

**YAŞAM ÇÖZÜMLEMESİNDE KÜMELENMİŞ
BAŞARISIZLIK SÜRESİ**

**CLUSTERED FAILURE TIME DATA IN SURVIVAL
ANALYSIS**

SÜMEYYE KUTAY

PROF. DR. DURDU KARASOY

Tez Danışmanı

Hacettepe Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin
İstatistik Anabilim Dalı için Öngördüğü
YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak hazırlanmıştır.

2018

SÜMEYYE KUTAY' ın hazırladığı **"Yaşam Çözümlemesinde Kümelenmiş Başarısızlık Süresi"** adlı bu çalışma aşağıdaki jüri üyeleri tarafından **İSTATİSTİK ANABİLİM DALI'** nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

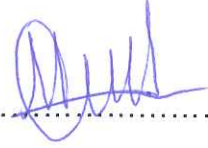
Prof. Dr. Mehtap AKÇİL OK
Başkan



Prof. Dr. Durdu KARASOY
Danışman



Prof. Dr. Meral ÇETİN
Üye



Doç. Dr. Nihal ATA TUTKUN
Üye



Doç. Dr. Nursel KOYUNCU
Üye



Bu tez Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tarafından **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak onaylanmıştır.

Prof. Dr. Menemşe GÜMÜŞDERELİOĞLU
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

YAYINLAMA VE FİKRİ MÜLKİYET HAKLARI BEYANI

Enstitü tarafından onaylanan lisansüstü tezimin/raporumun tamamını veya herhangi bir kısmını, basılı (kağıt) ve elektronik formatta arşivleme ve aşağıda verilen koşullarla kullanıma açma iznini Hacettepe üniversitesine verdiğimi bildiririm. Bu izinle Üniversiteye verilen kullanım hakları dışındaki tüm fikri mülkiyet haklarım bende kalacak, tezimin tamamının ya da bir bölümünün gelecekteki çalışmalarda (makale, kitap, lisans ve patent vb.) kullanım hakları bana ait olacaktır.

Tezin kendi orijinal çalışmam olduğunu, başkalarının haklarını ihlal etmediğimi ve tezimin tek yetkili sahibi olduğumu beyan ve taahhüt ederim. Tezimde yer alan telif hakkı bulunan ve sahiplerinden yazılı izin alınarak kullanması zorunlu metinlerin yazılı izin alarak kullandığımı ve istenildiğinde suretlerini Üniversiteye teslim etmeyi taahhüt ederim.

☐ **Tezimin/Raporumun tamamı dünya çapında erişime açılabilir ve bir kısmı veya tamamının fotokopisi alınabilir.**

(Bu seçenekle teziniz arama motorlarında indekslenebilecek, daha sonra tezinizin erişim statüsünün değiştirilmesini talep etseniz ve kütüphane bu talebinizi yerine getirirse bile, tezinin arama motorlarının önbelleklerinde kalmaya devam edebilecektir.)

☐ **Tezimin/Raporumun tarihine kadar erişime açılmasını ve fotokopi alınmasını (İç Kapak, Özet, İçindekiler ve Kaynakça hariç) istemiyorum.**

(Bu sürenin sonunda uzatma için başvuruda bulunmadığım taktirde, tezimin/raporumun tamamı her yerden erişime açılabilir, kaynak gösterilmek şartıyla bir kısmı veya tamamının fotokopisi alınabilir)

☒ **Tezimin/Raporumun 01.07.2019 tarihine kadar erişime açılmasını istemiyorum, ancak kaynak gösterilmek şartıyla bir kısmı veya tamamının fotokopisinin alınmasını onaylıyorum.**

☐ **Serbest Seçenek/Yazarın Seçimi**

05/06/2018


Sümeyye KUTAY

ETİK

Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada,

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

05/06/2018



SÜMEYYE KUTAY

ÖZET

YAŞAM ÇÖZÜMLEMESİNDE KÜMELENMİŞ BAŞARISIZLIK SÜRESİ

Sümeyye KUTAY

Yüksek Lisans, İstatistik Bölümü

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Durdu KARASOY

Haziran 2018, 61 sayfa

Yaşam çözümlemesi, tanımlanan herhangi bir olayın belirli bir başlangıç zamanından ortaya çıkmasına kadar geçen sürenin incelenmesinde kullanılan istatistiksel yöntemler topluluğudur. Olayın ortaya çıkmasına kadar geçen süre “başarısızlık süresi” ya da “yaşam süresi” olarak adlandırılır. Burada olay ölüm, hastalık, tekrarlama, tedaviye yanıt alma, bozulma gibi araştırmacının ilgilendiği herhangi bir durum olabilir.

Cox Regresyon modeli, yaşam çözümlemesinde en çok kullanılan modellerden biridir. İlk olarak 1972 yılında Cox tarafından ele alınan Cox regresyon modeli yarı parametrik bir yöntemdir ve orantılı tehlikeler modeli olarak da bilinir.

Kümelenmiş başarısızlık sürelerini içeren veriler, aynı küme içindeki birimlerin başarısızlık sürelerinin ilişkili olma eğilimi gösterdiği durumlarda ortaya çıkar. Bu tür veriler, biyomedikal ve epidemiyolojik araştırmalarda sıklıkla görülmektedir. Klasik istatistiksel yöntemlerde birimlerin birbirinden bağımsızlığı varsayılırken kümelenmiş veriler için birimler arası bağımlılık durumu ortaya çıkmaktadır. Yansız ve etkin bir tahmin yapabilmek için birimler arası korelasyonun göz önünde bulundurulması gerekmektedir.

Cox regresyon modeli, klasik kümelenmiş başarısızlık süresi için standart model olarak kabul edilir. Kümelenmiş başarısızlık süresinin analizinde son yıllarda popülerlik kazanan marjinal modeller ve koşullu modeller olmak üzere iki yöntem vardır.

Bu çalışmada, kümelenmiş başarısızlık süreleri olduğu durumda kullanılan çözümleme yöntemleri araştırılmıştır. Literatür taraması yapılarak kullanılan yöntemler ayrıntılı bir biçimde incelenmiş ve karşılaştırmalar yapılmıştır. Bu yöntemler, Demir Export A.Ş. tarafından Kangal Kömür İşletmesi'nde kullanılan iş makinelerine ait lastik verilerine uygulanmış ve elde edilen sonuçlar yorumlanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Kümelenmiş başarısızlık süresi, korelasyon, Cox regresyon modeli, orantılı tehlikeler modeli, marjinal modeller, koşullu modeller, zayıflık.

ABSTRACT

CLUSTERED FAILURE TIME DATA IN SURVIVAL ANALYSIS

Sümeyye KUTAY

Master of Science, Department of Statistics

Supervisor: Prof. Dr. Durdu KARASOY

June 2018, 61 pages

Survival analysis is a collection of statistical methods for analyzing data where the outcome variable is the time until the occurrence of an event of interest. The time is called "failure time" or "survival time". Here, the event of interest could be any case of researcher's interest, such as death, illness, repetition, response to treatment, deterioration.

Cox regression model is one of the most used models in survival analysis. The Cox regression model, first considered by Cox in 1972, is a semi-parametric method and is also known as a proportional hazards model.

Clustered failure time data occurs when failures of the units in the same cluster tend to be related. Such data are often encountered in biomedical and epidemiological studies. In classical statistical methods, units are assumed to be independent from each other. However, in some applications, data may also be correlated. In order to make an unbiased and effective prediction, it is necessary to take into account the correlation between the units.

The Cox regression model is known as the standard model for classical clustered failure time. In the analysis of the clustered failure time, there are two different approaches, marginal models and conditional models, which gained popularity in recent years.

In this study, the statistical techniques used for analyzing clustered failure times were investigated. The methods in the literature were examined in detail and made comparisons between the methods. An application was carried out by using the tire data of big trucks used by Demir Export A.Ş. and obtained results were interpreted.

Keywords: Clustered failure time data, correlation, Cox regression model, proportional hazards model, marginal models, conditional models, frailty.



TEŞEKKÜR

Tezimin oluşmasında bana en büyük desteği veren, çalışmalarımda bana yol gösteren ve teşvik eden, bilgisini, tecrübesini ve zamanını en iyi biçimde benimle paylaşan danışmanım Sayın Prof. Dr. Durdu Karasoy'a, sabırları ve destekleri için çalışma arkadaşlarıma ve aileme tüm samimiyetimle teşekkür ederim.

Yaptıkları önerileriyle tezime katkıda bulunan Sayın Prof. Dr. Mehtap Akçil Ok'a, Sayın Prof. Dr. Meral Çetin'e, Sayın Doç. Dr. Nihal Ata Tutkun'a ve Sayın Doç. Dr. Nursel Koyuncu'ya teşekkür ederim.



İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	i
ABSTRACT	iii
TEŞEKKÜR	v
İÇİNDEKİLER	vi
ÇİZELGELER	vii
ŞEKİLLER	x
KISALTMALAR	xi
1. GİRİŞ	1
2. KÜMELENMİŞ BAŞARISIZLIK SÜRESİ	3
3. KÜMELENMİŞ BAŞARISIZLIK SÜRESİ VERİLERİ İÇİN MODELLER	9
3.1. Marjinal Modeller	10
3.1.1. Marjinal Cox Orantılı Tehlikeler Modeli	10
3.1.2. Marjinal Parametrik Modeller	12
3.2. Koşullu Modeller	14
3.2.1. Koşullu Cox Orantılı Tehlikeler Modeli	15
3.2.2. Tabakalı Cox Orantılı Tehlikeler Modeli	15
3.2.3. Koşullu Parametrik Modeller	16
4. UYGULAMA	20
4.1. İş Makineleri Küme Olarak Alındığında Elde Edilen Sonuçlar	22
4.1.1. İş Makineleri Küme Olarak Alındığında Marjinal Model Sonuçları	22
4.1.2. İş Makineleri Küme Olarak Alındığında Koşullu Model Sonuçları	30
4.2. Lastikler Küme Olarak Alındığında Elde Edilen Sonuçlar	39
4.2.1. Lastikler Küme Olarak Alındığında Marjinal Model Sonuçları	39
4.2.2. Lastikler Küme Olarak Alındığında Koşullu Model Sonuçları	46
5. SONUÇLAR	54
KAYNAKLAR	57
ÖZGEÇMİŞ	61

ÇİZELGELER

Sayfa

Çizelge 4.1. Kullanılan değişkenler ve düzeyleri.....	22
Çizelge 4.2. İş makineleri küme olarak alındığında marjinal Cox orantılı tehlikeler modeli sonuçları	23
Çizelge 4.3. İş makineleri küme olarak alındığında marjinal Cox orantılı tehlikeler modeli için Schoenfeld artıkları ile yaşam süresinin rankı arasındaki korelasyon testi.....	24
Çizelge 4.4. İş makineleri küme olarak alındığında marjinal üstel HBS modeli sonuçları.....	26
Çizelge 4.5. İş makineleri küme olarak alındığında marjinal weibull HBS modeli sonuçları.....	27
Çizelge 4.6. İş makineleri küme olarak alındığında marjinal log-normal HBS modeli sonuçları	28
Çizelge 4.7. İş makineleri küme olarak alındığında marjinal log-lojistik HBS modeli sonuçları.....	29
Çizelge 4.8. İş makineleri küme olarak alındığında marjinal HBS modelleri için AIC ve BIC değerleri.....	29
Çizelge 4.10. İş makineleri küme olarak alındığında kümelenmiş verilerle Cox orantılı tehlikeler modeli sonuçları	31
Çizelge 4.11. İş makineleri küme olarak alındığında kümelenmiş verilerle Cox orantılı tehlikeler modeli için Schoenfeld artıkları ile yaşam süresinin rankı arasındaki korelasyon testi.....	32
Çizelge 4.12. İş makineleri küme olarak alındığında üstel HBS modeli sonuçları	33
Çizelge 4.13. İş makineleri küme olarak alındığında weibull HBS modeli sonuçları	34
Çizelge 4.14. İş makineleri küme olarak alındığında log-normal HBS modeli sonuçları.....	35

Çizelge 4.15. İş makineleri küme olarak alındığında log-lojistik HBS modeli sonuçları.....	36
Çizelge 4.16. İş makineleri küme olarak alındığında HBS modelleri için AIC ve BIC değerleri	36
Çizelge 4.17. İş makineleri küme olarak alındığında gamma zayıflık terimi içeren weibull HBS modeli sonuçları.....	37
Çizelge 4.18. İş makineleri küme olarak alındığında ters-gauss zayıflık terimi içeren weibull HBS modeli sonuçları	38
Çizelge 4.19. İş makineleri küme olarak alındığında weibull HBS modeli için adımsal seçim yöntemi sonuçları	39
Çizelge 4.20. Lastikler küme olarak alındığında marjinal Cox orantılı tehlikeler modeli sonuçları	40
Çizelge 4.21. Lastikler küme olarak alındığında marjinal Cox orantılı tehlikeler modeli için Schoenfeld artıkları ile yaşam süresinin rankı arasındaki korelasyon testi.....	41
Çizelge 4.22. Lastikler küme olarak alındığında marjinal üstel HBS modeli sonuçları.....	42
Çizelge 4.23. Lastikler küme olarak alındığında marjinal weibull HBS modeli sonuçları.....	43
Çizelge 4.24. Lastikler küme olarak alındığında marjinal log-normal HBS modeli sonuçları.....	44
Çizelge 4.25. Lastikler küme olarak alındığında marjinal log-lojistik HBS modeli sonuçları.....	45
Çizelge 4.26. Lastikler küme olarak alındığında marjinal HBS modelleri için AIC ve BIC değerleri	45
Çizelge 4.27. Lastikler küme olarak alındığında marjinal weibull regresyon modeli için adımsal seçim yöntemi sonuçları	46
Çizelge 4.28. Lastikler küme olarak alındığında kümelenmiş verilerle Cox orantılı tehlikeler modeli sonuçları	47

Çizelge 4.29. Lastikler küme olarak alındığında kümelenmiş verilerle Cox orantılı tehlikeler modeli için Schoenfeld artıkları ile yaşam süresinin rankı arasındaki korelasyon testi	48
Çizelge 4.30. Lastikler küme olarak alındığında üstel HBS modeli sonuçları	49
Çizelge 4.31. Lastikler küme olarak alındığında weibull HBS modeli sonuçları ...	50
Çizelge 4.32. Lastikler küme olarak alındığında log-normal HBS modeli sonuçları	51
Çizelge 4.33. Lastikler küme olarak alındığında log-lojistik HBS modeli sonuçları	52
Çizelge 4.34. Lastikler küme olarak alındığında HBS modelleri için AIC ve BIC değerleri	52
Çizelge 4.35. Lastikler küme olarak alındığında weibull HBS modeli için adımsal seçim yöntemi sonuçları	53

ŞEKİLLER

Sayfa

Şekil 4.1. İş makineleri küme olarak alındığında marjinal Cox orantılı tehlikeler modeli için açıklayıcı değişkenlere ait elde edilen $\ln(-\ln)$ yaşam eğrileri..... 25



KISALTMALAR

AIC	Akaike Bilgi Kriteri
BIC	Bayesci Bilgi Kriteri
HBS	Hızlandırılmış Başarısızlık Süresi



1. GİRİŞ

Yaşam çözümlemesi, bir başlangıç zamanından iyi tanımlanmış bir olay gerçekleşene kadar geçen süreyi çözümlemek için kullanılan istatistiksel yöntemler topluluğudur [1, 2]. Başarısızlık süresi ya da yaşam süresi olarak adlandırılan bu zaman dilimi genellikle “T” ile ifade edilir. Burada T; bir bireyin ömrü, bir hastalığın başlangıç yaşı, bir hastalığın tedavisinden nüksetmesine kadar geçen süre, evlenmeden boşanmaya kadar geçen süre ya da ilk ve ikinci intihar olayları arasında geçen süre olabilir [2].

Yaşam çözümlemesinde bazı birimlerin başarısızlık süreleri gözlemlenemeyebilir. Çeşitli nedenlerle tamamlanamayan bu tür başarısızlık süreleri durdurulmuş (censored) olarak ifade edilir. Durdurulmuş gözlemlerin olması, yaşam çözümlemesini diğer istatistiksel yöntemlerden ayıran temel özelliktir. En çok karşılaşılan durdurma, sağdan durdurmadır. İlgili birim rasgele bir durdurma süresine kadar gözlenmiş olur. Yani durdurmanın ilgilenilen olay süresinden önce gerçekleştiği varsayılır [3, 4, 5, 6, 7, 8].

Yaşam çözümlemesinde süreyi etkileyen faktörler regresyon modelleri ile incelenmektedir. Bu modeller, yarı parametrik ya da parametrik regresyon modelleridir [3, 4, 5, 6, 7, 8].

Yaşam çözümlemesinde yaşam sürelerinin dağılımı ve açıklayıcı değişkenlerin yaşam süresine etkileri ile ilgilenilir. Genetik yapı ya da ortak çevresel faktörler gibi bazı aynı ya da benzer özellikler nedeniyle veri kümelenmiş ya da ilişkili olabilir. Kümelenmiş veriler aynı zamanda aynı birime ait çoklu olayları içeren analizlerde de meydana gelebilir. Tekrarlı intihar girişimleri buna örnek olarak verilebilir [9].

Çok değişkenli başarısızlık süreli veriler; her birim birden fazla başarısızlığa sahip olduğunda (örneğin, ameliyattan sonra çoklu enfeksiyonlar) ve bazı doğal ya da yapay kümelenmelerin aynı kümenin birimleri arasında bağımlılığa neden olması durumunda ortaya çıkar. İlk durumdaki veriler, tekrarlı başarısızlık verilerini içeren çoklu başarısızlık verileri olarak adlandırılır; ikinci durumdaki veriler ise kümelenmiş veriler olarak ifade edilir [1].

