

14356

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

UZAY ÇUBUK SİSTEMLERDE İKİNCİ MERTEBE LİMİT YÜKÜN

HESABI İÇİN BİR YÜK ARTIMI YÖNTEMİ

DOKTORA TEZİ

Y.Müh. Erdal İRTEM

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 25 Ocak 1991

Tezin Savunulduğu Tarih : 2 Nisan 1991

Tez Danışmanı : Prof.Dr. Erkan ÖZER

Diğer Jüri Üyeleri : Prof.Dr. Nahit KUMBASAR

Prof.Dr. Gülay AŞKAR

Y. G.
Yükseköğretim Kurulu
Dokümantasyon Merkezi
NİSAN 1991

T14356

ÖNSÖZ

I.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Anabilim Dalı Yapı Programında gerçekleştirilen bu doktora çalışmasında Uzay Çubuk Sistemlerde İkinci Mertebe Limit Yükün Hesabı İçin Bir Yük Artımı Yöntemi'nin geliştirilmesi amaçlanmıştır.

Sunulan bu doktora çalışması süresince yakın ilgi ve yardımlarını gördüğüm, düşünce ve bilgilerinden yararlandığım danışman hocam Sayın Prof.Dr. Erkan ÖZER'e ve başta Sayın Prof. Adnan ÇAKIROĞLU olmak üzere, Yapı Statiği Çalışma Grubunun diğer Öğretim Üyelerine en içten teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmalarım sırasındaki yardımlarından dolayı, değerli çalışma arkadaşlarımdan Araş.Gör. Engin ORAKDÖĞEN'e ve diğer çalışma arkadaşlarıma, ayrıca olanaklarından yararlandığım I.T.Ü. Bilgi İşlem Daire Başkanlığı'na ve çalışmamı titizlikle daktilo eden Sayın Güler GÜLLÜOĞLU'na teşekkür ederim.

Sabırla bana destek olan aileme de sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

- NOTASYON LİSTESİ	vi
- ŞEKİL LİSTESİ	x
- TABLO LİSTESİ	xiii
- ÖZET	xiv
- SUMMARY	xv
BÖLÜM 1. GİRİŞ	1
1.1. Konu	1
1.2. Konu ile İlgili Çalışmalar	7
1.3. Çalışmanın Amacı ve Kapsamı	14
BÖLÜM 2. UZAY ÇUBUK SİSTEMLERDE İKİNCİ MERTEBE LİMİT YÜKÜN HESABI İÇİN BİR YÜK ARTIMI YÖNTEMİ	17
2.1. Kabuller	17
2.2. Uzay Çubuk Sistemlerde Eksen Takımları, Uç Kuvvetleri, Uç Deplasmanları ve Dönüştürme (Transformasyon) Matrisinin İncelenmesi	19
2.2.1. Çubuk Eksen Takımı, Uç Kuvvetleri ve Uç Deplasmanları	19
2.2.2. Sistem Eksen Takımı, Düşüm Noktası Kuvvetleri ve Düşüm Noktası Yer- değiştirmeleri	20
2.2.3. Dönüştürme (Transformasyon) Matrisi	22
2.3. Akma Şartı ve Akma Vektörünün İncelenmesi	23
2.4. Çubuk Rijitlik Matrisleri ve İkinci Mertebe Etkileri	34
2.5. Yöntemin Esasları	40

2.6. Herhangi Bir Yük Artımı İçin Sistemin Hesabı	44
2.6.1. Denklem Takımının Oluşturulması	45
2.6.1.1. Denge Denklemleri	47
2.6.1.2. Akma Şartları	59
2.6.2. Denklem Takımının Kurulması, Çözümü ve Bilinmeyenlerin Tayini	65
2.6.3. Uç Kuvvetlerinin ve İç Kuvvetlerin Hesabı	68
2.6.4. Bir Sonraki Plastikleşen Kesitin ve Yük Parametresinin Belirlenmesi	71
2.6.5. Herhangi Bir Yük Artımı İçin Sistemin Hesabında İzlenen Yol	72
2.7. Göçme Yükünün Belirlenmesi	73
2.7.1. İkinci Mertebe Limit Yükün Hesabı	74
2.7.2. Göçme Yükünün Hesabı	75
2.7.3. Hesapta İzlenen Yol	76
BÖLÜM 3. ÖZEL DURUMLARIN İNCELENMESİ	82
3.1. Plastikleşen Kesitlerdeki İç Kuvvet Durumunun Yön Değiştirmesi	82
3.2. Plastikleşen Kesitlerdeki İç Kuvvet Durumunun Üzerinde Bulunduğu Akma Düzlemini Değiştirmesi	85
3.3. Sistemde, Yalnız Normal Kuvvet Etkisindeki Çubukların da Bulunması Hali	87
3.4. Orantılı Yükleme Halinde Yük Parametresi-Yerdeğiştirme Bağıntısının Tayini ve İkinci Mertebe Limit Yükün Hesabı	89
BÖLÜM 4. İMEP-3D BİLGİSAYAR PROGRAMI	93
4.1. Programın Amacı ve Kapsamı	93
4.2. Giriş Bilgileri	94
4.3. Çıkış Bilgileri	96
4.4. Akış Diyagramı	97
4.5. Alt Programların Açıklanması	101

BÖLÜM 5. SAYISAL ÖRNEKLER	106
5.1. Tek Katlı Uzay Çerçeve	106
5.2. On Katlı Uzay Çerçeve	145
5.3. On Katlı Uzay Çerçeve Orantılı Yükleme	155
BÖLÜM 6. SONUÇLAR	159
- KAYNAKLAR	163
- ÖZGEÇMİŞ	168



NOTASYON LİSTESİ

A_1, A_2, A_3, B	: Akma şartına ait katsayılar
$a_y, b_{y1,1}, b_{y1,2}, b_{y2,2},$ $a_z, b_{z1,1}, b_{z1,2}, b_{z2,2}$	: y ve z çubuk eksenlerine göre, ikinci mertebe rijitlik matrisi elemanlarının katsayıları
$\vec{d}(\phi_z, \phi_y, \Delta)$	: Akma vektörü
$[d]$	: Yerdeğiştirme matrisi
$[d]_i, [d]_j$	: ij çubuğunun çubuk eksen takımına göre uç deplasmanları matrisi
$[d]_{ix}, [d]_{jx}$	: ij çubuğunun sistem eksen takımına göre uç deplasmanları matrisi
$D_1, \dots, D_{12}$	: Çubuk eksen takımına göre uç deplasmanları
$D_{1x}, \dots, D_{12x}$	: Sistem eksen takımına göre uç (düğüm noktası) deplasmanları
E	: Elastisite Modülü
e_d, e_y	: Dişey ve yatay yüklere ait güvenlik katsayısı
F	: Enkesit alanı
$G(M_z, M_y, N)$	: İç kuvvet durumunu belirleyen bir nokta
H	: Yapı yüksekliği
I_x	: Burulma atalet momenti
I_y, I_z	: y ve z çubuk eksenlerine göre eğilme atalet momentleri
i, j	: Düğüm noktaları numaraları
$K(M_x, M_y, M_z, N, T_y, T_z)$	: Genel akma şartı fonksiyonu

$[k]_{ii}, [k]_{ij}, \dots$	: Çubuk eksen takımına göre çubuk rijitlik matrisleri
$[k]_{ixix}, [k]_{ixjx}, \dots$	: Sistem eksen takımına göre çubuk rijitlik matrisleri
k_1, k_2, k_3, k_4	: Yükler arasındaki sabit oranlar
L	: Çubuk boyu
M_y, M_z	: y ve z çubuk eksenlerine göre eğilme momentleri
M_{yo}, M_{zo}	: Çubuk üzerine etkiyen yüklerden oluşan, y ve z çubuk eksenlerine göre eğilme momentleri
M_{yp}, M_{zp}	: y ve z çubuk eksenlerine göre plastik momentler
m	: Sistemdeki plastikleşen kesit sayısı
N	: Normal kuvvet
N_p	: Kesitin elastoplastik olarak taşıyabileceği en büyük normal kuvvet
n	: Sistemdeki düğüm noktaları sayısı
P	: Tekil yük şiddeti
P_G, P_B	: Göçme ve burkulma yükü parametreleri
P_{dh}	: Düşey hesap yükü parametresi
$P_{d1}, P_{d2}, \dots$	: 1, 2, ... sayılı plastikleşen kesitlerin oluşturduğu düşey yük parametreleri
P_{di}, P_{yi}	: Düşey ve yatay işletme yükü parametreleri
P_{L1}	: Birinci mertebe limit yük parametresi
P_{L2}	: İkinci mertebe limit yük parametresi
$[P]_i, [P]_j$	: ij çubuğuna ait çubuk eksen takımına göre uç kuvvetleri matrisleri
$[P]_{ix}, [P]_{jx}$	: ij çubuğuna ait sistem eksen takımına göre uç kuvvetleri matrisleri

$P_1, \dots, P_{12}$	: Çubuk eksen takımına göre uç kuvvetleri
$P_{1x}, \dots, P_{12x}$	: Sistem eksen takımına göre uç (düğüm noktası) kuvvetleri
$[P_o]$	: Yükleme matrisi
$[P_{\phi o}]$	: Dış yüklerden dolayı plastikleşen kesitlerde oluşan iç kuvvet değişim matrisi
$[P_{\phi k}]_i, [P_{\phi k}]_j$	: Birim plastik şekildeğiştirme bileşenlerinden oluşan çubuk eksen takımındaki uç kuvvetleri
q_y, q_z	: y ve z çubuk eksenleri doğrultusunda yayıllı yük şiddeti
$[q]$	: Düğüm noktaları yükleri matrisi
$[S]$	: Sistem rijitlik matrisi
$[S_{dd}]$	: Üzerinde plastikleşen kesitler bulunmayan sistemin rijitlik matrisi
$[S_{d\phi}]$	: Birim plastik şekildeğiştirmelerin denge denklemlerine katkısını belirleyen matris
$[S_{\phi d}]$	: Düğüm noktalarının birim yerdeğiştirmelerinden oluşan iç kuvvet değişim matrisi
$[S_{\phi\phi}]$	: Birim plastik şekildeğiştirmelerden oluşan iç kuvvet değişim matrisi
T_y, T_z	: y ve z çubuk eksenlerine göre kesme kuvvetleri
W_y, W_z	: y ve z çubuk eksenlerine göre mukavemet momentleri
W_{yp}, W_{zp}	: y ve z çubuk eksenlerine göre plastik mukavemet momentleri
x, y, z	: Çubuk eksenleri
X, Y, Z	: Sistem eksenleri

α, β, γ	: Çubuk eksenleri ile sistem eksenleri arasındaki açılar
δ_x, δ_z	: X ve Z sistem eksenleri doğrultusundaki yerdeğiştirmeler
δ_G, δ_B	: Göçme ve burkulma yüküne ait yerdeğiştirmeler
δ_{L2}	: İkinci mertebe limit yüke ait yerdeğiştirme
Δ	: Plastik boy değişmesi
$\Delta M_y, \Delta M_z$	: y ve z çubuk eksenlerine göre eğilme momenti değişimleri
ΔN	: Normal kuvvet değişimi
$\Delta P_d, \Delta P_y$	: Düşey ve yatay yük artımları
ϵ	: Birim boy değişmesi
ϵ_e	: Elastik sınıra ait birim boy değişmesi
μ	: Akma vektörünün $\vec{d}$ şiddetini belirleyen katsayı
ν	: Poisson oranı
σ	: Normal gerilme
σ_e	: Akma gerilmesi
ϕ_y, ϕ_z	: y ve z çubuk eksenlerine göre plastik dönmeler
$[\phi]$	: plastik dönme kolon matrisi
ψ_y	: $= L \sqrt{\frac{ N }{EI_y}}$
ψ_z	: $= L \sqrt{\frac{ N }{EI_z}}$

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 1.1. Yük parametresi-yerdeğiştirme ($\mathcal{P}-\delta$) bağıntısı	2
Şekil 2.1. İdeal elasto-plastik malzemede yükleme boşaltma eğrileri	17
Şekil 2.2. Uzay çubukta eksen takımı, uç kuvvetleri ve uç deplasmanları	19
Şekil 2.3. Sistem eksen takımı, düğüm noktası yükleri ve yerdeğiştirmeleri	21
Şekil 2.4. Üç boyutlu akma yüzeyi	25
Şekil 2.5. İdealleştirilmiş akma yüzeyi	30
Şekil 2.5a. Akma yüzeyinin (M_y-M_z) düzlemi üzerindeki izdüşümü	30
Şekil 2.5b. Akma yüzeyinin ($N-M_z$), ($N-M_y$) düzlemleri ile kesiti	30
Şekil 2.6. Plastikleşen kesitleri bulunan bir uzay çubuk sistemde $\Delta \mathcal{P}_y = 1.00$ yüklemesi	46
Şekil 2.7. $[S_{dd}]$ sistem rijitlik matrisi	49
Şekil 2.8. Çubuk üzerine etkiyen yüklerden oluşan, sistem eksen takımındaki uç kuvvetleri	49
Şekil 2.9. Sonlu plastik şekildeğiştirme bileşenlerinden oluşan çubuk eksen takımındaki uç kuvvetleri	54
Şekil 2.10. Pozitif iç kuvvetler ve pozitif sonlu plastik şekildeğiştirmeler	55

	<u>Sayfa</u>
Şekil 2.11. $[S_{d\phi}]$ matrisi	57
Şekil 2.12. Betti karşılıklık teoreminin uygulanması	61
Şekil 2.13. k noktasında plastikleşen kesiti bulunan çubuktaki iç kuvvetleri	64
Şekil 2.14. k sayılı plastikleşen kesite ait denklemin, sistem denklem takımındaki yeri	66
Şekil 3.1. Sistem denklem takımına eklenen k' sayılı satır ve kolon	85
Şekil 3.2. Orantılı yüklemeye ait $\mathcal{P}-\delta$ bağıntısı	90
Şekil 3.3. İkinci mertebe limit yükün elde edilişi	92
Şekil 4.1. IMEP-3D programının akış diyagramı	98
Şekil 5.1. Tek katlı çelik uzay çerçeve ve işletme yükleri	106
Şekil 5.2. Uzay çubuk sistemde $\Delta \mathcal{P}_{d1} = 1.00$ yüklemesi	107
Şekil 5.3. Çubukların enkesitleri	108
Şekil 5.4. Uzay çubuk sistemde $\Delta \mathcal{P}_{y1} = 1.00$ yüklemesi	120
Şekil 5.5. Genişletilmiş denklem takımı	122
Şekil 5.6. Bir plastikleşen kesit bulunan sistemde $\Delta \mathcal{P}_{y2} = 1.00$ yüklemesi	129
Şekil 5.7. İki plastikleşen kesit bulunan sistemde $\Delta \mathcal{P}_{y3} = 1.00$ yüklemesi	135
Şekil 5.8. Üç plastikleşen kesit bulunan sistemde $\Delta \mathcal{P}_{y4} = 1.00$ yüklemesi	137
Şekil 5.9. Dört plastikleşen kesit bulunan sistemde $\Delta \mathcal{P}_{y5} = 1.00$ yüklemesi	139

Şekil 5.10.	Yatay yük parametresi-yerdeğiştirme ($\mathcal{P}_y - \delta_x/H$) diyagramı	142
Şekil 5.11.	Yatay yük parametresi-yerdeğiştirme ($\mathcal{P}_y - \delta_z/H$) diyagramı	143
Şekil 5.12.	İlk plastikleşen kesitteki ϕ_{z1} plastik dönmesinin artan yatay yük parametresine göre değişimi	144
Şekil 5.13.	On katlı çelik uzay çerçeve	146
Şekil 5.14.	Sistemin düğüm noktaları numaraları	148
Şekil 5.15.	Plastikleşen kesitleri oluşum sıraları ve yerleri	149
Şekil 5.16.	Yatay yük parametresi-yerdeğiştirme ($\mathcal{P}_y - \delta_x/H$) diyagramı	151
Şekil 5.17.	Yatay yük parametresi-yerdeğiştirme ($\mathcal{P}_y - \delta_z/H$) diyagramı	152
Şekil 5.18.	İlk plastikleşen kesitteki ϕ_{z1} plastik dönmesinin artan yatay yük parametre- sine göre değişimi	153
Şekil 5.19.	Orantılı yüklemeye ait $\mathcal{P}_y - \delta_x/H$ bağın- tısı	157
Şekil 5.20.	Orantılı yüklemeye ait $\mathcal{P}_y - \delta_z/H$ bağın- tısı	158

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
TABLO 2.1. $A_1M_z + A_2M_y + A_3N + B = 0$ Akma Şartına Ait Sınır Şartları ve Katsayılar	31
TABLO 5.1. Sadece Düşey Yükler Etkisindeki Sistemin Kritik Kesitlerindeki İç Kuvvetleri	119
TABLO 5.2. Yatay Yük Artımının Birinci Adımında Kritik Kesitlerdeki İç Kuvvetler	123
TABLO 5.3. Yatay Yük Artımının İkinci Adımında Kritik Kesitlerdeki İç Kuvvetler	134
TABLO 5.4. Yatay Yük Artımının Üçüncü Adımında Kritik Kesitlerdeki İç Kuvvetler	136
TABLO 5.5. Yatay Yük Artımının Dördüncü Adımında Kritik Kesitlerdeki İç Kuvvetler	139
TABLO 5.6. Tahmin Edilen ve Gerçek Normal Kuvvetlere Göre Elde Edilen Sonuçların Karşılaştırılması	154

ÖZET

Bu çalışmada, malzeme ve geometri değişimleri bakımından lineer olmayan uzay çubuk sistemlerin ikinci mertebe elasto-plastik hesabı, limit yüklerinin bulunması ve göçme güvenliklerinin tayini için bir yük artımı yöntemi geliştirilmiştir.

Altı bölüm halinde sunulan bu çalışmanın birinci bölümünde konunun tanıtılması, konu ile ilgili çalışmaların gözden geçirilmesi, çalışmanın amacı ve kapsamı yer almaktadır.

İkinci bölümde kabuller, tanımlar ve yöntemin esasları açıklanmıştır. Yöntemde, yatay yüklere oranla daha az değişim gösteren düşey yüklerin sabit değerleri altında, aralarındaki oran sabit kalacak şekilde artan yatay yükler için hesap yapılmaktadır. Sisteme etkiyen düşey yüklerin belirli değerleri için, daha çok denge denklemlerine bağlı olan normal kuvvetler başlangıçta kolaylıkla tahmin edilebilmekte ve böylece geometri değişimlerinin denge denklemlerine olan etkisi lineerleştirilebilmektedir.

Plastikleşen kesitlerdeki iç kuvvet durumunun akma yüzeyi üzerinde kaldığını ifade eden ve akma şartları olarak tanımlanan denklemler ise, akma yüzeyinin düzlemlerden oluşacak şekilde idealleştirilmesi suretiyle lineer denklemlere dönüştürülebilmekte ve böylece her plastikleşen kesitin meydana geldiği yük parametresi ardışık yaklaşıma gerek kalmadan hesaplanabilmektedir.

Yöntemin pratik uygulamalarına olanak sağlanması amacı ile, dikdörtgen kutu kesitler ve benzeri kesitler için, düzlemlerden oluşacak şekilde idealleştirilmiş üç boyutlu bir akma şartı önerilmektedir.

Üçüncü bölümde özel durumlar incelenmiştir. Yük artımı yönteminin uygulanması sırasında bazı özel durumlarla karşılaşılabilir. Bu durumlarda uygulanmak üzere, yöntemin genelliği çerçevesinde çözümler önerilmiştir.

Dördüncü bölümde geliştirilen yük artımı yönteminin sayısal uygulamaları için hazırlanan, FORTRAN-77 dilinde kodlanmış IMEP-3D programı ile ilgili bilgiler yer almaktadır.

Beşinci bölüm, geliştirilen hesap yöntemi ile çözülen sayısal örneklerle ayrılmıştır.

Altıncı bölümde, bu çalışmada elde edilen sonuçlar açıklanmıştır.

DETERMINATION OF SECOND-ORDER LIMIT LOAD OF FRAMED SPACE STRUCTURES BY A METHOD OF LOAD INCREMENTS

SUMMARY

In this study a method of load increments has been developed for the determination of second-order limit load of materially and geometrically non-linear, framed space structures. By the use of this method, the safety of such structures against collapse is also determined. In the proposed method, the system is analyzed under factored constant gravity loads and proportionally increasing lateral loads.

As the loads are increased, the values of internal forces in the system also increase and in some sections the states of combined internal forces reach the ultimate values specified by the yield condition. The sections in which this condition takes place are defined as "plastic sections". As it is known, in the planar structures which are under the effect of uni-axial simple bending, these sections are called as "plastic hinges".

The load increment method developed herein is independent from the characteristics of the structure and can be applied to all structures under the following assumptions;

a- Members forming the structure are considered to be made of ideal elastic-plastic material.

b- Bernoulli-Navier hypothesis is valid.

c- It is assumed that the non-linear deformations accumulate at certain sections which are defined as plastic sections and the remaining structure behaves linearly-elastic. This assumption corresponds to the "plastic hinge" concept applied to planar framed structures.

d- It is considered that the yield conditions can be idealized by assuming the yield surface to be composed of planes.

e- The second-order theory is applied. In this theory, the effect of geometrical changes on the equilibrium equations is considered while its effect on the compatibility equations is neglected.

f- In the application of the second-order theory, the second-order effects caused by the torsional displacements and the local deformations within the cross-section are ignored. Hence, only the second-order effects due to the geometrical changes within the principal planes of the members are considered.

g- Members forming the structure are straight, prismatic and the axial force is constant along the member. In case of the existence of members which do not satisfy these conditions, such members can be approximated by dividing them into smaller straight and prismatic segments with constant axial force.

The difficulties which are encountered in the second-order, elastic-plastic analysis of framed space structures are the followings;

a- The principle of superposition is not valid due to the effect of geometrical changes in the equilibrium equations. Therefore, the load parameters at which plastic sections take place, must be calculated either by successive approximations or by sufficiently small load increments.

b- After the formation of each plastic section, the finite plastic deformations occurred in this section change the rigidity of the structure. Therefore, the behavior of the structure under external effects changes. In this case, the stiffness and loading matrices of the structure must be revised to account for the last plastic section and solved again. This procedure requires more computing time depending on the number of plastic sections which form before the second-order limit load is reached.

c- As the loads are increased, the internal forces at the plastic sections change continuously. Therefore, the state of internal forces at the plastic sections must be determined for each load increment by using successive approximations.

As it is known, the design of structures on the basis of collapse load and the determination of safety factor against collapse, require the use of the analysis methods based on the non-linear theory.

The safety factor against collapse may be determined by one of the following approaches:

a- The structure is analyzed under proportionally increasing gravity and lateral loads and a common factor of safety is determined for both loads,

b- Analyzing the structure under factored constant gravity loads and increasing lateral loads, the factor of safety for lateral loads is determined.

Considering that the variation of lateral loads which represent the wind and seismic effects is more than that of the gravity loads most of which are dead loads, the second approach is applied in the proposed method. In this approach the gravity loads are multiplied by an appropriate load factor and applied to the system. Then analyzing the system under proportionally increasing lateral loads, the second-order limit load parameter and the safety factor against collapse are determined.

When the gravity loads acting on the structure is known, the axial forces in members which are rather dependent on the equilibrium equations can be easily estimated in the beginning. Under these known axial forces, the principle of superposition can be applied and by calculating the system rigidity and load matrices depending on the estimated axial forces, the system equilibrium equations are linearized. Hence, successive approximation is not needed to determine the lateral load parameter at which a plastic section develops.

If the axial forces obtained at the end of the analysis are quite different than the estimated values and if this difference is considered to affect the results substantially, the analysis is repeated for the final axial forces. However, as explained below, such a repetition is not necessary in most cases.

In case of multi-story structures where the ratio of the height of the structure to the height of each story is higher, the main part of the second-order effects is proportional to the sum of the axial forces at the story columns (P- Δ effects). As it can be seen easily, even in the case of considerable differences between the estimated and the calculated axial forces at individual story columns, the difference in the second-order effect is negligible as far as the sum of axial forces remains constant.

Under the influence of increasing loads, the internal forces at a plastic section may change to fulfill the yield conditions and hence finite plastic deformations develop in the direction of internal forces. Since the plastic deformation vector is normal to the yield surface, the finite plastic deformations at a plastic section can be represented by a single plastic deformation component. In the load increment method developed herein, after the formation of each plastic section, the independent plastic deformation component is taken as unknown and an equation which expresses that the state of internal forces in this section remains on the yield surface is added to the set of equations. Additionally, by idealizing the yield surface to be composed of planes, this equation can be linearized.

In the proposed method, a structural system with several plastic sections is analyzed for a lateral load increment.

Utilizing the Matrix Displacement Method and making necessary modifications, two groups of unknowns are considered :

a- Nodal displacement components.

b- Independent finite plastic deformation components.

The equations consist of two groups :

a- The equilibrium equations of nodes. These equations are written in matrix form as

$$[S_{dd}] \cdot [d] + [S_{d\phi}] \cdot [\phi] + [P_o] = [q]$$

where,

$[d]$: unknown nodal displacements vector,

$[\phi]$: unknown plastic deformation components vector,

$[S_{dd}]$: system stiffness matrix obtained by omitting the plastic sections,

$[S_{d\phi}]$: a matrix which represents the effect of unit plastic deformations on the equilibrium equations,

$[P_o]$: vector of fixed-end forces due to member external loads,

$[q]$: vector of nodal external loads.

b- Incremental yield conditions of plastic sections which can be written as

$$[S_{\phi d}] \cdot [d] + [S_{\phi\phi}] \cdot [\phi] + [P_{\phi o}] = [0]$$

where,

$[S_{\phi d}]$: a matrix which represents the effects of unit nodal displacement on the incremental yield conditions,

$[S_{\phi\phi}]$: a square matrix which represents the effect of unit plastic deformations on the incremental yield conditions,

$[P_{\phi o}]$: a column matrix representing the change in the state of internal forces at the plastic sections due to member external loads.

The extended system of linear equations corresponding to a space structural system with n nodes and m plastic sections becomes

$$\begin{array}{c} 6n \\ \left\{ \begin{array}{c} [S_{dd}] \\ \vdots \\ [S_{\phi d}] \end{array} \right\} \begin{array}{c} \overbrace{\hspace{1cm}}^{6n} \quad \overbrace{\hspace{1cm}}^m \\ [S_{d\phi}] \\ \vdots \\ [S_{\phi\phi}] \end{array} \end{array} \times \begin{array}{c} [d] \\ \vdots \\ [\phi] \end{array} + \begin{array}{c} [P_o] \\ \vdots \\ [P_{\phi o}] \end{array} = \begin{array}{c} [q] \\ \vdots \\ [0] \end{array}$$

Since the independent plastic deformation components at the plastic sections have already been taken as unknowns, the plastic deformations are directly determined.

Furthermore, by means of the yield conditions which are added to the set of equations to express that the states of internal forces in the plastic sections remain on the yield surface, the changes of the internal forces in these sections can also be determined.

As noted, with the load increment method of which the principles are described above, the determination of load parameter-displacement ($\mathcal{P}$ - δ) relationship of materially and geometrically non-linear framed space structures and the calculation of the second-order limit load can be reduced to the determination of an extended system of linear equations and the solution of this system and its subsystems.

For the practical applications of the method, the yield conditions

$$K(M_z, M_y, N) = 0$$

is linearized as being composed of planes. Hence the yield condition becomes

$$K(M_z, M_y, N) = A_1 \cdot M_z + A_2 \cdot M_y + A_3 \cdot N + B = 0$$

The suggested values for constants A_1, A_2, A_3, B and the boundaries of yield planes are given in a table.

Although it is not encountered frequently in the systems under the influence of increasing loads, in some cases, the state of internal forces may move inside the yield surface, that is, the elastic unloading occurs. This special case can be taken into account within the general principles of the method. When an elastic unloading

of a plastic section occurs, a new unknown plastic deformation component is introduced so that the total plastic deformation at this section becomes zero.

Another special case in which the state of internal forces in a plastic section changes the yield plane, can be treated similarly.

The proposed method covers the analysis of structures having axially loaded members. When a plastic section occurs in such a member the axial plastic deformation is taken as unknown and the yield condition which states that the axial force remains constant, is added to the set of equations.

Although the developed load increment method assumes non-proportional loading it can be applied to the analysis of structures subjected to proportionally increasing gravity and lateral loads.

According to the definition of proportional loading, the gravity and lateral load parameters corresponding to the second-order limit load must be equal. Therefore, by analyzing the system for different gravity load levels and by joining the appropriate points of corresponding $P-\delta$ relationships, the load-deflection curve for proportional loading can be obtained.

The computer program IMEP-3D has been developed for the numerical applications of the proposed load increment method. The program has been coded in Fortran-77 language and composed of one main program and twenty-two subroutines. By the use of IMEP-3D the behavior of materially and geometrically non-linear framed space structures can be determined under factored constant gravity loads and increasing lateral loads and the corresponding second-order limit load is calculated. The first- and second-order, elastic or elastic-plastic analyses of plane structures subjected to in-plane or out-of-plane loadings can also be performed as special cases. Furthermore, this program can be used for the collapse-load design of structures.

The input data of IMEP-3D are as follows :

- a- program control data,
- b- system properties,
- c- member properties,
- d- loads,
- e- special support conditions.

The output data of the program consists of the following :

- a- number of load increments,
- b- load parameters,
- c- internal forces and displacements,
- d- output data pertaining to each load increment,
- e- lateral load parameters and corresponding values of characteristic displacements.

Three numerical examples are given to illustrate the developed load increment method. In the first example, a single story space frame is analyzed up to the second-order, limit-load and the calculations for each load increment are given in detail.

In the second example, a ten-story, single span space frame is analyzed by means of the computer program IMEP-3D. Under factored constant gravity loads and increasing lateral loads, the lateral load parameter-lateral deflection relationship is determined and the second-order limit-load is calculated. The plastic section patterns corresponding to each lateral load increment are also determined.

In the third example, the load parameter-deflection relationship of the ten-story space frame studied in the previous example is obtained under proportionally increasing gravity and lateral loads. This is accomplished by analyzing the system under various gravity load levels and increasing lateral loads.

BÖLÜM 1. GİRİŞ

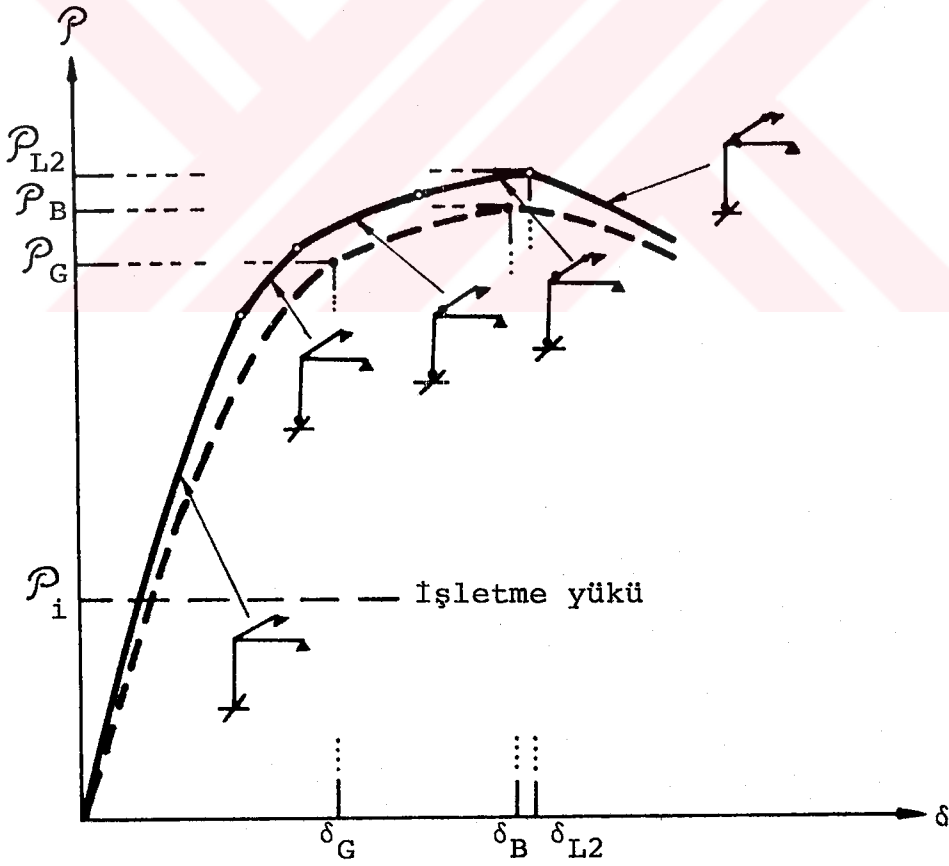
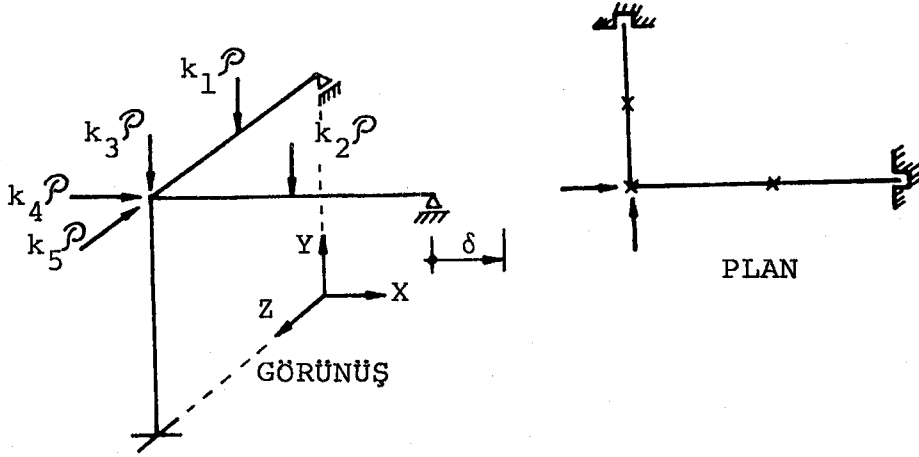
1.1. Konu

Yapı sistemlerinin dış etkiler altındaki gerçek davranışının daha yakından izlenebilmesi, lineer olmayan teoriyi esas alan hesap ve boyutlandırma yöntemlerindeki gelişmelerle mümkün olmaktadır. Aynı zamanda bu gelişmelerle, sözkonusu yöntemlerin pratiğe uygulanmalarında ilave kolaylıklar sağlanabilmektedir.

Yapıları daha ekonomik ve fonksiyonel olarak boyutlandırmak ve daha estetik görünüm kazandırmak için sistemlerin daha da narin yapılabilmesi isteği her geçen gün artmaktadır. Bunu sağlamak amacıyla malzemelerin orantı sınırı üstündeki taşıma kapasitelerini de hesaba katan plastik hesap yöntemlerinden yararlanılabilir. Ancak narin yapılarda yerdeğiştirmeler önem kazanmakta ve geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisinin gözönüne alınması gerekmektedir. Bunun sonucu olarak, gerek malzeme, gerekse geometri değişimleri bakımından lineer olmayan sistemlerin hesap ve boyutlandırma yöntemlerine ihtiyaç duyulmaktadır.

Lineer olmayan malzemedan yapılmış bir uzay çubuk sistemin, geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisini gözönüne alan ikinci mertebe teorisine göre hesabı ile elde edilen şematik yük parametresi-yerdeğiştirme ($P-\delta$) bağıntısı Şekil 1.1 de kesik çizgi ile gösterilmiştir.

Yük parametresi arttıkça sistemdeki iç kuvvetlerin değerleri de artarak belirli bazı kesitlerde lineer-elastik



Şekil 1.1. Yük Parametresi-Yerdeğiştirme (P - δ) Bağıntısı

Sünek malzemeden yapılmış uzay çubuk sistemlerde, lineer olmayan şekildeğiştirmelerin belirli kesitlerde toplandığı, bu kesitlerin dışındaki bölgelerde ise sistemin lineer-elastik davrandığı kabul edilebilir. Böylece, tek eksenli basit eğilme etkisindeki çubuk sistemlerde lineer olmayan eğilme şekildeğiştirmelerinin plastik mafsalları adı verilen belirli kesitlerde toplandığını gözönüne alan plastik mafsalları hipotezi uzay çubuk sistemleri de içerecek şekilde genişletilmiş olmaktadır. Birden fazla iç kuvvet doğrultusundaki lineer olmayan şekildeğiştirmelerin toplandığı bu kesitlere "plastikleşen kesit" adı verilecektir.

Lineer olmayan şekildeğiştirmelerin plastikleşen kesitlerde toplandığı kabul edilen bir uzay çubuk sistemin ikinci merteye teorisine göre hesabı ile elde edilen şematik yük parametresi-yerdeğiştirme bağıntısı Şekil 1.1 de dolu çizgi ile gösterilmiştir.

Yük parametresi arttıkça iç kuvvetlerin de artarak akma şartını sağlayan değerlere eriştiği kesitler plastikleşir. Her plastikleşen kesitin oluşumundan sonra yükler artmaya devam ettiğinde, plastikleşen kesitlerdeki iç kuvvetlerin değerlerinde değişimler olur; ancak bileşik iç kuvvet durumu akma şartının belirlediği sınır durumun dışına çıkmaz. Buna karşılık iç kuvvetler doğrultusunda, geometrik uygunluk şartlarını sağlayan sonlu plastik şekildeğiştirmeler meydana gelir.

Geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisi nedeniyle, plastikleşen kesitlerin oluşumları arasında sistemin davranışı lineer değildir.

Sisteme etkiyen yükler artarak yük parametresi bir P_{L2} değerine eşit oluncaya kadar, meydana gelen her plastikleşen kesitten sonra sistemin rijitliği giderek azalır. Yük parametresi P_{L2} değerine eşit olunca, oluşan plastik kesitler nedeniyle rijitliği azalan sistemin kritik yükü, yük parametresinin altına düşer ve sistemin yerdeğiştirmelerindeki artışa azalan yük parametresi karşı gelir. Sistemin

sınırı aşmakta ve lineer olmayan şekildeğiştirmeler meydana gelmektedir. Bunun yanısıra, lineer olmayan şekildeğiştirmelere bağılı olarak, artan yerdeğiştirmeler nedeniyle ikinci mertebe etkileri de artmaktadır. Böylece sistemin rijitliği azalmakta ve artan yük parametresine karşı giderek daha da artan yerdeğiştirmeler meydana gelmektedir.

Yük parametresi bir P_B değerine ulaştığında $P-\delta$ bağıntısı maksimumdan geçer ve bundan sonra artan yerdeğiştirmelere azalan yük parametresi karşı gelir. Sistemin daha büyük yükleri taşıyamayacağını belirleyen bu duruma burkulma, P_B yük parametresine ise burkulma yükü denilmektedir. Bazen yük parametresi P_B değerine erişmeden önce, büyük şekildeğiştirmeler ve yerdeğiştirmeler veya betonarme sistemlerde büyük çatlaklar ve kırılmalar nedeniyle sistem taşıma gücünü kaybederek kullanılamaz hale gelebilir. Sistemi kullanılamaz hale getiren bu durumların hepsine birden göçme, göçmenin meydana geldiği P_G yük parametresine ise göçme yükü denilmektedir.

İç kuvvet-şekildeğiştirme bağıntılarının ve denge denklemlerinin lineer olmaması nedeniyle, bu teoriye göre yapı sistemlerinin hesabı yapılırken, genel olarak, her yük parametresi için lineer olmayan bir denklem takımının kurulması ve çözülmesi gerekmektedir. Bu durumda hesaplar ve dolayısıyla hesaplama süresi oldukça uzamaktadır. Buna karşılık yük artımı veya ardışık yaklaşım yöntemlerinden biri uygulanarak her yük parametresi için sistemin hesabı lineerleştirilebilmekte ve böylece hesaplar ve hesaplama süresi büyük ölçüde kısaltılabilmektedir.

Bilindiği gibi göçme anındaki toplam (lineer ve lineer olmayan) şekildeğiştirmenin, lineer şekildeğiştirmeye oranının büyük olduğu malzemelere sünek malzemeler denilmektedir. Genellikle yumuşak çelik ve bazı koşullar altında betonarme, sünek malzeme olarak kabul edilebilmektedir.

daha büyük yükleri taşıyamayacağını ifade eden bu duruma burkulma, P_{L2} yük parametresine de "ikinci mertebe limit yük" denilmektedir.

Geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisi terkedilerek hesaplanan birinci mertebe yükten farklı olarak, ikinci mertebe limit yükte sistem mekanizma durumuna gelmeyebilir.

Bazı hallerde yük parametresi P_{L2} değerine erişmeden önce sistemde oluşan büyük yerdeğiştirmeler ve şekildeğiştirmeler veya betonarme yapılarda büyük çatlaklar ve kırılmalar nedeniyle yapı kullanılamaz hale gelebilir, yani göçebilir. Sistemi işletme dışı bırakan bu yük parametresine göçme yükü denilmektedir.

Yapı sistemlerinin lineer olmayan teoriye göre hesap yöntemlerinin başlıca kullanım alanları şunlardır:

- a- Boyutlandırılan yapıların göçme güvenliğinin belirlenmesi.

Bunun için önce boyutları belli olan sistemin yük parametresi-yerdeğiştirme bağıntısı elde edilerek göçme yükü hesaplanır. Bu göçme yükü parametresinin işletme yüküne oranı göçme güvenliğini verir. Böylece yapı sisteminin istenen göçme güvenliğine sahip olup olmadığı kontrol edilebilir.

Göçme güvenliği iki yolla belirlenebilir:

- al- Sistem orantılı olarak artan dış yükler (düşey ve yatay yükler) için hesaplanarak bu yükler için ortak bir göçme güvenliği hesaplanır.

a2- Önce düşey yük grubu, bu yükler için öngörülen bir güvenlik katsayısı ile çarpılarak sisteme etkitilir. Daha sonra sistem artan yatay yükler için hesaplanarak göçme yükü parametresi belirlenir. Böylece düşey yükler için öngörülen belirli bir güvenlik altında sistemin yatay yük taşıma kapasitesi elde edilir.

Büyük oranda yapı ağırlığından oluşan düşey yüklerin daha belirli olduğu, buna karşılık rüzgar ve deprem gibi etkileri karakterize eden yatay yüklerin değişme olasılığının daha fazla olduğu gözönüne alındığında (a2) de önerilen yolla hesaplanan göçme güvenliğinin daha gerçekçi sonuç verdiği görülmektedir.

b- Yapıların göçme yükü esasına göre boyutlandırılması

Yapıların göçme yükü esasına göre boyutlandırılmalarında uygulanan genel yol bir ardışık yaklaşım yöntemidir. Buna göre önce sistemin boyutları tahmin edilir. Göçme yükü hesaplandıktan sonra işletme yükleri ile karşılaştırılarak sistemin göçme güvenliği belirlenir. Bu değer, öngörülen güvenliğe kabul edilebilir bir yaklaşıklıkla eşit değilse, sistemin boyutlarında uygun değişiklikler yapılarak hesaplar tekrarlanır. Hesaplar yapılırken ayrıca, işletme yükleri etkisinde sistemde lineer-elastik sınırın pek aşılmadığı ve büyük şekildeğiştirmelerin, büyük yerdeğiştirmelerin (betonarme yapılarda zararlı çatlakların) oluşmadığı kontrol edilmelidir.

Bu genel yöntemin yanısıra, yapı ağırlığını minimum yapan optimum boyutlandırma yöntemlerinden de yararlanılabilir.

Sonuç olarak gerek boyutlandırılan yapıların göçme güvenliklerinin belirlenmesinde, gerekse yapıların belirli bir göçme güvenliğine sahip olacak şekilde boyutlandırılmasında lineer olmayan teoriye göre hesap yapılarak ($\mathcal{P}-\delta$) yük parametresi-yerdeğiştirme bağıntısının elde edilmesine ve genellikle göçme yüküne eşit olan ikinci mertebe limit yükün hesaplanmasına gerek vardır. Ayrıca bu hesapların, pratik uygulamalara olanak sağlayacak kolaylıkları içermesi de istenmektedir.

1.2. Konu İle İlgili Çalışmalar

Lineer olmayan malzemedan yapılmış sistemlerin ikinci mertebe teorisine göre hesabında, gerek iç kuvvet-şekildeğiştirme bağıntılarının, gerekse denge denklemlerinin lineer olmaması nedeniyle sistemin hesabı genel olarak lineer olmayan bir denklem takımının kurulmasını ve çözümünü gerektirmektedir.

Çakıroğlu, Özden ve Özmen [1], [2] tarafından verilen genel yük artımı ve ardışık yaklaşım yöntemlerinden birini uygulayarak her adımda sistemin hesabı lineerleştirilebilmektedir. Burada, lineer olmayan şekildeğiştirmelerin, iç kuvvet-şekildeğiştirme bağıntılarına ve sistemdeki iç kuvvet dağılımına bağlı olarak sistem üzerinde sürekli yayıldığı gözönüne alınmakta, geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisi ise fiktif kuvvetlerle temsil edilmektedir.

Özer [3] tarafından malzeme ve geometri değişimleri bakımından lineer olmayan elastik düzlem sistemlerin ikinci mertebe hesabı ve göçme yüklerinin bulunması için bir ardışık yaklaşım yöntemi geliştirilmiştir. Bu çalışmada, yapıların gerçek davranışlarını yakından izlemek ve yaklaşık formüllerin (Merchant [4], Horne [5]) irdelenmesine olanak sağlamak amacıyla lineer olmayan şekildeğiştirmelerin

sistem üzerinde sürekli olarak yayıldığı gözönünde tutulmuştur.

Liapunov [6] da yayılı plastik şekildeğiştirmeleri gözönüne alarak ikinci merteye elasto-plastik hesabı çok sayıda düzlem sisteme uygulamıştır.

Düzlem çerçevelerin birinci merteye elasto-plastik hesabı genel olarak limit analiz yöntemleri ile yapılmaktadır, Hodge [7], Neal [8]. Bu yöntemlerde eğilme momenti-eğrilik bağıntısı ideal elasto-plastik olarak idealleştirilir. Ayrıca, lineer olmayan şekildeğiştirmelerin plastik mafsalları adı verilen belirli kesitlerde toplandığı, bunun dışındaki bölgelerde ise sistemin lineer-elastik olarak davrandığı kabul edilmektedir.

Düzlem sistemlerde ikinci merteye limit yükün hesabı için, esasları ilk olarak Wood [9] tarafından verilen genel yöntem bir yük artımı yöntemidir. Bu yöntemde yük parametresi sıfırdan itibaren arttırılarak eğilme momentlerinin M_p plastik momentine eriştiği kesitler sıra ile belirlenir. Geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisi nedeniyle süperpozisyon yapılamayacağından, plastik mafsalların oluşması için gerekli yük parametrelerinin hesabı ardışık yaklaşımı gerektirmektedir. Her plastik mafsallın oluşmasından sonra, o kesite gerçek bir mafsall koymak ve M_p plastik momentini dış yük olarak etkitmek suretiyle elde edilen eşdeğer sistem esas alınarak hesaba devam edilir. Oluşan plastik mafsallar nedeniyle rijitliği azalan sistemin kritik yükü dış yük parametresinin altına düşünce hesaba son verilir. Bu duruma ait yük parametresi sistemin ikinci merteye limit yükü olarak alınır. Horne ve Merchant [10] da aynı konuda çalışmalar yapmışlardır.

Jennings ve Majid [11] ve Wang [12], yöntemi sistematik hale getirerek bilgisayar programı vermişlerdir. Davies [13] ise plastik mafsallardaki boşalmayı da içerecek şekilde programı geliştirmiştir.

