

ZAMAN SERİLERİNDE BOOTSTRAP ÇÖZÜMLERİ

Ali Doğan ÇİÇEK

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İSTATİSTİK**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**TEMMUZ 2008
ANKARA**

—

Ali Doğan ÇİÇEK tarafından hazırlanan ZAMAN SERİLERİNDE BOOTSTRAP
ÇÖZÜMLERİ adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Tez Danışmanı, İstatistik Ana Bilim Dalı
Prof.Dr.Müslim Ekni

Bu çalışma , jürimiz tarafından oy birliği ile istatistik Ana Bilim Dalında Yüksek
Lisans Tez'i olarak kabul edilmiştir.

Prof.Dr. Alptekin ESİN
İstatistik A.B.D. Gazi Üniversitesi

Prof.Dr. Müslim EKNİ
İstatistik A.B.D. Gazi Üniversitesi

Doç.Dr. Nezir KÖSE
Ekonometri A.B.D. Gazi Üniveristesi

Tarih : 10 / 07 / 2008

Bu tez ile G.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Yüksek Lisans derecesini
onamıştır.

Prof. Dr. Nermin ERTAN

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

ALİ DOĞAN ÇİÇEK

ZAMAN SERİLERİNDE BOOTSTRAP ÇÖZÜMLERİ**(Yüksek Lisans Tezi)****Ali Doğan ÇİÇEK****GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ****Temmuz 2008****ÖZET**

Bootstrap metotları, istatistiksel analizlerin yanı sıra ekonomik ve ekonometrik analizlerde de uygulanan, verinin tekrarlı örneklenmesine dayanan bilgisayar temelli metotlardır. Bağımsız ve özdeş dağılan veriler için geliştirilen metotlar, son yıllarda zaman serileri için de uyarlanmışlardır. Bu çalışma, bootstrap metotlarının çeşitlerini içeren ve zaman serileri analizinde uygulanan otoregresif (AR) modelleri için tasarlanan bootstrap metotları açısından güncel bir çerçeve sunmaktadır. Önerilen yöntem ve temel kavramlar ikinci bölümde tanıtılmıştır. Üçüncü bölümde bootstrap kullanılarak türetilmiş X^* verisi ile bilinen X verisi karşılaştırılmış, hisse senetlerine ilişkin bir örnek verilmiştir.

Bilim Kodu : 205.1.066**Anahtar Kelimeler: Bootstrap, tekrarlı örnekleme, zaman serileri analizi****Sayfa Adedi : 50****Tez Yöneticisi : Prof. Dr. Müslim Ekni**

BOOTSTRAP SOLUTIONS FOR TIME SERIES**(M.Sc.Tesis)****Ali Doğan ÇİÇEK****GAZI UNIVERSITY****INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY****July 2008****ABSTRACT**

Bootstrap methods are popular computer-intensive data resampling methods which are not only generally in use for statistical analysis but also are applied for economic and econometric analysis. Although they were originally developed for independent and identically distributed data, in recent years several bootstrap methods have been adapted to time series. In this study gives a framework of up-to-date coverage for different kinds of bootstrap methods and bootstrap methods developed for autoregressive (AR) models for time series analysis. The offered procedure and the main line bootstrap methods are describe in second chapter. In third chapter, offered data X^* and usual X data are compared with data derived from bootstrap, an application is given about stock prices.

Science Code : 205.1.066
Key Words : Bootstrap, replacement sampling, time series analysis
Page Number : 50
Adviser : Prof. Dr. Müslim Ekni

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca değerli yardım ve katkılarından dolayı beni yönlendiren hocam sayın Prof.Dr. Müslim EKNİ'ye ve öğrencilik hayatım süresince her zaman bana destek olan sevgili aileme teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ	ix
ŞEKİLLERİN LİSTESİ	x
SİMGELER VE KISALTMALAR	xi
1. GİRİŞ	1
2. TEKRARLI ÖRNEKLEME TEORİSİ VE BOOTSTRAP METODU İÇİN TEMEL PRENSİPLER	3
2.1. Tekrarlı Örneklemeye Metotlarının İstatistiksel Varsayıma göre Sınıflandırılması	8
2.1.1. Parametrik olmayan tekrarlı örneklemeye metotları	9
2.1.2. Parametrik tekrarlı örneklemeye metotları	10
2.1.3. Yarı-parametrik tekrarlı örneklemeye metotları	11
2.2. Tekrarlı Örneklemeye Metotları'nın Veri Yapısına Göre Sınıflandırılması	12
2.2.1. Bağımsız ve özdeş dağılan (<i>i.i.d.</i>) veriler için tekrarlı örneklemeye metotları	13
2.2.2. Bağımlılık yapısına sahip veriler için tekrarlı örneklemeye metotları	19
2.3. Örneklemenin Yapıldığı Yere Göre Tekrarlı Örneklemeye Yaklaşımları	30
2.3.1. Kalıntı temelli tekrarlı örneklemeye yaklaşımları	30

Sayfa

2.3.2. Gözlem değerlerinin tekrarlı örnekleme temelli bootstrap metodu.....	30
2.4. Örnekleme Birimine Göre Tekrarlı Örnekleme Yaklaşımları	30
2.4.1. Verilere uygulanan tekrarlı örnekleme metotları.....	31
2.4.2. Bloklara uygulanan tekrarlı örnekleme metotları.....	31
3. UYGULAMA	32
4. SONUÇ VE ÖNERİLER	42
KAYNAKLAR	43
EKLER.....	45
EK-1 AR Model Tanımı.....	46
EK-2 Hareketli Blok Bootstrap için Bilgisayar Programı	47
EK-3 Bootstrap Metodunun Şematik Gösterimi	49
ÖZGEÇMİŞ.....	50

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 3.1. İş bankası (C) hisse senedinin Mart 1999 ile Haziran 2007 yılları arasında her ay için ortalama fiyat değerleri(100 adet)	32
Çizelge 3.2. İş bankası (C) hisse senedinin kalıntılarına ait veri.....	33
Çizelge 3.3. İş bankası (C) hisse senedinin kalıntılarına uygulanmış hareketli blok bootstrap değerleri	35
Çizelge 3.4. İş bankası (C) hisse senedinin bootstrap değerleri	36
Çizelge 3.5. Türkcell hisse senedinin Ocak 2001 ile Haziran 2007 yılları arasında her ay için ortalama fiyat değerleri(78 adet)	37
Çizelge 3.6. Türkcell hisse senedinin kalıntılarına ait veri	38
Çizelge 3.7. Türkcell hisse senedinin kalıntılarına uygulanmış hareketli blok bootstrap değerleri	39
Çizelge 3.8. Türkcell hisse senedinin bootstrap değerleri.....	41

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 2.1. Tekrarlı örnekleme şeması.....	14
Şekil 2.2. Bootstrap metodunun işleyiş şeması	18
Şekil 2.3. $n=9$ ve $b=5$ için hareketli blok bootstrap diyagramı	26
Şekil 2.4. Durağan bootstrap diyagramı, $n=9$, başlangıç noktası blok genişliği geometrik(p)	29

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış bazı simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklama
θ	Bilinmeyen yığın parametresi
X	Rassal örnek
X^*	Bootstrap veri seti
n	Örnek hacmi
B	Bootstrap sayısı
e	Kalıntılar
f	Bilinmeyen olasılık dağılım fonksiyonu
$\hat{f}$	Ampirik olasılık dağılım fonksiyonu
l	Hareketli blok bootstrap için blok genişliği
Kısaltmalar	Açıklama
i.i.d	Bağımsız ve özdeş dağılımlı
AR	Otoregrsif model
MA	Hareketli ortalama modeli
ARMA	Otoregrsif- Hareketli ortalama modeli
AIC	Akaike bilgi kriteri
İMKB	İstanbul menkul kıymetler borsası

1. GİRİŞ

İstatistikte yapılan çalışmaların birçoğunun temel amacı, anakütle parametresi θ hakkında bilgi elde etmektir. Bu bilgiye, ilgilenilen anakütleden X rassal örneği çekilerek ulaşılmakta ve böylelikle θ değerinin $\hat{\theta}(X)$ tahmini bu örnekten oluşturulmaktadır.

İstatistiksel çıkarsamalar için veri-temelli bir simülasyon metodu olarak anılan bootstrap metodunun temel prensibi de, θ ve rassal değişken $\hat{\theta}(X)$ arasındaki ilişki hakkında bilgi elde etmektir. Bu bilgi, x örneğinden tekrarlı olarak çekilmiş bir alt örnek olan X^* 'i kullanarak $\hat{\theta}(X)$ ve $\hat{\theta}(X^*)$ arasındaki ilişkiden elde edilmektedir. X^* , veri vektörü olan X den tekrara müsaade edilerek oluşturulabileceği gibi, $\hat{\theta}(X)$ tarafından parametreleştirilebilen dağılım fonksiyonundan örneklenerek de oluşturulabilir.

Birincisi *parametrik olmayan bootstrap*, diğeri ise *parametrik bootstrap* olarak anılmaktadır.

İlk olarak Efron (1979) tarafından parametrik olmayan bir yaklaşım olarak tanıtılan metot, veriyi uyarlayan, parametrik olmayan, örneğin çekildiği anakütle hakkında herhangi bir kısıtlayıcı varsayımda bulunmaya gerek kalmadan işleyebilen bir metottur. Anılan metoda, özellikle parametrik çıkarsama elde edilebilmesinin çok zor olduğu ya da analitik herhangi bir çözümün bulunmadığı durumlarda başvurulmaktaydı. Ancak metot günümüzün hızlı işlem yapabilen bilgisayarlarının avantajını kullanarak kısa sürede gerek çevrebilim, yüksek enerji-fizik bilimi, genetik, meteoroloji ve gibi bilimlerde gerekse de güvenilirlik analizleri ve biyoistatistik gibi istatistiksel bilimlerde yaygın kullanılan bir yeniden örnekleme metodu haline gelmiştir. Metodun yaygın kabul görme sebeplerinden bir diğeri ise çözüm sürecinin analitik formunun bilinmek zorunda olunmamasında yatmaktadır. Hesaplamalar sonucunda paket programlar yardımıyla simülasyonlar kolayca yapılabilmektedir. Zaman serisi verisi söz konusu olduğunda metodun işleyebilmesi için verinin

bağımsız ve özdeş dağılmış (*independent and identically distributed*) olması gerekmektedir. Ekonometri yazınında bu ifade *i.i.d.* olarak anılmaktadır. Ancak veri-içi bağımlılık yapısına sahip zaman serisi verileriyle sıkça karşılaşılmaktadır. Söz konusu olan bu yapının yeniden örneklenmiş örneklerle yansıtılamadığı durumda temel bootstrap metodu çalışmamakta ve geçerli çıkarsamaların elde edilebilmesi için metoda yeni uyarlamalar yapılması gerektiği belirtilmektedir. Yapılan bu uyarlamalar bootstrap metodunu çeşitlendirmektedir.

Klasik bootstrap metotlarının zaman serileri verilerine uygulamasının istatistik biliminde zor problemlerden bir tanesi olduğu ifade edilmektedir. Zaman serisindeki bağımlılık yapısına bağlı olarak bootstrap metotlarının sergiledikleri performanslar değişmektedir.

Tezin ikinci bölümünde bootstrap metotlarının çeşitleri ele alınmaktadır. Bu bölümde ekonometri ve istatistik yazınında yer bulmuş bazı önemli yeniden örnekleme metotlarına ait teoriler, bootstrap metodunun temel prensipleri anlatılmaktadır.

Üçüncü bölümde zaman serileri analizinde otoregresif (AR) modelleri için bootstrap uygulamaları ele alınmıştır.

Çalışmanın genel değerlendirmeleri ise sonuç bölümünde yer almaktadır.

2. TEKRARLI ÖRNEKLEME TEORİSİ VE BOOTSTRAP METODU İÇİN TEMEL PRENSİPLER

Bazı modellerde nokta tahmin edicilerinin hesaplanmasının çok zor olmadığı, bunun yanı sıra asimptotik olarak güvenilir standart hataların, güven aralıklarının ve test istatistiklerinin elde edilmesinin zor olduğu bilinmektedir. Bu gibi durumlarda tekrarlı örnekleme metotları tahmin teorisine alternatif bir araç olarak, ampirik (deneye dayalı) bir yaklaşım olarak önerilmektedir. Bu metotlar bir simülasyon gerektirmekte ve asimptotik hesaplamalar yardımıyla bir tahmin edicinin örnekleme dağılımı türetilmektedir [1]. Ayrıca tekrarlı örnekleme yaklaşımının geleneksel asimptotiklere göre daha doğru sonuçlar verdiği ifade edilmektedir [2].

Tekrarlı örnekleme teorisi, verilen örnekten alt örneklerin seçilmesi esasına dayanmaktadır. Elde edilen bu örneklerden hareketle standart hata, güven aralıkları, v.b. hesaplamalar yapılabilmekte ve bu değerler tahmin edilebilmektedir. Tekrarlı örnekleme metotlarında ilgilenilen istatistiklerin hesaplanabilmesi ve teorik hesaplamaların yapılabilmesi için ağırlıklı olarak bilgisayar paket programlardan yararlanılmaktadır.

Örnekten hesaplanan tahminsel değerlerin güvenilirlik ve işe yararlık dereceleri, en başta örnekleme hatalarına bağlıdır. Örnekleme hatası hakkında güvenilir bir bilginin elde edilebileceği tek objektif kriter örnekten hesaplanan standart hatadır. Gerçi örnekleme yönteminin uygulanmasına geçilmeden örnek çapının değişikliğine gidilip gidilmeyeceği, maliyet ve duyarlılık açısından gereksinim karşılanıp karşılanmayacağı hakkında karar vermek teorik standart hatanın hesaplanan değerine bağlıdır. Ancak standart hata formülünde yer alan eski devrelere ilişkin veya bazı pratik yollardan kabaca elde edilen varyansın ne derece güvenilir olduğunun örneklemeden yapılan tahmini ile kontrol edilmesi gerekli ve zorunludur.