Kümelenmiş veriler; oftalmolojik (göz ile ilgili) çalışmalar, kemirgen teratolojisi deneyleri, diş ile ilgili araştırmalar, aile temelli genetik çalışmalar ve halk sağlığı

alışmaları gibi pek çok uygulamada ortaya çıkar. Örneğin kümelenmiş başarısızlık süresi; aynı klinikteki hastalar için o hastalığın ortaya çıkma zamanı, iki kız kardeşe meme kanseri teşhisi konma yaşı ya da aynı hastanın iki gözündeki körlük süresi olabilir. Oftalmoloji çalışmalarında her birimin bir gözü tedaviye (rasgele birim=gz) veya her birimin çift gözleri aynı tedaviye (rasgele birim=hasta) rasgele seçilir. Yaş, beslenme ve genetik faktörler gibi birime özel karakteristiklerin ortak olması nedeniyle, aynı kişinin iki gözü de risk altındadır ve gözlerden elde edilen ölçümler ilişkilendirilmektedir [10].

Kümelenmiş verilerin analizinde, etki tahminleri korelasyonu düzeltmeden doğrudan verilerden elde edilebilir. Ancak bu tahminlerin standart hatalarının yanlış olması muhtemeldir. Bu durum, doğru olmayan test istatistiklerine ve güven aralıklarına yol açabilir. Örneğin, ift gözlerdeki korelasyon yok sayılırsa, aynı birimden çift gözler farklı tedavi grubunda olduğunda tedavi etkisinin standart hatası fazla tahmin edilirken; çift gözler aynı tedavi grubunda olduğunda ise daha küçük tahmin edilir. Bu nedenle, ortalamanın karşılaştırılması için tek yönlü t-testi veya birbiriyle ilişkili olmayan oranların karşılaştırılması için ki-kare testi gibi klasik istatistiksel yöntemler, aynı kümedeki gözlemlerin bağımsız olduğu varsayımına dayandığı için uygun olmayacaktır. Bu tür kümelenmiş verilerin istatistiksel analizinde korelasyonun dikkate alınması gerekir, aksi takdirde elde edilen sonuçlar geçerli olmayacaktır [10].

Kümelenmiş yaşam süresi çözümlemesinde yaygın olarak kullanılan iki yöntem vardır. Bu yöntemler marjinal modeller ve koşullu modellerdir [11].

Bu çalışmanın amacı, kümelenmiş başarısızlık süresi verilerini çözümlemede kullanılan yöntemleri incelemek ve gerçek veri üzerinde uygulama yapmaktır. Kümelenmiş başarısızlık süresi ile ilgili bilgiler ikinci bölümde verilmiştir. nc bölümde kümelenmiş başarısızlık sürelerinde kullanılan modeller incelenmiştir. Dördüncü bölümde ise iş makinelerinde kullanılan lastik verileri ile ilgili uygulama yapılmış ve elde edilen sonuçlar yorumlanmıştır.

2. KÜMELENMİŞ BAŞARISIZLIK SÜRESİ

İstatistiksel çözümleme tüm yaşam bilimlerinde deneysel verinin yorumlanmasında oldukça önemlidir. Derlenen verinin yapısı, kullanılacak en iyi istatistiksel yaklaşımın belirlenmesinde kritik bir rol oynamaktadır. Genellikle karşılaşılan veri tiplerinden biri kümelenmiş veridir. Kümelenmiş veriler, özel bir çalışma içinde bir dizi farklı grup veya kümeler olarak sınıflandırılabilen veriler olarak tanımlanabilir. Her bir küme, küme içinde iç içe ya da hiyerarşik bir yapıya sahip çoklu gözlemler içerir. Kümelenmiş verinin temel özelliği bir küme içindeki birimlerin diğer kümelerdeki birimlerden daha benzer olmasıdır. Aynı gruptaki birimler diğer gruplardaki birimlerden yapısal ve özellik olarak farklıdır [12].

Her birim birden fazla olay yaşayabilir ya da aynı kümedeki birimler arasında başarısızlık sürelerinin ilişkilendirileceği şekilde doğal ya da yapay kümelenme durumu olabilir [1, 13].

Kümelenmiş başarısızlık süresi verileri ile biyomedikal araştırmalarda sıkça karşılaşılmaktadır. Benzer genetik yapı, aynı çevresel faktörler, ortak tedavi kaynakları veri kümelenmesine neden olur. İkiz bireyler üzerinden yapılan çalışmalar, sağ ve sol gözün körlük süreleri, kız kardeşlerin meme kanseri tanı yaşları, aynı toplumdaki hastaların başarısızlık süreleri, benzer organlardaki başarısızlık süreleri kümelenmiş veriye örnek olarak gösterilebilir. Bu durumlarda doğru ve etkin bir tahmin için küme içi bağımlılık dikkate alınmalıdır [11].

Yaşam çözümlemesinde kümelenmiş verinin çok yaygın olduğu bir gerçektir. Kümelenmiş veriyle karşılaştığımız her durumda dikkat edilmesi gereken nokta; geleneksel istatistiksel çözümlemelerin yeterli olup olmadığı ya da kümelemeyi açıklayan belli bir yöntemin kullanılması gerektiğinin tartışılmasıdır [12].

Literatür incelendiğinde birçok makaleye temel oluşturan araştırma, 1981 yılında Diyabetik Retinopati Çalışma Araştırma Grubu tarafından yapılan araştırmadır. Diyabetik Retinopati, diyabetin görme zorluğuna ve hatta körlüğe yol açabilecek en yaygın ve en ciddi göz komplikasyonu olduğu ifade edilmiştir. Diyabetik Retinopati Araştırması ciddi görme kaybının başlamasını geciktirmede fotokoagülasyon lazerin etkinliğini araştırmak için başlatılmıştır. Bu çalışmada 1742 hastaya ilişkin bilgiler kullanılmıştır. Her hastanın bir gözü tedavi için rastgele seçilmiş ve diğer göz kontrol grubu olarak kullanılmıştır [1].

Huster ve diğerleri [14], Therneau ve Grambsch [15], Cleves [16] ve Niu [11] de Diyabetik Retinopati Araştırması verilerini kullanarak diyabetik retinopati için lazer tedavisinin etkinliği üzerine çalışmalar yapmışlardır.

Clayton [17] önerdiği yaklaşım ile daha sonra geliştirilmiş olan zayıflık modellerinin basit bir başlangıcını yapmıştır.

Vaupel ve diğerleri [18], gözlemlenemeyen değişkenlere bağlı olarak kitle heterojenliğini düzeltmek için yaşam modeline zayıflık terimini dahil etmişlerdir. Bu durumda, zayıflık, ya pratik koşullar nedeniyle ya risk faktörleri bilinmediğinden araştırmaya dahil edilmeyen gözlemlenemeyen değişkenleri açıklamaktadır.

Oakes [19, 20] ve Hougaard [21] zayıflık hakkında çeşitli çalışmalar yapmışlardır. Hougaard [21] tarafından önerilen stable-Weibull zayıflık modeli ile kümelenmiş verilerde zayıflık yaklaşımının kullanımı güçlenmiştir. Burada kümeleme rasgele bir etki ile açıklanır ve rasgele etkinin parametrik olarak temel tehlike üzerinde çarpımsal olarak dağıldığı varsayılır. Daha "zayıf" birimlerin oluşturduğu kümeler, rasgele etkinin daha yüksek bir değerini alır ve daha yüksek bir tehlike ile modellenir. Bu nedenle rastgele etki genellikle "zayıflık" olarak adlandırılır. Zayıflık modelleri, tamamen parametrik olabilir (temel tehlike modelleme) veya yarı parametrik (temel tehlike belirtilmemiş bırakılabilir) olabilir. Bu modeller küme etkisinin bir ölçüsünü verir ve bir küme etkisi olup olmadığını test eder.

Wei ve diğerleri [22] yaptıkları çalışma ile kümelenmiş yaşam verilerinde marjinal yaklaşım için tabakalı Cox orantılı tehlikeler modelini kullanmışlardır. Bu marjinal Cox orantılı tehlikeler modelinde farklı tabakalar için farklı temel tehlike fonksiyonlarını varsayıp, regresyon parametrelerinin tabakaya göre değişkenlik gösterdiğini belirtmişlerdir.

Lee ve diğerleri [23], tüm başarısızlık süreleri için ortak bir temel tehlike fonksiyonunun kabul edildiği, tabakalı olmayan orantılı tehlikeler modelini ele almışlardır.

Guo ve Rodriguez [24], zayıflık modeli ile çok değişkenli orantılı tehlikeler modelini kullanarak aynı aileleri küme olarak alıp çocuk ölümlerini incelemişlerdir.

Bu çalışmalar dışında, Liang ve diğerleri [25] tabakalı olmayan orantılı tehlikeler modeli altında regresyon parametrelerini tahmin etmek için yalancı (pseudo) olabilirlik yaklaşımını önermişlerdir.

Zenger [26] aynı toplumda yaşayan çocuklar arasındaki korelasyonu göz önünde bulundurarak, çocuk ölümleri üzerine aile etkilerinin araştırılmasına rasgele etki modellerini uygulamıştır.

Cai ve Prentice [27, 28] regresyon parametrelerini tabakalı ve tabakalı olmayan marjinal orantılı tehlikeler modeli altında tahmin etmek için ağırlıklandırılmış modeller kullanmışlardır.

Spiekerman ve Lin [29], farklı başarısızlık tabakaları için farklı temel tehlike fonksiyonları olup; iç içe geçmiş bir yapıya sahip ve aynı tabakadaki başarısızlık süreleri için ortak temel tehlike fonksiyonları olan genel bir Cox regresyon modelini ortaya atmışlardır.

Lipsitz ve Parzen [30], Wei ve diğerleri [22] ve Lee ve diğerleri [23] tarafından önerilen varyans tahmin edicilerine asimptotik olarak eşdeğer bir “jackknife varyansı” tahmin edicisi önermişlerdir.

Sastry [31] hem aile hem de toplum düzeyinde kümelenme ile çocuk ölümleri verilerini zayıflık modeli ile incelemiştir.

Manatunga ve Oakes [32] tabakalı Cox modelini, parametrik zayıflık modelini ve marjinal Cox modelini etkinlik açısından karşılaştırmışlardır.

Ripatti ve Palmgren [33], çocuk ölümleri verilerini çok değişkenli lognormal zayıflık modeline dayanan bir yaklaşım ile incelemiştir.

Diş ile ilgili araştırmalarda, hastalara birden fazla implant yerleştirildiğinde genellikle kümelenmiş veya bağımlı gözlemler oluşur. Ancak, Chuang ve diğerleri [34] yaptıkları çalışmada, implantların bağımsızlığını varsayan ya da hasta başına bir implantı rasgele seçen çalışmalar yapıldığını ve aynı denekten gelen implantlar arasındaki bağımlılığı göz ardı ederek yaşam çözümlemesi yapan çalışmalar olduğunu belirtmişlerdir.

Chuang ve diğerleri [35], implant başarısızlığıyla ilişkili faktörlerin tanımlanması için uygulanan geçerli ve etkin kümelenmiş yaşam çözümlemesinin kapsamlı bir şekilde araştırılmadığını belirtmişler ve Lee ve diğerleri [23], Lin [13] ve Spiekerman ve Lin [29] tarafından tanımlanan kümelenmiş başarısızlık süresi çözümlemelerinin diş ile ilgili araştırmalar için daha uygun olduğunu ifade etmişlerdir.

Zayıflık modelleri arasında, gamma zayıflığı ile Cox orantılı tehlikeler modeli en popüler olanıdır [36, 37, 38]. Bu model, gözlemlenmemiş zayıflığın değerine bağlı olarak, başarısızlık sürelerinin klasik orantılı tehlikeler modeline uyduğunu varsayar. Bu model üzerine önemli tartışmalar Hougaard [39, 40], Kalwitzki ve diğerleri [41] ve Therneau ve Grambsch'nin [15] çalışmalarında bulunabilir.

Rasgele klinik çalışmalarda, gözlem altına alınan denekler birden çok merkezden gelebilir. Çok merkezli tasarım, yeterli örneklem hacmi sağlayabilir ve çalışma sonuçlarının genelleştirilebilirliğini artırabilir. Ancak, hasta özellikleri ve tıbbi uygulama kalıpları da dahil olmak üzere merkeze göre değişen faktörler çalışma sonuçlarına güçlü bir etki gösterebilir. Bu merkez etkileri potansiyel olarak her merkezdeki sonuçların kümelenmesine veya bağımlılığına yol açar. Bu etkilerin yeterince güçlü olması durumunda, kümelemeyi görmezden gelmek çıkarımlarda ciddi yanıltıcı olabilir. Merkez etkileri analize dahil edilmelidir [42].

Birkaç çalışmada, kümelenmiş veriler için farklı yaşam modelleri karşılaştırılmıştır. Lorino ve diğerleri [43] yaptıkları çalışmada, marjinal modelleri yarı parametrik zayıflık modelleri ile güç ve sağlamlık açısından karşılaştırmıştır. Zayıflık dağılımı hem gamma hem de log normal olarak modellenmiştir.

Parametre tahmini için marjinal orantılı tehlikeler modeli ve orantılı tehlikeler altında zayıflık modeli farklı yorumlara sahiptir. Parametre tahmini marjinal modelde kitle düzeyindeki göreceli risk ve zayıflık modelinde birim düzeyindeki göreceli risktir. Yani, tehlike oranı, marjinal modeldeki kitle-ortalama tehlike oranının tersine, birim-içi tehlike oranını ifade eder. Marjinal model, tedaviye bağlı olarak kitle ortalama tehlike oranını tahmin eder ve zayıflık modeli ise kümeler içindeki tehlike oranını tahmin eder. Katsayıların, marjinal ve zayıflık modellerinde aynı olması beklenmez, küme içi korelasyon sıfır olmadıkça farklı tahminler verir [38].

Chuang ve diğerleri [38], birimler arasındaki heterojenliği incelemek ve kümelenmiş birimlerin bilgilerini kullanarak gelecek başarısızlık süresi dağılımını tahmin etmek için zayıflık yaklaşımını kullanmışlardır.

Aynı birimden farklı zamanda elde edilen ölçüm değerleri panel veri oluşturur. Burada birim küme; tekrarlı ölçümler ise kümeye ait veriler olarak düşünülür. Çok

merkezli klinik deneylerde aynı merkezdeki hastalara ait ölçüm değerleri bir küme oluşturur [12].

Nörobilim araştırmalarında da kümelenmiş veriler yaygındır. Küme içi ilişkinin gücü, bir küme içinde benzer gözlemlerin nasıl olduğunu belirler. Bu nedenle, daha yüksek bir küme içi ilişki daha belirgin bir “kümelenme etkisi” verir. Küçük bir korelasyon bile istatistiksel çözümleme için önemli etkilere sahip olabilir. Çoğu çalışma kümelenmiş verilerde iki yaklaşımdan birini benimsemiştir. Bunlardan birincisi, kümelenmeyi tamamen göz ardı etmektir - bu, yanlış bir sonuca varabilen bir yaklaşımdır. Kümelenmeyi hesaba katmamak, küçük miktardaki ilişki için bile yanlış sonuçlara götürebilir. İkinci yaklaşım, her kümenin ortalamasını alarak, küme başına verileri tek bir ölçüme indirgemektir. Bu durumda, veri kümesinden elde edilebilecek bilgi miktarı da azalır. Kümelenmiş verilerin çözümlemesinde kümelemeyi açıklayan alternatif istatistiksel yöntemlerden birini kullanmak en doğrusudur [12].

Zhang, Schaubel ve Kalbeisch [44], aynı merkezde tedavi edilen hastaların, merkeze özgü uygulama modelleri ve sosyoekonomik ve çevresel özellikleri paylaşma eğilimi nedeniyle ilişkili olmasının muhtemel olduğunu belirtmişler ve bu konuda çalışmışlardır.

Çoğu demografik araştırma, örnekleme tasarımı nedeniyle coğrafi bölgelere göre kümelenen verileri toplamaktadır. Mahmood, Zainab ve Latif [45] çalışmalarında, aynı topluluktaki annelerin genellikle gözlemlenemeyen bazı özellikleri paylaştıkları için doğum aralıklarının birbiriyle ilişkili olduğunu belirtmişlerdir.

Li ve diğerleri [46], ağaçların yaşam sürelerini, mekansal korelasyonu hesaba katarak tahmin etmek için çeşitli yaklaşımlar kullanmışlardır.

Thapa ve diğerleri [47], çevresel, fizyolojik, patolojik ve rastgele olaylar gibi bazı faktörler arasındaki karmaşık etkileşimlerin ağaçlar arasında kümelenmeye neden olabileceğini göz önüne alarak bir ormandaki ağaçların yaşam sürelerini incelemişlerdir.

Müşteri İlişkileri Yönetimi, şirket ve müşteri için üstün değer yaratmak için seçkin müşterilerle bir araya gelme, elde tutma ve ortaklık kurma konusunda kapsamlı bir strateji ve süreçtir. Şirketlerin müşterilerinin dalgalanma olasılığını azaltmak için stratejik promosyon ve diğer müşteri aktivasyon kampanyalarını geliştirebilmeleri

için Şirketlerin mőŐteri kayıpları tahminine yönelik modeller geliŐtirmeleri önemlidir. Aynı iŐyerine, aynı alana, aynı aileye veya hatta aynı arkadaŐ çevresine sahip mőŐteriler kőmeleri oluŐturmaktadır. Aynı kőmedeki mőŐteriler, abone oldukları őrőn veya hizmete göre benzer hareket etme eğilimindedir [48].

Bu iki yaklaşımın avantaj ve dezavantajları birçok makalede tartışılmıştır. Bununla birlikte, marjinal tehlikelerin orantılılık varsayımı ve koşullu tehlikelerin orantılılık varsayımı eşdeğer olmadığından, özel durumlar hariç karşılaştırılabilir değildir [49].



3. KÜMELENMİŞ BAŞARISIZLIK SÜRESİ VERİLERİ İÇİN MODELLER

Kümelenmiş başarısızlık sürelerini içeren verinin çözümlemesinde bağımlılığı açıklarken tüm bilgidен yararlanılan ve küme etkilerini modellemede kullanılan alternatif yaklaşımlar vardır. Marjinal ve koşullu modeller olarak adlandırılan bu yaklaşımlar için model seçimi genellikle araştırmanın amacına göre değişmektedir. Marjinal modellerde, değişken etkileri koşullu değildir ve regresyon modelinin her birim için marjinal olarak kaldığı, ancak kümeler içindeki birimlerin ilişkili olduğu varsayılır. Koşullu yaklaşım için ise her birim için, modelin rasgele olarak modellenen bazı gözlemlenmeyen etkiler üzerinde koşullu olduğu varsayılır [2].

