve artarak genişleyen geometrik sayı örüntülerinde nasıl akıl yürüttüklerini ve geometrik sayı örüntüleri üzerine akıl yürütmenin 4 bileşeni olan anlama, genelleme, sembolize etme ve kontrol etme arasında hiyerarşik ilişkileri keşfetmeyi amaçlamışlardır. Özellikle doğrusal ve artarak genişleyen örüntüler seçilmiştir. Çünkü, öğrencilerden örüntünün n . terimini $an + b$ ve $an^2 + bn + c$ şeklinde ifade edip 5, 20 ve n . adımı tahmin etmeleri istenmiştir. 7. ve 8. sınıfların doğrusal geometrik sayı örüntüleriyle ilgili genellemeleri

karşılaştırıldığında 8. sınıfların (%52,7) 7. sınıflardan (%35,4) daha başarılı olduğu görülmüştür. Ancak, öğrenciler yanlış cevaplarda orantısal akıl yürütme stratejisini kullanmışlardır. Artarak genişleyen geometrik sayı dizilerinde ise 7. sınıfların %36,3'ü, 8. sınıfların ise %64,3'ü örüntüyü genelleylebilmişlerdir. 7. sınıflarda az da olsa bazı öğrenciler örüntü tablolarında sadece sütun ya da satıra odaklandığı için örüntüyü yanlış genellemişlerdir. Sonuç olarak, geometrik sayı dizileri için akıl yürütme, cebir öğrenmenin başlangıcı olduğu söylenebilir. Çünkü, 7 ve 8. sınıftaki öğrencilerin yaklaşık üçte biri doğrusal ve artarak genişleyen sayı dizilerini doğru genelleylebilmiştir. Öğrencilerin çoğu genelleme yaparken artarak genişleyen sayı dizilerine doğrusal geometrik sayı dizilerinden daha çok doğru cevap vermiştir.

Dindyal (2007) araştırmasında, iki farklı lisedeki öğrencilerin örüntüleri ve genellemeleri nasıl kullandıklarını ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Araştırmaya geometri sınıfına devam eden toplam 39 öğrenci katılmıştır. Her bir sınıf üç ayda gerçekleştirilen 12 ders boyunca gözlemlenmiş ve dersler kaydedilmiştir. Öğretim deneyi bittikten sonra öğrencilere cebir testi uygulanmıştır. Test sonuçlarına göre, her bir sınıftan 3'er öğrenci seçilmiştir. Toplam 6 öğrenciyle her biri 40 dakika süren 4'er görüşme yapılmıştır. Bu görüşmelerde öğrencilerden örüntüleri ve genellemeleri içeren bazı problemleri çözmeleri istenmiştir. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin problemleri çözerken örüntünün genel kuralını tanımlamaya çalıştığı ve bazı aşamaları kullandıkları görülmüştür. Bu aşamalar aşağıda verilmiştir.

- 1) Direkt modelleme aşaması
- 2) Örüntünün tanımlanması aşaması
- 3) Örüntünün test edilmesi aşaması
- 4) Örüntünün genel kuralını bulma aşaması

Ayrıca, örüntünün tanımlanmasının sembolik genellemenin çeşidine karar vermek için önemli olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Akyüz ve Çayır (2015) araştırmalarında, öğrencilerin örüntüleri genellerken kullandıkları stratejileri belirlemeyi amaçlamışlardır. Araştırmaya 9. sınıfa devam eden toplam 425 öğrenci katılmıştır. Öğrencilere doğrusal şekil örüntülerini genellemeye yönelik rutin olmayan 2 adet problem sunulmuştur. Araştırmanın sonunda, öğrencilerin

örüntülerin yakın adımlarını rahatlıkla bulabildiği, ancak uzak adımlarını bulurken zorluk yaşadıkları görülmüştür. Ayrıca, öğrenciler örüntüyü genellemede ve örüntünün kuralını sembolize etmede başarılı olamamışlardır.

Bishop (2000) araştırmasında, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin çevre ve alanla ilgili doğrusal geometrik sayı örüntü problemlerini çözerken hangi stratejileri kullandıklarını belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmaya toplam 23 öğrenci katılmıştır. Araştırma süresince her bir öğrenciyle bireysel görüşmeler yapılmış ve doğrusal geometrik sayı örüntüleriyle ilgili 4 tane problem sunulmuştur. Her bir problemdeki şekiller tüm kenarları eşit uzunlukta olan (üçgen, kare, eşkenar dörtgen) standart örüntü bloklarıyla inşa edilmiştir. Öğrencilerden problemleri çözerken 4 farklı görevi tamamlamaları istenmiştir. Öğrenciler bu görevlerin her birini tamamlarken farklı stratejiler kullanmışlardır.

Tablo 2.8. Öğrencilerin örüntü problemlerini çözerken kullandıkları stratejiler

Görevler	Stratejiler
Sayısal örüntüyü devam ettirme	Modelleme, çarpma, oran, atlayarak sayma, açıklama kullanma
İlişkiyi açıklama	Sayma, toplama, çarpma, örüntüyle ilişkilendirme
Anlatımı değerlendirme	Yerine kullanma, karşılaştırma, ilişki kurma
Ters problemi çözme	Modelleme, tahmin ve kontrol etme, bölme, oran kullanma, atlayarak sayma, denklem çözme, geriye doğru çalışma, yapıyı analiz etme

Ayrıca, öğrenciler problemleri çözerken örüntüler arasındaki ilişkiler için sembolik ifadeler geliştirmişlerdir.

Sasman, Linchevski ve Olivier (1999) araştırmalarında, genelleme yaparken öğrencilerin düşünme süreçlerinin nasıl geliştiğini ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Araştırmaya 8. sınıfa giden toplam 10 öğrenci katılmıştır. Her bir öğrenciyle 45 dakika süren periyotlarla 3'er kez görüşme yapılmıştır. Görüşmelerde öğrencilere 8 tane

genelleme etkinliği sunulmuştur. Bu etkinliklerden 4 tanesi fonksiyon tablosu şeklinde, 4 tanesi ise şekil biçiminde tasarlanmıştır. Her bir etkinlikte 1. adımdan 6. adıma kadar o adıma karşılık gelen değerler verilmiştir. İlk olarak öğrencilerden 7 ve 8. adımı bulmaları istenmiştir. Bir sonraki aşamada daha uzak girdi değerlerinin fonksiyon değerlerini bulmaları istenmiştir. Araştırma sonunda, çoğu öğrencinin 7 ve 8. adıma karşılık gelen sayıları bulmakta zorlanmadıkları, örüntünün kuralını bulabildikleri ve tekrarlama stratejisini yakın adımlarda kullanabildikleri ortaya çıkmıştır. Ancak, örüntünün uzak adımlarını bulmak için bazıları doğru bazıları yanlış farklı stratejiler geliştirmişleridir. Ayrıca öğrenciler, etkinliklerin tamamında örüntünün kuralını tanımlayabilmişler, ancak bu tanımları sembol kullanmaktan ziyade sözel olarak yapmışlardır.

Warren (2006) araştırmasında, öğrencilerin fonksiyonel düşünme becerilerini incelemiştir. Araştırmaya 9,5 yaş civarında iki sınıftan toplam 45 öğrenci katılmıştır. Öğretme deneyi 4 dersten oluşmuş ve öğrenciler araştırmacılar tarafından gözlemlenmiştir. Bu dersler girdi ve çıktı değerleri arasındaki ilişkiye odaklanarak fonksiyon tablolarının kullanımını keşfetmek amacıyla öğrencilerin zihinsel temsil biçimlerini inşa etmelerine olanak sağlayacak şekilde tasarlanmıştır. Araştırma sonuçlarına göre, ortaokul öğrencileri sadece fonksiyonel düşünme gelişiminde yetenekli olmayıp aynı zamanda düşüncelerini hem sözel hem de sembolik olarak ifade edebilmişlerdir.

Öğrencilerin örüntüleri genelllemeleri ve bu süreçte kullandıkları stratejiler üzerine yapılan araştırmalar incelendiğinde öğrencilerin örüntüleri açıklayabildikleri, yakın adımları hesaplayabildikleri, ancak uzak adımları hesaplamakta ve genel bir formül oluşturmakta oldukça zorlandıkları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin şekil biçiminde sunulan örüntülerde tablo biçiminde sunulan örüntülere göre daha başarılı olduğu belirtilmiştir. Bundan başka sınıf seviyesi arttıkça öğrenciler değişkenler arası ilişki bulma stratejisini daha çok kullanmakta ve bu nedenle yaşları arttıkça daha başarılı olmaktadır. Bu araştırmada da benzer bulgulara rastlanılmıştır.

2.2.2. Üstün yetenekli öğrenciler üzerine yapılan araştırmalar

Üstün yetenekli öğrenciler ile ilgili yapılan araştırmalar incelendiğinde çalışmaların çok geniş bir alana yayıldığı görülmüştür. Örneğin, Humphreys ve Lubinski (1990) matematiksel üstün zekalılığın geniş tabanlı bir analizini yapmıştır. Alan yazın tarandığında üstün zekalılık ve cinsiyet ile ilgili çok fazla araştırma yapıldığı görülmüştür. Örneğin, Eccles ve Harold (1992) araştırmalarında üstün yetenekli öğrenciler arasında eğitimsel ve mesleki dağılımda cinsiyet farklılığının etkisini incelemiştir. Fennema, Hyde ve Lamon (1990) ise öğrencilerin matematik performanslarının cinsiyet farklılıkları ile ilişkisini araştırmıştır. Ayrıca üstün yetenekli öğrenciler için müfredat geliştirme ile ilgili de çalışmalar mevcuttur. Mesela Fletcher, Lederberg ve Tolar (2009) yaptıkları araştırmada bilişsel yetenek, aritmetik yetenek ve üniversite öğrencilerinin cebir başarıları arasındaki ilişkiyle ilgili yapısal bir model geliştirmişlerdir. Flowers, Matthews ve Ritchotte (2014) araştırmalarında, ortaokula devam eden üstün yetenekli öğrencilerin bazılarının niçin başarısız olduklarını inceleyen ve Siegle ve McCoach (2005) tarafından geliştirilen Başarı-Uyum Modeli'nin geçerliliğini araştırmışlardır. Bunun yanı sıra üstün yetenekli öğrencilerin matematik tutumları, aile yapıları, öz yeterlilik gibi farklı boyutları da incelenmiştir.

Hocevar, Malpass ve O'Neil (1999) çalışmalarında, liseye giden matematiksel olarak üstün yetenekli bir grup öğrencide cinsiyet, öz yeterlilik, hedef yönelimini öğrenme ve öz düzenleme gibi bazı faktörlerin etkisini araştırmışlardır. Araştırma sonuçlarına göre, öz yeterlilik matematik başarısıyla pozitif yönde, öz düzenleme ile orta düzeyde ve pozitif yönde ilişkili çıkmıştır. Ayrıca öz yeterlilik kaygı ile yüksek düzeyde negatif yönde ve amaç yönelimini öğrenme ise öz düzenleme ile pozitif yönde ilişkili çıkmıştır. Cinsiyete bakıldığında, matematikte erkeklerin kızlardan daha az endişeli ve daha yüksek öz yeterliliğe sahip olduğu görülmüştür.

Martinez-Pons ve Zimmerman (1990) çalışmalarında sınıf seviyesi, cinsiyet ve üstün zekalılığın öz yeterlilik ve strateji kullanımıyla ilişkisini araştırmışlardır. Araştırmaya 5, 8 ve 11. sınıfa giden 45 kız ve 45 erkek olmak üzere eşit sayıda akademik olarak üstün yetenekli ve normal öğrenci katılmıştır. Öğrencilerden öz

düzenleyici öğrenme stratejilerini tanımlamaları ve sözel ve matematiksel yeterliliklerini değerlendirmeleri istenmiştir. Araştırma sonuçlarına göre, üstün yetenekli öğrencilerin yüksek düzeyde sözel yeterlilik, matematiksel yeterlilik gösterdiği ve normal öğrencilerden daha fazla strateji kullandığı ortaya çıkmıştır. Ayrıca öğrencilerin hem sözel hem de matematiksel yeterlilik algılarının kendi öz düzenleyici stratejilerini kullanmalarıyla ilgili olduğu anlaşılmıştır.

Kettler (2014) yaptığı araştırmada, normal öğrenciler ile üstün yetenekli öğrencilerin eleştirel düşünme becerilerini karşılaştırmıştır. Araştırmanın örneklemini 4. sınıfa devam eden 45 üstün yetenekli öğrenci ile 163 normal öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmada, öğrencilerin eleştirel düşünme becerilerini ölçen Cornell Critical Thinking Test ve Test of Critical Thinking isimli iki test kullanılmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre, üstün yetenekli öğrenciler her iki testte de normal öğrencilerden üstün başarı göstermiştir. Fakat, cinsiyetin eleştirel düşünme becerisi ile bir ilişkisi bulunamamıştır. Ayrıca, öğrencilerin test puanları arasında da önemli derecede bir farklılaşma oluşmamıştır.

Goetz, Kleine, Pekrun ve Preckel (2008) yaptıkları araştırmada, üstün yetenekli ve normal öğrencilerin cinsiyet farklılıklarını matematikte başarı, akademik benlik kavramı, ilgi ve motivasyon yönünden incelemişlerdir. Araştırmaya 6. sınıfa devam eden 181 üstün yetenekli ve 181 normal öğrenci katılmıştır. Üstün zekalılık, sözel olmayan muhakeme yeteneği olarak kavramsallaştırılmış ve bilişsel yetenek testi kullanılarak tanımlanmıştır. Matematiksel başarı ise standart matematik testleri ile ölçülmüştür. Benlik kavramı, ilgi ve motivasyon anketler aracılığıyla değerlendirilmiştir. Araştırma sonuçlarına göre, her iki yetenek grubunda da erkeklerin daha yüksek başarı elde ettiği, ancak sınıflarda cinsiyet farklılığının bulunmadığı görülmüştür. Ayrıca benlik kavramı, ilgi ve motivasyonda kızlar daha düşük puan almışlardır. Cinsiyet farklılıkları, üstün yetenekli öğrencilerde normal öğrencilerden daha fazla oluşmuştur. Sonuç olarak, matematikte benlik kavramı, ilgi ve motivasyon yönünden cinsiyet farklılıkları üstün yetenekli öğrencilerde normal öğrencilere nazaran daha yaygın olarak gözlemlenmiştir.

Martray, Norman, Ramsay ve Roberts (2000) araştırmalarında, yüksek ve orta düzeydeki üstün yetenekli öğrencilerin akademik ve sosyal ortamlardaki sosyal statülerini karşılaştırmışlardır. Araştırmaya yaşları 12 ile 16 arasında değişen 95 erkek, 59 kız olmak üzere toplam 154 öğrenci katılmıştır. Öğrencilerin sosyo-ekonomik statüleri, ebeveynlerin eğitim ve meslekleri dikkate alınarak puanlandırılmıştır. Cinsiyet, yaş, ırk, sosyoekonomik statü ve aile yapısı gibi veriler ise anket aracılığıyla toplanmıştır. Bunun yanı sıra öğrencilerin akademik becerilerini belirlemek için The Otis-Lennon Okul Yetenek Testi uygulanmıştır. Öğrencilerin sosyal statüleri ise her bir öğrencinin sınıf arkadaşı tarafından yapılan akran değerlendirmesi kullanılarak belirlenmiştir. Son olarak öğrencilerin benlik kavramalarını belirlemek için iki adet ölçek kullanılmıştır. Araştırma sonuçlarına göre, yüksek ve orta düzeydeki üstün yetenekli öğrencilerin sosyal statüleri arasında bir farklılık görölmemiştir. Ayrıca üstün zekalılığın seviyesinin sosyal statüde önemli bir rol oynamadığı, ancak benlik kavramının sosyal statüyle ilişki olduğu anlaşılmıştır.

Üstün yetenekli öğrenciler üzerine yapılan araştırmalar incelendiğinde üstün yetenekli öğrencilerin problem çözümünde kullandığı strateji sayısı, öz yeterlilik becerisi, eleştirel düşünme becerisi, motivasyon derecesi gibi bazı özelliklerinin normal öğrencilerden üstün yetenekli öğrencilerin lehine farklılaştığı görölmüştür.

2.2.3. Üstün yetenekli öğrencilerin örüntüleri genellemeleri ve cebir üzerine yapılan araştırmalar

Pajares (1996) araştırmasında, cebir sınıflarına devam eden 232 normal öğrenciyle ortaokula giden 66 üstün yetenekli öğrencinin matematiksel problem çözümünde kendi yeterliliklerinin oynadığı rolü ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Üstün yetenekli öğrencilerin öz yeterliliği, problem çözme modelini tahmin etmede katkı sağlamaktadır. Bu bağlamda araştırmanın sonucunda üstün yetenekli kızların, üstün yetenekli erkeklerden daha yüksek performans sergilediği, ancak öz yeterlilikte bir farklılığın oluşmadığı ortaya çıkmıştır. Ayrıca üstün yetenekli öğrenciler, normal öğrencilerin gösterdiğinden daha düşük matematik kaygısı ve öz düzenleyici öğrenme

için daha yüksek bir matematik öz yeterliliği göstermişlerdir. Bunun yanı sıra çoğu öğrencinin kendi yeteneklerinde aşırı özgüvenli olmasına rağmen üstün yetenekli öğrencilerin daha doğru öz algıları ve daha çok önyargıları olduğu ortaya çıkmıştır.

Sriraman (2003) araştırmasında, üstün yetenekli öğrencilerin problem çözme ile ilgili tecrübelerini ve problem çözme sürecinde temsil, soyutlama ve genelleme gibi ileri matematiksel süreçleri nasıl geliştirdiklerini gözlemlemiştir. Bu çalışmada 9. sınıf hızlandırılmış cebir sınıfına giden 9 öğrenciye 5 tane rutin olmayan kombinasyon problemi sunulmuştur. Problemler, artan zorluk seviyesine göre yaklaşık 3 ayda belirlenmiştir. Araştırmanın sonunda, matematiksel olarak üstün yetenekli olan 4 öğrencinin problemlerin çözümünde tanımlanan genellemeyi keşfetme ve sözle ifade etmede başarılı oldukları görülmüştür. Ancak üstün yetenekli olmayan 5 öğrenci gizli genellemeyi keşfedememiştir. Bu bulguya dayanarak matematiksel üstün yeteneklilik, problem çözme yeteneği ve genelleme yeteneği arasında bir ilişki olduğu yorumu yapılmıştır.

Amit ve Neria (2008) araştırmalarında, doğrusal ve doğrusal olmayan örüntü problemlerinin çözümünde cebir öncesi üstün yetenekli öğrenciler tarafından kullanılan genelleme metotları üzerine çalışmışlardır. Nitel olarak analiz edilen 3 problemin çözümünde genelleme yapmak için 2 yaklaşımın kullanıldığı anlaşılmaktadır. Bu yaklaşımlar tekrarlanan-yerel ve fonksiyonel-genel olarak isimlendirilmiştir. Öğrenciler zihinsel esneklik, görsel, sözel ve sayısal temsil biçimleri arasında kusursuz dönüşüm ve toplamsal çözüm yaklaşımı yerine daha etkili olan çarpımsal stratejileri kullanma eğilimi göstermişlerdir. Sonuç olarak öğrencilerin genellemeleri, değişkenlerin keşfinde, sabit ve karşılıklı ilişkilerde ve bulunan cebirsel vurguyu kullanarak bu keşiflerin bağlantısında cebirsel düşünmeyi ortaya çıkarmıştır.

Leikin, Leikin, Shaul ve Waisman (2014) araştırmalarında, sembolik ve grafiksel temsil biçimleri arasında dönüşüm gerektiren problemleri çözmeyle ilişkili beyin aktivitelerini incelemişlerdir. İlk olarak, davranışsal ve elektrofizyolojik ölçümler aracılığıyla öğrencilerin problem çözme performanslarını dikkate alarak genel üstün zekalılık (G etkisi) ile okul matematiğinde üstünlüğün (EM etkisi) ilişkisini

araştırmışlardır. İkinci olarak ise yüksek matematik performansına (S-MG) sahip öğrencilerin belirgin özelliklerini araştırmışlardır. Araştırmada ERP (event-related brain potentials) tekniğini kullanmışlardır. Bu teknik, beyinde oluşan bilişsel süreç veya dış uyaranlarla ilgili merkezi sinir sisteminin elektriksel aktivitelerindeki değişimi yansıtan bir elektrofizyolojik ölçüm yöntemidir. Araştırmanın örneklemini G ve EM faktörleri bakımından farklılık gösteren, 10. ve 11. sınıfa devam eden, 16-18 yaş arası matematik eğitimi gören toplam 1200 öğrenci oluşturmaktadır. EM ve G faktörlerinin kombinasyonundan oluşan toplam 4 farklı grup oluşturulmuştur. EM faktörünün etkileri davranışsal ve elektrofizyolojik seviyelerde görülmüştür. 5. gruptaki katılımcılar olağanüstü matematiksel yeteneklere (S-MG) sahip 9 öğrenciden oluşmaktadır. Araştırmanın sonunda, EM grubundaki öğrencilerde G etkisinin fonksiyonların temsil biçimleri arasındaki dönüşümle ilişkili performansları üzerine bir etkisinin olmadığı görülmüştür. Ayrıca en yüksek elektriksel aktivite üstün olarak tanımlanmayan ancak matematikte mükemmel olan öğrencilerde görülmüştür. Bu yüksek elektriksel aktivitenin bu gruptaki öğrencilerde yüksek bilişsel becerinin göstergesi olabileceği düşünülmüştür. Bunların yanında davranışsal ve elektrofizyolojik seviyelerde olağanüstü matematiksel yeteneklere sahip öğrencilerin yoğun ve farklı özellikleri tanımlanmıştır.