Örnekleme çok sınırlı hallerde tek amaçlı, genellikle çok amaçlı olarak planlanır. Çok sayıda bilginin basit dökümünden başka bazı kombine sınıflamalar da gerekli

olabilir. Bunun sonucu olarak, bir örnekleme ile yüzlerce tahmin değeri için yüzlerce standart hatanın n tane birimin bireysel değerlerinden hesabının altından kalkılamaz.

Bu çetin problemin çözümü pratikleştirmek için ilk önce yığına ilişkin istatistiklerin tüm örnekten, standart hataların, n biriminden çekilen birkaç yüz birimlik bir alt örnekten hesaplanması yoluna gidilmiştir. Böylece, iş hacmi önemli ölçüde küçültülmekle birlikte, yine de ekonomik bir düzeye indirilememiştir. Bir başka önlem olarak, sadece bazı önemli niteliklerin, değişik birim sayısı kapsayan grupları için standart hataları hesaplayıp grup büyüklüğü ile standart hata arasındaki ilişkiyi aydınlatıcı, standart hata barem tabloları hazırlanması, tüm öteki istatistikler için bu tablodan yararlanılması öğütlenmiştir. Ancak bu çözümde memnunluk verici sayılmamış ve pek benimsenmemiştir. Standart hata hesabı, her türlü koşullar altında yapılacak her türlü örneklemelemlerde artık bir sorun olmaktan, tekrarlı örnekleme ile çıkmış bulunmaktadır.

Tekrarlı örnekleme, koşullara göre en elverişli örnekleme türü ve tahmin yöntemi seçilip örnek hacmi belirlendikten sonra n hacimli bir örnek yerine n/k hacimli k alt örneklemelemlerin yapılmasından ibarettir. Öte yandan, tekrarlı örneklemelemlerin uygulanabileceği alan sınırlı olmayıp her çeşit yığınla ilgili olarak yapılacak her türlü inceleme ve araştırmalarda yararlanılabilir.

Tekrarlı örnekleme alt örnek sayısı, koşullara ve isteğe göre küçük veya büyük tutulabilir. Ancak uygulamalarda 2 ile 10 arasında değişiklik göstermektedir.

Tekrarlı örneklemelemlerin başlıca özellikleri

- Tekrarlı örnekleme, iki ve daha fazla sayıda alt örneklemelemlerden oluşan bir örneklemedir.
- Alt örneklere, eşit sayıda örnekleme birimi, bölge aralıkları (Zoning Interval) na göre çekilir. Birim çekimi bir sakınca yaratmaması halinde, sistematik olarak yapılır.

- İster bir, ister birden fazla örnekleme birim türüne yer verilmiş olsun, örnekleme birimleri daima eşit olasılıklarla çekilir.
- Bölge aralıkları eşit sayıda örnekleme birimi kapsarlar. Bazı örnekleme birimleri sıfır, bazıları iki gözlem birimi kapsayabilir. Ancak bu gibi durumlarla karşılaşılması, bölgelerdeki örnekleme birimi sayılarında değişiklik yapılmasını gerektirmez. Bölgelerin eşit sayıda birim kapsamı tahminleri çok basitleştirir.
- Her bölge, yerlerinin yakın olması nedeniyle, bir çok niteliklere göre benzer birimlerinden oluşacağı için homojen bir yapıya sahiptir.
- Birim çapları arasındaki farkların büyük olması, öteki örnekleme türlerinde duyarlılıkta önemli kayıplara yol açar. Bunu önlemek için baş vurulan bir önlem birimlerin çapları ile orantılı olasılıklarla çekilmesidir. Ancak bu kez tahmin ve standart hata hesabına ilişki işlemler karmaşıklaşır. Oysa tekrarlı örneklemede çaplar arasındaki farkların küçük veya büyük olması herhangi bir sorun yaratmaz.
- Örnekleme türü ne olursa olsun, tekrarlı örneklemede tahmin formüllerinde bir değişikliğe gerek duyulmaz.
- Yığın hakkında bazı bilgilerin, önceden var olup olmaması tekrarlı örnekleme için fazla önem taşımaz.
- Tekrarlı örneklemede standart hatalara ilişkin formüllerde, örnek çapı olarak alt örnek sayıları yer alır.

Tekrarlı örneklemede birim çekimi ise, sistematik olarak çekilir. Ancak, örnekleme birimlerinin sıralaması ile ilgili zararlı bir periyodik olmamalıdır.

Tekrarlı örneklemede birimlerin sistematik olarak çekilmesi tercih edilmekle birlikte zorunlu değildir. Özellikle veri setinde bir periyodiklik var ise giderilmesi zor veya olanaksız ise alt örnekler için her bölgeden ayrı ayrı birer birim çekilmesi yararlı olur.

Ancak büyük hacimli örnekler söz konusu olduğunda, bu tür birim çekimi fazla zaman alır.

Tekrarlı örneklemede örnek hacminden başka alt örnek sayısının da belirlenmesi gerekir. Aynı örnek hacmi için alt örnek sayısına göre bölge aralığı değişir. Alt örnek sayısı 2 den 10 a yükseldikçe bölge aralığı büyüyerek gider. Örneğin birim sayısı 100 000 olan bir yığın için 2000 birimlik ve alt örnek sayısı 2 olan bir tekrarlı örnekleme planlamak istense her alt örneğe çekilecek birim sayısı 1000 ve bölge aralığı Z,

$$Z = \frac{100000}{1000} = 100$$

olur. Alt örnek sayısı 10 olarak saptanırsa, alt örnek hacmi 200 ve bölge aralığı,

$$Z = \frac{100000}{200} = 500$$

olur. Tekrarlı örneklemede alt örnek sayısı ise, 2 ile 10 arasında değişmek üzere düzenlendiğinden, alt örnek sayısının koşullara ve amaca en uygun biçimde belirlenmesi önemlidir. Alt örnek sayısı ile bölge aralığı arasında sıkı bir bağıntı vardır. Örnek hacmi aynı olmak üzere, alt örnek sayısı büyüdükçe bölge aralığı da büyür. Birimlerin bölgelere göre çekilmesiyle doğal bir homojen veri setinin avantajından, maliyeti etkilemeksizin yararlanılır. Bu avantaj bölge aralığı büyüdükçe azalır. Bu nedenle, alt örnek sayısının büyük alınması, homojen yapı yararını küçültür. Başka bir deyimle, duyarlılıkta sağlanabilecek kazancı azaltır. Daha az önemli olmasına karşın alt örnek sayısının büyük olmasının bir başka sakıncası da tahminlerle standart hata tahmin işlemlerini daha fazla zaman alıcı yapmasıdır.

Tekrarlı örnekleme metotları ile ilgili dört ana başlıktan oluşan bir sınıflandırmaya gidilmektedir. Tekrarlı örnekleme metotları için ilgili yazında en popüler iki sınıflandırma

- İstatistiksel varsayıma göre;
 - *Parametrik olmayan* tekrarlı örnekleme metotları,
 - *Parametrik t* tekrarlı örnekleme metotları,
 - *Yarı-parametrik* tekrarlı örnekleme metotları,
- Veri yapısına göre;
 - *i.i.d.* olan veriler için tekrarlı örnekleme metotları,
 - *i.i.d.* olmayan veriler için tekrarlı örnekleme metotları,
 olarak yapılmaktadır. Bunun yanı sıra,
- Örneklemenin yapıldığı yere göre;
 - Kalıntı (model) temelli tekrarlı örnekleme metotları,
 - Gözlem temelli tekrarlı örnekleme metotları
- Örnekleme Birimine Göre;
 - Verilere uygulanan tekrarlı örnekleme metotları,
 - Bloklara uygulanan tekrarlı örnekleme metotları,

gibi iki farklı sınıflandırma da yapılabilmektedir. Geliştirilmiş olan her bir metot anılan dört ayrı sınıflandırmanın alt kategorileri içerisinde yer alabilmektedir. İlerleyen bölümler zaman serileri ekonometrisi temelinde inceleneceği için bu metotlar *i.i.d.* olan ya da *i.i.d.* olmayan verilere uygulanan tekrarlı örnekleme metotları başlıkları altında sınıflandırılarak anlatılmıştır. Bu sınıflandırmalar istatistik ve ekonometri yazınında en sık rastlanan metotlar için yapılmıştır.

Yukarıda bahsedildiği üzere zaman serisi ekonometrisi yazınında sıklıkla karşılaşılan tekrarlı örnekleme metotlarını içeren diğer iki farklı sınıflandırma bölüm sonunda ele alınmıştır.

2.1. Tekrarlı Örneklem Metotlarının İstatistiksel Varsayımına Göre Sınıflandırılması

Bilinmeyen yığın parametresi θ hakkında bilgi elde edilmesinde kullanılan istatistiksel teknikler, bu parametre değeri hakkında çıkarsamalar yapmak amacıyla kullanılmaktadır. Yapılan bu çıkarsamalar parametrik, parametrik olmayan ya da yarı parametrik olarak üçe ayrılabilirler. Tekrarlı örneklem metotları ise istatistik yazınında genellikle parametrik olmayan yaklaşımlara karşı modern bir yaklaşım olarak yer bulmaktadır.

1979 yılında Efron'un tanıttığı parametrik olmayan bootstrap metodundan bu yana, metodun teorik altyapısı oldukça hızlı gelişmiştir. Metot, tutarlı olmayan yada kararlı olmayan istatistiklere ait örneklem dağılımları için analitik yoldan türetmeler yapılamadığı durumlarda çok kullanılır bir tekrarlı örneklem aracı haline gelmiştir.

Bu bölümde, öncelikle parametrik ve parametrik olmayan metotların mantığı ortaya konulup ardından parametrik, parametrik olmayan ve yarı-parametrik tekrarlı örneklem yöntemlerinin işleyiş şemaları incelenecektir. Bu bağlamda ilk olarak parametrik olan ve olmayan metotlarda *i.i.d.* koşulunun sağlanması için genellikle bir modelin gözlemlenmesi gerektiği ifade edilmektedir. Parametrik metotlarda bu model bilinen olasılık dağılımları temeline oturtulmakta ve bu da “model doğru ise model ve parametreleri yorumlanabilir” şeklinde ortaya konulmaktadır. Parametrik olmayan testler de bazı varsayımlara dayanmakta fakat bu testler verinin tanımlanamayan bir dağılımdan gelen rassal bir örnek olduğunu varsayılması gibi bazı varsayımlara dayanmaktadır. Bu bağlamda testlerin temel mantığı, “verilerin gözlemlenmiş olması durumunda, bu verilerin (örneklerin) çekildiği dağılımlar konusunda bir fikir ortaya konmalıdır” şeklinde ifade edilir.

Genellikle parametrik olmayan modelleme yapıldığında teorik analizin oluşturulmasının zor olduğu bilinmektedir. Özellikle parametreler için güven aralığı oluşturmada tekrarlı örneklem metotlarının iyi bir metot olduğu kabul edilmektedir. Bu bağlamda yığından elde edilen örneğin yığının yeterli bir göstergesi olmasına

bağılı olarak orijinal veri kümesinden alınan örnek üzerinde tekrar (yineleme işlemi) yaparak yeni örnekler türeten tekrarlı örnekleme metotları *parametrik olmayan*, *parametrik* ve *yarı-parametrik* tekrarlı örnekleme metotları başlıkları altında sınıflandırılabilir [3].

2.1.1. Parametrik olmayan tekrarlı örnekleme metotları

Parametrik olmayan yeniden örnekleme veri için herhangi bir model ya da dağılım varsayımını şart koşturmamaktadır. Gözlem sayısı n ve veri seti X olarak varsayıldığında, örneğin ilgilenilen istatistik olan θ için $\hat{\theta}(X)$ istatistik çıkarsamaları için parametrik olmayan bootstrap yaklaşımında izlenecek adımlar şöyledir:

- X den rassal ve iadeli olarak n gözlem örnekleterek bootstrap veri seti X^* elde edilir.
- İlgilenilen istatistik $\hat{\theta}^* = \theta(X^*)$ hesaplanır.
- Birinci ve ikinci adım yüksek bir sayı olan B kere tekrarlanarak bootstrap dağılımının bir tahmini elde edilir.

Bir doğrusal regresyon modeli söz konusu olduğunda ise parametrik olmayan bootstrap yönteminin işleyişi için birinci adımda öncelikle veri çift'lerine¹ $i \in 1, 2, \dots, n$ olmak üzere birer numara verilerek bu numaralar tekrara müade edilerek örneklenecek ve bunun sonucunda bootstrap veri seti oluşturulacaktır. İkinci adımda bu veri seti için meydana getirilen doğrusal regresyon denkleminde bootstrap eğim katsayısı (parametre) tahmin edilecektir. Üçüncü adımda ise bu adımlar B kere tekrarlanarak ilgilenilen parametre olan eğim katsayısının bootstrap tahmini ve bunun bootstrap güven aralığı hesaplanabilecektir. B için en uygun değerin seçimi ise oldukça tartışmaya açık bir konu olmakla beraber sosyal bilimlerde kullanılan

¹ Burada iki değişkenli regresyon varsayıldığı için “çift” denilmektedir, değişken sayısı arttıkça *üçlü* ya da *dörtlü* olarak isimlendirme yapılabilir

%90-95 güvenilirlikteki güven aralıkları için bu rakam 1000 veya üzeri yeterli kabul edilmektedir [1].