Parikh [14] plastik mafsallı teorisini uygulayarak düzlem sistemlerin ikinci merteye limit yüklerinin hesabı için bir ardışık yaklaşım yönteminden yararlanmıştır. Yük parametresine çeşitli değerler vererek yük parametresi-yerdeğiştirme bağıntısının elde edildiği ve böylece ikinci merteye limit yükün hesaplandığı bu yöntemde her yük parametresine karşı gelen plastik mafsallar ardışık yaklaşım ile belirlenmektedir.

Kim [15] orantılı olmayan düşey ve yatay yükler altında düzlem çerçevelerin plastik mafsallı teorisine göre ikinci merteye limit yük hesabını plastik mafsallardaki geri dönüşleri de gözönüne alarak incelemiştir.

Lu, Özer, Daniels, Ökten, Morino [16], [17] ve Moy, Özer, Lu [18], [19] çeşitli çok katlı düzlem çerçevelerin ikinci merteye limit yüklerini tayin ederek göçme güvenliklerini bulmuşlar ve yönetmeliklerle elde edilen sonuçları irdelemişlerdir.

Düzlem sistemlerde ikinci merteye limit yük için yapı ağırlığını minimum yapan optimum boyutlandırma yöntemleri ile ilgili çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Özer [20], Toakley [21] ve Ying [22] tarafından geliştirilen yöntemler bunlara örnek olarak verilebilir.

Tam ve Jennings [23] ise değişken enkesitli çubukları bulunan düzlem çerçevelerin, yapı ağırlığını minimum yapan optimum tasarımını incelemişlerdir.

Harrison [24] düzlem çubuk sistemlerin lineer-elastik ikinci merteye hesabı ve elasto-plastik birinci merteye hesabı için bilgisayar programları geliştirmiş ve bunların, bir ardışık yaklaşım yöntemi izlenerek sistemlerin ikinci merteye elasto-plastik hesabına uygulanabileceğini belirtmiştir.

Cohn ve Franchi [25] belirli tiplerdeki düzlem çubuk sistemlerin elasto-plastik hesabı için bir bilgisayar programı hazırlamışlardır.

El-Zanaty ve Murray [26] lineer olmayan çok katlı düzlem çerçevelerin hesabı için genel bir formülasyon önermişlerdir. Bu çalışmada sistem üzerinde yayılı plastik şekildeğiştirmeler, artık gerilmeler ve pekleşme gözönüne alınmıştır.

Knothe ve Herrmann [27] tarafından düzlem çerçevelerin ikinci mertebe limit yük hesabı için bir karışık sonlu eleman yöntemi sunulmuştur. Plastik mafsallı teorinin uygulandığı bu çalışmada, geometri değişimlerinin lineer olmayan etkileri de gözönüne alınmıştır. Ayrıca eğilme momenti ve normal kuvvetler her elemanda şekil fonksiyonlarıyla ifade edilerek değişken kesitli çubukların hesabı daha basitleştirilmiştir. Normal kuvvet, kesme kuvveti ve eğilme momenti arasındaki etkileşim bağıntısı I-kesitleri için pratik olarak kesin sonuç veren Klöppel-Yamada [28] akma şartı ile temsil edilmiştir.

İdeal elasto-plastik malzemeden yapılmış, bir ve iki eksenli basit ve bileşik eğilme etkisi altındaki kesitlere ait akma şartları çeşitli araştırmacılar tarafından incelenmiştir.

Ketter, Kaminsky, Beedle [29] ve Beedle [30]'da tek eksenli bileşik eğilme etkisindeki I-kesitlerinde eğilme momenti-eğrilik bağıntıları elde edilmiş ve bu duruma ait akma şartları doğru parçalarından oluşacak şekilde idealleştirilmiştir.

Hodge [7] iki eksenli basit eğilme etkisindeki çubuklar için akma şartları ifadelerini vermiş ve buna karşı gelen akma eğrilerinin idealleştirilerek doğru parçalarından oluşabileceği yaklaşımını yapmıştır.

Çakıroğlu, Özer [31] dikdörtgen kesitler, I-kesitleri ve dikdörtgen kutu kesitler için akma şartları ifadelerini vermişler ve geliştirilen bilgisayar programları yardımı ile bunlara ait akma eğrilerini ve akma vektörünün orantı sabitlerini grafiklerle göstermişlerdir.

Morris ve Fennes [32]'de çeşitli enkesit tipleri için yaklaşık alt sınır akma yüzeyi denklemlerinin türetilmesi amacıyla tarafsız eksenin yeri ile ilgili basitleştirici kabuller yapılmıştır. Bu kabuller altında akma yüzeyi denklemleri ve eğrileri verilmiştir.

Tebedger ve Chen [33] tarafından iki eksenli bileşik eğilme etkisindeki H-kolonların boyutlandırma kriterleriyle ilgili çalışma yapılmıştır.

Zhou ve Chen [34] ise iki eksenli bileşik eğilme etkisindeki kaynaklı çelik dikdörtgen kutu kolonların boyutlandırma kriterleri için lineer olmayan akma şartları ifadeleri vermişlerdir. Bu ifadeler sabit et kalınlığı içindir ve kare kutu kolonları da kapsamaktadır.

Henning [35] çift simetri eksenine sahip, I-enkesitli çelik profillerden meydana gelen düzlem çerçevelerin limit yük hesabında kullanılmak üzere eğilme momenti, kesme kuvveti ve eksenel kuvvete bağlı olan lineerleştirilmiş bir akma şartı önermiştir.

Özer [36] düzlem çubuk sistemlerde ikinci mertebe limit yük hesabı için geliştirilen bir yük artımı yöntemi önermiştir. Yöntemde, malzemenin elasto-plastik davranışının ve geometri değişimlerinin lineer olmayan etkileri ile normal kuvvetin akma şartına etkisi gözönüne alınmıştır. Sistem sabit düşey yükler ve artan yatay yükler altında hesaplanarak geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisi lineerleştirilebilmektedir. Ayrıca, her plastikleşen kesitin oluşumundan sonra, o kesitteki plastik dönme yeni bir bilinmeyen olarak alınmakta ve denklem takımına ilave

edilmektedir. Böylece, her yük artımına ait çözüm yeni bilinmeyene ait satır ve kolonun indirgenmesi suretiyle elde edilmektedir. Plastikleşen kesitlerin elastik boşalması ve sistemlerin orantılı olarak artan düşey ve yatay yükler altında hesabı gibi özel haller yöntemin genelliği çerçevesinde ele alınmıştır.

Andreaus ve D'Asdia [37] düzlem çerçevelerin birinci mertebe elasto-plastik hesabı için bir yük artımı yöntemi sunmuşlardır. Burada, çubuk elemanlar sonlu sayıda parçalara ayrılarak N normal kuvvet, T kesme kuvveti ve M eğilme momenti değerleri her parçada sabit kabul edilmiştir. Ayrıca akma şartı M , N , T iç kuvvetlerine bağlı olarak verilmiş ve akma yüzeyi düzlem parçalarından oluşacak şekilde idealleştirilmiştir. Plastikleşmenin olduğu kesitte bağımsız elasto-plastik kinematik uygunluk denklemi yazılarak denklem takımına ilave edilmektedir. Ancak, malzemenin geri dönüşlü davranışı gözönüne alındığından yük artımları sırasında boşalmanın meydana geldiği plastik kesite ait satır ve kolon elemanları denklem takımından çıkarılarak bundan sonraki satırlara yeniden indirgeme işlemi uygulanmaktadır. Bu ise indirgeme uygulanacak denklem sayısına bağlı olarak uzun işlemleri gerektirmektedir. Bu özel duruma ait daha kısa bir yol Özer [36] tarafından önerilmiştir.

Jonatowski ve Birnstiel [38] uzay çerçevelerin ikinci mertebe elasto-plastik hesabı için yük artımı yönteminin kullanıldığı ve her yük artımında ardışık yaklaşımı gerektiren bir sayısal yöntem geliştirmişlerdir. Bu çalışmada, uzay çubuklara ait eleman rijitlik matrisinde eksenel kuvvetin ve burulma momentinin etkisi gözönüne alınmıştır. Ayrıca, Santathadaporn ve Chen [39] tarafından iki eksenli bileşik eğilme etkisindeki I-enkesitler için geliştirilmiş akma şartı kullanılmıştır. Çalışmada, elastik boşalma gözönüne alınmamıştır.

Bockholt [40] üç boyutlu çerçeve sistemlerin statik ve dinamik yükler altında plastik analizi için bir yöntem geliştirmiştir. Bu çalışmada da yine Santathadaporn ve Chen [39] tarafından iki eksenli bileşik eğilme etkisindeki I enkesitler için geliştirilmiş akma şartı kullanılmıştır. Bu yöntemde, plastik mafsalin oluşmasının beklendiği kesitlerde akma şartı ardışık yaklaşımla elde edilmektedir. Bu durum göçme yüküne kadar olan her adımda tekrarlandığı için oldukça uzun hesaplama süresi gerektirmektedir.

Jiang ve Becker [41] üç boyutlu çerçevelerin limit yük hesabı için plastik mafsallardaki burulma etkilerini de gözönüne alan bir yöntem önermişlerdir. Bu yöntem için geliştirilen bir bilgisayar programı yardımı ile üç ayrı uzay sistemin çözümü yapılarak yük parametresi-yerdeğiştirme bağıntıları elde edilmiştir.

Gebbeken [42] üç boyutlu çerçeveler için çubuklardaki kayma etkilerini de gözönüne alan ve geometri değişimi bakımından lineer olmayan teoriye dayanan bir hesap yöntemi geliştirmiştir. Bu çalışmada plastik mafsal teorisi ile uzay sistemlerin yük taşıma kapasitesi hesaplanmaktadır. Plastik deformasyonlar üç boyutlu eksantrik plastik mafsallarla gözönüne alınmıştır. Plastik mafsallardaki iç kuvvet değişimi Rubin [43] tarafından verilen lineer olmayan bir etkileşim bağıntısıyla ifade edilmiştir.

Chandra, Trikha ve Krishna [44] çelik uzay çubuk sistemlerin ikinci mertebe lineer-elastik hesabını incelemişlerdir. Çalışmada, sistemlerin yalnız geometri değişimleri bakımından lineer olmadığı gözönüne alınmış ve çelik malzemenin lineer-elastik davranış gösterdiği kabul edilmiştir. Hesapta, Newton-Raphson tekniğine dayanan ve ardışık küçük artımlar işleminden oluşan bir deplasman yöntemi uygulanmıştır. Newton-Raphson tekniğindeki iterasyon işlemine dengelenmemiş yükler ihmal edilebilir mertebeye gelinceye kadar devam edilmektedir. Bu çalışmada, denklem takımı Cholesky yöntemi ile çözülmüştür.

Chandra, Krishna ve Trikha [45] çelik uzay çubuk sistemlerin lineer olmayan hesabı için Newton-Raphson tekniği yerine yeni bir anlık secant stiffness yöntemi önermişlerdir. Bu yöntem, deplasman yaklaşımına dayanan bir ardışık yaklaşım yöntemidir ve ikinci mertebe limit yüke bir alt sınır vermektedir. Yöntemde dış yükler uygun artımlarla sisteme etkitilmekte ve her adımda dengelenmemiş yüklerin ihmal edilebildiği sonuç geometrik şekli veren durum elde edilinceye kadar iterasyona devam edilmektedir. Göçme olana kadar sistemde oluşan plastik mafsallar izlenerek hesaba devam edilmektedir. Örnek olarak I-enkesitli sekiz çubuktan oluşan tek katlı ve tek açıklıklı çelik uzay çerçevenin yatay yükler altında hesabı yapılarak yük parametresi-yerdeğiştirme eğrisi elde edilmiştir.

1.3. Çalışmanın Amacı ve Kapsamı

Bu çalışmada, öngörülen belirli bir güvenlik katsayısı ile çarpılarak etkitilen sabit düşey yük grubuna ilave olarak artan yatay yük grubu etkisindeki uzay çubuk sistemlerde ikinci mertebe limit yükün hesabı için bir yük artımı yöntemi geliştirilmiştir. Yöntem sistemin özelliklerinden bağımsız olup Bölüm 2.1'deki şartları sağlayan bütün uzay çubuk sistemlere uygulanabilmektedir.

Bu çalışmada "plastik mafsal" kavramı, uzay çubuk sistemlerin hesaplarında gözönüne alınması gerekli olan bileşik iç kuvvet durumunu da kapsayacak şekilde "plastikleşen kesit" kavramı olarak genişletilmiştir.

Uzay çubuk sistem, öngörülen güvenlik katsayısı ile çarpılarak etkitilen sabit düşey yük grubundan meydana gelen belirli normal kuvvetler altında hesaplandığından geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisi lineerleştirilebilmektedir. Ayrıca, plastikleşen kesitlerin oluşumunu belirleyen akma şartları da lineerleştirilerek

hesapların ve dolayısıyla hesap süresinin büyük ölçüde kısaltılması amaçlanmıştır.

Plastikleşen kesitlerdeki lineer olmayan şekildeğiştirmeler, akma vektörünün akma yüzeyine dik olması özelliği nedeniyle tek bir plastik şekildeğiştirme bileşenine bağlı olarak ifade edilebilmektedir. Böylece her plastikleşen kesitin oluşumundan sonra o kesitteki plastik şekildeğiştirmeleri ifade eden tek bir plastik şekildeğiştirme bileşeni, ilave bilinmeyen olarak dikkate alınmakta ve plastikleşen kesitteki değişen iç kuvvet durumunun yine aynı akma düzlemi üzerinde kaldığını ifade eden yeni bir lineer denklem, denklem takımına ilave edilmektedir. Bu şekilde, bir önceki yük artımına ait denklem takımından ve onun çözümünden yararlanılabilmektedir.

Böylece, önerilen yöntem ile bir uzay çubuk sistemin yük parametresi-yerdeğiştirme bağıntısının belirlenmesi ve ikinci mertebe limit yükünün tayini, plastikleşen kesit sayısı kadar ilave bilinmeyeni içeren tek bir lineer denklem sisteminin kurulmasına ve bu denklem sistemi ile alt sistemlerinin çözümüne indirgenmiş olmaktadır.

Uzay çubuk sistemlerde, yalnız normal kuvvet etkisindeki çubuklar da bulunabilir. Ayrıca uygulamada çok karşılaşılmamakla birlikte, bir yük artımında bir veya daha çok plastikleşen kesitteki iç kuvvet durumu yön değiştirerek akma yüzeyinin içine yönelebilir veya akma yüzeyini meydana getiren düzlemlerin birinden diğerine geçebilir. Bu gibi özel durumlara da önerilen yük artımı yönteminin genelliği çerçevesinde çözümler getirilmiştir.

Yöntem, sabit düşey yük grubu ve artan yatay yük grubunun etkidiği uzay çubuk sistemler için geliştirilmiş olmakla birlikte, orantılı olarak artan düşey ve yatay yük gruplarının etkidiği uzay çubuk sistemlerde ikinci mertebe limit yükün hesabı için de uygulanabilmektedir.

Uzay çubuk sistemler için geliştirilen bu yöntem, aynı zamanda düzlemi içinde veya düzlemine dik doğrultuda yüklerin etkisinde olan düzlem çubuk sistemlerin birinci ve ikinci merteye limit yüklerinin hesabını da içermektedir. Bu çalışmada ayrıca, uzay ve düzlem çubuk sistemlerde ikinci merteye limit yükün hesabı için, FORTRAN-77 dilinde kodlanan IMEP-3D bilgisayar programı hazırlanmış ve böylece yöntemin pratik uygulamalara aktarılmasına olanak sağlanmıştır.

Yöntemin esasları ve uygulanması ilerideki bölümlerde ayrıntılı olarak ele alınacaktır.

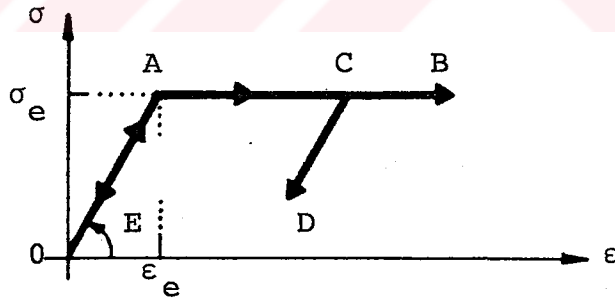


BÖLÜM 2. UZAY ÇUBUK SİSTEMLERDE İKİNCİ MERTEBE LİMİT YÜKÜN HESABI İÇİN BİR YÜK ARTIMI YÖNTEMİ

2.1. Kabuller

Uzay çubuk sistemlerde ikinci merteye limit yükün hesabı için geliştirilen yük artımı yönteminde yapılan kabuller aşağıda sıralanmıştır.

- a- Bernoulli-Navier hipotezi geçerlidir. Buna göre, düzlem kesitler sistem şekildeğiştirdikten sonra da düzlem kalırlar.
- b- Malzeme ideal elastoplastiktir. Bu tür malzemelerde yükleme ve boşaltma eğrileri Şekil 2.1 deki gibidir.



Şekil 2.1. İdeal Elastoplastik Malzemede Yükleme ve Boşaltma Eğrileri

Buna göre, yükleme eğrisi; OA ve AB doğru parçalarından oluşmaktadır.

OA : $0 \leq \epsilon \leq \epsilon_e$ bölgesi için $\sigma = E \cdot \epsilon$
AB : $\epsilon > \epsilon_e$ bölgesi için $\sigma = \sigma_e$ şeklindedir.

Boşaltma eğrisi; AO ve CD doğru parçalarından oluşmaktadır.

AO : $\epsilon \leq \epsilon_e$ bölgesi için OA ile çakışmaktadır.
 CD : $\epsilon > \epsilon_e$ bölgesi için OA ya paralel
 olmaktadır.

- c- Lineer olmayan şekildeğiştirmelerin plastikleşen kesit adı verilen belirli kesitlerde toplandığı, bu kesitlerin dışındaki bölgelerde sistemin lineer-elastik davrandığı kabul edilmiştir. Bu kabul düzlem çubuk sistemlerde uygulanan plastik mafsallara karşı gelmektedir.
- d- Akma şartlarının, akma yüzeyinin düzlem parçalarından oluşacak şekilde idealleştirilmesi ile elde edilebileceği gözönünde tutulmuştur.
- e- İkinci mertebe teorisi uygulanmaktadır. Bu teoriye göre geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisi gözönüne alınmakta; geometrik uygunluk şartlarına etkisi terkedilmektedir.
- f- İkinci mertebe teorisine göre hesapta, burulma doğrultusundaki yerdeğiştirmelerden oluşan ikinci mertebe etkileri ile çubuk enkesitindeki bölgesel ikinci mertebe etkileri terkedilmiştir. Buna göre, çubuğun asal düzlemleri içindeki yerdeğiştirmelere ait ikinci mertebe etkileri gözönüne alınmaktadır.
- g- Sistemin şekildeğiştirmesi sırasında dış yüklerin doğrultuları değişmemektedir.

h- Sistemi oluşturan çubuklar doğru eksenli, sabit enkesitlidir ve normal kuvvet çubuk boyunca sabittir.

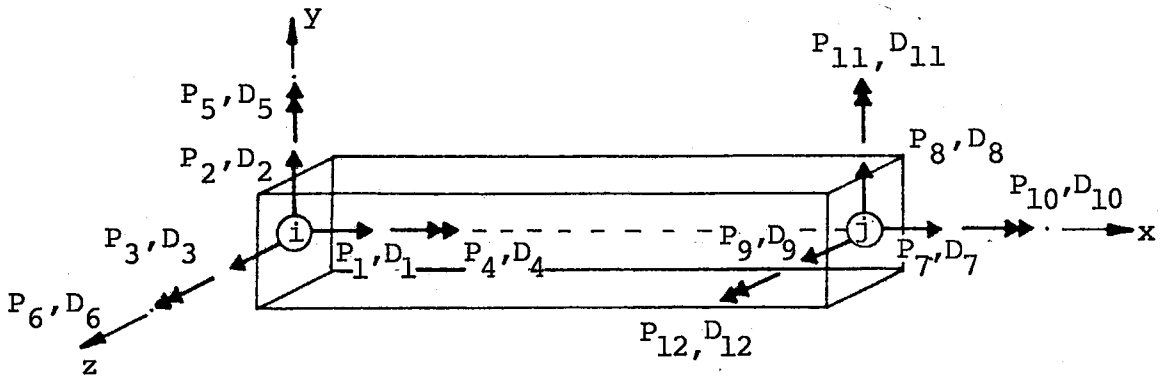
Sistemde eğri eksenli, değişken enkesitli çubukların bulunması ve normal kuvvetin çubuk boyunca sabit olmaması hallerinde, bu özellikteki çubuklar, yukarıdaki şartları sağlayacak şekilde küçük parçalara ayrılarak idealleştirilebilirler. Böylece sistem, gerçek sistemin özelliklerini yaklaşık olarak sağlayan bir sisteme dönüştürülmüş olur.

2.2. Uzak Çubuk Sistemlerde Eksen Takımları, Uç Kuvvetleri, Uç Deplasmanları ve Dönüştürme (Transformasyon) Matrisinin İncelenmesi

2.2.1. Çubuk Eksen Takımı, Uç Kuvvetleri ve Uç Deplasmanları

Çubukların uç kuvvetlerini ve uç deplasmanlarını tanımlayabilmek için çubuk eksen takımının belirlenmesi gerekmektedir.

Bölüm 2.1 deki şartları sağlayan uzak çubuk sistemlerdeki bir çubuğa ait eksen takımı ve pozitif yönleri Şekil 2.2 de gösterilmiştir. Şekildeki i ve j noktaları, çubuğun şekil değiştirmeden önceki başlangıç ve son noktalarını, $\vec{ij}$ ise çubuğun pozitif yönünü göstermektedir.



Şekil 2.2. Uzak çubukta Eksen Takımı, Uç Kuvvetleri ve Uç Deplasmanları

Çubuğun i ucundaki D_1, D_2, D_3 ve j ucundaki D_7, D_8, D_9 uç deplasmanlarının pozitif yönleri x, y, z eksenlerinin pozitif yönleri ile aynıdır, i ucundaki D_4, D_5, D_6 ve j ucundaki D_{10}, D_{11}, D_{12} uç deplasmanlarının pozitif yönleri ise x, y, z eksenlerinde sağ el kuralına göre belirlenir. Çubuk uç deplasmanlarının matris formundaki gösterilimi

$$[d]_i = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \\ D_6 \end{bmatrix}, \quad [d]_j = \begin{bmatrix} D_7 \\ D_8 \\ D_9 \\ D_{10} \\ D_{11} \\ D_{12} \end{bmatrix}$$

şeklindedir.

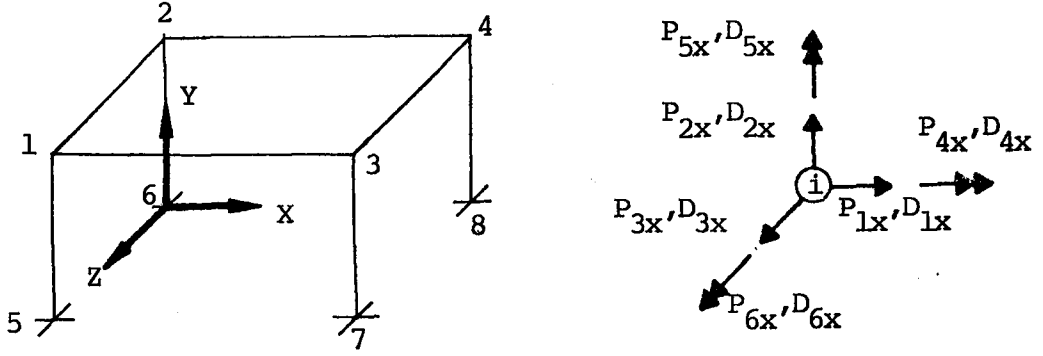
Benzer şekilde çubuğun i ve j uçlarındaki $P_1, P_2, \dots, P_{12}$ uç kuvvetleri ve bunların pozitif yönleri de aynı numaralı uç deplasmanlarına birebir karşı gelmektedir. Bir ij çubuğuna ait uç kuvvetleri matrisleri aşağıda verilmiştir.

$$[P]_i = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix}, \quad [P]_j = \begin{bmatrix} P_7 \\ P_8 \\ P_9 \\ P_{10} \\ P_{11} \\ P_{12} \end{bmatrix}$$

2.2.2. Sistem Eksen Takımı, Düğüm Noktası Kuvvetleri ve Düğüm Noktası Yerdeğiştirmeleri

Sistemin geometrisini ve düğüm noktalarının yerdeğiştirmelerini ortak bir eksen takımına göre tanımlayabilmek ve sistem denklem takımını oluşturabilmek için ortak bir

koordinat takımına gerek vardır. Bu nedenle seçilen X, Y, Z kartezyen koordinat takımına sistem eksen takımı denir, Şekil 2.3.



Şekil 2.3. Sistem Eksen Takımı, Düğüm Noktası Yükleri ve Yerdeğiştirmeleri

Her düğüm noktasında XYZ sistem eksen takımında üçü açısal ve üçü doğrusal olmak üzere altı tane yerdeğiştirme bileşeni bulunmaktadır ve bunların pozitif yönleri Şekil 2.3 de gösterildiği gibidir. i düğüm noktasındaki yerdeğiştirmeler, matris formunda aşağıdaki şekilde gösterilmektedir.

$$[d]_{ix} = \begin{bmatrix} D_{1x} \\ D_{2x} \\ D_{3x} \\ D_{4x} \\ D_{5x} \\ D_{6x} \end{bmatrix}$$

Düğüm noktalarına etkiyen dış kuvvetler $P_{1x}, P_{2x}, \dots, P_{6x}$ doğrultularında bileşenlerine ayrılarak sisteme etkilitirler ve bu kuvvetlerin pozitif yönleri Şekil 2.3 de gösterildiği gibidir. i düğüm noktasına etkiyen bu kuvvetlerin matris gösterimi

$$[q]_{ix} = \begin{bmatrix} P_{1x} \\ P_{2x} \\ P_{3x} \\ P_{4x} \\ P_{5x} \\ P_{6x} \end{bmatrix}$$

şeklindedir.

2.2.3. Dönüştürme (Transformasyon) Matrisi

Çubuk rijitlik matrisleri, uç kuvvetleri ve uç deplasmanları ortak bir eksen takımına dönüştürüldükten sonra, sisteme ait denklem takımının kurulması uygun olmaktadır. Bu nedenle öncelikle çubuk eksenlerinin, sistem eksenlerine dönüştürülmesi gerekmektedir, Çakıroğlu, Özden, Özmen [1].

En genel konumdaki bir doğru eksenli uzay çubuğa ait x, y, z çubuk eksenlerini, seçilen bir X, Y, Z sistem eksen takımı ile birebir karşılaştırabilmek için çubuğun 1 ucuna ait çubuk eksen takımının X, Y, Z sistem eksenlerinin her biri etrafında belirli bir sırayla döndürülmesi gerekir.

Çubuk eksen takımındaki rijitlik matrislerinin, uç kuvvetlerinin ve uç deplasmanlarının sistem eksen takımına dönüştürülmesini sağlayan $[T]$ dönüştürme matrisi, bu eksen takımının sırasıyla Z, Y, X sistem eksenleri etrafında döndürülmesiyle elde edilmiştir, Harrison [24].

Bu durumda, sistemdeki bütün çubuklarda aynı sıra izlenerek $[T]$ dönüştürme matrisinde bulunan α, β, γ dönüş açılarının belirlenmesi gerekmektedir.

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos\alpha.\cos\beta & \cos\alpha.\sin\beta.\sin\gamma - \sin\alpha.\cos\gamma & \cos\alpha.\sin\beta.\cos\gamma + \sin\alpha.\sin\gamma \\ \sin\alpha.\cos\beta & \sin\alpha.\sin\beta.\sin\gamma + \cos\alpha.\cos\gamma & \sin\alpha.\sin\beta.\cos\gamma - \cos\alpha.\sin\gamma \\ -\sin\beta & \cos\beta.\sin\gamma & \cos\beta.\cos\gamma \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Bu matristeki α, β, γ açıları,

α : çubuğun ilk konumundaki çubuk eksen takımının Z sistem eksenini etrafındaki, x çubuk ekseninin XY düzlemindeki izdüşümü X sistem eksenini üzerinde bulunacak şekilde döndürülmesi ile elde edilen dönüş açısı,

β : çubuğun α açısı kadar döndürülmüş yeni konumundaki çubuk eksen takımının, x eksenini X eksenini ile aynı doğrultu ve yönde olacak şekilde, Y eksenini etrafındaki dönüş açısı,

γ : çubuğun yeni konumundaki çubuk eksen takımının y ve z eksenleri Y ve Z eksenleri ile aynı doğrultu ve yönde olacak şekilde, X eksenini etrafındaki dönüş açısı

şeklinde tanımlanmaktadır. Çubuk eksen takımının, Z, Y, X sistem eksenlerinden bazıları etrafında döndürülmesinin gereksiz olduğu durumlarda, ilgili açılar sıfır olarak alınır.

Çubuk eksen takımının, sistem eksenleri etrafındaki dönüş açıları,

- sağ el kuralına uygun yönde ise negatif,
- sağ el kuralı ile ters yönde ise pozitif alınacaklardır.

$[T]$ dönüştürme matrisi, çubuğun i ve j uç noktalarının sistem eksen takımındaki koordinatlarına bağlı olarak da belirlenebilmektedir, Harrison [24].

2.3. Akma Şartı ve Akma Vektörünün İncelenmesi

İdeal elastoplastik malzemeden yapılmış çubuklardan oluşan sistemlerde, bir kesitteki iç kuvvetler artarak akma şartının belirlediği sınır durumlara ulaştığında kesitin

taşıma kapasitesi sona erer ve iç kuvvetler doğrultusunda büyük şekildeğiştirmeler meydana gelir.

Uzay çubuk sistemlerde bir kesite ait iç kuvvetler altı tane olduğundan, ideal elastoplastik malzemeden yapıldığı kabul edilen bir uzay çubuk sisteme ait en genel akma şartı, bu iç kuvvetlere bağlı olarak

$$K(M_x, M_y, M_z, N, T_y, T_z) = 0 \quad (2.2)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Sistem özelliklerine veya yüklemenin şekline bağlı olarak, iç kuvvetlerden bazılarının, akma şartına etkileri terkedilebilir mertebede olabilir.

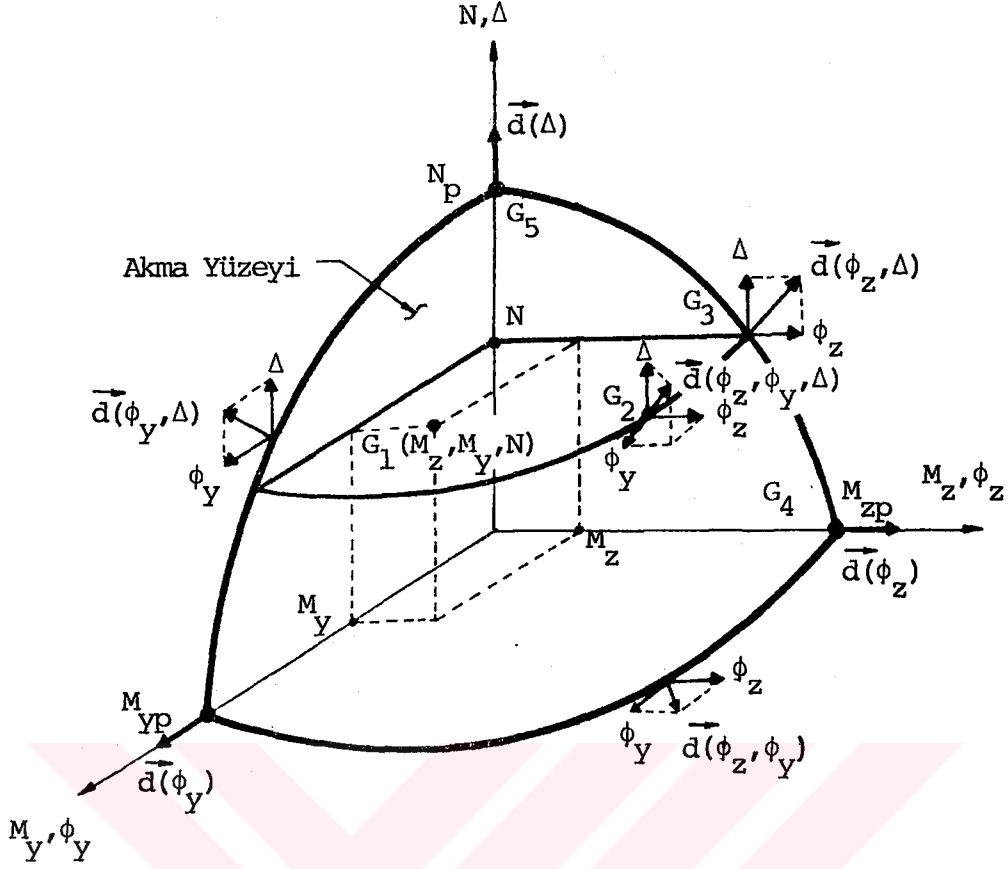
Örneğin, uygulamada çok kere karşılaşıldığı gibi, M_x burulma momentinin ve T_y, T_z kesme kuvvetlerinin akma şartına etkilerinin terkedilebildiği uzay çubuk sistemlerde herhangi bir kesite ait akma şartı,

$$K(M_z, M_y, N) = 0 \quad (2.2a)$$

şeklinde üç değişkenli bir fonksiyona indirgenmiş olur. Burada, M_z ve M_y sırasıyla z ve y çubuk eksenleri etrafındaki eğilme momentlerini, N normal kuvveti ve $K(M_z, M_y, N)$ ise çubuğun enkesit şekline ve malzeme karakteristiklerine bağlı olarak belirlenen lineer olmayan bir fonksiyonu göstermektedir.

(2.2a) bağıntısının belirlediği, üç boyutlu akma yüzeyinin, her üç iç kuvvetin de pozitif olduğu bölgeye ait kısmı Şekil 2.4 de şematik olarak gösterilmiştir.

Şekil 2.4 deki dik koordinat sisteminde bir iç kuvvet durumu $G(M_z, M_y, N)$ noktası ile temsil edilmektedir.



Şekil 2.4. Üç Boyutlu Akma Yüzeyi

Lineer olmayan şekildeğiştirmelerin plastikleşen kesitlerde toplandığı ve bu kesitlerin dışındaki bölgelerde sistemin lineer-elastik davrandığı kabul edildiğinden, akma yüzeyi içindeki bir iç kuvvet durumuna (G_1 noktası) ait şekildeğiştirmeler lineer-elastiktir. İç kuvvet durumu akma yüzeyi üzerinde ise (G_2 noktası) kesit plastikleşir ve iç kuvvetler doğrultusunda sonlu plastik şekildeğiştirmeler meydana gelebilir.

Değişen dış etkiler altında plastikleşen kesitteki iç kuvvet durumu da değişebilir ve bunun sonucunda G_2 noktası akma yüzeyinin üzerinde hareket eder veya yüzeyin içine doğru yönelir, fakat akma yüzeyinin dışına çıkamaz.

Plastikleşen bir kesitteki iç kuvvet durumunun akma yüzeyinin üzerinde kalma özelliği

$$dK = \frac{\partial K}{\partial M_z} dM_z + \frac{\partial K}{\partial M_y} dM_y + \frac{\partial K}{\partial N} dN = 0 \quad (2.3)$$

bağıntısı ile ifade edilir.

Plastikleşen kesitte toplandığı kabul edilen plastik şekildeğiştirmeler, $\vec{d}(\phi_z, \phi_y, \Delta)$ akma vektörü ile tanımlanır. Akma vektörüne ait ϕ_z, ϕ_y, Δ bileşenleri sırasıyla M_z, M_y eğilme momentleri ve N normal kuvvet doğrultularındaki sonlu plastik şekildeğiştirmeleri göstermektedirler.

İdeal elastoplastik malzemeden yapılmış sistemlerde $\vec{d}$ akma vektörünün akma yüzeyine dik olduğu bilinmektedir, Hodge [7], Çakıroğlu ve Özer [31]. Diklik özelliği nedeniyle akma vektörünün bileşenleri

$$\phi_z = \mu \frac{\partial K}{\partial M_z}, \quad \phi_y = \mu \frac{\partial K}{\partial M_y}, \quad \Delta = \mu \frac{\partial K}{\partial N} \quad (2.4)$$

şeklinde $K(M_z, M_y, N)$ fonksiyonuna bağlı olarak ifade edilebilirler. Burada $\mu, \vec{d}$ akma vektörünün şiddetini belirleyen bir katsayıyı göstermektedir.

(2.2a) da verilen akma şartındaki iç kuvvetlerden biri terkedilebilir mertebede veya sıfır olduğunda, akma şartı geriye kalan iki iç kuvvete bağlı olarak ifade edilir. Örneğin, M_y eğilme momentinin sıfır olduğu plastikleşen kesitlerdeki akma şartı

$$K(M_z, N) = 0 \quad (2.2b)$$

şeklindedir, (G_3 noktası). Benzer şekilde (2.2a) da verilen akma şartındaki iç kuvvetlerden ikisi terkedilebilir mertebede veya sıfır olduğunda, akma şartı geriye kalan tek iç kuvvet cinsinden yazılır. Bu duruma örnek olarak, M_y eğilme momentinin ve N normal kuvvetinin sıfır olduğu plastikleşen kesitlerdeki

$$K(M_z) = |M_z| - M_{zp} = 0 \quad (2.2c)$$

akma şartı verilebilir. Burada M_{zp} , z çubuk eksenine etrafında, kesitin elastoplastik olarak taşıyabileceği en büyük eğilme momentidir ve plastik moment adını alır. M_z eğilme momentinin M_{zp} değerine eşit olduğu kesitlerin (G_4 noktası) "plastik mafsallık" olarak tanımlandığı ve akma vektörünün yalnız ϕ_z plastik dönme bileşeninden oluştuğu bilinmektedir.

Eğilme momentlerinin sıfır olduğu kesitlerde ise (2.2a) akma şartı

$$K(N) = |N| - N_p = 0 \quad (2.2d)$$

şeklini alır. Burada N_p , kesitin elastoplastik olarak taşıyabileceği en büyük normal kuvveti göstermektedir. Normal kuvvetin N_p değerine eşit olduğu kesitlerde (G_5 noktası) yalnız Δ plastik boydeğişimleri meydana gelir.

İdeal elastoplastik malzemeden yapılmış kesitlerde (2.2a) akma şartı yaklaşık olarak

$$K(M_z, M_y, N) = A_1 \cdot M_z + A_2 \cdot M_y + A_3 \cdot N + B = 0 \quad (2.5)$$

şeklinde lineerleştirilebilir. Burada A_1 , A_2 , A_3 ve B katsayıları malzeme ve kesit karakteristiklerine bağlı olarak belirlenir.

Akma şartının (2.5) lineer bağıntısı ile idealleştirilmesi halinde, iç kuvvet durumunun akma yüzeyinin üzerinde kalması özelliği

$$\Delta K = A_1 \cdot \Delta M_z + A_2 \cdot \Delta M_y + A_3 \cdot \Delta N = 0 \quad (2.6)$$

şeklinde ifade edilir.

Ayrıca ϕ_z , ϕ_y ve Δ plastik şekildeğiştirmeleri için

$$\begin{aligned}\phi_z &= \mu \cdot A_1 \\ \phi_y &= \mu \cdot A_2 = \frac{A_2}{A_1} \cdot \phi_z \\ \Delta &= \mu \cdot A_3 = \frac{A_3}{A_1} \cdot \phi_z\end{aligned}\quad (2.7)$$

yazılabilir. Böylece akma vektörünün bileşenleri tek bir ϕ_z plastik şekildeğiştirmesine bağlı olarak ifade edilebilmektedir.

ϕ_z plastik şekildeğiştirmesinin birim değeri için yani $\mu A_1 = 1$ iken

$$\phi_z = 1, \quad \phi_y = \frac{A_2}{A_1}, \quad \Delta = \frac{A_3}{A_1} \quad (2.7a)$$

olmaktadır.

Akma yüzeyini meydana getiren akma düzlemlerinden bazıları M_z iç kuvvetinden bağımsız olabilir. Bu durumda plastik şekildeğiştirme bileşenleri

$$\phi_z = \mu A_1 = 0, \quad \phi_y = \mu A_2, \quad \Delta = \mu A_3 = \frac{A_3}{A_2} \phi_y \quad (2.7b)$$

şeklinde ifade edilebilir. Benzer şekilde burada da ϕ_y plastik şekildeğiştirmesinin birim değeri için yani $\mu A_2 = 1$ iken

$$\phi_z = 0, \quad \phi_y = 1, \quad \Delta = \frac{A_3}{A_2} \quad (2.7c)$$

olmaktadır.

M_z ve M_y eğilme momentlerinin sıfır olduğu; yani yalnız aksenal kuvvet etkisindeki kesitlerde plastik şekildeğiştirme bileşenleri

$$\phi_z = \mu A_1 = 0 \quad , \quad \phi_y = \mu A_2 = 0 \quad , \quad \Delta = \mu A_3 \quad (2.7d)$$

şeklinde ifade edilebilir. Δ plastik şekildeğiştirmesinin birim değeri için yani $\mu A_3 = 1$ iken

$$\phi_z = 0 \quad , \quad \phi_y = 0 \quad , \quad \Delta = 1 \quad (2.7e)$$

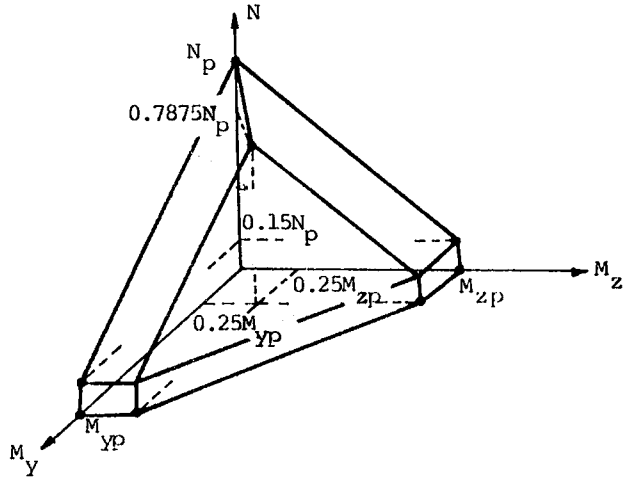
olmaktadır.

Bilindiği gibi akma şartları, malzeme özelliklerine ve kesit şekline bağlı olarak elde edilmektedir, Çakıroğlu ve Özer [31].

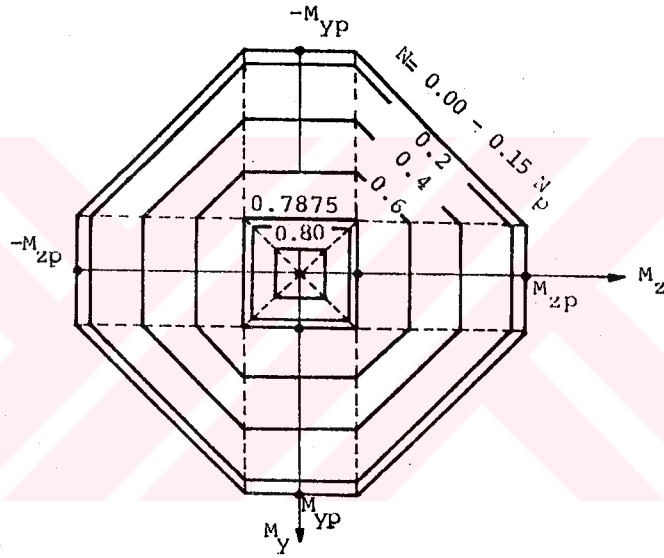
Bu çalışmada kutu ve benzeri kesitli uzay çubuklarda $K(M_z, M_y, N) = 0$ akma şartı ile elde edilen akma yüzeyinin (2.5) bağıntısına göre lineerleştirilmesi esasına dayanan yaklaşık akma düzlemleri önerilmektedir. Önerilen akma yüzeyi, bu yüzeyin M_y - M_z düzlemi üzerindeki izdüşümü ve N - M_y , N - M_z düzlemleri ile elde edilen kesitleri sırasıyla Şekil 2.5, Şekil 2.5a, Şekil 2.5b de gösterilmiştir.

Düzlem çubuk sistemlerde aynı tür kesitler için kullanılmakta olan lineerleştirilmiş akma eğrilerine benzer olarak, önerilen akma yüzeyinde de $|N| \leq 0.15 \times N_p$ bölgesinde normal kuvvetin akma şartına etkisi terkedilmektedir. Diğer taraftan Şekil 2.5a, da görüldüğü gibi $|N| \leq 0.80 \times N_p$ olduğu durumlarda ise $|M_y/M_{yp}| \leq 0.25$ için M_y 'nin, $|M_z/M_{zp}| \leq 0.25$ için M_z 'nin akma şartına etkisi terkedilebilmektedir.

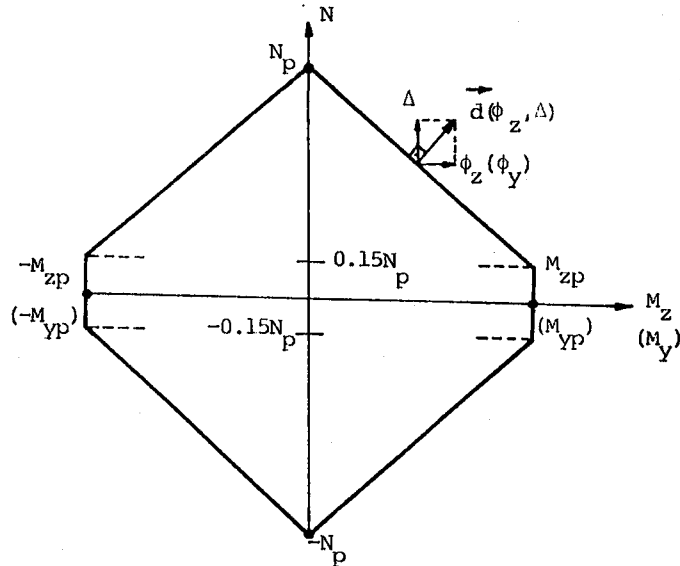
(2.5) bağıntısındaki A_1 , A_2 , A_3 ve B katsayılarının önerilen akma düzlemleri için aldıkları değerler ve sınır şartları Tablo 2.1 de verilmiştir.



Şekil 2.5. İdealleştirilmiş Akma Yüzeyi



Şekil 2.5a. Akma Yüzeyinin $(M_y - M_z)$ Düzlemi Üzerindeki İzdüşümü



Şekil 2.5b. Akma Yüzeyinin $(N - M_z)$, $(N - M_y)$ Düzlemleri İle Kesiti

Tablo 2.1 - $A_1 M_z + A_2 M_y + A_3 N + B = 0$ akma şartına ait sınır şartları ve katsayılar.