Marjinal yaklaşım; regresyon etkilerinin kitle seviyesinde tahmini amaçlandığında uygundur. Bu yaklaşımda, küme yapısı değişken etkileri tahmin edilirken göz ardı edilir sadece standart hataları hesaplamak için kullanılır [50].

İkinci yaklaşımda ise zayıflık modelleri oldukça önemlidir. Bu modellerde zayıflık olarak adlandırılan rasgele etki terimi dikkate alınır. Zayıflıklar kümenin tüm birimleri tarafından paylaşılan gözlemlenemeyen etkilerdir [16].

Koşullu modellerde bağımlılık yapısı aynı kümedeki birimler için ortak olan bazı gözlemlenemeyen rasgele etkiler ile açıkça belirtilir. Marjinal modellerde ise küme içi ilişki marjinal başarısızlık süresi dağılımından ayrı olarak modellenir ya da belirtilmemiş olarak bırakılır. Ancak standart hatalar düzeltilir [51].

Bu iki yaklaşım, tahmin ve yorumlama yöntemlerine göre farklılık göstermektedir.

Kümelenmiş bir yaşam verisi $O = \{(T_{ij}, \delta_{ij}, C_{ij}, X_{ij}), j = 1, \dots, n_{ij}, i = 1, \dots, k\}$ olsun.

i. kümedeki j. birim için T_{ij} başarısızlık süresini, δ_{ij} durdurma gösterge değişkenini, C_{ij} durdurma süresini ve X_{ij} ise açıklayıcı değişkenleri ifade etmektedir. δ_{ij} durdurma göstergesinde $\delta_{ij} = 0$ iken t_{ij} durdurma süresine ve $\delta_{ij} = 1$ iken t_{ij} başarısızlık süresine karşılık gelmektedir.

Kümelenmiş başarısızlık süresi T_{ij} için $S(t)$ yaşam fonksiyonu, T_{ij} raslantı değişkeninin t_{ij} 'den daha büyük olma olasılığı olarak tanımlanmaktadır ve

$$S(T_{ij}|X_{ij}) = P(T_{ij} > t_{ij}|X_{ij}), \quad 0 < t_{ij} < \infty \quad (3.1)$$

biçiminde gösterilmektedir.

Tehlike fonksiyonu, t_{ij} zamanına kadar yaşayan i. kümedeki j. birimin $[t_{ij}, t_{ij} + d]$ aralığında yaşamının sona ermesi riski olarak tanımlanmaktadır ve

$$h(t_{ij}|X_{ij}) = \lim_{d \rightarrow 0} \frac{P(t_{ij} \leq T_{ij} < t_{ij} + d | X_{ij}, T_{ij} \geq t_{ij})}{d} \quad (3.2)$$

biçimdedir [54].

Kümelenmiş başarısızlık sürelerini içeren veriler için marjinal ve koşullu modeller aşağıda verilmiştir.

3.1. Marjinal Modeller

Kümelenmiş veriler için marjinal modellerde, parametre tahmini yaşam süresinin marjinal yoğunluğuna bağlıdır. Marjinal modellerde kümeler içindeki verilerin ilişkili olması nedeniyle standart hatalar düzeltilir. Parametrik durumda bu, olabilirliğin marjinal dağılımlara dayandığı anlamına gelir. Yarı parametrik durumda ise Cox orantılı tehlikeler modelinden kısmi olabilirlik kullanılır. Huster ve diğerleri [14] parametrik durumda, Lee ve diğerleri [23] ise yarı parametrik durumda bu sürecin tutarlı tahminler verdiğini göstermişlerdir. Zetterqvist [52] çalışmasında, standart hataları daha sonra sandviç formülü veya gruplandırılmış jackknife prosedürü kullanarak kümelerdeki ilişkiler için düzeltmiştir. Standart hataları düzeltmek için sağlam (robust) yöntem de kullanılmıştır. Bu yöntemde, kümeler içerisindeki bağımlılık dikkate alınarak düzeltme yapılmaktadır.

Marjinal modeller, rasgele bir zayıflık bileşeni içermediğinden farklı varsayımlar gerektirir. Kümeler arasında bağımsızlık olduğu varsayılır, yani

$$(T_1, C_1, X_1), \dots, (T_k, C_k, X_k) \text{ bağımsızdır.}$$

Ayrıca her bir birim için durdurmanın bağımsız olduğu varsayılır ve

$$T_{ij} \perp C_{ij} | X_{ij}$$

biçiminde ifade edilir [52].

Bu çalışmada, marjinal modeller olarak marjinal Cox orantılı tehlikeler modeli ve marjinal parametrik modeller incelenmiştir.

3.1.1. Marjinal Cox Orantılı Tehlikeler Modeli

Marjinal Cox orantılı tehlikeler modelinde üstteki varsayımlara ek olarak marjinal tehlikelerin orantılı olduğu varsayılır ve

$$\frac{h(t_{ij}|X_{ij})}{h(t_{ij'}|X_{ij'})} = e^{\beta(X_{ij}-X_{ij'})}$$

biçiminde ifade edilir.

Her kümenin n_{ij} ($j = 1, \dots, n_{ij}$) birime sahip olduğu k küme ($i = 1, \dots, k$) olsun. t_{ij} yaşam süresi ve δ_{ij} durum gösterge değişkeni olarak ifade edilsin.

Marjinal Cox orantılı tehlikeler modeli,

$$h(t_{ij}|X_{ij}) = h_0(t_{ij})e^{\beta X_{ij}} \quad (3.3)$$

biçimindedir. Burada, temel tehlike (h_0) belirtilmemiş olarak bırakılır. Parametreler kısmi olabilirliği en büyükleyerek tahmin edilir.

Marjinal Cox orantılı tehlikeler modeli için kısmi olabilirlik fonksiyonu Eşitlik (3.4)'te verildiği gibidir:

$$\begin{aligned} L(\beta) &= \prod_{i=1}^k \prod_{j=1}^{n_i} \left(\frac{h(v_{ij}|X_{ij})}{\sum_{v_{i',j'} \geq v_{ij}} h(v_{i',j'}|X_{i',j'})} \right)^{\delta_{ij}} \\ &= \prod_{i=1}^k \prod_{j=1}^{n_i} \left(\frac{e^{\beta X_{ij}}}{\sum_{v_{i',j'} \geq v_{ij}} e^{\beta X_{i',j'}}} \right)^{\delta_{ij}} . \end{aligned} \quad (3.4)$$

Burada $\{v_{i',j'} \geq v_{ij}\}$ i. kümedeki t_{ij} için risk kümesini göstermektedir. Bu kısmi olabilirlik küme içindeki bağımlılığı ihmal etmektedir [52]. Ancak Lee ve diğerleri [23] kısmi olabilirliğe dayalı tahmin edicilerin tutarlı olduğunu göstermişlerdir. Ayrıca Lee ve diğerleri [23] kümelemekten kaynaklı ilişkiler için standart hataları tahmin etmek için sandviç tahmin edici türetmişlerdir.

Amaç, kitle değişken etkilerini tahmin etmek olduğunda bu yöntem en uygundur [1].

Varyansların sağlam tahminine dayanan marjinal model kolayca uygulanabilecek bir modeldir. Bu model, ortak değişken etkisinin tutarlı tahminini veren bir yöntemdir [1].

Marjinal yaklaşım kümelenmiş başarısızlık süresi çözümlemesinde önemli bir ilerleme iken birimler arasındaki heterojenliği dikkate almaz. Ek olarak, marjinal

yaklaşım, birimler içinde ilişki yapısının belirtilmesini gerektirmezken başarısızlık sürelerinin kullanımı ve aynı kümedeki diğer birimlerin değişken bilgisi kullanımı ile gelecek başarısızlık riskini tahmin etmeyebilir [38].

3.1.2. Marjinal Parametrik Modeller

Yaşam sürelerinin belirli bir parametrik biçimi olmadığında Cox orantılı tehlikeler modeli yaygın olarak kullanılan bir modeldir. Ancak yaşam süresinin dağılımı parametrik bir dağılıma uygun olduğunda ve orantılı tehlikeler varsayımı sağlanmadığında parametrik modeller kullanılır. Yaşam çözümlemesinde en yaygın kullanılan parametrik modeller Hızlandırılmış Başarısızlık Süresi (HBS) modelleri olarak ifade edilir. HBS modellerinde yaşam süresine açıklayıcı değişkenlerin etkisi değerlendirilir [53].

$(x_1, \dots, x_p)$ açıklayıcı değişkenli bir birimin tehlike fonksiyonu,

$$h(t; X) = \left[\frac{1}{\eta(x)} \right] h_0 \left[\frac{t}{\eta(x)} \right]$$

biçimindedir. Burada $\eta(x) = \exp(\alpha_1 x_1, \dots, \alpha_p x_p)$ hızlandırma faktörü olarak adlandırılır.

HBS modelleri olarak üstel, weibull, log-lojistik, log-normal ve gamma HBS modelleri kullanılmaktadır.

Parametrik marjinal modeller sadece küme üyesinin bilgisiyle marjinal yaşam süresinin özel bir durumunu gerektirir. Marjinal yaşam süreleri HBS modelleri ile modellenebilir.

Marjinal HBS modelleri, aşağıda verilen dağılımlar için her kümenin $(j = 1, \dots, n_{ij})$ birime sahip olduğu k küme $(i = 1, \dots, k)$ olduğu duruma genişletilerek elde edilebilir.

Üstel Dağılım

Yaşam süresi λ parametresi ile üstel dağılıma sahip olsun. Bu durumda yaşam süresinin tehlike fonksiyonu,

$$h(t) = \lambda, \quad t \geq 0$$

biçimindedir.

Yaşam fonksiyonu ise,

$$S(t; \beta) = \exp \left(- \int_0^t h(t) dt \right) = \exp (-\lambda t)$$

biçiminde yazılabilir [8].

Weibull Dağılım

Yaşam süresi λ ve p parametreleri ile Weibull dağılıma sahip olsun. Bu durumda yaşam süresinin tehlike fonksiyonu,

$$h(t) = \lambda^p p t^{p-1}$$

biçimindedir. Yaşam fonksiyonu ise,

$$S(t) = \exp\{-(\lambda t)^p\}$$

biçiminde yazılabilir [8].

Log-Normal Dağılım

Eğer yaşam süresi $\log(T)$, μ ortalamalı ve σ^2 varyansı ile normal dağılıma sahip ise, T yaşam süresinin μ ve σ parametrelili log-normal dağılıma sahip olduğu varsayılır.

Yaşam süresinin log-normal dağılımı için olasılık yoğunluk fonksiyonu, yaşam fonksiyonu ve tehlike fonksiyonu sırasıyla aşağıda verilmiştir:

$$f(t; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} t^{-1} \exp \left[-\frac{(\log t - \mu)^2}{2\sigma^2} \right], t > 0 ,$$

$$h(t; \mu, \sigma) = f(t) S^{-1}(t) ,$$

$$S(t; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_t^\infty \frac{1}{x} t^{-1} \exp \left[-\frac{(\log t - \mu)^2}{2\sigma^2} \right] dx [8].$$

Log-Lojistik Dağılım

Log-lojistik dağılım, Weibull dağılımının bir alternatifi olarak ifade edilebilir. Eğer yaşam süresi $\log(T)$ lojistik dağılıma sahip ise, T yaşam süresinin α ve λ parametrelili Log-lojistik dağılıma sahip olduğu varsayılır. Yaşam süresinin log-lojistik dağılımı için olasılık yoğunluk fonksiyonu, yaşam fonksiyonu ve tehlike fonksiyonu sırasıyla aşağıda verilmiştir:

$$f(t; \alpha, \lambda) = \alpha \lambda t^{\alpha-1} [1 + \lambda t^\alpha]^{-1}, t \geq 0,$$

$$S(t; \alpha, \lambda) = [1 + \lambda t^\alpha]^{-1}, t \geq 0,$$

$$h(t; \alpha, \lambda) = \alpha \lambda t^{\alpha-1} (1 + \lambda t^\alpha)^{-1}, t \geq 0 [8].$$

Gamma Dağılım

Gamma dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f(t) = \frac{\lambda}{\Gamma(\gamma)} (\lambda t)^{\gamma-1} e^{-\lambda t}, \quad t > 0, \gamma > 0, \lambda > 0$$

biçimindedir. Burada, γ ve λ sırasıyla biçim ve ölçek parametrelerini göstermektedir. Gamma dağılımı için yaşam fonksiyonu ise,

$$S(t) = \int_t^\infty \frac{\lambda}{\Gamma(\gamma)} (\lambda x)^{\gamma-1} e^{-\lambda x} dx$$

biçimindedir [8].

3.2. Koşullu Modeller

Koşullu modeller birimin daha önceki başarısızlıkların gelecekteki başarısızlıklara yakalanma riskini nasıl etkilediğine dair yorumlar sunar. Koşullu modellerde küme içi bağımlılık yapısı dikkate alınır.

Çok değişkenli başarısızlık süreleri arasındaki ilişkiyi yakalamak için rasgele etki tahminlerinin olduğu uygulamalarda zayıflık modelleri kullanılmalıdır [1].

Koşullu modellerde, marjinal modellerden farklı olarak zayıflık bileşeni bulunur. Aynı kümedeki birimlerin aynı zayıflığa sahip olduğu ancak $(T_1, C_1, X_1, Z_1), \dots, (T_k, C_k, X_k, Z_k)$ kümelerin birbirinden bağımsız olduğu varsayılır. Burada Z_i i. kümenin zayıflığını göstermektedir [52].

Bu çalışmada, koşullu modeller olarak koşullu Cox orantılı tehlikeler modeli, tabakalı Cox orantılı tehlikeler modeli ve koşullu parametrik modeller incelenmiştir.

3.2.1. Koşullu Cox Orantılı Tehlikeler Modeli

Kümelenmiş yaşam verilerinde birbiriyle ilişkili birimler kümeleri oluşturur. İlişkilerin gözlemlenemeyen kümeye özgü değişkenlere bağlı olduğu ve gözlemlenemeyen tüm değişkenleri belirlemeye yönelik bir yaklaşım, Cox orantılı tehlikeler modeline zayıflık olarak bilinen negatif olmayan bir rasgele terimin dahil edilmesidir. Cox orantılı tehlikeler modelinin bu şekilde genişletilmesi, kümelenmiş başarısızlık süresini çözümlmek yaygın olarak kullanılan zayıflık modeli olarak bilinir [10, 17, 45, 54].

Koşullu Cox orantılı tehlikeler modelinde üstteki varsayıma ek olarak koşullu tehlikelerin orantılı olduğu varsayılır ve

$$\frac{h(t_{ij}|X_{ij}, Z_i)}{h(t_{ij'}|X_{ij'}, Z_i)} = e^{\beta(X_{ij} - X_{ij'})} \quad (3.5)$$

biçiminde ifade edilir.

Her kümenin $(j = 1, \dots, n_{ij})$ birime sahip olduğu k küme $(i = 1, \dots, k)$ olsun. t_{ij} yaşam süresi ve δ_{ij} durum gösterge değişkeni olarak ifade edilsin.

Koşullu Cox orantılı tehlikeler modeli,

$$h(t_{ij}|X_{ij}, Z_i) = h_0(t_{ij})e^{\beta X_{ij}} \quad (3.6)$$

biçimindedir [52].

3.2.2. Tabakalı Cox Orantılı Tehlikeler Modeli

Kümelenmiş verileri çözümlmek için Cox'un [3] klasik orantılı tehlikeler modelinin çeşitli dönüşümleri önerilmiştir [52].

Kümelenmiş veriler için tabakalı Cox modelinde, her kümedeki tehlikeler ayrı ayrı modellenir. Tehlike fonksiyonu,

$$h(t_{ij}|X_{ij}, Z_i) = h_{0i}(t_{ij})e^{\beta X_{ij}} \quad (3.7)$$

biçimindedir. Burada $h_{0i}(t)$ bilinmeyen temel tehlike fonksiyonudur ve Z_i zayıflıklarının içinde ihtiva eder.

$j = 1, \dots, n_{ij}$ ve $i = 1, \dots, k$ olmak üzere t_{ij} yaşam süresi ve δ_{ij} gösterge değişkeni olsun. r_{ij} , i . kümedeki t_{ij} için risk kümesini gösterecektir.

Tabakalı Cox orantılı tehlikeler modeli için kısmi olabilirlik Eşitlik (3.8)'de verildiği gibidir:

$$\begin{aligned}
L(\beta) &= \prod_{i=1}^k \prod_{j=1}^{n_i} \left\{ \frac{h(v_{ij}|X_{ij}, Z_i; \beta)}{\sum_{(i,j') \in r_{ij}} h(v_{ij'}|X_{ij'}, Z_i; \beta)} \right\}^{\delta_{ij}} \\
&= \prod_{i=1}^k \prod_{j=1}^{n_i} \left\{ \frac{h_{oi}(v_{ij})e^{\beta X_{ij}}}{\sum_{(i,j') \in r_{ij}} h_{oi}(v_{ij'})e^{\beta X_{ij'}}} \right\}^{\delta_{ij}} \\
&= \prod_{i=1}^k \prod_{j=1}^{n_i} \left\{ \frac{e^{\beta X_{ij}}}{\sum_{(i,j') \in r_{ij}} e^{\beta X_{ij'}}} \right\}^{\delta_{ij}}. \tag{3.8}
\end{aligned}$$

Hesaplama kolaylığı ve çok çeşitli alanlarda uygulanabilir olması, özellikle de kümelenme özel olarak belirtilmediğinde veya zayıflıklar temel tehlike üzerinde orantısız olduğunda, tabakalı Cox orantılı tehlikeler modeli kullanılabilmektedir [42].

3.2.3. Koşullu Parametrik Modeller

Cox orantılı tehlikeler modeli, homojen kitle varsayımına ve farklı birimlerden gözlemler arasında bağımsızlığa dayanmaktadır. Ancak, yaşam çözümlemesinde gözlemler genellikle bağımsız değildir ve kitlenin homojen olmayan bir yapısı vardır [47]. Bu, bazı birimlerin diğerlerinden daha başarısız olabileceği anlamına gelmektedir.