2.1.2. Parametrik tekrarlı örnekleme metotları

Parametrik tekrarlı örnekleme metotlarında verinin dağılımı hakkında özel varsayımlarda bulunulmakta ya da veri için parametrik bir model varsayılmaktadır. Böyle varsayımlarda bulunmak, verinin bağlı olduğu yığının dağılımı hakkında herhangi bir bilgiye sahip olunduğu haller dışında genellikle kısıtlayıcı olmaktadır. Bunun nedeni genelde yığının dağılım formu hakkında herhangi bir bilgi edinilebilmesinin oldukça zor, çoğu durumda da imkânsız olmasıdır [4]. Aşağıda parametrik tekrarlı örnekleme metotlarına bazı başlıklar altında, gerektiği ölçüde değinilecek, özellikle parametrik olmayan metotlar üzerinde durulacaktır. Parametrik bootstrap yaklaşımında izlenecek adımlar şöyle özetlenebilir.

- Veriden θ 'nın bir tahmini olan elde edilmektedir (örneğin en çok olabilirlik tahmini). Modelden n gözlem örneklenerek X^* elde edilir.
- İlgilenilen istatistik $\hat{\theta}^* = \theta(X^*)$ hesaplanır.
- Birinci ve ikinci adım B kere tekrarlanarak parametrik bootstrap dağılımı elde edilir.

Bir doğrusal regresyon modeli söz konusu olduğunda, varsayılan model'den kastedilen doğrusal regresyon denkleminin varsayımlarının sağlandığı bir modelin varlığıdır. Bu varsayımlar açıklayıcı değişkenlerin veri kabul edilmesi (her bir açıklayıcı değişkenin stokastik varsayılmaması başka bir deyişle hatasız olarak bilindiğinin varsayılması), kalıntıların $N(0, \sigma^2)$ dağılması ve *i.i.d.* olmasıdır. Bu durumda birinci adıma n adet gözlemin $N(0, \sigma^2)$ dağılımından çekilmesi ile başlanacaktır. Çekilen gözlemler (kalıntı gibi kullanılarak) ve tahmin edilen eğim katsayıları kullanılarak $i \in 2, \dots, n$ olmak üzere n adet X_i^* 'lar hesaplanacak ve karşısına denk gelen açıklayıcı değişkenlerle birlikte veri çiftleri elde edilecektir. İkinci adımda bu çiftlerden bootstrap eğim katsayısı tahmin edilecektir. Üçüncü adım

ise bu iki aşamanın B kere tekrarından oluşacaktır. Bu tekrarlardan ilgilenilen istatistikler olan eğim katsayıları ve standart hatalar tahmin edilebileceği gibi bunların güven aralıkları da hesaplanabilecektir[2].

2.1.3. Yarı-parametrik tekrarlı örnekleme metotları

Yarı-parametrik tekrarlı örnekleme, parametrik tekrarlı örneklemenin bir başka çeşididir. Bu yaklaşım, bazı regresyon formları için geçerli olmakta ve tahmin edilmiş parametrik bir modelden elde edilen kalıntıların parametrik olmayan tekrarlı örnekleme yaklaşımı ile örneklenmesini gerektirmektedir. Yaklaşımda izlenecek adımlar şöyle özetlenebilir:

- Regresyon modelinden eğim katsayısı ve kalıntılar , $e_i \in 1, 2, \dots, n$ tahmin edilir.
- Kalıntılar eşit varyans ve ortalamaya sahip olacak şekilde ayarlanır.
- Bootstrap hatalarının elde edilebilmesi için uyarlanmış kalıntılar iadeli olarak örneklenir.
- Bootstrap verisi X^* tahmin edilmiş eğim katsayısı, açıklayıcı değişken ve bootstrap hataları kullanılarak hesaplanır.
- X^* kullanılarak bootstrap eğim katsayısı tahmin edilir ve bu aşamalar B kere tekrarlanarak bootstrap dağılımının bir tahmini elde edilir.

Bu yaklaşım sadece uyarlanmış kalıntıların *i.i.d.* olması varsayımı altında geçerli olmaktadır. Kalıntılar için *i.i.d.* varsayımı yapılabildiği durumlarda bu yaklaşımın parametrik tekrarlı örnekleme yaklaşımına nazaran tercih edilmesi gerektiği, çünkü kalıntıların herhangi bir dağılıma uydurulmasının şart koşulmadığı ifade edilmektedir.

Kalıntıların *i.i.d.* olmaması durumunda modellenmesi gereken yapı *i.i.d.* olmayan bu yapıdır. Örneğin kalıntıların, dolayısıyla da X^* in varyansı ortalamaya göre koşullu ise bu durumda algoritmanın tekrarlı ele alınması gerekmektedir [1]. Böyle bir durumda algoritmanın ikinci adımındaki kalıntılar varyanstaki farklılık giderilecek şekilde uyarlanacaktır. Dördüncü adımdaki bootstrap verisi X^* 'in hesaplanması ise

varyanstaki farklılığın uyarlanmış olduğu bootstrap hataları kullanılarak yapılacaktır [4].

Doğrusal bir modelde yarı-parametrik yaklaşım en küçük kareler ile tahmin edilmiş kalıntıların sıfır ortalamaya sahip olma koşulunu sağlamayabileceği sabit terimsiz modellerde daha çok kullanım alanı bulmaktadır. Bu durumda her bir kalıntının ortalamadan farkları alınarak sıfır ortalama şartı sağlanmış olacaktır.

Hangi yaklaşımın tercih edileceği, tahmin edilen modelin yığını temsil etme kabiliyetinin yeterliliğine bağlı olarak değişmektedir. Bu yeterlilik veriden elde edilen katsayı tahminlerinin yığın parametresinden farkı olan *sapma*`ya bağlıdır. Böyle bir sapma söz konusu ise parametrik tekrarlı örnekleme, regresyon analizinde ise yarı-parametrik örnekleme yaklaşımları tercih edilmektedir. Pratikte, kalıntılar testlere tabi tutulduklarında bu varsayımların pek azının sağlandığı, bu durumda da parametrik olmayan tekrarlı örnekleme yaklaşımlarının tercih edilmesi gerektiği belirtilmektedir [5].

2.2. Tekrarlı Örnekleme Metotları'nın Veri Yapısına Göre Sınıflandırılması

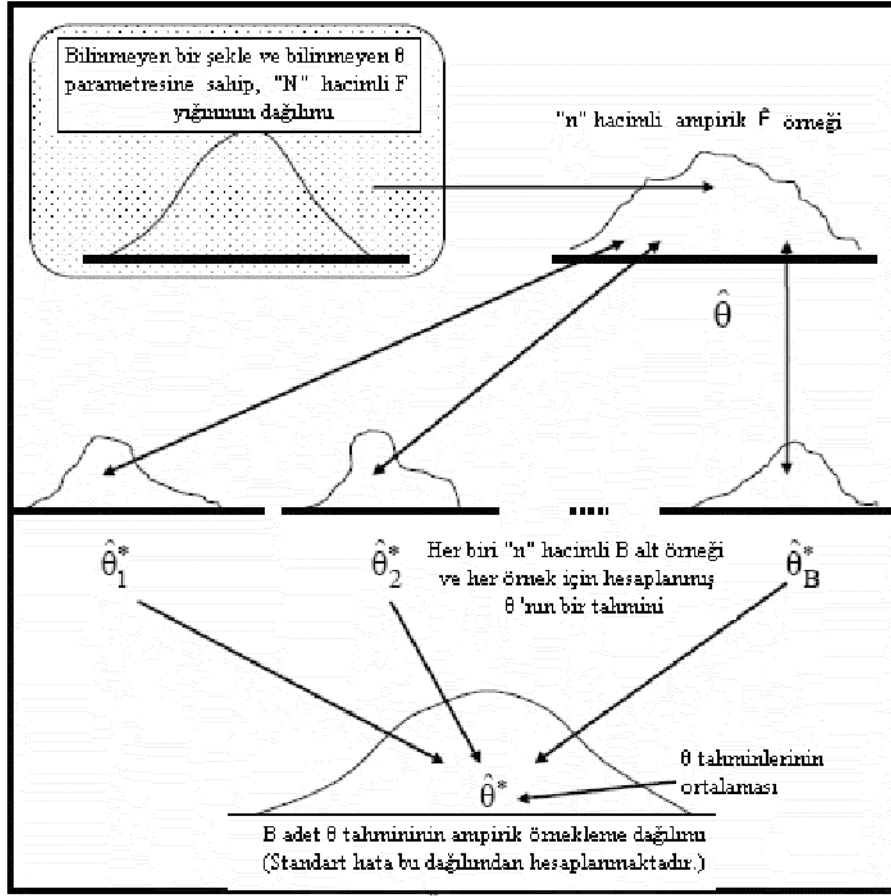
Bu bilgiler ışığında tekrarlı örnekleme yaklaşımı sınıflandırması yukarıda anıldığı üzere, istatistiksel varsayıma göre (*parametrik yaklaşım - parametrik olmayan yaklaşım - yarı-parametrik yaklaşım*) ya da veri yapısına göre (*i.i.d. olan - i.i.d. olmayan verilerin tekrarlı örneklenmesi*) yapılabilir. Bunun yanında örneklemenin yapıldığı yere göre (*kalıntı temelli - gözlem temelli*) ya da örneklemenin yapıldığı birim'e göre (*verilere uygulanan - bloklara uygulanan*) tekrarlı örnekleme yaklaşımları gibi iki farklı ayrıma da gidilebilir. Her ne kadar ilgili yazında en popüler olan sınıflandırma istatistiksel varsayıma göre yapılsa da ilerleyen bölümler zaman serileri ekonometrisi temelinde incelendiği için sınıflandırma “veri yapısına göre tekrarlı örnekleme metotları” başlığı altında yapılmıştır.

2.2.1. Bağımsız ve özdeş dağılımlı (*i.i.d.*) veriler için tekrarlı örnekleme metotları

Konunun teorik incelenmesine herhangi bir bilinmeyen F dağılımından çekilmiş rassal bir örnek olan $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ kullanılarak F dağılımının herhangi bir parametresi olan θ 'nın tahmin edilmek istendiği varsayımından hareketle başlanmaktadır. Öncelikle $\hat{\theta} = s(X)$ tahmini hesaplanacaktır. Örneğin $\hat{\theta}$ 'ın stokastik yapısının bir karakteristiği olan standart hata $se_F(\hat{\theta})$ hakkında bilgi edinmek istenmesi durumunda uygulanabilecek en temel tekrarlı örnekleme yaklaşımı, $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ 'den n hacminde tekrarlı örnekler çekmeye dayanmaktadır. Burada her bir veri setinin kesikli bir rassal değişken olduğu ve aralık uzayının $\{X_i, 1 \leq i \leq n\}$ olduğu varsayımı altında bu rassal değişkenin,

$$\hat{F}(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1_{\{X_i \leq X\}} \quad (2.1)$$

olarak ifade edilen kümülatif (birikimli) dağılım fonksiyonu aynı zamanda ampirik dağılım fonksiyonu olarak adlandırılmaktadır. Bu dağılım $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ değerlerinin her biri için $1/n$ olasılığına sahip kesikli bir dağılımdır. $X^* = (X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*)$ tekrarlı örneklenmiş örneği ifade ettiği varsayımı altında, $\hat{\theta}$ 'nın yinelemesi olan $\hat{\theta}^* = s(X^*)$, bu tekrarlı örneklenmiş örneğinden hesaplanmaktadır. Bu durumun B kere tekrarlanması ile $\hat{\theta}_1^*, \hat{\theta}_2^*, \dots, \hat{\theta}_B^*$ tekrarlı örnekleme yinelemeleri elde edilecektir. Böylece $\hat{\theta}^*$ 'nın standart hatası kullanılarak $se_F(\hat{\theta})$ 'nin gözlemlenemeyen değeri tahmin edilmektedir. Şekil 2.1'de iadeli olarak yapılan bir tekrarlı örnekleme algoritmasının şeması verilmiştir [6]. Burada çift yönlü oklar tekrarlı örneklemin iadeli olarak yapıldığını göstermektedir. Yıldız gösterimi (*) ise X 'in orijinal veri setini değil, tekrarlı örneklenmiş veri setini ifade etmektedir.



Şekil 2.1. Tekrarlı örnekleme şeması

Bu metotların zaman serilerindeki uygulanabilirliği için bazı adaptasyonlar yapılarak metotlar çeşitlendirilmiştir. Bu adaptasyonlar genellikle verinin bir model tarafından açıklanarak veya bloklara ayrılarak tekrarlı örnekleme olarak belirtilebilir. Bu metotların tekrarlı örnekleme yaklaşımları temelde geleneksel bootstrap metoduna dayanmaktadır.

Geleneksel Bootstrap Metodu

Bootstrap metodu ilk olarak Efron(1979) tarafından parametrik olmayan bir yaklaşım olarak tanıtılmıştır[5]. Bootstrap tahmininde, *i.i.d.* özelliğine sahip verinin bilinmeyen bir F olasılık dağılımından elde edildiği varsayımından hareket edilmektedir. Bu metodun parametrenin elde edilen istatistik yardımıyla tahmin edilmesinin kolay bir yolu olan plug-in (bağlantı-uyumlu ek) prensibine dayandığı

belirtilmektedir [3]. Yığının tahmin edilmeye çalışılan gerçek parametresi $\theta = \theta(I')$ 'in plug-in tahmini,

$$\hat{\theta} = \theta(\hat{I}') \quad (2.2)$$

olarak tanımlanmaktadır. Bu tanımlama, I' olasılık dağılımının $\theta = \theta(I')$ fonksiyonunu, $\hat{F}$ ampirik olasılık dağılımının fonksiyonu olan $\hat{\theta} = \theta(\hat{F})$ aracılığıyla tahmin etmek için yapılmaktadır[4]. $\hat{I}'$ ampirik olasılık dağılımında X_i 'nin $i=1,2,...,n$ için her bir gözlem değerinin çekilme olasılığı $1/n$ 'dir. $\sigma(F)$, bilinmeyen F örnekleme dağılımının bir fonksiyonu olan standart hata $\hat{\theta}$ 'yı göstermektedir. Standart hatanın bootstrap tahmini, $F-\hat{F}$ koşulu altında basit olarak $\sigma(\hat{F})$ olarak ifade edilebilmektedir [7].

$$se_{boot}(\hat{\theta}) = \sigma(\hat{F}) \quad (2.3)$$

$\hat{\theta} = \overline{X}_n$ durumunda ise $\mu_2(F)$, F 'in ikinci merkezi momenti olmak üzere,

$$\sigma(I') = \left\{ \frac{\mu_2(I')}{n} \right\}^{1/2} \quad (2.4)$$

tanımlaması yapılabilir. Örnek ortalamasının standart hatasının bootstrap tahmini olan $se_{boot}(X_n)$,

$$se_{boot}(X_n) = \sigma(\hat{I}') = \left\{ \frac{\mu_2(\hat{I}')}{n} \right\}^{1/2} \quad (2.5)$$

ise, hem Eş. 2.3 hem de Eş. 2.4'den elde edilebilir. Burada, $\hat{F}$ 'in ikinci merkezi

momentinin gösterimi $\mu_2(\hat{F}) = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2}{n}$ olarak yapılabilir. $\hat{\theta} = \bar{X}_n$ 'den farklı

olan istatistiklerin tahmin edilebilmesi için, $\sigma(F)$ açık formülünün genellikle

hesaplanamadığı, bunun yerine $se_{boot}(\hat{\theta})$ 'nin yaklaşık değeri Monte Carlo algoritması kullanılarak hesaplanabileceği belirtilmektedir. Bu hesaplama aşağıdaki adımlar izlenerek yapılabilir [3].

