



YARI İLETKENLERDE TERMOMANYETİK ETKİNİN İNCELENMESİ

ALPER ASLAN

DOKTORA TEZİ

FİZİK ANABİLİM DALI

PROF.DR. İSKENDER ASKEROĞLU

DR.EBRU ÇOPUROĞLU

2020

Her hakkı saklıdır

T.C.
TOKAT GAZİOSMANPAŞA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

**YARI İLETKENLERDE TERMOMANYETİK ETKİNİN
İNCELENMESİ**

ALPER ASLAN

TOKAT
Eylül - 2020

Her hakkı saklıdır

TEZ BEYANI

Tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu tezin yazılmasında bilimsel ahlak kurallarına uyulduğunu, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunulduğunu, tezin içerdiği yenilik ve sonuçların başka bir yerden alınmadığını, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmadığını, tezin herhangi bir kısmının bu üniversite veya başka bir üniversitedeki başka bir tez çalışması olarak sunulmadığını beyan ederim.

ALPER ASLAN

11 Eylül 2020

ÖZET

DOKTORA TEZİ

YARI İLETKENLERDE TERMOMANYETİK ETKİNİN İNCELENMESİ

ALPER ASLAN

TOKAT GAZİOSMANPAŞA ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİZİK ANABİLİM DALI

TEZ DANIŞMANI: PROF. DR. İSKENDER ASKEROĞLU
İKİNCİ DANIŞMAN: DR. EBRU ÇOPUROĞLU

Yarı iletkenlerin termoelektrik ve termomanyetik özelliklerinin belirlenmesi fiziğin ve ilgili mühendislik dallarının önemli araştırma konularındandır. Bilindiği gibi yarı iletkenlerin bu özelliklerinin hesaplanması için farklı teorik yaklaşımlar önerilmiştir. Ancak önerilen yöntemlerin uygulama alanları sıcaklığın ve diğer termodinamik parametrelerin sadece kısıtlı değişim aralıkları için deneyle uyumlu sonuç vermektedir. İlk defa B.M. Askerov, yarı iletkenlerin bant yapılarının şekline göre termoelektrik ve termomanyetik özelliklerinin hesaplanabilmesi için genel yaklaşım önermiştir. Önerilen bu yöntemde bu özelliklerin hesaplanması, iki parametrelili Fermi fonksiyonlarına indirgenmiştir. Ancak günümüze kadar Fermi fonksiyonunun analitik olarak hesaplanmasında ortaya çıkan zorluklar bu tezin kullanımını kısıtlamıştır. Buradan yola çıkarak bu tezde, iki parametrelili Fermi fonksiyonlarının hesaplanması için yakın zamanda önerilen analitik yaklaşımı kullanarak, yarı iletkenlerin termomanyetik özelliklerinden olan Lorenz sayısı, taşıyıcı konsantrasyonu ve Hall katsayısı, sıcaklığın tüm aralıkları için elde edilmiştir. Yapılan çalışmada bu parametreler, Mathematica programlama dilinde Si, Ge, GaAs, GaAs-Ge ve InAs yarı iletkenleri için elde edilmiştir. Elde edilen ifadelerin etkinliğini göstermek için bu yarı iletkenlerin Lorenz sayısı, konsantrasyon ve Hall katsayısı değerleri, literatürden bulunan ampirik ve yarı ampirik hesaplama sonuçları, Mathematica nümerik hesaplama sonuçları ve yapılan çalışmadan elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Sonuçların birbirleriyle uyumlu olduğu görülmüştür.

2020, Sayfa 61

ANAHTAR KELİMELER: Termomanyetik etki, Yarı iletken, Fermi fonksiyonu

ABSTRACT

DOCTORATE THESIS

INVESTIGATION OF THERMOMAGNETIC EFFECT ON SEMICONDUCTORS

ALPER ASLAN

**TOKAT GAZIOSMANPASA UNIVERSITY GRADUATE SCHOOL OF
NATURAL AND APPLIED SCIENCES
DEPARTMENT OF PHYSICS**

**SUPERVISOR: PROF.DR. İSKENDER ASKEROĞLU
SECOND SUPERVISOR: DR. EBRU ÇOPUROĞLU**

The determination of thermoelectric and thermomagnetic properties of semiconductors have become one of the most prominent research subjects in physics and related engineering fields. So far, a variety of theoretical approaches aimed at calculating these properties have been proposed. However, the results derived from the application of the proposed methods are valid and consistent only within limited variation ranges of temperature and certain thermodynamic parameters. It's in this context that B.M Askerov first suggested a systematic approach to the shape of the band structures of semiconductors, thus paving the way for the calculation of the aforementioned properties. Despite the resulting simplification due to the reduction of the calculation to two-parameter Fermi functions, usage of this approach has been rather limited by the inherent difficulties in analytical Fermi calculations. This thesis makes use of this recent analytical approach to obtain expressions for temperature variations for the number of Lorenz, carrier concentration and Hall coefficient, which are some of the semiconductors' thermomagnetic properties. In the study, these parameters were obtained for the Si, Ge, GaAs, GaAs-Ge and InAs semiconductor in the Mathematica programming language. In order to demonstrate the effectiveness of the resulting expressions, the Lorenz number, concentration and Hall coefficient values of these semiconductors results of ampiric and semi ampiric calculations found in the literature, as well as the results of Mathematica numerical calculation and the result of this study, are provided in a comparative fashion. It was seen that the results were compatible with each other.

2020, Page 61

KEYWORDS: Thermomagnetic effect, Semiconductor, Fermi function

ÖNSÖZ

Doktora çalışmalarım süresince öncelikle, tüm bilgi ve tecrübelerini benimle paylaşan, incelediğim konu hakkında fazlaca gayret göstererek her konuda yardımlarını esirgemeyen değerli danışmam hocalarım, Prof. Dr. İskender ASKEROĞLU (Giresun Üniversitesi) ve Dr. Ebru ÇOPUROĞLU'na (Gaziosmanpaşa Üniversitesi), değerli tez izleme komitesi üyeleri hocalarım Prof.Dr. Oktay MUHTAROĞLU (Gaziosmanpaşa Üniversitesi) ve Doç. Dr. Salih SAYGI'ya (Gaziosmanpaşa Üniversitesi), değerli bölüm başkanı hocamız Prof.Dr. Bahtiyar MEHMETOĞLU' na (Gaziosmanpaşa Üniversitesi) sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Doktora eğitimim boyunca, “TÜBİTAK 2211-A YURTIÇİ DOKTORA BURS PROGRAMI” kapsamında mali desteğini esirgemeyen TÜBİTAK' a teşekkürlerimi sunarım.

Sevgilerini cümlelerle ifade edemeyeceğim değerli aileme, eşime ve yakın zamanda hayatımıza giren, gözümün nuru canım oğluma, her şey için sonsuz teşekkür ederim.

Alper ASLAN

11 Eylül 2020

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET	i
ABSTRACT.....	ii
ÖNSÖZ.....	iii
İÇİNDEKİLER.....	iv
SİMGE VE KISALTMALAR.....	vi
ŞEKİL LİSTESİ.....	ix
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xi
1. GİRİŞ.....	1
1.1.Yarı İletkenler.....	7
1.1.1. Yarı İletkenlerde Katkılandırma.....	12
1.1.2. n Tipi ve p Tipi Yarı İletkenler.....	13
1.2. Fermi-Dirac Dağılım Fonksiyonu.....	15
2. GENEL BİLGİLER.....	22
2.1. Termoelektrik ve Termomanyetik Etkiler.....	23
2.1.1. Joule Etkisi.....	26
2.1.2. Seebeck Etkisi.....	26
2.1.3. Peltier Etkisi.....	27
2.1.4. Thomson Etkisi.....	28
2.1.5. Termomanyetik Etkiler.....	28
2.1.5.1.Hall Etkisi.....	29
2.1.5.2. Ettingshausen Etkisi.....	29
2.1.5.3. Nernst Etkisi.....	31
2.1.5.4.Righi-Leduc Etkisi.....	32
2.1.5.5. Termal İletkenlik.....	34
2.1.5.6. Fonon Sürüklenme Etkisi.....	34

3. MATERYAL VE YÖNTEM.....	38
4. BULGULAR.....	42
4.1. Si Yarı İletkeninin Lorenz Sayısının ve Konsantrasyonunun Tüm Sıcaklık Aralıklarındaki Hesaplama Sonuçları.....	42
4.2. Ge Yarı İletkeninin Lorenz Sayısının ve Konsantrasyonunun Tüm Sıcaklık Aralıklarındaki Hesaplama Sonuçları.....	45
4.3. GaAs-Ge Yarı İletkeninin Lorenz Sayısının ve Konsantrasyonunun Tüm Sıcaklık Aralıklarındaki Hesaplama Sonuçları.....	49
4.4. Konsantrasyonun Yarı Ampirik ve Ampirik Yöntemler ile Kıyaslanması.....	52
4.5. InAs Yarı İletkeni için Hall katsayısının Ampirik Yöntemler ile Kıyaslanması.....	55
5. TARTIŞMA VE SONUÇ.....	56
6. KAYNAKLAR.....	58
7. ÖZGEÇMİŞ.....	61

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simge	Açıklama
ω_c	Açısal frekans
ρ_0	Artık direnç
A	Alan
$\vec{j}$	Akım yoğunluğu
k_0	Boltzmann sabiti
λ	Dalga boyu
W	Dalga fonksiyonu ile eşleştirilen frekans
v_g	Dalga paketinin grup hızı
k	Dalga uzayı
g_d	Değişin durum yoğunluğu
m_d^*	Değişin etkin kütlesi
E_v	Değerlik bandının enerjisi
R	Direnç
Ω	Direnç birimi (Ohm)
$\hbar$	Düzenlenmiş Planck sabiti
P	Ettinghausen katsayısı
n	Elektron yoğunluğu
$g_e(E)$	Elektronun durum yoğunluğu
m_e^*	Elektronun etkin kütlesi
I	Elektrik akımı
E_n	Enine emf
σ	Elektriksel iletkenlik
e	Elektronun yükü
j	Elektron akışı
$\vec{E}$	Elektrik alan büyüklüğü
n	Elektron konsantrasyonu
P	Ettinghausen etki katsayısı
eV	Elektron Volt
f(E)	Fermi-Dirac dağılım fonksiyonu

Simge	Açıklama
E_F	Fermi enerji seviyesi
$R_H (E_H)$	Hall katsayısı
v	Hız
Q_j	Isı miktarı
c	Işık hızı
E_c	İletim bandının enerjisi
N_c	İletim bandındaki etkin durum yoğunluğu
ξ	İndirgenmiş enerji
η	Kimyasal potansiyel
L	Lorenz sayısı
$\vec{F}$	Lorentz kuvveti
$\vec{B}$	Manyetik alan büyüklüğü
p	Momentum
m	Metre
Q	Nernst etki katsayısı
ρ	Özdirenç
β	Paraboliklikten sapma miktarı
h	Planck sabiti
π'	Peltier katsayısı
Q_p	Peltier etki katsayısı
s_0	Problar arası uzaklık
S	Righi-Leduc katsayısı
α'	Seebeck katsayısı
T	Sıcaklık
ΔT	Sıcaklık gradyenti
β'	Sıcaklık fark sabiti
α	Sıcaklık katsayısı
Q_T	Thomson etki katsayısı
κ	Termal iletkenlik
l	Uzunluk

Simge ε_g ε_{g0} q μ **Açıklama**

Yasak enerji bant aralığı

Yasak enerji bant aralığının ilk durumu

Yük

Yük taşıyıcılarının mobilitesi

Kısaltmalar

Ar

As

Al

Cu

CuO

Bi

HgTe

ZnTe

GaAs

Ge

GaP

Ga

Ag₂SO₄

H

InAs

InSb

C

CdS

n-tipi

p-tipi

Se

Si

Te

A₃B₅**Açıklamalar**

Argon

Arsenik

Alüminyum

Bakır

Bakır oksit

Bizmut

Civa tellür

Çinko Tellürid

Galyum arsenit

Germanyum

Galyum Fosfat

Galyum

Gümüş sülfat

Hidrojen

İndiyum arsenit

İndiyum antimonid

Karbon

Kadmiyum Sülfür

Negatif tip yarı iletken

Pozitif tip yarı iletken

Selenyum

Silisyum

Tellür

Üçüncü ve beşinci grup bileşiği

ŞEKİL LİSTESİ

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
Şekil 1.1. Dört nokta prob yöntemi.....	2
Şekil 1.2. Van der Pauw deney seti.....	2
Şekil 1.3. Değerlik ve iletim bant yapıları.....	3
Şekil 1.4. Değişik oranlarda alıcı ve verici atomu ile katkılandırılan Si için a) elektron ve b) deşik hareketliliğinin sıcaklıkla değişimi.....	6
Şekil 1.5. Yarı iletkenlerin sınıflandırılması.....	8
Şekil 1.6. İletken ve yarı iletken öz dirençlerinin sıcaklıkla değişimi.....	9
Şekil 1.7. Yarı iletkenlerin yasak enerji bant aralığının sıcaklıkla değişimi.....	11
Şekil 1.8. Sıcaklığın bir fonksiyonu olarak yasak enerji bant aralığının ölçümü.....	11
Şekil 1.9. Si için oda sıcaklığında elektron ve deşik mobilitesinin kirlilik konsantrasyonu ile değişimi.....	12
Şekil 1.10. n tipi yarı iletken.....	13
Şekil 1.11. p tipi yarı iletken.....	14
Şekil 1.12. Saf yarı iletken, n tipi yarı iletken ve p tipi yarı iletken için Fermi enerji seviyesinin değişimi.....	16
Şekil 1.13. (a) Enerji seviyelerinin dolmuş hali, (b) mutlak sıfır sıcaklığında ve mutlak sıfır sıcaklığının üstündeki değerlerde Fermi-Direc Dağılım Fonksiyonu....	17
Şekil 1.14. Farklı sıcaklık değerleri için Fermi-Dirac Dağılım Fonksiyonu.....	17
Şekil 1.15. Düzgün ve sabit bir manyetik alan içinde yüklü parçacığın yörüngesi.....	18
Şekil 2.1. Seebeck etkisi deney seti.....	27
Şekil 2.2. Peltier etkisi deney seti.....	28
Şekil 2.3. Hall etkisinin (a) n tipi ve (b) p tipi yarı iletkenlerde şematik gösterimi.....	29
Şekil 2.4. Ettingshausen etkisinin şematik gösterimi.....	30
Şekil 2.5. Nernst etkisinin şematik gösterimi.....	31
Şekil 2.6. Righi-Leduc etkisinin şematik gösterimi.....	33
Şekil 2.7. Termomanyetik etkiler arasındaki ilişki diyagramı.....	35
Şekil 2.8. Enine termomanyetik etkiler.....	35
Şekil 4.1. Si yarı iletkeni için Lorenz sayısının artan sıcaklığa bağlı olarak nümerik sonuçlarla kıyaslanması.....	44

Şekil 4.2. Si konsantrasyonunun artan sıcaklığa bağlı olarak nümerik sonuçlarla kıyaslanması.....	45
Şekil 4.3. Ge yarı iletkeni için Lorenz sayısının artan sıcaklığa bağlı olarak nümerik sonuçlarla kıyaslanması.....	48
Şekil 4.4. Ge konsantrasyonunun artan sıcaklığa bağlı olarak nümerik sonuçlarla kıyaslanması.....	48
Şekil 4.5. GaAs-Ge yarı iletkeni için Lorenz sayısının artan sıcaklığa bağlı olarak nümerik sonuçlar ile kıyaslanması.....	51
Şekil 4.6. GaAs-Ge konsantrasyonunun artan sıcaklığa bağlı olarak nümerik sonuçlarla kıyaslanması.....	52

ÇİZELGE LİSTESİ

<u>Çizelge</u>	<u>Sayfa</u>
Çizelge 1.1. Saf ve katkılı yarı iletkenler için literatürden elde edilen bazı parametreler	4
Çizelge 2.1. Bazı termomanyetik etkilerin zayıf ve güçlü manyetik alan altındaki değişimleri.....	36
Çizelge 4.1. Si yarı iletkeninin Lorenz sayısının ve konsantrasyonunun artan sıcaklığa bağlı olarak nümerik sonuçlarla kıyaslanması.....	42
Çizelge 4.2. Ge yarı iletkeninin Lorenz sayısının ve konsantrasyonunun artan sıcaklığa bağlı olarak nümerik sonuçlarla kıyaslanması.....	46
Çizelge 4.3. GaAs-Ge yarı iletkeninin Lorenz sayısının ve konsantrasyonunun artan sıcaklığa bağlı olarak nümerik sonuçlarla kıyaslanması.....	49
Çizelge 4.4. Si yarı iletkeni için taşıyıcı konsantrasyonunun sıcaklığa bağlı olarak yarı ampirik sonuçlarla kıyaslanması.....	53
Çizelge 4.5. Ge yarı iletkeni için taşıyıcı konsantrasyonunun sıcaklığa bağlı olarak yarı ampirik sonuçlarla kıyaslanması.....	53
Çizelge 4.6. InAs yarı iletkeni için taşıyıcı konsantrasyonunun sıcaklığa bağlı olarak ampirik sonuçlarla kıyaslanması.....	54
Çizelge 4.7. GaAs yarı iletkeni için taşıyıcı konsantrasyonunun sıcaklığa bağlı olarak yarı ampirik sonuçlarla kıyaslanması.....	54
Çizelge 4.8. InAs yarı iletkeninin Hall katsayısının sıcaklığa bağlı olarak ampirik sonuçlarla kıyaslanması.....	55

1. GİRİŞ

Maddeler, elektriği iletme özelliklerine göre üç başlık altında toplanabilir. Elektriği iyi ileten maddelere iletken, elektriği iletmeyen maddelere yalıtkan ve elektriği belli koşullar altında ileten maddelere ise yarı iletken maddeler denilmektedir.

Maddeler arasında elektriği iletme konusunda yapılan sınıflandırma, bu maddelerin dirençleri, değerlik (valans) bandında bulunan elektron sayıları ve yasak enerji bant genişlikleri (ϵ_g) arasında yapılacak sınıflandırmadan ibarettir. Çünkü incelenecek olan element, bahsi geçen bu üç özellik göz önünde bulundurularak da sınıflandırılabilir.

Bu parametreleri sırasıyla inceleyecek olursak, direnç (R), bir numunenin üzerinden akan elektrik akımına karşı gösterdiği zorluk olarak tanımlanabilir. Birimi Ohm (Ω) olan direncin değeri ne kadar büyük olursa, numunenin yalıtkanlığı o derece büyük olur. Direnç değeri, incelenen numunenin cinsine, uzunluğuna ve kesit alanına bağlı olup, aşağıdaki bağıntı ile ifade edilebilir.

$$R = \rho \frac{l}{A} \quad (1.1)$$

Burada R numunenin direnci (Ω), ρ öz direnci (Ωcm), l uzunluğu (cm) ve A (cm^2) ise numunenin akıma dik yöndeki kesit alanıdır.

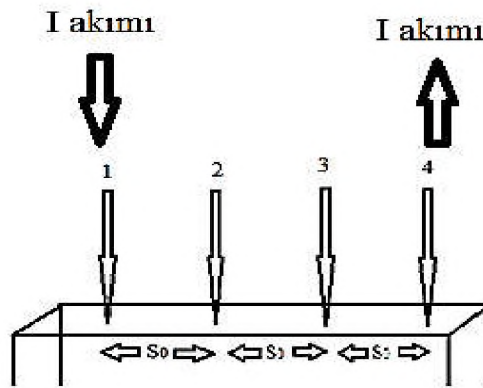
Direnç değeri incelenen numunenin, geometrik yapısına bağlı olan bir büyüklük olduğundan, numunenin geometrik yapısına bağlı olmayan öz direnç değerinin kullanılması, yapılan çalışmalarda kolaylık sağlamaktadır. Öz direnç değeri, bir elementin birim uzunluğunun direnci olarak tanımlanabilir. Elementler, öz direnç değerlerine göre sınıflandırıldığında, iletkenlerin öz direnç değerleri $10^{-6} - 10^{-4} \Omega\text{cm}$, yalıtkanların öz direnç değerleri $10^{12} - 10^{18} \Omega\text{cm}$ ve yarı iletkenlerin öz direnç değerleri ise $10^{-2} - 10^9 \Omega\text{cm}$ arasında değişmektedir. İncelenen bir elementin öz direnç değerine bakılarak elektriği iletme konusunda ne tür bir element olduğu anlaşılabilir (Akat, 2012).

Yarı iletkenlerin direnç ölçümleri, dörtlü prob yöntemi ve Van der Pauw yöntemi kullanılarak yapılabilir.

Dörtlü prob yönteminde, uçları keskinleştirilmiş olan dört adet prob, yarı iletken yüzeyi üzerine aynı doğrultuda yerleştirilir. Daha sonra iki dış probdan sabit bir I akımı geçirilir ve iki iç nokta arasındaki gerilim (V) değeri ölçülür. Bu yöntemle, yarı iletkenin direncini ölçmek için aşağıdaki bağıntı kullanılır.

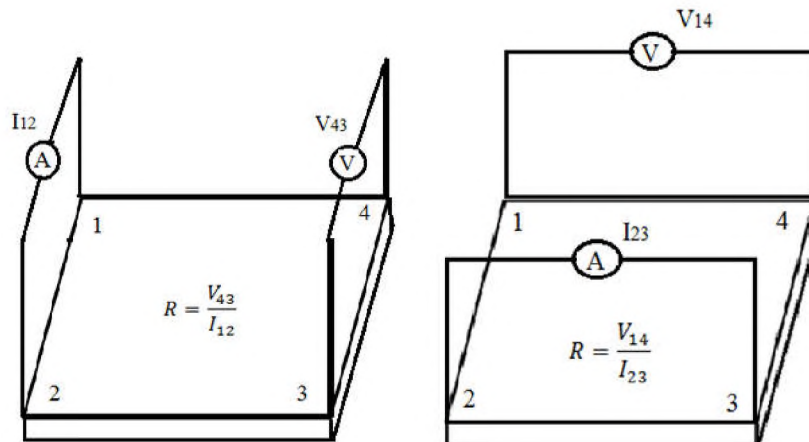
$$R = 2\pi s_0(V/I) \quad (1.2)$$

Burada, s_0 problar arasındaki uzaklık (cm), V ölçülen potansiyel fark (V) ve I ise uygulanan akımdır (A).



Şekil 1.1. Dört nokta prob yöntemi (Dieter, 1999)

Yarı iletkenlerin dirençlerini ölçmede kullanılan diğer bir yöntem de, Van der Pauw yöntemidir. Bu yöntem, tek tip (saf) yarı iletken numunelerinin dirençlerini belirlemek amacıyla kullanılmaktadır. Bu yöntemde, Şekil 1.2 ile gösterilen ve ohmik olan ince bir plaka örneği kullanılır.



Şekil 1.2. Van der Pauw deney seti (Van der Pauw, 1958)

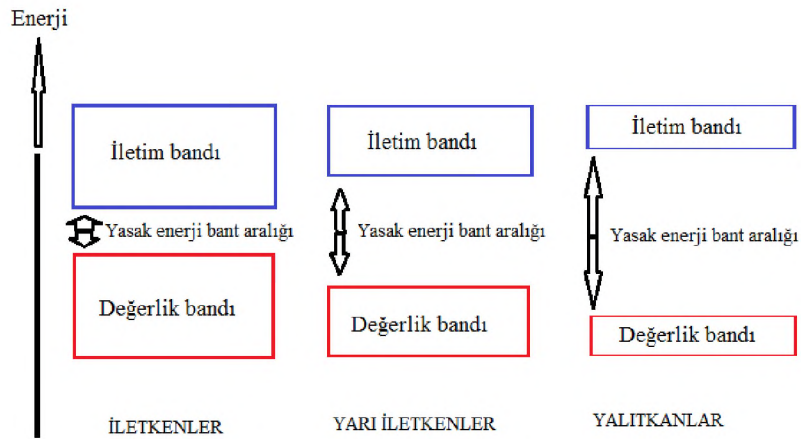
Bu yöntem kullanılarak direnç ölçümü yapılırken;

- Ohmik temasın yeri,
- Numunenin boyutlarının doğru ölçülmesi,
- Düzgün dağılımlı olmayan sıcaklık sebebiyle meydana gelen termomanyetik etkiler,

göz önünde bulundurulmalıdır. Bunun yanında, incelenen numunenin yanal boyutları, numunenin kalınlığına ve temas noktalarının boyutuna kıyasla daha büyük olmalıdır. Ayrıca numunenin sıcaklığı, manyetik alan değeri, akım ve potansiyel fark doğru ölçülmelidir (Kane ve Larrabee, 1970).

Bir maddenin değerlik bandında bulunan elektron sayısına bakılarak da, elementler arasında sınıflandırma yapılabilir. Nitekim değerlik bandında dörtten az elektron bulunduran elementler iletken (örneğin; bakır (Cu): $4s^1$), değerlik bandında dörtten fazla elektron bulunduran elementler yalıtkan (örneğin; argon (Ar): $3s^23p^6$) ve değerlik bandında dört elektron bulunduran elementler (örneğin; silisyum (Si): $3s^23p^2$) ise yarı iletken element olarak adlandırılır.

