

**YERELLEŞMİŞ YÜZEY PLAZMON REZONANS
SPEKTROSKOPİSİ İLE YÜZEY PLAZMON REZONANS
SPEKTROSKOPİSİNİN SENSÖR UYGULAMALARINDA
KARŞILAŞTIRMALI İNCELENMESİ**

GÜLAN BİNGÖL

TEMMUZ 2024

DİYARBAKIR

DİCLE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**YERELLEŞMİŞ YÜZEY PLAZMON REZONANS
SPEKTROSKOPİSİ İLE YÜZEY PLAZMON REZONANS
SPEKTROSKOPİSİNİN SENSÖR UYGULAMALARINDA
KARŞILAŞTIRMALI İNCELENMESİ**

GÜLAN BİNGÖL

DİCLE ÜNİVERSİTESİ LİSANSÜSTÜ EĞİTİM-ÖĞRETİM VE SINAV
YÖNETMELİĞİNİN BİR PARÇASI OLARAK
FİZİK ANA BİLİM DALINDA
YÜKSEK LİSANS TEZİ
OLARAK HAZIRLANMIŞTIR

TEMMUZ 2024

DİYARBAKIR

**YERELLEŞMİŞ YÜZEY PLAZMON REZONANS SPEKTROSKOPİŐ İLE
YÜZEY PLAZMON REZONANS SPEKTROSKOPİŐSİNİN SENSÖR
UYGULAMALARINDA KARŞILAŞTIRMALI İNCELENMESİ**

Gölan BİNGÖL tarafından Dicle Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğı'nin bir parçası olarak hazırlanan bu çalışma, aşağıda bilgileri yazılı jüri üyeleri tarafından değeriendirilerek **Fizik Ana Bilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi** olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Neslihan DALKILIÇ
Müdür, **Fen Bilimleri Enstitüsü**

Doç.Dr.F.Figen BİNBAY
Danışman, **Fizik Bölümü,**
Dicle Üniversitesi

Sınav Jürisi:

Prof. Dr. Emine MEŞE (*)
Fizik Bölümü, Dicle Üniversitesi

Doç.Dr.F.Figen BİNBAY (**)
Fizik Bölümü, Dicle Üniversitesi

Dr.Öğretim Üyesi Sibel KORUNUR
Elektrik ve Enerji Bölümü, Munzur Üniversitesi



Savunma Tarihi: 09 /07/ 2024

(*) Jüri Başkanı.

(**) Tez Danışmanı.

Dicle Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırlanan bu tez çalışmasında yer alan tüm bilgilerin akademik kurallara ve etik ilkelere uygun olarak elde edildiğini ve sunulduğunu beyan ederim. Ayrıca, bahse konu bu kural ve ilkelerin gerektirdiği üzere, bu çalışmada özgün olmayan tüm bilimsel içerikleri kurallara uygun biçimde alıntılıyıp kaynak gösterdiğimi beyan ederim. Beyanımınla çelişen herhangi bir delil bulunduğu takdirde tüm sorumluluğu üstleneceğimi kabul ederim.

Ad, Soyad: Gülan BİNGÖL

İmza:.....

TEŞEKKÜR

Öncelikle çalışmamda bana yol gösteren danışmanım Doç. Dr. Fatma Figen BİNBAY'a gösterdiği sabır, anlayış ve her konuda destekleri için teşekkür ederim. Onun değerli yönlendirmeleri olmadan bu tez tamamlanamazdı.

Çalışma kapsamında bilgi alışverişi ve destekleri için Prof. Dr. Emine MEŞE'ye, bilgi paylaşımı ve literatür taraması konusundaki yardımları için Doç. Dr. Şilan BATURAY'a ve Dr. İlhan CANDAN'a teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca Dicle Üniversitesi Fizik Ana Bilim Dalı hocalarıma teşekkür ederim.

Bu süreçte Annem başta olmak üzere manevi desteğini esirgemeyen aileme, babama kardeşlerim Kader, Şirvan, Şervan, Berdil ve Seyit Rıza'ya her daim yanımda olup beni destekledikleri için minnettarım.

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR.....	v
İÇİNDEKİLER	vi
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ	x
ÖZET.....	xi
ABSTRACT	xii
1. GİRİŞ	1
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR.....	2
2.1 Yüzey Plazmonu.....	2
2.2 Yüzey Plazmon Rezonan Spektroskopisi (SPR)	4
2.3 Lokalize Yüzey Plazmon Spektroskopisi (LSPR).....	5
2.3.1 Spektroskopi.....	7
3. YÖNTEM.....	8
3.1 Maxwell'in Elektromanyetik Teorisi.....	8
3.1.1 Empirik (deneysel) yasalar	8
3.1.2 İntegral teoremleri.....	10
3.2 Teorik Altyapı.....	15
3.2.1 Laplace denklemi.....	18
3.2.2 Değişkenlerin radyal ve açısal ayrılması.....	18
3.2.3 Kutupsal ve azimutal değişkenlerine ayırma.....	20
3.2.4 Azimutal denklemin çözümü.....	21
3.2.5 Polar denklemin çözülmesi.....	22
3.2.6 Azimutal ve eksenel çözümlerin birleştirilmesi.....	23
3.2.7 Radyal denklemin çözülmesi.....	25
3.2.8 Radyal ve açısal çözümlerin birleştirilmesi.....	26
3.2.9 Çözüme sınır koşullarının getirilmesi.....	26

4. BULGULAR.....	34
4.1 Elektrik Alanı İfadelerinin Çözümü	34
5. SONUÇ VE ÖNERİLER	36
5.1 Sonuç	36
5.2 Öneriler.....	37
KAYNAKLAR	40
ÖZGEÇMİŞ	44



ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1 Yüzey Plazmonu.....	3
Şekil 2.2 Fotonla uyarılan metal-dielektrik yüzeyinde plazmonların uyarılması.....	5
Şekil 2.3 Metal nanoparçacıktaki elektronların gelen ışıkla etkileşime girdiği LSPR Şeması.....	6
Şekil 3.1 Yarıçapı a olan bir küre, dielektrik sabiti ϵ_0 olan bir ortama gömülüdür ve dalga boyu λ olan, x yayımlı, z-polarize ışıkla ışınlanmıştır. (a) $a/\lambda = 1$, (b) $a/\lambda = 0.1$ (yarı statik alan durumu)	16
Şekil 5.1 LSPR ve SPR'nin dalga boyu değişimlerinin karşılaştırılması.....	36

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 3.1 Değişkenlerine Ayırma.....	21
Tablo 3.2 $Y_{l,m}(\theta, \phi)$ Tablosunda bazı Harmoniklerin Normalleştirilmesi	24
Tablo 3.3 Sınır Koşulları.....	29



SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

Simge

Açıklama

E

Elektrik Alan

B

Manyetik Alan

λ

Dalga Boyu

ϵ_0

Elektrik Geçirgenlik Sabiti

μ_0

Manyetik Geçirgenlik Sabiti

ρ

Hacimsel Yük Yoğunluğu

J

Akım Yoğunluğu

ω

Frekans

n

Kırılma İndisi

c

Işık Hızı

k

Dalga Sayısı

v

Dalga Hızı

f

Serbest Yükler

Kısaltma

Açıklama

SPR

Surface Plasmon Resonance

LSPR

Localized Surface Plasmon Resonance

ATR

Attenuated Total Reflection

EM

Elektromagnetic

NSL

Nanosphere Lithography

ÖZET

YERELLEŞMİŞ YÜZEY PLAZMON REZONANS SPEKTROSKOPİSİ İLE YÜZEY PLAZMON REZONANS SPEKTROSKOPİSİNİN SENSÖR UYGULAMASINDA KARŞILAŞTIRMALI İNCELENMESİ

BİNGÖL, Gülan

Yüksek Lisans, Fizik Bölümü

Danışman: Doç. Dr. F.Figen BİNBAY

Temmuz 2024, 56 Sayfa

Günümüzde kullanım alanları gittikçe artan, Yüzey Plazmon Rezonans Spektroskopisi (SPR) ve Yerelleşmiş Yüzey Plazmon Rezonans Spektroskopisi (LSPR); Nanoteknoloji, Biyosensörler, Kimyasal Sensörler, Malzeme bilimi, Tıp ve Sağlık, Çevre Bilimi, Kinetik Analiz ve Biyomoleküler Etkileşimler gibi pek çok uygulama alanına sahiptir. Hassasiyetleri ve özgüllükleri sayesinde bilimsel araştırmalar ve endüstriyel uygulamalar için vazgeçilmez araçlar haline gelmiştir. Metal bir yüzey ile dielektrik arayüzünde elektromanyetik dalga tarafından uyarılan bir plazmonun rezonansa girmesi ve belirli bir açıda gelen ışığın büyük bir kısmının yüzey plazmonları oluşturmak için kullanılması prensibine dayanan Yüzey Plazmon Rezonans Spektroskopisi (SPR), yansıyan ışığın minimum seviyeye düşüp yoğunluğunun bir dedektör tarafından ölçülmesini, aynı zamanda yüzeydeki biyomoleküler etkileşimleri etiketleme yapmaksızın tespit ve analiz edilmesini sağlar. Bir de özellikle nano ölçekteki metalik yapılar (genellikle altın veya gümüş) ile etkileşime giren ışık dalgalarının nanoparçacık yüzeyindeki elektronların topluca salınımının uyarılmasını inceleyen Yerelleşmiş Yüzey Plazmon Rezonans Spektroskopisi (LSPR), salınan elektronların rezonansa girmesi durumunda ışığın nanoparçacıklar tarafından absorbe edilmesi gibi optik özelliklerini araştırır. SPR ve LSPR'nin karşılaştırmalı incelenmesini konu alan bu çalışmada, öncelikle, harici bir ortama gömülü (yani vakum, gaz veya sıvı) nano boyutta y-yayılımlı z-polarizasyonlu ışınlanmış tek bir metal küre için, kullanılan lazer ışığının dalga boyu λ , ortamın dielektrik sabiti ϵ_0 , kürenin dielektrik sabiti ϵ_1 , kabul edilmek üzere bu küresel yapı için Yerelleşmiş Yüzey Plazmon Spektroskopisi (LSPR) teorik altyapısı incelenecek ve bu bağlamda ilgili Maxwell Denklemleri çözülüp bu iki yöntemin nano yapılara uygunluğu tartışılacaktır.

Anahtar Kelimeler: Plazmon, Rezonans spektroskopisi, Maxwell Denklemleri, Yerelleşmiş yüzey plazmon, Yüzey plazmon.

ABSTRACT

COMPERATIVE INVESTIGATION OF LOCALIZED SURFACE PLASMON RESONANCE SPECTROSCOPY AND SURFACE PLASMON RESONANCE SPECTROSCOPY IN SENSOR APPLICATION

BİNGÖL, Gülan

Master of Science in Department of Physics

Supervisor: Doç. Dr.F.Figen BİNBAY

July 2024, 56 Pages

Nowadays, Surface Plasmon Resonance Spectroscopy (SPR) and Localized Surface Plasmon Resonance Spectroscopy (LSPR), has been increasing application area, such as Nanotechnology, Biosensors, Chemical Sensors, Materials science, Medicine and Health, Environmental Science, Kinetic Analysis and Biomolecular Interactions. Thanks to their sensitivity and specificity, they have become indispensable tools for scientific research and industrial applications. Surface Plasmon Resonance Spectroscopy (SPR), which is based on the principle that a plasmon excited by an electromagnetic wave at the dielectric interface with a metal surface resonates and a large part of the light coming at a certain angle is used to create surface plasmons, reduces the reflected light to a minimum level and its intensity is measured by a detector, at the same time. It also enables the detection and analysis of biomolecular interactions on the surface without labeling. Localized Surface Plasmon Resonance Spectroscopy (LSPR), which examines the stimulation of the collective oscillation of electrons on the nanoparticle surface by light waves interacting with nanoscale metallic structures (usually gold or silver), investigates their optical properties, such as the absorption of light by nanoparticles when the oscillating electrons resonate. In this study, which is about the comparative examination of SPR and LSPR, first of all, for a single metal sphere irradiated with nano-sized y-emission z-polarization embedded in an external medium (i.e. vacuum, gas or liquid), the wavelength of the laser light used is λ , the dielectric constant of the medium ϵ_0 , the dielectric constant of the sphere ϵ_1 , the theoretical infrastructure of Localized Surface Plasmon Spectroscopy (LSPR) for this spherical structure will be examined and in this context, the relevant Maxwell Equations will be solved and the suitability of these two methods for nanostructures will be discussed.

Keywords: Plasmon, Resonance spectroscopy, Maxwell's Equations, Localized surface plasmon, Surface plasmon.

1. GİRİŞ

Yüzey Plazmon Rezonansı (SPR) 1968’de Otto ve daha sonra Kretschmann tarafından keşfedildi [1]. Yüzey Plazmon Rezonans tekniği, belirli bir bağlanma dinamiğine sahip her türlü molekül çiftinin bağlanmasını etiketleme yapmadan tespit eden optik ve elektriksel bir yöntemdir. SPR altın, gümüş gibi metallerin taşıdığı karakteristik özelliklerden yararlanır. Hücre ve protein etkileşimlerini izlemek için kullanılır [2].

Yerelleşmiş Yüzey Plazmon Rezonans (LSPR) çalışmaları 1990’larda yapıldı ancak 2000’lerin başında popülerleşti. LSPR, nano yapıların boyut, yapı ve şekillerine bağlı olarak optik özelliklerindeki değişiklikleri incelemek için kullanılır. Bu teknik biyolojik algılayıcılar, plazmonik nanosensörler ve birçok alanda kullanılır [3].

Bu çalışmada atomik boyutta metal küresel bir yapı için Yerelleşmiş yüzey plazmon rezonans spektroskopisi (LSPR) teorik altyapısında Maxwell denklemleri çözüldü.

LSPR spektrumu metal kürenin boyutu, şekli ve çevresel ortamın dielektrik sabiti gibi faktörlere bağlı olarak belirlenir. Spektrum metal kürenin plazmonik rezonans frekansını ve optik özelliklerini tanımlar [4]. Bu bağlamda kürenin gömülü olduğu harici ortamın dielektrik sabiti, kürenin dielektrik sabiti ve kullanılan ışığın dalga boyu bilgileri ışığında ele alınan nano boyutta küre yüzeyinin elektromanyetik dalga ile etkileşimi sonucu rezonansa geldiğini ve bu rezonans durumunda ışığın bir elektromanyetik dalga olarak yayılması ile enerjisinin hesaplanması ve Maxwell Denklemlerinin çözülmesi gerçekleştirildi.