- n hacimli, *i.i.d.* özelliklerini taşıyan $\{X_1, X_1, \dots, X_n\}$ örneğinden iadeli olarak yine n hacimli bootstrap örnekleri çekilir.

$$\hat{F} \rightarrow (X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*) \quad (2.6)$$

- Yineleme (tekrar) sayısı $i=1, 2, \dots, B$ olmak üzere $\hat{\theta}$ istatistiğinin bootstrap yinelemeleri hesaplanır.

$$\hat{\theta}_i^* = \hat{\theta}(X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*) \quad (2.7)$$

- $\hat{\theta}$ 'nin standart hatasının bootstrap tahmini,

$$se^*(\hat{\theta}^*) = \left\{ \frac{1}{B-1} \sum_{i=1}^B (\hat{\theta}_i^* - \hat{\theta}_*^*)^2 \right\}^{1/2} \quad (2.8)$$

formülasyonu ile hesaplanır. Burada, $\hat{\theta}_*^* = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B \hat{\theta}_i^*$ dir. $B \rightarrow \infty$ iken Eş. 2.8'de

tanımlanmış $se^*(\hat{\theta}^*)$, Eş. 2.3 teki $se_{boot}(\hat{\theta})$ 'a yakınsamaktadır. Uygulamada

$se_{boot}(\hat{\theta})$ için, 50 ile 200 aralığında seçilecek B 'nin oldukça yeterli olduğu ifade

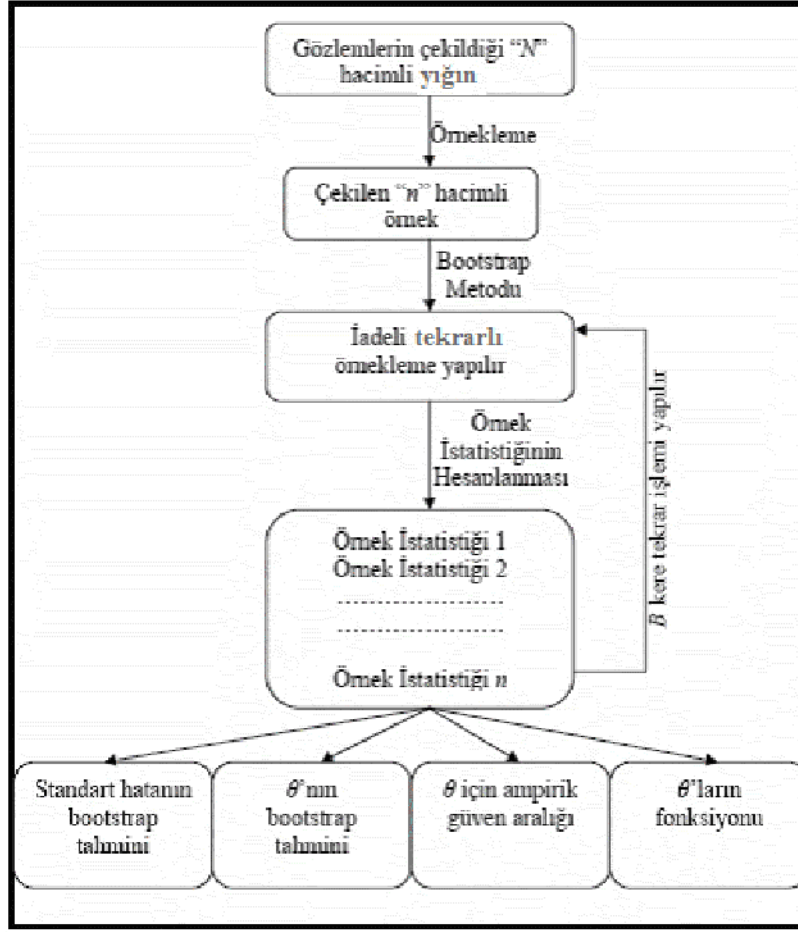
edilmektedir [4]. Yukarıda basamakları anlatılan bootstrap metodunun işleyiş şeması Şekil 2.2’de verilmiştir. $\theta = \theta(F)$ ’ın bir tahmini olarak, $\hat{\theta} = \theta(\hat{F})$ ’daki sapmanın bootstrap tahmini,

$$bias_{boot}(\hat{\theta}) = E_{F^*}(\hat{\theta}^*) - \theta(\hat{F}) \quad (2.9)$$

olacak şekilde tanımlanabilir. Eş. 2.8 ’den hesaplanan $se^*(\hat{\theta}^*)$ ’nın Eş. 2.3 teki $se_{boot}(\hat{\theta})$ ya yakınsayabildiği gibi, benzer şekilde, $B \rightarrow \infty$ iken,

$$bias^*(\hat{\theta}^*) = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B \hat{\theta}_i^* - \theta(\hat{F}) \quad (2.10)$$

olarak tanımlanan $bias^*(\hat{\theta}^*)$ da Monte Carlo simülasyonu ile $bias_{boot}(\hat{\theta})$ ’e yakınsayacağı ifade edilmektedir [5].



Şekil 2.2. Bootstrap metodunun işleyiş şeması

İlgilenilen istatistiğin ortalama tahmini olması durumunda ise,

$$bias_{boot}(\bar{X}) = E_{\hat{F}}(\bar{X}_n^*) - \bar{X}_n = 0 \quad (2.11)$$

eşitliği söz konusu olacaktır. Burada, örnek ortalamasının bootstrap tahmininin sapmasız olduğu gösterilmektedir. *i.i.d.* varsayımının geleneksel bootstrap metodu için oldukça kritik bir varsayım olduğu kabul edilmektedir[2]. Aksi halde bu varsayımın sağlanabilmesi için metotta birçok modifikasyonlar yapılması gerekmektedir. Yapılan bu modifikasyonlarla türetilen metotlar kısım 2.2.2 'de anlatılmaktadır.

2.2.2. Bağımlılık yapısına sahip veriler için tekrarlı örnekleme metotları

Zaman serileri için tekrarlı örnekleme algoritmalarının, bağımsız gözlemler için oluşturulan tekrarlı örnekleme metotlarının genişletilmiş hali olduğu ifade edilmektedir. Metodun hareket noktası, verinin *i.i.d.* olmaması durumunda en genel çözüm yolunun, verinin uygun bir model ile tahmin edilmesi sonrasında elde edilen kalıntılara bootstrap metodunun uygulanması olarak özetlenebilir. Böyle bir uygulama yapılmasının sebebi olarak modelin uyumunun iyi olması durumunda kalıntı temelli bootstrap metotlarının gerek örnek ortalaması gerekse daha karmaşık istatistikler için iyi bir şekilde çalışabileceği, bunun yanı sıra Efron'un geleneksel (*i.i.d.*) bootstrap metoduna yakın bir performans sergileyeceği gösterilmektedir [8].

Bu sebeple parametrik bir yol izlendiğinden bahsedilebilir. Parametrik bootstrap hesaplamalarının parametrik olmayan bootstrap hesaplamalarına göre daha kararlı olduğu vurgulanmaktadır [5]. Ayrıca parametrik bootstrap çözümlerinde varyansta bir azalma sağlansa da sapmada artışa yol açtığı fakat bu durumun parametrik çözümlerden elde edilen istatistiklerin daha da pivotal olmasını (ilgilenilen istatistiğin bilinmeyen değerlere bağlı olmaması) engellemediği belirtilmektedir [4].

Orijinal gözlemlerde bağımlılık yapısı söz konusu olduğunda, tekrarlı örneklenmiş verideki orijinal verinin bağımlılık yapısının giderebilmesi açısından *i.i.d.* veri için tekrarlı örnekleme algoritmalarının uygun bir şekilde değiştirilmeleri gerektiği ifade edilmektedir [9]. Bunun için genellikle bağımlılık yapısına sahip veriler için bir ayarlama sabitinin gerekliliği üzerinde durulmaktadır. Blokların tekrarlı örneklendiği metotlarda bu sabit blok genişliğini ifade eden “*b*” sabiti olmakta ve verideki bağımlılık yapısını tekrarlı örneklenmiş örneğe aktarılabilmesini sağlamaktadır [10].

Bu kısımdan itibaren verilerdeki mevcut korelasyon yapılarının bir ön bilgi (a priori) olarak bilindiği varsayılmaktadır.

Ardışık bootstrap metodu

Orijinal verideki bağımlılık yapısının bilinmesi durumunda parametrik tekrarlı örnekleme yapmak mümkün olmaktadır. Bu metotta verideki bağımlılık yapısını ortaya koyan bu önsel bilgi, tekrarlı örnekleme algoritmasına dahil edilmektedir. Kalıntıların yaklaşık olarak *i.i.d.* koşullarını sağlayabilen rassal değişkenler olduğu varsayıldığında, geleneksel bootstrap metodu zaman serisi regresyon modellerine de uygulanabilir hale gelmektedir. Bu durumda orijinal gözlemlerin tekrarlı örneklenmesi yerine kalıntılar tekrarlı örneklenmektedir.

Ardışık Bootstrap metodu kalıntılarında bağımlılık yapısı olan AR modellerle ilgili olarak tanımlama hatasına sebep olmayacak şekilde bilinen bir p ve q değeri için durağan ARMA(p,q) modeli gerektirmektedir. Anılan metotta model en küçük kareler ile tahmin edilmekte, ardından tahmin sonucu elde edilen kalıntılar tekrarlı örneklenmekte ve bu kalıntılarla bootstrap örnekleri ardışık olarak oluşturulmaktadır. Kalıntıları AR(1) süreci tarafından belirlenmiş olan,

$$y_t = \beta x_t + u_t \quad (2.12)$$

$$u_t = \rho u_{t-1} + e_t \quad (2.13)$$

regresyon modelinde $e_t \sim i.i.d(0, \sigma^2)$ varsayımı geçerlidir. Burada ilk denklem en küçük kareler ile tahmin edilir ve $\hat{u}_t$ kalıntısını tahmin etmede kullanılır. Sonrasında Cochrane –Orcutt metoduyla $\hat{\rho}$ tahmin edilmektedir [2]. Ardından örnek regresyon denkleminde $\hat{e}_t$ elde edilir. Daha sonra, $\hat{e}_t$ tekrarlı örneklenir, ardışık süreç kullanılarak $\hat{u}_t$ ve y_t üzerine bootstrap örneği oluşturulur. Ardışık bootstrap metodunda algoritmanın işleyişi şöyledir;

- Birinci mertebeden otoregresif model $X_t = \phi X_{t-1} + e_t$ tahmin edilir. Modelde kalıntılar için *i.i.d.* varsayımı söz konusudur.

- ϕ 'nin en küçük kareler tahmini $\hat{\phi} = \frac{\sum_{i=2}^n X_i X_{i-1}}{\sum_{i=2}^n X_{i-1}^2}$ formülü ile hesaplanır.
- $i=2,3,\dots,n$ için kalıntılar ($e_i = X_i - \phi X_{i-1}$) elde edilir.
- Bootstrap örnekleri olan $\{X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*\}$ seti, $X_1^* = X_1$ ve $i=2,3,\dots,n$ için $X_i^* = \hat{\phi} X_{i-1}^* + e_i^*$ olmak üzere, $\{e_2^*, e_3^*, \dots, e_n^*\}$ setinin $\{e_2, e_3, \dots, e_n\}$ kalıntı setinden iadeli olarak örneklenmesiyle elde edilir.
- Zaman serileri $X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*$ 'ler elde edildikten sonra otoregresif parametrenin bootstrap tahmini olan $\hat{\phi}^* = \frac{\sum_{i=2}^n X_i^* X_{i-1}^*}{\sum_{i=2}^n (X_{i-1}^*)^2}$ elde edilir.
- Geleneksel bootstrap metodunda izah edilen algoritma ile $se^*(\hat{\theta}^*)$ hesaplanır.

Bu metod, kalıntıların normal dağılıma sahip olması koşulunu gerektirmemektedir. Verideki bağımlılık yapısının bilinmemesi durumunda bu metodun uygulama aşamasında çeşitli problemlerle karşılaşılacağı belirtilmektedir. Verideki bağımlılık yapısının göz ardı edilmesi, yanlış belirlenmesi ya da modelde gecikmeli bağımlı değişkenlerin varlığı durumunda kalıntı temelli metotların tutarsız tahmin edicileri sağladığı belirtilmektedir [9].

Ardışık bootstrap metodu özellikle kalıntıların AR süreci tarafından belirlenmesi durumunda bağımlılık (otokorelasyon) testlerinde de kullanılmaktadır [10].