Farmer ve Matthews (2008) yaptıkları araştırmada, akademik olarak üstün yetenekli öğrencilerin cebir başarısını etkileyen faktörleri incelemişlerdir. İlk olarak üst düzey yetenek araştırma testinde başarılı olan cebir performansı yüksek üstün yetenekli öğrenciler ile belli matematik göstergeleri arasındaki ilişki araştırılmıştır. Öğrencilerin cebir başarısını ölçen standart testlerde aldıkları puanlar ile belli değişkenler arasındaki ilişkiyi incelemek için yapısal denklem modeli kullanılmıştır. Değişkenler önceki matematik yeteneği, ebeveyn eğitim düzeyi, bir öğrencinin üstün yetenekli olarak tanımlanıp tanımlanmadığı, okul sonrası aktivitelere katılım, ev ödevine harcanan zaman ve sınıfta tartışmaya ve derslere ayrılan zaman gibi farklı ölçütlerden oluşmaktadır. Araştırma sonuçlarına göre, matematiksel muhakeme ile cebir başarısı arasında güçlü bir ilişki olduğu görülmüştür. Ancak üstün yetenekli olma durumu, matematiksel muhakemenin güçlü bir belirleyicisi olmasına rağmen cebir başarısıyla kuvvetli bir ilişki bulunamamıştır. Son olarak sınıfta tartışmaya harcanan zamanın

cebirle ilgili ev ödevlerine haftalık harcanan zaman üzerinde önemli bir etkisi olduğu anlaşılmıştır.

Üstün yetenekli öğrencilerin örüntüleri genellemeleri ve cebir üzerine yapılan yapılan araştırmalar incelendiğinde üstün yetenekli öğrencilerin normal öğrencilere göre genelleme yaparken daha etkili strateji kullandığı, örüntü sunum biçimleri arasında kolaylıkla dönüşüm yapabildiği, genellemeyi keşfedebildiği ve sözel olarak ifade edebildiği ortaya çıkmıştır.



III. BÖLÜM

3. Yöntem

Bu bölümde araştırmanın modeli, örneklem seçimi, veri toplama araçları, araştırmanın değişkenleri ve verilerin analizleri hakkında açıklamalar yer almaktadır.

3.1. Araştırmanın Modeli

Araştırmanın alt problemlerini test edebilmek için oluşturulan matematiksel örüntü başarı testi öğrencilere uygulanmıştır. Test sonucunda nicel veriler elde edilmiştir. Bu veriler üzerinden istatistiksel analizler yapılmıştır.

Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin örüntü başarı testinin tamamından, örüntü tipine göre, soru tipine göre ve örüntünün sunum biçimine göre aldığı puanların arasında anlamlı farklılık olup olmadığına bakarken "Tarama" modeli araştırma kullanılmıştır. Üstün yetenekli öğrencilerin örüntü başarı testinin tamamından, örüntü tipine göre, soru tipine göre ve örüntünün sunum biçimine göre aldığı puanların sınıf seviyeleri açısından farklılık gösterip göstermediğine bakarken "Nedensel Karşılaştırma" modeli araştırma kullanılmıştır. Ayrıca, üstün yetenekli öğrencilerin örüntü başarı testinin tamamından, örüntü tipine göre, soru tipine göre ve örüntünün sunum biçimine göre aldığı puanların arasında anlamlı bir ilişki olup olmadığına bakarken "Korelasyonel" modeli araştırma kullanılmıştır.

3.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu 2015-2016 eğitim-öğretim yılında Bartın ilindeki bir ilkokul ve ortaokulda okuyan 4, 5, 6 ve 7. sınıf öğrencileri ve yine Bartın ilinde Bilim ve Sanat Merkezi'ne devam eden 4, 5, 6 ve 7. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. 8. sınıflar liseye giriş sınavlarına hazırlandıkları için araştırmaya dahil edilmemişlerdir.

Araştırma üstün yetenekli ve normal öğrenciler üzerinde yapılmıştır. Araştırmaya normal öğrenciler basit seçkisiz örnekleme yöntemiyle, üstün yetenekli öğrenciler ise elverişli örnekleme yöntemiyle seçilmiştir. Normal öğrenciler sosyo-ekonomik düzeyi orta seviyede olan bir ilkokul ve ortaokuldan rastgele seçilmiştir. Yine bu okulun 4, 5, 6 ve 7. sınıf şubelerinden birer tanesi seçkisiz olarak belirlenmiştir. Her şubeden 30 öğrenci olmak üzere toplam 120 öğrenci araştırmaya dahil edilmiştir. Üstün yetenekli öğrenciler ise Bilim ve Sanat Merkezi'ne devam eden öğrencilerden seçilmiştir. 4, 5, 6 ve 7. sınıf öğrencilerinden 30'ar tane olmak üzere toplam 120 öğrenci rastgele seçilmiştir. Bu okullarda araştırmanın yapılabilmesi için Milli Eğitim Bakanlığı'ndan gerekli izinler alınmıştır (Bkz. Ek 2). Öğrencilerin sınıflara ve cinsiyetlere bağlı dağılımı Tablo 3.1'de verilmiştir.

Tablo 3.1. Araştırmaya katılan öğrencilerin sınıflarına ve cinsiyetlerine göre dağılımı

Sınıflar		NORMAL		ÜSTÜN		TOPLAM
4	Kız	17	%51,52	16	%48,48	33
	Erkek	13	%48,15	14	%51,85	27
	Toplam	30	%50	30	%50	60
5	Kız	15	%53,57	13	%46,43	28
	Erkek	15	%46,88	17	%53,12	32
	Toplam	30	%50	30	%50	60
6	Kız	16	%53,33	14	%46,67	30
	Erkek	14	%46,67	16	%53,33	30
	Toplam	30	%50	30	%50	60
7	Kız	19	%55,88	15	%44,12	34
	Erkek	11	%42,31	15	%57,69	26
	Toplam	30	%50	30	%50	60
TOPLAM		120		120		240

Tablo 3.1.'e göre, araştırmaya hem normal öğrencilerde hem de üstün yetenekli öğrencilerde her sınıf seviyesinde 30'ar öğrenci, toplamda 240 öğrenci katılmıştır. Normal öğrencilerin 67 tanesi (%55,83) kız, 53 tanesi erkek (%44,17) ve üstün yetenekli öğrencilerin 58 tanesi (%48,33) kız, 62 tanesi (%51,67) erkektir.

3.3. Veri Toplama Aracı ve Verilerin Toplanması

Bu bölümde veri toplama aracının nasıl geliştirildiği, başarı testi maddelerinin nasıl oluşturulduğu, test maddelerinin nasıl puanlandığı ve veri toplama aracının geçerlik ve güvenirliği ile ilgili bilgiler verilmiştir.

3.3.1. Matematiksel örüntü başarı testi

Araştırmada kullanılan Matematiksel Örüntü Başarı Testindeki sorular araştırmanın amacı, literatür taramasından elde edilen bilgiler, İlkokul ve Ortaokul Matematik Programı'ndaki kazanımlar ve uzman görüşleri alınarak oluşturulmuştur. Başarı testinde toplam 27 soru yer almaktadır. Testte "Sayı Dizisi", "Şekil" ve "Tablo" biçiminde sunulan örüntülerin her birinden 3'er soru bulunmaktadır. Bu sorular ise örüntü tiplerinden "Doğrusal Genişleyen", "Karesel Genişleyen" ve "Tekrarlayan" örüntü tiplerinde sorulmaktadır. Böylece toplam 9 soru sorulmuştur. Ayrıca, sorulan 9 sorunun her biri için 3'er tane de soru tiplerine göre örüntü problemleri bulunmaktadır. Bu soru tiplerinden birincisi verilen örüntüyü devam ettirme ile ilgilidir. Yani örüntünün başlangıç adımları verilmekte bir sonraki bazı yakın adımları bulmaları istenmektedir. Bu soru tipi "Sayısal İfade" olarak adlandırılmaktadır. İkinci soru tipindeyse öğrencilerden örüntünün kuralını bulmaları ve sözel olarak ifade etmeleri beklenmektedir. Bu soru tipi "Sözel İfade" olarak adlandırılmaktadır. Üçüncü soru tipinde ise örüntünün kuralını cebirsel olarak yazmaları ve örüntünün uzak adımlarını bulmaları istenmektedir. Bu soru tipi ise "Sembolik İfade" olarak adlandırılmaktadır. Sonuç olarak matematiksel örüntü başarı testinde 9 ana soru ve her bir sorunun 3 alt sorusu bulunmaktadır. Böylece testte toplam 27 soru yer almaktadır.

Testin kapsam geçerliğini belirlemek için uzman görüşüne başvurulmuştur. Matematik eğitimi alanında uzman üç öğretim görevlisinin, iki matematik öğretmenin ve bir ölçme değerlendirme uzmanının görüşleri alınmıştır. Buna göre, örüntü başarı testinin kapsam geçerliği sağlanmıştır. Testin güvenirliği KR-20 (Kuder Richardson) ile analiz edilmiştir. KR 20 güvenirlik katsayısı 0.88 olarak bulunmuştur.

3.3.2. Test maddeleri

Testte yer alan sorular ilgili literatürde yer alan örüntü sunum biçimleri kullanılarak oluşturulmuştur. Sunum biçimlerine ait sorular (tablo, sayı dizisi, şekil) Ley (2005)'in çalışmasından yararlanılarak seçilmiştir. Örüntü tiplerine ait sorular

oluşturulurken (karesel genişleyen, tekrarlayan, doğrusal genişleyen) Warreen (2005), Papic (2007), Liljedahl (2004) ve Lannin (2003)'ün çalışmalarından yararlanılmıştır. Örüntü tiplerine ait sorular ise MacGregor ve Stacey (1995) ve Warren (2005)'in çalışmalarından yararlanılarak oluşturulmuştur.

3.3.2.1. Testte yer alan örüntü sunum biçimlerine ait sorular

Testte üç farklı sunum biçimine ait sorular yer almaktadır. Bu sunum biçimleri tablo, sayı dizisi ve şekil sunum biçimleridir.

3.3.2.1.1. Tablo sunum biçimi

Matematiksel örüntü başarı testinde tablo sunum biçimine ait üç adet soru sorulmuştur. Her sorudaki tablolar iki satırdan oluşmaktadır. Birinci satırda adım sayısı, ikinci satırda sayılar ve harfler yer almaktadır. Her bir tabloda adım sayılarına karşılık gelen bazı sayılar verilmiş ve öğrencilerden verilmeyen adım sayıların karşılık gelen sayıları veya harfleri bulmaları istenmiştir. Tekrarlayan örüntü tipine ait soruda $3n-1$ için A, $3n-2$ için B ve $3n$ için c harfini bulmaları, karesel genişleyen örüntü tipindeki soruda n adım sayısını göstermek üzere $n^2 + 4$ kuralını ve genişleyen örüntü tipindeki soruda $8n - 1$ kuralını bulmaları beklenmektedir. Matematiksel örüntü başarı testindeki tablo sunum biçime ait örnek soru aşağıda verilmiştir.

Adım Sayısı	1	2	3	4	
Sayılar	5	8	13	20	

- a) Örüntünün 10. adımını bulunuz.
b) Örüntünün kuralını açıklayınız.
c) Örüntünün 29. adımını bulunuz.

Şekil 3.1. Matematiksel örüntü başarı testindeki tablo sunum biçimine ait soru

3.3.2.1.2. Sayı dizisi sunum biçimi

Sayı dizisi biçiminde sunulan örüntülerde öğrencilerden adım sayısı ile o adıma karşılık gelen sayı arasındaki ilişkiyi bulmaları istenmektedir. Tekrarlayan örüntü tipindeki soruda 1 eklenildiği, 4 eklenildiği ve 5 çıkarıldığı kuralını bulmaları, ayrıca örüntünün her 3 adımda bir kendini tekrar ettiğini görmeleri beklenmektedir. Öğrencilerin, doğrusal genişleyen örüntü tipinde $7n - 4$ kuralını ve karesel genişleyen örüntü tipinde ise $n^2 - 1$ kuralını bulmaları gerekmektedir. Matematiksel örüntü başarı testinden alınan örnek bir sayı dizisi sorusu Şekil 3.2'de verilmiştir.

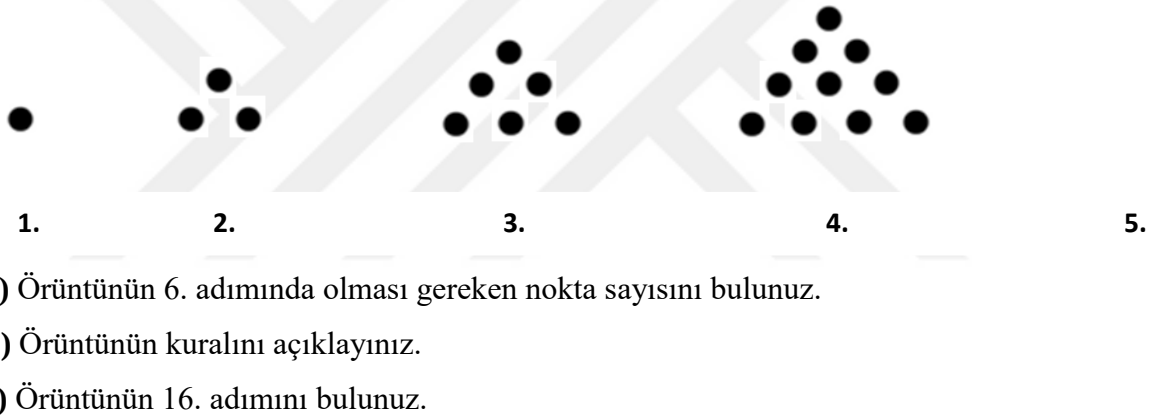
0 3 8 15 24

- a) Örüntünün 7. terimini bulunuz.
b) Örüntünün kuralını açıklayınız.
c) Örüntünün 25. terimini bulunuz.

Şekil 3.2. Matematiksel örüntü başarı testindeki sayı dizisi sunum biçimine ait soru

3.3.2.1.3. Şekil sunum biçimi

Şekil sunum biçimindeki örüntülerde öğrencilerden birinci soruda adım sayısı ile o adımda verilen nokta sayısı arasındaki ilişkiyi bulmaları, ikinci soruda adım sayılarına göre okların yönünü bulmaları, üçüncü soruda ise adım sayısı ile o adıma karşılık gelen kare sayılarını bulmaları istenmektedir. Öğrencilerden tekrarlayan örüntü tipindeki soruda her 4 adımda bir okların yönünü kendini tekrar ettiğini görmeleri beklenmektedir. Öğrencilerin, doğrusal genişleyen örüntü tipinde $5n$ kuralını ve karesel genişleyen örüntü tipinde ise $\frac{n.(n+1)}{2}$ kuralını bulmaları gerekmektedir. Matematiksel örüntü başarı testinden alınan örnek bir şekil sunum biçimi sorusu Şekil 3.3'de verilmiştir.



Şekil 3.3. Matematiksel örüntü başarı testindeki şekil sunum biçimine ait soru

3.3.2.2. Testte bulunan örüntülerin tipleri

Matematiksel örüntü başarı testinde 3 çeşit örüntü bulunmaktadır. Bu örüntü tipleri aşağıda verilmiştir.

3.3.2.2.1. Doğrusal genişleyen örüntü tipi

Doğrusal genişleyen örüntülerin kuralı birinci derecedendir. Adım sayısı ile o adıma karşılık gelen sayı arasında $ax + b$ şeklinde bir ilişki vardır. Bu tip örüntülerde öğrencilerin örüntünün kuralını bulmaları ve hangi adım sorulursa o adıma karşılık gelen sayıyı bulmaları gerekmektedir. Testte 3 adet doğrusal genişleyen örüntü sorusu yer almaktadır.

3.3.2.2.2. Karesel genişleyen örüntü tipi

Bu tip örüntülerde örüntünün kuralı ikinci dereceden bir denklemlle ifade edilebilmektedir. Adım sayısı ile o adıma karşılık gelen sayı arasında $y = ax^2 + bx + c$ gibi bir kural vardır. Öğrencilerden bu kuralı bulmaları ve istenen adıma karşılık gelen sayıyı hesaplamaları istenmektedir. Testte üç adet karesel genişleyen örüntü tipinde soru sorulmuştur. Bunlardan ilk iki soru $x^2 + c$ şeklinde, son soru ise $ax^2 + bx$ şeklindedir.

3.3.2.2.3. Tekrarlayan örüntü tipi

Bu tip örüntülerde örüntünün elemanları belli adımlardan sonra kendini tekrar etmektedir. Burada öğrencilerden örüntünün kaç adımdan sonra tekrar ettiğini, yani örüntünün tekrar birimini bulmaları beklenmektedir. Testte üç adet tekrarlayan örüntü sorusu bulunmaktadır.

3.3.2.3. Testte bulunan alt soru tipleri

Matematiksel örüntü başarı testindeki alt soru tipleri sayısal ifade, sözel ifade ve sembolik ifadedir. Testteki tüm sorular sunum biçimine, örüntü tipine ve soru tipine göre Tablo 3.2'de görülmektedir.

Tablo 3.2. Testteki maddelerin sunum biçimi, örüntü tipi ve soru tipine göre incelenmesi

Sorular	Sunum Biçimi	Örüntü Tipi	Soru Tipi
1	Sayı Dizisi	Karesel Genişleyen	Sayısal, Sözel ve Sembolik İfade
2	Sayı Dizisi	Tekrarlayan	Sayısal, Sözel ve Sembolik İfade
3	Sayı Dizisi	Doğrusal Genişleyen	Sayısal, Sözel ve Sembolik İfade
4	Tablo	Karesel Genişleyen	Sayısal, Sözel ve Sembolik İfade
5	Tablo	Tekrarlayan	Sayısal, Sözel ve Sembolik İfade
6	Tablo	Doğrusal Genişleyen	Sayısal, Sözel ve Sembolik İfade
7	Şekil	Karesel Genişleyen	Sayısal, Sözel ve Sembolik İfade
8	Şekil	Tekrarlayan	Sayısal, Sözel ve Sembolik İfade
9	Şekil	Doğrusal Genişleyen	Sayısal, Sözel ve Sembolik İfade

Tablo incelendiğinde, başarı testinde yer alan 1, 2 ve 3 numaralı soruların "Sayı Dizisi" sunum biçiminde, 4, 5 ve 6 numaralı soruların "Tablo" sunum biçiminde ve 7, 8 ve 9 numaralı soruların ise "Şekil" sunum biçiminde sorulduğu görülmektedir. Ayrıca her bir sunum biçiminde sorulan sorular sırasıyla "Karesel Genişleyen", "Tekrarlayan" ve "Doğrusal Genişleyen" örüntü tipinde sorulmuştur. Bunun yanı sıra her bir örüntü tipi "Sayısal İfade", "Sözel İfade" ve "Sembolik İfade" olmak üzere üç adet alt soru tipinde sorulmuştur. Böylece, matematiksel örüntü başarı testinde 27 adet soru sorulmuştur.

3.3.3. Testin puanlanması

Testin puanlanması başarı testinde yer alan alt soru tiplerine göre yapılmıştır. "Sayısal İfade" soru tipinde örüntünün yakın bir adımını bulmaları istenmiştir. Bulana 1 puana, bulamayana 0 puan verilmiştir. "Sözel İfade" soru tipinde örüntünün kuralını sözel olarak ifade etmeleri istenmiştir. Kuralı bulup ifade edebilene 1 puan, örüntünün kuralını bulamayana 0 puan verilmiştir. Son olarak, "Sembolik İfade" soru tipinde örüntünün kuralını sembolize etmeleri ve örüntünün uzak bir adımını bulmaları istenmiştir. Kuralı sembolize edip istenen adımı bulabilene 1 puan, kuralı sembolize edemeyene 0 puan verilmiştir. Böylece öğrencilerin örüntü başarı testinden aldıkları puanlar hesaplanmıştır. Buna göre, bir öğrencinin testten alabileceği en düşük puan 0, en yüksek puan ise 27'dir.

3.3.4. Matematiksel örüntü başarı testinin geliştirilmesi

Matematiksel örüntü başarı testi oluşturulurken ilgili literatürden, ortaokul matematik programından ve uzman görüşlerinden yararlanılmıştır. Böylece bir test taslağı oluşturulmuştur.

Testin kapsam geçerliğini belirlemek için uzman görüşüne başvurulmuştur. Matematik eğitimi alanında uzman üç öğretim görevlisinin, iki matematik öğretmenin ve bir ölçme değerlendirme uzmanının görüşü alınmıştır. Buna göre, örüntü başarı testinin kapsam geçerliği sağlanmıştır.

3.4. Araştırmanın Değişkenleri

Araştırmanın bağımlı değişkeni öğrencilerin matematiksel örüntü başarı testinden aldıkları puanlar, bağımsız değişkeni ise sınıf seviyesidir.

3.5. Verilerin Analizleri

Araştırmada ölçme aracıyla toplanan veriler kontrol edildikten sonra bilgisayarda istatistiksel olarak analiz edilmiştir. Öncelikle üstün yetenekli ve normal öğrencilerin örüntü testi genel başarıları, örüntü tipine göre başarıları, soru tipine göre başarıları ve sunum biçimine göre başarıları belirlenmiştir. Bunların ortalama, standart sapma ve Cohen's d değerleri hesaplanmıştır. Daha sonra üstün yetenekli öğrencilerin sınıf seviyelerine göre örüntü başarı testi, örüntü tipi, soru tipi ve sunum biçimi başarılarının farklılık gösterip göstermediğini belirlemek için "İlişkisiz Ölçümler için Tek Yönlü Varyans Analizi" yapılmıştır. Son olarak üstün yetenekli öğrencilerin örüntü tipi, soru tipi ve sunum biçimine ait başarıları arasındaki ilişkiyi analiz etmek için "Pearson Korelasyon" katsayısı hesaplanmıştır.

IV. BÖLÜM

4. Bulgular ve Yorum

Bu bölümde, araştırma süresince toplanan veriler düzenlenmiş, uygun istatistiksel analizler yapılarak tablo ve grafiklerle yorumlanmıştır. Her bir alt problem ayrı ayrı analiz edilmiştir.

4.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın birinci alt problemi "Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin örüntü testi genel başarıları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?" şeklindedir. Bu alt problemi test etmek için ilişkisiz ölçümler t testi kullanılmıştır.

Tablo 4.1. Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin genel örüntü başarı testi performansları ve ilişkisiz ölçümler için t testi sonuçları

	Grup	n	$\bar{x}$	s	t	Cohen's d
Genel Başarı	Üstün	120	13.18	5.01	5.562*	.72
	Normal	120	9.42	5.47		

* $p < .05$

Üstün yetenekli öğrencilerle normal öğrencilerin örüntü başarıları ile ilgili tanımlayıcı istatistikleri Tablo 4.1'de verilmiştir. Tablo incelendiğinde tüm alanlarda üstün yetenekli öğrencilerin normal öğrencilere göre daha başarılı oldukları görülmektedir. Bu farklılığın anlamlı olup olmadığını belirlemek için ilişkisiz ölçümler için t testi uygulanmıştır (Bkz. Tablo 4.1).