Bir elementin elektriği iletmesi hususunda yapılan sınıflandırmada kullanılan diğer bir parametre ise elementin iletim bandı ile değerlik bandı arasında bulunan yasak enerji bant aralığının (ϵ_g), ne derece geniş olduğudur. Zira bu aralığın geniş olması yalıtkanlığı artırırken, dar olması iletkenliği artırır. Yarı iletkenlerin yasak enerji bant aralığının ölçüsü, iletkenler ile yalıtkanlar arasında bir değer almaktadır.



Şekil 1.3. Değerlik ve iletim bant yapıları (Kittel, 1996)

Şekil 1.3. de görülen, yasak enerji bant aralığının oda sıcaklığındaki değeri, germanyum (Ge) için 0.67 eV, silisyum (Si) için 1.11 eV, galyum arsenit (GaAs) için 1.43 eV ve indiyum arsenit (InAs) için 0.36 eV'tur. İncelenen literatür çalışmalarından, yasak enerji bant aralığı oda sıcaklığında 4 eV değerinden daha az olan elementlerin yarı iletken olarak sınıflandırıldığı görülmektedir (Dikici, 1993).

Yarı iletkenlerde, yasak enerji bant aralığının ölçülmesi için iki temel yöntem vardır. Bu yöntemler, elektriksel iletkenlikten kaynaklanan enerji aralığının ve optik ölçüm sebebi ile meydana gelen enerji aralığının ölçülmesidir. Optik ölçüm yöntemi, foton soğurma etkisine dayanır. Fotonlar dolu ve boş durumda olan bantlar arasında emilir. Bu yöntem bir yarı iletkenden yayılan fotonların spektral yoğunluğunun ölçülmesine dayanan bir yöntemdir. (Dolgoplov ve ark., 1985)

Çizelge 1.1. Saf ve katkı yarı iletkenler için literatürden elde edilen bazı parametreler (Thurmond, 1975)

Materyal	Yasak Enerji Bant Aralığı (eV)	Elektriksel İletkenlik (Ωm) ⁻¹	Elektron Yoğunluğu (m ² /Vs)	Deşik Yoğunluğu (m ² /Vs)
Saf (Intrinsic) Yarı İletkenler				
Si	1.11	4×10^{-4}	0.14	0.05
Ge	0.67	2.2	0.38	0.18
III-IV Grubu Yarı İletkenler				
GaP	2.25	-	0.03	0.015
GaAs	1.43	10^{-6}	0.85	0.04
InSb	0.17	2×10^4	7.7	0.07
II-VI Grubu Yarı İletkenler				
CdS	2.40	-	0.03	-
ZnTe	2.26	-	0.03	0.01

Çizelge 1.1'in elde edilmesi sırasında kullanılmış olan, elektronların ve deşiklerinin durum yoğunlukları, saf yarı iletkenler için aşağıdaki bağıntılarda verilmiştir.

$$g_e(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E - E_c)^{1/2} , (E > E_c) \quad (1.3)$$

$$g_d(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_d^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E_v - E)^{1/2}, \quad (E < E_v) \quad (1.4)$$

Burada, m_e^* ve m_d^* sırasıyla elektron ve deşğin etkin kütlesi, $\hbar$ ($h/2\pi$) düzenlenmiş Planck sabitidir. E_c iletim bandının enerji seviyesi, E_v değerlik bandının enerji seviyesidir.

Yarı iletkenlerde yasak enerji bant aralığını etkileyen dış etkenleri;

- Yasak enerji bant aralığına sıcaklığın etkisi,
- Yasak enerji bant aralığına manyetik alanın etkisi,
- Yasak enerji bant aralığına basıncın etkisi,
- Yasak enerji bant aralığına elektrik alanın etkisi,
- Dejenere olmuş yarı iletkenlerde yasak enerji bant aralığına, kusur konsantrasyonlarından gelen etki,

şeklinde sıralamak mümkündür (Neamen, 2003).

Yapılan çalışma için temel teşkil eden sıcaklık ve manyetik alan gibi dış etkilerin, yarı iletkenlerin yasak enerji bant aralığına olan etkileri açıklanacak olursa, sıcaklığın artması, yarı iletken kristalleri içerisindeki örgü yapılarında titreşimlerin artmasına sebep olacaktır. Bu durum kristal örgünün genişlemesi sonucunu doğuracaktır. Yarı iletkenlerin birçoğunda yasak enerji bant aralığı, artan sıcaklık değeri ile birlikte daralır. Bu durum iletim bandından değerlik bandına geçmek isteyen elektronun dışardan soğurması gereken enerji miktarının azalacağı ($E = hc/\lambda$) yani, elektronun soğurması gereken enerjinin dalga boyu değerinin daha uzun dalga boylarına kayacağı anlamına gelmektedir. Manyetik alana maruz bırakılan yarı iletken, hem iletim bandının hem de değerlik bandının yeri değişir, yani bantlar kayar. Manyetik alan etkisi altında iletim bandının minimumu daha üst seviyeye kaymaktadır. Benzer şekilde değerlik bandının maksimumu aşağı doğru kaymaktadır. Sonuçta, incelenen yasak enerji bant aralığı, manyetik alan etkisi altında artacaktır. Yani elektronların iletim bandına geçmesi için soğurması gereken enerjinin dalga boyu, kısa dalga boyu bölgesine kayacaktır.

Bir yarı iletkenin toplam elektriksel iletkenliği sıcaklığa, yarı iletkenindeki serbest elektron ve deşik (oyuk) yoğunluğuna ve katkılandırma (kirlilik=impurity) konsantrasyonuna bağlıdır. İyi bilinen temel ifadeler aşağıdaki gibi kullanıldığında,

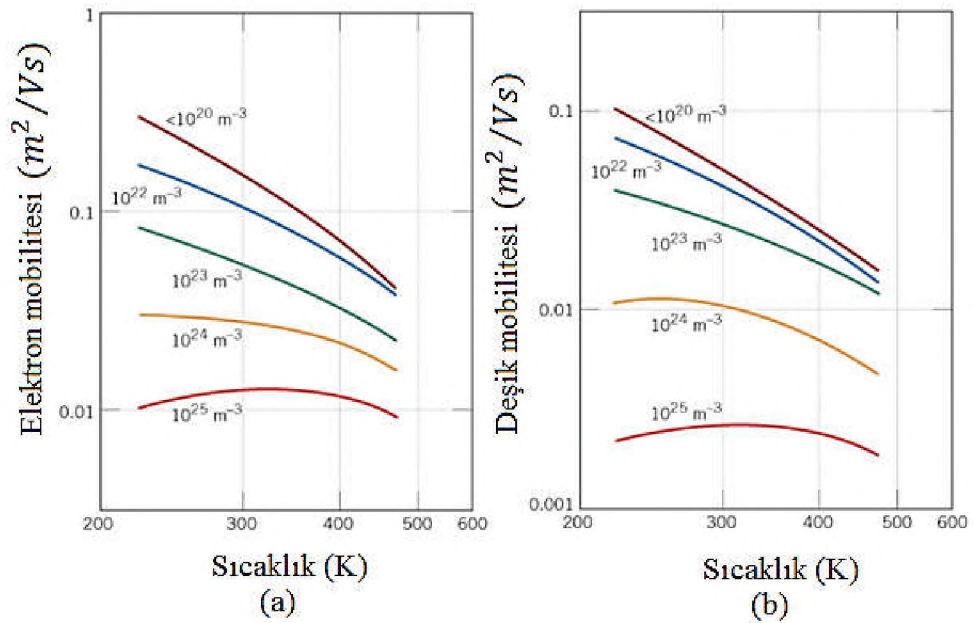
$$\left. \begin{aligned}
 V &= IR \\
 \vec{j} &= \sigma \vec{E} \\
 E &= V/l \\
 \sigma &= (1/R)(l/A) \\
 \vec{j} &= nq\vec{v}_d \\
 |\vec{v}_d| &= \mu \vec{E}
 \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

iletkenlik formülü,

$$\sigma = nq\mu \quad (1.6)$$

şeklinde elde edilir.

Burada, $\vec{j}$ akım yoğunluğu, σ elektriksel iletkenlik ve $\vec{E}$ elektrik alan, n serbest yük yoğunluğu, q yük, $\vec{v}_d$ elektrik alandaki ortalama sürüklenme hızı, l gerilim değerinin ölçüldüğü noktalar arasındaki mesafe ve μ ($m^2/V.s$) mobilitedir. Mobilité, serbest yüklerin malzeme içindeki hareket kabiliyeti (kolaylığı) olarak tanımlanır (Lubianiker ve Balberg, 1997). Örgü titreşimleri, değişik ve nokta kusurları ile çizgi kusurları gibi farklı saçılma mekanizmaları ile değişebilen mobilité, yarı iletken malzemeleri karakterize etmede kullanılan oldukça önemli bir parametredir.



Şekil 1.4. Değişik oranlarda alıcı ve verici atomu ile katkılandırılan Si için a) elektron ve b) deşik hareketliliğinin sıcaklıkla değişimi (Thurmond, 1975)

Yarı iletkenlerde elektriksel iletkenlik, elektron ve deşiklerin elektriksel iletkenliklerinin toplamıdır. Bu durumda, yarı iletkenin toplam iletkenliği aşağıdaki bağıntı ile verilir.

$$\sigma = e(\mu_n + \mu_p)N_c e^{[-\varepsilon_g/k_0T]} \quad (1.7)$$

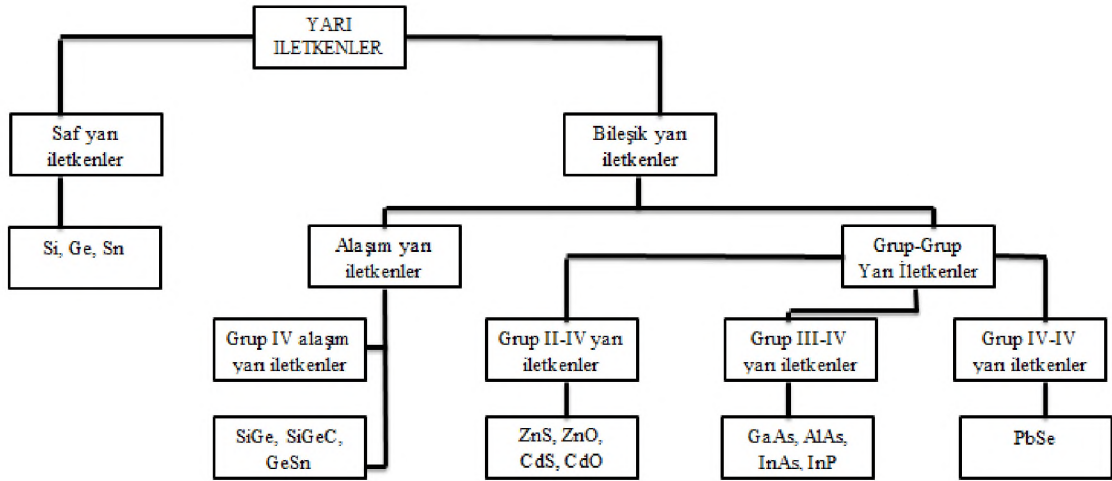
Burada, σ elektriksel iletkenlik, e elektronun yükü, μ_n ve μ_p değerleri sırasıyla elektron ve deşiklerin mobilitesi, k_0 Boltzmann Sabiti ve T sıcaklıktır.

1.1. Yarı İletkenler

Yarı iletkenler normal şartlar altında yalıtkan olan ancak çevresel etkiler sebebiyle iletken hale geçebilen, düzenli (kristal) yapıda olan ve elektriksel özellikleri, kimyasal kompozisyon ve atom dizilimleri ile ilgili olan maddelerdir. En yaygın olarak bilinen yarı iletken malzemeler silisyum (Si) ve germanyumdur (Ge). Si ve Ge gibi yarı iletkenler, inorganik yarı iletkenler olarak adlandırılır. Daha çok karbon (C) ve hidrojen (H) atomlarından meydana gelen yarı iletkenlere ise organik yarı iletken denilmektedir (Smith, 1978).

1947 yılında yarı iletken malzemeden imal edilen ve girişine uygulanan sinyali artırıp azaltabilen ve gerektiğinde anahtarlama elemanı olarak kullanılabilen transistörlerin icadı, kendilerinden önce kullanılan vakum tüpünden daha kompakt olması ve daha verimli çalışması sebebiyle, elektrik-elektronik sanayinde bir devrim olarak kabul edilmiştir. 1958 yılında transistörler kullanılarak elde edilen entegre devrelerin geliştirilmesi ile, yarı iletkenlere olan ilgi giderek artmıştır. Transistörün icadı ve gelişimi ile birlikte, yarı iletken malzemeler günümüze kadar teknolojinin kilometre taşları olarak sayılabilecek birçok elektrik ve elektronik cihazda kullanılmıştır. 1960'lı yıllarda transistörlü radyolar ve dijital saatler ile 1Kbit DRAM'lar üretilmiştir. 1980'li yıllarda gelindiğinde 64 Kbit DRAM'lar ile video oyunları, 2000'li yıllarda kişisel bilgisayarlar ve mobil telefonlar üretilmiştir. 2000'li yıllardan günümüze kadar geçen süre zarfında akıllı telefonlar başta olmak üzere, yapay zeka kullanılan teknolojik ürünlere kadar birçok cihazda, yarı iletken teknolojisinden faydalanılmıştır.

Şekil 1.5'te yarı iletkenlerin sınıflandırılması yapılmaktadır. Bu sınıflandırmaya göre, yarı iletkenler saf (katkısız) yarı iletkenler ile bileşik yarı iletkenler olarak iki ana sınıfa ayrılmıştır.



Şekil 1.5. Yarı iletkenlerin sınıflandırması (Brennan, 1999)

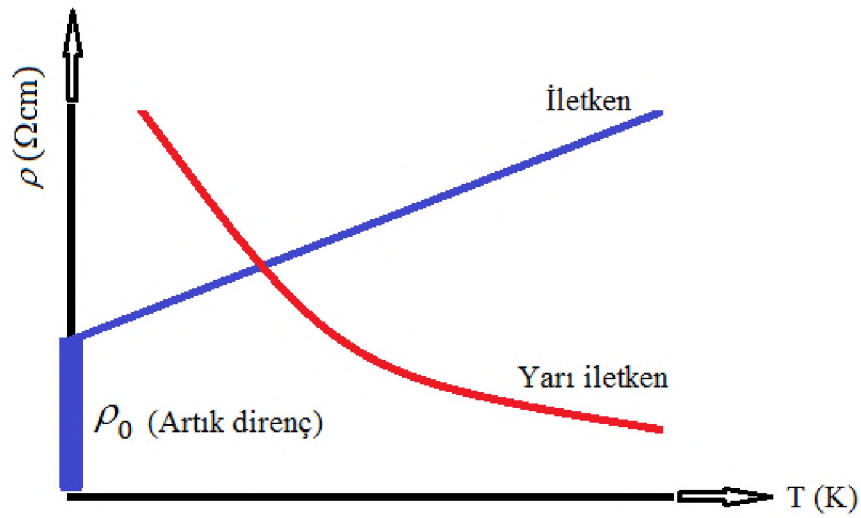
Yapılan çalışmada incelenen Si, Ge gibi yarı iletkenler saf yarı iletkenler (IV. grup yarı iletken), GaAs ve InAs gibi yarı iletkenler ise III-V. grup bileşik yarı iletkenler olarak adlandırılır. Örneğin; III-V. grup yarı iletken, periyodik tabloda III. grupta bulunan Ga elementi ile, V. grupta bulunan As elementinin birleşmesiyle oluşur. GaAs gibi iletim bandının dip değeri ile değerlik bandının sınır değeri aynı k (yayılmama sabiti) değerine denk gelen ikili yarı iletkenlere direkt bandgaplı yarı iletkenler denilmektedir. Bu tür yarı iletkenlerde iki enerji seviyesi arasındaki geçişler, momentumda bir değişikliğe sebep olmaz. Bu özellik malzemelerin optik özelliklerini etkiler. Örneğin, GaAs direkt bandgaplı yapıdadır ve optik özelliklerinin çok iyi olması sebebi ile fazlaca kullanılmaktadır (Bulun, 2010).

Bir iletkenin direnci artan sıcaklık değeri ile birlikte artar. Çünkü sıcaklığın artması, iletken içinde bulunan serbest elektronların kristal kusurları v.b. çevresel etkilerle etkileşmesi sonucu hareket etmelerinin daha zor hâle gelmesine sebep olur. Burada önemli olan husus, iletkenin birim hacminde bulunan serbest elektron sayısının artmamasına rağmen, direncin artan sıcaklıkla birlikte artmasıdır. Eşitlik 1.6. örneğinde olduğu gibi, iletkenler için elektriksel iletkenlik serbest yük yoğunluğuna ve mobilite değerine bağlıdır.

İletkenlerde direnç değerinin anlatılan sebepten dolayı sıcaklığa bağlı olarak artmasına karşın, yarı iletkenlerde direnç artan sıcaklıkla birlikte azalır. Dolayısıyla iletkenlik artar. Çünkü, sıcaklıkla birlikte yarı iletkenlerde değerlik bandında bulunan elektronlardan bazıları (bağlanma enerjisi, uygulanan enerjiye göre daha küçük değerde

olan) iletim bandına geçer. Hem iletim bandına geçen elektronlar, hem de bu elektronların değerlik bandında geride bıraktıkları deşiklerin iletkenliğe katılması sebebi ile yarı iletkenlerde sıcaklık arttıkça iletkenlik artar. İletkenlerin aksine, yarı iletkenlerde artan sıcaklıkla birlikte birim hacimdeki hareketli parçacık sayısı artıyormuş gibi düşünülebilir.

Şekil 1.6'da iletkenler ve yarı iletkenlerin artan sıcaklıkla birlikte, öz direnç değerlerinde meydana gelen değişim gösterilmiştir.



Şekil 1.6. İletken ve yarı iletken öz dirençlerinin sıcaklıkla değişimi (Caferov, 1998)

Burada iletkenler için gösterilen artık direnç (ρ_0) değeri, iletkenlerde sıcaklığın çok çok küçük olduğu durumda bile oldukça küçük bir öz direnç değerinin var olduğunu göstermektedir.

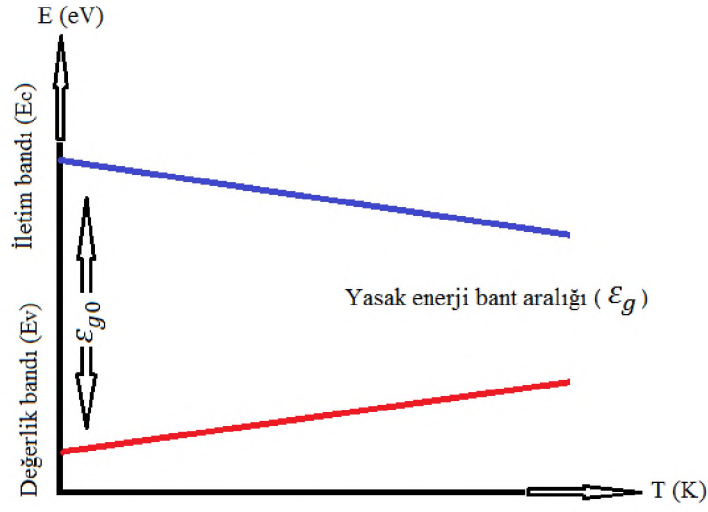
Yarı iletkenlerde artan sıcaklık ile birlikte iletkenliğin artması, serbest elektronlar ile deşiklerin toplam etkisinden kaynaklanmaktadır. Bundan dolayı deşiklerin özelliklerinin bilinmesi, yarı iletken fiziğinin anlaşılması konusunda yol göstericidir. Yarı iletkenlerde çevresel etkiler sebebiyle değerlik bandında bulunan bir elektron iletim bandına geçtiğinde, geride değerlik bandında bir deşik bırakır. Bu olay tersinir bir süreçtir. Bu tersinir sürece elektron-deşik çiftlerinin birleşmesi (rekombinasyonu) denilmektedir. Bu süreç, iletim bandında bulunan bir elektronun, değerlik bandında bulunan bir boş duruma direkt ya da indirekt olarak geçiş yaptığı zaman meydana gelir. Değerlik bandında bir seviye boşaldığında, boşluğu doldurmak için elektronlar toplu bir

harekete başlar. Bu da pozitif yüklü bir deşğin, elektronların tersi yönde hareket etmesiyle eşdeğerdir. Deşğin yükünün elektronun yüküne eşit ancak zıt işaretli olduğu bilinmektedir. Deşikler için değerlik bandının tepe noktası, sıfır kinetik enerjiye karşılık gelmektedir.

Deşğin, elektron ile zıt işaretli yüke (pozitif) sahip olmasının başlıca sebepleri, aşağıda sıralanmıştır.

- Brillouin bölgesinin simetrisinden kaynaklanan ve bir k dalga uzayında hareket eden elektronun dalga vektörü negatiftir. Dolu bant üzerinde elektronların dalga vektörlerinin toplamı sıfır olmalıdır şart gereğince, deşğin dalga vektörü pozitif olmalıdır.
- Spin-yörünge etkileşmelerinin önemsenmediği durumlarda, değerlik bandının en alt (dip) noktasında bulunan elektronu serbest hale getirmek için, değerlik bandının üst (sınır) kısmında bulunan elektrona göre daha fazla enerji verilmelidir. Bu durumda elektronun temsil ettiğı enerji negatif olacağından, deşğin temsil ettiğı enerji pozitif olmalıdır.
- Değerlik bandından iletim bandına geçen elektron ile deşğin hızları eşittir. Bu özellik elektron ile deşğin kıyaslanması konusunda bize yardımcı olur.
- Etkin kütlenin tanımından (enerji bandının eğriliğı elektronun etkin kütlesini belirler), elektronun hareket ettiğı yörüngenin eğrilik yarıçapının elektronun enerji değışimi ile ters orantılı olduğı görülür. Sonuçta değerlik bant sınırında elektronun kütlesi negatif olduğundan, deşğin kütlesi pozitif olur.
- Elektronun manyetik alandaki hareket denklemi incelendiğinde, elektronun hız ve dalga vektörleri yerine deşğin bahsi geçen parametreleri konulduğunda, deşğin hareket denkleminin elektronun hareket denklemi ile zıt işaretli (pozitif) olduğı görülür.

Şekil 1.7’de elementleri sınıflandırma ölçütlerinden biri olan ε_g değerinin, artan sıcaklıkla birlikte daralma eğiliminde olduğı gösterilmiştir.

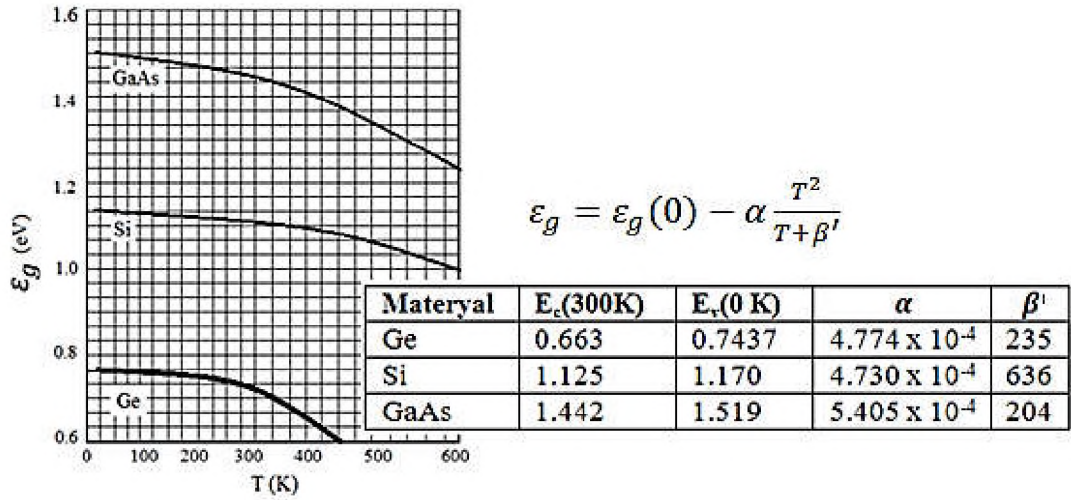


Şekil 1.7. Yarı iletkenlerin yasak enerji bant aralığının sıcaklıkla değişimi (Cafer, 2000)

Bu durumu sayısal olarak aşağıdaki eşitlik ile ifade edebiliriz.

$$\varepsilon_g = \varepsilon_g(0) - \alpha \frac{T^2}{T + \beta'} \quad (1.8)$$

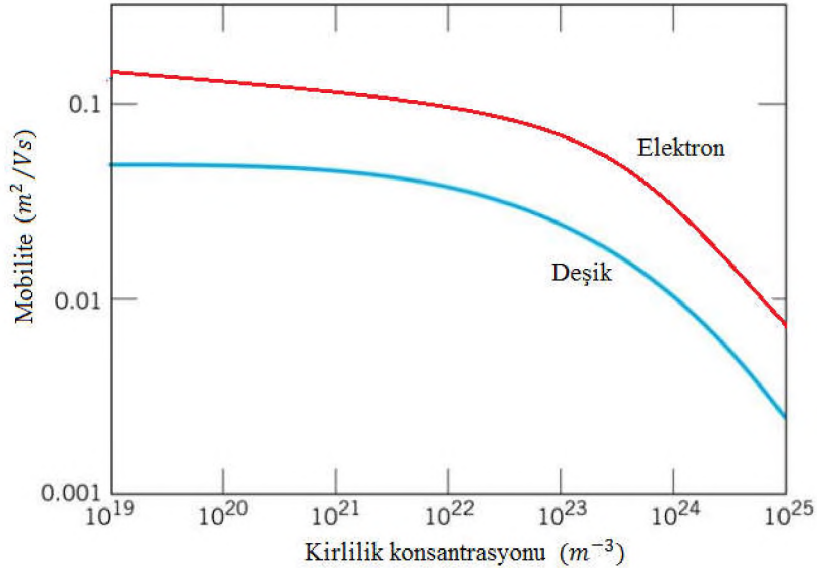
Burada ε_{g0} başlangıç duruma ait olan yasak enerji bant aralığını, α sıcaklık katsayısını β sıcaklık fark sabitini, T ise sıcaklık değerini ifade etmektedir.