Sieve bootstrap metodu

Sieve Bootstrap metodu, bir zaman serisinin simülasyonuna izin veren parametrik bir metod olarak tasarlanmıştır. Metodun işleyişindeki temel mantık öncelikle p inci dereceden sonlu bir AR sürecinin, bağımlılık yapısı zayıf olarak belirtilen kalıntıların iadeli olarak tekrarlı örneklenmesine dayanmaktadır. Burada örnek hacmi n arttıkça p 'nin de arttığı ifade edilmekte ve bu durum $p=p(n)$ olarak

belirlenmektedir. Bu metodun sieve metodu olarak adlandırılması, sonlu boyutlu parametrik bir modelin sonsuz boyutlu bir model tarafından yakınsanmasına ve kalıntılarla çalışılmasına dayandırılmaktadır.

Metodun hareket noktası, $t \in Z$ olmak üzere X_t durağan bir süreç olarak varsayılmasıdır. X_t 'nin beklenen değeri $\mu_x = E[X_t]$ olarak varsayılırsa, $MA(\infty)$ gösterimi,

$$X_t - \mu_x = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \varepsilon_{t-j}, \quad \psi_0 = 1, \quad t \in Z \quad (2.14)$$

olarak yapılabilir. Bu gösterimde $(\varepsilon_t)_{t \in Z}$ 'nin bağımlılık yapısı içermeyen şoklardan oluştuğu varsayımının yanında $E[\varepsilon_t] = 0$, $E[\varepsilon_t^2] = 1$ ve $\sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2 < \infty$ olduğu varsayımı da yapılmaktadır. MA süreci için çevrilebilirlik varsayımından yararlanıldığında X_t , $\sum_{j=0}^{\infty} \phi_j^2 < \infty$ olmak üzere sonsuz mertebeden AR süreci, $AR(\infty)$,

$$\sum_{j=0}^{\infty} \phi_j (X_{t-j} - \mu_x) = \varepsilon_t, \quad t \in Z \quad (2.15)$$

olarak ifade edilebilmektedir. Bu tanımlamalar altında sieve bootstrap metodunun işleyiş algoritması şöyle özetlenebilir:

- X_t sürecinden $(X_1, \dots, X_n)$ örneği elde edilir. Uygun bir p mertebesinde AR modeli oluşturulur. Buradaki p mertebesinin hesaplanmasında,

$$AIC := -2 \ln L(\phi, \sigma^2) + 2p \quad (2.16)$$

olarak ifade edilen AIC (Akaike Bilgi Kriteri) kriterinden yararlanılır. AIC formülündeki $L(\phi, \sigma^2)$, Gaussian AR modelindeki (ϕ, σ^2) parametreleri için olabilirlik fonksiyonu olarak tanımlanmakta ve kriter, çeşitli p değerleri için ϕ ve σ^2 'nin en çok olabilirlik tahmincilerinden yararlanarak hesaplanmaktadır. AIC değerlerinden en küçüğünü veren p değerinin seçimi ile de modelin mertebesi belirlenmiş olacaktır. AIC kriterinin dışında Schwartz (SC) ya da Hannan-Quinn (HQ) kriterleri gibi kriterlerden yararlanılarak da modelin mertebesi belirlenebilir.

- $\phi_j = 0, j > p$ olmak üzere Eş. 2.15 modelindeki $\hat{\phi}_p = (\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2, \dots, \hat{\phi}_p)'$ katsayıları Yule-Walker metodu ile tahmin edilir.

- $\hat{\phi}_0 = 1, t \in \{p + 1, \dots, n\}$ olmak üzere,

$$\hat{\varepsilon}_t = \sum_{j=0}^p \hat{\phi}_j (X_{t-j} - \bar{X}) \quad (2.17)$$

kalıntıları hesaplanır.

- Ortalanmış kalıntılar

$$\tilde{\varepsilon}_t = \hat{\varepsilon}_t - (n-p)^{-1} \sum_{t=p+1}^n \hat{\varepsilon}_t \quad (2.18)$$

ve bu kalıntıların ampirik dağılım fonksiyonu olan

$$\hat{F}_{\tilde{\varepsilon}}(\cdot) = (n-p)^{-1} \sum_{t=p+1}^n 1_{[\tilde{\varepsilon}_t \leq \cdot]} \quad (2.19)$$

hesaplanır.

- $\hat{F}_{\tilde{\varepsilon}}$ 'den ε_t^* i.i.d. seri türetilir.

- X_t^* tanımlaması yapılır. Bu tanımlama,

$$\sum_{j=0}^p \hat{\phi}_j (X_{t-j}^* - \bar{X}) = \varepsilon_t^*, \quad \hat{\phi}_0 = 1, \quad t \in \{p+1, \dots, n\} \quad (2.20)$$

nın tekrarlamalı olarak elde edilmesi ile yapılmaktadır. Burada başlangıç değerleri olan $X_1^*, \dots, X_p^*$ 'ler $\bar{X}$ 'a eşittir

Uygulamada, durağanlık sağlanana kadar Eş.2.18 deki gibi bir $AR(p(n))$ süreci türetilmektedir. Bu ifade n 'in p 'nin bir fonksiyonu olarak ifade edilmiş olmasından kaynaklanmaktadır. Ardından türetilmiş ilk 100 değer çıkartılmaktadır. Bu $\{X_t^*\}$ durum, aslında, tekrarlı örneklenmiş serilerinin durağan $AR(p(n))$ serilerinden örneklenmiş olmasını sağlamaktadır. Bootstrap uygulanmış istatistik olan $T_n = T_n(X_1, \dots, X_n)$ plug-in bağlantı prensibiyle $T_n^* = T_n(X_1^*, \dots, X_n^*)$ olarak tanımlanmaktadır. Diğer T_n^* değerlerinin türetilmesi, son iki adımın birçok kere tekrar edilmesi yardımıyla yapılmaktadır.

Bu metodun, verinin temelinde yatan bağımlılık yapısındaki bozulmalara karşı otomatik olarak uyum sağladığı vurgulanmaktadır. Bunun yanında, anılan metodun eksik değerlerin türetilmesinde de kullanılabildiği belirtilmektedir.

Hareketli bloklar için bootstrap metodu

Verinin parametrik forma oturtulmasını gerektirmeyen diğer yaklaşımlar bağımlılık yapısına sahip zaman serisi verileri ile ilgili olarak geliştirilmiştir. İlgili yazında ismi “çakışmayan bloklar, non-overlapping blocks” olarak da anılan bu metot ilk olarak Carlstein (1986) tarafından ortaya atılmıştır [5]. Daha sonra Künsch (1989) tarafından zaman serisi verisi için parametrik olmayan bir bootstrap metodu olarak; daha genel bir blok metodu olarak genelleştirilmiştir [12]. Bu metotta, gözlemlerin ayrıldığı bloklar kesişmekte ve bu bağlamda bu metot ilgili yazında “çakışan bloklar,

overlapping blocks” ya da “Hareketli Blok Bootstrap, Moving Blocks Bootstrap” olarak anılmaktadır [5].

Bloklama temelli her iki metotta da n adet gözlem l genişliğindeki bloklara ayrılmakta ve tüm olası bloklar içinde tekrarlı örnekleme metodu ile iadeli olarak bu bloklardan b tanesi seçilmektedir. Örneğin $n=b.l$ olarak hesaplandığında, Carlstein algoritmasında sadece b adet blok bulunmasına karşın, Künsch algoritmasında $n-l+1$ adet blok bulunacaktır. L_k , k ’nci blok elemanlarını göstermek üzere, söz konusu bloklar $k=1,2,\dots,(n-l+1)$ için $I_k = \{X_k, X_{k+1}, \dots, X_{k+l-1}\}$ olacaktır.

Çakışmayan blok metodunda tüm blokların kaçırılma olasılığı daha yüksektir. Örnek olarak, $n=9$ ve $l=3$ için, verinin $X_i = \{4,6,7,8,9,5,1,3,2\}$ olduğunu varsayılırsa Carlstein’in metoduna göre oluşturulacak bloklar, $\{(4,6,7), (8,9,5), (1,3,2)\}$ olurken Künsch’ün metoduna göre oluşturulacak bloklar $\{(4,6,7), (6,7,8), (7,8,9), (8,9,5), (9,5,1), (5,1,3), (1,3,2)\}$ olacaktır. Her iki metot için iadeli olarak iki blok çekiliyor olduğu varsayılsa, ilk çekilişin $(4,6,7)$ bloğu olması durumunda $(8,9,5)$ bloğunun tamamının kaçırılma (çekilememe) olasılığı, Carlstein’in metodunda $1/3$ iken, hareketli blok metodunda $1/7$ dir.

Bu sebeple çakışan blok metodu daha yaygın kullanılmaktadır. Carlstein’in çakışmayan blok metoduyla ilgili genel kanı, metodun blok uzunluğu değiştikçe istikrarsız sonuçlar verdiği yönündedir. Hareketli Blok Bootstrap metodunun ise daha iyi sonuç verdiği belirtilmektedir [13].

Algoritmanın işleyişi şöyledir;

$X_1, X_2, \dots, X_n$ m -bağımlı durağan süreç olduğunu kabul edilmektedir.

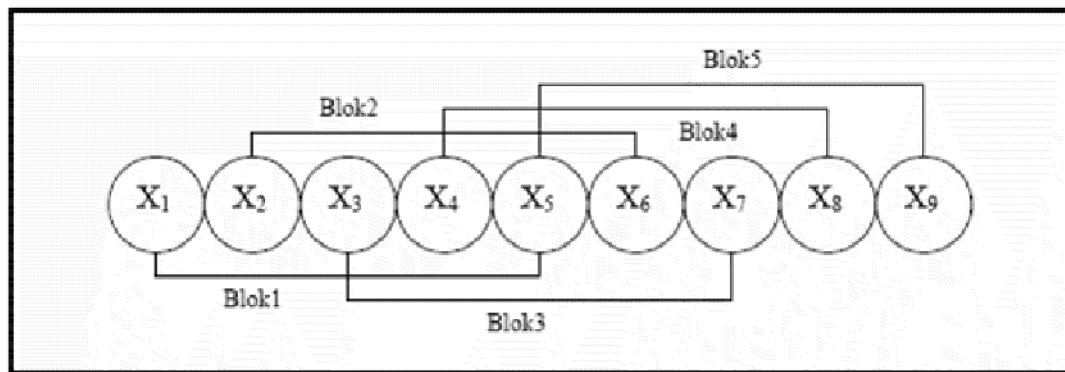
(Durağan bir serinin m -bağımlı süreç izleyebilmesi, m sabit bir tamsayı olarak tanımlanmak üzere, her bir $n > m$ için α -mixing katsayısı $\alpha_n \rightarrow 0$ olmasını gerektirmektedir. $\alpha_n = \sup \{ |P(A \cap B) - P(A)P(B)| \}$ için ,

$A \in \sigma(X_1, \dots, X_k), B \in \sigma(X_{k-n}, X_{k+n+1}, \dots)$ ve $k \geq 1, n \geq 1$. Eğer $\alpha_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$ ise X_n serisi α -mixing olarak tanımlanmaktadır.)

B_i hareketli bloğu Şekil 2.3 'deki örnekte de gösterildiği üzere X_i ile başlayan b adet ardışık gözlemden oluşmakta ve,

$$B_i = \{X_i, X_{i+1}, \dots, X_{i+b-1}\} \quad i = 1, 2, \dots, n-b+1 \quad (2.21)$$

olarak ifade edilmektedir.



Şekil 2.3. $n=9$ ve $b=5$ için hareketli blok bootstrap diyagramı

Orijinal veriye bağlı olarak, hareketli blok bootstrap olasılık mekanizması olarak tanımlanan $P^* \{B_1, B_2, \dots, B_{n-b+1}\}$ setinden iadeli olarak rassal bloklar seçilerek tanımlanabilir. k hareketli bloğunun P^* 'dan $n=k \cdot b$ olacak şekilde rassal olarak örneklenmesi durumunda bootstrap örnekleri olan $\{X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*\}$ 'ler k bloklarının elemanları olacaktır. Bu durumda $\sqrt{n}\bar{X}_n$ 'nin hareketli blok bootstrap varyans tahmini P^* altında $\sqrt{n}\bar{X}_n^*$ varyansına eşit olacak ve $P\{\sqrt{n}(\bar{X}_n - \mu) \leq x\}$ 'nin hareketli blok bootstrap tahmini, $\bar{X}_n^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^*$ olmak üzere, $P^*\{\sqrt{n}(\bar{X}_n^* - \bar{X}_n) \leq x\}$ olacaktır.

Lahiri(1991, 1992) ile Davison ve Hall(1993) , hareketli blok bootstrap metodunu dağılımların tahmin edilmesi bağlamında araştırmışlardır [14,15]. Bu araştırmalarda

yazarlar $S = \sqrt{n}(\bar{X}_n - \mu)$ 'nın örnekleme dağılımının hareketli blok bootstrap tahmininin normal yaklaşımlardan daha doğru sonuçlar verdiğini göstermişlerdir. $S^* = \sqrt{n}[\bar{X}_n^* - E(\bar{X}_n^*)]$ dağılımının örnek ortalamasının etrafında değil, bootstrap ortalamasının etrafında dağıldığını göstermişlerdir. Politis ve Romano(1992) ise hareketli blok bootstrap metodunun farklı bir çeşidini tanıtmışlardır [16]. Bu metot ile bloklama yapılmadan önce veri bir çember haline dönüştürülmekte ve dolayısıyla dağılım otomatik olarak örnek ortalaması etrafında dağılmaktadır.

Hareketli blok bootstrap metodunda blok genişliği olan b 'nin belirlenmesi, metodun sağlıklı işlemesi açısından oldukça önemli bir konudur. En uygun blok genişliğinin tespit edilebilmesi için Carlstein (1986), Künsch(1989) ile Hall ve Horowitz (1996) çeşitli blok genişliği seçim kriterleri ileri sürmüşlerdir [12,17]. Yazarlar, veri içindeki bağımlılık yapısı güçlü bir hal aldıkça daha büyük blok genişliğine ihtiyaç duyulduğunu belirtmektedirler. Bu kriterler öneri niteliğinde olmakla birlikte, göz önüne alınacak blok genişlikleri için genel bir fikir vermektedir.