Tablo 4.1 incelendiğinde üstün yetenekli öğrencilerin genel örüntü başarılarının normal öğrencilerin örüntü başarılarından anlamlı şekilde farklılaştığı görülmektedir ($t(238)=5.562$, $p<.05$). Bu farklılığın etkisinin orta derecede olduğu söylenebilir (Cohen's $d= .72$).

4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın ikinci alt problemi "Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin örüntünün sunum biçimine göre örüntü testi başarıları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?" şeklindedir. Bu alt problemi test etmek için ilişkisiz ölçümler t testi kullanılmıştır.

Tablo 4.2. Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin örüntü sunum biçimlerine göre başarı testi performansları ve ilişkisiz ölçümler için t testi sonuçları

		Grup	n	$\bar{x}$	s	t	Cohen's d
Örüntü Sunum Biçimi	Sayı Dizisi	Üstün	120	4.83	1.66	6.388*	.83
		Normal	120	3.35	1.93		
	Tablo	Üstün	120	3.91	2.34	3.634*	.47
		Normal	120	2.88	2.01		
	Şekil	Üstün	120	4.44	2.14	4.217*	.55
		Normal	120	3.18	2.47		

* $p<.05$

Üstün yetenekli öğrencilerle normal öğrencilerin örüntü sunum biçimlerine göre başarı testine ilişkin tanımlayıcı istatistikler Tablo 4.2'de verilmiştir. Tablo incelendiğinde "Sayı Dizisi" biçiminde sunulan örüntülerde üstün yetenekli öğrencilerin normal öğrencilerden daha başarılı olduğu görülmektedir. Bu fark yapılan t testine göre anlamlı bulunmuştur ($t(238)=6.388$, $p<.05$). Hesaplanan Cohen's d değerine göre, oluşan farklılığın etkisinin yüksek düzeyde olduğu söylenebilir (Cohen's $d= .83$). "Tablo" biçiminde sunulan örüntülerde yine üstün yetenekli öğrenciler normal öğrencilerden daha başarılı olmuşlardır. Ortalama puanlar arasında oluşan bu fark

anlamli bulunmuştur ($t(238)=3.634$, $p<.05$). Bu farklılığın etkisinin düşük düzeyde olduğu söylenebilir (Cohen's $d= .47$). "Şekil" biçiminde sunulan örüntülerin ortalama puanları incelendiğinde üstün yetenekli öğrenciler normal öğrencilerden yine yüksek puan almışlardır. Oluşan bu farklılık t testine göre anlamlı bulunmuştur ($t(238)=4.217$, $p<.05$). Bu farklılığın etkisinin orta düzeyde olduğu söylenebilir (Cohen's $d= .55$).

4.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın üçüncü alt problemi " Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin örüntü tipine göre örüntü testi başarıları arasında anlamlı farklılık var mıdır?" şeklindedir. Bu alt problemi test etmek için ilişkisiz ölçümler t testi kullanılmıştır.

Tablo 4.3. Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin örüntü tipine göre başarı testi performansları ve ilişkisiz ölçümler için t testi sonuçları

		Grup	n	$\bar{x}$	s	t	Cohen's d
Örüntü Tipi	Karesel	Üstün	120	3.21	1.99	6.572*	1.13
	Genişleyen	Normal	120	1.73	1.43		
	Tekrarlayan	Üstün	120	6.21	1.86	3.920*	.51
		Normal	120	4.95	2.98		
	Doğrusal	Üstün	120	3.77	2.48	3.489*	.46
	Genişleyen	Normal	120	2.73	2.08		

* $p<.05$

Tablo 4.3 incelendiğinde üstün yetenekli öğrencilerin "Karesel Genişleyen" örüntü tipindeki sorulara ait başarılarının normal öğrencilerden anlamlı şekilde farklılaştığı ortaya çıkmıştır ($t(215.515)=6.572$, $p<.05$). Oluşan bu farklılığın etkisinin oldukça yüksek düzeyde olduğu söylenebilir (Cohen's $d= 1.13$). "Tekrarlayan" örüntü tipindeki soruların ortalama puanları incelendiğinde üstün yetenekli öğrencilerin başarılarının normal öğrencilerin başarılarından anlamlı şekilde farklılaştığı görülmektedir ($t=3.920$, $p<.05$). Hesaplanan Cohen's d değerine göre, bu farklılığın etkisi orta düzeyde çıkmıştır (Cohen's $d= .51$). Aynı şekilde üstün yetenekli öğrencilerin

"Doğrusal Genişleyen" örüntü tipindeki sorulara ait başarılarının normal öğrencilerin başarılarından anlamlı şekilde farklılaştığı anlaşılmaktadır ($t=3.489$, $p<.05$). Oluşan bu farklılığın etkisinin düşük düzeyde olduğu söylenebilir (Cohen's $d=.46$).

4.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın dördüncü alt problemi "Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin soru tipine göre örüntü testi başarıları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?" şeklindedir. Bu alt problemi test etmek için ilişkisiz ölçümler t testi kullanılmıştır.

Tablo 4.4. Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin soru tipine göre örüntü başarı testi performansları ve ilişkisiz ölçümler için t testi sonuçları

		Grup	n	$\bar{x}$	s	t	Cohen's d
Soru Tipi	Sayısal İfade	Üstün	120	6.63	1.74	4.923*	.63
		Normal	120	5.19	2.69		
	Sözel İfade	Üstün	120	2.76	1.94	5.199*	.68
		Normal	120	1.61	1.46		
	Sembolik İfade	Üstün	120	3.79	2.21	4.358*	.57
		Normal	120	2.62	1.96		

* $p<.05$

Tablo 4.4 incelendiğinde, matematiksel örüntü başarı testindeki tüm soru tiplerine ait puanlarda üstün yetenekli öğrencilerin başarılarının normal öğrencilerin başarılarından anlamlı şekilde farklılaştığı görülmektedir. Bu farklılığın etkisinin düzeyini belirlemek üzere yapılan Cohen's d testinin sonuçlarına göre, tüm soru tiplerinde oluşan farklılığın etkisi orta düzeyde çıkmıştır (Cohen's $d=.63 - .68 - .57$).

4.5. Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın beşinci alt problemi "Üstün yetenekli öğrencilerin sınıf seviyeleri açısından örüntü testi genel başarıları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?" şeklindedir. Bu alt problemi test etmek için her bir sınıf seviyesindeki öğrencilerin başarı testine ait ortalama puanları ve standart sapmaları hesaplanmıştır.

Tablo 4.5. Sınıf seviyelerine göre matematiksel örüntü başarı testi puanları

Sınıf Seviyeleri	n	$\bar{x}$	ss
4	30	11.00	4.059
5	30	10.86	2.837
6	30	14.06	4.884
7	30	16.80	5.460
Toplam	120	13.18	5.010

Tablo incelendiğinde en yüksek ortalama puanın 16.80 ile 7. sınıf öğrencilerine, en düşük ortalama puanın ise 10.86 ile 5. sınıf öğrencilerine ait olduğu görülmektedir. 4. sınıf ile 5. sınıf öğrencilerinin ortalama puanları karşılaştırıldığında farkın çok az olduğu anlaşılmaktadır. Bu fark diğer sınıf seviyelerinde daha fazladır.

Sınıf seviyelerine ait ortalama ve dağılım özelliklerinden sonra sınıf seviyelerine göre öğrencilerin matematiksel örüntü başarı testi puanları arasında anlamlı fark olup olmadığını belirlemek için tek faktörlü ANOVA testi yapılmıştır. Tek faktörlü ANOVA testi sonuçları tabloda verilmiştir.

Tablo 4.6. Sınıf seviyelerine göre matematiksel örüntü başarı testi puanlarının ilişkisiz ölçümler için tek faktörlü ANOVA sonuçları

	Kareler toplamı	Sd	Kareler ortalaması	F	η^2
G.arası	719.833	3	239.944	12.272*	0.24
Grup içi	2268.133	116	19.553		
Toplam	2987.967	119			

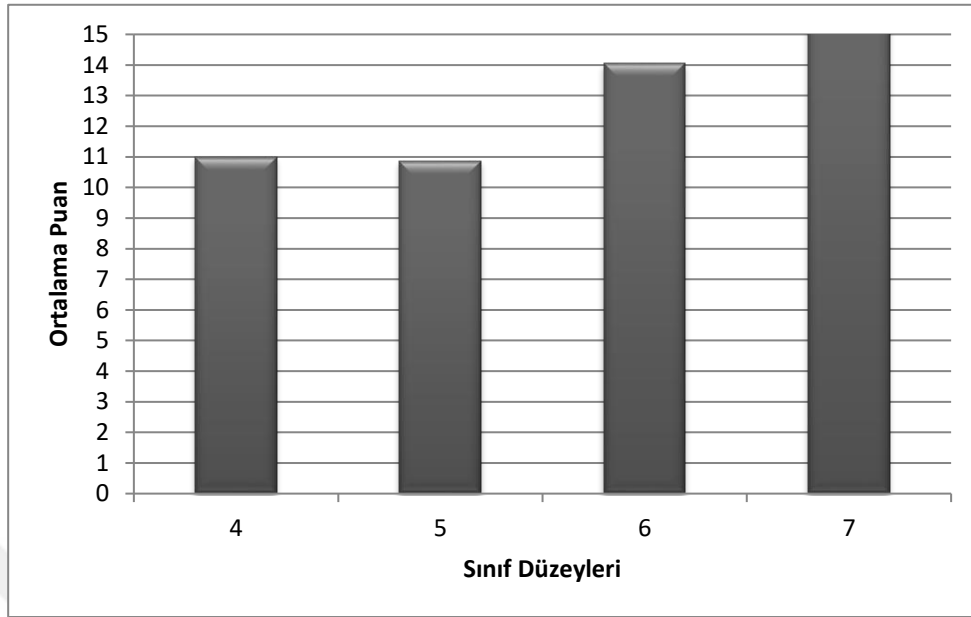
* $p < .05$

Tablo 4.6 incelendiğinde üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel örüntü testi başarılarının sınıf seviyeleri açısından anlamlı bir şekilde farklılaştığı görülmektedir ($F_{(3-116)}=12.272$; $p<.05$). Hesaplanan Eta-Kare değerine göre, oluşan farklılığın etkisinin orta düzeyde olduğu söylenebilir ($\eta^2= .24$). Bu farkın kaynağını belirlemek için gruplar arası varyans homojenliğine bakılmış ve varyansın homojen olmadığı görülmüştür. Bu nedenle post-hoc testlerinden Tamhane's T2 testi kullanılmıştır. Tamhane's T2 testine ait sonuçları Tablo 4.7'da verilmiştir.

Tablo 4.7. Matematiksel örüntü başarı testi puanları arasındaki farkın kaynağını belirlemek üzere uygulanan Tamhane's T2 testine ilişkin sonuçlar

Sınıf Seviyeleri (I)	Sınıf Seviyeleri (J)	Ortalama Farkı (I-J)	Standart Hata	p
4	5	.133	0.904	1.000
	6	-3.066	1.159	.062
	7	-5.800	1.242	.000
5	6	-3.200	1.031	.019
	7	-5.933	1.123	.000
6	7	-2.733	1.133	.244

Tablo 4.7'ye göre, 4. sınıf öğrencilerinin matematiksel örüntü başarı testi puanları diğer sınıf seviyesindeki öğrencilerin matematiksel örüntü başarı testi puanlarıyla karşılaştırıldığında, bu sınıf seviyesi ile sadece 7. sınıf öğrencilerinin puanları arasında anlamlı fark bulunmuştur ($F_{(3-116)} = 12.272$; $p<.05$). 4. sınıf öğrencilerinin ortalama puanları ile 5 ve 6. sınıf öğrencilerinin ortalama puanları arasında anlamlı fark bulunamamıştır ($F_{(3-116)} = 12.272$; $p>.05$). Yine tablo incelendiğinde 5. sınıf öğrencilerinin ortalama puanları ile 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin ortalama puanları arasında anlamlı fark olduğu görülmektedir ($F_{(3-116)} = 12.272$; $p<.05$). Ancak, 6. sınıf öğrencilerinin ortalama puanları ile 7. sınıf öğrencilerinin ortalama puanları arasında anlamlı fark bulunamamıştır ($F_{(3-116)} = 12.272$; $p>.05$).



Grafik 4.1. Sınıf düzeylerine göre üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel örüntü başarı testi ortalamaları

Grafik 4.1 incelendiğinde 5. sınıfın ortalama puanının en düşük, 7. sınıfın ortalama puanının ise en yüksek olduğu görülmektedir. Ayrıca, 4. sınıfların ortalama puanı 5. sınıfların ortalama puanından yüksek çıkmıştır. Ancak bu fark çok düşük düzeydedir. Araştırma yapıldığında Bilim ve Sanat Merkezi'ne devam eden 4. sınıf öğrencileri "Destek Eğitimi" döneminde olduğu için tamamı matematik dersi görürken, 5. sınıf öğrencileri "Bireysel Yetenekleri Fark Ettirme (BYF)" döneminde olduğundan yaklaşık yarısı matematik dersi almamaktadır. Bu nedenle böyle bir farklılık oluşmuş olabilir. Ayrıca 4. sınıf ile 5. sınıf arasındaki bu fark dışında sınıf seviyesi arttıkça ortalama puanların da arttığı söylenebilir.

Tablo 4.7'deki Tamhane's T2 testine ait sonuçlar incelendiğinde 5. sınıfın ortalama puanı ile 6. sınıfın ortalama puanı arasında anlamlı farklılık oluşmuştur. Ancak, 5. sınıf ile 6. sınıf arasındaki anlamlı fark haricinde birbirini izleyen sınıflar arasında anlamlı fark oluşmamıştır. Bu nedenle üstün yeteneklilerde örüntü konusunda 6. sınıfın bir geçiş aşaması olduğundan bahsedilebilir.

4.6. Altıncı Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın altıncı alt problemi "Üstün yetenekli öğrencilerin sınıf seviyeleri açısından örüntü tipine göre örüntü testi başarıları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?" şeklindedir. Bu alt problemi test etmek için her bir sınıf seviyesindeki öğrencilerin başarı testine ait ortalama puanları ve standart sapmaları hesaplanmıştır.

Tablo 4.8. Sınıf seviyelerine ve örüntü tiplerine göre matematiksel örüntü başarı testi puanları

Sınıf Seviyeleri		Doğrusal Genişleyen	Karesel Genişleyen	Tekrarlayan
4	$\bar{x}$	2.90	2.17	5.93
(n=30)	ss	1.58	1.37	2.38
5	$\bar{x}$	2.37	2.63	5.87
(n=30)	ss	1.07	.93	2.08
6	$\bar{x}$	4.33	3.23	6.50
(n=30)	ss	2.62	2.09	1.50
7	$\bar{x}$	5.47	4.80	6.53
(n=30)	ss	2.94	2.28	1.28

Tablo 4.8 incelendiğinde, bütün sınıf seviyelerinde "Tekrarlayan" örüntü tipindeki ortalama puanların diğer örüntü tiplerindeki ortalama puanlardan yüksek olduğu görülmektedir. Aynı şekilde 5. sınıf hariç tüm sınıf seviyelerinde "Karesel Genişleyen" örüntü tipindeki ortalama puanların diğer örüntü tiplerindeki ortalama puanlardan daha düşük olduğu görülmektedir. 5. sınıflarda "Karesel Genişleyen" örüntü tipindeki ortalama puanın "Doğrusal Genişleyen" örüntü tipindeki ortalama puandan yüksek olmasının sebebi 5. sınıflarda bir sayının karesini hesaplamaya yönelik kazanımın yer alması olabilir. Ayrıca her bir örüntü tipi incelendiğinde sınıf seviyeleri arttıkça ortalama puanların arttığı görülmektedir. Matematiksel örüntü başarı testindeki örüntü tiplerine ait soruların puanları arasında sınıf seviyelerine göre anlamlı fark olup olmadığı tek faktörlü ANOVA ile aşağıdaki tabloda analiz edilmiştir.

Tablo 4.9. Matematiksel örüntü başarı testindeki örüntü tiplerine ait soruların puanlarının sınıf seviyelerine göre ilişkisiz ölçümler için tek faktörlü ANOVA sonuçları

		Kareler toplamı	sd	Kareler ortalaması	F	η^2
Doğrusal Genişleyen	G. arası	177.677	3	59.222	12.360*	.24
	Grupiçi	555.800	116	4.791		
	Toplam	733.467	119			
Karesel Genişleyen	G. arası	118.492	3	39.497	12.823*	.25
	Grupiçi	357.300	116	3.080		
	Toplam	475.792	119			
Tekrarlayan	G. arası	11.492	3	3.831	1.105	
	Grupiçi	402.300	116	3.468		
	Toplam	413.792	119			

* $p < .05$

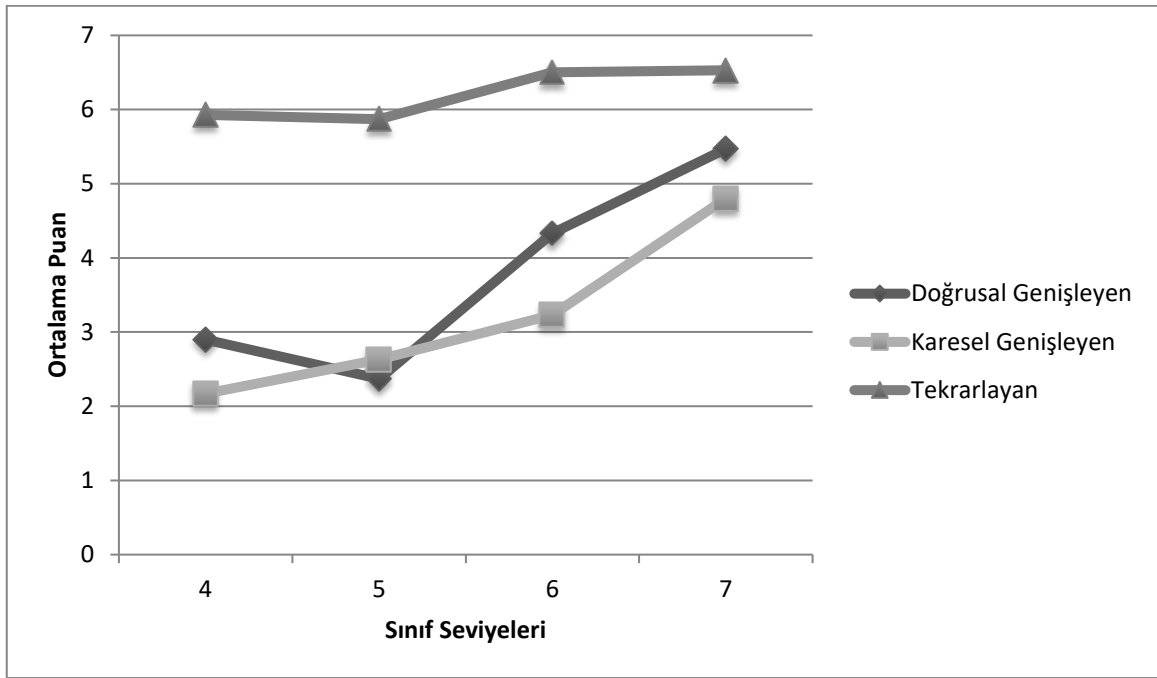
Tablo 4.9 incelendiğinde, matematiksel örüntü başarı testindeki örüntü tiplerinden "Doğrusal Genişleyen" örüntü tipi ($F_{(3-116)} = 12.360$; $p < .05$) ve "Karesel Genişleyen" örüntü tipine ($F_{(3-116)} = 12.823$; $p < .05$) ait soruların puanlarının sınıf seviyeleri açısından anlamlı şekilde farklılaştığı görülmektedir. Ancak, "Tekrarlayan" örüntü tipinde sorulan sorularda sınıf seviyeleri arasında anlamlı fark bulunamamıştır ($F_{(3-116)} = 1.105$; $p > .05$). Hem "Doğrusal Genişleyen" örüntü tipi ($\eta^2 = .24$) hem de "Karesel Genişleyen" örüntü tipine ($\eta^2 = .25$) ait soruların puanlarının sınıf seviyeleri açısından oluşan farklılığının etkisinin orta düzeyde olduğu söylenebilir.

"Doğrusal Genişleyen" ve "Karesel Genişleyen" örüntü tiplerinde sınıf seviyeleri arasında oluşan anlamlı farklılığın kaynağını belirlemek için gruplar arası varyans homojenliğine bakılmıştır. Varyans homojen olmadığından post-hoc testlerinden Tamhane's T2 testi kullanılmıştır. Tamhane's T2 testinin sonuçları Tablo 4.10'da verilmiştir.

Tablo 4.10. Sınıf seviyelerine göre matematiksel örüntü başarı testindeki örüntü tiplerine ait soruların puanları arasındaki farkın kaynağını belirlemek üzere uygulanan Tamhane's T2 testine ilişkin sonuçlar

	Sınıf Seviyeleri (I)	Sınıf Seviyeleri (J)	Ortalama Farkı (I-J)	Standart Hata	p
DOĞRUSAL GENİŞLEYEN		5	.533	.348	.573
	4	6	-1.433	.558	.078
		7	-2.566	.610	.001
	5	6	-1.966	.516	.003
		7	-3.100	.572	.000
	6	7	-1.133	.719	.538
KARESEL GENİŞLEYEN		5	-.467	.302	.560
	4	6	-1.067	.457	.134
		7	-2.633	.485	.000
	5	6	-.600	.418	.647
		7	-2.167	.450	.000
	6	7	-1.567	.565	.044

Tablo 4.10'a göre, "Doğrusal Genişleyen" örüntü tipinde sunulan örüntülerin puanları incelendiğinde 4. sınıf öğrencilerinin puanları ile sadece 7. sınıf öğrencilerinin puanları arasında anlamlı farklılık bulunmuştur. Ayrıca, 5. sınıf öğrencilerinin puanları ile 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin puanları arasında anlamlı fark bulunmuştur. Ancak, 6. sınıf öğrencilerinin puanları ile 7. sınıf öğrencilerinin puanları arasında anlamlı farklılık bulunamamıştır. Ayrıca sınıf seviyesi arttıkça sınıflar arası ortalama puanın farkının da arttığı görülmektedir. "Karesel Genişleyen" örüntü tipindeki sorularda ise 4 ile 7, 5 ile 7 ve 6 ile 7. sınıfların puanları arasında anlamlı farklılık bulunmuştur. Diğer sınıf düzeyleri arasında anlamlı farklılık bulunamamıştır. Ayrıca "Tekrarlayan" örüntü tipinde sunulan örüntülerde hiçbir sınıf seviyesi arasında anlamlı farklılık bulunamamıştır.