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Yüzey Plazmon Rezonansı (SPR) ve Lokalize Yüzey Plazmon Rezonansı (LSPR), Biyosensör uygulamaları alanında çok geniş bir çalışma alanına sahiptirler. SPR, negatif ve pozitif geçirgenlik malzemesi (genellikle bir metal ve dielektrik) arasındaki arayüzde iletim elektronlarının rezonans salınımını içerirken, LSPR, metalik nanopartiküllerle nano ölçeğe meydana gelir [5].

SPR'deki temel çalışmalar, biyomoleküler etkileşimlerin gerçek zamanlı izlenmesi, virüs tespiti ve kanser biyobelirteçlerinin tanımlanması gibi uygulamalara odaklanmıştır. SPR teknolojisi, gelişmiş sinyal amplifikasyon teknikleriyle hassasiyeti artırarak ve yanlış sonuçları en aza indirgeyerek, COVID-19 da dahil olmak üzere viral enfeksiyonların tespitinde özellikle etkili olmuştur [6].

LSPR ise çevresel izleme, klinik teşhis ve gıda güvenliği dahil olmak üzere çeşitli uygulamalar için oldukça hassas ve etiketsiz optik sensörlerin geliştirilmesinde kullanılmıştır [7]. Araştırmalar, LSPR tabanlı sensörlerin, nanoparçacık yüzeyindeki gelişmiş yerel elektromanyetik alanları nedeniyle düşük konsantrasyondaki analitleri tespit edebildiğini göstermiştir.

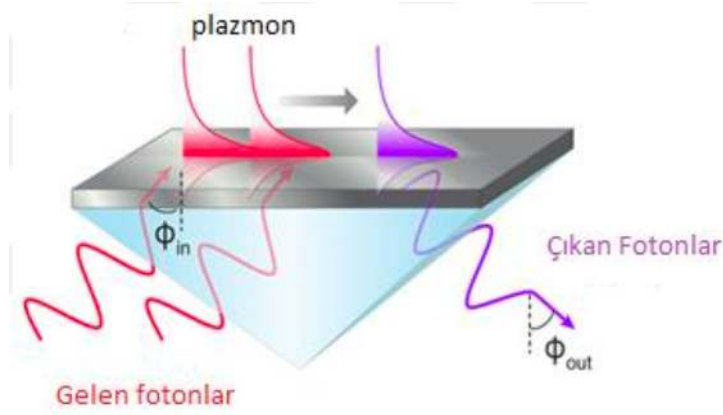
Son gelişmeler bu teknolojileri fiber optiklerle entegre ederek, çeşitli ortamlarda çalışabilen ve gelişmiş biyouyumluluk ve stabilite sunan daha kompakt ve çok yönlü algılama cihazlarının ortaya çıkmasına yol açmıştır [8].

2.1 Yüzey Plazmonu

Işık maddeyle etkileşime girdiğinde ve enerjisini elektronlara aktardığında lokalize olmayan elektronlar, Elektrik alanına yanıt olarak topluca salınırlar ve bunların kuantumlarına plazmon adı verilir. Başka bir deyişle plazmonlar, fotonların elektron plazmasına bağlanmasıyla üretilir [9].

Plazmonik kavramı nano ölçeğe alt dalga boyu uygulamaları, algılama, dalga kılavuzu, ışık geliştirme, kırınım sınırı dahil olmak üzere optik ve fotonun birçok alanında yaygın olarak kullanılmaktadır. Şekil 2.1.'de gelen fotonlarla uyarılmış

elektronların etkileşime girdiği, rezonans ve oluşan yüzey plazmon durumu gösterilmiştir.



Şekil 2.1 Yüzey Plazmonu [10]

Yüzey plazmonları algılama uygulamalarında yaygın olarak kullanılır ve SPR sensörleri için temel oluşturur. Yüzey plazmonları ilk olarak Robert W. Wood tarafından keşfedildi; ışığı metalik bir kırınım ızgarasına tuttuğunda ışığın anormal kırınımını gözlemledi [11]. Wood, belirli koşullar altında ızgara yüzeyine ışık düştüğünde spektrumda keskin, koyu çizgiler gözlemlediğini belirtti. Parlak çizgilerin koyu çizgilere yoğunluk oranının 10'a 1'den fazla olduğunu bildirmiştir [12]. Wood'un keşfi ilk kez teorik olarak Rayleigh ve Fano tarafından ayrı ayrı incelenmiştir [13]. Sonraki yıllarda Pines ve Bohm, Watanabe ve Leder [14] bu alana katkıda bulunsa da Yüzey Plazmonlarının yükselişi zayıflatılmış toplam yansıma (ATR) yönteminin keşfinden sonra gerçekleşti [15]. Otto, Kretschmann ve Raether tarafından önerilmiştir [16].

Bir metal yüzeyindeki dielektrik ortam ile metal arasındaki elektromanyetik dalga tarafından uyarılan plazmonların rezonansa gelmesi sonucu ortaya çıkar [17]. Plazmon rezonansı yüzeydeki moleküllerin tespiti, biyolojik tespitlerde kullanımı ve optik sensörler gibi birçok kullanım alanı vardır [18]. Bir metal yüzeyindeki elektromanyetik dalgaların varlığını algılar ve bu dalgaların rezonans frekansında emilim veya saçılma ile karakterizedir [19].

2.2 Yüzey Plazmon Rezonans Spektroskopisi (SPR)

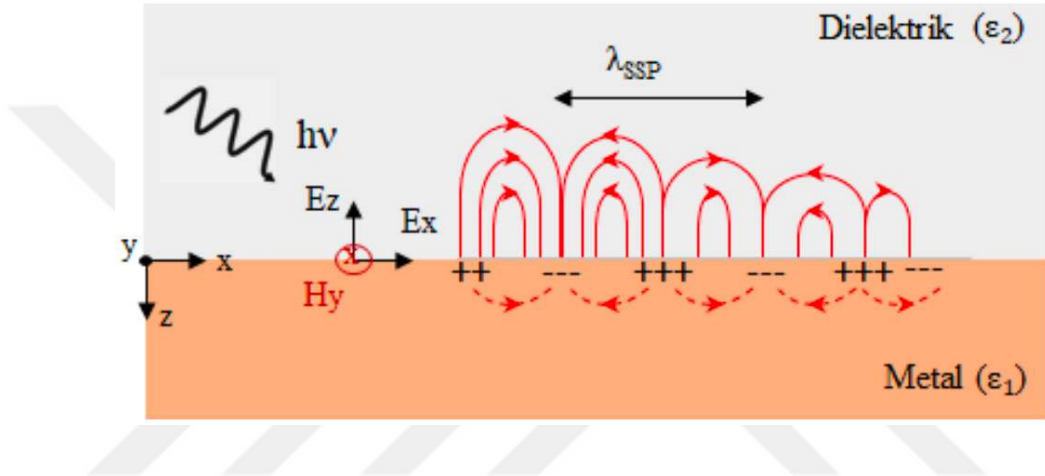
Gelen fotonun momentumu ve frekansı, Yüzey Plazmonları uyarmak için Yüzey Plazmon momentumu ve frekansıyla eşleşmelidir. Bu koşulun yerine getirilmemesi durumunda, birleştirme çok zayıf olacağından Yüzey Plazmonlar uyarılmayacak ve toplam iç yansımaya neden olacaktır. Yüzey fotonlarının ve Yüzey Plazmonların eşleşen frekans ve momentumla tam eşleşmesi bir rezonans yaratır ve bu olaya Yüzey Plazmon Rezonansı (SPR) adı verilir. Yüzey Plazmon dalgalarının rezonans durumu ve özellikleri, ince tabakalar halinde mevcut olan ve genellikle sınırı oluşturan malzemelerin (yani dielektrik ve metal) özelliklerine son derece bağlıdır [20].

SPR uygulaması 1980'lerde Nylander ve Liedberg tarafından sağlandı. Ancak SPR sensörlerinin ticarileşmesi 90'lı yıllarda gerçekleşti [21]. 1990 yılında İsveç biyosensör şirketi Pharmacia, piyasadaki ilk ticari SPR biyosensörünü Biacore'u piyasaya sürdü [22]. Birçok şirket SPR'yi biyoalgılama cihazı olarak uygulamada Biacore'u örnek aldı. Bu başarılarla bağlı olarak SPR hakkında yayınlanan makalelerin sayısı 90'ların başından sonuna kadar hızla arttı. SPR sensörleri çok çeşitli maddelerin varlığını tespit edebilse de en popüler uygulamaların biyo-moleküler etkileşimleri algılamaya yönelik olduğu gösterilmiştir [23].

Yüzey Plazmonlarının optik algılamada kullanımının gösterilmesi, SPR sensörünün metal yüzeyine bir ışık dalgasının yansıtılmasıyla yapılır [24].

Numune tanıtılır ve yansıyan dalgaının özellikleri sırasıyla referans ve test koşulları altında karşılaştırılır. Algılama için izlenecek ışık özellikleri, yansıtılan ışığın frekansı, yansıma açısı, yoğunluğu veya fazı olabilir. SPR yansıma eğrisi keskin bir minimuma sahip olduğundan (soğurma eğrisi bir maksimum değere sahip olduğundan), çoğu uygulamada minimum yansıma (yansıyan ışık için gözlemlenebilir) koşulunun gözlemlenmesi, Yüzey Plazmonların uyarıldığını ortaya çıkarır. Sensördeki malzeme katmanlarının özellikleri (kalınlık ve/veya kırılma indisi) ölçülen bir büyüklüğün varlığıyla değişirse, koyu çizginin konumu (yani minimum SPR yansıması) değişecektir.

Boş uzay fotonlarının momentumu her zaman yüzey plazmonlarının momentumundan daha düşük olduğundan ışık ve yüzey plazmonlarının doğrudan eşleşmesi mümkün değildir. Fotonların momentumunun Yüzey Plazmonlarla eşleştirilmesi ya bir prizma, bir ATR şeması [19] kullanılarak ya da metal yüzeye ızgaralar gibi düzenekler eklenerek yapılır. Bir prizma eşleştirme için yüksek kırılma indeksini kullanırken ızgaralar, gelen dalga vektörünün paralel bileşenini arttırmak için kullanılır [25]; burada ızgaralar, yayılma vektörünün büyüklüğünü kırınım dönemleri sırasına göre değiştirir. Işık kaynağı olarak LED'ler ve lazerler kullanılabilir [26].



Şekil 2.2: Fotonla uyarılan metal-dielektrik yüzeyinde plazmonların uyarılması [27].

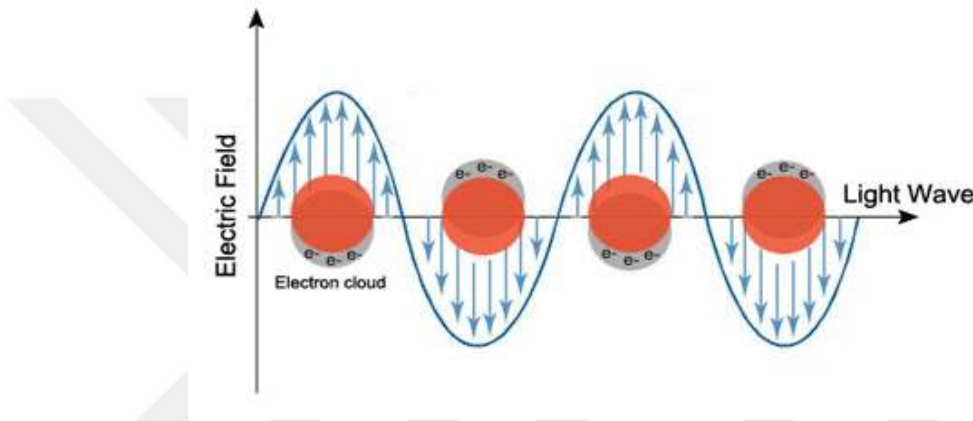
Bugün SPR biyosensörleri, etiketleme gerektirmeden hızlı ve doğru ölçüm kapasiteleri nedeniyle biyosensörlerde ve kimyasal algılamada yaygın olarak kullanılmaktadır. Bugüne kadar moleküler düzeyde ölçüm sonuçları sağlamak üzere çeşitli SPR sensörleri tasarlanmıştır. Ayrıca uygun yıkama yöntemleri kullanılarak tekrar kullanılabilen sensörler olarak da üretilmektedir.

2.3 Yerelleşmiş Yüzey Plazmon Rezonans Spektroskopisi (LSPR)

Lokalize bir yüzey plazmonu (LSP), bir yüzey plazmonunun, plazmonu uyarmak için kullanılan ışığın dalga boyuna benzer veya bundan daha küçük boyuttaki bir nanopartikül içinde hapsedilmesinin sonucudur. Küçük bir küresel metalik nanoparçacık ışıkla ışınlığında, salınan elektrik alanı iletim elektronlarının tutarlı bir şekilde salınmasına neden olur. LSP'nin iki önemli etkisi vardır: parçacığın yüzeyine yakın elektrik alanları büyük ölçüde artar ve parçacığın optik absorpsiyonu, plazmon rezonans frekansında maksimuma ulaşır. Yüzey plazmon rezonansı,

nanopartikülün şekline göre de ayarlanabilir [28]. Plazmon frekansı metal dielektrik sabiti ile ilişkili olabilir. Artış, yüzeyden uzaklaştıkça hızlı bir şekilde düşer ve metal nanopartikülleri için rezonans, görünür dalga boylarında meydana gelir [29].

Lokalize yüzey plazmonları, yayılan yüzey plazmonlarından farklıdır. Lokalize yüzey plazmonlarında elektron bulutu toplu olarak salınır [30]. Yüzey plazmonlarının çoğaltılmasında, yüzey plazmonu yapının uçları arasında ileri geri yayılır.



Şekil 2.3 Metal nanoparçacıktaki elektronların gelen ışıqla etkileşime girdiği LSPR şeması [31]

Yayılan yüzey plazmonlarının ayrıca gelen ışığın dalga boyuna yakın veya bundan daha uzun en az bir boyuta sahip olması gerekir. Yayılan yüzey plazmonlarında oluşturulan dalgalar, metal nanoyapının geometrisi kontrol edilerek de ayarlanabilir [32]. LSPR, gelen fotonlar ile metal nano yapısının iletim bandı arasındaki etkileşimlerden dolayı, değerlik elektronlarının toplu salınımına ve ardından ultraviyole-görünür bant içinde emilimine neden olan optik bir olgudur [33]. LSPR, uyarılmış plazmonların metal-dielektrik arayüzü yerine lokal olarak nanoyapıya doğru salınması nedeniyle SPR'den farklıdır. Bunun bir sonucu olarak yüzey plazmonunda gözlenen elektromanyetik alanın bozunum uzunluğu 200 nm mertebesinde [34]. LSPR'nin daha kısa alan bozunma uzunluğu, yüzeydeki kırılma indisi değişikliklerine karşı artan hassasiyet sağlarken, çözelti kırılma indisi dalgalanmalarından kaynaklanan girişime karşı duyarlılığı azaltır. Bu özellik biyo algılama uygulamalarının temelini oluşturur.