Şekil 1.8. Sıcaklığın bir fonksiyonu olarak yasak enerji aralığının ölçümü (Dolpogolov ve ark., 1985)

1.1.1. Yarı İletkenlerde Katkılandırma

Yarı iletkenlerin iletkenliğinin artırılması için, katkılandırma (doping) işlemi yapılarak, çevresel etkilerin (sıcaklık, basınç, ısı, ışık, manyetik alan v.b.) yarı iletkenlere olan etkileri incelenebilmektedir. Yaklaşık $10^{-3} - 10^{-8}$ katkı atomu ile katkılandırılan yarı iletkenin iletkenliği, 10^8 kat kadar artabilmektedir. Yarı iletkenlerin geliştirilmesi ve kullanım alanlarının artırılması amacıyla yapılan katkılandırma işlemi, temelde elektronların değerlik bandından iletim bandına geçişleri sırasında verilmesi gereken enerjinin azaltılması ve böylece iletkenliğin artırılması amacıyla yapılmaktadır.



Şekil 1.9. Si için oda sıcaklığında elektron ve deşik mobilitelerinin kirlilik konsantrasyonu ile değişimi (Thurmond, 1975)

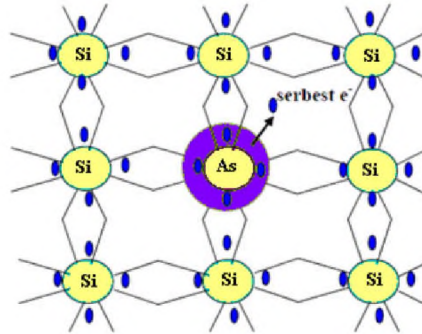
Yarı iletkenlerde katkılandırma işlemi iki şekilde yapılabilir. Bunlardan ilki, difüzyon ile katkılandırmadır. Difüzyon, basit şekilde, maddenin çok yoğun ortamdan az yoğun ortama yayılması olarak tanımlanırsa, difüzyon ile katkılandırma yarı iletkenin içine katkı (kirlilik) atomlarının yayılması olarak tanımlanabilir. Örneğin, Si yarı iletkeni ile katkı atomları yaklaşık 1400 K sıcaklığındaki bir pişirme fırınına yerleştirilirse, yoğunluk değişiminden dolayı, katkı atomları yavaş yavaş Si atomları arasına difüze olurlar. Bu katkılanmış numune, oda sıcaklığına çıkartıldığında, katkı atomları Si yarı iletkeni içinde sabitlenir. Böylece katkılama işlemi yapılmış olur.

Diğer bir katkılandırma yöntemi ise, iyon ekleme yöntemidir. Bu yöntem difüzyon ile katkılama yöntemine göre daha düşük sıcaklıklarda yapıldığı için, difüzyon yöntemine

alternatif olarak geliştirilmiş bir yöntemdir. Bu yöntemde, yüksek enerji (yaklaşık 50 keV) ile ivmelendirilen katkı iyonları, yarı iletken yüzeyine yönlendirilir. Yarı iletken içine giren iyonlar, yarı iletken atomları ile çarpışmaları sonucunda enerjilerini kademeli olarak kaybederler ve belli bir derinlikte kararlı hale gelirler. Böylece yarı iletken katkılanırılmış olur. Bu yöntemin difüzyon ile katkılandırma yöntemine göre dezavantajı, çarpışmalar sırasında yarı iletken atomlarının zarar görmesidir. (Neamen, 2007)

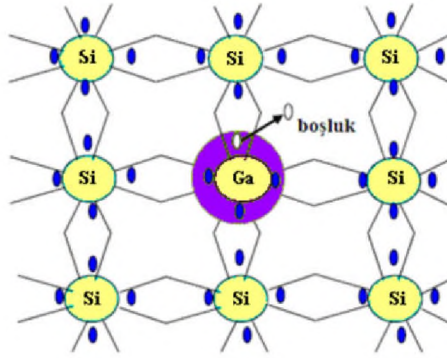
1.1.2. n Tipi ve p Tipi Yarı İletkenler

Katkılandırma sonucunda n ve p tipi yarı iletkenler elde edilmektedir. Bir yarı iletken, değerlik bandında beş elektron bulunduran (örneğin arsenik (As): $4s^24p^3$) bir katkı maddesi ile katkılanırıldığında, ortamda bir elektron boşa kalır ve bu elektron ilettime katılır. Bu tür yarı iletkenlere negatif (n) tip yarı iletken, As gibi ortama elektron veren atomlara ise verici (dönör) atom denir. n tipi yarı iletkenlerde ilettime en büyük katkı, serbest elektronlardan gelmektedir.



Şekil 1.10. n tipi yarı iletken (Çolak, 2010)

Bir yarı iletken, değerlik bandında üç elektron bulunduran (örneğin galyum (Ga): $4s^24p^1$) katkı maddesi ile katkılanırıldığında, (kararlı halde son yörüngede sekiz elektron olması gerekeceğinden) ortamda bir deşik oluşur. Oluşan bu deşik elektronmuş gibi davranır ve ilettime katılır. Bu tür yarı iletkenlere pozitif (p) tip yarı iletken, Ga gibi atomlara ise alıcı (akseptör) atom denir. p tipi yarı iletkenlerde ilettime en büyük katkı, pozitif yüklü deşiklerden gelmektedir.



Şekil. 1.11. p tipi yarı iletken (Çolak, 2010)

İncelenen n tipi bir numune, akseptör atomlarının katkılanması ile, önce saf yarı iletken, biraz daha akseptör atomunun katkılanması ile p tipi bir yarı iletken dönüştürülebilir. Bu durumun tersi de olabilir. Yani p tipi bir numune, donör atomları eklenerek, n tipi bir yarı iletken dönüştürülebilir. Özellikle entegre devre elemanlarının büyük kısmı, bu yöntem kullanılarak üretilmektedir.

Katkılama (doping) işleminde, doping seviyesi arttıkça, taşıyıcı konsantrasyonu artacağından, katkılı yarı iletken, metal gibi davranmaya başlayacaktır. Bu tür yarı iletkenlere, dejenere (çok yüksek katkılı) yarı iletkenler denilmektedir. Elektrik-elektronik sanayinde entegre devrelerde metal olarak kullanılan dejenere yarı iletken malzemeler, genellikle üst simge artı işareti ile gösterilirler. Örneğin; n^+ yüksek doping konsantrasyonuna sahip n tipi bir yarı iletkeni belirtmektedir.

Dejenere olmayan yarı iletken ise, doping işleminde daha az katkı atomu ile katkılanmış ve bu sebeple daha az elektron ve deşik konsantrasyonuna sahip olan yarı iletkenlerdir. Dejenere olmayan yarı iletkenler genellikle üst simge eksi işareti ile gösterilirler. Örneğin, p^- düşük doping konsantrasyonuna sahip olan p tipi bir yarı iletkeni belirtmektedir.

Katkılendirme işlemi, bir yarı iletken içine katkı atomlarının katılmaları ile yapılabileceği gibi, iki farklı yarı iletken de, yeni bir yarı iletken meydana getirmek amacıyla katkılanabilir. Bu şekilde elde edilmiş yarı iletken bileşiklerine ikili (binary) yarı iletkenler denir. İkili yarı iletkenlere örnek olarak, GaAs ve InAs gösterilebilir. Benzer şekilde üç farklı elementten (alüminyum (Al), galyum (Ga) ve Arsenik (As)) oluşan yarı iletken bileşiklerine ise üçlü (tenary) yarı iletken denir. Ayrıca GaAs gibi bir yarı iletken bileşiğine, IV. grup yarı iletkenlerinden Si veya Ge gibi yarı

iletkenler de katkılandırılabilir. Örneğin, Si atomları GaAs bileşiğinde Ga atomları ile yerdeğiştirirse verici gibi davranırken, As atomları ile yerdeğiştirirse alıcı gibi davranır. Bu şekilde yapılan katkılandırma amfoterik katkılandırma olarak adlandırılmaktadır.

1.2. Fermi-Dirac Dağılım Fonksiyonu

Yarı iletken malzemelerin, hem elektriksel özelliklerini belirlemede hem de yarı iletkenler kullanılarak elde edilen aygıtların davranışını analiz etmede, kullanılan yarı iletkenin cm^3 başına düşen yük taşıyıcı sayısını bilmek gerekmektedir. Çoğunluk taşıyıcı konsantrasyonu, katkılama miktarı fazla olan malzemelerde, yaklaşık olarak bilinebilir. Çünkü, standart değerlerde katkılama işlemi için, her bir katkılama atomundan bir çoğunluk taşıyıcısı elde edilir.

Taşıyıcı konsantrasyonuna ait denklemleri elde etmek için, mevcut enerji durumlarındaki taşıyıcıların istatistiksel dağılımları incelenmelidir. Parçacıkların istatistiksel özelliklerini belirlemek amacıyla incelenebilecek yöntemlerden biri de, Fermi-Dirac Dağılım Fonksiyonu'dur. Bu dağılım fonksiyonu her bir kuantum durumunda tek bir parçacık bulunan durumlarda kullanılır. Her bir durumda parçacıkların birbirleriyle etkileşmediğini kabul eden bu dağılım fonksiyonu, kristaldeki elektronlar için uygulanabilecek olan dağılım fonksiyonudur (Neamen, 2007). Bu dağılım fonksiyonunun uygulanması sırasında aşağıda sıralanan öncüller göz önünde bulundurulmalıdır.

- Hiçbir elektron, diğerinden ayırt edilemez.
- Bir katkı seviyesi, yalnızca bir elektron tarafından işgal edilebilir.
- Elektron dizilimleri yapılırken, Pauli dışarlama ilkesine uyulur.

Yarı iletkenlerin, kristal yapıda olmaları sebebiyle, bünyelerinde barındırdıkları elektron ve deşik konsantrasyonunu belirlemek için Fermi- Dirac Dağılım Fonksiyonu kullanılır. Çözülen Fermi-Dirac Dağılım Fonksiyonu ile yarı iletken malzemelerde toplam enerji, manyetik moment ve elektron yoğunluğu gibi özellikler tespit edilebilir (Shah, 1986).

Termal dengede olan sistemlerde, izinli enerji seviyelerinde serbest yüklerin dağılımı

$$f(E) = \frac{1}{1+e^{(E-E_F)/k_0T}}$$
 şeklinde verilmektedir. Burada k_0 , Boltzmann sabiti

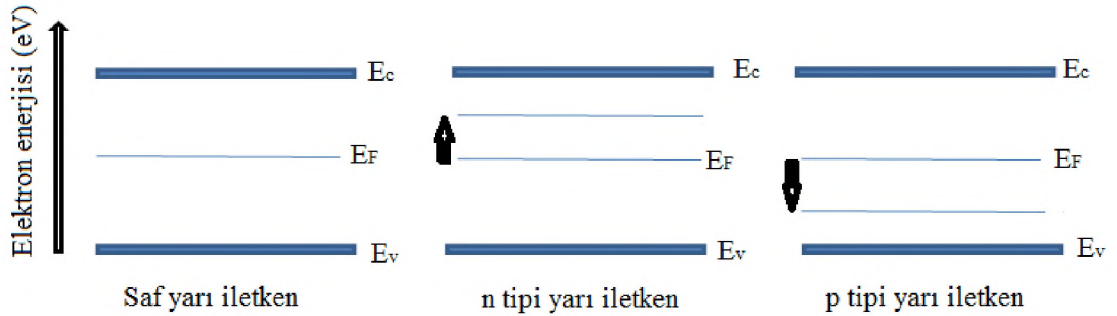
($k_0=1.38 \times 10^{-23}$ J/K), E_F Fermi enerji seviyesi, $f(E)$ Fermi-Dirac Dağılım Fonksiyonu'dur.

Fermi-Dirac Dağılım Fonksiyonu, kesirli ($1/2, 3/2, 5/2$ v.b.) spin değerlerine sahip olan elektron gibi parçacıklara (fermion) uygulanır. Bir elektron ile deşiğin, E enerjili bir seviyede bulunabilme olasılığı daima bire eşittir. Dolayısıyla Fermi seviyesinin bir elektron ve bir deşik tarafından işgal edilme olasılığı her bir parçacık için $1/2$ 'dir. Bu olasılık, Fermi-Dirac Dağılım Fonksiyonu ile verilir.

Fermi seviyesinin elektron ile deşiğin kütesine ve sıcaklığa bağlı olan bağıntısı aşağıda verilmiştir.

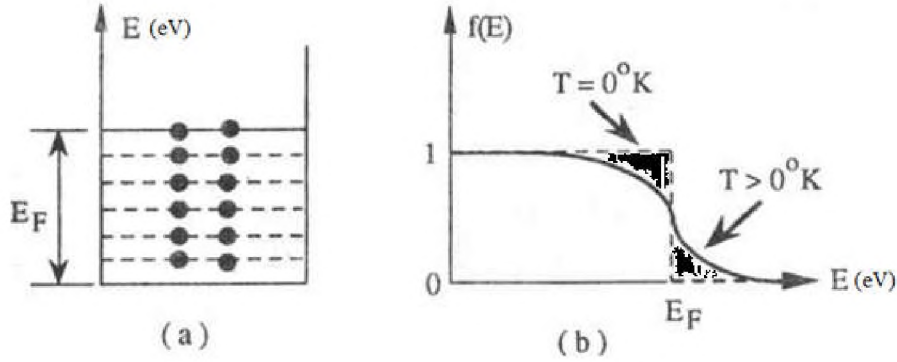
$$E_F = \frac{\varepsilon_g}{2} + \frac{3}{4} k_0 T \ln \left(\frac{m_p^*}{m_n^*} \right) \quad (1.9)$$

Burada, ε_g yasak enerji bant aralığı, T sıcaklık, k_0 Boltzmann sabiti, m_p^* deşiğin etkin kütesi ve m_n^* elektronun etkin kütesidir.



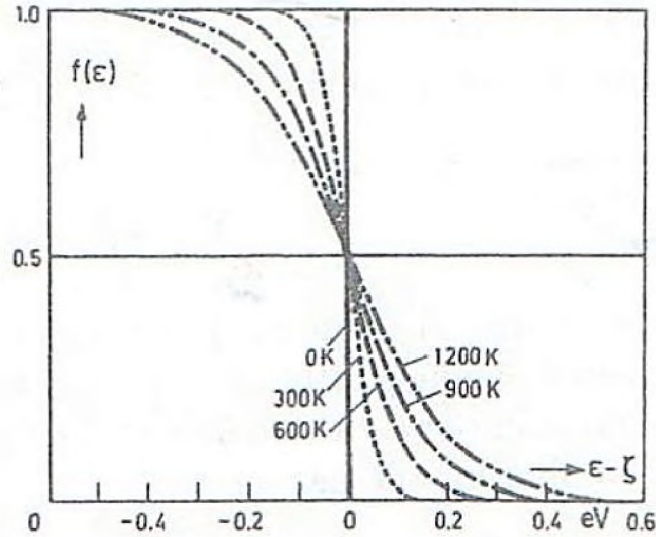
Şekil 1.12. Saf yarı iletken, n tipi yarı iletken ve p tipi yarı iletken için Fermi enerji seviyesinin değişimi (Caferov, 1998)

Şekil 1.12'de görülen E_F seviyesi, elektronların istatistiksel dağılımlarını belirlemek amacıyla kullanılmıştır ve izinli bir enerji seviyesine karşılık gelmez. Düzenli yapıdaki maddeler için ε_g aralığı, elektronların bulunabileceği bir enerji seviyesinin olmadığı aralıktır. Ancak düzensiz (amorf) yapıdaki maddeler için bu aralıkta, tuzaklama seviyeleri bulunabilir.



Şekil 1.13. (a) Enerji seviyelerinin dolmuş hali, (b) mutlak sıfır sıcaklığında ve mutlak sıfır sıcaklığının üstündeki değerlerde Fermi-Dirac Dağılım Fonksiyonu (Dikici, 1993)

Şekil 1.13 a'da görüldüğü gibi elektronların bulunabileceği en üst enerji seviyesi, Fermi seviyesi olarak adlandırılmaktadır. Şekil 1.13 b'de ise olasılık yoğunluğu, eğri altında kalan alanı vermektedir. Taralı alanlar eşit olup, artan sıcaklıkla birlikte elektronların Fermi seviyesinden daha üst seviyelere geçmeye başladığı görülür. Eşitlik 1.9. örneğinde olduğu gibi, Fermi seviyesi sıcaklığın bir fonksiyonu olarak değişmektedir.

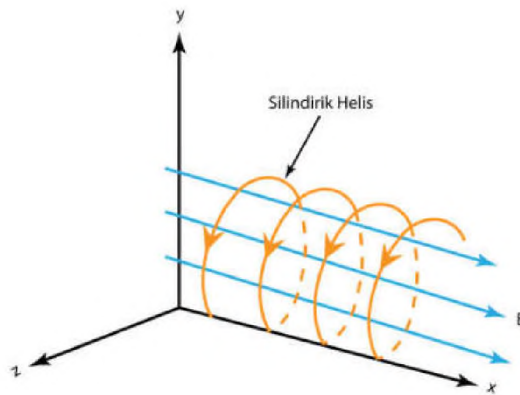


Şekil 1.14. Farklı sıcaklık değerleri için Fermi-Dirac Dağılım Fonksiyonu (Seeger, 2004)

Saf bir yarı iletkende Fermi seviyesi değerlik bandı ile iletim bandının tam ortasında bulunur. Bu durum, termal dengede olan yarı iletkendeki yükün, nötr olması ile açıklanabilir. n tipi yarı iletken ile p tipi yarı iletkende Fermi seviyesi Şekil 1.12'de görüldüğü gibi değişmektedir. Bu şekilden, sıcaklık arttıkça değerlik bandında bulunan

deşik sayısının arttığı, buna bağılı olarak da iletim bandında bulunan elektron sayısının arttığı, ayrıca Fermi seviyesinin n tipi yarı iletkenler için iletim bandına, p tipi yarı iletkenler için değerlik bandına yaklaştığı görülmektedir. Artan elektron vedeşik konsantrasyonuna bağılı olarak, Fermi seviyesinin iletim bandının veya değerlik bandının içerisinde olduğu durumlar da vardır.

Fermi enerji seviyesinin belirlenmesi sırasında çevresel etkilerin iyi okunması ve yorumlanması önemlidir. Çevresel etkilerden biri olan manyetik alanın etkilerinin bilinmesi, öncelikle manyetik alanın ne olduğunu bilmemizi gerektirir. Manyetik alanın oluşması, ortam içerisinde hareketli ve yüklü olan bir parçacığın varolmasıyla mümkündür. Bir iletken üzerinde hareket eden yüklü parçacık, parçacık etrafında harekete dik yönde bir $\vec{B}$ manyetik alanı meydana getirir. Eğer oluşan manyetik alanın yönü, yüklü parçacığın hareket yönüne dik değılse, parçacık helezon (spiral) hareketi yapar. Bu hareketin frekansına siklotron frekansı denir. Manyetik alan etkisi altında, bir parçacığın kinetik enerjisinde değışiklik olmaz. Ancak, parçacığın kinetik enerjisinin değışmemesi, hızının değışmediğı anlamına gelmez. Bu durum, parçacığın süratinin sabit kaldığı, hızının ise yön değıştirdiğı ve farklı vektörler ile ifade edildiğı anlamına gelmektedir. Sonuçta oluşan hareket dairesel bir harekettir. Örneğın, negatif bir q yükünü, sayfa düzleminden içeri doğıru, büyüklüğü $\vec{B}$ olan bir manyetik alan içine, dik bir açı ve $\vec{v}$ hızıyla gönderdiğimizi düşünelim. Sonuçta parçacık dairesel bir yörüngede dolacaktır ve bu yörüngede birim zamanda yapacağı dönme hareketin frekansına siklotron frekansı denilecektir.



Şekil 1.15. Düzgün ve sabit bir manyetik alan içinde yüklü parçacığın yörüngesi (Ahlsweede ve ark., 2001)

Yüklü bir parçacığın olduğu ortamda eğer harekette varsa, bu yüklü parçacığın üzerine manyetik alan ve elektrik alan sebebiyle ortak bir kuvvet etki etmektedir. Bu kuvvet, Lorentz kuvveti olarak bilinmektedir.

$$\vec{F} = q_0 \vec{E} + q_0 \vec{v} \times \vec{B} \quad (1.10)$$

Burada $\vec{F}$ Lorentz kuvveti, q_0 elektron yükü, $\vec{E}$ elektrik alan, $\vec{v}$ parçacığın hızı, $\vec{B}$ manyetik alandır. Eşitlik 1.10. örneğinde olduğu gibi, yüklü bir parçacığın manyetik alan altında ne şekilde hareket ettiğinin bilinmesi için, Lorentz kuvvetinin bilinmesi gerekmektedir. Parçacık üzerine etki eden toplam kuvvet sebebiyle, parçacığın kinetik enerjisinde meydana gelen artış, parçacık üzerinde yapılan toplam işe eşittir. Buna iş-enerji teoremi denilmektedir. İş-enerji teoreminin sonuçları aşağıda sıralanmıştır.

- Manyetik alan, parçacığın kinetik enerjisini artırmaz.
- Parçacığın hızlanması, elektrik alan doğrultusunda gerçekleşir.
- Enerji kazancı, parçacığın hızından bağımsızdır.
- Bir parçacığın hızlanması için elektrik alan gerekli iken, manyetik alan parçacığın doğrultusunu değiştirmek için kullanılmaktadır.

Ayrıca iletkenlerde, iletkene verilen ısı ile elektriksel iletkenlik arasında bir bağıntı vardır. Wiedemann-Franz yasası olarak bilinen bu yasaya göre, termal iletkenlik (κ) ile elektriksel iletkenlik (σ) değerinin oranı sabittir. Bu orana Lorenz sayısı (L) denilmektedir. (Lorenz, 1881)

$$\frac{\kappa}{\sigma T} = L = 2.44 \times 10^{-8} \text{ W } \Omega K^{-2} \quad (1.11)$$

L değeri ilk olarak, Drude (1900) tarafından hesaplanmıştır. İlerleyen süreçte, yüklü parçacıkların dağılım fonksiyonu olan Maxwell-Boltzman dağılım fonksiyonu için Lorenz değerinin sayısal bağıntısı elde edilmiştir (Lorenz, 1904). Elektron gazının Fermi-Dirac Dağılım Fonksiyonu'na uyduğunu kanıtlamak için kuantum serbest elektron teorisini kullanan Sommerfeld de, Lorenz sayısının değerini elde etmiştir (Ziman, 1962).

$$L = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{k_0}{e} \right)^2 \quad (1.12)$$

Burada, k_0 Boltzman sabiti, e elektron yüküdür. Lorenz sayısının, Sommerfeld tarafından elde edilen değerinden sapması, elektron saçılmalarının elastik olmayan yapısı ve manyetik alanın varlığı ile açıklanmıştır.

Yukarıda bahsedilen iki durumda, yüklü parçacığın hem manyetik alan ile hem de ısı enerji ile etkileşmesini temel alması, Lorenz değerinin yarı iletkenlerin belli özelliklerini anlamak amacıyla kullanılmasının temel sebebidir.

Bir yarı iletken üzerine etkiyen ısı ve manyetik alanın birlikte değerlendirilmesi, termomanyetik etki olarak adlandırılmaktadır. Kararlı olmayan bir yarı iletken, termomanyetik etkilerden daha fazla etkilenir. Termomanyetik etkilerin yarı iletkenin iletkenliği üzerindeki olumlu ya da olumsuz etkilerinin bilinmesi, teorik anlamda daha verimli bir yarı iletken elde edilmesi konusunda yardımcı olmaktadır (Streetman ve Banerjee, 1955). Yarı iletken için manyetik alanın sabit tutulduğu bir ortamda, sıcaklık artırılsa, elektriksel iletkenliğin artacağı bilinmektedir. Yarı iletkenlerde elektronların ve deşiklerin iletkenliğe katılması, termomanyetik etkileri önemli ölçüde etkiler. Elektronlar sıcak uçtan soğuk uca doğru difüze olurlar ve bu akım sırasında enerjilerini soğuk bölgeye taşırlar. Difüzyon hareketi, yüklerin hızlarındaki farklardan ve konsantrasyon değişimlerinden kaynaklanmaktadır. Sıcaklık değişiminden kaynaklanan termal alan, yüklerin işaretinden bağımsız olarak aynı yöndeki parçacıklara etki eder. Manyetik alanın etkisi altında ise elektronlar ve deşikler zıt yönlerde hareket eder.