Grafik 4.2. Örüntü tiplerine ve sınıf seviyelerine göre üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel örüntü başarı testi ortalamaları

Grafik 4.2'ye göre araştırmaya katılan öğrencilerin sınıf seviyesi arttıkça "Kareysel Genişleyen" örüntü tipinde ortalama puanlarının arttığı görülmektedir. Ayrıca 4. ve 5. sınıflar haricinde "Doğrusal Genişleyen" ve "Tekrarlayan" örüntü tipinde de sınıf seviyesi arttıkça öğrencilerin ortalama puanları da artmaktadır.

Sadece 5. sınıflarda "Doğrusal Genişleyen" ve "Tekrarlayan" örüntü tipindeki soruların ortalama puanın azaldığı görülmektedir. 3. sınıfta "Bir örüntüdeki ilişkiyi belirler ve örüntüyü genişletir." ve 4. sınıfta "Bir örüntüyü sayılarla ilişkilendirir ve eksik olan bölümü tamamlar." şeklinde kazanımlar yer almaktadır. Bu iki kazanım "Doğrusal Genişleyen" ve "Tekrarlayan" örüntü tipindeki sorulara yöneliktir. Ancak, 5. sınıfta "Kuralı verilen sayı ve şekil örüntülerinin istenen adımlarını oluşturur." şeklinde bir kazanım yer almaktadır. Bu kazanımda öğrencilerden örüntü ile sayılar arasında ilişki kurmaları istenmemektedir. Bu nedenle 5. sınıftaki öğrenciler örüntülerin kuralını sembolize etmekte zorlanmış olabilirler. Bu da "Doğrusal Genişleyen" ve "Tekrarlayan" örüntü tipinde 5. sınıftaki öğrencilerinin ortalama puanının 4. sınıf öğrencilerinin ortalama puanından düşük çıkması bulgusunu desteklemektedir.

"Tekrarlayan" örüntü tipinde sunulan örüntülerde hiçbir sınıf seviyesi arasında anlamlı farklılık bulunamamıştır. Bu nedenle Tablo 4.10'da Tamhane's T2 testine ilişkin sonuçlarda "Tekrarlayan" örüntü tipine ait bilgilere yer verilmemiştir. İlkokul Matematik Programı incelendiğinde tekrarlayan örüntülerle ilgili kazanımların sadece 1 ve 2. sınıfta yer aldığı görülmektedir. Araştırmanın 4, 5, 6 ve 7. sınıflarda yapıldığı düşünülürse bu sınıf seviyelerinde anlamlı farklılığın oluşmaması normal karşılanabilir.

Tablo 4.10'a göre, "Doğrusal Genişleyen" örüntü tipinde sorulan soruların puanları incelendiğinde 4. sınıf öğrencilerinin puanları ile sadece 7. sınıf öğrencilerinin puanları arasında anlamlı farklılık bulunmuştur. Ayrıca, 5. sınıf öğrencilerinin puanları ile 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin puanları arasında anlamlı fark bulunmuştur. Ancak, 6. sınıf öğrencilerinin puanları ile 7. sınıf öğrencilerinin puanları arasında anlamlı farklılık bulunamamıştır. Ayrıca sınıf seviyesi arttıkça sınıflar arası ortalama puanın farkının da arttığı görülmektedir. "Karesel Genişleyen" örüntü tipinde sorulan sorularda ise 4 ile 7, 5 ile 7 ve 6 ile 7. sınıfların puanları arasında anlamlı farklılık bulunmuştur. Diğer sınıf düzeyleri arasında anlamlı farklılık bulunamamıştır. Ayrıca, "Tekrarlayan" örüntü tipinde sorulan sorularda hiçbir sınıf seviyesi arasında anlamlı farklılık bulunamamıştır.

4.7. Yedinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın yedinci alt problemi "Üstün yetenekli öğrencilerin sınıf seviyeleri açısından soru tipine göre örüntü testi başarıları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?" şeklindedir. Bu alt problemi test etmek için her bir sınıf seviyesindeki öğrencilerin başarı testine ait ortalama puanları ve standart sapmaları hesaplanmıştır.

Tablo 4.11. Sınıf seviyelerine ve soru tiplerine göre matematiksel örüntü başarı testi puanları

Sınıf Seviyeleri		Sayısal İfade	Sözel İfade	Sembolik İfade
4	$\bar{x}$	5.83	1.93	3.23
(n=30)	ss	1.93	1.01	1.89
5	$\bar{x}$	6.30	1.67	2.90
(n=30)	ss	1.15	.92	1.58
6	$\bar{x}$	7.07	3.10	3.90
(n=30)	ss	1.95	2.16	2.12
7	$\bar{x}$	7.33	4.33	5.13
(n=30)	ss	1.47	2.06	2.54

Tablo 4.11 incelendiğinde, her bir sınıf seviyesinde "Sayısal İfade" soru tipindeki ortalama puanların diğer soru tiplerindeki ortalama puanlardan daha yüksek olduğu görülmektedir. Aynı şekilde tüm sınıf seviyelerinde "Sözel İfade" soru tipindeki ortalama puanların diğer soru tiplerindeki ortalama puanlardan daha düşük olduğu görülmektedir. Özellikle 4 ve 5. sınıftaki öğrencilerin "Sözel İfade" soru tipindeki ortalama puanları oldukça düşüktür ($\bar{x}_{4.sınıf} = 1.93$, $\bar{x}_{5.sınıf} = 1.67$). Ayrıca 4. sınıf öğrencilerinin "Sözel İfade" ve "Sembolik İfade" soru tipinde çok az da olsa 5. sınıf öğrencilerinden daha yüksek ortalamaya sahip olduğu bulunmuştur. Bu durumun haricinde her bir soru tipi için sınıf seviyesi arttıkça elde edilen ortalama puanlar da artmaktadır. Matematiksel örüntü başarı testindeki soru tiplerine ait soruların puanları arasında sınıf seviyelerine göre anlamlı fark olup olmadığı tek faktörlü ANOVA ile test edilmiştir. Tek faktörlü ANOVA testi sonuçları Tablo 4.12'de verilmiştir.

Tablo 4.12. Matematiksel örüntü başarı testindeki soru tiplerine ait soruların puanlarının sınıf seviyelerine göre ilişkisiz ölçümler için tek faktörlü ANOVA sonuçları

		Kareler toplamı	sd	Kareler ortalaması	F	η^2
Sayısal İfade	G.arası	42.867	3	14.289		
	Grupiçi	319.000	116	2.750	5.196*	.12
	Toplam	361.867	119			
Sözel İfade	G.arası	134.092	3	44.697		
	Grupiçi	311.900	116	2.689	16.624*	.30
	Toplam	445.992	119			
Sembolik İfade	G.arası	87.558	3	29.186		
	Grupiçi	494.233	116	4.261	6.850*	.15
	Toplam	581.792	119			

* $p < .05$

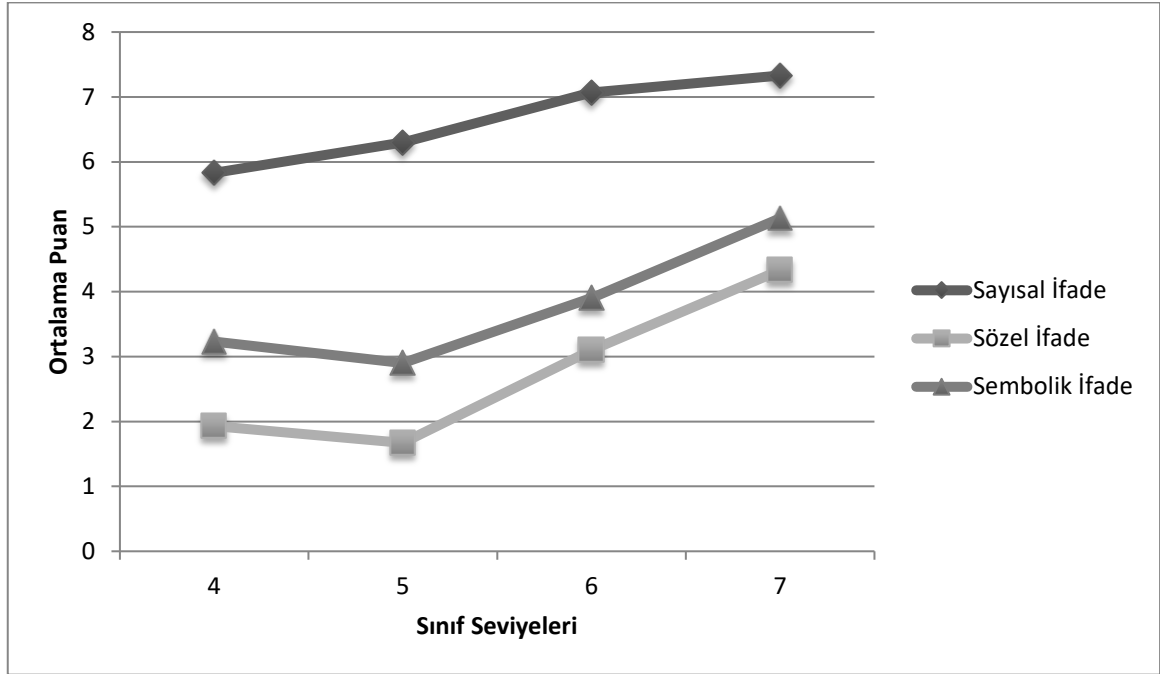
Tablo 4.12'ye bakıldığında, matematiksel örüntü başarı testindeki soru tiplerine ait puanların sınıf seviyeleri açısından anlamlı şekilde farklılaştığı görülmektedir. "Sayısal İfade" soru tipinde ($F_{(3-116)}=5.196$; $p<.05$), "Sözel İfade" soru tipinde ($F_{(3-116)}=16.624$; $p<.05$) ve "Sembolik İfade" soru tipinde ($F_{(3-116)}=6.850$; $p<.05$) sınıf seviyeleri açısından anlamlı farklılık olduğu anlaşılmaktadır. Hesaplanan Eta-Kare değerlerine göre oluşan bu farkın etkisi "Sayısal İfade" soru tipinde ($\eta^2= .12$) zayıf düzeyde, "Sözel İfade" soru tipinde ($\eta^2= .30$) orta düzeyde ve "Sembolik İfade" soru tipinde ($\eta^2= .15$) zayıf düzeydedir. Sınıf seviyeleri arasında oluşan bu farkın kaynağını belirlemek için gruplar arası varyans homojenliğine bakılmıştır. "Sayısal İfade" soru tipinde gruplar arası varyans homojen olmasına rağmen, "Sözel İfade" ve "Sembolik İfade" soru tipinde gruplar arası varyans homojen bulunmamıştır. Bu nedenle "Sayısal İfade" soru tipinde gruplar arasındaki farklılıkların kaynağını belirlemek için post-hoc testlerinden LSD, "Sözel İfade" ve "Sembolik İfade" soru tiplerinde gruplar arasındaki farklılıkların kaynağını belirlemek için post-hoc testlerinden Tamhane's T2 testi kullanılmıştır. Post-hoc testinin sonuçları Tablo 4.13'de verilmiştir.

Tablo 4.13. Sınıf seviyelerine göre matematiksel örüntü başarı testindeki soru tiplerine ait soruların puanları arasındaki farkın kaynağını belirlemek üzere uygulanan post-hoc testine ilişkin sonuçlar

	Sınıf Seviyeleri (I)	Sınıf Seviyeleri (J)	Ortalama Farkı (I-J)	Standart Hata	p
SAYISAL İFADE		5	-.467	.428	.278
	4	6	-1.233	.428	.005
		7	-1.500	.428	.001
	5	6	-.767	.428	.076
		7	-1.033	.428	.017
	6	7	-.267	.428	.535
SÖZEL İFADE		5	.267	.250	.873
	4	6	-1.167	.435	.061
		7	-2.400	.419	.000
	5	6	-1.433	.428	.011
		7	-2.667	.412	.000
	6	7	-1.233	.544	.152
SEMBOLİK İFADE		5	.333	.450	.976
	4	6	-.667	.519	.745
		7	-1.900	.578	.011
	5	6	-1.000	.484	.234
		7	-2.23	.547	.001
	6	7	-.233	.605	.247

Tablo 4.13'ye göre, "Sayısal İfade" soru tipinde sunulan örüntülerin puanları incelendiğinde 4 ile 6 ve 7. sınıf seviyeleri ve 5 ile 7. sınıf seviyesi arasında anlamlı farklılıklar bulunmuştur. 4 ile 5. sınıf seviyeleri, 5 ile 6. sınıf seviyeleri ve 6 ile 7. sınıf seviyeleri arasında anlamlı farklılıklar bulunamamıştır. "Sözel İfade" soru tipinde sunulan örüntülerde ise 4 ile 7. sınıf seviyeleri ve 5 ile 6 ve 7. sınıf seviyeleri arasında anlamlı farklılık bulunmuştur, ancak 4 ile 5 ve 6. sınıf seviyeleri ve 6 ile 7. sınıf seviyeleri arasında anlamlı farklılıklar bulunamamıştır. "Sembolik İfade" soru tipinde sunulan örüntülerde ise 4 ile 7. sınıf seviyeleri ve 5 ile 7. sınıf seviyeleri arasında

anlamlı farklılık bulunmuştur. Diğer tüm sınıf seviyeleri arasındaki farklılık anlamlı olarak bulunamamıştır.



Grafik 4.3. Soru tiplerine ve sınıf seviyelerine göre üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel örüntü başarı testi ortalamaları

Grafik 4.3 incelendiğinde "Sayısal İfade" soru tipinde sorulan sorularda sınıf seviyesi arttıkça ortalama puanların da arttığı görülmektedir. Ancak, hem "Sözel İfade" hem de "Sembolik İfade" tipindeki sorularda 4. sınıf öğrencilerinin ortalama puanı ($\bar{x}_{4.sınıf} = 1.93$), 5. sınıf öğrencilerinin ortalama puanından ($\bar{x}_{5.sınıf} = 1.67$) yüksek çıkmıştır. Bu farklılığın oluşma sebebi 4. ve 5. sınıflarda örüntülerle ilgili yer alan kazanımların farklı olması olabilir.

Bilindiği üzere, 5-8 matematik programı yeniden yazılmış ve 2014-2015 eğitim-öğretim yılından itibaren uygulanmaya başlanmıştır. Ancak, 1-4 matematik programı henüz yazılmış ve 2016-2017 eğitim-öğretim yılında uygulanmıştır. Bu nedenle örüntülerle ilgili 5. sınıfta yer alan kazanımlar 4. sınıfta yer alan kazanımların devamı niteliğinde değildir. 4. ve 5. sınıfta yer alan örüntülerle ilgili kazanımlar ve açıklamaları aşağıdaki gibidir.

Sınıf 4 - Kazanım 5: Bir örüntüyü sayılarla ilişkilendirir ve eksik olan bölümü tamamlar.

Sınıf 4 - Kazanım 5 (Açıklamalar): [!] Bir örüntüye karşılık gelen sayısal ilişkiler çok sayıda olabileceğinden bunların arasından bu sınıf düzeyine uygun olanlar seçilir.

[!] Örüntü, şekillerle verilebileceği gibi sayılarla da verilebilir. Sayılarla verilen örüntünün şekillerle gösterimi yaptırılır.

Sınıf 5 - Kazanım 5.1.1.3. Kuralı verilen sayı ve şekil örüntülerinin istenen adımlarını oluşturur.

Sınıf 5 - Kazanım 5.1.1.3. (Açıklamalar): Aritmetik dizilerle sınırlı kalınır, aritmetik dizi kavramına girilmez. Örneğin; 7'den başlayarak üçer ilave etmek suretiyle oluşan sayı dizisinin 6. terimini bulunuz.

Koleksiyonuna birinci haftada 7 kelebekle başlayan Büşra, sonraki her hafta 3 kelebek ilave ederse 5 hafta sonra koleksiyonunda kaç kelebeği olur?

4. sınıf kazanımı örüntüdeki adım sayısı ile o adıma karşılık gelen sayı arasındaki ilişkiyi buldurmaya yöneliktir. Ancak, 5. sınıf kazanımı örüntünün kuralını buldurmaktan ziyade kuralı verilen örüntünün istenilen adımlarını buldurmaya yöneliktir. Bu nedenle soru tiplerine göre matematiksel örüntü başarı testinde çok az bir farkla 4. sınıfın ortalama puanı 5. sınıfın ortalama puanından yüksek çıkmış olabilir.

4.8. Sekizinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın sekizinci alt problemi "Üstün yetenekli öğrencilerin sınıf seviyeleri açısından örüntünün sunum biçimine göre örüntü testi başarıları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?" şeklindedir. Bu alt problemi test etmek için her bir sınıf

seviyesindeki öğrencilerin başarı testine ait ortalama puanları ve standart sapmaları hesaplanmıştır.

Tablo 4.14. Sınıf seviyelerine ve sunum biçimlerine göre matematiksel örüntü başarı testi puanları

Sınıf Seviyeleri		Tablo	Sayı Dizisi	Şekil
4	$\bar{x}$	2.90	4.40	3.70
(n=30)	ss	1.92	1.45	1.99
5	$\bar{x}$	2.57	4.53	3.77
(n=30)	ss	1.48	1.01	2.10
6	$\bar{x}$	4.43	4.53	5.10
(n=30)	ss	2.18	1.68	2.09
7	$\bar{x}$	5.73	5.87	5.20
(n=30)	ss	2.30	1.98	2.01

Tablo 4.14 incelendiğinde, 7. sınıf öğrencilerinin ortalama puanı hariç olmak üzere diğer sınıf seviyelerinde "Tablo" biçiminde sunulan örüntülerde ortalama puanların diğer sunum biçimlerindeki ortalama puanlardan daha düşük olduğu görülmektedir. Benzer biçimde, 6. sınıf öğrencilerinin ortalama puanı hariç olmak üzere diğer sınıf seviyelerinde "Sayı Dizisi" biçiminde sunulan örüntülerde ortalama puanların diğer sunum biçimlerindeki ortalama puanlardan daha yüksek olduğu anlaşılmaktadır. Ayrıca sınıf seviyesi arttıkça "Şekil" biçiminde sunulan örüntülerde elde edilen ortalama puanlarda artış olduğu gözükmemektedir. Bunun yanı sıra "Tablo" biçiminde sunulan örüntülerde 5. sınıf öğrencilerinin ortalama puanı ($\bar{x}_{5.sınıf} = 2.57$), 4. sınıf öğrencilerinin ortalama puanından ($\bar{x}_{4.sınıf} = 2.90$) az da olsa düşük çıkmıştır.

Tablo 4.15. Matematiksel örüntü başarı testindeki sunum biçimlerine ait soruların puanlarının sınıf seviyelerine göre ilişkisiz ölçümler için tek faktörlü ANOVA sonuçları

		Kareler Toplamı	sd	Kareler Ortalaması	F	η^2
Tablo	G.arası	192.692	3	64.231		
	Grupiçi	461.300	116	3.977	16.152*	.29
	Toplam	653.992	119			
Sayı Dizisi	G.arası	43.067	3	14.356		
	Grupiçi	285.600	116	2.462	5.831*	.13
	Toplam	328.667	119			
Şekil	G.arası	60.425	3	20.142		
	Grupiçi	485.167	116	4.182	4.816*	.11
	Toplam	545.592	119			

* $p < .05$

Tablo 4.15 incelendiğinde, matematiksel örüntü başarı testindeki tüm sunum biçimlerine ait soruların puanlarının sınıf seviyeleri açısından anlamlı şekilde farklılaştığı görülmektedir. "Tablo" biçiminde sunulan örüntülerde ($F_{(3-116)}=16.152$; $p<.05$), "Sayı Dizisi" biçiminde sunulan örüntülerde ($F_{(3-116)}=5.831$; $p<.05$) ve "Şekil" biçiminde sunulan örüntülerde ($F_{(3-116)}=4.816$, $p<.05$) sınıf seviyeleri açısından anlamlı farklılık olduğu anlaşılmaktadır. Hesaplanan Eta-Kare değerlerine göre oluşan bu farkın etkisi "Tablo" biçiminde sunulan örüntülerde ($\eta^2= .29$) orta düzeyde, "Sayı Dizisi" ($\eta^2= .13$) ve "Şekil" ($\eta^2= .11$) biçiminde sunulan örüntülerde zayıf düzeydedir.

Sınıf seviyeleri arasında meydana gelen bu farkın kaynağını belirlemek için gruplar arası varyans homojenliğine bakılmıştır. "Tablo" ve "Şekil" biçiminde sunulan örüntülerde gruplar arası varyans homojen olmasına rağmen, "Sayı Dizisi" biçiminde sunulan örüntüde gruplar arası varyans homojen bulunmamıştır. Bu nedenle "Tablo" ve "Şekil" biçiminde sunulan örüntülerde gruplar arasındaki farklılıkların kaynağını belirlemek için post-hoc testlerinden LSD, "Sayı Dizisi" biçiminde sunulan örüntülerde gruplar arasındaki farklılıkların kaynağını belirlemek için post-hoc testlerinden Tamhane's T2 testi kullanılmıştır. Post-hoc testinin sonuçları Tablo 4.16'da verilmiştir.