LSPR geniş bir uygulama alanına sahiptir. Tekrarlanabilirliği ve duyarlılığı sayesinde sensör alt katmanının imalatı ve işlevselleştirilmesi üzerinde daha fazla çalışmaya

ihtiyaç duyulmasına rağmen, yüksek hassasiyete geniş çapta ulaşılmıştır [35]. Veri toplama, işleme, depolama ve okuma görevleri için pahalı özel donanımlar yerine akıllı telefonların kullanılması, bunların verileri merkezi işlem yerlerine geri iletmek için de kullanılabileceği göz önüne alındığında umut verici bir durumdur [36]. Ayrıca LSPR sensörleri, endemik hastalıkların gelecekteki tespitini düşük maliyetli yapabilecek olması ve gelişmekte olan ülkelerde tarımsal faaliyetlerin, çevresel sürdürülebilirliğin izlenmesi için ideal yöntem olabilir [37].

2.3.1 Spektroskopi

Spektroskopi, bir maddenin özelliklerinin, soğurulan ışık yardımıyla incelendiği bir yöntemdir. Moleküllerin, iyonların ve çekirdeklerin kuantumlanmış enerji düzeylerini belirleyen bir yöntemdir. Plazmonik malzemeler üzerindeki temel spektroskopik çalışmalar, algılama uygulamaları için malzeme tasarlarken kritik önem taşıyan substratların hem LSPR dalga boyunu hem de yüzey geliştirme faktörünü yöneten özelliklerin anlaşılmasını sağlar.

3. YÖNTEM

Yerelleşmiş Yüzey Plazmon Rezonansın (LSPR) fiziksel özelliklerini ortaya çıkarmak için, Elektromanyetik dalga enerjisi tanımlanır ve temel Maxwell denklemlerinden yararlanılır. Çünkü Maxwell denklemleri, Elektromanyetik (EM) dalgaların metal nanoparçacıklarla etkileşimini modellemek için temel teşkil eder. Bu denklemler aracılığıyla nanoparçacıkların boyutu, şekli, malzemesi ve çevresel koşullara bağlı olarak rezonans özellikleri hesaplanabilir. Bu analiz, LSPR'nin optik özelliklerini ve duyarlılığını anlamak ve optimize etmek için oldukça önemlidir. Bu analiz ve hesapları yapmadan önce Maxwell'in Elektromanyetizma (EM) teorilerinin neler olduğuna bakmamız gerekir.

3.1 Maxwell'in Elektromanyetizma Teorisi

19. yüzyılın sonuna doğru, 1860 yıllarında İskoç Fizikçi J.Clerk Maxwell çok önemli bir teoreme imza attı. Bu tarihe kadar Elektrik ve Manyetizma ayrı ayrı ele alınıyorlardı ve optik deneylerinde kullanılan ışığın doğası hakkında bir şey bilinmiyordu. Maxwell çalışmasına o zamana kadar deneysel olarak yapılmış, ispatlanmış empirik (deneysel) yasalarla başladı. Bu yasalar Carl Friedrich Gauss, Michael Faraday, Andre M. Ampere tarafından ortaya konmuş yasalardı [38].

3.1.1 Empirik (deneysel) yasalar

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} = \frac{Q_{iç}}{\epsilon_0} \quad (3.1)$$

Gauss yasası denen yukarıdaki yasada, E elektrik alanının kapalı yüzey üzerinden integrali alındığında, yani yüzeyden geçirdiği akıya bakıldığında, bu akının yüzeyin kapladığı hacimde içerilen toplam yüke eşit olduğu söylenmektedir. ϵ_0 boşluktaki elektriksel geçirgenlik sabitidir.

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a} = 0 \quad (3.2)$$

Yine yukarıdaki bu denklem, manyetostatikteki Gauss yasasıdır. Manyetik monopolün (manyetik alana kaynaklık eden tek bir yük) olmadığına göstergesidir. Örneğin bir mıknatısı ikiye bölseniz daima N ve S kutupları vardır.

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\phi}{dt} \quad (3.3)$$

Bu yasa Faraday yasasıdır. $\left(\frac{d\phi}{dt}\right)$ akıdaki değişimdir Değişen bir manyetik alan bir elektrik alan indükler. Bu denklemin sağ tarafı şöyle yazılabilir; $= -\int \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{a}$.

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a} \quad (3.4)$$

Burada μ_0 boşluktaki manyetik geçirgenlik sabitidir. 4. yasa Amper yasası olarak bilinir. Bu denklem eksiktir, Maxwell tarafından tamamlanarak düzeltilmiştir. Bu düzeltme yapılırken Fiziğin en önemli yasalarından biri olan Korunum Yasası ihlali ortadan kaldırılmıştır. Korunum Yasası şu şekildedir;

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (3.5)$$

Korunum yasası, hacimsel yük yoğunluğunun zamanla değişiminin Akım yoğunluğunun diverjansına eşit olduğunu söyler. Süreklilik yasası olarak da anılır. Ayrıca, örneğin üzerlerine yüksek voltaj uygulanan düzlem levhalar arasında oluşan Elektrik alan levhaların orta bölümünde sabittir. Halbuki levhaların kenarına doğru gidildiğinde bu Elektrik alanın sabit olmadığı zamanla değiştiği gözlenmiştir. Maxwell bu değişen Elektrik alanının akım yoğunluğuna ($\mathbf{J}$) katkıda bulunacağını bulmuştur.

Bu yasalar İntegral formdaydılar, onları kendi adıyla anılan diferansiyel formdaki denklemlere dönüştürmek için Maxwell vektör cebirinin yöntemlerini kullandı. En önemli aracı ∇ işaretiyle gösterilen nabla operatörü oldu [39]. Nabla operatörü tek başına hiçbir anlam ifade etmeyen, yanına bir skaler veya vektörel bir nicelik geldiğinde işlev gören, 3 boyutta veya 2 boyutta Türev operatörüdür. Daha doğrusu, bileşenleri kullanılan koordinat istemindeki konum türevleri olan bir vektördür. Örneğin Kartezyen koordinatlarda,

$$\nabla = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \quad (3.6)$$

şeklindedir. Nabla operatöründen bahsedince Skalere ve Vektöre nasıl etkiğinden bahsetmemek olmaz. Skalere etkiyorsa, buna skaler fonksiyonun Gradyeni denir. Örneğin; $T = f(x, y, z)$ şeklinde olmak üzere skaler bir fonksiyon olsun. Gradyen $T \rightarrow \nabla T$ ile gösterilir. T skaler iken artık Gradyen T vektörel bir nicelik olmuştur. ∇ operatörü ya da işlemcisi bir vektöre de iki türlü etki eder;

$$\nabla \cdot \mathbf{V} \rightarrow \text{Diverjans} \mathbf{V}$$

Ve de,

$$\nabla \times \mathbf{V} \rightarrow \text{Rotasyonel} \mathbf{V}$$

Nabla operatörünün incelediğimiz problemin simetrisine bağlı olarak eğrisel koordinatlardaki ifadesi de kullanılır. Örneğin küresel bir sistemi inceliyorsanız, $\nabla(r, \vartheta, \varphi)$ olarak kullanırsınız.

3.1.2 İntegral teoremleri

Bu arada kolaylık olsun diye yine aynı koordinatlarda yani Kartezyen koordinatlarda devam edecek olursak, Maxwell'in İntegral formdaki denklemleri diferansiyel forma çevirirken kullandığı integral teoremleri de şöyledir;

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} = \iiint \nabla \cdot \mathbf{E} dV \quad (3.7)$$

Bu teorem şunu söyler, herhangi bir vektörün kapalı yüzey üzerinden integralini alacağımıza, onun Diverjansının hacim (yüzey tarafından sarmalanan) üzerinden integralini alabiliriz. Bu Teorem Diverjans ya da Gauss teoremi diye bilinir. İkinci integral teoremi ise,

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \iint \nabla \times \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} \quad (3.8)$$

şeklindedir. Bu teorem de Stoke teoremi olarak bilinir. Yine bu teorem şunu söyler, herhangi bir vektörün kapalı bir eğri üzerinden çizgi integralini alacağımıza, o vektörün rotasyonelinin yüzey integralini alabiliriz. Herhangi bir vektör söylemi, bu teoremlerin bütün vektörler için geçerli olduğunu vurgular. Burada $\mathbf{E}$ (Elektrik alan vektörü) için yazılmıştır. Aynı teoremler $\mathbf{B}$ Manyetik alan vektörü için de geçerlidir.

Bu teoremlerin ayrıntılı ispatları Berkeley serisinin Elektrik ve Manyetizma kitabında mevcuttur [39].

Maxwell'in adıyla anılan denklemleri elde etmede kullandığı ikinci İntegral Teoremi Stoke teoremidir ve aşağıdaki gibidir;

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \iint \nabla \times \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a} \quad (3.9)$$

Burada sadece ilk deneysel yasa olan Gauss denklemini ve Diverjans Teoremini kullanarak, 1. Maxwell denkleminin nasıl elde edildiğini göstereceğiz. Geriye kalan üç denklemin daha doğrusu bütün denklemlerin eldesi bütün Elektrodinamik veya Elektromanyetizma kitaplarında bulunmaktadır [38].

Deneysel yasa şöyleydi;

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} = \frac{Q_{iç}}{\epsilon_0} \quad (3.10)$$

İntegral teoremi ise

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} = \iiint \nabla \cdot \mathbf{E} dV \quad (3.11)$$

şeklindedir. Gauss yasasındaki $Q_{iç}$ yerine,

$$Q_{iç} = \iiint \rho dV \quad (3.12)$$

yazabiliriz. Burada ρ hacimsel yük yoğunluğudur. (Birim hacimdeki yük miktarını yani yük yoğunluğunu bütün hacim üzerinden integre ederseniz söz konusu hacimde içeren toplam yükü bulursunuz). Böylece şunu yazabilirsiniz;

$$\iiint \rho dV = \iiint \nabla \cdot \mathbf{E} dV \quad (3.13)$$

Bu eşitlik integrandların (yani integrali alınan niceliklerin) eşit olduğunu söyler. Böylece 1. Maxwell denklemi elde edilir;

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3.14)$$

Diğer 3 denklem de sırasıyla şöyledir;

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.15)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.16)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (3.17)$$

Bu denklemlerden sonuncusu eksiktir, Amper yasası olarak anılır. Maxwell bu yasada gerekli düzeltmeyi yaparak, sonuncu denklemi aşağıdaki şekilde yeniden yazar;

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (3.18)$$

Böylece Maxwell denklemleri tamamlanmış olur. Bu ilk grup boş uzayda ρ ve $\mathbf{J}$ 'nin sıfır olmadığı durum için yazılmıştır. İkinci grup, boş uzayda hacimsel yük yoğunluğunun ve akım yoğunluğunun sıfır olduğu durum için yazılır. Üçüncü grup, maddesel ortamda ρ ve $\mathbf{J}$ 'nin sıfır olduğu denklemlerdir ve son olarak bu ikilinin sıfırdan farklı olduğu dördüncü grup denklemler gelmektedir. Maddesel ortamda bilindiği üzere $\mathbf{B}$ 'nin yerine $\mathbf{H}$, $\mathbf{E}$ 'nin yerine de $\mathbf{D}$ gelir. Bunlar madde içerisindeki Manyetik Alan ve Elektrik Alanıdır.

Buna göre;

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (3.19)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.20)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.21)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (3.22)$$

Maddesel ortamda $\rho, \mathbf{J}$ sıfır olmasınlar;

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_f \quad (3.23)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.24)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.25)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (3.26)$$

Maddesel ortam derken, doğrusal ortamlar kastedilmektedir. Ayrıca f alt indisi free= serbest yükler anlamına gelir. Doğrusal ortamda $\mathbf{D}=\epsilon\mathbf{E}$ ve $\mathbf{H} = \frac{1}{\mu}\mathbf{B}$ 'dir.

Maxwell'in Fizik bilimine katkısı sadece Elektrik ve Manyetizmayı birleştirmesi değildir, onun zamanına kadar ışık, optik deneylerinin nesnesiydi. Işığı kullanarak aynalardan yansımayı, merceklerden geçerken kırılma olayı vs. olmak üzere bütün optik deneyleri yapıliyordu ve fakat ışığın hangi doğaya sahip olduğu bilinmiyordu. Işığın doğası hakkında Antik Yunan'da ve çok sonraları Isaac Newton tarafından tanecikli olduğu düşünülmüştü. Maxwell'in son iki denkleminde yararlanarak ve aşağıdaki işlemleri yaparak ışığın dalga doğasına sahip olduğunu ortaya koydu. Örneğin 3. Denklemi hacimsel yük yoğunluğunun ve akım yoğunluğunun sıfır olduğu grubu kullanarak yazalım;

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.27)$$

Bu denklemin her iki tarafının bir kez daha rotasyoneli alalım,

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \mathbf{B} \quad (3.28)$$

Sağ tarafta $\mathbf{B}$ 'nin rotasyoneli yerine 4. Maxwell denklemindeki karşılığını, rotasyonelin rotasyoneli yerine de şu özdeşliği yazalım; $\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$.