Blok genişliğinin hesaplanmasında, ilgilenilen istatistiğin varyansının blok bootstrap tahmininin ortalama hata karesinin minimize edilmesi önemli bir kriter olarak kabul edilmektedir. Blok genişliği arttıkça, sapmanın azaldığı fakat varyansın arttığı belirtilmektedir. Bu noktalar göz önüne alındığında, AR(1) modeli, $y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$ için en uygun blok büyüklüğünü gösteren l^* ,

$$l^* = n^{1/3} (2\rho/(1-\rho^2))^{2/3} \quad (2.22)$$

olarak verilmektedir [12]. Bu formülasyona göre ρ arttıkça, l^* de artmaktadır. Örneğin $n=200$ için $\rho=0,5$; $\rho=0,8$; ve $\rho=0,9$ için sırasıyla $l^*=7,08$; $l^*=15,81$ ve $l^*=26,18$ olarak hesaplanacaktır. Uygulamada, bu sayılar en yakın tamsayıya yuvarlanarak alınmaktadır. Blok genişliğinin tahmini için Hall ve Horowitz tarafından geliştirilen iki adet kriter vardır. Yazarlar en uygun blok genişliğinin belirlenmesi açısından Künsch'ün metodu olan hareketli blok bootstrap için,

$$l = (3/2)^{1/3} n^{1/3} \zeta^{-2/3} \quad (2.23)$$

Carlstein'in metodu için ise,

$$l = n^{1/3} \zeta^{-2/3} \quad (2.24)$$

formülasyonlarını önermektedirler [11,18]. $\gamma(j)$ gecikme j iken, y_t 'nin kovaryansı olmak üzere,

$$\zeta = \left\{ \gamma(0) + 2 \sum_{j=1}^{\infty} \gamma(j) \right\} \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} j \gamma(j) \right\}^{-1} \quad (2.25)$$

tanımlanmaktadır. $y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$ AR(1) süreci için $\zeta = (1 - \rho^2) / \rho$ 'dır. $y_t = \varepsilon_t + \phi \varepsilon_{t-1}$ MA(1) süreci için ise $\zeta = (1 + \phi)^2 / \phi$ 'dır.

Bu kriterler varyans tahmininde ortalama hata karesini göz önüne almakta ve Carlstein'in kuralından farklı olarak hem hareketli blok hem de çakışmayan blok metotları için ayrı formülasyon söz konusu olmaktadır.

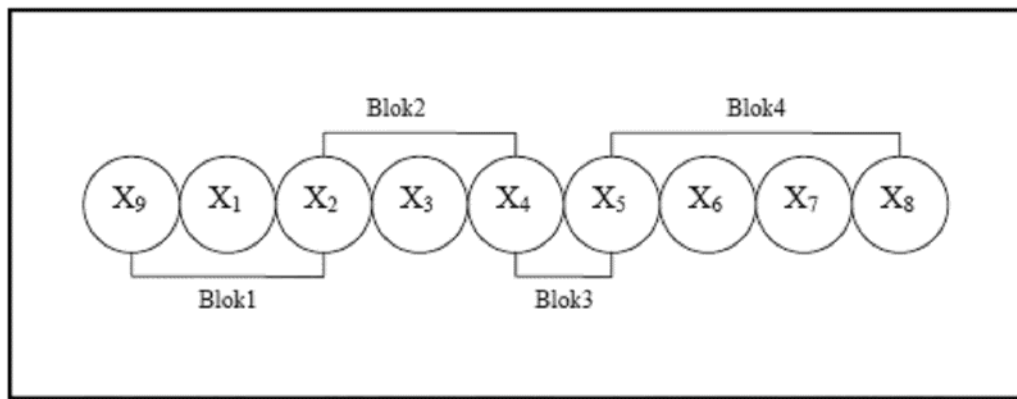
Durağan bootstrap metodu

Orijinal serilerin durağan olması durumunda bile hareketli blok bootstrap metoduyla türetilen temsili zaman serilerinin durağan olmayabileceği noktasından hareket eden Politis ve Romano (1994), Durağan bootstrap metodunu tanıtmışlardır [12]. Metodun, durağan zaman serilerinden türetilen temsili zaman serilerinin de durağanlığını garanti eden bir blok bootstrap metodu olduğu kabul edilmektedir[5]. Durağan bootstrap için izlenecek olan temel adımlar hareketli blok bootstrap ile hemen hemen aynıdır. Ancak, hareketli blok bootstrap ile durağan bootstrap örnekleme yöntemleri arasında, hareketli blok bootstrap metodunda belirlenen blok genişliğine eşit olarak tekrarlı örnekleme yapılırken, durağan bootstrap metodunda blok genişliklerinin

rassal olarak ele alınması sebebiyle fark ortaya çıkmaktadır. durağan bootstrap metodunda blok uzunlukları, *i.i.d.* rassal ve geometrik dağılan değişkenler olarak belirlenmektedir [18].

Metodun hareket noktası, $\{X_1, X_1, \dots, X_n\}$ 'nin bağımlılık yapısı kuvvetli olmayan, durağan gözlemler olduğu varsayımdır. $B_{i,b} = \{X_i, X_{i+1}, \dots, X_{i+b-1}\}$ X_i 'den başlayan b adet gözlem bloğu olarak tanımlanmaktadır. $j > n$ için, $X_j = X_{j \pmod n}$ olmak üzere X_k olarak tekrarlı tanımlanır. Oluşturulan $\{X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*\}$ zaman serisi, rassal olarak seçilen $B_{I_1, L_1}, B_{I_2, L_2}, \dots$ bloklarının birleştirilmesiyle oluşturulacaktır.

Burada $I_1, I_2, \dots$ rassal değişkenlerin *i.i.d.* koşulunu sağlayan $\{1, 2, \dots, n\}$ üzerinde kesikli uniform dağılan bir dizidir. $L_1, L_2, \dots$ ise yine *i.i.d.* koşulunu sağlayan p (tasarım parametresi) ile geometrik dağılıma sahip rassal değişkenlerdir [1,5]. Örnek olarak verilebilecek bir durağan bootstrap diyagramı Şekil 2.4' te görülmektedir. Şekilde hareketli blok metodundan farklı olarak verilerin çember halini aldığı ve hareketli blok bootstrap metodundan farklı olarak X_n 'den sonra X_1 'in geldiği görülmektedir [18].



Şekil 2.4. Durağan bootstrap diyagramı, $n=9$, başlangıç noktası blok genişliği geometrik(p)

2.3. Örneklemenin Yapıldığı Yere Göre Tekrarlı Örneklem Yaklaşımları

Tekrarlı örneklem yaklaşımları için ilgili yazında kalıntı-temelli veya gözlem temelli yaklaşımlar olarak da sınıflandırma yapılabilmektedir. Bu yaklaşım ilgili yazında model-temelli tekrarlı örneklem olarak da adlandırılmaktadır.

2.3.1. Kalıntı temelli tekrarlı örneklem yaklaşımları

Bootstrap regresyon modellerinde çözümlenmesi gereken üç temel konu olduğu ifade edilmektedir. Bunlar:

- 1) Kalıntılara veya veriye bootstrap uygulanıp uygulanmayacağı,
 - 2) Kalıntılara bootstrap uygulanması durumunda kalıntıların nasıl türetileceği,
 - 3) Uygun test istatistikleri nasıl tanımlanması gerektiği
- olarak özetlenebilir.

2.3.2. Gözlem değerlerinin tekrarlı örnekleme temelli bootstrap metodu

Bu kısma kadar anlatılan konularda, genellikle kalıntılara bootstrap uygulanması üzerine yoğunlaşmış ve konu hakkındaki detaylı bilgiye özellikle kısım 2.2 başlığı altında yer verilmiştir. Fakat regresyon modelleri kapsamında,

$$y_i = \beta x_i + u_i \quad (2.26)$$

regresyon modeli örneğinde gösterileceği üzere veriye bootstrap uygulamak, genellikle alternatif bir metot olarak da sunulabilmektedir.

2.4. Örneklem Birimine Göre Tekrarlı Örneklem Yaklaşımları

Veride istatistiksel anlamlı otokorelasyon katsayıları gibi serinin stokastik yapısının karakteristiğini ortaya koyan anlamlı istatistiklerin tekrarlı örneklenmiş birimlere

yansıtılabilmesi için, veri birimlerinin tekli olarak tekrarlı örneklenmesi yerine, bloklar halinde terarlı örneklenmesinin tercih edilebildiği farklı bir sınıflandırma da yapılabilmektedir.

2.4.1. Verilere uygulanan tekrarlı örnekleme metotları

i.i.d. olan verilerin tekrarlı örneklenmesi ve bazı *i.i.d.* olmayan verilerin tekrarlı örneklenmeleri bu sınıflamada yer alan metotlarla yapılmaktadır. Bunlar, Bootstrap, Ardışık Bootstrap ve Sieve Bootstrap olarak adlandırılan metotlardır. Burada yer alan bootstrap metotlarında, tekrarlı örneklenen birimler olarak gözlemler (tekli gözlemler) kullanılmaktadır.

2.4.2. Bloklara uygulanan tekrarlı örnekleme metotları

Bu sınıflamada yer alan bootstrap metotlarında tekrarlı örneklenen birimler olarak gözlemler (tekli gözlemler) yerine, gözlemler bloklara ayrılmakta ve bu bloklara tekrarlı örnekleme yapılmaktadır. Metodun işleyişi, bir bloğun içerdiği eleman sayısını gösteren k genişliğinde bir blok seçilerek bu uzunluğa sahip olabilecek tüm blokların tekrarlı örneklenmesine dayanmaktadır. Bu bloklar, iadeli ya da iadesiz olarak örneklenebilirler ve ard arda eklenerek bootstrap zaman serilerinin oluşturulmasında kullanılırlar.

Tekli veri yerine bloklara yönelmenin temel sebebi olarak, bu blokların örneğin sahip olduğu stokastik yapıyı temsil ettiği gösterilmektedir. Dolayısı ile bu temsil yeteneğini sağlayabilecek minimum blok genişliğinin seçilmesinin, bu metotlar için en önemli konulardan birisi olduğu ifade edilmektedir [19].

3. UYGULAMA

Uygulamada veri olarak İş bankası (C) hisse senedinin Mart 1999 ile Haziran 2007 yılları arasında her ay için kapanış seansındaki ortalama fiyat değerleri(100 adet) İstanbul menkul kıymetler borsasından (İMKB) alınmıştır [20].

Uygulamada izlenecek adımlar şöyledir;

- Hisse senedi fiyat değerleri için model elde edilir.
- Elde edilen model denkleminde hisse senedi fiyat değerleri kullanılarak kalıntılar hesaplanır.
- Kalıntılara uygulanacak olan hareketli blok bootstrap metodu için gerekli olan blok genişliği l , Künch'ün metodu ile bulunur.
- Hesaplanan blok genişliği l ve Şekil 2.3 göz önüne alınarak Matlab toolbox paket programı yardımıyla kalıntılara bootstrap uygulanır.
- Bootstrap uygulanmış olan kalıntılar, elde edilen model denkleminde yerine konularak bootstrap değerleri X_i^* elde edilir.
- Bootstrap değerleri olan X_i^* kullanılarak yeni bir model oluşturulur.

Çizelge 3.1. İş bankası (C) hisse senedinin Mart 1999 ile Haziran 2007 yılları arasında her ay için ortalama fiyat değerleri(100 adet)

Örnekler(X_i)		Örnekler(X_i)		Örnekler(X_i)	
1	5,68	35	6,85	68	5,50
2	3,70	36	8,00	69	6,75
3	4,20	37	7,00	70	7,45
4	4,35	38	7,40	71	7,85
5	8,20	39	7,50	72	9,10
6	6,80	40	6,20	73	7,80
7	8,50	41	4,10	74	7,05
8	9,50	42	3,75	75	7,40
9	12,25	43	3,70	76	7,80
10	14,10	44	3,35	77	7,55
11	16,00	45	4,40	78	8,00
12	15,00	46	6,20	79	9,35
13	17,50	47	4,35	80	9,35
14	25,50	48	4,35	81	11,70
15	33,50	49	5,30	82	11,70
16	17,00	50	3,95	83	12,00
17	13,25	51	4,83	84	12,50

Çizelge 3.1. (Devam) İş bankası (C) hisse senedinin Mart 1999 ile Haziran 2007 yılları arasında her ay için ortalama fiyat değerleri (100 adet)

18	13,00	52	4,73	85	11,20
19	13,25	53	4,50	86	11,10
20	11,25	54	4,38	87	9,20
21	13,00	55	5,20	88	7,80
22	8,60	56	6,35	89	8,00
23	11,00	57	7,50	90	8,45
24	13,50	58	7,20	91	8,05
25	11,75	59	5,70	92	9,45
26	9,40	60	5,15	93	6,05
27	15,00	61	6,00	94	6,50
28	9,60	62	5,90	95	6,70
29	8,90	63	5,08	96	6,70
30	7,40	64	4,95	97	6,70
31	7,00	65	5,40	98	6,55
32	5,20	66	5,65	99	6,15
33	5,70	67	4,98	100	6,15
34	6,60				

Bu verilere dayanılarak elde edilen model,

$$X_t = 1,380 + 0,834X_{t-1} + e_t$$

şeklinde AR(1) modeli olarak elde edilir. Elde edilen modelde kalıntılar,

$$e_t = X_t - 0,834X_{t-1} - 1,380 \text{ den,}$$

Çizelge 3.2. İş bankası (C) hisse senedinin kalıntılarına ait veri

Kalıntılar(e_t)		Kalıntılar(e_t)		Kalıntılar(e_t)	
1	4,301	35	-1,025	68	0,275
2	-9,853	36	-1,060	69	0,433
3	-0,226	37	0,174	70	0,248
4	0,557	38	-0,059	71	1,164
5	-1,427	39	-1,442	72	-1,178
6	1,441	40	-2,457	73	-0,843
7	1,022	41	-1,054	74	0,132
8	2,937	42	-0,811	75	0,240
9	14,391	43	-1,120	76	-0,343
10	3,987	44	0,222	77	0,315
11	2,910	45	1,145	78	1,289
12	4,410	46	-2,207	79	0,162
13	1,158	47	-0,662	80	2,512
14	10,828	48	0,287	81	0,550

Çizelge 3.2. (Devam) İş bankası (C) hisse senedinin kalıntılarına ait veri

15	-12,351	49	-1,856	82	0,850
16	-2,324	50	0,146	83	1,099
17	0,556	51	-0,684	84	-0,610
18	1,014	52	-0,825	85	0,367
19	-1,193	53	-0,763	86	-1,448
20	2,226	54	0,166	87	-1,262
21	-3,635	55	0,627	88	0,106
22	2,438	56	0,817	89	0,389
23	2,934	57	-0,442	90	-0,386
24	-0,902	58	-1,692	91	1,347
25	-1,791	59	-0,990	92	-3,221
26	5,770	60	0,319	93	0,067
27	-4,305	61	-0,490	94	-0,107
28	-0,496	62	-1,232	95	-0,279
29	-1,411	63	-0,668	96	-0,274
30	-0,559	64	-0,113	97	-0,424
31	-2,025	65	-0,239	98	-0,699
32	-0,022	66	-1,123	99	-0,365
33	0,459	67	-0,034	100	0,275
34	1,208				

olarak elde edilir.