Tablo 4.16. Sınıf seviyelerine göre matematiksel örüntü başarı testindeki sunum biçimlerine ait soruların puanları arasındaki farkın kaynağını belirlemek üzere uygulanan post-hoc testine ilişkin sonuçlar

	Sınıf Seviyeleri (I)	Sınıf Seviyeleri (J)	Ortalama Farkı (I-J)	Standart Hata	p
TABLO		5	.333	.515	.519
	4	6	-1.533	.515	.004
		7	-2.833	.515	.000
	5	6	-1.867	.515	.000
		7	-3.167	.515	.000
	6	7	-1.300	.515	.013
SAYI DİZİSİ		5	-.133	.323	.999
	4	6	-.133	.405	1.000
		7	-1.467	.448	.011
	5	6	.000	.357	1.000
		7	-1.133	.405	.012
	6	7	-1.133	.473	.039
ŞEKİL		5	-.067	.528	.900
	4	6	-1.400	.528	.009
		7	-1.500	.528	.005
	5	6	-1.333	.528	.013
		7	-1.433	.528	.008
	6	7	-.100	.528	.850

* p < .05

Tablo 4.14'e göre, "Tablo" biçiminde sunulan örüntülerin puanlarına bakıldığında 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin ortalama puanları ($\bar{x}_{6.sınıf} = 4.43$, $\bar{x}_{7.sınıf} = 5.73$) 4 ve 5. sınıf öğrencilerinin ortalama puanlarından ($\bar{x}_{4.sınıf} = 2.90$, $\bar{x}_{5.sınıf} = 2.57$) farklı şekilde yüksektir. Oluşan bu farklılık 4 ile 6, 4 ile 7, 5 ile 6 ve 5 ile 7. sınıflar arasında anlamlı bulunmuştur. "Sayı Dizisi" biçiminde sunulan örüntülerde 4, 5 ve 6. sınıf öğrencilerinin ortalama puanlarının ($\bar{x}_{4.sınıf} = 4.40$, $\bar{x}_{5.sınıf} =$

4.53, $\bar{x}_{6.sınıf} = 4.53$) birbirine oldukça yakın olduğu görülmektedir. Ancak, 7. sınıf öğrencilerinin ortalama puanları diğer sınıf seviyelerinden farklı şekilde yüksektir ($\bar{x}_{7.sınıf} = 5.87$). Tablo 4.15 incelendiğinde, oluşan bu farkın tüm sınıf seviyelerinde anlamlı olduğu görülmektedir. "Şekil" biçiminde sunulan örüntülerde 4 ve 5. sınıf öğrencilerinin puanları birbirine yakın bulunmuştur ($\bar{x}_{4.sınıf} = 3.70$ ve $\bar{x}_{5.sınıf} = 3.77$). Aynı şekilde 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin ortalama puanları da birbirine yakındır ($\bar{x}_{6.sınıf} = 5.10$ ve $\bar{x}_{7.sınıf} = 5.20$). Ancak, 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin puanları 4 ve 5. sınıf öğrencilerinin puanlarına göre büyük bir artış göstermiştir. Oluşan bu farklılıkların 4 ile 6, 4 ile 7, 5 ile 6 ve 5 ile 7. sınıflar arasında anlamlı olduğu görülmektedir.

4.9. Dokuzuncu Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın dokuzuncu alt problemi "Üstün yetenekli öğrencilerin örüntülerin sunum biçimine göre örüntü testi başarıları arasında anlamlı bir ilişki var mıdır?" şeklindedir. Bu alt problemi test etmek için her bir sınıf seviyesindeki öğrencilerin başarı testine ait ortalama puanları ve standart sapmaları hesaplanmıştır.

Tablo 4.17. Örüntülerin sunum biçimlerine göre matematiksel örüntü başarı testi puanları

	Ortalama	ss
Tablo	3,90	2,34
Sayı Dizisi	4,83	1,66
Şekil	4,44	2,14

Tablo 4.17 incelendiğinde, en yüksek ortalama puanın 4,83 ile "Sayı Dizisi" biçiminde sunulan örüntülere ve en düşük ortalama puanın 3,90 ile "Tablo" biçiminde sunulan örüntülere ait olduğu görülmüştür. Diğer örüntü sunum biçiminden "Şekil" biçiminde sunulan örüntülerde ise ortalama puanın 4,44 olduğu bulunmuştur. Ayrıca tabloya bakıldığında "Tablo" biçimindeki soruların standart sapmalarının ortalama puanlarına göre oldukça yüksek olduğu gözlemlenmektedir. Bu bulgu araştırmaya

katılan grubun heterojen olmasına ve tablo biçimindeki sorularda öğrencilerin genelde düşük puan alırken bazı öğrencilerin oldukça yüksek puan almış olmalarına bağlanabilir.

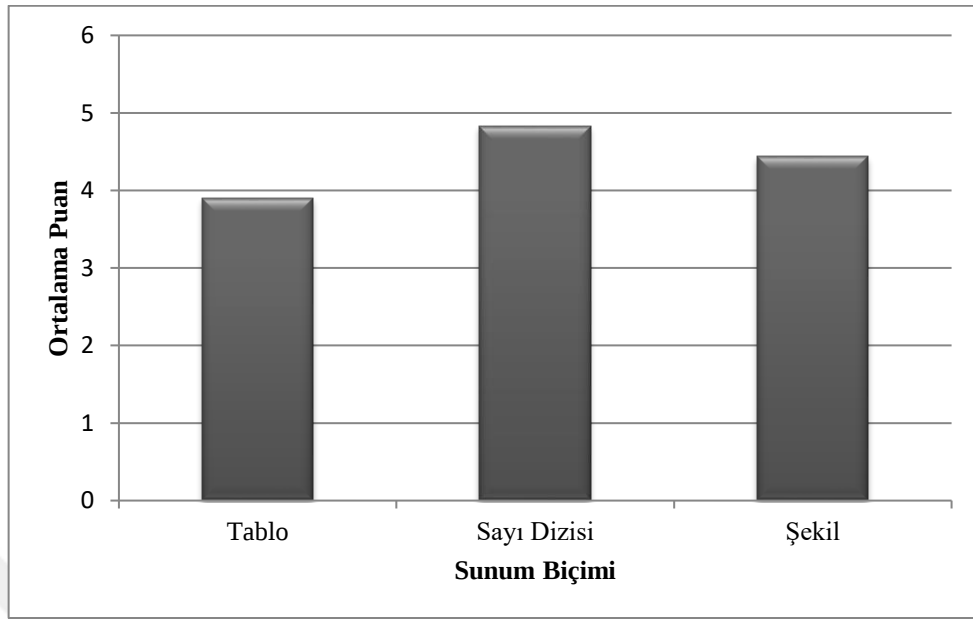
Örüntülerin sunum biçimlerine ilişkin ortalama ve standart sapma gibi temel bilgilerden sonra, sunum biçimlerine göre öğrencilerin matematiksel örüntü başarı testi puanları arasında anlamlı ilişki olup olmadığına dair korelasyon sonuçları tabloda verilmiştir.

Tablo 4.18. Matematiksel örüntü başarı testindeki sunum biçimlerine ait soruların puanları arasındaki korelasyon sonuçları

		Tablo	Sayı Dizisi	Şekil
Tablo	Pear.	1	.568	.479
	p		.000*	.000*
Sayı Dizisi	Pear.		1	.427
	p			.000*
Şekil	Pear.			1
	p			

* $p < .05$

Tablo 4.18 incelendiğinde, matematiksel örüntü başarı testindeki sunum biçimlerine ait soruların puanları arasında tek tek anlamlı bir ilişki bulunmuştur. "Tablo" sunum biçimi ile "Sayı Dizisi" sunum biçimi arasında ($r = .568$, $p < .01$) orta düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişki vardır. Korelasyon katsayısının karesi olan determinasyon katsayısı ($r^2 = .32$) incelenecek olursa "Tablo" sunum biçimindeki toplam varyansın %32'sinin "Sayı Dizisi" sunum biçiminden kaynaklandığı söylenebilir. Aynı şekilde "Tablo" sunum biçimi ile "Şekil" sunum biçimi arasında ($r = .479$, $p < .01$) ve "Sayı Dizisi" sunum biçimi ile "Şekil" sunum biçimi arasında ($r = .427$, $p < .01$) düşük düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişki olduğu görülmüştür. Determinasyon katsayılarına bakılırsa "Tablo" sunum biçimindeki toplam varyansın ($r^2 = .23$) %23'ünün "Şekil" sunum biçiminden, "Sayı Dizisi" sunum biçimindeki toplam varyansın ($r^2 = .18$) ise %18'inin "Şekil" sunum biçiminden kaynaklandığı söylenebilir.



Grafik 4.4. Sunum biçimlerine göre üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel örüntü başarı testi ortalamaları

Grafik 4.4 incelendiğinde öğrencilerin en çok "Sayı Dizisi" biçimindeki soruları doğru cevaplayabildikleri görülmüştür. Ayrıca, öğrenciler en çok "Tablo" biçimindeki örüntülerde sorun yaşamaktadırlar. "Şekil" biçimindeki soruların ortalama puanı ise bu iki sunum biçiminin ortalama puanları arasında yer almaktadır. Ayrıca, tüm sunum biçimleri arasında anlamlı farklar oluşmuştur.

İlkokul ve Ortaokul Matematik Programları incelendiğinde 1. sınıfta tekrarlayan örüntülerle ilgili kazanımlar, 2. sınıfta sayı örüntüsü oluşturma ile ilgili kazanımlar, 3. sınıfta örüntüdeki ilişkiyi belirleme ve örüntüyü devam ettirme ile ilgili kazanımlar, 4. sınıfta şekil örüntüsünü sayı örüntüsüyle ilişkilendirme ile ilgili kazanımlar, 5. sınıfta kuralı verilen örüntülerin istenen adımlarını oluşturmaya yönelik kazanımlar yer almaktadır. Kazanımlardan da görüldüğü üzere 5. sınıfa kadar tablo biçiminde sunulan örüntülerle ilgili kazanım ve kazanım açıklaması yer almamaktadır. Ancak, şekil örüntüleri ve sayı örüntüleriyle ilgili kazanımlar yer almaktadır. Bu durum da "Tablo" biçiminde sunulan örüntülerin ortalama puanının diğer örüntü sunum biçimlerinin ortalama puanlarından düşük olması bulgusuyla desteklenmektedir. Aynı

zamanda "Sayı Dizisi" biçiminde sunulan örüntülerle "Şekil" biçiminde sunulan örüntülerin ortalama puanları ise birbirine oldukça yakın çıkmıştır.

Örüntü ile ilgili kazanımlar incelendiğinde ilkokuldan itibaren hep sayı veya şekil örüntüleri üzerine bir vurgunun olduğu görülmektedir. Bu da öğrencilerin örüntü problemlerinde hep bir sayı dizisi ya da şekil aramasına neden olabilir. Bu nedenle de öğrenciler "Tablo" biçimindeki örüntü sorularında daha düşük ortalama yakalamış olabilirler.

4.10. Onuncu Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın onuncu alt problemi "Üstün yetenekli öğrencilerin örüntü tiplerine göre örüntü testi başarıları arasında anlamlı bir ilişki var mıdır?" şeklindedir. Bu alt problemi test etmek için her bir sınıf seviyesindeki öğrencilerin başarı testine ait ortalama puanları ve standart sapmaları hesaplanmıştır.

Tablo 4.19. Örüntü tiplerine göre matematiksel örüntü başarı testi puanları (n= 120)

	$\bar{x}$	ss
Doğrusal Genişleyen	3.76	2.48
Karesel Genişleyen	3.20	1.99
Tekrarlayan	6.20	1.86

Tablo 4.19 incelendiğinde, en yüksek ortalama puanın 6.20 ile "Tekrarlayan" örüntü tipinde sorulan örüntülere ve en düşük ortalama puanın ise 3.20 ile "Karesel Genişleyen" örüntü tipinde sorulan örüntülere ait olduğu görülmüştür. Diğer örüntü tipi olan "Doğrusal Genişleyen" örüntü tipinde sorulan örüntülerde ise ortalama puan 3.76 olarak bulunmuştur.

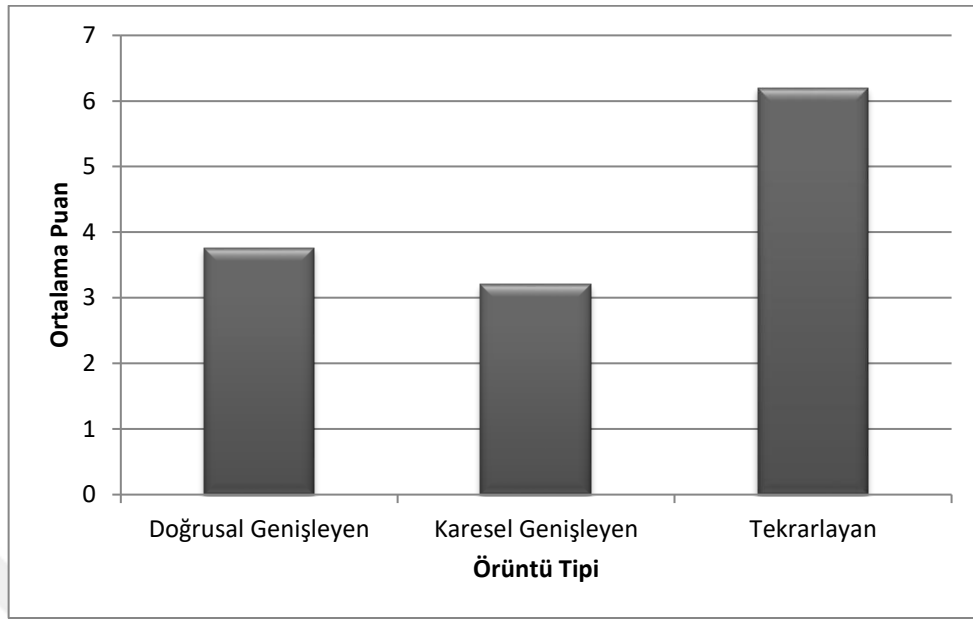
Soru tiplerine göre öğrencilerin matematiksel örüntü başarı testi puanları arasında anlamlı ilişki olup olmadığına dair korelasyon sonuçları Tablo 4.20'de verilmiştir.

Tablo 4.20. Matematiksel örüntü başarı testindeki örüntü tiplerine ait soruların puanları arasındaki korelasyon sonuçları (n=120)

		Doğrusal Genişleyen	Karesel Genişleyen	Tekrarlayan
Doğrusal	Pear.	1	.563	.345
Genişleyen	p		.000*	.000*
Karesel	Pear.		1	.360
Genişleyen	p			.000*
Tekrarlayan	Pear.			1
	p			

* $p < .05$

Tablo 4.20 incelendiğinde, matematiksel örüntü başarı testindeki örüntü tiplerine ait soruların puanları arasında tek tek anlamlı bir ilişki bulunmuştur. "Doğrusal Genişleyen" örüntü tipi ile "Karesel Genişleyen" örüntü tipi arasındaki ilişki orta düzeyde, pozitif ve anlamlıdır ($r = .563$, $p < .01$). Determinasyon katsayısı incelendiğinde ($r^2 = .32$) "Doğrusal Genişleyen" örüntü tipindeki toplam varyansın %32'sinin "Karesel Genişleyen" örüntü tipinden kaynaklandığı söylenebilir. Tabloya göre "Doğrusal Genişleyen" örüntü tipi ile "Tekrarlayan" örüntü tipi arasında ($r = .345$) ve "Karesel Genişleyen" örüntü tipi ile "Tekrarlayan" örüntü tipi arasında ($r = .360$) düşük düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişki vardır. Determinasyon katsayılarına bakıldığında "Doğrusal Genişleyen" ($r^2 = .12$) örüntü tipindeki toplam varyansın %12'sinin "Tekrarlayan" örüntü tipinden kaynaklandığı ve "Karesel Genişleyen" ($r^2 = .13$) örüntü tipindeki toplam varyansın ise %13'ünün "Tekrarlayan" örüntü tipinden kaynaklandığı söylenebilir.



Grafik 4.5. Örüntü tiplerine göre üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel örüntü başarı testi ortalamaları

Grafik 4.5 öğrencilerin en çok "Tekrarlayan" örüntü tipindeki soruları doğru cevaplayabildiklerini göstermektedir. Bunun yanı sıra öğrencilerin özellikle "Karesel Genişleyen" örüntü tipindeki sorularda zorluk yaşadıkları görülmektedir. "Doğrusal Genişleyen" örüntü tipindeki soruların ortalaması ise bu iki örüntü tipinin ortalamaları arasında yer almaktadır. Örüntülerle ilgili yapılan tüm istatistikler, tüm örüntü tipleri arasında anlamlı farklılıklar olduğunu göstermektedir.

İlkokul ve Ortaokul Matematik Programları'na bakıldığında örüntülerle ilgili kazanımların 1. sınıftan itibaren başladığı görülmektedir. Bu kazanımlar "Geometri" öğrenme alanının "Örüntü ve Süslemeler" alt öğrenme alanında yer almaktadır.

Sınıf 1 - Kazanım 1: Bir örüntüdeki ilişkiyi belirler.

Sınıf 1 - Kazanım 2: Bir örüntüde eksik bırakılan öğeleri belirleyerek tamamlar.

Sınıf 2 - Kazanım 1: Bir örüntüde eksik bırakılan öğeleri belirleyerek tamamlar.

Sınıf 2 - Kazanım 2: Bir örüntüdeki ilişkiyi kullanarak farklı malzemelerle aynı ilişkiye sahip yeni örüntüler oluşturur.

Bu kazanımlara ait açıklamalar aşağıda yer almaktadır.

Sınıf 1 - Kazanım 1 (Açıklamalar) : En çok üç ögeden oluşan tekrarlı örüntüler kullanılır.

Sınıf 2 - Kazanım 2 (Açıklamalar) : En çok dört ögeden oluşan tekrarlı örüntüler kullanılır.

Örüntülere ait kazanımlar ve bu kazanımların açıklamaları incelendiğinde öğrencilerin 1. sınıftan itibaren tekrarlı örüntülere aşina olduğu söylenebilir. Araştırmaya 4, 5, 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin katıldığı düşünülürse öğrencilerin bu sınıf seviyesine kadar "Tekrarlayan" örüntü tipi ile ilgili çok fazla matematiksel deneyime sahip olduğu söylenebilir. Bu da öğrencilerin "Tekrarlayan" örüntü tipindeki sorularda "Doğrusal Genişleyen" ve "Karesel Genişleyen" örüntü tipindeki sorulara nazaran yüksek oranda başarı göstermelerinin nedeni olarak görülebilir.

İlkokul Matematik Programı'nda "Genişleyen" örüntülerle ilgili kazanımlar 3. sınıfta yer almaktadır. Bu kazanımlar "Sayılar" öğrenme alanı "Doğal Sayılar" alt öğrenme alanında yer almaktadır.

Sınıf 3 - Kazanım 7: Bir örüntüdeki ilişkiyi belirler ve örüntüyü genişletir.

Bu kazanıma ait etkinlik örneklerinde aşağıdaki açıklama yer almaktadır.

Sınıf 3 - Kazanım 7 (Açıklama): Genişleyen örüntüler kullanılır. Örüntüler oluşturulurken sayısal ilişkiler kurdurulur.

Sınıf seviyesi dikkate alındığında "Genişleyen Örüntü" ifadesinde "Doğrusal Genişleyen Örüntü" ifadesi anlaşılabilir. Bu nedenle öğrenciler "Doğrusal Genişleyen Örüntü" tipindeki soruları 3. sınıftan itibaren cevaplayabilmektedirler. Bu da araştırmaya katılan öğrencilerin "Doğrusal Genişleyen" örüntü tipinde sunulan örüntülerde aldıkları ortalama puanların "Tekrarlayan" örüntü tipinde sunulan örüntülerde alınan ortalama puanın altında olması bulgusunu desteklemektedir.

Ortaokul matematik programında üslü sayılarla ilgili ilk kazanımların 5. sınıfta yer aldığı görülmektedir. Bu kazanım "Sayılar ve İşlemler" öğrenme alanı "Doğal Sayılarla İşlemler" alt öğrenme alanında yer almaktadır.

Sınıf 5 - Kazanım 5.1.2.11: Bir doğal sayının karesi ve küpünü üslü olarak gösterir; değerini bulur.

Öğrenciler bir doğal sayının karesi ve küpü gibi kavramlarla ilk defa 5. sınıfta karşılaşmaktadırlar. Bu da 4. sınıf öğrencilerinin ve 5. sınıf öğrencilerinden bu kazanımı henüz görmemiş olanların üslü sayıları bilememelerinin normal olarak karşılanabileceği sonucunu doğurmaktadır. Ayrıca örüntü tiplerine göre öğrencilerin matematiksel örüntü başarı testi ortalama puanlarına bakıldığında en düşük ortalama "Karesel Genişleyen" örüntü tipinde sorulan örüntüye ait olduğu görülmektedir.

Ortaokul matematik programı incelendiğinde örüntülerle ilgili kazanımların 6. ve 7. sınıfta da devam ettiği görülmektedir. 6. sınıfta "Sayılar ve İşlemler" öğrenme alanı "Doğal Sayılarla İşlemler" alt öğrenme alanında, 7. sınıfta ise "Sayılar ve İşlemler" öğrenme alanı "Tamsayılarla Çarpma ve Bölme İşlemleri" alt öğrenme alanında yer almaktadır.

Sınıf 6 - Kazanım 6.1.1.1: Bir doğal sayının kendisiyle tekrarlı çarpımını üslü nicelik olarak ifade eder ve üslü niceliklerin değerini belirler.

Sınıf 7 - Kazanım 7.1.1.3: Tamsayıların kendileri ile tekrarlı çarpımını üslü nicelik olarak ifade eder.

Öğrenciler "Tekrarlayan Örüntü"lerle ilgili deneyimlere 1. sınıftan, "Genişleyen Örüntü"lerle ilgili deneyimlere 3. sınıftan ve "Karesel Genişleyen Örüntü"lerle ilgili deneyimlere ise 5. sınıftan itibaren sahip olmaktadır. Araştırma grubunu 4, 5, 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin oluşturması en yüksek ortalamanın "Tekrarlayan" örüntü tipindeki sorulara, en düşük ortalamanın "Karesel Genişleyen" örüntü tipindeki sorulara ait olması bulgusunu desteklemektedir.

4.11. On birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın on birinci alt problemi "Üstün yetenekli öğrencilerin soru tiplerine göre örüntü testi başarıları arasında anlamlı bir ilişki var mıdır?" şeklindedir. Bu alt problemi test etmek için her bir sınıf seviyesindeki öğrencilerin başarı testine ait ortalama puanları ve standart sapmaları hesaplanmıştır.

Tablo 4.21. Soru tiplerine göre matematiksel örüntü başarı testi puanları (n=120)

	$\bar{x}$	ss
Sayısal İfade	6.63	1.743
Sözel İfade	2.75	1.935
Sembolik İfade	3.79	2.211

Tablo 4.21 incelendiğinde en yüksek ortalamanın 6,63 ile "Sayısal İfade" tipinde sorulan sorulara ve en düşük ortalama puanın 2,75 ile "Sözel İfade" biçiminde sorulan sorulara ait olduğu görülmektedir. "Sembolik İfade" tipinde sorulan sorulara ait ortalama ise 3,79 bulunmuştur. Ayrıca tabloya göre "Sayısal İfade", "Sözel İfade" ve "Sembolik İfade" tipinde sorulan soruların hepsinde de standart sapma aritmetik ortalamadan düşük çıkmıştır. Bu bulgu, araştırmaya katılan grubun homojenliğine ve öğrencilerin genelde birbirine yakın puanlar almış olmalarına bağlanabilir.