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (3.29)$$

Olduğunu da hatırlayarak;

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E} \quad (3.30)$$

denklemini elde ederiz. Yine aynı şekilde işlem yaparak, manyetik alanın da benzer

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{B} \quad (3.31)$$

denklemini sağladığını görürüz. Maxwell, bu denklemin Klasik Dalga denklemine çok benzediğini farketti. Klasik dalga denklemi, basitçe tek boyutta aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi \quad (3.32)$$

Burada ψ , örneğin ipte oluşturulan dalgalarda ipin denge durumundan yerdeğiştirmesidir. v ise dalganın hızıdır. Bu denklemle karşılaştırılınca dalga hızının karesinin tersinin,

$$\frac{1}{v^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \quad (3.33)$$

şeklinde olduğu bulunur. Boşluktaki elektriksel geçirgenlik sabiti ε_0 ve boşluktaki manyetik geçirgenlik sabiti μ_0 , SI birimlerinde sırasıyla $8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N.m^2}$ ve $4\pi \times 10^{-7} \frac{N}{A^2}$ değerlerine sahiptirler. Bu değerler kullanılarak,

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3.0 \times 10^8 m/sn \quad (3.34)$$

bulunur. Bu kadar büyük hız, o zamanlar 1851'de Hippolyte Fizeau tarafından bulunmuştu, ancak Işık hızıdır. Dolayısıyla Maxwell'in vardığı sonuç şu oldu; Işık bileşenleri Elektrik ve Manyetik alanlar olan ve ışık hızıyla ilerleyen bir dalgadır [38]. Maxwell böylece teorisiyle hem Elektriksel olaylarla Mıknatısal (manyetik) olayların ayrı ayrı şeyler olmadığını, birbirleriyle ilişkili olduklarını ve değişimlerinin birbirlerine kaynaklık ettiğini, hem de ışığın elektromanyetik dalga olduğunu ortaya koydu [40]. O dönemde çoğu fizikçi, Maxwell'in teorisinin doğru olduğunu düşünmedi. Yaklaşık 25 yıl sonra Heinrich Hertz, Maxwell'in teorisinin doğru olduğunu kanıtladı. Radyo dalgalarının keşfi, oluşumlarının gösterilmesi ve hızlarının tayini Hertz'in çok sayıdaki başarılarından bazılarıdır. Bir radyo dalgasının hızının ışık

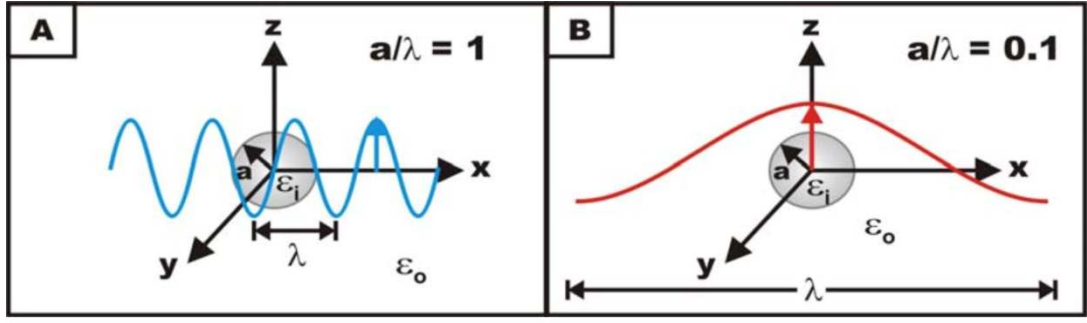
hızı ile aynı olduğunun bulunmasından sonra, Hertz, radyo dalgalarının ışık dalgaları gibi yansıma, kırılma ve girişim yapabildiklerini gösterdi [41]. Kısa yaşamı boyunca bilime birçok katkı yaptı. Saniye başına titreşim olarak tanımlanan hertz, onun ismi ile anılmaktadır [42]. Yaptığı deneylerde laboratuvarlarının bir tarafındaki elektrik kılıcının yaymış olduğu manyetik dalganın bir tel halka tarafından hissedildiğini gözlemledi [43]. Elektromanyetik ışımanın başka bir türü olan radyo dalgalarının varlığını kanıtladı. Işığın toplanıp yansıtıldığı gibi radyo dalgalarının da aynı şekilde işlev gördüğünü gösterdi. Hertz'in yaptığı çalışmalar, Maxwell'in daha önce ortaya attığı, elektromanyetik dalgaların elektrik dalgalarıyla aynı davranışları gösterdiği biçimdeki kuramını kanıtlamış oldu [44].

Bu teorinin önemi bizim için çok büyüktür, çünkü teknolojinin gelişmesinde ve bu noktaya gelmesinde en önemli etkidir. Dahası Maxwell'in teorisi, Evreni anlamamızı sağlayan en temel doğa yasalarından biridir. Şöyle düşünelim: Maxwell olmasaydı, günümüzde "elektromanyetizma" yerine "elektrik" ve "manyetizma" şeklinde iki ayrı yasadan söz ediyor olacaktık ve bunların birbirinin aynısı olduğunu fark edememiş olacaktık. Ayrıca Maxwell'in çalışmaları, Einstein'ın görelilik kuramının ve sonrasında Max Born gibi dehaların kuantum kuramının gelişmesini sağlamış ve bu kuramlara esin kaynağı olmuştur [45].

3.2. Teorik Altyapı

Öncelikle, λ dalga boyunda y-yayılımlı ve z-polarize lazer ışığı tarafından ışınlanan tek bir metal küreyi ele alıyoruz. Küre, dielektrik sabiti ϵ_0 olan harici bir ortama (yani vakum, gaz veya sıvı) gömülüdür.

Kürenin dielektrik sabiti ϵ_1 ve küre boyutundan bağımsız olduğu varsayılır. $a/\lambda = 1.0$ durumu için küre, lazer E alanı ve Kartezyen koordinat sistemi Şekil 3.1'de gösterilmiştir.



Şekil 3.1 Yarıçapı a olan bir küre, dielektrik sabiti ϵ_0 olan bir ortama gömülüdür ve dalga boyu λ olan, x yayılımlı, z -polarize ışıkla ışınlanmıştır. (a) $a/\lambda = 1$, (b) $a/\lambda = 0.1$ (yarı statik alan durumu) [46]

Lazerin Elektrik Alanı E şöyle yazılır;

$$\mathbf{E} = E_x \hat{\mathbf{x}} + E_y \hat{\mathbf{y}} + E_z \hat{\mathbf{z}} \quad (3.35)$$

Burada $\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{z}}$ Kartezyen eksenleri x, y, z boyunca birim vektörlerdir. E_x, E_y ve E_z ise x yayılımlı, z polarize bir dalga için $E_x = E_y = 0, E_z \neq 0$ olmayacak şekilde polarize edilir:

$$E_z = E_z^0 \cos \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} \right) - \omega t \right] \quad (3.36)$$

Burada; $\frac{2\pi}{\lambda}$ ve $2\pi\nu = \omega$ eşitliği bize şunu verir:

$$E = E_z^0 \cos(kx - \omega t) \quad (3.37)$$

Bu problemin genel çözümü, uzayın tüm bölgelerinde zamana bağlı elektrik ve manyetik alanları bulmak için Maxwell denklemlerinin çözülmesini içerir.

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3.38a)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.38b)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (3.38c)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.38d)$$

Burada biraz sadeleştirme yapıp, $\lambda > 400 \text{ nm}$ durumunda $kx \ll \omega t$ olmasını istersek,

$$E_z = E_z^0 \cos \omega t \quad (3.39)$$

Ayrıca $a/\lambda < 0.1$ olmasını istersek, lazerin elektrik alanı, z eksenli bir vektör olan $\mathbf{E}_0$ olacaktır ve bunun küre boyutu düzeyindeki mesafeler için uzaysal olarak bağımsız olduğu varsayılabilir.

Harici uygulanan $\mathbf{E}_0$ alanı zaman içinde yaklaşık olarak sabittir,

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \text{ ve } \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0$$

Böylece Maxwell denklemleri elektrostatik ve manyetostatik denklemlerine indirgenir.

Elektrostatik;

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3.40a)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (3.40b)$$

Manyetostatik;

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{1}{c^2} \mathbf{J} \quad (3.41a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.41b)$$

Bu, statik yükler ve akımlar için elektrik ve manyetizmanın ayrı olgular olduğu anlamına gelir.

Odaklanmak istediğimiz problem, metal kürenin içindeki ve dışındaki elektrik alanı için elektrostatik denklemlerin çözümüdür. Bu nedenle manyetostatik denklemleri göz ardı ediyoruz. Metal küre bir iletkenidir ve net yük yoğunluğuna sahip değildir (yani $\rho = 0$), dolayısıyla;

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (3.42a)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (3.42b)$$

$\mathbf{E}(x, y, z)$ alanını hesaplamak için skaler potansiyeli $\varphi(x, y, z)$ bilmemiz gerekir, böylece alan şu şekilde elde edilebilir:

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi \quad (3.43)$$

Skaler potansiyel, $\varphi(x, y, z)$, şu şekilde elde edilebilir:

$$\nabla \cdot \nabla\varphi = 0 \quad (3.44)$$

Bu da bize Laplace denklemini verir:

$$\nabla^2\varphi = 0 \quad (3.45)$$

3.2.1 Laplace denklemi

Denklem 3.45'i yeniden yazalım;

$$\nabla^2(r, \theta, \phi)\varphi(r, \theta, \phi) = 0 \quad (3.46)$$

Problemin içerdiği simetriye bağlı olarak, bağımsız değişkenlerimizi seçeriz ve devamında ∇ işlemcisini de o koordinatlarda ifade eder, işlemleri yine o koordinatlarda sürdürürüz. Buna göre, problemde küresel simetri söz konusu olduğundan küresel koordinatları kullanırız.

Küresel Koordinatlarla Kartezyen koordinatlar arasındaki bağıntıyı kullanarak,

$$x = r \sin \theta \sin \phi, y = r \sin \theta \cos \phi, z = r \cos \theta \quad (3.47)$$

Laplasienyi şu formda yazabiliriz:

$$\nabla^2(r, \theta, \phi) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right] \quad (3.48)$$

3.2.2 Radyal ve açısal değişkenlerine ayırma

Çözümün aşağıdaki gibi olduğunu varsayalım,

$$\varphi(r, \theta, \phi) = F(r)Y(\theta, \phi) \quad (3.49)$$

3.49'da önerilen çözümü 3.46'da yerine yazarsak:

$$\nabla^2(r, \theta, \phi)[F(r)Y(\theta, \phi)] = I + II + III = 0 \quad (3.50)$$

Elde ederiz. I, II ve III denklemleri aşağıdaki gibidir;

$$I = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} [rF(r)Y(\theta, \phi)] \quad (3.51a)$$

$$II = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial [F(r)Y(\theta, \phi)]}{\partial \theta} \right) \quad (3.51b)$$

$$III = \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 [F(r)Y(\theta, \phi)]}{\partial \phi^2} \quad (3.51c)$$

Kullandığımız bu yöntemde değişkenlerine ayırma yöntemi denir. Böylece kısmi bir denklem olan Laplace denklemi iki tane (bir tanesi sadece radial koordinata diğeri açısall koordinata bağıll) normal denkleme dönüştürölür. Terimleri ayırıp Laplace denklemini řu şekilde yazalım:

$$I + II + III = Y(\theta, \phi) \left[\frac{\partial^2 F(r)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial F(r)}{\partial r} \right] + \frac{F(r)}{r^2} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial Y(\theta, \phi)}{\partial \theta} \right) \right] + \frac{F(r)}{r^2} \left[\frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Y(\theta, \phi)}{\partial \phi^2} \right] = 0 \quad (3.52)$$

Denklem 3.52’de tüm F(r) terimlerini denklemin bir tarafına tüm Y(θ, ϕ) terimlerini de denklemin diğerr tarafına alacak şekilde yeniden düzenleyip her iki tarafı önce Y(θ, ϕ) sonra da $\frac{F(r)}{r^2}$ ‘ye bölelim:

$$\frac{r^2}{F(r)} \left[\frac{\partial^2 F(r)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial F(r)}{\partial r} \right] = - \frac{1}{Y(\theta, \phi)} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial Y(\theta, \phi)}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Y(\theta, \phi)}{\partial \phi^2} \right] \quad (3.53)$$

Bu eşitliğı korumanın tek yolu bu ifadenin her iki tarafının da aynı sabite eşit olmasıdır. Bu sabite K diyelim. Sonuç olarak Laplace denklemi artık iki denkleme ayrıldı; biri radyal bağımlılıkla (Denklem 3.54a) ve diğerr açısall bağımlılıkla (Denklem 3.54b) ilgilidir:

$$\frac{r^2}{F(r)} \left[\frac{\partial^2 F(r)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial F(r)}{\partial r} \right] = K \quad (3.54a)$$

$$\left\{ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial Y(\theta, \phi)}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Y(\theta, \phi)}{\partial \phi^2} \right\} = -KY(\theta, \phi) \quad (3.54b)$$

3.2.3 Kutupsal ve azimutal değişkenlerine ayırma

Laplace denkleminin θ ve ϕ 'ye bağımlı kısımlarını izole etmek için değişkenlerin ikinci bir şekilde ayrılması gerekir. Bunun için;

$$Y(\theta, \phi) = P(\theta)Q(\phi) \text{ olduğunu varsayıyoruz.} \quad (3.55)$$

Denklem 3.55'i denklem 3.54b'de yerine yazalım;

$$\left\{ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial [P(\theta)Q(\phi)]}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 [P(\theta)Q(\phi)]}{\partial \phi^2} \right\} = -K[P(\theta)Q(\phi)] \quad (3.56)$$

$\frac{\partial}{\partial \theta}$ yalnızca $P(\theta)$ üzerinde çalıştığından ve yalnızca $\frac{\partial^2}{\partial \phi^2}$ $Q(\phi)$ üzerine etki ettiğinden:

$$\left\{ \frac{Q(\phi)}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial [P(\theta)]}{\partial \theta} \right) + \frac{P(\theta)}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 [Q(\phi)]}{\partial \phi^2} \right\} = -K[P(\theta)Q(\phi)] \quad (3.57)$$

Her iki tarafı da $Q(\phi)$ ve $P(\theta)$ 'ya bölüp $\sin^2 \theta$ ile çarparsak:

$$\left\{ \frac{\sin^2 \theta}{P(\theta) \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial [P(\theta)]}{\partial \theta} \right) + \frac{\sin^2 \theta}{Q(\phi) \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 [Q(\phi)]}{\partial \phi^2} \right\} = -K \sin^2 \theta \quad (3.58)$$

Tüm θ 'ları bir tarafa ve tüm ϕ 'leri bir tarafa alacak şekilde yeniden düzenleyelim:

$$\left\{ \frac{\sin \theta}{P(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial [P(\theta)]}{\partial \theta} \right) \right\} + K \sin^2 \theta = -\frac{1}{Q(\phi)} \frac{\partial^2 [Q(\phi)]}{\partial \phi^2} \quad (3.59)$$

Bu yalnızca tüm θ, ϕ ler için geçerli, eğer her iki taraf da D diye adlandırılan bir sabite eşitse, böylece.

$$\left\{ \frac{\sin \theta}{P(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial [P(\theta)]}{\partial \theta} \right) \right\} + K \sin^2 \theta = D \quad (3.60a)$$

$$-\frac{1}{Q(\phi)} \frac{\partial^2 [Q(\phi)]}{\partial \phi^2} = D \quad (3.60b)$$

Tablo 3.1 Değişkenlerine Ayırma

Radial Denklem: $\frac{r^2}{F(r)} \left[\frac{\partial^2 F(r)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial F(r)}{\partial r} \right] = K$
Kutupsal Denklem: $\left\{ \frac{\sin \theta}{P(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial [P(\theta)]}{\partial \theta} \right) \right\} + K \sin^2 \theta = D$
Azimutal Denklem: $-\frac{1}{Q(\varnothing)} \frac{\partial^2 [Q(\varnothing)]}{\partial \varnothing^2} = D$

3.2.4 Azimutal denklemin çözümü

Azimutal Denklem yalnızca $\varnothing$ 'nin bir fonksiyonu olduğundan kısmi türevleri sıradan (normal) türevlerle değiştirip yeniden düzenleyelim:

$$\frac{d^2 Q(\varnothing)}{d\varnothing^2} + DQ(\varnothing) = 0 \quad (3.61)$$

Bu denklemin çözümleri şu şekildedir:

$$Q(\varnothing) = e^{im\varnothing} \quad (3.62)$$

$$m^2 = D \quad (3.63)$$

Bunları yerine yazalım,

$$\frac{dQ(\varnothing)}{d\varnothing} = ime^{im\varnothing} \quad \text{ve} \quad \frac{d^2 Q(\varnothing)}{d\varnothing^2} = i^2 m^2 e^{im\varnothing} = -m^2 e^{im\varnothing} \quad (3.30)$$

Böylece,

$$-m^2 e^{im\varnothing} + D e^{im\varnothing} = 0 \text{ olur tabi } m^2 = D \text{ olduğunda.} \quad (3.64)$$

$Q(\varnothing)$ için sınır koşulu şudur: $Q(\varnothing)$, $0 \leq \varnothing \leq 2\pi$ için tek değerli ve sürekli olmalıdır böylece $Q(\varnothing) = Q(\varnothing + \pi)$ olur.