Termomanyetik etkiler, bir manyetik alan içine yerleştirilen iletken, iletken boyunca elektriksel bir akım geçtiği zaman oluşur. Manyetik alan ve akımın görelî yönüne bağlı olarak, tüm termomanyetik etkiler üç gruba ayrılmaktadır.

- Boylamsal manyetik alandaki boylamsal etkiler, manyetik alan ve akımın yönü paralel olduğunda oluşan etkilerdir.
- Enine manyetik alandaki boylamsal etkiler, manyetik alan akım yönüne dik olduğunda, akım yönünde meydana gelen etkilerdir.
- Çapraz manyetik alanda çapraz etkiler, akım düzlemine ve manyetik alan yönüne dik doğrultuda ortaya çıkan etkilerdir.

Yarı iletken kristaller için k dalga uzayında hareket eden dalga paketinin hareketini incelemek, aslında enerji bandındaki bir elektronun hareketini inceleme konusunda yol

göstericidir. Bir dalga paketinin birden fazla dalga fonksiyonundan oluştuğu göz önünde bulundurulursa, dalga paketinin grup hızı (v_g), $v_g = dW/dk$ olarak tanımlanabilir. E enerjili bir dalga fonksiyonu ile eşleştirilen frekans (W), $W = E/\hbar$ olur.

Manyetik alanın güçlü olmadığı durumda elektron üzerine etkiyen Lorentz kuvveti, $\vec{F} = \hbar(dk/dt)$ bağıntısı ile ifade edilir. Bir k dalga uzayında hareket eden dalga paketindeki elektronun üzerine, Lorentz kuvvetinin yanında, termal etkiler de etkir. Bu etkilerin kristal içinde oluşturduğu dengesizlik durumunun incelenmesi teorik ve pratik olarak önem taşır. Elektron ve deşiklerin hareketi ile bağlantılı olan bu tür etkilerin tümüne birden kinetik etkiler denilmektedir. Bu etkiler, Nernst, Peltier, Ettinghausen, Righi-Leduc, fonon sürüklenme etkisi ile termal iletkenliktir.

Bu bilgiler ışığında, yarı iletkenlerde termomanyetik etkilerin araştırılması uzun zaman önce başlamış olsa da, artık bilinmektedir ki, deneysel olarak yapılmış olan çalışmalarda var olan fiziksel kısıtlamalar, özellikle analitik çalışmalarda ortadan kalkmaktadır. Deneysel olarak belli sıcaklık aralığında kısıtlı kalan çalışmaların aksine, yaptığımız çalışmada ilk defa, yarı iletkenlerde termomanyetik etkilerin ölçülebilmesi için daha geniş bir sıcaklık aralığı kullanılmıştır. Yeni bir analitik yaklaşım kullanılarak, daha önce bu analitik yaklaşımla incelenmemiş farklı yarı iletkenler için yapılan çözümle işlemlerinde elde edilen sonuçlar, farklı yöntemlerle elde edilen sonuçlarla uyum içerisinde. (Çopuroğlu ve ark., 2020)

2. GENEL BİLGİLER

Yarı iletkenler, 1839 yılında Alexandre Edmound tarafından keşfedilmiştir. Edmound, aynı elektrolit sıvısı içinde bulunan elektronlardan biri üzerine ışık (foton) göndermiş ve sistem üzerinde potansiyel fark meydana geldiğini gözlemlemiştir. Bundan yaklaşık yarım yüzyıl sonra 1883 yılında Faraday, hazırladığı deney setinde gümüş sülfat (Ag_2SO_4) bileşiğinin direnç değerinin, artan sıcaklıkla azaldığını gözlemlemiştir. 1920 yılında selenyum (Se) ve bakıroksit (CuO) algılayıcıların kullanımına başlanmıştır. 1923 yılında yayınlanan redresör (bir ya da daha fazla yarı iletkenlerden oluşan ve alternatif akımı doğru akıma çeviren elektrikselsel devre) teorisi kullanılmaya başlanmıştır. Bu gelişme yarı iletkenlerin teorik olarak incelenmesinin ilk adımı olarak kabul edilmektedir. 1945 yılındaki İkinci Dünya Savaşı ile birlikte artan güvenlik ihtiyacı, özellikle radar teknolojisinin geliştirilmesine sebep olmuştur. O zamandan günümüze kadar sürekli olarak gelişen yarı iletken teknolojisi, zamanla teknolojiye büyük önem taşıyan diyot, transistör v.b. elektrik-elektronik devre elemanlarının gelişmesini hızlandırmıştır (Anonim, 2016).

Termomanyetik etkiler, serbest sıcaklık taşıyıcılarına sahip olan iletkenin, sıcaklık değişimi altında, enine manyetik alana maruz bırakıldığında ortaya çıkan etkilerdir. Termomanyetik etkilere ait katsayıları ölçmeye yönelik yapılan çalışmalar, Lloyd (1901) ve Wold (1916) tarafından tellur (Te) için yapılmıştır. Termomanyetik etkiler, metaller, yarı iletkenler ve süper iletkenler gibi çeşitli malzemelerde gözlenmektedir. Bu etkilerin incelenmesi, ısı dönüştürücülerinin geliştirilmesinde büyük önem taşımaktadır. Termomanyetik etkilerinin analizinden, bu etkilerin, malzemelerin fiziksel özelliklerini incelemek için yaygın olarak kullanılabileceği sonucuna varılır. Termomanyetik olaylarla ilgili araştırmalar, 1930 ila 1960 yılları arasında oldukça fazla yapılmıştır. Süre zarfında, termomanyetik etkiler ile ilgili elde edilen parametreler, yarı iletkenlerin yük taşıyıcı ve saçılma mekanizmalarının ortaya çıkmasına olanak sağlamıştır. Tsidilkovsky ve Bass'ın (1956) yarı iletkenlerde termomanyetik etkiler üzerine yaptığı çalışmalar, konu hakkında oldukça yol gösterici olmuştur.

1960'lı yıllarda hem yarı iletkenlerin fiziksel özelliklerini incelemek hem de bu konuda, özellikle Lorenz sayısının sıcaklığa, taşıyıcı konsantrasyonuna, enerji spektrumunun tipine, bant yapısının özelliklerine ve saçılma karakterine (elastik olan veya elastik

olmayan) olan bağıllığı ve akım taşıyıcılarına etki eden çevresel faktörler çalışılmıştır. Lorenz sayısındaki değişimleri belirlemek için termomanyetik katsayıların kullanımı bu çalışmada önem arz etmektedir. İletim bandının küresel simetiyeye sahip olduğu, ancak bilinen dağılım yasalarıyla doğru şekilde tanımlanamayan bir grup yarı iletken vardır. Bu nedenle, bölgenin şekli ve saçılma mekanizmaları hakkında en genel varsayımlar altında kinetik katsayılar için formüller elde etmek ilgi çekici olmuştur. Konu hakkında ilk olarak Askerov ve Gashimzade (1967) tarafından çalışmalar yapılmıştır. Bu çalışmalar neticesinde, keyfi bir manyetik alandaki temel kinetik katsayıların formülleri türetilmiştir.

Elbette yük taşıyıcıların saçılması üzerinde, iletken ve yarı iletken malzemelere ait diğer kinetik parametrelerde etki oluşturmaktadır (Ravich ve ark., 1971).

Yarı iletkenlerin saf ya da katkılandırılmış olma durumlarına ve sıcaklık değerlerine bağlı olarak, kinetik denklemler değişiklik göstermektedir. Yarı iletkenlerde, elektriksel, termal ve termomanyetik özelliklerin en ayrıntılı çalışmaları, Si, Ge ve A_3B_5 tür yarı iletkenlerin detaylı şekilde çalışıldığı 1970'li yıllarda başlamıştır. Elektriksel ve termal özelliklerin ayrıntılı şekilde çalışılması, bu yarı iletkenlerin bir dizi özelliğini ortaya çıkarmıştır (Aliev, S.A., ve Aliev, F.F., 1985).

Termomanyetik etkilerin çalışıldığı 1960'lı yıllarda, güçlü manyetik alana maruz bırakılan sistemlerde önemli ölçüde enerji kayıplarının meydana geldiği gözlenmiştir. Meydana gelen bu enerji kaybının anlaşılması, termomanyetik etkinin daha sonraki yıllarda fazlaca çalışılmasının temel nedenidir (Nakamura ve ark., 1998).

Enerji dönüşümlerinde, enine termomanyetik etkilerin kullanılması, bu etkilerin termoelektrik özellikler üzerinde önemli değişimlere sebep olduğunu göstermiştir (Uher ve Goldsmid, 2002).

2.1. Termoelektrik ve Temomanyetik Etkiler

Termomanyetik etkiler, bant yapısı oldukça iyi anlaşılan ve iyi kalitedeki tek kristaller için incelemeye değer etkilerdir.

Yapılan çalışma sırasında, termomanyetik etkilerin, yarı iletkenlerin iletkenlik değerleri üzerinde ne tür değişiklikler yaptığı incelenmiştir. Bu incelemeler sırasında, Si, Ge gibi

saf yarı iletkenlerin yanında, katkılı yarı iletken olan GaAs ve InAs üzerinde de çalışılmıştır. T sıcaklığında bir sistem için E enerji seviyesinin bir elektron tarafından işgal edilme olasılığının Fermi-Dirac Dağılım Fonksiyonu ile verildiğini biliyoruz. Fermi-Dirac istatistiği klasik fizikte olan ve tüm elektronları eş kabul ederek hepsine k_0 Boltzmann sabiti ile orantılı olarak ısı dağıldığını kabul eden anlayışı değiştirmiştir. Tek kristal yapıdaki yarı iletkenin termomanyetik etkileri incelenirken temel problem, yarı iletkenlerin iletkenlik bandında bulunan elektron konsantrasyonunu incelemektir. Elektron gibi spin değeri $\frac{1}{2}$ olan yüklü parçacığın hareketi ile ilgili yapılacak çalışmalarda en iyi sonuç alınan yöntemlerden biri, daha önce de bahsedildiği gibi, Fermi-Dirac yaklaşımıdır. Bu sebeplerden dolayı, yapılan çalışma sırasında izlenen yöntem, kinetik denklemlerin elde edilmesi için Fermi integrallerinin çözülmesi olmuştur. Fermi integralleri, manyetik alanın olduğu (sabit) veya olmadığı durumda, sıcaklık değişimine tabi tutulan yarı iletkenlere ait parametrelerde meydana gelen değişimlerin tespitinin yapılması amacıyla kullanılmıştır. Tam da bu noktada, termal iletkenlik kavramının bağlı olduğu Lorenz sayısının sıcaklıkla değişimi incelenmiştir. Yapılan çalışmada, Mathematica programı kullanılmış ve elde edilen sonuçlar nümerik sonuçlar ile karşılaştırılmıştır.

Zayıf ve güçlü manyetik alan etkisi altındaki yarı iletkenlere ait kinetik katsayıların tanımlanmasında bir, iki ve üç parametrelili Fermi Dağılım Fonksiyonları kullanılabilir. Ancak hem termal etkiyi hem de manyetik etkiyi içeren çözümler için iki parametrelili Fermi integrallerini kullanmak gerekmektedir.

İki parametrelili Fermi fonksiyonlarının doğru analitik formülleri, katıhâl fiziği ile ilgili problemlerin, özellikle kinetik etkilerin ve yarı iletkenlerde taşıyım olayları teorisinin değerlendirilmesinde büyük öneme sahiptir (Nakamura ve ark., 1997). Taşıyıcıların fiziksel özellikleri ve yarı iletkenlerin parabolik olmayan enerji bantlarındaki ilişkileri, genellikle herhangi bir dejenerasyon derecesi için iki parametrelili Fermi Dağılım Fonksiyonu'nun çözülmesine indirgenmiştir. Bu nedenle, fonksiyonun doğru çözülmesi ve yorumlanması, çalışılması gereken önemli konulardan biridir. Fermi fonksiyonunun çözülmesi için hem nümerik hem de analitik çözümler mevcuttur. Mamedov ve Çopuroğlu (2016), Fermi fonksiyonlarının çözülmesi için

geliştirdikleri yeni analitik çözümleri kullanarak, nümerik çözüm sonuçları ile karşılaştırmalar yapmışlardır.

İki parametrelili Fermi fonksiyonu aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$I_{n,k}^m(\eta, \beta) = \int_0^\infty \left(-\frac{\partial f_0(x, \eta)}{\partial x} \right) \frac{x^m (x + \beta x^2)^n}{(1 + 2\beta x)^k} dx \quad (2.1)$$

Burada, $\eta = \frac{\xi}{k_0 T}$ kimyasal potansiyel, $\beta = \frac{k_0 T}{\varepsilon_g}$ paraboliklikten sapma miktarı, ε_g yasak enerji bant aralığı, ξ indirgenmiş enerji, m, n, k programın çalışması sırasında kullanılan sabit değerler, k_0 Boltzmann sabiti ve $f_0(x, \eta)$ ise Fermi Dağılım Fonksiyonu olup aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$f_0(x, \eta) = \frac{1}{1 + e^{x - \eta}} \quad (2.2)$$

İki parametrelili Fermi fonksiyonu kullanılarak yarı iletkenlerin elektriksel iletkenliği ve elektron konsantrasyonu aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$n = \frac{(2m_n k_0 T)^{3/2}}{3\pi^2 \hbar^3} I_{3/2}^0(\eta, \beta) \quad (2.3)$$

$$\sigma_0 = \frac{e^2 (2m_n k_0 T)^{3/2}}{3\pi^2 \hbar^3 m_n} I_{r+1,2}^0(\eta, \beta) \quad (2.4)$$

Manyetik alan olmadığı durumda, termal iletkenlik ile elektriksel iletkenlik değerlerini birbirleriyle ilişkilendiren Wiedemann-Franz yasası, iki parametrelili Fermi fonksiyonu cinsinden aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$\frac{\chi_0}{\sigma_0} = A \left(\frac{k_0}{e} \right)^2 T = LT \quad (2.5)$$

Burada L Lorenz sayısı, k_0 Boltzmann sabiti ve e elektron yüküdür. A fonksiyonu ise aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$A = \frac{I_{r+1,2}^2}{I_{r+1,2}^0} - \left(\frac{I_{r+1,2}^1}{I_{r+1,2}^0} \right)^2 \quad (2.6)$$

Yukarıdaki eşitliklerde kullanılan kimyasal potansiyel değeri (η), kendi içerisinde manyetik alan etkisini barındırmaktadır. İşlemler sırasında η ve β parametrelerinin

kullanılması ile birlikte sıcaklık değerin değiştirilmesi, yarı iletkenlerde termal etki ve manyetik alan etkisinin aynı anda görülebilmesinde yeterli olmaktadır.

Termomanyetik olayların daha iyi anlaşılmasını sağlamak amacıyla, öncelikle termoelektrik özelliklerin bilinmesinde fayda vardır. Yarı iletken malzemelerin kullanılmasıyla elde edilen devreden akım geçtiğinde, devrede oluşabilecek sıcaklık değişimine bağlı olarak meydana gelecek olan dört temel termoelektrik etki vardır. Bu etkiler, Joule, Seebeck, Peltier ve Thomson etkileridir (Rowe ve Bhandari, 1983).

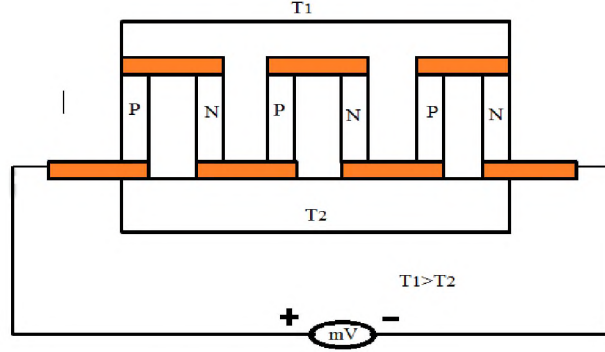
2.1.1. Joule Etkisi

Eğer bir iletken iç erisinden akım geçirilirse, iletken üzerinde, akan akım değ erinin karesi ile orantılı olan bir miktar ısı birikir. Akımın geçtiği devrede birim zaman aralığında ortaya çıkan ve Joule ısısı olarak adlandırılan bu ısı miktarı, $Q_j = I^2 R t$ bağıntısı ile ifade edilir. Burada I iletkenden geçen akımı (A) , R iletkenin direncini (Ω), t zamanı (s) ve Q_j ise, iletken üzerinde biriken ısıyı (J) ifade eder ($[J]=[W][s]$) (Mamur, 2013).

2.1.2. Seebeck Etkisi

Termoelektrik etkilerin en temel yaklaşı mı, 1800’lü yıllarda Seebeck tarafından yapılmıştır. Seebeck, sıcaklık değişimi ile elektrik enerjisi elde etmenin mümkün olabileceğini düşünüyordu. Bu amaçla kurduğu deney setinde, bir metalin sıcaklığını artırdığında, metal yakınında bulunan bir mıknatıs ile metal arasında bir etkileş me olduğunu gözlemledi. Seebeck bu sonucu şöyle yorumladı. Isınan metal içinde bulunan yüklü parçacıklar, metalde oluşan potansiyel fark sebebi ile hareket etmeye başlıyordu ve bu durum bir manyetik alan meydana getiriyordu. Meydana gelen manyetik alan ise mıknatıs ile etkileş ime giriyordu. Böylece, bir metalin sıcaklığının değiştirilmesi sonucunda, metal üzerinde bir potansiyel farkın oluşması, Seebeck etkisi olarak tanımlanmaktadır. Oluş an bu etki, $V = \alpha'(T_2 - T_1)$ şeklinde ifade edilmektedir. Burada, V incelenen numune üzerinde ölçülen potansiyel fark değ eri (V), T_1 ve T_2 yarı iletkenin yüzeylerindeki sıcaklık değ erleri (K) ve α' Seebeck katsayısıdır (V/K). Burada α' değ eri, n tipi yarı iletkenler için negatif değ er alırken, p tipi yarı iletkenler için pozitif değ er alır. α' değ eri, $100 \mu V/K$ değ erinden büyük olan yarı iletkenlere, termoelektrik yarı iletken denir.

İzotropik malzemeler ve parabolik bantlar için Seebeck katsayısına bağlı değerin, manyetik alan altında artacağı belirtilmiştir (Ure, 1963).

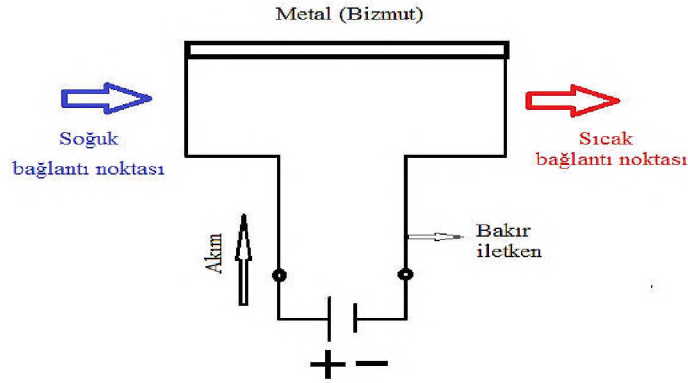


Şekil 2.1. Seebeck etkisi deney seti (Anonim, 2020)

Şekil 2.1.'deki Seebeck deney setinde, yarı iletken malzemeler farklı sıcaklık değerlerine maruz bırakıldıklarında sistemde bir potansiyel fark meydana gelmektedir.

2.1.3. Peltier Etkisi

Peltier ısısı, sabit sıcaklıkta tutulan numunenin içinden, farklı tipteki malzeme bağlantıları vasıtasıyla elektrik akımı geçirildiğinde, malzemenin uçlarında üretilen veya soğurulan ısıdır. Peltier etkisi temelde, Seebeck etkisinin tersi mantığa sahiptir. Bir iletken üzerinden akan akım, bu iletken üzerinde akım yönünde serbest yüklerin akmasına sebep olur. Bu yüklerin taşıdığı enerji sebebi ile, serbest yüklerin aktığı bölgenin sıcaklığı artar. Yani, bir iletken üzerinden akım geçirilirse, iletken üzerinde bir sıcaklık farkının meydana gelmesi Peltier etkisi olarak bilinmektedir (Çengel ve Boles, 1996). Peltier etkisi; $Q_p = \pi' I$ olarak verilebilir. Burada π' Peltier katsayısı (V), I ise devre üzerinden geçen doğru akımdır (A). Q_p , birim zamanda transfer edilen ısı miktarıdır ($[Q_p] = [V][I] = W$). Eğer uygulanan gerilimin yönü değişirse, akımın yönü de değişir.



Şekil 2.2. Peltier etkisi deneyi seti (Döşkaya, 2010)

Peltier deney setinde kaynağın pozitif ucundan çıkan yüklü parçacıklar, taşınmış oldukları yönde bir sıcaklık artışı meydana getirmiştir.

2.1.4. Thomson Etkisi

Bu etki, incelenen bir iletkenin farklı iki noktasından alınan sıcaklık değerinin birbirinden farklı olduğunu ifade eder. Göz önüne alınan iki nokta arasında mevcut olan sıcaklık farkına Thomson ısısı denilmektedir. İncelenen iletken üzerinde serbest yükler, akım yönüne bağlı olarak sıcak olan kısımdan soğuk olan kısma doğru akarlar, taşıdıkları ısıнын bir kısmını iletken üzerinde bırakırlar. Dolayısıyla iletkenin o bölgesi ısınır. Akım yönü ters çevirilerse bu kez de, iletken üzerindeki elektronlar soğuk olan kısımdan sıcak olan kısma doğru akarlar. Bu akma sırasında elektronlar çevrelerinden ısı soğururlar. Dolayısıyla iletkenin ısı soğurulan bölgesi soğur. Bu durum Thomson ısısının oluşmasının altında yatan fiziksel nedendir. Thomson ısısı, $Q_T = I\alpha_T(T_2 - T_1)$ bağıntısı ile bulunabilir. Burada Q_T , Thomson ısısı (W), T_1 ve T_2 değerleri iletkenin uçlarındaki farklı sıcaklıklar (K), I iletkenin geçen akımın şiddeti (A), $\alpha_T = (\alpha_{Ta} - \alpha_{Tb})\left(\frac{T_2 - T_1}{T_2}\right)$ ise (V/K) biriminde olan Thomson katsayısıdır (Rowe ve Bhandri, 1983).

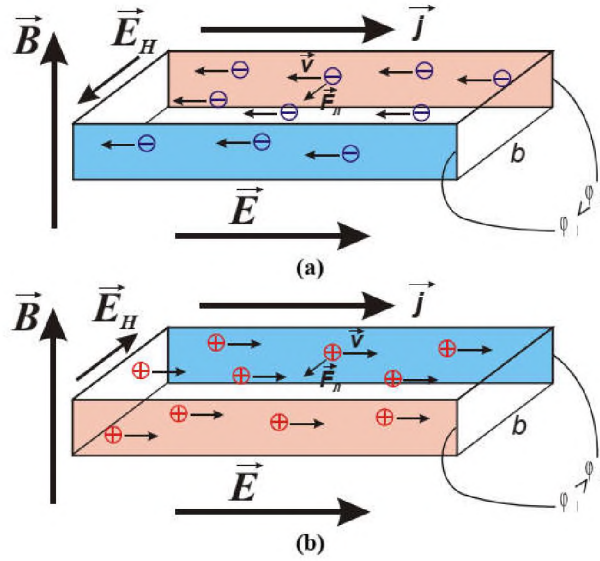
2.1.5. Termomanyetik Etkiler

Bir katıdaki serbest yüklerin, uygulanan bir dış manyetik alan ile etkileşimi, Hall etkisinin yanında beş tane daha enine etki meydana getirmektedir. Bu etkiler, çoğunlukla Hall etkisi ile birlikte gözlemlenen Ettingshausen etkisi, uygulanan manyetik alan ile aynı yönlü sıcaklık değişimlerinde gözlemlenen Nernst etkisi ve

Righi-Leduc etkisi, termal iletkenlik ve fonon sürüklenme etkisidir. Yarı iletkenlerde gözlemlenen bu etkiler Campell (1923) ve Gerlach (1928) tarafından incelenmiştir.