Koşullu parametrik modeller, rasgele etki modelleri ya da zayıflık modelleri olarak ifade edilir. Bu modeller, kümelemenin rasgele bir etki ile açıklandığı zayıflık model ailesidir [1, 17, 19, 20, 21]. Bu rasgele etki, parametrik olarak modellenmiştir ve çoğunlukla tehlike fonksiyonuna çarpımsal olarak dahil edilmektedir. Daha "zayıf" birimlerin oluşturduğu kümeler, rasgele etkinin daha yüksek bir değerini alarak daha yüksek bir tehlikeye sahip olur. Bu nedenle etki genellikle "zayıflık" olarak adlandırılır. Zayıflık modelleri küme etkisinin bir ölçüsünü verir ve küme etkisinin olup olmadığını test eder [52]. Zayıflık ile ilgili ayrıntılı bilgiye Yeğen'in [55] yaptığı çalışmadan ulaşılabilir.

Küme içindeki birimler arasında açıklanamayan değişkenlik durumu olabilir. Mevcut model, daha kısa başarısızlık süresine sahip birimlerin neden diğer birimlerden daha "zayıf" olduğu konusunu yeterince açıklayamamaktadır.

Küme içinde değişen ölçümler ya da gizli bir ortak küme etkisi olduğunda paylaşılmış bir zayıflık modeli kullanılabilir [56].

Bir zayıflık modeli, heterojenliği, tehlike fonksiyonu üzerinde çarpımsal olarak dahil edilen bir bileşen olarak modelleyerek ölçmeye çalışır. Tehlike fonksiyonu,

$$h(t|\alpha) = \alpha h(t)$$

biçiminde ifade edilir.

Orantılı tehlikeler modelinde, α 'nın açıklayıcı değişkenler kümesine karşılık gelen biçimi Eşitlik (3.9)'da verilmiştir:

$$h(t_i|\alpha_i) = \alpha_i h(t_i) = \alpha_i h_0(t_i) \exp(x_i^T \beta) \quad (3.9)$$

Aynı durum hızlandırılmış başarısızlık süresi modelleri için de geçerlidir, ancak zayıflık tehlike üzerinde çarpımsal olarak dağıldığından görülmesi daha zordur.

i. kümedeki j. birim için zayıflık modeli,

$$h(t_{ij}|\alpha_{ij}) = \alpha_{ij} h(t_{ij})$$

biçimindedir.

i. kümedeki j. birim için paylaşılmış zayıflık modeli,

$$h(t_{ij}|\alpha_i) = \alpha_i h(t_{ij})$$

biçimindedir.

Burada zayıflık küme arasında paylaşılır. Küme, bir aileyi ya da birden fazla olayın gözlemlendiği tek bir birimi temsil edebilir. Zayıflık modeli küme içinde farklılık gösteren ölçülemeyen etkiler olduğunda, paylaşılmış zayıflık modeli ise gizli bir ortak küme etkisi olduğunda kullanılabilir [57].

Paylaşılmış zayıflık göz önüne alındığında, i. kümedeki j. birim için tehlike fonksiyonu,

$$h_{ij}(t) = h_0(t) u_i \exp[\beta^T Z_{ij}(t)]$$

biçiminde de yazılabilir. Burada; $h_0(t)$ i. kümedeki j. birimin temel tehlike fonksiyonunu, u_i i. kümeden heterojenlik sebebiyle gelen rasgele etkiyi, Z_{ij} açıklayıcı değişken vektörünü, β regresyon katsayılarını ve u_i zayıflık terimini göstermektedir.

u_i rasgele etkinin bağımsız olduğu varsayılır. $u_i = 1$ olması bağımsızlığa karşılık gelir. $u_i > 1$ olması i. kümedeki birimlerin ortalama zayıflığı $u_i = 1$ olan küme ile karşılaştırıldığında daha yüksek tehlikeye sahip olduğu anlamına gelir. α_i 'nin varyansı kümeler arası değişkenliği ölçer. Daha yüksek değer kümeler arası değişkenliğin ya da küme içi ilişkinin daha yüksek olduğunu gösterir [2, 9].

Tehlike fonksiyonu ayrıca rasgele bir etki ile de modellenenebilir. Yani,

$$h_{ij}(t) = h_0(t) \exp [z_{ij}(t)' \beta + w_i]$$

biçimindedir. Burada $w_i = \log(u_i)$ eşitliği yazılabilir.

Yukarıdaki iki model de koşullu tehlike modelleridir. Zayıflıklar, bağımsız ve aynı şekilde dağılmış olarak kabul edilir.

$O = \{(T_{ij}, \delta_{ij}, C_{ij}, X_{ij}), j = 1, \dots, n_i, i = 1, \dots, k\}$ yaşam verisi için olabilirlik fonksiyonu,

$$L(O_i) = \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{j=1}^{n_i} [h_{ij}(x_{ij})]^{\delta_{ij}} \exp \left[- \int_0^{x_{ij}} h_{ij}(t) dt \right] f_{\theta}(w_i)$$

biçimindedir. Burada, $f_{\theta}(w_i)$ her küme için zayıflık terimi yoğunluk fonksiyonu olarak ifade edilmektedir.

Zayıflık modelinde, gamma ve ters-gauss dağılımları en çok kullanılan dağılımlardır.

Gamma Zayıflık Modeli

k konum, λ ölçek parametresi olmak üzere, zayıflığın marjinal yoğunluk fonksiyonu,

$$f(z) = \frac{\lambda^k z^{k-1} e^{-\lambda z}}{\Gamma(k)}; \quad z > 0, k > 0, \lambda > 0$$

biçimindedir.

Gamma zayıflık dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu, tehlike fonksiyonu ve yaşam fonksiyonu sırasıyla aşağıda verilmektedir:

$$f(t) = \frac{h_0(t)}{(1 + \sigma^2 H_0(t))^{\frac{1}{\sigma^2} + 1}},$$

$$h(t) = \frac{h_0(t)}{1 + \sigma^2 H_0(t)},$$

$$S(t) = L(H_0(t)) = \frac{1}{(1 + \sigma^2 H_0(t))^{\frac{1}{\sigma^2}}}.$$

Ters-Gauss Zayıflık Modeli

Ters-Gauss zayıflık modeli, gamma zayıflık modeline alternatif olarak geliştirilen bir zayıflık modelidir.

$\mu > 0$ ve $\lambda > 0$ olmak üzere ters-gauss dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu, tehlike fonksiyonu ve yaşam fonksiyonu sırasıyla aşağıda verilmektedir:

$$f(z) = \frac{\sqrt{\lambda}}{\sqrt{2\pi z^3}} \exp\left(-\frac{\lambda}{2\mu^2 z}(z - \mu)^2\right),$$

$$h(t) = \frac{h_0(t)}{(1+2\sigma^2 H_0(t))^{1/2}},$$

$$S(t) = e^{\frac{1}{\sigma^2}(1-\sqrt{1+2\sigma^2 H_0(t)})}.$$

Bu iki yaklaşımın avantaj ve dezavantajları birçok makalede tartışılmıştır. Bununla birlikte, marjinal tehlikelerin orantılılığı varsayımı ve koşullu tehlikelerin orantılılığı varsayımı eşdeğer olmadığından, özel durumlar hariç karşılaştırılabilir değildir [49].

4. UYGULAMA

Bu bölümün amacı, kümelenmiş başarısızlık süreli yaşam çözümlemesinin madencilik ve inşaat sektöründe uygulanabilirliğini göstermektir.

Bu çalışmada, Sertkaya [58] çalışmasında kullanılan ve Demir Export A.Ş.'nin sağladığı, iş makinelerine ait lastik verileri kullanılmıştır.

Bu iş makineleri, ağır hizmet şartlarında çalışan iş makineleri olduğundan farklı tasarımlara sahip yoldışı lastikler kullanılmaktadır.

Kullanım alanı ve iş makinesi tipine göre yoldışı lastiklerden yüksek çekiş ve zemine batmadan çalışabilme, uzun aşınma ömrüne sahip olma, kendi kendini temizleyebilen sırt desenli olma, dengeli sürüş imkanı sunabilme, az ısınma, kesilmelere karşı dirençli taban kauçuğuna ve yandan gelebilecek darbelere karşı takviyeli yanaklara sahip olabilme gibi özellikler beklenmektedir. Bu özelliklerin her biri farklı kimyasallar ve üretim tekniklerinin uygulanması sonucu elde edilmektedir. Böylece her ilave özellik ek bir maliyete neden olmaktadır. Dolayısıyla lastik üreticisi firmalar kullanım şartları ve makinelerine göre farklı özellikler taşıyan lastikleri pazara sunmaktadırlar. Lastiklerin etkin bir biçimde kullanımını sağlamak için önce kullanım şartlarına ve kullanılacak araca göre lastikleri seçmek, sonra doğru şekilde kullanmak ve bakımını yapmak gerekmektedir.

Demir Export A.Ş.'de farklı çalışma koşullarında kullanılan çeşitli iş makineleri bulunmaktadır. Kangal Termik Santrali'ne kömür nakli bu iş makinelerinin koordinasyonu ile sürdürülmektedir.

Dekapaj adı verilen maden harici toprak ve kayayı ortamdan uzaklaştırma işlemi ile kömürü santrale taşıma operasyonunda, 78 metrik ton taşıma kapasiteli, dolu ağırlığı 130 tonu bulan kamyonlar kullanılmaktadır. Her bir kamyonunda 6 adet lastik kullanılmaktadır.

Bu çalışma için kullanılan veriler, görevliler tarafından Lastik Kontrol Kartlarına işlenmiş olan verilerden derlenmiştir.

Bu çalışmada ilk olarak, aynı iş makinelerine takılan lastiklerin başarısızlık sürelerinin birbirleriyle ilişkili olduğu düşünülerek iş makineleri küme olarak alınıp kümelenmiş başarısızlık süreli yaşam çözümlemesi yapılmıştır.

Daha sonra, aynı lastiğin birden fazla kullanımı söz konusu olduğundan lastikler küme olarak alınıp kümelenmiş başarısızlık süreli yaşam çözümlemesi yapılmıştır.

Verilerin çözümlenmesi için Stata 15 paket programından yararlanılmıştır.

Toplam 894 lastiğe ait veri mevcuttur. Ancak, bazı lastikler kullanıldığı makineden sökülüp farklı makinelere takılmış olduğundan farklı makinelere takılmış olan lastiklerin sadece ilk takıldığı makineye ait bilgileri çözümlemeye alınmıştır. Bu durumda uygulamada 585 lastik verisi kullanılmıştır. Kullanılan 585 lastikten 198'i hurdaya ayrılmış, 387 lastiğin ise kullanımı devam etmektedir. Lastikler üç farklı markadan (A, B, C) oluşmaktadır. Lastik tipleri dört farklı tip (VMTS, VRLS, VRLS-LS, BIAS+RL4J/4S+XKD1A+R24JE42S) olarak çözümlemeye alınmıştır. Lastikler, dekapaj, kömür nakli ve dekapaj+kömür nakli olmak üzere üç farklı ortamda kullanılmaktadır. Lastikler iş makinelerine altı farklı pozisyonda (sol ön, sol arka iç, sol arka dış, sağ ön, sağ arka iç, sağ arka dış) takılabilmektedir. Bir lastik bir pozisyondan bir başka pozisyona değiştirilebilmektedir. Bir lastiğin çalışma saati süresince kaç farklı pozisyonda kullanıldığı kartlardan elde edilmiş ve dört farklı kategoride toplanmıştır.

Çalışmada, lastiğin hurdaya ayrılması başarısızlık olarak tanımlanmıştır. Lastiğin iş makinesine takılıp kullanımına başlandığı zamandan hurdaya ayrılıncaya kadar geçen süre (saat olarak) başarısızlık süresi olarak alınmıştır. Kullanımı devam eden lastikler ise durdurulmuş (censored) olarak tanımlanmıştır.

Uygulamada kullanılan değişkenler ve düzeyleri Çizelge 4.1.'de verilmiştir.

Çizelge 4.1. Kullanılan değişkenler ve düzeyleri

Değişken	Değişken Düzeyleri	n (%)	Başarısız Birim Sayısı	Durdurulmuş Birim Sayısı
Marka	1. A	424 (72.4)	160	264
	2. B	101 (17.3)	23	78
	3. C	60 (10.3)	15	45
Ortam	1. Dekapaj	327 (60.3)	128	199
	2. Kömür	130 (24.0)	44	86
	3. Dekapaj+Kömür	85 (15.7)	15	70
Pozisyon Sayısı	1. 1 pozisyon	417 (71.2)	118	299
	2. 2 pozisyon	117 (20.0)	53	64
	3. 3 pozisyon	34 (5.8)	19	15
	4. 4+ pozisyon	17 (3.0)	8	9
Pozisyon	1. Sol ön	90 (15.6)	30	60
	2. Sol arka iç	91 (15.7)	32	59
	3. Sol arka dış	86 (14.9)	29	57
	4. Sağ ön	97 (16.8)	33	64
	5. Sağ arka iç	107 (18.5)	40	67
	6. Sağ arka dış	107 (18.5)	33	74
Tip	1.VMTS	121 (21.7)	40	81
	2.VRLS	184 (33.0)	80	104
	3.VRLS-LS,	88 (15.8)	36	52
	4.BIAS-RL4J/4S-	165 (29.5)	40	125
	XKD1A- R24JE42S			

4.1. İş Makineleri Küme Olarak Alındığında Elde Edilen Sonuçlar

4.1.1. İş Makineleri Küme Olarak Alındığında Marjinal Model Sonuçları

Marjinal modellerde veriler başlangıçta küme olarak alınmamakta ancak sonuçlarda küme bilgisi dikkate alınarak standart hatalar düzeltilmektedir. Bu durumda çözümlemede, kümeler iş makineleri olduğundan iş makinelerine göre düzeltilmiş standart hatalar (sağlam standart hatalar) elde edilmiştir. Marjinal Cox orantılı tehlikeler modeli sonucu Çizelge 4.2.'de verilmiştir.

Çizelge 4.2. İş makineleri küme olarak alındığında marjinal Cox orantılı tehlikeler modeli sonuçları

Değişkenler	$\hat{\beta}$	Sağlam std. Hata	p değeri	Güven aralığı
Marka2	18.99	-	-	- ; -
Marka3	17.82	1.1829	0.000	15.5 ; 20.13
Pozisyon sayısı2	1.61	0.2463	0.000	1.12 ; 2.09
Pozisyon sayısı3	2.37	0.2925	0.000	1.80 ; 2.94
Pozisyon sayısı4	2.97	0.4055	0.000	2.18 ; 3.77
Ortam2	-0.13	0.9672	0.896	-2.02 ; 1.77
Ortam3	-0.01	1.1159	0.990	-2.20 ; 2.17
Pozisyon2	-0.03	0.2706	0.902	-0.56 ; 0.50
Pozisyon3	-0.05	0.2724	0.868	-0.58 ; 0.49
Pozisyon4	0.14	0.2832	0.625	-0.42 ; 0.69
Pozisyon5	0.44	0.3093	0.152	-0.16 ; 1.05
Pozisyon6	0.05	0.2530	0.847	-0.45 ; 0.54
Lastik tipi2	-0.23	0.9973	0.820	-2.18 ; 1.73
Lastik tipi3	-0.35	1.0152	0.728	-2.34 ; 1.64
Lastik tipi4	-18.52	0.4093	0.000	-19.32 ; -17.72

Marjinal Cox orantılı tehlikeler modeli %95 güven düzeyinde anlamlı bulunmuştur (p=0.00). Ancak Cox orantılı tehlikeler modeli orantılılık varsayımı gerektirmektedir. Orantılı tehlikeler varsayımı, Schoenfeld artıkları ile yaşam süresinin rankı arasındaki korelasyon testi kullanılarak test edilmiştir. İlişkinin anlamlı olması durumunda orantılı tehlikeler varsayımının sağlanmadığı söylenebilmektedir. Schoenfeld artıkları ile yaşam süresinin rankı arasındaki korelasyon testi için bulunan değerler Çizelge 4.3’de verilmiştir.

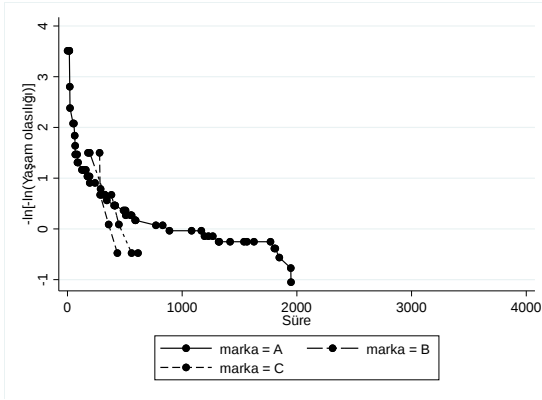
Çizelge 4.3. İş makineleri küme olarak alındığında marjinal Cox orantılı tehlikeler modeli için Schoenfeld artıkları ile yaşam süresinin rankı arasındaki korelasyon testi

Değişkenler	p değeri	Değişkenler	p değeri
Marka3	0.00	Pozisyon3	0.79
Pozisyon sayısı2	0.00	Pozisyon4	0.59
Pozisyon sayısı3	0.00	Pozisyon5	0.39
Pozisyon sayısı4	0.29	Pozisyon6	0.14
Ortam2	0.00	Lastik tipi2	0.00
Ortam3	0.00	Lastik tipi3	0.00
Pozisyon2	0.70	Lastik tipi4	0.05

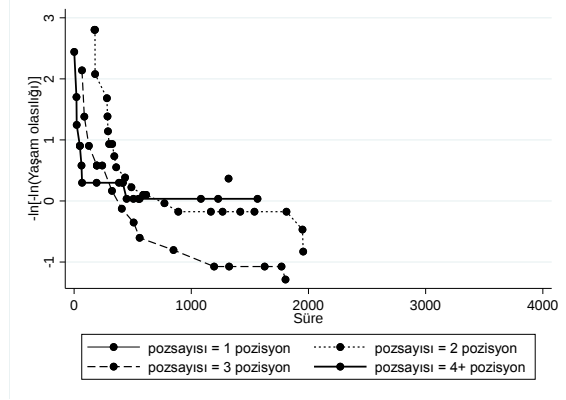
Marka2 değişkeni için p değeri elde edilememiştir. Çizelge 4.3 incelendiğinde açıklayıcı değişkenlerden bazılarının p değerleri 0.05'ten küçük olarak bulunduğu orantılı tehlikeler varsayımının sağlanmadığı görülmüştür.