Kalıntılara uygulanacak olan hareketli blok bootstrap metodunda blok genişliği,

Künch'ün metodu olan,

$$l = (3/2)^{1/3} n^{1/3} \varsigma^{-2/3}$$

ile hesaplanır.

$y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$ formundaki AR(1) süreci için $\varsigma = (1 - \rho^2) / \rho$ idi. Burada $\rho = 0,834$

iken $\varsigma = 0,365$, blok genişliği l ise, 10,40 olarak hesaplanır. Elde edilen blok

genişliği enyakın tamsayı olan 10'a yuvarlanır.

Çizelge 3.2 'de bulunan kalıntılara ait veri için, blok genişliği 10 birim hareketli olarak uygulanır. Uygulanan hareketli bloklar neticesinde toplam 10 blok elde edilir. Önceki bölümde anlatıldığı gibi her blok kendi içinde geleneksel bootstrap metoduna göre örneklenir (Bkz. Ek-3). Bu işlem söz konusu olan her bir blok içinde 50 kez uygulanır.

Çizelge 3.3. İş bankası (C) hisse senedinin kalıntılarına uygulanmış hareketli blok bootstrap değerleri

Kalıntılar*(e_i^*)		Kalıntılar*(e_i^*)		Kalıntılar*(e_i^*)	
1	0,240	35	-1,025	68	2,934
2	0,556	36	-1,791	69	5,770
3	-0,059	37	0,367	70	1,347
4	-1,856	38	10,828	71	-3,635
5	-1,123	39	-1,448	72	-0,662
6	-0,763	40	-0,239	73	-1,411
7	0,222	41	0,315	74	-0,668
8	-0,811	42	2,226	75	-1,262
9	-1,511	43	-1,120	76	0,248
10	-0,324	44	14,391	77	-1,232
11	-0,811	45	1,289	78	10,828
12	-0,143	46	-0,763	79	2,910
13	-1,411	47	-0,559	80	-9,850
14	1,289	48	-1,060	81	-0,496
15	0,433	49	0,162	82	0,132
16	-1,448	50	-1,060	83	-0,386
17	-0,826	51	2,937	84	-9,853
18	-9,853	52	2,226	85	0,132
19	0,817	53	-1,427	86	-1,692
20	0,132	54	-0,763	87	-0,763
21	0,389	55	1,158	88	-0,902
22	2,438	56	-1,856	89	0,240
23	-0,239	57	4,410	90	5,770
24	-1,856	58	0,248	91	0,433
25	0,367	59	-1,060	92	-0,49
26	-1,123	60	0,240	93	-3,635
27	2,438	61	-1,427	94	0,817
28	-0,811	62	0,817	95	0,817
29	1,014	63	-1,448	96	0,490
30	0,106	64	-0,496	97	-1,193
31	1,208	65	0,550	98	-0,990
32	-1,427	66	2,910	99	1,014
33	0,433	67	1,022	100	5,770
34	0,850				

şeklinde elde edilir. $\{e_1^*, e_2^*, \dots, e_{100}^*\}$ olmak üzere, Bootstrap örnekleri

$\{X_1^*, X_2^*, \dots, X_{100}^*\}$, $X_1^* = X_1$ koşulu altında $X_i^* = 1,380 + 0,834X_{i-1}^* + e_i^*$ dan,

Çizelge 3.4. İş bankası (C) hisse senedinin bootstrap değerleri

Örnekler*(X_i^*)		Örnekler*(X_i^*)		Örnekler*(X_i^*)	
1	6,35	35	7,58	68	7,41
2	7,25	36	7,45	69	7,51
3	7,35	37	7,50	70	7,56
4	7,32	38	7,51	71	6,77
5	6,97	39	7,32	72	7,55
6	6,97	40	6,91	73	7,45
7	7,17	41	7,96	74	8,01
8	6,87	42	7,74	75	8,15
9	7,07	43	8,21	76	8,76
10	7,05	44	7,76	77	8,76
11	7,00	45	5,77	78	8,81
12	6,98	46	7,50	79	8,74
13	7,15	47	7,45	80	9,01
14	8,74	48	7,96	81	7,96
15	9,01	49	6,87	82	8,08
16	8,33	50	7,07	83	8,03
17	8,08	51	7,05	84	7,92
18	8,06	52	7,00	85	7,91
19	8,08	53	6,98	86	7,72
20	7,92	54	7,15	87	7,55
21	8,06	55	6,73	88	7,58
22	7,65	56	7,51	89	7,63
23	7,90	57	7,47	90	7,59
24	8,10	58	6,72	91	7,75
25	7,96	59	7,14	92	7,30
26	7,74	60	7,29	93	7,37
27	8,21	61	7,27	94	7,40
28	7,76	62	7,12	95	7,40
29	5,77	63	7,71	96	7,40
30	7,50	64	7,19	97	7,38
31	7,45	65	7,23	98	7,32
32	7,15	66	7,10	99	7,32
33	5,72	67	7,20	100	7,41
34	7,39				

hesaplanır. X_i^* bootstrap örnekleri zaman serisi olarak düşünülüp tekrar model belirlemeye gidilir. Elde edilen model $X_i = 2,375 + 0,938X_{i-1} + e_i$ dir.

Ham veriden elde edilen modelden AR(1) için hesaplanan beklenen değer ile bootstrap örneklerinden elde edilen model için beklenen değer hesaplanacak olursa, Ham veri için beklenen değer Çizelge 3.1 kullanılarak;

Ek-1 den, $E(X) = \mu = \frac{\delta}{1-\phi}$,

$$= \frac{1,380}{1-0,834} = 8,31$$

Çizelge 3.4 te hesaplanan bootstrap örnekleri için,

$$E(X^*) = \mu = \frac{\delta}{1-\phi}$$

$$= \frac{1,715}{1-0,798} = 8,49 \text{ olarak bulunur.}$$

Her iki seri için standart hatalar hesaplanırsa,

Çizelge 3.1 için, Eş. 2.4 den

Standart hata 0,5358,

Çizelge 3.4 te hesaplanan bootstrap örnekleri için,

Eş. 2.8 den, Standart hata 0,0577 olarak bulunur.

Ham veri kullanılarak türetilen değerler yada bu değerleri tahmin edilen parametre ile hareketli blok bootstrap metodu ile üretilen değerler ve tahmin edilen parametrenin daha iyi olduğu ortaya konmuştur.

Yine İMKB de yer alan Türkcell iletişim şirketinin Ocak 2001 ile Haziran 2007 yılları arasında her ay için ortalama fiyat değerleri incelenebilir ve tahmin değerleri karşılaştırılabilir.

Çizelge 3.5. Türkcell hisse senedinin Ocak 2001 ile Haziran 2007 yılları arasında her ay için ortalama fiyat değerleri (78 adet)

Örnekler(X_i)		Örnekler(X_i)	
1	8,85	40	18,70
2	8,85	41	16,50
3	7,60	42	13,50
4	7,10	43	14,00
5	7,15	44	11,20
6	7,85	45	11,30
7	7,15	46	9,55
8	6,80	47	10,20
9	7,85	48	9,40
10	7,70	49	9,50
11	6,80	50	9,25

Çizelge 3.5. (Devam) Türkcell hisse senedinin Ocak 2001 ile Haziran 2007 yılları arasında her ay için ortalama fiyat değerleri (78 adet)

12	6,70	51	9,40
13	7,25	52	8,70
14	7,20	53	10,75
15	8,40	54	11,25
16	8,60	55	9,70
17	9,50	56	11,75
18	9,05	57	10,00
19	8,20	58	7,70
20	8,45	59	8,60
21	7,10	60	9,90
22	7,40	61	7,00
23	7,35	62	8,30
24	7,30	63	9,00
25	6,60	64	8,60
26	7,10	65	9,00
27	8,50	66	10,5
28	9,25	67	12,5
29	9,45	68	9,40
30	9,80	69	7,90
31	9,40	70	3,95
32	8,75	71	4,90
33	9,05	72	5,20
34	6,70	73	14,50
35	5,50	74	15,50
36	6,00	75	19,50
37	18,30	76	13,75
38	15,70	77	19,25
39	15,40	78	21,75

Bu verilere dayanarak elde edilen model;

$X_t = 10,30 + 0,801X_{t-1} + e_t$ şeklinde AR(1) modeli olarak elde edilir. Elde edilen modelde kalıntılar,

$e_t = X_t - 10,30 - 0,801X_{t-1}$ eşitliğinden elde edilir.

Çizelge 3.6. Türkcell hisse senedinin kalıntılarına ait veri

Kalıntılar(e_t)	Kalıntılar(e_t)
1	-1,45
2	-0,29
3	-1,54
4	-1,04
5	-0,59
6	0,07
7	-1,19
40	4,31
41	-0,53
42	-1,77
43	1,14
44	-2,07
45	0,28
46	-1,55

Çizelge 3.6. (Devam) Türkcell hisse senedinin kalıntılarına ait veri

8	-0,98	47	0,50
9	0,36	48	-0,82
10	-0,64	49	-0,08
11	-1,42	50	-0,41
12	-0,80	51	-0,06
13	-0,17	52	-0,88
14	-0,66	53	1,73
15	0,58	54	0,59
16	-0,18	55	-1,36
17	0,56	56	1,93
18	-0,61	57	-1,46
19	-1,10	58	-2,36
20	-0,17	59	0,38
21	-1,72	60	0,96
22	-0,34	61	-2,98
23	-0,63	62	0,65
24	-0,64	63	0,30
25	-1,30	64	-0,66
26	-0,24	65	0,06
27	0,76	66	1,24
28	0,39	67	2,04
29	-0,01	68	-2,66
30	0,18	69	-1,68
31	-0,50	70	-4,43
32	-0,83	71	-0,31
33	-0,01	72	-0,77
34	-2,60	73	8,29
35	-1,92	74	1,83
36	-0,45	75	5,03
37	11,45	76	-3,92
38	-1,01	77	6,19
39	0,77	78	4,28

olarak elde edilir. Kalıntılara uygulanacak hareketli blok bootstrap metodu için blok genişliği;

$$l = (3/2)^{1/3} n^{1/3} \zeta^{-2/3}$$

ile hesaplanır. $y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$ formundaki AR(1) süreci için $\zeta = (1 - \rho^2)/\rho$ idi. Burada $\rho = 0,801$ iken $\zeta = 0,447$, blok genişliği l ise, 8,25 olarak hesaplanır. Elde edilen blok genişliği en yakın tamsayı olan 8'e yuvarlanır. Blok genişliği 8 olmak üzere kalıntılara hareketli blok bootstrap uygulanmıştır. Bu işlem 50 kez gerçekleştirilmiştir. Hesaplanan bootstrap örnekleri;

Çizelge 3.7. Türkcell hisse senedinin kalıntılarına uygulanmış hareketli blok bootstrap değerleri

Kalıntılar*(e_i^*)		Kalıntılar*(e_i^*)	
1	0,30	40	-0,01
2	-0,66	41	-2,60
3	0,06	42	-1,92
4	1,24	43	-0,45
5	2,04	44	11,45
6	-2,66	45	-1,01
7	-1,68	46	0,77
8	-4,43	47	4,31
9	-0,31	48	-0,66
10	-0,77	49	0,06
11	8,29	50	1,24
12	1,83	51	2,04
13	5,03	52	-2,66
14	-3,92	53	-1,68
15	-0,98	54	-4,43
16	0,35	55	-0,31
17	-0,64	56	-0,77
18	-1,42	57	8,29
19	-0,80	58	1,83
20	-0,17	59	5,03
21	-0,66	60	-3,92
22	0,58	61	-0,98
23	-0,18	62	0,35
24	0,56	63	-0,64
25	-0,61	64	-1,42
26	-1,10	65	-0,80
27	-0,17	66	-0,53
28	-1,72	67	-1,77
29	-0,63	68	1,14
30	-0,64	69	-2,07
31	-1,30	70	0,28
32	-0,23	71	-1,55
33	0,76	72	0,50
34	0,39	73	-0,82
35	-0,01	74	-0,08
36	0,18	75	-0,41
37	-0,50	76	-0,06
38	-0,83	77	-0,88
39	-0,01	78	1,73

şeklinde elde edilir. $\{e_1^*, e_2^*, \dots, e_{78}^*\}$ olmak üzere, Bootstrap örnekleri $\{X_1^*, X_2^*, \dots, X_{78}^*\}$,

$X_1^* = X_1$ koşulu altında $X_i^* = 10,30 + 0,801X_{i-1}^* + e_i^*$ dan,

Çizelge 3.8. Türkcell hisse senedinin bootstrap değerleri

Örnekler*(X_i^*)		Örnekler*(X_i^*)	
1	9,50	40	10,5
2	9,25	41	12,5
3	9,40	42	9,40
4	8,70	43	7,90
5	10,75	44	3,95
6	11,25	45	4,90
7	9,70	46	5,20
8	11,75	47	14,50
9	10,00	48	15,50
10	7,70	49	19,50
11	8,60	50	13,75
12	9,90	51	19,25
13	7,00	52	9,90
14	8,30	53	7,00
15	9,00	54	8,30
16	8,60	55	9,00
17	9,00	56	8,60
18	10,5	57	9,00
19	12,5	58	10,5
20	9,40	59	12,5
21	7,90	60	9,40
22	3,95	61	7,90
23	7,15	62	3,95
24	6,80	63	4,90
25	7,85	64	5,20
26	7,70	65	14,50
27	6,80	66	7,30
28	6,70	67	6,60
29	7,25	68	7,10
30	7,20	69	8,50
31	8,40	70	9,25
32	8,60	71	9,45
33	8,60	72	9,80
34	9,90	73	9,40
35	7,00	74	8,75
36	8,30	75	9,05
37	9,00	76	6,70
38	8,60	77	5,50
39	9,00	78	6,00

elde edilir.