	SINIR ŞARTLARI			Ek şart	KATSAYILAR			
	M_z	M_y	N		A_1	A_2	A_3	B
1	$-0.25 M_{zp} \leq M_z \leq 0.25 M_{zp}$	$M_y = M_{yp}$	$-0.15 N_p \leq N \leq 0.15 N_p$	—	0	1	0	$-M_{yp}$
2	"	$M_y = -M_{yp}$	"	—				M_{yp}
3	$M_z = M_{zp}$	$-0.25 M_{yp} \leq M_y \leq 0.25 M_{yp}$	"	—	1	0	0	$-M_{zp}$
4	$M_z = -M_{zp}$	"	"	—				M_{zp}
5	$0.25 M_{zp} \leq M_z \leq M_{zp}$	$0.25 M_{yp} \leq M_y \leq M_{yp}$	"	—	1	$\frac{M_{zp}}{M_{yp}}$	0	$-1.25 M_{zp}$
6	$-M_{zp} \leq M_z \leq -0.25 M_{zp}$	$-M_{yp} \leq M_y \leq -0.25 M_{yp}$	"	—		$\frac{M_{zp}}{M_{yp}}$		$1.25 M_{zp}$
7	$0.25 M_{zp} \leq M_z \leq M_{zp}$	"	"	—	1	$\frac{M_{zp}}{M_{yp}}$	0	$-1.25 M_{zp}$
8	$-M_{zp} \leq M_z \leq -0.25 M_{zp}$	$0.25 M_{yp} \leq M_y \leq M_{yp}$	"	—		$\frac{M_{zp}}{M_{yp}}$		$1.25 M_{zp}$

Tablo 2.1 - $A_1 M_z + A_2 M_y + A_3 N + B = 0$ akma şartına ait sınır şartları ve katsayılar. (devam)

SINIR ŞARTLARI					KATSAYILAR			
	M_z	M_y	N	Ek şart	A_1	A_2	A_3	B
9	$-0.25 M_{zp} \leq M_z \leq 0.25 M_{zp}$	$0.25 M_{yp} \leq M_y \leq M_{yp}$	$0.15 N_p \leq N \leq 0.7875 N_p$	—	0	1	M_{yp} $0.85 N_p$	M_{yp} 0.85
	"	$0 \leq M_y \leq 0.25 M_{yp}$	$0.7875 N_p \leq N \leq N_p$	$ M_z/M_{zp} \leq M_y/M_{yp} $				M_{yp} 0.85
10	"	$-M_{yp} \leq M_y \leq -0.25 M_{yp}$	$-0.7875 N_p \leq N \leq -0.15 N_p$	—	0	1	M_{yp} $0.85 N_p$	M_{yp} 0.85
	"	$-0.25 M_{yp} \leq M_y \leq 0$	$-N_p \leq N \leq -0.7875 N_p$	$ M_z/M_{zp} \leq M_y/M_{yp} $				M_{yp} 0.85
11	"	$0.25 M_{yp} \leq M_y \leq M_{yp}$	$-0.7875 N_p \leq N \leq -0.15 N_p$	—	0	1	M_{yp} $0.85 N_p$	M_{yp} 0.85
	"	$0 \leq M_y \leq 0.25 M_{yp}$	$-N_p \leq N \leq -0.7875 N_p$	$ M_z/M_{zp} \leq M_y/M_{yp} $				M_{yp} 0.85
12	"	$-M_{yp} \leq M_y \leq -0.25 M_{yp}$	$0.15 N_p \leq N \leq 0.7875 N_p$	—	0	1	M_{yp} $0.85 N_p$	M_{yp} 0.85
	"	$-0.25 M_{yp} \leq M_y \leq 0$	$0.7875 N_p \leq N \leq N_p$	$ M_z/M_{zp} \leq M_y/M_{yp} $				M_{yp} 0.85
13	$0.25 M_{zp} \leq M_z \leq M_{zp}$	$-0.25 M_{yp} \leq M_y \leq 0.25 M_{yp}$	$0.15 N_p \leq N \leq 0.7875 N_p$	—	1	0	M_{zp} $0.85 N_p$	M_{zp} 0.85
	$0 \leq M_z \leq 0.25 M_{zp}$	"	$0.7875 N_p \leq N \leq N_p$	$ M_y/M_{yp} \leq M_z/M_{zp} $				M_{zp} 0.85
14	$-M_{zp} \leq M_z \leq -0.25 M_{zp}$	"	$-0.7875 N_p \leq N \leq -0.15 N_p$	—	1	0	M_{zp} $0.85 N_p$	M_{zp} 0.85
	$-0.25 M_{zp} \leq M_z \leq 0$	"	$-N_p \leq N \leq -0.7875 N_p$	$ M_y/M_{yp} \leq M_z/M_{zp} $				M_{zp} 0.85

Tablo 2.1 - $A_1 M_1 + A_2 M_2 + A_3 M_3 + N + B = 0$ akma şartına ait sınır şartları ve katsayılar. (devam)

	SINIR ŞARTLARI			Ek şart	KATSAYILAR			
	M_z	M_y	N		A_1	A_2	A_3	B
15	$0.25 M_{zp} \leq M_z \leq M_{zp}$	$-0.25 M_{yp} \leq M_y \leq 0.25 M_{yp}$	$-0.7875 N_p \leq N \leq -0.15 N_p$	—	1	0	$-\frac{M_{zp}}{0.85 N_p}$	$-\frac{M_{zp}}{0.85}$
	$0 \leq M_z \leq 0.25 M_{zp}$	"	$-N_p \leq N \leq -0.7875 N_p$	$ M_y/M_{yp} \leq M_z/M_{zp} $				
16	$-M_{zp} \leq M_z \leq -0.25 M_{zp}$	"	$0.15 N_p \leq N \leq 0.7875 N_p$	—				$\frac{M_{zp}}{0.85}$
	$-0.25 M_{zp} \leq M_z \leq 0$	"	$0.7875 N_p \leq N \leq N_p$	$ M_y/M_{yp} \leq M_z/M_{zp} $				
17	$0.25 M_{zp} \leq M_z \leq M_{zp}$	$0.25 M_{yp} \leq M_y \leq M_{yp}$	$0.15 N_p \leq N \leq 0.7875 N_p$	—	1	$\frac{M_{zp}}{M_{yp}}$	$\frac{M_{zp}}{0.85 N_p}$	$-1.4265 M_{zp}$
18	$-M_{zp} \leq M_z \leq -0.25 M_{zp}$	$-M_{yp} \leq M_y \leq -0.25 M_{yp}$	$-0.7875 N_p \leq N \leq -0.15 N_p$	—	1	$\frac{M_{zp}}{M_{yp}}$	$-\frac{M_{zp}}{0.85 N_p}$	$1.4265 M_{zp}$
19	$0.25 M_{zp} \leq M_z \leq M_{zp}$	$0.25 M_{yp} \leq M_y \leq M_{yp}$	$-0.7875 N_p \leq N \leq -0.15 N_p$	—				$-1.4265 M_{zp}$
20	$-M_{zp} \leq M_z \leq -0.25 M_{zp}$	$-M_{yp} \leq M_y \leq -0.25 M_{yp}$	$0.15 N_p \leq N \leq 0.7875 N_p$	—	1	$\frac{M_{zp}}{M_{yp}}$	$\frac{M_{zp}}{0.85 N_p}$	$1.4265 M_{zp}$
21	$0.25 M_{zp} \leq M_z \leq M_{zp}$	$-M_{yp} \leq M_y \leq -0.25 M_{yp}$	$0.15 N_p \leq N \leq 0.7875 N_p$	—				$-1.4265 M_{zp}$
22	$-M_{zp} \leq M_z \leq -0.25 M_{zp}$	$0.25 M_{yp} \leq M_y \leq M_{yp}$	$-0.7875 N_p \leq N \leq -0.15 N_p$	—	1	$-\frac{M_{zp}}{M_{yp}}$	$\frac{M_{zp}}{0.85 N_p}$	$1.4265 M_{zp}$
23	$0.25 M_{zp} \leq M_z \leq M_{zp}$	$-M_{yp} \leq M_y \leq -0.25 M_{yp}$	$-0.7875 N_p \leq N \leq -0.15 N_p$	—	1	$\frac{M_{zp}}{M_{yp}}$	$-\frac{M_{zp}}{0.85 N_p}$	$-1.4265 M_{zp}$
24	$-M_{zp} \leq M_z \leq -0.25 M_{zp}$	$0.25 M_{yp} \leq M_y \leq M_{yp}$	$0.15 N_p \leq N \leq 0.7875 N_p$	—	1	$-\frac{M_{zp}}{M_{yp}}$	$\frac{M_{zp}}{0.85 N_p}$	$1.4265 M_{zp}$
25	$M_z = 0$	$M_y = 0$	$N = N_p$	—	0	0	1	$-N_p$
26	$M_z = 0$	$M_y = 0$	$N = -N_p$	—				N_p

2.4. Çubuk Rijitlik Matrisleri ve İkinci Mertebe Etkileri

Çubuk eksen takımındaki $[K]$ çubuk rijitlik matrisi, i ve j uçlarına ait 6×6 boyutundaki $[k]_{ii}$, $[k]_{ij}$, $[k]_{ji}$, $[k]_{jj}$ matrislerinin

$$[K] = \begin{bmatrix} [k]_{ii} & [k]_{ij} \\ [k]_{ji} & [k]_{jj} \end{bmatrix}_{12 \times 12} \quad (2.8)$$

şeklinde bir araya gelmesinden oluşmaktadır, Çakıroğlu, Özden ve Özmen [1]. Buradaki $[k]_{ii}$, $[k]_{ij}$, $[k]_{ji}$, $[k]_{jj}$ alt matrislerinin elemanlarının numaralanması (2.9) da görüldüğü gibidir.

$$[k]_{ii} = \begin{bmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} & k_{1,3} & k_{1,4} & k_{1,5} & k_{1,6} \\ k_{2,1} & k_{2,2} & k_{2,3} & k_{2,4} & k_{2,5} & k_{2,6} \\ k_{3,1} & k_{3,2} & k_{3,3} & k_{3,4} & k_{3,5} & k_{3,6} \\ k_{4,1} & k_{4,2} & k_{4,3} & k_{4,4} & k_{4,5} & k_{4,6} \\ k_{5,1} & k_{5,2} & k_{5,3} & k_{5,4} & k_{5,5} & k_{5,6} \\ k_{6,1} & k_{6,2} & k_{6,3} & k_{6,4} & k_{6,5} & k_{6,6} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$[k]_{ij} = \begin{bmatrix} k_{1,7} & k_{1,8} & k_{1,9} & k_{1,10} & k_{1,11} & k_{1,12} \\ k_{2,7} & k_{2,8} & k_{2,9} & k_{2,10} & k_{2,11} & k_{2,12} \\ k_{3,7} & k_{3,8} & k_{3,9} & k_{3,10} & k_{3,11} & k_{3,12} \\ k_{4,7} & k_{4,8} & k_{4,9} & k_{4,10} & k_{4,11} & k_{4,12} \\ k_{5,7} & k_{5,8} & k_{5,9} & k_{5,10} & k_{5,11} & k_{5,12} \\ k_{6,7} & k_{6,8} & k_{6,9} & k_{6,10} & k_{6,11} & k_{6,12} \end{bmatrix}$$

$$[k]_{ji} = \begin{bmatrix} k_{7,1} & k_{7,2} & k_{7,3} & k_{7,4} & k_{7,5} & k_{7,6} \\ k_{8,1} & k_{8,2} & k_{8,3} & k_{8,4} & k_{8,5} & k_{8,6} \\ k_{9,1} & k_{9,2} & k_{9,3} & k_{9,4} & k_{9,5} & k_{9,6} \\ k_{10,1} & k_{10,2} & k_{10,3} & k_{10,4} & k_{10,5} & k_{10,6} \\ k_{11,1} & k_{11,2} & k_{11,3} & k_{11,4} & k_{11,5} & k_{11,6} \\ k_{12,1} & k_{12,2} & k_{12,3} & k_{12,4} & k_{12,5} & k_{12,6} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$[k]_{jj} = \begin{bmatrix} k_{7,7} & k_{7,8} & k_{7,9} & k_{7,10} & k_{7,11} & k_{7,12} \\ k_{8,7} & k_{8,8} & k_{8,9} & k_{8,10} & k_{8,11} & k_{8,12} \\ k_{9,7} & k_{9,8} & k_{9,9} & k_{9,10} & k_{9,11} & k_{9,12} \\ k_{10,7} & k_{10,8} & k_{10,9} & k_{10,10} & k_{10,11} & k_{10,12} \\ k_{11,7} & k_{11,8} & k_{11,9} & k_{11,10} & k_{11,11} & k_{11,12} \\ k_{12,7} & k_{12,8} & k_{12,9} & k_{12,10} & k_{12,11} & k_{12,12} \end{bmatrix}$$

Bilindiği gibi $[K]$ matrisinin $k_{m,n}$ elemanı, $D_n = 1$ yerdeğiştirmesinden dolayı P_m uç kuvvetinin değerini vermektedir. Buradaki D_n uç deplasmanları ve P_m uç kuvvetleri Bölüm 2.2.1 de tanımlanmıştır.

Betti karşılıklık teoremi uyarınca $[K]$ matrisinin elemanları arasında

$$[k]_{ii} = [k]_{ii}^T, \quad [k]_{jj} = [k]_{jj}^T, \quad [k]_{ji} = [k]_{ij}^T$$

özellikleri bulunmaktadır.

Doğru eksenli, prizmatik uzay çubuklarda birinci mertebe teorisine ait çubuk rijitlik matrisleri (2.9a) da verilmiştir, Çakıroğlu, Özden ve Özmen [1].

$$[k]_{ii} = \begin{bmatrix} \frac{EF}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6 EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12 EI_y}{L^3} & 0 & -\frac{6 EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_X}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6 EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4 EI_y}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6 EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4 EI_z}{L} \end{bmatrix}$$

$$[k]_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{EF}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12 EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6 EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12 EI_y}{L^3} & 0 & -\frac{6 EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_X}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6 EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2 EI_y}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{6 EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2 EI_z}{L} \end{bmatrix}$$

$$[k]_{ji} = [k]_{ij}^T \quad (2.9a)$$

$$[k]_{jj} = \begin{bmatrix} \frac{EF}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6 EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12 EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6 EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_X}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6 EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4 EI_y}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{6 EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4 EI_z}{L} \end{bmatrix}$$

Burada E elastisite modülünü, G

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

kayma modülünü, L çubuk boyunu, F çubuk enkesit alanını, I_z ve I_y sırasıyla z ve y çubuk eksenleri etrafındaki enkesit atalet momentlerini, I_x burulma atalet momentini göstermektedir.

Geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisinin gözönüne alınması halinde, uzay çubuk sistemlerde oluşan ikinci mertebe etkilerinin tümü, Çakıroğlu, Özden ve Özmen [2] de açıklanmıştır. Bu çalışmada, Bölüm 2.1 deki kabullerde belirtildiği gibi, burulma doğrultusundaki yerdeğiştirmelerden oluşan ikinci mertebe etkileri ile çubuk enkesitindeki bölgesel ikinci mertebe etkileri terkedilmektedir. Buna göre, ikinci mertebe teorisine ait çubuk rijitlik matrislerinin tayininde yalnız çubuğun asal düzlemleri içindeki yerdeğiştirmelere ait ikinci mertebe etkileri gözönüne alınmaktadır.

Doğru eksenli prizmatik uzay çubuklarda, bu kabuller altında elde edilen ikinci mertebe çubuk rijitlik matrisleri (2.9b) de gösterilmiştir.

$$[k]_{ii} = \begin{bmatrix} \frac{EF}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_z & 0 & 0 & 0 & \frac{b_{z1,1} + b_{z1,2}}{L} \\ 0 & 0 & a_y & 0 & -(\frac{b_{y1,1} + b_{y1,2}}{L}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(\frac{b_{y1,1} + b_{y1,2}}{L}) & 0 & b_{y1,1} & 0 \\ 0 & \frac{b_{z1,1} + b_{z1,2}}{L} & 0 & 0 & 0 & b_{z1,1} \end{bmatrix} \quad (2.9b)$$

$$[k]_{ij} = \begin{bmatrix} -\frac{EF}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a_z & 0 & 0 & 0 & \frac{b_{z1,1}+b_{z1,2}}{L} \\ 0 & 0 & -a_y & 0 & -(\frac{b_{y1,1}+b_{y1,2}}{L}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_X}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{b_{y1,1}+b_{y1,2}}{L} & 0 & b_{y1,2} & 0 \\ 0 & -(\frac{b_{z1,1}+b_{z1,2}}{L}) & 0 & 0 & 0 & b_{z1,2} \end{bmatrix}$$

$$[k]_{ji} = [k]_{ij}^T \quad (2.9b)$$

$$[k]_{jj} = \begin{bmatrix} \frac{EF}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_z & 0 & 0 & 0 & -(\frac{b_{z1,1}+b_{z1,2}}{L}) \\ 0 & 0 & a_y & 0 & \frac{b_{y1,1}+b_{y1,2}}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_X}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{b_{y1,1}+b_{y1,2}}{L} & 0 & b_{y2,2} & 0 \\ 0 & -(\frac{b_{z1,1}+b_{z1,2}}{L}) & 0 & 0 & 0 & b_{z2,2} \end{bmatrix}$$

Bu matrislerdeki terimlerin Çakıroğlu, Özden, Özmen [1] ve Jonatowski, Birnstiel [38] tarafından verilen açık ifadeleri

$$\psi_Y = L \sqrt{\frac{|N|}{EI_Y}}, \quad \psi_Z = L \sqrt{\frac{|N|}{EI_Z}}$$

büyükliklerine bağlı olarak aşağıda görülmektedirler. Burada N , basınç olan normal kuvveti göstermektedir.

$$b_{Y1,1} = b_{Y2,2} = \frac{EI_Y}{L} \cdot \frac{\psi_Y \cdot \sin \psi_Y - \psi_Y^2 \cdot \cos \psi_Y}{2(1 - \cos \psi_Y) - \psi_Y \cdot \sin \psi_Y} \quad (2.10a)$$

$$b_{Y1,2} = \frac{EI_Y}{L} \cdot \frac{\psi_Y^2 - \psi_Y \cdot \sin \psi_Y}{2(1 - \cos \psi_Y) - \psi_Y \cdot \sin \psi_Y} \quad (2.11a)$$

$$b_{Z1,1} = b_{Z2,2} = \frac{EI_Z}{L} \cdot \frac{\psi_Z \cdot \sin \psi_Z - \psi_Z^2 \cdot \cos \psi_Z}{2(1 - \cos \psi_Z) - \psi_Z \cdot \sin \psi_Z} \quad (2.10b)$$

$$b_{Z1,2} = \frac{EI_Z}{L} \cdot \frac{\psi_Z^2 - \psi_Z \cdot \sin \psi_Z}{2(1 - \cos \psi_Z) - \psi_Z \cdot \sin \psi_Z} \quad (2.11b)$$

$$a_Y = \frac{2(b_{Y1,1} + b_{Y1,2})}{L^2} - \frac{EI_Y \cdot \psi_Y^2}{L^3} \quad (2.12a)$$

$$a_Z = \frac{2(b_{Z1,1} + b_{Z1,2})}{L^2} - \frac{EI_Z \cdot \psi_Z^2}{L^3} \quad (2.12b)$$

Sistem eksen takımındaki

$$[K]_x = \begin{bmatrix} [k]_{ixix} & [k]_{ixjx} \\ [k]_{jxix} & [k]_{jxjx} \end{bmatrix}_{12 \times 12} \quad (2.13)$$

çubuk rijitlik matrislerinin elemanları ise (2.13a) dönüş-
türme ifadeleri ile elde edilirler.

$$\begin{aligned} [k]_{ixix} &= [T] \cdot [k]_{ii} \cdot [T]^T, & [k]_{ixjx} &= [T] \cdot [k]_{ij} \cdot [T]^T \\ [k]_{jxix} &= [T] \cdot [k]_{ji} \cdot [T]^T, & [k]_{jxjx} &= [T] \cdot [k]_{jj} \cdot [T]^T \end{aligned} \quad (2.13a)$$

Çubuk eksen takımındaki rijitlik matrisleri arasında bulunan özellikler, sistem eksen takımındaki matrisler için de aynen geçerlidir.

Buna göre,

$$[k]_{ixix} = [k]_{ixix}^T, \quad [k]_{jxjx} = [k]_{jxjx}^T, \quad [k]_{jxix} = [k]_{ixjx}^T$$

olmaktadır.

ij çubuğunun uçlarının bazı doğrultularda serbestçe yerdeğiştirme yapması halinde bu tür çubuklar için Çakıroğlu, Özden ve Özmen [1] tarafından verilen genel yol aynen uygulanarak, bu özel duruma ait $[k]_{ii}$, $[k]_{ij}$, $[k]_{ji}$ ve $[k]_{jj}$ özel rijitlik matrisleri elde edilebilir.

2.5. Yöntemin Esasları

Bu çalışmada uzay çubuk sistemlerde ikinci mertebe limit yükün hesabı ve göçme güvenliğinin belirlenmesi amacıyla bir yük artımı yöntemi geliştirilmiştir. Aşağıda bu yöntemin dayandığı esaslar hakkında bilgi verilecektir.

Bölüm 2.1 de belirtildiği gibi, plastikleşen kesitlerdeki lineer olmayan şekildeğiştirmelerin belirli noktalarda toplandığı kabul edilmektedir.

Bu kabulün geçerli olduğu uzay çubuk sistemlerin ikinci mertebe teorisine göre hesabında karşılaşılan ve çözümlenmesi gereken durumlar şunlardır:

a- Geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisinden dolayı süperpozisyon prensibi geçerli değildir. Bu nedenle her plastikleşen kesitin meydana geldiği yük parametresi ardışık yaklaşım ile hesaplanabilmekte veya yüklere çok küçük artımlar vererek hesap yapılması gerekmektedir.

b- Her plastikleşen kesitin oluşumundan sonra, o kesitte, tek bir plastik şekildeğiştirme bileşenine bağlı olarak ifade edilebilen, sonlu plastik şekildeğiştirmeler meydana gelmekte ve bu nedenle rijitliği değişen sistemin

dış etkiler altındaki davranışı da değişmektedir. Bu durumda, yeni sisteme ait denklem takımının yeniden kurulması ve çözümü gerekmektedir. Bu ise, ikinci mertebe limit yükten önce meydana gelen plastikleşen kesitlerin sayısına bağlı olarak hesapların ve hesap süresinin uzamasına neden olmaktadır.

c- Bileşik iç kuvvet durumunun gözönüne alınması halinde, artan yüklerle birlikte plastikleşen kesitlerdeki iç kuvvetler de sürekli olarak değişmektedir. Bu durumda plastikleşen kesitlerdeki iç kuvvet durumunun her yük artımı için yeniden, ardışık yaklaşımla belirlenmesi gerekmektedir.

Bilindiği gibi lineer olmayan teoriye dayanan hesap yöntemlerinden, yapı sistemlerinin göçme yükü esasına göre boyutlandırılmalarında ve boyutlandırılan yapıların göçme güvenliklerinin belirlenmesinde faydalanılmaktadır.

Boyutlandırılan bir yapı sisteminin göçme güvenliği iki şekilde belirlenebilir.

a- Orantılı olarak artan düşey ve yatay yük grupları için ortak bir göçme güvenlik katsayısı tayin edilir.

b- Düşey yük grubu için öngörülen belirli bir güvenlik katsayısı altında, yapının yatay yük grubuna ait göçme güvenlik katsayısı hesaplanır.

Önemli bir bölümünü yapı ağırlığının teşkil ettiği düşey yüklerin daha az değişim göstermesi, buna karşılık genellikle rüzgar ve deprem etkilerini temsil eden yatay yüklerin değişme olasılığının daha çok olması gözönünde tutularak, bu çalışmada ikinci yol uygulanmıştır. Buna göre düşey yükler, bu yükler için öngörülen bir güvenlik katsayısı ile çarpılarak sisteme etkitildikten sonra, aralarındaki oran sabit kalacak şekilde artan yatay yükler için sistem hesaplanarak ikinci mertebe limit yüke ait

yatay yük parametresi ve göçme güvenlik katsayısı belirlenmektedir.

Sisteme etkiyen düşey yüklerin belirli bir değeri için, büyük ölçüde denge denklemlerine bağlı olan normal kuvvetler başlangıçta kolaylıkla tahmin edilebilir. Böylece, çubuklara ait rijitlik (birim deplasman) ve yükleme matrislerinin elemanlarını çubukların normal kuvvetlerine bağlı olarak ikinci merteye teorisinden almak suretiyle süperpozisyon yapılabilmekte ve her plastikleşen kesitin meydana geldiği yük parametresinin hesabı için ardışık yaklaşım yapılmasına gerek kalmamaktadır.

Geliştirilen yük artımı yönteminde, hesap sonucunda bulunan normal kuvvetlerin, başlangıçta tahmin edilen değerlerden çok farklı olduğu ve bu farkın sonuçları önemli oranda etkilemesinin beklediği durumlarda, sonuç normal kuvvetlere göre hesap tekrarlanabilir. Ancak aşağıda açıklandığı gibi, çok kere hesabın tekrarına gerek kalmamaktadır.

Yapı yüksekliğinin kat yüksekliğine oranının büyük olduğu çok katlı yapılarda ikinci mertebe etkilerinin çok önemli bir bölümü kat kolonlarındaki normal kuvvetlerin toplamı ile orantılıdır. Buradan da kolayca görülebileceği gibi kat kolonlarındaki normal kuvvetlerin hesabın başında tahmin edilen değerlerden çok farklı olması durumunda dahi, bunların toplamı sabit kaldığı sürece ikinci mertebe etkilerindeki fark terkedilebilecek mertebededir, Özer [3], Johnston [46].

Artan yükler altında plastikleşen kesitlerdeki iç kuvvetler akma şartlarını sağlayacak şekilde değişebilmekte, buna karşılık iç kuvvetler doğrultularında sonlu plastik şekil değiştirme bileşenleri meydana gelmektedir. Plastikleşen bir kesitteki sonlu plastik şekil değiştirme bileşenleri, akma vektörünün akma yüzeyine dik olması özelliği nedeniyle, tek bir plastik şekil değiştirme bileşenine bağlı olarak ifade edilebilmektedir, Çakıroğlu ve Özer [31].

Geliştirilen yük artımı yönteminde her plastikleşen kesitin oluşumundan sonra o kesitteki, seçilen bağımsız plastik şekil değiştirme bileşeninin, bilinmeyen olarak alınması ve bu kesitteki iç kuvvet durumunun akma yüzeyi üzerinde kaldığını ifade eden yeni bir denklemin, denklem takımına ilave edilmesi öngörülmektedir, Özer [36]. Ayrıca, akma yüzeyinin düzlemlerden oluşacak şekilde idealleştirilmesi suretiyle ilave edilen denklemin lineer olması sağlanabilmektedir.

Plastikleşen kesitlerdeki plastik şekil değiştirme-ler esasen bilinmeyen olarak dikkate alındıklarından, bunların ayrıca hesaplanmasına gerek kalmaması, geliştirilen yük artımı yönteminin sağladığı üstünlüklerden biridir.

Diğer taraftan, denklem takımına ilave edilen ve plastikleşen kesitlerdeki iç kuvvet durumunun akma yüzeyi üzerinde kaldığını ifade eden denklemler yardımı ile bu kesitlerdeki iç kuvvetlerin değişimi de doğrudan doğruya belirlenebilmektedir.

Görüldüğü gibi esasları yukarıda açıklanan yük artımı yöntemi ile malzeme ve geometri değişimleri bakımından lineer olmayan uzay çubuk sistemlerin ikinci mertebe limit yüklerinin hesabı ve yük parametresi-yerdeğiştirme bağıntılarının tayini, plastik şekil değiştirme bileşenlerini de içeren tek bir genişletilmiş denklem sisteminin kurulmasına ve bu denklem sistemi ile alt sistemlerinin çözümüne indirgenmiş olmaktadır.

Artan yükler etkisindeki sistemlerde çok karşılaşılmamakla birlikte, plastikleşen kesitlerdeki iç kuvvet durumunun yön değiştirerek akma yüzeyinin iç bölgesine yönelmesi halinde de yöntemin genel esasları çerçevesinde çözüm getirilmektedir. Bu özel durumda yapılacak işlem, söz konusu kesitte ilave bir bilinmeyen daha tanımlamak ve bunun önceki bilinmeyene eksi işaret ile eşit olduğunu ifade

eden yeni bir denklemi, denklem takımına ilave etmekten ibarettir.

Plastikleşen kesitlerdeki iç kuvvet durumlarının akma düzlemleri üzerinde bölge değiştirmesi özel hali de benzer şekilde ele alınabilmektedir.

Sistemde yalnız normal kuvvet etkisinde olan çubukların da bulunması durumunda, ayrıca özel bir işleme gerek kalmadan hesap yapılabilir. Çünkü bu tür çubuklarda yalnız aksenal doğrultuda plastik şekildeğiştirmeler meydana gelmekte ve bunların bilinmeyen olarak alınması yeterli olmaktadır.

Geliştirilen yük artımı yöntemi ile, aynı zamanda, orantılı olarak artan düşey ve yatay yükler etkisindeki uzay çubuk sistemlerin ikinci mertebe limit yüklerinin hesabı ve yük parametresi-yerdeğiştirme bağıntılarının tayini de mümkün olmaktadır. Bunun için yapılması gereken işlem, ileride açıklanacağı gibi, çeşitli düşey yük parametreleri için sistemin hesabından ibarettir.

Yukarıda esasları verilen yük artımı yönteminin ayrıntıları ve uygulanması ilerideki bölümlerde açıklanmıştır.

2.6. Herhangi Bir Yük Artımı İçin Sistemin Hesabı

Uzay çubuk sistemlerde ikinci mertebe limit yükün hesabı için geliştirilen yük artımı yönteminde, herhangi bir plastikleşen kesitin meydana gelmesinden sonra bu kesitteki sonlu lineer olmayan şekildeğiştirmelere karşı gelen yeni bir bilinmeyen ile aynı kesitteki iç kuvvet durumunun akma yüzeyi üzerinde kaldığını ifade eden yeni bir denklem,

bir önceki yük artımına ait denklem takımına ilave edilmektedir. Böylece yeni yük artımına ait genişletilmiş denklem takımı elde edilmiş olur.

Aşağıdaki bölümlerde ilk olarak, üzerinde plastikleşen kesitler bulunan bir uzay çubuk sisteme ait denklem takımının nasıl elde edileceği açıklanacaktır.

2.6.1. Denklem Takımının Oluşturulması

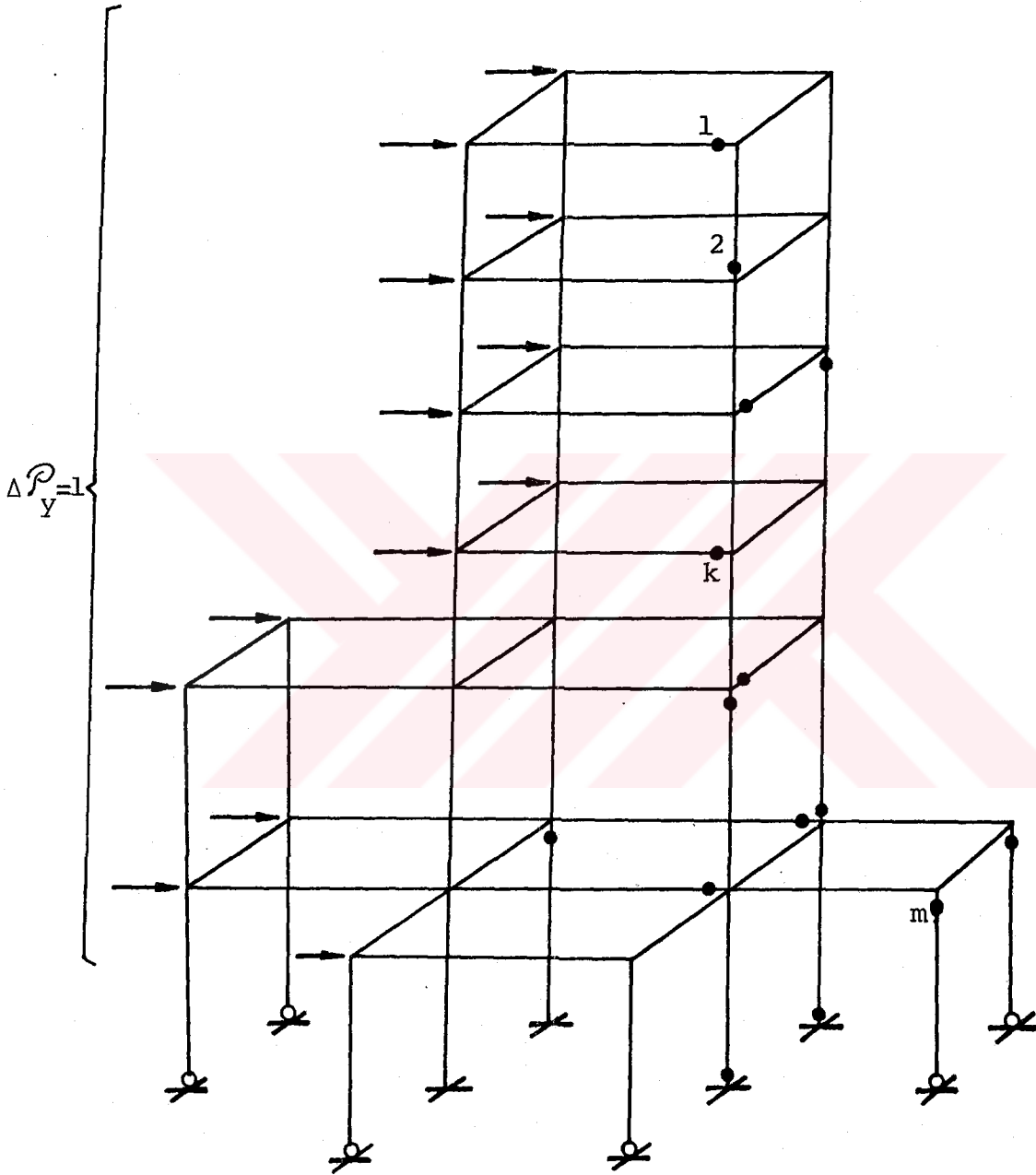
Denklem takımının en genel şekilde incelenebilmesi için üzerindeki $1, 2, \dots, k, \dots, m$ noktalarında plastikleşen kesitler bulunan bir uzay çubuk sistem ve $\Delta P_y = 1$ yük artımına ait dış yükler gözönüne alınmıştır, Şekil 2.6.

Sistemin hesabı için Direkt Matris Deplasman yönteminden yararlanılacaktır, Çakıroğlu, Özden ve Özmen [1], [2].

Üzerinde plastikleşen kesitler bulunan bir uzay çubuk sistemin, deplasman yöntemi ile hesabındaki bilinmeyenler iki grupta toplanabilir.

a- Her düğüm noktasında üçü açısall ve üçü doğrusal olmak üzere, n adet düğüm noktasındaki toplam $6n$ sayıdaki yerdeğiştirme bileşenlerinden oluşan bilinmeyenler.

b- Bölüm 2.3 te açıklandığı şekilde, bir plastikleşen kesitteki plastik şekildeğiştirme bileşenleri tek bir plastik şekildeğiştirme bileşenine bağlı olarak ifade edilebildiğinden, üzerinde m adet plastikleşen kesit bulunan sistemdeki m sayıdaki sonlu plastik şekildeğiştirme bileşenlerinden oluşan bilinmeyenler.



Şekil 2.6. Plastikleşen Kesitleri Bulunan Bir Uzay Çubuk Sistemde $\Delta P_Y = 1$ Yükleme

Yukarıda tanımlanan bilinmeyenleri tayin etmek için kullanılan denklemler de iki grupta toplanabilir.

a- düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri doğrultularında ve onlara eşit sayıdaki moment ve izdüşüm denge denklemleri.

b- plastikleşen kesitlerdeki iç kuvvet durumlarının akma yüzeyi üzerinde kaldığını ifade eden, m sayıdaki (2.5) akma şartları.

Görüldüğü gibi, sisteme ait denklem sayısı bilinmeyen sayısına eşit olduğundan, düğüm noktalarına ait yerdeğiştirmelerin ve plastikleşen kesitlerdeki sonlu plastik şekildeğiştirmelerin tümü bu denklem takımının çözümünden hesaplanabilir.

2.6.1.1. Denge Denklemleri

Sistemin düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri doğrultularında yazılan moment ve izdüşüm denge denklemlerinin matris gösterimi

$$[S_{dd}] [d] + [S_{d\phi}] [\phi] + [P_o] = [q] \quad (2.14)$$

şeklindedir. Bu matrislerin tanımları ve nasıl elde edilecekleri aşağıda açıklanmıştır.

$[d]$: Düğüm noktalarının bilinmeyen yerdeğiştirme bileşenlerinden oluşan bir kolon matristir. Bu matris n sayıdaki $[d]_{ix}$ alt matrislerinin

$$[d] = \begin{bmatrix} [d]_{1x} \\ \vdots \\ [d]_{ix} \\ \vdots \\ [d]_{nx} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

şeklinde alt alta yazılması ile elde edilmektedir. i düğüm noktasında, sistem eksen takımındaki bilinmeyen yerdeğiştirme bileşenlerinden oluşan $[d]_{ix}$ matrisinin elemanları Bölüm 2.2.2 de tanımlanmıştır.

$[S_{dd}]$: Üzerinde plastikleşen kesitler oluşmamış sisteme ait $6n \times 6n$ boyutundaki rijitlik matrisidir.

$[S_{dd}]$ matrisinin β sayılı kolonu, düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenlerinden β sırasındaki bir, diğerleri sıfır iken düğüm noktalarına etkiyen dış kuvvetlerden meydana gelmektedir. Diğer bir deyişle, rijitlik matrisinin $(S_{dd})_{\alpha, \beta}$ elemanı, sistemdeki düğüm noktalarının β sayılı yerdeğiştirme bileşeni bir, diğer yerdeğiştirmeler sıfır iken α sayılı yerdeğiştirme bileşeni doğrultusundaki dış kuvvete eşittir.

Betti karşılıklık teoremine göre,

$$(S_{dd})_{\alpha, \beta} = (S_{dd})_{\beta, \alpha}$$

olduğundan $[S_{dd}]$ rijitlik matrisi esas köşegenine göre simetriktir, Çakıroğlu, Özden ve Özmen [1].

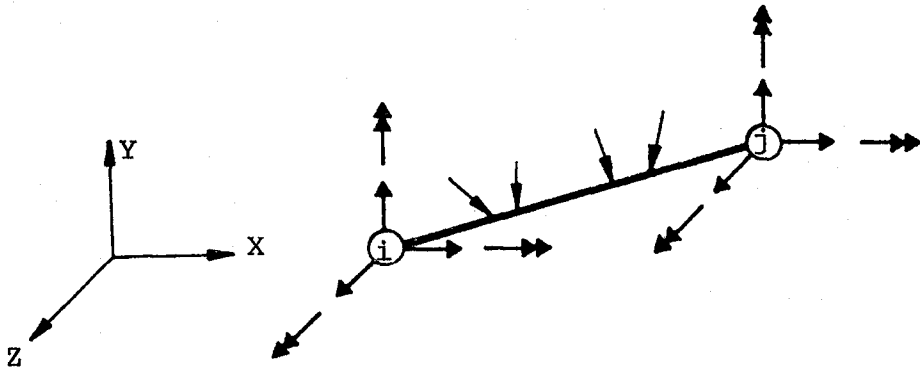
$[S_{dd}]$ matrisi, sistemdeki her ij çubuğunun XYZ sistem eksen takımındaki 6×6 boyutlu $[k]_{ixix}$, $[k]_{ixjx}$, $[k]_{jxix}$, $[k]_{jxjx}$ alt matrislerinin sistem rijitlik matrisinde ilgili yerlere yazılması ile elde edilir, Şekil 2.7. Bir düğüm noktasında birden fazla çubuğun birleşmesi durumunda, bu çubuklara ait alt matrisler, rijitlik matrisindeki ilgili yerlere üst üste toplanarak yazılırlar.

$\nwarrow$ 1 . . i . . j . . n

$$[S_{dd}] = \begin{array}{c|cccccccc} & 1 & & & i & & & j & & n \\ \hline & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & [k]_{ixix} & & & [k]_{ixjx} & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & [k]_{jxix} & & & [k]_{jxjx} & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ . \\ . \\ i \\ . \\ . \\ j \\ . \\ . \\ n \end{array}$$

Şekil 2.7. $[S_{dd}]$, Sistem Rijitlik Matrisi

$[P_o]$ yükleme matrisi, üzerinde plastikleşen kesitler oluşmamış sisteme ait $6n$ elemanlı bir kolon matristir. Bu matrisin elemanları, düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri sıfır iken yalnız çubukların üzerine etkiyen dış yüklerden dolayı sistem eksen takımındaki uç kuvvetlerinden meydana gelmektedir, Şekil 2.8.



Şekil 2.8. Çubuk Üzerine Etkiyen Yüklerden Oluşan, Sistem Eksen Takımındaki Uç Kuvvetleri

$[P_o]$ yükleme matrisi, sistemdeki her ij çubuğunun XYZ sistem eksen takımındaki $[P_o]_{ix}$, $[P_o]_{jx}$ alt matrislerinin kendilerine ait satırlara yazılması ile elde edilir.

$$[P_o] = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ & [P_o]_{ix} & & & \\ & \vdots & & & \\ & [P_o]_{jx} & & & \\ & \vdots & & & \\ & \vdots & & & \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ \vdots \\ i \\ \vdots \\ j \\ \vdots \\ n \end{matrix} \quad (2.16)$$

Bir düğüm noktasında birden fazla çubuğun birleşmesi durumunda, bu çubuklara ait $[P_o]_{ix}$ ve $[P_o]_{jx}$ matrislerinin üst üste toplanarak yazılması gerekmektedir.

$[P_o]_{ix}$ ve $[P_o]_{jx}$ matrisleri elde edilirken, çubuk üzerine etkiyen yüklerden dolayı çubuğun i ve j uçlarında meydana gelen, çubuk eksen takımındaki $[P_o]_i$ ve $[P_o]_j$ uç kuvvetleri matrisleri hesaplanır ve bunlar

$$\begin{aligned} [P_o]_{ix} &= [T] \cdot [P_o]_i \\ [P_o]_{jx} &= [T] \cdot [P_o]_j \end{aligned} \quad (2.17)$$

şeklinde $[T]$ matrisi ile sistem eksen takımına dönüştürülürler.

İkinci mertebe teorisine göre hesapta $[S_{dd}]$ sistem rijitlik matrisinin ve $[P_o]$ yükleme matrisinin elemanları

$$\psi_z = L \sqrt{\frac{|N|}{EI_z}}, \quad \psi_y = L \sqrt{\frac{|N|}{EI_y}}$$

değerlerine bağlı olarak hesaplanırlar. Burada L , E , I_y , I_z ve N Bölüm 2.4 de tanımlanan büyüklükleri göstermektedirler.

$[q]$ matrisi, sistemin düğüm noktalarına etkiyen dış yüklerin sistem eksen takımındaki bileşenlerinden meydana gelen $6n$ elemanlı bir kolon matristir. Bir i düğüm noktasına etkiyen dış yüklerin sistem eksen takımındaki bileşenlerinden oluşan altı elemanlı $[q]_{ix}$ alt matrisi kendisine ait yere yazılarak $[q]$ matrisi oluşturulur.

$$[q] = \begin{bmatrix} [q]_{1x} \\ \vdots \\ [q]_{ix} \\ \vdots \\ [q]_{nx} \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ \vdots \\ i \\ \vdots \\ n \end{matrix} \quad (2.18)$$

$[\phi]$ matrisi, plastikleşen kesitlerdeki bilinmeyen plastik şekildeğiştirme bileşenlerinden oluşan bir kolon matristir. Genel olarak bir plastikleşen kesitteki plastik şekildeğiştirmeler ϕ_z dönmesi cinsinden ifade edildiğinden, bilinmeyen olarak ϕ_z alınmaktadır. Bölüm 2.3 de açıklandığı gibi, plastikleşen kesitte M_z eğilme momentinin sıfır olması veya akma şartının M_z den bağımsız olması halinde ϕ_y dönmesinin, yalnız normal kuvvet etkisindeki çubuklarda plastikleşen kesit oluşması halinde ise Δ plastik şekildeğiştirmesinin bilinmeyen olarak alınması gerektiği gözönünde bulundurulmalıdır. Sistemde m adet plastikleşen kesit bulunduğunda $[\phi]$ kolon matrisi m sayıdaki bilinmeyenden meydana gelmektedir.

$$[\phi] = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_k \\ \vdots \\ \phi_m \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ \vdots \\ k \\ \vdots \\ m \end{matrix} \quad (2.15a)$$

Bilinmeyenler, plastik kesitlerin oluşum sırasına göre $[\phi]$ matrisinde alt alta yazılırlar.

$[S_{d\phi}]$, plastikleşen kesitlerdeki sonlu plastik şekildeğiştirmelerin denge denklemlerine etkisini ifade eden bir matristir. $6 \times m$ boyutundaki bu matrisin k sayılı kolonu, dış yüksüz sistemde düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri sıfır iken, k sayılı plastikleşen kesitte

$$\phi_{zk} = \mu \cdot A_1 = 1, \quad \phi_{yk} = \frac{A_2}{A_1}, \quad \Delta_k = \frac{A_3}{A_1}, \quad \dots$$

ve diğer plastikleşen kesitlerde

$$\phi_z = \phi_y = \Delta = \dots = 0$$

olması durumunda sistem eksen takımındaki çubuk uç kuvvetlerinden oluşmaktadır.

Görüldüğü gibi $[S_{d\phi}]$ matrisinin oluşturulabilmesi için ilk olarak, üzerinde plastikleşen kesit bulunan bir çubukta, akma şartlarında gözönüne alınan iç kuvvetlerin doğrultularındaki sonlu plastik şekildeğiştirme bileşenlerinden oluşan uç kuvvetlerinin belirlenmesi gerekmektedir.

Üzerindeki k noktasında plastikleşen kesit bulunan bir ij çubuğunda

$$K(M_z, M_y, N) = 0$$

akma şartına uygun olarak alınan ϕ_{zk} , ϕ_{yk} , Δ_k sonlu plastik şekildeğiştirme bileşenlerinden oluşan, çubuk eksen takımındaki çubuk uç kuvvetleri matrisleri Şekil 2.9 üzerinde gösterilen durumların süperpozisyonu ile,

$$[P_{\phi k}]_i = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_k \cdot k_{1,7} \\ \phi_{zk} [\alpha k_{2,12} - (1-\alpha) k_{2,6}] \\ \phi_{yk} [\alpha k_{3,11} - (1-\alpha) k_{3,5}] \\ 0 \\ \phi_{yk} [\alpha k_{5,11} - (1-\alpha) k_{5,5}] \\ \phi_{zk} [\alpha k_{6,12} - (1-\alpha) k_{6,6}] \end{bmatrix}$$

(2.19)

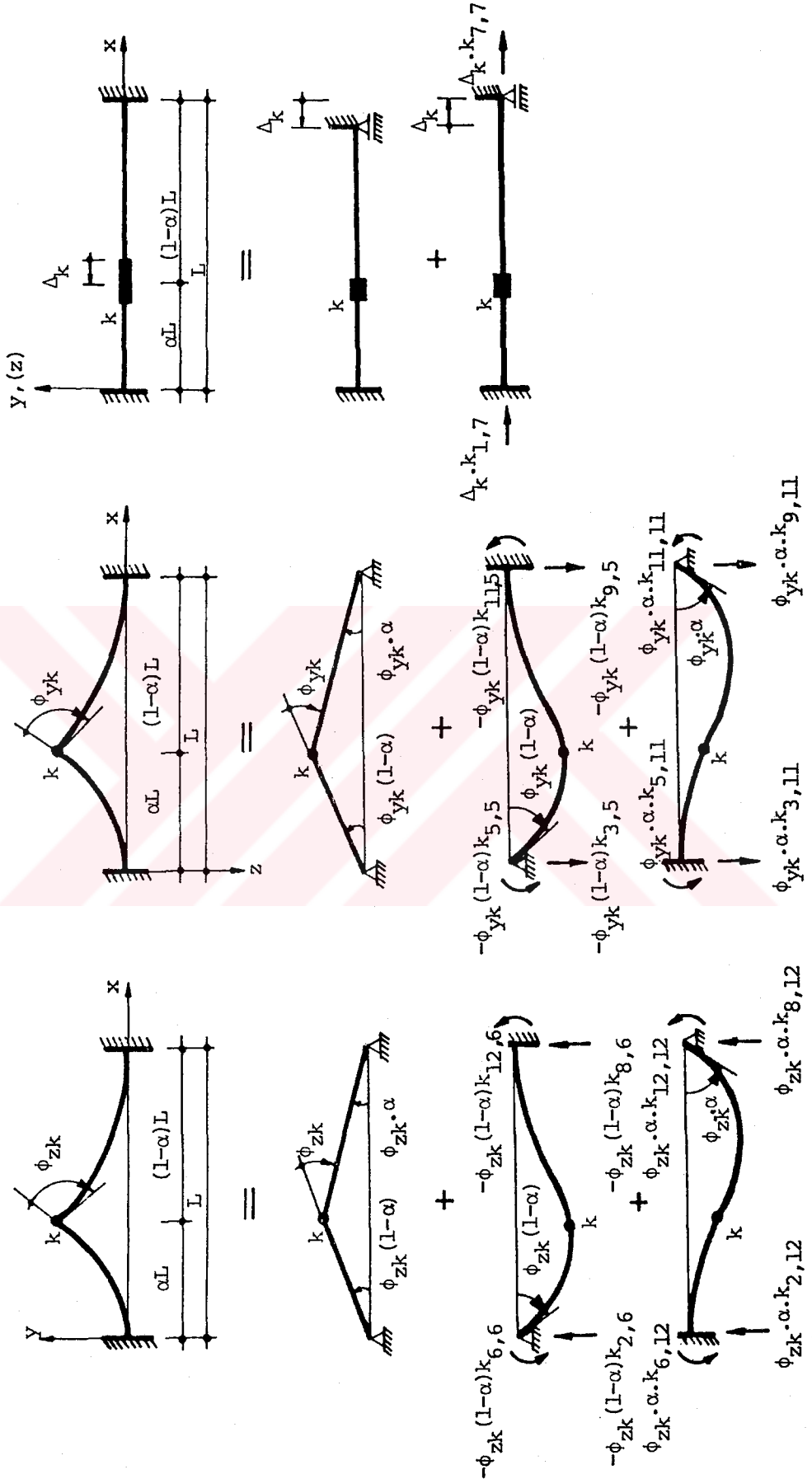
$$[P_{\phi k}]_j = \begin{bmatrix} P_7 \\ P_8 \\ P_9 \\ P_{10} \\ P_{11} \\ P_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_k \cdot k_{7,7} \\ \phi_{zk} [\alpha k_{8,12} - (1-\alpha) k_{8,6}] \\ \phi_{yk} [\alpha k_{9,11} - (1-\alpha) k_{9,5}] \\ 0 \\ \phi_{yk} [\alpha k_{11,11} - (1-\alpha) k_{11,5}] \\ \phi_{zk} [\alpha k_{12,12} - (1-\alpha) k_{12,6}] \end{bmatrix}$$

şeklinde elde edilirler.