$Q(\varnothing) = e^{im2\pi}$ yi sınır koşulu yerine koyarsak şunu elde ederiz: $e^{im\varnothing} = e^{im(\varnothing+2\pi)}$.

$I = e^{im2\pi} = \cos 2\pi m + i \sin 2\pi m$ verir. Buna göre,

$m=0$ için: $\cos 0=1$ ve $\sin 0=0$ iken $e^{i2\pi(0)}=1$

$m=\pm 1$ için: $\cos\pm 2\pi=1$ ve $\sin\pm 2\pi=0$ iken $e^{2\pi(\pm 1)} = 1$

$m=\pm 2$ için: $\cos\pm 4\pi=1$ ve $\sin\pm 4\pi=0$ iken $e^{i2\pi(\pm 2)} = 1$

sonuç olarak;

$$m^2 = D \text{ ve } m=0, \pm 1; \pm 2; \pm 3; \dots \text{ İken } Q_m(\emptyset) = e^{im\emptyset} \quad (3.65)$$

3.2.5 Kutupsal denklemin çözülmesi

Kutupsal denklem yalnızca θ 'nın bir fonksiyonu olduğundan, kısmi türevleri sıradan türevlerle değiştirip yerine $m^2 = D$ yazdığımızda şunu elde ederiz:

$$\left\{ \frac{\sin\theta}{P(\theta)} \frac{d}{d\theta} \left(\sin\theta \frac{d[P(\theta)]}{d\theta} \right) \right\} + K \sin^2\theta = m \quad (3.66)$$

Her iki tarafı da $\sin^2\theta$ 'ya bölüp $P(\theta)$ ile çarparsak,

$$\frac{1}{\sin\theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin\theta \frac{d[P(\theta)]}{d\theta} \right) + \left(K - \frac{m^2}{\sin^2\theta} \right) P(\theta) = 0 \quad (3.67)$$

Belirtilen türevleri uygulayalım ardından $x = \cos\theta$ 'yı yerine koyduğumuzda uygun trigonometrik ilişkileri kullanarak şunu elde ederiz:

$$(1 - x^2) \frac{d^2 P(\theta)}{dx^2} - 2x \frac{dP(\theta)}{dx} + \left(K - \frac{m^2}{(1-x^2)} \right) P(\theta) = 0 \quad (3.68)$$

ki bu denklem Legendre denklemidir. Bu denklemin çözümü aşağıda özetlenmiştir:

$l=0,1,2,3,\dots$ iken $K=l(l+1)$ 'dir. Ve,

$$P(\theta) = \sqrt{\frac{2l+1}{2} \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}} P_l^{|m|}(\cos\theta) \quad (3.69)$$

Burada $P(\theta)$ Legendre polinomudur. $P_l^{|m|}(\cos\theta)$ de ilgili Legendre fonksiyonudur.

3.2.6 Azimutal ve eksenel çözümlerin birleştirilmesi

Toplam açısal bağılılığı verecek şekilde polar ve azimutal denklemlerinin sonuçlarını birleştirebiliriz. Bu durumda önceki denklemleri hatırlarsak;

$l=0,1,2,3,\dots$ Ve $m=-l, -l+1,\dots,0,1,2,\dots,l-1,l$ olduğundan;

$$Y(\theta, \phi) = P(\theta)Q(\phi) \quad (3.55' \text{ten})$$

$$m=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \text{ iken } Q_{m=e^{im\phi}} \quad (3.65' \text{ten})$$

$$P_l^{|m|}(\theta) = \sqrt{\frac{2l+1}{2} \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}} P_l^{|m|}(\cos \theta) \quad (3.69' \text{dan})$$

Tablo 3.2 $Y_{l,m}(\theta, \phi)$ Tablosunda bazı harmonik küresellerin normalleştirilmesi

$$Y_{00} = \frac{1}{2(\pi)^{1/2}}$$

$$Y_{10} = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{1/2} \cos \theta$$

$$Y_{1\pm 1} = \pm \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2\pi} \right)^{1/2} \sin \theta (\pm i \phi)$$

$$Y_{20} = \frac{1}{4} \left(\frac{5}{\pi} \right)^{1/2} (3 \cos^2 \theta - 1)$$

$$Y_{2\pm 1} = \pm \frac{1}{2} \left(\frac{15}{2\pi} \right)^{1/2} \sin \theta \cos \theta \exp(\pm i \phi)$$

$$Y_{2\pm 2} = \frac{1}{4} \left(\frac{15}{2\pi} \right)^{1/2} \sin^2 \theta \exp(\pm 2i \phi)$$

$$Y_{30} = \frac{1}{4} \left(\frac{7}{\pi} \right)^{1/2} (5 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta)$$

$$Y_{3\pm 1} = \pm \frac{1}{8} \left(\frac{21}{\pi} \right)^{1/2} (5 \cos^2 \theta - 1) \sin \theta \exp(\pm i \phi)$$

$$Y_{3\pm 2} = \frac{1}{4} \left(\frac{105}{2\pi} \right)^{1/2} \sin^2 \theta \cos \theta \exp(\pm 2i \phi)$$

$$Y_{3\pm 3} = \pm \frac{1}{8} \left(\frac{35}{\pi} \right)^{1/2} \sin^3 \theta \exp(\pm 3i \phi)$$

3.2.7 Radyal denklemin çözülmesi

Radyal denklem yalnızca r 'nin bir fonksiyonu olduğundan, kısmi türevleri sıradan türevlerle değiştirip ve $K = l(l + 1)$ yerine şunu elde edelim:

$$\frac{r^2}{F_1(r)} \left[\frac{d^2 F_1(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dF_1(r)}{dr} \right] = l(l + 1) \quad (3.70)$$

Daha standart bir formda yeniden düzenleyelim,

$$\frac{d^2 F_1(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dF_1(r)}{dr} - l(l + 1) \frac{F_1(r)}{r^2} = 0 \quad (3.71)$$

$F_1(r)$ formunda türevleri hesaplayalım,

$$\frac{dF_1(r)}{dr} = \frac{d[r^n]}{dr} = nr^{n-1} \quad (3.72a)$$

$$\frac{d^2 F_1(r)}{dr^2} = \frac{d}{dr} \left[\frac{d[r^n]}{dr} \right] = \frac{d}{dr} [nr^{n-1}] = n(n - 1)r^{n-2} \quad (3.72b)$$

Şimdi Denklem 3.72a ve 3.72b'de türevleri ve fonksiyonları Denklem 3.71'de yerine yazalım;

$$n(n - 1)r^{n-2} + \frac{2}{r} nr^{n-1} - \frac{l(l+1)r^n}{r^2} = 0 \quad (3.73)$$

Aşağıdaki denklemi elde etmek için yeniden düzenleyelim;

$$n(n - 1)r^{n-2} + 2nr^{n-2} - l(l + 1)r^{n-2} = 0 \quad (3.74)$$

İkinci dereceden denklemi elde etmek için ifadeyi r^{n-2} 'ye bölüp basitleştirelim,

$$n^2 + n - l(l + 1) = 0 \quad (3.75)$$

n için ikinci dereceden denklemi çözdüğümüzde bize iki çözüm verir:

$$n = l \quad \text{ve} \quad n = -(l + 1) \quad (3.76)$$

Dolayısıyla Radyal denklem için iki çözümü vardır:

$$F_1(r) = \begin{cases} r^l \\ r^{-(l+1)} \end{cases}, \quad (3.77)$$

Bu çözümü katsayılarla belirlenecek genel bir çözümle birleştirirsek problem için uygun sınır koşulları şöyle bulunur:

$$F_1(r) = Ar^l + Br^{-(l+1)} \quad (3.78)$$

3.2.8 Radyal ve açısıl çözümlerin birleştirilmesi

Küresel koordinatlarda Laplace Denklemine genel bir çözüm sağlamak için radyal, polar ve azimutal denklemlerinin çözümlerini birleştirelim.

$$\nabla^2(r, \theta, \phi)\varphi_{lm}(r, \theta, \phi)=0 \quad (3.46'dan)$$

Genel çözüm için;

$$\varphi_{lm}(r, \theta, \phi) = F_1(r)Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (3.79a)$$

$$\varphi_{lm}(r, \theta, \phi) = [A_1r^l + B_1r^{-(l+1)}]P_l^{|m|}(\cos \theta)e^{im\phi} \quad (3.79b)$$

$l = 0, 1, 2, \dots$ ve $m = -l, -l + 1, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, l - 1, l$ iken çözüm yukardaki gibidir.

3.2.9 Çözüme sınır koşullarını uygulamak

Bu noktada, geometrik olarak türetilmiş sınır koşullarının kökenini görmek için sabit bir elektrik alanındaki metal kürenin fiziksel resmine (şekil 3.1) geri dönmek faydalıdır. Bu problemin geometrisinin ekstenel olarak simetrik olduğu açıktır. Dolayısıyla azimutal açığa (ϕ) bağıllık yoktur. Bu, azimutal denkleminin $m = 0$ çözümlerine karşılık gelir.

Genel olarak kürenin içindeki E alanı kürenin dışındakinden farklı olacaktır. Küreden uzaklaştıkça (yani $r \rightarrow \infty$) gelen E alanının küreden etkilenmeyeceğini biliyoruz. Ayrıca kürenin merkezindeki alanın belirli bir sonlu değere sahip olması gerektiğini de biliyoruz (yani alan sıfırdan farklı olacaktır). Bu üç koşul matematiksel olarak şu şekilde ifade edilebilir:

$$1. \mathbf{E}_{iç} \neq \mathbf{E}_{dış}$$

$$2. r \rightarrow \infty, \mathbf{E}_{dış} \rightarrow E_0 \hat{\mathbf{z}}$$

$$3. r \rightarrow 0, \mathbf{E}_{iç} \rightarrow \text{sonlu}$$

Eksenel simetriyle $m = 0$ olduğunu bildiğimizden, belirli l değerleri için 3.78, 3.70 ve 3.79 Denklemlerinin bazı çözümlerini inceleyelim.

$m = 0$ ve $l = 0$ için,

$$F_0 = \left[A_0 + \frac{B_0}{r} \right] \quad \text{ve} \quad Y_{00} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \quad \text{olur,}$$

Böylece,

$$\varphi_{00} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \left[A_0 + \frac{B_0}{r} \right] \quad \text{bulunmuş olur.} \quad (3.80)$$

Denklem 3.80'i $r \rightarrow 0$ ve $r \rightarrow \infty$ için değerlendirirsek şunu elde ederiz:

$$\varphi_{00}(r \rightarrow 0) = \infty \quad \text{ve} \quad \varphi_{00}(r \rightarrow \infty) = \frac{A_0}{\sqrt{4\pi}} \quad \text{elde edilir.}$$

$\mathbf{E} = -\nabla\varphi$ olduğundan bu çözümler şuna karşılık gelir:

$$\mathbf{E}_{iç}(r \rightarrow 0) = \infty \quad \text{ve} \quad \mathbf{E}_{dış}(r \rightarrow \infty) = 0$$

Bu çözümler yukarıda oluşturulan üç sınır koşulunu ihlal ediyor.

$$A_0 = B_0 = 0,$$

$m = 0$ ve $l = 1$ için,

$$F_1 = \left[A_1 r + \frac{B_1}{r^2} \right] \quad \text{ve} \quad Y_{10} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta \quad \text{olur.}$$

Sınır koşulları tarafından belirlenecek A_1 ve B_1 sabitlerine $\sqrt{\frac{3}{4\pi}}$ 'ü dahil edersek, şunu elde ederiz:

$$\varphi_{10}(r, \theta) = A_1 r \cos \theta + \frac{B_1 \cos \theta}{r^2} \quad (3.81)$$

Kartezyen koordinatları kullanarak dönüşüm yapalım,

$$z = r \cos \theta \quad \text{ve} \quad r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$$

$$\varphi_{10}(x, y, z) = A_1 z + \frac{B_1 z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} \quad (3.82)$$

Şimdi $\nabla = \hat{x} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z}$ olduğunu hatırlayarak $\mathbf{E} = -\nabla \varphi_{10}$ 'den $\mathbf{E}$ alanını hesaplayalım,

$$\nabla_x = \frac{\partial}{\partial x}, \quad \nabla_y = \frac{\partial}{\partial y}, \quad \nabla_z = \frac{\partial}{\partial z} \quad \text{olduğundan,}$$

$$\mathbf{E}(x, y, z) = - \left(\hat{x} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z} \right) \varphi_{10}(x, y, z)$$

$$\mathbf{E}(x, y, z) = - \left(\hat{x} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z} \right) \left[A_1 z + \frac{B_1 z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \right] \quad (3.83)$$

Alanın her bir bileşeni için kısmi türevleri ayrı ayrı alarak ve zincir kuralını gerektiği şekilde uygulayarak $\mathbf{E}(x, y, z)$ 'yi hesaplayalım.

$$\mathbf{E}(x, y, z) = -A_1 \hat{z} - B_1 \left[\frac{\hat{z}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} - \frac{3z(\hat{x}x + \hat{y}y + \hat{z}z)}{(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}} \right] \quad (3.84)$$

Şimdi A_1 ve B_1 'i kürenin yüzeyindeki sınır koşullarını (yani $r = a$) kullanarak çözmeliyiz.

$$r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$$

Tablo 3.3 Sınır koşulları

Kürenin içi ve dışı	Küre yüzeyi (r=a)
1.Durum: $E_{dış}(x, y, z) \rightarrow E_0 \hat{z}, r \rightarrow \infty$	2.Durum: $\epsilon_{iç} E_{r,iç} = \epsilon_{dış} E_{r,dış}$
3.Durum: $E_{iç}(x, y, z) \rightarrow \text{sonlu}, r \rightarrow 0$	4.Durum: $E_\theta \text{ ve } E_\phi \text{ süreklidir.}$

Denklem 3.84'e tablodaki 1. durumu uygularsak; $E_{dış}(x, y, z) \rightarrow E_0 \hat{z}, r \rightarrow \infty$ iken

$$E_{dış}(x, y, z) = -A_{1,dış} \hat{z} - B_{1,dış} \left[\frac{\hat{z}}{r^3} - \frac{3z(\hat{x}\hat{x} + \hat{y}\hat{y} + \hat{z}\hat{z})}{r^5} \right] \quad (3.85)$$

Parantez içindeki terim $r \rightarrow \infty$ olarak 0'a gider. Yani

$$-A_{1,dış} = E_0 \quad (3.86)$$

3.durumu uygularsak: $E_{iç}(x, y, z) \rightarrow r \rightarrow 0$ sonlu olur.

$$E_{iç}(x, y, z) = -A_{1,iç} \hat{z} - B_{1,iç} \left[\frac{\hat{z}}{r^3} - \frac{3z(\hat{x}\hat{x} + \hat{y}\hat{y} + \hat{z}\hat{z})}{r^5} \right] \quad (3.87)$$

Parantez içindeki terim $r \rightarrow 0$ olarak ∞ 'a gider. Böylece alanı sonlu tutmak için

$$B_{1,iç} = 0 \text{ olur.} \quad (3.88)$$

2.durumu koşulunu uygularsak: $\epsilon_{iç} E_{r,iç} = \epsilon_{dış} E_{r,dış}$ olur.