Orantılı tehlikeler varsayımının incelenmesi için, en yaygın kullanıma sahip grafiksel yöntemlerden biri olan $\ln(-\ln)$ yaşam eğrileri de kullanılabilir. Paralel eğrilerin elde edilmesi orantılı tehlikeler varsayımının sağlandığını gösterir [59].

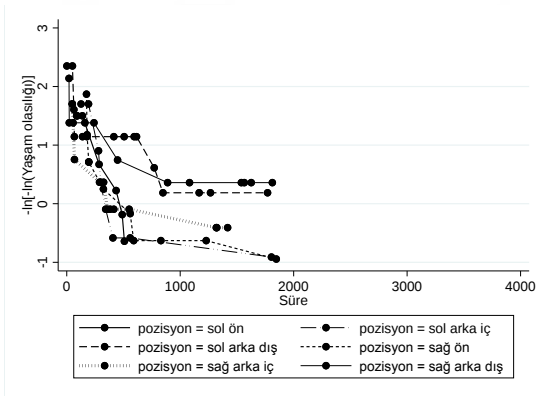
Lastik veri seti için açıklayıcı değişkenlere ait elde edilen $\ln(-\ln)$ yaşam eğrileri Şekil 4.1'de verilmiştir.



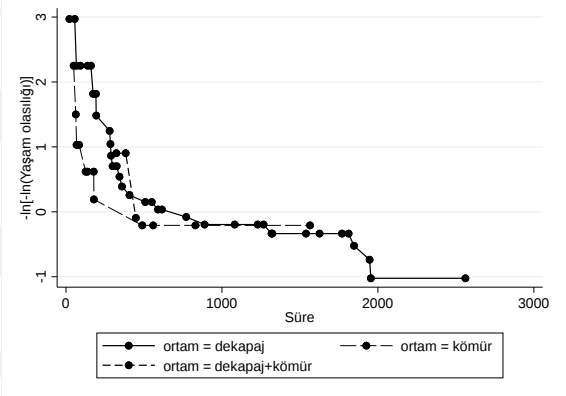
(Marka)



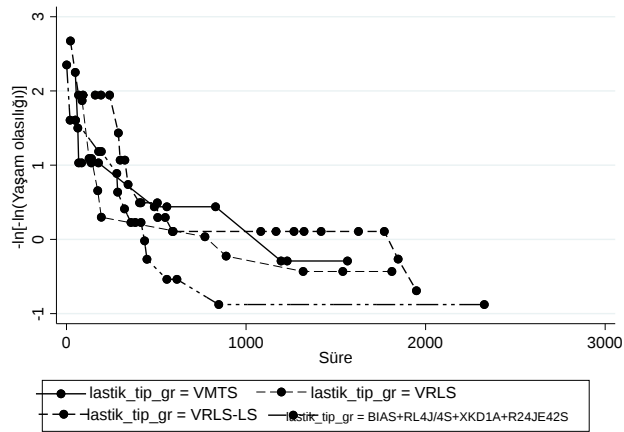
(Pozisyon Sayısı)



(Pozisyon)



(Ortam)



(Lastik tipi)

Şekil 4.1. İş makineleri küme olarak alındığında marjinal cox orantılı tehlikeler modeli için açıklayıcı değişkenlere ait elde edilen $\ln(-\ln)$ yaşam eğrileri

Şekil 4.1’de de görüldüğü gibi lastik verisi değişkenlerine ait yaşam eğrileri birbirine paralel olmadığından ya da değişkenlerin düzeyleri arasında çakışma olduğundan bu yöntem de orantılı tehlikeler varsayımının sağlanmadığını desteklemektedir.

Orantılı tehlikeler varsayımı sağlanmadığından marjinal Cox orantılı tehlikeler modelinin sonuçlarını yorumlamak uygun değildir. Bu nedenle parametrik marjinal modeller elde edilmiş ve sonuçları Çizelge 4.4. – Çizelge 4.7’de verilmiştir. Parametrik marjinal modeller olarak HBS modellerinden üstel, weibull, log-normal, log-lojistik ve genelleştirilmiş gamma regresyon modelleri kullanılmıştır. Ancak genelleştirilmiş gamma için yakınsama olmadığından sonuç elde edilememiştir. Elde edilen modellerin tümü istatistiksel olarak anlamlı ($p < 0.05$) bulunmuştur.

Çizelge 4.4. İş makineleri küme olarak alındığında marjinal üstel HBS modeli sonuçları

Değişkenler	$\hat{\beta}$	Sağlam std. Hata	p değeri	Güven aralığı
Marka2	-13.04	1.5474	0.000	-16.07 ; -10.00
Marka3	-12.49	1.0488	0.000	-14.54 ; -10.43
Pozisyon sayısı2	-0.99	0.1494	0.000	-1.28 ; -0.69
Pozisyon sayısı3	-1.52	0.2180	0.000	-1.95 ; -1.09
Pozisyon sayısı4	-1.87	0.3609	0.000	-2.57 ; -1.16
Ortam2	0.03	0.5837	0.962	-1.12 ; 1.17
Ortam3	0.21	0.7594	0.786	-1.28 ; 1.69
Pozisyon2	0.07	0.2281	0.747	-0.37 ; 0.52
Pozisyon3	0.11	0.2184	0.625	-0.32 ; 0.53
Pozisyon4	-0.12	0.1943	0.545	-0.49 ; 0.26
Pozisyon5	-0.23	0.2491	0.352	-0.72 ; 0.26
Pozisyon6	0.07	0.2137	0.729	-0.34 ; 0.49
Lastik tipi2	0.03	0.6111	0.955	-1.16 ; 1.23
Lastik tipi3	0.24	0.6186	0.693	-0.97 ; 1.46
Lastik tipi4	12.97	1.3694	0.000	10.28 ; 15.65

Çizelge 4.5. İş makineleri küme olarak alındığında marjinal weibull HBS modeli sonuçları

Değişkenler	$\hat{\beta}$	Sağlam std. Hata	p değeri	Güven aralığı
Marka2	-6.37	0.8670	0.000	-8.07 ; -4.67
Marka3	-5.86	0.6699	0.000	-7.17 ; -4.55
Pozisyon sayısı2	-0.72	0.1145	0.000	-0.94 ; -0.50
Pozisyon sayısı3	-1.12	0.1328	0.000	-1.38 ; -0.86
Pozisyon sayısı4	-1.55	0.1985	0.000	-1.94 ; -1.16
Ortam2	0.00	0.4245	0.999	-0.83 ; 0.83
Ortam3	0.02	0.4772	0.968	-0.92 ; 0.95
Pozisyon2	0.01	0.1226	0.918	-0.23 ; 0.25
Pozisyon3	0.04	0.1302	0.743	-0.21 ; 0.30
Pozisyon4	-0.09	0.1186	0.445	-0.32 ; 0.14
Pozisyon5	-0.19	0.1396	0.175	-0.46 ; 0.08
Pozisyon6	-0.01	0.1214	0.957	-0.24 ; 0.23
Lastik tipi2	0.08	0.4356	0.857	-0.78 ; 0.93
Lastik tipi3	0.14	0.4483	0.748	-0.73 ; 1.02
Lastik tipi4	6.13	0.8417	0.000	4.48 ; 7.78

Çizelge 4.6. İş makineleri küme olarak alındığında marjinal log-normal HBS modeli sonuçları

Değişkenler	$\hat{\beta}$	Sağlam std. hata	p değeri	Güven aralığı
Marka2	-3.25	0.4917	0.00	-4.21 ; -2.29
Marka3	-2.98	0.3156	0.00	-3.59 ; -2.36
Pozisyon sayısı2	-1.08	0.1374	0.00	-1.35 ; -0.81
Pozisyon sayısı3	-1.62	0.1875	0.00	-1.99 ; -1.26
Pozisyon sayısı4	-1.76	0.3249	0.00	-2.40 ; -1.12
Ortam2	0.04	0.3207	0.89	-0.59 ; 0.67
Ortam3	-0.12	0.3455	0.72	-0.80 ; 0.55
Pozisyon2	0.21	0.2052	0.29	-0.19 ; 0.62
Pozisyon3	0.12	0.2074	0.56	-0.29 ; 0.53
Pozisyon4	-0.04	0.1962	0.84	-0.42 ; 0.35
Pozisyon5	-0.14	0.2224	0.51	-0.58 ; 0.29
Pozisyon6	0.04	0.1907	0.83	-0.33 ; 0.41
Lastik tipi2	0.13	0.3266	0.69	-0.51 ; 0.77
Lastik tipi3	0.27	0.3365	0.41	-0.38 ; 0.93
Lastik tipi4	3.33	0.4553	0.00	2.44 ; 4.23

Çizelge 4.7. İş makineleri küme olarak alındığında marjinal log-lojistik HBS modeli sonuçları

Değişkenler	$\hat{\beta}$	Sağlam std. hata	p değeri	Güven aralığı
Marka2	-4.92	0.6324	0.000	-6.16 ; -3.68
Marka3	-4.51	0.5323	0.000	-5.55 ; -3.46
Pozisyon sayısı2	-0.93	0.1221	0.000	-1.17 ; -0.69
Pozisyon sayısı3	-1.40	0.1744	0.000	-1.74 ; -1.06
Pozisyon sayısı4	-1.62	0.2891	0.000	-2.19 ; -1.05
Ortam2	0.10	0.2631	0.691	-0.41 ; 0.62
Ortam3	-0.05	0.2932	0.875	-0.62 ; 0.53
Pozisyon2	0.07	0.1420	0.640	-0.21 ; 0.34
Pozisyon3	0.00	0.1456	0.980	-0.28 ; 0.29
Pozisyon4	-0.08	0.1379	0.540	-0.35 ; 0.19
Pozisyon5	-0.22	0.1587	0.157	-0.54 ; 0.09
Pozisyon6	-0.12	0.1294	0.367	-0.37 ; 0.14
Lastik tipi2	0.17	0.2654	0.524	-0.35 ; 0.69
Lastik tipi3	0.30	0.2778	0.279	-0.24 ; 0.85
Lastik tipi4	4.89	0.5892	0.000	3.74 ; 6.05

Çizelge 4.4. – Çizelge 4.7.’de verilen modellerden uygun olanı belirlemek için Akaike Bilgi Kriteri (AIC) ve Bayesci Bilgi Kriteri (BIC) değerleri elde edilmiştir. AIC ve BIC değerleri küçük olan model veri yapısına daha uygundur. Çizelge 4.4. – Çizelge 4.7.’de verilen modellere ilişkin AIC ve BIC değerleri Çizelge 4.8.’de verilmiştir.

Çizelge 4.8. İş makineleri küme olarak alındığında marjinal HBS modelleri için AIC ve BIC değerleri

Kriter	HBS Modelleri			
	Üstel	Weibull	Log-normal	Log-lojistik
AIC	757.29	641.57	676.91	647.52
BIC	824.72	713.22	748.56	719.17

Çizelge 4.8'de yer alan sonuçlara göre en uygun modelin marjinal weibull HBS modeli olduğu görülmüştür. Marjinal weibull HBS modeli için adımsal seçim yöntemi uygulandığında elde edilen model sonucu Çizelge 4.9'da verilmiştir.

Çizelge 4.9. İş makineleri küme olarak alındığında marjinal weibull HBS modeli için adımsal seçim yöntemi sonuçları

Değişkenler	$\hat{\beta}$	Sağlam std. hata	p değeri	Güven aralığı
Marka2	-6.33	0.7087	0.000	-7.72 ; -4.95
Marka3	-5.85	0.6965	0.000	-7.21 ; -4.48
Pozisyon sayısı2	-0.71	0.1147	0.000	-0.94 ; -0.49
Pozisyon sayısı3	-1.10	0.1324	0.000	-1.36 ; -0.84
Pozisyon sayısı4	-1.57	0.1871	0.000	-1.94 ; -1.2
Lastik tipi4	6.06	0.6617	0.000	4.76 ; 7.36

Yaşam çözümlemesinde kullanılan regresyon modellerinde değişken düzeylerinden biri referans olarak alınarak değişken anlamlılıkları yorumlanmaktadır. Bu çalışmada ilk düzeyler referans olarak alınmıştır.

Çizelge 4.9 incelendiğinde aynı iş makinelerine takılan lastiklerde, B ve C marka lastiklerin hurdaya ayrılma süresi A marka lastiklerden daha kısadır. Pozisyon sayısı değişkeninin düzeylerine bakıldığında, lastiklerin birden fazla kullanılmasının hurdaya ayrılma sürelerini azalttığı söylenebilir. Lastiklerin 2 kez takılma durumu bir kez takılma durumuna göre hurdaya ayrılma süresini yaklaşık 2 kat daha azaltmaktadır. Benzer şekilde dört farklı lastik tipinin birleştirildiği (BIAS-RL4J/4S- XKD1A- R24JE42S) tip lastiklerin ortalama yaşam süresi VMTS tip lastiklere göre daha uzundur.

4.1.2. İş Makineleri Küme Olarak Alındığında Koşullu Model Sonuçları

Koşullu modellerde, kümeler dikkate alınarak çözümleme yapılır. Burada ilk olarak kümelenmiş verilerle Cox orantılı tehlikeler modeli elde edilmiş ve sonuçları Çizelge 4.10.'da verilmiştir.

Çizelge 4.10. İş makineleri küme olarak alındığında kümelenmiş verilerle Cox orantılı tehlikeler modeli sonuçları

Değişkenler	$\hat{\beta}$	Std. hata	p değeri	Güven aralığı
Marka2	-2.37	1.6552	0.153	-5.61 ; 0.88
Marka3	-1.81	1.5471	0.243	-4.84 ; 1.23
Pozisyon sayısı2	1.35	0.6931	0.050	0.00 ; 2.71
Pozisyon sayısı3	2.38	0.8175	0.004	0.77 ; 3.97
Pozisyon sayısı4	0.69	1.4065	0.626	-2.07 ; 3.44
Ortam2	-1.22	1.2870	0.343	-3.74 ; 1.30
Ortam3	1.58	1.2428	0.204	-0.86 ; 4.02
Pozisyon2	1.70	1.0392	0.102	-0.34 ; 3.74
Pozisyon3	0.79	0.9438	0.401	-1.06 ; 2.64
Pozisyon4	0.57	0.7993	0.479	-1.00 ; 2.13
Pozisyon5	2.19	0.9128	0.016	0.40 ; 3.98
Pozisyon6	2.29	1.0353	0.027	0.26 ; 4.32
Lastik tipi2	-0.21	1.4208	0.881	-3.00 ; 2.57
Lastik tipi3	-1.35	1.6228	0.406	-4.53 ; 1.83

Kümelenmiş verilerle Cox orantılı tehlikeler modeli %95 güven düzeyinde anlamlı bulunmuştur (p=0.015). Ancak Cox orantılı tehlikeler modeli orantılılık varsayımı gerektirmektedir. Orantılı tehlikeler varsayımı için Schoenfeld artıkları ile yaşam sürelerinin rankı arasındaki korelasyon testi için bulunan değerler Çizelge 4.11’de verilmiştir.

Çizelge 4.11. İş makineleri küme olarak alındığında kümelenmiş verilerle Cox orantılı tehlikeler modeli için Schoenfeld artıkları ile yaşam süresinin rankı arasındaki korelasyon testi

Değişkenler	p değeri	Değişkenler	p değeri
Marka2	0.35	Pozisyon2	0.26
Marka3	0.84	Pozisyon3	0.03
Pozisyon sayısı2	0.19	Pozisyon4	0.65
Pozisyon sayısı3	0.55	Pozisyon5	0.00
Pozisyon sayısı4	0.17	Pozisyon6	0.00
Ortam2	0.91	Lastik tipi2	0.34
Ortam3	0.77	Lastik tipi3	0.19

Çizelge 4.11 incelendiğinde açıklayıcı değişkenlerden bazılarının p değerleri 0.05'ten küçük olarak bulunduğundan orantılı tehlikeler varsayımının sağlanmadığı görülmüştür. In(-ln) yaşam eğrileri yöntemi ile de incelendiğinde de orantılı tehlikeler varsayımının sağlanmadığı görülmüştür.

Orantılı tehlikeler varsayımı sağlanmadığından kümelenmiş verilerle Cox orantılı tehlikeler modelinin sonuçlarını yorumlamak uygun değildir. Bu nedenle kümelenmiş veriler için parametrik modeller elde edilmiş ve sonuçları Çizelge 4.12. – Çizelge 4.15'de verilmiştir. Parametrik modeller olarak HBS modellerinden üstel, weibull, log-normal, log-lojistik ve genelleştirilmiş gamma regresyon modelleri kullanılmıştır. Ancak genelleştirilmiş gamma için yakınsama olmadığından sonuç elde edilememiştir. Elde edilen modellerden üstel hariç weibull, log-normal ve log-lojistik regresyon modelleri istatistiksel olarak anlamlı ($p < 0.05$) bulunmuştur.