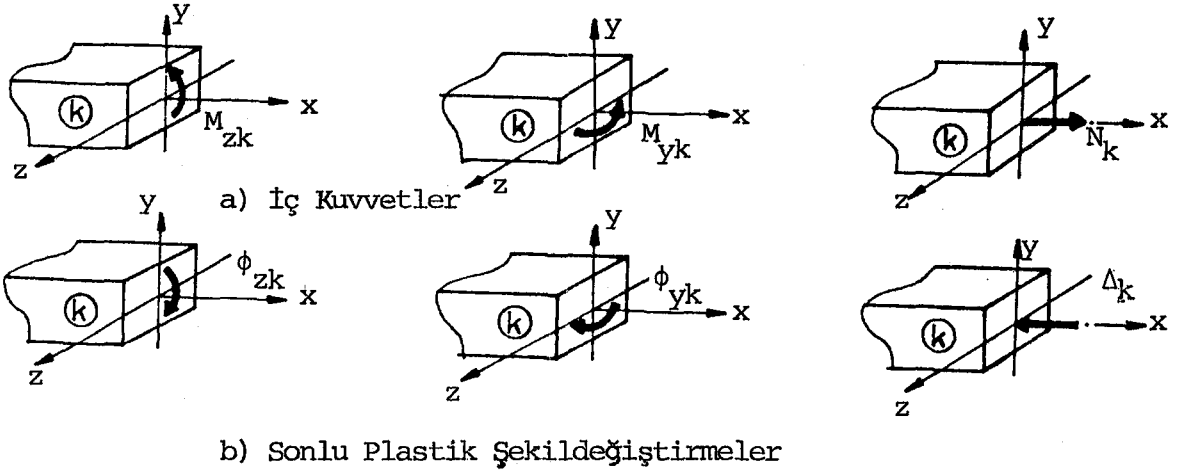
Burada ϕ_{zk} , ϕ_{yk} , Δ_k sonlu plastik şekil değiştirmele-
rinin pozitif yönleri sırasıyla M_{zk} , M_{yk} eğilme momentlerinin
ve N_k normal kuvvetinin pozitif yönleri ile ters yönde
seçilmişlerdir, Şekil 2.10. Böylece, Bölüm 2.6.1.2 de gö-
rüleceği gibi, denklem takımının esas köşegenine göre si-
metrik olması sağlanabilmektedir.

$[S_{d\phi}]$ matrisinin tanımı uyarınca, (2.19) ifadelerinin
deki ϕ_{zk} , ϕ_{yk} , Δ_k terimleri yerine, bunların seçilen bir
plastik şekil değiştirme bileşenine bağlı olarak (2.7a),
(2.7c) veya (2.7e) de verilen değerleri konulacaktır.

Buradaki A_1 , A_2 , A_3 katsayıları Tablo 2.1. de veril-
mişlerdir.



Şekil 2.9. Sonlu Plastik Şekildeğiştirme Bileşenlerinden Oluşan Çubuk Eksen Takımındaki Uç Kuvvetleri



Şekil 2.10. Pozitif İç Kuvvetler ve Pozitif Sonlu Plastik Şekildeğiştirmeler

(2.19) matrislerindeki $k_{1,1}$, $k_{2,12}$, $k_{2,6}$, terimleri Bölüm 2.4 de tanımlanmışlardır. Bu terimlerin (2.9a) daki ifadelerinden yararlanarak, doğru eksenli, prizmatik uzay çubuklar için birinci mertebe teorisindeki $[P_{\phi k}]_i$ ve $[P_{\phi k}]_j$ matrisleri aşağıdaki şekilde elde edilirler.

$$[P_{\phi k}]_i = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\Delta_k EF/L \\ \phi_{zk} (12\alpha-6) EI_z / L^2 \\ -\phi_{yk} (12\alpha-6) EI_y / L^2 \\ 0 \\ \phi_{yk} (6\alpha-4) EI_y / L \\ \phi_{zk} (6\alpha-4) EI_z / L \end{bmatrix}$$

(2.19a)

$$[P_{\phi k}]_j = \begin{bmatrix} P_7 \\ P_8 \\ P_9 \\ P_{10} \\ P_{11} \\ P_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_k EF/L \\ -\phi_{zk} (12\alpha-6) EI_z / L^2 \\ \phi_{yk} (12\alpha-6) EI_y / L^2 \\ 0 \\ \phi_{yk} (6\alpha-2) EI_y / L \\ \phi_{zk} (6\alpha-2) EI_z / L \end{bmatrix}$$

Benzer şekilde, aynı terimlerin (2.9b) deki ifadelerinden yararlanarak (2.19) matrisleri ikinci merteye teorisinde

$$[P_{\phi k}]_i = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\Delta_k \cdot EF/L \\ \phi_{zk} (2\alpha-1) (b_{z1,1} + b_{z1,2})/L \\ -\phi_{yk} (2\alpha-1) (b_{y1,1} + b_{y1,2})/L \\ 0 \\ \phi_{yk} [-(1-\alpha)b_{y1,1} + b_{y1,2}] \\ \phi_{zk} [-(1-\alpha)b_{z1,1} + b_{z1,2}] \end{bmatrix} \quad (2.19b)$$

$$[P_{\phi k}]_j = \begin{bmatrix} P_7 \\ P_8 \\ P_9 \\ P_{10} \\ P_{11} \\ P_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_k \cdot EF/L \\ -\phi_{zk} (2\alpha-1) (b_{z1,1} + b_{z1,2})/L \\ \phi_{yk} (2\alpha-1) (b_{y1,1} + b_{y1,2})/L \\ 0 \\ \phi_{yk} [\alpha b_{y1,1} - (1-\alpha)b_{y1,2}] \\ \phi_{zk} [\alpha b_{z1,1} - (1-\alpha)b_{z1,2}] \end{bmatrix}$$

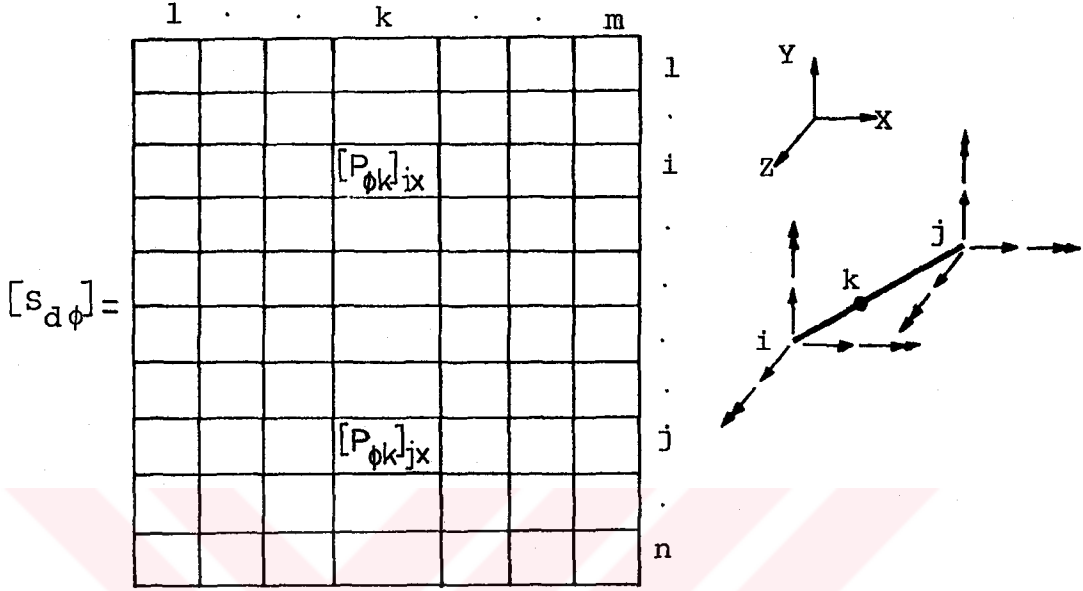
şeklini alırlar. Buradaki b_y ve b_z terimleri ψ_y ve ψ_z büyüklüklerine bağlı olarak (2.10) ve (2.11) formülleri ile hesaplanacaklardır.

(2.19) ifadeleri ile elde edilen çubuk eksenlerindeki $[P_{\phi k}]_i$ ve $[P_{\phi k}]_j$ uç kuvvetleri matrislerini XYZ sistem eksen takımına dönüştürmek için

$$\begin{aligned} [P_{\phi k}]_{ix} &= [T] \cdot [P_{\phi k}]_i \\ [P_{\phi k}]_{jx} &= [T] \cdot [P_{\phi k}]_j \end{aligned} \quad (2.20)$$

bağıntılarından yararlanılır.

$[S_{d\phi}]$ matrisi, sistemde yeni plastikleşen kesitler oluştuğunda bunlara ait $[P_{\phi k}]_{ix}$ ve $[P_{\phi k}]_{jx}$ matrislerinin ilave edilmesi ile $6n \times m$ boyutuna erişen bir matristir, Şekil 2.11.



Şekil 2.11. $[S_{d\phi}]$ Matrisi

ij çubuğunun uçlarının bazı doğrultularda serbestçe yerdeğiştirme yapması halinde, bu tür çubuklar için, Çakıroğlu, Özden ve Özmen [1], [2] de verilen genel yol aynen uygulanarak bu özel duruma ait $[P_{\phi k}]_i$, $[P_{\phi k}]_j$ uç kuvvetleri matrisleri elde edilebilir.

Örnek olarak, j ucunun z çubuk eksenini etrafında ve x çubuk eksenini doğrultusunda, serbestçe yerdeğiştirme yapması halinde $[P_{\phi k}]_i$ ve $[P_{\phi k}]_j$ matrisleri aşağıdaki şekilde elde edilirler, Şekil 2.19c.

$$[P_{\phi k}]_i = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \phi_{zk} [\alpha k_{2,12} - (1-\alpha) k_{2,6}] - \phi_{zk} [\alpha k_{12,12} - (1-\alpha) k_{12,6}] k_{2,12} / k_{12,12} \\ \phi_{yk} [\alpha k_{3,11} - (1-\alpha) k_{3,5}] \\ 0 \\ \phi_{yk} [\alpha k_{5,11} - (1-\alpha) k_{5,5}] \\ \phi_{zk} [\alpha k_{6,12} - (1-\alpha) k_{6,6}] - \phi_{zk} [\alpha k_{12,12} - (1-\alpha) k_{12,6}] k_{6,12} / k_{12,12} \end{bmatrix} \quad (2.19c)$$

$$[P_{\phi k}]_j = \begin{bmatrix} P_7 \\ P_8 \\ P_9 \\ P_{10} \\ P_{11} \\ P_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \phi_{zk} [\alpha k_{8,12} - (1-\alpha) k_{8,6}] - \phi_{zk} [\alpha k_{12,12} - (1-\alpha) k_{12,6}] k_{8,12} / k_{12,12} \\ \phi_{yk} [\alpha k_{9,11} - (1-\alpha) k_{9,5}] \\ 0 \\ \phi_{yk} [\alpha k_{11,11} - (1-\alpha) k_{11,5}] \\ 0 \end{bmatrix}$$

Buradaki $k_{2,12}$, $k_{2,6}$, $k_{12,12}$ terimlerinin, (2.9a) da verilen ifadelerinden yararlanarak birinci mertebe teorisindeki ve (2.9b) de verilen ifadelerinden yararlanarak da ikinci mertebe teorisindeki $[P_{\phi k}]_i$, $[P_{\phi k}]_j$ matrisleri elde edilirler.

Örneğin, bu özel durum için, birinci mertebe teorisinde bu matrisler,

$$[P_{\phi k}]_i = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \phi_{zk} (3\alpha-3) EI_z / L^2 \\ -\phi_{yk} (12\alpha-6) EI_y / L^2 \\ 0 \\ \phi_{yk} (6\alpha-4) EI_y / L \\ \phi_{zk} (3\alpha-3) EI_z / L \end{bmatrix}, [P_{\phi k}]_j = \begin{bmatrix} P_7 \\ P_8 \\ P_9 \\ P_{10} \\ P_{11} \\ P_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\phi_{zk} (3\alpha-3) EI_z / L^2 \\ \phi_{yk} (12\alpha-6) EI_y / L^2 \\ 0 \\ \phi_{yk} (6\alpha-2) EI_y / L \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.19d)$$

şeklini alırlar.

2.6.1.2. Akma Şartları

Sistem denklem takımının ikinci bölümünü oluşturan akma şartları $\Delta \mathcal{P} = 1$ yük artımı için plastikleşen kesitlerdeki iç kuvvet durumlarının akma yüzeyi üzerinde kaldığını ifade eden denklemlerdir.

Bölüm 2.3 te açıklandığı gibi akma şartlarının (2.2a) bağıntısı ile verilmesi ve akma yüzeyinin düzlemlerden oluşacak şekilde idealleştirilmesi durumunda bu denklemler her plastikleşen kesit için

$$\Delta K = A_1 \Delta M_z + A_2 \Delta M_y + A_3 \Delta N = A_1 (\Delta M_z + \Delta M_y A_2/A_1 + \Delta N A_3/A_1) = 0$$

şeklinde ifade edilirler. (2.6a)

Plastikleşen kesitteki M_z eğilme momentinin sıfır olması veya o kesitteki iç kuvvet durumuna karşı gelen akma düzleminin M_z den bağımsız olması halinde, yine Bölüm 2.3 te belirtildiği gibi, (2.6a) denkleminin

$$\Delta K = A_2 \Delta M_y + A_3 \Delta N = A_2 (\Delta M_y + \Delta N A_3/A_2) = 0 \quad (2.6b)$$

şeklini alacağı açıkça görülmektedir.

M_z ve M_y eğilme momentlerinin sıfır olduğu; yani yalnız eksenel kuvvet etkisindeki kesitlerde ise (2.6a) denklemi

$$\Delta N = 0 \quad (2.6c)$$

şekline dönüşmektedir.

Akma şartları tüm sistem için matris formunda yazıldığında

$$[S_{\phi d}] [d] + [S_{\phi\phi}] [\phi] + [P_{\phi o}] = [0] \quad (2.21)$$

elde edilir. Bu matrislerin tanımları ve nasıl elde edilecekleri aşağıda açıklanmıştır.

$[S_{\phi d}]$, üzerinde plastikleşen kesitler bulunan sistemde, sadece düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenlerinden dolayı plastikleşen kesitlerde oluşan iç kuvvetlerin akma şartına katkısını ifade eden bir matristir.

Satır sayısı m , kolon sayısı $6n$ olan bu matrisin i sayılı kolonu, sistemdeki düğüm noktalarının i sayılı yerdeğiştirme bileşeni bir, diğerleri sıfır iken plastikleşen kesitlerdeki

$$\Delta M_z + \Delta M_y A_2/A_1 + \Delta N A_3/A_1$$

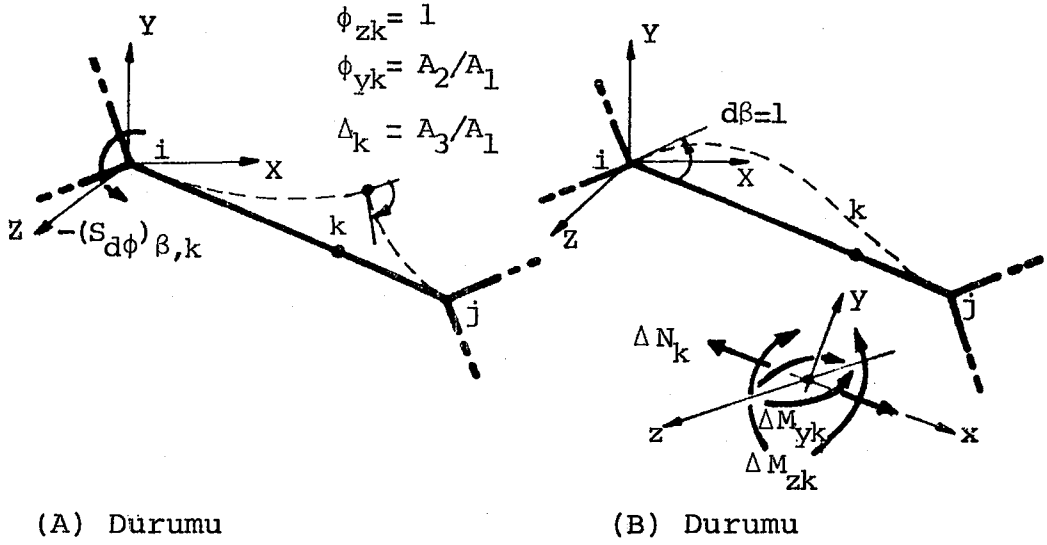
iç kuvvet değişimlerinin alt alta yazılmasından meydana gelmektedir. Ancak aşağıda gösterildiği gibi, Betti karşılıklı teoremine göre,

$$[S_{\phi d}] = [S_{d\phi}]^T \quad (2.22)$$

olduğundan, $[S_{\phi d}]$ matrisinin ayrıca hesabına gerek kalmamaktadır.

$$\underline{[S_{\phi d}] = [S_{d\phi}]^T \text{ özelliğinin gösterilmesi:}}$$

k sayılı plastikleşen kesitteki $\phi_{zk} = 1$, $\phi_{yk} = A_2/A_1$, $\Delta_k = A_3/A_1$ sonlu plastik şekildeğiştirmelerinden meydana gelen durum (A) durumu, düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenlerinden β sırasında olanının $d\beta = 1$ değerinden meydana gelen durum (B) durumu olarak gösterilmiştir, Şekil 2.12.



Şekil 2.12. Betti Karşılıklık Teoreminin Uygulanması

(A) durumundaki dış kuvvetlerin (B) durumundaki yer-değiştirmelerde yaptığı iş

$$-(S_{d\phi})_{\beta,k}$$

değerine eşittir. ij çubuğunun i düğüm noktasına uyguladığı $(S_{d\phi})_{\beta,k}$ kuvvetinin önündeki eksi işareti etki=tepki prensibine dayanmaktadır.

Benzer şekilde, (B) durumundaki ΔM_{zk} , ΔM_{yk} , ΔN_k kuvvetlerinin (A) durumundaki sonlu plastik şekildeğiştirmelerde yaptığı iş

$$-\Delta M_{zk} - \Delta M_{yk} \cdot \frac{A_2}{A_1} - \Delta N_k \cdot \frac{A_3}{A_1} = -(S_{d\phi})_{k,\beta}$$

dır. Buradaki terimlerin önündeki eksi işaretleri de plastikleşen kesitteki sonlu plastik şekildeğiştirmelerin pozitif yönlerinin iç kuvvetlerin pozitif yönleri ile ters yönde seçilmesinden ileri gelmektedir.

Betti karşılıklık teoremine göre (A) ve (B) durumlarında karşılıklı olarak yapılan işler eşit olduğundan

$$(S_{d\phi})_{k,\beta} = (S_{d\phi})_{\beta,k}$$

yazılabilir. Bunun sonucu olarak

$$[S_{\phi d}] = [S_{d\phi}]^T \quad (2.22)$$

özelliği kanıtlanmış olur.

$[S_{\phi\phi}]$, $m \times m$ boyutunda bir kare matristir. Bu matrisin k sayılı kolonu, dış yüksüz sistemde, düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri sıfır iken, k sayılı plastikleşen kesitte

$$\phi_{zk} = 1, \quad \phi_{yk} = A_2/A_1, \quad \Delta_k = A_3/A_1$$

diğer plastikleşen kesitlerde

$$\phi_z = 0, \quad \phi_y = 0, \quad \Delta = 0$$

olması durumunda, plastikleşen kesitlerdeki

$$\Delta M_z + \Delta M_y A_2/A_1 + \Delta N A_3/A_1$$

iç kuvvet değişimlerinden oluşmaktadır. Betti karşılıklı teoremine göre $[S_{\phi\phi}]$ matrisi de esas köşegenine göre simetrik. Ayrıca, sistemi oluşturan çubukların herbirinde birden fazla plastikleşen kesit bulunmadığı sürece $[S_{\phi\phi}]$ matrisinin sadece esas köşegeni üzerindeki terimleri sıfırdan farklı değerler almaktadır.

$[S_{\phi\phi}]$ matrisini meydana getiren elemanların hesabı için,

$$\phi_{zk} = 1, \quad \phi_{yk} = A_2/A_1, \quad \Delta_k = A_3/A_1$$

plastik şekildeğiştirme bileşenlerinden dolayı ij çubuğunun herhangi bir kesitinde oluşan ΔM_z , ΔM_y , ΔN iç kuvvetlerinin belirlenmesi gerekir.

Üzerinde k. plastikleşen kesiti bulunan bir ij çubuğunda $K(M_z, M_y, N) = 0$ akma şartına göre $\phi_{zk} = 1$, $\phi_{yk} = A_2/A_1$, $\Delta_k = A_3/A_1$ plastik şekil değiştirme bileşenlerinden dolayı, i ucundan herhangi bir x uzaklıktaki kesitte meydana gelen $\Delta M_z(x)$, $\Delta M_y(x)$, $\Delta N(x)$ iç kuvvetleri, ikinci mertebe teorisine göre,

$$x \leq \alpha L \text{ için: } \Delta M_z(x) = \frac{P_{12} \cdot \sin[\psi_z \frac{x}{L}] - P_6 \cdot \sin[\psi_z (1 - \frac{x}{L})]}{\sin \psi_z} - |N| \cdot (1 - \alpha) \cdot x \cdot \phi_{zk}$$

$$\Delta M_y(x) = \frac{P_{11} \cdot \sin[\psi_y \frac{x}{L}] - P_5 \cdot \sin[\psi_y (1 - \frac{x}{L})]}{\sin \psi_y} - |N| \cdot (1 - \alpha) \cdot x \cdot \phi_{yk}$$

$$x > \alpha L \text{ için: } \Delta M_z(x) = \frac{P_{12} \cdot \sin[\psi_z \frac{x}{L}] - P_6 \cdot \sin[\psi_z (1 - \frac{x}{L})]}{\sin \psi_z} - |N| \cdot (L - x) \alpha \cdot \phi_{zk}$$

$$\Delta M_y(x) = \frac{P_{11} \cdot \sin[\psi_y \frac{x}{L}] - P_5 \cdot \sin[\psi_y (1 - \frac{x}{L})]}{\sin \psi_y} - |N| \cdot (L - x) \alpha \cdot \phi_{yk}$$

$$0 \leq x \leq L \text{ için: } \Delta N(x) = P_7 \quad (2.23)$$

bağıntıları ile hesaplanırlar, Şekil 2.13. Buradaki P_1 , $P_2, \dots, P_{12}$, (2.19) formüllerindeki uç kuvvetlerini, $|N|$ ise basınç olan normal kuvveti göstermektedir.

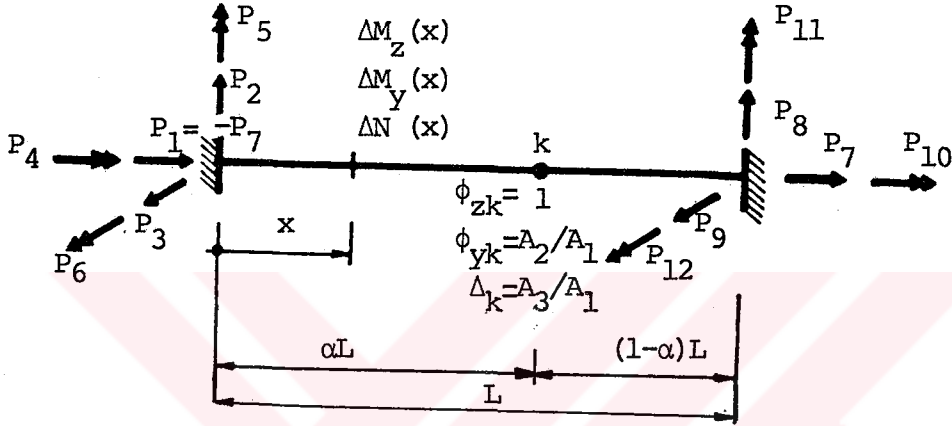
Normal kuvvetin küçük olduğu, dolayısıyla ikinci mertebe etkilerinin terkedilebildiği çubuklarda (2.23) bağıntıları

$$\Delta M_z(x) = P_{12} \frac{x}{L} - P_6 \left(1 - \frac{x}{L}\right)$$

$$\Delta M_y(x) = P_{11} \frac{x}{L} - P_5 \left(1 - \frac{x}{L}\right) \quad (2.23a)$$

$$\Delta N(x) = P_7$$

şeklini alırlar.



Şekil 2.13. k Noktasında Plastikleşen Kesiti Bulunan Çubuktaki İç Kuvvetleri

$[P_{\phi_0}]$, m elemandan oluşan bir kolon matristir. Bu matrisin elemanları, düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri ve plastikleşen kesitlerdeki plastik şekildeğiştirme bileşenleri sıfır iken, yalnız çubuklara etkiyen dış yüklerden dolayı, plastikleşen kesitlerdeki

$$\Delta M_z + \Delta M_y A_2/A_1 + \Delta N A_3/A_1$$

iç kuvvet değişimlerinden meydana gelirler. Bu terimler plastikleşen kesitin bulunduğu çubuk üzerine etkiyen dış yüklere bağlı olarak hesaplanırlar.

Örnek olarak, çubuğun pozitif y ekseninin aksi yönünde etkiyen düzgün yayılı q_y yükü halinde, herhangi bir kesitteki ikinci mertebe teorisine ait $\Delta M_z(x)$, $\Delta M_y(x)$, $\Delta N(x)$ iç kuvvetleri,

$$\Delta M_z(x) = \frac{q_y L^2}{\psi_z^2} \left[\frac{\psi_z/2}{\sin \frac{\psi_z}{2}} \cos \psi_z \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{L} \right) - 1 \right]$$

$$\Delta M_y(x) = 0 \quad (2.24)$$

$$\Delta N(x) = 0$$

değerlerini alırlar.

Yukarıda açıklanan denge denklemleri ve akma şartları birarada yazıldığında, sisteme ait denklem takımı

$$\begin{matrix} 6n \\ m \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \overbrace{\begin{bmatrix} [s_{dd}] & [s_{d\phi}] \\ \vdots & \vdots \\ [s_{\phi d}] & [s_{\phi\phi}] \end{bmatrix}}^{6n} \times \begin{bmatrix} [d] \\ \vdots \\ [\phi] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [p_o] \\ \vdots \\ [p_{\phi o}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [q] \\ \vdots \\ [0] \end{bmatrix} \right\} \quad (2.25)$$

şeklinde elde edilir.

Buradaki $(6n+m) \times (6n+m)$ boyutlu katsayılar matrisi esas köşegenine göre simetriktir.

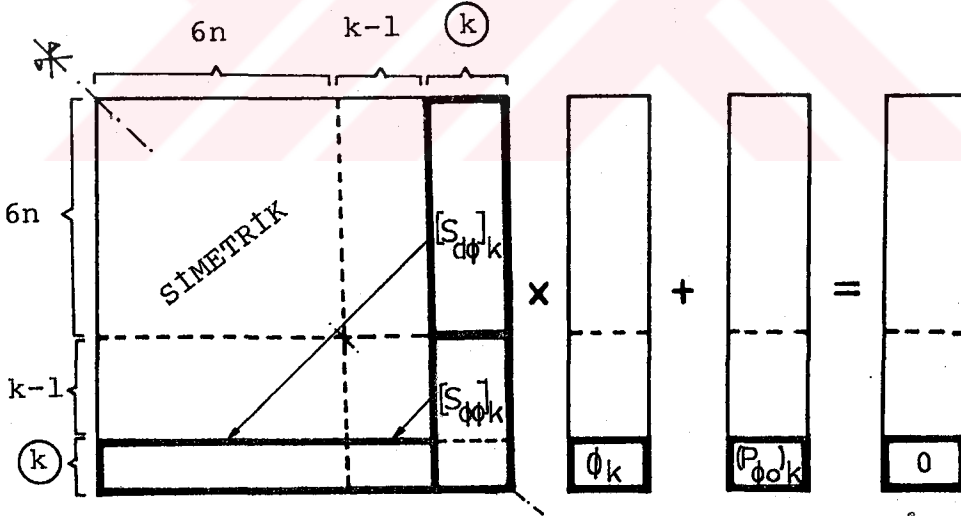
2.6.2. Denklem Takımının Kurulması, Çözümü ve Bilinmeyenlerin Tayini

Geliştirilen yük artımı yönteminin herhangi bir adımı sonunda sistemde k sayılı plastikleşen kesitin meydana gelmesinden sonra, $\Delta \mathcal{P}_{k+1} = 1$ yük artımı için yeni sisteme ait denklem takımının tekrar kurularak çözülmesine gerek kalmamaktadır. Bunun yerine, her plastikleşen kesitin oluşumundan sonra, o kesitteki lineer olmayan sonlu şekilde değiş-tirmeleri ifade eden bir ϕ_k bilinmeyeni ile buna ait yeni kolon ve satır bir önceki adımdaki indirgenmiş denklem takımına ilave edilir.

Bunun için, $[S_{d\phi}]$ ve $[S_{\phi\phi}]$ matrislerinin k sayılı kolon elemanları ile $[P_{\phi o}]$ matrisinin k sayılı elemanının, önceki bölümde açıklandığı gibi hesaplanarak denklem takımına ilave edilmesi gerekir. Katsayılar matrisi esas köşegenine göre simetrik olduğundan k sayılı satır elemanlarının ayrıca hesabına gerek kalmamaktadır, Şekil 2.14.

Bir önceki yük artımına ait çözüm yapılırken sistem denklem takımının katsayılar ve sabitler matrisleri indirgenmiş olduklarından, genişletilmiş denklem takımının çözümü için sadece ilave kolon ve satırın indirgenmesi yeterlidir.

Böylece $k+1$ sayılı adıma ait sistem denklem takımı kolaylıkla çözümlenerek, $\Delta P_{k+1} = 1$ yük artımından meydana gelen, düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri matrisi $[d]$ ile plastikleşen kesitlerdeki plastik şekildeğiştirme matrisi $[\phi]$ nin elemanları elde edilmiş olur.



Şekil 2.14. k Sayılı Plastikleşen Kesite Ait Denklemin, Sistem Denklem Takımındaki Yeri

Daha önceki bölümlerde belirtildiği gibi, akma şartları elde edilirken, ΔP yük artımı için plastikleşen kesitlerdeki iç kuvvet durumlarının akma yüzeyi üzerinde kaldıkları gözönünde tutulmaktadır. Ancak, artan yükler altında

pek karşılaşılmamakla birlikte, bazı hallerde bir plastikleşen kesitteki iç kuvvet durumu, $\Delta \mathcal{P}$ yük artımı sırasında yön değiştirerek akma yüzeyinin iç bölgesine yönelebilir, yani

$$\Delta M_z + \Delta M_y A_2/A_1 + \Delta N A_3/A_1 < 0$$

olabilir. Böyle durumlarda plastikleşen kesitlerdeki sonlu plastik şekildeğiştirmeler, ait oldukları kesitlerdeki toplam iç kuvvetler ile ters yönde olmaktadır.

Bu nedenle, her yük artımı için hesabın sonunda plastikleşen kesitlerde bulunan ϕ_z , ϕ_y , Δ sonlu plastik şekildeğiştirmelerinin o kesitlerdeki toplam iç kuvvetlerle aynı yönde olduklarının kontrol edilmesi gerekmektedir. Burada dikkat edilmesi gereken husus şudur: Plastikleşen kesitlere ait denklemler elde edilirken plastik şekildeğiştirmelerin pozitif yönleri iç kuvvetlerin pozitif yönleri ile ters yönde seçilmiş olduklarından her yük artımı sonunda bulunan ϕ_z , ϕ_y , Δ ların ait olduğu kesitteki M_z , M_y , N ler ile ters işaretli olması, gerçekte sonlu plastik şekildeğiştirmelerin iç kuvvetlerle aynı yönde olduklarını ifade etmektedirler.

Bazı hallerde ise, $\Delta \mathcal{P}$ yük artımı sonunda, plastikleşen kesitlerdeki iç kuvvet durumları önceki adımlarda esas alınan akma düzlemlerini sağlamayabilirler; yani akma şartını meydana getiren düzlemlerin birinden diğerine geçebilirler. Bu nedenle her yük artımından sonra plastikleşen kesitlerdeki iç kuvvet durumlarının önceki adımlarda esas alınan akma düzleminin geçerli olduğu sınır şartlarını aşmadığı kontrol edilmelidir.

Bu kontrollerin bir veya daha çok plastikleşen kesitte sağlanmadığı durumlarda hesabın nasıl yapılması gerektiği Bölüm 3.1 ve 3.2 de incelenecektir.

2.6.3. Uç Kuvvetlerinin ve İç Kuvvetlerin Hesabı

Önceki bölümlerde açıklandığı gibi $\Delta \mathcal{P}_{k+1} = 1$ yük artımı için denklem takımı oluşturulup çözülerek bilinmeyenler matrisine ait $[d]$ ve $[\phi]$ alt matrisleri tayin edilirler. Bunlara bağlı olarak sistem eksen takımındaki çubuk uç kuvvetleri matrisleri

$$[P]_{ix} = [k]_{ixix} [d]_{ix} + [k]_{ixjx} [d]_{jx} + [P_o]_{ix} + [P_\phi]_{ix} [\phi]_{ij}$$

$$[P]_{jx} = [k]_{jxix} [d]_{ix} + [k]_{jxjx} [d]_{jx} + [P_o]_{jx} + [P_\phi]_{jx} [\phi]_{ij}$$

bağıntıları ile tayin edilirler. Burada, (2.26)

$[P_\phi]_{ix}$: ij çubuğunda oluşan plastikleşen kesitlere ait $[P_{\phi k}]_{ix}$ kolon matrislerinin yanyana yazılması ile elde edilen dikdörtgen matrisi,

$[P_\phi]_{jx}$: ij çubuğunda oluşan plastikleşen kesitlere ait $[P_{\phi k}]_{jx}$ kolon matrislerinin yanyana yazılmasıyla elde edilen dikdörtgen matrisi,

$[\phi]_{ij}$: ij çubuğunda oluşan plastikleşen kesitlere ait ϕ_k bilinmeyenlerinin değerlerinin alt alta yazılması ile elde edilen bir kolon matrisi

göstermektedir.

ij çubuğunda tek bir plastikleşen kesitin oluşması halinde $[P_\phi]_{ix}$ ve $[P_\phi]_{jx}$ matrisleri sütun matrise dönüşmekte ve $[\phi]_{ij}$ matrisi de tek bir ϕ_k elemanından meydana gelmektedir.

Üzerinde plastikleşen kesit bulunmayan çubuklarda $[P_\phi]_{ix}, [P_\phi]_{jx}, [\phi]_{ij}$ matrisleri olmayacağından, sistem

eksen takımındaki uç kuvvetleri matrisleri

$$[P]_{ix} = [k]_{ixix} [d]_{ix} + [k]_{ixjx} [d]_{jx} + [P_o]_{ix} \quad (2.26a)$$

$$[P]_{jx} = [k]_{jxix} [d]_{ix} + [k]_{jxjx} [d]_{jx} + [P_o]_{jx}$$

bağıntıları ile tayin edilirler.

Çubuk eksen takımındaki uç kuvvetleri matrisleri ise,

$$[P]_i = [T]^T \cdot [P]_{ix} \quad (2.27)$$

$$[P]_j = [T]^T \cdot [P]_{jx}$$

dönüştürme ifadeleri ile elde edilirler.

ij çubuğunun herhangi bir kesitindeki kesit tesirleri uç kuvvetlerine ve çubuk üzerine etkiyen yüklere bağlı olarak denge denklemleri ile belirlenir. Buna göre örneğin, çubuğun pozitif y ekseninin aksi yönünde etkiyen düzgün yayılı q_y yükünden dolayı i ucundan x uzaklıktaki bir kesitteki iç kuvvetler,

$$N(x) = -P_1$$

$$T_y(x) = P_2 - \int_{x=0}^{x=x} q_y(x) dx$$

$$T_z(x) = -P_3$$

$$M_x(x) = -P_4$$

$$x \leq \alpha L \text{ için : } M_Y(x) = M_{Y0}(x) - \phi_{Yk} \cdot |N| \cdot (1-\alpha) \cdot x$$

$$M_Z(x) = M_{Z0}(x) - \phi_{Zk} \cdot |N| \cdot (1-\alpha) \cdot x$$

$$x > \alpha L \text{ için : } M_Y(x) = M_{Y0}(x) - \phi_{Yk} \cdot |N| \cdot \alpha \cdot (L-x)$$

$$M_Z(x) = M_{Z0}(x) - \phi_{Zk} \cdot |N| \cdot \alpha \cdot (L-x) \quad (2.28)$$

formülleri ile hesaplanırlar. $M_Y(x)$ ve $M_Z(x)$ ifadelerinde ki ikinci kısmı oluşturan, eksi işaretinden sonraki terimlerin, çubukta oluşan her plastikleşen kesit için ayrı ayrı hesaplanarak üst üste toplanması gerekmektedir.

(2.28) ifadelerindeki $M_{Y0}(x)$ ve $M_{Z0}(x)$ terimleri uç kuvvetlerinden ve çubuk üzerindeki yüklerden dolayı x kesitinde oluşan eğilme momentlerini göstermektedir. Bu eğilme momentleri çubuk üzerinde yük olmaması durumunda uç kuvvetlerine bağlı olarak, ikinci merteye teorisinde

$$M_{Y0}(x) = \frac{P_{11} \cdot \sin(\psi_Y \frac{x}{L}) - P_5 \cdot \sin[\psi_Y (1 - \frac{x}{L})]}{\sin \psi_Y}$$

$$M_{Z0}(x) = \frac{P_{12} \cdot \sin(\psi_Z \frac{x}{L}) - P_6 \cdot \sin[\psi_Z (1 - \frac{x}{L})]}{\sin \psi_Z} \quad (2.29)$$

ifadesi ile hesaplanırlar.

Çubuk üzerinde yük olması halinde, örneğin çubuğun pozitif y ekseninin aksi yönünde etkiyen q_y yükünden dolayı $M_{Z0}(x)$ eğilme momenti;

$$M_{Z0}(x) = \frac{\sin(\psi_Z \frac{x}{L})}{\sin \psi_Z} \cdot \left[(P_6 - \frac{q_y L^2}{2 \psi_Z}) \cdot \cos \psi_Z + P_{12} + \frac{q_y L^2}{2 \psi_Z} \right] + \dots$$

$$\dots + (\frac{q_y L^2}{2 \psi_Z} - P_6) \cdot \cos(\psi_Z \frac{x}{L}) - \frac{q_y L^2}{2 \psi_Z} \quad (2.30)$$

ifadesi ile hesaplanır.

2.6.4. Bir Sonraki Plastikleşen Kesitin ve Yük Parametresinin Belirlenmesi

Sistemi meydana getiren bütün çubukların uç kuvvetleri ve kesit tesirleri hesaplandıktan sonra (k+1) sayılı plastikleşen kesitin yeri ve bunu meydana getiren yük parametresi belirlenir. Bunun için sistemde plastikleşen kesit oluşabilecek bütün kritik noktalarda

$$\begin{aligned} K(M_z, M_y, N) = & A_1(M_{z_k} + \Delta M_{z_{k+1}} \cdot \Delta \mathcal{P}_{k+1}) + \dots \\ & \dots + A_2(M_{y_k} + \Delta M_{y_{k+1}} \cdot \Delta \mathcal{P}_{k+1}) + A_3(N_k + \Delta N_{k+1} \cdot \Delta \mathcal{P}_{k+1}) \\ & + B = 0 \end{aligned} \quad (2.5a)$$

akma şartı yazılarak, bu kesitlerin plastikleşmesi için gerekli $\Delta \mathcal{P}_{k+1}$ yük artımları hesaplanır. Elde edilen bu değerlerden en küçüğü (k+1) sayılı plastikleşen kesitin oluşmasını sağlayan $\Delta \mathcal{P}_{k+1}$ yük artımını, bu yük artımının elde edildiği nokta ise plastikleşen kesitin yerini verir.

(2.5a) ifadesindeki;

M_{z_k}, M_{y_k}, N_k : k sayılı plastikleşen kesit meydana geldiği sırada kritik kesitlerde bulunan toplam iç kuvvetleri,

$\Delta M_{z_{k+1}}, \Delta M_{y_{k+1}}, \Delta N_{k+1}$: $\Delta \mathcal{P}_{k+1} = 1$ yük artımından dolayı kritik kesitlerde oluşan iç kuvvetleri,

$\Delta \mathcal{P}_{k+1}$: (k+1) sayılı plastikleşen kesitin oluşması için gerekli yük artımını,

göstermektedir.

Bu adım sonundaki $\mathcal{P}_{k+1}$ toplam yük parametresi ise,

$$\mathcal{P}_{k+1} = \mathcal{P}_k + \Delta \mathcal{P}_{k+1} \quad (2.31)$$

bağıntısı ile elde edilir.

2.6.5. Herhangi Bir Yük Artımı İçin Sistemin Hesabında İzlenen Yol

Yük artımının herhangi bir adımında k sayılı plastikleşen kesitin oluşmasından sonra, $(k+1)$ sayılı plastikleşen kesitin yerinin ve bunu oluşturan $\Delta \mathcal{P}_{k+1}$ yük artımının hesabında izlenen yol aşağıda verilmiştir.

a- k sayılı plastikleşen kesitin meydana geldiği ij çubuğu için $[P_{\phi k}]_i$, $[P_{\phi k}]_j$, $[S_{\phi\phi}]_k$ matrisleri ve $(P_{\phi 0})_k$ elemanı akma şartlarına bağlı olarak hesaplanır.

b- Sistem eksen takımına ait $[P_{\phi k}]_{ix}$, $[P_{\phi k}]_{jx}$ matrisleri

$$[P_{\phi k}]_{ix} = [T] \cdot [P_{\phi k}]_i \quad (2.20)$$

$$[P_{\phi k}]_{jx} = [T] \cdot [P_{\phi k}]_j$$

dönüştürme bağıntıları ile elde edilir.

c- $[P_{\phi k}]_{ix}$, $[P_{\phi k}]_{jx}$ matrisleri sistemin katsayılar matrisindeki $[S_{d\phi}]_k$ alt matrisinde ait oldukları yerlere yazılırlar, Şekil 2.11 ve Şekil 2.14.

$[S_{\phi\phi}]_k$ matrisi de katsayılar matrisindeki $[S_{\phi\phi}]$ alt matrisine ilave kolon olarak yazılır, Şekil 2.14.

Böylece k sayılı plastikleşen kesitten dolayı katsayılar matrisine ilave edilen kolon $[S_{d\phi}]_k$ ve $[S_{\phi\phi}]_k$ alt matrislerinden oluşmaktadır.

d- Simetri özelliğinden dolayı, denkleme ilave edilen kolonun esas köşegene göre simetriğinin de katsayılar matrisine satır olarak eklenmesi gerekmektedir.

- e- Bilinmeyenler matrisindeki $[\phi]$ alt matrisine ϕ_k bilinmeyenini ilave edilir.
- f- Yükleme matrisindeki $[P_{\phi 0}]$ alt matrisine $(P_{\phi 0})_k$ elemanı ilave edilir.
- g- Sistem denklem takımının boyutları yukarıda belirtildiği gibi genişletildikten sonra, bir önceki adımdaki indirgenmiş denklem takımından faydalanarak sadece ilave edilen satır ve kolon indirgenir ve bu adıma ait bilinmeyenler bulunur.
- h- (2.26) ifadelerine göre sistemdeki çubukların uç kuvvetleri hesaplandıktan sonra, bütün kritik kesitlerde iç kuvvetler belirlenir.
- i- Bütün kritik kesitler için (2.5a) ifadesi yazılarak ΔP_{k+1} yük artımları hesaplanır. Bunlardan en küçüğü $(k+1)$ sayılı plastikleşen kesitin oluşması için gerekli yük artımını, bu değer elde edildiği kritik kesit ise $(k+1)$ sayılı plastikleşen kesiti verir.
- j- Bir önceki adım sonundaki toplam iç kuvvetlerle, bu adım sonunda $\Delta P_{k+1} = 1.00$ den meydana gelen iç kuvvetlerin ΔP_{k+1} katının birebir cebirsel toplamı yapılarak, bu adım sonundaki toplam iç kuvvetler elde edilir.

2.7. Göçme Yükünün Belirlenmesi

Geliştirilen yük artımı yönteminde, dış yükler artarak göçme yükü olarak tanımlanan bir P_G değerine erişince sistem işletme dışı kalır, yani göçer. Göçme, sistemin ve yüklerin özelliklerine bağlı olarak aşağıdaki nedenlerden biri ile meydana gelebilir.

- a- Sistemin burkulması veya mekanizma durumuna gelmesi,

- b- plastikleşen kesitlerin biri veya birkaçında sonlu plastik şekildeğiştirmelerin kabul edilebilir sınır değerleri aşması,
- c- sistemde büyük yerdeğiştirmelerin meydana gelmesi,
- d- betonarme sistemlerde büyük çatlakların veya kırılmaların oluşması.

Aşağıdaki bölümlerde önce sistemin burkularak göçmesine neden olan ikinci mertebe limit yükün nasıl hesaplanacağı açıklanacak, sonra göçmenin diğer nedenlerle meydana gelmesi durumu incelenecek ve göçme yükünün hesabında izlenen yol verilecektir.

2.7.1. İkinci Mertebe Limit Yükün Hesabı

Sisteme etkiyen dış yükler artarak P_{L2} değerine eriştiğinde sistem burkularak göçer. Lineer olmayan şekildeğiştirmelerin plastikleşen kesitlerde toplandığının kabul edildiği, duktıl malzemeden yapılan sistemlerde bu yüke ikinci mertebe limit yük denilmektedir.