2.1.5.1. Hall Etkisi

Hall olayı, yarı iletken malzemelerin yük yoğunluğunun, elektriksel öz direncinin, yarı iletkendeki taşıyıcı mobilitelerinin ve yarı iletken üzerindeki potansiyel farkın ölçülerek, yarı iletkenin türünü belirlemek amacıyla (n tipi veya p tipi) kullanılmaktadır. Ölçülen potansiyel fark değeri negatif ise yarı iletken n tipi bir yarı iletken, tersi durumda ise p tipi bir yarı iletkendir. 1886 yılında Ettingshausen ile öğrencisi olan Nernst, Bizmuttaki (Bi) Hall etkisini inceliyorlardı. Manyetik alana maruz bırakılan numunenin bir tarafının sıcaklığı arttığında, numune üzerinde oluşan akımların birbirine dik olduğunu buldular. Buna ek olarak, tersinir durumda, manyetik alan altında, iletkenin bir akım geçirildiğinde (y eksenı boyunca) ise, akım yönüne dik olan (x eksenı boyunca) bir sıcaklık gradyentini oluşturduğunu buldular.



Şekil 2.3. Hall etkisinin (a) n tipi ve (b) p tipi yarı iletkenlerde şematik gösterimi (Poklonsky ve ark., 2005)

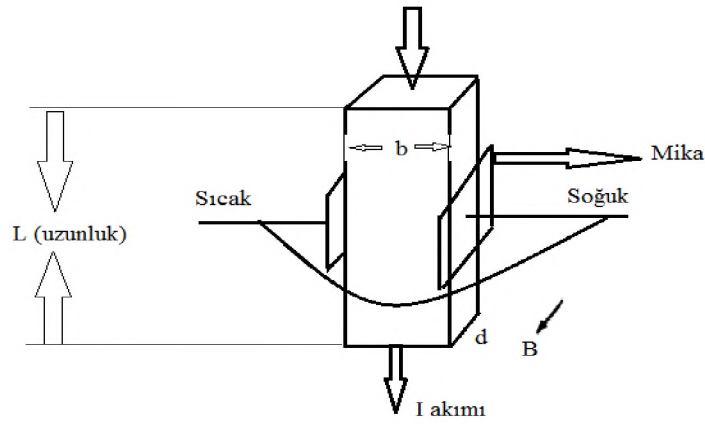
2.1.5.2. Ettingshausen Etkisi

Ettingshausen etkisinin deneysel olarak görülebilmesi için, Şekil 2.4.'te gösterildiği gibi, uzunluğu L , genişliği b ve kalınlığı d birim olan dikdörtgenler prizması şeklindeki deney düzeneği hazırlanmıştır. İçerisinden I akımı geçen bu deney düzeneği, $\vec{B}$ büyüklüğünde manyetik alana sahip olan bir ortama yerleştirilmiştir. Oluşan enine

sıcaklık farkı ΔT , hem akım yönüne hem de manyetik alan yönüne diktir. Bu durumda Ettingshausen etkisi aşağıdaki bağıntı ile tanımlanır.

$$P = \frac{\Delta T d}{I \vec{B}} 10^8 \frac{cm^3 K}{J} \quad (2.7)$$

ΔT , sıcaklık değişimi (K), d numunenin kesit alanı (cm), I numunede oluşan akım (A) ve $\vec{B}$ uygulanan manyetik alandır (G). Deneysel olarak oldukça küçük sıcaklık değişimlerinin hassas olarak ölçülememesi, Ettingshausen etkisinin temel sorunudur.



Şekil 2.4. Ettingshausen etkisinin şematik gösterimi (Nolas ve ark., 2001)

Manyetik alan Şekil 2.4'te gösterildiği gibi sayfa düzleminden dışa doğru yönlendirilmiştir. Bu şekil, pozitif bir Ettingshausen katsayısının elde edilme koşullarını ifade etmektedir.

Yarı iletkenlerde Ettingshausen katsayısının teorik olarak saf ve katkılı yarı iletkenler için elde edilmesi Putley (2002) tarafından yapılmıştır. Saf yarı iletkenler için elde edilen Ettingshausen katsayısı aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$P = - \frac{3\pi k_0 T \mu_{1,2}}{16e\kappa} \quad (2.8)$$

Burada $\mu_{1,2}$ sırasıyla elektron ve deşiklerin mobiliteleri, κ numunenin termal iletkenliği, k_0 Boltzmann sabiti, T sıcaklık ve e elektron yüküdür.

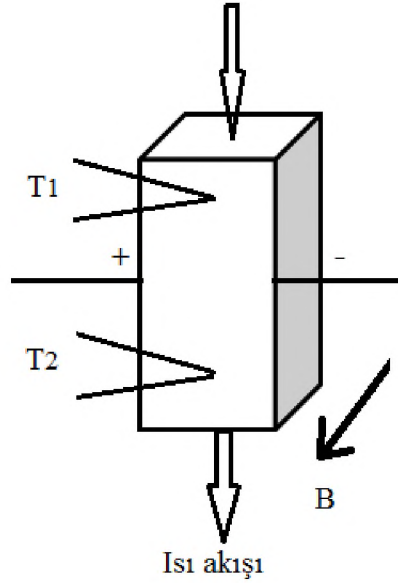
Katkılı yarı iletkenler için elde edilen Ettingshausen katsayısı ise, aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$P = -\frac{3\pi k_0 T (n_1^2 \mu_1^3 + n_2^2 \mu_2^3) - n_1 n_2 \mu_1 \mu_2 (\mu_1 + \mu_2) [7 + (2\varepsilon_g)/(k_0 T)]}{16 \kappa e (n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2)^2} \quad (2.9)$$

Burada μ_1 ve μ_2 sırasıyla elektron ve deşiklerin mobiliteleri, κ numunenin termal iletkenliği, n_1 ve n_2 sırasıyla elektron ve deşiklerin konsantrasyonu, ε_g yasak enerji bant aralığı, k_0 Boltzmann sabiti, T sıcaklık ve e elektron yüküdür.

2.1.5.3. Nernst Etkisi

Şekil 2.5'te görülen deney düzeneğinde, manyetik alana dik doğrultuda oluşan sıcaklık gradyanı, dT / dL olarak tanımlanabilir. Enine Nernst etkisi sebebiyle, numune genişliği (b) boyunca, enine bir emf (E_n) meydana gelir.



Şekil 2.5. Nernst etkisinin şematik gösterimi (Delves, 1965)

Nernst katsayısı, Q aşağıdaki bağıntı ile tanımlanır.

$$Q = \frac{E_n}{Bb(dT/dL)} 10^8 \frac{cm^2}{K sec} \quad (2.10)$$

E_n , Nernst emf'si (V), B uygulanan manyetik alan (G), b numunenin kesiti (cm) ve dT/dL ise K/cm biriminde ki sıcaklık değişimidir.

Deney setindeki sıcaklık gradyantını ölçmek için Şekil 2.5'te gösterilen konumlara monte edilmiş iki adet termo-kulp kullanılmıştır. Nernst emf değerini ölçmek için numunenin kenarlarındaki diğer iki prob kullanılmıştır. Numunenin bir ucundaki ısıtıcı,

boylamasına sıcaklık gradyanına neden olur. Nernst etkisi için işaret değerleri Şekil 2.5'te gösterilmiştir. Burada manyetik alan sayfa düzleminden dışa doğru yönelmiştir. İfade edilen koşullar altında elde edilen Nernst etkisi, pozitif bir değerdedir.

Nernst etkisi ile Ettingshausen etkisi aşağıdaki bağıntı ile birbirlerine bağlıdır.

$$\kappa P = TQ \quad (2.11)$$

Burada, P Ettingshausen etki parametresini, Q Nernst etki parametresini, T sıcaklık değerini ve κ termal iletkenlik değerini ifade eder.

Bu bağıntı, yukarıda saf ve katkılı yarı iletkenler için elde edilen Ettingshausen bağıntısında yerine yazılırsa, yine saf ve katkılı yarı iletkenler için Nernst etkisinin sayısal bağıntısı elde edilmiş olur.

Saf yarı iletkenler için elde edilen Nernst etkisi aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$Q = -\frac{3\pi k_0 \mu_{1,2}}{16e} \quad (2.12)$$

Burada $\mu_{1,2}$ sırasıyla elektron ve deşiklerin mobiliteleri, k_0 Boltzmann sabiti ve e elektron yüküdür.

Katkılı yarı iletkenler için elde edilen Nernst etkisi ise, aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

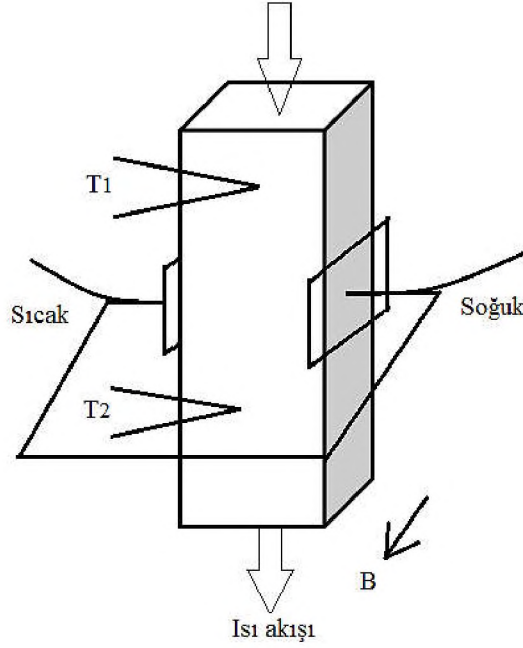
$$Q = -\frac{3\pi k_0}{16e} \frac{(n_1^2 \mu_1^3 + n_2^2 \mu_2^3) - n_1 n_2 \mu_1 \mu_2 (\mu_1 + \mu_2) [7 + (2\varepsilon_g)/(k_0 T)]}{(n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2)^2} \quad (2.13)$$

Burada μ_1 ve μ_2 sırasıyla elektron ve deşiklerin mobiliteleri, n_1 ve n_2 sırasıyla elektron ve deşiklerin konsantrasyonu, ε_g yasak enerji bant aralığı, k_0 Boltzmann sabiti, T sıcaklık ve e elektron yüküdür.

2.1.5.4. Righi-Leduc Etkisi

Şekil 2.6' daki deney düzeneğinde, boylamasına bir sıcaklık gradyanı (dT/dL) mevcuttur. Bu deney düzeneği, düzenek yüzeyine dik yönde bir manyetik alan içine yerleştirirse, S ile ifade edilen Righi-Leduc etkisi gözlenmektedir. Bu etki, Hall

etkisinde olduğu gibi, manyetik alan içindeki serbest yük taşıyıcılarının yörünge eğriliklerinden kaynaklanır.



Şekil 2.6. Righi-Leduc etkisinin şematik gösterimi (Nolas ve ark., 2001)

$$S = \frac{\Delta T}{Bb(dT/dL)} 10^8 \frac{cm^2}{volt \ sec} \quad (2.14)$$

Termo-kulplar, Şekil 2.6'da gösterildiği gibi yerleştirilir. Enine sıcaklık farkı ΔT , çok küçüktür, bu küçük sıcaklık farkını algılayabilmek için oldukça hassas bir galvanometre (Uygulanan elektrik alandaki değişimin, manyetik alan oluşturması prensibiyle çalışan bir çeşit test cihazıdır.) gerekmektedir. Pozitif bir Righi-Leduc etkisi için işaret kuralı Şekil 2.6'da gösterilmiştir. Saf ve katkılı yarı iletkenler için elde edilen Righi-Leduc katsayısına ait sayısal bağıntılar aşağıdaki gibidir.

Saf yarı iletkenler için elde edilen Righi-Leduc etkisine ait bağıntı aşağıda verilmiştir.

$$S = -\frac{21\pi k_0^2 T}{32e\kappa} n_{1,2} \mu_{1,2}^2 \quad (2.15)$$

Burada $\mu_{1,2}$ sırasıyla elektron ve deşiklerin mobiliteleri, κ numunenin termal iletkenliği, $n_{1,2}$ sırasıyla elektron ve deşiklerin konsantrasyonu, k_0 Boltzmann sabiti, T sıcaklık ve e elektron yüküdür.

Katkılı yarı iletkenler için elde edilen Righi-Leduc etkisi ise, aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$S = \frac{3\pi k_0^2 T}{32 e \kappa} \left(\frac{7(n_2 \mu_2^2 - n_1 \mu_1^2)(n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2)^2}{(n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2)^2} + \frac{4n_1 n_2 \mu_1 \mu_2 \{(\mu_1 - \mu_2)(n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2)(4 + \varepsilon_g / k_0 T) + \mu_1 \mu_2 (n_1 - n_2)(4 + \varepsilon_g / k_0 T)^2\}}{(n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2)^2} \right) \quad (2.16)$$

Burada μ_1 ve μ_2 sırasıyla elektron ve deşiklerin mobiliteleri, κ numunenin termal iletkenliği, n_1 ve n_2 sırasıyla elektron ve deşiklerin konsantrasyonu, ε_g yasak enerji bant aralığı, k_0 Boltzmann sabiti, T sıcaklık ve e elektron yüküdür.

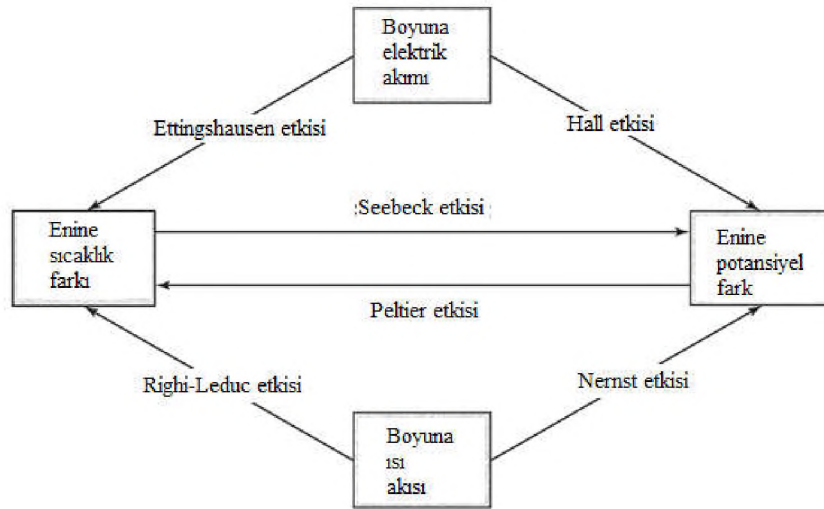
2.1.5.5. Termal İletkenlik

Termal iletkenlik bir malzemenin ısı iletme kapasitesinin ölçüsüdür. Saf yarı iletkenlerde iletkenlik, malzemenin sıcaklığına bağlı iken, katkılı yarı iletkenlerde iletkenlik safsızlık konsantrasyonuna bağlıdır. Bir yarı iletken, ısıнын bir kısmı elektronlar, deşikler ya da her ikisi tarafından taşınır. Elektronlar veya deşikler tarafından taşınan ısı miktarına termal iletkenliğin elektronik kısmı ($\kappa_{\text{elektronik}}$) denilmektedir. Termal iletkenliğin κ_{kafes} olarak belirtilen diğer kısmı, kafes titreşimleri veya fotonlar vb. tarafından taşınan kısımdır. Eğer yarı iletken çok saf ise, yani çok az katkılıysa, $\kappa_{\text{elektronik}}$, κ_{kafes} ile karşılaştırıldığında ihmal edilebilecek kadar küçüktür. Eğer yarı iletken orta ve ağır derecede (10^{18} ile 10^{20} elektron/cm³ arası) katkılı ise, elektronik ve kafes kısımların büyüklükleri karşılaştırılabilir olmaktadır. Eğer incelenen numuneye manyetik alan uygularsak $\kappa_{\text{elektronik}}$ değeri değişir, κ_{kafes} değeri değişmez. $\kappa_{\text{elektronik}}$ kısmındaki değişim, yüklü parçacıkların saçılma mekanizması, hareketliliği ve elektronların dejenerasyon derecesi ile ilişkilidir.

2.1.5.6. Fonon Sürüklenme Etkisi

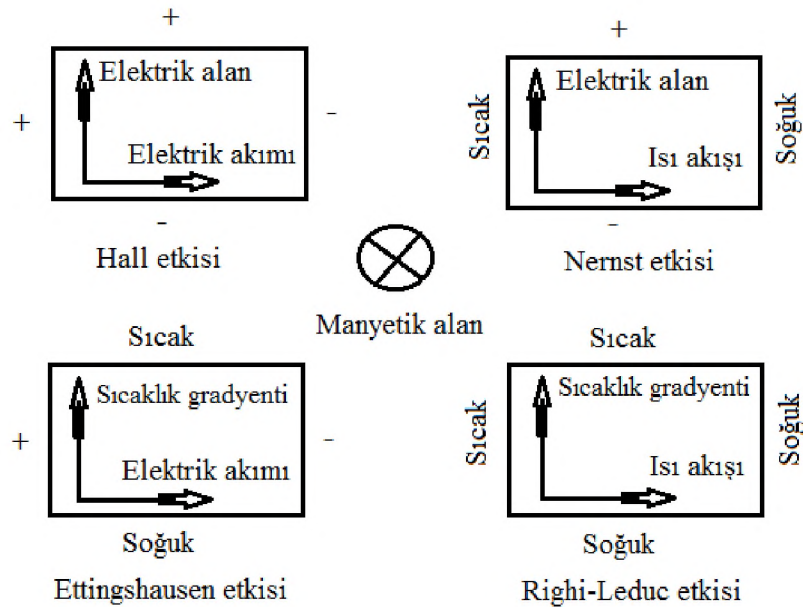
Nernst ve Seebeck etkileri özellikle fonon sürüklenme etkilerini gösteren yarı iletkenlerde oldukça ilginçtir. Bu etkinin sadece Ge gibi saf ve fiziksel olarak oldukça mükemmel yarı iletkenlerde büyük olduğu ve çalışılmaya değer olduğu, ayrıca Bi, Te veya HgTe gibi düşük ısı iletkenliğe sahip yarı iletkenlerde gözlenmediği belirtilmelidir. Bir

manyetik alanın ve akım değişiminin varlığında ortaya çıkan etkilerin sayısı oldukça fazladır. İzotermal ve adiabatik süreçlerde termal değişimler ile manyetik alan değişimlerinin kombinasyonları ele alındığında, sadece çapraz manyetik alanda teorik olarak 560 etki gözlemlenmiştir (Steele ve Babiskin, 1955).



Şekil 2.7. Termomanyetik etkiler arasındaki ilişki diyagramı (Hering ve ark., 2012)

Şekil 2.7'deki diyagram, manyetik alan, sıcaklık değişimi, elektrik alan ve akım yönleri göz önünde bulundurularak farklı bir formda elde edilmiş ve elde edilen diyagram aşağıdaki gibi gösterilmiştir.



Şekil 2.8. Enine termomagnetik etkiler (Hering ve ark., 2012)

Etkiler şemada gösterilen yönlerde ise, incelenen etkilerin katsayıları pozitifdir. Bu bölümde açıklanan enine etkiler, geçmişte katuların temel özelliklerinin incelenmesinde Hall etkisi kadar yaygın olarak kullanılmamıştır. Hem Ettingshausen hem de Righi-Leduc etkisi son derece küçüktür ve deneysel olarak ölçülmesi zordur. Nernst etkisi ise kolayca ölçülebilir ve yarı iletkenlerin belirli özelliklerini incelemek için kullanışlıdır. Nernst etkisi, taşıyıcının işaretinden bağımsız olarak safsızlık iletkenlik aralığında negatif bir işarete sahip olmalıdır, ancak katkılılık devreye girdiğinde pozitif işarete dönüşebilir. Böylece Nernst etkisinin işareti, safsızlıktan katkılılığa geçişi gösterebilir. Nernst etkisi bir yarı iletken için taşıyıcıların hareketliliği ve saçılma mekanizması hakkında bilgi vermektedir.

Termomanyetik etkilerin ifadesinde kullanılan sayısal bağıntıların, zayıf ve güçlü manyetik alan etkisi altında ne şekilde değiştiği aşağıdaki çizelgede gösterilmiştir.

Çizelge 2.1. Bazı termomanyetik etkilerin zayıf ve güçlü manyetik alan altındaki değişimleri (Delves, 1965)

	Zayıf Manyetik Alandaki Kinetik Etkiler	Güçlü Manyetik Alandaki Kinetik Etkiler
Hall Etkisi	$R = - A_1 / e c n$ $A_1 = I_{3/2,0}^0 I_{2r+1/2,4}^0 (I_{r+1,2}^0)^{-2}$	$R_\infty = - \frac{1}{ecn}$
Ettingshausen Etkisi	$Q = \frac{k_0 u}{ec} L_0(\eta, \beta)$ $L_0(\eta, \beta) = I_{3/2,0}^0 (I_{r+1,2}^0)^{-3} (I_{r+1,2}^0 I_{2r+1/2,4}^0 - I_{r+1,2}^1 I_{2r+1/2,4}^0)$	$Q = \frac{k_0}{e} \frac{1}{H} \left(\frac{uH}{c} \right)^{-1} M_0(\eta, \beta)$ $M_0(\eta, \beta) = I_{r+1,2}^0 (I_{3/2,0}^0)^{-3} [I_{3/2,0}^1 I_{2-r,-2}^0 - I_{3/2,0}^0 I_{2-r,-2}^1]$

Çizelge 2.1. (Devam) Bazı termomanyetik etkilerin zayıf ve güçlü manyetik alan altındaki değişimleri

Righi-Leduc Etkisi	$S = \frac{\sigma_0}{\chi_\emptyset + \chi_0} \frac{u}{c} \left(\frac{k_0}{e} \right)^2 T L_3(\eta, \beta)$	$S_\infty(H) = \left(\frac{k_0}{e} \right)^2 \left(\frac{uH}{c} \right)^{-1} \frac{\sigma_0 T}{H \chi_\emptyset} M_2(\eta, \beta)$
	$L_3(\eta, \beta)$ $= I_{3/2,0}^0 (I_{r+1,2}^0)^{-4} \left[I_{2r+1/2,4}^2 (I_{r+1,2}^0)^2 \right.$ $- 2 I_{r+1,2}^0 I_{r+1,2}^1 I_{2r+\frac{1}{2},4}^1$ $\left. + I_{2r+1/2,4}^0 (I_{r+1,2}^1)^2 \right]$	$M_2(\eta, \beta) = \left(\frac{I_{3/2,0}^1}{I_{3/2,0}^0} \right)^2$
Termal İletkenlik	$\chi(H)$ $= \chi_\emptyset + \chi_0$ $- \left(\frac{k_0}{e} \right)^2 T \sigma_0 \left(\frac{uH}{c} \right)^2 L_2(\eta, \beta)$	$\chi_\infty(H)$ $= \chi_\emptyset + \left(\frac{k_0}{e} \right)^2 \left(\frac{uH}{c} \right)^{-2} \sigma_0 T M_1(\eta, \beta)$
	$L_2(\eta, \beta)$ $= (I_{3/2,0}^0)^2 (I_{r+1,6}^0)^{-6} \left[I_{3r,6}^2 (I_{r+1,2}^0)^3 \right.$ $+ I_{3r,6}^0 I_{r+1,2}^0 (I_{r+1,2}^1)^2$ $+ 2 I_{r+1,2}^0 I_{r+1,2}^1 I_{2r+1/2,4}^0 I_{2r+1/2,4}^1$ $- 2 I_{3r,6}^1 I_{r+1,2}^1 (I_{r+1,2}^0)^2$ $- (I_{r+1,2}^1)^2 \left(I_{2r+\frac{1}{2},4}^0 \right)^2$ $\left. - (I_{2r+1/2,4}^1)^2 (I_{r+1,2}^0)^2 \right]$	$M_1(\eta, \beta)$ $= I_{r+1,2}^0 (I_{3/2,0}^0)^{-4} \left[I_{2-r,-2}^2 (I_{3/2,0}^0)^2 \right.$ $\left. - 2 I_{2-r,-2}^1 I_{3/2,0}^1 + I_{2-r,-2}^0 (I_{3/2,0}^1)^2 \right]$

3. MATERYAL ve YÖNTEM

Yarı iletkenlerde kinetik etkilerin ve elektron taşınım olaylarının özelliklerini anlamak için iki parametrelili Fermi fonksiyonlarını hesaplamanın gerekli olduğu iyi bilinmektedir. İki parametrelili Fermi fonksiyonlarının hesaplanmasında etkili yöntemler geliştirilmiştir (Gryazanov, 1971). Zawadzki ve ark. (1965) integral parametrelerinin değerlerini elde etmek amacıyla, iki parametrelili Fermi fonksiyonlarını hesaplamaya yarayan genel bir yöntem önermiştir. Burada $-5 \leq \eta \leq 20$ ve $0 \leq \beta \leq 1$ 'dir. Askerov (1970, 1985) ise, iki parametrelili Fermi fonksiyonlarını yaklaşık olarak belirlemek için nümerik metot kullanmıştır. Bu önerilen yaklaşım $\eta \geq 10$ güçlü dejenere bölgesinde doğrudur ve aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$I_{n,k}^m(\eta, \beta) \approx \frac{\eta^{n+m}(1+\beta\eta)^n}{(1+2\beta\eta)^k} \left\{ 1 + \frac{\pi^2}{6} \left[\frac{(n+m)(n+m-1)}{\eta^2} + \frac{2n(n+m)\beta}{\eta(1+\beta\eta)} - \frac{4k(n+m)\beta}{\eta(1+2\beta\eta)} + \frac{n(n-1)\beta^2}{(1+\beta\eta)^2} - \frac{4nk\beta^2}{(1+2\beta\eta)(1+\beta\eta)} + \frac{4k(k+1)\beta^2}{(1+2\beta\eta)^2} \right] \right\}, \left(\frac{k_0 T}{\xi} \right) \ll 1 \quad (3.1)$$

Dejenere olmayan durumda, iki parametrelili Fermi fonksiyonları aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$I_{n,k}^m(\eta, \beta) \approx e^{\eta} \Gamma(n+m+1) \frac{(1+n\beta+m\beta)^n}{(1+2n\beta+2m\beta)^k}, \eta \leq -5 \text{ ve } n \neq 0 \text{ veya } m \neq 0 \quad (3.2)$$

Bu bağında kullanılan $\Gamma(\alpha)$, Gama fonksiyonlarıdır.