Çizelge 4.12. İş makineleri küme olarak alındığında üstel HBS modeli sonuçları

Değişkenler	$\hat{\beta}$	Std. hata	p değeri	Güven aralığı
Marka2	1.80	1.6765	0.283	-1.49 ; 5.08
Marka3	1.05	1.4960	0.484	-1.88 ; 3.98
Pozisyon sayısı2	-0.89	0.5678	0.119	-2.00 ; 0.23
Pozisyon sayısı3	-1.51	0.6584	0.022	-2.80 ; -0.22
Pozisyon sayısı4	-0.39	1.2630	0.760	-2.86 ; 2.09
Ortam2	0.66	1.2890	0.609	-1.87 ; 3.19
Ortam3	-1.04	1.0702	0.330	-3.14 ; 1.05
Pozisyon2	-0.84	0.8514	0.323	-2.51 ; 0.83
Pozisyon3	0.10	0.8173	0.904	-1.50 ; 1.70
Pozisyon4	0.13	0.7042	0.855	-1.25 ; 1.51
Pozisyon5	-1.18	0.7245	0.105	-2.60 ; 0.24
Pozisyon6	-1.10	0.7896	0.165	-2.64 ; 0.45
Lastik tipi2	-0.03	1.4029	0.984	-2.78 ; 2.72
Lastik tipi3	1.06	1.5669	0.501	-2.02 ; 4.13

Çizelge 4.13. İş makineleri küme olarak alındığında weibull HBS modeli sonuçları

Değişkenler	$\hat{\beta}$	Std. hata	p değeri	Güven aralığı
Marka2	1.08	1.0838	0.317	-1.04 ; 3.21
Marka3	0.57	0.9423	0.545	-1.28 ; 2.42
Pozisyon sayısı2	-0.94	0.3551	0.008	-1.64 ; -0.24
Pozisyon sayısı3	-1.37	0.4374	0.002	-2.23 ; -0.52
Pozisyon sayısı4	-0.80	0.8005	0.319	-2.37 ; 0.77
Ortam2	0.38	0.8039	0.639	-1.20 ; 1.95
Ortam3	-1.03	0.7265	0.157	-2.45 ; 0.40
Pozisyon2	-0.85	0.5415	0.116	-1.91 ; 0.21
Pozisyon3	-0.14	0.5157	0.792	-1.15 ; 0.87
Pozisyon4	-0.11	0.4462	0.810	-0.98 ; 0.77
Pozisyon5	-1.18	0.4587	0.010	-2.08 ; -0.28
Pozisyon6	-0.95	0.5128	0.063	-1.96 ; 0.05
Lastik tipi2	-0.25	0.8711	0.778	-1.95 ; 1.46
Lastik tipi3	0.39	1.0119	0.701	-1.59 ; 2.37

Çizelge 4.14. İş makineleri küme olarak alındığında log-normal HBS modeli sonuçları

Değişkenler	$\hat{\beta}$	Std. hata	p değeri	Güven aralığı
Marka2	1.76	1.1554	0.128	-0.51 ; 4.02
Marka3	1.25	1.0878	0.249	-0.88 ; 3.39
Pozisyon sayısı2	-1.64	0.3934	0.000	-2.41 ; -0.87
Pozisyon sayısı3	-1.72	0.4362	0.000	-2.57 ; -0.86
Pozisyon sayısı4	-1.60	0.7790	0.040	-3.13 ; -0.08
Ortam2	0.98	0.9195	0.287	-0.82 ; 2.78
Ortam3	-0.68	0.6657	0.305	-1.99 ; 0.62
Pozisyon2	-0.75	0.6461	0.249	-2.01 ; 0.52
Pozisyon3	0.15	0.5688	0.798	-0.97 ; 1.26
Pozisyon4	-0.02	0.4980	0.970	-0.99 ; 0.96
Pozisyon5	-0.53	0.4629	0.252	-1.44 ; 0.38
Pozisyon6	-0.09	0.5531	0.868	-1.18 ; 0.99
Lastik tipi2	0.62	1.0039	0.536	-1.35 ; 2.59
Lastik tipi3	1.78	1.1172	0.111	-0.41 ; 3.97

Çizelge 4.15. İş makineleri küme olarak alındığında log-lojistik HBS modeli sonuçları

Değişkenler	$\hat{\beta}$	Std. hata	p değeri	Güven aralığı
Marka2	1.85	0.9916	0.063	-0.10 ; 3.79
Marka3	1.45	0.9424	0.124	-0.40 ; 3.30
Pozisyon sayısı2	-1.78	0.4141	0.000	-2.59 ; -0.96
Pozisyon sayısı3	-1.76	0.4373	0.000	-2.62 ; -0.90
Pozisyon sayısı4	-1.75	0.7064	0.013	-3.13 ; -0.36
Ortam2	1.25	0.7766	0.108	-0.27 ; 2.77
Ortam3	-0.71	0.5794	0.223	-1.84 ; 0.43
Pozisyon2	-0.88	0.6724	0.188	-2.20 ; 0.43
Pozisyon3	0.05	0.6143	0.941	-1.16 ; 1.25
Pozisyon4	0.15	0.5820	0.803	-1.00 ; 1.29
Pozisyon5	-0.48	0.5580	0.387	-1.58 ; 0.61
Pozisyon6	-0.08	0.6158	0.899	-1.28 ; 1.13
Lastik tipi2	0.60	0.8788	0.492	-1.12 ; 2.33
Lastik tipi3	1.95	1.0110	0.054	-0.03 ; 3.93

Çizelge 4.12. – Çizelge 4.15.'de verilen modellerden uygun olanı belirlemek için bu modellere ilişkin AIC ve BIC değerleri Çizelge 4.16.'da verilmiştir.

Çizelge 4.16. İş makineleri küme olarak alındığında HBS modelleri için AIC ve BIC değerleri

Kriter	HBS Modelleri			
	Üstel	Weibull	Log-normal	Log-lojistik
AIC	104.79	98.61	100.14	100.26
BIC	139.35	135.47	137.01	137.13

Çizelge 4.16'da yer alan sonuçlara göre en uygun modelin marjinal modellerde olduğu gibi weibull HBS modeli olduğu görülmüştür.

Yaşam çözümlemesinde aynı kümedeki birimler için gözlemlenemeyen nedenlerden kaynaklanan heterojenliğin incelenmesinde zayıflık modelleri kullanılmaktadır. Zayıflık modelleri incelenirken en uygun HBS regresyon modeli olarak belirlenen weibull modeli gamma zayıflık ve ters-gauss zayıflık terimleri ile incelenmiş ve elde edilen sonuçlar Çizelge 4.17 ve Çizelge 4.18’de verilmiştir.

Çizelge 4.17. İş makineleri küme olarak alındığında gamma zayıflık terimi içeren weibull HBS modeli sonuçları

Değişkenler	$\hat{\beta}$	Std. hata	p değeri	Güven aralığı
Marka2	1.09	1.0838	0.317	-1.04 ; 3.21
Marka3	0.57	0.9423	0.545	-1.28 ; 2.42
Pozisyon sayısı2	-0.94	0.3551	0.008	-1.64 ; -0.24
Pozisyon sayısı3	-1.37	0.4373	0.002	-2.23 ; -0.52
Pozisyon sayısı4	-0.80	0.8004	0.319	-2.37 ; 0.77
Ortam2	0.38	0.8039	0.639	-1.2 ; 1.95
Ortam3	-1.03	0.7264	0.157	-2.45 ; 0.4
Pozisyon2	-0.85	0.5415	0.116	-1.91 ; 0.21
Pozisyon3	-0.14	0.5157	0.792	-1.15 ; 0.87
Pozisyon4	-0.11	0.4462	0.810	-0.98 ; 0.77
Pozisyon5	-1.18	0.4587	0.010	-2.08 ; -0.28
Pozisyon6	-0.95	0.5128	0.063	-1.96 ; 0.05
Lastik tipi2	-0.25	0.8711	0.778	-1.95 ; 1.46
Lastik tipi3	0.39	1.0119	0.701	-1.59 ; 2.37

Çizelge 4.18. İş makineleri küme olarak alındığında ters-gauss zayıflık terimi içeren weibull HBS modeli sonuçları

Değişkenler	$\hat{\beta}$	Std. hata	p değeri	Güven aralığı
Marka2	1.08	1.1002	0.324	-1.07 ; 3.24
Marka3	0.56	0.9558	0.560	-1.32 ; 2.43
Pozisyon sayısı2	-0.97	0.3788	0.010	-1.72 ; -0.23
Pozisyon sayısı3	-1.39	0.4464	0.002	-2.26 ; -0.51
Pozisyon sayısı4	-0.83	0.8249	0.313	-2.45 ; 0.78
Ortam2	0.38	0.8197	0.644	-1.23 ; 1.99
Ortam3	-1.01	0.7378	0.170	-2.46 ; 0.43
Pozisyon2	-0.83	0.5561	0.138	-1.91 ; 0.26
Pozisyon3	-0.10	0.5386	0.857	-1.15 ; 0.96
Pozisyon4	-0.09	0.4450	0.837	-0.96 ; 0.78
Pozisyon5	-1.13	0.4909	0.021	-2.09 ; -0.17
Pozisyon6	-0.90	0.5517	0.104	-1.98 ; 0.18
Lastik tipi2	-0.23	0.8894	0.796	-1.97 ; 1.51
Lastik tipi3	0.43	1.0424	0.680	-1.61 ; 2.47

Çizelge 4.17 ve Çizelge 4.18 için zayıflık terimi için p değeri 1.00 bulunmuştur. Zayıflık teriminin model üzerinde anlamlı bir etkisi olmadığı için zayıflık terimi içeren weibull HBS modelleri lastik veri seti için uygun değildir. Bu değişkenlerin belirli bir düzeyindeki birimlerin kümedeki diğer birimlere göre daha az ya da fazla risk içermediği söylenebilir.

Bu durumda en iyi modeli bulmak için weibull HBS modeline adımsal seçim yöntemi uygulanmış ve elde edilen model sonucu Çizelge 4.19’da verilmiştir.

Çizelge 4.19. İş makineleri küme olarak alındığında weibull HBS modeli için adimsal seçim yöntemi sonuçları

Değişkenler	$\hat{\beta}$	Std. hata	p değeri	Güven aralığı
Pozisyon sayısı2	-1.07	0.3110	0.001	-1.68 ; -0.46
Pozisyon sayısı3	-1.22	0.3267	0.000	-1.86 ; -0.58
Pozisyon5	-0.63	0.3101	0.043	-1.24 ; -0.02

Çizelge 4.19 incelendiğinde pozisyon sayısı ve pozisyon değişkenlerinin yaşam süresini etkileyen önemli faktörler olduğu %95 güven düzeyinde söylenebilmektedir. Lastiklerin 2 kez takılma durumu bir kez takılma durumuna göre hurdaya ayrılma süresini 2.91 kat daha azaltmaktadır. Pozisyon sayısı değişkeninin düzeylerine bakıldığında, lastiklerin birden fazla kullanılmasının hurdaya ayrılma sürelerini azalttığı söylenebilir. Sağ arka içe takılan lastiklerin sol öne takılan lastiklere göre hurdaya ayrılma süresinin yaklaşık 2 kat daha kısa olduğu yorumu yapılabilir.

4.2. Lastikler Küme Olarak Alındığında Elde Edilen Sonuçlar

4.2.1. Lastikler Küme Olarak Alındığında Marjinal Model Sonuçları

Aynı lastiğin birden fazla kullanımı söz konusu olduğundan lastikler küme olarak alınıp lastiklere göre düzeltilmiş standart hatalar (sağlam standart hatalar) elde edilmiştir. Marjinal Cox orantılı tehlikeler modeli sonucu Çizelge 4.20.'de verilmiştir.

Çizelge 4.20. Lastikler küme olarak alındığında marjinal Cox orantılı tehlikeler modeli sonuçları

Değişkenler	$\hat{\beta}$	Sağlam std. Hata	p değeri	Güven aralığı
Marka2	18.99	-	-	- ; -
Marka3	17.82	0.9354	0.000	15.98 ; 19.65
Pozisyon sayısı2	1.61	0.2279	0.000	1.16 ; 2.05
Pozisyon sayısı3	2.37	0.3431	0.000	1.70 ; 3.04
Pozisyon sayısı4	2.97	0.3477	0.000	2.29 ; 3.65
Ortam2	-0.13	0.7977	0.874	-1.69 ; 1.44
Ortam3	-0.01	0.9226	0.988	-1.82 ; 1.79
Pozisyon2	-0.03	0.2476	0.893	-0.52 ; 0.45
Pozisyon3	-0.05	0.2942	0.877	-0.62 ; 0.53
Pozisyon4	0.14	0.2606	0.595	-0.37 ; 0.65
Pozisyon5	0.44	0.2606	0.089	-0.07 ; 0.95
Pozisyon6	0.05	0.3111	0.875	-0.56 ; 0.66
Lastik tipi2	-0.23	0.8128	0.780	-1.82 ; 1.37
Lastik tipi3	-0.35	0.8254	0.669	-1.97 ; 1.26
Lastik tipi4	-18.52	0.4507	0.000	-19.40 ; -17.64

Marjinal Cox orantılı tehlikeler modeli %95 güven düzeyinde anlamlı bulunmuştur (p=0.00). Ancak Cox orantılı tehlikeler modeli orantılılık varsayımı gerektirmektedir. Orantılı tehlikeler varsayımı için Schoenfeld artıkları ile yaşam sürelerinin rankı arasındaki korelasyon testi sonuçları Çizelge 4.21’de verilmiştir.

Çizelge 4.21. Lastikler küme olarak alındığında marjinal Cox orantılı tehlikeler modeli için Schoenfeld artıkları ile yaşam süresinin rankı arasındaki korelasyon testi

Değişkenler	p değeri	Değişkenler	p değeri
Marka3	0.00	Pozisyon3	0.66
Pozisyon sayısı2	0.00	Pozisyon4	0.40
Pozisyon sayısı3	0.00	Pozisyon5	0.91
Pozisyon sayısı4	0.74	Pozisyon6	0.72
Ortam2	0.00	Lastik tipi2	0.00
Ortam3	0.00	Lastik tipi3	0.00
Pozisyon2	0.26	Lastik tipi4	0.01

Çizelge 4.21 incelendiğinde açıklayıcı değişkenlerden bazılarının p değerleri 0.05'ten küçük olarak bulunduğundan orantılı tehlikeler varsayımının sağlanmadığı görülmüştür.

Orantılı tehlikeler varsayımı sağlanmadığından marjinal Cox orantılı tehlikeler modelinin sonuçlarını yorumlamak uygun değildir. Bu nedenle parametrik marjinal modeller elde edilmiş ve sonuçları Çizelge 4.22. – Çizelge 4.25'de verilmiştir. HBS modellerinden üstel, weibull, log-normal, log-lojistik ve genelleştirilmiş gamma regresyon modelleri kullanılmıştır. Ancak genelleştirilmiş gamma için yakınsama olmadığından sonuç elde edilememiştir. Elde edilen modellerin tümü istatistiksel olarak anlamlı ($p < 0.05$) bulunmuştur.

Çizelge 4.22. Lastikler küme olarak alındığında marjinal üstel HBS modeli sonuçları

Değişkenler	$\hat{\beta}$	Sağlam std. hata	p değeri	Güven aralığı
Marka2	-13.04	1.1599	0.000	-15.31 ; -10.76
Marka3	-12.49	1.0306	0.000	-14.51 ; -10.47
Pozisyon sayısı2	-0.99	0.1542	0.000	-1.29 ; -0.68
Pozisyon sayısı3	-1.52	0.2471	0.000	-2.00 ; -1.03
Pozisyon sayısı4	-1.87	0.3159	0.000	-2.49 ; -1.25
Ortam2	0.03	0.4896	0.954	-0.93 ; 0.99
Ortam3	0.21	0.6339	0.745	-1.04 ; 1.45
Pozisyon2	0.07	0.2056	0.720	-0.33 ; 0.48
Pozisyon3	0.11	0.2253	0.635	-0.33 ; 0.55
Pozisyon4	-0.12	0.1975	0.552	-0.5 ; 0.27
Pozisyon5	-0.23	0.1985	0.242	-0.62 ; 0.16
Pozisyon6	0.07	0.2332	0.751	-0.38 ; 0.53
Lastik tipi2	0.03	0.4945	0.945	-0.93 ; 1.00
Lastik tipi3	0.24	0.5175	0.636	-0.77 ; 1.26
Lastik tipi4	12.97	1.1216	0.000	10.77 ; 15.16

Çizelge 4.23. Lastikler küme olarak alındığında marjinal weibull HBS modeli sonuçları

Değişkenler	$\hat{\beta}$	Sağlam std. Hata	p değeri	Güven aralığı
Marka2	-6.37	0.6943	0.000	-7.73 ; -5.01
Marka3	-5.86	0.6533	0.000	-7.14 ; -4.58
Pozisyon sayısı2	-0.72	0.1066	0.000	-0.93 ; -0.51
Pozisyon sayısı3	-1.12	0.1650	0.000	-1.44 ; -0.79
Pozisyon sayısı4	-1.55	0.1565	0.000	-1.85 ; -1.24
Ortam2	0.00	0.3552	0.999	-0.70 ; 0.70
Ortam3	0.02	0.4028	0.962	-0.77 ; 0.81
Pozisyon2	0.01	0.1128	0.911	-0.21 ; 0.23
Pozisyon3	0.04	0.1380	0.757	-0.23 ; 0.31
Pozisyon4	-0.09	0.1099	0.411	-0.31 ; 0.13
Pozisyon5	-0.19	0.1154	0.101	-0.42 ; 0.04
Pozisyon6	-0.01	0.1435	0.963	-0.29 ; 0.27
Lastik tipi2	0.08	0.3634	0.830	-0.63 ; 0.79
Lastik tipi3	0.14	0.3737	0.700	-0.59 ; 0.88
Lastik tipi4	6.13	0.7103	0.000	4.74 ; 7.53

Çizelge 4.24. Lastikler küme olarak alındığında marjinal log-normal HBS modeli sonuçları

Değişkenler	$\hat{\beta}$	Sağlam std. Hata	p değeri	Güven aralığı
Marka2	-3.25	0.3828	0.000	-4.00 ; -2.50
Marka3	-2.98	0.3254	0.000	-3.61 ; -2.34
Pozisyon sayısı2	-1.08	0.1368	0.000	-1.35 ; -0.81
Pozisyon sayısı3	-1.62	0.2180	0.000	-2.05 ; -1.20
Pozisyon sayısı4	-1.76	0.2476	0.000	-2.25 ; -1.28
Ortam2	0.04	0.2538	0.867	-0.45 ; 0.54
Ortam3	-0.12	0.2934	0.672	-0.70 ; 0.45
Pozisyon2	0.21	0.1675	0.202	-0.11 ; 0.54
Pozisyon3	0.12	0.2018	0.549	-0.27 ; 0.52
Pozisyon4	-0.04	0.1755	0.824	-0.38 ; 0.30
Pozisyon5	-0.14	0.1758	0.412	-0.49 ; 0.20
Pozisyon6	0.04	0.1848	0.828	-0.32 ; 0.40
Lastik tipi2	0.13	0.2672	0.627	-0.39 ; 0.65
Lastik tipi3	0.27	0.2830	0.332	-0.28 ; 0.83
Lastik tipi4	3.33	0.4021	0.000	2.55 ; 4.12

Çizelge 4.25. Lastikler küme olarak alındığında marjinal log-lojistik HBS modeli sonuçları

Değişkenler	$\hat{\beta}$	Sağlam std. Hata	p değeri	Güven aralığı
Marka2	-4.92	0.5425	0.000	-5.98 ; -3.85
Marka3	-4.51	0.5302	0.000	-5.55 ; -3.47
Pozisyon sayısı2	-0.93	0.1156	0.000	-1.15 ; -0.7
Pozisyon sayısı3	-1.40	0.2044	0.000	-1.80 ; -1.00
Pozisyon sayısı4	-1.62	0.2185	0.000	-2.05 ; -1.19
Ortam2	0.10	0.2186	0.632	-0.32 ; 0.53
Ortam3	-0.05	0.2694	0.864	-0.57 ; 0.48
Pozisyon2	0.07	0.1235	0.591	-0.18 ; 0.31
Pozisyon3	0.00	0.1545	0.981	-0.30 ; 0.31
Pozisyon4	-0.08	0.1290	0.512	-0.34 ; 0.17
Pozisyon5	-0.22	0.1317	0.088	-0.48 ; 0.03
Pozisyon6	-0.12	0.1456	0.423	-0.40 ; 0.17
Lastik tipi2	0.17	0.2253	0.453	-0.27 ; 0.61
Lastik tipi3	0.30	0.2385	0.207	-0.17 ; 0.77
Lastik tipi4	4.89	0.5474	0.000	3.82 ; 5.97

HBS modellerinden hangisinin en uygun olduğuna karar verilebilmek için üstel, weibull, log-normal ve log-lojistik parametrik regresyon modellerine ait AIC ve BIC değerleri elde edilmiştir. Çizelge 4.22. – Çizelge 4.25.’de verilen modellere ilişkin AIC ve BIC değerleri Çizelge 4.26.’da verilmiştir.