Burkulma, plastikleşen kesitlerin sayısının artmasıyla gittikçe rijitliği azalan sistemin kritik yükünün dış yük parametresinin altına düşmesi ile meydana gelir. Bu durumda sistemin katsayılar matrisinin determinant değeri negatif olmakta ve $P-\delta$ diyagramında artan yerdeğiştirmelere azalan yük parametresi karşı gelmektedir.

Bu esaslar gözönünde tutularak ikinci mertebe limit yük iki şekilde belirlenebilir.

a- Geliştirilen yük artımı yönteminin her adımında sistemin katsayılar matrisinin determinant değeri hesaplanır. Bilindiği gibi, indirgenmiş katsayılar matrisinin

esas köşegeni üzerindeki sayıların çarpımı determinant değerini vermektedir. Bu değer

$$\det [S] \leq 0$$

ise sistemin burkulduğu anlaşılır ve bu yük artımından önceki toplam yük parametresi P_{L2} olarak alınır.

b- Her yük artımı için hesaplanan yerdeğiştirme bileşenleri ve plastik şekildeğiştirmeler önceki adımdaki toplam değerleri ile karşılaştırılır. Artan yüklere karşılık bu büyüklüklerin önceki adımdaki değerlerle ters işaretli olması artan yerdeğiştirmelere azalan yük parametresinin karşı geldiğini yani, sistemin burkulduğunu ifade eder. Bu durumdan önceki yük artımına ait toplam yük parametresi P_{L2} değerini verir.

İkinci mertebe etkilerinin önemli olmadığı durumlarda sistem burkulmadan önce mekanizma durumuna gelerek göçebilir.

Sistemin bir bölümünün veya tümünün mekanizma duruma gelmesi halinde de

$$\det [S] \leq 0$$

olacağından limit yük benzer şekilde hesaplanır.

2.7.2. Göçme Yükünün Hesabı

Bazı hallerde sistem burkulmadan önce işletme dışı olabilir yani göçebilir. Buna sistemdeki büyük plastik şekildeğiştirmeler, büyük yerdeğiştirmeler veya betonarme sistemlerdeki büyük çatlaklar ve kırılmalar neden olmaktadır. Bu durumlarda, ikinci mertebe limit yükten daha küçük olan göçme yükünün hesabı gerekir.

Göçme yükünün tayini için, her yük artımı sonunda hesaplanan yerdeğiştirmelerin ve plastik şekildeğiştirmelerin kendilerine ait sınır değerleri aşıp aşmadıkları kontrol edilmelidir. Geliştirilen yük artımı yönteminde, düşüm noktalarına ait yerdeğiştirme bileşenleri ve plastikleşen kesitlerdeki sonlu plastik şekildeğiştirmeler sistem denklem takımında bilinmeyen olarak alınıp denklem takımının çözümünden elde edildiklerinden, bunların ayrıca hesaplanmalarına gerek kalmamaktadır.

Betonarme sistemlerde büyük çatlakların ve kırılmaların olup olmadığı da ayrıca kontrol edilmelidir.

Burkulmadan önce bu sınır durumlardan en az birinin meydana gelmesi halinde o duruma ait toplam yük parametresi P_G göçme yükü olarak alınır.

2.7.3. Hesapta İzlenen Yol

Belirli sabit düşey yüklerin etkisi altındaki bir yapı sisteminin yatay yüklere göre göçme güvenliğinin hesabında izlenecek yol aşağıda adımlar halinde verilmiştir.

a- Düşey işletme yüklerinin bu yükler için öngörülen e_d güvenlik katsayısı ile çarpımından oluşan düşey hesap yükleri belirlenir.

Düşey işletme yüklerine ait yük parametresi

$$P_{di} = 1.00$$

olarak seçildiğinde, düşey hesap yükü parametresi

$$P_{dh} = P_{di} \cdot e_d = e_d$$

olmaktadır.

b- Sistemdeki her çubuk için, düşey hesap yüklerinden meydana gelen normal kuvvetler tahmin edilir. Normal kuvvetler daha çok denge denklemlerine bağlı olduklarından bunların tahmini için sistemin birinci mertebe teorisine göre hesabından yararlanılabileceği gibi doğrudan doğruya denge denklemleri ile tahmin edilmeleri de çok kere yeterli olmaktadır.

c- Normal kuvvetlere bağlı olarak, her çubuk için rijitlik ve yükleme matrislerinin ikinci mertebe teorisindeki değerleri hesaplanır. Normal kuvvet değerinin sıfır veya küçük olduğu çubuklarda bu matrislerin birinci mertebe teorisindeki değerleri hesaplanır.

d- Sistem, düşey yük parametresinin $\Delta \mathcal{P}_d = 1$ değeri için ikinci mertebe teorisine göre hesaplanır. Başlangıçta sistem üzerinde plastikleşen kesitler bulunmadığı için (2.25) denklem takımı

$$[S_{dd}] * [d] + [P_o] = [q] \quad (2.25a)$$

şeklinde olacaktır. Bu denklem takımı çözülerek, düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenlerinden oluşan bilinmeyenler belirlenir.

e- Bilinmeyenlere bağlı olarak, sistemdeki her çubuk için, uç kuvvetleri hesaplanarak kritik noktalardaki iç kuvvetler belirlenir ve Bölüm 2.6.4 de açıklandığı şekilde ilk plastikleşen kesitin oluşacağı $\mathcal{P}_{d_1}$ yük parametresi tayin edilir. Bu değer,

$$\mathcal{P}_{d_1} > \mathcal{P}_{d_h}$$

ise, düşey hesap yüklerinin etkisi altında sistemde plastikleşen kesit oluşmadığı anlaşılır ve $\Delta \mathcal{P}_d = 1$ den meydana gelen iç kuvvetler $\mathcal{P}_{d_h}$ değeri ile çarpılarak düşey hesap yüklerine ait toplam iç kuvvetler bulunur. Buna karşılık,

$$P_{d1} < P_{dh}$$

ise, P_{d1} yükünden oluşan ilk plastik kesite ait ϕ_{z1} plastik dönmesi ilave bilinmeyen olarak dikkate alınır ve Bölüm 2.6.2 de açıklandığı şekilde yeni bir satır ve kolon eklenerek elde edilen genişletilmiş denklem takımının çözümünden bu adıma ait bilinmeyenler elde edilir.

Bilinmeyenlere bağlı olarak uç kuvvetleri (2.26) bağıntıları ile bulunur ve sistemdeki kritik kesitler için iç kuvvetler hesaplanır. Bunlardan yararlanarak Bölüm 2.6.4 de açıklandığı şekilde bir sonraki plastikleşen kesitin meydana geleceği

$$P_{d2} = P_{d1} + \Delta P_{d2} \quad (2.31a)$$

yük parametresi tayin edilir.

Bu işlemler düşey yük parametresi P_{dh} değerine eşit oluncaya kadar tekrarlanır.

Herhangi bir j sayılı adımda P_{dj} yük parametresinin

$$P_{dj} > P_{dh}$$

olması halinde, $\Delta P_d = 1$ den meydana gelen iç kuvvetler, $(P_{dh} - P_{dj-1})$ değeri ile çarpılarak bir önceki adımdaki toplam iç kuvvetlere ilave edilmelidir. Böylece düşey yük parametresinin P_{dh} değerine eşit olduğu duruma ait toplam iç kuvvetler elde edilmiş olur.

f- Düşey yükler için hesap tamamlandıktan sonra, sistemin orantılı olarak artan yatay yüklere göre hesabına geçilir.

Bunun için $\Delta P_y = 1$ yatay yüklerinden oluşan $[P_o]$, $[P_{\phi o}]$ ve $[q]$ matrisleri hesaplanarak denklem takımındaki

yerlerine yazılır ve sadece bu matrisler indirgenir. [S] matrisi dış yüklerden bağımsız olduğundan yeniden hesaplanmasına ve indirgenmesine gerek kalmamaktadır.

g- Denklem takımının çözümünden bilinmeyenler elde edildikten sonra Bölüm 2.6.3 de açıklandığı şekilde uç kuvvetleri ve iç kuvvetler hesaplanarak, Bölüm 2.6.4 de belirtildiği gibi bir sonraki plastikleşen kesitin yeri ve bunu oluşturan yatay yük parametresi belirlenir.

h- Sistemde yeni meydana gelen plastikleşen kesitteki ϕ_k plastik dönmesi bilinmeyen olarak alınır ve bu bilinmeyene karşı, Bölüm 2.6.2 de açıklandığı şekilde, denklem takımına yeni bir satır ve kolon ilave edilir. Böylece elde edilen genişletilmiş denklem takımının sadece ilave satır ve kolonu indirgenerek bilinmeyenler hesaplanır. Daha sonra uç kuvvetleri (2.26) bağıntıları ile elde edilerek sistemdeki kritik kesitlere ait iç kuvvetler hesaplanır. Bunlara bağlı olarak bir sonraki plastikleşen kesit ve bunu oluşturan yatay yük parametresi Bölüm 2.6.4 de açıklandığı şekilde belirlenir.

i- Her yük artımı için hesap sonunda şu kontrol işlemleri yapılır:

il- Plastikleşen kesitlerdeki $\phi_z, \phi_y, \Delta, \dots$ sonlu plastik şekildeğiştirmelerinin ait oldukları kesitlerdeki $M_z, M_y, N, \dots$ iç kuvvetleri ile aynı yönde olup olmadıkları kontrol edilir. Eğer bir veya daha çok kesitte, plastik şekildeğiştirmeler kendi doğrultularındaki iç kuvvetlerle ters yönde iseler, bu kesitlerdeki iç kuvvet durumunun yön değiştirerek akma yüzeyinin iç bölgesine yöneldiği anlaşılabacağından, Bölüm 3.1 de önerilen yollardan biri ile bu adımdaki yük artımına ait hesaplar tekrarlanır.

- i2- Plastikleşen kesitlerdeki iç kuvvet durumlarının üzerinde bulunduğu akma düzlemini değiştirip değiştirmedeği kontrol edilir. Bir veya daha çok plastikleşen kesitteki iç kuvvetlerin değerleri değişerek, iç kuvvet durumunun diğer bir akma düzlemine geçtiği anlaşıldığında, o plastikleşen kesitlere ait akma şartlarının yeniden yazılması gerekmektedir. Bu durumda Bölüm 3.2 de verilen yollardan biri ile o adımdaki yük artımına ait hesaplar tekrarlanır.
- i3- Genişletilmiş denklem takımı indirgendikten sonra katsayılar matrisinin determinant değeri kontrol edilir. Eğer bu değer negatif ise veya artan yüklere karşılık düşüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri ve plastik şekildeğiştirmeler önceki adıma ait değerlerle ters işaretli iseler sistemin burkulduğu anlaşılır. Bu adımdan önceki toplam yük parametresi, P_{L2} ikinci mertebe limit yükü olarak alınır ve hesaba son verilir.
- i4- Plastikleşen kesitlerdeki toplam plastik şekildeğiştirmeler ile düşüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri kendilerine ait sınır değerlerle karşılaştırılır. Bunların yanı sıra betonarme sistemlerde büyük çatlakların veya kırılmaların olup olmadığı kontrol edilir. Eğer yerdeğiştirmeler ve plastik şekildeğiştirmelerden biri veya birkaçı kendilerine ait sınır değerleri aşıyorsa, betonarme sistemlerde büyük çatlaklar veya kırılmalar meydana geliyorsa, sistemin burkulmadan önce bu nedenlerle göçtüğü anlaşılır. Bu adımdan önceki yük artımındaki toplam yük parametresi P_G göçme yükü olarak alınır ve hesaba son verilir.

i5- Sistemde bölgesel mekanizmaların ve bölgesel burkulmaların meydana gelmediği de hesabın her adımında kontrol edilmelidir.

j- f ile i arasındaki adımlar, ikinci merteye limit yük veya göçme yükü elde edilinceye kadar tekrarlanarak hesaba son verilir.

k- Hesap sonunda çubuklarda elde edilen normal kuvvetler, başlangıçta tahmin edilen değerleriyle karşılaştırılır. Tahmin edilen ve hesaplanan normal kuvvetler arasındaki fark sonucu etkileyebilecek oranda ise, yeni normal kuvvetlere göre sistemin hesabı tekrarlanır. Ancak Bölüm 2.5 de açıklandığı gibi çok kere hesabın tekrarına gerek olmamaktadır.

l- Sistem işletme yükü parametresi için benzer şekilde hesaplanarak, bu yükler altında büyük yerdeğiştirmelerin, betonarme sistemlerde zararlı çatlakların oluşmadığı ve lineer-elastik sınırın pek aşılmadığı da kontrol edilmelidir.

BÖLÜM 3. ÖZEL DURUMLARIN İNCELENMESİ

Uzay çubuk sistemlerde ikinci merteye limit yükün hesabı için geliştirilen yük artımı yönteminin uygulanması sırasında bazı özel durumlarla karşılaşılabilir. Bunların başlıcaları,

a- plastikleşen kesitlerdeki iç kuvvet durumunun yöndeğiştirmesi,

b- plastikleşen kesitlerdeki iç kuvvet durumunun üzerinde bulunduğu akma düzlemini değıştirmesi,

c- sistemde, yalnız normal kuvvet etkisindeki çubukların da bulunması,

d- orantılı yükleme altında sistemin hesabı ve ikinci merteye limit yükün tayini olarak sıralanabilir.

Özel durumlar için, geliştirilen yük artımı yönteminin genelliğı çerçevesinde çözümler getirilmiştir. Aşağıdaki bölümlerde bunlar açıklanacaktır.

3.1. Plastikleşen Kesitlerdeki İç Kuvvet Durumunun Yön Değıştirmesi

Bölüm 2.3 de akma şartları incelenirken, bir yük artımı sırasında, plastikleşen kesitlerdeki iç kuvvet durumunun akma düzlemleri üzerinde kaldığı kabul edilmişti. Ancak bazı hallerde plastikleşen kesitlerin bir veya birkaçında iç kuvvet durumu akma yüzeyinin iç bölgesine yönelebilir; yani

$$\Delta M_z + \Delta M_y A_2/A_1 + \Delta N A_3/A_1 < 0$$

olabilir. Böyle bir özel durumla karşılaşılacak bir kesitte, bu adıma ait yük artımı için plastik şekil değiştirme bileşenleri meydana gelmemekte; yani

$$\phi_z = \phi_y = \Delta = 0$$

olmakta ve kesit lineer-elastik olarak davranmaktadır.

Bilindiği gibi, plastik mafsallı hipotezinin kabul edildiği düzlem çubuk sistemlerde bu olaya "plastik mafsallı kapanması" denilmektedir.

Aynı yönde değişen statik dış yükler altında iç kuvvet durumunun yönde değiştirmesi genellikle beklenmemekle birlikte, malzeme ve geometri değişimleri nedeniyle sistemin davranışı lineer olmadığından, nadiren de olsa bu özel durumla karşılaşılabilir.

Geliştirilen yöntemde bir plastikleşen kesitteki iç kuvvet durumunun yönde değiştirmesi, bu kesitteki plastik şekil değiştirme bileşenlerinin toplam iç kuvvetler ile ters yönde olmasından anlaşılmaktadır.

Yük artımının herhangi bir adımında, plastikleşen kesitlerden birinde iç kuvvet durumunun yönde değiştirmesi halinde aşağıda verilen iki yoldan biri uygulanarak bu özel durum için çözüm elde edilir.

Birinci yol:

İç kuvvet durumunun yönde değiştirdiği k sayılı plastikleşen kesitte

$$\phi_{zk} = 0$$

olması gerektiğinden, bu bilinmeyene ait satır ve kolon denklem takımından çıkarılarak bu adıma ait hesaplar tekrarlanır. Bunun için k sayılı denklemden sonraki bütün satır ve kolonlara indirgeme işlemi yeniden uygulanır.

Yeniden indirgenmesi gereken denklem sayısı fazla olduğunda bu yol daha çok işlem gerektirir.

İkinci yol:

İç kuvvet durumunun yöndeğiştirdiği k sayılı plastikleşen kesitteki ϕ_{zk} bilinmeyenine ilave olarak, denklem takımının sonuna

$$\phi'_{zk} = -\phi_{zk}$$

olması istenen yeni bir bilinmeyen eklenir. Böylece k kesitindeki toplam plastik şekildeğiştirmelerin

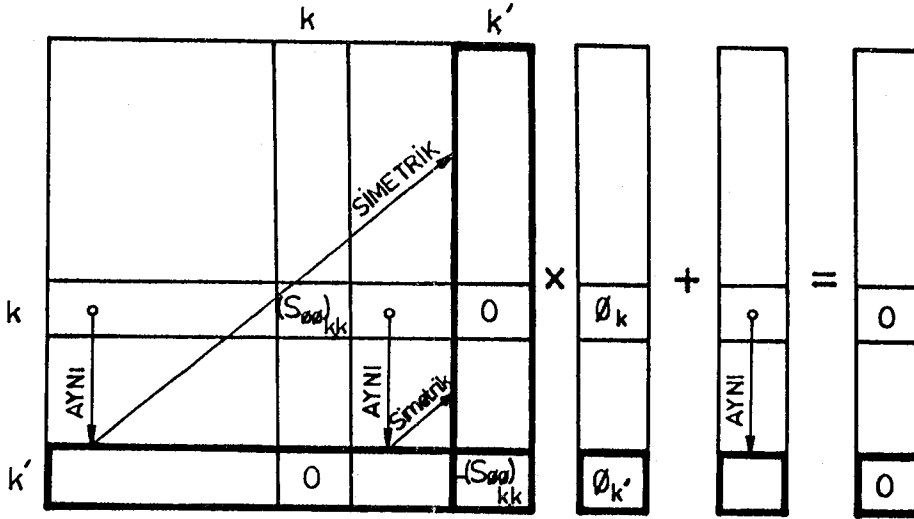
$$\phi_{zk} + \phi'_{zk} = 0 \quad (3.1)$$

olması sağlanır.

İlave edilen ϕ'_{zk} bilinmeyenine ait satır ve kolon elemanları (3.1) denklemini sağlayacak şekilde tayin edilir. Bunun için k' sayılı satırda

$$(S_{\phi\phi})_{k,k'} = 0 \quad , \quad (S_{\phi\phi})_{k',k'} = -(S_{\phi\phi})_{k,k} \quad (3.2)$$

olması ve diğer elemanların ise k sayılı satır elemanları ile aynı olması gerekmektedir, Şekil 3.1. Görüldüğü gibi k ve k' denklemlerinin süperpozisyonundan (3.1) şartı gerçeklenebilmektedir.



Şekil 3.1. Sistem Denklem Takımına Eklenen k' Sayılı Satır ve Kolon

Bu adıma kadar denklem takımı indirgenmiş olduğundan, önerilen ikinci yolun uygulanması halinde yapılması gereken işlem sadece k' sayılı satır ve kolonun indirgenmesinden ibarettir.

Yük artımının herhangi bir adımında, birden çok plastikleşen kesitte iç kuvvet durumunun yöndeğiştirmesi halinde bunlar plastikleşme sırasına göre birer birer ele alınarak yukarıdaki iki yoldan biri uygulanır. Ele alınan her plastikleşen kesite bu işlemler uygulanırken, aynı durumdaki diğer plastikleşen kesitlerde yöndeğiştirme durumunun devam edip etmediği ayrıca kontrol edilmelidir.

Bu işlemler, iç kuvvet durumunun yöndeğiştirdiği plastikleşen kesitlerin sayısı kadar tekrarlanır.

3.2. Plastikleşen Kesitlerdeki İç Kuvvet Durumunun Üzerinde Bulunduğu Akma Düzlemini Değiştirmesi

Bölüm 2.3 de verilen

$$A_1 \Delta M_z + A_2 \Delta M_y + A_3 \Delta N = 0 \quad (2.6)$$

akma şartları yazılırken, plastikleşen kesitlerdeki iç kuvvet durumunun, akma yüzeyinin lineerleştirilmesi ile oluşturulan akma düzlemlerinden hangisinin üzerinde bulunduğu belirlenmekte ve A_1, A_2, A_3 katsayıları ait olduğu düzlemin denkleminde veya Tablo 2.1 den alınmaktadır.

Herhangi bir yük artımında, değişen iç kuvvetler nedeniyle bir veya birkaç plastikleşen kesitteki iç kuvvet durumları, üzerinde bulundukları akma düzleminde diğer bir akma düzlemine geçebilirler. Bu durumdaki plastikleşen kesitler için, üzerinde bulunduğu akma düzlemine ait A_1, A_2, A_3, B katsayılarının belirlenmesi ve buna bağlı olarak akma şartlarının yeniden yazılması gerekmektedir.

Plastikleşen kesitlerdeki iç kuvvetlerin daha sonraki yük artımlarında çok değişmedikleri gözönünde tutulursa, uygulamada bu durumla pek karşılaşılmayacağı söylenebilir. Ayrıca akma düzlemleri, akma yüzeyinin belirli bir yaklaşıklıkla lineerleştirilmesi ile elde edildiklerinden, plastikleşen kesitlerdeki iç kuvvet durumunun, üzerinde bulunduğu akma düzleminin sınırlarını çok aşmadığı durumlarda akma düzleminin değişmediği de kabul edilebilir. Bununla birlikte, bir yük artımında plastikleşen kesitlerin birinde, iç kuvvet durumunun üzerinde bulunduğu akma düzleminde diğer bir akma düzlemine geçmesi halinde aşağıda açıklanan iki yoldan biri uygulanabilir.

Birinci yol :

İç kuvvet durumunun akma düzlemini değiştirdiği k sayılı plastikleşen kesitteki ϕ_{zk} bilinmeyenine ait satır ve kolon denklem takımından çıkarılır. Bunun yerine, bu plastikleşen kesitteki iç kuvvet durumunun üzerinde

bulunduğu yeni akma düzlemine ait A_1, A_2, A_3 katsayıları kullanılarak elde edilen yeni kolon ve satır elemanları denklem takımındaki yerlerine yazılırlar. Bundan sonra, k sayılı plastikleşen kesite ait denklemlerden başlanarak daha sonraki bütün satır ve kolonlara indirgeme işlemi uygulanır ve sözkonusu adıma ait hesaplar tekrarlanır.

İkinci yol :

Önce k sayılı plastikleşen kesitteki ϕ_{zk} bilinmeyenine ilave olarak yeni bir

$$\phi'_{zk} = -\phi_{zk}$$

bilinmeyi tanımlanır ve Bölüm 3.1 de açıklandığı şekilde, bu bilinmeye ait satır ve kolon denklem takımına ilave edilir. Böylece k sayılı akma şartının çözüme olan etkisi ortadan kaldırılmış olur. Daha sonra, ikinci bir ϕ''_{zk} bilinmeyi tanımlanır. Bu bilinmeye ait satır ve kolon elemanları, iç kuvvet durumunun üzerinde bulunduğu yeni akma düzlemine ait A_1, A_2, A_3 katsayıları kullanılarak hesaplanır ve denklem takımına ilave edilir.

Bu yolun uygulanması halinde denklem takımına yeni ilave edilen ϕ'_{zk} ve ϕ''_{zk} bilinmeyenlerine ait son iki satır ve kolonun indirgenmesi yeterli olmaktadır.

3.3. Sistemde, Yalnız Normal Kuvvet Etkisindeki Çubukların da Bulunması Hali

Geliştirilen yük artımı yönteminde denge denklemleri ve akma şartları elde edilirken, sisteme ait düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri ve plastikleşen kesitlerdeki sonlu plastik şekil değiştirmeler bilinmeyen olarak alınmaktadır.

Bölüm 2.3 de açıklandığı şekilde, bir plastikleşen kesitteki ϕ_z plastik şekildeğiştirme bileşeni bilinmeyen olarak seçilmektedir. Akma vektörünün akma yüzeyine dik olması ve akma şartlarının düzlemler şeklinde lineerleştirilmesi nedeni ile diğer sonlu plastik şekildeğiştirme bileşenleri ϕ_z bilinmeyenine bağlı olarak

$$\phi_y = \frac{A_2}{A_1} \phi_z, \quad \Delta = \frac{A_3}{A_1} \phi_z, \quad (\phi_z \neq 0)$$

şeklinde ifade edilmektedirler.

Sistemde, yalnız normal kuvvet etkisindeki çubukların da bulunması ve yük artımları sırasında bu çubukların üzerinde plastikleşen kesitlerin meydana gelmesi halinde, plastik şekildeğiştirmelerin ϕ_z dönmesine bağlı olarak ifade edilmeleri mümkün değildir. Çünkü bu çubuklarda kesit tesiri olarak yalnız normal kuvvet meydana gelmekte ve normal kuvvetin, N_p değerine ulaştığı kesit plastikleşmektedir. Bu durumda

$$\phi_z = \phi_y = 0, \quad \Delta \neq 0$$

olmaktadır. Akma şartı ise

$$\Delta N = 0 \quad (2.6c)$$

şekline dönüşmektedir.

Bu özel durumda k sayılı plastikleşen kesitteki Δ_k plastik şekildeğiştirme bileşeni ile bunun birim değerinden oluşan $[P_d\phi]$, $[P_{\phi_0}]$, $[S_{\phi\phi}]$ matrislerine ait alt matrisler denklem takımına ilave edilir. k sayılı plastikleşen kesitteki Δ_k plastik boydeğişmesinin birim ($\Delta_k = 1$) değerinden oluşan uç kuvvetleri matrisleri aşağıda gösterilmiştir.

$$\begin{aligned}
 [P_{\Delta k}]_i &= \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{1,7} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -EF/L \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 [P_{\Delta k}]_j &= \begin{bmatrix} P_7 \\ P_8 \\ P_9 \\ P_{10} \\ P_{11} \\ P_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{7,7} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EF/L \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}
 \tag{2.19e}$$

Bu matrisler (2.19) da verilen matrislerin özel durumu olarak elde edilmektedir.

3.4. Orantılı Yükleme Halinde Yük Parametresi-Yerdeğiştirme Bağıntısının Tayini ve İkinci Mertebe Limit Yükün Hesabı

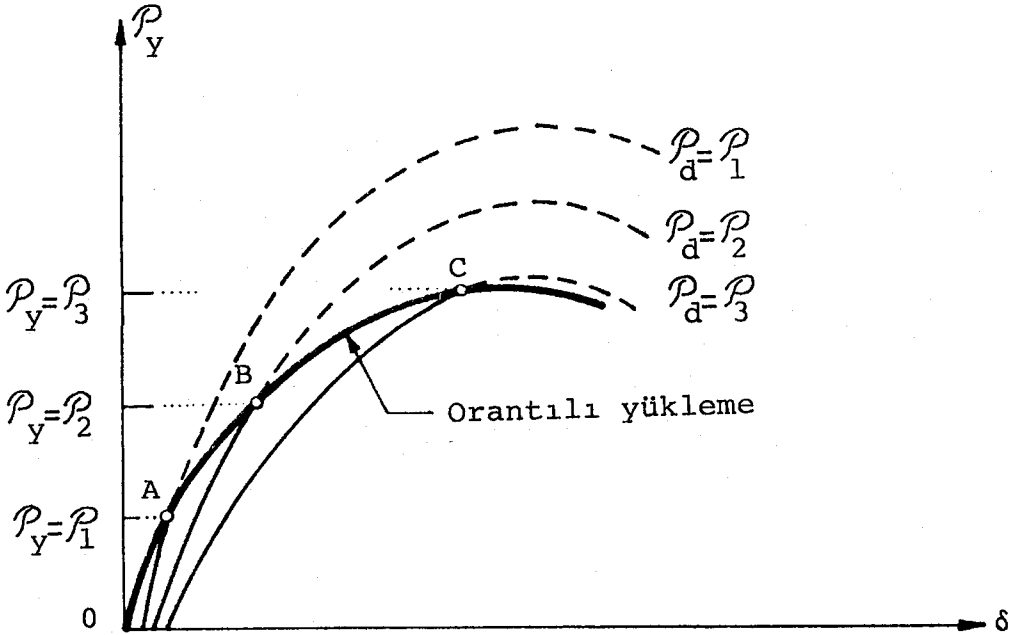
Sabit düşey yükler ve orantılı olarak artan yatay yükler etkisindeki uzay çubuk sistemlerin ikinci mertebe limit yük hesabı için geliştirilen bu yük artımı yönteminden yararlanarak, orantılı olarak artan düşey ve yatay yükler

etkisindeki sistemlerin de yük parametresi-yerdeğiştirme bağıntılarının tayini ve ikinci merteye limit yüklerinin hesabı mümkün olabilmektedir.

Bunun için, düşey yük parametresinin çeşitli sabit değerleri altında sistemin artan yatay yük parametresine göre hesabının yapılması ve $\mathcal{P}_y$ - δ bağıntılarının elde edilmesi yeterli olmaktadır.

Şekil 3.2 de, düşey yük parametresinin $\mathcal{P}_1 < \mathcal{P}_2 < \mathcal{P}_3 \dots$ değerleri için elde edilen yatay yük parametresi-yerdeğiştirme ($\mathcal{P}_y$ - δ) bağıntıları şematik olarak gösterilmiştir.

Burada, $\mathcal{P}_d = \mathcal{P}_1$ eğrisinin $\mathcal{P}_y = \mathcal{P}_1$ değerine karşı gelen A noktası için sisteme etkiyen düşey ve yatay yük parametreleri birbirine eşittir. Benzer şekilde B noktası için $\mathcal{P}_2$, C noktası için $\mathcal{P}_3$, düşey ve yatay yük parametrelerinin birbirine eşit olduğu değerlerdir. Burada, sistemin davranışının yüklemenin tarihinden bağımsız olduğu kabul edilmiştir.



Şekil 3.2. Orantılı Yükleme Ait $\mathcal{P}$ - δ Bağıntısı

Şekil 3.2 deki O, A, B, C,..... noktalarını birleştiren eğri, orantılı olarak artan düşey ve yatay yüklere ait $\mathcal{P}$ - δ bağıntısını vermektedir. Görüleceği gibi, her düşey yük parametresine ait $\mathcal{P}_y$ - δ eğrilerinin $\mathcal{P}_y > \mathcal{P}_d$ için çizilmeleri gereksiz olduğundan, orantılı olarak artan yatay yüklere göre hesabın, yatay ve düşey yük parametrelerinin eşit olduğu $\mathcal{P}_y = \mathcal{P}_d$ değerine kadar yapılması yeterli olmaktadır.

İkinci Mertebe Limit Yükün Tayini

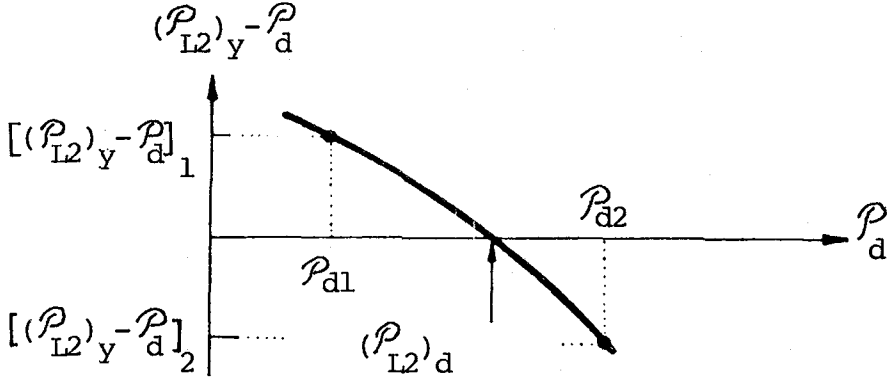
Yukarıda açıklanan şekilde çizilen yük parametresi-yerdeğiştirme diyagramının maksimum ordinatı orantılı yüklemeye ait ikinci mertebe limit yükü vermektedir. Bu değer yeterli sayıdaki A, B, C,.....noktalarından yararlanarak belirlenebilir.

Orantılı yükleme halinde ikinci mertebe limit yükün doğrudan doğruya tayini istendiğinde, aşağıda verilen diğer bir yol da izlenebilir.

Orantılı yüklemenin tanımı uyarınca ikinci mertebe limit yüke ait düşey ve yatay yük parametrelerinin birbirine eşit olmaları gerekmektedir. Bu nedenle, çeşitli $\mathcal{P}_d$ düşey yük parametreleri için hesap yapılarak ikinci mertebe limit yüke ait $(\mathcal{P}_{L2})_y$ yatay yük parametreleri hesaplanır ve $\mathcal{P}_d$ değerleri absise,

$$(\mathcal{P}_{L2})_y - \mathcal{P}_d$$

farkları ordinata alınarak çizilen diyagramın $\mathcal{P}_d$ eksenini kestiği nokta interpolasyonla elde edilir, Şekil 3.3.



Şekil 3.3. İkinci Mertebe Limit Yükün Elde Edilişi

Bu noktada

$$(P_{L2})_y - P_d = 0$$

şartı sağlandığından, absisteki $(P_{L2})_d$ değeri, orantılı yük-
leme halindeki ikinci mertebe limit yükü vermektedir.

BÖLÜM 4. IMEP-3D BİLGİSAYAR PROGRAMI

4.1. Programın Amacı ve Kapsamı

Uzay çubuk sistemlerin ikinci merteye elasto-plastik hesabı ve limit yüklerinin tayini için geliştirilen yük artımı yönteminin sayısal uygulamaları amacıyla bir bilgisayar programı hazırlanarak FORTRAN-77 dilinde kodlanmıştır.

Bu program yardımı ile Bölüm 2.1 deki şartları sağlayan bütün uzay çubuk sistemlerin belirli sabit düşey yükler ve artan yatay yükler altında ikinci merteye elasto-plastik hesabı yapılabilmekte ve limit yükleri doğrudan doğruya tayin edilebilmektedir.

Giriş bilgileri içinde verilen bir anahtar değişken yardımı ile hesabın ara adımları ve dolayısıyla yapının artan yükler altındaki davranışı da izlenebilmektedir.

Her yük artımı sırasında Bölüm 3 de verilen özel durumların meydana gelip gelmediği kontrol edilmekte ve ikinci merteye limit yükün tayinine ait kontrollerin tümü Bölüm 2.7.3 de açıklandığı şekilde yapılmaktadır.

Bu program ile ayrıca, uzay çubuk sistemlerin birinci merteye teorisine göre elasto-plastik hesabı ile birinci veya ikinci merteye lineer-elastik hesabı da birer özel durum olarak gözönüne alınmaktadır. Bundan başka, düzlemi içinde ve düzlemine dik yüklerin etkisi altındaki düzlem sistemlerin birinci veya ikinci merteye elasto-plastik veya lineer-elastik hesabı da programın uygulama alanı içindedir.

4.2. Giriş Bilgileri

IMEP-3D (İkinci-Mertebe, Elasto-Plastik, 3 boyutlu (uzay) sistemler) adı verilen programın giriş bilgileri

- a- programın kontrol bilgileri,
- b- sistem özellikleri,
- c- çubuk özellikleri,
- d- yükler,
- e- özel mesnet durumları

şeklinde düzenlenmiştir.

Aşağıda, bu giriş bilgileri açıklanmıştır.

- a- Program kontrolu ile ilgili giriş bilgileri

Bir anahtar değişken yardımı ile hesabın birinci veya ikinci mertebe teorisine göre yapılacağı belirlenmektedir.

İkinci mertebe elasto-plastik hesabın yapılması halinde, yük artımları sırasında, kritik yerdeğiştirmelerin işaret değiştirip değiştirmediklerinin kontrol edilmesi gerekmektedir. Bu nedenle, ikinci mertebe teorisine göre hesap yapılması durumunda kontrol edilecek olan düğüm noktalarının numaraları ile bu düğüm noktalarındaki kritik yerdeğiştirmelerin numaraları da ayrıca giriş bilgisi olarak verilir. Böylece ikinci mertebe limit yükün doğrudan doğruya tayin edilerek hesaba otomatik olarak son verilmesi mümkün olmaktadır.

Diğer bir anahtar değişken yardımı ile sadece son yük artımı sonundaki çıkış bilgileri veya her yük artımındaki çıkış bilgileri alınabilmektedir. Böylece, istenirse, hesabın her aşaması izlenebilmektedir.

b- Sistem özellikleri ile ilgili giriş bilgileri

Sistemin düğüm noktalarının sayısı (tam ankastre mesnetler hariç olmak üzere), çubukların sayısı, düşey yükler için öngörülen güvenlik katsayısı e_d , düşey yük grubunun etkidiği düğüm noktası sayısı, yatay yük grubunun etkidiği düğüm noktası sayısı, elastisite modülü ve kayma modülü değerleri giriş bilgisi olarak verilmektedir.

c- Çubuk özellikleri ile ilgili giriş bilgileri

Çubuk sayısı kadar ve her çubuk için tekrarlanmak üzere, çubuğun i ve j uçlarının birleştiği düğüm noktaları numaraları, çubuğa etkiyen tekil yüklerin sayısı, transformasyon matrisi için gerekli olan α, β, γ açıları, çubuk boyu, tahmin edilen normal kuvvet değeri, burulma atalet momenti, y ve z çubuk eksenlerine göre eğilme atalet momentleri, enkesit alanı, çubuk enkesitinin y ve z çubuk eksenlerine göre taşıyabileceği plastik momentler ve plastik normal kuvvet değerleri giriş bilgileri olarak verilmektedir.

d- Yükler ile ilgili bilgiler

Üzerinde yük bulunan çubuklarda, tekil yük sayısı kadar tekrarlanmak üzere, y ve z çubuk eksenleri doğrultusunda etkiyen yüklerin işletme yüklerine ait değerleri ve bu yüklerin etkidiği noktaların çubuğun i ucuna uzaklıkları verilmektedir.

Düğüm noktası yüklerinin düşey ve yatay yük grupları için ayrı ayrı verilmesi gerekmektedir. Buna göre, önce düşey yük grubunun etkidiği düğüm noktası sayısı kadar tekrarlanmak üzere, düğüm noktası numarası ve bu noktadaki yük bileşenlerinin değerleri giriş bilgisi olarak verilir. Benzer şekilde, yatay yük grubunun etkidiği düğüm noktası sayısı kadar tekrarlanmak üzere, düğüm noktası numarası ve bu noktadaki yük bileşenlerinin değerleri de verilmektedir.

e- Özel mesnet durumları ile ilgili bilgiler

Tam ankastre olmayan mesnetlerin ve bu mesnetlerdeki serbest olan yerdeğiştirmelerin numaraları giriş bilgisi olarak verilmektedir.

4.3. Çıkış Bilgileri

IMEP-3D programının çıkış bilgileri

- a- hesap adımları sayısı,
- b- yük parametreleri,
- c- yerdeğiştirmeler ve iç kuvvetler,
- d- yük artımlarına ait ara bilgiler,
- e- yatay yük parametreleri ve yerdeğiştirme bileşenleri,

şeklinde düzenlenmiştir.

Aşağıda bu çıkış bilgileri açıklanmıştır.

a- Hesap adımları sayısı

Düşey yükler ve yatay yükler için yapılan hesap adımlarının sayısı, her yük artımı sonunda veya yalnız hesabın son adımında çıkış bilgisi olarak bir dosyaya aktarılmaktadır.

b- Yük parametreleri

Her yük artımı sırasında veya yalnız hesabın sonunda, bu adımdaki plastikleşen kesitin oluşması için gerekli yük parametresi ΔP , bu adım sonundaki toplam düşey yük parametresi P_d ve toplam yatay yük parametresi P_y değeri çıkış bilgisi olarak aynı dosyaya aktarılmaktadır.

c- Yerdeğiştirmeler ve iç kuvvetler

Her yük artımı sonrasında veya yalnız hesabın sonunda, $\Delta P = 1.00$ yüklemesinden ve toplam yüklerden meydana gelen,

- düğüm noktalarının ve plastikleşen kesitlerin yerdeğiştirme bileşenlerinin,
- kritik kesitlerdeki iç kuvvetlerin

değerleri çıkış bilgisi dosyasına aktarılmaktadır.

d- Yük artımları sırasındaki ara bilgiler

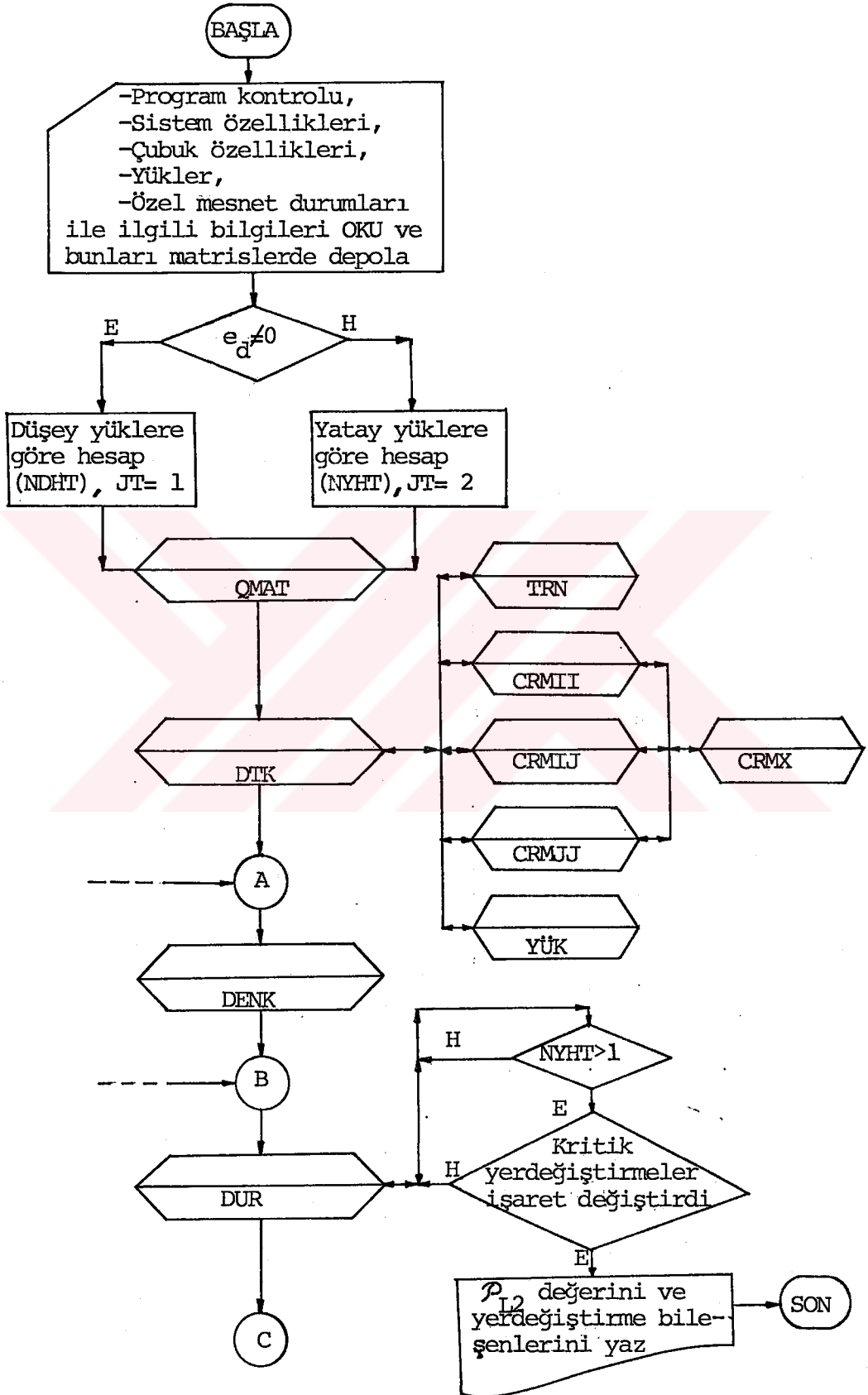
Program kontrolü ile ilgili bir anahtar değışken yardımı ile çubukların $[k]_{ii}$, $[k]_{ij}$, $[k]_{jj}$, $[T]$, $[P_o]_i$, $[P_o]_j$, $[P_{\phi o}]_i$, $[P_{\phi o}]_j$,v.b. matrislerinin elemanları çıkış bilgisi olarak yine aynı dosyaya aktarılabilir.

e- Yatay yük parametreleri ve yerdeğiştirme bileşenleri

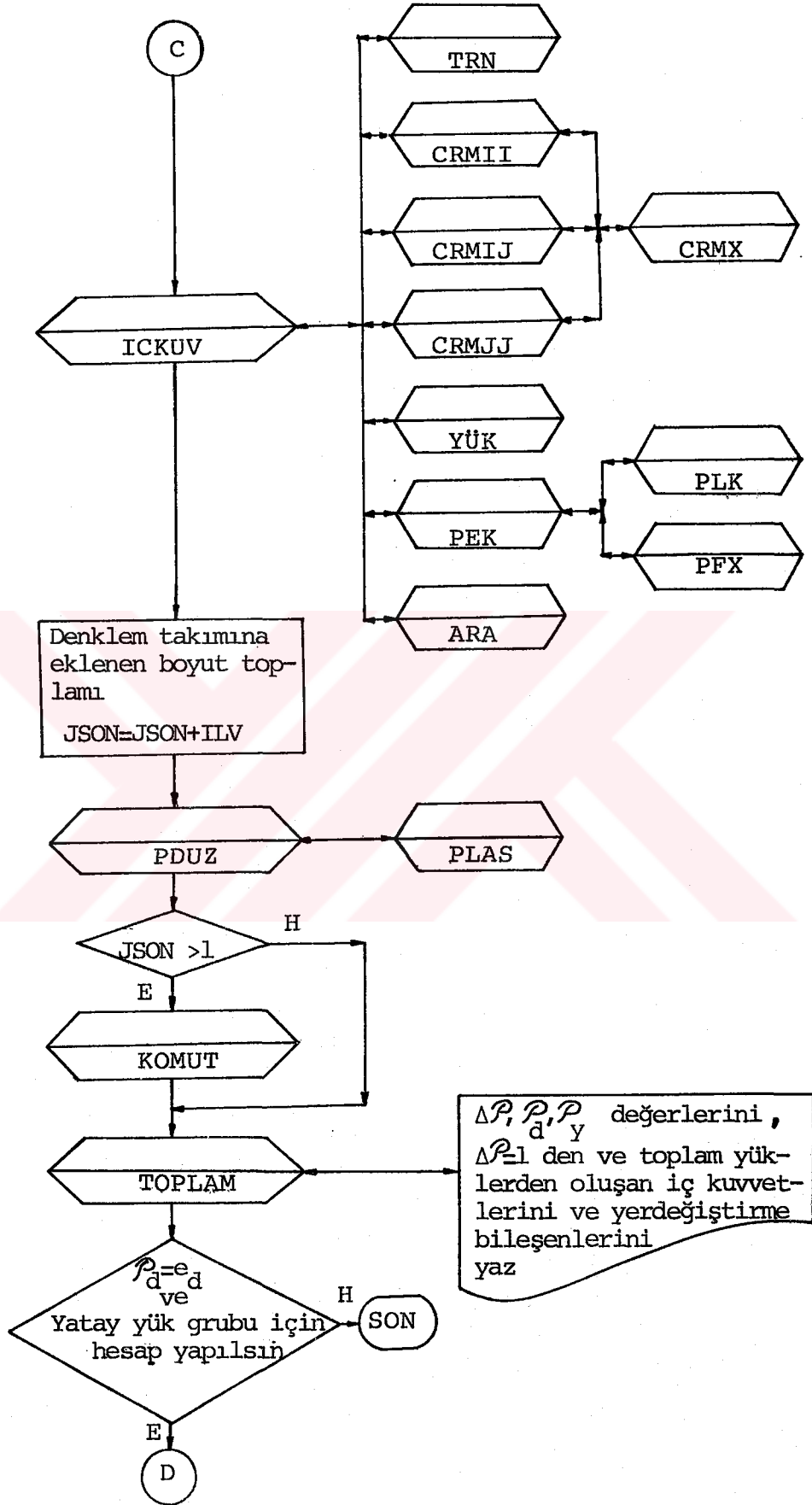
$P_y - \delta$ grafiğinin çizilebilmesi için her yük artımı sonunda, toplam yatay yük parametresi (P_y) değeri ile kontrolü istenen kritik yerdeğiştirme bileşenlerinin toplam değerleri ikinci bir çıkış bilgisi dosyasına aktarılmaktadır.