Öncelikle E 'nin radyal bileşenlerini hesaplamalıyız. E' nin küresel koordinat bileşenleri ile E 'nin Kartezyen koordinat bileşenleri arasındaki ilişki şu şekilde verilir:

$$\mathbf{E}(x, y, z) = E_x \hat{x} + E_y \hat{y} + E_z \hat{z} \quad (3.89a)$$

$$\mathbf{E}(r, \theta, \phi) = E_r \hat{r} + E_\theta \hat{\theta} + E_\phi \hat{\phi} \quad (3.89b)$$

E_x, E_y, E_z 'den E_r, E_θ, E_ϕ 'yi elde etmek için,

$$\begin{aligned} E_r &= \sin \theta \cos \phi E_x + \sin \theta \sin \phi E_y + \cos \theta E_z \\ &= \cos \theta \cos \phi E_x + \cos \theta \sin \phi E_y - \sin \theta E_z \end{aligned}$$

$$E_\theta = -\sin \phi E_x + \cos \phi E_y$$

Ayrıca birim vektörleri aşağıdaki gibi gösterebiliriz:

$$\hat{r} \cdot \hat{x} = \sin \theta \cos \phi$$

$$\hat{r} \cdot \hat{y} = \sin \theta \sin \phi$$

$$\hat{r} \cdot \hat{z} = \cos \theta$$

$$\hat{\theta} \cdot \hat{x} = \cos \theta \cos \phi$$

$$\hat{\theta} \cdot \hat{y} = \cos \theta \sin \phi$$

$$\hat{\theta} \cdot \hat{z} = -\sin \theta$$

$$\hat{\phi} \cdot \hat{x} = -\sin \phi$$

$$\hat{\phi} \cdot \hat{y} = \cos \phi$$

$$\hat{\phi} \cdot \hat{z} = 0$$

Bunları birleştirelim;

$$E_r = \hat{r} \cdot \hat{x} E_x + \hat{r} \cdot \hat{y} E_y + \hat{r} \cdot \hat{z} E_z$$

$$E_\theta = \hat{\theta} \cdot \hat{x} E_x + \hat{\theta} \cdot \hat{y} E_y + \hat{\theta} \cdot \hat{z} E_z$$

$$E_\phi = \hat{\phi} \cdot \hat{x} E_x + \hat{\phi} \cdot \hat{y} E_y + \hat{\phi} \cdot \hat{z} E_z$$

Şimdi $E_{i\zeta}(x, y, z)$ 'yi aşağıdaki forma göre yeniden düzenleyelim.

$$E_{i\zeta}(x, y, z) = E_{x,i\zeta}\hat{x} + E_{y,i\zeta}\hat{y} + E_{z,i\zeta}\hat{z} \quad (3.90)$$

Denklem 3.87'yi Denklem 3.90'a uyacak şekilde yeniden yerine yazalım:

$$E_{i\zeta}(x, y, z) = \left[\frac{3B_{1,i\zeta}zx}{r^5} \right] \hat{x} + \left[\frac{3B_{1,i\zeta}}{r^5} \right] \hat{y} + \left[\frac{3B_{1,i\zeta}z^2}{r^5} - \frac{B_{1,i\zeta}}{r^3} - A_{1,i\zeta} \right] \hat{z} \quad (3.91)$$

Birim vektör bağlantılarını kullanarak şunu elde ederiz:

$$E_{r,i\zeta} = (\sin \theta \cos \phi) \left[\frac{3B_{1,i\zeta}zx}{r^5} \right] + (\sin \theta \sin \phi) \left[\frac{3B_{1,i\zeta}zy}{r^5} \right] + (\cos \theta) \left[\frac{3B_{1,i\zeta}z^2}{r^5} - \frac{B_{1,i\zeta}}{r^3} - A_{1,i\zeta} \right] \quad (3.92)$$

Denklem 3.85'tekine benzer bir denklem elde ederiz.

$$E_{r,d\iota\varsigma} = (\sin \theta \cos \theta) \left[\frac{3B_{1,d\iota\varsigma}zx}{r^5} \right] + (\sin \theta \cos \phi) \left[\frac{3B_{1,d\iota\varsigma}}{r^5} \right] + (\cos \theta) \left[\frac{3B_{1,d\iota\varsigma}z^2}{r^5} - \frac{B_{1,d\iota\varsigma}}{r^3} - A_{1,d\iota\varsigma} \right] \quad (3.93)$$

Denklem 3.92'yi 3. durum sınır koşullarında belirlenen $B_{1,i\zeta} = 0$ 'ı kullanarak değerlendirelim,

$$E_{r,i\zeta} = A_{1,i\zeta} \cos \theta \quad (3.94)$$

$$E_{r,d\iota\varsigma} = (\sin \theta \cos \phi) \left[\frac{3B_{1,d\iota\varsigma}zx}{r^5} \right] + (\sin \theta \sin \phi) \left[\frac{3B_{1,d\iota\varsigma}zy}{r^5} \right] + (\cos \theta) \left[\frac{3B_{1,d\iota\varsigma}z^2}{r^5} - \frac{B_{1,d\iota\varsigma}}{r^3} + E_0 \right] \quad (3.95)$$

Son denklemi değiştirip yeniden yazarsak,

$$\sin \theta \cos \phi = \frac{x}{r}, \quad \sin \theta \sin \phi = \frac{y}{r}, \quad \cos \theta = \frac{z}{r} \text{ yazılırsa,}$$

$$E_{r,d\iota\varsigma} = E_0 \cos \theta + B_{1,d\iota\varsigma} \left[\frac{-\cos \theta}{r^3} + \frac{3}{r^5} \left(z^2 \cos \theta + \frac{zy^2}{r} + \frac{zx^2}{r} \right) \right] \quad (3.96)$$

Artık 2.durum sınır koşullarını yani $\varepsilon_{i\zeta}E_{r,i\zeta} = \varepsilon_{d\iota\varsigma}E_{r,d\iota\varsigma}$ 'yi uygulamaya hazırız, bunu 3.94 ve 3.96'ya ekleyelim:

$$-\varepsilon_{i\zeta} A_{1,i\zeta} \cos \theta = \varepsilon_{d\zeta} E_0 \cos \theta - \frac{\varepsilon_{d\zeta} B_{1,d\zeta} \cos \theta}{r^3} + \frac{3\varepsilon_{d\zeta} B_{1,d\zeta}}{r^5} \left(z^2 \cos \theta + \frac{zy^2}{r} + \frac{zx^2}{r} \right) \quad (3.97)$$

Şimdi de bu denklemi $\cos \theta$ 'ya bölüp $z=r\cos \theta$ yazarsak.

$$-\varepsilon_{i\zeta} A_{1,i\zeta} = \varepsilon_{d\zeta} E_0 - \frac{\varepsilon_{d\zeta} B_{1,d\zeta}}{r^3} + \frac{3\varepsilon_{d\zeta} B_{1,d\zeta}}{r^3} \left(z^2 + \frac{zy^2}{z} + \frac{zx^2}{z} \right) \quad (3.98)$$

$r^2 = (x^2 + y^2 + z^2)$ olduğunu göstermiştik. Böylece son denklemi biraz sadeleştirebiliriz;

$$\varepsilon_{i\zeta} A_{1,i\zeta} = \varepsilon_{d\zeta} E_0 - \frac{\varepsilon_{d\zeta} B_{1,d\zeta}}{r^3} + \frac{3\varepsilon_{d\zeta} B_{1,d\zeta}}{r^5} (r^2) \quad (3.99)$$

Denklemden r^2 'yi çıkarıp terimleri birleştirmek ve $\varepsilon_{d\zeta}$ 'i çarpanlara ayırmak bize şunu verir:

$$\varepsilon_{i\zeta} A_{1,i\zeta} = \varepsilon_{d\zeta} \left[E_0 + \frac{2B_{1,d\zeta}}{r^3} \right] \quad (3.100)$$

Kürenin yüzeyiyle ilgilendiğimiz için $r = a$ kabul edersek,

$$-\varepsilon_{i\zeta} A_{1,i\zeta} = \varepsilon_{d\zeta} \left[E_0 + \frac{2B_{1,d\zeta}}{a^3} \right] \quad (3.101)$$

4.Durum sınır koşulunun uygulanmasına geçelim, E_θ ve E_ϕ süreklidir. $E_{\theta,i\zeta} = E_{\theta,d\zeta}$ olduğu aksenal durumda;

$$E_\theta = \hat{\theta} \cdot \hat{x} E_x + \hat{\theta} \cdot \hat{y} E_y + \hat{\theta} \cdot \hat{z} E_z \quad (3.102)$$

Denklemleri 3.91'i ve birim vektör bağlantılarını kullanarak şunu elde edebiliriz:

$$E_{\theta,i\zeta} = (\cos \theta \cos \phi) \left[\frac{3B_{1,i\zeta} z x}{r^5} \right] + (\cos \theta \sin \phi) \left[\frac{3B_{1,i\zeta} z y}{r^5} \right] + (-\sin \theta) \left[\frac{3B_{1,i\zeta} z^2}{r^5} - \frac{B_{1,i\zeta}}{r^3} - A_{1,i\zeta} \right] \quad (3.103)$$

Şimdi Denklem 3.85'ten şunu yazabiliriz:

$$E_{\theta,d\zeta} = (\cos \theta \cos \phi) \left[\frac{3B_{1,d\zeta} z x}{r^5} \right] + (\cos \theta \sin \phi) \left[\frac{3B_{1,d\zeta} z y}{r^5} \right] + (-\sin \theta) \left[\frac{3B_{1,d\zeta} z^2}{r^5} - \frac{B_{1,d\zeta}}{r^3} - A_{1,d\zeta} \right] \quad (3.104)$$

3.Durum sınır koşulu olarak belirlenen $B_{1,i\zeta} = 0$ eşitliğini kullanarak denklem 3.103'te yerine yazalım;

$$E_{\theta,i\varnothing} = A_{1,i\varnothing} \sin \theta. \quad (3.105)$$

Şimdi de denklem 3.104'ü 1. durum sınır koşulunda belirlenen $A_{1,dış} = -E_0$ kullanarak yazalım.

$$E_{\theta,dış} = (\cos \theta \cos \varnothing) \left[\frac{3B_{1,dış}zx}{r^5} \right] + (\cos \theta \sin \varnothing) \left[\frac{3B_{1,dış}zy}{r^5} \right] + (-\sin \theta) \left[\frac{3B_{1,dış}z^2}{r^5} - \frac{B_{1,dış}}{r^3} - E_0 \right] \quad (3.106)$$

Son denklemden yola çıkarak,

$$E_{\theta,dış} = -E_0 \sin \theta + \frac{3B_{1,dış} \sin \theta}{r^5} - \frac{3B_{1,dış}z^2 \sin \theta}{r^5} + \frac{3B_{1,dış}zy \cos \theta \sin \varnothing}{r^5} + \frac{3B_{1,dış}zx \cos \theta \cos \varnothing}{r^5} \quad (3.107)$$

Denklem 3.105 ve Denklem 3.107'yi 4. Durum sınır koşuluna göre eşitleyip $\sin \theta$ 'ya bölelim,

$$A_{1,i\varnothing} = -E_0 + \frac{B_{1,dış}}{r^3} - \frac{3B_{1,dış}z^2}{r^5} + \frac{3B_{1,dış}zy \cos \theta \sin \varnothing}{r^5 \sin \theta} + \frac{3B_{1,dış}zx \cos \theta \cos \varnothing}{r^5 \sin \theta} \quad (3.108)$$

Denklemde biraz sadeleşme yapalım; $\frac{y}{r \sin \theta}$ yerine $\sin \varnothing$ ve $\frac{x}{r \sin \theta}$ yerine de $\cos \varnothing$ yazalım.

$$A_{1,i\varnothing} = -E_0 + \frac{B_{1,dış}}{r^3} - \frac{3B_{1,dış}z^2}{r^5} + \frac{3B_{1,dış}zy^2 \cos \theta}{r^6 \sin 2\theta} + \frac{3B_{1,dış}zx^2 \cos \theta}{r^6 \sin 2\theta} \quad (3.109)$$

Denklem 3.109'da z yerine $r \cos \theta$ yazıp daha sade hale getirelim;

$$A_{1,i\varnothing} = -E_0 + \frac{B_{1,dış}}{r^3} - \frac{3B_{1,dış}z^2}{r^5} + \frac{3B_{1,dış}zy^2 \cos \theta}{r^5 \sin^2 \theta} (x^2 + y^2) \quad (3.110)$$

$(x^2 + y^2)$ yerine $r^2 \sin^2 \theta$ yazıp daha da sade hale getirebiliriz:

$$A_{1,i\varnothing} = -E_0 + \frac{B_{1,dış}}{r^3} - \frac{3B_{1,dış}z^2}{r^5} + \frac{3B_{1,dış}z^2}{r^5} \quad (3.111)$$