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Ham veri kullanılarak türetilen değerler yada bu değerleri tahmin edilen parametre ile hareketli blok bootstrap metodu ile üretilen değerler ve tahmin edilen parametrenin daha iyi olduğu ortaya konmuştur.

İstatistiksel tahmin tekniğine bir alternatif olarak bootstrap hipotez testleri ve güven aralıklarının oluşturulmasında kullanılabilecek bootstrap metotları e bunların veri özellikleri karşısında performansları merak konusu olmuştur. Güven aralıkları konusu, gerek istatistiksel analizlerde gerekse de çok çeşitli ekonometrik modeller için alt ve üst sınırların gerçek parametreyi kapsayıp kapsamadığının ölçülebilmesi açısından ve buradaki belirsizliğin ifade edilebilmesi açısından pek çok araştırmacının dikkatini üzerine çekmektedir. Kapsama kabiliyetinin ya da başka bir ifade ile kapsama olasılığının en yüksek olabilmesi ya da diğer bir deyişle *kapsama hatasının* en düşük olabilmesi için bootstrap metotlarına başvurulmaya başlanmıştır. Dolayısıyla *kapsama hatası*, bootstrap güven aralıklarının karşılaştırılmasında sıkça kullanılan bir anahtar kelime olarak karşımıza çıkmaktadır. Bootstrap güven aralıkları, klasik yaklaşımlara özgü varsayımların sağlanmasını şart koşturmakla beraber kapsama hatasını yeniden örnekleme yardımıyla azaltmaya çalışmaktadır. Bu yöntem küçük örneklerde uygulanabilir olduğu kadar büyük örneklerde ve karmaşık modellerde de sıkça kullanılmaktadır. Dolayısıyla bootstrap güven aralıkları en azından klasik güven aralıkları için gereken koşulları sağlamanın yanı sıra çeşitli avantajlar da sağlamaktadır.

KAYNAKLAR

1. Davison, A.C. , Hinkley, D.V. , “Bootstrap Methods and their Application”, *Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics*, *Cambridge University Press* ,200-231 (1994).
2. Efron, B. ,Tibshirani, R.J. , “Bootstrap Methods for Standard Errors, Confidence Intervals and Other Measures of Statistic Accuracy”, *Statistical Science*, 1(1): 54-77, 54 (1986).
3. Freedman, D.A. , “Bootstrapping Regression Models” *The Annals of Statistics*, 9: 1218-1238 (1981).
4. Efron, B. , Tibshirani, R.J. , “An Introduction to the Bootstrap”, *Chapman&Hall, Inc.*, New York, 32: 297 (1993).
5. Young, G.A. , “Bootstrap: More than a Stab in the Dark”, *Statistical Science*, 9(3): 382-395 (1994).
6. Sachs, J. , “Bootstrap Confidence Intervals for Ability in Item Response Models”, Doktora Tezi , *Toronto Üniversitesi* , Kanada, 62-80 (1989).
7. Efron, B. , “Bootstrap Methods: Another Look at the Jackknife”, *The Annals of Statistics*, 7: 332-334 (1979).
8. Efron, B. , “The Jackknife, the Bootstrap and Other Resampling Plans”, *Biometrika*, 68(3): 589- 599 (1981).
9. Politis, D.N. , “The Impact of Bootstrap Methods on Time Series Analysis”, *Statistical Science*, 18(2): 219-230 (2003).
10. Singh, K. , “On The Asymptotic Accuracy of Efron’s Bootstrap”, *The Annals of Statistics*, 9(6): 1187-1195 (1981).
11. Carlstein, E. , “The Use of Subseries Values for Estimating the Variance of a General Statistic from a Stationary Sequence”, *The Annals of Statistics*, 14(3): 1171-1179 (1986).
12. Künsch, H.R. , “The Jackknife and the Bootstrap for the Stationary Observations”, *The Annals of Statistics*, 17(3): 1217-1241 (1989).
13. Maddala, H.Li.G.S. , “Bootstrapping Cointegrating Regressions”, *Journal of Econometrics*, 80: 297-318 (1997).
14. Lahiri, S. , “Second Order Optimality of Stationary Bootstrap”, *Statistics & Probability Letters*, 11: 335-341 (1991).

15. Davison, A.C. , P.Hall, “On Studentizing and Blocking Methods for Implementing the Bootstrap with Dependent Data”, *Australian Journal of Statistics*, 35: 215-224 (1993).
16. Politis, D. , Romano, J. , “A Circular Block Resampling Prosedure for Stationary Data”, in Exploring the Limits of Bootstrap, *John Willey*, New York, 263-270 (1992).
17. Hall, P. , Horowitz, L.J. , “Bootstrap Critical Values for Tests Based on Generalized Method of Moments Estimators”, *Econometrica*, 64(4): 891-916 (1996).
18. Politis, D.N. , Romano, J.P. , “The Stationary Bootstrap”, *Journal of American Statistical Association*, 89(428): 1303-1313 (1994).
19. Beşer, M.K. , “Zaman Serilerinde Bootstrap Çözümlemeleri ve Türkiye’de Tanzi Etkisine Uygulaması” Doktora Tezi, *Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü* ,İstanbul, 60-62 (2006).
20. İstanbul Menkul Kıymetler Borsası “Şirketlerin Aylık Fiyat ve Getiri Verileri (1986 - 2007/06)”, http://www.imkb.gov.tr/sirket/fiyat_getiri.htm (2007).

EKLER

EK-1 AR model tanımı

Bir Otoregresif (AR) modelinde, bağımlı değişken geçmişteki değerinin bir fonksiyonudur, Birçok zaman serisi verisi bu süreci içermektedir, $AR(p)$ sürecini aşağıdaki gibi tanımlayabiliriz:

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + e_t$$

δ Sabit terim $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ katsayılar, gecikmeli değerlerin şimdiki değerle olan ilişkisini e_t hata terimini temsil eder,

Dikkat edilecek olursa, bütün bu modellerde Y_t değeri önceki dönem(veya dönemlerdeki) Y değerleri ile ilişkilendirmektedir; geçmiş şimdikiyi belirlemektedir,

$Y_t \sim AR(p)$ serisinin ortalaması,

$$E(Y_t) = \mu = \frac{\delta}{1 - \phi_1 - \phi_2 - \dots - \phi_p}$$

olarak bulunur, Bu ifade sabitlerden oluşmaktadır,

Varyans,

$$Var(Y_t) = \frac{\sigma^2}{1 - \phi_1 \rho_1 - \phi_2 \rho_2 - \dots - \phi_p \rho_p} \quad \text{elde edilir,}$$

Otoregresif zaman serisi modeli için k gecikmeli otokovaryans,

$$Cov(Y_t, Y_{t-k}) = \gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} + \phi_2 \gamma_{k-2} + \dots + \phi_p \gamma_{k-p}, \quad k > 0$$

olarak bulunur, Buradan k gecikmeli otokorelasyon,

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + \dots + \phi_p \rho_{k-p}, \quad k > 0 \quad \text{olarak belirlenir,}$$

EK-2 Hareketli blok bootstrap uygulamasında verinin bloklara ayırtan matlab bilgisayar programı

```
x=x(:);
N=length(x);
y=zeros(L,Q);
Ny=Q*M+L-1;
Y=zeros(Ny,1);
r=0;
for ii=1:Ny,
    Y(ii)=x(ii-rem(N*r,ii));
    if ii/N==r+1,
        r=r+1;
    end;
end;
for ii=1:Q,
    y(:,ii)=Y((ii-1)*M+1:(ii-1)*M+L);
end;
```

Hareketli blok bootstrap uygulamasında ayrılan blokları tekrarlı örnekleme yapmaya izin veren matlab bilgisayar programı;

```
if (exist('B')~=1), B=1; end;
if (exist('in')~=1), error('Provide input data'); end;

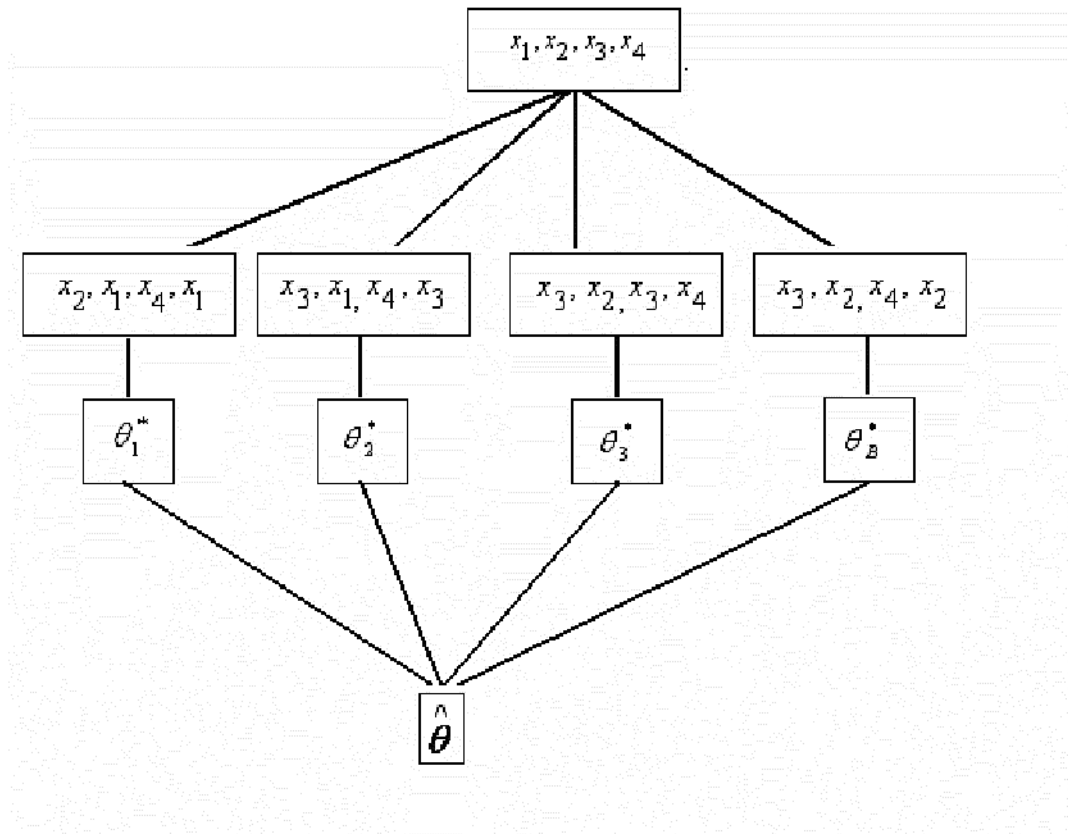
s=size(in);
if length(s)>2,
    end;
if min(s)==1,
    out=in(ceil(max(s)*rand(max(s),B)));
else
```

EK-2 (Devam) Hareketli blok bootstrap uygulamasında verinin bloklara ayıran matlab bilgisayar programı

```
out=in(ceil(s(1)*s(2)*rand(s(1),s(2),B)));  
end;
```

Ek-3 Bootstrap metodunun şematik gösterimi

Orjinal verilerden yer değiştirmeye şansa bağlı olarak seçilen dört elemanlık B adet bootstrap örneğinden θ istatistiğine ait Bootstrap tahminleri $(\theta_i, i=1, B)$ elde edilmektedir, Bu tahminler daha sonra ortalama ve varyansın hesaplanmasında kullanılmaktadır, Bootstrap metodunun şematik gösterimi,



şeklinde gösterilebilir,

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : ÇİÇEK, Ali Doğan
 Uyuğu : T.C.
 Doğum tarihi ve yeri : 16.07.1983 İskenderun
 Medeni hali : Bekar
 Telefon : 0 (326) 755 13 60
 Faks : 0 (326) 755 13 62
 e-mail : alidgancicek@yahoo.com

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet tarihi
Yüksek lisans	Gazi Üniversitesi /İstatistik Bölümü	2008
Lisans	Gazi Üniversitesi /İstatistik Bölümü	2005
Lise	İskenderun Lisesi	2000

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2005-2007	Beko Elektronik	Koordinatör Yrd.
2007-	Türkiye İş Bankası A.Ş.	Ticari Krediler

Yabancı Dil

İngilizce

Hobiler

Motor sporları, yüzme, bilgisayar/bilişim teknolojileri.