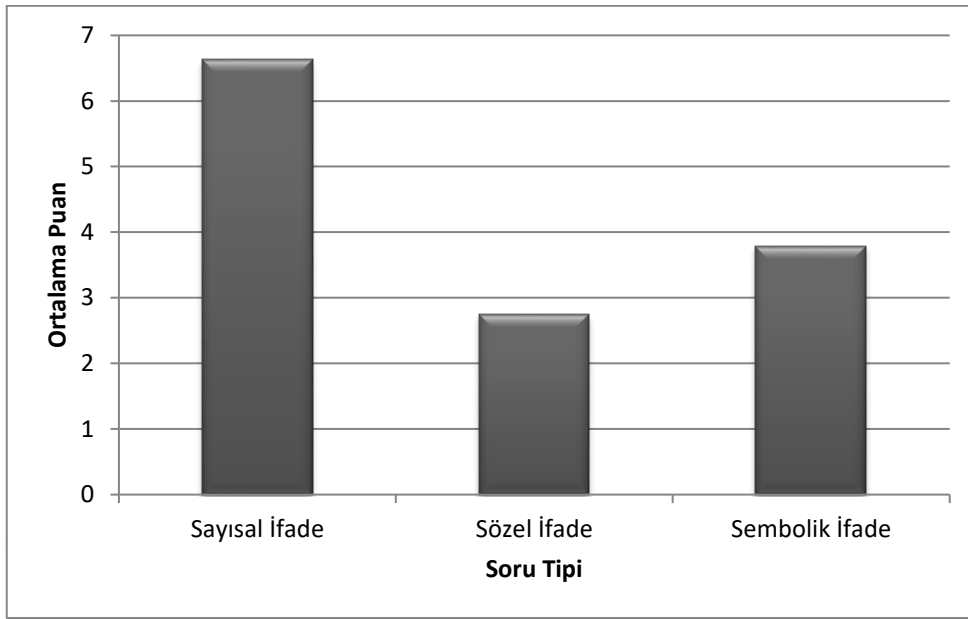
Soru tiplerine ilişkin ortalama ve dağılım özellikleriyle ilgili temel bilgilerden sonra öğrencilerin matematiksel örüntü başarı testi puanları arasında anlamlı bir ilişki olup olmadığına dair korelasyon sonuçları Tablo 4.22'de verilmiştir.

Tablo 4.22. Matematiksel örüntü başarı testindeki örüntü tiplerine ait soruların puanları arasındaki korelasyon sonuçları (n=120)

		Sayısal İfade	Sözel İfade	Sembolik İfade
Sayısal İfade	Pear.	1	.521	.619
	p		.000*	.000*
Sözel İfade	Pear.		1	.601
	p			.000*
Sembolik İfade	Pear.			1
	p			

* $p < .05$

Tablo 4.22 incelendiğinde, matematiksel örüntü başarı testindeki soru tiplerine ait soruların puanları arasında tek tek anlamlı bir ilişki bulunmuştur. Bu ilişkilerden "Sayısal İfade" soru tipi ile "Sözel İfade" soru tipi arasında orta düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişki olduğu görülmektedir ($r = .521$, $p < .05$). Determinasyon katsayısı ($r^2 = .27$) dikkate alındığında "Sayısal İfade" soru tipindeki toplam varyansın %27'sinin "Sözel İfade" soru tipinden kaynaklandığı söylenebilir. Aynı şekilde tabloya göre "Sayısal İfade" soru tipi ile "Sembolik İfade" soru tipi arasında ($r = .619$, $p < .05$) ve "Sözel İfade" soru tipi ile "Sembolik İfade" soru tipi arasında ($r = .601$, $p < .05$) yüksek düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişki olduğu görülmektedir. Determinasyon katsayıları incelendiğinde "Sayısal İfade" soru tipindeki toplam varyansın ($r^2 = .38$) %38'inin "Sembolik İfade" soru tipinden kaynaklandığı, "Sözel İfade" soru tipindeki toplam varyansın ($r^2 = .36$) ise %36'sının "Sembolik İfade" soru tipinden kaynaklandığı söylenebilir.



Grafik 4.6. Soru tiplerine göre üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel örüntü başarı testi ortalamaları

Grafik 4.6'dan öğrencilerin en çok "Sayısal İfade" soru tipindeki soruları doğru cevaplayabildikleri görülmektedir. Ayrıca "Sembolik İfade" soru tipindeki örüntülerin ortalama puanları "Sözel İfade" soru tipindeki örüntülerin ortalama puanlarına oldukça yakındır. Ancak, öğrencilerin özellikle "Sözel İfade" soru tipindeki örüntülerde zorluk çektikleri görülmektedir.

İlkokul Matematik Programı'nda 1. sınıftan itibaren öğrenciler sayı örüntüleri oluşturma, örüntüyü devam ettirme ve örüntüde eksik bırakılan yerleri tamamlama gibi birçok aktivite yer almaktadır. Bu nedenle "Sayısal İfade" soru tipindeki örüntülerin ortalama puanları en yüksek çıkmış olabilir. "Sembolik İfade" soru tipinde ise 4 ve 5. sınıfların henüz cebire geçmemiş olmaları ortalama puanların "Sayısal İfade" soru tipine göre daha düşük olmasında etkili olmuş olabilir. Matematik Dersi (1-5 ve 5-8) Öğretim Programları incelendiğinde 1. sınıftan itibaren öğrencilerden örüntü sorularında buldukları ilişkileri sözel olarak açıklamaları istenmektedir. Buna rağmen katılımcı öğrencilerin "Sözel İfade" sorularında diğer sorulara göre düşük ortalamaya sahip olmaları oldukça manidardır. Bunun nedeni derslerde bu tür sözel açıklamaların çok fazla yaptırılmaması olabilir.

V. BÖLÜM

5. Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu bölümde araştırmadan elde edilen bulguların ilgili literatürle karşılaştırılarak tartışılmasına, sonuçlara ve bu sonuçlara bağlı gerçekleştirilen araştırmaya ve ileride yapılacak araştırmalara yönelik bazı önerilere yer verilmiştir.

5.1. Tartışma ve Sonuç

Bu bölümde üstün yetenekli ve normal öğrencilerin genel matematiksel örüntü başarıları ve üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel örüntü başarıları üzerinde durulmuştur. Üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel örüntü başarıları örüntü sunum biçimi, örüntü tipi ve soru tipi olmak üzere 3 ana başlıkta incelenmiştir.

5.1.1. Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin genel başarıları

Araştırma sonuçlarına göre, üstün yetenekli öğrencilerin genel örüntü başarılarının normal öğrencilerin genel örüntü başarılarından daha yüksek olduğu ve oluşan bu farkın anlamlı olduğu bulunmuştur.

Sriraman (2003) araştırmasında, üstün yetenekli ve normal öğrencilerin problem çözme ile ilgili tecrübelerini ve problem çözme sürecinde temsil, soyutlama ve genelleme gibi ileri matematiksel süreçleri nasıl geliştirdiklerini gözlemlemiştir. Araştırma sonucunda üstün yetenekli öğrenciler ile normal öğrenciler arasında problemi anlama, tanımlama ve yeniden ifade etme konularında büyük farklar gözlemlemiştir. Bu araştırmada da üstün yetenekli ve normal öğrencilerin örüntü testi genel başarıları ve örüntü problemlerinin alt boyutları olan örüntü sunum biçimi, örüntü tipi ve soru tipi

arasında büyük farklar meydana gelmiştir. Sriraman (2003)'e göre böyle bir farkın oluşma sebebi üstün yetenekli öğrencilerin soyut ilişkileri daha kolay algılayabilmesi ve geçerli kavramsal bağlantıları oluşturabilmesidir.

Leikin ve diğerleri (2014) araştırmalarında, matematiksel olarak üstün yetenekli öğrencilerin sembolik ve grafiksel temsil biçimleri arasında dönüşüm gerektiren problemleri çözmeyle ilişkili beyin aktivitelerini incelemişlerdir. Araştırma sonucunda en yüksek elektriksel aktivitenin matematiksel olarak üstün yetenekli olan öğrencilerde olduğu gözlemlenmiştir. Bu yüksek elektriksel aktivitenin ise bu gruptaki öğrencilerde yüksek bilişsel becerinin göstergesi olabileceği düşünülmüştür. Buradan da bu araştırmadaki üstün yetenekli öğrencilerin normal öğrencilerden neden daha yüksek başarı gösterdiği açıklanabilmektedir.

5.1.2. Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin matematiksel örüntü başarıları

Araştırmadan elde edilen bulgulara göre, üstün yetenekli öğrencilerin genel örüntü başarılarının normal öğrencilerin genel örüntü başarılarından anlamlı şekilde farklılaştığı görülmüştür. Ayrıca, örüntü problemlerinin alt boyutları incelendiğinde sunum biçimi, soru tipi ve örüntü tiplerine ait ortalama puanların hepsinde üstün yetenekli öğrenciler normal öğrencilerden daha yüksek başarı göstermişler ve bu farklılık anlamlı bulunmuştur.

5.1.2.1 Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin örüntünün sunum biçimine göre başarıları

Araştırma sonucunda örüntü sunum biçimlerine göre hem sayı dizisi, hem tablo, hem de şekil biçiminde sunulan örüntülerde üstün yetenekli öğrencilerin normal öğrencilerden daha başarılı olduğu bulunmuştur.

Üstün yetenekli öğrencilerin örüntülerin sunum biçimlerine göre matematiksel örüntü başarı testi puanları incelendiğinde "Sayı Dizisi" biçiminde sunulan örüntülerde "Şekil" biçiminde sunulan örüntülerden daha başarılı olduğu bulunmuştur. Bu bulgu, Lan Ma (2007)'nin yaptığı çalışmayla tutarlılık göstermemektedir. Lan Ma, araştırmasında "Şekil" biçiminde ve "Sayı Dizisi" biçiminde sunulan örüntülere yer vermiştir. Araştırmanın sonucunda normal öğrencilerin "Sayı Dizisi" biçiminde sunulan örüntülerden ziyade "Şekil" biçiminde sunulan örüntüleri daha kolay genelleyebildiklerini bulmuştur. Ayrıca, öğrencilerin örüntü problemlerini çözerken geometrik bir yaklaşım benimsediklerini keşfetmiştir. Bu da öğrencilerin şekil örüntülerini daha kolay genelleyebildiklerini ortaya çıkarmaktadır. Çünkü Bednarz, Kieran ve Lee (1996)'ya göre bazı geometri yaklaşımları, cebir öğrenmede analitik düşünmenin ortaya çıkmasına öncülük etmektedir. Bunun yanı sıra, Bruner de (1966) yeni öğrenmelerde somuttan görsele, görselden sembolîğe doğru aşamalı olarak bir sıra izlenmesinin öğrencilere kolaylık sağlayacağını ifade etmektedir. Görsel ve somut olarak sunulan örüntülerin bir diğer amacı problemin çözüm yolunu çeşitlendirmektir. Hatta daha gerçekçi ve gerçek yaşam durumlarını tanıtmayı denemektedir. Ayrıca şekil örüntülerinin, öğrencilerin gerekli durumlarda değişiklik yapabilmelerine ve bir adımdan yeni bir adım oluşturabilmelerine yardım edebileceği belirtilmektedir (Orton ve diğerleri, 1999). Bu çalışmada ise, üstün yetenekli öğrenciler sayı dizisi ($\bar{x} = 4,83$) biçiminde sunulan örüntülerde şekil biçiminde ($\bar{x} = 4,44$) sunulan örüntülere göre daha yüksek ortalama elde etmelerine rağmen bu fark çok fazla değildir. Üstün yetenekli öğrencilerin yüksek muhakeme gücü, belli olgulardan kolaylıkla genelleme yapabilme ve ilişkileri zekice görebilme gibi özellikleri vardır (NAGC, 1990). Bu nedenle üstün yetenekli öğrenciler "Sayı Dizisi" biçiminde sunulan örüntülerde "Şekil" biçiminde sunulan örüntülere göre daha yüksek başarı göstermiş olabilirler.

Kenny ve Silver (1997), yaptıkları çalışmada normal öğrencilere dikey bir örüntü tablosu vermişlerdir. 4. sınıf öğrencileri örüntünün bir sonraki terimini bulmada başarılı olmuşlardır; ancak örüntünün genel terimini bulmada ve örüntü hakkında muhakemede bulunmada oldukça zorluk yaşamışlardır. Bu çalışmada da üstün yetenekli öğrenciler en düşük ortalama "Tablo" biçiminde sunulan örüntülerde elde etmişlerdir. Schliemann ve diğerleri (2003) ve Brizuela ve Lara-Roth (2001) yaptıkları

çalışmalarda benzer bulgulara rastlamışlardır. Brizuela ve Lara-Roth (2001)'e göre, örüntüler tablo formatında sunulduğu zaman öğrenciler sütunlar arasındaki ilişkiyi incelemekten ziyade sütunların her birine bağımsız olarak odaklanma eğilimindedirler. Ayrıca, uzak genellemeleri yapmak için değişkenler arası ilişki bulma stratejisini nadiren kullandıklarından diğer sunum biçimlerine göre daha düşük ortalama elde etmişlerdir.

Araştırma sonuçları, örüntü sunum biçimlerinin üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel örüntü başarı testinden aldıkları puanları etkilediğini göstermektedir. Araştırmadan elde edilen bulgulara göre, üstün yetenekli öğrencilerin örüntülerin sunum biçimlerine göre matematiksel örüntü başarı testindeki ortalama puanları sırasıyla "Sayı Dizisi", "Şekil" ve "Tablo" biçiminde sunulan örüntüler şeklindedir. Bu bulgu, Pegg ve Redden (1990)'ın araştırmasından elde ettikleri bulgularla tutarlı gözükmemektedir. Bu araştırmada normal öğrencilerin "Şekil" biçiminde sunulan örüntülerde "Tablo" biçiminde sunulan örüntülerden daha yüksek ortalamaya sahip olduğu bulunmuştur. Bunun sebebi olarak da "Tablo" biçiminde sunulan örüntülerin daha soyut olduğu gösterilmiştir. Ancak, bu araştırmadan elde edilen bulgular English ve Warren (1998)'in çalışmalarıyla tutarlılık göstermemektedir. Çünkü, bu araştırmada normal öğrenciler "Tablo" biçiminde sunulan örüntülerde, "Şekil" biçiminde sunulan örüntülerden daha yüksek ortalama elde etmişlerdir. English ve Warren (1998)'e göre bunun sebebi, "Tablo" biçimindeki örüntülerde girdi ve çıktı değerleri eşzamanlı olarak görülebildiği için değerler arasındaki fonksiyonel ilişki daha rahat fark edilebilmektedir. Ancak, İlkokul Matematik Programı incelendiğinde 1. sınıftan itibaren sayı ve şekil örüntülerine vurgu yapıldığından "Şekil" biçiminde sunulan örüntülerdeki ortalamanın "Tablo" biçiminde sunulan örüntülerdeki ortalama ile yüksek çıkması beklenmektedir.

"Sayı Dizisi" biçiminde sunulan örüntü soruları incelendiğinde, adım sayısı verilmeden direkt sayı dizisinin verildiği görülmektedir. Öğrencilerden adımları ve o adıma karşılık gelen sayıları görmeleri ve aralarında ilişki kurmaları beklenmiştir. Araştırma bulgularına göre, öğrenciler en yüksek ortalamayı "Sayı Dizisi" biçiminde sunulan örüntülerde elde etmişlerdir. İlkokul Matematik Programı'nda sayı dizisi biçiminde sunulan örüntüler $1, 3, 5, \dots, \dots, 11$ şeklinde verilmektedir. Bu

araştırmada da sayı dizisi biçiminde sunulan örüntüler bu şekilde verilmiştir. Öğrenciler bu tarz örüntülere aşina oldukları için en yüksek ortalama "Sayı Dizisi" biçiminde sunulan örüntülerde ortaya çıkmış olabilir. Ayrıca, "Sayı Dizisi" biçiminde sunulan örüntülerde sınıf seviyesi açısından anlamlı farklılıklar oluşmuştur.

"Tablo" biçiminde sunulan örüntülerde adım sayısı ve o adıma karşılık gelen sayılar direkt verilmiştir. Bu örüntülerde girdi ve çıktı değerlerinin organize bir şekilde verildiği düşünülürse öğrencilerin "Tablo" biçiminde sunulan örüntülerde yüksek bir performans göstermeleri beklenmektedir. Ancak, araştırma bulgularına göre, öğrenciler en düşük ortalama "Tablo" biçiminde sunulan örüntülerde göstermişlerdir. İlkokul Matematik Programı'nda örüntü sorularında 1. sınıftan itibaren hep şekil ve sayı örüntüleri üzerine bir vurgu söz konusudur. Bu nedenle öğrenciler "Tablo" biçiminde sunulan örüntülerde daha düşük bir ortalama elde etmiş olabilirler. Ayrıca, "Tablo" biçiminde sunulan örüntülerde sınıf seviyesi açısından anlamlı farklılıklar oluşmuştur.

"Şekil" biçiminde sunulan örüntülerde öğrencilerden şeklin parçalarını sayarak sayı dizisine dönüştürmesi ve daha sonra da örüntünün kuralını bulması beklenmektedir. Öğrenciler "Şekil" biçiminde sunulan örüntülerde "Tablo" biçiminde sunulan örüntülere göre daha yüksek ortalama elde ederken, "Sayı Dizisi" biçiminde sunulan örüntülere göre daha düşük ortalama elde etmişlerdir. Ancak, "Şekil" biçiminde sunulan örüntünün ortalama puanı, "Sayı Dizisi" biçiminde sunulan örüntünün ortalama puanına oldukça yakındır. İlkokul ve Ortaokul Matematik Programları incelendiğinde şekil ve sayı dizisi biçiminde sunulan örüntülere yapılan vurgudan dolayı böyle bir ortalama ortaya çıkmış olabilir. Ayrıca, "Şekil" biçiminde sunulan örüntülerde sınıf seviyesi açısından anlamlı farklılıklar oluşmuştur.

5.1.2.2. Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin örüntü tipine göre başarıları

Örüntü tipleri incelendiğinde hem "Karesel Genişleyen", hem "Tekrarlayan", hem de "Doğrusal Genişleyen" örüntülerde üstün yetenekli öğrencilerin başarılarının normal öğrencilerin başarılarından anlamlı bir şekilde farklılaştığı bulunmuştur.

Üstün yetenekli öğrencilerin örüntü tiplerine göre matematiksel örüntü testi başarı puanları karşılaştırıldığında, "Doğrusal Genişleyen" örüntülerde "Karesel Genişleyen" örüntülere göre daha yüksek ortalamaya sahip oldukları görülmüştür. Bu bulgu, Lin ve Yang (2004)'ün araştırmasıyla çelişmektedir. Bu çalışmada normal öğrenciler, "Karesel Genişleyen" sayı örüntülerinde "Doğrusal Genişleyen" sayı örüntülerine göre daha başarılı bulunmuştur. Lin ve Yang (2004)'e göre bunun sebebi, "Karesel Genişleyen" sayı örüntülerini çözerken öğrencilere bir çözüm yaklaşımı sağlamış olmaları veya öğrencilerin "Doğrusal Genişleyen" sayı örüntülerinde değişkenler arasındaki orantısal ilişkiyi keşfetme çalışmalarından sonra karesel genişleyen sayı örüntülerini incelemeleridir. Ancak, öğrencilerin "Genişleyen Örüntü"lerle ilgili deneyimlere 3. sınıftan ve "Karesel Genişleyen Örüntü"lerle ilgili deneyimlere ise 5. sınıftan itibaren sahip oldukları dikkate alınırsa bu çalışmadan elde edilen bulgular normal karşılanabilir.

Öğrencilere "Tekrarlayan" örüntü sorularında "2-3-7" sayılarının sürekli tekrarlandığı bir sayı dizisi, "ABc" harflerinin sürekli tekrarlandığı tablo sorusu ve " $\leftarrow \uparrow \downarrow \rightarrow$ " biçiminde devam eden bir şekil sorusu sorulmuştur. Tekrarlayan örüntü sorularında tekrar birimi 3 ve 4'tür. İlkokul Matematik Programı incelendiğinde, tekrarlayan örüntülerle ilgili kazanımlar 1 ve 2. sınıfta yer almaktadır ve tekrar birimi en fazla 4'tür. 3 ve 4. sınıfta ise sayısal ilişki kurmaya yönelik kazanımlar yer almaktadır. Araştırmaya 4, 5, 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin katıldığı düşünülürse en yüksek ortalamayı tekrarlayan örüntü tipindeki sorularda elde etmeleri normaldir. Öğrenciler tüm sınıf seviyelerinde en yüksek ortalamayı "Tekrarlayan" örüntü tipindeki sorularda elde ettikleri için bu örüntülerde sınıf seviyeleri arasında anlamlı fark bulunamamıştır.

Öğrencilere "Doğrusal Genişleyen" örüntü sorularında sayı dizisi biçiminde sunulan örüntünün kuralı $y = 7x - 4$ şeklinde, tablo biçiminde sunulan örüntünün kuralı $y = 8x - 1$ şeklinde ve şekil biçiminde sunulan örüntünün kuralı $y = 2x$ şeklindedir. İlkokul Matematik Programı'na bakıldığında, "Doğrusal Genişleyen" örüntülerle ilgili ilk kazanımın 3. sınıfta yer aldığı görülmektedir. Araştırmaya 4 ve üstü sınıflar katıldığı için öğrencilerin "Doğrusal Genişleyen" örüntü sorularını kolaylıkla cevaplamaları normaldir. Ayrıca, öğrencilerin "Tekrarlayan" örüntü sorularındaki

ortalama puanları "Doğrusal Genişleyen" örüntü sorularındaki ortalama puanlarından yüksek çıkmıştır. Ayrıca, 5. sınıflar hariç diğer sınıflarda sınıf seviyesi arttıkça öğrencilerin "Doğrusal Genişleyen" örüntü tipindeki sorularda performansları da artmıştır. Buna rağmen "Doğrusal Genişleyen" örüntü tipine ait soruların puanlarının sınıf seviyeleri açısından anlamlı şekilde farklılaştığı görülmektedir.