Sonunda $r=a$ yazdığımızda da şu hale gelir:

$$A_{1,i\varnothing} = -E_0 + \frac{B_{1,dış}}{a^3}. \quad (3.112)$$

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

4.1 Elektrik Alan İfadelerinin Çözümü

Elimizde $A_{1,iç}$ ve $B_{1,dış}$ için çözmemiz gereken iki bilinmeyenli iki denklemimiz var, yani Denklemler:

$$-\epsilon_{iç}A_{1,iç} = \epsilon_{dış} \left[E^0 + \frac{2B_{1,dış}}{a^3} \right] \quad (3.101)$$

$$\text{ve } A_{1,iç} = -E_0 + \frac{B_{1,dış}}{a^3}$$

Önce Denklem 3.112'nin her iki tarafını $-2\epsilon_{dış}$ ile çarpıp Denklem 3.101'e ekleyelim;

$$-A_{1,iç} = \left[\frac{3\epsilon_{dış}}{2\epsilon_{dış} + \epsilon_{iç}} \right] \quad (4.1)$$

$$B_{1,dış} = a^3 E_0 \left[\frac{\epsilon_{iç} - \epsilon_{dış}}{\epsilon_{iç} + 2\epsilon_{dış}} \right] \quad (4.2)$$

$E_{iç}(x,y,z)$ (Denklem 3.87) ve $E_{dış}(x,y,z)$ (Denklem 3.85) için önceki ifadelerimizi hatırlarsak, Denklem 3.88 ve 3.112'yi Denklem 3.87'de yerine koyup şunu elde ederiz:

$$\mathbf{E}_{iç}(x,y,z) = \left(\frac{3\epsilon_{dış}}{2\epsilon_{dış} + \epsilon_{iç}} \right) \hat{\mathbf{E}}_0 \mathbf{Z} \quad (4.3)$$

Şimdi de Denklem 3.86 ve 3.122'yi, Denklem 3.85'te yerine koyarsak, şunu elde ederiz:

$$\mathbf{E}_{dış}(x,y,z) = \hat{\mathbf{E}}_0 \mathbf{Z} - \left[\frac{\epsilon_{iç} - \epsilon_{dış}}{(\epsilon_{iç} + 2\epsilon_{dış})} \right] a^3 E_0 \left[\frac{\hat{\mathbf{z}}}{r^3} - \frac{3\mathbf{z}}{r^5} (x\hat{\mathbf{x}} + y\hat{\mathbf{y}} + z\hat{\mathbf{z}}) \right] \quad (4.4)$$

Lokalize Yüzey Plazmon Rezonansında (LSPR) meydana gelen kayma göz önüne alındığında, d kalınlığında ve nanoparçacık yüzeydeki kırıcılık indisi n_1 olan katmanın absorpsiyonunu inceliyoruz. Yüzeyden d'den büyük tüm mesafelerde, n_E kırılma indisine sahip bir dış ortam olduğunu varsayıyoruz.

$$n(z) = \begin{cases} n_1, & 0 \leq z \leq d \\ n_E, & d < z < \infty \end{cases} \quad (4.5)$$

O zaman mesafeye bağlı kırılma indisini bulabiliriz. LSPR spektrumundaki dalga boyu değişimini ölçtüğümüzde absorpsiyon katmanını şu şekilde ifade edebiliriz:

$$\Delta\lambda = m.(n_{son} - n_{ilk}) \quad (4.6)$$

m, nanopartiküllerin toplu kırılma indisi duyarlılığıdır. n_{ilk} ve n_{son} ise sırasıyla başlangıç durumu ve son durum kırılma indisleridir. N_{ilk} 'i emici bir katmanın olmadığı bir ortamda harici olarak tanımlayabiliriz. Örneğin $n_{ilk}=n_E$ gibi.

Elektromanyetik (EM) alan yoğunluğu, incelenen bölgenin yerel kırılma indisi nanoparçacık yüzeyine yakın olduğunda daha da artar. EM alanını l_d tarafından verilen bazı karakteristik uzunluklarla üstel olarak bozunan bir alan olarak değerlendirebiliriz.

$$E(z) = E_0 \exp\left(\frac{-z}{l_d}\right) \quad (4.7)$$

Bu nedenle, kırılma indisini bağlı alan yoğunluğuna onda biri kadar göre standart bir hale getirmek için EM alanının karesini kullanırsak;

$$\left[\exp\left(\frac{-z}{l_d}\right) \right]^2 = \exp\left(\frac{-2z}{l_d}\right) \quad (4.8)$$

Artık z 'ye bağlı bir kırılma indisi n_{eff} tanımlayabiliriz.

$$n_{eff} = \frac{2}{l_d} \int_0^\infty n(z) \exp\left(\frac{-2z}{l_d}\right) dz \quad (4.9)$$

Önceki denklemleri kullanıp integrali biraz daha genişletirsek;

$$n_{eff} = \frac{2}{l_d} \left[\int_0^d n_1 \exp\left(\frac{-2d}{l_d}\right) dz + \int_d^\infty n_E \exp\left(\frac{-2z}{l_d}\right) dz \right] \quad (4.10)$$

Bu da bize şu denklemi verir:

$$n_{eff} = n_1 \left[1 - \exp\left(\frac{-2d}{l_d}\right) \right] + n_E \exp\left(\frac{-2d}{l_d}\right) \quad (4.11)$$

Denklem 4.6'da n_{son} yerine n_{eff} başlangıç değeri yerine de n_E koyarsak, şunu elde ederiz:

$$\Delta\lambda = m.(n_{eff}-n_E) = m.\left\{ n_1 \left[1 - \exp\left(\frac{-2d}{l_d}\right) \right] + n_E \exp\left(\frac{-2d}{l_d}\right) - n_E \right\} \quad (4.12)$$

n_E terimlerini gruplayıp yeniden düzenleyerek şunu elde ederiz:

$$\Delta\lambda = m.(n_1-n_E) \left[1 - \exp\left(\frac{-2d}{l_d}\right) \right] \quad (4.13)$$

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

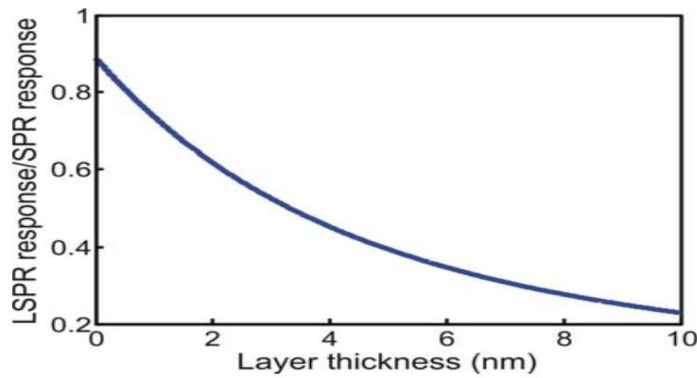
5.1 Sonuçlar

En son elde ettiğimiz denklemin d sonsuza giderken $\Delta\lambda = m \cdot (n_1 - n_E)$ 'ye dönüştüğünü görüyoruz. Burada n_1 yeni çözücünün kırılma indisidir ve n_E ise ortamın toplam kırılma indisidir. Bu yaklaşım birçok katmanlı sistemde işe yarar [47,48].

Bu denklem hem SPR hem de LSPR dalga boyu kayması ölçümleri için geçerli olduğundan bunu iki tip sensörün performansını doğrudan karşılaştırmak için kullanabiliriz:

$$\frac{\Delta\lambda_{LSPR}}{\Delta\lambda_{SPR}} = \frac{m_{LSPR}}{m_{SPR}} \frac{\left[1 - \exp\left(\frac{-2d}{l_{dLSPR}}\right)\right]}{\left[1 - \exp\left(\frac{-2d}{l_{dSPR}}\right)\right]} \quad (5.1)$$

Dikkat ettiyseniz $(n_1 - n_E)$ terimlerini yazmadık çünkü aynı deneysel koşullar altında sensör performansını karşılaştırdık. $m_{SPR} = 9000$ nm RIU-1 iken $m_{LSPR} = 200$ nm RIU-1 olduğunu biliyoruz [49]. Bu da demek oluyor ki SPR sensörleri algılama açısından LSPR sensörlerine göre daha duyarlıdır. Yalnız burada şunu belirtmek gerekiyor; oldukça küçük emilim katmanlarından ve yüzeylerden bahsettiğimiz için bu iki tekniğin karşılaştırılması ancak kısa mesafe ölçümlerinde geçerlidir. Bunun nedeni $l_{dSPR} = 200$ nm ve $l_{dLSPR} = 5$ nm yani EM alanında bozunma uzunluğundaki farktır. l_d ve m değerlerini Denklem 5.1'e uyguladığımızda iki sensörün dalga boyundaki değişimi, Şekil 5.1'de gösterildiği gibi katman kalınlığının bir fonksiyonu olarak doğrudan karşılaştırabiliriz.



Şekil 5.1 LSPR ve SPR'nin dalga boyu değişimlerinin karşılaştırılması [50]

Katman kalınlığı sıfıra yaklaştıkça, iki sensörün tepkisi neredeyse aynı oluyor yani oran bire yaklaşıyor. Böylece, toplu kırılma indisi tepkilerindeki farka rağmen, LSPR ve SPR ince emilim katmanları için karşılaştırılabilir hale geliyor. LSPR ve SPR'yi karşılaştırmak için, toplu kırılma indisi olan m ve EM alanı bozunma uzunluğu olan l 'yi kullanıyoruz. Molekül başına dalga boyundaki değişimi elde etmek için absorbe edilen moleküllerin sayısına göre normalleştirilen farklı yüzey alanlarını da hesaba katmamız gerekiyor. Bir nanoparçacık grubunun kapladığı metalle kaplı bir SPR ince filminin alanını karşılaştıralım.

NSL ile üretilmiş bir numunenin $10 \times 10 \mu\text{m}$ 'lik bir bölgesini düşünün. 500 nm çaplı nanoküreleri biriktirme maskesi olarak kullanılması durumunda kaplayacakları alan yaklaşık 460 küre kadardır ki bu alan birbirine sıkı sıkı bağlanmış bir dizi altıgen yapılardan meydana gelir. Böylece nanopartiküllerin kapladığı alanın yaklaşık değerini elde etmek için kürelerin kapladığı alan ilgili bölgenin alanından çıkarılabilir. İlgili bölgenin $100 \mu\text{m}^2$ 'sinin tamamını kaplayan sürekli ince filmle karşılaştırıldığında nanopartiküller yaklaşık %90 daha az yer kaplar. Buna göre LSPR sensöründe, moleküllerden meydana gelen yansıma SPR'ye göre %90 daha azdır [51]. Aslında bu demek oluyor ki absorbe edilen molekül başına yansıma miktarı açısından LSPR sensörü SPR sensöründen daha iyi iş çıkarıyor [52]. Bu da onu gelecekte daha çok tercih edilecek bir teknik haline getiriyor, daha küçük yapılarda hatta tekli molekülleri algılamada gittikçe gelişecek ve önemli bir rol oynayacaktır [53].

5.2 Öneriler

LSPR (Lokalize Yüzey Plazmon Rezonansı) sensörlerinin gelecekteki uygulamaları için pek çok potansiyel alan bulunmaktadır. Bunlardan bazıları;

1. Tıbbi Teşhis ve Sağlık İzleme:

- Hastalık Teşhisi: LSPR Sensörleri, kanser, Alzheimer ve enfeksiyon hastalıkları gibi çeşitli hastalıkların erken teşhisinde kullanılır. İlerde Biyomarkerlerin tespiti daha yüksek hassasiyetle yapılabilir.
- Gerçek Zamanlı Biyomolekül Analizi: Hastaların biyolojik örneklerinden (kan, tükürük vb.) hızlı ve doğru analizler yapılarak tedavi süreci izlenebilir.

2. Çevresel İzleme:

- Su ve Hava Kalitesi İzleme: LSPR sensörleri, çevredeki kirleticileri ve toksik maddeleri tespit etmek için kullanılabilir. Ağır metaller, Pestisitler ve diğer diğer zararlı bileşenlerin izlenmesi mümkündür [54].
- Biyolojik Kontaminasyon: Bakteri ve virüs gibi biyolojik kontaminantların tespitinde etkin bir çözüm sunabilir [55].

3. Gıda Güvenliği:

- Gıda Kalitesinin Kontrolü: Gıdalardaki patojenler, toksinler ve kimyasal maddelerin hızlı tespiti için kullanılabilir [56,57].
- Tazelik ve Bozulma izleme: Gıdaların tazelik durumunun izlenmesi ve raf ömrünün belirlenmesi için sensörler geliştirilebilir [58].

4. Endüstriyel Uygulamalar:

- Kimyasal Analiz: Endüstriyel süreçlerde kullanılan kimyasalların analizi ve izlenmesi için sensörler geliştirilebilir [59,60].
- Gaz Sensörleri: Endüstriyel gazların tespiti ve izlenmesi, güvenlik açısından büyük önem taşır.

5. Biyoteknoloji ve Araştırma:

- Protein ve Protein Etkileşimlerinin incelenmesi için kullanılabilir [61].
- DNA ve RNA Analizi: Genetik araştırmalar ve biyoteknoloji alanında nükleik asitlerin analizi yapılabilir [62].

6. Savunma ve Güvenlik:

- Biyolojik kimyasal tehditlerin tespiti hızlı yapılabilir.
- Patlayıcı madde tespiti için kullanılabilir [63].

7. Nöroteknoloji:

- Sinirsel Aktivitenin İzlenmesi: Beyin sinyallerinin izlenmesi ve analiz edilmesi için hassas sensörleri geliştirilebilir.
- Beyin Makine Arayüzleri: Beyin Sinyallerinin algılanması ve yorumlanması için kullanılabilir, bu sayede nörolojik bozuklukların tedavisi ve kontrolümümkün hale gelebilir.

Bu uygulamaların her biri, LSPR sensörlerinin yüksek hassasiyet, hızlı yanıt süresi ve spesiflik gibi özelliklerinden faydalanarak önemli gelişmeler ve yenilikler sunabilir.

Bu sensörlerin geliştirilmesi ve optimize edilmesi, gelecekte çeşitli alanlarda daha yaygın ve etkili kullanımlarını mümkün kılacaktır.