Çizelge 4.26. Lastikler küme olarak alındığında marjinal HBS modelleri için AIC ve BIC değerleri

Kriter	HBS Modelleri			
	Üstel	Weibull	Log-normal	Log-lojistik
AIC	757.29	641.57	676.91	647.52
BIC	824.72	713.22	748.56	719.17

Çizelge 4.26'da yer alan sonuçlara göre en uygun modelin marjinal weibull HBS modeli olduğu görülmüştür. Marjinal weibull HBS modeli için adımsal seçim yöntemi uygulandığında elde edilen model sonucu Çizelge 4.27'de verilmiştir.

Çizelge 4.27. Lastikler küme olarak alındığında marjinal weibull regresyon modeli için adımsal seçim yöntemi sonuçları

Değişkenler	$\hat{\beta}$	Sağlam std. hata	p değeri	Güven aralığı
Marka2	-6.40	0.6362	0.000	-7.65 ; -5.15
Marka3	-5.90	0.6605	0.000	-7.20 ; -4.61
Pozisyon sayısı2	-0.70	0.1042	0.000	-0.90 ; -0.50
Pozisyon sayısı3	-1.09	0.1632	0.000	-1.41 ; -0.77
Pozisyon sayısı4	-1.52	0.1374	0.000	-1.79 ; -1.25
Pozisyon5	-0.19	0.0937	0.047	-0.37 ; 0.00
Lastik tipi4	6.11	0.6440	0.000	4.85 ; 7.37

Çizelge 4.27 incelendiğinde lastiklerin birden fazla kullanılması durumunda, B ve C marka lastiklerin hurdaya ayrılma süresi A marka lastiklerden daha kısadır. Lastiklerin 2 kez takılma durumu bir kez takılma durumuna göre hurdaya ayrılma süresini yaklaşık 2 kat daha azaltmaktadır. Pozisyon sayısı değişkeninin düzeylerine bakıldığında, lastiklerin birden fazla kullanılmasının hurdaya ayrılma sürelerini azalttığı söylenebilir. Sağ arka içe takılan lastiklerin sol öne takılan lastiklere göre hurdaya ayrılma süresinin yaklaşık 1.2 kat daha kısa olduğu yorumu yapılabilir. Benzer şekilde dört farklı lastik tipinin birleştirildiği (BIAS-RL4J/4S- XKD1A- R24JE42S) tip lastiklerin ortalama yaşam süresi VMTS tip lastiklere göre daha uzundur.

4.2.2. Lastikler Küme Olarak Alındığında Koşullu Model Sonuçları

İlk olarak kümelenmiş verilerle Cox orantılı tehlikeler modeli elde edilmiş ve sonuçları Çizelge 4.28.'de verilmiştir.

Çizelge 4.28. Lastikler küme olarak alındığında kümelenmiş verilerle Cox orantılı tehlikeler modeli sonuçları

Değişkenler	$\hat{\beta}$	Std. hata	p değeri	Güven aralığı
Marka2	19.26	-	-	-
Marka3	17.76	0.6067	0.000	16.57 ; 18.95
Pozisyon sayısı2	1.61	0.1997	0.000	1.22 ; 2.00
Pozisyon sayısı3	2.63	0.3028	0.000	2.04 ; 3.22
Pozisyon sayısı4	3.17	0.5900	0.000	2.01 ; 4.33
Ortam2	-0.38	0.5865	0.512	-1.53 ; 0.77
Ortam3	-0.44	0.6017	0.461	-1.62 ; 0.74
Pozisyon2	-0.02	0.2654	0.927	-0.54 ; 0.50
Pozisyon3	0.04	0.2816	0.884	-0.51 ; 0.59
Pozisyon4	0.10	0.2647	0.697	-0.42 ; 0.62
Pozisyon5	0.47	0.2546	0.063	-0.03 ; 0.97
Pozisyon6	0.01	0.2796	0.977	-0.54 ; 0.56
Lastik tipi2	-0.57	0.6006	0.340	-1.75 ; 0.60
Lastik tipi3	-0.67	0.6246	0.284	-1.89 ; 0.55
Lastik tipi4	-18.90	0.4951	0.000	-19.87 ; -17.93

Cox orantılı tehlikeler modeli %95 güven düzeyinde anlamlı bulunmuştur (p=0.00). Orantılı tehlikeler varsayımı, Schoenfeld artıkları ile yaşam sürelerinin rankı arasındaki korelasyon testi ile incelendiğinde elde edilen değerler Çizelge 4.29'da verilmiştir.

Çizelge 4.29. Lastikler küme olarak alındığında kümelenmiş verilerle Cox orantılı tehlikeler modeli için Schoenfeld artıkları ile yaşam süresinin rankı arasındaki korelasyon testi

Değişkenler	p değeri	Değişkenler	p değeri
Marka3	0.00	Pozisyon3	0.95
Pozisyon sayısı2	0.00	Pozisyon4	0.47
Pozisyon sayısı3	0.00	Pozisyon5	0.37
Pozisyon sayısı4	0.41	Pozisyon6	0.51
Ortam2	0.13	Lastik tipi2	0.29
Ortam3	0.03	Lastik tipi3	0.41
Pozisyon2	0.26	Lastik tipi4	0.14

Çizelge 4.29 incelendiğinde açıklayıcı değişkenlerden bazılarının p değerleri 0.05'ten küçük olarak bulunduğundan orantılı tehlikeler varsayımının sağlanmadığı görülmüştür.

Orantılı tehlikeler varsayımı sağlanmadığından kümelenmiş verilerle Cox orantılı tehlikeler modelinin sonuçlarını yorumlamak uygun değildir. Bu nedenle kümelenmiş veriler için parametrik modeller elde edilmiş ve sonuçları Çizelge 4.30 – Çizelge 4.33'de verilmiştir. Parametrik modeller olarak HBS modellerinden üstel, weibull, log-normal, log-lojistik ve genelleştirilmiş gamma regresyon modelleri kullanılmıştır. Ancak genelleştirilmiş gamma için yakınsama olmadığından sonuç elde edilememiştir. Elde edilen üstel hariç weibull, log-normal ve log-lojistik regresyon modellerinin tümü istatistiksel olarak anlamlı ($p < 0.05$) bulunmuştur. Çizelge 4.30 – Çizelge 4.33'de verilen sonuçlar incelendiğinde bazı değişken düzeylerine ilişkin standart hata ve güven aralıklarının çok büyük değerler olarak elde edildiği görülmektedir. Bunun nedeninin, lastikler küme olarak alındığından bazı kümelerdeki gözlem sayılarının çok az olmasından kaynaklı olduğu düşünülmektedir.

Çizelge 4.30. Lastikler küme olarak alındığında üstel HBS modeli sonuçları

Değişkenler	$\hat{\beta}$	Std. hata	p değeri	Güven aralığı
Marka2	-13.22	834.42	0.987	-1648.66 ; 1622.21
Marka3	-12.43	834.42	0.988	-1647.87 ; 1623.01
Pozisyon sayısı2	-1.02	0.1832	0.000	-1.38 ; -0.66
Pozisyon sayısı3	-1.75	0.2748	0.000	-2.29 ; -1.21
Pozisyon sayısı4	-2.01	0.5427	0.000	-3.08 ; -0.95
Ortam2	0.14	0.5172	0.789	-0.88 ; 1.15
Ortam3	0.53	0.5457	0.332	-0.54 ; 1.60
Pozisyon2	0.07	0.2626	0.789	-0.44 ; 0.58
Pozisyon3	0.09	0.2772	0.741	-0.45 ; 0.64
Pozisyon4	-0.13	0.2607	0.622	-0.64 ; 0.38
Pozisyon5	-0.25	0.2501	0.311	-0.74 ; 0.24
Pozisyon6	0.11	0.2706	0.677	-0.42 ; 0.64
Lastik tipi2	0.21	0.5300	0.694	-0.83 ; 1.25
Lastik tipi3	0.35	0.5617	0.538	-0.76 ; 1.45
Lastik tipi4	13.13	834.42	0.987	-1622.31 ; 1648.57

Çizelge 4.31. Lastikler küme olarak alındığında weibull HBS modeli sonuçları

Değişkenler	$\hat{\beta}$	Std. hata	p değeri	Güven aralığı
Marka2	-6.53	298.71	0.983	-591.99 ; 578.93
Marka3	-5.89	298.71	0.984	-591.36 ; 579.57
Pozisyon sayısı2	-0.74	0.0945	0.000	-0.93 ; -0.55
Pozisyon sayısı3	-1.29	0.1429	0.000	-1.57 ; -1.01
Pozisyon sayısı4	-1.72	0.2777	0.000	-2.26 ; -1.17
Ortam2	0.13	0.2957	0.671	-0.45 ; 0.71
Ortam3	0.21	0.2899	0.476	-0.36 ; 0.77
Pozisyon2	0.01	0.1297	0.946	-0.25 ; 0.26
Pozisyon3	-0.01	0.1375	0.936	-0.28 ; 0.26
Pozisyon4	-0.09	0.1288	0.489	-0.34 ; 0.16
Pozisyon5	-0.22	0.1231	0.076	-0.46 ; 0.02
Pozisyon6	0.01	0.1354	0.937	-0.25 ; 0.28
Lastik tipi2	0.25	0.3028	0.405	-0.34 ; 0.85
Lastik tipi3	0.30	0.3164	0.344	-0.32 ; 0.92
Lastik tipi4	6.38	298.71	0.983	-579.09 ; 591.84

Çizelge 4.32. Lastikler küme olarak alındığında log-normal HBS modeli sonuçları

Değişkenler	$\hat{\beta}$	Std. hata	p değeri	Güven aralığı
Marka2	-3.41	131.91	0.979	-261.96 ; 255.13
Marka3	-3.13	131.91	0.981	-261.67 ; 255.42
Pozisyon sayısı2	-1.14	0.1147	0.000	-1.36 ; -0.91
Pozisyon sayısı3	-1.84	0.1811	0.000	-2.19 ; -1.48
Pozisyon sayısı4	-1.87	0.3307	0.000	-2.52 ; -1.22
Ortam2	-0.01	0.2943	0.976	-0.59 ; 0.57
Ortam3	-0.05	0.2802	0.862	-0.60 ; 0.50
Pozisyon2	0.22	0.1642	0.190	-0.11 ; 0.54
Pozisyon3	0.11	0.1685	0.513	-0.22 ; 0.44
Pozisyon4	-0.03	0.1642	0.833	-0.36 ; 0.29
Pozisyon5	-0.18	0.1571	0.243	-0.49 ; 0.12
Pozisyon6	0.03	0.1621	0.842	-0.29 ; 0.35
Lastik tipi2	0.10	0.3048	0.732	-0.49 ; 0.70
Lastik tipi3	0.21	0.3268	0.526	-0.43 ; 0.85
Lastik tipi4	3.46	131.91	0.979	-255.08 ; 262.01

Çizelge 4.33. Lastikler küme olarak alındığında log-lojistik HBS modeli sonuçları

Değişkenler	$\hat{\beta}$	Std. hata	p değeri	Güven aralığı
Marka2	-5.98	802.53	0.994	-1578.93 ; 1566.96
Marka3	-5.54	802.53	0.994	-1578.49 ; 1567.41
Pozisyon sayısı2	-0.97	0.1047	0.000	-1.18 ; -0.77
Pozisyon sayısı3	-1.62	0.1742	0.000	-1.97 ; -1.28
Pozisyon sayısı4	-1.76	0.2945	0.000	-2.33 ; -1.18
Ortam2	0.07	0.2486	0.780	-0.42 ; 0.56
Ortam3	0.05	0.2591	0.859	-0.46 ; 0.55
Pozisyon2	0.07	0.1388	0.607	-0.20 ; 0.34
Pozisyon3	0.00	0.1477	0.989	-0.29 ; 0.29
Pozisyon4	-0.09	0.1412	0.537	-0.36 ; 0.19
Pozisyon5	-0.26	0.1378	0.056	-0.53 ; 0.01
Pozisyon6	-0.13	0.1425	0.347	-0.41 ; 0.15
Lastik tipi2	0.16	0.2566	0.534	-0.34 ; 0.66
Lastik tipi3	0.26	0.2739	0.343	-0.28 ; 0.80
Lastik tipi4	5.95	802.53	0.994	-1566.99 ; 1578.89

Çizelge 4.30. – Çizelge 4.33.'de verilen modellere ilişkin AIC ve BIC değerleri
Çizelge 4.34.'te verilmiştir.

Çizelge 4.34. Lastikler küme olarak alındığında HBS modelleri için AIC ve BIC değerleri

Kriter	HBS Modelleri			
	Üstel	Weibull	Log-normal	Log-lojistik
AIC	708.06	601.06	627.45	601.86
BIC	774.81	671.98	698.37	672.78

Çizelge 4.34'te yer alan sonuçlara göre en uygun modelin marjinal modellerde olduğu gibi weibull HBS modeli olduğu görülmüştür.

En uygun bulunan weibull HBS regresyon modeli kullanılarak zayıflık için gamma zayıflık ve ters-gauss zayıflık terimleri incelenmiştir. Ancak gamma zayıflık modelinde yakınsama sağlanamamış ve ters-gauss zayıflık için de sonuç alınamamıştır. Buna göre aynı lastiklere ait ölçüm değerlerinin kümeleri oluşturduğu bu model için weibull zayıflık modeli yerine weibull regresyon modelinin kullanılmasının daha uygun olduğu söylenebilir. Weibull regresyon modeli için adımsal regresyon yöntemi uygulanmış ve ile elde edilen sonuçlar Çizelge 4.35’de verilmiştir.

Çizelge 4.35. Lastikler küme olarak alındığında weibull HBS modeli için adımsal seçim yöntemi sonuçları

Değişkenler	$\hat{\beta}$	Std. hata	p değeri	Güven aralığı
Marka2	-0.52	0.1850	0.005	-0.88 ; -0.15
Pozisyon sayısı2	-0.71	0.0913	0.000	-0.89 ; -0.53
Pozisyon sayısı3	-1.24	0.1333	0.000	-1.50; -0.97
Pozisyon sayısı4	-1.68	0.2678	0.000	-2.20 ; -1.16
Pozisyon5	-0.22	0.0921	0.017	-0.40 ; -0.04
Lastik tipi4	0.29	0.1461	0.047	0.00 ; 0.58

Çizelge 4.35 incelendiğinde marka, pozisyon sayısı, pozisyon ve lastik tipi değişkenlerinin yaşam süresini etkileyen önemli faktörler olduğu %95 güven düzeyinde söylenebilmektedir. Pozisyon sayısı değişkeninin düzeylerine bakıldığında, lastiklerin birden fazla kullanılmasının hurdaya ayrılma sürelerini azalttığı söylenebilir. Lastiklerin 2 kez takılma durumu bir kez takılma durumuna göre hurdaya ayrılma süresini yaklaşık 2 kat daha azaltmaktadır. Sağ arka içe takılan lastiklerin sol öne takılan lastiklere göre hurdaya ayrılma süresinin yaklaşık 1.25 kat daha kısa olduğu yorumu yapılabilir. Benzer şekilde dört farklı lastik tipinin birleştirildiği (BIAS-RL4J/4S- XKD1A- R24JE42S) tip lastiklerin ortalama yaşam süresi VMTS tip lastiklere göre yaklaşık 1.5 kat daha uzundur.

5. SONUÇLAR

Kümelenmiş başarısızlık sürelerini içeren veriler biyomedikal, epidemiyolojik, demografik gibi birçok farklı araştırma alanlarında sıklıkla görülmektedir. Klasik istatistiksel yöntemlerde birimlerin birbirinden bağımsızlığı varsayımı altında çözümlenmeler yapılır. Ancak pratik uygulamalarda veriler genellikle olası ölçülemeyen benzerlikleri paylaşan kümeler olarak gruplandırılırlar. Örneğin, klinik çalışmalarda aynı hekim tarafından tedavi edilen hastalar genellikle coğrafi yakınlık içinde yaşarlar, benzer bir sosyoekonomik altyapıdan gelebilir ve aynı kalitede tedavi alırlar. Birimler arasındaki bu tür bağımlılık biçimleri, ortak değişkenler ile tam olarak belirlenemeyebilir, ancak bu bağımlılığı görmezden gelmek ciddi hatalara yol açabilir.