Öğrencilere "Karesel Genişleyen" örüntü sorularında sayı dizisi biçiminde sunulan örüntünün kuralı $y = x^2 - 1$ şeklinde, tablo biçiminde sunulan örüntünün kuralı $y = x^2 + 4$ şeklinde ve şekil biçiminde sunulan örüntünün kuralı $y = \frac{x \cdot (x+1)}{2}$ şeklindedir. Bulgulara göre, öğrenciler örüntü tiplerinden en düşük ortalamayı "Karesel Genişleyen" örüntü ipinde elde etmişlerdir. İlkokul ve Ortaokul Matematik Programları'na bakıldığında kazanımların "Tekrarlayan" ve "Doğrusal Genişleyen" örüntü tipleriyle ilgili olduğu görülmektedir. "Karesel Genişleyen" örüntü tipiyle ilgili herhangi bir kazanıma rastlanmamaktadır. Ayrıca, öğrenciler üslü ifadelerle ilk defa 5. sınıfta karşılaşmaktadır. Bu ise sadece bir sayının karesi ve küpüyle sınırlıdır. Bu nedenle öğrenciler en düşük ortalamayı "Karesel Genişleyen" örüntü tipinde elde etmiş olabilirler. Bundan başka, sınıf seviyesi arttıkça öğrencilerin "Karesel Genişleyen" örüntü tipindeki ortalamalarının da arttığı bulunmuştur. Buna rağmen "Karesel Genişleyen" örüntü tipine ait puanların sınıf seviyesi açısından anlamlı şekilde farklılaştığı görülmüştür.

5.1.2.3. Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin soru tipine göre başarıları

Soru tipleri incelendiğinde hem "Sayısal İfade", hem "Sözel İfade", hem de "Sembolik İfade" sorularına ait puanlarda üstün yetenekli öğrencilerin başarılarının normal öğrencilerin başarılarından anlamlı şekilde farklılaştığı görülmüştür. Araştırmadan elde edilen bulgulara göre, üstün yetenekli öğrencilerin örüntülerin soru tiplerine göre matematiksel örüntü başarı testindeki ortalama puanları sırasıyla "Sayısal İfade", "Sembolik İfade" ve "Sözel İfade" biçimindeki örüntüler şeklindedir. Bu bulgu MacGregor ve Stacey (1995)'in çalışmalarıyla tutarlılık göstermektedir. Çünkü MacGregor ve Stacey (1995), yaptıkları araştırmada normal öğrencilerin "Sayısal İfade"

biçimindeki örüntülerde "Sembolik İfade" biçimindeki örüntülerden daha yüksek ortalamaya sahip olduklarını ortaya çıkarmıştır. Ancak, araştırma sonuçları Cooper ve Warren (2008)'in çalışmalarıyla tutarlılık göstermemektedir. Bu çalışmada normal öğrencilerin "Sözel İfade" biçimindeki örüntülerde, "Sembolik İfade" biçimindeki örüntülere göre daha yüksek ortalamaya sahip olduğu bulunmuştur. Üstün yetenekli öğrenciler, normal öğrencilere göre daha düşük matematik kaygısı ve öz düzenleyici öğrenme için daha yüksek bir matematik öz yeterliliğine sahiptir (Pajares, 1996). Dikkatli bir muhakeme gücü isteyen aritmetik problemlerine karşı içgörü gösterirler ve matematiksel kavramları hızlıca kavrarlar (NAGC, 1990). Bu nedenlerden dolayı üstün yetenekli öğrenciler örüntü problemlerini çözerken daha soyut ve cebirsel düşünmüş olabilirler. Ayrıca Cooper ve Warren, normal öğrencilere sadece "Şekil" biçiminde sunulan örüntülerle ilgili sorular sormuşlardır. Bu çalışmada ise hem "Sayı Dizisi", hem "Tablo", hem de "Şekil" biçiminde sunulan örüntülere yer verilmiş ve üstün yetenekli öğrencilerden her bir örüntüyü hem "Sembolik" hem de "Sözel" biçimde ifade etmeleri istenmiştir. Ayrıca Cooper ve Warren'in örneklemine yaklaşık 8,5 yaşındaki öğrenciler oluştururken, bu çalışmada 10-13 yaş aralığındaki öğrenciler yer almaktadır. Aritmetikten cebirsel genellemelere geçmenin zaman alan bir süreç olduğu düşünülürse (Kieran, 2007) Cooper ve Warren'in çalışması ile bu çalışmanın tutarlılık göstermemiş olması normal karşılanabilir.

Nathan ve Kim (2007)'nin yaptıkları çalışmada 7. sınıfa devam eden normal öğrencilerin "Sözel İfade" soru tipinde "Sembolik İfade" soru tipine göre daha yüksek ortalamaya sahip olduklarını bulmuşlardır. Bu çalışmada ise 7. sınıfa devam eden üstün yetenekli öğrenciler "Sembolik İfade" soru tipinde "Sözel İfade" soru tipine göre daha yüksek ortalama elde etmişlerdir. Nathan ve Kim (2007) araştırmalarında örüntüleri sözel problem, grafik ve ikisinin kombinasyonu biçiminde sunmuşlardır. Bu çalışmada ise örüntüler sayı dizisi, tablo ve şekil biçiminde sunulmuştur. Bu nedenle bu iki çalışma tutarlı bulunmamış olabilir. Ayrıca, üstün yetenekli öğrenciler genelleme, değişkenleri keşfetme, değişkenlerin karşılıklı ilişkilerindeki cebirsel vurguyu daha net görebilmektedirler (Amit ve Neria, 2008). Bu nedenle üstün yetenekli öğrenciler "Sembolik İfade" soru tipinde daha başarılı olurken, normal öğrenciler "Sözel İfade" soru tipinde daha başarılı olmuş olabilirler.

Bu çalışmada üstün yetenekli öğrenciler, örüntüleri uzak adımlara genellerken örüntünün kuralını sözel olarak ifade etmek yerine daha çok sembolik olarak ifade etmelerine rağmen, Sasman, Linchevski ve Olivier (1999)'un yaptıkları çalışmada, öğrencilerin tamamı örüntünün kuralını tanımlayabilmişler, fakat çoğu bu tanımları sembol kullanarak değil de sözel olarak yapmışlardır. Bunun yanı sıra, bu çalışmada üstün yetenekli öğrenciler "Şekil" biçiminde sunulan örüntülerde "Tablo" biçiminde sunulan örüntülere göre daha yüksek ortalama elde ederken diğer çalışmada tam tersi bir durum ortaya çıkmıştır. Bunun sebebini Sasman, Linchevski ve Olivier (1999) öğrencilerin sahip olduğu zayıf sayı hissine bağlamaktadır. Zayıf sayı hissini, "Şekil" biçiminde sunulan örüntülerde öğrencilerin girdi ve çıktı değerlerini ve arasındaki ilişkiyi fark etmelerine engel olduğu düşünülmektedir. Sriraman (2003)'e göre matematiksel üstün yeteneklilik, problem çözme yeteneği ve genelleme yeteneği arasında bir ilişki olduğu düşünülürse böyle bir durum ortaya çıkması normal karşılanabilir. Cooper, Lamb ve Warren (2006) ise çalışmalarında girdi ve çıktı değerleri arasındaki ilişkiye odaklanmak amacıyla fonksiyon tablolarını kullanmışlardır. Sonuç olarak, öğrencilerin tamamı örüntünün genel kuralını hem sözel hem de sembolik olarak ifade edebilmişlerdir.

Amit ve Neria (2008), resmi anlamda üstün yetenekli olarak tanımlanmayan, ancak özel matematiksel yeteneklere ve ilgiye sahip bir grup öğrenci ile örüntü problemlerini genelleme üzerine bir çalışma yapmışlardır. Araştırma sonuçlarına göre, öğrenciler "Sembolik İfade" soru tipinde "Sözel İfade" soru tipine göre daha düşük başarı gösterirken bu çalışmada üstün yetenekli öğrenciler "Sözel İfade" soru tipinde "Sembolik İfade" soru tipine göre daha düşük başarı göstermişlerdir. Amit ve Neria, örüntü problemlerini şekil ve sözel problem biçiminde sunarken bu çalışmada ise hem şekil, hem sayı dizisi hem de tablo biçiminde sunulmuştur. Bu nedenle öğrenciler değişkenler arası ilişkiyi daha rahat görüp sembolize etmiş olabilirler.

Öğrencilere "Sayısal İfade" tipindeki sorularda, örüntünün istenilen adımını bulmaya yönelik sorular sorulmuştur. Tüm sınıf seviyelerinde en yüksek ortalama "Sayısal İfade" tipindeki sorularda ortaya çıkmıştır. İlkokul Matematik Programı'na bakıldığında 1 ve 2. sınıfta tekrarlayan örüntüleri istenilen adıma devam ettirme, 3 ve 4.

sınıfta ise sayı dizisi ve şekil biçiminde sunulan örüntüleri istenilen adıma devam ettirme ile ilgili kazanımlar yer almaktadır. Bu nedenle, öğrenciler en yüksek ortalamayı "Sayısal İfade" tipindeki sorularda elde etmiş olabilirler. Bunun yanı sıra, tüm sınıflarda sınıf seviyesi arttıkça öğrencilerin "Sayısal İfade" soru tipindeki ortalama puanlarında da artış olduğu belirlenmiştir. Ayrıca, "Sayısal İfade" soru tipinde sınıf seviyesi açısından anlamlı farklılıklar oluşmuştur.

Öğrencilerden "Sözel İfade" tipindeki sorularda örüntüdeki ilişkiyi sözel olarak ifade etmeleri istenmiştir. Öğrenciler en düşük performansı "Sözel İfade" tipindeki sorularda göstermişlerdir. İlkokul Matematik Programı'nda 1. sınıftan itibaren örüntülerle ilgili kazanımların açıklama bölümünde örüntünün kuralını sözel olarak açıklamayla ilgili ifadeler yer almaktadır. Buna rağmen öğrencilerin en düşük ortalamayı "Sözel İfade" soru tipinde elde etmelerinin sebebi derslerde sözel açıklamadan çok örüntünün kuralını işlem olarak bulmaya yönelik etkinliklere yer verilmiş olması olabilir. Ayrıca, öğrencilerin sınıf seviyelerine göre "Sözel İfade" soru tipinde aldıkları puanlar arasında anlamlı farklılıklar oluşmuştur.

Öğrencilerden "Sembolik İfade" tipindeki sorularda bir örüntünün uzak adımını bulmaları istenmiştir. Böylece, öğrencilerin örüntünün uzak adımını bulurken genel terimini keşfetmeleri beklenmiştir. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin "Sembolik İfade" soru tipinde, "Sayısal İfade" soru tipinden düşük ve "Sözel İfade" soru tipinden yüksek puan ortalamalarına sahip oldukları bulunmuştur. İlkokul ve Ortaokul Matematik Programları incelendiğinde örüntünün kuralını cebirsel olarak ifade etme ilk olarak 6. sınıfta yer almaktadır. 3, 4 ve 5. sınıfta örüntüdeki ilişkiyi bulmaya yönelik çalışmalar olmasına rağmen bu ilişkiler cebirsel olarak ifade edilmemektedir. Araştırmaya 4 ve üstü sınıfların katıldığı düşünülürse "Sembolik İfade" soru tipindeki ortalamanın "Sayısal İfade" soru tipindeki ortalamadan yüksek çıkması normal karşılanabilir. Ayrıca, öğrencilerin sınıf seviyelerine göre "Sembolik İfade" soru tipinde aldıkları puanlar arasında anlamlı farklılıklar oluşmuştur.

Özet olarak, üstün yetenekli öğrenciler örüntü sunum biçimlerine göre en yüksek ortalamayı "Sayı Dizisi" biçiminde sunulan örüntülerde, örüntü soru tiplerine

göre en yüksek ortalamayı "Sayısal İfade" soru tipinde ve örüntü tiplerine göre en yüksek ortalamayı "Tekrarlayan" örüntü tipinde elde etmişlerdir. Matematiksel örüntü başarı testine göre sınıf seviyeleri incelendiğinde en düşük performansı 5. sınıflar, en yüksek performansı ise 7. sınıflar göstermişlerdir.

5.1.3. Üstün yetenekli öğrencilerin sınıf seviyeleri açısından matematiksel örüntü başarılarıyla ilgili sonuçlar

Araştırma sonuçlarına göre, üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel örüntü başarıları karşılaştırıldığında 5. sınıfın ortalama puanının en düşük, 7. sınıfın ise ortalama puanının en yüksek olduğu görülmüştür. Dobrynina (2001), genelleme üzerine yaptığı çalışmada 5. sınıf öğrencilerini 4. sınıf öğrencilerinden daha başarılı bulmuştur. 5. sınıfın orta okula geçiş aşaması olduğu düşünülürse 5. sınıfın ortalama puanının 4. sınıfın ortalama puanından düşük olması normal karşılanabilir. Ayrıca Bilim ve Sanat Merkezi'nde 4. sınıfa devam eden öğrencilerin tamamı matematik dersi alırken, 5. sınıfa devam eden öğrencilerin bir kısmı matematik dersi almamaktadır. Bundan başka, 3 ve 4. sınıfta eski matematik programı kullanılırken 5. sınıfta yeni matematik programı kullanılmaktadır. Bu nedenlerden dolayı böyle bir durum ortaya çıkmış olabilir.

Akkan ve Çakıroğlu (2012)'nin yaptıkları çalışmaya göre doğrusal ve karesel örüntü tiplerinde 7. sınıfa devam eden normal öğrenciler 6. sınıfa devam eden normal öğrencilere göre daha çok genelleştirme stratejisi kullanmış ve daha doğru genelleme yapmışlardır. Akkan ve Çakıroğlu (2012)'nin araştırması bu araştırma ile tutarlılık göstermektedir. Çünkü, bu çalışmada da üstün yetenekli öğrencilerden 7. sınıfa devam edenler 6. sınıfa devam edenlere göre daha yüksek başarı göstermişlerdir. Bu tutarlılığın sebebi örüntülerin sunuluş biçimlerinin benzerliği olabilir. Her iki çalışmada örüntüler sayı dizisi ve şekil biçiminde sunulmuş ve alt boyut olarak sayısal, sözel ve sembolik olarak ifade edilmesi istenmiştir.

Özet olarak üstün yetenekli öğrencilerin sınıf seviyeleri açısından genel örüntü başarıları incelendiğinde en düşük 5. sınıf, en yüksek 7. sınıf başarı göstermiştir. Ayrıca, birbirini takip eden sınıflar arasında sadece 5 ile 6. sınıf arasında anlamlı fark bulunmuştur. Bu nedenle 6. sınıfın örüntü konusu için geçiş aşaması olduğu söylenebilir.

5.2. Öneriler

Bu bölümde araştırma sonucundan elde edilen bulgulara dayanarak uygulamaya ve yapılacak araştırmalara yönelik önerilere yer verilmiştir.

5.2.1. Uygulamaya yönelik öneriler

Bu araştırmada hem üstün yetenekli hem de normal öğrenciler en düşük ortalamaya soru tiplerinden "Sözel İfade" soru tipindeki örüntülerde sahip olmuşlardır. Bu nedenle, öğretmenler derste öğrencilerin örüntünün kuralını sözel olarak ifade etmelerini sağlayacak etkinliklere yer verebilirler. Ayrıca, hem üstün yetenekli hem de normal öğrenciler örüntü tiplerinden en düşük ortalamayı "Karesel Genişleyen" örüntü tipinde elde etmişlerdir. Öğrencilerin karesel genişleyen örüntü tipinde başarılı olabilmeleri için bir sayının karesini hesaplamaya yönelik deneyimlere sahip olması gerekmektedir. Bu nedenle üslü sayılara daha çok önem verilebilir.

Örüntü sunum biçimleri incelendiğinde hem üstün yetenekli öğrenciler hem de normal öğrenciler örüntü sunum biçimlerinden en düşük ortalamayı "Tablo" biçiminde sunulan örüntülerde elde etmişlerdir. İlkokul Matematik Programı'nda birinci sınıftan itibaren "Sayı Dizisi" ve "Şekil" biçiminde sunulan örüntülere vurgu yapılmaktadır. Bu nedenle "Tablo" biçiminde sunulan örüntülere de yer verilebilir. Ayrıca tablolar sadece yatay biçimde değil dikey biçimde de verilebilir.

Sınıf seviyelerine bakıldığında 5. sınıfa devam eden üstün yetenekli öğrencilerin ortalama puanlarının 4. sınıfa devam eden öğrencilerin ortalama puanlarından düşük olduğu gözlemlenmiştir. 5. sınıfın ortaokula geçiş aşaması olduğu düşünülürse 5. sınıf öğrencilerine daha çok rehberlik yapılabilir. Ayrıca, bu araştırmadaki matematiksel örüntü başarı testinden alınabilecek en yüksek puan 27 iken genel başarıda hem üstün yetenekli öğrenciler hem de normal öğrenciler oldukça düşük performans sergilemişlerdir. Problem çözmede ilk aşama okuduğunu anlamaktan geçtiğine göre öğrencilere okuduğunu anlamaya yönelik daha çok etkinlikler yaptırılabilir.

5.2.2. Yapılacak araştırmalara yönelik öneriler

Araştırmanın sonuçları 5. sınıf öğrencilerinin matematiksel örüntü başarılarının diğer sınıf seviyelerine göre daha düşük olduğunu göstermektedir. Özellikle 4. sınıfların 5. sınıflardan bilişsel ve yaş olarak daha aşağı seviyede olmasına rağmen 5. sınıfların neden daha düşük başarıda olduğu araştırılabilir. Ayrıca, bu araştırmaya 4, 5, 6 ve 7. sınıf öğrencileri katılmıştır. 8. sınıf öğrencileri TEOG sebebiyle araştırmaya dahil edilmemiştir. Bundan sonra yapılacak araştırmalarda 8. sınıflar da dahil edilebilir.

Hem üstün yetenekli hem de normal öğrenciler örüntü soru tiplerinden "Sözel İfade" soru tipinde "Sembolik İfade" soru tipine göre daha düşük başarı sergilemişlerdir. Örüntüyü sembolik olarak ifade etmenin sözel olarak ifade etmekten daha yüksek matematiksel beceri gerektirdiği düşünülürse Öğrencilerin neden "Sözel İfade" soru tipinde daha başarısız oldukları araştırılabilir.

Bilim ve Sanat Merkezi'ne devam eden üstün yetenekli öğrencilerin belirli bir matematik müfredatı bulunmamaktadır. Bu nedenle üstün yetenekli öğrenciler ile normal öğrencilerin örüntülerle ilgili eğitim programları karşılaştırılarak yapılacak araştırmalardan elde edilecek bulgularla müfredat geliştirmeye katkı sağlanabilir. Ayrıca, bu araştırmadaki üstün yetenekli öğrenciler de normal öğrenciler gibi gündüz okula devam etmekte, akşam ise Bilim ve Sanat Merkezi'ne devam etmektedirler. Yani

gündüz okulda aynı matematik programını görmektedirler. Bu nedenle Bilim ve Sanat Merkezi'nin öğrencilerin örüntü başarısına etkisini ortaya koyacak başka araştırmalar yapılabilir.

Üstün yetenekli öğrencilerin beyin elektriksel aktivitesinin normal öğrencilere göre daha yüksek olduğu düşünülürse (Leikin ve diğerleri, 2014) üstün yetenekli öğrencilerin örüntü problemi çözüm sürecinde beyin elektriksel etkinliğinin değerlendirilmesi amacıyla yapılan EEG işlemiyle zihinsel süreçleri incelenebilir.

NCTM (2000) ve Mathematics Learning Study Committee (2001) anaokulu öncesinde cebirsel muhakemenin gelişimine vurgu yapmakta ve ilk cebir eğitiminin anasınıfı öncesi seviyesinde başlaması gerektiğini belirtmektedir. Bu nedenle anasınıfı ve öncesinde tanılanan üstün yetenekli öğrencilerin cebirsel gelişimini anlayabilmek için örüntü konusundaki performansları incelenebilir.

KAYNAKÇA

- Akkan, Y., & Çakıroğlu, Ü. (2012). Doğrusal ve ikinci dereceden örüntüleri genelleştirme stratejileri: 6-8. sınıf öğrencilerinin karşılaştırılması. *Eğitim ve Bilim*, 37(165).
- Amit, M., & Neria, D. (2008). “Rising to the challenge”: using generalization in pattern problems to unearth the algebraic skills of talented pre-algebra students. *ZDM*, 40(1), 111-129.
- Becker, J. R., & Rivera, F. (2005, July). Generalization strategies of beginning high school algebra students. In *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 121-128, Melbourne: PME.
- Bednarz, N., Kieran, C., & Lee, L. (1996). Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching. In *Approaches to algebra* (pp. 3-12). Springer Netherlands.
- Bishop, J. (2000). Linear geometric number patterns: Middle school students’ strategies. *Mathematics Education Research Journal*, 12(2), 107-126.
- Blanton, M., & Kaput, J. (2004). Elementary grades students’ capacity for functional thinking. In *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 135-142.
- Brizuela, B. M., & Lara-Roth, S. (2001). Additive relations and function tables. *The Journal of Mathematical Behavior*, 20(3), 309-319.
- Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*, 59. Harvard University Press.
- Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Heinemann, 361 Hanover Street, Portsmouth, NH 03801-3912.
- Carr, M., Alexander, J., & Schwanenflugel, P. (1996). Where gifted children do and do not excel on metacognitive tasks. *Roeper Review*, 18(3), 212-217.
- Christmas, P. T., & Fey, J. T. (1990). Communicating the importance of algebra to students. *Algebra for everyone*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Christoph Perleth, T. S., & Mönks, F. J. (2000). Early identification of high ability. *International handbook of giftedness and talent*, 297.