4.4. Akış Diyagramı

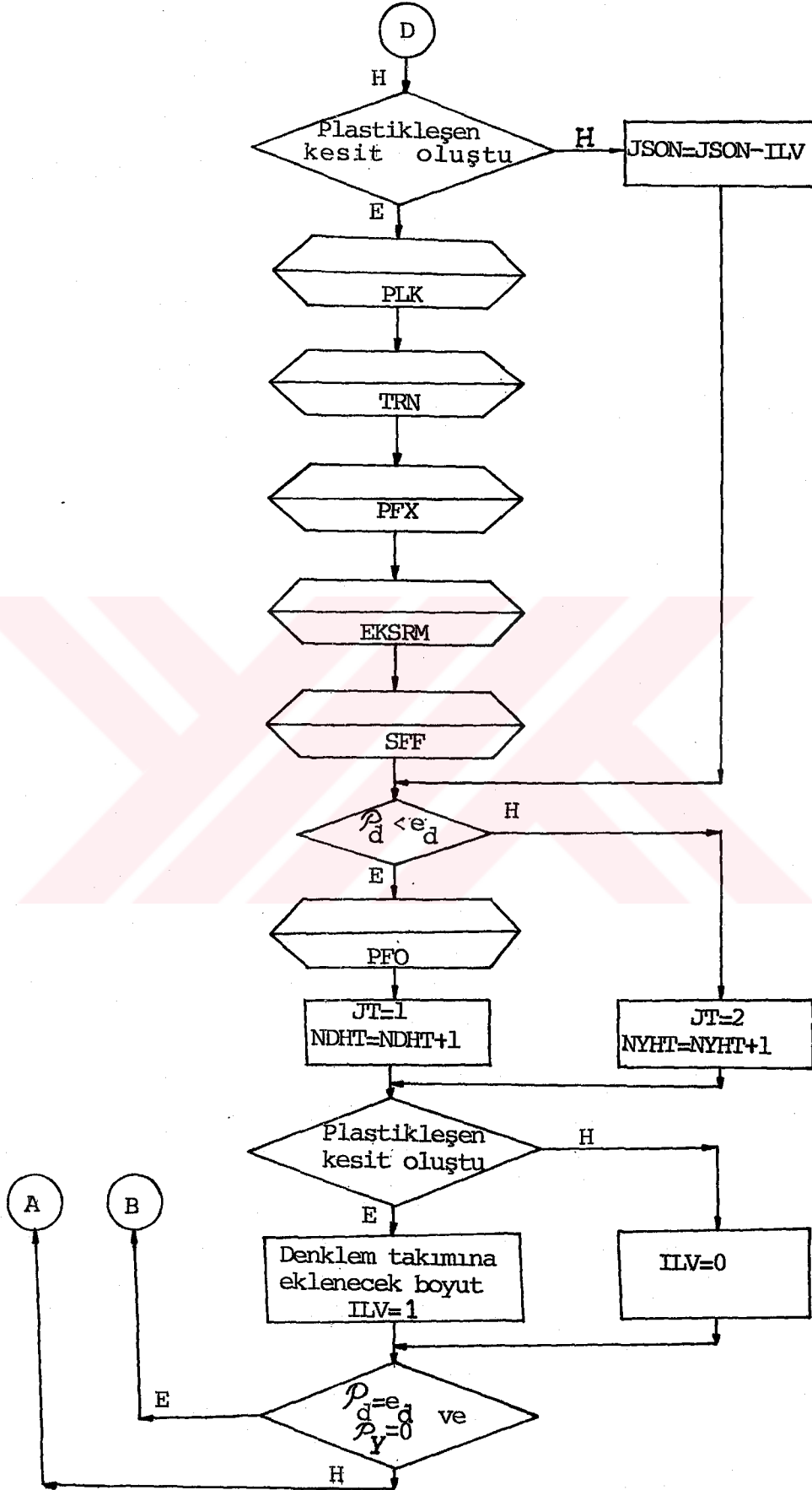
IMEP-3D programının akış diyagramı Şekil 4.1 de gösterilmiştir.



Şekil 4.1. IMEP-3D Programının Akış Diyagramı



Şekil 4.1. IMEP-3D Programının Akış Diyagramı (Devam)



Şekil 4.1. IMEP-3D Programının Akış Diyagramı (Devam)

4.5. Alt programların Açıklanması

IMEP-3D bilgisayar programı, akış diyagramından da görüldüğü gibi giriş bilgilerini okuyan ve alt programların arasındaki ilişkiyi düzenleyen bir ana program ile yirmiiki alt programdan meydana gelmektedir. Aşağıda, bu alt programların işlevleri açıklanmıştır.

QMAT : Düğüm noktası yük bileşenlerinin önce düşey yük grubuna sonra yatay yük grubuna ait değerlerini sistem denklem takımının $[q]$ matrisinde ait oldukları yerlere yerleştirir.

DTK : Üzerinde henüz plastikleşen kesit bulunmayan sisteme ait denklem takımını oluşturur. Bunun için TRN, CRMII, CRMIJ, CRMJJ, CRMX, YUK alt programlarından da yararlanılmaktadır.

Ayrıca bu alt programda düğüm noktalarının sıfır olan yerdeğiştirmelerine karşı gelen satır ve kolon elemanlarında gerekli işlemler de yapılır.

TRN : Çubukların $[T]$ transformasyon matrisleri hesaplanır.

CRMII, CRMIJ, CRMJJ : Sırasıyla, çubuk eksen takımındaki $[k]_{ii}$, $[k]_{ij}$, $[k]_{jj}$ çubuk rijitlik matrislerine ait elemanların birinci veya ikinci mertebe teorisine ait değerleri hesaplanır.

CRMX : Çubuk eksen takımındaki $[k]_{ii}$, $[k]_{ij}$, $[k]_{ji}$, $[k]_{jj}$ çubuk rijitlik matrislerini

$$[k]_{ixix} = [T] [k]_{ii} [T]^T$$

$$[k]_{ixjx} = [T] [k]_{ij} [T]^T$$

(2.13a)

$$[k]_{jxix} = [T] [k]_{ji} [T]^T$$

$$[k]_{jxjx} = [T] [k]_{jj} [T]^T$$

bağıntılarına göre sistem eksen takımına dönüştürür.

YUK : Çubukların üzerine etkiyen dış yüklerden meydana gelen, sistem eksen takımındaki çubuk uç kuvvetleri bileşenleri hesaplanır ve $[P_o]_{ix}$, $[P_o]_{jx}$ matrisleri elde edilir.

DENK : Sistem denklem takımını Gauss indirgeme yöntemi ile çözerek düğüm noktalarına ve plastikleşen kesitlere ait yerdeğiştirme bileşenlerini bulur. Bu programda ayrıca, yük artımları sırasında her plastikleşen kesitin oluşumundan sonra denklem takımına ilave edilen satır ve kolon elemanları, bir önceki yük artımına ait indirgenmiş denklem takımından yararlanarak indirgenir ve yeni bilinmeyenler bulunur.

DUR : Her yük artımı sırasında $\Delta P = 1.00$ birim yük artımından meydana gelen kritik yerdeğiştirmelerin bir önceki yük artımındaki işaretlerini değiştirip değiştirmedikleri kontrol edilmektedir. Eğer işaret **değiştirmiyor** larsa düğüm noktalarına ve plastikleşen kesitlere ait yerdeğiştirme bileşenlerinin son yük artımındaki $\Delta P = 1.00$ yükünden oluşan değerleri ve önceki adıma ait toplam değerleri ile ikinci merteye limit yük değeri çıkış bilgisi olarak yazıcıdan alınarak hesaba son verilmektedir.

UÇKUV : Her yük artımında denklem takımının çözümünden elde edilen bilinmeyenlerden yararlanarak sistem eksen takımındaki çubuk uç kuvvetleri, Bölüm 2.6.3 deki açıklanmış şekilde (2.26) veya (2.26a) da verilen bağıntılara göre

bütün çubuklar için hesaplanmakta ve (2.27) bağıntılarına göre de çubuk eksen takımındaki uç kuvvetleri elde edilmektedir. Bunlardan yararlanarak iç kuvvetler tayin edilmekte ve ilgili matrise yerleştirilmektedir.

ARA : Çubuk üzerinde tekil yükler varsa, bu yüklerin etkidiği noktalardaki iç kuvvetler hesaplanmakta ve ilgili matrise yerleştirilmektedir.

PLK : Plastikleşen kesitteki plastik şekildeğiştirme bileşenlerinden oluşan, çubuk eksen takımındaki $[P_{\phi k}]_i$ ve $[P_{\phi k}]_j$ çubuk uç kuvvetleri matrisleri birinci veya ikinci mertebe teorisine göre hesaplanmaktadır.

PFX : Çubuk eksen takımındaki $[P_{\phi k}]_i$ ve $[P_{\phi k}]_j$ çubuk uç kuvvetleri matrisleri

$$[P_{\phi k}]_{ix} = [T] [P_{\phi k}]_i \quad (2.20)$$

$$[P_{\phi k}]_{jx} = [T] [P_{\phi k}]_j$$

bağıntılarına göre sistem eksen takımına dönüştürülmektedir.

PEK : Çubuk üzerinde plastikleşen kesit meydana gelmesi halinde, plastik şekildeğiştirme bileşenlerinden oluşan uç kuvvetleri çubuk uç kuvvetlerine ilave edilir.

PLAS : Plastikleşme meydana gelebilecek kritik kesitlerdeki iç kuvvetlerden yararlanarak bu kesitlerin plastikleşmesi için gerekli ΔP_y yük parametresinin değeri ile iç kuvvet durumunun akma yüzeyinin hangi bölgesinde olduğu belirlenir. Bunların arasından en küçük ΔP_y yük parametresini veren kesit bulunarak bu kesitin çubuğun i ucuna olan uzaklığı ve ait olduğu çubuk numarası ile idealleştirilmiş akma düzleminin numarası ve buna ait A_1, A_2, A_3, B katsayıları belirlenir.

PDUZ : Her yük artımında plastikleşen kesitlerin dışında kalan kritik kesitleri belirler ve PLAS alt programından elde edilen plastikleşen kesit bilgilerini bir matriste depolar.

KOMUT : Önceki yük artımlarında meydana gelen plastikleşen kesitlerin akma düzlemlerini değiştirip değiştirmedikleri kontrol edilir ve bu özel durum için gerekli işlemler yapılır.

TOPLAM : $\Delta P = 1.00$ yüklemesinden elde edilen iç kuvvetler bu adıma ait ΔP yük parametresi ile çarpılarak, önceki adımdaki toplam iç kuvvetlere ilave edilir ve bu adıma ait toplam iç kuvvetler bulunur. Daha sonra bu adıma ait ΔP yük parametresi, P_d toplam düşey yük parametresi, P_y toplam yatay yük parametresi değerleri ile $\Delta P = 1.00$ den elde edilen iç kuvvetler ve bu yük artımı sonundaki toplam iç kuvvetler bütün kritik kesitler için ilgili matrislerde depolanır ve çıkış bilgisi olarak yazıcıdan alınır. Ayrıca düğüm noktalarına ve plastikleşen kesitlere ait yerdeğiştirme bileşenlerinin $\Delta P = 1.00$ den meydana gelen değerleri ile toplam değerleri de çıkış bilgisi olarak yazıcıdan alınabilmektedir.

EKSRM : Her yük artımında son plastikleşen kesite ait $[P_{\phi k}]_{ix}$ ve $[P_{\phi k}]_{jx}$ matrislerini denklem takımının $[S_{\phi d}]$ ve $[S_{d\phi}]$ alt matrislerine ilave satır ve kolon olarak yerleştirir. Ayrıca düğüm noktalarının sıfır olan yerdeğiştirme bileşenleri varsa bunlara karşı gelen satır ve kolon elemanları sıfırlanır.

SFF : Her yük artımında son plastikleşen kesit nedeniyle sistem denklem takımının $[S_{\phi\phi}]$ alt matrisine ilave edilecek terimleri hesaplayarak ait oldukları yerlere yerleştirir.

PFO : Yük artımları sırasında, plastikleşen kesitin meydana geldiğı çubuğun üzerine dış yükler etkiyorsa, bu dış yüklerden dolayı plastikleşen kesitteki iç kuvvetlerden oluşan $[P_{\phi_0}]$ alt matrisinin yeni elemanı hesaplanarak ait olduğı yere yerleştirilir.



Şekil 5.1. Tek Katlı Çelik Uzay Çerçeve ve İşletme Yükleri

Sistem eksen takımı esas alındığında, 2 numaralı mesnet Z eksenine paralel olarak doğrusal ve X eksenini etrafında açısal yerdeğiştirmelere karşı serbesttir. Benzer şekilde 3 numaralı mesnet de X eksenine paralel olarak doğrusal ve Z eksenini etrafında açısal yerdeğiştirmelere karşı serbest bırakılmıştır, Şekil 5.1.

Düşey hesap yükü parametresinin $P_{dh} = 1.50$ değeri için çubuklardaki normal kuvvetler

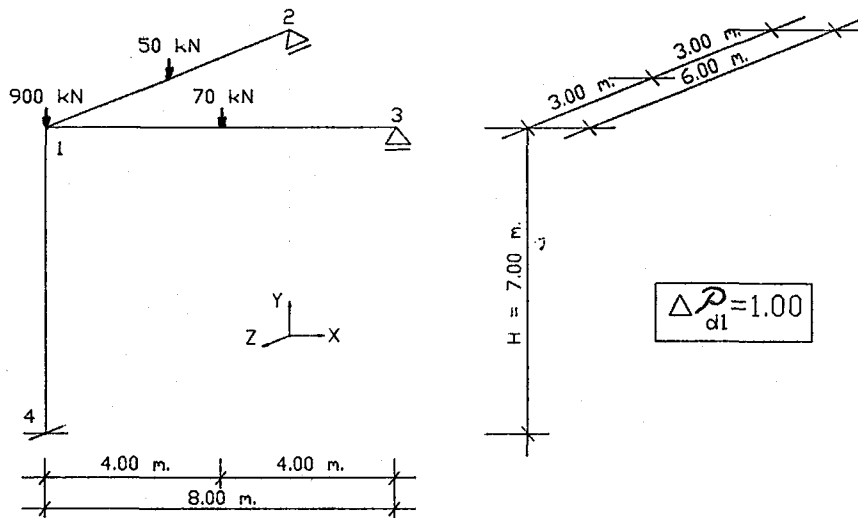
$$N_{1,2} = N_{1,3} = 0$$

$$N_{1,4} \approx -1350 \text{ kN.}$$

olarak tahmin edilmiş ve hesaplarda bu değerler kullanılmıştır.

Sistem Bölüm 2.7.3 de açıklandığı şekilde önce $P_{dl} = 1.00$ değeri için ikinci mertebe teorisine göre hesaplanacaktır.

Bu duruma ait düşey yükler Şekil 5.2 de görülmektedir.



Şekil 5.2. Uzay Çubuk Sistemde $\Delta P_{dl} = 1.00$ Yükleme

İlk olarak, çubuk eksen takımına göre, çubukların rijitlik ve yükleme matrisleri hesaplanacaktır.

1-2 çubuğunun 2 ucu ile 1-3 çubuğunun 3 ucu tam ankastre mesnet olmadığından bu çubukların rijitlik ve yükleme matrislerinin hesabında bunların özel mesnet durumları gözönüne alınmıştır.

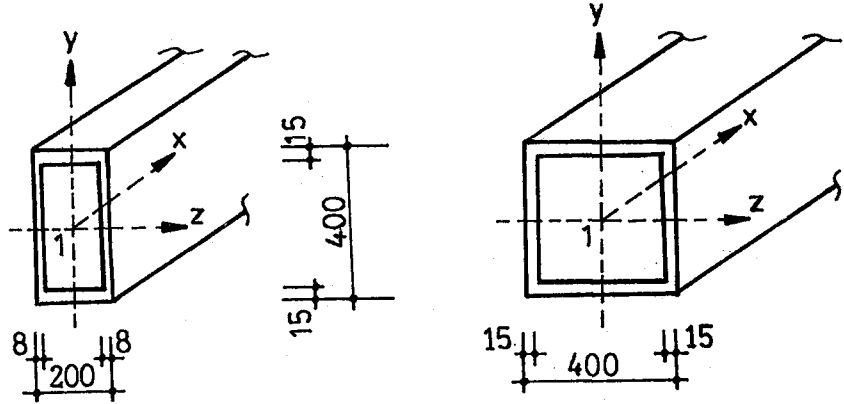
Sistem eksen takımına göre X ve Z doğrultularındaki yatay yüklerin her iki yönde etkileyebileceği de gözönüne alınarak, sistemin kesitleri düşey ve yatay yük parametrelerinin $P_d = P_y = 1.00$ olduğu işletme yükleri altında emniyet gerilmeleri esasına göre boyutlandırılmıştır.

Sistemde kullanılan malzeme St37 çeliği olup akma gerilmesi, elastisite modülü ve kayma modülü sırası ile

$$\sigma_e = 2.4 \times 10^5 \text{ kN/m}^2, \quad E = 2.1 \times 10^8 \text{ kN/m}^2,$$

$$G = 8.1 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$$

değerlerini almaktadır.



1-2 ve 1-3 çubukları

1-4 çubuğu

Şekil 5.3. Çubukların Enkesitleri

Çubukların enkesit karakteristikleri :

1-2 ve 1-3 çubukları :

burulma atalet momenti : $I_x = 1.79373538 \times 10^4 \text{ cm}^4$

eğilme atalet momentleri : $I_y = 0.74590293 \times 10^4 \text{ cm}^4$

$$: I_Z = 2.89987333 \times 10^4 \text{ cm}^4$$

enkesit alanı : $F = 119.20 \text{ cm}^2$

plastik normal kuvvet : $N_p = 2.4 \times 119.20 \times 10 = 2860.80 \text{ kN}$

plastik mukavemet momentleri: $W_{y_p} = 868.32 \text{ cm}^3$, $W_{z_p} = 1702.60 \text{ cm}^3$

plastik eğilme momentleri :

$$M_{yp} = 2.4 \times 868.32 \times 10^{-1} = 208.3968 \text{ kNm.}$$

$$M_{zp} = 408.624 \text{ kNm.}$$

1-4 çubuğu :

burulma atalet momenti : $I_x = 8.55999375 \times 10^4 \text{ cm}^4$

eğilme atalet momentleri : $I_y = I_z = 5.715325 \times 10^4 \text{ cm}^4$

enkesit alanı : $F = 231.00 \text{ cm}^2$

Plastik normal kuvvet : $N_p = 5544.00 \text{ kN}$

plastik mukavemet momentleri: $W_{yp} = W_{zp} = 3376.76 \text{ cm}^3$

plastik eğilme momentleri : $M_{yp} = M_{zp} = 800.82 \text{ kNm.}$

Çubuk eksen takımındaki çubuk rijitlik matrisleri :

1-2 çubuğu : $N_{1,2} = 0$ olduğundan birinci merteye teorisine göre;

$$[\bar{k}]_{1,1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 845.796 & 0 & 0 & 0 & 5074.778 \\ 0 & 0 & 870.220 & 0 & -2610.660 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2421.543 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2610.660 & 0 & 10442.641 & 0 \\ 0 & 5074.778 & 0 & 0 & 0 & 30448.670 \end{bmatrix}$$

$$[\bar{k}]_{1,2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -845.796 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -870.220 & 0 & -2610.660 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2421.543 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2610.660 & 0 & 5221.321 & 0 \\ 0 & -5074.778 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[\bar{k}]_{2,1} = [\bar{k}]_{1,2}^T$$

$$[\bar{k}]_{2,2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 845.796 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 870.220 & 0 & 2610.660 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2421.543 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2610.660 & 0 & 10442.641 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

1-3 çubuğu : $N_{1,3} = 0$ olduğundan birinci merteye teorisine göre;

$$[\bar{k}]_{1,1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 356.820 & 0 & 0 & 0 & 2854.563 \\ 0 & 0 & 367.124 & 0 & -1468.496 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1816.157 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1468.496 & 0 & 7831.981 & 0 \\ 0 & 2854.563 & 0 & 0 & 0 & 22836.503 \end{bmatrix}$$

$$[\bar{k}]_{1,3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -356.820 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -367.124 & 0 & -1468.496 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1816.157 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1468.496 & 0 & 3915.990 & 0 \\ 0 & -2854.563 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[\bar{k}]_{3,1} = [\bar{k}]_{1,3}^T$$

$$[\bar{k}]_{3,3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 356.820 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 367.124 & 0 & 1468.496 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1816.157 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1468.496 & 0 & 7831.981 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

1-4 çubuğu : N= -1350 kN ve

$$\psi_y = \psi_z = 7 \times \sqrt{\frac{|-1350|}{21 \times 10^7 \times 5.715325 \times 10^{-4}}} = 0.7424$$

için ikinci mertebe teorisine göre;

$$[k]_{1,1} = \begin{bmatrix} 693000.00 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3967.433 & 0 & 0 & 0 & 14561.015 \\ 0 & 0 & 3967.433 & 0 & -14561.015 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9905.136 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -14561.015 & 0 & 67314.698 & 0 \\ 0 & 14561.015 & 0 & 0 & 0 & 67314.698 \end{bmatrix}$$

$$[k]_{1,4} = \begin{bmatrix} -693000.00 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3967.433 & 0 & 0 & 0 & 14561.015 \\ 0 & 0 & -3967.433 & 0 & -14561.015 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -9905.136 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 14561.015 & 0 & 34612.409 & 0 \\ 0 & -14561.015 & 0 & 0 & 0 & 34612.409 \end{bmatrix}$$

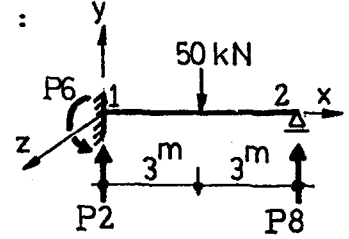
$$[k]_{4,1} = [k]_{1,4}^T$$

$$[k]_{4,4} = \begin{bmatrix} 693000.00 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3967.433 & 0 & 0 & 0 & -14561.015 \\ 0 & 0 & 3967.433 & 0 & 14561.015 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9905.136 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 14561.015 & 0 & 67314.698 & 0 \\ 0 & -14561.015 & 0 & 0 & 0 & 67314.698 \end{bmatrix}$$

Çubuk eksen takımındaki yükleme matrisleri :

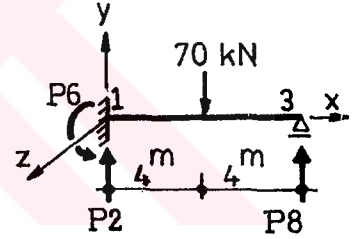
1-2 çubuğu :

$$[P_o]_1 = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ +34.375 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ +56.250 \end{bmatrix}, [P_o]_2 = \begin{bmatrix} P_7 \\ P_8 \\ P_9 \\ P_{10} \\ P_{11} \\ P_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ +15.625 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



1-3 çubuğu:

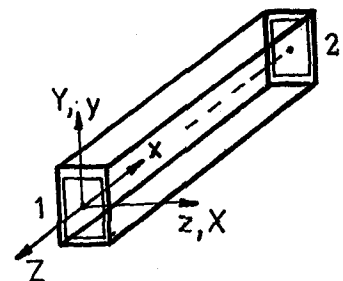
$$[P_o]_1 = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ +48.125 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ +105.000 \end{bmatrix}, [P_o]_3 = \begin{bmatrix} P_7 \\ P_8 \\ P_9 \\ P_{10} \\ P_{11} \\ P_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ +21.875 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



Dönüştürme (transformasyon) matrisleri :

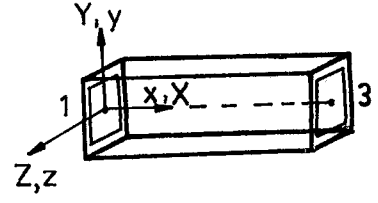
1-2 çubuğu : $\alpha = 0^\circ$, $\beta = +90^\circ$, $\gamma = 0^\circ$

$$[T] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



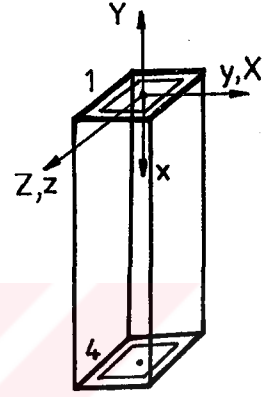
1-3 çubuğu : $\alpha = 0^\circ$, $\beta = 0^\circ$, $\gamma = 0^\circ$

$$[T] = \begin{bmatrix} +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix}$$



1-4 çubuğu : $\alpha = -90^\circ$, $\beta = 0^\circ$, $\gamma = 0^\circ$

$$[T] = \begin{bmatrix} 0 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix}$$



Sistem eksen takımındaki yükleme matrisleri ,

$$[P_o]_{ix} = [T] [P_o]_i , \quad [P_o]_{jx} = [T] [P_o]_j \quad (2.17)$$

bağıntıları ile elde edilirler.

1-2 çubuğu :

$$[P_o]_{1x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 34.375 \\ 0 \\ 56.250 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} , \quad [P_o]_{2x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 15.625 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

1-3 Çubuğu :

$$[P_o]_{1x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 48.125 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 105.000 \end{bmatrix} , \quad [P_o]_{3x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 21.875 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sistem eksen takımındaki rijitlik matrisleri:

$$[k]_{ixix} = [T] [k]_{ii} [T]^T, \quad [k]_{ixjx} = [T] [k]_{ij} [T]^T \quad (2.13a)$$

$$[k]_{jxix} = [T] [k]_{ji} [T]^T, \quad [k]_{jxjx} = [T] [k]_{jj} [T]^T$$

bağıntıları ile hesaplanırlar.

1-3 çubuğunda $[T]$, birim matris olduğundan çubuk eksenlerindeki rijitlik matrisi sistem eksenlerindeki rijitlik matrisinin aynı olmaktadır. Yani;

$$[\bar{k}]_{1x1x} = [\bar{k}]_{1,1}, \quad [\bar{k}]_{1x3x} = [\bar{k}]_{1,3}$$

$$[\bar{k}]_{3x1x} = [\bar{k}]_{1x3x}^T, \quad [\bar{k}]_{3x3x} = [\bar{k}]_{3,3}$$

olmaktadır.

1-2 çubuğu :

$$[\bar{k}]_{1x1x} = \begin{bmatrix} 970.220 & 0 & 0 & 0 & -2610.660 & 0 \\ 0 & 845.796 & 0 & 5074.778 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5074.778 & 0 & 30448.670 & 0 & 0 \\ -2610.660 & 0 & 0 & 0 & 10442.641 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2421.543 \end{bmatrix}$$

$$[\bar{k}]_{1x2x} = \begin{bmatrix} -870.220 & 0 & 0 & 0 & -2610.660 & 0 \\ 0 & -845.796 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5074.778 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2610.660 & 0 & 0 & 0 & 5221.321 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2421.543 \end{bmatrix}$$

$$[\bar{k}]_{2 \times 1x} = [\bar{k}]_{1x2x}^T$$

$$[\bar{k}]_{2 \times 2x} = \begin{bmatrix} 870.220 & 0 & 0 & 0 & 2610.660 & 0 \\ 0 & 845.796 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2610.660 & 0 & 0 & 0 & 10442.641 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2421.543 \end{bmatrix}$$

1-4 çubuğu :

$$[k]_{1x1x} = \begin{bmatrix} 3967.433 & 0 & 0 & 0 & 0 & 14561.015 \\ 0 & 693000.000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3967.433 & -14561.015 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -14561.015 & 67314.698 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9905.136 & 0 \\ 14561.015 & 0 & 0 & 0 & 0 & 67314.698 \end{bmatrix}$$

$$[k]_{1x4x} = \begin{bmatrix} -3967.433 & 0 & 0 & 0 & 0 & 14561.015 \\ 0 & -693000.000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3967.433 & -14561.015 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 14561.015 & 34612.409 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -9905.136 & 0 \\ -14561.015 & 0 & 0 & 0 & 0 & 34612.409 \end{bmatrix}$$

$$[k]_{4x1x} = [k]_{1x4x}^T$$

$$[k]_{4x4x} = \begin{bmatrix} 3967.433 & 0 & 0 & 0 & 0 & -14561.015 \\ 0 & 693000.000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3967.433 & 14561.015 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 14561.015 & 67314.698 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9905.136 & 0 \\ -14561.015 & 0 & 0 & 0 & 0 & 67314.698 \end{bmatrix}$$

Bu adımda sistemin hesabı için 1 nolu düğüm noktasına ait yerdeğiştirme bileşenlerinden oluşan bilinmeyenlerin bulunması yeterlidir. Bu nedenle, çubukların 1 nolu uçlarına ait, sistem eksen takımındaki,

- rijitlik matrisleri üst üste toplanarak sistem rijitlik matrisi $[S_{dd}]$
- yükleme matrisleri üst üste toplanarak sistem yükleme matrisi $[P_o]$

elde edilecektir.

$\Delta P_d = 1.00$ düşey yük parametresi için, $[P_o]$ matrisi ile 1 nolu düğüm noktasına etkiyen dış yüklerin sistem eksen takımındaki bileşenlerinden oluşan $[q]$ matrisi,

$$[P_o] = \begin{bmatrix} 0 \\ 82.500 \\ 0 \\ 56.250 \\ 0 \\ 105.000 \end{bmatrix}, \quad [q] = \begin{bmatrix} 0 \\ -900.000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

olarak elde edilirler.

Denklem takımının sabitler kolonu ise

$$[P_o] - [q]$$

olarak tanımlanmıştır.

Buna göre denklem takımı, $\Delta \mathcal{P}_d = 1.00$ için,

D_{1x}	D_{2x}	D_{3x}	D_{4x}	D_{5x}	D_{6x}	$+ [P_o] - [q]$ (sabitler) $= [0]$
4837.653	0	0	0	-2610.660	14561.015	0
0	694202.616	0	5074.778	0	2854.563	982.500
0	0	4334.557	-14561.015	-1468.496	0	0
0	5074.778	-14561.015	99579.525	0	0	56.250
-2610.660	0	-1468.496	0	28179.758	0	0
14561.015	2854.563	0	0	0	92572.744	105.000

şeklinde elde edilir.

Bu denklem takımı Gauss indirgeme yöntemi ile çözümlerek 1 nolu düğüm noktasının bilinmeyen yerdeğiştirme bileşenlerinden oluşan $[d]$ matrisi

$$[d] = \begin{bmatrix} 6.7173 \\ -1.3997 \\ -2.9465 \\ -0.9244 \\ 0.4688 \\ -2.1477 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$$

olarak bulunur.

Sistemde henüz plastikleşen kesit bulunmadığından, (2.26a) ifadesi ile sistem eksen takımındaki uç kuvvetleri elde edilmiş ve (2.27) ile çubuk eksen takımındaki uç kuvvetleri

$$[P]_{1,2} = \begin{bmatrix} 0.000 \\ 28.500 \\ 4.622 \\ 5.201 \\ -12.641 \\ -21.000 \end{bmatrix} \quad [P]_{2,1} = \begin{bmatrix} 0.000 \\ 21.500 \\ -4.622 \\ -5.201 \\ -15.089 \\ 0.000 \end{bmatrix}$$

$$[P]_{1,3} = \begin{bmatrix} 0.000 \\ 41.495 \\ -1.770 \\ -1.679 \\ 7.998 \\ 51.959 \end{bmatrix} \quad [P]_{3,1} = \begin{bmatrix} 0.000 \\ 28.505 \\ 1.770 \\ 1.679 \\ 6.163 \\ 0.000 \end{bmatrix}$$

$$[P]_{1,4} = \begin{bmatrix} 969.995 \\ -4.622 \\ 1.770 \\ -4.643 \\ -19.321 \\ -46.759 \end{bmatrix} \quad [P]_{4,1} = \begin{bmatrix} -969.995 \\ 4.622 \\ -1.770 \\ 4.643 \\ 10.908 \\ 23.475 \end{bmatrix}$$

şeklinde bulunmuştur.

Sistemde plastikleşen kesit oluşabilecek kritik kesitler 1-2, 1-3 ve 1-4 çubuklarının uç noktaları ile 1-2, 1-3 çubuklarının ortasındaki tekil yüklerin etkidiği noktalardır. Bu kritik kesitlerdeki iç kuvvetler, çubuk uç kuvvetlerine ve çubuğa etkiyen dış yüklere bağlı olarak denge denklemleri ile hesaplanmıştır.

Tablo 5.1 de bu kritik kesitler için hesaplanan iç kuvvetler verilmişlerdir. Her kritik kesit için iki sıra olarak verilen değerlerden, üst sırada olanları düşey yük parametresinin $\Delta P_d = 1.00$ değerine, alt sırada olanları ise düşey hesap yükü parametresinin $P_{dh} = 1.50$ değerine karşı gelen iç kuvvetleri göstermektedir.

Sistemde, düşey yük parametresinin $P_{dh} = 1.50$ değerinde plastikleşen kesit oluşmamaktadır.

Sistemin düşey hesap yükleri için hesabı tamamlandıktan sonra artan yatay yükler için hesabına geçilir.

TABLO 5.1. Sadece Düşey Yükler Etkisindeki Sistemin Kritik Kesitlerindeki İç Kuvvetleri

ÇUBUK	x (m)	N (kN)	Ty (kN)	Tz (kN)	Mx (kNm)	My (kNm)	Mz (kNm)
1 - 2	0.00	0.000	28.500	-4.622	-5.201	12.641	-21.000
		0.000	42.750	-6.933	-7.801	18.962	-31.500
	3.00	0.000	28.500	-4.622	-5.201	-1.224	64.500
		0.000	42.750	-6.933	-7.801	-1.836	96.750
	L= 6.00	0.000	-21.500	-4.622	-5.201	-15.089	0.000
		0.000	-32.250	-6.933	-7.801	-22.634	0.000
1 - 3	0.00	0.000	41.495	1.770	1.679	-7.998	-51.959
		0.000	62.242	2.655	2.518	-11.997	-77.939
	4.00	0.000	41.495	1.770	1.679	-0.918	114.020
		0.000	62.242	2.655	2.518	-1.377	171.030
	L= 8.00	0.000	-28.505	1.770	1.679	6.163	0.000
		0.000	-42.758	2.655	2.518	9.244	0.000
1 - 4	0.00	-969.995	-4.622	-1.770	4.643	19.321	46.759
		-1454.992	-6.933	-2.655	6.965	28.982	70.138
	L= 7.00	-969.995	-4.622	-1.770	4.643	10.908	23.475
		-1454.992	-6.933	-2.655	6.965	16.363	35.212

Sistem, ilk olarak yatay yük parametresinin $\Delta P_{y1}=1.00$ değerine karşı gelen yatay yükler için hesaplanacaktır. Bu yükler Şekil 5.4 de görülmektedir.

Sistemde henüz plastikleşen kesit oluşmadığından, bu adıma ait denklem takımı

$$[S_{dd}] [d] + [P_o] = [q] \quad (2.25a)$$

şeklindedir.

Çubuk rijitlik matrisleri yüklemekten bağımsız olduğundan bir önceki adımdan alınacaklardır. Bu adımda $[S_{dd}]$ matrisinde bir değişiklik olmayacağından yeniden kurulması gerekmemektedir. Şekil 5.5 de $[S_{dd}]$ matrisinin elemanları

matrisi sabitler matrisi olarak tanımlanmış ve bu matrisin elemanları da Şekil 5.5 de kalın çizgi ile çerçeve içine alınmıştır. Genişletilmiş denklem takımındaki diğer satır ve kolon elemanları ise hesabın daha sonraki adımlarında belirlenen ϕ_{zk} bilinmeyenlerine ait büyüklükleri göstermektedirler.

Bu adımdaki altı bilinmeyenli denklem takımının Gauss indirgeme yöntemi ile çözümünden, 1 nolu düğüm noktasının yerdeğiştirme bileşenlerinden oluşan $[d]$ matrisi

$$[d] = \begin{bmatrix} 20.3851 \\ 0.0369 \\ -22.1970 \\ -3.2476 \\ 0.7318 \\ -3.2076 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$$

şeklinde elde edilir.

(2.26a) ifadesi ile sistem eksen takımına göre elde edilen uç kuvvetleri (2.27) ile çubuk eksen takımına dönüştürülerek

$$[P]_{1,2} = \begin{bmatrix} 0.000 \\ -16.450 \\ 15.829 \\ 7.767 \\ -45.576 \\ -98.699 \end{bmatrix}, \quad [P]_{2,1} = \begin{bmatrix} 0.000 \\ 16.450 \\ -15.829 \\ -7.767 \\ -49.397 \\ 0.000 \end{bmatrix}$$

$$[P]_{1,3} = \begin{bmatrix} 0.000 \\ -9.143 \\ -9.224 \\ -5.898 \\ 38.328 \\ -73.144 \end{bmatrix}, \quad [P]_{3,1} = \begin{bmatrix} 0.000 \\ 9.143 \\ 9.224 \\ 5.898 \\ 35.462 \\ 0.000 \end{bmatrix}$$

= [0]

D_{1x}	D_{2x}	D_{3x}	D_{4x}	D_{5x}	D_{6x}	ϕ_{z1}	ϕ_{z2}	ϕ_{y3}	ϕ_{z4}	+sabit
4837.653	0	0	0	-2610.660	14561.015	14561.015	5118.977	-2610.660	0	-50
0	694202.616	0	5074.778	0	2854.563	-117767.727	-5074.778	0	-2854.563	0
0	0	4334.557	-14561.015	-1468.496	0	-14561.015	0	0	-2879.425	50
0	5074.778	-14561.015	99579.525	0	0	34612.409	-30448.670	0	0	0
-2610.660	0	-1468.496	0	28179.758	0	0	-20475.910	5221.321	15356.932	0
14561.015	2854.563	0	0	0	92572.744	34612.409	0	0	-22836.503	0
14561.015	-117767.727	-14561.015	34612.409	0	34612.409	154642.726	0	0	0	0
5118.977	-5074.778	0	-30448.670	-20475.910	0	0	70597.793	-10237956	0	0
-2610.660	0	0	0	5221.321	0	0	-10237956	10442.641	0	0
0	-2854.563	-2879.425	0	15356.932	-22836503	0	0	0	52948.345	0

Şekil 5.5. Genişletilmiş Denklem Takımı

$$[P]_{1,4} = \begin{bmatrix} -25.593 \\ 34.171 \\ -40.776 \\ -7.249 \\ 104.597 \\ 80.911 \end{bmatrix}, \quad [P]_{4,1} = \begin{bmatrix} 25.593 \\ -34.171 \\ 40.776 \\ 7.249 \\ 210.803 \\ 185.806 \end{bmatrix}$$

bulunur.

$\Delta P_{y1} = 1.00$ yatay yük parametresine ait yüklerden meydana gelen uç kuvvetlerine bağlı olarak plastikleşen kesit oluşabilecek kritik kesitlerdeki iç kuvvetler, denge denklemleri ile hesaplanmışlardır.

Aşağıdaki tabloda her kesit için üstteki satırda verilen iç kuvvetler $\Delta P_{y1} = 1.00$ den oluşan değerleri göstermektedirler.

TABLO 5.2. Yatay Yük Artımının Birinci Adımında
Kritik Kesitlerdeki İç Kuvvetler

ÇUBUK	x (m)	N (kN)	Ty (kN)	Tz (kN)	Mx (kNm)	My (kNm)	Mz (kNm)
1 - 2	0.00	0.000	-16.450	-15.829	-7.767	45.576	98.699
		0.000	7.376	-40.971	-24.504	116.969	180.741
	3.00	0.000	-16.450	-15.829	-7.767	-1.911	49.350
		0.000	7.376	-40.971	-24.504	-5.944	202.871
	L= 6.00	0.000	-16.450	-15.829	-7.767	-49.397	0.000
		0.000	-67.624	-40.971	-24.504	-128.857	0.000
1 - 3	0.00	0.000	-9.143	9.224	5.898	-38.328	73.144
		0.000	42.581	22.490	15.202	-94.417	79.349
	4.00	0.000	-9.143	9.224	5.898	-1.433	36.572
		0.000	42.581	22.490	15.202	-4.458	249.675
	L= 8.00	0.000	-9.143	9.224	5.898	35.462	0.000
		0.000	-62.419	22.490	15.202	85.501	0.000
1 - 4	0.00	25.593	34.171	40.776	7.249	-104.597	-80.911
		-1399.958	66.548	85.030	22.552	-195.943	-103.853
	L= 7.00	25.593	34.171	40.776	7.249	210.803	185.806
		-1399.958	66.548	85.030	22.552	469.671	434.767

Sistemdeki ilk plastikleşen kesitin yerini ve bunu meydana getiren $\mathcal{P}_{y1}$ yatay yük parametresini bulmak için, Bölüm 2.6.4 de açıklandığı şekilde plastikleşen kesit oluşabilecek bütün kritik kesitlerde (2.5a) akma şartı yazılacaktır. Bunun için Tablo 2.1 den yararlanılmıştır.

Sistemde plastikleşen kesit oluşabilecek kritik kesitler, önceki adımda da belirtildiği gibi, 1-2, 1-3 ve 1-4 çubuklarının uç noktaları ile 1-2 ve 1-3 çubuklarının orta noktalarıdır.

Bütün kritik kesitler için (2.5a) akma şartına bağlı olarak bulunacak yük parametrelerinin en küçüğü, ilk plastikleşen kesitin olduğu $\mathcal{P}_{y1}$ yatay yük parametresinin değerini ve bu kritik kesit de ilk plastikleşen kesiti verecektir.

Akma şartı için, akma düzlemlerinin

$$A_1 (M_z + \Delta M_z \cdot \Delta \mathcal{P}_{y1}) + A_2 (M_y + \Delta M_y \cdot \Delta \mathcal{P}_{y1}) + A_3 (N + \Delta N \cdot \Delta \mathcal{P}_{y1}) + B = 0 \quad (2.5a)$$

genel denklemini kullanılmıştır. Buradaki A_1 , A_2 , A_3 ve B katsayıları Tablo 2.1 den yararlanarak her kesit için ayrı ayrı belirlenecektir.

1-2 çubuğunun $x = 0.00$ m. deki kesiti:

Örnek olmak üzere, bu kesite ait hesaplar ayrıntılı olarak verilmiştir. Bu kesitte, bir önceki adımda bulunan toplam iç kuvvetler:

$$M_z = -31.500 \text{ kNm} \quad M_y = +18.962 \text{ kNm} \quad N = 0.000 \text{ kN}$$

$\Delta \mathcal{P}_{y1} = 1.00$ yük parametresine karşı gelen yatay yüklerden oluşan iç kuvvetler:

$$\Delta M_z = +98.699 \text{ kNm} \quad \Delta M_y = +45.576 \text{ kNm} \quad \Delta N = 0.000 \text{ kN}$$

Bu iç kuvvet durumunun Tablo 2.1 deki akma şartının (5) sayılı düzlemi üzerinde bulunduğu tahmin edilmiş ve

$$A_1 = 1, A_2 = \frac{M_{zp}}{M_{yp}} = 1.9608, A_3 = 0, B = -1.25 \times M_{zp} = -510.780$$

katsayıları (2.5a) denkleminde yerlerine yazılarak, bu kesitte ilk plastikleşen kesitin meydana gelmesi için gerekli yatay yük parametresi

$$1 \times (-31.500 + 98.699 \times \Delta \mathcal{P}_{y1}) + 1.9608 \times (18.962 + 45.576 \times \Delta \mathcal{P}_{y1}) - 510.780 = 0$$

$$\Delta \mathcal{P}_{y1} = 2.6858$$

olarak bulunmuştur.

Seçilen 5 nolu düzlem için sınır şartları kontrol edilecektir.

$$M_z = -31.000 + 98.699 \times 2.6858 = +234.086$$

$$M_y = +18.962 + 45.576 \times 2.6858 = +141.370$$

$$N = 0 + 0 \times 2.6858 = 0.000$$

$$0.25 M_{zp} \leq M_z \leq M_{zp} : 102.156 < 234.086 < 408.624$$

$$0.25 M_{yp} \leq M_y \leq M_{yp} : 52.0992 < 141.370 < 208.3968$$

$$-0.15 N_p \leq N \leq 0.15 N_p : -429.120 < 0.000 < 429.120$$

Görüldüğü gibi, bu düzleme ait sınır şartları sağlanmaktadır. Böylece, 5 nolu akma düzleminin doğru tahmin edildiği anlaşıldığından diğer akma düzlemlerinin denenmesi gerekmemektedir.