KAYNAKLAR

- [1] Kooyman, R.P.H., "Physics of Surface Plasmon Resonance", eds: Richard B.M. Schasfoort and Anna J.Tudos, "Handbooks of Surface Plasmon Resonance", *RSC Publishing*, 15-34, 2008.
- [2] Jackson, J.D., "Plasma Oscillations", *Classical Electrodynamics*, 10.8, 1962.
- [3] Tang, Y., Zeng, X. And Liang, J., "Surface Plasmon Resonance: An Introduction to a Surface Spectroscopy Technique", *J. Chem. Educ.*, 87, 742-746, 2010.
- [4] P. Vadgama and P. W. Crump, "Biosensors: Recent trends a review," *The Analyst*, vol. 117, pp. 1657–1670, 1992.
- [5] R. P. H. Kooyman, H. Kolkman, J. van Gent, and J. Greve, "Surface plasmon resonance immunosensors: sensitivity considerations," *Analytica Chimica Acta*, vol. 213, no. C, 35–45, 1988.
- [6] Karakaş, T.B. and İ. Demirdiş, "SARS-CoV2' nin Hızlı Tespiti İçin Tasarlanan Biyosensörler", *International Journal of Life Sciences and Biotechnology*, vol.4, pp.491-506, 2021.
- [7] Haes, A.J.; van Duyne, R.P., "A unified view of propagating and localized surface plasmon resonance biosensors." *Anal. Bioanal. Chem.*, 379, 920–930, 2004.
- [8] Lord Rayleigh, "Note on the remarkable case of diffraction spectra described by Prof. Wood," *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 14, pp. 60–65, Jul. 1907.
- [9] K.A.Willems and Van Duyne, R.P., "Localized surface plasmon resonance spectroscopy and sensing," *Annual Review of Physical Chemistry*, vol. 58, 267–297, 2007.
- [10] Dionne, J.A., "Viewpoint; Mirror", <https://physics.aps.org/articles/v5/38>, 26 Mart 2012.
- [11] R. W. Wood, "On a remarkable case of uneven distribution of light in a diffraction grating spectrum," *Proceedings of the Physical Society of London*, vol. 18, pp. 269–275, Jun. 1901.
- [12] R. W. Wood, "Diffraction gratings with controlled groove form and abnormal distribution of intensity", *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 23, pp. 310–317, Feb. 1912.
- [13] Lord Rayleigh, "Note on the remarkable case of diffraction spectra described by Prof. Wood," *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 14, pp. 60–65, Jul. 1907.
- [14] L. B. Leder, H. Mendlowitz, and L. Marton, "Comparison of the characteristic energy losses of electrons with the fine structure of the x-ray absorption spectra," *Physical Review*, vol. 101, 1460–1467, PhysRev. 101.146, 1956.
- [15] H.Watanabe, "Experimental Evidence for the Collective Nature of the Characteristic Energy Loss of Electrons in Solids-Studies on the Dispersion Relation of Plasma Frequency," *Journal of the Physical Society of Japan*, vol. 11, pp. 112–119, Dec. 1956.

- [16] A. Otto, "Excitation of nonradiative surface plasma waves in silver by the method of frustrated total reflection," *Zeitschrift für Physik*, vol. 216, 398–410, Aug. 1968.
- [17] U. Fano, "The Theory of Anomalous Diffraction Gratings and of Quasi-Stationary Waves on Metallic Surfaces (Sommerfeld's Waves)," *Journal of the Optical Society of America*, vol. 31, 213, Mar. 1941.
- [18] D. Bohm and D. Pines, "A collective description of electron interactions: III. Coulomb interactions in a degenerate electron gas," *Physical Review*, vol. 92, pp. 609–625, Nov. 1953.
- [19] E. Kretschmann and H. Raether, "Radiative Decay of Non Radiative Surface Plasmons Excited by Light" 1968. Accessed: Sep. 04, 2020.
- [20] B. Liedberg, C. Nylander, and I. Lundström, "Biosensing with surface plasmon resonance -how it all started," *Biosensors and Bioelectronics*, vol. 10, no. 8, 1995.
- [21] C. Nylander, B. Liedberg, and T. Lind, "Gas detection by means of surface plasmon resonance," *Sensors and Actuators*, vol. 3, no. C, 1982.
- [22] Schasfoort, R.B.M., Tudos, Anna J., "Handbook of Surface Plasmon Resonance", *Royal Society of Chemistry*, 2017.
- [23] R. P. H. Kooyman, H. Kolkman, J. van Gent, and J. Greve, "Surface plasmon resonance immunosensors: sensitivity considerations," *Analytica Chimica Acta*, vol. 213, no. C, 35–45, 1988.
- [24] Candan, İ. "Plazmonik soy metal (Au,Ag) nanoparçacıklara dayalı sensör üretimi ve analizi", Dicle Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, 2022.
- [25] R. H. Ritchie, E. T. Arakawa, J. J. Cowan, and R. N. Hamm, "Surface- plasmon resonance effect in grating diffraction," *Physical Review Letters*, vol. 21, no. 22, 1530–1533, 1968.
- [26] H. Raether, G. Hohler, and E. A. Niekisch, "Surface Plasmons on Smooth and Rough Surfaces and on Gratings," *Springer Tracts in Modern Physics*, vol. 111.136, 1988.
- [27] Van Duyne, R.P., "Molecular Plasmonics", *Science*, 306:985-86, 2004.
- [28] Kelly, K. Lance. "The Optical Properties of Metal Nanoparticles: The Influence of Size, Shape, and Dielectric Environment". *The Journal of Physical Chemistry B*. 107 (3): 668–677, 2002.
- [29] Rycenga, Matthew; Copley, Claire M.; Zeng, Jie; Li, Weiyang; Moran, Christine H.; Zhang, Qiang; Qin, Dong; Xia, Younan, "Controlling the Synthesis and Assembly of Silver Nanostructures for Plasmonic Applications". *Chem. Rev.* 111: 3669–3712, 2011.
- [30] Maier S. A., "Plasmonics: Fundamentals and Applications", *Springer*, New York, ABD, 224 ss, 2007.
- [31] Candan, İ., Yiğit, S., Gündoğdu, Y., Budak Gümgüm, H., "Biosensor Properties Of Plasmonic Silver Nanoparticles Produced By Pld", *Middle East Journal of Science*, pp. 112–122, 2021.

- [32] Pozar D.M., Microwave engineering 4th edition, John Wiley & Sons, USA, ISBN: 978-0-470-63155-3, 2012.
- [33] Jensen, T.R.; Malinsky, M.D.; Haynes, C.L.; van Duyne, R.P. "Nanosphere lithography: Tunable localized surface plasmon resonance spectra of silver nanoparticles.", *J. Phys. Chem. B*, 104, 10549–10556, 2000.
- [34] Brockman, J.M.; Nelson, B.P.; Corn, R.M., "Surface plasmon resonance imaging measurements of ultra-thin organic films.", *Annu. Rev. Phys. Chem.*, 51, 41–63, 2000.
- [35] Yonzon C.R., Zhang X., Van Duyne R.P., "Localized Surface Plasmon Resonance Immunoassay and Verification Using Surface-Enhanced Raman Spectroscopy.", *Proc. SPIE.*, 5224:78-85, 2003.
- [36] Brolo, A.G., "Plasmonics for future biosensors." *Nature Photonics*, 6:709-713, 2012.
- [37] Qu, X.; Alvarez, P.J.J.; Li, Q., "Applications of nanotechnology in water and wastewater treatment.", *Water Res.*, 47, 3931–3946, 2013.
- [38] Griffiths, D.J. "Introduction of Elektrodynamics" Reed college-Fourth Edition. Vol.7. pp.332-340., 1942.
- [39] Purcell, E.M., "Elektrik ve Manyetizma, Berkeley Fizik Dersleri", vol.2, pp. 81-86, 2000.
- [40] Önem C., "Mühendislik ve Fizikte Matematik Metodlar", *Birsen Yayınları*, 1999.
- [41] Faraday M., "Experimental Researches in Electricity", *London: R. and J. E. Taylor*, 1839.
- [42] Robinson, A., "The Scientists:An Epic of Discovery," *Londra, Thames&Hudson Ltd*, 2012.
- [43] Harman, P. M., "The Natural Philosophy of James Clerk Maxwell." 1st pbk. ed. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2001.
- [44] Glazebrook Richard, "James Clerk Maxwell and Modern Physics" New York, Macmillan, 1896.
- [45] Einstein "greatest physicist ever;" *BBC News, Sci/Tech*, November 29 1999, <http://news.bbc.co.uk/2/hi/science/nature/541840.stm> .
- [46] Kelly K.L., Coronado E., Zhao L., Schatz G.C., "The Optical Properties of Metal Nanoparticles: The Influence of size, shape and dielectric environment.", *Phys. Chem. B.*, 107:668-77, 2003.
- [47] Jung L.S., Campbell CT, Chinowsky, "Quantitative interpretation of the response of surface plasmon resonance sensors to adsorbed films.", *TM, Mar MN, Yee SS.*, 14:5636-48, 1998.
- [48] Haes A.J., Van Duyne R.P., "A nanoscale optical biosensor: sensitivity and selectivity of an approach based on the localized surface plasmon resonance of triangular silver nanoparticles.", *J.Am.Chem.Soc.*, 124:10596-604, 2002.

- [49] Miller MM, Lazarides AA., “Sensitivity of metal nanoparticle surface plasmon resonance to the dielectric environment.”, 109:21556-65, 2005.
- [50] Dieringer J.A., McFarland A.D., Shah N.C., Stuart D.A., Whitney A.V., “Surface enhanced Raman spectroscopy: new materials, concepts, characterization tools and applications”, *Faraday Discuss.*, 132:9-26, 2005.
- [51] W. A. Murray, B. Auguié, and W. L. Barnes, “Sensitivity of localized surface plasmon resonances to bulk and local changes in the optical environment,” *The Journal of Physical Chemistry C*, vol. 113, no. 13, pp. 5120-5125, 2009.
- [52] Metiu.H, Das P. “The electromagnetic theory of surface enhanced spectroscopy.” Vol.35, pp.507-36., 1984.
- [53] S. Nie, and S. R. Emory, “Probing single molecules and single nanoparticles by surface-enhanced Raman scattering,” *Science*, vol. 275, no. 5303, pp. 1102-1106, 1997.
- [54] Wong C.L., Olivo M. “Surface plasmon resonance imaging sensors: A review. Plasmonics.” vol.9, pp.809–824, 2014.
- [55] Watzinger F., Ebner K., Lion T. “Detection and monitoring of virus infections by real-time PCR.” vol.27, pp.254–298, 2006.
- [56] Haynes CL, Yonzon CR, Zhang X., “Surface-enhanced Raman sensors: early history and the development of sensors for quantitative bio warfare agent and glucose detection.” vol.36, pp. 471-84., 2005.
- [57] P. Leonard, S. Hearty, J. Brennan et al., “Advances in biosensors for detection of pathogens in food and water,” *Enzyme and Microbial Technology*, vol. 32, no. 1, pp. 3-13, 2003.
- [58] D. R. Shankaran, K. V. Gobi, and N. Miura, “Recent advancements in surface plasmon resonance immunosensors for detection of small molecules of biomedical, food and environmental interest,” *Sensors and Actuators B: Chemical*, vol. 121, no. 1, pp. 158-177, 2007.
- [59] Hutter E., Fendler J.H. “Exploitation of localized surface plasmon resonance. *Adv. Mater.*” Vol.16, pp.1685–1706, 2004.
- [60] C.-T. Liu, and A.-N. Tang, “Applications of nanoparticles in elemental speciation,” *Analytical Letters*, vol. 48, no. 7, pp. 1031-1043, 2015.
- [61] A. Olaru, C. Bala, N. Jaffrezic-Renault et al., “Surface plasmon resonance (SPR) biosensors in pharmaceutical analysis,” *Critical reviews in analytical chemistry*, vol. 45, no. 2, pp. 97-105, 2015.
- [62] F. S. R. R. Teles, “Biosensors and rapid diagnostic tests on the frontier between analytical and clinical chemistry for biomolecular diagnosis of dengue disease: A review,” *Analytica chimica acta*, vol. 687, no. 1, pp. 28-42, 2011.
- [63] R. G. Smith, N. D'Souza, and S. Nicklin, “A review of biosensors and biologically-inspired systems for explosives detection,” *Analyst*, vol. 133, no. 5, pp. 571-584, 2008.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyad, Ad

BİNGÖL, Gülan

Web sayfası
(Research Gate, Academia, vs.)

Eğitim Bilgileri

Derece	Kurum	Mezuniyet Yılı
Lisans	Dicle Üniversitesi	2010
Lise	Süleyman Demirel Lisesi	2004

İş Denevimi

Dönem (Yıl)	Şirket, Kurum	Görev
2021-2024	M.E.B.	Fizik Öğretmeni
2018-2020	Özel Öğretim Kurumu	Fizik Öğretmeni
2014-2016	M.E.B.	Fizik Öğretmeni

Yabancı Dil

İNGİLİZCE

Özel İlgiler

Kitap okumak, Seyahat etmek, Sinema.

DİCLE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
TEZ BENZERLİK BİLDİRİMİ FORMU

Öğrencinin Adı, Soyadı	Gülan BİNGÖL		
Öğrenci No	21802001		
Ana Bilim Dalı	FİZİK		
Program Türü	Proje ☐	Yüksek Lisans ☒	Doktora ☐
Tez Danışmanı (Ünvanı, Adı, Soyadı)	Doç.Dr.Fatma Figen BİNBAY		
(Varsa) II. Tez Danışmanı (Ünvanı, Adı, Soyadı)			
Tez Başlığı	Yerelleşmiş Yüzey Plazmon Rezonans Spektroskopisi ile Yüzey Plazmon Rezonans Spektroskopisinin Sensör Uygulamalarında Karşılaştırmalı İncelenmesi		
RAPOR BİLGİLERİ			
Raporlama Aşaması	Tez Savunma Sınavı Sonrası		
Sayfa Sayısı	56		
Raporlama Tarihi	16/07/2024		
Benzerlik Oranı (%)	%10		

Yukarıda bilgileri verilen tez çalışmamın toplam 56 sayfalık kısmına ilişkin, 16/07/2024 tarihinde şahsım/tez danışmanım tarafından Turnitin isimli intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan intihal raporuna göre, tezimin benzerlik oranı %10 Olarak tespit edilmiştir.

Uygulanan filtrelemeler:

- ☐Başlangıç Bölümleri (Kabul ve Onay sayfası, Teşekkür sayfası, Özet/Abstract) hariç
☒ Kaynaklar hariç
☐ Alıntılar hariç/dâhil
☐ Diğer (Açıklayınız)

Tezimin benzerlik oranı, Dicle Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İntihal Raporu Uygulama Esaslarında belirtilen üst sınır benzerlik oranını aşmamaktadır. Tez benzerlik oranı üst sınır benzerlik oranının altında olsa dahi aksinin tespit edilmesi durumunda her türlü yasal sorumluluğu kabul ettiğimi ve hukuki sonuçlarına razı olduğumu bildirir, gereğini arz ederim.

Öğrencinin Adı, Soyadı: Gülan BİNGÖL

Tarih: 16/07/2024

İmza:

Danışman Adı, Soyadı: Doç. Dr. F. Fatma Figen BİNBAY

İmza:

Tarih: 16/07/2024

Ana Bilim Dalı Başkanı Adı, Soyadı: Prof. Dr. Zafer KÖYLÜ

İmza:

Tarih: 16/07/2024