Zawadzki ve ark., (1965) tarafından iki parametrelili Fermi fonksiyonlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntem aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$I_{n,k}^m(\eta, \beta) = \sum_{p=0}^{\infty} \alpha_p \beta^p F_{n+m+p-1}(\eta) \quad (3.3)$$

ve

$$I_{n,k}^m(\eta, \beta) = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} (-1)^{r-1} \alpha_p \beta^p \frac{e^{r\eta}}{r^{n+m}}, \eta < 1 \quad (3.4)$$

Burada,

$$\alpha_p = (n+m+p)! \sum_{l=0}^p \frac{[n(n-1)\dots(n-p+l+1)][-k(-k-1)\dots(-k-p-l+1)]2_l}{(p-l)!l!} \text{ şeklinde ifade edilir.}$$

$F_p(\eta)$ Fermi – Dirac fonksiyonu olarak tanımlanmıştır.

$$F_p(\eta) = \int_0^{\infty} \frac{e^{x-\eta} x^p}{e^{x-\eta} + 1} dx \quad (3.5)$$

Fermi–Dirac fonksiyonlarının özellikleri iyi bilinmektedir ve oldukça standart tekniklerle çalışılabilir (Mamedov ve Guseinov, 2010), (Mamedov ve Çopuroğlu, 2016), (Rzadkowski ve Lepkowski, 2008). Teorik açıdan bakıldığında, iki parametrelili Fermi fonksiyonunun doğru değerlendirilmesi yarı iletken bilimindeki birkaç önemli problemten biridir.

İki parametrelili Fermi fonksiyonlarının değerlendirilmesi için güvenilir formüllerin seçimi, yarı iletkenlerde kinetik etkilerin ve elektron taşıma olaylarının özelliklerinin doğru hesaplanmasında büyük öneme sahiptir. Bu amaçla, aşağıda ifade edilen Binom Açılım Teoremleri kullanılabilir (Gradshteyn ve Ryzhik, 1980).

$$(x \mp y)^n = \begin{cases} \sum_{m=0}^{\infty} (\mp 1)^m f_m(n) x^{n-m} y^m, & \text{Tamsayı olmayan } n \\ \sum_{m=0}^n (\mp 1)^m f_m(n) x^{n-m} y^m, & \text{Tamsayı olan } n \end{cases} \quad (3.6)$$

$f_m(n)$ 'nin binom katkısı olduğu durumlarda,

$$f_m(n) = \begin{cases} \frac{n(n-1)\dots(n-m+1)}{m!}, & \text{Tamsayı olan } n \\ \frac{(-1)^m \Gamma(m-n)}{m! \Gamma(-n)}, & \text{Tamsayı olmayan } n \end{cases} \quad (3.7)$$

Eşitlik 3.6. örneğinde olduğu gibi, Binom Açılım Teoremi kullanıldığında (2.1) eşitliği ile gösterilen iki parametrelili Fermi fonksiyonları için seri genişletme formülleri elde edilmiştir (Mamedov ve Çopuroğlu, 2016).

$n \neq 0, k \neq 0, m \neq 0$ durumu için,

$$I_{nk}^m(\eta, \beta) = e^{-\eta} \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^N f_i(-k) \begin{cases} \sum_{j=0}^n f_j(n) \left[\beta^{i+j} 2^i P_{m+n+i+j} \left(\eta \frac{1}{2\beta} \right) + \beta^{j-k-i} 2^{-k-i} Q_{m+n-k-i+j} \left(\eta \frac{1}{2\beta} \right) \right], & \text{Tamsayı olan } n \\ \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{j=0}^N f_j(n) \left[\beta^{i+j} 2^i P_{m+n+i+j} \left(\eta \frac{1}{2\beta} \right) + \beta^{n-j-k-i} 2^{-k-i} Q_{m+2n-k-i+j} \left(\eta \frac{1}{2\beta} \right) \right], & \text{Tamsayı olmayan } n \end{cases} \quad (3.8)$$

$n = 0, k = 0, m \neq 0$ durumu için,

$$I_{00}^m(\eta, \beta) = e^{-\eta} \begin{cases} \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^N \frac{f_i(-2)}{(1+i)^{m+1}} [e^{i\eta} (-1)^{m+1} \gamma(m+1, -(1+i)\eta) + e^{\eta(2+i)} \Gamma(m+1, (1+i)\eta)], & \eta > 0 \\ \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^N f_i(-2) \frac{e^{\eta(2+i)} \Gamma(m+1)}{(1+i)^{m+1}}, & \eta < 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

$n \neq 0, k = 0, m = 0, \eta > 0$ durumu için,

$$I_{n0}^0(\eta, \beta) = e^{-\eta} \begin{cases} \sum_{i=0}^n f_i(n) \beta^i L_{n+1}(\eta), & n \text{ tam sayı değeri için} \\ \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^N f_i(n) (\beta^i (P_{n+i} \left(\eta \frac{1}{\beta} \right) + \beta^{n-i} Q_{2n-i} \left(\eta \frac{1}{\beta} \right))), & n \text{ tam sayı olmayan değerler için} \end{cases} \quad (3.10)$$

$n \neq 0, k = 0, m = 0, \eta < 0$ durumu için,

$$I_{n0}^0(\eta, \beta) = e^{-\eta} \begin{cases} \sum_{i=0}^n f_i(n) \beta^i \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{j=0}^N f_j(-2) \frac{e^{(2+j)\eta} \Gamma((n+i+1))}{(1+j)^{n+i+1}} & , \\ n \text{ tam sayı değeri için} \\ \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{j=0}^N f_j(-2) e^{(2+j)\eta} \left[\frac{\beta^i \gamma\left(n+i+1, \frac{(1+j)}{\beta}\right)}{(1+j)^{n+i+1}} + \frac{\beta^{n-1} \Gamma\left(2n-i+1, \frac{(1+j)}{\beta}\right)}{(1+j)^{2n-i+1}} \right] & , \\ n \text{ tam sayı olmayan değerler için} \end{cases} \quad (3.11)$$

$n = 0, k < 0, m = 0$, durumu için,

$$I_{0k}^0(\eta, \beta) = e^{-\eta} \begin{cases} \sum_{i=0}^k f_i(k) (2\beta)^i \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{j=0}^N f_j(-2) \left(\frac{e^{i\eta} (-1)^{i+1} \gamma(i+1, -(1+j)\eta)}{(1+j)^{i+1}} + \frac{e^{(2+j)\eta} \Gamma(i+1, (1+j)\eta)}{(1+j)^{i+1}} \right), & \eta > 0 \\ \sum_{i=0}^k f_i(k) (2\beta)^i \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{j=0}^N f_j(-2) \frac{e^{(2+i)\eta} \Gamma(i+1)}{(1+j)^{i+1}} & , \eta < 0 \end{cases} \quad (3.12)$$

$n \neq 0, k < 0, m = 0$, durumu için,

$$I_{nk}^0(\eta, \beta) = e^{-\eta} \begin{cases} \sum_{i=0}^n f_i(n) \beta^i \sum_{j=0}^k f_j(k) (2\beta)^j \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{l=0}^N f_l(-2) \frac{e^{-l\eta} (-1)^{n+i+j+1}}{(1+l)^{n+i+j+1}} \\ x \gamma(n+i+j+1, -(1+l)\eta) + \frac{e^{(2+l)\eta} \Gamma(n+i+j+1, (1+l)\eta)}{(1+l)^{n+i+j+1}} & , \eta > 0 \\ \sum_{i=0}^n f_i(n) \beta^i \sum_{j=0}^k f_j(k) (2\beta)^j \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{l=0}^N f_l(-2) \frac{e^{(2+l)\eta} \Gamma(n+i+j+1)}{(1+l)^{n+i+j+1}} & , \eta < 0 \end{cases} \quad (3.13)$$

Yardımcı fonksiyonlar, yukarıdaki denklemlerde ortaya çıkan $P_n(p, q), Q_n(p, q)$ ve $L_n(p)$ 'dir. (3.8) ve (3.10) özel fonksiyonlarla ifade edilir. Bu yardımcı fonksiyonlar için genel formüller sırasıyla aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$P_n(p, q) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^N f_i(-2) \begin{cases} \left(\frac{(-1)^{n+1} e^{-ip} \gamma(n+1, -(1+i)p)}{(1+i)^{n+1}} + e^{(2+i)p} [p^{n+1} E_{-n}((1+i)p) - q^{n+1} E_{-n}((1+i)q)] \right) & , p \leq q \\ \frac{(-1)^{n+1} e^{-ip} \gamma(n+1, -(1+i)q)}{(1+i)^{n+1}} & , p > q \end{cases} \quad (3.14)$$

$$Q_n(p, q) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^N f_i(-2) \begin{cases} \left(\frac{e^{(2+i)p} \Gamma(n+1, (1+i)p)}{(1+i)^{n+1}} + e^{-ip} [q^{n+1} E_{-n}(-(1+i)q) - p^{n+1} E_{-n}(-(1+i)p)] \right) & , p > q \\ \frac{e^{(2+i)p} \Gamma(n+1, -(1+i)q)}{(1+i)^{n+1}} & , p \leq q \end{cases} \quad (3.15)$$

$p < 0$ durumu için,

$$P_n(p, q) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^N f_i(-2) \frac{e^{(2+i)p} \gamma(n+1, (1+i)q)}{(1+i)^{n+1}} \quad (3.16)$$

$$Q_n(p, q) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^N f_i(-2) \frac{e^{(2+i)p} \Gamma(n+1, (1+i)q)}{((1+i))^{n+1}} \quad (3.17)$$

$$L_n(p) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^N f_i(-2) \left(\frac{(-1)^{n+1} e^{-ip} \gamma(n+1, -(1+i)p)}{((1+i))^{n+1}} + \frac{e^{(2+i)p} \Gamma(n+1, (1+i)p)}{((1+i))^{n+1}} \right) \quad (3.18)$$

$\Gamma(\alpha)$ ve $\Gamma(\alpha, x)$, literatürden iyi bilinen Gamma fonksiyonlarıdır ve aşağıdaki gibi gösterilir:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty t^{\alpha-1} e^{-t} dt \quad (3.19)$$

$$\Gamma(\alpha, x) = \int_x^\infty t^{\alpha-1} e^{-t} dt \quad (3.20)$$

$$\gamma(\alpha, x) = \int_0^x t^{\alpha-1} e^{-t} dt \quad (3.21)$$

İki parametrelili Fermi fonksiyonları $I_{nk}^m(\eta, \beta)$ kullanılarak elektron konsantrasyonu aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$n = \frac{(2m_n k_0 T)^{\frac{3}{2}}}{3\pi^2 \hbar^3} I_{3/2,0}^0(\eta, \beta) \quad (3.22)$$

Ayrıca yapılan çalışmada, termomanyetik etkileri inceleyebilmek için gerekli olan Lorenz sayısı için de analitik bir ifade elde edilmiştir. Bildiğimiz gibi Wiedeman-Franz yasası ve Lorenz sayısı arasındaki ilişkili genel haliyle aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\kappa}{\sigma} = A(r, \eta, \beta) \left(\frac{k_0}{e}\right)^2 T = L(r, \eta, \beta) T \quad (3.23)$$

burada $L(r, \eta, \beta)$ Lorenz sayısı, κ termal iletkenlik, σ elektriksel iletkenlik, k_0 Boltzmann sabiti, e elektron yükü, T sıcaklıktır ve $A(r, \eta, \beta)$ fonksiyonu ise aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$A(r, \eta, \beta) = \frac{I_{r+1,2}^2(\eta, \beta)}{I_{r+1,2}^0(\eta, \beta)} + \left(\frac{I_{r+1,2}^1(\eta, \beta)}{I_{r+1,2}^0(\eta, \beta)} \right)^2. \quad (3.24)$$

Eşitlik 3.23. örneğinde görüldüğü gibi, Lorenz sayısı,

$$L(r, \eta, \beta) = A(r, \eta, \beta) \left(\frac{k_0}{e}\right)^2 \quad (3.25)$$

şeklinde ifade edilir. Bu durumda Lorenz sayısı iki parametrelili Fermi fonksiyonları $I_{nk}^m(\eta, \beta)$ kullanılarak aşağıdaki forma dönüşür:

$$L(r, \eta, \beta) = \left(\frac{I_{r+1,2}^2(\eta, \beta)}{I_{r+1,2}^0(\eta, \beta)} + \left(\frac{I_{r+1,2}^1(\eta, \beta)}{I_{r+1,2}^0(\eta, \beta)} \right)^2 \right) \left(\frac{k_0}{e}\right)^2 \quad (3.26)$$

Böylelikle bu çalışmanın konusu olan termomanyetik ve kinetik etkilerin incelenmesinde önemli bir yere sahip olan elektron konsantrasyonunu ve Lorenz sayısı, iki parametrelili Fermi fonksiyonları kullanarak analitik olarak çözümlenmiş olur. Elde edilmiş olan bağıntılar yardımıyla elektron konsantrasyonu ve Lorenz sayısı için bulunan hesaplama sonuçları, Si, Ge, GaAs, GaAs-Ge ve InAs yarı iletkenleri için, sıcaklığın tüm aralıklarında çizelge ve şekil olarak sunulmuştur.

4. BULGULAR

4.1. Si Yarı İletkeninin Lorenz Sayısının ve Konsantrasyonunun Tüm Sıcaklık Aralıklarındaki Hesaplama Sonuçları

Termomanyetik özelliklerin görülebilmesi amacıyla Si yarı iletkeni için, Lorenz sayısı ve konsantrasyon değerleri, elde edilen yeni analitik yaklaşım kullanılarak çözümlenmiş ve elde edilen bu değerler Mathematica nümerik yöntem sonuçları ile karşılaştırmalı olarak aşağıdaki çizelgede verilmiştir. Bu çalışma literatürde ilk defa sıcaklığın tüm aralıkları için geçerlidir.

Çizelge 4.1. Si yarı iletkeninin Lorenz sayısının ve konsantrasyonunun artan sıcaklığa bağlı olarak nümerik sonuçlarla kıyaslanması

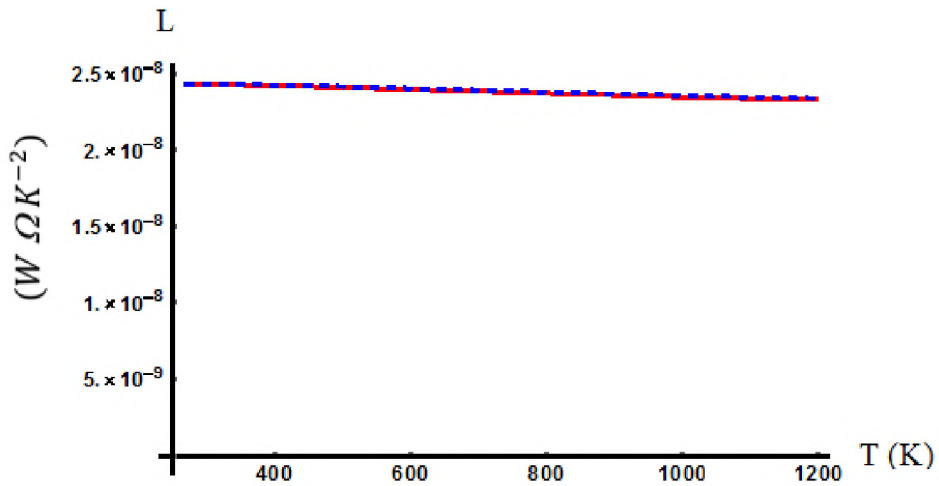
Lorenz Sayısının Değişimi				Konsantrasyonun Değişimi		
T (K)	Matemática Nümerik Sonuçları ($W\Omega K^{-2}$)	Çalışmamızdan Elde Edilen Sonuçlar ($W\Omega K^{-2}$)	% Bağıl Hata	Matemática Nümerik Sonuçları (cm^{-3})	Çalışmamızdan Elde Edilen Sonuçlar (cm^{-3})	% Bağıl Hata
200	2.43703 E-08	2.43796 E-08	0.03816	2.85046 E+25	3.00428 E+25	5.39632
220	2.43581 E-08	2.43692 E-08	0.04557	2.85116 E+25	3.00497 E+25	5.39465
240	2.43447 E-08	2.43579 E-08	0.05422	2.85193 E+25	3.00572 E+25	5.39249
260	2.43304 E-08	2.43456 E-08	0.06247	2.85276 E+25	3.00654 E+25	5.39057
280	2.43151 E-08	2.43326 E-08	0.07197	2.85366 E+25	3.00743 E+25	5.38852
300	2.42988 E-08	2.43187 E-08	0.08190	2.85463 E+25	3.00838 E+25	5.38599
320	2.42815 E-08	2.43039 E-08	0.09225	2.85567 E+25	3.00939 E+25	5.38297
340	2.42634 E-08	2.42884 E-08	0.10304	2.85677 E+25	3.01048 E+25	5.38055
360	2.42445 E-08	2.42722 E-08	0.11425	2.85794 E+25	3.01163 E+25	5.37765
380	2.42248 E-08	2.42552 E-08	0.12549	2.85918 E+25	3.01284 E+25	5.37427
400	2.42043 E-08	2.42375 E-08	0.13717	2.86048 E+25	3.01413 E+25	5.37148
420	2.41831 E-08	2.42191 E-08	0.14886	2.86186 E+25	3.01548 E+25	5.36784
440	2.41613 E-08	2.42002 E-08	0.16100	2.86330 E+25	3.01689 E+25	5.36409
460	2.41388 E-08	2.41806 E-08	0.17317	2.86481 E+25	3.01838 E+25	5.36056
480	2.41158 E-08	2.41606 E-08	0.18577	2.86639 E+25	3.01993 E+25	5.35656

Çizelge 4.1. (Devam) Si yarı iletkeninin Lorenz sayısının ve konsantrasyonunun artan sıcaklığa bağlı olarak nümerik sonuçlarla kıyaslanması

500	2.40923 E-08	2.41400 E-08	0.19799	2.86804 E+25	3.02154 E+25	5.35209
520	2.40684 E-08	2.41189 E-08	0.20982	2.86975 E+25	3.02323 E+25	5.34820
540	2.40441 E-08	2.40974 E-08	0.22168	2.87154 E+25	3.02498 E+25	5.34347
560	2.40194 E-08	2.40755 E-08	0.23356	2.87340 E+25	3.02680 E+25	5.33862
580	2.39944 E-08	2.40533 E-08	0.24547	2.87532 E+25	3.02869 E+25	5.33401
600	2.39692 E-08	2.40307 E-08	0.25658	2.87732 E+25	3.03065 E+25	5.32892
620	2.39437 E-08	2.40079 E-08	0.26813	2.87938 E+25	3.03268 E+25	5.32406
640	2.39182 E-08	2.39849 E-08	0.27887	2.88152 E+25	3.03478 E+25	5.31872
660	2.38925 E-08	2.39617 E-08	0.28963	2.88373 E+25	3.03694 E+25	5.31291
680	2.38668 E-08	2.39383 E-08	0.29958	2.88601 E+25	3.03918 E+25	5.30733
700	2.38410 E-08	2.39148 E-08	0.30955	2.88836 E+25	3.04148 E+25	5.30128
720	2.38153 E-08	2.38912 E-08	0.31870	2.89078 E+25	3.04386 E+25	5.29546
740	2.37896 E-08	2.38676 E-08	0.32787	2.89328 E+25	3.04630 E+25	5.28881
760	2.37641 E-08	2.38440 E-08	0.33622	2.89584 E+25	3.04882 E+25	5.28275
780	2.37386 E-08	2.38203 E-08	0.34417	2.89849 E+25	3.05141 E+25	5.27585
800	2.37134 E-08	2.37968 E-08	0.35170	2.90120 E+25	3.05407 E+25	5.26920
820	2.36883 E-08	2.37733 E-08	0.35883	2.90399 E+25	3.05681 E+25	5.26241
840	2.36634 E-08	2.37499 E-08	0.36554	2.90686 E+25	3.05962 E+25	5.25516
860	2.36388 E-08	2.37266 E-08	0.37142	2.90980 E+25	3.06249 E+25	5.24744
880	2.36144 E-08	2.37035 E-08	0.37731	2.91281 E+25	3.06545 E+25	5.24030
900	2.35903 E-08	2.36805 E-08	0.38236	2.91590 E+25	3.06848 E+25	5.23269
920	2.35665 E-08	2.36577 E-08	0.38699	2.91907 E+25	3.07158 E+25	5.22461
940	2.35430 E-08	2.36352 E-08	0.39162	2.92231 E+25	3.07475 E+25	5.21642
960	2.35199 E-08	2.36128 E-08	0.39498	2.92563 E+25	3.07800 E+25	5.20811
980	2.34971 E-08	2.35907 E-08	0.39835	2.92903 E+25	3.08133 E+25	5.19967
1000	2.34746 E-08	2.35688 E-08	0.40128	2.93250 E+25	3.08473 E+25	5.19113
1020	2.34525 E-08	2.35472 E-08	0.40379	2.93605 E+25	3.08821 E+25	5.18247
1040	2.34307 E-08	2.35259 E-08	0.40630	2.93968 E+25	3.09176 E+25	5.17335

Çizelge 4.1. (Devam) Si yarı iletkeninin Lorenz sayısının ve konsantrasyonunun artan sıcaklığa bağlı olarak nümerik sonuçlarla kıyaslanması

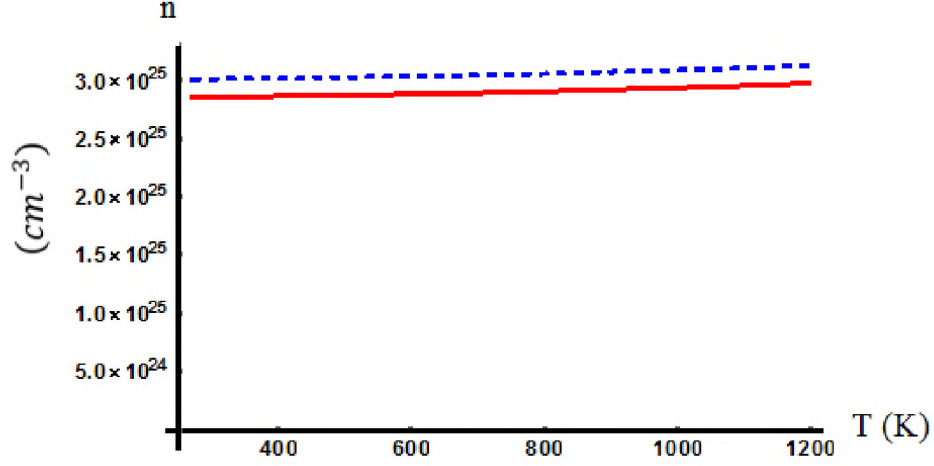
1060	2.34093 E-08	2.35049 E-08	0.40838	2.94339 E+25	3.09539 E+25	5.16411
1080	2.33883 E-08	2.34841 E-08	0.40961	2.94718 E+25	3.09910 E+25	5.15476
1100	2.33677 E-08	2.34435 E-08	0.32438	2.95104 E+25	3.10280 E+25	5.14259
1120	2.33475 E-08	2.34237 E-08	0.32637	2.95498 E+25	3.10674 E+25	5.13574
1140	2.33276 E-08	2.34237 E-08	0.41196	2.95901 E+25	3.11068 E+25	5.12570
1160	2.33081 E-08	2.34041 E-08	0.41187	2.96311 E+25	3.11469 E+25	5.11557
1180	2.32890 E-08	2.33849 E-08	0.41178	2.96729 E+25	3.11878 E+25	5.10533
1200	2.32703 E-08	2.33366 E-08	0.28491	2.97155 E+25	3.12295 E+25	5.09498



Şekil 4.1. Si yarı iletkeni için Lorenz sayısının artan sıcaklığa bağlı olarak nümerik sonuçlarla kıyaslanması (Kırmızı değerler çalışmamızdan elde edilen sonuçlar, mavi değerler nümerik sonuçlar)

Wiedemann-Franz yasasından elde edilen Lorenz değeri, yaklaşık olarak $2.44 \times 10^{-8} \text{ W } \Omega \text{ K}^{-2}$ 'dir. Grafik incelendiğinde yaptığımız çalışma sonucunda yaklaşık olarak bu değerin elde edildiği görülebilir. Yine Wiedemann-Franz yasası incelendiğinde $\left(\frac{\kappa}{\sigma} = LT\right)$ Lorenz sayısı ile sıcaklık değerinin çarpım durumunda olduğu görülebilir. Matematiksel olarak iki parametrenin çarpım durumunda olması, bu parametrelerin ters orantılı olduğu anlamına gelmektedir. Şekil 4.1'de görüldüğü gibi

artan sıcaklık değeri ile birlikte Lorenz sayısının değeri azalmaktadır. Bu durum da, işlemlerimizin doğru şekilde yapıldığını göstermektedir.