1-2 çubuğunun $x = 3.00$ m. deki kesiti :

$$M_z = +96.750 \text{ kNm} \quad M_y = -1.836 \text{ kNm} \quad N = 0.000 \text{ kN}$$

$$\Delta M_z = +49.350 \text{ kNm} \quad \Delta M_y = -1.911 \text{ kNm} \quad \Delta N = 0.000 \text{ kN}$$

3 nolu akma düzlemi için : $A_1=1$, $A_2=0$, $A_3=0$, $B=-408.624$

$$\Delta P_{y1} = 6.3197$$

Sınır şartlarının kontrolü :

$$M_z = M_{zp} : 408.624 = 408.624$$

$$-0.25M_{yp} \leq M_y \leq 0.25M_{yp} : -52.0992 < -13.913 < +52.0992$$

$$-0.15N_p \leq N \leq 0.15N_p : -429.120 < 0.000 < +429.120$$

1-2 çubuğunun $x = 6.00$ m. deki kesiti :

$$M_z = 0.000 \quad M_y = -22.634 \text{ kNm} \quad N = 0.000$$

$$\Delta M_z = 0.000 \quad \Delta M_y = -49.397 \text{ kNm} \quad \Delta N = 0.000$$

2 nolu akma düzlemi için : $A_1=0$, $A_2=1.000$, $A_3=0$, $B=+208.3968$

$$\Delta P_{y1} = 3.7606$$

Sınır şartlarının kontrolü :

$$-0.25M_{zp} \leq M_z \leq +0.25M_{zp} \quad -102.156 < 0.000 < +102.156$$

$$M_y = -M_{yp} \quad -208.3968 = -208.3968$$

$$-0.15N_p \leq N \leq +0.15N_p \quad -429.120 < 0.000 < +429.120$$

1-3 çubuğunun $x = 0$ m. deki kesiti :

$$M_z = -77.939 \text{ kNm} \quad M_y = -11.997 \text{ kNm} \quad N = 0.000$$

$$\Delta M_z = +73.144 \text{ kNm} \quad \Delta M_y = -38.328 \text{ kNm} \quad \Delta N = 0.000$$

7 nolu akma düzlemi için : $A_1=1$, $A_2=-1.9608$, $A_3=0$,

$$B = -510.780$$

$$\Delta \mathcal{P}_{y1} = 3.8112$$

Sınır şartlarının kontrolü :

$$0.25M_{zp} \leq M_z \leq M_{zp} \quad 102.156 < 200.827 < 408.624$$

$$-M_{yp} \leq M_y \leq -0.25M_{yp} \quad -208.3968 < -158.073 < -52.0992$$

$$-0.15N_p \leq N \leq 0.15N_p \quad -429.120 < 0.000 < 429.120$$

1-3 çubuğunun $x= 4.00$ m. deki kesiti :

$$M_z = +171.030 \text{ kNm} \quad M_y = -1.377 \text{ kNm} \quad N = 0.000$$

$$\Delta M_z = +36.572 \text{ kNm} \quad \Delta M_y = -1.433 \text{ kNm} \quad \Delta N = 0.000$$

3 nolu akma düzlemi için : $A_1=1$, $A_2= 0$, $A_3=0$, $B=-408.624$

$$\Delta \mathcal{P}_{y1} = 6.4966$$

Sınır şartlarının kontrolü :

$$M_z = M_{zp} \quad 408.624 = 408.624$$

$$-0.25M_{yp} \leq M_y \leq 0.25M_{yp} \quad -52.0992 < -9.310 < 52.0992$$

$$-0.15N_p \leq N \leq 0.15N_p \quad -429.120 < 0 < 429.120$$

1-3 çubuğunun $x= 8.00$ m. deki kesiti :

$$M_z = 0.000 \quad M_y = +9.244 \text{ kNm} \quad N = 0.000$$

$$\Delta M_z = 0.000 \quad \Delta M_y = +35.462 \text{ kNm} \quad \Delta N = 0.000$$

1 nolu akma düzlemi için $A_1=0$, $A_2= 1$, $A_3= 0$, $B=-208.3968$

$$\Delta \mathcal{P}_{y1} = 5.6159$$

Sınır şartlarının kontrolü :

$$-0.25M_{zp} \leq M_z \leq 0.25M_{zp} \quad -102.156 < 0.000 < 102.156$$

$$M_y = M_{yp} \quad 208.3968 = 208.3968$$

$$-0.15N_p \leq N \leq 0.15N_p \quad -429.120 < 0.000 < 429.120$$

1-4 çubuğunun $x = 0.000$ m. deki kesiti :

$$M_z = 70.138 \text{ kNm} \quad M_y = 28.982 \text{ kNm} \quad N = -1454.992 \text{ kN}$$

$$\Delta M_z = -80.911 \text{ kNm} \quad \Delta M_y = -104.597 \text{ kNm} \quad \Delta N = +25.593 \text{ kN}$$

18 nolu akma düzlemi için $A_1 = 1$, $A_2 = 1$, $A_3 = 0.169939$,

$$B = +1142.346$$

$$\Delta \mathcal{P}_{y1} = 5.4880$$

Sınır şartlarının kontrolü :

$$-M_{zp} \leq M_z \leq -0.25M_{zp} \quad -800.820 < -373.902 < -200.205$$

$$-M_{yp} \leq M_y \leq -0.25M_{yp} \quad -800.820 < -545.046 < -200.205$$

$$-0.7875N_p \leq N \leq -0.15N_p \quad -4365.900 < -1314.538 < -831.600$$

1-4 çubuğunun $x = 7.00$ m. deki kesiti :

$$M_z = 35.212 \text{ kNm} \quad M_y = 16.363 \text{ kNm} \quad N = -1454.992 \text{ kN}$$

$$\Delta M_z = 185.806 \text{ kNm} \quad \Delta M_y = 210.803 \text{ kNm} \quad \Delta N = +25.593 \text{ kN}$$

19 nolu akma düzlemi için $A_1 = 1$, $A_2 = 1$, $A_3 = -0.169939$,

$$B = -1142.346$$

$$\Delta \mathcal{P}_{y1} = 2.1504$$

Sınır şartlarının kontrolü :

$$0.25M_{zp} \leq M_z \leq M_{zp} \quad 200.205 < 434.769 < 800.820$$

$$0.25M_{yp} \leq M_y \leq M_{yp} \quad 200.205 < 469.674 < 800.820$$

$$-0.7875N_p \leq N \leq -0.15N_p \quad -4365.900 < -1399.957 < -831.600$$

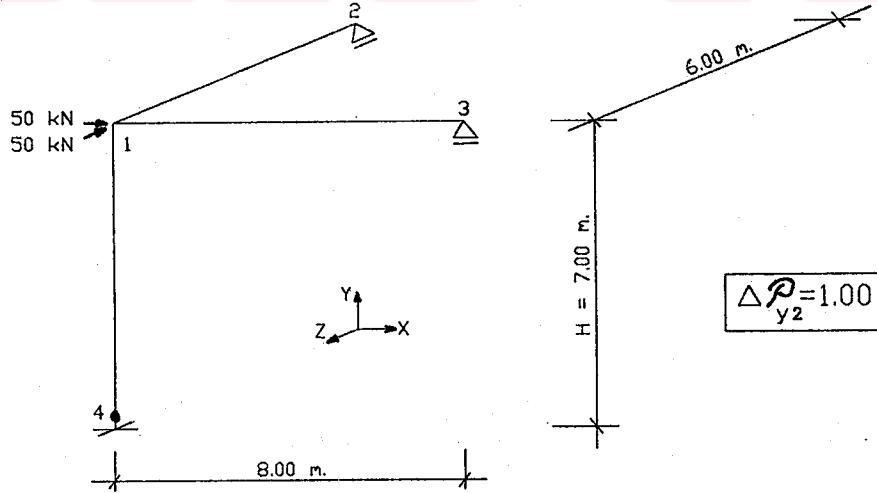
Görüldüğü gibi, ilk plastikleşen kesit, en küçük ΔP_{y1} değerini veren, 1-4 çubuğunun 4 ucunda ve yatay yük parametresinin

$$P_{y1} = \Delta P_{y1} = 2.1504$$

değerinde meydana gelmektedir.

Bu adım sonundaki toplam iç kuvvetler, bir önceki adımda $P_d = 1.50$ den meydana gelen ve Tablo 5.1 de her kesit için alt satırda verilen iç kuvvetlerle, bu adımda $\Delta P_{y1} = 1.00$ den meydana gelen ve Tablo 5.2 de her kesit için üst satırda verilen iç kuvvetlerin $\Delta P_{y1} = 2.1504$ katısının cebirsel toplamı ile elde edilmişler ve Tablo 5.2 de her kesit için alt satırda verilmişlerdir.

1-4 çubuğunun 4 ucunda ilk plastikleşen kesit oluşuktan sonra, Şekil 5.6 da görülen yeni sistemin $\Delta P_{y2} = 1.00$ yük artımı için hesaplanması gerekmektedir.



Şekil 5.6. Bir Plastikleşen Kesit Bulunan Sistemde $\Delta P_{y2} = 1.00$ Yükleme

Bölüm 2.6.2 de açıklandığı gibi, üzerinde plastikleşen kesit bulunan, Şekil 5.6 daki yeni sistemin genişletilmiş denklem takımı elde edilmelidir. Bunun için plastikleşen kesitteki ϕ_{z1} plastik şekildeğiştirmesi bilinmeyenlere ilave edilir ve bu bilinmeyene ait yeni satır ve kolon elemanları hesaplanır.

Bu amaçla, önce (2.25) denklem takımındaki $[S_{d\phi}]$ ve $[S_{\phi\phi}]$ matrislerinin ϕ_{z1} bilinmeyenine ait kolon elemanları hesaplanacaktır.

Plastikleşen kesit 1-4 çubuğunun 4 ucunda, yani $x=L=7.00$ m. deki kesitte meydana geldiğinden

$$\alpha L = L, \quad \alpha = 1$$

olmaktadır.

Plastikleşen kesitteki

$$\phi_{z1} = A_1 = 1, \quad \phi_{y1} = \frac{A_2}{A_1} = 1, \quad \Delta_1 = \frac{A_3}{A_1} = -0.169939$$

birim plastik şekildeğiştirme bileşenlerinden dolayı 1-4 çubuğunda meydana gelen uç kuvvetleri matrisleri ikinci mertebe teorisine ait (2.19b) bağıntısından

$$[P_{\phi 1}]_1 = \begin{bmatrix} 117767.727 \\ 14561.015 \\ -14561.015 \\ 0.000 \\ 34612.409 \\ 34612.409 \end{bmatrix} \quad [P_{\phi 1}]_4 = \begin{bmatrix} -117767.727 \\ -14561.015 \\ 14561.015 \\ 0.000 \\ 67314.698 \\ 67314.698 \end{bmatrix}$$

şeklinde bulunur.

1-4 çubuğuna ait $[T]$ dönüştürme matrisi ve (2.20) bağıntısı yardımı ile, sistem eksen takımındaki $[P_{\phi 1}]_{1x}$ ve $[P_{\phi 1}]_{4x}$ matrisleri

$$[P_{\phi 1}]_{1x} = \begin{bmatrix} 14561.015 \\ -117767.727 \\ -14561.015 \\ 34612.409 \\ 0.000 \\ 34612.409 \end{bmatrix} \quad [P_{\phi 1}]_{4x} = \begin{bmatrix} -14561.015 \\ 117767.727 \\ 14561.015 \\ 67314.698 \\ 0.000 \\ 67314.698 \end{bmatrix}$$

olarak elde edilirler. Bunlardan $[P_{\phi 1}]_{1x}$ kolonu $[S_{d\phi}]$ matrisine ilave edilecektir.

$\Delta P_{y2} = 1.00$ yük artımı için tek elemandan oluşan $[S_{\phi\phi}]$ matrisinin bu elemanı

$$\phi_{z1} = A_1 = 1 \quad \phi_{y1} = \frac{A_2}{A_1} = 1 \quad \Delta_1 = \frac{A_3}{A_1} = -0.169939$$

birim plastik şekildeğiştirme bileşenlerinden dolayı, plastikleşen kesitteki

$$\Delta M_z + \Delta M_y \frac{A_2}{A_1} + \Delta N \frac{A_3}{A_1}$$

iç kuvvet değişiminden meydana gelmektedir. Buradaki ΔM_z , ΔM_y , ΔN değerleri (2.23) ifadelerinde $x=L=7.00$ m. yazılarak

$$\Delta M_z = 67314.698 \quad , \quad \Delta M_y = 67314.698 \quad ,$$

$$\Delta N = -117767.727$$

bulunur. Bu değerleri, yukarıda verilen iç kuvvet değişimi ifadesinde yerlerine yazarak $S_{\phi\phi}(1,1)$ elemanı,

$$\begin{aligned} S_{\phi\phi}(1,1) &= 1 \times 67314.698 + 1 \times 67314.698 - 0.169939 \times (-117767.727) = \\ &= 154642.726 \end{aligned}$$

olarak belirlenir.

Plastikleşen kesitin bulunduğu 1-4 çubuğu üzerinde dış yük olmadığından $[P_{\phi 0}]$ kolon matrisinde ϕ_{z1} bilinmeyenine karşı gelen elemanın değeri sıfırdır.

$[S_{d\phi}]$, $[S_{\phi\phi}]$ ve $[P_{\phi 0}]$ matrislerinin Şekil 2.15 de görüldüğü gibi denklem takımına ilave edilmesi ile, ϕ_{z1} bilinmeyenini de içeren genişletilmiş denklem takımı elde edilir. Bu denklem takımı Şekil 5.5 de görülmektedir.

Önceki adımda denklem takımının katsayıları ve sabitleri indirgenmiş olduğundan, bu adıma ait genişletilmiş denklem takımının çözümü için sadece ϕ_{z1} bilinmeyenine ait kolon ve satırın indirgenmesi yeterlidir.

$\Delta P_{y2} = 1.00$ yük artımına ait genişletilmiş denklem takımının çözümü sonunda 1 nolu düğüm noktasının bilinmeyen yerdeğiştirme bileşenlerinden oluşan $[d]$ matrisi ile birinci plastikleşen kesite ait ϕ_{z1} bilinmeyen plastik şekildeğiştirme bileşeninden oluşan tek elemanlı $[\phi]$ matrisi

$$[d] = [d]_{1 \times 5} = \begin{bmatrix} 59.9820 \\ -1.7617 \\ -67.1094 \\ -5.9791 \\ 2.0597 \\ -5.3528 \end{bmatrix} \times 10^{-3}, \quad [\phi] = [-10.7721] \times 10^{-3}$$

olarak tayin edilir.

Bu bilinmeyenlere bağlı olarak, sistem eksen takımındaki uç kuvvetleri, üzerinde plastikleşen kesit bulunan 1-4 çubuğunda (2.26) ifadeleri ile, plastikleşen kesit bulunmayan 1-2 ve 1-3 çubuklarında ise (2.26a) ifadeleri ile hesaplanırlar.

Yatay yük artımında, sistemin çubukları üzerinde yük bulunmadığından (2.26) ve (2.26a) bağıntılarında

$$[P_o]_{ix} = [0] \quad , \quad [P_o]_{jx} = [0]$$

olmaktadır. Buna göre;

1-4 çubuğundaki uç kuvvetleri :

$$[P]_{1x} = [k]_{1x1x} [d]_{1x} + [P_{\phi 1}]_{1x} [\phi]$$

$$[P]_{4x} = [k]_{4x1x} [d]_{1x} + [P_{\phi 1}]_{4x} [\phi]$$

1-2 çubuğundaki uç kuvvetleri :

$$[P]_{1x} = [k]_{1x1x} [d]_{1x} \quad , \quad [P]_{2x} = [k]_{2x1x} [d]_{1x}$$

1-3 çubuğundaki uç kuvvetleri :

$$[P]_{1x} = [k]_{1x1x} [d]_{1x} \quad , \quad [P]_{3x} = [k]_{3x1x} [d]_{1x}$$

şeklinde hesaplanırlar. Sistem eksen takımındaki bu uç kuvvetleri matrisleri (2.27) bağıntısı ile çubuk eksen takımına dönüştürülürler.

$\Delta \mathcal{P}_{y2} = 1.00$ yük parametresine karşı gelen ve uç kuvvetlerine bağlı olarak denge denklemleri ile hesaplanan iç kuvvetler Tablo 5.3 de her kesit için üst satırda verilmişlerdir.

İkinci plastikleşen kesitin yerini ve meydana geldiği yük parametresini tayin etmek için, önceki adımda olduğu gibi (2.5a) akma şartı bütün kritik kesitler için yazılır.

Yapılan hesap sonucunda ikinci plastikleşen kesit, 1-2 çubuğunun 1 ucunda ve

$$\Delta \mathcal{P}_{y2} = 0.221$$

$$\mathcal{P}_{y2} = \mathcal{P}_{y1} + \Delta \mathcal{P}_{y2} = 2.150 + 0.221 = 2.371$$

yatay yük parametresinde meydana gelmektedir.

İkinci plastikleşen kesitteki iç kuvvet durumunun Tablo 2.1 deki 5 nolu akma düzlemini sağladığı ve bu düzleme ait katsayıların

$$A_1 = 1, \quad A_2 = 1.9608, \quad A_3 = 0, \quad B = -510.780$$

olduğu belirlenmiştir.

Bu adım sonunda $\mathcal{P}_d = 1.50$, $\mathcal{P}_{y2} = 2.371$ yük parametrelerine ait toplam iç kuvvetler Tablo 5.3 de, her kesit için alt satırda verilmişlerdir.

TABLO 5.3. Yatay Yük Artımının İkinci Adımında Kritik Kesitlerdeki İç Kuvvetler

ÇUBUK	x (m)	N (kN)	Ty (kN)	Tz (kN)	Mx (kNm)	My (kNm)	Mz (kNm)
1 - 2	0.00	0.000	-31.832	-46.820	-12.962	135.084	190.995
		0.000	0.346	-51.312	-27.366	146.805	222.926
	3.00	0.000	-31.832	-46.820	-12.962	-5.377	95.497
		0.000	0.346	-51.312	-27.366	-7.132	223.963
	L= 6.00	0.000	-31.832	-46.820	-12.962	-145.838	0.000
		0.000	-74.654	-51.312	-27.366	-161.068	0.000
1 - 3	0.00	0.000	-15.908	27.662	10.859	-114.682	127.268
		0.000	39.068	28.599	17.600	-119.746	107.458
	4.00	0.000	-15.908	27.662	10.859	-4.033	63.634
		0.000	39.068	28.599	17.600	-5.349	263.729
	L= 8.00	0.000	-15.908	27.662	10.859	106.616	0.000
		0.000	-65.932	28.599	17.600	109.049	0.000
1 - 4	0.00	47.741	3.180	22.338	20.402	-201.853	-140.230
		-1389.413	67.251	89.963	27.058	-240.526	-134.825
	L= 7.00	47.741	3.180	22.338	20.402	45.109	-36.996
		-1389.413	67.251	89.963	27.058	479.634	426.596

Üzerindeki iki noktada plastikleşen kesit bulunan, Şekil 5.7 deki sistemin $\Delta \mathcal{P}_{y3} = 1.00$ yatay yük parametresi için hesabı, önceki adıma benzer şekilde yapılmıştır.

$$\Delta \mathcal{P}_{y3} = 0.179$$

$$\mathcal{P}_{y3} = \mathcal{P}_{y2} + \Delta \mathcal{P}_{y3} = 2.371 + 0.179 = 2.550$$

yatay yük parametresinde meydana gelmektedir.

Üçüncü plastikleşen kesitteki iç kuvvet durumunun Tablo 2.1'deki 2 nolu akma düzlemini sağladığı ve bu düzleme ait katsayıların

$$A_1 = 0, A_2 = 1.00, A_3 = 0, B = 208.3968$$

olduğu belirlenmiştir.

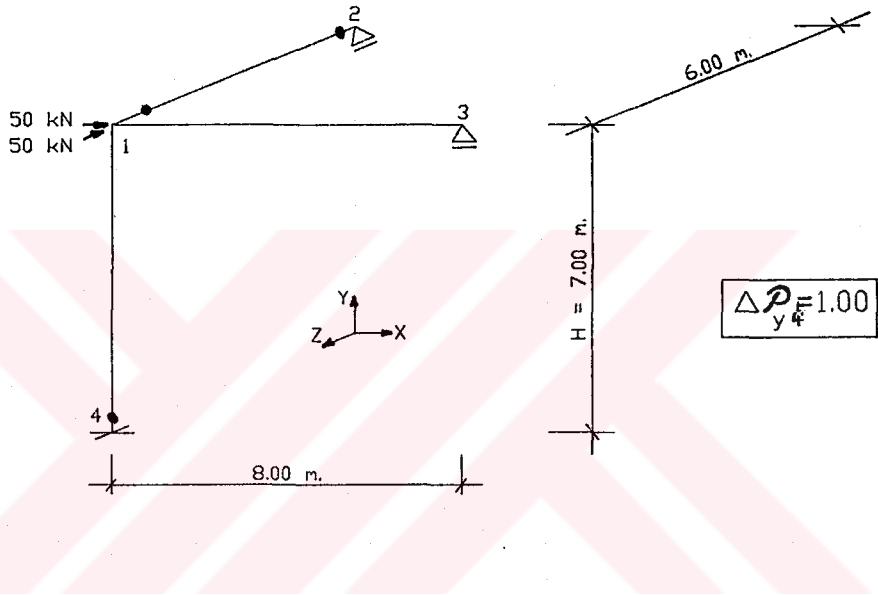
Bu adım sonunda $\mathcal{P}_d = 1.50$, $\mathcal{P}_{y3} = 2.550$ yük parametrelerine ait toplam iç kuvvetler Tablo 5.4'de her kesit için alt satırda verilmişlerdir.

TABLO 5.4. Yatay Yük Artımının Üçüncü Adımında Kritik Kesitlerdeki İç Kuvvetler

ÇUBUK	x (m)	N (kN)	Ty (kN)	Tz (kN)	Mx (kNm)	My (kNm)	Mz (kNm)
1 - 2	0.00	0.000	-4.855	-41.636	-44.755	-14.857	29.131
		0.000	-0.522	-58.757	-35.370	144.148	228.135
	3.00	0.000	-4.855	-41.636	-44.755	-139.764	14.566
		0.000	-0.522	-58.757	-35.370	-32.124	226.567
	L= 6.00	0.000	-4.855	-41.636	-44.755	-264.672	0.000
		0.000	-75.522	-58.757	-35.370	-208.397	0.000
1 - 3	0.00	0.000	-55.016	67.225	71.564	-222.067	440.126
		0.000	29.230	40.621	30.397	-159.457	186.162
	4.00	0.000	-55.016	67.225	71.564	46.834	220.063
		0.000	29.230	40.621	30.397	3.026	303.081
	L= 8.00	0.000	-55.016	67.225	71.564	315.735	0.000
		0.000	-75.770	40.621	30.397	165.509	0.000
1 - 4	0.00	59.871	8.364	-17.225	-236.924	-100.696	-484.882
		-1378.707	68.746	86.883	-15.309	-258.532	-221.532
	L= 7.00	59.871	8.364	-17.225	-236.924	155.095	-144.920
		-1378.707	68.746	86.883	-15.309	507.368	400.682

Üzerindeki uç noktada plastikleşen kesit bulunan Şekil 5.8 deki sistemin $\Delta P_{y4} = 1.00$ yatay yük parametresi için hesabı önceki adımlara benzer şekilde yapılmıştır.

1-2 çubuğu üzerinde iki plastikleşen kesit bulunduğundan Bölüm 2.6.1.2 de açıklandığı şekilde $[S_{\phi\phi}]$ matrisinin hesabında bu durum gözönüne alınmıştır.



Şekil 5.8. Üç Plastikleşen Kesit Bulunan Sistemde $\Delta P_{y4} = 1.00$ Yükleme

Hesaplar sonucunda bilinmeyen $[d]$ ve $[\phi]$ matrisleri

$$[d] = \begin{bmatrix} 372.6353 \\ -10.4586 \\ -424.7604 \\ -56.5768 \\ -38.2700 \\ -34.8944 \end{bmatrix} \times 10^{-3} \quad [\phi] = \begin{bmatrix} -62.5735 \\ -54.7754 \\ 58.5921 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$$

olarak elde edilirler.

$\Delta P_{y4} = 1.00$ yük parametresine karşı gelen ve denge denklemleri ile hesaplanan iç kuvvetler Tablo 5.5 de her

kesit için üst satırda verilmişlerdir.

Dördüncü plastikleşen kesitin yerini ve meydana geldiği yük parametresini tayin etmek için, önceki adımlarda olduğu gibi (2.5a) akma şartı bütün kritik kesitler için yazılır.

Yapılan hesap sonucunda dördüncü plastikleşen kesit 1-3 çubuğunun 1 ucunda ve

$$\Delta \mathcal{P}_{y4} = 0.008$$

$$\mathcal{P}_{y4} = \mathcal{P}_{y3} + \Delta \mathcal{P}_{y4} = 2.550 + 0.008 = 2.558$$

yatay yük parametresinde meydana gelmektedir.

Dördüncü plastikleşen kesitteki iç kuvvet durumunun Tablo 2.1'deki 7 nolu akma düzlemini sağladığı ve bu düzleme ait katsayıların

$$A_1 = 1.00, \quad A_2 = -1.9608, \quad A_3 = 0, \quad B = -510.780$$

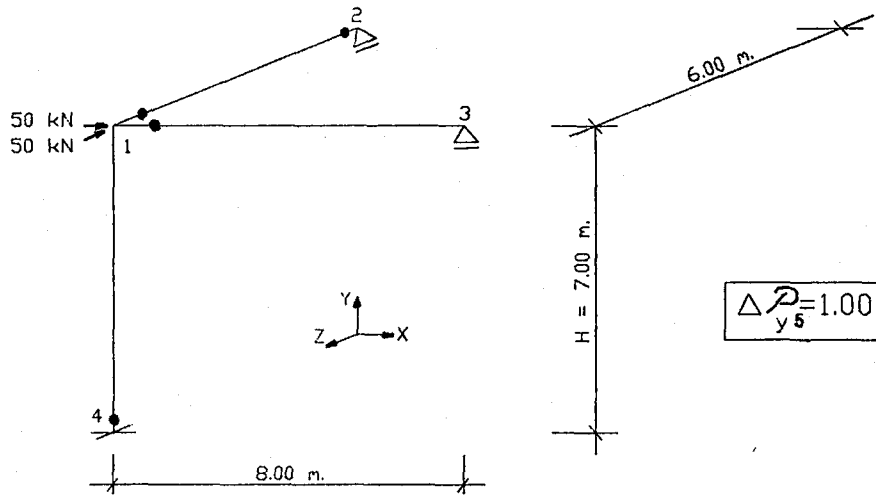
olduğu belirlenmiştir.

Bu adım sonunda $\mathcal{P}_d = 1.50$, $\mathcal{P}_{y4} = 2.558$ yük parametrelerine ait toplam iç kuvvetler Tablo 5.5'de her kesit için alt satırda verilmişlerdir.

TABLO 5.5. Yatay Yük Artımının Dördüncü Adımında Kritik Kesitlerdeki İç Kuvvetler

ÇUBUK	x (m)	N (kN)	T _y (kN)	T _z (kN)	M _x (kNm)	M _y (kNm)	M _z (kNm)
1 - 2	0.00	0.000	-17.987	9.173	-84.499	-55.041	107.923
		0.000	-0.670	-58.682	-36.061	143.698	229.017
	3.00	0.000	-17.987	9.173	-84.499	-27.520	53.962
		0.000	-0.670	-58.682	-36.061	-32.349	227.009
	L= 6.00	0.000	-17.987	9.173	-84.499	0.000	0.000
		0.000	-75.670	-58.682	-36.061	-208.397	0.000
1 - 3	0.00	0.000	-103.340	99.741	102.752	-324.030	826.723
		0.000	28.385	41.436	31.238	-162.106	192.922
	4.00	0.000	-103.340	99.741	102.752	74.933	413.362
		0.000	28.385	41.436	31.238	3.639	306.461
	L= 8.00	0.000	-103.340	99.741	102.752	473.895	0.000
		0.000	-76.615	41.436	31.238	169.384	0.000
1 - 4	0.00	121.328	59.173	-49.741	-379.070	-210.676	-911.222
		-1377.715	69.230	86.477	-18.408	-260.255	-228.983
	L= 7.00	121.328	59.173	-49.741	-379.070	14.568	6.051
		-1377.715	69.230	86.477	-18.408	507.487	400.731

Üzerindeki dört noktada plastikleşen kesit bulunan Şekil 5.9'daki sistemin $\Delta P_{y5} = 1.00$ yatay yük parametresi için önceki adımlara benzer şekilde yapılan hesaplar sonucunda



Şekil 5.9. Dört Plastikleşen Kesit Bulunan Sistemde

$\Delta P_{y5} = 1.00$ Yükleme

bilinmeyen $[d]$ ve $[\phi]$ matrisleri

$$[d] = \begin{bmatrix} -656.2013 \\ 16.1478 \\ 612.5583 \\ 75.9554 \\ -0.4139 \\ 84.2935 \end{bmatrix} \times 10^{-3}, \quad [\phi] = \begin{bmatrix} 95.8954 \\ 67.1704 \\ -97.9896 \\ 70.6582 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$$

olarak bulunurlar.

Görüldüğü gibi sistemde dördüncü plastikleşen kesit oluştuktan sonra, 1 nolu düğüm noktasına ait yerdeğiştirme bileşenleri ve sonlu plastik şekildeğiştirmeler, bir önceki adımdaki değerleriyle ters işaretli olmaktadır. Bölüm 2.7.1 de açıklandığı gibi, bu durum sistemin burkulma konumundan geçtiğini yani ikinci mertebe limit yüke erişildiğini ifade etmektedir.

Bu adım sonundaki indirgenmiş katsayılar matrisinin, esas köşegeni üzerindeki katsayıların çarpımından oluşan determinant değeri

$$\det [S] = -3.460 \times 10^{43} < 0$$

olmaktadır. Bu da ikinci mertebe limit yüke erişildiğinin diğer bir göstergesidir.

Hesaplamalar sırasında her plastikleşen kesitin oluşumundan sonra, daha önceki plastikleşen kesitlerdeki toplam iç kuvvet durumunun ait oldukları akma düzlemlerini değiştirmedikleri de belirlenmiştir.

Sonuç olarak, sistemin düşey hesap yükü parametresinin

$$P_{dh} = 1.50$$

değeri için, ikinci mertebe limit yüke ait yatay yük parametresi

$$(\mathcal{P}_{L2})_y = 2.558$$

olarak elde edilmiştir. Diğer bir deyişle, düşey yükler için öngörülen $e_d = 1.50$ güvenlik katsayısı altında, sistemin yatay yüklere göre güvenliği $e_y = 2.558$ olmaktadır.

Sistemde dördüncü plastikleşen kesitin meydana geldiği bu limit duruma ait toplam iç kuvvetler Tablo 5.5 de alt satırda görülmektedir.

Ele alınan sistemin, aynı yükler ve öngörülen $e_d = 1.50$ düşey güvenlik katsayısı altında birinci mertebe teorisine göre elasto-plastik hesabı da yapılarak birinci mertebe limit yüke ait yatay yük parametresinin değeri

$$(\mathcal{P}_{L1})_y = 3.441$$

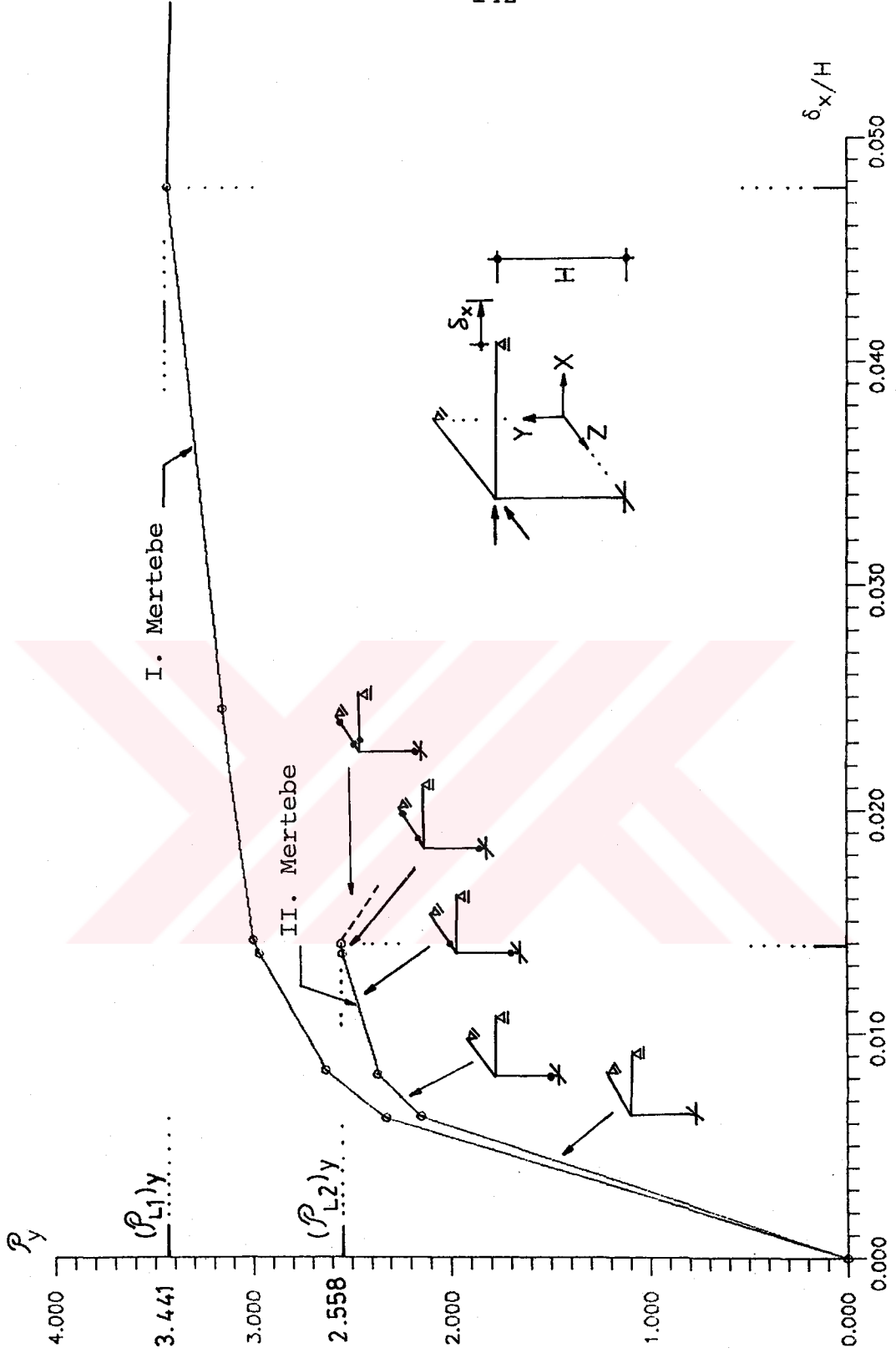
olarak elde edilmiştir.

Her iki duruma ait limit yükler karşılaştırıldığında, ikinci mertebe etkileri nedeniyle sistemin limit yükünün

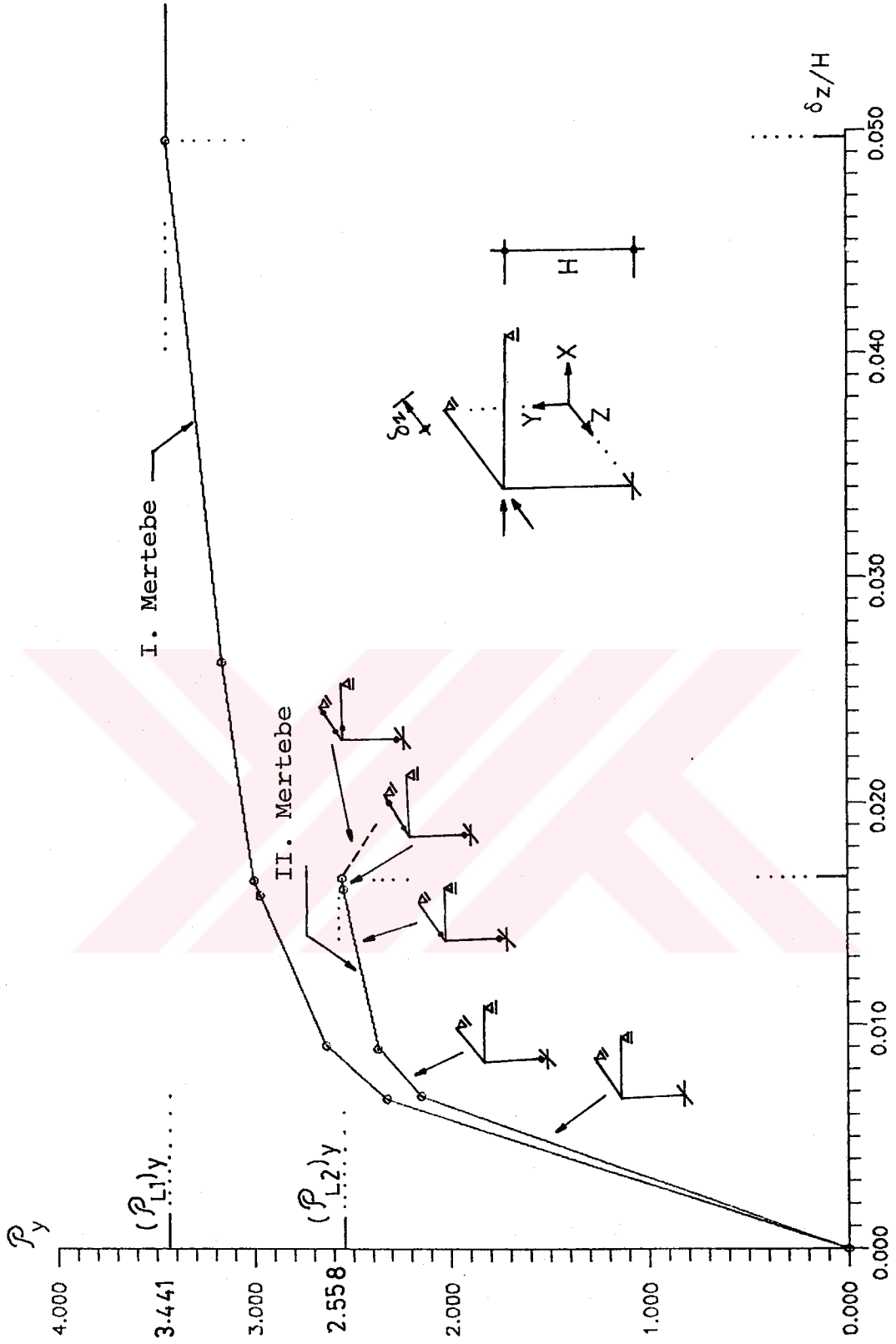
$$\frac{3.441 - 2.558}{3.441} = \% 25.66$$

oranında azaldığı görülmektedir.

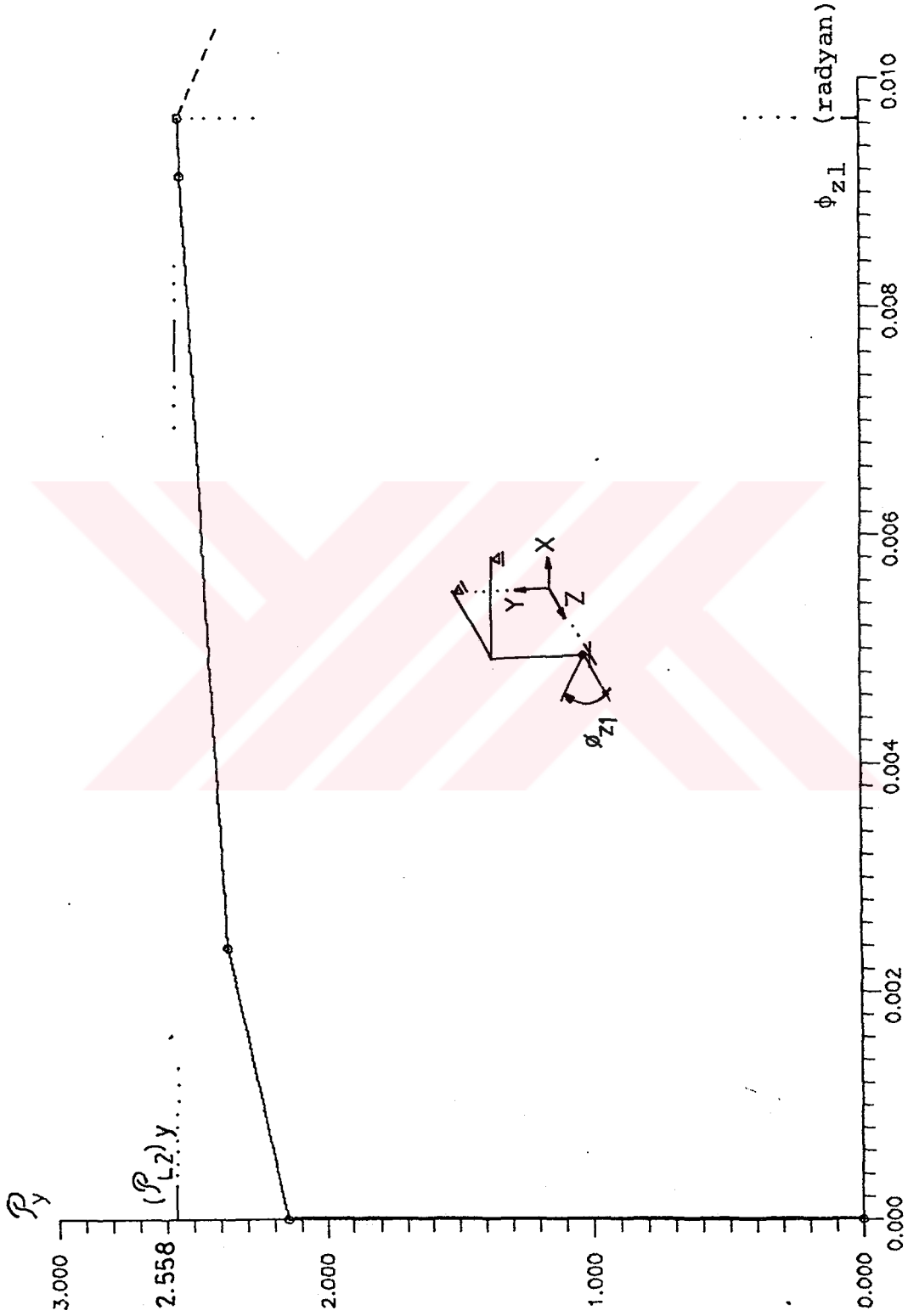
Sistemin birinci ve ikinci mertebe elastoplastik hesabı sırasında elde edilen değerlere bağlı olarak çizilen yatay yük parametresi-yerdeğiştirme bağıntılarından $\mathcal{P}_y - \delta_x/H$ diyagramları Şekil 5.10 da, $\mathcal{P}_y - \delta_z/H$ diyagramları Şekil 5.11 de görülmektedir. Ayrıca, sistemin ilk plastikleşen kesitindeki ϕ_{z1} plastik dönmesinin, ikinci mertebe elastoplastik hesap için, artan yatay yük parametresine göre değişimi Şekil 5.12 de verilen diyagramda gösterilmiştir.



Şekil 5.10. Yatay Yük Parametresi-Yerdeğiştirme
 $(P_y - \delta_x/H)$ Diyagramı



Şekil 5.11. Yatay Yük Parametresi-Yerdeğiştirme
 $(P_y - \delta_z/H)$ Diyagramı



Şekil 5.12. İlk Plastikleşen Kesitteki ϕ_{z1} Plastik Dönmesinin Artan Yatay Yük Parametresine Göre Değişimi

5.2. On Katlı Uzay Çerçeve

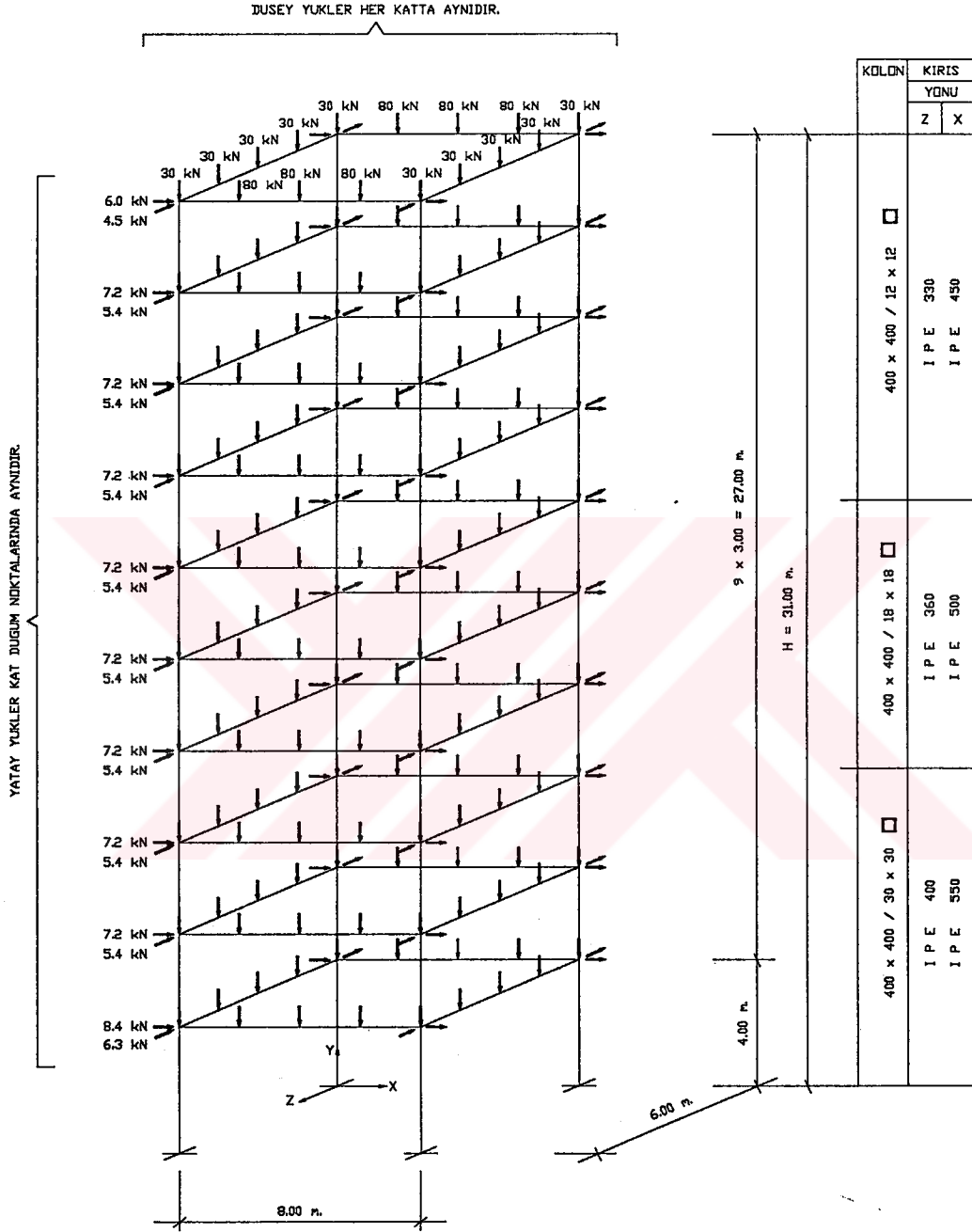
On katlı çelik uzay sistemin geometrisi, enkesitleri ve işletme yükleri Şekil 5.13 de verilmiştir. Sistemin düşey yüklere ait güvenlik katsayısı $e_d = 1.50$ olarak öngörüldüğünden, düşey hesap yükü parametresinin $P_{dh} = 1.50$ değerine karşı gelen $(P_{L2})_y$ ikinci mertebe limit yükü hesaplanarak, yatay yüklere ait e_y güvenlik katsayısı belirlenecektir.

Sisteme etkiyen düşey yükler toplam kat ağırlıklarından oluşmaktadır. Yatay yükler ise yapı yüksekliği boyunca sabit alınan $p = 1 \text{ kN/m}^2$ değerindeki rüzgar yükünden meydana gelmektedir. Rüzgarın yapıya diyagonal doğrultudan etkidiği gözönünde bulundurulmuş ve kat düğüm noktalarına etkiyen eşdeğer tekil kuvvetler hesaplanarak, bunlar sistem eksen takımının X ve Z doğrultularında bileşenlere ayrılmıştır. Bu yatay yük bileşenleri, ait oldukları katın bütün düğüm noktalarında eşit değerdedirler.

Düzlemi içinde sonsuz rijit kabul edilen kat döşemelerini temsil etmek için, her kattaki düğüm noktalarını diyagonal doğrultuda birleştiren iki ucu mafsallı, sonsuz uzama rijitliğine sahip fiktif çubuklar hesap sırasında gözönüne alınmıştır.

Rüzgar yüklerinin her iki yönde etkileyebileceği gözönünde bulundurularak sistem simetrik olarak boyutlandırılmıştır. Sistemin enkesitleri, işletme yükleri altında yani düşey ve yatay yük parametrelerinin $P_d = P_y = 1.00$ değeri için, emniyet gerilmeleri esasına göre boyutlandırılmıştır.

Sistemin hesabı için ilk olarak Bölüm 2.7.3 de açıklandığı gibi, düşey işletme yüklerinin bu yükler için öngörülen $e_d = 1.50$ güvenlik katsayısı ile çarpımından oluşan düşey hesap yüklerinin belirlenmesi ve çubuklara ait normal kuvvetlerin tahmin edilmesi gerekmektedir.