- Cross, T. L., & Coleman, L. J. (2005). School-based conception of giftedness. *Conceptions of giftedness*, 2, 52-63.
- ÇAYIR, M. Y., & AKYÜZ, G. (2015). 9. Sınıf Öğrencilerinin Örüntü Genelleme Problemlerini Çözme Stratejilerinin Belirlenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9(2).
- Davis, G. A., & Rimm, S. B. (2004). Characteristics of gifted students. *Education of the gifted and talented*, 5, 32-53.
- Dindyal, J. (2007). High school students' use of patterns and generalisations.
- Dobrynina, G. (2001). *Reasoning processes of grade 4-6 students solving two-and three-variable problems*.
- Eccles, J. S., & Harold, R. D. (1991). Gender differences in educational and occupational patterns among the gifted. In *Talent development: Proceedings from the* (pp. 3-29).
- Ellis, Amy B. (2009). Patterns & Linear. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 14(8), 482-491
- English, L. D., & Warren, E. A. (1998). Introducing the variable through pattern exploration. *The mathematics teacher*, 91(2), 166.
- Ferrini-Mundy, J., Lappan, G., & Phillips, E. (1997). Experiences with patterning. *Teaching Children Mathematics*, 3, 282-289.
- Fouche, K. K. (1997). Algebra for Everyone: Start Early. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 2(4), 226-29.
- Frobisher, L., Hargreaves, M., Shorrocks-Taylor, S., & Threlfall, J. (2004). Children's Strategies with Linear and Quadratic Sequences. Orton, A. (Ed.). *Patterns in the Teaching and Learning of Mathematics*. (67-83). Continuum International Publishing Group.
- Greenes, C. (1981). Identifying the gifted student in mathematics. *The Arithmetic Teacher*, 28(6), 14-17.
- Grouws, D. A., Howald, C. L., & Colangelo, N. (1996). Student conceptions of mathematics: A comparison of mathematically talented students and typical highschool algebra students. Paper presented at the American Educational Research Association, New York

- Hargreaves, M., Threlfall, J., Frobisher, L., & Shorrocks-Taylor, D. (1999). Children's strategies with linear and quadratic sequences. *Pattern in the teaching and learning of mathematics*, 67-83.
- Hyde, J. S., Fennema, E., & Lamon, S. J. (1990). Gender differences in mathematics performance: a meta-analysis.
- Kanevsky, L. (1990). Pursuing qualitative differences in the flexible use of problem-solving strategy by young children. *Journal for the Education of the Gifted*, 13(2), 115-140.
- Kaput, J. J. (1995). A Research Base Supporting Long Term Algebra Reform?.
- Kaput, J. (1999). Teaching and Learning a New Algebra. I E. Fennema & T. Romberg Mathematics Classrooms that Promote Understanding (s. 133-155).
- Kaput, J., & Blanton, M. (2001). Algebrafying the elementary mathematics experience. In *The Future of the Teaching and Learning of Algebra. Proceedings of the 12th ICMI study conference*, 1, 344-352.
- Katz, V. J., & Barton, B. (2007). Stages in the history of algebra with implications for teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 66(2), 185-201.
- Kenney, P. A., & Silver, E. A. (1997). Probing the foundations of algebra: Grade-4 pattern items in NAEP. *Teaching children mathematics*, 3(6), 268-275.
- Kettler, T. (2014). Critical thinking skills among elementary school students: Comparing identified gifted and general education student performance. *Gifted Child Quarterly*, 58(2), 127-136.
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of algebra. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 390-419.
- Kieran, C., & Chalouh, L. (1993). Prealgebra: The transition from arithmetic to algebra. *Research Ideas for the Classroom, Middle Grades Mathematics*, 179-198.
- Kieran, C. (2007). What do students struggle with when first introduced to algebra symbols. *Algebra Research Brief*.
- Krutetskii, V. A., Wirsup, I., & Kilpatrick, J. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. University of Chicago Press.
- Lannin, J. K. (2003). Developing algebraic reasoning through generalization. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 8(7), 342-349.

- Lannin, J., Barker, D., & Townsend, B. (2006). Algebraic generalisation strategies: Factors influencing student strategy selection. *Mathematics Education Research Journal*, 18(3), 3-28.
- Lee, L. (1996). An initiation into algebraic culture through generalization activities. In *Approaches to algebra*, 87-106.
- Ley, A. F. (2005). *A Cross-sectional Investigation of Elementary School Students' Ability to Work with Linear Generalizing Patterns: The Impact of Format and Age on Accuracy and Strategy Choice*. University of Toronto.
- Liljedahl, P. (2004). Repeating pattern or number pattern: The distinction is blurred. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 26(3), 24-42.
- Lin, F. L., & Yang, K. L. (2004). Differentiation Of Students' reasoning On Linear And Quadratic Geometric Number Patterns. In *Proceedings of the 28th Conference of the International*, 4, 457-464.
- Lubinski, D., & Humphreys, L. G. (1990). A broadly based analysis of mathematical giftedness. *Intelligence*, 14(3), 327-355.
- Ma, H. L. (2007). The potential of patterning activities to generalization. In *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 225-232.
- MacGregor, M., & Stacey, K. (1995). The effect of different approaches to algebra on students' perceptions of functional relationships. *Mathematics Education Research Journal*, 7(1), 69-85.
- MacGregor, M., & Kaye, S. (1999). A flying start to algebra. *Teaching Children Mathematics*, 6(2), 78.
- Malpass, J. R., O'Neil, H. F., & Hocevar Jr, D. (1999). Self-regulation, goal orientation, self-efficacy, worry, and high-stakes math achievement for mathematically gifted high school students 1, 2. *Roeper Review*, 21(4), 281-288.
- Mathematics Learning Study Committee. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academies Press.
- Matthews, M. S., & Farmer, J. L. (2008). Factors affecting the algebra I achievement of academically talented learners. *Journal of Advanced Academics*, 19(3), 472-501.

- Moss, J., & Beatty, R. (2006). Knowledge building and knowledge forum: Grade 4 students collaborate to solve linear generalizing problems. In *Proc. 30th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 193-199.
- Nathan, M. J., & Kim, S. (2007). Pattern generalization with graphs and words: A cross-sectional and longitudinal analysis of middle school students' representational fluency. *Mathematical Thinking and Learning*, 9(3), 193-219.
- National Association for Gifted Children (1990). Giftedness and the gifted. What's it all about? *ERIC Clearinghouse on Handicapped and Gifted Children*. Retrieved from www.eric.org/digests/
- National Council of Teachers of Mathematics (1992). Algebra for the twenty-first century. Paper presented at the August 1992 Algebra for the twenty-first century conference.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics
- Norman, A. D., Ramsay, S. G., Roberts, J. L., & Martray, C. R. (2000). Effect of social setting, self-concept, and relative age on the social status of moderately and highly gifted students. *Roeper Review*, 23(1), 34-39.
- O'Boyle, M. W. (2008). Mathematically gifted children: Developmental brain characteristics and their prognosis for well-being. *Roeper Review*, 30(3), 181-186.
- Olkun, S., & Yeşildere, S. (2007). Sınıf Öğretmeni Adayları İçin Temel Matematik 1. *Ankara: Maya Akademi*.
- Olkun, S., & Toluk-Uçar, Z. (2006). *İlköğretimde matematik öğretimine çağdaş yaklaşımlar*. Ekinoks Eğitim Danışmanlık.
- Orton, A., & Orton, J. (1999). Pattern and the approach to algebra. In A. Orton (Ed.), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 104-120). London: Cassell.
- Orton, J., Orton, A., & Roper, T. (1999). Pictorial and practical contexts and the perception of pattern. *Pattern in the teaching and learning of mathematics*, 121-136.
- Pajares, F. (1996). Self-efficacy beliefs and mathematical problem-solving of gifted students. *Contemporary educational psychology*, 21(4), 325-344.

- Papic, M. (2007). Promoting Repeating Patterns with Young Children-More Than Just Alternating Colours!. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 12(3), 8.
- Pegg, J., & Redden, E. (1990). Procedures for, and experiences in, introducing algebra in New South Wales. *The Mathematics Teacher*, 83(5), 386-391.
- Pollak, H. (1995). Algebra and the technical workforce. In C. B. Lacampagne, W. Blair, & J. Kaput (Eds.), *The Algebra Initiative Colloquium*, December 9-12, 1993, 1, 83-92. Washington, D.C.: U.S. Department of Education Office of Education Research and Improvement National Institute on Student Achievement, Curriculum, and Assessment.
- Preckel, F., Goetz, T., Pekrun, R., & Kleine, M. (2008). Gender differences in gifted and average-ability students comparing girls' and boys' achievement, self-concept, interest, and motivation in mathematics. *Gifted Child Quarterly*, 52(2), 146-159.
- Ritchotte, J. A., Matthews, M. S., & Flowers, C. P. (2014). The validity of the achievement-orientation model for gifted middle school students: An exploratory study. *Gifted Child Quarterly*, 58(3), 183-198.
- Samson, D., & Schafer, M. (2007). An analysis of the influence of question design on learners' approaches to number pattern generalisation tasks. *Pythagoras*, 2007(66), 43-51.
- Sasman, M. C., Linchevski, L., & Olivier, A. (1999, January). The influence of different representations on children's generalisation thinking processes. In *Proceedings of the 7th Annual Conference of the Southern African Association for Research in Mathematics and Science Education* (pp. 406-415).
- Schraw, G., & Graham, T. (1997). Helping gifted students develop metacognitive awareness. *Roeper Review*, 20(1), 4-8.
- Schliemann, A., Carraher, D., Brizuela, B., Earnest, D., Goodrow, A., Lara-Roth, S., & Peled, I. (2003). Algebra in Elementary School. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 127-134.
- Schraw, G., & Graham, T. (1997). Helping gifted students develop metacognitive awareness. *Roeper Review*, 20(1), 4-8.
- Schultz, J. E. (1991). Teaching informal algebra. *The Arithmetic Teacher*, 38(9), 34.

- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational studies in mathematics*, 22(1), 1-36.
- Silverman, L.K.(2010). Resource for parents of gifted children. <http://www.childdevelopmentinfo.com/learning/gifted_children.shtml>. Erişim tarihi 26.02.2015.
- Sriraman, B. (2003). Mathematical giftedness, problem solving, and the ability to formulate generalizations: The problem-solving experiences of four gifted students. *Prufrock Journal*, 14(3), 151-165.
- Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics*, 20(2), 147-164.
- Steele, D. (2008). Seventh-grade students' representations for pictorial growth and change problems. *ZDM*, 40(1), 97-110.
- Steen, L. A. (Ed.). (1990). *On the shoulders of giants: New approaches to numeracy*. National Academies Press.
- Steen, L. A. (1995). Algebra for all: Dumbing down or summing up. In *The Algebra Initiative Colloquium, US Government Printing Office* (pp. 121-140).
- Sternberg, R. J., & Frensch, P. A. (1992). On being an expert: A cost-benefit analysis. *The psychology of expertise: Cognitive research and empirical AI*, 191-203.
- Tanışlı, D., & Köse, N. Y. (2011). Lineer şekil örüntülerine ilişkin genelleme stratejileri: Görsel ve sayısal ipuçlarının etkisi. *Eğitim ve Bilim*, 36(160).
- Tanışlı, D. & Olkun, S. (2009). *Basitten karmaşığa örüntüler*. Ankara, Maya Akademi.
- Threlfall, J. (1999). Repeating patterns in the early primary years. In A. Orton (ed.), *Patterns in the teaching and learning of mathematics* (pp. 18-30). London: Cassell.
- Tolar, T. D., Lederberg, A. R., & Fletcher, J. M. (2009). A structural model of algebra achievement: computational fluency and spatial visualisation as mediators of the effect of working memory on algebra achievement. *Educational Psychology*, 29(2), 239-266.
- Usiskin, Z. (1988). Conceptions of school algebra and uses of variables. *The ideas of algebra, K-12*, 8, 19.
- Usiskin, Z. (1995). Why is algebra important to learn. *American Educator*, 19(1), 30-37.

- Usiskin, Z. (1997). Doing algebra in grades K-4. *Teaching children mathematics*, 3, 346-356.
- Waisman, I., Leikin, M., Shaul, S., & Leikin, R. (2014). Brain Activity Associated with Translation between Graphical and Symbolic Representations of Functions in Generally Gifted and Excelling in Mathematics Adolescents. *International Journal of Science & Mathematics Education*, 12(3).
- Warren, E. A. (1996). *Interactions between instructional approaches, students' reasoning processes, and their understanding of elementary algebra* (Doctoral dissertation, Queensland University of Technology).
- Warren, E. (2004). Generalizing arithmetic: supporting the process in the early years. *Proceedings of the 28th International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 417-424.
- Warren, E. (2005). Patterns supporting the development of early algebraic thinking. *Building connections: Research, theory and practice*, 2, 759-766.
- Warren, E., & Cooper, T. (2006). Using Repeating Patterns to Explore Functional Thinking. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 11(1), 9-14.
- Warren, E., & Cooper, T. (2008). Generalising the pattern rule for visual growth patterns: Actions that support 8 year olds' thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 67(2), 171-185.
- Warren, E. A., Cooper, T. J., & Lamb, J. T. (2006). Investigating functional thinking in the elementary classroom: Foundations of early algebraic reasoning. *The Journal of Mathematical Behavior*, 25(3), 208-223.
- Yackel, E. (1997). A foundation for algebraic reasoning in the early grades. *Teaching Children Mathematics*, 3(6), 276-281.
- Zazkis, R., & Liljedahl, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational studies in mathematics*, 49(3), 379-402.
- Zimmerman, B. J., & Martinez-Pons, M. (1990). Student differences in self-regulated learning: Relating grade, sex, and giftedness to self-efficacy and strategy use. *Journal of educational Psychology*, 82(1), 51.

EKLER**EK-1: Matematiksel Örüntü Başarı Testi****Sınıf:****Cinsiyet:**

Sevgili Öğrenciler,

Yapacağınız bu çalışma bilimsel bir araştırmada kullanılacağı için soruları çok dikkatli bir şekilde cevaplayınız.

1. Soru

0 3 8 15 24

- a) Örüntünün 7. terimini bulunuz.
- b) Örüntünün kuralını açıklayınız.
- e) Örüntünün 25. terimini bulunuz.

2. Soru

2 3 7 2 3 7 2 3 7

- a) Örüntünün 12. terimini bulunuz.
- b) Örüntünün kuralını açıklayınız.
- c) Örüntünün 32. terimini bulunuz.

3. Soru

3 10 17 24 31

- a) Örüntünün 9. terimini bulunuz.
- b) Örüntünün kuralını açıklayınız.
- c) Örüntünün 33. terimini bulunuz.

4. Soru

Adım Sayısı	1	2	3	4	
Sayılar	5	8	13	20	

- a) Örüntünün 10. adımını bulunuz.
- b) Örüntünün kuralını açıklayınız.
- c) Örüntünün 29. adımını bulunuz.

5. Soru

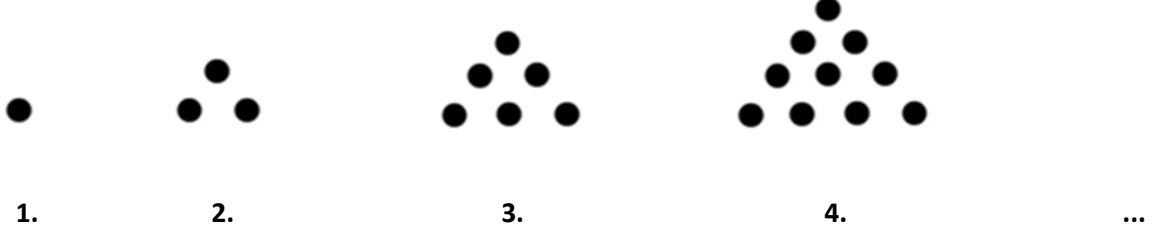
Adım Sayısı	1	2	3	4	5	6	
Sayılar	A	B	c	A	B	c	

- a) Örüntünün 13. adımını bulunuz.
- b) Örüntünün kuralını açıklayınız.
- c) Örüntünün 47. adımını bulunuz.

6. Soru

Adım Sayısı	1	2	3	4	
Sayılar	7	15	23	31	

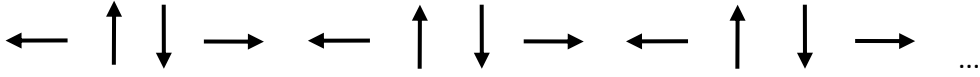
- a) Örüntünün 11. adımını bulunuz.
- b) Örüntünün kuralını açıklayınız.
- c) Örüntünün 36. adımını bulunuz.

7. Soru

a) Örüntünün 6. adımında olması gereken nokta sayısını bulunuz.

b) Örüntünün kuralını açıklayınız.

c) Örüntünün 16. adımını bulunuz.

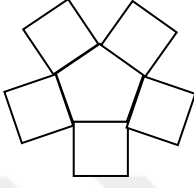
8. Soru

a) Örüntünün 15. adımını bulunuz.

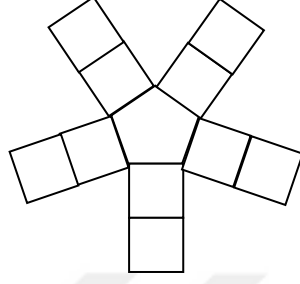
b) Örüntünün kuralını açıklayınız.

c) Örüntünün 47. adımını bulunuz.

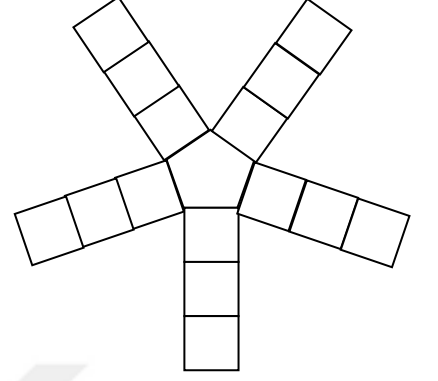
9. Soru



1. Adım



2. Adım



3. Adım

- a) Örüntünün 4. adımında kaç tane kare olduğunu bulunuz.
- b) Örüntünün kuralını açıklayınız.
- c) Örüntünün 12. adımında kaç tane kare olduğunu bulunuz.

EK-2: Bartın İl Milli Eğitim Müdürlüğünden Alınan Araştırma İzni



T.C.
BARTIN VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 24925745-605-E.10682237
Konu: Anket İzni
(Şükran DAYAN)

21.10.2015

MÜDÜRLÜK MAKAMINA

- İlgi: a) MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü'nün 20/03/2012 tarih ve 4506 sayılı yazı ekindeki 2012/13 No.lu Genelge.
b) Müdürlük Makamından alınan "Araştırma Değerlendirme Komisyonu Kurulması" konulu 14/10/2014 tarih ve 4557918 sayılı Olur.
c) Abant İzzet Baysal Üniversitesi Rektörlüğü Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'nün 10/10/2015 tarih ve 345 sayılı yazısı ve ekleri.

Abant İzzet Baysal Üniversitesi Rektörlüğü Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'nün ilgi (c) yazısı ile; İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı Yüksek Lisans programı öğrencisi Şükran DAYAN'ın "Üstün Yetenekli ve Normal Öğrencilerin Örüntüleri Algılama Biçimleri" konulu çalışmasını uygulamak istediği bildirilmektedir.

İlgi (c) yazı gereği yapılmak istenen Araştırma İzni Projesine ilişkin başvuru İlgi (a) 2012/13 No.lu Genelge kapsamında "Araştırma Değerlendirme Komisyonu"na değerlendirilmiş ve uygun bulunmuştur.

İlgilinin çalışmasına ilişkin Araştırma Değerlendirme Formu ve çalışma takvimi ekte sunulmuş olup, söz konusu çalışmanın okul müdürünün bilgisi dahilinde eğitim öğretimi aksatmadan uygulanabilmesi hususunu Olur'larınıza arz ederim.

Ahmet GÜNERHAN
Şube Müdürü

OLUR
21.10.2015

Yaşar DEMİR
Vali a.
Milli Eğitim Müdürü

Güvenli Elektronik
İmza ile Aynıdır.
21.10.2015
İsmail ALKIZ
V.H.K.I.

Adres : Gölbucağı mah.2 nolu çevre yolu 74000 BARTIN
Tel : (0378) 227 68 90 (327)
Fax : (0378) 227 96
e-posta : temilegitim74@meb.gov.tr

Ayrıntılı Bilgi İçin İrtibat:
Ahmet GÜNERHAN- Şube Müdürü
(Temel Eğitim Şubesi)
Elektronik Ağ: <http://bartin.meb.gov.tr>

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <http://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 23a9-440d-3167-b1c0-9825 kodu ile teyit edilebilir.

EK-3: Etik Kurulu Kararı



Abant İzzet Baysal Üniversitesi
Sosyal Bilimlerde İnsan Araştırmaları Etik Kurulu

Şükran DAYAN
Abant İzzet Baysal Üniversitesi
Eğitim Fakültesi
İlköğretim Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Öğrencisi

Sayın Şükran DAYAN

“Üstün Yetenekli ve Normal Öğrencilerin Örüntüleri Algılama Biçimleri” konulu araştırmanız ile ilgili olarak Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimlerde İnsan Araştırmaları Etik Kuruluna yapmış olduğunuz başvuru (Protokol NO. 2015/83) Kurulumuzun 21.07.2015 tarihli ve 2015/83 toplantısında değerlendirilerek etik olarak uygun bulunmuştur. Bilgilerinize sunarız.


Prof. Dr. Hamit COŞKUN (Başkan)


Doç. Dr. Mehmet ERYİĞİT (Üye)


Doç. Dr. Mithat DURAK (Üye)


Doç. Dr. Altay EREN (Üye)


Yrd. Doç. Dr. Dilşad ÇOKNAZ (Üye)


Yrd. Doç. Dr. Seval ALKOY (Üye)

Av. Zühal DEMİRCİ (Üye)



ÖZGEÇMİŞ

KİMLİK BİLGİLERİ

Adı Soyadı Şükran DAYAN
Doğum Yeri Karabük
Doğum Tarihi 1986

İLETİŞİM ADRESLERİ

Adres Bağlarbaşı Mah. Bulut Cad. 16/B/4 Safranbolu/KARABÜK
E-mail sukran_dayan@hotmail.com
Telefon 0 534 794 63 81

EĞİTİM DURUMU

2011 - ... Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü
 Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı
2004 – 2008 Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik
 Öğretmenliği Lisans Programı
2000 – 2004 Karabük Anadolu Öğretmen Lisesi
1997 - 2000 Harmanlar 60. Yıl İlköğretim Okulu
1992 - 1997 Demirçelik Cumhuriyet İlkokulu

ÇALIŞTIĞI KURUMLAR

2015 -... Öğlebeli Osmangazi Ortaokulu, Matematik Öğretmeni,
 Karabük
2012 – 2015 Fatih Ortaokulu, Matematik Öğretmeni, Bartın
2011 – 2015 Bartın Bilim Sanat Merkezi, Matematik Öğretmeni, Bartın
 (Görevlendirme)
2011 – 2012 Bedil İlköğretim Okulu, Matematik Öğretmeni, Bartın
2008 – 2011 Eskiemirler İlköğretim Okulu, Matematik Öğretmeni, Bartın