Tekrarlayan başarısızlık süresi verileri de kümelenmiş başarısızlık süresi verilerinin özel bir durumudur. Birim düzeyinde ortak değişkenlerin başarısızlık tekrarlama riski üzerine etkisi incelenmektedir. Tek bir birim tarafından tekrarlanan başarısızlıklar arasındaki bağımlılığın dikkate alınması geçerli tahminlerin elde edilmesinde önemlidir.

Kümelenmiş başarısızlık süresi çözümlemesi için geliştirilen marjinal modeller ve koşullu modeller literatürde önemli bir yere sahiptir. Verinin kümelenmesi durumunda, marjinal modellerde bağımlılık yapısı sadece standart hatalar hesaplanırken dikkate alınır. Zayıflık modelleri ise kümelerin birbirinden ne oranda az ya da fazla risk taşıdığını görebilmek ve yorumlayabilmek için kullanılmıştır.

Kümelenmiş başarısızlık süresi modelleri olarak marjinal Cox orantılı tehlikeler modeli, marjinal HBS modelleri, ve koşullu Cox orantılı tehlikeler modeli, tabakalı Cox orantılı tehlikeler modeli ve zayıflık içeren HBS modelleri incelenmiştir. Parametrik regresyon modelleri için üstel, weibull, log-normal, log-lojistik ve genelleştirilmiş gamma dağılımları kullanılmıştır.

Kümelenmiş başarısızlık süresi çözümlemesinde geliştirilen modeller ve çeşitli yaklaşımlar literatürde teorik açıdan yer almasına rağmen karmaşık ilişki yapılarının modellenmesinde STATA, SAS ve R gibi istatistiksel programlarda hazırlanan kodlar halen gelişme halindedir ve bu kodlar dergi ve makaleler aracılığıyla kullanıcılarla paylaşılmaktadır.

Bu çalışmada, 585 lastik verisi kullanılmıştır. Marka, pozisyon, pozisyon sayısı, lastik tipi ve ortam açıklayıcı değişkenler olarak özömlenmeye dahil edilmiştir.

İlk olarak, aynı iş makinelerine takılan lastiklerin başarısızlık sürelerinin birbirleriyle ilişkili olduğu düşünölerek iş makineleri küme olarak alınıp kümelenmiş başarısızlık süreli yaşam özömlenmesi yapılmıştır. Öncelikle marjinal Cox orantılı tehlikeler modeli elde edilmiş ve orantılı tehlikeler varsayımının sağlanmadığı görölmüştür. Daha sonra marjinal HBS modelleri incelenmiş, AIC ve BIC model seçim kriteri dikkate alınarak marjinal weibull HBS modelinin en uygun HBS modeli olduğu sonucuna varılmıştır. Koşullu modeller altında ise koşullu Cox orantılı tehlikeler modeli, HBS modelleri, zayıflık içeren HBS modelleri incelenmiş ve zayıflık modellerinin lastik veri seti için uygun olmadığı görölmüştür. Buna göre açıklayıcı değişkenlerin belirli bir düzeyindeki birimlerin kümedeki diğer birimlere göre daha az ya da fazla risk iermediğı söylenebilir. Bu durumda koşullu weibull HBS modeline adımsal seçim yöntemi uygulanarak elde edilen sonuçlar yorumlanmıştır. Aynı iş makinelerine takılan lastiklerde, B ve C marka lastiklerin hurdaya ayrılma süresinin A marka lastiklerden daha kısa ve dört farklı lastik tipinin birleştirildiğı (BIAS-RL4J/4S- XKD1A- R24JE42S) tip lastiklerin ortalama yaşam süresi VMTS tip lastiklere göre daha uzun olduğu görölmüştür. Pozisyon sayısı değişkeninin düzeylerine bakıldığında aynı iş makinesinde birden fazla kullanılan lastiklerin daha erken hurdaya ayrıldığı sonucuna varılmıştır.

İkinci olarak, aynı lastiğın birden fazla kullanımı söz konusu olduğundan lastikler küme olarak alınıp makineler küme olarak alındığında yapılan özömlenmeler yapılmıştır. Marjinal weibull HBS modelinin en uygun HBS modeli olduğu sonucuna varılmıştır. Koşullu modeller altında gamma zayıflık ve ters-gauss zayıflık modelleri incelenmiştir. Ancak gamma zayıflık modelinde yakınsama sağlanamamış ve ters-gauss zayıflık için de sonuç alınamamıştır. Bu nedenle zayıflık içeren koşullu modellerin lastikler küme olarak alındığında da lastik veri seti için uygun olmadığı görölmüştür. Bu durumda koşullu weibull HBS modeline adımsal seçim yöntemi sonuçları yorumlanmıştır. Benzer şekilde B ve C marka lastiklerin hurdaya ayrılma süresinin A marka lastiklerden daha kısa ve dört farklı lastik tipinin birleştirildiğı (BIAS-RL4J/4S- XKD1A- R24JE42S) tip lastiklerin ortalama yaşam süresi VMTS tip lastiklere göre daha uzun olduğu görölmüştür. Lastiklerin birden fazla kullanılmasının hurdaya ayrılma süresini azalttığı, sağ arka

ie takılan lastiklerin sol ne takılan lastiklere göre hurdaya ayrılma süresini 1.2 kat artırdığı olduğu grlmştr.

Kümelenmiş başarısızlık süresi verilerine pek çok araştırma alanında karşılaşılmasına rağmen bu tür veriler kullanılarak yapılan çalışmalara pek rastlanmamıştır. İstatistiksel yazılımların geliştirilmesi, karmaşık ilişki yapılarının net bir şekilde belirlenmesini, araştırmanın amacına göre en uygun modelin seçilmesini ve böylece yapılan kümelenmiş başarısızlık süresi çözümlemesinde etkin tahminlerin yapılmasını sağlayabilir.



KAYNAKLAR

- [1] Gharibvand, L., Liu, L., Analysis of survival data with clustered events, SAS *Global Forum*, **2009**, <https://support.sas.com/resources/papers/proceedings09/237-2009.pdf>.
- [2] Eriksson, F., *Correlated Random Effects Models For Clustered Survival Data*, Doctor of Philosophy, University of Gothenburg, Göteborg, Sweden, 2012.
- [3] Cox, D.R., Regression models and life-tables, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 34(2), 187-220, **1972**.
- [4] Cox, D.R., Oakes, D., *Analysis of Survival Data*. Chapman and Hall, London, 193, **1984**.
- [5] Kleinbaum, D.G., *Survival analysis, Statistics in Health Sciences*, Springer Verlag, New York, **1996**.
- [6] Klein, J.P., Moeschberger, M.L., *Survival Analysis: Techniques for Censored and Truncated Data*, Springer-Verlag, New York, 502, **1997**.
- [7] Collett, D., *Modelling Survival Data in Medical Research*, (eds: Raton, B.), Chapman & Hall/CRC, **2003**.
- [8] Lee, E.T., Wang, J.W., *Statistical Methods for Survival Data Analysis*, John Wiley & Sons, **2003**.
- [9] Knox, K.L., Bajorska, A., Feng, C., Tang, W., Wu, P., Tu, X.M., survival analysis for observational and clustered data an application for assessing individual and environmental risk factors for suicide, *Shanghai Arch Psychiatry*, 25, 3, 183–194, **2013**.
- [10] Ying, G., Liu, C., *Statistical Analysis of Clustered Data using SAS System*, NESUG, **2006**.
- [11] Niu, Y., *Marginal Models for Modeling Clustered Failure Time Data*, Doctor of Philosophy, Queen's University, Ontario, Canada, **2013**.
- [12] Galbraith, S., Daniel, J.A., Vissel, B., A study of clustered data and approaches to its analysis, *The Journal of Neuroscience*, 30, 32, 10601-10608, **2010**.
- [13] Lin, D.Y., Cox regression analysis of multivariate failure time data: the marginal approach, *Statistics in Medicine*, 13, 2233–2247, 1994.
- [14] Huster, WJ., Brookmeyer, R., Self, SG., Modeling paired survival data with covariate, *Biometrics*, 45, 145–156, **1989**.
- [15] Therneau, TM., Grambsch, PM., *Modeling Survival Data: Extending the Cox Model*, Springer, New York, **2000**.
- [16] Cleves, M., Analysis of multiple failure time survival data, *Statacorp*, **2009**.
- [17] Clayton, D.G., A model for association in bivariate lifetables and its application in epidemiological studies of familial tendency in chronic disease incidence, *Biometrika*, 65, 141-15, **1978**.

- [18] Vaupel, J., Manton, K., Stallard, E., The impact of heterogeneity in individual frailty on the dynamics of mortality, *Demography*, 16, 439-454, **1979**.
- [19] Oakes, D., A model for association in bivariate survival data, *Journal of the Royal Statistical Society Series B*, 44, 414–422, **1982**.
- [20] Oakes, D., Bivariate survival models induced by frailties, *Journal of the American Statistical Association*, 84, 487-493, **1986**.
- [21] Hougaard, P., Survival models for heterogeneous populations derived from stable distributions, *Biometrika*, 73, 387–396, **1986**.
- [22] Wei, L.J., Lin, D.Y., Weissfeld, L., Regression analysis of multivariate incomplete failure time data by modeling marginal distributions, *Journal of the American Statistical Association*, 84, 1065–1073, **1989**.
- [23] Lee, E.W., Wei L.J., Amato D.A., Cox-Type Regression Analysis for Large Numbers of Small Groups of Correlated Failure Time Observations, (eds: Klein, J.P., Goel P.K., *Survival analysis. State of the Art*, Kluwer Academic, Dordrech, 237-247, **1992**.
- [24] Guo, G., Rodriguez, G., Estimating a multivariate proportional hazards model for clustered data using the em algorithm, with an application to child survival in guatemala, *Journal of the American Statistical Association*, 87, 969–976, **1992**.
- [25] Liang, K.Y., Self, S.G., Chang, Y.C., Modelling marginal hazards in multivariate failure time data, *Journal of the Royal Statistical Society Series B*, 55, 441–453, **1993**.
- [26] Zenger, E., Siblings' neonatal mortality risks and birth spacing in bangladesh, *Demography*, 30, 477–488, **1993**.
- [27] Cai J., Prentice, R.L., Estimating equations for hazard ratio parameters based on correlated failure time data, *Biometrika*, 82, 151–164, **1995**.
- [28] Cai J., Prentice, R.L., Regression estimation using multivariate failure time data and a common baseline hazard function model, *Lifetime Data Analysis*, 3, 197–213, **1997**.
- [29] Spiekerman, C.F., Lin, D.Y., Marginal regression models for multivariate failure time data, *Journal of the American Statistical Association*, 93, 1164–1175, **1998**.
- [30] Lipsitz, S.R., Parzen, M., A jackknife estimator of variance for cox regression for correlated survival data, *Biometrics*, 52, 291–298, **1996**.
- [31] Sastry, N., Family-level clustering of childhood mortality risk in northeast brazil, *Population Studies*, 51, 245–261, **1997**.
- [32] Manatunga, A., Oakes, D., Parametric analysis for matched pair survival data, *Lifetime Data Analysis*, 5, 371–387, **1999**.
- [33] Ripatti, S., Palmgren, J., Estimation of multivariate frailty models using penalized partial likelihood, *Biometrics*, 56, 1016–1022, **2000**.

- [34] Chuang, S.K., Tian L., Wei L.J., Dodson, T., Kaplan-Meier analysis of dental implant survival: a strategy for estimating survival with clustered observations, *Journal of Dental Research*, 80, 2016-20, **2001**.
- [35] Chuang, S.K., Wei, J., Douglass, C.W., Dodson, T.B., Risk factors for dental implant failure: a strategy for the analysis of clustered failure-time observations, *Journal of Dental Research*, 81, 572, **2002**.
- [36] Klein, J.P., Semiparametric estimation of random effects using the Cox model based on the EM algorithm, *Biometrics*, 48, 795-806, **1992**.
- [37] Nielsen, G., Gill, R., Andersen, P., Sorensen, A., A counting process approach to maximum likelihood estimation in frailty models, *Scandinavian Journal of Statistics*, 19, 25-43, **1992**.
- [38] Chuang, S.K., Cai, T., Douglass, C.W., Wei, J., Dodson, T.B., Frailty approach for the analysis of clustered failure time observations in dental research, *Journal of Dental Research*, 84, 54-58, **2005**.
- [39] Hougaard, P., Frailty models for survival data, *Lifetime Data Analysis*, 1, 255-273, **1995**.
- [40] Hougaard, P. *Analysis of Multivariate Survival Data*, Springer-Verlag, New York, **2000**.
- [41] Kalwitzki, M., Weiger, R., Axmann, Krcmar D., Rosendahl, R., Caries risk analysis: considering caries as an individual time-dependent process, *International Journal of Paediatric Dentistry*, 12, 132-142, **2002**.
- [42] Glidden, D.V., Vittinghoff, E., Modelling clustered survival data from multicentre clinical trials, *Statistics in Medicine*, 23, 369-388, **2004**.
- [43] Lorino, T., Sanaa, M., Robin, S., Daudin, J., Comparison of semiparametric regression models for correlated survival data using simulations, *Communications in Statistics*, 33, 1975–1991, **2004**.
- [44] Zhang, H., Schaubel D.E., Kalbeisch, J.D., Proportional hazards regression for the analysis of clustered survival data from case-cohort studies, *Biometrics*, 67, 1, 18-28, **2011**.
- [45] Mahmood, S., Zainab, B., Latif, A.H.M.M., Frailty modeling for clustered survival data: an application to birth interval in Bangladesh, *Journal of Applied Statistics*, 40, 2670-2680, **2013**.
- [46] Li, J., Hong, Y., Thapa, R., Burkhart, H.E., Survival analysis of loblolly pine trees with spatially correlated random effects, *Journal of the American Statistical Association*, 110, 486-502, **2015**.
- [47] Thapa, R., Burkhart, H.E., Li, J., Hong, Y., Modeling clustered survival times of loblolly pine with time-dependent covariates and shared frailties, *Journal of Agricultural, Biological, and Environmental Statistics*, 21, 1, 92–110, **2016**.
- [48] Ivy, I., Gauran, M., Barrios, E.B., Nonparametric modeling of clustered customer survival data, *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 46, 1, 603-618, **2017**.

- [49] Greenland, S., Absence of confounding does not correspond to collapsibility of the rate ratio or rate difference, *Epidemiology*, 498–501, **1996**.
- [50] Liang, K., Zeger, S., Longitudinal data analysis using generalized linear models, *Biometrika*, 73, 13-22, **1986**.
- [51] Lu, S.E., Wang, M.C., Marginal analysis for clustered failure time data, *Lifetime Data Analysis*, 11, 61–79, **2005**.
- [52] Zetterqvist, J., *Proportional hazards model for matched failure time data*, Stockholm University, Mathematical Statistics, Stockholm, **2013**.
- [53] Qi, J., *Comparison of Proportional Hazards and Accelerated Failure Time Models*, MSc Thesis, Department of Mathematics and Statistics, University of Saskatchewan, Saskatoon, Saskatchewan, Canada, **2009**.
- [54] Zeng, D., Cai, J., Additive transformation models for clustered failure time data, *Lifetime Data Analysis*, 16, 333-352, **2010**.
- [55] Yeğen, D., *Yaşam Çözümlemesinde Zayıflık Modelleri*, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, **2005**.
- [56] StataCorp, *Stata Survival Analysis Reference Manual Release 15*, Texas, **2017**, <https://www.stata.com/manuals/st.pdf>.
- [57] Gutierrez, R. G., On Frailty Model In Stata, <https://www.stata.com/meeting/7uk/gutierrez.pdf>.
- [58] Sertkaya, D., *Yaşam Verilerinin Çözümlemesinde Yarışan Riskler*, Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, **2001**.
- [59] Karasoy, D., Ata, Tutkun, N., *Yaşam Çözümlemesi*, 1. Baskı, Nobel Yayın Dağıtım, **2016**.

ÖZGEÇMİŞ

Kimlik Bilgileri

Adı Soyadı : Sümeyye KUTAY

Doğum Yeri : Samsun

Medeni Hali : Bekâr

E-posta : sumeyye.kutay@tuik.gov.tr

Adresi : Devlet Mah. Necatibey Cad. No:114 06420 Çankaya/ANKARA

Eğitim

Lise : 2006-2010 Etimesgut Anadolu Lisesi

Lisans : 2010-2014 Hacettepe Üniversitesi İstatistik Bölümü

Yabancı Dil ve Düzeyi

İngilizce, İyi

İş Deneyimi

2015-....: Türkiye İstatistik Kurumu, TÜİK Uzman Yardımcısı

Deneyim Alanları

-

Tezden Üretilmiş Projeler ve Bütçesi

-

Tezden Üretilmiş Yayınlar

-

Tezden Üretilmiş Tebliğ ve/veya Poster Sunumu ile Katıldığı Toplantılar

-



HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS/DOKTORA TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İSTATİSTİK ANABİLİM DALI BAŞKANLIĞI'NA

Tarih: 25/06/2018

Tez Başlığı / Konusu: YAŞAM ÇÖZÜMLEMESİNDE KÜMELENMİŞ BAŞARISIZLIK SÜRESİ

Yukarıda başlığı/konusu gösterilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 57 sayfalık kısmına ilişkin, 25/06/2018 tarihinde ~~şahsen~~/tez danışmanım tarafından *Turnitin* adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı % 7 'dir.

Uygulanan filtrelemeler:

- 1- Kaynakça hariç
- 2- Alıntılar hariç/~~dâhil~~
- 3- 5 kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orjinallik Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esasları'nı inceledim ve bu Uygulama Esasları'nda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

25.06.2018

Adı Soyadı: Sümeyye Kutay
Öğrenci No: N14126290
Anabilim Dalı: İstatistik
Programı: Yüksek Lisans
Statüsü: ☒ Y.Lisans ☐ Doktora ☐ Bütünleşik Dr.

DANIŞMAN ONAYI

UYGUNDUR.

Prof. Dr. Durdu Karasoy