Şekil 5.13. On Katlı Çelik Uzay Çerçeve

Düşey hesap yüklerinden oluşan normal kuvvetler düşey izdüşüm denge denklemleri ile tahmin edileceklerdir. Buna göre, örneğin en alt kat kolonlarındaki normal kuvvetler

$$N_{37,41}=N_{38,42}=N_{39,43}=N_{40,44}=-1.50 \times [10 \times 30 + 10 \times 1,5 \times (80 + 30)] =$$

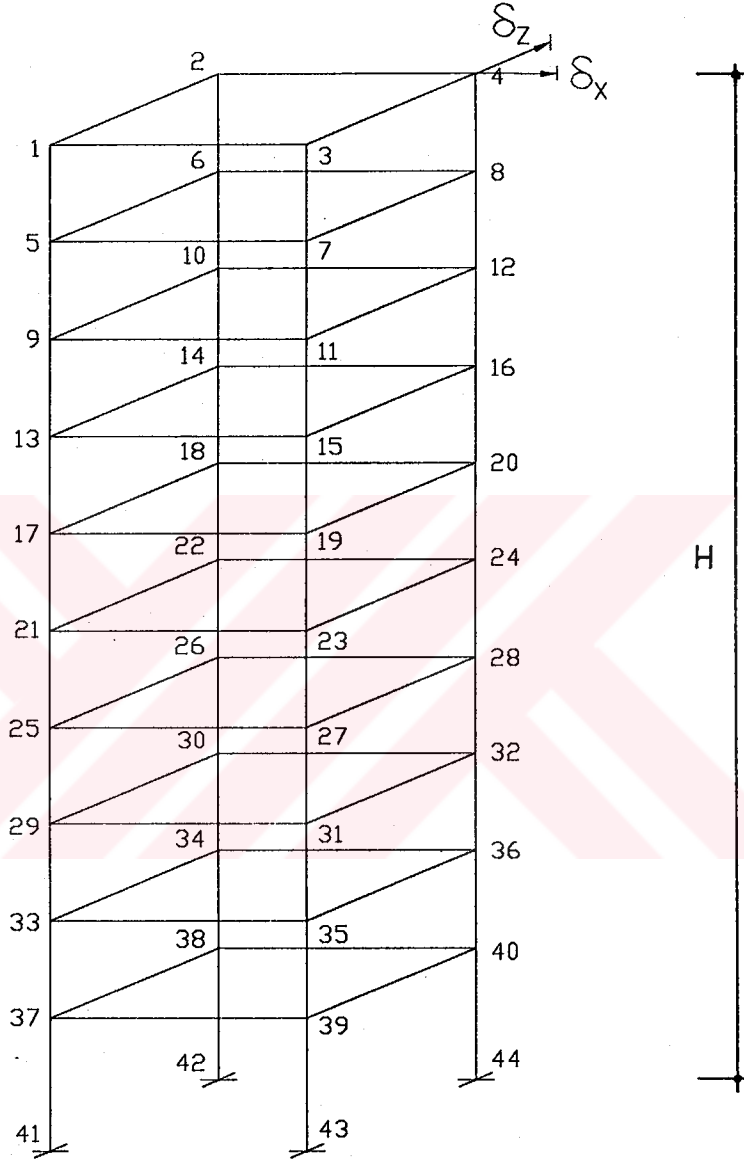
$$= -2925 \text{ kN}$$

olarak tahmin edilmişlerdir. Sistemin düğüm noktaları numaraları Şekil 5.14 de verilmiştir.

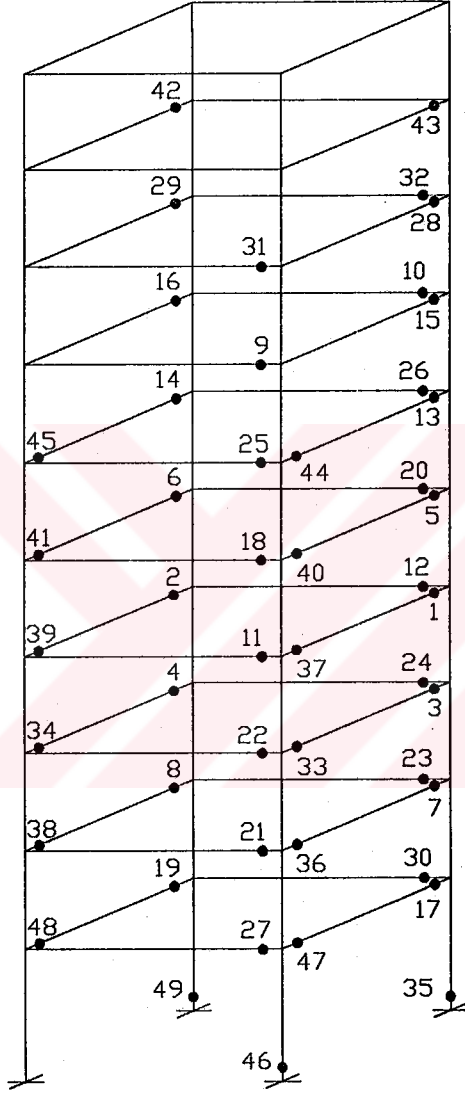
Sistemin tüm hesapları bu çalışma için geliştirilen ve FORTRAN-77 programlama dilinde kodlanan IMEP-3D bilgisayar programı yardımı ile yapılmıştır. Bunun için İ.T.Ü. Bilgi İşlem Merkezindeki IBM-4381 bilgisayarından yararlanılmıştır.

Sistem düşey yük parametresinin $P_d = 1.50$ değeri için artan yatay yükler altında hesaplanarak, ikinci mertebe limit yük parametresi $(P_{L2})_y = 2.523$ olarak bulunmuştur. Bu yük altında sistem burkularak göçmüştür. Burkulmadan önce meydana gelen 49 adet plastikleşen kesitin oluşum sırası ve yerleri Şekil 5.15 de gösterilmiştir.

Sistemin, aynı bilgisayar programından yararlanarak birinci mertebe teorisine göre de hesabı yapılmıştır. Buna göre, düşey yük parametresi $P_d = 1.50$ için, birinci mertebe limit yük parametresi $(P_{L1})_y = 3.795$ olarak bulunmuş ve meydana gelen 79 adet plastikleşen kesit nedeniyle sistem mekanizma durumuna gelerek göçmüştür. Birinci ve ikinci mertebe elastoplastik hesaplar sonucunda elde edilen $P_y - \delta_x / H$ diyagramları Şekil 5.16 da, $P_y - \delta_z / H$ diyagramları Şekil 5.17 de verilmiştir. Diyagramlardan görüldüğü gibi, ikinci mertebe teorisine göre hesapta, yatay yük parametresinin $(P_{L2})_y = 2.523$ değeri için yatay yük parametresi- yerdeğiştirme bağıntısı maksimumdan geçmekte, buna karşılık



Şekil 5.14. Sistemin Düzüm Noktaları Numaraları



$$P_d = 1.500$$

$$(P_{L2})_y = 2.523$$

Şekil 5.15. Plastikleşen Kesitlerin Oluşum Sıraları ve Yerleri

birinci merteye teorisine göre hesapta $(P_{L1})_y = 3.795$ yatay doğrusuna asimptot olmaktadır. Birinci ve ikinci merteye limit yük arasındaki mutlak fark 1.272 değerindedir. Buna göre, ikinci merteye etkileri nedeniyle sistemin limit yükünde

$$1.272/3.795 = \%33.5$$

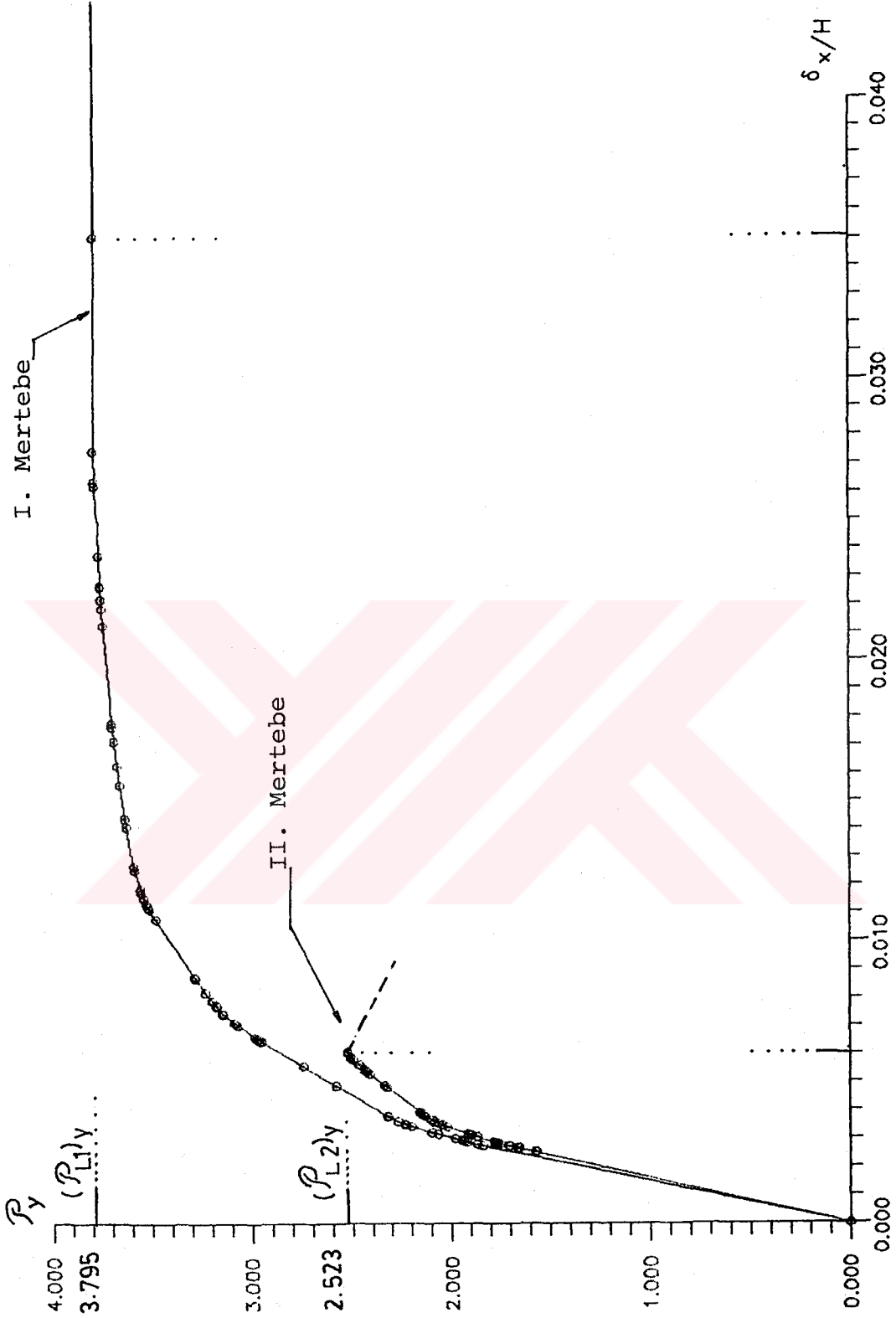
oranında bir azalma, olmaktadır.

II. merteye teorisine göre hesapta ilk plastikleşen kesit yatay yük parametresinin $P_y = 1.569$ değerinde 27-28 kirişinin 28 nolu ucunda oluşmaktadır. Bu kesitin ϕ_{z1} plastik dönmesinin yatay yük parametresine göre değişimi Şekil 5.18 de verilen diyagramda gösterilmiştir.

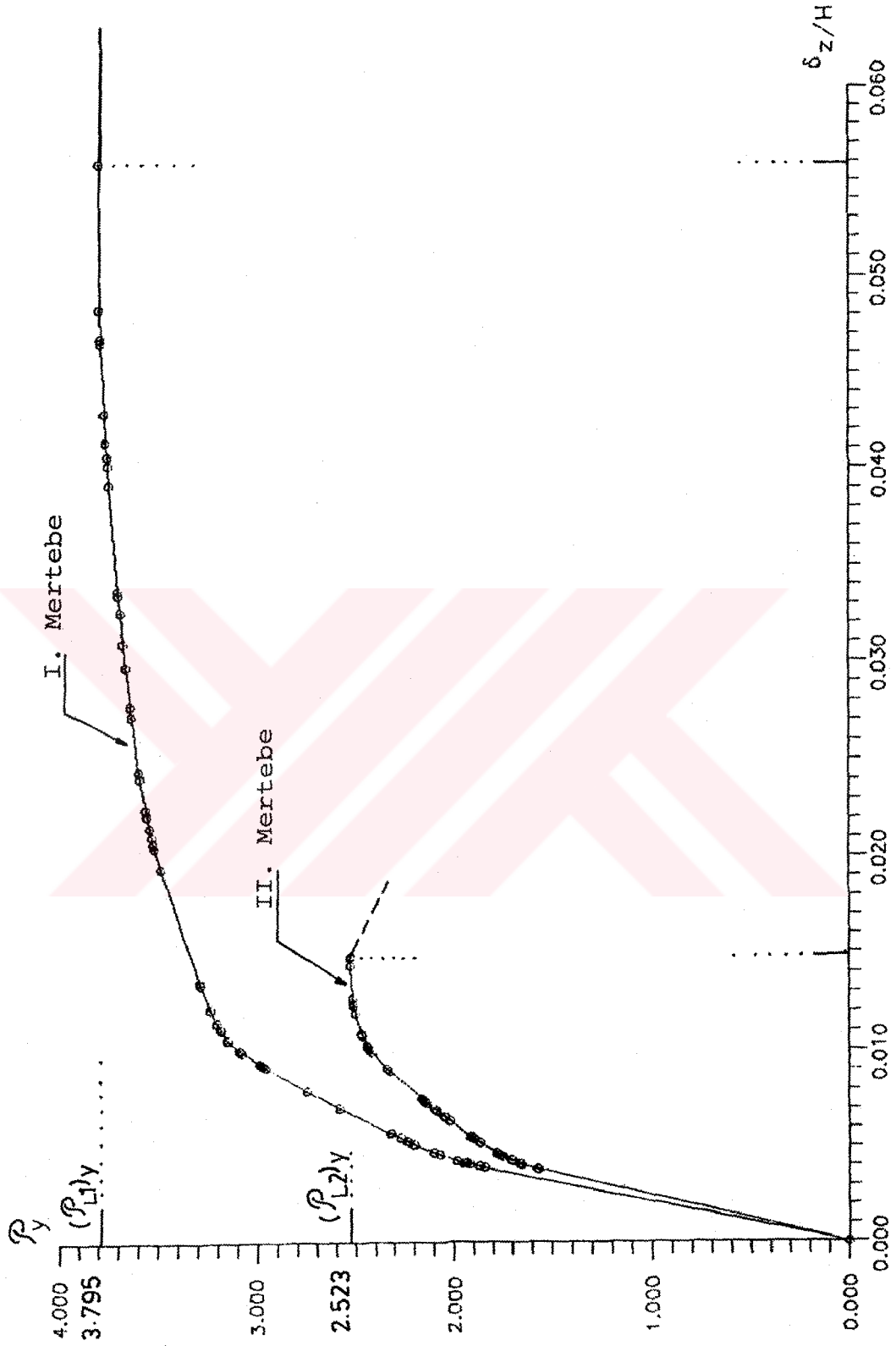
Yukarıda açıklanan hesap sonuçlarına göre, işletme yükleri için emniyet gerilmeleri esasına göre boyutlandırılan on katlı çelik uzay çubuk sistemin, düşey yükler için öngörülen $e_d = 1.50$ güvenlik katsayısı altında yatay yüklerle ait güvenlik katsayısı $e_y = 2.523$ değerini almaktadır.

Çubuklarda tahmin edilen normal kuvvet değerleri ile, bunların gerçek değerleri arasındaki farkın sonuçlara etkisini sayısal olarak incelemek amacıyla bir karşılaştırma yapılmış ve bir bölüm sonuçlar Tablo 5.6 da gösterilmiştir.

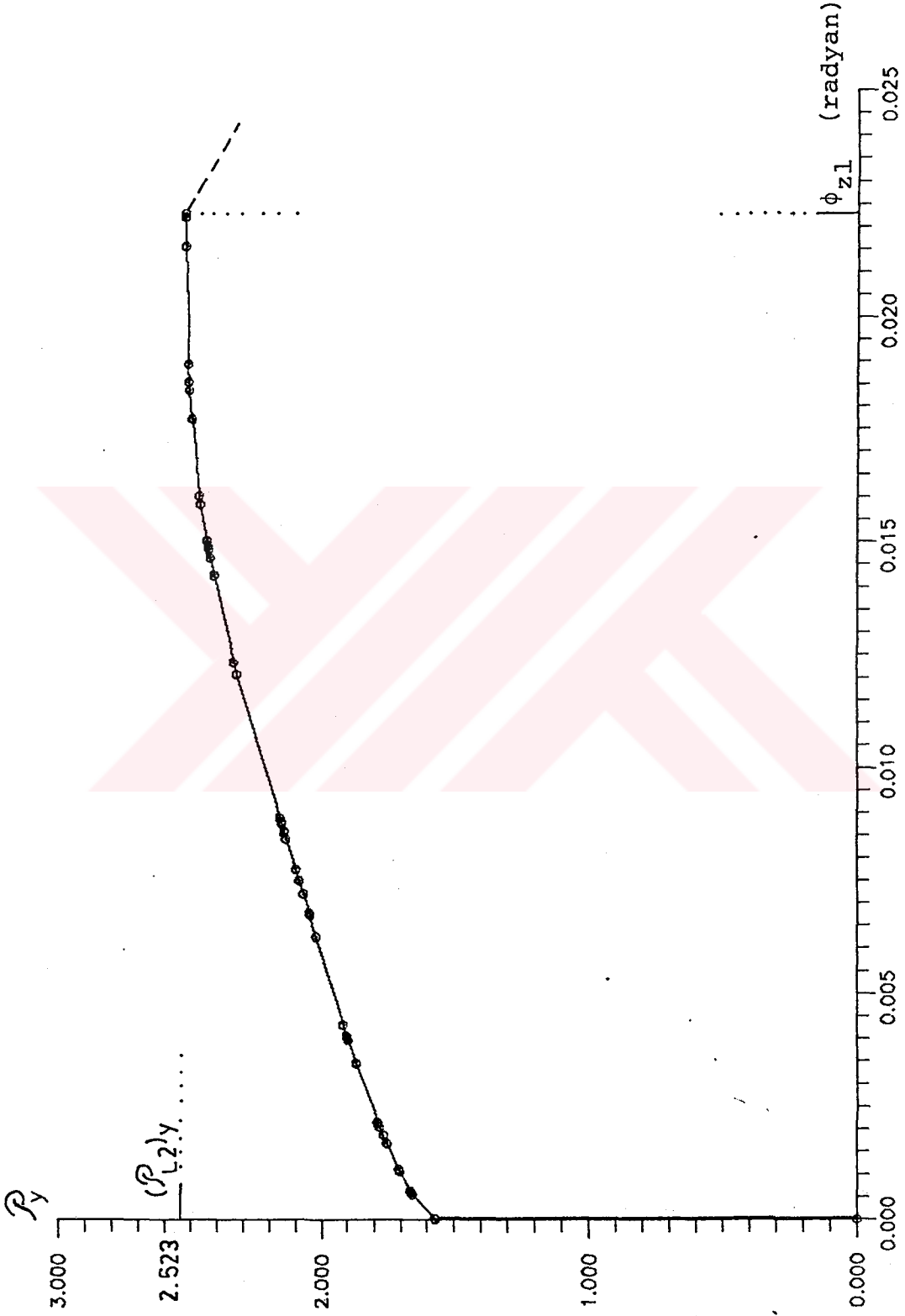
Tablo 5.6'nın 1 numaralı kolonunda, her kattaki dört kolonun normal kuvvetlerinin birbirine eşit olarak tahmin edilmesi durumuna ait bir bölüm sonuçlar verilmiş, 2 numaralı kolona ise bunların kesin değerleri yazılmıştır.



Şekil 5.16. Yatay Yük Parametresi-Yerdeğiştirme
($P_y - \delta_x/H$) Diyagramı



Şekil 5.17. Yatay Yük Parametresi-Yerdeğiştirme
($P_y - \delta_z/H$) Diyagramı



Şekil 5.18. İlk Plastikleşen Kesitteki ϕ_{z1} Plastik Dönmesinin Artan Yatay Yük Parametresine Göre Değişimi

TABLO 5.6. Tahmin Edilen ve Gerçek Normal Kuvvetlere Göre Elde Edilen Sonuçların Karşılaştırılması

		BİRİM	Tahmin Edilen N için Çözüm	Kesin Çözüm	Rölatif Fark
			1	2	
GİRİŞ BİLGİLERİ	$N_{37,41}$	kN	-2925.00	-1506.32	% 94.18
	$N_{38,42}$	kN	-2925.00	-2967.28	% 1.42
	$N_{39,43}$	kN	-2925.00	-2884.63	% 1.40
	$N_{40,44}$	kN	-2925.00	-4341.77	% 32.63
S O N U Ç L A R	$(P_{L2})_y$	—	2.525	2.523	% 0.08
	$N_{37,41}$	kN	-1506.32	-1499.71	% 0.44
	$N_{38,42}$	kN	-2967.28	-2974.96	% 0.26
	$N_{39,43}$	kN	-2884.63	-2888.35	% 0.13
	$N_{40,44}$	kN	-4341.77	-4336.98	% 0.11
	$M_{Y41,37}$	kNm	970.87	979.66	% 0.90
	$M_{Z41,37}$	kNm	714.52	734.87	% 2.77
	$M_{Y42,38}$	kNm	955.23	960.49	% 0.55
	$M_{Z42,38}$	kNm	673.03	666.52	% 0.98
	$M_{Y43,39}$	kNm	918.19	923.59	% 0.57
	$M_{Z43,39}$	kNm	723.59	717.68	% 0.82
	$M_{Y44,40}$	kNm	811.32	827.10	% 1.91
	$M_{Z44,40}$	kNm	592.08	577.09	% 2.60

1 ve 2 numaralı çözümler karşılaştırıldığında, her iki çözümde giriş bilgisi olarak alınan normal kuvvetler arasındaki en büyük rölatif farkın %94.18 olması halinde dahi bu iki çözüme ait ikinci merteye limit yüklerin %0.08 oranında farkettiği, örneğin en alt kattaki normal kuvvetlerde ve eğilme momentlerinde hesaplanan en büyük rölatif farkların ise sırasıyla %0.44 ve %2.77 olduğu görülmektedir.

Bu sonuçlara göre, Bölüm 2.5 de açıklandığı gibi, denge denklemleri yardımıyla tahmin edilen normal kuvvetler kullanılarak yapılan ikinci merteye teorisine göre elasto-plastik hesabın, gerçek normal kuvvetlere göre tekrarlanmasına gerek olmadığı anlaşılmaktadır.

5.3. On Katlı Uzay Çerçeve Orantılı Yükleme

Şekil 5.13 de geometrisi, enkesitleri ve işletme yükleri verilen on katlı uzay çubuk sistemin bu kez orantılı olarak artan düşey ve yatay yükler altında yük parametresi-yerdeğiştirme bağıntısı tayin edilecek ve ikinci merteye limit yükü hesaplanacaktır.

Bunun için düşey yük parametresinin

$$P_d = (1.00, 1.25, 1.50, 1.75, 1.90, 2.00, 2.05)$$

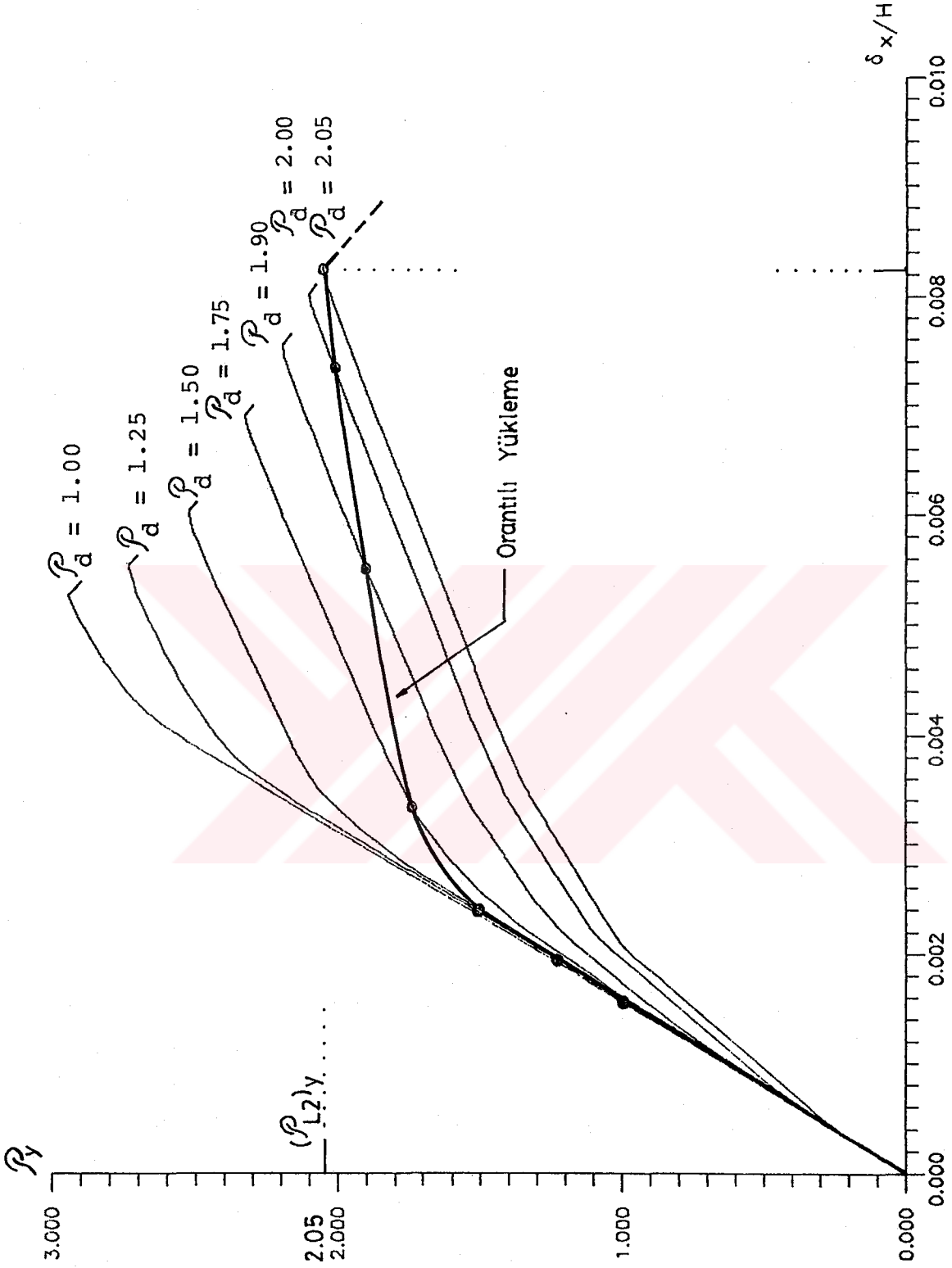
değerleri için sistemin ikinci merteye elasto-plastik hesabı IMEP-3D bilgisayar programından yararlanarak yapılmış ve her çözüm için elde edilen yük parametresi-yerdeğiştirme diyagramları aynı şekil üzerinde gösterilmiştir. Daha sonra çeşitli P_d değerlerine ait diyagramlar üzerinde $P_y = P_d$ noktaları belirlenmekte ve bu noktaların birleştirilmesiyle elde edilen eğri, orantılı yükleme durumundaki yük parametresi-yerdeğiştirme bağıntısını vermektedir.

Düşey yükparametresinin $\mathcal{P}_d = 2.05$ değeri için artan yatay yükler altında yapılan elasto-plastik hesap sonucunda ikinci mertebe limit yük $(\mathcal{P}_{L2})_y = 2.05$ olarak bulunmuştur. Bu durumda Bölüm 3.4 de verilen

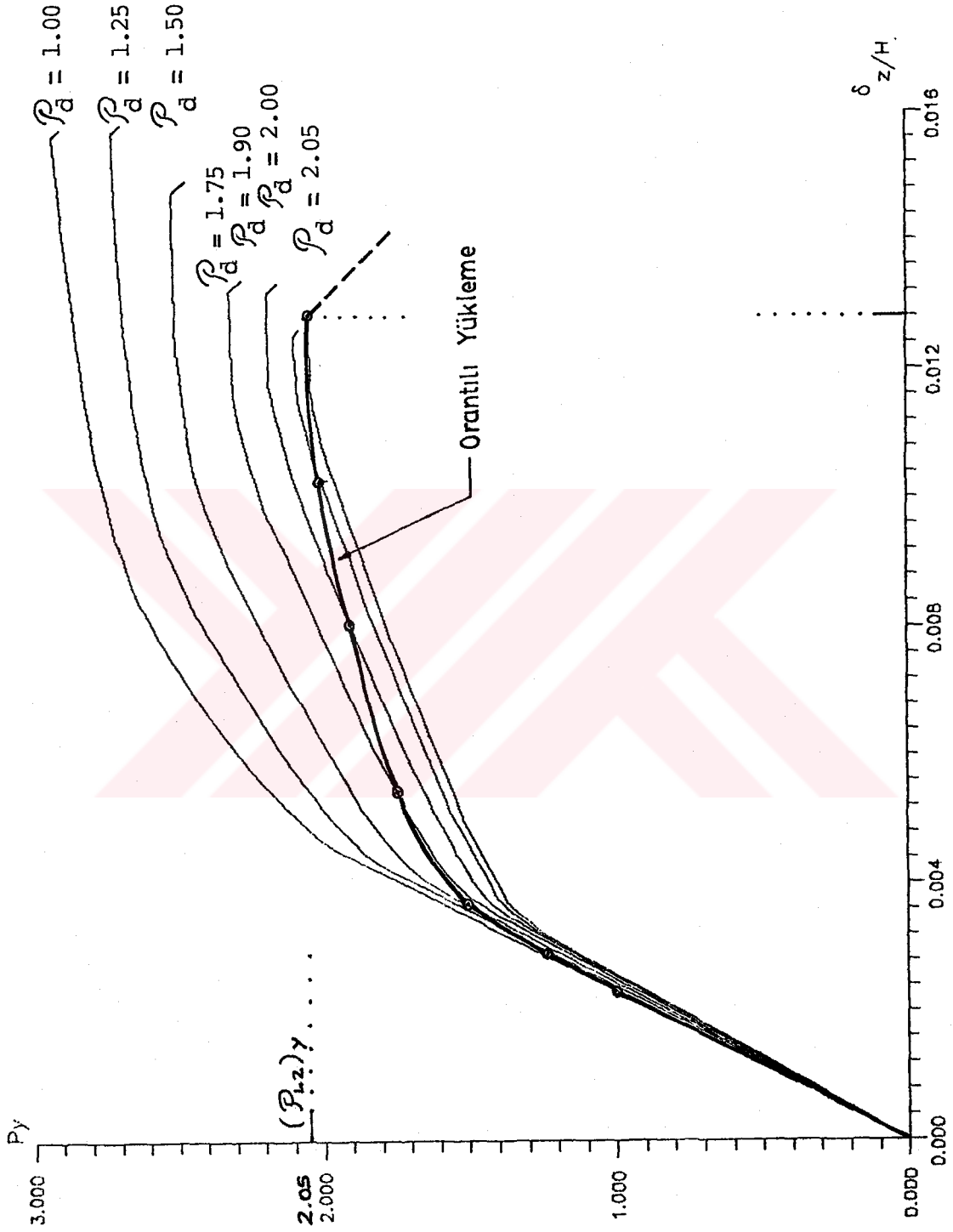
$$(\mathcal{P}_{L2})_y - \mathcal{P}_d = 0$$

şartı sağlandığından, orantılı yüklemeye ait ikinci mertebe limit yük $\mathcal{P}_{L2} = 2.05$ olarak elde edilmiştir.

Orantılı düşey ve yatay yükler için, sistemin X ve Z sistem eksenleri doğrultularındaki iki ayrı yatay yer-değiştirme bileşenine ait $\mathcal{P}_{y-\delta_x}/H$ ve $\mathcal{P}_{y-\delta_z}/H$ diyagramları ve ikinci mertebe limit yük değerleri sırasıyla Şekil 5.19 da ve Şekil 5.20 de gösterilmiştir.



Şekil 5.19. Orantılı Yüklemeye Ait $P_y - \delta_x/H$ Bağıntısı



Şekil 5.20. Orantılı Yüklemeye Ait $P_y - \delta_z/H$ Bağıntısı

BÖLÜM 6. SONUÇLAR

Bu çalışmada elde edilen sonuçlar aşağıda sıralanmıştır.

1. Malzeme ve geometri değişimleri bakımından lineer olmayan uzay çubuk sistemlerin ikinci mertebe teorisine göre elasto-plastik hesabı ve limit yüklerinin tayini için bir yük artımı yöntemi geliştirilmiştir.

2. Geliştirilen yük artımı yöntemi sistemin özelliklerinden bağımsızdır ve Bölüm 2.1 deki şartları sağlayan bütün çubuk sistemlere uygulanabilmektedir.

3. Çalışmada "plastik mafsallık" kavramı, uzay çubuk sistemlerin hesaplarında gözönüne alınması gereken bileşik iç kuvvet durumunu da kapsayacak şekilde "plastikleşen kesit" kavramı olarak genişletilmiştir.

4. Yöntemde, yatay yüklere oranla daha az değişim gösteren düşey yüklerin sabit değerleri altında ve artan yatay yükler için hesap yapılmaktadır.

Sisteme etkiyen düşey yüklerin belirli değerleri için, daha çok denge denklemlerine bağlı olan normal kuvvetler başlangıçta kolaylıkla tahmin edilebilmekte ve böylece, bu normal kuvvetler altında geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisi lineerleştirilebilmektedir.

Plastikleşen kesitlerdeki iç kuvvet durumunun akma yüzeyi üzerinde kaldığını ifade eden ve akma şartları olarak tanımlanan denklemler de, akma yüzeyinin düzlemlerden oluşacak şekilde idealleştirilebilmesi suretiyle lineer denklemlere dönüştürülebilmektedirler. Böylece her plastikleşen kesitin meydana geldiği yük parametresinin

hesabı için ardışık yaklaşım yapmaya gerek kalmamaktadır.

5. Sistemde her plastikleşen kesitin oluşumundan sonra, o kesitteki plastik şekildeğiştirmeleri ifade eden tek bir plastik şekildeğiştirme bileşeni ilave bilinmeyen olarak gözönüne alınmakta ve plastikleşen kesitteki değişen iç kuvvet durumunun akma yüzeyi üzerinde kaldığını ifade eden lineer bir denklem, sisteme ait denklem takımına ilave edilmektedir. Bunun için gerekli olan, üzerinde plastikleşen kesit bulunan bir uzay çubukta, birim plastik şekildeğiştirme bileşenlerinden dolayı oluşan uç kuvvetleri matrisleri elde edilmiştir. Bu şekilde, her plastikleşen kesitin meydana gelmesinden sonra, yeni sisteme ait denklem takımının yeniden kurulmasına ve indirgenmesine gerek kalmadan, yalnız yeni ilave edilen bilinmeyene ait satır ve kolon elemanları indirgenmekte ve o adıma ait bilinmeyenler bulunmaktadır. Plastikleşen kesitlerdeki plastik şekildeğiştirmeler esasen bilinmeyen olarak gözönüne alındıklarından, bunların ayrıca hesaplanmalarına gerek kalmamaktadır.

Böylece, malzeme ve geometri değişimleri bakımından lineer olmayan uzay çubuk sistemlerin birinci ve ikinci mertebe teorisine göre elasto-plastik hesabı ve limit yüklerinin tayini, plastik şekildeğiştirme bileşenlerini de içeren tek bir genişletilmiş denklem sisteminin kurulmasına ve bu denklem sistemi ile alt sistemlerinin çözümüne indirgenmiş olmaktadır.

Geliştirilen yöntem, yukarıda açıklanan üstünlükleri nedeni ile kısa hesaplama süresini gerektiren, etkin ve ekonomik bir yöntemdir.

6. Yöntemin pratik uygulamalarına olanak sağlamak amacı ile, dikdörtgen kesitler ve benzeri kesitler için kullanılmak üzere,

$$K(M_z, M_y, N) = 0 \quad (2.2a)$$

bağıntısının belirlediği akma yüzeyinin düzlemlerden oluşacak şekilde idealleştirilmesi esasına dayanan bir akma şartı önerilmiştir. Bu akma düzlemlerini tanımlayan katsayıların normalize edilmiş değerleri ile akma düzlemlerinin sınır şartları Tablo 2.1 de verilmiştir.

7. Yapı sistemlerinin ikinci mertebe limit yüklerinin tayininde, aşağıda belirtilen özel durumlarla karşılaşlabilmektedir.

- a- plastikleşen kesitlerdeki iç kuvvet durumunun yön değiştirmesi,
- b- plastikleşen kesitlerdeki iç kuvvet durumunun üzerinde bulunduğu akma düzlemini değiştirmesi,
- c- sistemde, yalnız normal kuvvet etkisindeki çubukların da bulunması,
- d- orantılı yükleme altında sistemin ikinci mertebe limit yükünün tayini.

Bu özel durumlarda, geliştirilen yük artımı yönteminin genelliği çerçevesinde çözümler önerilmektedir.

8. Özellikle çok katlı yapılarda, başlangıçta tahmin edilen ve hesap sonucunda bulunan normal kuvvetlerin birbirinden çok farklı olması halinde dahi, bu fark sistemin çözümünü önemli oranda etkilememekte ve bulunan normal kuvvetler için hesabın tekrarlanmasına gerek kalmamaktadır. Bu durum Bölüm 5.2 deki örnek üzerinde sayısal olarak gösterilmiştir.

9. Yöntemin sayısal uygulamaları için IMEP-3D adı verilen bir bilgisayar programı hazırlanarak FORTRAN-77 dilinde kodlanmıştır. Bu programdan yararlanarak geometrik ve mekanik özellikleri verilen herhangi bir uzay çubuk

sistemin, belirli sabit düşey yükler ve orantılı olarak artan yatay yükler altında davranışı izlenebilmekte ve ikinci mertebe limit yükü doğrudan doğruya bulunmaktadır. Düzlemi içindeki ve düzlemine dik yüklerin etkisindeki düzlem sistemlerin birinci veya ikinci mertebe teorisine göre lineer-elastik veya elasto-plastik hesabı da birer özel durum olarak program içinde ele alınmaktadır. Bu programdan ayrıca, yapı sistemlerinin göçme yükü esasına göre boyutlandırılmalarında da yararlanılabilmektedir.

10. Geliştirilen yöntem ve bunun sayısal uygulamaları için hazırlanan bilgisayar programı yardımı ile, yönetmeliklere uygun olarak boyutlandırılan yapı sistemlerinin göçme yüklerinin bulunarak gerçek göçme güvenliklerinin belirlenmesi mümkün olabilmekte ve böylece yönetmeliklerin kritik edilmelerine olanak sağlanmaktadır.

11. Bu çalışmada geliştirilen hesap yöntemi ile, eşdeğer fiktif çubuk sistem ortamında idealleştirilen iki ve üç boyutlu sürekli yüzeysel sistemlerin birinci veya ikinci mertebe elasto-plastik hesabı yapılarak limit yükleri tayin edilebilmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] ÇAKIROĞLU, A., ÖZDEN, E. ve ÖZMEN, G., Yapı Sistemlerinin Hesabı İçin Matris Metotları ve Elektronik Hesap Makinası Programları, Cilt: I, İ.T.Ü. Kütüphanesi, İstanbul, 1970.
- [2] ÇAKIROĞLU, A., ÖZDEN, E. ve ÖZMEN, G., Yapı Sistemlerinin Hesabı İçin Matris Metotları ve Elektronik Hesap Makinası Programları, Cilt: II, İ.T.Ü. Kütüphanesi, İstanbul, 1974.
- [3] ÖZER, E., Lineer Olmayan Sistemlerin Hesabı İçin Bir Metot, Doktora Tezi, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul, 1969.
- [4] MERCHANT, W., The Failure Load of Rigidly Jointed Frameworks as Influenced by Stability, Structural Engineer, Vol. 32, 1954, pp. 185.
- [5] HORNE, M.R., Elastic-Plastic Failure Loads of Plane Frames, Proc. Royal Soc., A274, 1963, pp. 343.
- [6] LIAPUNOV, S., Ultimate Strength of Multistorey Steel Rigid Frames, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 100, No. ST8, August, 1974, pp. 1643.
- [7] HODGE, P.G., Plastic Analysis of Structures, Mc. Graw Hill, 1959.
- [8] NEAL, B.G., The Plastic Methods of Structural Analysis, Chapman and Hall, London, 1963.
- [9] WOOD, R.H., The Stability of Tall Buildings, Proc. Inst. of Civil Engrs, Vol. 11, 1958, pp. 69.
- [10] HORNE, M.R. and MERCHANT, W., The Stability of Frames, Pergamon Press, 1965.
- [11] JENNINGS, A. and MAJID, K., An Elastic-Plastic Analysis by Computer for Framed Structures Loaded up to Collapse, Structural Engineer, Vol.45, 1965, pp. 407.
- [12] WANG, C.K., General Computer Program for Limit Analysis, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 89, No. ST6, December, 1963, pp. 101-117.

- [13] DAVIES, J.M., The Response of Plane Frameworks to Static and Variable Repeated Loadings in the Elastic-Plastic Range, The Structural Engineer, Vol. 44, No. 8, August, 1966, pp. 277-283.
- [14] PARIKH, B.P., Elastic-Plastic Analysis and Design of Unbraced Multistory Frames, Ph. D. Dissertation, Lehigh University, 1966.
- [15] KIM, S.W., Elastic-Plastic Analysis of Unbraced Frames, Ph.D.Dissertation, Lehigh University, 1971.
- [16] LU, L.W., ÖZER, E., DANIELS, J.H., ÖKTEN, Ö.S. and MORINO, S., Frame Stability and Design of Columns in Unbraced Multistory Steel Frames, Fritz Engineering Laboratory Report No. 375.2, Lehigh University, 1975.
- [17] LU, L.W., ÖZER, E., DANIELS, J.H., ÖKTEN, Ö.S. and MORINO, S., Strength and Drift Characteristics of Steel Frames, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 103, No. ST11, November, 1977, pp. 2225.
- [18] MOY, F.C., ÖZER, E. and LU, L.W., Sway Buckling and Design of Unbraced Frames, Fritz Engineering Laboratory Report No. 396.1, Lehigh University, 1976.
- [19] MOY, F.C., ÖZER, E. and LU, L.W., Strength of Steel Frames Under Gravity Loads, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 103, No. ST6, June, 1977, pp. 1223.
- [20] ÖZER, E., İkinci Mertebe Limit Yük İçin Yapı Ağırlılığının Minimum Yapan Bir Boyutlandırma Metodu, Doğentlik Tezi, 1975.
- [21] TOAKLEY, A.R., The Optimum Elastic-Plastic Design of Rigid Jointed Sway Frames, Fourth Report, Dept. of Civil Engineering, University of Manchester, 1967.
- [22] YING, M.K., A General Procedure for the Optimum Design of Unbraced Multistory Steel Frames, Ph.D. Dissertation, Lehigh University, 1972.
- [23] TAM, T.K.H. and JENNINGS, A., Optimal Plastic Design of Frames With Tapered Members, Computers & Structures, Vol. 30, No. 3, 1988, pp. 537-544.

- [24] HARRISON, H.B., Computer Methods in Structural Analysis, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, N.J., 1973.
- [25] COHN, M.Z. and FRANCHI, A., Structural Plasticity Computer System; STRUPL, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 105, No. ST4, April, 1979, pp. 789.
- [26] EL-ZANATY, M.H. and MURRAY, D.W., Nonlinear Finite Element Analysis of Steel Frames, Journal of the Structural Engineering, ASCE, Vol. 109, No. 2, February, 1983, pp. 353.
- [27] KNOTHE, K. und HERRMANN, H., Ein Finite-Element-Verfahren zur geometrisch Nichtlinearen Berechnung der plastischen Grenzlaster ebener Rahmentragwerke, Stahlbau 51, H. 11, November, 1982, s. 342-347.
- [28] KLÖPPEL, K. und YAMADA, M., Fließpolyeder des Rechteck- und I-Querschnittes unter der Wirkung von Biegemoment, Normalkraft und Querkraft, der Stahlbau 27. Jahrgang, Heft 11, November, 1958, s. 284-290.
- [29] KETTER, R.L., KAMINSKY, E.L., BEEDLE, L.S., Plastic Deformation of Wide-Flange Beam-Columns, Trans. ASCE, Vol. 120, 1955, pp. 1028.
- [30] BEEDLE, L.S., Plastic Design of Steel Frames, John Wiley, New York, 1958.
- [31] ÇAKIROĞLU, A. ve ÖZER, E., Malzeme ve Geometri Değişimi Bakımından Lineer Olmayan Sistemler, Cilt: I, İ.T.Ü. Kütüphanesi, İstanbul, 1980.
- [32] MORRIS, G.A. and FENVES, S.J., Approximate Yield Surface Equations, Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings ASCE, Vol. 95, No. EM4, August, 1969, pp. 937-954.
- [33] TEBEDGE, N. and CHEN, W.F., Design Criteria for H-Columns Under Biaxial Loading, Journal of the Structural Division, Proceedings ASCE, Vol. 100, No. ST3, March, 1974, pp. 579-598.
- [34] ZHOU, S.P. and CHEN, W.F., Design Criteria for Box Columns Under Biaxial Loading, Journal of the Structural Engineering, ASCE, Vol. 111, No. 12, December, 1985, pp. 2643-2658.

- [35] HENNING, A., Berücksichtigung der Interaktion bei der Traglastberechnung ebener Stahlrahmen, Stahlbau 45, H. 11, 1976, s. 347-351.
- [36] ÖZER, E., Determination of Second-Order Limit Load by a Method of Load Increments, Bulletin of the Technical University of Istanbul, Vol. 40, No. 4, 1987, pp. 815-836.
- [37] ANDREAUS, U. and D'ASDIA, P., An Incremental Procedure for Deformation Analysis of Elastic-Plastic Frames, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 26, 1988, pp. 769-784.
- [38] JONATOWSKI, J.J. and BIRNSTIEL, C., Inelastic Stiffened Suspension Space Structures, Journal of the Structural Division, Proceedings ASCE, Vol. 96, No. ST6, June, 1970, pp. 1143-1165.
- [39] SANTATHADAPORN, S. and CHEN, W.F., Interaction Curves for Sections Under Combined Biaxial Bending and Axial Force, Bulletin No. 148, Welding Research Council, February, 1970.
- [40] BOCKHOLT, J.L., Inelastic Analysis of Tier Buildings, Stanford University, Technical Report No. 158, May, 1972.
- [41] JIANG, Sh. und BECKER, A., Traglastberechnungen räumlicher Rahmen mit Einbeziehung von Torsion unter Verwendung von Fließgelenken, Stahlbau 57, H. 12, Dezember, 1988, s. 359-364.
- [42] GEBBEKEN, N., Eine Fließgelenktheorie höherer Ordnung für räumliche Stabtragwerke, Stahlbau 57, H. 12, Dezember, 1988, s. 365-372.
- [43] RUBIN, H., Interaktionsbeziehungen für doppel-symmetrische I und Kasten-Querschnitte bei zweiachsiger Biegung und Normalkraft, der Stahlbau 47, 1978, s. 145 - 151 u. s. 174 - 181.
- [44] CHANDRA, R., TRIKHA, D.N. and KRISHNA, P., Nonlinear Analysis of Steel Space Structures, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 116, No. 4, April, 1990, pp. 898-909.
- [45] CHANDRA, R., KRISHNA, P. and TRIKHA, D.N., Elastic-Plastic Analysis of Steel Space Structures, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 116, No. 4, April, 1990, pp. 939-955.

- [46] JOHNSTON, B.G., Ed., Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, Third Edition, Wiley-Interscience, 1976, pp. 410 - 454.



ÖZGEÇMİŞ

Erdal İRTEM, 1958 yılında Aydın'da doğmuştur. İlk ve orta öğrenimini sırasıyla Aydın Cumhuriyet İlkokulu ve Aydın Lisesi'nde yapmış ve 1975 yılında Aydın Lisesi'nden mezun olmuştur. 1975 yılında Eskişehir D.M.M.A. İnşaat Bölümüne girmiş ve 1979 yılında Lisans öğrenimini tamamlamıştır. Aynı yıl Balıkesir D.M.M.A. İnşaat Bölümünde Uzman Mühendis olarak göreve başlamıştır. 1980 yılında Anadolu Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Bölümünde Yüksek Lisans öğrenimine başlamış ve Haziran 1983'de Yüksek Mühendis ünvanı ile mezun olmuştur. Bu arada, askerlik görevini Kasım 1982 - Şubat 1983 döneminde yapmıştır. Kasım 1984'de İstanbul Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesine geçici görevle atanmıştır. Halen aynı Fakültenin Yapı Anabilim Dalında Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır.

Evli ve bir kız çocuk babasıdır.