Şekil 4.2. Si konsantrasyonunun artan sıcaklığa bağlı olarak nümerik sonuçlarla kıyaslanması (Kırmızı değerler çalışmamızdan elde edilen sonuçlar, mavi değerler nümerik sonuçlar)

Eşitlik 2.3. örneğinde olduğu gibi, elektron konsantrasyonunun sıcaklığın üstel değeri ile doğru orantılı olarak değiştiği görülebilir. Bu durumda, Şekil 4.2 incelendiğinde konsantrasyon değerinin artan sıcaklık değeri ile birlikte arttığı görülebilir. Nitekim yarı iletkenlerde artan sıcaklık ile birlikte elektron ve deşik konsantrasyonunun arttığından çalışmamızın önceki bölümlerinde bahsetmiştik. Şekil 4.2 ile bahsi geçen durumun grafiksel olarak gösterimi yapılmaktadır.

4.2. Ge Yarı İletkeninin Lorenz Sayısının ve Konsantrasyonunun Tüm Sıcaklık Aralıklarındaki Hesaplama Sonuçları

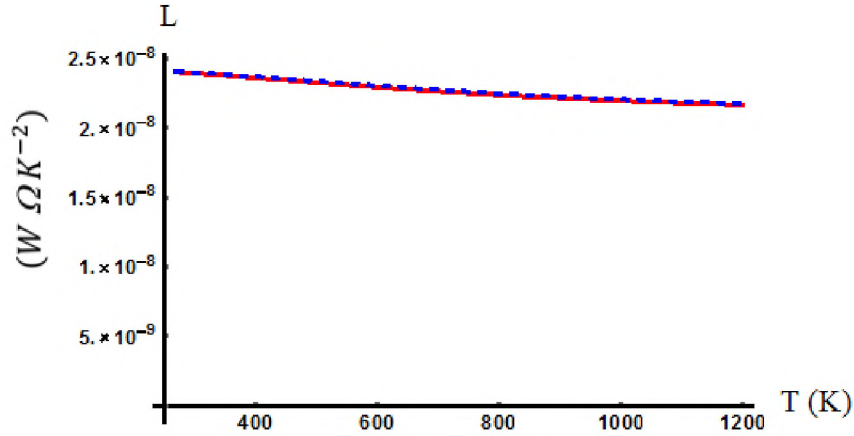
Termomanyetik özelliklerin görülebilmesi amacıyla Ge yarı iletkeni için, Lorenz sayısı ve konsantrasyon değerleri, elde edilen yeni analitik yaklaşım kullanılarak çözümlenmiş ve elde edilen bu değerler Mathematica nümerik yöntem sonuçları ile karşılaştırmalı olarak aşağıdaki çizelgede verilmiştir. Bu çalışma literatürde ilk defa sıcaklığın tüm aralıkları için geçerlidir.

Çizelge 4.2. Ge yarı iletkeninin Lorenz sayısının ve konsantrasyonunun artan sıcaklığa bağlı olarak nümerik sonuçlarla kıyaslanması

T (K)	Lorenz Sayısının Değişimi			Konsantrasyonun Değişimi		
	Matemática Nümerik Sonuçları ($W\Omega K^{-2}$)	Çalışmamızdan Elde Edilen Sonuçlar ($W\Omega K^{-2}$)	% Bağlı Hata	Matemática Nümerik Sonuçları (cm^{-3})	Çalışmamızdan Elde Edilen Sonuçlar (cm^{-3})	% Bağlı Hata
200	2.42243 E-08	2.41995 E-08	0.10238	5.97719 E+24	6.24717 E+24	4.51684
220	2.41828 E-08	2.41532 E-08	0.12240	5.99019 E+24	6.25999 E+24	4.50403
240	2.41379 E-08	2.41034 E-08	0.14293	6.00444 E+24	6.27402 E+24	4.48968
260	2.40900 E-08	2.40502 E-08	0.16521	6.01993 E+24	6.28928 E+24	4.47430
280	2.43920 E-08	2.39941 E-08	1.63127	6.03666 E+24	6.30577 E+24	4.45793
300	2.39856 E-08	2.39352 E-08	0.21013	6.05464 E+24	6.32347 E+24	4.44007
320	2.39301 E-08	2.38740 E-08	0.23443	6.07385 E+24	6.34240 E+24	4.42141
340	2.38722 E-08	2.38107 E-08	0.25762	6.09431 E+24	6.36255 E+24	4.40148
360	2.38125 E-08	2.37456 E-08	0.28094	6.11601 E+24	6.38393 E+24	4.38063
380	2.37512 E-08	2.36791 E-08	0.30356	6.13895 E+24	6.40653 E+24	4.35873
400	2.36887 E-08	2.36116 E-08	0.32547	6.16314 E+24	6.43036 E+24	4.33578
420	2.36252 E-08	2.35433 E-08	0.34666	6.18857 E+24	6.45541 E+24	4.31182
440	2.35609 E-08	2.34745 E-08	0.36671	6.21526 E+24	6.48169 E+24	4.28671
460	2.34961 E-08	2.34055 E-08	0.38560	6.24318 E+24	6.50920 E+24	4.26097
480	2.34311 E-08	2.33366 E-08	0.40331	6.27236 E+24	6.53794 E+24	4.23413
500	2.33661 E-08	2.32680 E-08	0.41984	6.30279 E+24	6.56791 E+24	4.20639
520	2.33013 E-08	2.32000 E-08	0.43474	6.33446 E+24	6.59911 E+24	4.17794
540	2.32368 E-08	2.31326 E-08	0.44843	6.36739 E+24	6.63155 E+24	4.14864
560	2.31729 E-08	2.30662 E-08	0.46045	6.40157 E+24	6.66521 E+24	4.11836
580	2.31097 E-08	2.30007 E-08	0.47166	6.64399 E+24	6.70011 E+24	0.84467
600	2.30474 E-08	2.29364 E-08	0.48162	6.47367 E+24	6.73623 E+24	4.05581
620	2.29859 E-08	2.28733 E-08	0.48987	6.51160 E+24	6.77359 E+24	4.02344
640	2.29255 E-08	2.28116 E-08	0.49683	6.55078 E+24	6.81219 E+24	3.99052
660	2.28662 E-08	2.27513 E-08	0.50249	6.59121 E+24	6.85201 E+24	3.95678

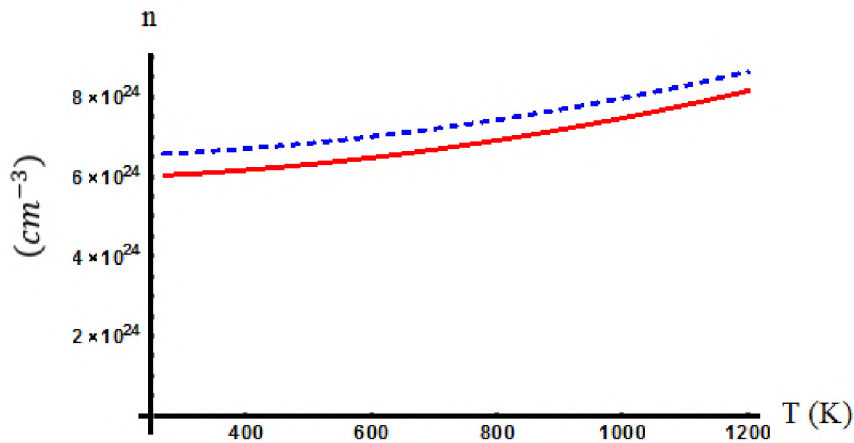
Çizelge 4.2. (Devam) Ge yarı iletkeninin Lorenz sayısının ve konsantrasyonunun artan sıcaklığa bağlı olarak nümerik sonuçlarla kıyaslanması

680	2.28081 E-08	2.26924 E-08	0.50728	6.63289 E+24	6.89307 E+24	3.92257
700	2.27513 E-08	2.26350 E-08	0.51118	6.67581 E+24	6.93535 E+24	3.88777
720	2.26957 E-08	2.25791 E-08	0.51375	6.71999 E+24	6.97887 E+24	3.85239
740	2.26415 E-08	2.25248 E-08	0.51543	6.76541 E+24	7.02362 E+24	3.81662
760	2.25886 E-08	2.24721 E-08	0.51575	6.81208 E+24	7.06956 E+24	3.77976
780	2.25371 E-08	2.24209 E-08	0.51559	6.85999 E+24	7.11679 E+24	3.74345
800	2.24870 E-08	2.23712 E-08	0.51496	6.90914 E+24	7.16522 E+24	3.70639
820	2.24382 E-08	2.23231 E-08	0.51296	6.95953 E+24	7.21487 E+24	3.66893
840	2.23909 E-08	2.22765 E-08	0.51092	7.01117 E+24	7.26574 E+24	3.63092
860	2.23449 E-08	2.22314 E-08	0.50795	7.06404 E+24	7.31784 E+24	3.59284
880	2.23003 E-08	2.21878 E-08	0.50448	7.11815 E+24	7.37116 E+24	3.55443
900	2.22570 E-08	2.21456 E-08	0.50052	7.17349 E+24	7.42569 E+24	3.51572
920	2.22150 E-08	2.21049 E-08	0.49561	7.23007 E+24	7.48144 E+24	3.47673
940	2.21744 E-08	2.20655 E-08	0.49111	7.28787 E+24	7.53841 E+24	3.43777
960	2.21350 E-08	2.20276 E-08	0.48520	7.34691 E+24	7.59659 E+24	3.39844
980	2.20969 E-08	2.19909 E-08	0.47971	7.40718 E+24	7.65598 E+24	3.35890
1000	2.20600 E-08	2.19556 E-08	0.47325	7.46867 E+24	7.71659 E+24	3.31947
1020	2.20244 E-08	2.19214 E-08	0.46766	7.53138 E+24	7.77840 E+24	3.27988
1040	2.19899 E-08	2.18886 E-08	0.46067	7.59532 E+24	7.84142 E+24	3.24015
1060	2.19565 E-08	2.18569 E-08	0.45362	7.66048 E+24	7.90564 E+24	3.20032
1080	2.19243 E-08	2.18263 E-08	0.44699	7.72686 E+24	7.97107 E+24	3.16053
1100	2.18932 E-08	2.17969 E-08	0.43986	7.79446 E+24	8.03770 E+24	3.12068
1120	2.18631 E-08	2.17686 E-08	0.43224	7.86328 E+24	8.10554 E+24	3.08090
1140	2.18341 E-08	2.17413 E-08	0.42502	7.93331 E+24	8.17457 E+24	3.04110
1160	2.18061 E-08	2.17151 E-08	0.41731	8.00455 E+24	8.24480 E+24	3.00142
1180	2.17790 E-08	2.16898 E-08	0.40957	8.07701 E+24	8.31623 E+24	2.96174
1200	2.17529 E-08	2.16655 E-08	0.40179	8.15069 E+24	8.38854 E+24	2.92201



Şekil 4.3. Ge yarı iletkeni için Lorenz sayısının artan sıcaklığa bağlı olarak nümerik sonuçlarla kıyaslanması (Kırmızı değerler çalışmamızdan elde edilen sonuçlar, mavi değerler nümerik sonuçlar)

Ge yarı iletkeni bünyesinde daha fazla serbest taşıyıcı barındırdığı için, silisyum yarı iletkeni ile karşılaştırıldığında, daha iyi elektriksel iletkenliğe sahip olduğu söylenebilir. Wiedemann-Franz yasasında elektriksel iletkenliğin Lorenz sayısı ile ters orantılı olarak değiştiği görülmektedir. Dolayısı ile bu eşitlikte sıcaklık değeri ve elektriksel iletkenlik değeri artarken, Lorenz sayısının Si yarı iletkenindeki değişimine göre daha fazla azalma göstermesi beklenmelidir. Si ve Ge için elde edilen grafikler incelendiğinde, bu durum açıkça görülmektedir. Ge yarı iletkeni için Lorenz sayısının değişimi daha fazla olmaktadır.



Şekil 4.4. Ge konsantrasyonunun artan sıcaklığa bağlı olarak nümerik sonuçlarla kıyaslanması (Kırmızı değerler çalışmamızdan elde edilen sonuçlar, mavi değerler nümerik sonuçlar)

Ge yarı iletkeni, Si yarı iletkenine göre daha fazla serbest taşıyıcı barındırdığı için, artan sıcaklık değeri ile birlikte, konsantrasyon değerinin, Si yarı iletkenine göre daha fazla olması beklenmektedir. Şekil 4.4 bu durumu özetlemektedir.

4.3. GaAs-Ge Yarı İletkeninin Lorenz Sayısının ve Konsantrasyonunun Tüm Sıcaklık Aralıklarındaki Hesaplama Sonuçları

Termomanyetik özelliklerin görülebilmesi amacıyla GaAs-Ge yarı iletkeni için, Lorenz sayısı ve konsantrasyon değerleri, elde edilen yeni analitik yaklaşım kullanılarak çözümlenmiş ve elde edilen bu değerler Mathematica nümerik yöntem sonuçları ile karşılaştırmalı olarak aşağıdaki çizelgede verilmiştir. Bu çalışma literatürde ilk defa sıcaklığın tüm aralıkları için geçerlidir.

Çizelge 4.3. GaAs-Ge yarı iletkeninin Lorenz sayısının ve konsantrasyonunun artan sıcaklığa bağlı olarak nümerik sonuçlarla kıyaslanması

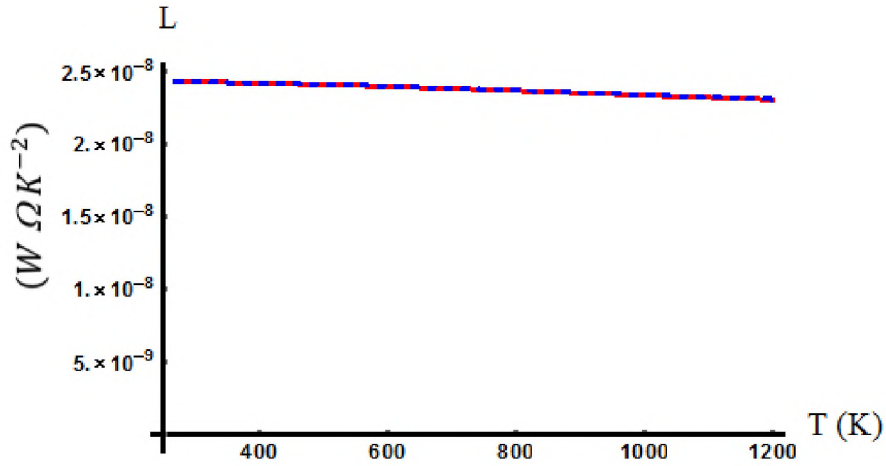
T (K)	Lorenz Sayısının Değişimi			Konsantrasyonun Değişimi		
	Matematica Nümerik Sonuçları ($W\Omega K^{-2}$)	Çalışmamızdan Elde Edilen Sonuçlar ($W\Omega K^{-2}$)	% Bağıl Hata	Matematica Nümerik Sonuçları (cm^{-3})	Çalışmamızdan Elde Edilen Sonuçlar (cm^{-3})	% Bağıl Hata
200	2.43792 E-08	2.43807 E-08	0.00615	7.68854 E+24	7.68981 E+24	0.01652
220	2.43686 E-08	2.43704 E-08	0.00739	7.51904 E+24	7.69333 E+24	2.31798
240	2.43570 E-08	2.43592 E-08	0.00903	7.52292 E+24	7.69718 E+24	2.31639
260	2.43445 E-08	2.43470 E-08	0.01027	7.52714 E+24	7.70136 E+24	2.31456
280	2.44310 E-08	2.43340 E-08	0.39704	7.53169 E+24	7.70588 E+24	2.31276
300	2.43166 E-08	2.43200 E-08	0.01398	7.53658 E+24	7.71073 E+24	2.31073
320	2.43013 E-08	2.43051 E-08	0.01564	7.54181 E+24	7.71592 E+24	2.30860
340	2.42850 E-08	2.42893 E-08	0.01771	7.54737 E+24	7.72145 E+24	2.30650
360	2.42679 E-08	2.42727 E-08	0.01978	7.55328 E+24	7.72730 E+24	2.30390
380	2.42498 E-08	2.42551 E-08	0.02186	7.55952 E+24	7.73350 E+24	2.30147
400	2.42310 E-08	2.42368 E-08	0.02394	7.56610 E+24	7.74003 E+24	2.29881
420	2.42112 E-08	2.42176 E-08	0.02643	7.57301 E+24	7.74689 E+24	2.29605
440	2.41907 E-08	2.41977 E-08	0.02894	7.58027 E+24	7.75409 E+24	2.29306

Çizelge 4.3. (Devam) GaAs-Ge yarı iletkeninin Lorenz sayısının ve konsantrasyonunun artan sıcaklığa bağlı olarak nümerik sonuçlarla kıyaslanması

460	2.41694 E-08	2.41769 E-08	0.03103	7.58786 E+24	7.76162 E+24	2.28997
480	2.41472 E-08	2.41554 E-08	0.03396	7.59579 E+24	7.76949 E+24	2.28679
500	2.41244 E-08	2.41332 E-08	0.03648	7.60405 E+24	7.77769 E+24	2.28352
520	2.41008 E-08	2.41102 E-08	0.03900	7.61266 E+24	7.78623 E+24	2.28002
540	2.40765 E-08	2.40865 E-08	0.04153	7.62160 E+24	7.79511 E+24	2.27656
560	2.40515 E-08	2.40622 E-08	0.04449	7.63088 E+24	7.80431 E+24	2.27274
580	2.40258 E-08	2.40372 E-08	0.04745	7.64050 E+24	7.81386 E+24	2.26896
600	2.39996 E-08	2.40116 E-08	0.05000	7.65046 E+24	7.82374 E+24	2.26496
620	2.39727 E-08	2.39855 E-08	0.05339	7.66075 E+24	7.83395 E+24	2.26088
640	2.39453 E-08	2.39588 E-08	0.05638	7.67138 E+24	7.84450 E+24	2.25670
660	2.39174 E-08	2.39315 E-08	0.05895	7.68235 E+24	7.85539 E+24	2.25244
680	2.38890 E-08	2.39038 E-08	0.06195	7.69366 E+24	7.86661 E+24	2.24795
700	2.38601 E-08	2.38755 E-08	0.06454	7.70531 E+24	7.87817 E+24	2.24339
720	2.38308 E-08	2.38469 E-08	0.06756	7.71729 E+24	7.89006 E+24	2.23874
740	2.38011 E-08	2.38179 E-08	0.07058	7.72962 E+24	7.90229 E+24	2.23387
760	2.37710 E-08	2.37884 E-08	0.07320	7.74228 E+24	7.91486 E+24	2.22906
780	2.37406 E-08	2.37587 E-08	0.07624	7.75528 E+24	7.92776 E+24	2.22403
800	2.37099 E-08	2.37286 E-08	0.07887	7.76862 E+24	7.94100 E+24	2.21893
820	2.36789 E-08	2.36983 E-08	0.08193	7.78230 E+24	7.95457 E+24	2.21361
840	2.36477 E-08	2.36677 E-08	0.08457	7.79632 E+24	7.96848 E+24	2.20822
860	2.36163 E-08	2.36369 E-08	0.08723	7.81067 E+24	7.98273 E+24	2.20288
880	2.35848 E-08	2.36059 E-08	0.08946	7.82537 E+24	7.99731 E+24	2.19721
900	2.35531 E-08	2.35748 E-08	0.09213	7.84041 E+24	8.01223 E+24	2.19147
920	2.35213 E-08	2.35435 E-08	0.09438	7.85578 E+24	8.02749 E+24	2.18578
940	2.34894 E-08	2.35122 E-08	0.09707	7.87150 E+24	8.04308 E+24	2.17976
960	2.34574 E-08	2.34808 E-08	0.09976	7.88755 E+24	8.05901 E+24	2.17381
980	2.34255 E-08	2.34493 E-08	0.10160	7.90394 E+24	8.07528 E+24	2.16778

Çizelge 4.3. (Devam) GaAs-Ge yarı iletkeninin Lorenz sayısının ve konsantrasyonunun artan sıcaklığa bağlı olarak nümerik sonuçlarla kıyaslanması

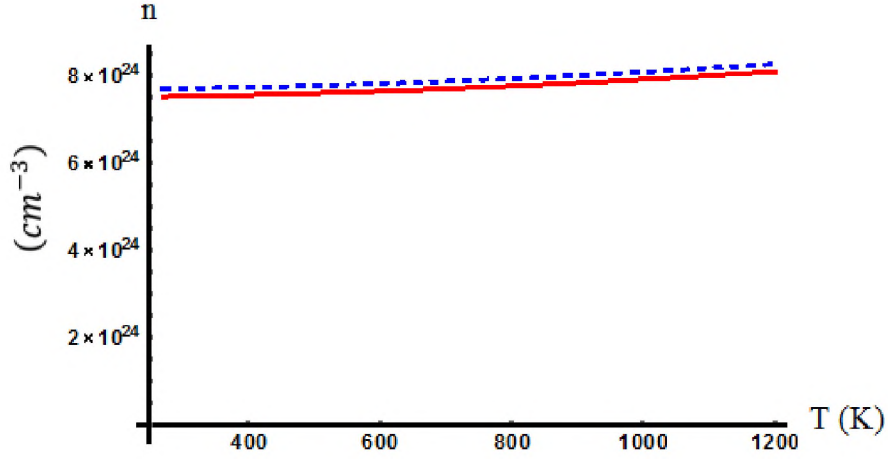
1000	2.33935 E-08	2.34178 E-08	0.10388	7.92068 E+24	8.09188 E+24	2.16143
1020	2.33616 E-08	2.33863 E-08	0.10573	7.93775 E+24	8.10882 E+24	2.15514
1040	2.33297 E-08	2.33549 E-08	0.10802	7.95517 E+24	8.12610 E+24	2.14867
1060	2.32978 E-08	2.33235 E-08	0.11031	7.97292 E+24	8.14372 E+24	2.14225
1080	2.32661 E-08	2.32922 E-08	0.11218	7.99101 E+24	8.16168 E+24	2.13578
1100	2.32345 E-08	2.32610 E-08	0.11405	8.00945 E+24	8.17997 E+24	2.12899
1120	2.32030 E-08	2.32298 E-08	0.11550	8.02822 E+24	8.19860 E+24	2.12226
1140	2.31717 E-08	2.31989 E-08	0.11738	8.04734 E+24	8.21757 E+24	2.11536
1160	2.31405 E-08	2.31680 E-08	0.11884	8.06680 E+24	8.23687 E+24	2.10827
1180	2.31096 E-08	2.31374 E-08	0.12030	8.08659 E+24	8.25651 E+24	2.10126
1200	2.30788 E-08	2.31069 E-08	0.12176	8.10673 E+24	8.27650 E+24	2.09419



Şekil 4.5. GaAs-Ge yarı iletkeni için Lorenz sayısının artan sıcaklığa bağlı olarak nümerik sonuçlarla kıyaslanması (Kırmızı değerler çalışmamızdan elde edilen sonuçlar, mavi değerler nümerik sonuçlar)

Bilindiği gibi yarı iletkenlerde katkılandırma işlemi, yarı iletkenin elektriksel iletkenliğinin artırılması amacıyla yapılmaktadır. GaAs gibi bir yarı iletken bileşiğine Ge yarı iletkeninin eklenmesiyle, bileşiğin elektiksel iletkenliği artırılmıştır. Artan elektriksel iletkenlik değeri ve artan sıcaklık değerine bağlı olarak Lorenz sayısındaki

değişimin örneğin Ge yarı iletkenine göre daha az olması, artan termal iletkenlik değeri ile açıklanabilir.



Şekil 4.6. GaAs-Ge konsantrasyonunun artan sıcaklığa bağlı olarak nümerik sonuçlarla kıyaslanması (Kırmızı değerler çalışmamızdan elde edilen sonuçlar, mavi değerler nümerik sonuçlar)

Yukarıda Si, Ge ve GaAs-Ge yarı iletkenleri için kıyaslaması yapılan konsantrasyon değerleri incelendiğinde, GaAs-Ge amfoterik katkılama, taşıyıcı konsantrasyon değerinin arttığı görülebilir. Taşıyıcı konsantrasyonunun artması saf ve katkılı yarı iletkenlerde elektriksel iletkenliğin ve termal iletkenliğin değişmesine sebep olmaktadır. Bunun yanında yarı iletkenlerde, bu parametrelerin sadece elektron konsantrasyonuna bağlı olmayıp, deşik konsantrasyonuna da bağlı olduğu unutulmamalıdır.

4.4. Konsantrasyonun Yarı-Ampirik ve Ampirik Yöntemler ile Kıyaslanması

Önceki bölümlerden görüldüğü gibi, bu çalışmanın konusu olan yarı iletkenlerin termomanyetik özelliklerinden biri olan taşıyıcı konsantrasyonunun, geniş sıcaklık aralıkları için nümerik yöntemlerle kıyaslanması yapılmıştır. Ayrıca yapılan çalışmanın etkinliğini göstermek için literatürden bulunan ampirik ve yarı-ampirik çalışmalarda elde edilen konsantrasyon değerleri ile analitik yaklaşımdan elde edilen konsantrasyon değerleri, ilk defa incelenen farklı yarı iletkenler için karşılaştırmalı olarak aşağıdaki gibi verilmiştir.

Çizelge 4.4. Si yarı iletkeni için taşıyıcı konsantrasyonunun sıcaklığa bağlı olarak yarı ampirik sonuçlarla kıyaslanması (Yarı-ampirik yaklaşımda $n = 6.2 \times 10^{21} T^{3/2}$) (Shur, 1990)

T (K)	n (cm ⁻³)		
	Shur (1990)	Çalışmamızdan Elde Edilen Sonuçlar	% Bağlı Hata
150	1.139 E+25	1.202 E+25	5.531
100	6.2 E+24	6.024 E+24	2.839
80	4.436 E+24	4.112 E+24	7.304
50	2.192 E+24	2.414 E+24	10.128
40	1.568 E+24	1.748 E+24	11.480

Çizelge 4.5. Ge yarı iletkeni için taşıyıcı konsantrasyonunun sıcaklığa bağlı olarak yarı ampirik sonuçlarla kıyaslanması (Yarı-ampirik yaklaşımda $n = 1.98 \times 10^{21} T^{3/2}$) (Shur, 1990)

T(K)	n (cm ⁻³)		
	Shur (1990)	Çalışmamızdan Elde Edilen Sonuçlar	% Bağlı Hata
150	1.763 E+24	1.631 E+24	7.487
100	9.6 E+23	9.031 E+23	5.927
80	6.869 E+23	6.124 E+23	10.846
50	3.394 E+23	3.245 E+23	4.390
40	2.428 E+23	2.126 E+23	12.438

Çizelge 4.6. InAs yarı iletkeni için taşıyıcı konsantrasyonunun sıcaklığa bağlı olarak ampirik sonuçlarla kıyaslanması (Ampirik yaklaşım (Fang ve ark., 1990))

T (K)	n (cm ⁻³)		
	Fang ve ark. (1990)	Çalışmamızdan Elde Edilen Sonuçlar	% Bağlı Hata
150	2.233 E+24	2.414 E+24	8.106
100	1.27 E+24	1.324 E+24	4.252
80	9.087 E+23	8.897 E+23	2.091
50	4.490 E+23	4.293 E+23	4.388
40	3.213 E+23	2.977 E+23	7.345

Çizelge 4.7. GaAs yarı iletkeni için taşıyıcı konsantrasyonunun sıcaklığa bağlı olarak yarı ampirik sonuçlarla kıyaslanması (Yarı- ampirik yaklaşımda $n = 1.83 \times 10^{21} T^{3/2}$) ((Shur, 1990)

T (K)	n (cm ⁻³)		% Bağlı Hata
	Shur (1990)	Çalışmamızdan Elde Edilen Sonuçlar	
150	3.361 E+24	2.981 E+24	11.306
100	1.84 E+24	1.162 E+24	36.848
80	1.309 E+24	0.958 E+24	26.814
50	6.47 E+23	5.651 E+23	12.658
40	4.629 E+23	3.487 E+23	24.671

Ampirik (deneysel) veya yarı ampirik (deneysel ve yaklaşım) sonuçlar ile analitik sonuçlar arasındaki fark, fiziksel deney koşullarının sınırlı olması ve sayısal hata ihtimalinin yüksek olması sebebi ile, nümerik sonuçlar ve analitik sonuçlar arasındaki farktan daha fazladır. Si, Ge, InAs, ve GaAs yarı iletkenleri için ampirik ve yarı

ampirik yöntem kullanılarak elde edilen konsantrasyon değerleri, nümerik sonuçlar ve çalışmamızda elde edilen analitik sonuçlar ile uyum içerisinde.

4.5. InAs Yarı İletkeni için Hall katsayısının Ampirik Yöntemler ile Kıyaslanması

Bilindiği gibi, manyetik alana maruz bırakılan ve üzerinden akım geçen bir iletken, iletken boyunca gerilim oluşması olayına Hall etkisi denilmektedir. Hall katsayısı malzemenin karakteristik bir özelliğidir ve yarı iletkenlerde taşıyıcının tipine ve sayısına bağlıdır. Hall katsayısının iletken ve yarı iletken malzemeler için belirlenmesi oldukça önemlidir. Zayıf manyetik alanda Hall katsayısı için elde edilen ifade

$$R_H = -\frac{A_1}{nec}$$

şeklindedir. Burada $A_1 = I_{3/2,0}^0 I_{2r+1/2,4}^0 (I_{r+1,2}^0)^{-2}$ olup iki parametrelili Fermi

fonksiyonları ile ifade edilmektedir. Burada, n konsantrasyon, e elektron yükü, c ise ışık hızıdır. Güçlü manyetik alanda Hall katsayısı akım taşıyıcılarının dağılım şekline

ve dejenerelik derecesinden bağımsız olduğu için, $R_H = -\frac{1}{nec}$ 'e indirgenir (Askarov,

1985). Aşağıda ifade edildiği gibi, yarı iletkenlerin termomanyetik özelliklerinden biri olan n konsantrasyonunun hesaplanması için önerilen analitik yaklaşım kullanılarak Hall katsayısının hesaplamaları yapılmıştır. Aşağıda çizelgeden de görüldüğü gibi, InAs yarı iletkeninin Hall katsayısı için ampirik yaklaşımlar kullanılarak elde edilmiş sonuçlar ile yaptığımız çalışmada elde edilen analitik yaklaşım sonuçları literatürle karşılaştırmalı olarak verilmiştir (Kesamanly ve ark., 1968).

Çizelge 4.8. InAs yarı iletkeninin Hall katsayısının sıcaklığa bağlı olarak ampirik sonuçlarla kıyaslanması (Kesamanly ve ark., 1968)

T (K)	Kesamanly ve ark. (1968)	Çalışmamızdan Elde Edilen Sonuçlar	% Bağlı Hata
400	1.0 E-06	1.06 E-06	6.000
350	3.933 E-05	4.12 E-05	4.755
300	4.4 E-05	4.046 E-05	8.045
250	4.65 E-05	4.92 E-05	5.806
200	5.1 E-05	5.87 E-05	15.098

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Yarı iletkenlerin iletkenlik bandının geometrik yapısı (simetrik ve simetrik olmayan) ve elektron dağılımının küresel, parabolik ve parabolik olmayan durumları göz önüne alınarak, B.M. Askerov tarafından yarı iletkenlerin termoelektrik ve termomanyetik (zayıf ve güçlü manyetik alanda) özelliklerinin incelenmesi için kapsamlı bir teorik yaklaşım verilmiştir. Bu yaklaşımda ortaya çıkan iki parametrelili Fermi fonksiyonlarının analitik hesaplanmasındaki zorluk sebebi ile, yarı iletkenlerin bahsi geçen özelliklerinin hesaplanması günümüze kadar önemli bir problem olarak kalmıştır. Bu çalışmada ilk defa önerilen yaklaşım dikkate alınarak zayıf manyetik alanda Si, Ge, GaAs, GaAs-Ge ve InAs yarı iletkenlerinin termomanyetik özelliklerinden olan Lorenz sayısı, taşıyıcı konsantrasyonu ve Hall katsayısı analitik olarak hesaplanmıştır.

Yukarıda bahsettiğimiz gibi teorik bir yaklaşımla yarı iletkenlerin sahip olduğu özelliklerin incelenmesinde iki parametrelili Fermi fonksiyonlarının analitik olarak hesaplanması önemlidir. Bu çalışma sırasında Mamedov ve Çopuroğlu (2016) tarafından önerilen analitik yöntem kullanılmıştır. Kullanılan yöntem, yakınsak bir dizi şeklinde, analitik bir çözüm oluşturan Binom açılım teoremini temel alan yeni bir analitik yöntemdir. Çalışmamızda, bu yeni analitik yöntem kullanılarak ilk defa 200-1200 K gibi geniş bir sıcaklık aralığında, farklı saf ve katkılı yarı iletkenler için elektron saçılmasına ait ana mekanizmalar ortaya çıkarılmıştır. Bu yöntemle elde edilen bağıntıların Mathematica programı kullanılarak çözümlenmesi yapılmıştır.

Bilindiği gibi, termomanyetik etki, temelde yarı iletken üzerine etki eden termal etki ve manyetik alanın, yarı iletken üzerindeki toplam etkisinin incelenmesi esasına dayanmaktadır. Bu maksatla çalışmamız sırasında bir yarı iletkene etki eden termal etki ve manyetik alanın yarı iletkene ait olan temel parametreler üzerine ne gibi etkilerinin olduğu sayısal olarak tartışılmıştır. Bu etkiler düşük ve yüksek manyetik alan altında sayısal olarak daha önceden elde edilen bağıntılarda yerlerine yazılarak gerekli bağıntılar elde edilmiştir. Manyetik alanın zayıf olduğu durumda yarı iletkenin maruz kaldığı sıcaklık sonucu yarı iletkenin sahip olacağı termal iletkenlik bağıntısının temel değişkeni olan ve iki parametrelili Fermi fonksiyonu ile çözülebilen Lorenz sayısının ve taşıyıcı konsantrasyonunun artan sıcaklık ile değişimleri, Si, Ge gibi saf ve GaAs-Ge,

InAs gibi katkılı yarı iletkenler için incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar Çizelge (4.1), Çizelge (4.2) ve Çizelge (4.3)'de gösterilmiştir. Kullandığımız denklemler aracılığı ile elde ettiğimiz değerlerin, nümerik sonuçlarla karşılaştırmaları sonucu elde edilen grafikler de Şekil (4.1), (4.2), (4.3), (4.4), (4.5) ve Şekil (4.6)'da verilmiştir. Çizelge ve şekillerden de görüldüğü gibi önerilen yöntemden alınan sonuçlar nümerik hesaplama yöntemlerinden alınan değerlerle uyum içerisinde.

Ayrıca yaptığımız çalışmanın etkinliğini göstermek için nümerik yaklaşımların yanı sıra literatürden bulabildiğimiz Si, Ge, GaAs ve InAs yarı iletkenlerinin taşıyıcı konsantrasyonu için ampirik ve yarı-ampirik yöntemlerden elde edilmiş hesaplama sonuçları, bu çalışmada incelenen analitik yaklaşım sonuçları ile kıyaslanmış ve Çizelge (4.4), (4.5), (4.6) ve Çizelge (4.7) olarak çalışmamıza eklenmiştir. Çizelge 4.8' de ise InAs yarı iletkeni için, Hall katsayısının analitik yaklaşımla elde edilen değerleri ile ampirik yöntem ile elde edilen değerleri karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Nümerik sonuçlar ve çalışmamızda elde edilen analitik değerler birbirine yakın olmakla beraber, ampirik ve yarı-ampirik değerler ile analitik değerler arasında sayısal olarak daha fazla fark vardır. Bunun sebebi ampirik ve yarı-ampirik yöntemlerin deneye dayalı olması ve yaklaşık değerler kullanmasıdır.

Yarı iletkenlerin termomanyetik ve termoelektrik özelliklerinin belirlenmesi için literatürde yapılan çalışmalar çoğunlukla yarı-ampirik ve ampirik yöntemler kullanmaktadır. Bu durum yapılan çalışmaların sıcaklığın yalnızca belirli değerleri ile sınırlı kalmasına neden olmaktadır. Bu çalışmanın yeniliği ise, yarı iletkenlerde termomanyetik özelliklerin anlaşılabilmesi amacıyla analitik bir yaklaşımı temel alarak, farklı saf ve katkılı yarı iletkenler için sıcaklığın tüm aralığında geçerli olan çözümler içermesidir.

Ayrıca bu çalışmadan elde edilen sonuçlar makale olarak literatüre kazandırılmış olup, yarı iletkenlerin termomanyetik ve termofiziksel özelliklerinin belirlenmesinde ortaya çıkan bazı kısıtlamaları ortadan kaldırarak, bu alanda yeni çalışmalar yapılabileceğini göstermektedir.

6. KAYNAKLAR

- Ahlsvede, E., Weitz, P., Weis, J. ve Klitzing, K. V., 2001. Hall Potential Profiles in The Quantum Hall Regime Measured by a Scanning Force Microscope. *Physica B*, (298), 562.
- Akat, E., 2012. Katıhal Fiziği Temelleri. Papatya Yayıncılık Eğitim, 357, İstanbul.
- Aliev, S.A. ve Aliev F.F. 1985. J. Inorganic Materials. Izv. Akad. Nauk SSSR, vol. 21, (no. 11), 1869–1872.
- Anonim, 2016. Yarı iletkenler. Wikipedia, https://tr.wikipedia.org/wiki/Yar%C4%B1_iletken#Yar%C4%B1_%C4%B0letk enler, (24.05.2020).
- Anonim, 2020. Termoelektrik etki. Wikipedia, https://en.wikipedia.org/wiki/Thermoelectric_effect#Seebeck_effect, (06.07.2020).
- Askerov, B.M. ve Gashimzade F.M., 1967. Determination of Parameters of Degenerate Semiconductors. *Phys. Stat. Sol.*, 21, K155-K158.
- Askerov, B.M., 1970. Kinetic Effects in Semiconductors. *Science*, 234- 235, Russia.
- Askerov, B.M., 1985. Electron Transport in Semiconductor. World Scientific, 394, Singapore.
- Bulun, G., 2010. 3d-Geçiş Metali Ni katkılı $Zn_{1-x}Ni_xO$ ve 4f-Lantanit Gd katkılı $Zn_{1-x}Gd_xO$ Bileşiklerinin Yapısal ve Manyetik Özellikleri. (Doktora Tezi), Çukurova Üniversitesi., Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana.
- Brennan, K.F., 1999. The Physics of Semiconductors. Cambridge University Press, 608-672, England.
- Cafer, T., 2000. Katıhal Elektronik. Yıldız Teknik Üniversitesi Basım-Yayım Merkezi, 234, İstanbul.
- Caferov, T., 1998. Yarı İletken Fiziği-1. Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi, Birinci Baskı, 226, İstanbul.
- Campbell, L.L., 1923. Galvanomagnetic and Thermomagnetic Effects. Longmans, Green Publication, 311, New York.
- Çengel, Y. A. ve Boles, M.A., 1996. Mühendislik Yaklaşımıyla Termodinamik. Literatür Yayıncılık, 442, İstanbul.
- Çolak, H., 2010. Değişik Metal Katkılı II-IV Tipi Yarı İletkenlerin Sentezlenmesi, Karakterizasyonu ve Elektriksel İletkenliklerinin Ölçülmesi. (Doktora Tezi), Erciyes Üniversitesi., Fen Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.
- Çopuroğlu, E., Askeroğlu, İ., ve Aslan A., 2020. Analytical Calculation Of Temperature Dependence Of The Lorenz Number In Semiconductors. *Journal Of Science And Art*, 50(1), 197-202.
- Delves, R. T., 1965. Thermomagnetic Effects in Semiconductors and Semimetals. *Reports Prog. Phys.*, vol. 28, (no. 1), 249–289.
- Dieter, K.S., 1999. Semiconductor Material and Device Characterization. Wiley Interscience Publication, 598, New York.
- Dikici, M., 1993. Katıhal Fiziğine Giriş. Ondokuz Mayıs Üniversitesi Yayınları, 275, Samsun.
- Dolgoplov, V.T., Shashkin, A.A., Dorozhkin, S.I. ve Vyrolov, E.A., 1985. Energy Relaxation Time in a 2-Dimensional Electron Gas at a (001) Surface of Silicon. *Soviet Phys. JETP*, vol. 62, (no.6), 1219-1224.
- Döşkaya, H.E., 2010. Güneş Enerjisi ve Atık Isı Kullanılarak Termoelektrik Modül İle

- Deneysel Elektrik Üretimi. (Y.Lisans Tezi), Mustafa Kemal Üniversitesi., Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği A.B.D., Hatay.
- Drude, P., 1900. Free Electron Theory of Metals. Ann. Physic, 566, Germany.
- Fang, Z. M., Ma, K. Y., Jaw, D. H., Cohen, R. M. ve Stringfellow, G. B., 1990. Photoluminescence of InSb, InAs, and InAsSb Grown by Organometallic Vapor Phase Epitaxy. Journal of Applied Physics, 67(11), 7034-7039.
- Gerlach, W., 1928. Galvanomagnetic and Thermomagnetic Effect in Metals. Springer Handbook of Physics, vol. 13, 228, Berlin.
- Gradshteyn, I. S. ve Ryzhik, I. M., 1980. Tables of Integrals, Sums, Series and Products, 4th ed., Academic Press, 74-78, New York.
- Gryazanov, O.S., 1971. Tables For the Calculation of Kinetic Coefficients in Semiconductor. Springer Publishing House Berlin Heidelberg, 280, Leningrad.
- Hering, E., Martin, R. ve Stohrer, M., 2012. Physics for Engineers. Springer Publishing House, 24, Germany.
- Kane, P. F. ve Larrabee, G., 1970. Characterization of Semiconductor Materials, Mc Graw-Hill Book Company, 336, New York.
- Kesamanly, F. P., Lagunova, T. S., Nasledov, D. N., Nikolaeva, L. A. ve Pivovarov, M. N., 1968. Electrical Properties of p-type Crystals of Indium Arsenide (p-type InAs Single Crystals Electric Properties from 2 to 300 Degrees K Reveal Features Explainable by Two Band Conductivity Model). Physics and Technology of Semiconductors, (2), 56-63, Russia.
- Kittel, C., 1996. Katılmal Fiziğine Giriş. Çev: Karaoğlu, B., Güven Kitap Yayın Dağıtım, 433, İstanbul.
- Lloyd, M.G., 1901. The Thermomagnetic and Galvanomagnetic Effect in Tellurium, Amer. Jour. Sci., 4 (12), 57-63.
- Lorenz, L., 1881. Theory of Lorenz Ratio of Metals and Alloys, Ann. Physik., (13), 422.
- Lorenz, L., 1904. Low Temperature Physics-1. Proc. Acad. Sci., 7, (438), 585-684.
- Lubianiker, Y. ve Balberg, I., 1997. Observation of a Meyer-Neldel Rule for Hopping Conductivity. Phys. Stat.Sol.(b), 205, 119-124.
- Mamedov, B.A. ve Guseinov, I., 2010. Unified Treatment for Accurate and Fast Evaluation of the Fermi–Dirac Functions. Chinese Physics B, 19 (5), 50501.
- Mamedov, B.A. ve Çopuroğlu E., 2016. Unified Analytical Treatments of the Two Parameter Fermi Functions Using Binomial Expansion Theorem and Incomplete Gamma Functions. Solid State Communications, 245, 42-49.
- Mamur, H., 2013. Termoelektrik Jeneratörün Elektriksel, Termoelektriksel ve Isıl Parametrelerinin İncelenmesi İçin Bilgisayarlı Bir Veri Edinim Test Sisteminin Gerçekleştirilmesi. (Doktora Tezi), Gazi Üniversitesi., Bilişim Enstitüsü, Ankara.
- Nakamura, H., Ikeda, K. ve Yamaguchi, S., 1997. Transport Coefficients of InSb in a Strong Magnetic Field. 16th International Conference on Thermoelectrics, Dresden Germany.
- Nakamura, H., Ikeda, K. ve Yamaguchi, S., 1998. Physical Model of Nernst Element. 17th International Conference on Thermoelectrics, Dresden Germany.
- Neamen, D. A., 2003. Semiconductor Physics and Devices Basic Principles. The Mc Graw-Hill Companies, 566, New York A.B.D.
- Neamen, D. A., 2007. Yarı iletken Fiziğine Giriş. Aktif Yayınları, 322, İstanbul.
- Nolas, G.S., Sharp, J. ve Goldsmid, H.J., 2001. Thermoelectrics. Springer Publishing

- House Berlin Heidelberg, 292, Berlin Almany.
- Poklonsky, N.A., Vyrko, S.A. ve Mayfly, S.L., 2005. Statistical Physics of Semiconductors. KomKniga, 264, Bulgaria.
- Putley, E.H., 2002. Thermoelectric and Galvanomagnetic Effects in Lead Selenide and Telluride. *Proc. Phys. Soc. Sect. B*, vol. 68, (no. 1), 35–42.
- Ravich, Y.I., Efimova, V.A. ve Tamarchenko, V.I., 1971. Scattering of Current Carriers and Transport Phenomena in Lead Chalcogenides. *J. Phys. Stat. Sol.*, 43 (11), 453-486.
- Rowe D.M. ve Bhandari C.M., 1983. Modern Thermoelectrics. Holt-Technology, 168, London.
- Rzadkowski, G. ve Lepkowski, S., 2008. An Application to Numerical Computation of The Fermi-Dirac Integrals. *J. Sci. Comput*, (35), 63-74.
- Seeger, K., 2004. Semiconductor Physics. Publishing House Vienna, 514, Austria.
- Shah, J., 1986. Hot carriers in Quasi-2D Polar Semiconductors. *IEEE Journal Of Quantum Electronics*, QE-22, 1728-1743.
- Smith R. A., 1978. Semiconductors. Cambridge, University Press, 178, England.
- Steele, M. ve Babiskin, I., 1955. Quantum Theory of Galvanomagnetic Effect. *Phys. Rev.*, (98), 359.
- Streetman, B.G. ve Banerjee, S., (1955). Solid State Electronics Devices. Prentice Hall, 652, New Jersey A.B.D.
- Shur, M., 1990. Physics of Semiconductor Devices. Prentice Hall, 680, New Jersey A.B.D.
- Thurmond, C.D., 1975. The Standard Thermodynamic Functions for the Formation of Electron and Holes in Ge, Si, GaAs, and GaP. *Journal of the Electrochemical Society*, 1133-1414, New Jersey A.B.D.
- Tsidilkovsky, K. ve Bass F.G., 1956. Thermomagnetic and Thermoelectric Phenomena in Science and Technology. Elm Publishing House, 288, Baku.
- Uher, C. ve Goldsmid, H.J., 2002. A Comparison of Thermomagnetic Materials for Use at Room Temperature. *J. Phys. D. Appl. Phys.*, vol. 5, (no. 8), 1478–1488.
- Ure, R.W.J., 1963. Theory of Materials for Thermoelectric and Thermomagnetic Devices. *Proc. IEEE*, vol. 51, (no. 5). 47-48.
- Wold, O.E., 1916. The Galvanomagnetic and Thermomagnetic Effects in Electronic Conductors. *Phys. Rev.*, (7), 169.
- Van der Pauw, L.J., 1958. A Method of Measuring the Resistivity and Hall Coefficient on Lamellae of Arbitrary Shape. *Philips White Paper*, (20), 220-224.
- Zawadzki, W., Kowalczyk, R., ve Kolodziejczak, J., 1965. The Density of States Function for Small Gap Semiconductors Under the Influence of Magnetic Fields. *Phys. Stat. Sol.*, (10), 513.
- Ziman, J., 1962. Electrons and Phonons. Oxford University Press, 568, England.

7. ÖZGEÇMİŞ

ASLAN, Yozgat'ın Sorgun ilçesinde 1988 yılında dünyaya geldi. Lisans eğitimini Erciyes Üniversitesi Astronomi ve Uzay Bilimleri Bölümü ve aynı üniversitenin Matematik Bölümü'nde (Yan Dal) 2006-2010 yılları arasında tamamladı. 2010 yılında aynı üniversitenin Fen Bilimleri Enstitüsü, Astrofizik A.B.D.'nda yüksek lisans eğitimine başladı ve 2012 yılında yüksek lisans eğitimini tamamladı. Yüksek lisans eğitimi boyunca TÜBİTAK bursu aldı. 2014 yılında Gaziosmanpaşa Üniversitesi Fizik Bölümü Katı Hal Fiziği A.B.D.'nda doktora eğitimine başladı ve halen devam etmektedir. Doktora eğitimi boyunca TÜBİTAK bursu alan ve 2015 yılında Polis olan ASLAN, İngilizce bilmektedir ve evlidir.

Uluslararası bilimsel dergide yayınlanan makale:

- Çopuroğlu Ebru, Askeroğlu İskender, Aslan Alper, (2020). "Analytical Calculation Of Temperature Dependence Of The Lorenz Number In Semiconductors", Journal Of Science And Art, 50(1), 197-202. (Yayın No: 6171866)

Uluslararası bildiri kitabında basılan bildiri:

- İ. Askeroğlu, A. Aslan. << Yarı İletkenlerde Termomanyetik Etkinin İncelenmesi. >> Ejons Journal 5. Uluslararası Matematik, Mühendislik ve Fen ve Sağlık Bilimleri Kongresi, 2018:1